

**KONTROL SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ
VE PID KONTROLÖRÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Erkan ÖZKAN

(504011127)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 28 Şubat 2006

Tezin Savunulduğu Tarih : 31 Ocak 2006

Tez Danışmanı :

Prof.Dr. Atilla BİR

Diğer Jüri Üyeleri

Prof.Dr. Müjde GÜZELKAYA (İ.T.Ü.)

Yrd.Doç.Dr. Berk ÜSTÜNDAĞ (İ.T.Ü.)

OCAK 2006

ÖNSÖZ

Sistem modelleri ile gerçek sistemlerin dinamikleri matematiksel olarak ifade edilir. Gerçek sistemleri oluşturmada, dinamiklerinin benzetimlenmesine ve analiz edilmesine olanak sağlayan modellerin gerçek sistemleri doğru olarak ifade edebilmesi gereklidir. Bu nedenle farklı amaçlara yönelik oluşturulan farklı modelleri kurmak için kullanılan yöntemler önem kazanmaktadır.

1940'lı yıllarda süreç kontrolünün yaygınlaşmasıyla oluşturulan sistem modelleri içinde sıkça yer alan PID kontrolörleri, günümüz kontrol çevrimlerinin yaklaşık %95'inde kullanılmaktadır. PID kontrolörler, sıklıkla mantıksal bileşenler, ardışıl fonksiyonlar, seçiciler ve basit fonksiyon blokları ile birleştirilerek enerji üretimi, enerji nakli ve imalat gibi daha karmaşık alanlarda kullanılır. Zaman içinde, mekanik sistemlerden mikroşlemcilere, teknolojiye bir çok değişikliğe uyum sağlayarak sürekli kullanımda kalabilen PID kontrolörler, günümüzde özellikle mikroşlemci teknolojisi üzerinde üretilmektedir.

Bu tez çalışmasında, kontrol sistemlerinin modellenmesi ve PID kontrolörü konuları bir arada incelenerek, gereksinimlere uygun modellerin kurulması için kullanılabilecek çeşitli yöntemler ve PID kontrolörü ile ilgili konular ele alınmıştır.

Uzun ve zorlu bir çalışma döneminin ardından tamamladığım bitirme tezi çalışması esnasında, başta ailem ve tez danışmanım Sayın Prof.Dr.Atilla BİR olmak üzere, bana destek olan herkese teşekkürü bir borç bilirim.

Ocak, 2006

Erkan ÖZKAN

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	x
ÖZET	xi
SUMMARY	xii
1. KONTROL SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ	1
1.1 Giriş	1
1.2 Durağan Modeller	1
1.3 Dinamik Modeller	2
1.3.1 Geçici Yanıt Analizi	3
1.3.2 Frekans Yanıtı Analizi	4
1.4 Basamak Yanıt Yöntemleri	7
1.4.1 Basamak Yanıt Modeli	8
1.4.2 İntegral İçeren Sistemler İçin Modeller	13
1.4.3 Salınımlı Sistemler İçin Modeller	15
1.5 Moment Yöntemleri	16
1.5.1 Alan Yöntemleri	16
1.5.2 Moment Yöntemleri	17
1.5.3 Ağırlıklı Momentler	21
1.5.4 Üç Parametrelili Model	21
1.6 Frekans Yanıtları	24
1.6.1 Ziegler-Nichols Frekans Yanıtı Yöntemi	24
1.6.2 İki Konumlu Kontrolör	28
1.6.3 Açıklayıcı Fonksiyon Analizi	30
1.6.4 Histerez İçeren İki Konumlu Kontrolörler	33
1.7 Modelleme Yöntemlerinin Kıyaslanması	34
1.7.1 Durağan ve Dinamik Modeller	34
1.7.2 Basamak Yanıt Yöntemleri	35
1.7.3 Moment Yöntemleri	36
1.7.4 Frekans Yanıtları	36
2. PID KONTROLÖRÜ	38
2.1 Giriş	38
2.2 Geribesleme Prensipleri	38
2.2.1 İki Konumlu Kontrol	38
2.2.2 Orantısal Kontrol	39

2.3	PID Kontrol	40
2.3.1	Orantı Bileşeni	40
2.3.2	İntegral Bileşeni	41
2.3.3	Türev Bileşeni	42
2.4	PID Algoritmasının Farklı Gerçekleştirilimleri	44
2.4.1	Alternatif Gösterilimler	44
2.4.2	Referans Değerini Ağırlıklandırma	46
2.4.3	Türev Kazancının Sınırlandırılması	49
2.4.4	Hız Algoritmaları	50
2.5	İntegral Doyması	51
2.5.1	Referans Değerinin Sınırlandırılması	54
2.5.2	Artımlı Algoritmalar	54
2.5.3	Geri Hesaplama ve İzleme	55
2.5.4	İzleme Durumundaki Kontrolörler	58
2.5.5	Orantısal Çalışma Aralığı	59
2.5.6	Koşullu İntegrasyon	60
2.5.7	Seri Gerçekleştirim	62
2.6	Ayrık Gerçekleştirim	65
2.6.1	Örnekleme	65
2.6.2	Önsüzgeçleme	66
2.6.3	Ayrıklaştırma	66
2.6.4	Artımlı Biçim	72
2.6.5	Ölçeklendirme ve Kelime Uzunluğu	73
2.7	Çalışma Yöntemleri	73
2.7.1	Elle Kontrol ve Otomatik Kontrol Arasında Sıçramasız Geçiş	73
2.7.2	Sıçramasız Parametre Değişimleri	76
3.	SONUÇLAR VE TARTIŞMA	85
3.1	PID Kontrol Nereelerde Kullanılabilir	85
3.1.1	PI Kontrol Ne Zaman Yeterlidir?	85
3.1.2	PID Kontrol Ne Zaman Yeterlidir?	85
3.2	Daha Karmaşık Kontrol Ne Zaman Gereklidir?	86
3.2.1	Yüksek Mertebeden Sistemler	86
3.2.2	Uzun Ölü Zamanlı Sistemler	86
3.2.3	Salınımlı Sistemler	86
	KAYNAKLAR	87
	EK-A	88
	EK-B	90
	ÖZGEÇMİŞ	92

KISALTMALAR

PI	: Proportional-Integral (Orantı-İntegral)
PD	: Proportional-Derivative (Orantı-Türev)
PID	: Proportional-Integral-Derivative (Orantı-İntegral-Türev)
FD	: Forward Difference (İleri Yönde Fark Alma)
BD	: Backward Difference (Geri Yönde Fark Alma)
DC	: Direct Current (Doğru Akım)
siDF	: Sinusoidal-Input Describing Function (Sinuzoidal Giriş Açıklayıcı Fonksiyon)

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1. Ziegler-Nichols frekans yanıtı için kontrolör parametreleri.....	25
Tablo 2.1. Sürekli PID kontrolörünün ayırıklaştırılmasında kullanılan farklı yaklaşımlara ilişkin katsayılar	71

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Doğrusal bir sistemin ($G(s)=1/(s+1)$) durağan karakteristiği.....	1
Şekil 1.2 : Kararlı doğrusal sistemlerde sinüzoidal giriş ve çıkış.....	4
Şekil 1.3 : Nyquist eğrisi.....	5
Şekil 1.4 : Örnek 1.1'deki sistem için sistem çıkışı.....	6
Şekil 1.5 : Örnek 1.1'deki sistem için sinüzoidal giriş	6
Şekil 1.6 : Örnek 1.2'deki sistem için Bode Diyagramları.....	7
Şekil 1.7 : Örnek 1.2'deki sistem için Nyquist Eğrisi.....	7
Şekil 1.8 : Çeşitli açık çevrim yanıtları.....	8
Şekil 1.9 : İki parametrelili modelin, kararlı bir sistemin basamak yanıtından grafiksel olarak belirlenmesi.....	10
Şekil 1.10 : Üç parametrelili modelin, monoton basamak yanıtı olan sistemler için basamak yanıtından grafiksel olarak belirlenmesi.....	12
Şekil 1.11 : İntegral bileşen içeren bir sistem için üç parametrelili modelin grafiksel olarak belirlenmesi	14
Şekil 1.12 : Salınımlı basamak yanıtına sahip olan sistemlerin matematiksel modelinin grafiksel olarak belirlenmesi.....	15
Şekil 1.13 : Gerçek transfer fonksiyonu $G(s)=1/(1+s)^8$ olan sisteme ait modellerin basamak yanıtları. $G_{2a}(s)$ ve $G_{2b}(s)$ iki parametrelili, $G_{3a}(s)$ üç parametrelili ve $G_{4a}(s)$ dört parametrelili basamak modelidir. $G_A(s)$ alan hesaplamaları ile elde edilen modele, $G_M(s)$ ise moment yöntemleri ile elde edilen modele karşılık gelmektedir	23
Şekil 1.14 : Orantısal geribeslemeli bir kapalı çevrim sisteminin blok diyagramı.....	25
Şekil 1.15 : Orantısal geribeslemeli bir kapalı çevrim sisteminin y_{sp} referans değeri ve y çıkışı.....	25
Şekil 1.16 : Orantısal kontrolör ile Ziegler-Nichols deneyinin yapılması.....	26
Şekil 1.17 : $K=1$ iken basamak girişine verilen yanıt	27
Şekil 1.18 : $K=20$ iken basamak girişine verilen yanıt	27
Şekil 1.19 : $K=35$ iken basamak girişine verilen yanıt	27
Şekil 1.20 : $K=37.44$ iken basamak girişine verilen yanıt	27
Şekil 1.21 : PID kontrolörü kullanılıncaya gözlenen sistem yanıtı	28
Şekil 1.22 : İki konumlu kontrolör içeren sistemin temel blok diyagramı.....	29
Şekil 1.23 : Açıklayıcı fonksiyon yardımıyla salınımların belirlenmesi.....	31
Şekil 1.24 : Açıklayıcı fonksiyon yöntemi kullanılarak olası salınımların belirlenmesi	32

Şekil 1.25	: Giriş işareti u olan ve histerez içeren iki konumlu kontrolörün y çıkışı	33
Şekil 1.26	: Histerez içeren iki konumlu kontrolör için $N(a)$ açıklayıcı fonksiyonunun negatif tersi	34
Şekil 2.1	: Geribeslemeli kontrolörlü bir sistemin blok diyagramı ...	38
Şekil 2.2	: İdeal iki konumlu kontrol (A), ölü bölge içeren değişiklikler (B) ve histerez (C) için kontrol karakteristikleri.....	39
Şekil 2.3	: Orantısal kontrolörün karakteristiği	40
Şekil 2.4	: İntegral bileşeninin bir gecikme elemanı etrafında pozitif geribesleme olarak gerçekleştirilmesi	41
Şekil 2.5	: Bir kapalı çevrim sisteminin, orantısal ve integral bileşenleri altında benzetimi.....	42
Şekil 2.6	: Türev bileşeninin, tahmini kontrol işlemleri yorumunda kullanılması.....	42
Şekil 2.7	: Orantısal, integral ve türev bileşenlerine sahip bir kapalı çevrimli bir sistemin davranışı.....	43
Şekil 2.8	: PID algoritmasının etkileşimli ve etkileşimsiz biçimleri..	44
Şekil 2.9	: Referans değeri değişimlerinin uygulanabildiği kontrolör yapısı ve kapalı çevrim.....	47
Şekil 2.10	: $b=0$ (kesik çizgi), $b=0.5$ (düz çizgi) ve $b=1.0$ (kesikli-noktalı çizgi) olmak üzere farklı referans değeri ağırlıklarına verilen basamak yanıtı	48
Şekil 2.11	: PID kontrolör için hız algoritması	50
Şekil 2.12	: Hız biçimindeki bir orantısal kontrolör ile ilgili sorun (A) ve bu sorunun aşılma şekli (B).....	51
Şekil 2.13	: Kontrol işaretinin doymaya ulaştığı bir kontrol sistemi	52
Şekil 2.14	: Bir sisteme uygulanan doymuş ve doymamış kontrol girişi	52
Şekil 2.15	: İntegral doyması örneği.....	54
Şekil 2.16	: İntegral doymasını önleyici kontrolör.....	55
Şekil 2.17	: <i>Şekil 2.15</i> 'teki sisteme integral doymasını önleyici kontrolör uygulanmıştır.....	57
Şekil 2.18	: İzleme zaman sabiti T_t 'nin farklı değerlerine göre <i>Şekil 2.15</i> 'teki sistemin basamak yanıtları.....	57
Şekil 2.19	: İzleme işaretli bir PID bileşeninin blok diyagramı ve basitleştirilmiş gösterimi	58
Şekil 2.20	: İzleme <i>Şekil 2.15</i> 'teki integral doymasız kontrolörlerin <i>Şekil 2.19</i> 'daki izlemeli temel kontrol modülü kullanılarak tasarlanması.....	58
Şekil 2.21	: <i>Örnek 2.2</i> 'deki sistem için orantısal çalışma aralığı	60
Şekil 2.22	: İzleme zaman sabiti T_t 'nin farklı değerlerine göre, koşullu integrasyon ve izleme yöntemleri için orantısal çalışma aralığı ve y sistem çıkışları	60
Şekil 2.23	: <i>Örnek 2.2</i> 'deki sistemin koşullu integrasyon ile benzetimi.....	61
Şekil 2.24	: Orantısal bandın kesinti parametreleri kullanılarak kaydırılması.....	62

Şekil 2.25	: İntegral işleminin otomatik yeniden başlatma ile üretildiği kontrolörde integral doymasının önlenmesinin iki yöntemle gerçekleştirilmesi	62
Şekil 2.26	: <i>Şekil 2.15</i> 'teki kontrolörde integral doymasının önlenmesi için kullanılan toplu birim bileşeni.....	63
Şekil 2.27	: İntegral doymasının görüldüğü PI kontrolörü tasarımı....	64
Şekil 2.28	: İntegral doymasının önlenmesini sağlayan kontrolör tasarımı	64
Şekil 2.29	: İntegral doyması ve önlenmesinin benzetimi	64
Şekil 2.30	: Yansıma etkisinin gösterimi. Şekilde s işareti ve onun yansıyanı olan s_a işareti görülmektedir	65
Şekil 2.31	: PD kontrolörler için faz eğrileri.....	70
Şekil 2.32	: Artımlı çıkışa sahip bir kontrolörde sıçramasız geçiş	73
Şekil 2.33	: Seri gerçekleştirime sahip bir kontrolörde sıçramasız geçiş.....	74
Şekil 2.34	: Bir integratörün hem otomatik yönde integral bileşeni amacıyla kullanılması hem de elle kontrol yönünde artımlı komutların toplanmasında kullanılması.....	74
Şekil 2.35	: Elle kontrol ve otomatik yönler arasında yumuşak geçiş yapabilen, seri gerçekleştirilmiş bir PID kontrolör	75
Şekil 2.36	: Elle kontrol bileşeni	76
Şekil 2.37	: Su giriş ve çıkışları olan tankın sıcaklık kontrolü.....	77
Şekil 2.38	: Otomatik Kontrol → Elle Kontrol yönü sıçramalı geçişindeki kontrol hareketi.....	79
Şekil 2.39	: Otomatik Kontrol → Elle Kontrol yönü sıçramalı geçişinde sistem çıkışı ve kontrol hatası	79
Şekil 2.40	: Elle Kontrol → Otomatik Kontrol yönü sıçramalı geçişindeki kontrol hareketi.....	80
Şekil 2.41	: Elle Kontrol → Otomatik Kontrol yönü sıçramalı geçişindeki sistem çıkışı ve kontrol hatası.....	80
Şekil 2.42	: Otomatik Kontrol → Elle Kontrol yönü sıçramasız geçişindeki kontrol hareketi.....	81
Şekil 2.43	: Otomatik Kontrol → Elle Kontrol yönü sıçramasız geçişinde sistem çıkışı.....	81
Şekil 2.44	: Elle Kontrol → Otomatik Kontrol yönü sıçramasız geçişindeki kontrol hareketi.....	82
Şekil 2.45	: Elle Kontrol → Otomatik Kontrol yönü sıçramasız geçişindeki sistem çıkışı.....	82

SEMBOL LİSTESİ

y_{sp}	: Referans değeri
y	: Süreç değişkeni
u	: Kontrol işareti
e	: Hata değişkeni
ω	: Açısal frekans
t	: Zaman
T_i	: İntegral zamanı
T_d	: Türev zamanı
K_p	: Orantı kazancı
τ	: Kontrol edilebilirlik oranı
ξ	: Sönüm oranı
K_u	: Geçiş kazancı
ω_u	: Geçiş frekansı
T_u	: Geçiş periyodu
$N(a)$	: Açıklayıcı fonksiyon

KONTROL SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ VE PID KONTROLÖRÜ

ÖZET

“Kontrol Sistemlerinin Modellenmesi ve PID Kontrolörü” konulu tez çalışması, uygulamada kontrol sistemlerinin modellenmesi için kullanılan farklı yöntemleri ve PID kontrolörü ile ilgili konuları sunabilme amacıyla hazırlanmıştır.

Temel anlamda üç bölümden oluşan çalışmanın “Kontrol Sistemlerinin Modellenmesi” isimli ilk bölümünde, kontrol sistemlerinin matematiksel olarak modellenmesinde kullanılan yöntemler örnekleriyle tartışılmıştır. Durağan sistemlerin tanıtılmasının ardından, dinamik sistem modelleri, geçici yanıt analizi ve frekans yanıt analizi başlıkları altında incelenmiştir. Ardından basamak yanıt yöntemleri ele alınmış ve parametrelili modeller tanıtılmıştır. Moment yöntemlerinde alan yöntemleri ve ağırlıklı momentler örnekleriyle gösterilmiştir. İki konumlu kontrolör ve Ziegler-Nichols frekans yanıtının incelendiği frekans yanıt analizinden sonra bölüm sonunda, anlatılan modelleme yöntemlerinin kıyaslanması yer almaktadır.

“PID Kontrolörü” isimli ikinci bölümde standart geribesleme prensibi ve PID kontrol algoritması, iki konumlu kontrol ve orantısal kontrol ile anlatılmış, ardından PID algoritmasının farklı gerçekleştirmeleri ele alınmıştır. Alternatif gösterimler, referans değerini ağırlıklandırma ve hız algoritmaları bu bölümde tanıtılmıştır. Referans değerinin sınırlandırılması, artımlı algoritmalar, geri hesaplama ve izleme, izleme durumundaki kontrolörler, orantısal çalışma aralığı, koşullu integrasyon ve seri gerçekleştirim konuları, integral doyması bölümünde anlatılan integral doymasını önleme yöntemleridir. Bölüm sonunda ise PID kontrolörünün ayırık gerçekleştirimi ve farklı çalışma yönleri tartışılmıştır.

“Sonuçlar ve Tartışma” isimli üçüncü ve son bölümde ise PID kontrolün hangi durumlarda kullanıldığı ve yeterli olduğu tartışılmış, bölüm sonunda ise daha karmaşık kontrolün ne zaman gerekli olduğu sorusunun yanıtı aranmıştır.

MODELING OF CONTROL SYSTEMS AND PID CONTROLLER

SUMMARY

This work titled as “Modeling of Control Systems and PID Controller” presents different system modeling methods used in practice and the issues about PID controller.

The thesis is composed of three main parts. The first part is titled as “Modeling of Control Systems” and handles the mathematical modeling methods for control systems with examples. After describing static models, dynamical models are explained from the perspective of transient response and frequency response analysis. Then step response methods are presented with models having parameters. In the moment methods, area methods and weighted moments are described. Finally, relay feedback and Ziegler-Nichols frequency response methods are handled in frequency response analysis.

The second part is titled as “PID Controller”. The standard feedback principle and PID algorithms are stated with on-off control and proportional control issues. Then modifications of PID algorithms are handled by means of alternative representations, setpoint weighting and velocity algorithms. Limitation of setpoint value, incremental algorithms, back-calculation and tracking, tracking mode controllers, proportional band, conditional integration and series implementation topics are described as prevention methods for integrator windup phenomenon. At the end of this part, discrete implementation of PID controllers and operational aspects are also presented.

The final part is titled as “Consequences and Discussions” and situations where using PID controllers are convenient are handled. Also, the environments where much more complicated control is needed are presented at this part.

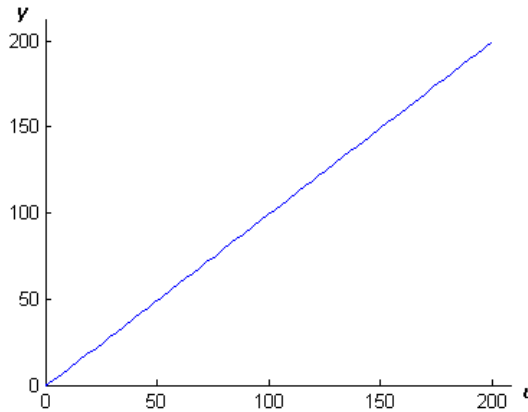
1. KONTROL SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ

1.1 Giriş

Bu bölümde, kontrol sistemlerinin matematiksel olarak modellenmesinde kullanılan yöntemler örnekleriyle tartışılmaktadır. Durağan ve dinamik sistem modelleri ile birlikte basamak yanıtı yöntemleri, moment yöntemleri ve frekans yanıtı analizi yöntemleri ele alınmıştır. Bölüm sonunda ise incelenen modellerin kıyaslaması yapılmıştır.

1.2 Durağan Modeller

Durağan bir sistemin karakteristiği, sistemin giriş işareti olan u ile çıkış işareti olan y arasındaki sürekli hal ilişkisini gösteren bir eğridir. Böylelikle durağan karakteristiğe, sistem değişkenlerinin zamanla değişmediği ya da değişimin yok sayılabildiği durumda erişilir. Durağan karakteristik, sistemin doğrusal olup olmadığını gösterir. Eğer durağan karakteristik bir doğru ise sistem doğrusal; bir eğri ise sistem doğrusal olmayan bir sistemdir. Şekil 1.1, transfer fonksiyonu $G(s)=1/(s+1)$ olan doğrusal bir sistemin durağan karakteristiğini göstermektedir.



Şekil 1.1: Doğrusal bir sistemin ($G(s)=1/(s+1)$) durağan karakteristiği

Durağan sistem modeli, şu amaçlarla kullanılır:

- Sistem çıkışını istenilen aralıkta tutabilmek için kullanılacak kontrol işaretinin aralığının belirlenmesi,
- Algılayıcı çözünürlüklerinin seçilmesi,

- Eyleyicilerin belirlenmesi,
- Durağan kazanç değişimlerinin kontrol tasarımında dikkate alınacak kadar büyük olup olmadığının değerlendirilmesi.

Durağan model, aşağıdaki yollarla elde edilebilir:

- *Açık Çevrimle:* Giriş işareti sabit tutularak sürekli hale ulaşan sistem çıkışı açık çevrimle belirlenir ve bu işlem sonucunda, sistem karakteristiğine ilişkin bilgiler elde edilir. Eğer açık çevrim, giriş işaretinin tanım aralığının diğer noktalarında da denenirse, sistem karakteristiğinin geneli hakkında bilgi sahibi olunur.
- *Kapalı Çevrimle:* Sabit bir referans değeri uygulanıp karşılık düşen kontrol işaretinin kapalı çevrimde sürekli halde ölçülmesinden oluşan yöntemdir. Eğer kapalı çevrim, giriş işaretinin tanım aralığının diğer noktalarında da denenirse, sistem karakteristiğinin geneli hakkında bilgi sahibi olunur.

Bazı durumlarda sistem, belirtilen yollarla model elde edilmesine izin vermez. Örneğin çevrimler esnasında küçük bozucular yok sayılabilse de sistemin tüm çalışma aralığına taşınamayacağı durumlar söz konusu olabilir. Bu tür zorluklar, çevrimler uzun zaman aralıklarında gerçekleştirilerek aşılabılır.

Bozucular göz ardı edilemeyecek kadar küçük değilse, modellemeye onları da dahil etmek gereklidir. Bozucular, kontrol işareti sabitken, sistem çıkışı ölçülerek belirlenebilir. Böyle bir ölçüm ile ölçme hataları ve bozucu yüklerin etkilerini görmek mümkündür. Zaman serileri analizi ve spektral analiz gibi yöntemlerle, sistemdeki gürültüyü saptamak mümkündür. Gürültünün karakteristiğine ilişkin kabaca tahminlere, tepeden tepeye değerlerin ve işaretin sıfır geçişleri arasındaki ortalama zamanın belirlenmesi ile erişilebilir.

1.3 Dinamik Modeller

Dinamik model, giriş ve çıkış işaretleri arasındaki geçici rejim ilişkilerini verir. Dinamik davranışı elde etmek daha zordur. Bunun sebebi, birçok sistemin doğrusal olmayan ve zamanla değişen davranışlar göstermesidir.

Zorluğa rağmen, kısıtlı sayıdaki bazı modellerde - doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemlerde - dinamik davranış ifade edilebilir. Denge durumundan küçük sapmaların

olmasına rağmen, doğrusal ve zamanla değişmeyen modeller, kontrol sistemlerinin davranışlarının ifade edilmesi amacıyla kullanılabilir.

Bir sistemin doğrusal olması demek, süperpozisyon ilkesine uyması demektir. Başka bir deyişle, (u_1, y_1) ve (u_2, y_2) , bir sistem için iki giriş-çıkış işareti çifti, a ve b ise reel sayılar olsun. Eğer (au_1+bu_2, ay_1+by_2) de aynı sistem için giriş-çıkış işareti çifti ise sistem doğrusaldır[2].

Bununla birlikte eğer bir sistem zamanla değişmiyorsa, davranışı zamana göre değişmiyor demektir.

Doğrusal ve zamanla değişmezliğin önemli bir özelliği, rasgele bir giriş verilen sistem yanıtının, basit bir giriş verilen yanıt cinsinden ifade edilebilmesidir. Bir sistemi ifade edebilmek için farklı işaretlerden yararlanılabilir. Daha geniş anlamda, geçici yanıtlar ve frekans yanıtları birbirinden ayırt edilebilir.

Kontrol sistemlerinde genel olarak “kontrol işareti” ve “ölçülen değişken” işaretleri ile ilgilenilir. Çünkü sistem dinamiklerinin belirlenmesinde, bu iki değişkenin birbiri ile ilişkileri önemlidir.

“Ölçülen değişken”, ideal olarak, ilgilenilen fiziksel sistem çıkışı ile yakından ilişkilidir. İyi bir kontrol gerçekleştirebilmek için üzerinde çalışılan sistemin dinamiklerinin fiziksel kaynağını bilmek gerekir. Bu şekilde, “ölçülen değişkendeki” iyi bir yanıtın, fiziksel sistemde iyi bir yanıt karşılık düşüp düşmediğinin bilinmesi önem taşır.

Geçici yanıt analizi ve frekans yanıtı analizi, dinamik modellemede kullanılan iki yöntemdir.

1.3.1. Geçici Yanıt Analizi

Geçici yanıt analizinde, sistem dinamikleri, basit bir işarete verilen yanıt cinsinden değerlendirilir. Genellikle basit işaret, deneysel yollarla kolayca üretilebilecek bir işaret olarak seçilir. Basamak işareti ve darbe işaretleri, seçilen basit işaretlere örnek verilebilir. Süperpozisyon prensibinden dolayı, işaretlerin genlikleri normalize edilebilir. Çoğu zaman, birim genlikli basamak işaretine olan yanıtı değerlendirmek yeterlidir. Buna göre, eğer $s(t)$ birim basamak girişi yanıtı olmak üzere, rastgele bir $u(t)$ giriş işaretine verilen $y(t)$ çıkışı (1.1) ifadesindeki gibi gösterilebilir.

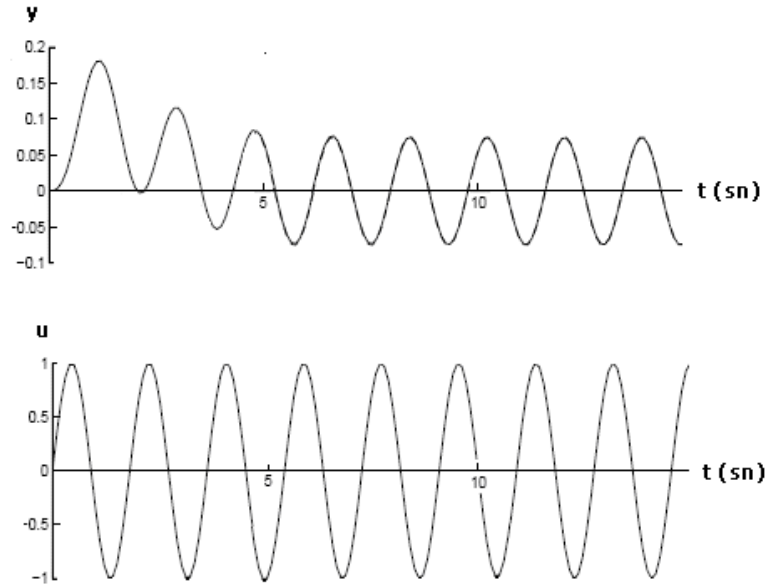
$$y(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) \frac{ds(t-\tau)}{d\tau} d\tau = \int_{-\infty}^t u(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (1.1)$$

Burada $h(t)$ darbe işaretine verilen yanıtı, basamak yanıtın zaman türevi olarak belirlenmiştir.

1.3.2. Frekans Yanıt Analizi

Doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemlerin dinamiklerini ifade etmekte kullanılan bir diğer yöntem de test işareti olarak “sinüs işareti”ni kullanmaktır. Sinüs işareti frekansının, sistem boyunca etkilenmesi izlenerek sistem dinamikleri ifade edilebilir.

Kararlı doğrusal sistemlerde, eğer sistem girişi sinüzoidal olarak değişiyorsa çıkış da sinüzoidal olarak değişir. Şekil 1.2’de, transfer fonksiyonu $G(s)=1/(s+1)$ olan bir sisteme $u(t)=\sin(\omega t)$ giriş işareti uygulanınca elde edilen giriş ve çıkış grafikleri görülmektedir. Çıkış işareti, giriş işareti ile aynı frekanstadır; sadece faz ve genliği değişebilir.



