

**ÖZ AYARLAMALI KONTROL SİSTEMLERİNDE
KUTUP ATAMALI KONTROLÖR TASARIMI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Yiğit Ahmet SEÇKİNER
504001269**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 5 Mayıs 2003
Tezin Savunulduğu Tarih : 29 Mayıs 2003**

**Tez Danışmanı : Prof.Dr. Atilla BİR
Diğer Jüri Üyeleri: Doç.Dr. Müjde GÜZELKAYA
Y.Doç.Dr. Şeniz ERTUĞRUL
Prof.Dr. İbrahim EKSİN**

MAYIS 2003

ÖNSÖZ

Tezimin hazırlanma aşamasında, benden değerli yardımlarını ve ilgisini esirgemeyen hocam, sayın Profesör Dr. Atilla BİR ‘ e teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim

MAYIS 2003

Yiğit Ahmet Seçkiner

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	V
TABLO LİSTESİ	VI
ŞEKİL LİSTESİ	VII
SEMBOL LİSTESİ	VIII
ÖZET	IX
SUMMARY	XI
1. GİRİŞ	1
2.PARAMETRE KESTİRİMİ	3
2.1. Giriş	
2.2. En Küçük Kareler Yöntemi	4
2.2.1. Teorem: En Küçük Kareler Kestirimi	5
2.2.2. Geometrik Yorum	6
2.2.3. İstatiksel Yorum	7
2.2.4 Teorem: En Küçük Karelerin İstatiksel Özellikleri	7
2.2.5 Yinelemeli Hesaplamalar	8
2.2.6 Matris Lemması	9
2.2.7 Teorem: Yinelemeli En küçük Kareler Algoritması	9
2.2.8 Zamanla Değişen Parametreler	9
2.2.9 Teorem: Üssel unutmama Faktörlü En Küçük Kareler Algoritması	10
2.3 Dinamik Sistemlerde Parametre Kestirimi	10
2.3.1 Transfer Fonksiyonu Modelleri	10
2.4 Deney Koşulları Ve Düzenek	12
2.4.1 Sürekli Uyarma	13
2.4.2 Teorem: Sürekli Uyarıcı İşaretler	13
2.4.3 Tanım	13
2.4.4 Kapalı Çevrim Deneyleri	14
2.5 Parametre Kestiriminin Benzetimi	15
3. KUTUP ATAMA	23
3.1 Giriş	23
3.2 Kutup Atama yönteminin Formülasyonu	23
3.2.1 Kontrol Kuralı	24
3.3 Problemin Çözümü	25
3.3.1 Kutup Sıfır Sadeleşmesi	26
3.4 Problemin Cebrik İfadesi	27
3.4.1 Teorem	27
3.4.2 Doğrusal Polinom Denklemin Çözümü	28
3.5 Tasarım Yordamı	29
3.5.2 Teorem	29
3.5.3 En Küçük Mertebe Tasarım Algoritması	29
3.6 Uygulama ve Benzetim	31
4. ÖZAYARLAMALI KONTROL	38

4.1 Giriş	38
4.2 Dolaylı Özayarlama Kontrol	39
4.2.1 Kestirim	40
4.2.2 Dolaylı Kontrolör	40
4.2.3 Dolaylı Özayarlama Kontrol Algoritması	40
4.3 Doğrudan Özayarlama Kontrol	40
4.3.1 Doğrudan Özayarlama Kontrol Algoritması	42
4.4 Uygulama ve Benzetişim	42
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	48
KAYNAKLAR	49
EKLER	51
ÖZGEÇMİŞ	52

KISALTMALAR

AR	: Auto Regressive
OE	: Output Error
ARX	: Auto Regressive External (Input)
ARMA	: Auto Regressive Moving Average
ARMAX	: Auto Regressive Moving Average External (Input)
FIR	: Finite Impulse Response
ARARX	: Auto Regressive(disturbance) Auto Regressive External(Input)
ARARMAX	: Auto Regressive(disturbance) Auto Regressive Moving Average External (Input)

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. Uygulamada kullanılan bazı modeller.....	12

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 :En Küçük Kareler Yönteminin Geometrik Yorumu	6
Şekil 2.2 :ARX ile Parametre Kestirimi.....	16
Şekil 2.3 :ARX ile kestirilen Model Çıkışı ile Gerçek Sistemin Çıkışının Karşılaştırılması Ve Hata Grafiği.....	17
Şekil 2.4 :ARMAX ile Parametre Kestirimi.....	18
Şekil 2.5 :ARMAX ile kestirilen Model Çıkışı İle Gerçek Sistemin Çıkışının Karşılaştırılması ve Hata Grafiği.....	19
Şekil 2.6 :Uyarlamalı Yapı İçerisinde Parametre Kestirimi.....	20
Şekil 2.7 : Parametrelerin Zamana Göre Fonksiyonu.....	20
Şekil 2.8 : $\lambda = 0.9$ iken Parametre Kestirimi.....	21
Şekil 2.9 : $\lambda = 0.95$ iken Parametre Kestirimi.....	21
Şekil 2.10 : $\lambda = 0.99$ iken Parametre Kestirimi.....	22
Şekil 3.1 :Kapalı Devre Blok Gösterimi.....	25
Şekil 3.2 :Kutup Yerleştirme Benzetişim Modeli.....	32
Şekil 3.3 :Kontrolör, Sürücü Kaynak ve Çıkış Grafiği.....	33
Şekil 3.4 :Kontrolör Çıkışı.....	33
Şekil 3.5 :Kutup Sadeleştirme Benzetişim Modeli.....	35
Şekil 3.6 :Kutup Sadeleştirme Modelinde Sürücü Kaynak, Kontrolör, Çıkış Grafiği.....	36
Şekil 3.7 :Kontrolör İşareti Grafiği.....	36
Şekil 4.1 :Özayarlamalı Kontrol Sisteminin Blok Gösterimi.....	39
Şekil 4.2 :Ele Alınan Örnek Sistem için Benzetişim Modeli.....	43
Şekil 4.3 :Giriş $u(t)$, Çıkış $y(t)$ ve Kaynak $w(t)$ Değerlerinin ZamanlaDeğişimi	43
Şekil 4.4 : Parametrelerin Zamana Göre Değişimi.....	43
Şekil 4.5 : Parametrelerin Zamana Göre Değişimi(Kare Dalga Giriş).....	44
Şekil 4.6 : Giriş, Çıkış ve Kaynak Değerlerini Zamana Göre Değişimi.....	45
Şekil 4.7 : pp3chp kutusunu oluşturan blok yapısı.....	45
Şekil 4.8 Giriş $u(t)$, Çıkış $y(t)$ ve Kaynak $w(t)$ Değerlerinin ZamanlaDeğişimi	46
Şekil 4.9 Giriş $u(t)$, Çıkış $y(t)$ ve Kaynak $w(t)$ Değerlerinin ZamanlaDeğişimi	47

SEMBOL LİSTESİ

$A(q), B(q)$	: Transfer fonksiyonu pay, payda polinomları
$C(q), D(q)$	: Hata fonksiyonu pay, payda polinomları
$y(t)$	: Çıkış vektörü
$\varphi^T(t)$	: Bağlanım vektörü
θ^0	: Parametre vektörü
$e(t)$	: Beyaz gürültü işareti
$P(t)$	: Ortak değişinti matrisi
$k(t)$	: Ağırlık Vektörü
ω	: Frekans
φ_i	: Regresörler
cov	: Ortak değişinti operatörü
R_u	: Ortak değişinti matrisi
z, q	: ileri kaydırma operatörü
Z	: Z ayırık dönüşümü
λ	: Unutma katsayısı
σ	: Değişinti değişkeni
$v(\theta, t)$	: Hata fonksiyonu
$G(z)$	: Sistem transfer fonksiyonu
$E(z)$	: Gürültüyü işleyen transfer fonksiyonu
$H(q)$	: Tutuculu Sistem darbe transfer fonksiyonu
$H_m(q)$	: İstenen kapalı çevrim darbe transfer fonksiyonu
y	: Çıkış işareti
u_c	: Sürücü, kaynak işareti
$w(t)$	: Kaynak işareti
$u(t)$	: Giriş işareti
deg	: Mertebeyi gösteren operatör
A_0	:Gözleyici polinom
d_0	: Pay payda polinomları mertebe farkı
B_m, A_m	: İstenen Kapalı çevrim transfer fonksiyonu pay,payda polinomları
Q	: Herhangi bir polinom
Y, X	: Bilinmeyen polinomlar
β	: Sabit bir katsayı
B^+	: İyi huylu sıfırların polinomu
B^-	: Kötü huylu sıfırların polinomu
α_i	: Kontrolör payda polinomu katsayıları
a, b, c, d, e, f	: Parametre değişkenleri
R^*, S^*	: Kötü huylu sıfırların polinomuyla çarpılmış kontrolör polinomları
$R(q), S(q)$	: Kontrolör polinomu pay, paydası
$T(q)$	: Kontrolör pay polinomu
$\Phi(t)$	: Bağlantı vektörleri matrisi

ÖZET

Bu tezde, kontrol sistemlerinde, uyarlamalı bir mantıkla kutup atamalı kontrolör tasarımının nasıl yapıldığı anlatılmış, yapılan örneklerle de benzetişim sonuçları verilmiş ve bu sonuçların değerlendirilmesi yapılmıştır. Uyarlamalı kontrolde kullanılan kestirim algoritması, yinelemeli en küçük kareler kestirimi olup, hesaplama süresi diğer kestirim algoritmalarına göre daha uzun olmasına rağmen en iyi yakınsamayı sağladığı için tercih edilmiştir. Tezdeki çalışmalar dört bölüm altında toplanmış, en son kısımda da sonuçlar ve öneriler verilmiştir. Bu bölümler kısa başlıklar halinde aşağıdaki gibidir.

Birinci bölümde, uyarlamalı kontrol konusunda faydalanan literatürlere ilişkin göndermeler ve konuya kısa bir giriş yapılmıştır.

İkinci bölümde, uyarlamalı kontrolün en önemli kısımlarından birini oluşturan parametre kestirimi konusu, sistem tanınmanın kapsamı dahilinde anlatılmış, kullanılacak yinelemeli en küçük kareler yöntemi, tek girişli tek çıkışlı sistemler için ayrıntılarıyla ele alınmıştır. Kestirim uygulamasında karşılaşılabilecek durumlar incelenmiş, seçilen örnek bir transfer fonksiyonu için yapılan benzetişim modeli sonucunda elde edilen veriler değerlendirilmiştir.

Üçüncü bölümde, bu tezde yapılan uyarlamalı kontrolde kullanılacak kontrolör tasarımı olan kutup atama yöntemi derinlemesine incelenmiş, uygulamada karşılaşılabilecek bazı özel durumlarda algoritmada yapılabilecek değişimler anlatılmıştır. Örnek olarak alınan bir kontrol sistemiyle benzetişim yapılmış, teoride anlatılan özel durumlar için farklı benzetişim modelleri kurulmuş ve elde edilen benzetişim sonuçları birbiriyle karşılaştırılarak irdelenmiştir.

Dördüncü bölümde, uyarlamalı kontrol yöntemi olan özayarlamalı kontrol yapısı tanıtılmış, üçüncü bölümde anlatılan, kutup atama kontrolör tasarımı yöntemiyle bu tür uyarlama mantığının nasıl birleştirilip uygulandığı incelenmiştir. Özayarlamalı kontrolün temel iki yönteminden bahsedilmiş, örnek alınan bir modelin benzetişimi bu yöntemlerden biri için yapılmıştır. Benzetişim sonuçları farklı durumlar için karşılaştırılarak yorumlanmıştır.

Sonuçlar ve Öneriler kısmında, tezden elde edilen sonuçlar verilmiş, kullanılan yöntemlerle ilgili değişikliklerden ve bu durumlarda ne gibi gelişmeler olabileceğinden bahsedilmiştir.

SUMMARY

In this thesis, how the pole assignment controller design is implemented with an adaptive logic is studied and simulation results obtained from an example is introduced and evaluated. Parameter estimation method used in adaptive controller is recursive least squares method which requires time-consuming computations compared to other modified methods but preferred because of its convergence properties. The studies in the thesis are introduced in four chapters. Results and suggestions is the last section of the thesis.

First chapter gives a presentation of adaptive control and background for its application. References about adaptive control are covered and a short introduction is made.

Second chapter gives deep coverage of the theory of parameter estimation which is one of the most crucial parts of the adaptive control, under the system identification. Recursive least square estimation is studied for single input single output systems. Some situations experienced in parameter estimation is studied and results obtained from simulated example are evaluated.

Third chapter gives a comprehensive understanding of the theory about pole assignment which is the controller design method used in the adaptive control in the thesis. Some modifications when experienced special situations are presented. An example control system is simulated corresponding to different situations. Results obtained from different simulations are compared and studied.

Fourth chapter gives an understanding about self-tuning control and how pole assignment method studied in third chapter can be combined with self-tuning and applied to control systems is introduced. Two basic methods of self-tuning control are presented and results of an simulated example for one of this method are given.

In the last section, results obtained from the thesis are presented and modifications that could be done about the methods used in the thesis and theirs possible results are discussed.

1.BÖLÜM

GİRİŞ

Uyarlamalı kontrol, adından da anlaşılacağı üzere yeni durumlara uyum sağlamak için sistem davranışının değiştirilmesini öngören bir kontrol yöntemidir [1,2]. Uyarlamalı kontrol, yeni durumlara uyum sağlayacağı için, doğası gereği doğrusal olmayan bir yapıdadır. Uyarlamalı kontrolün gerçekleştirilebilirliği için sayısal bilgisayarlara ihtiyaç vardır [3,4]. Uyarlamalı kontrol doğrusal olmayan sistem, kararlılık teorisi ve parametre kestirimi ile yakından ilişkilidir[5]. Uyarlamalı kontrol yapısı ele alındığında temel olarak, çevrimiçi kontrol ile çevrimiçi parametre kestiriminden oluşan doğrusal olmayan algoritması olduğu anlaşılır.

Parametre kestirimini sistem tanımının geniş içeriği içinde değerlendirmek gerekir [6,7]. Parametre kestiriminde temel yöntem En küçük kareler kestirimidir [8]. Bu yöntemde hataların karesel toplamını en küçük yapacak şekilde bir parametre kestirimi yapılması amaçlanır. Bu algoritmanın kontrol sistemleri açısından değerlendirilmesi yaklaşık elli sene sonra Plackett [9] tarafından olmuştur. Algoritmanın daha da geliştirilmesi için yapılan çalışmalar Kalman [10] ' ın zamanla değişen durum uzayı modelleri için yaptığı çalışmalarla değişik bir boyut kazanmıştır. Ayrıca Kalman, minimum ortalama kare hata öngörücülerini formüle etmekte dik(ortogonal) izdüşümleri temel alan çalışmalar yapmıştır. Üssel unutma faktörünün dahil edildiği algortimalar, zamanla değişen sistemlerin parametre kestiriminde verimli sonuçlar vermiştir [11]. Kapalı çevrimli sistemde parametre kestiriminde yeterli mertebeden uyarıcı bir işaret ile daha karışık bir kontrolör yapısı gerekir [12].