Şekil 1.2: Kararlı doğrusal sistemlerde sinüzoidal giriş ve çıkış. Transfer fonksiyonu $G(s)=1/(s+1)$ olan bir sisteme $u(t)=\sin(\omega t)$ giriş işareti uygulanınca elde edilen giriş ve çıkış grafikleri.

Sabit koşullar altında giriş ve çıkış işaretleri arasındaki ilişki iki sayı ile ifade edilebilir:

- a : Giriş ve çıkış işaretlerinin genliklerinin oranı

- φ : Giriş ve çıkış işaretleri arasındaki faz farkı

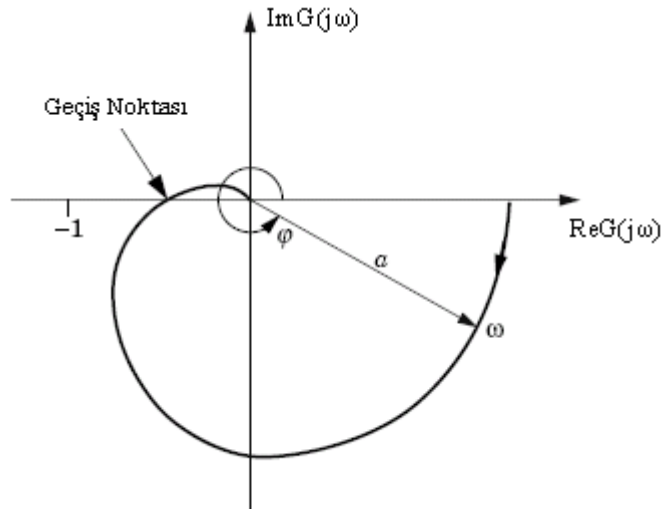
$a(\omega)$ ve $\varphi(\omega)$ fonksiyonları, tüm ω açısal frekansları için a ve φ 'yi tanımlar. a ve φ , bir karmaşık sayının genliği ve argümanı olarak değerlendirilebilir:

$$G(j\omega) = a(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (1.2)$$

- $G(j\omega)$: frekans yanıtı
- $a(\omega) = |G(j\omega)|$: genlik fonksiyonu
- $\varphi(\omega) = \arg(G(j\omega))$: faz fonksiyonu olarak adlandırılır.

Genlik ve faz fonksiyonlarından yararlanarak, bir sistemin frekans yanıtı Bode diyagramları ile ifade edilebilir.

$G(j\omega)$ karmaşık sayısı, Şekil 1.3'deki gibi genliği $a(j\omega)$ olan ve reel eksenle arasında $\varphi(j\omega)$ açısı olan bir vektör şeklinde de ifade edilebilir. Frekans sıfırdan sonsuza gittikçe, vektörün uç noktası düzlemde bir eğri tanımlar. Bu eğriye “frekans eğrisi” ya da “Nyquist eğrisi” denir. Nyquist eğrisi, sistemi tamamen tanımlar.



Şekil 1.3: Nyquist eğrisi.

Kontrolör tasarımı, özellikle belli noktalarla ilgilenilir. Fazın -180° olduğu en düşük frekansa “geçiş frekansı” (ω_u) denir. Nyquist eğrisinde buna karşılık düşen noktaya da “geçiş noktası” denir[2].

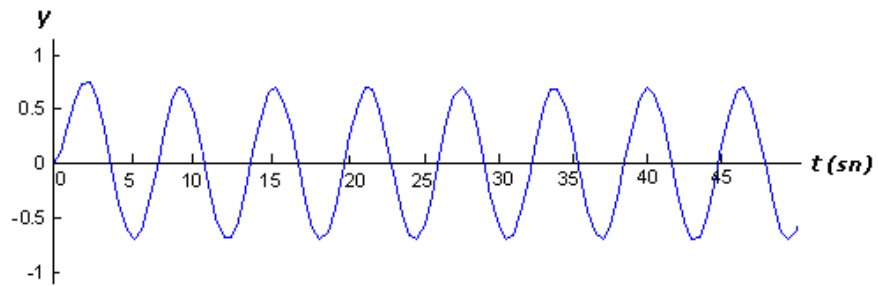
Örnek 1.1:

Transfer fonksiyonu $G(s) = 1/(s+1)$ olan bir sisteme, frekansı $\omega=1$ olan $U(s) = \omega/(s^2 + \omega^2)$ şeklinde bir sinüzoidal giriş uygulanınca, giriş işareti ve sistem çıkışı, verilen Matlab[1] programıyla sırasıyla Şekil 1.4 ve Şekil 1.5'te görülür.

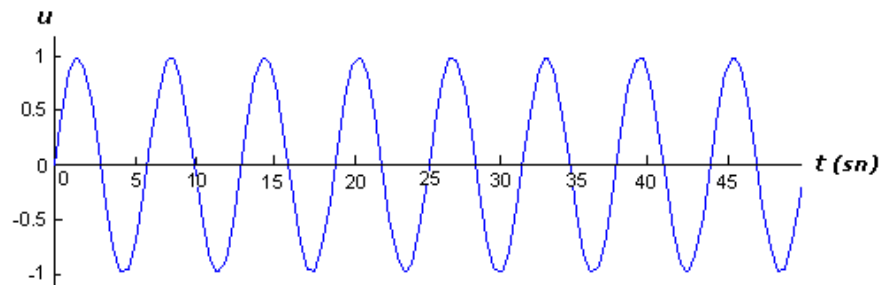
```

s = tf('s')
G = 1/(s+1)
w = 1
U = w/(s^2 + w^2)
Y = G*U
tson = 50
subplot(211)
impz(Y,tson)
ylabel('y')
subplot(212)
impz(U,tson)
ylabel('u')

```



Şekil 1.4: Örnek 1.1'deki sistem için sistem çıkışı



Şekil 1.5: Örnek 1.1'deki sistem için sinüzoidal giriş

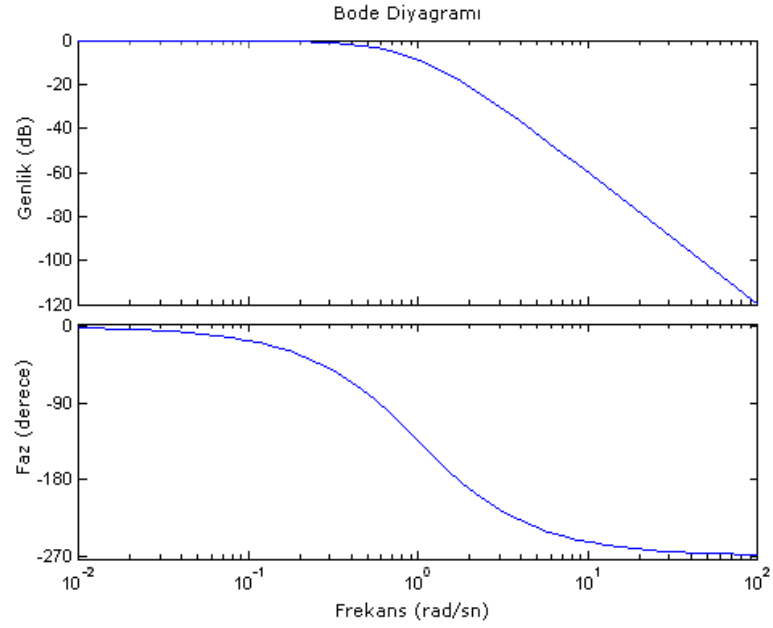
Örnek 1.2:

Transfer fonksiyonu $G(s)=1/(s+1)^3$ olan bir sistem için Bode ve Nyquist diyagramları, aşağıdaki Matlab[1] programıyla, sırasıyla Şekil 1.6 ve Şekil 1.7'de görülmektedir:

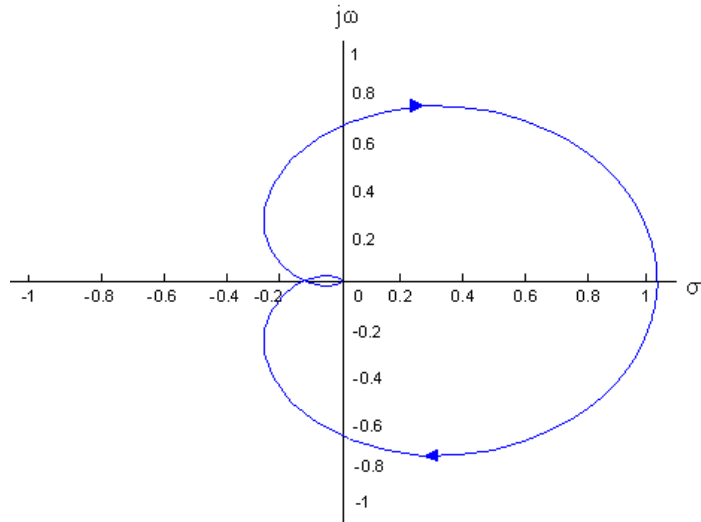
```

G = 1/(s+1)^3
figure(2)
nyquist(G)
figure(3)
bode(G)

```



Şekil 1.6: Örnek 1.2'deki sistem için Bode Diyaqramları



Şekil 1.7: Örnek 1.2'deki sistem için Nyquist Eğrisi

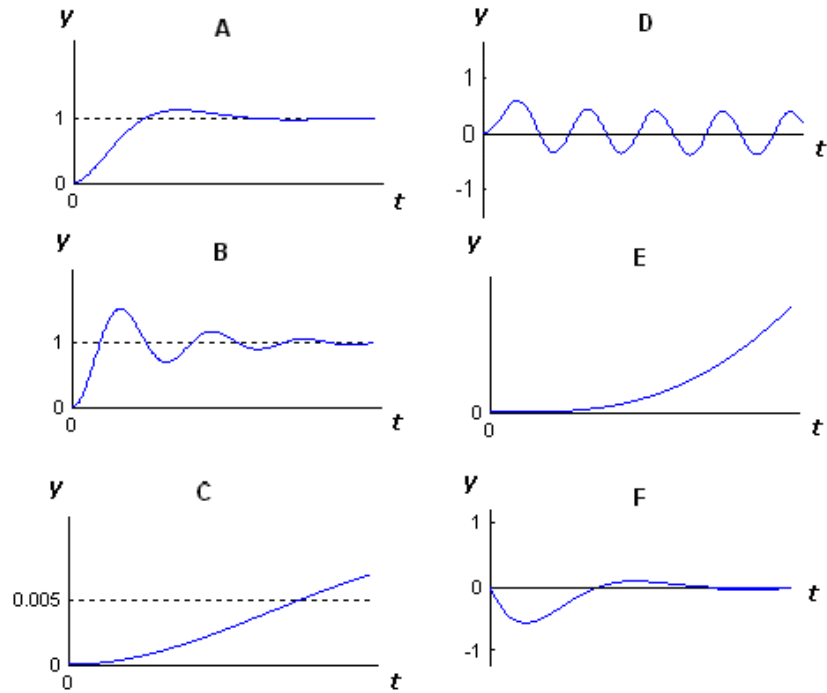
1.4 Basamak Yanıtı Yöntemleri

Bir sürecin dinamiği, sürecin darbe, basamak, rampa ya da diğer belirleyici işaretlere verdiği geçici yanıtlarla belirlenebilir. Ancak bu durumda, sistemin durağan halde bulunması ve herhangi ölçme hatasının olmaması gerekir. Uygulamada ise böyle bir durumla sık karşılaşılmaz. Buna karşılık, geçici yöntemlerle çıkarılan modeller, PID kontrolörünün tasarımı için yeterlidir.

1.4.1. Basamak Yanıtı Modeli

Bir kontrol çevriminde basamak yanıtı deneyi aşağıdaki adımlarla gerçekleştirilebilir:

- 1) Sistem durağan olana kadar beklenir.
- 2) Kontrolör elle kontrol durumuna getirilir.
- 3) Sistem giriş işareti hızlı bir şekilde değiştirilir.
- 4) Sistem çıkışı kaydedilir ve kontrol değişkenindeki değişim oranında ölçeklendirilir.
- 5) Gürültü oranına göre en büyük işareti alabilmek için kontrol işaretindeki değişimin büyük olmasına dikkat edilir. Sınırlar, kabul edilebilir sistem çıkışlarına göre belirlenir.
- 6) Kontrol işareti sabitken, ölçülen işarettaki sapmalar da ölçülmelidir. Çünkü bu bilgi, sistem gürültüsü hakkında fikir verir.
- 7) Sonuçlar grafiklerle gösterilir.



Şekil 1.8: Çeşitli açık çevrim yanıtları

Şekil 1.8'de, açık çevrim basamak yanıtları görülmektedir. Basamak yanıtı ile ilgili grafikler incelenerek, sistem ile ilgili birçok özellik ortaya çıkarılabilir. Şekil 1.8A'da, sistem çıkışı monoton olarak artarak yeni bir durağan değere ulaşır. Bu şekil, sistem kontrolünde en sık karşılaşılan basamak yanıtlarından birisidir. Şekil 1.8B'de, sistem

çıkışı, son değeri etrafında salınım yapar. Sistem kontrolünde çok sık görülmeyen bir durumdur. *Şekil 1.8A* ve *Şekil 1.8B* sistemleri kararlıyken, *Şekil 1.8C*, integral içeren bir sistemin çıkışını gösterir. *Şekil 1.8E*'deki sistemde uzun bir ölü zaman görülmektedir. Eğer sistemde iletim gecikmeleri varsa, ölü zamanların görülmesi doğaldır. *Şekil 1.8F*'de ölçme işareti, başlangıçta, yanlış yöne doğru hareket etmiştir.

Eğer sistem doğrusal ise, basamak girişine verilen yanıtlar giriş işareti ile orantılıdır. Bu nedenle, ölçme işareti kontrol işaretinin basamak boyuna bölünerek yanıtlar normalize edilebilir.

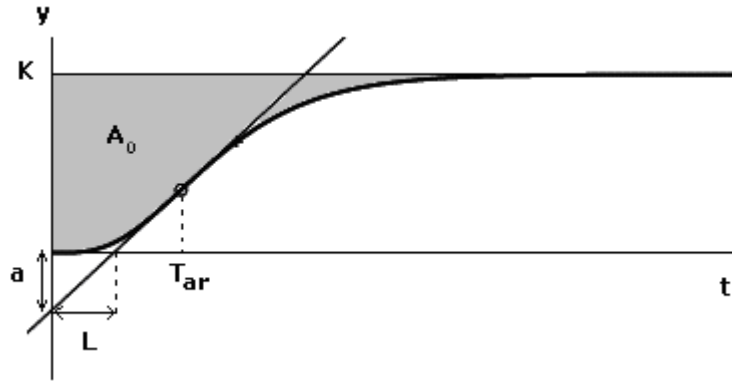
Basamak yanıtından, matematiksel bir modelin elde edilmesi mümkündür. Bu modelin elde edilmesinden sonra kontrol sistemlerinin tasarlanmasında bilinen genel yöntemler kullanılabilir. Basamak yanıtı ile parametrik model elde etme ile ilgili birçok yöntem geliştirilmiştir. Bunlardan iki, üç ve dört parametrelili olanları sırayla ele alınacaktır.

i. İki Parametrelili Model

Sistem dinamiğine ilişkin modellerden en basiti, iki parametrelili olanıdır. Parametrelerden biri sistem kazancıdır. Sistem kazancı, sistem çıkışının sürekli haldeki değişiminin sistem girişine olan oranıdır. “Sistem kazancı” ile durağan sistem modeli tanımlanabilir. Diğer parametrenin zaman davranışını ifade etmesi gerekir. Bu durumda ikinci parametre için ortalama yerleşme zamanı T_{ar} kullanılır. T_{ar} , basamak yanıtının yerleşmesi için geçen zamandır.

$$T_{ar} = \frac{A_0}{K} \quad (1.3)$$

K , durağan sistem kazancıdır. A_0 ise $A_0 = \int_0^{\infty} (s(\infty) - s(t))dt$ alanına karşı düşer. $s(t)$ ise basamak yanıtı ifade etmektedir. Bu durum, *Şekil 1.9*'da görülmektedir. Şekilde, $K = s(\infty)$ değerine ve A_0 ise taralı bölgeye karşılık düşmektedir.



Şekil 1.9: İki parametrelili modelin, kararlı bir sistemin basamak yanıtından grafiksel olarak belirlenmesi.

T_{ar} zamanı, yaklaşık olarak, basamak yanıtının yerleşmesi için gerekli zamanı ifade eder.

Durağan kazanç ve ortalama yerleşme zamanı yaklaşımı kullanılarak, sistem modeli şu şekilde yorumlanabilir:

$$G_{2a}(s) = \frac{K}{1 + sT_{ar}} \quad (1.4)$$

Bu modele “yerleşme zamanı yaklaşım modeli” denir. Uygulamada, $G_{2a}(s)$ transfer fonksiyonunun zaman sabiti, teorideki A_0 alanının deneydeki A_0 alanına denk düşürülmesi şeklinde seçilir.

İki parametre ile belirlenebilen bir diğer model de ölü zamanlı integratör modelidir ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$G_{2b}(s) = \frac{a}{sL} e^{-sL} \quad (1.5)$$

a ve L değerleri, Şekil 1.9’daki grafikten belirlenebilir. Bu model, Ziegler-Nichols tasarım yönteminin temelini oluşturur.

ii. Üç Parametrelili Model

Parametre sayısını arttırarak daha iyi yaklaşımlar elde etmek mümkündür. Model

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT} e^{-sL} \quad (1.6)$$

K : Durağan kazanç

T : Zaman sabiti

L : Ölü zamanı

şeklinde üç parametre ile belirlenir. Üç parametrelili modeller, PID kontrolörü tasarlamada sıklıkla kullanılan bir modeldir. L ve T değerlerine, “görünen ölü zaman” ve “görünen zaman sabiti” de denir.

(1.6) modelinin basamak yanıtı, $t \geq L$ olmak koşulu ile $s(t) = K(1 - e^{-(t-L)/T})$ ’dır.

Bu denklemden, $T_{ar} = (\int_0^{\infty} (s(\infty) - s(t))dt) / K = L + T$ ortalama yerleşme zamanı

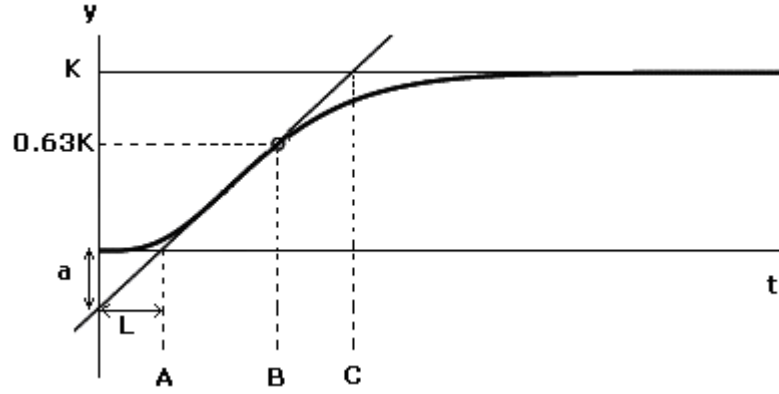
elde edilir. Ayrıca kontrol edilebilme oranı ise aşağıdaki gibidir:

$$\tau = \frac{L}{L + T} = \frac{L}{T_{ar}} \quad (1.7)$$

Buradaki kontrol edilebilme oranı, $0 \leq \tau \leq 1$ olarak tanımlıdır ve “normalize edilmiş ölü zaman” olarak adlandırılır. Bu değer, bir sistemi kontrol etmedeki kolaylık ölçüsüdür. Bu nedenle bazen, “kontrol edilebilirlik oranı” olarak da anılır. Genelde, τ değeri küçük olan sistemlerin kontrolü daha kolaydır ve τ ’nın artırılmasıyla sistemlerin kontrolü zorlaşır. $\tau = 1$ olan sistemler ise “saf ölü zamanlı” sistemlerdir. Bu tür sistemleri kontrol etmek nisbeten zordur.

(1.6) modelindeki parametreler grafiksel olarak da belirlenebilir. K durağan kazancı, sistem çıkışının en son sürekli hal seviyesinden elde edilebilir. Bu esnada sistem çıkışı, kontrol değişkenindeki değişime göre ölçeklenmelidir.

Şekil 1.10’a göre, basamak yanıtının eğiminin en büyük olduğu noktadan geçen teğetin, yatay eksen ile kesiştiği nokta L ölü zamanını verir. T zaman sabitini belirlemenin birden fazla yolu vardır. Şekil 1.10’daki AC uzunluğu, zaman sabitini verir. Burada C noktası, teğetin $s(t)=K$ doğrusunu kestiği zamandır. Zaman sabitini belirlemenin diğer bir yolu ise AB uzunluğundan faydalanmaktır. Burada B , basamak yanıtın $0.63K$ değerine ulaştığı anki zamandır. Eğer sistem dinamikleri (1.6)’daki gibiyse, her iki yol da benzer sonuçlar üretir. Bunun dışındaki sistemlerde, zaman sabitinin B değerine göre belirlendiği yol daha iyi yaklaşımlar verir. İlk yol ise genelde büyük zaman sabiti değerleri verir.



Şekil 1.10: Üç parametrelili modelin, monoton basamak yanıtı olan sistemler için basamak yanıtından grafiksel olarak belirlenmesi.

iii. Üç Parametrelili Bir Diğer Model

(1.6) ifadesindeki model, PID kontrolörü tasarımı ile ilgili yayınlarda en sık kullanılan modeldir. Buna rağmen, gerçek anlamda tanıtıcı bir model değildir. Çünkü üç parametrelili model ile ulaşılan sonuçlar, gerçek sistemlere uygulandığında yanıltıcı olabilmektedir.

Bunun bir sebebi, (1.6) ifadesindeki modelin basamak yanıtının S şeklinde olmaması ya da eşdeğer bir neden olarak, modelin frekans yanıtının, yüksek frekanslar için yeterince hızlı sönümlenmemesidir. Sonuçta, üç parametrelili aşağıdaki model kullanılabilir:

$$G(s) = \frac{K}{(1+sT)^2} e^{-sL} \quad (1.8)$$

(1.8) modelinin basamak yanıtı aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$s(t) = K \left(1 - \left(1 + \frac{t-L}{T} \right) e^{-(t-L)/T} \right) \quad (1.9)$$

Bu modelin basamak yanıtı S şeklindedir ve (1.6) ifadesindeki modeldedeki birinci mertebeden ölü zamanlı modele göre daha iyi sonuçlar verir. K durağan kazancı ve L ölü zamanı, (1.6) modelindeki gibi belirlenebilir.

Bununla birlikte T zaman sabiti, basamak yanıtının belirli bir zamanda bilinen bir değeri ile (1.9) ifadesinden de belirlenebilir.

iv.Dört Parametrelili Model

Diğer parametrik modelleri göre daha iyi yaklaşım sunan bir model, aşağıdaki transfer fonksiyonu ile tanımlanabilir:

$$G(s) = \frac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)} e^{-sL} \quad (1.10)$$

Bu modelde dört parametre vardır:

K : Kazanç

T_1 ve T_2 : Zaman Sabitleri

L : Ölü Zaman

K kazancı, basamak yanıtının sürekli halinden belirlenebilir. L ölü zamanı da üç parametrelili modeldeki yöntem ile belirlenebilir. Dört parametrelili modelin basamak yanıtı aşağıdaki gibidir:

$$s(t) = K \left(1 + \frac{T_2 e^{-(t-L)/T_2} - T_1 e^{-(t-L)/T_1}}{T_1 - T_2} \right) \quad (1.11)$$

Basamak yanıtının iki noktası belirlenerek, T_1 ve T_2 zaman sabitlerinin değerleri, (1.10) ifadesinden belirlenir.

1.4.2. İntegral İçeren Sistemler İçin Modeller

Bazı kontrol sistemlerinin dinamiğinde, integral bileşenleri ya da büyük zaman sabitleri bulunur. Bu tür sistemler, açık çevrim koşulları altında kararlı hale uzun sürede ulaşır. PID tasarımında, bu tür sistemleri ayrı bir sınıfta incelemek gereklidir.

i. Darbe Girişine Verilen Yanıtlar

İntegral bileşeni içeren ve giriş olarak basamak işareti uygulanan bir sistem, sürekli hale ulaşamaz. Çünkü sistemin çıkışı, sabit bir oranda asimptotik olarak değişir. Ancak giriş işareti bir darbe fonksiyonu olursa, sistem çıkışı sürekli hale ulaşır. Böyle durumlarda sistem dinamiğini elde etmek için, sisteme giriş işareti olarak kısa bir darbe işareti vermek yeterlidir. Sistem yanıtını darbe alanlarına bölerek yapılan normalizasyon ile modellenebilecek bir basamak yanıtı elde edilebilir.

ii. Basamak Girişine Verilen Yanıtlar

Basamak yanıtlarına ilişkin modeller, integral bileşen içeren sistemlere de uygulanabilir. Bir yöntem, basamak yanıtının türevini hesaplamak ve bir önceki bölümde anlatılan darbe girişine verilen yanıtlar yöntemini uygulamaktır.

Diğer bir yöntem ise, kararlı süreçlerin modellenmesinde kullanılan (1.5) ifadesindeki iki parametrelili modeli kullanmaktır. Bu model, yüksek frekanslı kararlı sistemler için kullanışlı olmayan bir tanım sunmasına rağmen, integral içeren sistemler için, özellikle düşük frekanstaki davranışları iyi ifade eder.

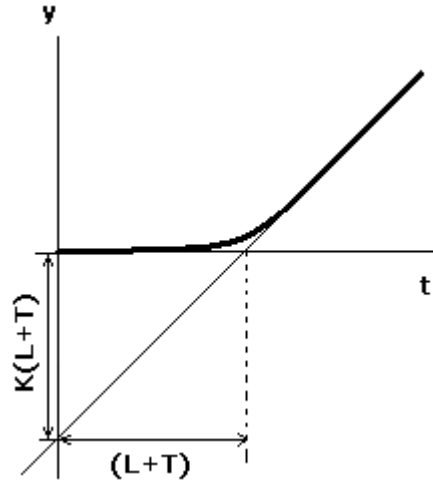
Yüksek frekanslarda daha iyi sonuçlar veren daha karmaşık bir model aşağıdaki transfer fonksiyonu ile tanımlanır:

$$G(s) = \frac{K}{s(1+sT)} e^{-sL} \quad (1.12)$$

K hız kazancı, T zaman sabiti ve L ölü zaman olmak üzere model, üç parametresi ile tanımlanır. Modele ilişkin basamak yanıtı da aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$s(t) = K(t - L - T(1 - e^{-(t-L)/T})) \quad (1.13)$$

Şekil 1.11’de görülebileceği gibi K kazancı ve ortalama yerleşme zamanı olan $T_{ar}=L+T$ grafik üzerinden belirlenebilir.



Şekil 1.11: İntegral bileşen içeren bir sistem için üç parametrelili modelin grafiksel olarak belirlenmesi

L ölü zamanı ve T zaman sabiti (1.13) ifadesinde basamak yanıtının bir noktası için bulunabilir. Uygun bir nokta olan $s(L + T) = KTe^{-1}$ seçilirse,
 $T = s(L + T)e / K$ elde edilir.

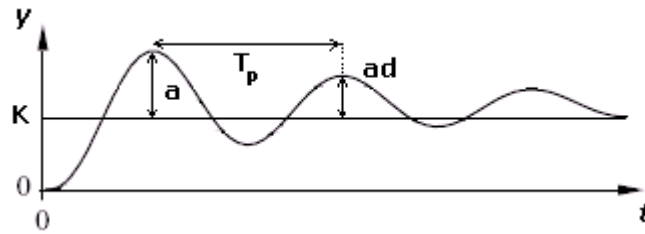
1.4.3. Salınlı Sistemler İçin Modeller

Şekil 1.8B ve Şekil 1.8D gibi salınlı ve basamak yanıtı sistemler, iki parametrelili model yaklaşımı ile modellenenebilir. Ancak böyle bir modelleme ile salınımlar ifade edilemez. Önceki bölümlerde anlatılan üç ya da dört parametrelili modeller de salınının ifade edilebilmesi için uygun değildir.

Salınımları da ifade edebilecek üç parametrelili bir model aşağıdaki transfer fonksiyonu ile tanımlanır:

$$G(s) = \frac{K\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \quad (1.14)$$

Bu modelin parametreleri K durağan kazanç, ω doğal açısal frekans ve ζ sönüm oranıdır. Bu parametreler, Şekil 1.12'deki basamak yanıtından yaklaşık olarak elde edilebilir.



Şekil 1.12: Salınlı basamak yanıtına sahip olan sistemlerin matematiksel modelinin grafiksel olarak belirlenmesi.

Önce, T_p salınım zamanı ve d salınım genliği oranı bulunur. ω ve ζ parametreleri, aşağıdaki ifadelerdeki gibi T_p ve d değerleri ile ilişkilidir:

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi / \log d)^2}} \quad \omega = \frac{2\pi}{T_p \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (1.15)$$

1.5 Moment Yöntemleri

Önceki bölümlerde ele alınan ortalama yerleşme zamanının belirlenmesi yöntemleri, belirli bir alanın hesaplanması ilkesine dayanmaktadır ve belirli noktalardaki basamak yanıtının belirlenmesi ile gerçekleştirilmektedir. Ancak bu yöntem, ölçme gürültüsüne karşı duyarlıdır. Bu bölümde, basamak yanıtın integralini temel alan yöntemler ele alınmıştır.

1.5.1. Alan Yöntemleri

Alan hesaplamalarına dayanan bir yöntemdir ve adımlarını şu şekilde ifade etmek mümkündür:

- Şekil 1.9'daki gibi K durağan kazancı ve T_{ar} yerleşme zamanı belirlenir.
- Basamak yanıtında, T_{ar} zamanına kadar olan A_1 alanı belirlenir.

Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{K}{1+sT} e^{-sL}$ olan bir sistem için A_1 alanı aşağıdaki gibidir:

$$A_1 = \int_0^{T_{ar}} s(t) dt = \int_0^T K(1 - e^{-t/T}) dt = KTe^{-1} \quad (1.16)$$

Böylelikle, T zaman sabiti, $T = eA_1 / K$ ifadesinden elde edilir. L ölü zaman sabiti de $L = T_{ar} - T = A_0 / K - eA_1 / K$ ifadesinden elde edilir. Bu durumda, L ve T parametreleri alan hesaplamalarından bulunabilir.