Uyarlamalı kontrolde, parametre kestirimi kadar kontrolör tasarımının nasıl yapıldığı da doğrudan sistem performansına etkir [13]. Kutup atama kontrolör tasarım yöntemi kolay anlaşılabilir ve uygulanabilir [1, 14]. Kutup atamada ana fikir istenilen, kapalı çevrim kutuplarının sağlayacak şekilde kontrolörün parametrelerini ayarlamaktır. Kutup atama yöntemi polinomik bir eşitliğe dönüştürülerek cebrik bir biçimde ifade edilebilir [15]. Bu cebrik ifadenin çözümü, uygulamalı matematiğin bir konusu olup kontrol sistemlerinde sağlanması gereken fiziksel koşullara göre belirlenir.

Uyarlamalı kontrolde temel iki yöntemden biri model referans uyarlamalı kontrol diğeri özayarlamalı kontrol yöntemidir [16]. Özayarlamalı kontrol fikri çok yeni bir olgu değildir. Çek araştırmacı Peterka [17]' nın sistem kontrolü için, sistem kestirimi ve kontrolör tasarımının özyineli (iterative) bir yordamla nasıl birleştirilebileceğini gösteren çalışması , bugünkü özayarlamalı kontrole ilginin tetikleyicisi ve bu alandaki çalışmaların öncüsü kabul edilir. Özayarlamalı kontrol yönteminde, kutup atama tasarımının kullanıldığı pek çok uygulama yapılmıştır.[18,19]. Özayarlamalı kontrol, dolaylı özayarlamalı ve doğrudan özayarlamalı kontrol olarak iki temel yapıya ayrılabilir. Dolaylı algoritmada kontrolör parametreleri, kestirilen sistem parametreleri üzerinden dolaylı olarak hesaplanır. Doğrudan uygulamada ise kontrolör parametrelerinin doğrudan kestirimi söz konusudur [20]. Doğrudan özayarlamanın , dolaylı özayarlama göre hesaplama süreleri açısından bir üstünlüğü olacağı açıktır [21].

2. BÖLÜM

PARAMETRE KESTİRİMİ

2.1 GİRİŞ

Uyarlamalı (adaptif) kontrolde, sistem parametrelerinin belirlenmesi, önemli bir rol oynar. Parametre kestirimi, uyarlamalı kontrolörlerin temel iki yönteminden olan; öz ayarlamalı kontrolde, kontrolörün bir parçası olarak açık bir biçimde, model referans uyarlamalı bir kontrolde ise kapalı bir biçimde kendini göstermektedir [1,16]. Parametre kestirimini, sistem tanımanın geniş içeriği içinde değerlendirmek gerekir. Sistem tanıma işleminin aşamaları; model yapısının seçimi, deney düzeneği, parametre kestirimi, ve sonuçların karşılaştırılarak doğrulanmasından oluşur [6,7]. Bunların içinde en önemli aşama, model yapısının seçimi ve parametre kestirimidir.

Deney düzeneğinin seçimi, başarılı bir sistem tanıma için önemli bir işlemdir. Kontrol sistemlerinde bu seçim, giriş işareti seçimi problemine de indirgenebilir [6,7]. Giriş işaretinin seçimi, sistem hakkında ön bilgi gerektirir. Uyarlamalı sistemlerde, sisteme uygulanan giriş işareti geribeslemeden türetileceği içim durum daha da karmaşıktır. Böyle durumlarda, parametreler sadece tek bir değerden yararlanılarak hesaplanamaz [6,7]. Uyarlamalı kontrol problemlerinde, sistem parametreleri devamlı olarak değiştiğinden, parametreleri özyinelemeli(rekürsif) olarak tekrarlayacak bir kestirim algoritmasına ihtiyaç vardır.

En küçük kareler yöntemi, parametre kestiriminde kullanılan temel bir yöntemdir [8]. Bu yöntem, özellikle model, parametrelere göre doğrusal bir yapıda ise basit bir şekil alır. Böyle bir durumda, en küçük kareler kestirimi analitik olarak hesaplanabilir. Bundan sonraki bölümlerde; kestirim algoritması türetilecek , yöntem geometrik ve istatistiksel yorumlanacak ve hesaplamaların özyinelemeli bir yapıda nasıl gerçekleştirileceği gösterilecektir. Dinamik yapılarda algoritmanın nasıl uygulanacağı ele alınacak, deney koşullarından bahsedilecektir. Son olarak bir örnek verilecek ve benzetişimlerle (simülasyon) bu yöntemin, sonuçlarda ne derece bir yakınsama sağladığı görülecektir.

2.2 EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ

18. yüzyılın sonunda Gauss [8] en küçük kareler yöntemini geliştirmiş ve onu gezegenlerin yörüngesini saptamakta kullanmıştır. Bu yöntemle göre; bir matematik modelin parametreleri öyle seçilmelidir ki, gözlenen değerlerle hesaplanan değerlerin farklarının kareleri toplamı minimum olsun.

En küçük kareler yöntemi, çok çeşitli problemlere uygulanabilir. Bu yöntem özellikle, modeli;

$$y(i) = \varphi_1(i) \theta_1^0 + \varphi_2(i) \theta_2^0 + \dots + \varphi_n(i) \theta_n^0 = \boldsymbol{\varphi}^T(i) \boldsymbol{\theta}^0 \quad (2.1)$$

Şeklinde olan, parametrelerine göre doğrusal bir sistem için oldukça basittir. Burada y gözlenen değeri, θ 'lar modelin kestirilecek parametrelerini, ve φ 'ler de bilinen bazı değişkenlere bağlı olabilecek yine bilinen bazı fonksiyonlardır. Vektörel bir şekilde ifade etmek gerekirse:

$$\boldsymbol{\varphi}^T(i) = [\varphi_1(i) \quad \varphi_2(i) \quad \dots \quad \varphi_n(i)] \quad \boldsymbol{\theta}^0 = (\theta_1^0 \quad \theta_2^0 \quad \dots \quad \theta_n^0)^T \quad (2.2)$$

Model, çoğunlukla zamana karşı düşen, i indeksiyle belirtilmiştir. İndeksler kümesi, bir ayrık zaman kümesidir. φ_i değişkenlerine bağlanım(regresyon) değişkenleri ya da regresörler, ayrıca eşitlik (2.1) deki modele de bağlanım modeli denir [1,6,7]. Gözlenen değerler ve regresörler, bir deneyden elde edilen bilgilerdir. Parametre saptama olayı, hesaplanan değerlerin, gözlenen değerlere en küçük kareler kriterine göre olabildiğince yakın olmasını hedefler. Yani, parametre vektörü $\boldsymbol{\theta}$, en küçük kareler hata fonksiyonu olan;

$$v(\boldsymbol{\theta}, i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \boldsymbol{\varphi}^T(i) \boldsymbol{\theta})^2 \quad (2.3)$$

enküçültecek şekilde seçilecektir [1,4]. Ölçülen değişken y , parametrelere göre doğrusal ve kriter de karesel olduğundan, problemin analitik bir çözümü vardır. Çözümde kullanılacak bazı simgeler;

$$\mathbf{y}(t) = [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(t)]^T \quad \mathbf{e}(t) = [\varepsilon(1) \quad \varepsilon(2) \quad \dots \quad \varepsilon(t)]^T$$

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \varphi^T(1) \\ \varphi^T(2) \\ \dots \\ \varphi^T(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}(t) = [\Phi^T(t)\Phi(t)]^{-1} = \left(\sum_{i=1}^t \varphi(i)\varphi^T(i) \right)^{-1} \quad (2.4)$$

Buradaki $\varepsilon(i)$ değerleri:

$$\mathbf{1.1.1} \quad \varepsilon(i) = y(i) - \hat{y}(i) = y(i) - \Phi^T(i)\theta \quad \text{şeklinde tanımlanır.}$$

Bu simgelemlerle hata fonksiyonu:

$$v(\theta, i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t \varepsilon^2(i) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e} = \frac{1}{2} \|\mathbf{e}\|^2 \quad \mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \Phi\theta \quad (2.5)$$

şeklinde yazılır. Bu problemin çözümü aşağıdaki teoremle verilir.

Teorem 2.2.1 En Küçük Kareler Kestirimi

Eşitlik (2.3) deki hata fonksiyonunu enküçültecek $\hat{\theta}$ parametre vektörü ;

$$\Phi^T \Phi \hat{\theta} = \Phi^T \mathbf{y} \quad (2.6)$$

denklemini sağlar ve eğer $(\Phi^T \Phi)$ matrisinin tersi alınabiliyorsa, en küçük değer tektir ve;

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbf{y} \quad (2.7)$$

çözümüyle verilir.[1,4,6-8]

Bu teoremde dikkat edilecek bazı hususlar vardır, bunlar:

- 1)** $\Phi^T \Phi$ matrisinin tersinin alınabilmesi koşuluna uyarma (excitation) koşulu denir.
- 2)** En küçük kareler yönteminde tüm $\varepsilon(i)$ hataları, algoritmaya aynı ağırlıkta etkirler ve bu da, her ölçümün aynı kesinlikte etkili olduğu varsayımına karşılık gelir.
- 3)** (2.6) denkleminde normal denklem denir ve ilerde işlem kolaylığı açısından bu denklem;

$$\hat{\theta}(t) = \left(\sum_{i=1}^t \varphi(i)\varphi^T(i) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^t \varphi(i)y(i) \right) = \mathbf{P}(t) \left(\sum_{i=1}^t \varphi(i)y(i) \right) \quad (2.8)$$

şeklinde yazılır [1,4,6-8].

2.2.2 Geometrik Yorum

En küçük kareler yöntemi, $\mathbf{R}^t$ vektör uzayında t gözlem sayısını göstermek üzere bir geometrik problem olarak yorumlanabilir. Şekil (2.1), iki parametrelili ve üç gözlemlili durumu göstermektedir. φ^1 ve φ^2 vektörleri, doğrusal olarak bağımsızlarsa, bu uzayda, her biri kendi boyutunda ölçeklemek üzere bir vektör bazının elemanlarıdır. Kestirilen $\hat{\mathbf{y}}$ değeri de bu vektörlerin lineer bir bileşkesi olur. Şimdi, hatanın en küçük olması şeklinde yapılacak bir hesap, $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$ vektörünün bu vektörlerin uzayına dik olması durumunu gerçekler [6,7]. En genel durumda (2.5) denklemi;

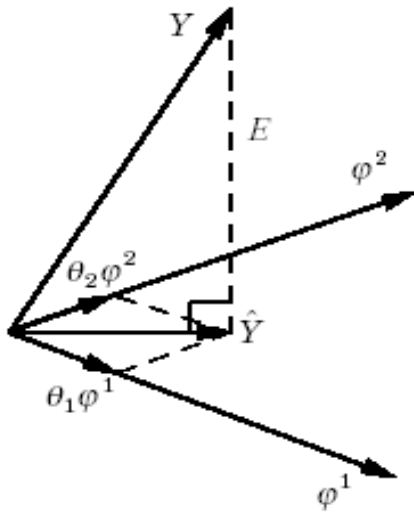
$$\begin{bmatrix} \varepsilon(1) \\ \varepsilon(2) \\ \vdots \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varphi_1(1) \\ \varphi_1(2) \\ \vdots \\ \varphi_1(t) \end{bmatrix} \theta_1 - \begin{bmatrix} \varphi_2(1) \\ \varphi_2(2) \\ \vdots \\ \varphi_2(t) \end{bmatrix} \theta_2 - \dots - \begin{bmatrix} \varphi_n(1) \\ \varphi_n(2) \\ \vdots \\ \varphi_n(t) \end{bmatrix} \theta_n \quad (2.9a)$$

ya da;

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \varphi^1 \theta_1 - \varphi^2 \theta_2 - \dots - \varphi^n \theta_n \quad (2.9b)$$

Buradaki φ^i vektörleri Φ matrisinin sütunlarıdır. Diklik koşulundan da ;

$$(\varphi^i)^T (\mathbf{y} - \varphi^1 \theta_1 - \varphi^2 \theta_2 - \dots - \varphi^n \theta_n) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.10)$$



Şekil 2.1 en küçük kareler yönteminin geometrik yorumu

yazılabilir. Bu denklem, (2.6) ile ifade edilen normal denkleme özdeştir. Eğer ϕ^i vektörleri birbirinden doğrusal olarak bağımsızsa, θ parametre vektörü tek olarak kestirilebilir [1]

2.2.3 İstatistiksel Yorum

En küçük kareler yöntemi, istatistik bakış açısından değerlendirilebilir. Bu durumda ise verilerin, nasıl üretildiğine dair bir varsayım yapma ihtiyacı kendini gösterir. Sistemin;

$$y(i) = \phi^T(i) \theta^0 + e(i) \quad (2.11)$$

modelinde θ^0 , in gerçek parametre vektörü ve $\{e(i), i = 1, 2, \dots\}$ nin bağımsız, eşit dağılımlı, sıfır ortalama değerli olasal(random) değişkenler olduğu varsayılacaktır. Ayrıca e 'nin ϕ den bağımsız olduğu da varsayılmıştır. Bu durumda eşitlik (2.5)

$$y = \Phi \theta^0 + e \quad (2.12)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemi $(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ ile çarparak;

$$(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y = \hat{\theta} = \theta^0 + (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T e \quad (2.13)$$

ilişkisi elde edilir ki burada, e nin Φ^T den bağımsız olduğu varsayılmıştır [4,6]. Bu özellikli bir kestirime, yansız (unbiased) bir kestirim denir ki bu durumda da $\hat{\theta}$ nin θ^0 gerçek parametre vektörüne yakınsaması söz konusudur. Aşağıdaki teorem bu yaklaşımı özetler.

Teorem 2.2.4 En Küçük Kareler Kestiriminin İstatistik Özellikleri

Eşitlik (2.7) deki kestirim gözönüne alınır ve verilerin (2.12) denklemiyle üretildiği varsayılırsa; E olasılıksal (stokastik) bir değişken için $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N$ operatörünü, σ^2 de $e(i)$ değişkenlerinin değışintisini (varyans) göstermek üzere;

$(\Phi^T \Phi)$ matrisinin tersi bulunduğu sürece;

$$1) E \hat{\theta}(t) = \theta^0$$

$$2) \text{cov} \hat{\theta}(t) = \sigma^2 (\Phi^T \Phi)^{-1}$$

$$3) \hat{\sigma}^2(t) = 2V(\hat{\theta}, t) / (N - n), \text{ bu ilişki de } \sigma^2 \text{ 'nin yansız(unbiased) bir kestirimini ifade eder.} \quad (2.13)$$

Bu denklemlerde n parametre sayısını N ise veri sayılarını göstermektedir. Bu teoremin ifade ettiği gibi, gözlem sayısı sonsuza doğru arttıkça, kestirim gerçek değerlere yakınsar [1, 2]. Bu özelliğe tutarlılık(consistency) denir.