Örnek 1.3:

$G(s) = \frac{K}{(1+sT)^2} e^{-sL}$ modelin $G(s) = \frac{1}{(s+1)^8}$ sistemine alan yöntemine göre

uyarlanırsa:

- Sabit değerlerden $K = 1$ olarak belirlenir.
- A_0 ve A_1 alanları, bir önceki örnekten $A_0 = 8$, $A_1 = 1.1$ olarak belirlenir.
- Yine bir önceki örnekten $T_{ar} = 8$ olarak belirlenir
- Zaman sabiti $T = \frac{e^2 A_1}{4K} = \frac{e^2 \cdot 1.1}{4} = 2.0$

- Bu durumda ölü zaman $L = T_{ar} - 2T = 8 - 2.2 = 4$
- Sonuçta model $G(S) = \frac{K}{(1 + 2.0s)^2} e^{-4.0s}$ olarak bulunur.

1.5.2. Moment Yöntemleri

Alan yöntemlerinin olumsuz yanı, basamak yanıtının saklanması gereksinimidir. Yani, A_0 alanı hesaplanmadan A_1 alanı elde edilemez. Bu nedenle, integral tabanlı diğer yöntemlere başvurulur.

$h(t)$ bir darbe yanıtı ve $G(s)$ karşılık düşen transfer fonksiyonu ise:

$$G(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} h(t) dt \quad (1.17)$$

Eğer s 'ye göre n 'inci türev alınırsa, $s = 0$ 'daki değeri:

$$G^{(n)}(0) = (-1)^n \int_0^{\infty} t^n h(t) dt \quad (1.18)$$

bulunur. Böylece, transfer fonksiyonunun ve $s=0$ 'daki türevlerinin değerleri, darbe yanıtının integrali yardımıyla belirlenmiş olur.

Yaklaşık Yerleşme Zamanı

Monoton basamak yanıtlı sistemler için darbe yanıtı pozitifdir. Aşağıdaki şekilde normalize edilirse, bir olasılık dağılımının yoğunluk fonksiyonu olarak yorumlanabilir:

$$f(t) = \frac{h(t)}{\int_0^{\infty} h(t) dt} \quad (1.19)$$

$f(t)dt$ ifadesi, sisteme $t=0$ anında giren darbe işaretinin, $t=t$ anında çıkması olasılığı olarak yorumlanabilir. Bu durumda yaklaşık yerleşme zamanı aşağıdaki gibidir:

$$T_{ar} = \int_0^{\infty} tf(t) dt = \frac{\int_0^{\infty} th(t) dt}{\int_0^{\infty} h(t) dt} \quad (1.20)$$

$s(t)$ 'nin birim basamak yanıtı olduğu hatırlanarak $g(t) = s(\infty) - s(t)$ tanımı yapılırsa,

$$\frac{dg(t)}{dt} = -h(t) \quad (1.21)$$

sonucuna ulaşılır. Buradan hareketle, aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\int_0^{\infty} th(t)dt = [-tg(t)]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} g(t)dt \quad (1.22)$$

Eğer büyük t değerleri için, $g(t)$, $t^{l+\varepsilon}$ hızında sifıra yaklaşıyorsa, yukarıdaki ifadenin sağındaki ilk terim sıfır olur. Böylelikle, yaklaşık yerleşme zamanı aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$T_{ar} = \frac{\int_0^{\infty} (s(\infty) - s(t))dt}{s(\infty)} \quad (1.23)$$

Üç Parametrelili Model

Üç parametrelili model ile sistemleri modelleyebilmek için aşağıdaki transfer fonksiyonu göz önüne alınsın:

$$G(s) = \frac{K}{1+sT} e^{-sL} \quad (1.24)$$

Transfer fonksiyonundan hareketle:

$$K = G(0) = \int_0^{\infty} h(t)dt \quad (1.25)$$

(1.24) ifadesinin logaritması alınırsa $\log G(s) = \log K - sL - \log(1+sT)$ ifadesi elde edilir. Bu ifadenin türevi alınarak:

$$\frac{G'(s)}{G(s)} = -L - \frac{T}{1+sT} \quad (1.26)$$

$$\frac{G''(s)}{G(s)} - \left(\frac{G'(s)}{G(s)} \right)^2 = \frac{T^2}{(1+sT)^2} \quad (1.27)$$

elde edilir. Böylelikle, T_{ar} yaklaşık yerleşme zamanı ve T zaman sabiti aşağıdaki ifadelerden elde edilebilir:

$$T_{ar} = -\frac{G'(0)}{G(0)} = L + T = \frac{\int_0^{\infty} th(t)dt}{\int_0^{\infty} h(t)dt} \quad (1.28)$$

$$T^2 = \frac{G''(0)}{G(0)} - T_{ar}^2 = \frac{\int_0^{\infty} t^2 h(t)dt}{\int_0^{\infty} h(t)dt} - T_{ar}^2 \quad (1.29)$$

Sonuçta, K kazancı (1.25) ifadesinden, yaklaşık yerleşme zamanı T_{ar} ve zaman sabiti T , sırasıyla (1.28) ve (1.29) ifadeleri bulunur. L ölü zamanı ise, aşağıdaki ifade ile bulunur:

$$L = T_{ar} - T \quad (1.30)$$

Böylece, modelin parametrelerinin darbe yanıtının ilk iki momentinden bulunabileceği gösterilmiştir.

Diğer Bir Üç Parametrelili Model

Moment yöntemi, sistemleri modelleyebilmek amacıyla aşağıdaki transfer fonksiyonundaki parametreleri belirlemek için kullanılırsa:

$$G(s) = \frac{K}{(1+sT)^2} e^{-sL} \quad (1.31)$$

ifadenin logaritmasından $\log G(s) = \log K - sL - 2\log(1+sT)$ ifadesi elde edilir. Bu

logaritmik ifadenin türevi alınır:

$$\frac{G'(s)}{G(s)} = -L - \frac{2T}{1+sT} \quad (1.32)$$

$$\frac{G''(s)}{G(s)} - \left(\frac{G'(s)}{G(s)} \right)^2 = \frac{2T^2}{(1+sT)^2} \quad (1.33)$$

Böylelikle transfer fonksiyonunun parametreleri, aşağıdaki ifadeler ile belirlenir:

$$K = G(0) = \int_0^{\infty} h(t) dt \quad (1.34)$$

$$T_{ar} = -\frac{G'(0)}{G(0)} = L + 2T = \frac{\int_0^{\infty} th(t) dt}{\int_0^{\infty} h(t) dt} \quad (1.35)$$

$$T^2 = \frac{G''(0)}{2G(0)} - \frac{1}{2}T_{ar}^2 = \frac{\int_0^{\infty} t^2 h(t) dt}{2 \int_0^{\infty} h(t) dt} - \frac{1}{2}T_{ar}^2 \quad (1.36)$$

Farklı Giriş İşaretleri

Modelleme yöntemlerinin çoğunun giriş işareti olarak özel işaretlere gereksinim duyması, uygulamada genel anlamda sıkıntı yaratır. Bu nedenle uygulamada, özel giriş işareti gerektirmeyen yöntemlere gereksinim duyulmaktadır. Ancak, sistemin başlangıçta durağan olması koşuluyla, moment yöntemleri herhangi bir giriş işareti için uygulanabilir.

$U(s)$ ve $Y(s)$, sırasıyla rastgele bir giriş ve çıkış işaretlerinin Laplace dönüşümleri olsun. İşaretlerin türevleri alınarak aşağıdaki ifadelere ulaşılabilir:

$$\begin{aligned} Y(s) &= G(s)U(s) \\ Y'(s) &= G'(s)U(s) + G(s)U'(s) \\ Y''(s) &= G''(s)U(s) + 2G'(s)U'(s) + G(s)U''(s) \\ &\dots \end{aligned} \quad (1.37)$$

Yukarıdaki türevlerin başlangıç değerleri ele alınırsa:

$$\begin{aligned} Y(0) &= G(0)U(0) \\ Y'(0) &= G'(0)U(0) + G(0)U'(0) \\ Y''(0) &= G''(0)U(0) + 2G'(0)U'(0) + G(0)U''(0) \\ &\dots \end{aligned} \quad (1.38)$$

Böylece, $G(0)$ transfer fonksiyonu ve türevleri, deneysel yollarla ve rastgele giriş işaretleri ile giriş-çıkış işaretleri için aşağıdaki momentler hesaplanarak elde edilebilir:

$$\begin{aligned} U^{(n)} &= (-1)^n \int_0^{\infty} t^n u(t) dt \\ Y^{(n)} &= (-1)^n \int_0^{\infty} t^n y(t) dt \end{aligned} \quad (1.39)$$

Yukarıdaki ifadelerden yararlanarak, momentleri $u_n = \int_0^{\infty} t^n u(t) dt$ ve $y_n = \int_0^{\infty} t^n y(t) dt$

olan herhangi bir giriş işareti için $G^{(n)}(0)$ değerini hesaplamak mümkündür. Bu durum, işaretlerin yeterince hızlı bir şekilde sönümlenmeleri gerektiği anlamına gelir.

1.5.3. Ağırlıklı Momentler

Eğer işaretler, sıfıra ya da önceden bilinen bir değere ulaşmıyorsa, momentler sonsuza gideceğinden, alan yöntemleri ve moment yöntemleri kullanılamaz. Bu sorun, yöntemde yapılan basit bir değişiklik ile aşılabılır. Laplace dönüşümünün tanımından aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$Y^{(n)}(s) = \frac{d^n Y(s)}{ds^n} = (-1)^n \int_0^{\infty} e^{-st} t^n y(t) dt \quad (1.40)$$

Ağırlıklı momentler, eğer $y(t)$, büyük t değerleri için $e^{\alpha t}$ den daha hızlı artmıyor ise:

$$y_n = \int_0^{\infty} t^n e^{-\alpha t} y(t) dt = (-1)^n Y^{(n)}(\alpha) \quad (1.41)$$

ifadesine göre sonuç verir. Bir önceki bölümde tanımlanan u_n ve y_n hesaplanarak, $Y^{(n)}(\alpha), U^{(n)}(\alpha)$ bulunur. Böylece $G^{(n)}(\alpha)$ hesaplanır.

1.5.4. Üç Parametrelili Model

Üç parametrelili moment yöntemi, sistemleri modelleyebilmek amacıyla (1.42) ifadesindeki transfer fonksiyonundaki parametreleri belirlemek için kullanılabilir.

$$G(s) = \frac{K}{1+sT} e^{-sL} \quad (1.42)$$

Eşitliğin her iki tarafının da logaritması alınırsa $\log G(s) = \log K - sL - \log(1+sT)$

ifadesi elde edilir. Bu ifadenin türevi alınarak:

$$\frac{G'(s)}{G(s)} = -L - \frac{T}{1+sT} \quad (1.43)$$

$$\frac{G''(s)}{G(s)} - \left(\frac{G'(s)}{G(s)} \right)^2 = \frac{T^2}{(1+sT)^2} \quad (1.44)$$

Böylelikle, aşağıdaki ifadeye ulaşılır:

$$\frac{T^2}{(1+\alpha T)^2} = \frac{G''(\alpha)}{G(\alpha)} - \left(\frac{G'(\alpha)}{G(\alpha)} \right)^2 = \alpha^2 \quad (1.45)$$

(1.45) ifadesinden yararlanarak, T ve L sabitleri, (1.46) ifadesindeki gibi hesaplanır.

$$T = \frac{a}{1-\alpha a} \quad (1.46)$$

$$L = -\frac{G'(\alpha)}{G(\alpha)} - a \quad (1.47)$$

T ve L sabitleri dikkate alınarak, yaklaşık yerleşme zamanı aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$T_{ar} = L + T = -\frac{G'(\alpha)}{G(\alpha)} + \frac{\alpha a^2}{1-\alpha a} \quad (1.48)$$

Yine T ve L sabitleri dikkate alınarak, durağan kazanç aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$K = (1+\alpha T)G(\alpha)e^{\alpha L} \quad (1.49)$$

Örnek 1.4:

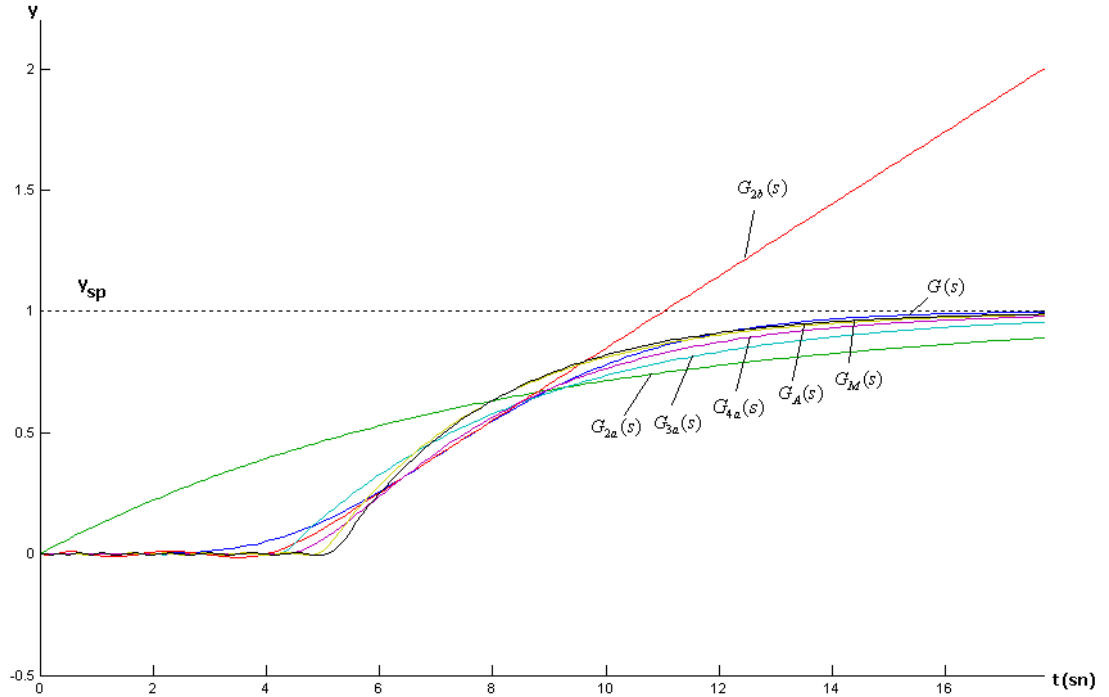
Transfer fonksiyonu $G(s) = 1/(s+1)^8$ olan bir sistemin modellerinin belirlenmesi.

– İki parametrelili model:

$$G_{2a}(s) = \frac{1}{1+8.0s} \quad G_{2b}(s) = \frac{0.64}{4.3s} e^{-4.3s}$$

- Üç parametrelili model: $G_{3a}(s) = \frac{1}{1+4.3s} e^{-4.3s}$
- Dört parametrelili model: $G_{4a}(s) = \frac{1}{(1+0.93s)(1+3.2s)} e^{-4.3s}$
- Alan hesaplamaları ile elde edilen model: $G_A(s) = \frac{1}{1+3.0s} e^{-5.0s}$
- Moment yöntemleri ile elde edilen model: $G_M(s) = \frac{1}{1+2.8s} e^{-5.2s}$

Elde edilen modellerin, basamak yanıtları ise *Şekil 1.13*'te görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi, modelde kullanılan parametre sayısı arttıkça, gerçek sistem davranışına daha yakın model elde edilebilmektedir. *Şekil 1.13*'te görülen basamak yanıtını elde etmek için kullanılan Matlab[1] programı, EK-A'da yer almaktadır.



Şekil 1.13: Gerçek transfer fonksiyonu $G(s)=1/(1+s)^8$ olan sisteme ait modellerin basamak yanıtları. $G_{2a}(s)$ ve $G_{2b}(s)$ iki parametrelili, $G_{3a}(s)$ üç parametrelili ve $G_{4a}(s)$ dört parametrelili basamak modelidir. $G_A(s)$ alan hesaplamaları ile elde edilen modele, $G_M(s)$ ise moment yöntemleri ile elde edilen modele karşılık gelmektedir.

1.6 Frekans Yanıtları

Bu bölümde, bir transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisindeki önemli noktaları belirlemek için kullanılan iki yöntem ele alınmıştır. Her ikisi de uygun frekanslara sahip salınımlar yaratmak için geribeslemeden yararlanma prensibine dayanmaktadır.

1.6.1. Ziegler-Nichols Frekans Yanıtı Yöntemi

Ziegler ve Nichols, Nyquist eğrisi üzerindeki geçiş noktasını deneysel olarak belirleyebilmek için bir yöntem önermiştir[3]. Bu yöntem, süreç dinamiğinin frekans yanıtının basitçe karakterize edilmesi mantığına dayanır. Tasarım, bir sürecin transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisindeki sadece bir noktanın, yani Nyquist eğrisinin negatif reel eksenini kestiği noktanın varlığı bilgisine dayanır. Bu nokta, ω_{180} frekansı ve o frekanstaki kazanç $k_{180} = |G(j\omega_{180})|$ parametreleriyle ifade edilir.

Ziegler-Nichols frekans yanıtı yöntemine göre bu noktanın parametreleri şu şekilde bulunur:

- Sürece orantısal bir kontrolör eklenir. (Şekil 1.14)
- Süreç salınım yapana kadar kazanç arttırılır. (Şekil 1.15)
- Sürecin salınım yapmaya başladığı kazanç (geçiş kazancı) K_u ve salınımın periyodu da (geçiş periyodu) T_u olarak belirlenir.

Orantısal geribesleme nedeniyle, kontrol işareti ve çıkış işaretleri arasındaki ilişki $u = -Ky$ 'dir.

Basit olması için, referans değeri $y_{sp} = 0$ olarak kabul edilmiştir. Salınımı sağlamak için çevrim boyunca kazancın birim değerinde bulunması gerektiği göz önünde bulundurulursa $K_u G(j\omega_u) = -1$ ifadesine ulaşılır.

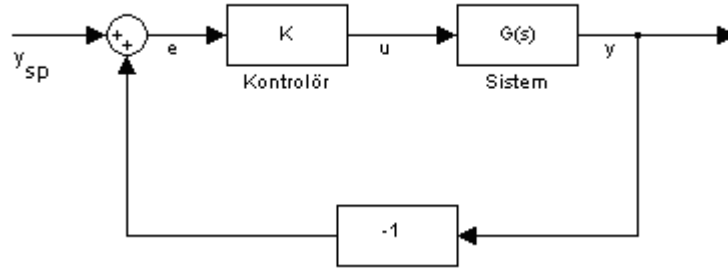
Nyquist eğrisinin negatif reel eksenini kestiği noktaya tarihsel nedenlerden dolayı bu noktaya “geçiş noktası” denir ve “geçiş kazancı” adı verilen $K_u = 1/K_{180}$ ile “geçiş periyodu” adı verilen $T_u = 2\pi/\omega_{180}$ parametreleriyle ifade edilir.

Bu yöntemle belirlenen kontrolörün parametreleri, *Tablo 1.1* 'deki gibi verilebilir:

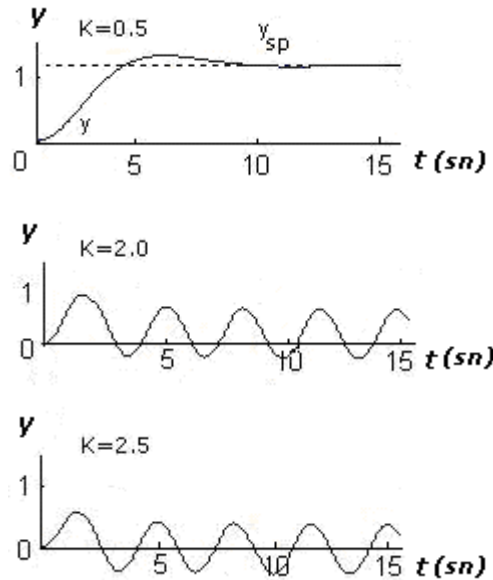
Tablo 1.1: Ziegler-Nichols frekans yanıtı için kontrolör parametreleri

Kontrolör	K	T_i	T_d	T_p
P	$0.5K_u$			T_u
PI	$0.4K_u$	$0.8T_u$		$1.4T_u$
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$	$0.85T_u$

Tabloda, kapalı çevrim sisteminin baskın dinamiklerine ilişkin T_p periyodu tahmini de verilmiştir[2].



Şekil 1.14: Orantısal geribeslemeli bir kapalı çevrim sisteminin blok diyagramı



Şekil 1.15: Orantısal geribeslemeli bir kapalı çevrim sisteminin y_{sp} referans değeri ve y çıkışı birlikte görülmektedir. Şekil aynı zamanda kontrolör kazancı K 'nın üç farklı değerine verilen yanıtları da gösterir.

Geçiş frekansındaki kazancın durağan kazanç oranı ile “kazanç oranı” elde edilir:

$$\kappa = \left| \frac{G(j\omega_u)}{G(0)} \right| \quad (1.50)$$

Kazanç oranı, sistemin kararlılığı konusunda bir fikir verir. κ oranı arttıkça sistemin kararlı kontrolü zorlaşır. κ parametresi, (1.7) ifadesinde tanımlanan τ normalize ölü zamanıyla ilişkilidir.

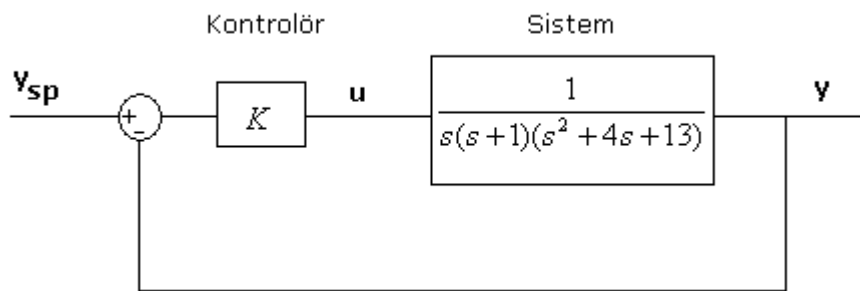
Transfer fonksiyonu, (1.6) ifadesindeki gibi olan sistemler için, κ ve τ arasındaki ilişki (1.51) ifadesindeki gibidir.

$$\tau = \frac{\pi - \arctan \sqrt{1/\kappa^2 - 1}}{\pi - \arctan \sqrt{1/\kappa^2 - 1} + \sqrt{1/\kappa^2 - 1}} \quad (1.51)$$

Bu ilişki, $\kappa = 0$ için $\tau = 0$, $\kappa = 1$ için $\tau = 1$ verdiği için, doğrusal olmaya yakındır. κ ’nın küçük değerleri için $\tau = 1.6\kappa$ ilişkisi geçerlidir[4].

Frekans yanıtı yöntemi, kontrolör parametrelerinin, bağlı olunan sistemden bazı basit kurallar ile belirlendiği deneysel bir ayarlama yöntemi olarak görülebilir. Örneğin orantısal kontrolör için bu kural, kazancın süreç salınım yapana kadar arttırılması, ardından %50 oranında azaltılmasıdır[3].

Örnek 1.5:



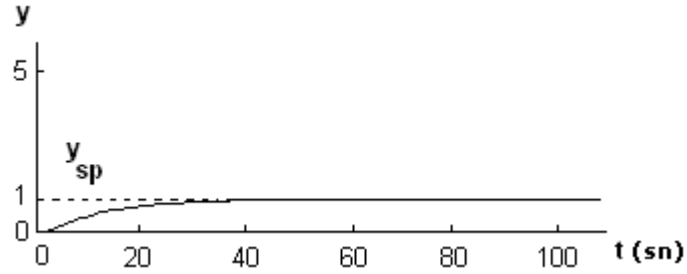
Şekil 1.16: Orantısal kontrolör ile Ziegler-Nichols deneyinin yapılması

Şekil 1.16’da görüldüğü gibi transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s^2+4s+13)}$ olan

bir sistem, orantısal bir kontrolör, Ziegler-Nichols deneyi ile sistemin geçiş kazancı ve geçiş frekansının bulunması amacıyla kullanılacaktır. Buna göre sistem salınım

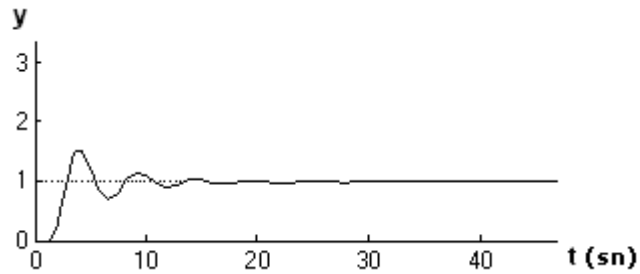
yapana kadar K kontrolör kazancı arttırılacak ve sistem salınım yapmaya başladığı anda geçiş kazancı ve geçiş frekansı belirlenecektir.

- $K=1$ iken sistemin basamak girişe verdiği yanıt *Şekil 1.17*'de görülmektedir.



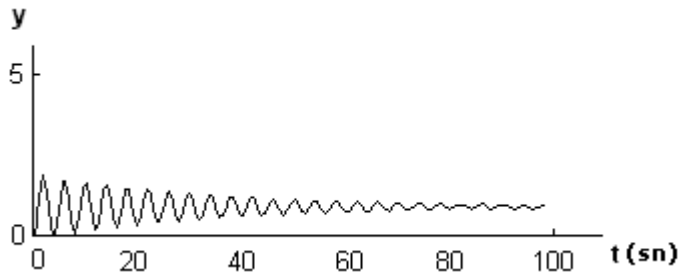
Şekil 1.17: $K=1$ iken basamak girişe verilen yanıt

- $K=20$ iken sistemin basamak girişe verdiği yanıt *Şekil 1.18*'de görülmektedir.



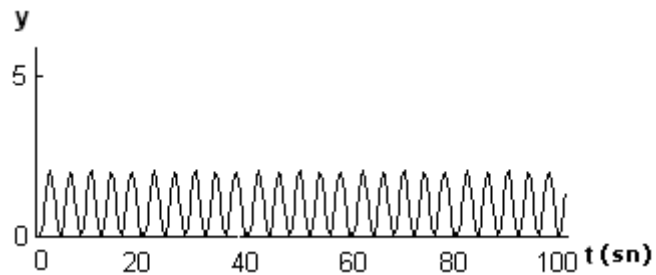
Şekil 1.18: $K=20$ iken basamak girişe verilen yanıt

- $K=35$ iken sistemin basamak girişe verdiği yanıt *Şekil 1.19*'da görülmektedir.



Şekil 1.19: $K=35$ iken basamak girişe verilen yanıt

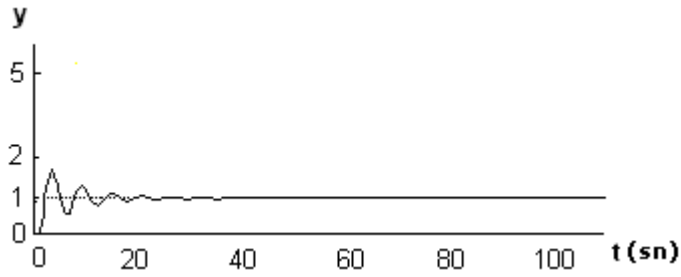
- $K=37.44$ iken sistemin basamak girişe verdiği yanıt *Şekil 1.20*'de görülmektedir.



Şekil 1.20: $K=37.44$ iken basamak girişe verilen yanıt

K 'nın daha büyük değerlerinde sistem artan salınımlar göstermiştir. Bu nedenle sistem için geçiş kazancı $K=37.44$ olarak belirlenir. Bu kazançtaki salınımların geçiş periyodu $T_u=3.6$ sn olarak hesaplanmıştır. Buradan geçiş frekansı $\omega_u=0.28$ sn⁻¹ olarak belirlenir.

- *Tablo 1.1*'den yararlanarak elde edilen PID kontrolörü parametreleri ile ($K=0.6*K_u=22.464$, $T_i=T_u*0.5=1.8$, $T_d=T_u*0.125=0.45$) sistem, bir PID kontrolör tarafından kontrol edilirse, sistemin basamak girişe verdiği yanıt *Şekil 1.21*'deki gibi olur.



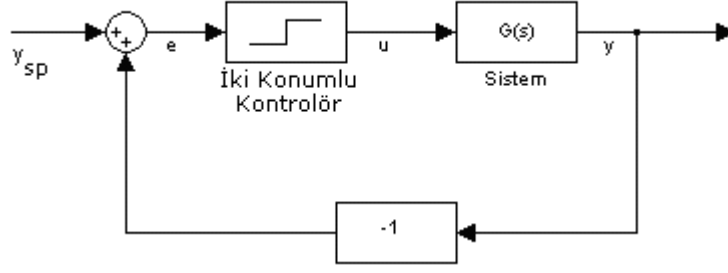
Şekil 1.21: PID kontrolörü kullanılıncı gözlenen sistem yanıtı

1.6.2. İki Konumlu Kontrolör

Nyquist eğrisindeki önemli noktaları belirlemek için kullanılan bir diğer yöntem ise, uygun salınının, iki konumlu kontrolör ile oluşturulabileceği ilkesine dayanır.

Şekil 1.22'de görülen kapalı çevrim sistemindeki iki konumlu kontrolörün çıkışı, limit çevrimi periyodu T_u olan periyodik ve simetrik bir kare dalgadır[7]. Histerez olmaması durumunda iki konumlu kontrolör çıkışının Fourier açılımı, genliği $4d/\pi$ olan birinci harmoniği verir. Süreç dinamiğinin alçak geçiren karakterde olduğu ve birinci harmoniğin çıkışa katkısı olduğu düşünülürse, hata işaretinin genliği aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$a = \frac{4d}{\pi} \left| G(j \frac{2\pi}{T_u}) \right| \quad (1.52)$$



Şekil 1.22: İki konumlu kontrolör içeren sistemin temel blok diyagramı.

Böylece salınım koşulunu aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür:

$$\arg G(j \frac{2\pi}{T_u}) = -\pi \quad (1.53)$$

$$\left| G(j \frac{2\pi}{T_u}) \right| = \frac{\pi a}{4d} \quad (1.54)$$

(1.55) ifadesindeki tanımla

$$K_u = \frac{4d}{\pi a} \quad (1.55)$$

yapılan varsayımlarla, saf orantısal kontrol ile K_u kazancının sistemi kararlılık sınırına getirdiği görülür[4]. Böylelikle geçiş kazancı K_u ve geçiş periyodu T_u , iki konumlu kontrol deneyinden belirlenebilir.