2.2.5 Yinelemeli Hesaplamalar

Uyarlamalı kontrolörde, gözlemler gerçek zamanda bir zaman sırası halinde elde edilir. O halde hesaplamaları, zamandan tasarruf etmek için yinelemeli bir biçimde yapmak gerekir [11]. En küçük kareler hesaplamasını öyle düzenleyebiliriz ki, $t-1$ zamanında elde edilen verilerden t anındaki veriler gerçekleştirilebilir. (2.4) deki $P(t)$ matrisi tanımından eğer, son t adımını diğerlerinden ayırırsak;

$$P^{-1}(t) = \Phi^T(t) \Phi(t) = P^{-1}(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t) \quad (2.14)$$

yazılabilir (2.8) ifadesindeki en küçük kareler kestiriminde yine t adımını ayırırsak;

$$\hat{\theta}(t) = P(t) \left(\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)y(i) + \varphi(t)y(t) \right) \quad (2.15a)$$

olarak yazılabilir, (2.14) denkleminde $P^{-1}(t-1)$ 'i çekip (2.8) 'de yerine koyarsak;

$$\left(\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)y(i) \right) = P^{-1}(t-1) \hat{\theta}(t-1) = P^{-1}(t) \hat{\theta}(t-1) - \varphi(t) \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1) \quad (2.15b)$$

ve

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + k(t) e(t) \quad (2.16a)$$

olmak üzere yazılabilir. Burada;

$$k(t) = P(t) \varphi(t) \quad e(t) = y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1) \quad (2.16b)$$

anlamına gelir [4,6,7,16]. (2.16a) denkleminde parametre kestirimi, yinelemeli bir yapıya kavuşmuştur. Yalnız buradaki tek sakınca, $P(t)$ matrisi (2.14) denkleminde göre güncellenirken bu matrisin tersinin hesaplanması gereksinimidir, bunun yerine

aşağıdaki lemma'yı kullanarak, bu dolaylı denklem yerine doğrudan matristen güncelleme yapılabilir.[1,4-7,16]

Lemma 2.2.6

A_{11} , A_{22} ve $(A_{22}^{-1} + A_{21} A_{11}^{-1} A_{12})$ tersleri alınabilir matrisler olması halinde;

$$(A_{11} + A_{12} A_{22} A_{21})^{-1} = A_{11}^{-1} - A_{11}^{-1} A_{12} (A_{22}^{-1} + A_{21} A_{11}^{-1} A_{12})^{-1} A_{21} A_{11}^{-1}$$

Bu lemmayı $P(t)$ 'ye ve eşitlik (2.14)'e uygularsak bu durumda ;

$$P(t) = P(t-1) - P(t-1) \varphi(t) (I + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t))^{-1} \varphi^T(t) P(t-1)$$

ve bunu da eşitlik (2.16b) deki $k(t)$ 'de yerine koyarsak;

$$k(t) = P(t) \varphi(t) = P(t-1) \varphi(t) (I + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t))^{-1} \text{ şekline gelir.}$$

Dikkat edilirse yine bir ters alma işlemi görünüyor fakat boyut analizinde, tersi alınacak ifadenin boyutu çıkıştaki ölçüm sayısı ile aynı boyutta ;Yani tek çıkışlı bir sistem için bu bir skaler sayıya denk gelir[6,16].

Teorem 2.2.7 Yinelemeli En Küçük Kareler Algoritması

Her $t \geq t_0$ için $(\Phi^T \Phi)$ matrisinin tersinin olduğu varsayalım. Verilen bir $\hat{\theta}(t_0)$ ve $P(t_0)$ ilk değerleri için en küçük kareler parametre kestirim vektörü $\hat{\theta}(t)$ aşağıdaki koşulları sağlar;

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + k(t) (y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1))$$

$$k(t) = P(t) \varphi(t) = P(t-1) \varphi(t) (I + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t))^{-1}$$

$$P(t) = P(t-1) - P(t-1) \varphi(t) (I + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t))^{-1} \varphi^T(t) P(t-1) \quad (2.17)$$

2.2.8 Zamanla Değişen Parametreler

Eşitlik (2.1) deki en küçük kareler modelinde parametrelerin sabit olduğu varsayılmıştı. Halbuki uyarlamalı bir yaklaşımda, parametrelerin zamanla değişmesi söz konusudur [11]. Parametreler, zamana göre yavaş ama sürekli ve ya seyrek ama ani değişimler gösterebilir. Bu tezde, yavaş ama sürekli değişen bir durum için

değiştirilmiş en küçük kareler algoritması kullanılacaktır. Eğer eşitlik (2.2) ile verilen kriteri, bir katsayı gözönünde bulundurarak değiştirirsek;

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} (y(i) - \phi^T(i)\theta)^2 \quad (2.18)$$

Şeklini alır. Burada $0 < \lambda \leq 1$ olacak şekilde seçilir. Bu parametreye unutma faktörü de denilir. Bu kritere göre yapılacak hesaplamalar bize aşağıdaki teoremi verir.

Teorem 2.2.9 üssel unutma faktörlü en küçük kareler algoritması

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + \mathbf{k}(t) (y(t) - \phi^T(t) \hat{\theta}(t-1)) \\ \mathbf{k}(t) &= \mathbf{P}(t) \phi(t) = \mathbf{P}(t-1) \phi(t) (\lambda \mathbf{I} + \phi^T(t) \mathbf{P}(t-1) \phi(t))^{-1} \\ \mathbf{P}(t) &= (\mathbf{I} - \mathbf{k}(t) \phi^T(t)) \mathbf{P}(t-1) / \lambda \end{aligned} \quad (2.19)$$

Bu algoritmanın bir dezavantajı, $\mathbf{k}(t)$ ' nin sıfır olması durumunda ki bu $y(t)$ ' nin, parametre vektörü hakkında hiçbir yeni bilgi içermediği anlamına gelir, yukarıdaki eşitliğe göre $\mathbf{P}$ matrisi üssel olarak büyür[1,3,7,11,16].

2.3 DİNAMİK SİSTEMLERDE PARAMETRE KESTİRİMİ

Bu bölümde en küçük kareler yönteminin, dinamik sistemlerde nasıl kullanılabileceğini göstericeğiz. Bu işlemin yapısı, dinamik modelin karakterine ve nasıl parametrelendirileceğine bağlıdır[1,6,7]. Tezdeki örnekte bize gereken, transfer fonksiyonunun tespiti olacağı için özellikle bu konu üzerine yoğunlaşmıştır.

2.3.1 Transfer fonksiyonu modelleri

En genel haliyle bir transfer fonksiyonu tanımlarsak;

$$A(q) y(q) = B(q) u(q) \quad (2.20a)$$

buradaki q , ayrık fonksiyonlardaki z operatörüne karşılık düşer. $A(q)$ ve $B(q)$ polinomlarını tanımlarsak;

$$\begin{aligned} A(q) &= q^n + a_1 q^{n-1} + \dots + a_n \\ B(q) &= b_1 q^{m-1} + b_2 q^{m-2} + \dots + b_m \end{aligned} \quad (2.20b)$$

Eşitlik (2.20) 'yi, ayrık zamanda bir fark denklemini gösterecek şekilde yazabiliriz

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = b_1 u(t+m-n-1) + \dots + b_m u(t-n) \quad (2.20c)$$

Bu denklemde sisteme girişlerin, $\{u(1), u(2), \dots, u(t)\}$ şeklinde uygulandığını varsayarsak buna uygun çıkış sırası da $\{y(1), y(2), \dots, y(t)\}$ biçiminde gözlenir. Bu denkleme uyan parametre vektörü de:

$$\theta^T = [a_1 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad \dots \quad b_m] \quad (2.21a)$$

ve de denklemdeki bağlanım vektörü de;

$$\phi^T(t-1) = [-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n) \quad u(t+m-n-1) \quad \dots \quad u(t-n)] \quad (2.21b)$$

Dikkat edilirse (2.21b) eşitliğinde, çıkış işareti, bağlanım vektöründe gecikmiş değerler şeklinde görünür, bu yüzden bu kısma *otoregresif (AR)*, giriş işaretlerinin oluşturduğu kısma da extra girişe ilişkin olmak üzere (*X*) ibaresi eklenir, modele bu yüzden **ARX** model denir [6,7]. Şimdi bu vektörlere göre modeli bağlanım modeli biçiminde ifade edebiliriz:

$$y(t) = \phi^T(t-1) \theta \quad (2.21c)$$

Olasılıksal bir yapıda düşünersek ve Teorem 2.2.4' ü de gözönünde bulundurursak, eşitliğin sağ yanına ortalaması sıfır olacak bir gürültü (beyaz gürültü) eklememiz durumunda da, en küçük kareler yönteminin iyi çalışmasını bekleriz [6]. Bu şekilde bir denklemi;

$$A(q) y(t) = B(q) u(t) + e(t) \quad (2.22a)$$

eşitliğiyle veririz bu denkleme hatanın denkleme eklenmesi dolayısıyla *denkleme hatası* modeli denir. Burada görüldüğü gibi $e(t)$ beyaz gürültü $1/A(q)$ filtresinden geçirilir daha sonra sistem çıkışına uygulanır, eğer bu modeli biraz değiştirirsek bu sefer karşımıza;

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} u(t) + e(t) \quad (2.22b)$$

biçiminde *çıkış hatası (OE)* modeli çıkar[6,7]. Böylece en küçük kareler algoritmasını da çıkış hatasının karesini en küçültecek şekilde yorumlayabiliriz.

Eşitlik (2.22a) 'nın temel sakıncası; gürültü terimini tanımlamakta yeterli derecede özgürlüğün olmamasıdır. Bu denklemi, gürültüyle ilgili daha esnek yapabilmenin

yolu, gürültüyü, kayan ortalama (*moving average*) şeklinde denkleme eklemektir. Bu şekilde ortaya çıkacak bir model de;

$$A(q) y(t) = B(q) u(t) + C(q)e(t) \quad (2.23a)$$

biçiminde olur [6,7]. Bu eşitlikte algoritma açısından dikkat edilecek durum; Teorem 2.2 hatırlanırsa gürültünün, regresyon vektöründen bağımsız olduğu varsayıldı ve bu sayede de gerçek değerlere yakınsama söz konusuydu, hataların ilintili (correlated) olduğu bir durum için ise model (2.11) eksik kalır ve parametrelerin de yanlış olacağı yani gerçek değerlerine yakınsayamayacağı sonucu ortaya çıkar. İşte (2.23a)'daki model, bağlanım vektörünü, korelasyonları da dahil edecek şekilde genişletir ve korelasyona ilişkin parametreler de kestirim algoritmasında yer alır. Bu sayede sistem parametrelerindeki yanlış kestirim de giderilmiş olunur.

Bu bölümde gösterdiğimiz modeller gibi uygulamada kullanılan diğer modeller de aslında, giriş, çıkış ve gürültü faktörlerinin farklı polinomlarla ve operatörlerle çarpılması sonucunda elde edilen, eşitlik (2.24) de gösterilen en genel durumun özel halleridir. Tablo 2.1' de de bu modellerin genelde uygulamada en çok kullanılan kümesi sunulmuştur.[7]

$$A(q) y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t) \quad (2.24)$$

Tablo 2.1 Uygulamada kullanılan bazı modeller

2.24 te kullanılan polinomlar	Model yapısının ismi
B AB ABC AC ABD ABCD BF BFCD	FIR ARX ARMAX ARMA ARARX ARARMAX OE BJ (Box-Jenkins)

2.4 DENEY KOŞULLARI VE DÜZENEGİ

Bir sistem tanıma deneyinin tasarımı; hangi sinyalin uygulanacağı ve ne zaman ölçüleceği ve ya nasıl işleneceği gibi birçok seçenek içerir. Girişleri karakterize

etmenin temel yolu, bu girişlerin “sürekli uyarma (persistent excitation)” kavramına göre belirlenmesidir. Şimdi bu kavram hakkında özetle bahsedilecektir.

2.4.1 Sürekli Uyarma (persistent excitation)

Sürekli uyarma kavramında kullanılacak bazı kavramları önceden sunmakta fayda var, bunlardan biri de giriş işaretiyle ilgili ortak değişinti (kovaryans) matrisidir[6,7];

$$R_n = \begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(1) & \dots & R_u(n-1) \\ R_u(1) & R_u(0) & \dots & R_u(n-2) \\ M & M & & M \\ R_u(n-1) & R_u(n-2) & \dots & R_u(0) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Buradaki $R_u(k)$ 'lar girişlerin ortak değişintilerinden oluşur, matrisin elemanları da;

$$R_u(k) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t u(i)u(i-k) \quad (2.26)$$

biçiminde ifade edilir. Bir işaretin sürekli uyarıcı olması için, bu matrisin tam sıraya (ranka) sahip olması gerekir ki bu da, bu matrisin tersinin alınabilmesi anlamına gelir [1,2,6,7]. Şimdi bu kavramı kullanarak giriş işaretlerinin yapısına açıklık kavuşturacak birkaç teorem verilirse;

Teorem 2.4.2 sürekli uyarıcı işaretler

Bir $u(t)$ işaretinin n . mertebeden uyarıcı olabilmesi ancak ve ancak;

$$U = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t (A(q)u(k))^2 > 0 \quad (2.27)$$

eşitsizliğinin sağlanmasıyla mümkündür. Buradaki A polinomunun mertebesi, $n-1$ ve ya daha azdır. Teorem, çeşitli işaretlerin sürekli uyarıcı olup olmadığının saptanması için oldukça kullanışlıdır [6,7,13]. Bu teoremi, frekans kriteri açısından başka bir tanımla özdeşleyecek olursak;

Tanım 2.4.3

Eğer bir işaretin, Fourier dönüşümünden elde edilen frekans dağılımı (spektrumu) $\Phi_u(\omega)$, $-\pi < \omega \leq \pi$ aralığında en az n noktada sıfırdan farklıysa, bu işaret n . mertebeden sürekli uyarıcı bir işettir denir.[1,6]

Yukarıdaki Teoremi ve tanımını kullanarak özdeş bir eşitlik elde edebiliriz;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t (A(q)u(k))^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |A(e^{j\varpi})|^2 \Phi_u(\varpi) d\varpi \quad (2.28)$$

Bu eşitliği çeşitli işaretlere uygularsak; bir sinüs işareti frekans aralığında iki noktada sıfırdan farklıdır, demek ki ikinci mertebeden sürekli uyarıcı bir işarettir, benzer şekilde bir kare dalgayı incelersek, böyle bir dalga birçok sinüsün birleşiminden oluşacağı için n . mertebeden sürekli uyarıcı bir işaret kabul edilir[1].