İki konumlu kontrol deneyi ile geçiş kazancı K_u ve geçiş periyodu T_u bulunur. Buradan, *Tablo 1.1* 'deki değerler yardımıyla PID kontrolör türetilir. Kontrolörün farklı genlik ve histerezlerinde yapılacak deneylerle Nyquist eğrisi üzerindeki farklı noktalara da ulaşılabilir.

Örnek 1.6:

Kare dalga çıkışına sahip ideal bir iki konumlu kontrolörün kontrol ettiği alçak geçiren özellikteki bir sistemin transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{1}{s(s\tau_e + 1)(s\tau_m + 1)}$$

olarak verilmektedir.

Sistemin salınım yapacağı frekans ve kazanç şu şekilde belirlenir:

- $s = j\omega$ için $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega[-\omega^2\tau_e\tau_m + j\omega(\tau_m + \tau_e) + 1]}$ olur.
- Amaç, fazın $-\pi/2$ radyan kaydığı frekansı bulmak olduğu için $-\omega^2\tau_e\tau_m + 1 = 0$ olur.
- Bu durumda geçiş frekansı $\omega_u = \sqrt{1/\tau_e\tau_m}$ olarak bulunur.
- Kontrolör çıkışı kare dalga olduğu için, kare dalganın Fourier Serisi olarak gösteriminden yararlanmak mümkündür. Çevrimdeki sistem alçak geçiren özellikte olduğu için, sistem çıkışında Fourier Serisinin birinci harmoniğinin görüleceği, diğerlerinin filtreleneceği varsayılabilir.
- $\omega_u = \sqrt{1/\tau_e\tau_m}$ koşuluyla genlik $|G(j\omega_u)| = \frac{1}{\omega_u^2(\tau_e + \tau_m)} = \frac{\tau_e\tau_m}{(\tau_e + \tau_m)}$ olarak bulunur.
- Bu durumda geçiş kazancı $K_u = \left(\frac{\tau_e\tau_m}{\tau_e + \tau_m}\right) \frac{4d}{\pi}$ olarak hesaplanır.

1.6.3. Açıklayıcı Fonksiyon Analizi

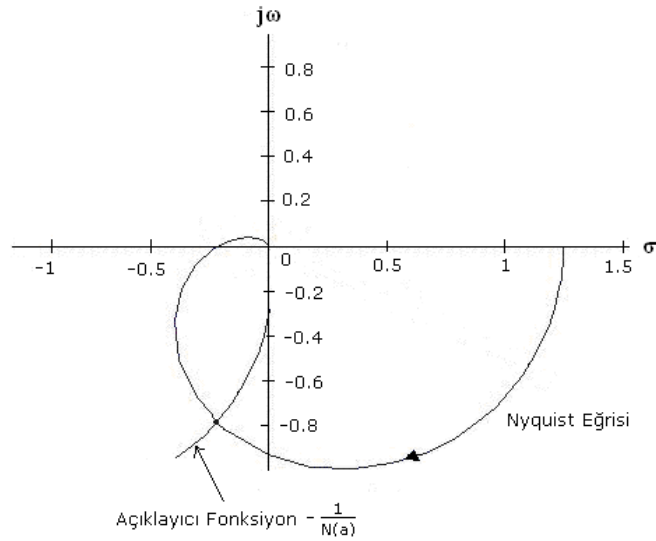
Doğrusal olmayan ve salınım koşullarını belirleyen durağan bir eleman ile doğrusal bir elemandan oluşan sistemlerde, salınımın varlığını belirlemede kullanılan bir yöntemdir.

Doğrusal olmayan sistemlerin, belirli genlik ve frekans değerlerinde ortaya çıkan sürdürülen salınımların olduğu limit çevrimleri vardır. Belirli frekanslarda salınımın olması doğrusal sistemlerde de görülebilen bir özellik olmasına rağmen, belirli genliklerde salınımların olması doğrusal olmayan sistemlerin özelliklerindendir.

Doğrusal olmayan blok, doğrusallıktan ayrılan noktada belirlenen ve a genliğine bağlı olan $N(a)$ kazancı ile tanımlanır. $N(a)$ kazancı, a genliğindeki bir sinüsoidin, sistemde nasıl yayıldığını belirler. Bu nedenle $N(a)$ kazancına “açıklayıcı fonksiyon” adı verilir. Sistemin transfer fonksiyonu $G(j\omega)$ ise, salınım koşulu (1.56)’daki gibi ifade edilebilir.

$$N(a)G(j\omega) = -1 \quad (1.56)$$

Yukarıdaki denkleme göre, frekansı ω olan bir sinüs dalgası, geribeslemeli çevrim içinde aynı genlik ve fazda bulunmak zorundadır. N ve G karmaşık sayılar olabileceği için denklem, a ve ω değerlerini belirlemek için iki kısma ayrılır. (1.56) koşulu, Şekil 1.23'teki Nyquist diyagramında, $-1/N(a)$ ile doğrusal sistemin $G(j\omega)$ Nyquist eğrisi birlikte çizilerek grafiksel olarak çözülebilir.



Şekil 1.23: Açıklayıcı fonksiyon yardımıyla salınımların belirlenmesi

Eğer iki eğri arasında bir kesişim varsa, salınım oluşabilir. Bu durumda salınının genliği ve frekansı, eğrilerin kesişim noktasındaki parametreler ile aynı değerlerde olur. İki konumlu bir kontrolör için açıklayıcı fonksiyon aşağıdaki gibi ifade edilir:

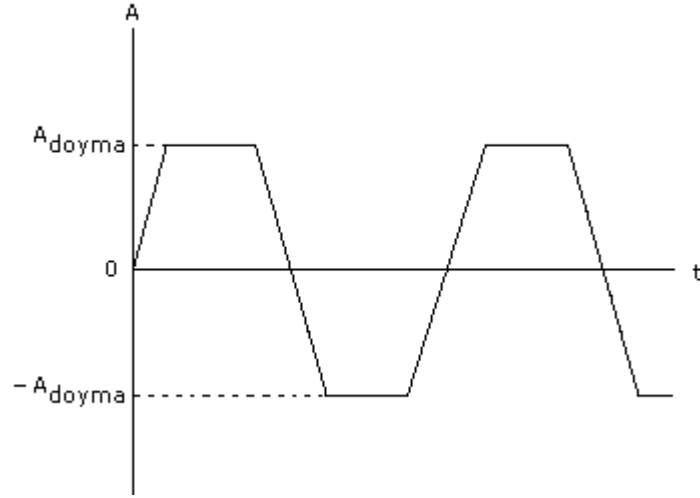
$$N(a) = \frac{4d}{\pi a} \quad (1.57)$$

Yukarıdaki fonksiyon reel olduğu için, Nyquist eğrisi negatif reel eksenini keserse, salınım oluşabilir. Bu durum, iki konumlu kontrol ile ilgili deneyin, neden Nyquist eğrisinin negatif reel eksenini kestiği noktayı verebildiğini açıklar.

Örnek 1.7:

Kontrolör olarak, doyma bölgesinde çalıştırılan bir kuvvetlendiricinin kontrol ettiği doğrusal bir sistemin oluşturduğu kapalı çevrim sistemi verilmektedir. Referans değer olarak genliği A olan bir sinüs işareti uygulanırsa, kontrolöre ilişkin açıklayıcı fonksiyonu oluşturabilmek için gerekli adımlar verilmiştir.

- Kuvvetlendirici doyma bölgesinde çalıştırıldığı için, doyma noktası aşılnca, giriş işaretinin genliğini, Şekil 1.24'teki gibi A_{doyma} genliğine dönüştür.



Şekil 1.24: Açıklayıcı fonksiyon yöntemi kullanılarak olası salınımların belirlenmesi

- Sisteme uygulanan sinüsoidin, kuvvetlendiricinin doyuma ulaştığı ve ulaşmadığı anlardaki modeli, sırasıyla şu şekilde ifade edilebilir:
 - $\sin_{doymamış}(t) = A \sin(2\pi\omega t)$, $0 < t < t_s$
 - $\sin_{doymuş}(t) = A_{doyma}$, $t_s < t < T/4$
- Kuvvetlendirici doyuma ulaşmadığı sürece, aldığı sinüzoidal giriş işaretini yine sinüzoidal olarak çıkışına aktarır. Fakat doyuma ulaştığı zaman kuvvetlendiricinin çıkışı, aşağıdaki gibi Fourier Serisinin temel bileşeni olarak modellenebilir:

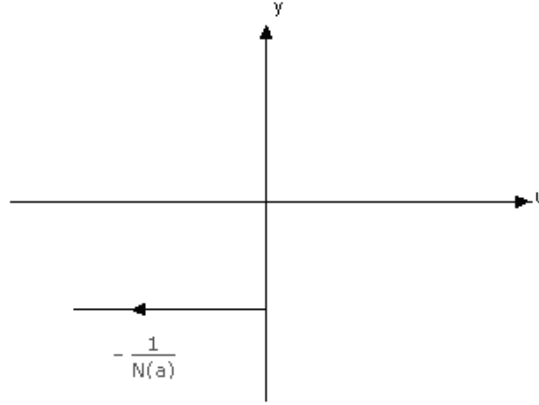
$$b_1 = \frac{2}{T} \int_0^T [\sin_{doymamış}(t) \sin(2\pi\omega t)] dt$$

- Sadece sağ gerçel düzlemdeki işaret üzerinde çalışmak yeterli olacağından, integral şu şekilde sadeleştirilebilir ve çözülebilir:

$$b_1 = \frac{8}{T} \left[\int_0^{t_s} A_{doyma} \sin(2\pi\omega t) \sin(2\pi\omega t) dt + \int_{t_s}^{T/4} A_{doyma} \sin(2\pi\omega t) dt \right]$$

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \left[A \sin^{-1}(A_{doyma} / A) + A_{doyma} \sqrt{1 - (A_{doyma} / A)^2} \right]$$

Burada d iki konumlu kontrolör genliği, ε ise yarı histerez genişliğidir. (1.58) ifadesi, karmaşık düzlemde, reel eksene paralel olan düz bir doğru şeklindedir. Şekil 1.26’da, (1.6.9) ifadesi görülmektedir.



Şekil 1.26: Histerez içeren iki konumlu kontrolör için $N(a)$ açıklayıcı fonksiyonunun negatif tersi

ε ve d arasındaki ilişkiyi seçerek, Nyquist eğrisi üzerinde sanal kısmı bilinen bir noktanın belirlenmesi mümkündür. ε ve d arasındaki ilişkileri göz önüne alıp denemelere devam edilirse, Nyquist eğrisi üzerinde birden fazla nokta belirlenebilir. İki konumlu kontrolör genliğinin uygun bir şekilde seçilmesi ile limit çevrimi genliğinin istenilen noktalarda olması sağlanabilir.

1.7 Modelleme Yöntemlerinin Kıyaslanması

1.7.1. Durağan ve Dinamik Modeller

- Durağan modeller, bozucuların da varlığında sistemin kararlılığı ve kontrol edilebilmesi açılarından sezgisel bilgiler sağlar. Sistemin tüm çalışma aralığına taşınamayacağı durumlar da durağan model elde etmek güçtür.
- Durağan model, giriş ve çıkış işaretleri arasındaki sürekli hal ilişkilerini verirken, dinamik model giriş ve çıkış işaretleri arasındaki geçici rejim ilişkilerini de verebilir.
- Dinamik modellerde, rastgele bir giriş verilen sistem yanıtının, basit bir giriş verilen yanıt cinsinden ifade edilebilmesi mümkündür.
- Darbe işareti, tıbbi ve biyolojik uygulamalarda sıklıkla kullanılır. Rampa işareti genellikle PID kontrolörün türev bileşeninin belirlenmesinde kullanılır. Süreç

kontrolünde ve sistem tanıma uygulamalarında sıklıkla kullanılan geçici yanıt türü basamak yanıtıdır.

- Frekans yanıtı analizinden elde edilen Nyquist eğrisi ve Bode diyagramları ile sistem tanımlanabilir.

1.7.2. Basamak Yanıt Yöntemleri

i. Basamak Yanıt Modeli

- Eğer sistem doğrusal ise, basamak girişine verilen yanıtlar giriş işareti ile orantılıdır. Bu nedenle basamak yanıtı, sistem dinamiğini belirlemeye uygundur. Ulaşılan değerler, fiziksel olarak yorumlanabilir.
- Basamak yanıtından, matematiksel bir modelin elde edilebilir. Matematiksel modelin elde edilmesinden sonra kontrol sistemlerinin tasarlanmasında bilinen genel yöntemler kullanılır.
- Basamak yanıtı ile elde edilen parametrik modellerde durağan sistem kazancı, ortalama yerleşme zamanı, zaman sabitleri ve ölü zaman gibi parametreler kullanılır. Bu parametreler, sistemin basamak girişine verdiği yanıtın eğrisinden analitik olarak kolayca hesaplanırlar. Modelde kullanılan parametre sayısı arttıkça, gerçek sistem daha iyi ifade edilir.
- Parametrik modellerle sistemin kontrol edilebilirlik oranını da elde etmek mümkün olduğu için sistemin kontrol edilebilirliği hakkında sezgisel fikir edinmek de mümkündür.

ii. İntegral İçeren Sistemler

- Dinamiğinde, integral bileşenleri ya da büyük zaman sabitleri bulunan sistemler için giriş olarak basamak işareti yerine kısa bir darbe işareti kullanılır.
- Düşük frekanslı ve integral içeren sistemleri modellemek için (1.4.3) ifadesindeki iki parametrelili model kullanılabilir. Fakat bu model, yüksek frekanslı kararlı sistemler için kullanışlı değildir.

iii.Salınımlı Sistemler İçin Modeller

- Salınımlı sistemler, iki, üç ve dört parametrelili model yaklaşımı ile modellenirse, salınımları ifade edilemez. Bu tür sistemlerin modellenmesinde (1.14) ifadesindeki model kullanılır.

1.7.3. Moment Yöntemleri

- Ortalama yerleşme zamanının belirlenmesini temel alan yöntemler, ölçme gürültüsüne karşı duyarlıdır. Sistem modellerini çıkarırken basamak yanıtının integralini temel alan moment yöntemleri, bu tip sistemler için daha uygundur.
- Modelleme yöntemlerinin çoğunun özel giriş işaretlerine gereksinim duymasına rağmen sistemin başlangıçta durağan olması koşuluyla moment yöntemleri, özel bir giriş işaretine gereksinim duymadan herhangi bir giriş işareti için uygulanabilir.
- Ağırlıklı momentler yöntemi, işaretlerin, sıfıra ya da önceden bilinen bir değere ulaşmadığı durumlarda, momentlerin sonsuza gitmesinden dolayı kullanılamayan alan yöntemleri ve moment yöntemlerinin yerine kullanılır.

1.7.4. Frekans Yanıtları

i. Ziegler-Nichols Frekans Yanıtı Yöntemi

- Ziegler ve Nichols frekans yanıtı yöntemiyle Nyquist eğrisi üzerindeki geçiş noktasını deneysel olarak kolayca belirlenebilir ve bu yöntemle süreç dinamiğinin frekans yanıtı belirlenebilir.
- Frekans yanıtı yöntemi, kontrolör parametrelerinin, bağlı olunan sistemden bazı basit kurallar ile belirlendiği deneysel bir ayarlama yöntemi olarak görülebilir.

ii. İki Konumlu Kontrolör

- Ziegler-Nichols frekans yanıtı yönteminde, kapalı çevrim sisteminin kararlılık sınırında bulunması esastır. Bu nedenle Ziegler-Nichols yönteminde otomatik üretilen giriş işaretlerinden yararlanmak güçtür. Buna karşılık, kontrol çevriminde iki konumlu kontrolöre yer verilerek, uygun frekansta giriş işareti otomatik olarak üretilebilir.

- İki konumlu kontrolörün kullanıldığı yöntemde önceden bilinmesi gereken tek parametre kontrolör genliğidir. Sistemin zaman sabiti genliğinin bilinmesine gerek yoktur. Dolayısıyla bu yöntem sadece ayarlayıcı cihazlarda değil, diğer ayarlama işlemlerinde önceden zaman sabitinin bilinmesi gereken ön-ayarlama aşamalarında da kullanılabilir.

iii. Açıklayıcı Fonksiyon Analizi

- Özellikle doğrusal olan ve olmayan elemanları içeren sistemlerde salınım koşullarını belirlede kullanılır. Sistemlerdeki salınımın varlığını (1.56) ifadesi ile grafiksel olarak belirlemek mümkündür.
- En sık kullanılan açıklayıcı fonksiyonlar sinüzoidal giriş (siDF) ve durağan rasgele giriştir. Sinüzoidal giriş, özellikle limit çevrimlerinin kestirildiği kararlılık analizlerinde ve sıçrama rezonansları ile alt harmonik yanıtlarının incelendiği frekans yanıtı analizlerinde kullanılır.

2. PID KONTROLÖRÜ

2.1 Giriş

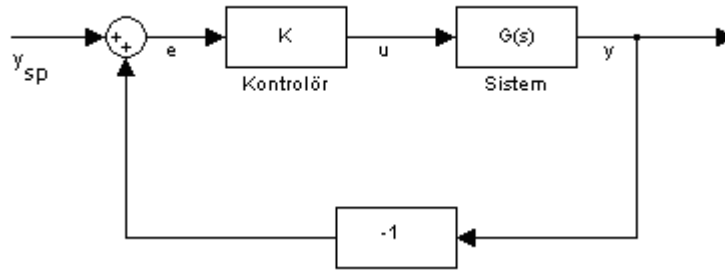
Standart geribesleme prensibi ve PID kontrol algoritmasıyla başlayan bölümde, PID algoritmasının farklı gerçekleştirimleri ele alınmakta, integral doyması ve önlenmesi konuları örnekleriyle incelenmektedir. Bölüm sonunda ise PID kontrolörünün ayırık gerçekleştirimi ve farklı çalışma yönleri tartışılmaktadır.

2.2 Geribesleme Prensibi

Geribesleme prensibini, şu şekilde özetlenebilir:

“Sistem değişkeni referans değerden küçükse, kontrol değişkenini arttırmak; sistem değişkeni referans değerden büyük ise kontrol değişkenini azaltmak anlamına gelir.”

Bu şekilde etkiyen geribeslemeye “negatif geribesleme” denir. Çünkü kontrol değişkeni, sistem çıkışının tersi yönünde hareket eder. *Şekil 2.1*'de geribesleme prensibi görülmektedir.



Şekil 2.1: Geribeslemeli kontrolörlü bir sistemin blok diyagramı

Şekildeki işaret değiştirici blok, geribeslemenin negatif olduğunu belirtir.

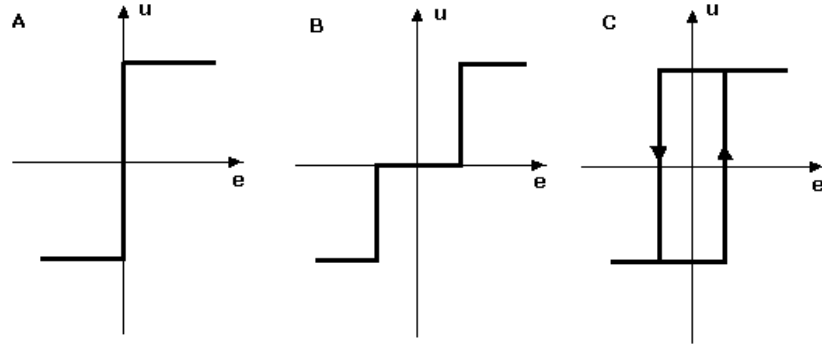
2.2.1 İki Konumlu Kontrol

Geribesleme çeşitli şekillerde gerçekleştirilebilir. En basit yaklaşım, (2.1)'deki matematiksel ifade ile gösterilebilir.

$$u = \begin{cases} u_{\max} & \text{if } e > 0 \\ u_{\min} & \text{if } e < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Burada $e = y_{sp} - y$ kontrol hatasıdır. Bu kontrol kuralı, maksimum düzeltici etki hep uygulanacak anlamına gelir. Böylece kontrol değişkeni en büyük değerini hata pozitif iken, en küçük değerini de hata negatifken alır. Bu tür geribeslemeye iki konumlu kontrol adı verilir.

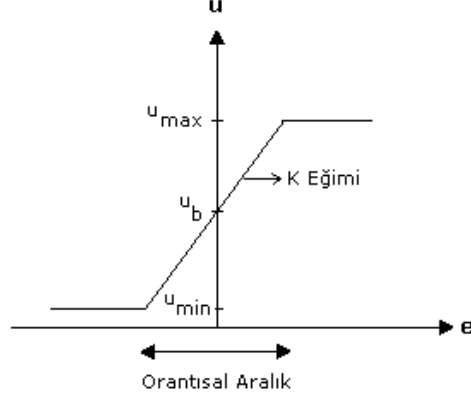
Dikkat edilecek olursa, $e = 0$ durumu için bir kontrol işareti tanımlı olmadığı görülür. Bu nedenle, bir histerez ya da ölü bölge tanımlanarak iki konumlu kontrolü değişikliğe uğratarak uygulanır. *Şekil 2.2*'de bu durum görülebilir:



Şekil 2.2: İdeal iki konumlu kontrol (A), ölü bölge içeren değişiklikler (B) ve histerez (C) için kontrol karakteristikleri.

2.2.2 Orantısal Kontrol

İki konumlu kontrol, sistemlerdeki salınımların artmasına neden olur. Bunun nedeni, hatadaki küçük bir değişimin, kontrol değişkeninin tam aralığında değişmesine neden olmasıdır. Orantısal kontrolde, bu etki giderilir. Orantısal kontrolün karakteristiği, küçük hata seviyelerinde, kontrol hatasına orantılı bir şekilde etkilenir. *Şekil 2.3*'te, orantısal kontrolörün karakteristiği görülmektedir.



Şekil 2.3: Orantısal kontrolörün karakteristiği. Kontrolün giriş işareti e hatası, çıkış işareti ise u kontrol değişkenidir.

Şekil 2.3'ten anlaşılabacağı gibi, orantısal kontrol büyük hata değerleri için doyma nedeniyle, iki konumlu kontrol şeklinde davranır.

2.3 PID Kontrol

Önceki bölümlerde de ele alındığı gibi, orantısal kontrol, durağan bir sürekli hal hatası ile sonlanır. Bu yüzden, orantısal kontrolden daha karmaşık yapıda kontrolörlere ihtiyaç duyulur. Bu noktada, PID kontrolü tanımlanabilir. PID kontrolün genel tanımı aşağıdaki gibidir:

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.2)$$

Burada u kontrol işareti, e kontrol hatasıdır. Böylece, kontrol işareti üç terimin toplamından oluşur:

- P-terimi (hata ile orantılı terim)
- I-terimi (hatanın integrali ile orantılı terim)
- D-terimi (hatanın türevi ile orantılı terim)

Sonuç olarak PID kontrolörün parametreleri orantısal kazanç olan K , integral zamanı olan T_i ve türev zamanı olan T_d 'den oluşur.

2.3.1. Orantı Bileşeni

Sadece orantısal kontrol devreye sokulursa, PID denklemi aşağıdaki hale dönüşür:

$$u(t) = Ke(t) + u_b \quad (2.3)$$

Yani kontrol hareketi, hata ile orantılıdır. u_b değişkeni ise sapma ya da yerine getirici kontrol işaretidir.

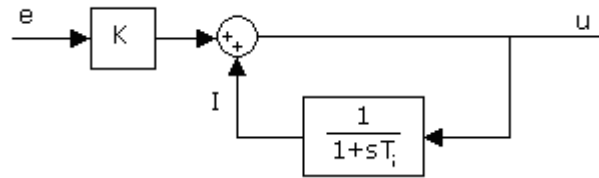
2.3.2. İntegral Bileşeni

İntegral bileşenin temel işlevi, sürekli halde sistem çıkışını referans değeri ile eşlemedir. Sadece orantı kontrolünün kullanıldığı durumlarda, sürekli halde bir kontrol hatası oluşur. İntegral bileşen ile birlikte, küçük pozitif hata kontrol işaretinde artmaya, negatif bir hata ise kontrol işaretinde azalmaya neden olacaktır.

Sistemin sürekli halde, u_0 sabit kontrol işareti ile e_0 hatasında bulunduğunu varsayalım. Buna göre, PID denkleminde, kontrol işareti :

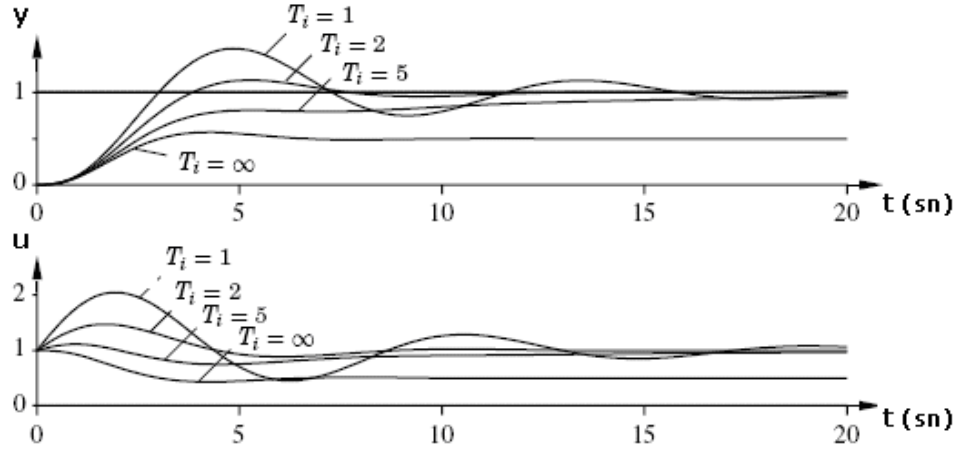
$$u_0 = K \left(e_0 + \frac{e_0}{T_i} t \right) \quad (2.4)$$

$e_0 \neq 0$ olmadığı sürece, varsayımdaki u_0 sabit kontrol olması ile çelişki yaşanır. Bu yüzden, integral bileşeni içeren bir kontrolör daima sıfır sürekli hal hatasını sağlar. İntegral bileşenini, orantısal bir kontrolördeki u_b sapma terimini yerine getirici bir bileşen olarak da görmek mümkündür. Şekil 2.4'te bu yaklaşım görülebilir.



Şekil 2.4: İntegral bileşenin bir gecikme elemanı etrafında pozitif geribesleme olarak gerçekleştirilmesi

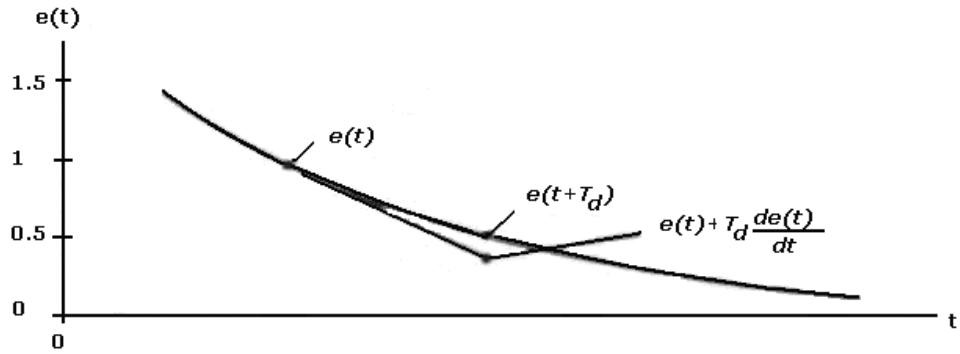
İntegral bileşenin özellikleri, Şekil 2.5'te görülmektedir. Şekil, bir PI sisteminin benzetimidir. Tüm eğrilerdeki orantısal kazanç katsayısı $K=1$ 'dir ve sadece integral zamanı değiştirilmiştir. $T_i = \infty$ değeri saf orantısal kontrole karşılık düşer. T_i 'nin sonlu değerlere sahip olduğu durumlarda sürekli hal hatası ortadan kalkmaklar. İntegral zamanının büyük olduğu durumlarda, sistem çıkışı daha uzun zamanlar sonunda referans değeri değerine ulaşır.



Şekil 2.5: Bir kapalı çevrim sisteminin, orantısız ve integral bileşenleri altında benzetimi. Sürecin transfer fonksiyonu $G(s)=1/(s+1)^3$, kontrolör kazancı $K=1$ 'dir. Üstteki diyagram, referans değeri $y_{sp}=1$ için integral bileşeninin farklı değerleri için y sistem çıkışını verir. Altındaki diyagram ise farklı integral zamanları için u kontrol işaretini verir.

2.3.3. Türev Bileşeni

Türev bileşeninin temel fonksiyonu, kapalı çevrim kararlılığını geliştirmektir. Orantısız ve türev bileşenlerini içeren bir kontrolörün temelde yaptığı, kontrol işleminin tahmini sistem çıkışına orantılı olarak yürütülmesi, tahminin ise hatanın eğrisine bir teğet ile yaklaşık ifade edilmesidir. Bu durum, Şekil 2.6'da görülebilir.



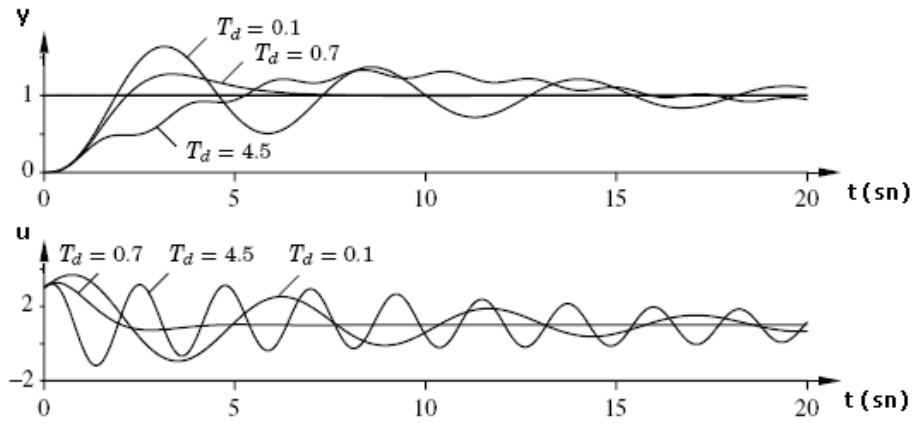
Şekil 2.6: Türev bileşeninin, tahmini kontrol işlemleri yorumunda kullanılması. Tahmin, $e(t)$ 'ye teğet bir doğruyla ifade edilir.