2.4.4 Kapalı çevrim deneyleri

Uyarlamalı kontrolde bazen kestirim algoritmalarını, çıkış geri beslemesi altında yürütmek gerekebilir. Bu, sistemin kararsız olması ya da güvenlik nedenleriyle gerekli olabilir [7]. Sistem yapısından dolayı geri beslemeli bir yapıda olabilir. Kapalı çevrim altındaki deneylerde ortaya çıkabilecek durumlar aşağıdaki bir örnekle incelenmiştir :

Örnek 2.1

Birinci mertebeden bir sistemin modeli aşağıdaki biçimde gösterilmiştir:

$$y(t) + a y(t-1) = b u(t-1) + e(t) \quad (2.29a)$$

Matematiksel modeli bu şekilde verilen bir sistem, deney sırasında oransal bir kontrolörle kontrol edilmiştir. Kontrolör denklemini:

$$u(t) = f y(t) \quad (2.29b)$$

(2.29b) denklemini (2.29a) modeline yerleştirirsek:

$$y(t) + (a - b f) y(t-1) = e(t) \quad (2.29c)$$

(2.29c) 'de sistemin kapalı çevrim modelini elde etmiş oluruz. Bu denklemden hareketle parametre kestirimi yapılırsa, Φ matrisinin bazı sütunlarının doğrusal bağımlı olduğu görülür. Kestirim parametreleri bağımsız olarak saptanamaz [1,6,7]. Bu durum aşağıda gösterilmiştir;

$$\hat{a} = a + \gamma f \quad \hat{b} = b + \gamma \quad (2.30a)$$

Burada γ bir skaler sayı olmak üzere bu denklemleri sağlayacak parametreler, (2.29b) deki geri besleme kuralı altında, (2.29a) modelinde aynı giriş çıkış ilişkisini verir. (2.30a) denklemleri, parametre uzayında bir doğruyu ifade eder:

$$\hat{b} = b + 1/f(\hat{a} - a) \quad (2.30b)$$

(2.3) hata fonksiyonu için bu parametreler aynı sonuçları verir [6]. Bu örnekte ortaya çıkan durumdan sakınmanın yolu ; yeterli mertebeden bir geri besleme yapılması ya da değişken bir $f(t)$ yapısında geri besleme sağlanmasıdır. Böylece Φ matrisinin sütunları bağımsız olur ve tek bir kestirim sağlanabilir. Yukarıdaki örnek için, parametre uzayında farklı eğilimli iki doğrunun kesişimi tek bir parametre çiftine işaret eder. Örnek 2.1' de yeterli mertebeden geri besleme için kontrol kuralının:

$$u(t) = -f_1 y(t) - f_2 y(t-1) \quad (2.31)$$

biçiminde olması gerekir. Örnekten de görüldüğü gibi bir deneyin, parametre kestiriminde yeterince bilgi verici olması için geri besleme kontrolörünün doğrusal olmaması, zamanla değişmesi, gürültülü ya da yeterince yüksek mertebeden olması gerekir. Bundan sonraki bölümde buraya kadar özetlenen konuların, MATLAB simulink program paketinde bir örneğe uygulanmış benzetişim sonuçları verilecektir.

2.5 PARAMETRE KESTİRİMİNİN BENZETİŞİMİ

Bu bölümde, şimdiye kadar kuramsal incelenen konular bir örneğe uygulanacaktır. Örnek olarak :

$$F(s) = \frac{K}{(s+a)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (2.32a)$$

yapısında üçüncü mertebeden bir sistem alınmıştır. Sistemde parametreler $K = 5$ ve $a = 3$ olarak alınmıştır. Karmaşık kutupların ise $s = -1 \pm j$ değerlerinde olduğu varsayılmıştır. Böylece bu sistem:

$$F(s) = \frac{5}{(s+3)(s+1-j)(s+1+j)} = \frac{5}{s^3 + 5s^2 + 8s + 6} \quad (2.32b)$$

haline gelir. Bu sistem, örnekleme periyodu $T = 0.1$ saniye alınır ve tutucu da hesaba katılarak Z dönüşümü alınarak ayrıklaştırılırsa:

$$F_H(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-Ts}}{s} F(s)\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{5}{s(s+3)(s+1-j)(s+1+j)}\right\} \quad (2.32c)$$

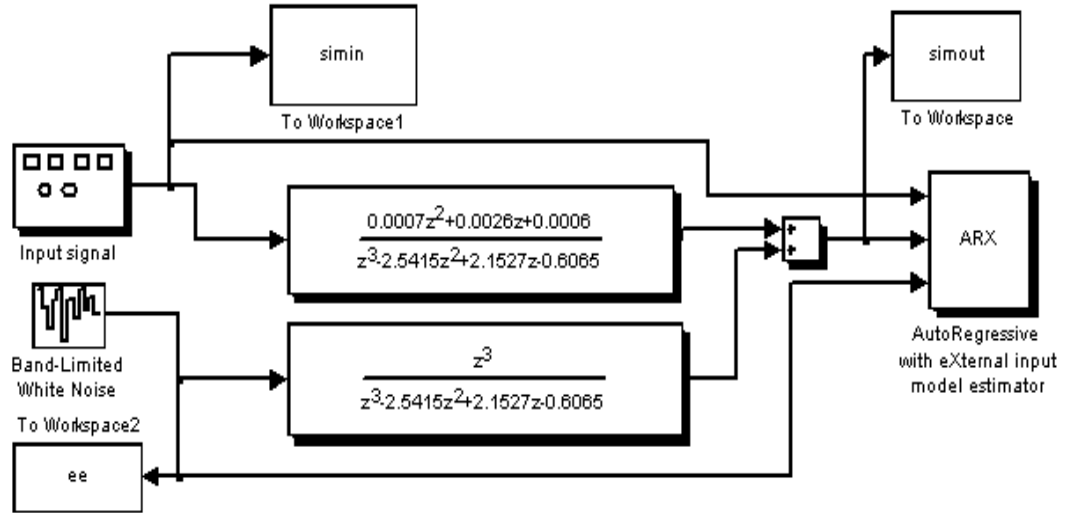
Tutuculu ayrık transfer fonksiyonu:

$$F H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.0007z^2 + 0.0026z + 0.0006}{z^3 - 2.5414z^2 + 2.1527z - 0.6065} = \frac{dz^{-1} + ez^{-2} + fz^{-3}}{1 + az^{-1} + bz^{-2} + cz^{-3}} \quad (2.33)$$

olarak hesaplanır. Bu transfer fonksiyonuna karşı düşen fark denklemi:

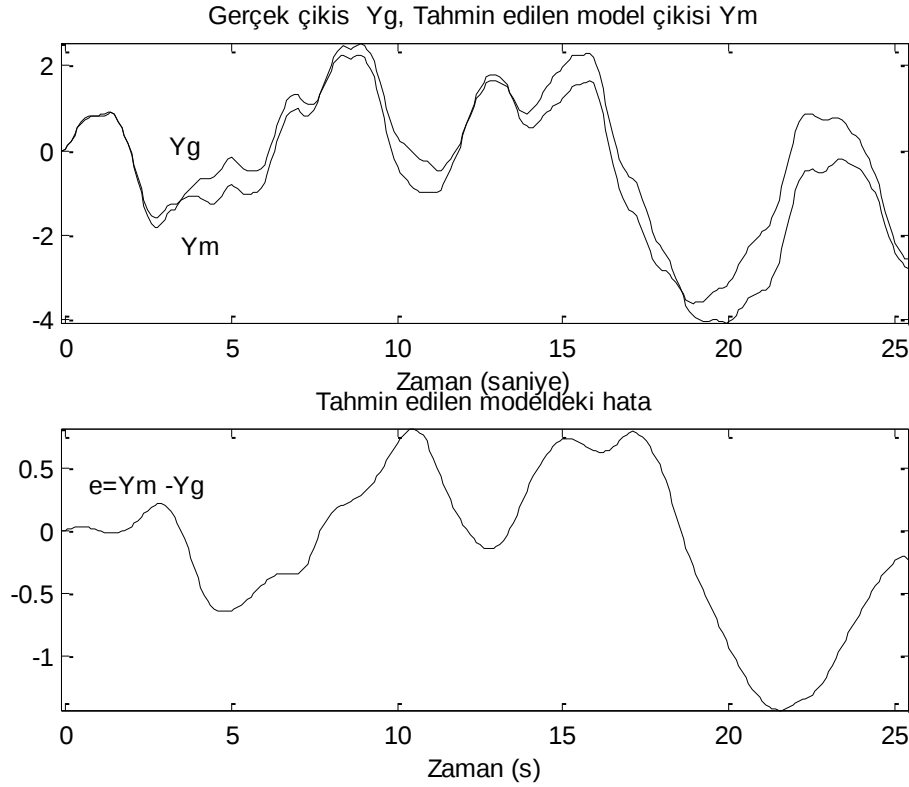
$$y(t) = -a y(t-1) - b y(t-2) - c y(t-3) + d u(t-1) + e u(t-2) + f u(t-3) \quad (2.34)$$

olarak yazılabilir. Bu modelde, bir gürültü elemanı olarak, $e(t)$ beyaz gürültüyü de denklem hatası olacak şekilde eşitliğin sağ tarafına ekleyebiliriz. Yapılacak iş, en küçük kareler yöntemiyle $\theta^T = [a \ b \ c \ d \ e \ f]$ parametre kestirim vektörünü bulmaktır. Şekil 2.2 de bu transfer fonksiyonunun, MATLAB deki bir değerlendirim (mask) fonksiyonu olan **ARX** ile kestirimi yapılmıştır. Değerlendirim fonksiyonuna gerekli parametreler, (2.34) eşitliği sağlayacak şekilde girilmiştir.



Şekil 2.2 ARX ile parametre kestirimi (matlab simulink programı)

Bu benzetişim örneğinde çevrimdışı bir kestirim algoritması yapılmıştır. Belirli bir süre benzetişimden sonra elde edilen değerler (2.7) eşitliğine göre parametre kestiriminde kullanılır. Giriş(simin), çıkış (ee) ve gürültü (simout) blokları, giriş, çıkış ve hata değerlerini 0.1 saniye örnekleme zamanı ile iş uzayı (workspace)' na atar. Daha sonra matlab komut penceresinden bu değerler alınır ve (2.34) eşitliğine uygun biçimde excel programında hücrelere yerleştirilir. Hücrelerden kopyalanan değerler, matlab' de Φ matrisinin elemanları olarak atanır. Kırk saniyelik bir simülasyon için 400 tane değer elde edilir. Φ matrisinin boyutu (400×6) olur. En küçük kareler normal denklemine göre (2.7) eşitliği, matlab komut penceresinde aşağıdaki komutlarla gerçekleştirilir:



Şekil 2.3 ARX ile kestirilen model çıkışı ile gerçek sistem çıkışı karşılaştırılması ve kestirim hatasının grafiği

```

>>  $\Phi'$           ( $\Phi$  matrisinin devriğini alır)
>> ans* $\Phi$        ( $\Phi^T \Phi$  matrisini hesaplar boyut 6×6)
>> inv(ans)      (bulunan matrisin tersini alır)
>> ans* $\Phi'$      (matris tersi  $\Phi^T$  ile çarpılır)
>> ans*y         (y vektörüyle çarpılır böylece kestirim tamamlanmış olur)
>> ans           (kestirilen parametreleri dışarıya verir)

```

Bu algoritmaya göre bulunan değerler:

$$\theta = [2,5403 \quad -2,1504 \quad 0,6054 \quad 0.0007 \quad 0.0025 \quad 0.0006] \quad (2.35a)$$

Bulunan değerlerde, girişin yeterli dereceden uyarıcı olması için kare dalga alınmıştır. Eğer 2. mertebeden uyarıcı bir işaret olan sinüs girişi alınırsa parametrelerde bir sapma olacağı gözlenir, bu durumda parametre vektörü:

$$\theta = [2.8802 \quad -2.6653 \quad 0.8355 \quad 0.0009 \quad 0.0054 \quad 0.0085] \quad (2.35b)$$

olarak bulunur. Matlab' in kendi değerlendirim fonksiyonlarıyla bulduğu değerler de aynı sonuçları verir. ARMAX modeliyle elde edilen sonuçlar da gerçek parametrelere yakınsar. Bulunan transfer fonksiyonları:

$$G(z) = \frac{0.0006903z^2 + 0.0025929z + 0.00059554}{z^3 - 2.5415z^2 + 2.1523z - 0.6017} \quad (2.36a)$$

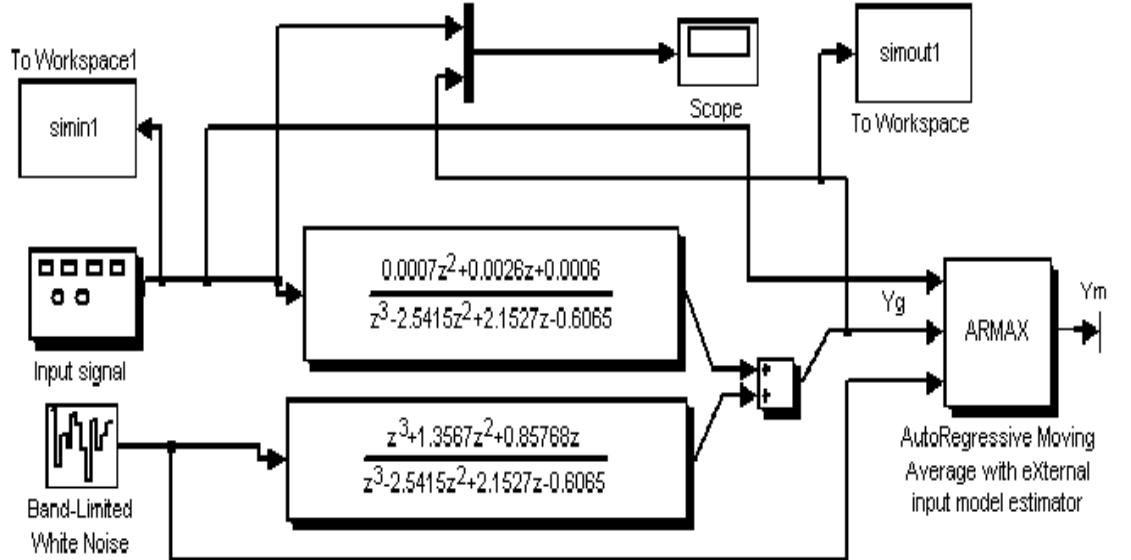
Bozucu işaretini işleyen transfer fonksiyonu ise:

$$E(z) = \frac{z^3 + 1.3567z^2 + 0.85768z}{z^3 - 2.5415z^2 + 2.1523z - 0.6017} \quad (2.36b)$$

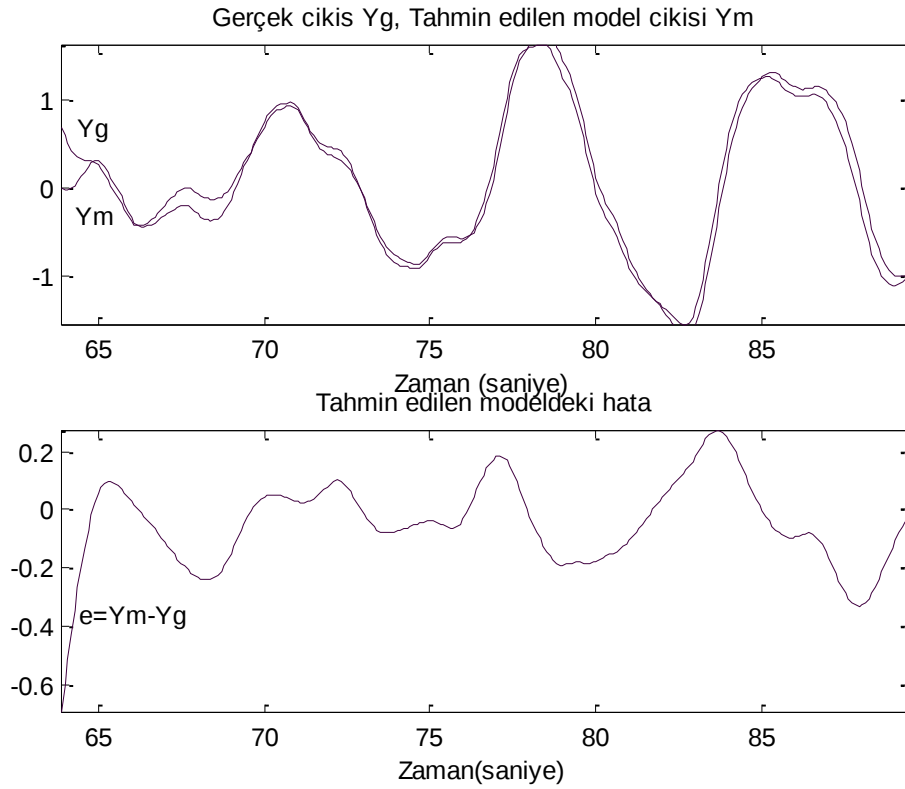
ARX fonksiyonuyla alınan sonuçlar:

$$G(z) = \frac{0.00069676z^2 + 0.002594z + 0.00056597}{z^3 - 2.5455z^2 + 2.1603z - 0.60997} \quad (2.37a)$$

$$E(z) = \frac{z^3}{z^3 - 2.5455z^2 + 2.1603z - 0.60997} \quad (2.38b)$$



Şekil 2.4 ARMAX ile parametre kestirimi

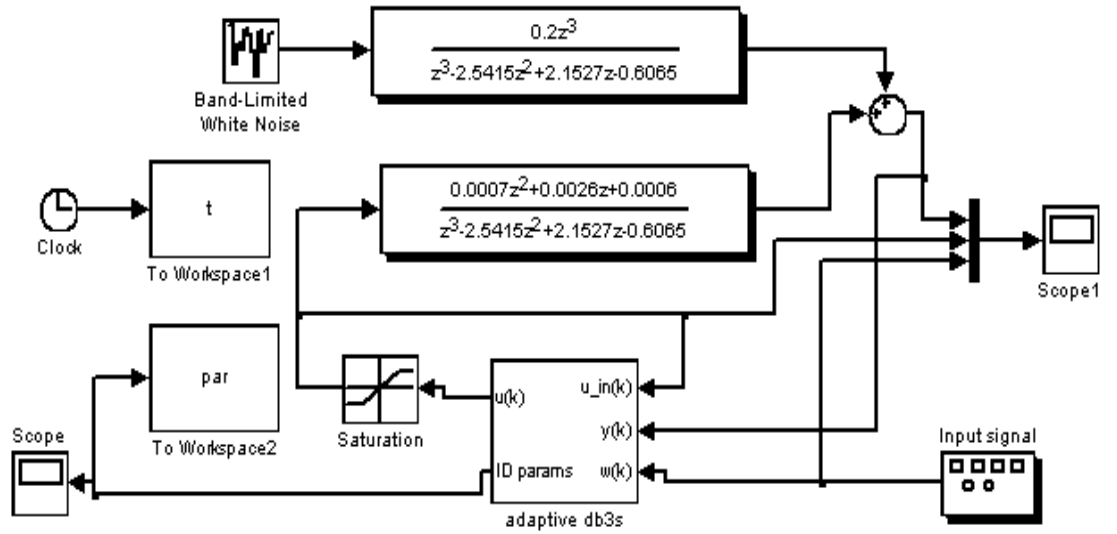


Şekil 2.5 ARMAX ile kestirilen model çıkışı ile gerçek sistem çıkışı karşılaştırılması ve kestirim hatasının grafiği

Modelde bozucu olarak beyaz gürültü seçilmiş ve de bozucu gücü 0.001 olarak alınmıştır. Giriş işareti olarak alınan kare ya da sinüs dalganın frekansı 0.875 rad/sn, genliği de 1 olarak alınmıştır.

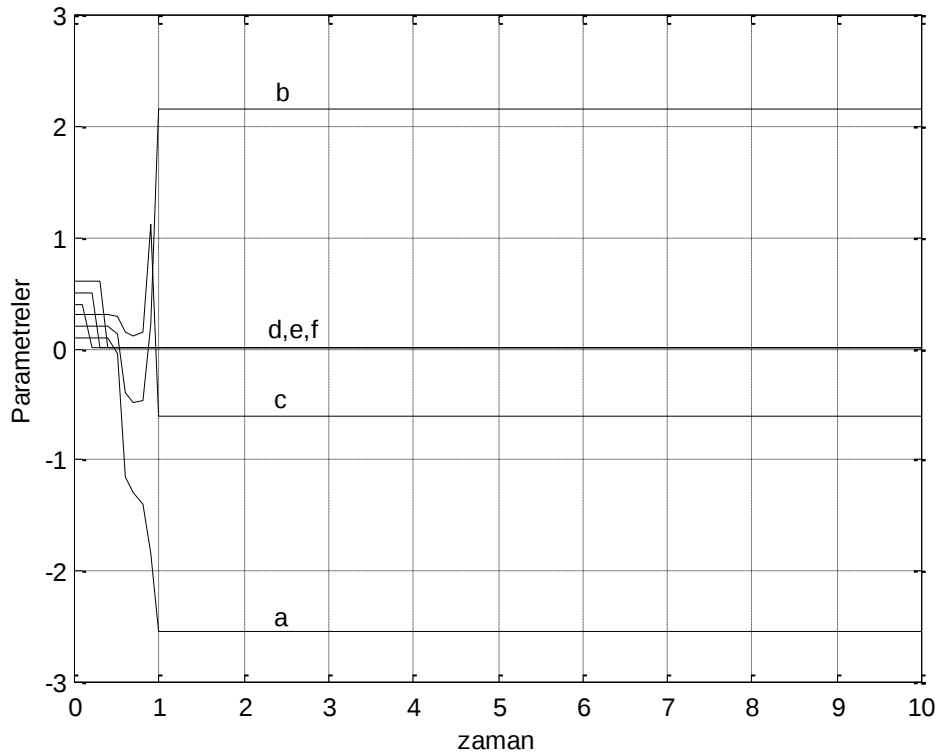
Çevrimdışı olarak yapılan bu incelemeden sonra, eşitlik (2.19)'daki yinelemeli en küçük kareler algoritmasının uygulaması yapılacaktır. Çevrimiçi olarak yapılacak bu uygulamada, uyarlamalı bir araçkutusunun altsisteminde bulunan yinelemeli algoritmayı işleyecek `sid.m` adlı matlab s fonksiyonundan yararlanılmıştır [18,19]. Bu incelemede, uyarlamalı kontrol esas alınacak şekilde bir araçkutusunu geliştirildiğinden, sistem kapalı bir çevrim içinde kontrol edilmiştir. Sisteme, değerlendirim parametrelerinden kontrol kutupları atanıp buna göre benzetişim yapılmıştır.

Bu benzetişim örneğinde bozucu gücü 0.001 olarak belirlenmiş bir beyaz gürültü uygulanmıştır. Kullanılan uyarlamalı kontrol, sonlu zaman kontrolü yapmaktadır. Kapalı çevrim sistemin kutuplarını sıfır değerine atamaktadır.

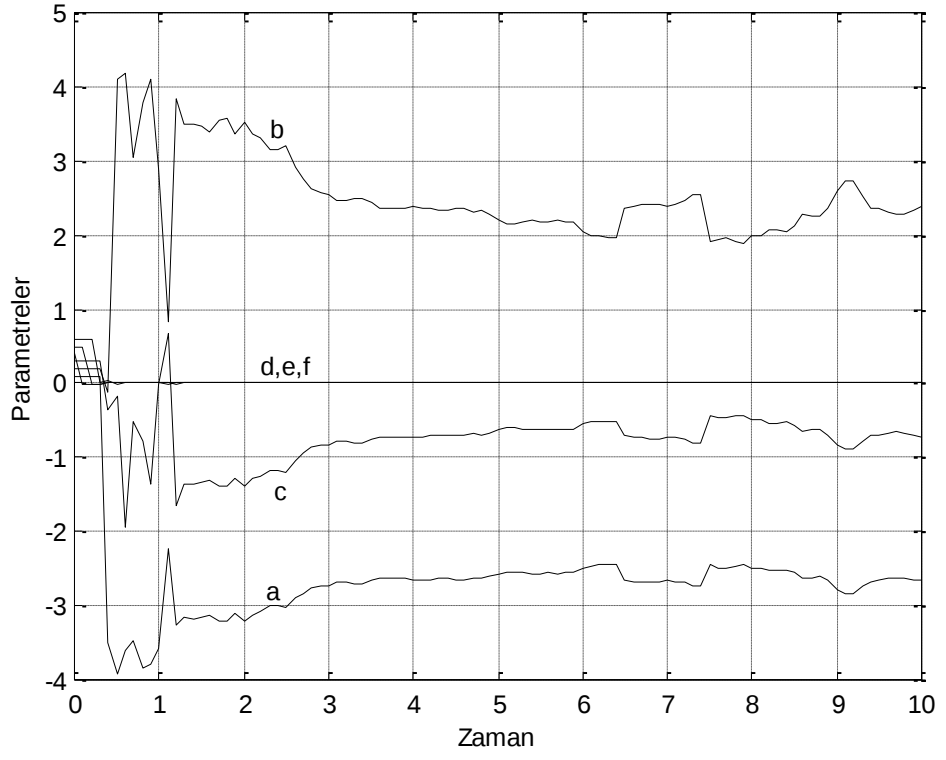


Şekil 2.6 Uyarlamalı yapı içerisinde parametre kestirimi

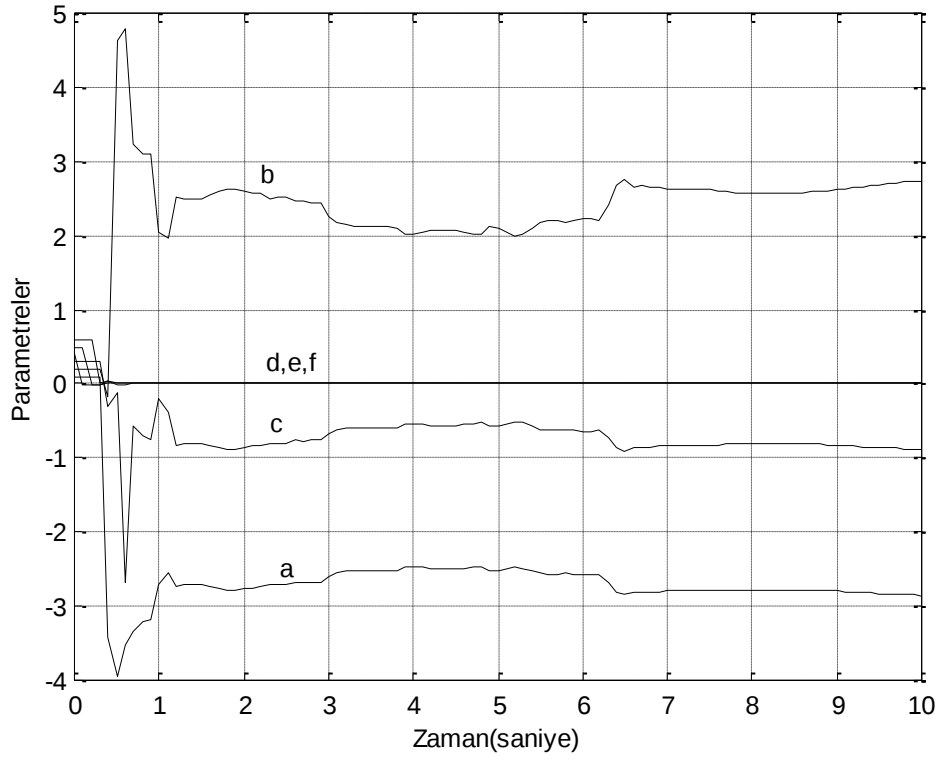
. Şekil 2.7 'de , şekil 2.6 'daki model benzetişiminin, gürültünün olmadığı ($e(t) = 0$) durumundaki sonuçlar verilmiştir. Görüldüğü gibi kestirilen parametreler, gerçek değerlerine gayet hızlı bir biçimde ve pürüzsüz olarak yakınsamaktadırlar. Şekil 2.8 de ise, belirtilen kuvvette bir beyaz gürültü uygulanarak elde edilen kestirilmiş parametrelerin, $\lambda=0.9$ 'a göre aldığı değerler gösterilmiştir.



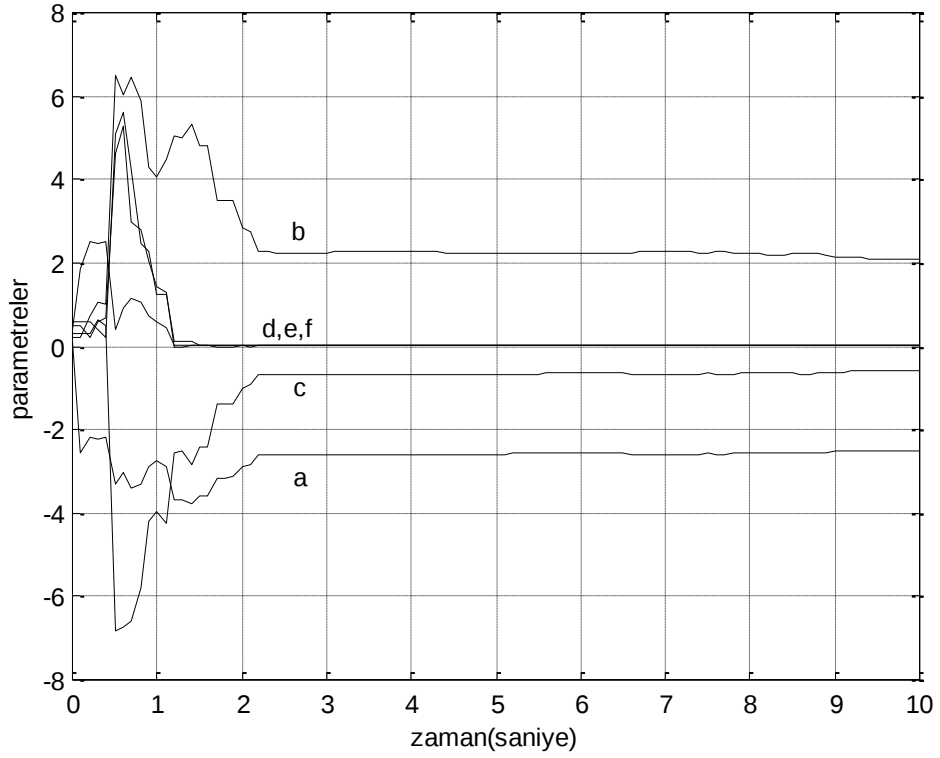
Şekil 2.7 parametrelerin zaman göre fonksiyonu ($e(t) = 0$)



şekil 2.8 $\lambda=0.9$ iken parametrelerin değişimi



şekil 2.9 $\lambda=0.95$ iken parametrelerin değişimi



şekil 2.10 $\lambda=0.99$ iken parametrelerin değişimi

Şekil 2.9 ve şekil 2.10 'da, parametrelerin farklı λ değerlerine göre nasıl değiştiği görülür. Şekillerden de anlaşılacağı üzere, λ katsayısı arttıkça, sonuçlar pürüzsüzleşmektedir. Bunun nedeni, λ büyüdükçe yinelemeli en küçük kareler yöntemindeki $\mathbf{k}(t)$ vektörü sıfıra gider. Böylece parametrelerde dalgalanma gitgide azalır. λ küçüldükçe ise, $\mathbf{k}(t)$ vektörü o oranda büyür ve (2.19) 'daki algoritmaya göre, (t) ve $(t-1)$ anlarında kestirilen parametrelerin arasında fark büyür ve dalgalanmalara neden olur. λ , hızlı takip etme ve parametrelerin uzun dönemli kestirimde kaliteli sonuçlar vermesi kriterlerine göre en uygun olarak seçilir. Çıkış değışintisi kriterine göre kestirim deneyi yapıldığında en uygun sonuçlar elde edilecektir [5,12].