PD kontrolörün temel yapısı aşağıdaki gibidir:

$$u(t) = K \left(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.5)$$

Böylece, kontrol işaretinin T_d kadar ilerideki bir zamanda oluşacak hata ile orantılı olduğu ve bu tahminin doğrusal dışdeğerleme ile elde edildiği görülebilir.

Türev bileşeninin özellikleri Şekil 2.7’de görülmektedir. Kontrolör kazancı ve integral zamanı sabit tutulmuştur ($K=3$ ve $T_i=2$) ve T_d türev zamanı değiştirilmiştir. $T_d=0$ değeri için saf PI kontrol olarak davranır. Kullanılan parametrelerden dolayı kapalı çevrim sisteminde salınımlar bulunmaktadır. Artan türev zamanına göre, başlangıç sönümlenmesi de artar; fakat türev zamanı büyüdükçe tekrar azalır.



Şekil 2.7: Orantısal, integral ve türev bileşenlerine sahip bir kapalı çevrimli bir sistemin davranışı. Sürecin transfer fonksiyonu $G(s)=1/(s+1)^3$, kontrolör kazancı $K=3$, integral zamanı $T_i=2$ ’dir. Üstteki diyagram, referans değeri $y_{sp}=1$ için T_d türev zamanının farklı değerleri için y sistem çıkışını verir. Altteki diyagram ise farklı türev zamanları için u kontrol işaretini verir.

Özetle, bir PID kontrolörde üç adet terim bulunmaktadır. Orantısal terim P , orantı kontrolüne karşılık düşer. İntegral terimi I , hatanın zamana göre integraline orantılı bir kontrol davranışı sergiler. Böylece sürekli hal hatası sıfır olur. Türev terimi D ise kontrol hatasının zaman türevi ile orantılıdır. Bu terim, gelecekteki hatanın tahminine olanak sağlar.

Temel PID algoritması farklı şekillerde gerçekleştirilebilir. Algoritmadaki değişikliklerin temel amacı davranış ve işlevselliği arttırmaktır. Bu değişiklikler, bir sonraki bölümde ele alınacaktır.

2.4 PID Algoritmasının Farklı Gerçekleştirilimleri

2.4.1. Alternatif Gösterilimler

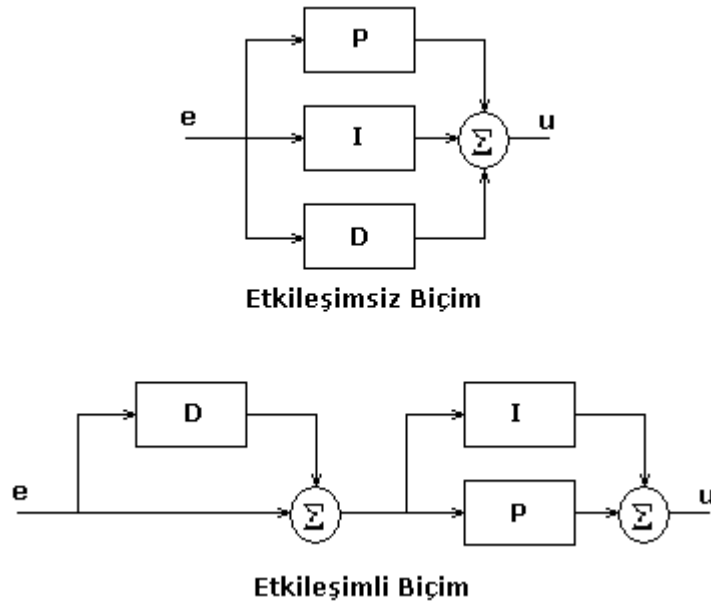
Klasik PID algoritması, (2.6) ifadesindeki transfer fonksiyonu ile de gösterilebilir.

$$G(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (2.6)$$

Ticari kontrolörlerde ise, (2.6) ifadesindeki transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi değişikliğe uğratarak kullanılır:

$$G'(s) = K' \left(1 + \frac{1}{sT_i'} \right) (1 + sT_d') \quad (2.7)$$

Her iki kontrolör yapısı da, Şekil 2.8'de gösterilmektedir:



Şekil 2.8: PID algoritmasının etkileşimli ve etkileşimsiz biçimleri

(2.6) ifadesinde verilen kontrolöre *etkileşimsiz*, (2.7) ifadesinde verilen kontrolöre ise *etkileşimli* kontrolör denir. Bu farklılığın nedeni, (2.6) ifadesindeki T_i integral zamanının, türev bileşenini etkilememesi buna karşılık da türev bileşenin integral bileşeni etkilememesidir. Bu yüzden bileşenler birbirleriyle etkileşimsiz bir şekilde bulunur[5].

Etkileşimli kontrolörde ise, T_d' zamanı integral bileşenini etkilemektedir. Bu nedenle bileşenler etkileşim halindedir. Etkileşimli bir kontrolörü, etkileşimsiz biçimde ifade etmek mümkündür. Katsayılar arasındaki dönüşüm şu şekildedir:

$$K = K' \frac{(T_i' + T_d')}{T_i'} \quad (2.8)$$

$$T_i = T_i' + T_d' \quad (2.9)$$

$$T_d = \frac{T_i T_d'}{T_i' + T_d'} \quad (2.10)$$

Etkileşimsiz bir kontrolörden ise etkileşimli bir kontrolöre geçiş sadece aşağıdaki koşulda yapılabilir:

$$T_i > 4T_d \quad (2.11)$$

Bu durumda katsayılar arasındaki dönüşüm:

$$K' = \frac{K}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d / T_i} \right) \quad (2.12)$$

$$T_i' = \frac{T_i}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d / T_i} \right) \quad (2.13)$$

$$T_d' = \frac{T_d}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4T_d / T_i} \right) \quad (2.14)$$

Etkileşimli ve etkileşimli olmayan kontrolörler, aynı anda hem I hem de D bileşeninin kullanılması durumunda birbirlerinden farklıdır. Eğer kontrolör sadece P , PI ya da PD olarak kullanılıyorsa, her iki biçim de birbirine eşdeğerdir.

Paralel biçim adı da verilen PID algoritmasının daha farklı bir gösterilişi de şu şekildedir:

$$G''(s) = k + \frac{k_i}{s} + sk_d \quad (2.15)$$

Parametrelerin standart biçimli ilişkisi de aşağıdaki gibidir:

$$k=K \quad (2.16)$$

$$k_i = K/T_i \quad (2.17)$$

$$k_d = KT_d \quad (2.18)$$

(2.15) ifadesindeki gösterim, standart biçime eşdeğer olmasına rağmen parametreler oldukça farklıdır. Bu gösterim, analitik hesaplamalarda oldukça kullanışlıdır, çünkü parametrelerin etkisi doğrusaldır. Gösterimin diğer bir yararı ise, parametrelerdeki sonlu değerlerle, saf orantısal, integral ya da türev bileşenleri elde edebilmesidir.

Özetle, PID kontrolörün üç farklı biçimi bulunmaktadır:

- a) (2.6) ifadesi ile verilen standart ya da etkileşimsiz biçim
- b) (2.7) ifadesi ile verilen seri ya da etkileşimli biçim
- c) (2.15) ifadesi ile verilen paralel biçim

Standart biçime bazen ISA algoritması ya da ideal algoritma da denir. Zaman tanım bölgesinde, orantısal, integral ve türev bileşenler etkileşimde değildirler. Bu algoritma, karmaşık sıfırları kabul ettiği için salınımlı kutuplara sahip sistemlerin kontrolünde oldukça kullanışlıdır.

Seri biçime aynı zamanda klasik biçim de denir. Bu gösterim, kontrolörün güç-denge sistemi temel alınarak, analog bir cihaz olarak gerçekleştirilerek elde edilir. Klasik ismi de bunu yansıtır. Seri biçimin, frekans tanım bölgesinde oldukça ilginç bir yorumu vardır. Tüm sıfırlar, türev ve integral zamanlarının ters değerine karşı düşer. Kontrolörün tüm sıfırları gerçeldir. Kontrolör parametrelerinin sonlu değerleri ile saf integral ya da orantısal bileşenler elde edilemez. Kontrolörlerin birçoğu bu algoritmayı kullanır.

Paralel biçim ise en genel biçimdir, çünkü parametrelerin sonlu değerleri ile saf integral ya da orantısal bileşenler elde edilebilir. Kontrolör, karmaşık sıfırlara da sahip olabilir. Bu nedenle, en esnek biçimdir. Bütün bunlara rağmen, parametreler doğrudan fiziksel yorumlanamaz.

2.4.2. Referans Değerini Ağırlıklandırma

PID kontrolörler için kontrol yasası, (2.2) ifadesindeki gibi verildiği zaman, referans değer basamak olarak değişimi sonucunda, kontrol işaretinde darbe oluşacaktır. Bu sonuç istenmeyen bir durumdur. Sorun, referans değer kontrolöre uygulanmadan önce filtrelenmesi ile aşılabılır. Bu yaklaşıma, “referans değerini ağırlıklandırma” denir. Değişebilen referans değerinin uygulanabildiği daha esnek bir yapıya ulaşmak

için referans değeri ve sistem çıkışı ayrı ayrı ele alınır. Bu durumda standart PID ifadesi aşağıdaki gibi yeniden düzenlenir:

$$u(t) = K \left(e_p + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de_d}{dt} \right) \quad (2.19)$$

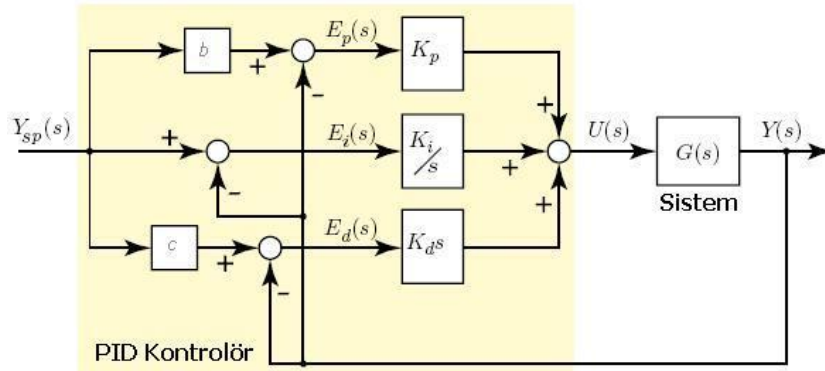
Burada,

- $e_p = by_{sp} - y$, $0 \leq b \leq 1$ aralığında orantısız kısımdaki hata,
- $e_d = cy_{sp} - y$, $0 \leq c \leq 1$ aralığında türev kısmındaki hata,
- $e = y_{sp} - y$, integral kısımdaki hata anlamına gelmektedir.

Sürekli hal kontrol hatalarını önlemek için, integral kısmındaki hata gerçek kontrol hatası olmalıdır. b ve c değişkenlerinin farklı değerlerine göre elde edilen kontrolörler, bozucu yüklere ve ölçme hatalarına aynı şekilde cevap verirler. Referans değerdeki değişimlere olan yanıt ise b ve c 'nin değerlerine göre elde edilir. $b = c = 1$ olduğu zaman tekrar standart PID yapısı elde edilir.

Referans değerindeki değişimlerin ele alındığı kontrolör yapısı ve kapalı çevrim

Şekil 2.9'da görülmektedir.



Şekil 2.9: Referans değeri değişimlerinin uygulanabildiği kontrolör yapısı ve kapalı çevrim.

Referans değerinin, parçalı tanımlı şekilde değişen basamak işaretler olması durumunda, $\dot{y}_{sp}(t) = 0$ olur.

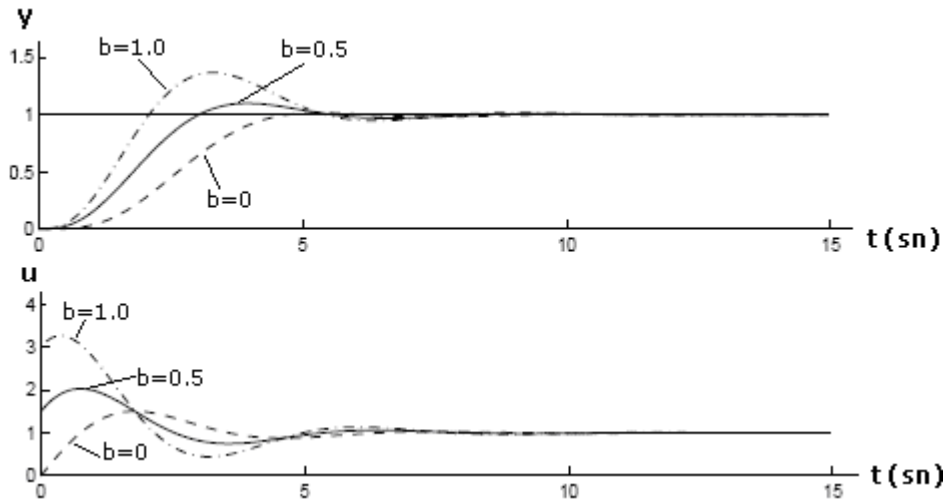
Böylece $\frac{de_d}{dt} = \frac{d}{dt}(cy_{sp}(t) - y(t)) = -\dot{y}(t)$ türev bileşenine ilişkin hata, c sabitinden ve referans değerinden bağımsız olur. y sistem çıkışı olduğu için genellikle düz bir

işarettir ve türevi ise sınırlı bir işaret olacaktır. Böyle zamanlarda tüm sistemin kontrolünü etkilemeden, $K_d(de_d/dt)$ ifadesinde sıçramalara neden olmamak için genellikle $c = 0$ olarak seçilir[6].

Sadece, kontrolör ardışıl olarak bağlı bir kontrol yapısında ikincil durumdaysa sıfırdan farklı olarak seçilebilir. Bu durumda, referans değeri daha yumuşak bir şekilde değişir, çünkü referans değeri, birincil kontrolörün çıkışı şeklinde ikincil kontrolöre giriş yapar. Eğer integral bileşeni bir gecikme etrafında pozitif geribesleme olarak gerçekleştirilirse bu durumda “ b ” parametresi 1’e eşit olur.

c parametresindeki değişim, kontrol sisteminin tasarımının değişmesine neden olmaz. Fakat aynı durum b parametresi için geçerli değildir. Şekil 2.10’da, farklı b değerlerine göre, bir PID kontrolörün referans değeri değişimlerine, bozucu yüklere ve ölçme hatalarına verdiği yanıtlar görülmektedir. Şekilde, b ’nin değerlerinin değiştirilmesinin etkisi açıkça görülmektedir. $b=0$ iken referans değeri değişimleri durumundaki aşım en küçüktür. Bu durumda sadece integral bileşende etkileşim olmuştur ve b ’nin artan değeri ile artmaktadır. Şekil 2.10’daki gibi bir benzetim yardımı ile kapalı çevrim sisteminin referans değeri değişikliklerine nasıl yanıt verdiği hakkında hızlı bir değerlendirme yapılabilir.

$b=0$ ve $c=0$ olan kontrolöre I - PD kontrolörü, $b=1$ ve $c=0$ olan kontrolöre de PI - D kontrolör de denir.



Şekil 2.10: $b=0$ (kesik çizgi), $b=0.5$ (düz çizgi) ve $b=1.0$ (kesikli-noktalı çizgi) olmak üzere farklı referans değeri ağırlıklarına verilen basamak yanıtları. Sürecin transfer fonksiyonu $G(s)=1/(s+1)^3$ ve kontrolör parametreleri $k=3$, $k_i=1.5$ ve $k_d=1.5$

Özetle, referans ağırlıkları yöntemine göre yapılan tasarımlarda gürültü ve yük bozucularına verilen yanıt b ve c parametrelerinden bağımsız olur.

- Küçük b değerleri aşımı azaltır
- Küçük c değerleri referans değişimleri esnasında oluşan büyük geçici rejimleri kısaltır
- $c = 0$ durumunda türev bileşeni, referans değişimlerinden etkilenmez
- b ve c aynı anda sıfır değerini alırsa referans değişimleri sadece integral bileşenini etkiler
- Referanstaki ani değişimler çıkışta geçici rejimlere neden olmaz.

2.4.3. Türev Kazancının Sınırlandırılması

Ortamda yüksek frekanslı ölçme hataları varsa, türev bileşeni istenmeyen sonuçlar ortaya çıkarır.

Örnek 2.1:

Türev bileşeninin yüksek frekanslı gürültüyü büyütmesi

Aşağıdaki işaret göz önüne alınsın:

$$y(t) = \sin t + n(t) = \sin t + a_n \sin \omega_n t \quad (2.20)$$

ω_n sinüzoidal gürültünün frekansı olsun. İşaretin türevi şu şekildedir:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \cos t + n'(t) = \cos t + a_n \omega_n \cos \omega_n t \quad (2.21)$$

Asıl işaretle, işaret-gürültü oranı $1/a_n$ iken türevi alınmış işaretin işaret-gürültü oranı ω_n/a_n olmuştur. Böylelikle, ω_n 'nın büyüklüğüne göre oran çok büyük olabilir.

Örnek 2.1 'de görüldüğü gibi gürültü yeterince yüksek bir ω açısal frekansına sahipse, kontrol işaretinin genliği büyür. Bu sorunu aşmak için, türev bileşeninin yüksek frekanslı kazancı sınırlandırılır ve türev bileşeni aşağıdaki şekilde gerçekleştirilir:

$$D = -\frac{T_d}{N} \frac{dD}{dt} - KT_d \frac{dy}{dt} \quad (2.22)$$

(2.22) ifadesinden yola çıkarak, türev bileşeni şu şekilde yazmak mümkündür:

$$D = -\frac{sKT_d}{1 + sT_d / N} y \quad (2.23)$$

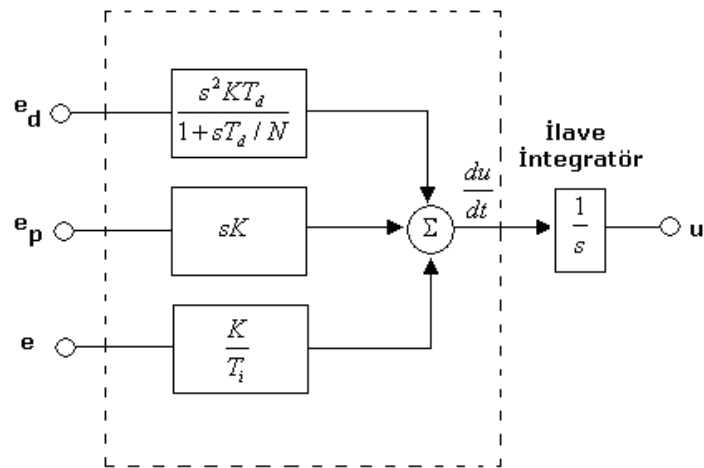
Yapılan değişiklik, ideal türev bileşeninin, zaman sabiti T_d / N olan birinci-mertebeden bir sistem tarafından filtre edilmesi şeklinde yorumlanabilir. Yaklaşım, düşük frekanslı işaret bileşenleri için türev şeklinde davranır. Buna rağmen kazanç KN şeklinde sınırlandırılır. Böylece yüksek frekanslı gürültüler, sadece KN çarpanı kadar büyültülecektir.

2.4.4. Hız Algoritmaları

Bu bölüme kadar ele alınan algoritmaların tümü “konum algoritmaları” türündendir. Çünkü algoritmaların çıkışı, doğrudan kontrol değişkenini oluşturur.

Bazı durumlarda kontrol sistemi, kontrol işareti doğrudan bir integratör (örneğin bir motor) tarafından uygulanacak şekilde tasarlanır. Böylece algoritmayı, kontrol değişkeninin hızını ifade edecek şekilde düzenlemek gerekliliği doğar. Ortaya çıkan yeni algoritmaya “hız algoritması” denir ve bu algoritmaya göre kontrol değişkeni, hızın integrali alınarak elde edilir. Şekil 2.11’de, bir PID kontrolör için hız algoritmasının kullanımı gösterilir.

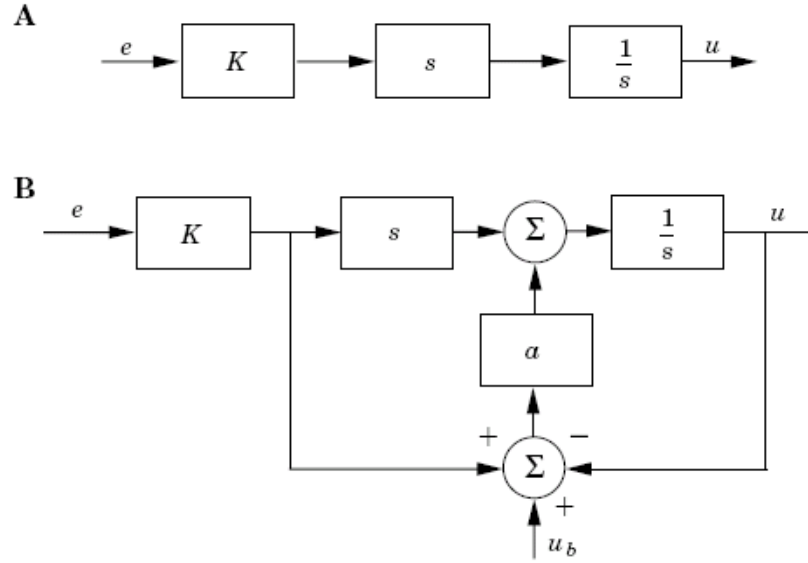
Hız algoritmalarından, motorlarla gerçekleştirilen kontrolörler zamanında sıklıkla faydalanılmıştır. Hız algoritmalarının sıkça kullanılmasının bir nedeni de integral doymasının önlenmesi ve sıçramasız parametre değişimi gibi birçok konuda hesaplamaları kolaylaştırmasıdır. Sayısal gerçekleştirmelerde hız algoritmalarına “artımlı algoritmalar” denir.



Şekil 2.11: PID kontrolör için hız algoritması

Hız Algoritmaları İle Gelen Zorluk

Bir hız algoritması, içinde integral bileşeni bulunmayan bir kontrolöre doğrudan uygulanamaz. Çünkü böyle bir kontrolör, durağan değeri koruyamaz. Bu durum, Şekil 2.12A'daki blok diyagramda açıklanmıştır. Diyagramda, hız biçimindeki bir orantısal kontrolör görülmektedir. Herhangi bir sabit giriş için türev bloğunun çıkışı sıfır olacağı için, e kontrol hatasının herhangi bir değeri için kontrolör durağan hale gelir. Şekil 2.12B'deki değişiklik ile sorun aşılabilir.



Şekil 2.12: Hız biçimindeki bir orantısal kontrolör ile ilgili sorun (A) ve bu sorunun aşılması (B)

Şekil 2.12'de görüldüğü gibi kontrolör sadece $u = Ke + u_b$ durumunda durağan hale gelir.

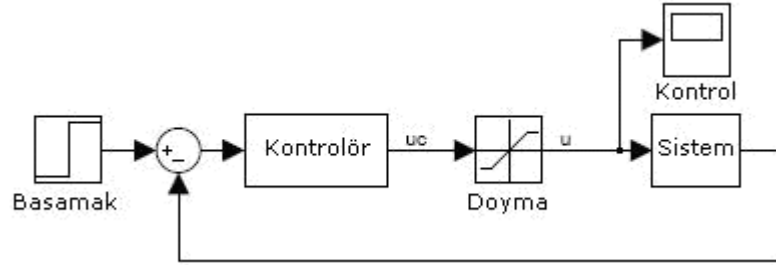
2.5 İntegral Doyması

Kontrol sistemlerinin birçok yönü doğrusal teori aracılığıyla anlaşılabilir. Ancak göz önünde bulundurulması gereken doğrusal olmayan etkiler vardır.

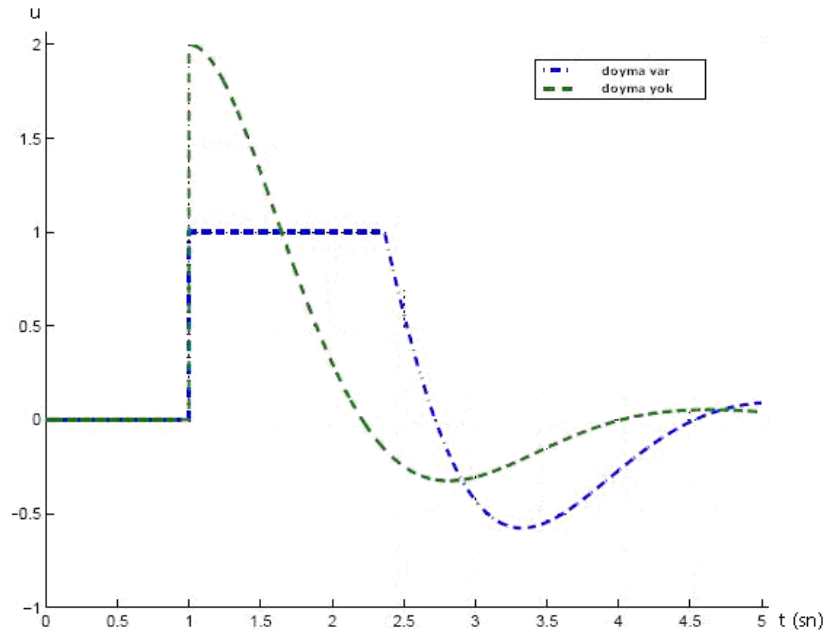
Uygulamada, eyleyiciler için her zaman doyma sınırları vardır. Bu nedenle kontrol edilen sisteme, kontrolör tarafından uygulanacak işaretin sınırları bulunur. Örneğin, bilgisayar ile gerçekleştirilen bir kontrolör, 12 Volt gerilime ihtiyaç duysa dahi bilgisayarlar sadece 5 Volt gerilim sağlayabilir. Böylece kontrolör doyuma ulaşır.

Şekil 2.14, kontrol edilen sisteme uygulanan kontroldeki doymanın etkisini göstermektedir. Şekilde, doymamış olarak gösterilen işaret, Şekil 2.13'teki u_c

işaretine karşılık düşmektedir. Doymuş olarak gösterilen işaret ise *Şekil 2.13*'teki u işaretine karşılık düşer. $t=1$ ve $t=2.4$ zamanları arasında kontrol, kontrol edilecek sisteme 1 Volt'tan büyük bir giriş ister. Kontrolün doyma sınırı 1 ise kontrolün fiziksel olarak 1 Volt'tan daha büyük bir işaret veremeyeceği ortadadır.



Şekil 2.13: Kontrol işaretinin doymaya ulaştığı bir kontrol sistemi.



Şekil 2.14: Bir sisteme uygulanan doymuş ve doymamış kontrol girişi.

İntegral doyması, integral bileşeni ile eyleyici doymasının etkileşimi ile ortaya çıkar. Tüm eyleyicilerin sınırları vardır. Örneğin bir motorun hızı sınırlıdır, bir vananın en fazla açılabilceği sınır değeri bellidir. Geniş sınırlarda işleyen bir kontrol sisteminde yüksek hata değerleri nedeniyle kontrol değişkeni, eyleyicinin sınır değerlerine erişebilir. Böyle durumlarda geribesleme çevrimi kırılır ve eyleyici, süreç çıkışından bağımsız olarak sınır değerinde bulunduğu için sistem açık çevrimde işlemeye başlar. Eğer böyle durumlarda sistemde integral bileşeni de bulunmakta ise hata işareti sürekli entegre edilir. Bu nedenle integral terimi çok büyük değerler alır, bir başka

deyişle “integral doyması” durumu oluşur[3][6]. Önlem olarak, herşey normale dönene kadar hatanın uzunca süre ters işaretle tutulması gerekir.

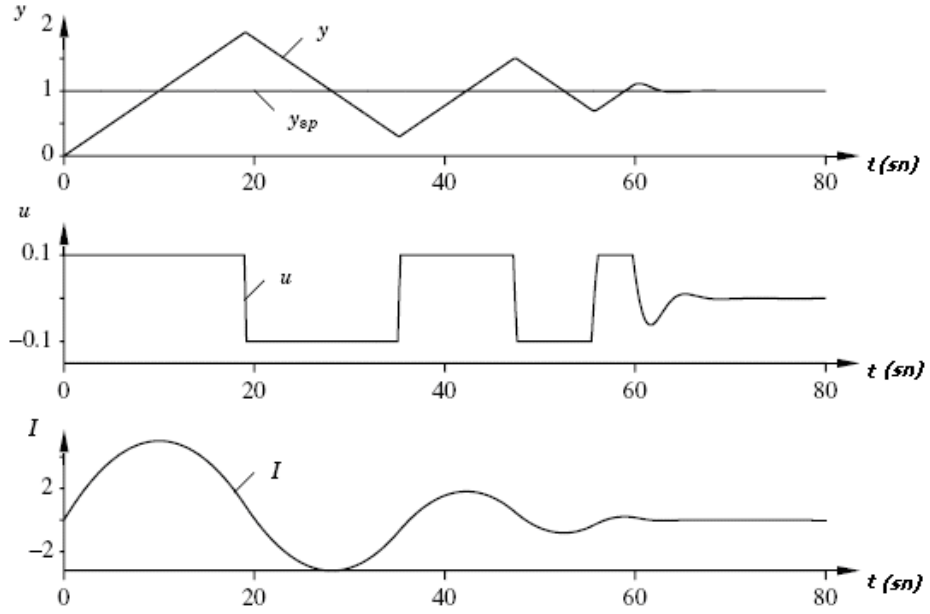
Sonuç olarak, integral bileşen içeren herhangi bir kontrolör, eyleyici doyma değerine ulaştığı zaman büyük geçici rejimlere sahip olabilir.

İntegral doyması, büyük referans değişimleri, büyük bozucular ya da cihaz bozukluklarıyla ilgili de olabilir. Bununla birlikte, birden fazla kontrolörün bir eyleyiciyi sürdüğü seçicilerin kullanıldığı durumlarda da oluşabilir.

Analog kontrolörler zamanında bilinen integral doyması, kontrolörlerin ayrı olarak gerçekleştirilmesi sırasında yeniden öne çıkmıştır. İlerleyen bölümlerde, integral doymasını önleyen yöntemler ele alınmaktadır.

Örnek 2.2:

İntegral doyması örneği *Şekil 2.15*'te, bir sürecin PI kontrolörü ile kontrol edilmesinde görülmektedir. Başlangıç referans değerindeki değişim öyle büyüktür ki, eyleyici en yüksek sınırdan doyma ulaşmaktadır. Hatanın pozitif olmasından dolayı başlangıçta integral terim artar; hatanın sıfırdan geçtiği $t = 10$ değerinde en büyük değerine ulaşır. Bu noktada çıkış değeri, integral teriminin büyük değerinden dolayı doymuş olarak devam eder. Hatanın yeterli bir süre negatif olarak değer almasına kadar doyma değerinde beklemeye devam eder. Çünkü hata yeterince negatif değerde kalırsa, integral bileşeni küçük seviyelere iner. Kontrol işareti sınırları arasında birkaç kez salınımı yapar. Sürece net etki ise yüksek aşım ve kontrol işaretinin uç değerler arasındaki değişiminden dolayı oluşan sönümlü salınımlar olarak gözlenir.



Şekil 2.15: İntegral doyması örneği. Grafiklerde y süreç çıkışı, y_{sp} referans değeri, u kontrol işareti ve I integral bileşeni görülmektedir.

2.5.1 Referans Değerinin Sınırlandırılması

İntegral doymasından kaçınmanın en kolay yolu, referans değerinin değişimine sınırlar getirmektir. Böylelikle kontrolör çıkışı, eyleyici sınırlarına erişemez. Böyle bir çözüm, kontrolör performansına tutucu sınırlandırmalar getirilmesine neden olur. Aynı zamanda, bozuculardan kaynaklanan integral doymasına da çözüm değildir.

2.5.2 Artımlı Algoritmalar

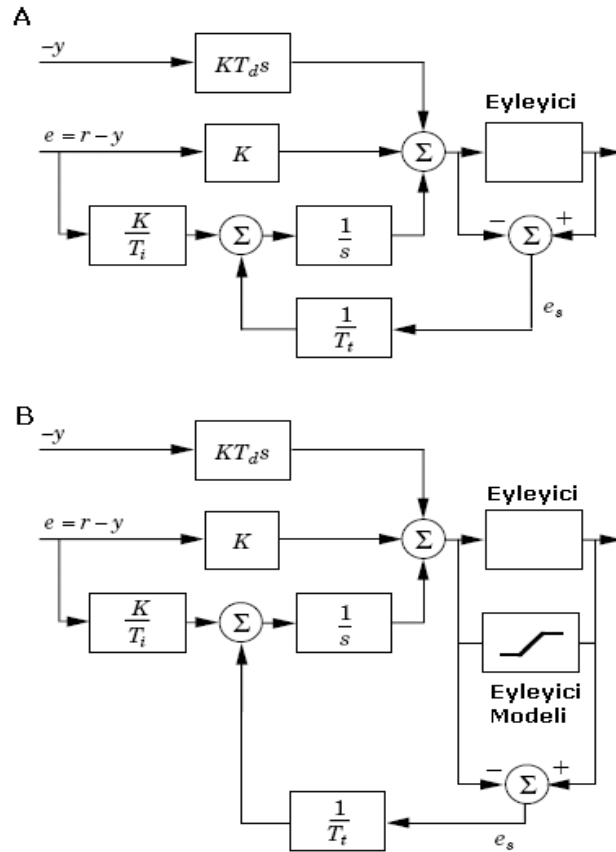
Artımlı algoritmalarla göre, kontrol işaretinin değişim oranı önceden hesaplanır. Ardından kontrol işareti integral bileşenine uygulanır. Bazı durumlarda integral bileşeni eyleyiciye doğrudan bağlı olan bir motor olabilir. Diğer durumlarda ise integral bileşeni, doğrudan kontrolör içinde gerçekleştirilir. Bu yaklaşımla yön değişimlerini ve doymayı kontrol etmek mümkündür. Çünkü çıkışın doyduğu anda integrasyonun durdurulması ile doyma önlenir.

Artımlı algoritmalar, bir sonraki bölümde ele alınan geri hesaplama yöntemi ile eşdeğerdir. Eğer eyleyici çıkışı ölçülüyorsa, doyan çıkışı ölçen bir model kullanılabilir. Kontrol işaretinin değişim oranını sınırlandırmak da kolay bir yoldur.

2.5.3 Geri Hesaplama ve İzleme

Kontrolör çıkışı doydugu zaman, integral bileşeni, yeni değeri doyma sınırında olacak şekilde yeniden hesaplanır. Şekil 2.16’da integral doymasına karşı geri hesaplama yöntemini kullanan bir PID kontrolörünün blok diyagramı görülmektedir.

Sistemde, gerçek eyleyici çıkışını ölçerek ve kontrolör çıkışı v ile eyleyici çıkışı u ’nun farkıyla ortaya çıkan e_s hata işaretinin oluşturduğu fazladan bir geribesleme yolu vardır. e_s hata işareti, $1/T_t$ kazancı ile integral bileşeninin girişine uygulanır. Eyleyici doyma değerine ulaşmadığı zaman işaret sıfırdır. Böylelikle, eyleyici doymadığı zamanlarda normal işleyiş herhangi bir etki söz konusu değildir. Eyleyici doyma değerine ulaştığında, e_s hata işareti sıfırdan farklı değer alır. Süreç girişi sabit değerde kaldığı için sürecin normal geribesleme yolu kırılır. Böyle bir durumda integral bileşeninin etrafındaki yol devreye girer. Bu nedenle, integral bileşeninin çıkışı, girişinin sıfır olabileceği bir değere sürülür.



Şekil 2.16: İntegral doymasını önleyici kontrolör. “A” grafiğinde eyleyici çıkışının ölçüldüğü bir sistem; “B” grafiğinde ise eyleyici çıkışının matematiksel bir modelle tahmin edildiği bir sistem görülmektedir.

İntegral bileşeni girişi, e kontrol hatası olmak üzere, şu şekilde hesaplanır:

$$\frac{1}{T_t}e_s + \frac{K}{T_i}e \quad (2.24)$$

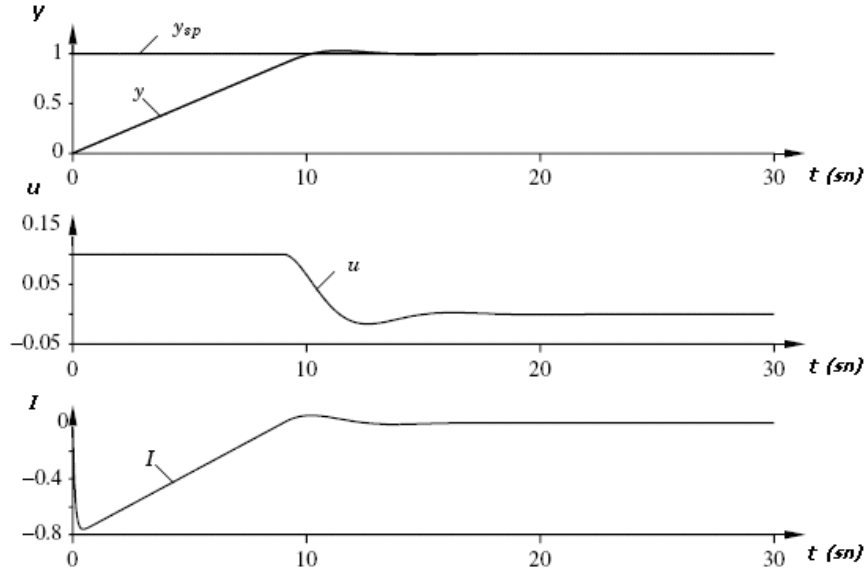
Böylelikle sürekli halde $e_s = -(KT_t / T_i)e$ olarak hesaplanır. $e_s = u - v$ olduğu için, $u_{\lim}$ kontrol değişkeninin doyma değeri olmak üzere kontrolör çıkışı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$v = u_{\lim} + \frac{KT_t}{T_i}e \quad (2.25)$$

e ve $u_{\lim}$ değerleri aynı işareti taşıdıkları için, v kontrolör çıkışı $u_{\lim}$ eyleyici çıkışından büyüktür. Bu durum ise integral doymasını engeller.

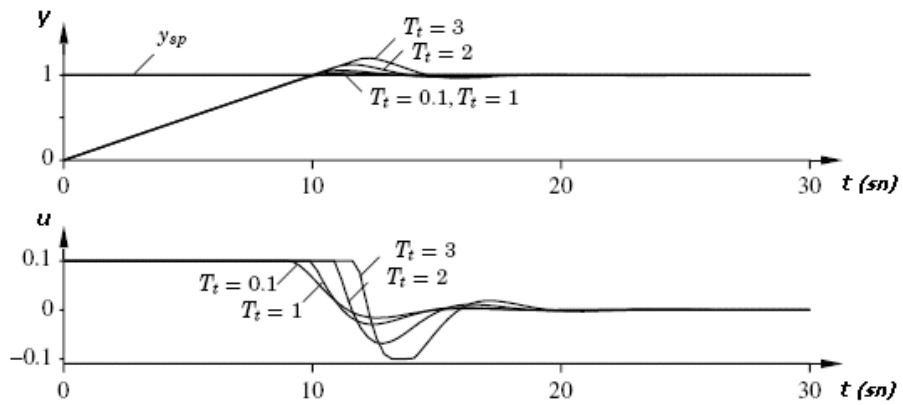
Kontrolör çıkışının ne sıklıkta yeniden başlatıldığı $1/T_t$ geribesleme kazancı ile belirlenir. Burada T_t zaman sabiti olarak yorumlanabilir. İntegral bileşeninin ne kadar çabuk yeniden başlatıldığını belirler. Bu değere “izleme zaman sabiti” denir.

Eyleyici çıkışı genellikle ölçülemez. Böyle durumlarda, *Şekil 2.16B*’de de gösterilen, doyuma ulaşan eyleyicinin matematiksel modelini de içeren integral doyması önleyici bir plan uygulanabilir. *Şekil 2.15*’te benzetimlenen sistemde, integral doyması önleyicili kontrolör kullanılırsa *Şekil 2.17*’deki sonuçlar ortaya çıkar.



Şekil 2.17: Şekil 2.15'teki sisteme integral doymasını önleyici kontrolör uygulanmıştır. Grafiklerde y süreç çıkışı, y_{sp} referans değeri, u kontrol işareti ve I integral bileşeni görülmektedir.

Şekil 2.18'den yorumlanabileceği gibi, zaman sabitini küçük seçmek, integratörün hızla yeniden başlayabilmesini sağlar. Buna karşılık, türev bileşeni içeren sistemlerde integral doyması önleyici tasarımlar yapılırken dikkat edilmesi gereken noktalar vardır. Eğer zaman sabiti çok küçük seçilirse, yapay hatalar çıkışın doymasına neden olup yanlışlıkla integratörün yeniden başlamasına neden olur. Bu nedenle, izleme zaman sabiti T_t , türev zamanı T_d 'den büyük, integral zamanı T_i 'den küçük olmalıdır. Genel kabul, $T_t = \sqrt{T_i T_d}$ olarak seçmektir.



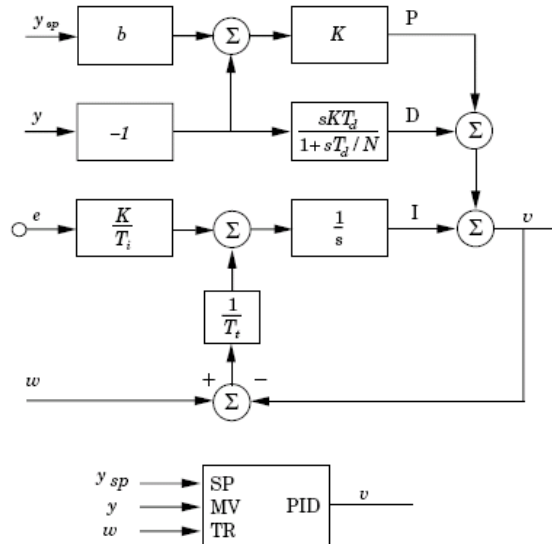
Şekil 2.18: İzleme zaman sabiti T_t 'nin farklı değerlerine göre Şekil 2.15'teki sistemin basamak yanıtları. Üstteki eğri y süreç çıkışını ve y_{sp} referans değerini, alttaki eğri ise u kontrol işaretini gösterir.

2.5.4 İzleme Durumundaki Kontrolörler

Geri hesaplamalı kontrolörlerin iki durumu olduğu söylenebilir:

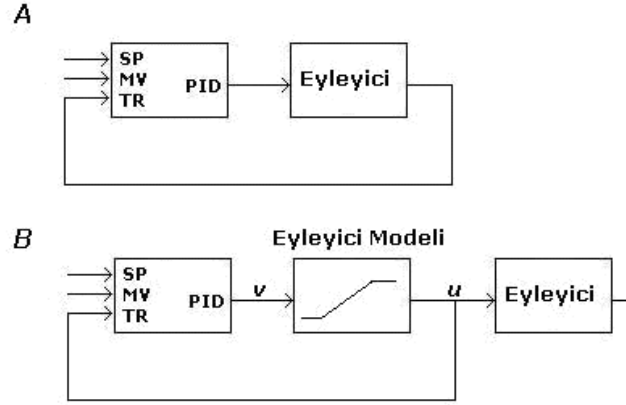
- Sıradan kontrolör gibi davrandığında kullandığı “normal kontrol” durumu
- İntegratörün verilen giriş ve çıkışları eşleştirdiği “izleme” durumu

İzlemeli bir kontrolör iki durumda da çalışabildiği için durum değişimi için mantıksal bir işaretin kullanılması gerektiği düşünülebilir. Fakat, izleme işareti w kontrolör çıkışına eşit olduğunda izleme otomatik olarak durdurulduğu için durum değişimi için mantıksal bir işaretin beklenmesine gerek olmaz. Bu yönüyle izleme durumundaki kontrolörlerden, seçicilerin ve kaskat kontrolün olduğu karmaşık sistemlerde yararlanılabilir.



Şekil 2.19: İzleme işaretli bir PID bileşeninin blok diyagramı ve basitleştirilmiş gösterimi

Şekil 2.19’da izleme işaretli bir PID bileşeni görülmektedir. Bileşenin üç girişi vardır: referans değeri, ölçülen çıkış ve izleme işareti. TR isimli yeni girişe izleme işareti denir. Çünkü kontrolör çıkışı bu işareti izleyecektir. $w = v$ olduğunda izlemenin sonlandırıldığına dikkat edilmelidir. Şekil 2.19’daki PID bileşenini Şekil 2.15’teki sistemde kullanarak Şekil 2.20’deki sistem oluşturulabilir.



Şekil 2.20: İzleme Şekil 2.15'teki integral doymasız kontrolörlerin Şekil 2.19'daki izlemeli temel kontrol modülü kullanılarak tasarlanması

2.5.5 Orantısal Çalışma Aralığı

Orantısal çalışma aralığı kavramı, integral doyması etkisini ve doyma önleyici yöntemleri açıklayabilmek açısından önemlidir. Eğer sistem çıkışı ya da tahmini değeri de aynı aralıkta olursa, eyleyici doyma değerine ulaşamaz. Türev değerinin sınırlandırılmadığı PID kontrolör için kontrol işareti, aşağıdaki ifade ile belirlenebilir:

$$u = K(by_{sp} - y) + I - KT_d \frac{dy}{dt} \quad (2.26)$$

Yukarıdaki ifade, tahmini sistem çıkışına göre çözülürse:

$$y_p = y + T_d \frac{dy}{dt}$$

ifadesi, (2.27) ifadesinde görülen (y_l, y_h) şeklindeki orantısal bandı verir.

$$\begin{aligned} y_l &= by_{sp} + \frac{I - u_{\max}}{K} \\ y_h &= by_{sp} + \frac{I - u_{\min}}{K} \end{aligned} \quad (2.27)$$

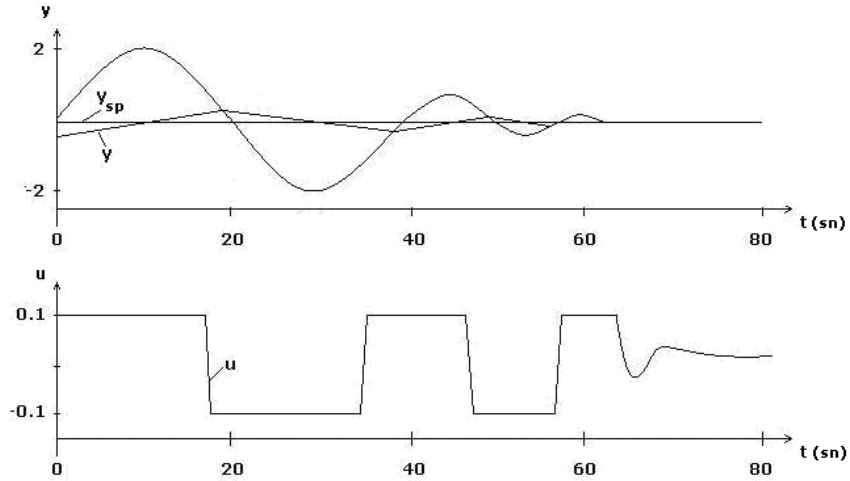
ifadedeki $u_{\min}$ ve $u_{\max}$, eyleyicinin doydugu kontrol işareti değerlerine karşılık gelir. Eğer tahmini çıkış orantısal çalışma aralığında ise kontrol işareti doymaz. İntegral teriminin değiştirilmesi ile orantısal çalışma aralığı ötelenebilir.

İntegral doymasının anlaşılmasında orantısal bandın yararını gösterebilmek için, *Örnek 2.2*'de kullanılan sistem için *Şekil 2.21*'deki orantısal çalışma aralığı ele alınsın. Şekilde de görüldüğü gibi, integral terim doyduğu için orantısal çalışma aralığı da yukarı yönde hareket eder. Bu ise çıkışın, referans değerden büyük olmadıkça orantısal banda erişemeyeceğini gerektirir. Orantısal banda erişildiği zaman kontrol işareti hızla azalmaya başlar. Orantısal bandın hızla değişmesine rağmen çıkış da aynı bantta hızla ilerler ve bu süreç birkaç kez tekrarlanır.

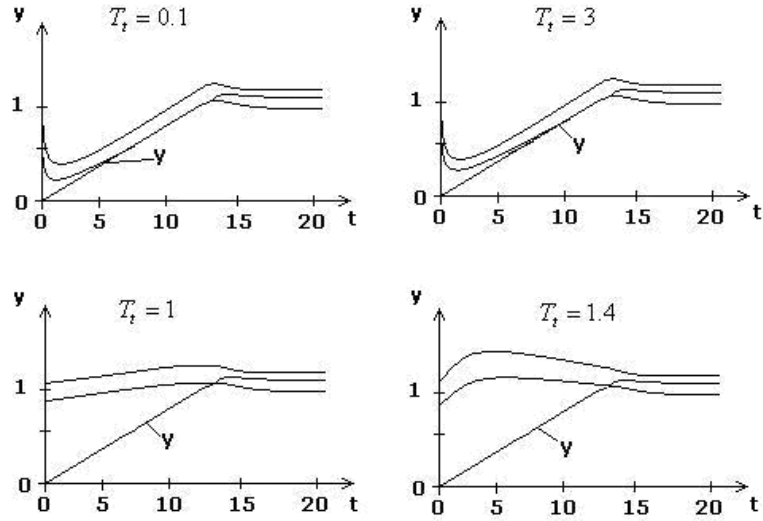
2.5.6 Koşullu İntegrasyon

Koşullu integrasyon, geri hesaplama ve izleme yöntemlerine alternatiftir. Bu yöntemde göre, kontrol sürekli halden uzakta ise integrasyon kapatılır. Yani integral bileşeni, sadece belirli koşullar altında kullanılır. Bu yöntemde aynı zamanda “integral kelepçesi” adı da verilir.

İntegrasyonun yasaklandığı koşullar farklı yollarla ifade edilebilir. *Şekil 2.22*, *Örnek 2.2*'deki sistemde, integral işaretinin doyma esnasında sabit tutulması koşulunun uygulandığı benzetimi gösterir. *Şekil 2.22*'de yapılan karşılaştırma incelenirse, bu özel durum için, koşullu integrasyon ile izleme yöntemleri arasında küçük bir performans farkının olduğu görülür.

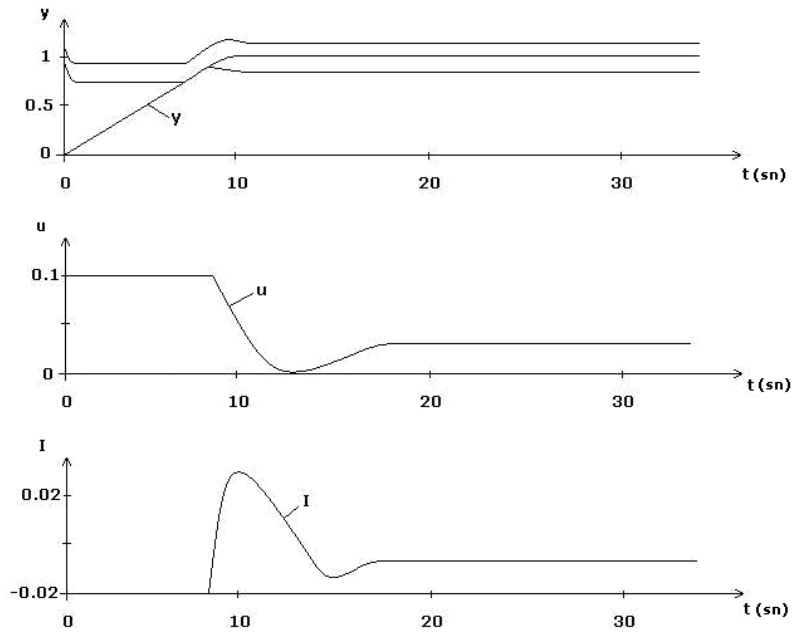


Şekil 2.21: *Örnek 2.2* 'deki sistem için orantısal çalışma aralığı. Üstteki grafik y süreç çıkışını ve orantısal bandı gösterir. Alttaki grafikte ise u kontrol işareti görülmektedir.



Şekil 2.22: İzleme zaman sabiti T_t 'nin farklı değerlerine göre, koşullu integrasyon ve izleme yöntemleri için orantısal çalışma aralığı ve y sistem çıkışları.

Şekil 2.23' te Örnek 2.2'deki sistemin koşullu integrasyon ile benzetimi görülmektedir.



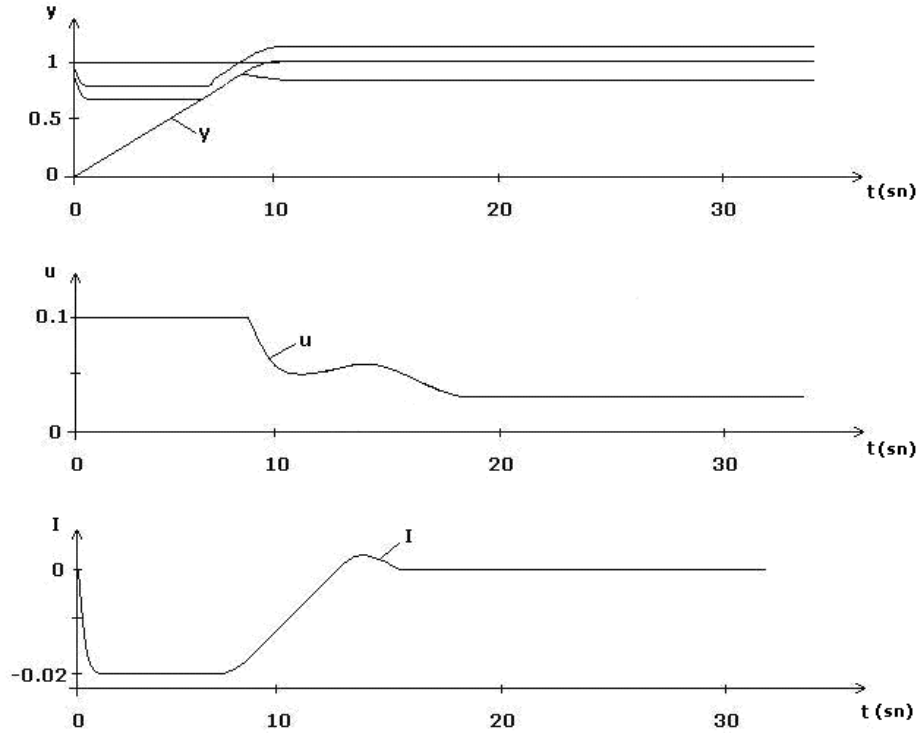
Şekil 2.23: Örnek 2.2'deki sistemin koşullu integrasyon ile benzetimi.

Grafikler orantısal bandı, y sistem çıkışı, u kontrol işaretini ve I integral bileşenini göstermektedir.

İntegrasyonun kapatıldığı çeşitli yaklaşımlar vardır. Bir yaklaşıma göre kontrol hatası büyük olduğu zaman integrasyon kapatılır. Diğer bir yaklaşıma göre ise doyma esnasında integrasyon kapatılır. Her iki yaklaşımın olumsuz yönü, kapatılma sırasında integral terimi büyük bir değerde ise kontrolör sıfırdan farklı bir hata

değerinde kalabilmesidir. Kontrolör doymuşsa ve integratörün kapatılması kontrol işaretinin daha da doymasına neden olarsa, integratörün bu durumda kapatılması, sözü edilen olumsuzluğa neden olmaz.

Bazı koşullu integrasyon yöntemleri ise referans değerlerinde büyük değişimlerin olabileceği başlangıç işlemleri için kullanılır. Örnek olarak, sıcaklık kontrolü sistemlerinde eğer referans değerinde büyük değişimlerin olması gerekiyorsa, orantısal çalışma aralığı referans değerinin dışına alınır. Aradaki fark, sürecin başlatılması esnasındaki görülen geçici yanıtın kaydırılmasına yardımcı olur. Kullanılan parametrelere önyüklemeye veya kesinti parametreleri denir. Şekil 2.24'teki sistemde, orantısal çalışma aralığı, bir ucu referans değerinde, diğer ucu ise büyük değişimlerin olduğu ölçülen değerlerde olmak üzere tasarlanmıştır. Fakat bu yöntemler, bozucuların olduğu durumlarda integral doyması görülmesine neden olabilir.



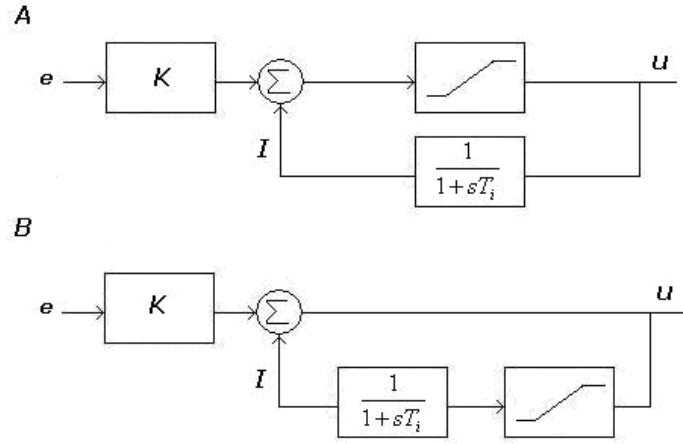
Şekil 2.24: Orantısal bandın kesinti parametreleri kullanılarak kaydırılması.

Grafiklerde orantısal çalışma aralığı, y süreç çıkışı, y_{sp} referans değeri, u kontrol işareti ve I integral bileşeni görülmektedir.

2.5.7 Seri Gerçekleştirim

Etkileşimli biçimdeki bir kontrolörde, integral doymasını önlemek için Şekil 2.25A'daki sistemin doyması modeli kullanılabilir. Tasarımda izleme zaman sabiti T_i ,

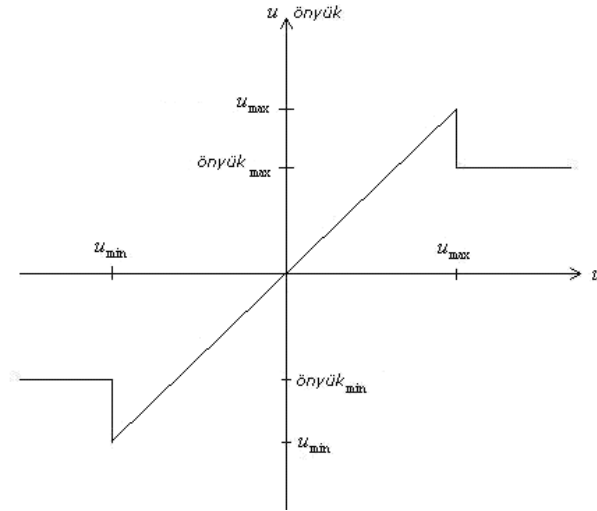
integrasyon terimi T_i ile aynıdır. İzleme zaman sabitinin değeri genellikle çok büyüktür.



Şekil 2.25: İntegral işleminin otomatik yeniden başlatma ile üretildiği kontrolörde integral doymasının önlenmesinin iki yöntemle gerçekleştirilmesi

Şekil 2.25B'deki doyma modeli, kontrol işaretini doğrudan sınırlandıracaktır. Bu nedenle fiziksel doymanın iyi bir modelinin çıkarılması önemlidir. Çünkü güçlü bir sınırlandırma, kontrol işleminin gereksiz yere sınırlandırılmasına, zayıf bir sınırlandırma ise integral doymasına neden olur.