3. BÖLÜM

KUTUP ATAMA

3.1 GİRİŞ

Bu bölümde kutup atama problemi analitik olarak ifade edilip, problemin çözümüne ilişkin önermeler yapılacaktır. Kutup atamada ana fikir; istenilen kapalı çevrim kutuplarını sağlayacak şekilde kontrolörün parametrelerini ayarlamaktır. Tasarım yöntemi kolay anlaşılır ve uygulanabilir. Bu bölümde sırasıyla yöntem formüle edilecek, kontrol kuralı türetilecek, problemin polinomik bir eşitliğe dönüşen çözümü verilecek ve yöntem en sonunda bir örneğe uygulanacaktır.

3.2 KUTUP ATAMA YÖNTEMİNİN FORMÜLASYONU

Genelde tasarım yönteminde, sistemin sağlaması istenen kriterleri sağlayacak kabul edilebilir bir kontrol kuralının belirlenmesi amaçlanır[1,13,14]. Tasarım, bir modeli takip edilmesi şeklinde yorumlanabilir diğer bir deyişle bir servo sistemine benzer. Yani, uygulanan girişe karşı istenilen cevabın elde edileceği bir kontrolör belirlemek istenir [3]. Kutup atama yöntemi, istenen tasarımın özel bir durumuna karşı düşer. Sistem dinamiği,

$$H(q) = \frac{B(q)}{A(q)} \quad (3.1)$$

biçiminde modellendiğini varsayalım, bu yapı giriş ile çıkış arasındaki, tutucuyu da dahil eden sistemin darbe transfer fonksiyonunu temsil eder. $A(q)$ ve $B(q)$ polinomlarının hiçbir ortak çarpanı olmadığı varsayılır. Bu sistem transfer fonksiyonunu, istediğimiz biçimde sistem girişine cevap verecek bir kapalı çevrim transfer fonksiyonuna dönüştürebiliriz. Bu transfer fonksiyonu:

$$H_m(q) = \frac{B_m(q)}{A_m(q)} \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir [3]. Burada da $B_m(q)$ ve $A_m(q)$ 'nin hiçbir ortak çarpanı olmadığı varsayılır. Geri besleme yapısında kontrol işareti tarafından uyarılmayacak ek dinamikler bulunabilir [5].

3.2.1 Kontrol Kuralı

Kontrolörün u_c girişine ve y kontrol işaretine bağlı iki girişi ve tek u çıkışı vardır. Bu giriş ve çıkışlar için, genel doğrusal bir kontrol kuralı

$$u(q) = \frac{T_1(q)}{R_1(q)} u_c(q) - \frac{S_1(q)}{R_2(q)} y(q) \quad (3.3)$$

olarak tanımlanır. $R = R_1 R_2$, $T = T_1 R_2$ ve $S = S_1 R_1$ olarak tanımlanırsa (3.3) ilişkisi

$$R(q) u(q) = T(q) u_c(q) - S(q) y(q) \quad (3.4)$$

biçiminde yazılabilir. (3.4)' te R normalize edildiği ya da en yüksek derecesinin katsayısının 1 olduğu varsayılmıştır [3,12]. (3.4) kontrol kuralı, giriş işaretinden bir ileri besleme darbe transfer fonksiyonu ve çıkıştan geri beslemeli darbe transfer fonksiyonu olarak:

$$H_{ff}(q) = \frac{T(q)}{R(q)} \quad H_{fb}(q) = \frac{S(q)}{R(q)} \quad (3.5)$$

şeklinde ifade edilebilir. Kontrol kurallarıyla ilgili mertebe koşulları,

$$\deg R \geq \deg T$$

$$\deg R \geq \deg S \quad (3.6)$$

olarak yazılır [3]. Eğer bilgisayarda kontrol işaretinin hesaplamak için gereken süre, örnekleme zamanından çok küçükse

$$\deg R = \deg T = \deg S \quad (3.7)$$

seçilebilir. (3.7), kontrolörde gecikme zamanı olmadığını gösterir. Hesaplama zamanı, örnekleme zamanına yakın bir değerdeyse, bu durumda koşul

$$\deg R = 1 + \deg T = 1 + \deg S \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilir [3]. (3.8), kontrol kuralı bir örnekleme zamanı gecikme olduğunu ifade eder. Standart durum olarak genelde (3.7) seçilir.

3.3 PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Bir önceki bölümde formüle edilen tasarım probleminin; (3.2)' yi verecek şekilde (3.4) kontrol kuralının bulunması olduğunu ifade etmiştik. Şimdi, seçilen bir modele göre transfer fonksiyonunun, kutup atama yönteminde nasıl bir denklik bağıntısını sağlayacağı gösterilecek ve bu denklik bağıntısı yoluyla problemin çözümü verilecektir.

Şekil 3.1' de kapalı çevrimli bir sistemin blok gösterimi verilmiştir. Bu blok diyagramına giriş ve çıkış bozucuları da ilave edilmiştir. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu, sistem çıkışı ve sistem girişi ile bozucu girişleri arasında $u(t)$ kontrolör çıkışı yok edilerek elde edilir.

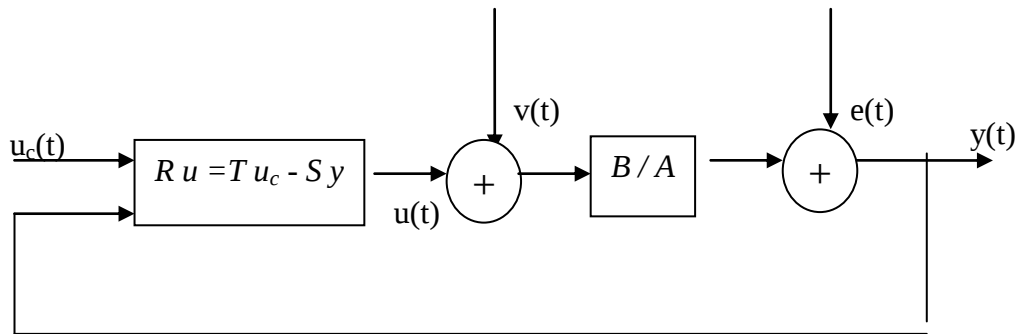
$$y(k) = \frac{BT}{AR + BS} u_c(k) + \frac{BR}{AR + BS} v(k) + \frac{AR}{AR + BS} e(k) \quad (3.9)$$

olarak bulunur [1]. Bu ilişkinin istenilen cevabı verebilmesi için (3.2) ifadesine eşdeğer olması gerekmektedir:

$$\frac{BT}{AR + BS} = \frac{B_m}{A_m} \quad (3.10)$$

Böylece tasarım problemi (3.10)' u sağlayan R , S , T polinomlarını bulmaya indirgenmiş olur. Bozucularla birlikte model ise aşağıdaki ifadeyi sağlamaktadır:

$$(u(q) + v(q)) B(q) + e(q) A(q) = y(q) A(q) \quad (3.11)$$



Şekil 3.1 Kapalı devre blok gösterimi

3.3.1 Kutup – sıfır sadeleşmesi

Kapalı çevrimli sistem kutuplarının,

$$A(q) R(q) + B(q) S(q) = 0 \quad (3.12)$$

payda karakteristik denkleminin kökleri olduğu görülür. Kapalı çevrimin sıfırları, $B(q)$ ve $T(q)$ polinomunun sıfırlarına karşı düşer. Kapalı çevrimli sistemin mertebesi, genelde modelin mertebesinden daha yüksektir. (3.10) koşulunu sağlamak için bazı kutup – sıfır sadeleştirmelerinin yapılması gerektği açıktır [3,12].

Açık çevrim sistemin sıfırlarını düşünelim. Eğer $B(q)$ 'nın bir çarpanı B_m 'in bir çarpanı değilse $AR + BS$ 'nin bir çarpanı olmalıdır, o halde kapalı çevrimin bir kutbu tarafından sadeleşmesi gerekir. Kapalı çevrim kutupları kararlı olacağından, yalnızca kararlı sıfırların sadeleştirilebileceği anlaşılır. Böylece $B(q)$ polinomu:

$$B = B^+ B^- \quad (3.13a)$$

şeklinde iki parçaya ayrılır. B^+ tüm sıfırları birim daire içinde olan kısmı, B^- ise tüm sıfırları birim daire dışında olan kısmı gösterebilir. B^- polinomu $AR + BS$ 'nin bir çarpanı olamayacağı için B_m 'in bir çarpanı olmalıdır:

$$B_m = B^- B_m' \quad (3.13b)$$

olarak ifade edilebilir. (3.13b)' den karasız sıfırların iptal edilemeyeceği anlaşılır. B^+ , $AR + BS$ 'nin çarpanı olduğuna göre R polinomunun da bir çarpanı olmalıdır:

$$R = B^+ R' \quad (3.13c)$$

Bu koşullara göre (3.10) yeniden düzenlenebilir

$$\frac{B^+ B^- T}{B^+ (AR' + B^- S)} = \frac{B^- B_m'}{A_m} \quad (3.14a)$$

ve ortak çarpanların sadeleşmesi halinde (3.14a) ilişkin

$$\frac{T}{AR' + B^- S} = \frac{B_m'}{A_m} \quad (3.14b)$$

şekline dönüşür. Bu son eşitlikten A_m 'nin $(AR' + B^- S)$ 'in bir çarpanı olması gerektiği anlaşılır. Kontrol polinomlarının katsayılarını hesaplamak için birebir

eşlemede mertebelerin birbirini tutması gerekir, böylece gözleyici polinom adını vereceğimiz A_0 polinomuyla pay ve paydayı çarparak bu koşul ayarlanabilir [3,12]. Gözleyici polinomun etkisi kapalı çevrim cevabında görünmez. Buna göre eğer $AR+BS$ 'nin diğer çarpanı A_0 olarak verilirse

$$AR' + B^- S = A_0 A_m \quad (3.15a)$$

Ve

$$T = B_m' A_0 \quad (3.15b)$$

yazılabilir neticede kapalı çevrimli sistemin karakteristik denklemi:

$$AR + BS = B^+ A_0 A_m \quad (3.16)$$

biçiminde ifade edilebilir. Böylece kapalı çevrim kutupları; sadeleştirilen kararlı sıfırlar, B^+ , model kutupları, A_m , ve gözleyici kutupları, A_0 'dan oluşur[1,3,12,18,19]

3.4 PROBLEMİN CEBRİK İFADESİ

Geçen bölümdeki tartışma, R , S ve T polinomlarının seçiminde belli bir görüş getirmişti. Bunlara rağmen (3.15a)'i ve kabul edilebilir bir geri beslemede diğer koşulları sağlayan R' ve S polinomlarının nasıl belirleneceğini belirlememiz gerekir. Temel matematiksel problem:

$$A X + B Y = C \quad (3.17)$$

doğrusal polinom eşitliğini sağlayan X ve Y polinomlarını bulmaktır. Burada A , B ve C bilinen X ve Y aranan büyüklüklerdir.(3.17) denkleğine *Diophantine denklemi* denir.

Teorem 3.4.1

A , B ve C gerçekte katsayılı polinomlar olsunlar. (3.17) denkleminin ancak ve ancak A ve B 'nin en büyük ortak çarpanı C 'yi de bölerse bir çözümü vardır [1,3].

(3.17) denkleminde elde edilecek diğer bir sonuç; eğer X_0 ve Y_0 bir çözümse bu durumda

$$X = X_0 + Q B \quad Y = Y_0 - Q A \quad (3.18)$$

denklemleri de bir çözümdür. Burada Q herhangi bir polinomdur. (3.17) denkleminin bir çözümü varsa A ve B polinomlarını Q uygun çarpımlar ekleyip çıkararak sonsuz

çoklukta çözüm bulunabilir[16]. Sonsuz çözümün arasından kontrolöre en küçük mertebeyi veren çözümü bulabiliriz. Buna, en küçük mertebeden çözümü denir. Böyle bir çözüm:

$$\deg X < \deg B \quad \deg Y < \deg A \quad (3.19)$$

koşulları altında tek olarak elde edilir [3].

3.4.2 Doğrusal polinom denklemin çözümü

Tasarımı yapabilmek için doğrusal polinom denklemini çözmenin gerektiği ifade edilmişti. Bunu yapabilmenin farklı yolları vardır.

Yollardan biri, bilinmeyen katsayıları, verilen mertebelerden, R' ve S polinomlarını belirtmek, aynı mertebeden z katsayılarını tanımlayarak denklik kurmaktır. Teorem 3.4.1 'e göre bu şekilde oluşan eşitlik, A ve B^- polinomlarının ortak bir çarpanı olmadığı sürece her zaman çözülebilir[14]. Bundan başka, eğer A ve B , çarpanlara ayrılmış bir biçimde verilmişse, elde edilen eşitlik basitleştirilebilir. Yöntem matris biçiminde ifade edilebilir. Bunun için eşit mertebeden katsayılar birbirine denkleştirilir ve (3.17) doğrusal bir denklem kümesi şeklinde yazılır:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & K & 0 & b_0 & 0 & K & 0 \\ a_1 & 1 & O & M & b_1 & b_0 & O & M \\ a_2 & a_1 & O & 0 & b_2 & b_1 & O & 0 \\ M & M & O & 1 & M & M & O & b_0 \\ a_n & M & & a_1 & b_n & M & & b_1 \\ 0 & a_n & & M & 0 & b_n & O & M \\ M & O & O & M & M & O & O & M \\ 0 & K & 0 & a_n & 0 & K & 0 & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_k \\ y_0 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 - a_1 \\ M \\ c_n - a_n \\ c_{n+1} \\ M \\ c_{k+l+1} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Eşitliğin sol tarafındaki matrise *sylvester matrisi* denir. A ve B polinomlarının hiç bir ortak çarpanı yoksa bu matrisin tersi alınabilir. Bu sayede tek bir çözüm bulunabilir. Bununla birlikte farklı k ve l seçimleri farklı X ve Y polinomları verir. Seçime bağlı olarak sonsuz çözüm elde edilebilir.

Gauss eleme yöntemiyle (3.20) matrisine bir çözüm bulunabilir. Kutup atama yönteminde, tüm sıfırların ya da tüm kutupların sadeleştirildiği durumda (3.20) matrisinin üçgen matrise dönüşme özelliği vardır. Bu özellik te, X ve Y polinomlarının katsayılarından her defasında birinin elde edilebileceği anlamına gelir.

3.5 TASARIM YORDAMI

Önceki bölümlerde incelenen problemde, (3.4) ile verilen kontrol kuralına uyacak R , S ve T polinomlarının (3.15a) ve (3.15b) sağlanacak şekilde seçilmesi gerektiği gösterildi. Bundan sonra, kabul edilen kontrol kuralları üzerindeki diğer kısıtları sağlayacak çözümlerin bulunup bulunmadığı incelenecektir.

Teorem 3.5.2

Kutup atama yönteminde

$$\deg A_m - \deg B_m \geq \deg A - \deg B = d_0 \quad (3.21)$$

ve

$$\deg A_0 \geq 2\deg A - \deg A_m - \deg B^+ - 1 \quad (3.22)$$

koşulları sağlanacak şekilde keyfi bir çözüm bulunabilir [3,14].

3.5.3 En Küçük Mertebeden Tasarım Algoritması

Verilenler: A ve B polinomları

Sağlanması istenenler: A_m , B_m ve A_0 polinomları

Uygunluk koşulları

$$\deg A_m = \deg A$$

$$\deg B_m = \deg B$$

$$\deg A_0 = \deg A - \deg B^+ - 1$$

$$B_m = B^- B_m' \quad (3.23a)$$

Adım 1: B polinomunu B^+ 'nin en büyük mertebesine ilişkin katsayı bir olacak şekilde $B = B^+ B^-$ olarak ayırıştır.

Adım 2: $\deg S < \deg A$ olacak şekilde $AR' + B^- S = A_0 A_m$ 'den R' ve S polinomlarını belirle.

Adım 3 : $R = R' B^+$ ve $T = B_m' A_0$ oluştur, (3.4) kontrol kuralından kontrol değişkenini üret.

Tüm sıfırların sadeleştirildiği ya da hiçbir sıfır sadeleşmesinin yapılmadığı özel durumlar da incelemeye değer:

Tüm sıfırların sadeleşmesi: Tasarım yordamı bu durumda oldukça basitleşir. Gözleyici polinomu seçmek için uygunluk koşullarından

$$\deg A_0 = \deg A - \deg B - 1$$

koşulu türetilir. Yeni sistemde tüm sıfırlar silinmiş olacağından B_m' yi $A_m(1) q^{d_0}$ şeklinde seçmek doğaldır. Bu sayede bir seçim, uygunluk koşullarıyla da çelişmez. Adım 2' deki çarpanlara ayırma da çok basit bir biçime dönüşür; $B^- = b_0$, $B^+ = B / b_0$. Buna göre T için

$$T = \frac{A_m(1)q^{d_0}}{b_0} A_0 \quad (3.23b)$$

Yazılır[1]. Adım 2' deki denklem de $AR' + b_0 S = A_0 A_m$ şekline dönüşür. Bu eşitlikten R' ve S kolayca çözülebilir[3,14,16].

Hiç sadeleşme olmaması durumu: Bu durumda $B^- = B$, $B^+ = 1$ alınarak adım 1 uygulanır. $B_m = \beta B$ olarak seçilir, böylece polinomun sıfırları korunur, sadece katsayı değiştirilir. $\beta = A_m(1) / B(1)$, katsayısı sürekli hal koşulları gereği seçilir. Gözleyici polinom derecesi uygunluk koşulları ve teorem 3.5.2 gereği

$$\deg A_0 = \deg A - 1$$

seçilir. Son olarak $T = \beta A_0$ olarak hesaplanır. 2. adımdaki denklem de

$$AR + BS = A_0 A_m \quad (3.23c)$$

biçimine gelir.

Eğer açık çevrimde kararlı hal hatalarını sıfırlamak isteniyorsa; R polinomunun $(z-1)^1$ çarpanları olması gerekir [3,15,23,24]. Bu da (3.20) matrisine ek satırların gelmesine neden olur, aynı şekilde gözleyici polinomun mertebesi de 1 kadar artar. Kararlı hal hatalarından konum hatasının giderilmesi isteniyorsa, R polinomunun mertebesi r ve katsayıları α_i olmak üzere

$$\sum_{i=0}^r \alpha_i = 0 \quad (3.24a)$$

koşulunu gerçektelemesi gerekir[12,15]. Eğer hız hatasının giderilmesi isteniyorsa

$$\sum_{i=0}^r \alpha_i = 0 \quad \sum_{i=0}^r i \alpha_i = 0 \quad (3.24b)$$

ivme hatasının giderilmesi isteniyorsa

$$\sum_{i=0}^r \alpha_i = 0 \quad \sum_{i=0}^r i \alpha_i = 0 \quad \sum_{i=0}^r (i-1)i \alpha_i = 0 \quad (3.24c)$$

denklemlerinin sağlanması gerekir [15].

3.6 UYGULAMA VE BENZETİŞİM

Katsayıları, işlem ve uygulama kolaylığı açısından sorun yaratmayacak üçüncü mertebeden darbe transfer fonksiyonu, tutucu da dahil olmak üzere

$$G(z) = \frac{0.3z^2 + 0.42z + 0.072}{z^3 - 2.2z^2 + 1.18z - 0.164} \quad (3.25a)$$

Olarak verilmiş olsun. Bu sistemin polinomları, çarpanlara ayrılmış biçimde tekrar düzenlenirse:

$$G(z) = \frac{0.3(z+1.2)(z+0.2)}{(z-0.2)(z-0.9-0.1j)(z-0.9+0.1j)} \quad (3.25b)$$

bulunur. (3.25a) sisteminin birim daire dışında bir sıfır vardır. Bu sıfır, silinemeyeceği için, istenilen kapalı çevrim transfer fonksiyonunda görülecektir. İstenilen kapalı çevrim transfer fonksiyonunda

$$A_m = (z - 0.5 \pm 0.5j)z \quad (3.26a)$$

A polinomu ile aynı mertebeden, eşlenik bir kök ve sıfırda bir kök olmak üzere seçilir. Hiçbir sadeleşme olmayacak şekilde tasarım yapılırsa; $B^- = B$, $B^+ = 1$ alınır. Gözleyici polinom A_0 'da teorem 3.5.2 'ye ve (3.23) uygunluk koşullarına göre 2. mertebeden çıkar. Gözleyici polinom, sonlu zaman kontrolörü gibi kökleri sıfırda olacak şekilde seçilebilir; $A_0 = z^2$.

Kapalı çevrim sistemi 5. mertebeden olacağı için R ve S , T polinomları 2. mertebeden olacaktır. R polinomunun en yüksek mertebe katsayısı bir olacak şekilde kontrolör polinomları yazılırsa

$$R = Z^2 + r_2 Z + r_3$$

$$S = s_0 z^2 + s_1 z + s_2$$

$$T = \beta A_0 = \frac{A_m(1)}{B(1)} A_0 = 0.6313 Z^2 \quad (3.26b)$$

Bu durumda kapalı çevrimli sistemin karakteristik denklemi (3.23c) gereği

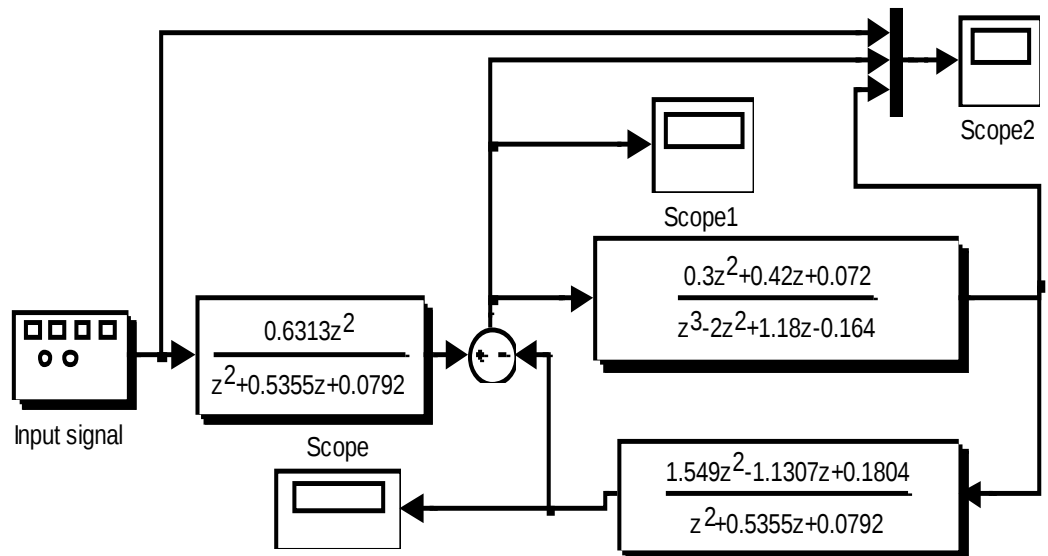
$$A_c = z^5 - z^4 + 0.5 z^3 \quad (3.26c)$$

olarak bulunur. (3.20) matrisi bu denklemlere göre düzenlenirse:

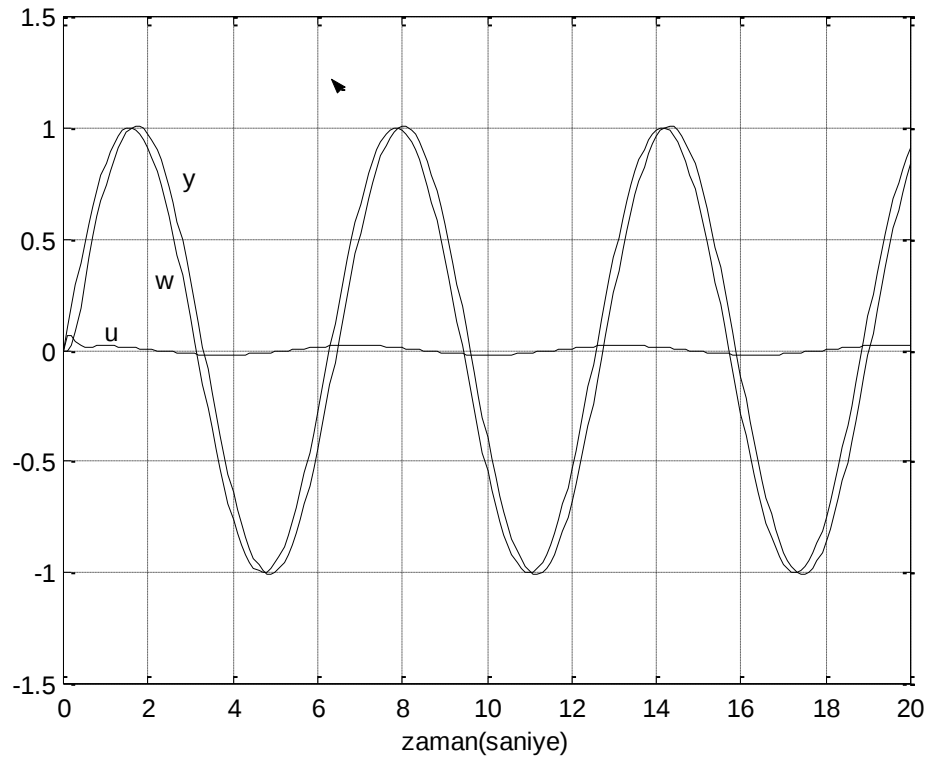
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0.3 & 0 & 0 \\ 1.18 & -2 & 1 & 0.42 & 0.3 & 0 \\ -0.164 & 1.18 & -2 & 0.072 & 0.42 & 0.3 \\ 0 & -0.164 & 1.18 & 0 & 0.072 & 0.42 \\ 0 & 0 & -0.164 & 0 & 0 & 0.072 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r_2 \\ r_3 \\ s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

biçiminde yazılır. Bu matris denklemi çözüldüğünde, R ve S kontrolörlerinin katsayıları

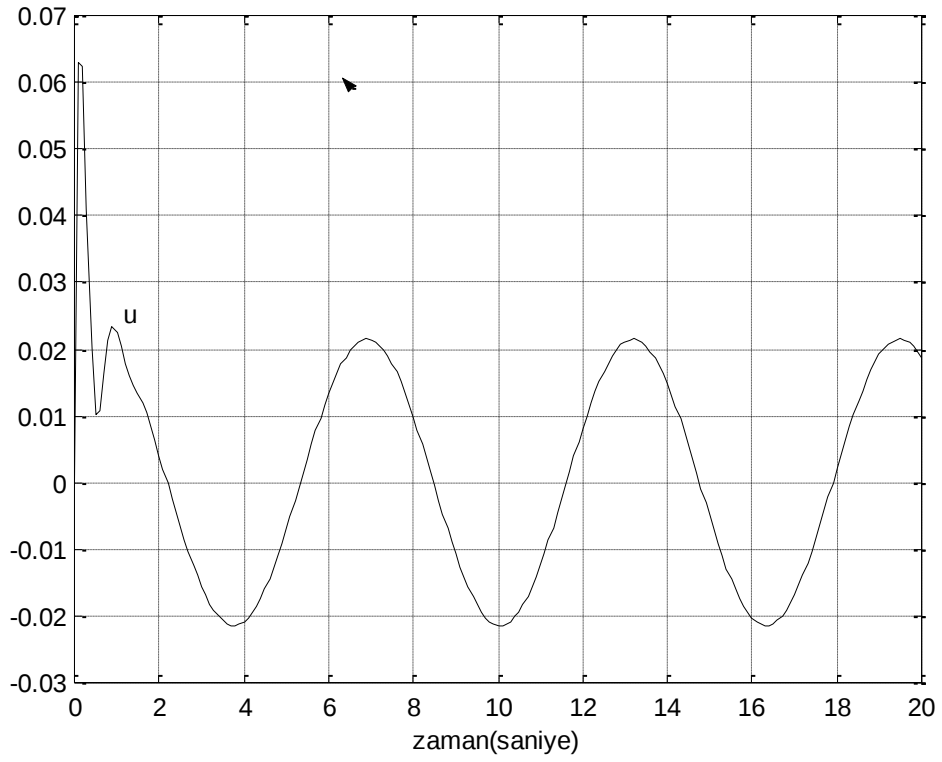
$$r_2 = 0.5353, \quad r_3 = 0.0792, \quad s_0 = 1.549, \quad s_1 = -1.1307, \quad s_2 = 0.1804$$



Şekil 3.2 kutup yerleştirme benzetişim modeli



Şekil 3.3 kontrolör, sürücü kaynak ve çıkış grafiği



Şekil 3.4 kontrolör çıkışı

Kontrolörler, darbe transfer fonksiyonu olarak, Matlab simulink paket programında şekil 3.1 ' e görüldüğü gibi ayarlanır. Girişe, sinüs dalga uygulanmıştır. Kare dalgaının genliği 1, frekansı 1 rad/saniye alınmıştır. Scope 1' den girişe uygulanan kontrol işareti izlenir. Bu işaretin grafiği şekil 3.3 ' te görülmektedir. Şekil 3.2 de sürücü kaynak, çıkış ve kontrolör çıkışı işaretleri hep birlikte görülmektedir. β katsayısı kazancı 1 yapacak şekilde seçildiğinden, kapalı çevrim çıkışı, aynı genlikte değerlere ulaşır. Sistem çıkışına bir bozucu etkirse, kontrolörler uyarlamalı olmadığı için kapalı çevrim cevabında ve kontrol işaretinde dalgalanmalar olacağı açıktır. Aynı sistem için, sıfır sadeleşmesi olacak biçimde bir kontrolör tasarımı yapılacak, bu duruma karşı düşen benzetişim sonuçları incelenecektir.