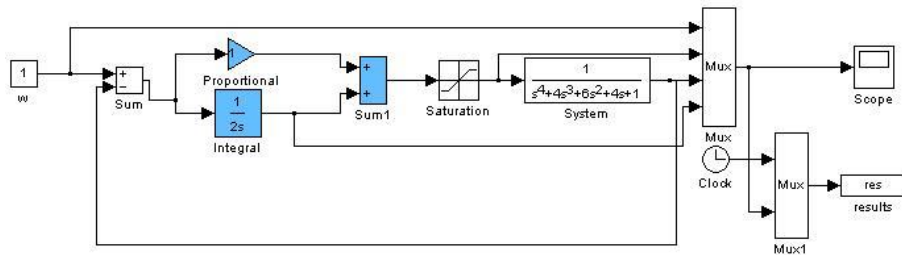
Eğer doyma, Şekil 2.25B'deki gibi düzenlenirse, daha esnek bir çözüm elde edilir. Böyle bir çözümde doyma, kontrolörün orantısal kısmını etkilemez. Bu yapıyla integral kısmı zorlanarak, doyma esnasındaki diğer önyükleme değerleri de dikkate alınır. Doyma fonksiyonu, Şekil 2.26'daki doğrusal olmama durumu ile yer değiştirilerek çözüm elde edilir. Bu tür integral doyması önleme yöntemine “toplu birim” de denir ve bir tür koşullu integrasyon olduğu düşünülebilir. Genel olarak, başlangıçtaki büyük referans değeri değişimlerinden aşım değerinin etkilenmemesi için kullanılır.



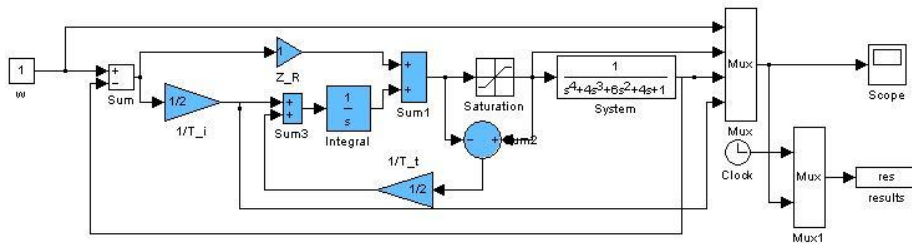
Şekil 2.26: Şekil 2.15'teki kontrolörde integral doymasının önlenmesi için kullanılan toplu birim bileşeni.

Örnek 2.3:

Transfer fonksiyonu $1/(s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1)$ olan sistem, Şekil 2.27'deki gibi PI kontrolör ile kontrol edilmektedir. İntegral doyması görülen bu sistemin kontrolörü, Şekil 2.28'deki gibi tasarlanırsa, integral doyması önlenebilmektedir.

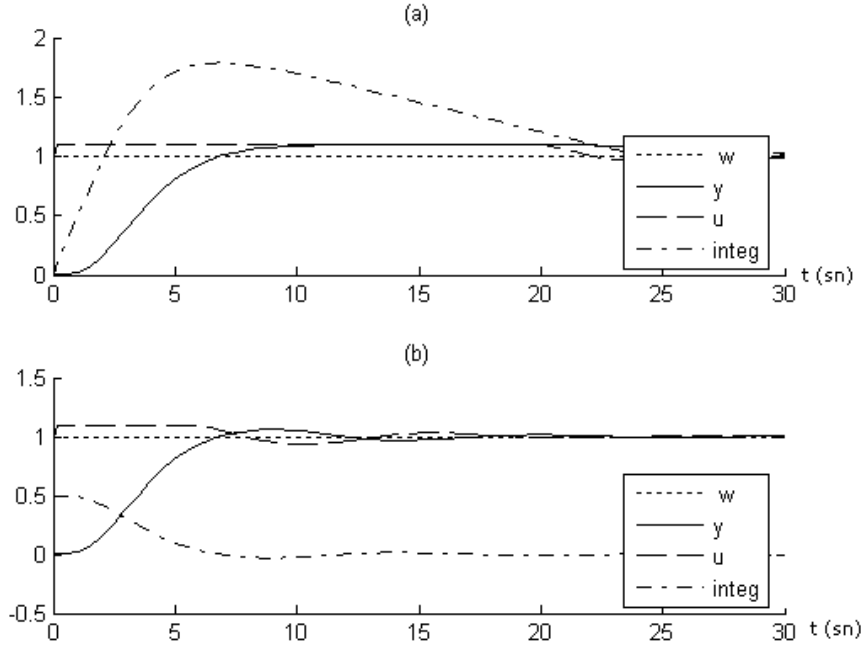


Şekil 2.27: İntegral doymasının görüldüğü PI kontrolörü tasarımı



Şekil 2.28: İntegral doymasının önlenmesini sağlayan kontrolör tasarımı

EK-B'de yer alan Matlab[1] programı kullanılarak, Şekil 2.27 ve Şekil 2.28'de görülen Simulink blok diyagramları benzetimlenerek her iki sistemdeki referans işaretinin, integral bileşenin, kontrol işaretinin ve sistem çıkışının zamanla değişimleri, Şekil 2.29'da görülmektedir.



Şekil 2.29: İntegral doyması ve önlenmesinin benzetimi.

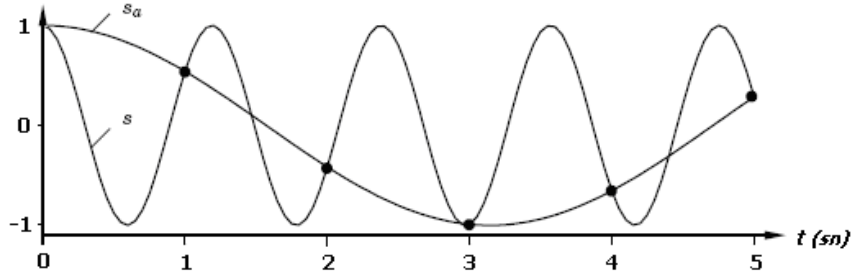
2.6 Ayırık Gerçekleştirim

PID kontrolörleri ayırık olarak gerçekleştirirken, birtakım unsurlar göz önüne alınmalıdır. Bunlar örnekleme, önsüzgeçleme ve ayırıklaştırmadır.

2.6.1. Örnekleme

Kontrol işaretleri, sistem çıkışının ayırık zamandaki değerlerine göre oluşturulur. Bu işleme “örnekleme” denir. Normal durumda, işaretler h periyoduna göre örneklenir. Örnekleme işlemi, PID kontrolörünün gerçekleştirilimini etkileyecek bir takım beklenmedik durumlar ortaya çıkarır.

Buna göre, örnekleme anında sadece değerlerine bakarak, farklı iki işareti birbirinden ayırmaya olanak yoktur. Çünkü iki işaret aynı örnekleme anında aynı değere sahip olabilir. Bu durumdaki işaretlerden birisine, diğerinin yansıyanı denir. Durum *Şekil 2.30*’da görülmektedir.



Şekil 2.30: Yansıma etkisinin gösterimi. Şekilde s işareti ve onun yansıyanı olan s_a işareti görülmektedir.

Yansıma etkisinin bir sonucu olarak, yüksek frekanslı bir bozucu örneklemeden sonra düşük frekanslı bir işaret olarak görünebilir.

2.6.2. Önsüzgeçleme

Gerekli önlemler alınmazsa, yansıma etkisi önemli sorunlara neden olabilir. Bu sorunları önlemek için, analog önsüzgeçleme (frekansı örnekleme, frekansının yarısının üstünde olan tüm işaret bileşenlerini süzme) yönteminden yararlanılabilir. Böyle bir süzgece yansıma önleme süzgeci denir. İkinci mertebeden bir Butterworth süzgeci en sık kullanılan yansıma önleme süzgecidir.

Örnek 2.4:

Önsüzgeçleme bant genişliğinin seçilmesi

Önsüzgecin, işaretleri örnekleme frekansının yarısının $1/16$ 'sı kadar zayıflatması istenilsin. Eğer süzgecin bant genişliği ω_b ve örnekleme frekansı ω_s ise

$$(\omega_s / 2\omega_b)^2 = 16$$

$$\omega_b = \frac{1}{8} \omega_s$$

ilişkisi elde edilir.

2.6.3. Ayırıklaştırma

Sürekli zamandaki PID kontrolörünü, ayrık olarak gerçekleştirebilmek için, PID kontrol yasasındaki türev ve integral değerlerini yaklaşık değerleriyle ifade etmek gerekir. Bu yaklaşımlara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir:

i. Orantısal Bileşen

Sürekli orantısal terimi:

$$P = K(by_{sp} - y)P \quad (2.28)$$

olarak ifade edilir. Bu terimi ayrık olarak gerçekleştirmek için, sürekli değişkenlerin yerine aşağıdaki gibi örneklenmiş karşılıkları kullanılır:

$$P(t_k) = K(by_{sp}(t_k) - y(t_k)) \quad (2.29)$$

ifadedeki t_k , örnekleme anlarına karşı düşer.

ii. İntegral Bileşen

(2.30) ifadesindeki sürekli integral terimi:

$$I(t) = \frac{K}{T_i} \int_0^t e(s) ds \quad (2.30)$$

(2.31) ifadesindeki gibi yazılırsa,

$$\frac{dI}{dt} = \frac{K}{T_i} e \quad (2.31)$$

bu ilişki aşağıdaki şekillerde yaklaşık ifade edilebilir:

– *İleri yönde fark alma yöntemiyle*

Eğer türev terimine ileri yönde fark alma işlemi uygulanırsa:

$$\frac{I(t_{k+1}) - I(t_k)}{h} = \frac{K}{T_i} e(t_k) \quad (2.32)$$

yazılabilir ve

$$I(t_{k+1}) = I(t_k) + \frac{Kh}{T_i} e(t_k) \quad (2.33)$$

fark denklemine götürür.

– Geriye fark alma yöntemiyle

Eğer (2.31) ifadesine, geri yönde fark alma işlemi uygulanırsa:

$$\frac{I(t_k) - I(t_{k-1})}{h} = \frac{K}{T_i} e(t_k) \quad (2.34)$$

ya da

$$I(t_{k+1}) = I(t_k) + \frac{Kh}{T_i} e(t_{k+1}) \quad (2.35)$$

fark denklemi elde edilir.

– Tustin yaklaşımıyla

Başka bir basit yaklaşım yöntemi de Tustin tarafından önerilmiştir. Buna göre:

$$I(t_{k+1}) = I(t_k) + \frac{Kh}{T_i} \frac{e(t_{k+1}) + e(t_k)}{2} \quad (2.36)$$

– Rampa biçimi yaklaşımıyla

Eğer işaret sürekli ise ve örnekleme anlarında parçalı tanımlı doğrusal ise, rampa biçimi yaklaşımıyla tekrar Tustin yaklaşımındaki yinelemeli denkleme ulaşılır:

$$I(t_{k+1}) = I(t_k) + \frac{Kh}{T_i} \frac{e(t_{k+1}) + e(t_k)}{2} \quad (2.37)$$

Dikkat edilirse, kullanılan tüm yaklaşım yöntemleri aşağıdaki türde yinelemeli denklemlerden oluşur:

$$I(t_{k+1}) = I(t_k) + b_{i1} e(t_{k+1}) + b_{i2} e(t_k) \quad (2.38)$$

Yöntemleri birbirinden ayıran ise b_{i1} ve b_{i2} parametrelerinin aldığı farklı değerlerdir.

iii. Türev Bileşeni

Sürekli türev terimi, (2.39) ifadesindeki gibi belirlenir.

$$\frac{T_d}{N} \frac{dD}{dt} + D = -KT_d \frac{dy}{dt} \quad (2.39)$$

Türev terimine de, integral terimine benzer yaklaşık ifadeler uygulanabilir.

– *İleri yönde fark alma yöntemiyle*

Türeve ileri yönde fark alma yöntemi uygulanırsa:

$$\frac{T_d}{N} \frac{D(t_{k+1}) - D(t_k)}{h} + D(t_k) = -KT_d \frac{y(t_{k+1}) - y(t_k)}{h} \quad (2.40)$$

bulunur. (2.40) ifadesi, aşağıdaki yinelemeli denkleme götürür:

$$D(t_{k+1}) = \left(1 - \frac{Nh}{T_d}\right) D(t_k) - KN(y(t_{k+1}) - y(t_k)) \quad (2.41)$$

– *Geriye fark alma yöntemiyle*

(2.40) ifadesine geri fark alma uygulanırsa (2.42) ifadesi elde edilir.

$$\frac{T_d}{N} \frac{D(t_k) - D(t_{k-1})}{h} + D(t_k) = -KT_d \frac{y(t_k) - y(t_{k-1})}{h} \quad (2.42)$$

Bu yaklaşım ise aşağıdaki yinelemeli denkleme götürür:

$$D(t_k) = \frac{T_d}{T_d + Nh} D(t_{k-1}) - \frac{KT_d N}{T_d + Nh} (y(t_k) - y(t_{k-1})) \quad (2.43)$$

– *Tustin yaklaşımıyla*

Eğer türev terimine Tustin yaklaşımı uygulanırsa:

$$D(t_k) = \frac{2T_d - Nh}{2T_d + Nh} D(t_{k-1}) - \frac{2KT_d N}{2T_d + Nh} (y(t_k) - y(t_{k-1})) \quad (2.44)$$

bulunur.

– Rampa biçimi yaklaşımla

Rampa biçimi yaklaşımdan (2.45) ifadesi elde edilir.

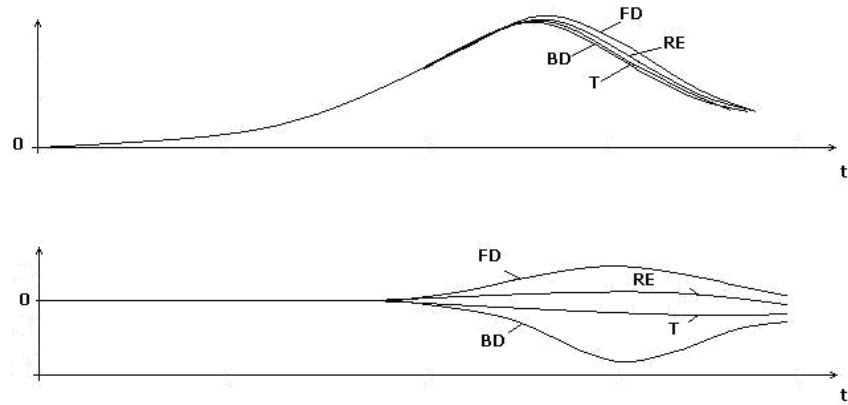
$$D(t_k) = e^{-Nh/T_d} D(t_{k-1}) - \frac{KT_d(1 - e^{-Nh/T_d})}{h} (y(t_k) - y(t_{k-1})) \quad (2.45)$$

Dikkat edilirse, kullanılan tüm yaklaşım yöntemleri aşağıdaki türde yinelemeli denklemlere karşı düşer ve yöntemleri birbirinden ayıran ise a_d ile b_d parametrelerinin aldığı farklı değerlerdir.

$$D(t_k) = a_d D(t_{k-1}) - b_d (y(t_k) - y(t_{k-1})) \quad (2.46)$$

Türev terimi ile ilgili yapılan yaklaşımların kararlı olması için $|a_d| < 1$ olmalıdır. İleri fark alma yaklaşımı $T_d > Nh/2$ koşulunu gerektirir. T_d 'nin küçük değerleri için yaklaşım kararsızdır. Zaten T_d 'nin küçük değerleri için Tustin yaklaşımı ve ileri yönde fark alma yöntemi negatif değerlerle sonuçlanır. Geri yönde fark alma yaklaşımı ise T_d 'nin tüm değerleri için iyi sonuçlar verir. Aynı zamanda, rampa biçimi ile kıyaslanırsa, hesaplanması daha kolaydır. Bu nedenle geri yönde fark alma yöntemi en sık kullanılan yaklaşım yöntemidir.

Şekil 2.31’de farklı ayrıklaştırma yöntemlerine ilişkin faz eğrileri verilmiştir.



Şekil 2.31: PD kontrolörler için faz eğrileri. Bu eğriler, $sT_d/(1+sT_d/N)$ türev teriminin farklı şekillerde ayrıklaştırılmasından oluşmuştur.

Ayrıklaştırma yöntemleri ileri yönde fark alma yöntemi (FD), geri yönde fark alma yöntemi (BD), Tustin (T) ve rampa biçimi (RE) yaklaşımıdır.

Altındaki eğri ise yaklaşımlar arasındaki fark ve gerçek faz eğrisidir.

Şekilden de görüldüğü gibi, sürekli karşılığına en yakın olanlar, Tustin ve rampa biçimi yaklaşımlarıdır. Geriye fark alma yöntemi, en düşük faz gelişimini sağlarken; ileri yönde fark alma yöntemi, en yüksek faz gelişimini sağlar. Türev zamanı T_d , küçük değerler için kararsızlık gösterdiğinden, ileri yönde fark alma yöntemi az kullanılır. Kolaylığı ve sürekli karşılığına çok yaklaştığından, Tustin yaklaşımı sıklıkla kullanılır. Geri yönde fark alma yöntemi ise, küçük T_d değerleri ile ilgilenmesi durumlarda kullanılır.

PID kontrolörleri ile ilgili tüm yaklaşımlar aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$R(q)u(kh) = T(q)y_{sp}(kh) - S(q)y(kh) \quad (2.47)$$

Burada q , ileri yönde öteleme operatörü, R , S ve T polinomları ise ikinci mertebeden polinomlardır. Bu polinomların yapısı şu şekildedir:

$$\begin{aligned} R(q) &= (q-1)(q-a_d) \\ S(q) &= s_0q^2 + s_1q + s_2 \\ T(q) &= t_0q^2 + t_1q + t_2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

Bu koşullar altında, (2.47) ifadesi, (2.49) ifadesindeki şekliyle yazılabilir.

$$\begin{aligned} u(kh) &= t_0y_{sp}(kh) + t_1y_{sp}(kh-h) + t_2y_{sp}(kh-2h) \\ &- s_0y(kh) - s_1y(kh-h) - s_2y(kh-2h) \\ &+ (1+a_d)u(kh-h) - a_du(kh-2h) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Bu durumda, S ve T polinomlarındaki katsayılar ise şu şekilde bulunur:

$$\begin{aligned} s_0 &= K + b_{i1} + b_d \\ s_1 &= -K(1+a_d) - b_{i1}a_d + b_{i2} - 2b_d \\ s_2 &= Ka_d - b_{i2}a_d + b_d \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} t_0 &= Kb + b_{i1} \\ t_1 &= -Kb(1+a_d) - b_{i1}a_d + b_{i2} \\ t_2 &= Kba_d - b_{i2}a_d \end{aligned} \quad (2.51)$$

Farklı yaklaşımlara ilişkin katsayılar *Tablo 2.1* 'de verilmiştir.

Tablo 2.1: Sürekli PID kontrolörünün ayrıklaştırılmasında kullanılan farklı yaklaşımlara ilişkin katsayılar.

	İleri Yön	Geri Yön	Tustin	Rampa Biçimi
b_{i1}	0	$\frac{Kh}{T_i}$	$\frac{Kh}{2T_i}$	$\frac{Kh}{2T_i}$
b_{i2}	$\frac{Kh}{T_i}$	0	$\frac{Kh}{2T_i}$	$\frac{Kh}{2T_i}$
a_d	$1 - \frac{Nh}{T_d}$	$\frac{T_d}{T_d + Nh}$	$\frac{2T_d - Nh}{2T_d + Nh}$	e^{-Nh/T_d}
b_d	KN	$\frac{KT_d N}{T_d + Nh}$	$\frac{2KT_d N}{2T_d + Nh}$	$\frac{KT_d (1 - e^{-Nh/T_d})}{h}$

2.6.4. Artımlı Biçim

Bu bölüme kadar ele alınan algoritmalar, doğrudan kontrolör çıkışını vermekte olduklarından, “konum algoritmaları” sınıfına girmektedir. Buna karşılık, ayrık uygulamalarda ise “hız algoritmaları” sıklıkla kullanılır. Hız algoritmalarının ayrık şekline “artımlı algoritma” denir. Kontrolör çıkışı, aşağıdaki ifadedeki gibi, zaman farkları ve artımlar ile hesaplanır:

$$\Delta u(t_k) = u(t_k) - u(t_{k-1}) = \Delta P(t_k) + \Delta I(t_k) + \Delta D(t_k) \quad (2.52)$$

Orantı, integral ve türev bileşenlerinin artımları aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\Delta P(t_k) = P(t_k) - P(t_{k-1}) = K(by_{sp}(t_k) - y(t_k) - by_{sp}(t_{k-1}) + y(t_{k-1})) \quad (2.53)$$

$$\Delta I(t_k) = I(t_k) - I(t_{k-1}) = b_{i1}e(t_k) + b_{i2}e(t_{k-1}) \quad (2.54)$$

$$\Delta D(t_k) = D(t_k) - D(t_{k-1}) = a_d \Delta D(t_{k-1}) - b_d (y(t_k) - 2y(t_{k-1}) + y(t_{k-2})) \quad (2.55)$$

Artımlı algoritmanın yararı, hesaplamaların çoğunun artımlar ile yapılmasındadır. Bu nedenle, kısa kelime-uzunluğu hesaplamaları kullanılabilir. Yalnızca son adımda, doğruluk derecesinin gerektirdiği artımlar eklenir. Diğer bir yararı ise, kontrolör çıkışı doğrudan integratör tarafından sürülerek aşırı doymaya karşı korunulabilir ve durum değişimleri kontrol edilebilir.

Artımlı algoritmanın olumsuz yanı ise, P ya da PD bileşenlerini içeren kontrolörlerde kullanılamamasıdır. Bu nedenle, ΔP , integral bileşeninin bulunmadığı durumlarda aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\Delta P(t_k) = K(by_{sp}(t_k) - y(t_k)) + u_b - u(t_{k-1}) \quad (2.56)$$

2.6.5. Ölçeklendirme ve Kelime Uzunluğu

Kelime uzunluğu kısa olan bilgisayarlarda integral terimini gerçekleştirmek zordur. (2.38) ifadesinde bu zorluk görülür. Düzeltme terimleri olan $b_{i1}e(t_{k+1}) + b_{i2}e(t_k)$ ve $I(t_k)$ terimine oranla küçüktürler. Bu yüzden kelime uzunluğu yeterince büyük değilse yuvarlanır. Bu yuvarlama etkisi ile bir kayma değeri oluşur. Bu kayma değerine “integrasyon kayma değeri” denir.

Düzeltme terimindeki yuvarlama hatasından kaçınmak için en az 20 bit’lik bir doğruluk derecesine sahip olmak gereklidir.

2.7 Çalışma Yöntemleri

Uygulamada tüm kontrolörler, elle kontrol ve otomatik kontrol olmak üzere iki yönde çalıştırılabilirler. Elle kontrolde, bir operatör kontrolör çıkışını doğrudan üretir. Bununla birlikte, bir kontrolör, başka kontrolörlerle birlikte ardışıl şekilde, orantısal bağlantı ya da çarpanlar ve seçiciler gibi doğrusal olmayan elemanlarla birlikte çalıştırılabilir. Böylece daha çok çalışma yönüne ulaşılır.

Kontrolörler, çalışmaları esnasında işleyişlerini değiştirebilecek parametreleri de bulundurabilir.

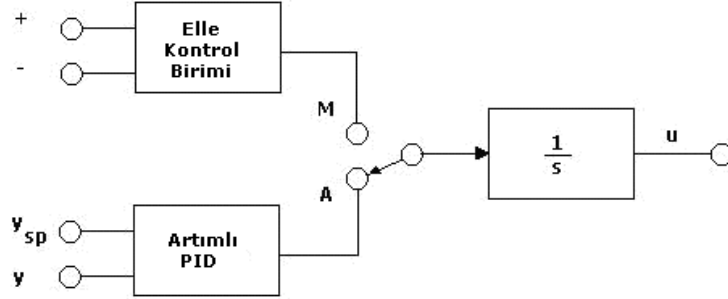
Gerek elle kontrol ya da otomatik kontrol yöntemleri arasında geçişte gerekse parametre değişimi sırasında, geçiş rejimlerinde kaçınmak gerekir. Seçilecek yöntem üzerinde çalışılan kontrolörün yapısına göre karar verilir.

2.7.1. Elle Kontrol ve Otomatik Kontrol Arasında Sıçramasız Geçiş

Kontrolör dinamik bir sistem olduğu için, elle kontrol ve otomatik kontrol yöntemleri arasındaki geçişte sistemin geçişe uygun durumda bulunması gerekir. Sistem elle kontrol yönünde olduğu zaman, kontrol algoritmasının ürettiği kontrol işareti ile elle kontrol yoluyla üretilen kontrol işareti birbirinden farklı olabilir. Bu nedenle, geçiş

esnasında her iki işaretin de aynı olmasına dikkat edilir. Böylece “sıçramasız geçiş” elde edilir.

Artımlı biçimdeki kontrolörlerde sıçramasız geçiş elde etmek kolaydır. *Şekil 2.32*'de bu durum görülebilir.



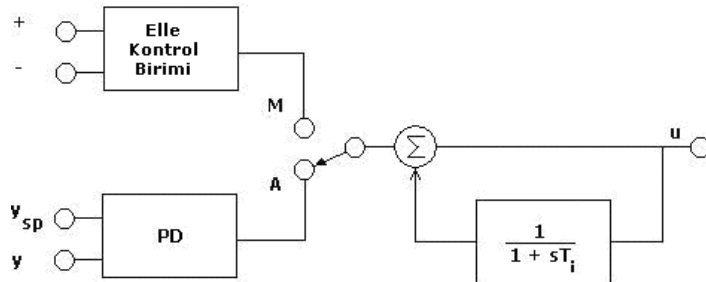
Şekil 2.32: Artımlı çıkışa sahip bir kontrolörde sıçramasız geçiş.

İntegratörde bulunan anahtarlar sayesinde, işaretler elle kontrol ya da otomatik artımlardan elde edilebilir. Değişim sadece artımları etkileyeceği için büyük geçişler olmaz. PID kontrolörün ürettiği kontrol işareti şöyle ifade edilir:

$$u(t) = u_0 + u_p(t) + u_i(t) + u_d(t) \quad (2.57)$$

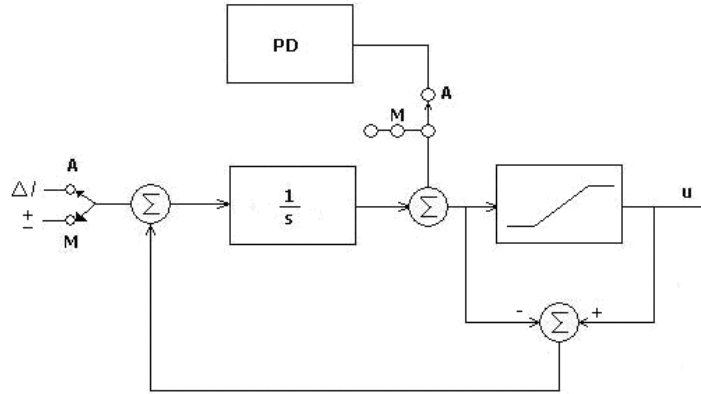
Bu durumda, verilen sürekli hal çalışma noktası için u_0 'ın değeri hesaplanır ve doğrudan programa bir sabit olarak eklenir ya da elle kontrolden otomatik kontrol yönüne geçiş öncesi operatör tarafından değiştirilir. Otomatik kontrol yönüne geçiş hata sıfır değerindeyken yapılır; geçiş esnasında integral terimi sıfır olur ve kontrol işareti $u(t) = u_0$ olur.

Şekil 2.33'te görüldüğü gibi benzer bir düzenek, seri ya da etkileşimli PID kontrolörlerde de kullanılabilir. Bu durumda, değişim anında PD kısmının çıkışı sıfır değilse geçici rejim oluşur.



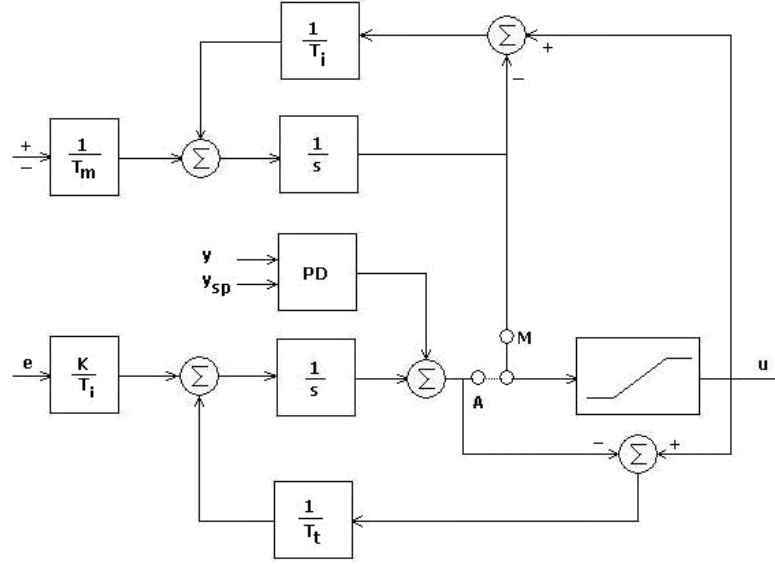
Şekil 2.33: Seri gerçekleştirime sahip bir kontrolörde sıçramasız geçiş.

Şekil 2.34'te görüldüğü gibi paralel bir PID kontrolörlerde, kontrolörün integratörü elle kontrol yönündeki değişiklikleri toplar. Böyle bir sistem elle kontrol ve otomatik yönler arasında yumuşak bir geçiş sağlar (Değişimin, *PD* bloğunun çıkışı sıfır iken yapılması koşuluyla). Bunun dışındaki durumlarda geçici rejim oluşur.



Şekil 2.34: Bir integratörün hem otomatik yönde integral bileşeni amacıyla kullanılması hem de elle kontrol yönünde artımlı komutların toplanmasında kullanılması

Artımlı değişiklikleri elle kontrol ile ekleyebilmek için ayrı bir integratör kullanmak da mümkündür. Böyle bir sistemde, geçiş rejimlerini engellemek için, kontrolör elle kontrol yönünde iken PID kontrolördeki integratörün uygun değerde bulunmasına dikkat edilir. Benzer şekilde, elle kontrol ile ilişkili olan integratör, kontrolör otomatik yönde iken de uygun değerde tutulur. Böyle bir sistem, Şekil 2.35'te görülmektedir. Kontrol hatası ya da türevi, değişme anında sıfırdan farklı olsa bile elle kontrol ve otomatik kontrol yönleri arasındaki geçiş yumuşak olur. Şekil 2.35'teki gibi, kontrolör otomatik yönde çalışırken, PID kontrolörün v çıkışından gelen geribesleme u çıkışını izler. v işaretinin izlenmesiyle, tüm zamanlarda u işaretine yakınlığı mümkün olur. Benzer bir izleme yöntemi de elle kontrol yönündeki integratörün kontrolör çıkışını izlemesinde görülebilir.



Şekil 2.35: Elle kontrol ve otomatik yönler arasında yumuşak geçiş yapabilen, seri gerçekleştirilmiş bir PID kontrolör.

2.7.2. Sıçramasız Parametre Değişimleri

Kontrolör dinamik bir sistemdir. Bu nedenle dinamik bir sistemin parametrelerindeki değişim çıkışı etkiler. Sistem durumlarının eş zamanlı değiştirilebildiği zamanlarda, çıkışta oluşabilecek ani değişimlerden kaçınılabilir. Çıkışta görülecek değişimler, seçilen gerçekleştirme yöntemine de bağlıdır.

PID kontrolörle, hatanın sıfır olması durumunda parametrelerin değiştirilmesi ile çıkışta büyük değişimler görülmesi beklenmez. Bu durum tüm artımlı algoritmalar için geçerlidir. Çünkü artımlı algoritmaların çıkışı, parametre değerlerinden bağımsız olarak, sadece girişin sıfır olması halinde sıfır çıkışı verir.

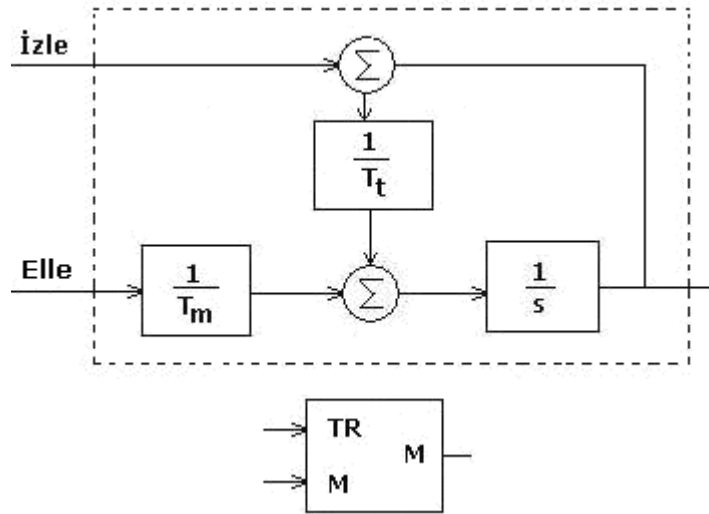
Ancak bir konum algoritmasında davranış, gerçekleştiriş şekline bağlıdır. Sistem durumu, algoritmanın uygulanacağı sırada $x_I = \int_0^t e(\tau) d\tau$ olarak seçilirse, bu durumda integral terimi $I = (K/T_i)x_I$ olarak ifade edilebilir.

K ya da T_i 'deki herhangi bir değişim, I 'daki değişime neden olur. Parametrelerin değiştiği andaki sıçramaları önlemek için integral teriminin uygulanacağı zaman sistem durumunun, $x_I = \int_0^t \frac{K(\tau)}{T_i(\tau)} e(\tau) d\tau$ olarak seçilmesi daha uygun olur. Gerekli önlemler alınarak, hata sıfırken parametre değişikliklerini gerçekleştirmek

mümkündür. Buna rağmen, referans ağırlıklandırma değerlerinin ($e_p = by_{sp} - y$) kullanıldığı durumda özel önlemin alınması gerekmektedir. Böyle bir durumda sıçramasız parametre değişimi elde etmek için parametre değişimleri sırasında $P+I$ değerinin değişmemesine dikkat edilmelidir. Yani parametrelerin değiştiği sırada, I durumu aşağıdaki gibi değişmelidir:

$$I_{yeni} = I_{eski} + K_{eski}(b_{eski}y_{sp} - y) - K_{yeni}(b_{yeni}y_{sp} - y) \quad (2.58)$$

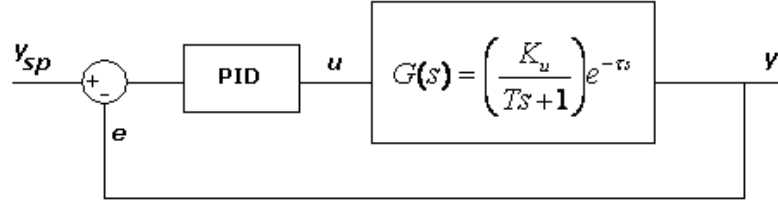
Otomasyon sistemlerinin uygun bileşenlerden oluşturulması gerekir. Şekil 2.36'da, izleme girişi ve elle kontrol girişi olmak üzere iki girişli bir elle kontrol bileşeninin blok diyagramı görülmektedir. Sistemin, elle kontrol girişi için T_m zaman sabiti ve T_r yeniden başlatma zaman sabiti vardır.



Şekil 2.36: Elle kontrol bileşeni.

Örnek 2.5:

Örnek, Şekil 2.37'de görülen ve transfer fonksiyonu $G(s) = \left(\frac{K_u}{Ts+1} \right) e^{-\tau s}$ olan, birinci mertebeden zaman gecikmeli, su giriş ve çıkışları bulunan bir tankın sıcaklık kontrolü benzetimlenmektedir.



Şekil 2.37: Su giriş ve çıkışları olan tankın sıcaklık kontrolü.

Su tankının parametreleri şöyle sıralanabilir:

w : kütle akış hızı

U : ısıtıcının gücü

τ : zaman gecikmesi

T : Sıcaklık algılayıcısının yanıtı

Parametrelerden yola çıkarak, sistemin transfer fonksiyonunun bileşenleri aşağıdaki gibi ayırt edilebilir:

Sistem kazancı : $K_u = \frac{K_e}{cw + U}$

Zaman sabiti : $T_k = \frac{\rho V}{(w + U / c)}$

Zaman gecikmesi : $\tau = K_r / w$

Sürecin normal çalışma noktaları aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

- Tank sıcaklığı $T = 50^\circ C$.
- Referans değeri sıcaklık $T_{SP} = 50^\circ C$.
- Giriş sıcaklığı $T_{in} = 20^\circ C$.

Benzetimde aşağıdaki PID parametreleri kullanılabilir:

- $K_p = 6.7$
- $T_i = 250$ dakika
- $T_d = 63$ dakika

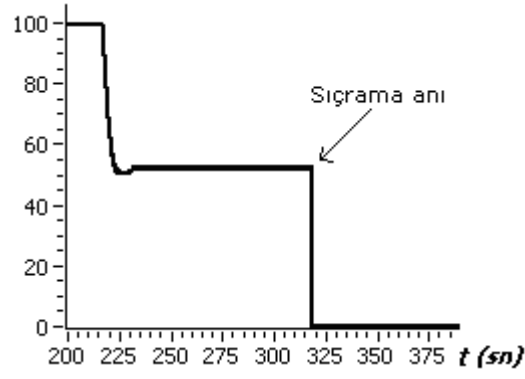
Sıçramasız geçiş, kontrol işaretinin otomatik ve elle kontrol yönleri arasında aniden değişmemesi demektir. Benzetimde kullanılan PID kontrolöründe sıçramasız geçişi sağlamak için PID kontrolör, kontrol işaretini $u = u_0 + u_p + u_i + u_d$ olarak hesaplar. Buna göre, u_0 nominal kontrol işaretidir ve ayarlanabilen bir sabittir. Kontrolör elle kontrol yönünde çalışırken, kontrol işareti $u = u_0$ 'dır.

- Otomatik kontrolden elle kontrol yönüne olan sıçramasız geçiş u_0 'a, geçişten hemen önceki kontrol işaretinin verilmesi ile gerçekleştirilir.
- Elle kontrolden otomatik kontrol yönüne olan sıçramasız geçiş, u_0 'ın elle kontrolde en son aldığı değeri koruması ve geçişten hemen önce u_p , u_i ve u_d değerlerinin sıfırlanması ile gerçekleştirilir.

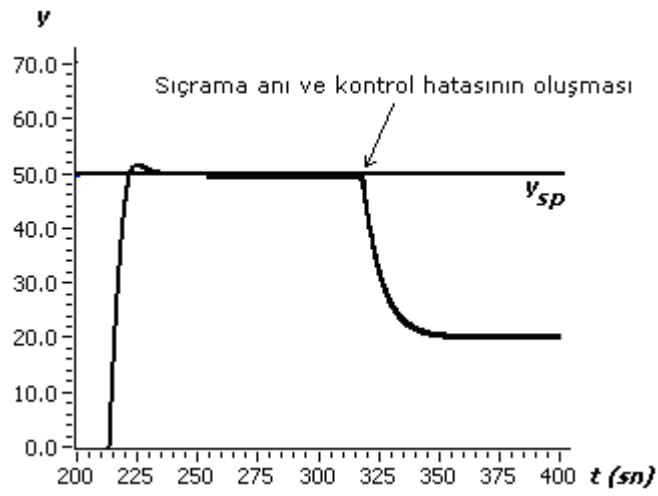
Eğer otomatik kontrolden elle kontrol yönüne geçiş esnasında sıçramasız geçiş seçeneği devre dışı bırakılırsa (nk benzetimde böyle bir seçenek de bulunmaktadır), u_0 otomatik kontrol yönünde edindiği değeri elle kontrol yönünde de korur (böylelikle geçişten hemen önceki kontrol işaretinin değeri alınmamış olur).

Eğer elle kontrolden otomatik kontrol yönüne geçiş esnasında sıçramasız geçiş seçeneği devre dışı bırakılırsa u_0 mevcut değerini korur (bu durum, sıçramasız geçişteki gerçekleştirimin aynısıdır). Benzetimde sıçramalı geçiş şöyle gösterilir:

1. Kontrolör otomatik kontrol yönünde çalışacak şekilde ayarlanır.
2. PID kontrolörün parametre alanındaki uygun anahtarı kullanarak sıçramasız geçiş devre dışı bırakılır.
3. Sıçramasız kontrolü kullanmamanın olumsuzluklarını gösterebilmek için u_0 nominal kontrol değerini 0 olarak belirlenir.
4. Sıcaklığın referans değerinde durur ($50^{\circ}C$) (Kontrolrdeki integral terimi $u_0 = 0$ olsa da kontrol hatasının sıfır olmasını sağlar).
5. Sürece uygulanacak kontrol işaretinin $u_0 = 0$ olmasını gerektiren otomatik kontrol yönünden elle kontrol yönüne geçiş sağlanır. Yön değiştirme sırasındaki kontrol hareketi şekil 2.38'de, sistem çıkışı ve kontrol hatası ise şekil 2.39'da görülür.

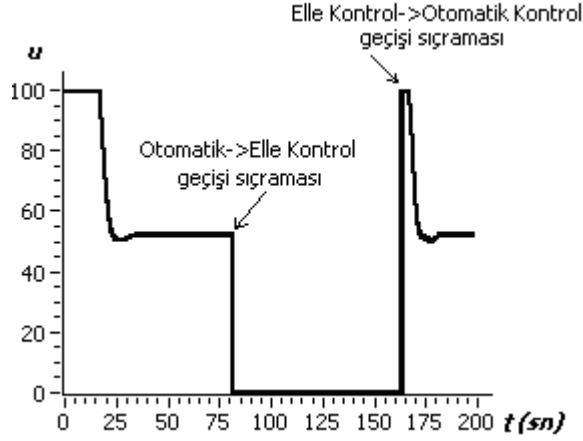


Şekil 2.38: Otomatik Kontrol → Elle Kontrol yönü sıçramalı geçişindeki kontrol hareketi.

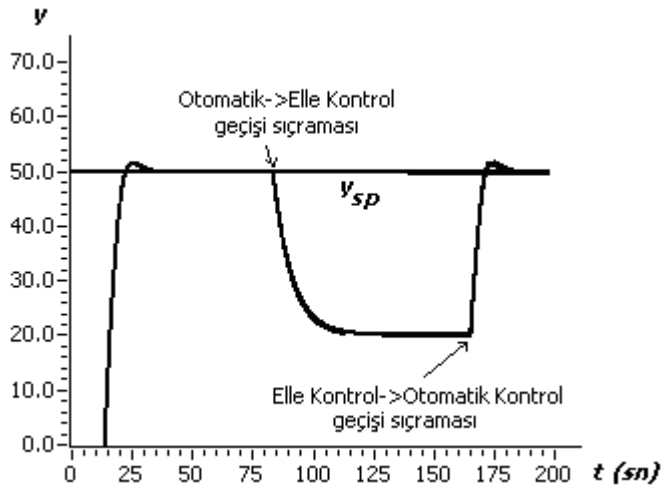


Şekil 2.39: Otomatik Kontrol → Elle Kontrol yönü sıçramalı geçişinde sistem çıkışı ve kontrol hatası

6. Kontrol işaretinin u_0 , P -, I - ve D - parametrelerinin değerleri toplamına eşit olmasını gerektiren elle kontrol yönünden otomatik kontrol yönüne geçiş sağlanır. Yön değişirime sırasında kontrol hareketi *Şekil 2.40*'da sistem çıkışı ve kontrol hatası ise *Şekil 2.41*'de görülür.



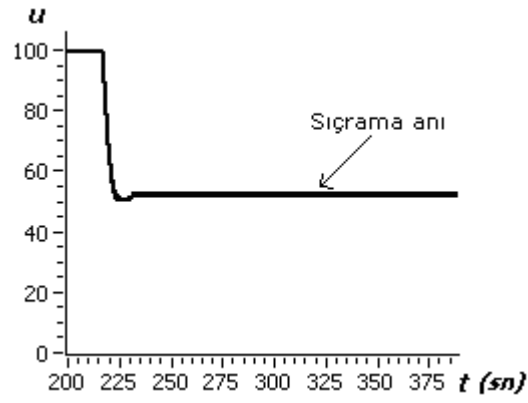
Şekil 2.40: Elle Kontrol → Otomatik Kontrol yönü sıçramalı geçişindeki kontrol hareketi.



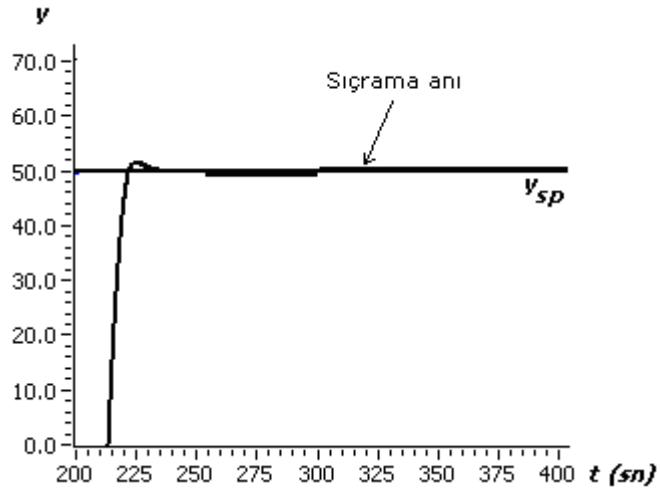
Şekil 2.41: Elle Kontrol → Otomatik Kontrol yönü sıçramalı geçişindeki sistem çıkışı ve kontrol hatası.

Benzetimde sıçramasız geçiş şöyle gösterilir:

1. Kontrolör otomatik kontrol yönünde çalışacak şekilde ayarlanır.
2. PID kontrolörün parametre alanındaki uygun anahtarı kullanarak sıçramasız geçiş devreye alınır.
3. $u_0 = 0$ olarak belirlenir.
4. Sıcaklığın referans değerinde durur (50°C).
5. u kontrol işaretinin değeri 52.50'dir.
6. Kontrolör otomatik kontrol yönünden elle kontrol yönüne geçirilir. Geçiş sırasında kontrol hareketi Şekil 2.42'de sistem çıkışı ise Şekil 2.43'te görülür.



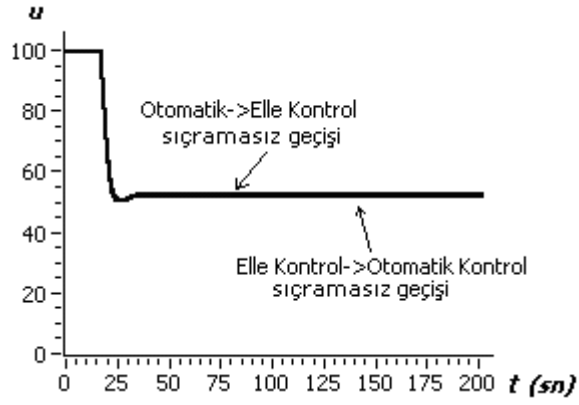
Şekil 2.42: Otomatik Kontrol → Elle Kontrol yönü
sıçramasız geçişindeki kontrol hareketi.



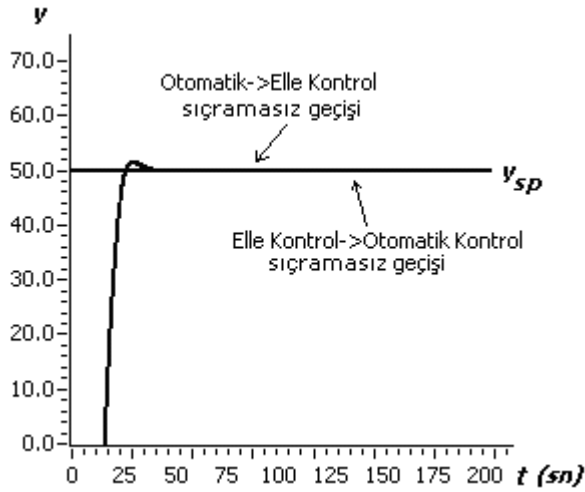
Şekil 2.43: Otomatik Kontrol → Elle Kontrol yönü
sıçramasız geçişinde sistem çıkışı

Geçişten hemen sonra u_0 , 52.50 değerini almıştır. Bu u_0 değeri geçişten hemen önceki u değeri ile aynıdır.

7. Kontrolör elle kontrol yönünden otomatik kontrol yönüne geçirilir. Geçiş sırasındaki kontrol hareketi *Şekil 2.44*'te sistem çıkışı ise *Şekil 2.45* 'te görülür.



Şekil 2.44: Elle Kontrol → Otomatik Kontrol yönü sıçramasız geçişindeki kontrol hareketi.



Şekil 2.45: Elle Kontrol → Otomatik Kontrol yönü sıçramasız geçişindeki sistem çıkışı.

Örnek 2.6:

İntegral doymasını önleyen ve sıçramasız parametre değişimini sağlayan PID algoritmasının sözde programı:

```

/* Kontrolör katsayılarının hesaplanması */
bi=K*h/Ti                                     /* integral kazancı */
ad=(2*Td-N*h)/(2*Td+N*h)
bd=2*K*N*Td/(2*Td+N*h)                       /* türev kazancı */
a0=h/Tt

/* Sıçramasız parametre değişimleri */

I=I+Keski*(beski*ysp-y)-Kyeni*(byeni*ysp-y)

/* Kontrol algoritması */

r=adgiriş(ch1)                                /* referans değerinin ch1'den okunması */

```

$y = a_d \text{giriş}(ch_2)$	/* sistem çıkışının ch2'den okunması */
$P = K * (b * y_{sp} - y)$	/* orantısal bileşenin hesaplanması */
$D = a_d * D - b_d * (y - y_{eski})$	/* türev kısmının güncellenmesi */
$v = P + I + D$	/* geçici çıkışın hesaplanması */
$u = \text{doyma}(v, u_{alçak}, u_{yüksek})$	/* eyleyici doymasının benzetimlenmesi */
$da_{çıkış}(ch_1)$	/* analog çıkışın ch1 olarak kurulması */
$I = I + b_i * (y_{sp} - y) + a_0 * (u - v)$	/* integral bileşenin güncellenmesi */
$y_{eski} = y$	/* eski sistem çıkışının güncellenmesi */

Katsayıların hesaplanması, sadece kontrolör parametreleri değiştiğinde yapılmalıdır. a_d , a_0 , b_d ve b_i katsayılarının önden hesaplanması, ana çevrim içinde bilgisayar zamanından kazanmak için başvurulmuş bir yöntemdir. Ana program, her örnekleme periyodunda çalıştırılmalıdır. Programın y_{eski} , I ve D olmak üzere üç durumu bulunmaktadır.

3. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

3.1 PID Kontrol Nerelerde Kullanılabilir

3.1.1. PI Kontrol Ne Zaman Yeterlidir?

Türev bileşeni, sıklıkla kullanılan bir bileşen değildir. Bu yüzden birçok endüstriyel kontrolör sadece PI bileşenlerine sahiptir ve türev bileşenleri kapalı tutulmaktadır. Sistem dinamiklerinin birinci mertebeden olduğu tüm sistemler için PI kontrolörünün kullanımı yeterlidir. Bu, sistem basamak yanıtı ya da frekans yanıtı ölçülerek görülebilir. Eğer basamak yanıtı birinci mertebeden bir sistem gibi görünüyorsa ya da daha kesin olarak, Nyquist eğrisi sadece birinci ve dördüncü bölgelerde bulunuyorsa, PI kontrolün yeterli olduğu söylenebilir. PI kontrolün yeterli olduğunu belirleyecek başka bir gösterge de, sistemin daha yüksek mertebeden kontrolör gerektirmeyecek şekilde tasarlanabilmesidir.

3.1.2. PID Kontrol Ne Zaman Yeterlidir?

Benzer şekilde, baskın dinamiklerin ikinci mertebeden olduğu sistemlerde PID kontrolörü yeterli olur. Bu tür sistemler için, daha karmaşık bir kontrolör kullanmak yarar sağlamaz.

Sistem dinamiklerinin büyüklükte farklılıklar gösteren zaman sabitleri tarafından ifade edildiği durumlarda, türev bileşeni yanıtı geliştirir. Bu nedenle, yanıtı hızlandırabilmek için, türev bileşen kullanılabilir. Tipik bir durum sıcaklık kontrolüdür. Türev kontrol, yüksek mertebeden bir sistemin sıkı kontrolü gerektiği durumlarda da faydalıdır. Aksi takdirde, yüksek mertebeden dinamikler, iyi bir kontrol için gerekli olacak orantısal kazancı sınırlandırırdı. Türev bileşen ile, geliştirilmiş sönüm elde edilebilir, böylece yüksek orantısal kazanç geçici yanıtı hızlandırmak için kullanılabilir.

3.2 Daha Karmaşık Kontrol Ne Zaman Gereklidir?

3.2.1 Yüksek Mertebeden Sistemler

Kontrol edilecek sistemin ikinci mertebeden daha yüksek olması halinde, PID kontrolöründen daha karmaşık yapıda kontrolörler kullanılarak kontrol işlemi iyileştirilebilir.

3.2.2 Uzun Ölü Zamanlı Sistemler

Uzun ölü zamanlı sistemlerin kontrolü oldukça zordur. Türev bileşeninin de bu tür sistemlerin kontrolünde çok yardımcı olmadığı görülür. Ölü zaman kompanzasyonu ile açık çevrimi kararlı sistemlerin kontrol işaretlerine verdikleri yanıt düzenlenebilir. Aynı yöntemle bozucu yüklerin etkisi de belirli bir dereceye kadar giderilebilir. Ölü zaman kompanzatörü, PID kontrolörlerinden daha yüksek çevrim kazancı sağlar. Baskın zaman gecikmeli sistemler daha karmaşık kontrol algoritmalarının kullanılabileceği sistemlere örnek teşkil eder.

3.2.3 Salınlı Sistemler

Eylemsizlik ve kapasitenin bulunduğu salınlı sistemlerin kontrolünde de PID kontrolörünün kullanılması halinde tatminkar sonuçlar elde edilmez. Bu durumda da karmaşık kontrol algoritmaları kullanılmalıdır. Bu tür sistemlerin kontrolünde kullanılan çeşitli yöntemler vardır. Çeltik süzgeç (Notch filtre) adı verilen yaklaşımda, salınımı sönmölemek için herhangi bir girişimde bulunulmaz. Fakat bir filtre kullanarak, kontrolörden bu tür işaretlerin geçişi önlenir. Bu filtre, rezonans frekansında işaret genliğini aşağı seviyelere düşürür. Eğer bir tane salınlı durum varsa PID kontrolör kullanılabılır ve notch filtre etkisi, parametrelerin uygun seçimi ile elde edilebilir. Bu durumda T_i ve T_d parametreleri, payda karmaşık kökler olacak şekilde seçilir.

Özetle, eğer kontrol edilecek sistem basit bir sistemse, PID kontrolörü genellikle yeterlidir. Eğer dinamikler daha karmaşık ise, kontrol davranışı daha karmaşık yapıdaki kontrolörlere başvurulması gerekir.

Büyük parametre değişimlerine sahip olan sistemler için, geniş bir parametre aralığında çalışabilen doğrusal kontrolörler tasarlanabilir. Bu tür kontrolörler genelde yüksek mertebededirler.

KAYNAKLAR

- [1] **The MathWorks Inc.**, 2004. Matlab: The Language of Technical Computing, Version 7.0.0.19920 (R14), The MathWorks Inc., Natick, Mass.
- [2] **Astrom, K. J.**, 2002. Control System Design, Lecture Notes, University of California, Santa Barbara
- [3] **Astrom, K. J. & Hagglund, T.**, 1995. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. Second Edition. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America.
- [4] **Hang, C. C., Astrom, K. J. & Ho, W. K.**, 1991. Refinements of the Ziegler–Nichols tuning formula. IEEE Proceedings D, Control Theory and Application, 138(2), 111–118.
- [5] **Robert, A. P.**, 2001. The Design of the PID Controller, Klipsch School of Electrical and Computer Engineering, Las Cruces, USA
- [6] **Knospe, C.R.**, 2000. PID Control: Tuning and Anti-Windup Techniques, “Practical Control Techniques for Control Engineering” workshop at the 2000 American Control Conference
- [7] **Johansson K.H., Barabanov A.E., & Astrom, K. J.**, 2002. Limit Cycles With Chattering in Relay Feedback Systems. IEEE Transactions On Automatic Control, Vol. 47, No. 9.

EK-A

%Örnek 1.4'te kullanılan Matlab programı.

%Gerçek transfer fonksiyonu $G(s)=1/(1+s)^8$ olan sistemin modellerinin

%basamak yanıtlarının gözlenmesi

clf

%Gerçek sistem

num=[1];

t = 0:0.1:25;

den=[1 8 28 56 70 56 28 8 1];

sys0=tf(num,den);

%İki parametrelili model

num1=[1];

den1=[8 1];

sys1=tf(num1,den1);

%İki parametrelili model

[num2_1] = [0.64]

[den2_1]=[4.3 0];

sys2_1=tf(num2_1,den2_1);

[num2_2,den2_2]=pade(4.3,5);

sys2_2=tf(num2_2,den2_2);

sys2=series(sys2_1,sys2_2);

%Uc parametrelili model

[num3_1] = [1]

[den3_1]=[4.3 1];

sys3_1=tf(num3_1,den3_1);

[num3_2,den3_2]=pade(4.3,20);

sys3_2=tf(num3_2,den3_2);

sys3=series(sys3_1,sys3_2);

%Dört parametrelili model

[num4_1] = [1];

[den4_1]=conv([0.93 1],[3.2 1]);

sys4_1=tf(num4_1,den4_1);

```

[num4_2,den4_2]=pade(4.3,20);
sys4_2=tf(num4_2,den4_2);
sys4=series(sys4_1,sys4_2);
%Alan hesaplamaları ile elde edilen model
[num5_1] = [1];
[den5_1]=[3 1];
sys5_1=tf(num5_1,den5_1);
[num5_2,den5_2]=pade(5.0,20);
sys5_2=tf(num5_2,den5_2);
sys5=series(sys5_1,sys5_2);
%Moment yöntemleri ile elde edilen model
[num6_1] = [1];
[den6_1]=[2.8 1];
sys6_1=tf(num6_1,den6_1);
[num6_2,den6_2]=pade(5.2,20);
sys6_2=tf(num6_2,den6_2);
sys6=series(sys6_1,sys6_2);
%Modellerin basamak yanıtlarının ust uste görüntülenmesi
step(sys0,sys1,sys2,sys3,sys4,sys5,sys6, t);

```

EK-B

%Örnek 2.3'te kullanılan Matlab programı.

```
sim('System1');
vys1 = res;
sim('System2');
vys2 = res;
vys=vys1;
t=vys(:,1);
w=vys(:,2);
u=vys(:,3);
y=vys(:,4);
integ=vys(:,5);
subplot(2,1,1)
plot(t,w,'k:',t,y,'k-',t,u,'k--',t,integ,'k-.');
v=axis;
axis([v(1) v(2) v(3) v(4)]);
legend(' w', 'y', 'u', 'integ',4);
xlabel('t');
ylabel('Cikis Degerleri');
title('(a)')
vys=vys2;
t=vys(:,1);
w=vys(:,2);
u=vys(:,3);
y=vys(:,4);
integ=vys(:,5);
subplot(2,1,2)
plot(t,w,'k:',t,y,'k-',t,u,'k--',t,integ,'k-.');
v=axis;
axis([v(1) v(2) v(3) v(4)]);
legend(' w', 'y', 'u', 'integ',4);
```

```
xlabel('t');  
ylabel('Cikis Degerleri');  
title('(b)')
```

ÖZGEÇMİŞ

Erkan Özkan, 30.11.1978 tarihinde Eskişehir’de doğdu. 1990-1997 yılları arasında Eskişehir Anadolu Lisesi’nde öğrenimine devam edip, 1997-2001 yılları arasında İstanbul Teknik Üniversitesi – Kontrol ve Bilgisayar Mühendisliği bölümünden mezun oldu. 2001 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik Mühendisliği Anabilim dalı, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği bölümünde yüksek lisans eğitimine başladı.