Adım 1' e göre B polinomu çarpanlara ayrılırsa

$$B^- = 0.3 (z + 1.2), B^+ = (z + 0.2)$$

bulunur, yani; $z = 0.2$ ' deki sıfır sadeleştirilmek üzere B polinomu çarpanlara ayrılmıştır. Teorem 3.5.2 'ye ve (3.23) uygunluk koşullarına göre gözleyici polinom A_0 1. mertebeden çıkar. İşlem basitliği açısından $A_0 = z$ seçilir. B^+ polinomu R' nin bir çarpanı olacağı için, kapalı çevrim darbe transfer fonksiyonu, adım 2' ye göre dördüncü mertebeden olur. Bu duruma göre (3.20) matrisini düzenleyecek olursak:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0.3 & 0 & 0 \\ 1.18 & -2 & 0.36 & 0.3 & 0 \\ -0.164 & 1.18 & 0 & 0.36 & 0.3 \\ 0 & -0.164 & 0 & 0 & 0.36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r_2' \\ s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

biçiminde yazılır. Bu matrisin çözümü durumunda R' ve S polinomlarının katsayıları:

$$r_2' = 0.4693, s_0 = 1.769, s_1 = -1.2608, s_2 = 0.2138$$

olarak bulunur. B_m ikinci mertebeden seçildiği için (3.23a) göre B_m' birinci mertebeden olacaktır. B_m' polinomun $(z + b_{m1}')$ olarak seçilebilir. $b_{m1}' = 0.24$ olarak alınmıştır. Bu denklemlere göre:

$$T = z(z - 0.24) = z^2 - 0.24z$$

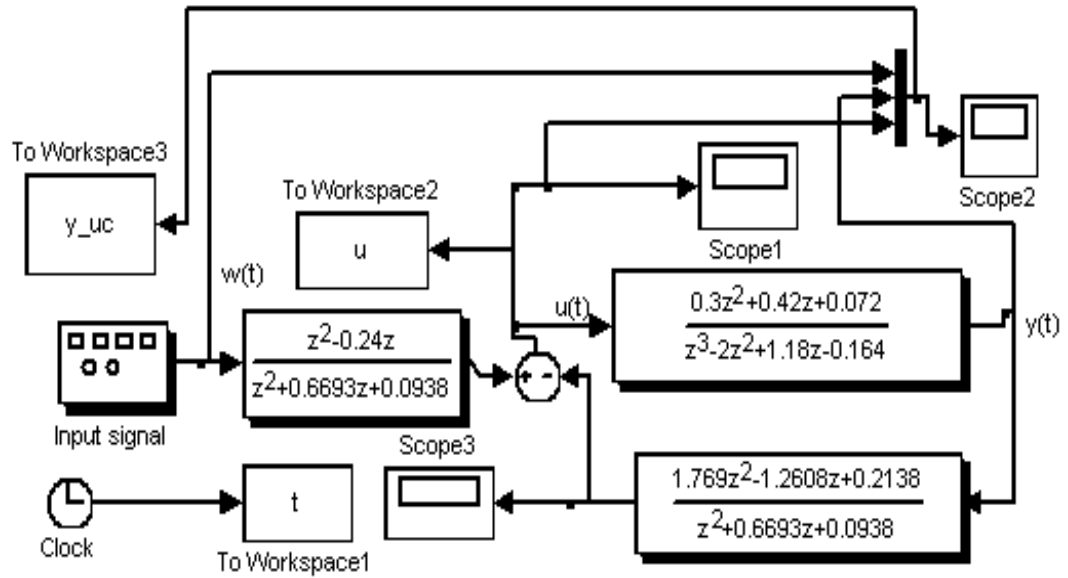
bulunur. R polinomunun hesabı adım 3 ' e göre $R = R' B^+$ denkliğinden

$$R = (z + 0.2) (z + 0.4693) = z^2 + 0.6693 z + 0.0938$$

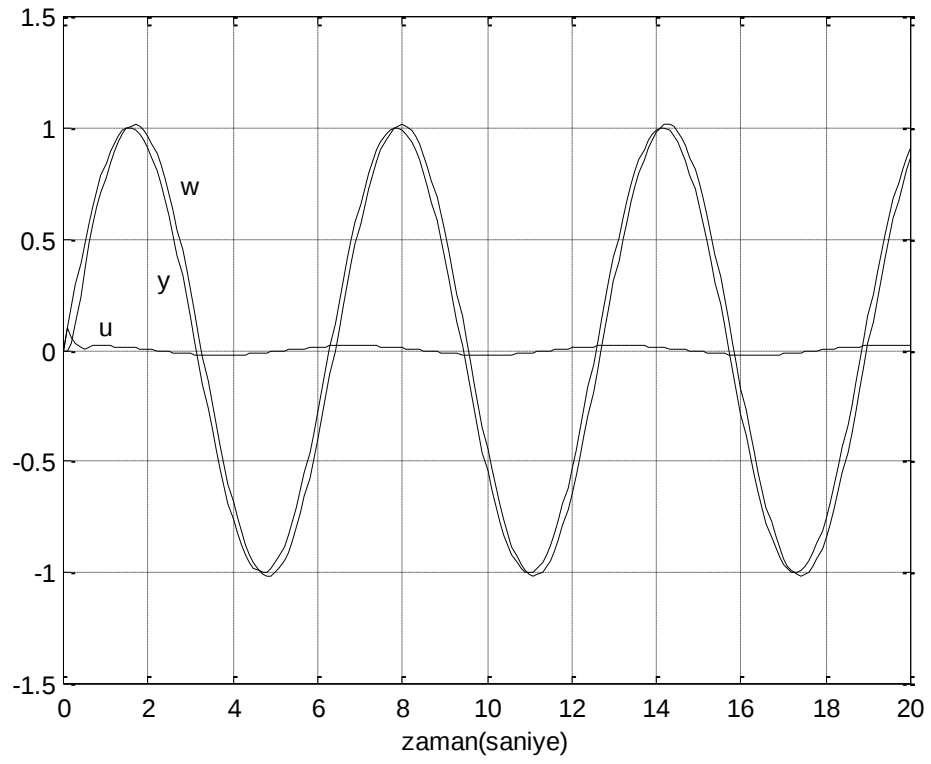
$$S = 1.769 z^2 - 1.2608 z + 0.2138$$

Olarak elde edilir.

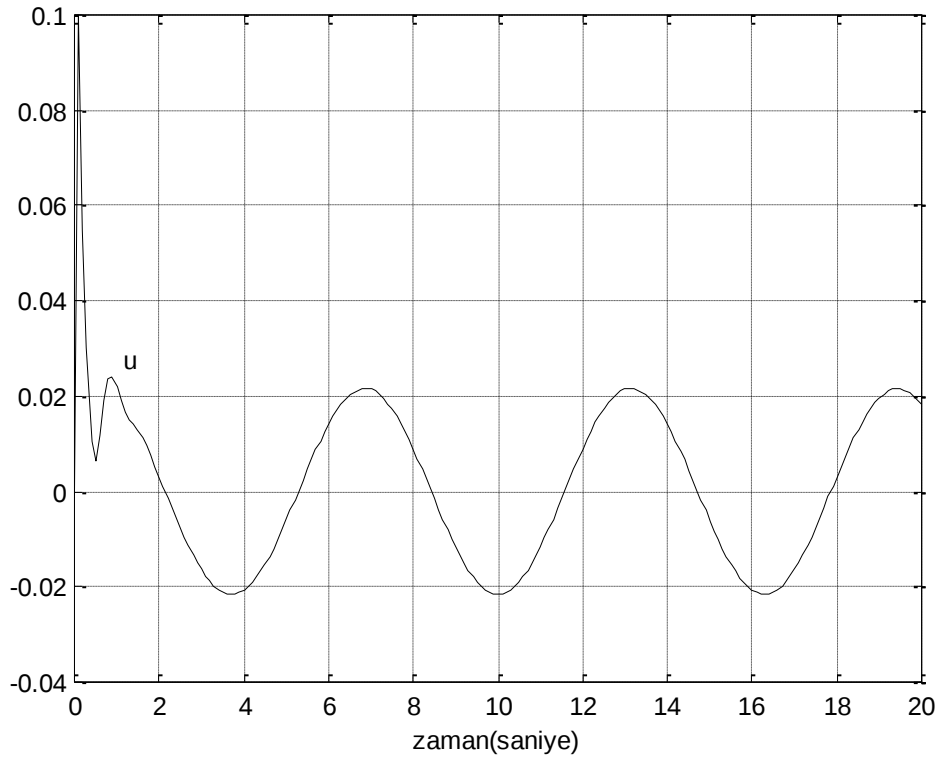
Bu denklemlere göre ayarlanan kontrolörle elde edilen benzetişim modeli şekil 3.4 ' te görülmektedir. Kontrolör polinomları, darbe transfer fonksiyonu olarak, Matlab simulink programında şekil 3.4 ' görüldüğü gibi ayarlanır. Girişe, Genliği 1, frekansı 1 rad/saniye olan bir sinüs dalgası uygulanmıştır. Scope 1' den girişe uygulanan kontrol işareti, scope 2'den ise kontrolör çıkışı, sistem çıkışı ve sürücü kaynak işareti izlenir. Kontrolör işaretinin grafiği, şekil 3.6 ' te görülmektedir. Şekil 3.5' de sürücü kaynak, çıkış ve kontrolör çıkışı işaretleri hep birlikte görülmektedir. B_m polinomu, kapalı çevrim kazancı 1 olacak şekilde seçildiğinden, kapalı çevrim çıkışı, aynı genlikteki değerlere ulaşmaktadır. Buna karşın, sistemin kazancı oldukça yüksek olduğundan, sistem küçük değerdeki kontrol işaretleriyle de sürülebilir



Şekil 3.5 kutup sadeleştirme benzetişim modeli



Şekil 3.6 kutup sadeleştirme modeli grafiği, sürücü kaynak(w), kontrolör(u), çıkış(y)



Şekil 3.7 kontrolör işareti $u(t)$

Bu şekillerden de görüldüğü gibi; sadeleştirilen sıfırın değeri çok büyük olmadığı ve B_m polinomuna eklenen sıfır değeri de, tercih edilen bölgede olduğu için sonuçlar, sadeleşme olmayan sonuçlara oldukça benzerlik gösterir. Kontrol işareti grafiğinde , benzetişim başlangıcında biraz daha fazla aşım görülür. Bunun dışında iki modelin sonuçları benzer karakterdedir.

4. BÖLÜM

ÖZAYARLAMALI KONTROL

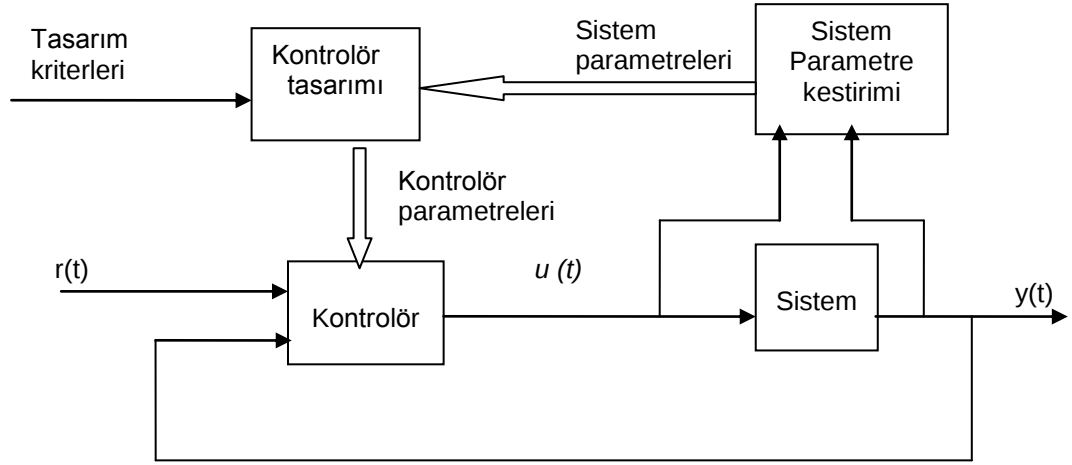
4.1 GİRİŞ

Özayarlamalı sistem fikri çok yeni bir olgu değildir. Fikri gerçekleştirecek pratik algoritmaları uygulamak ancak bilgisayarların son yıllardaki gelişimiyle mümkün olabilmektedir. Örneğin Kalman [22] 1958’ de öz eniyilemeli bir kontrolör önermiş ancak o dönemdeki bilgisayarların hızı büyüklüğü ve fiyatı, bu fikrin pratik uygulanabilirliğine elvermemiştir. Çek araştırmacı Peterka [17]’ nın sistem kontrolü için, sistem kestirimi ve kontrolör tasarımının özyineli (iterative) bir yordamla nasıl birleştirilebileceğini gösteren çalışması , bugünkü özayarlamalı kontrole ilginin tetikleyicisi ve bu alandaki çalışmaların öncüsü kabul edilir.

Şekil 4.1 ‘ de öz uyarlamalı bir sistem kontrolünün fikrinin, blok gösterimi verilmiştir. İzlenecek yordam, sistem parametrelerinin kestirimiyle başlar. Parametre kestirimi konusu ve kullanılacak yinelemeli kestirim algoritması bölüm 2’ de ayrıntılarıyla ele alınmıştır. Bu algoritmaya göre kestirilen parametreler kontrolör tasarımı bloğuna gönderilir. Bu blok, dışarıdan girilen, sistem davranışını belirleyecek tasarım kriterlerine ve tercih edilen kontrol algoritmasına göre kontrol parametrelerini saptayacak kodları içerir ve hesaplamaları yapar. Kontrol parametreleri son aşamada kontrol bloğuna gönderilir, bu bloğun içerdiği kontrol kuralına göre gerekli kontrol işareti üretilir ve sisteme uygulanır.

Özayarlama fikri, kontrol uygulamalarının dışında özayarlamalı işaret işleme alanında da sıkça kullanılmaktadır. Gürültüyü azaltan filtreler, görüntü onarımı, (restorasyon), kanal eşitleme, girişim yoketme, gibi uygulamalar da sayısal bilgileri işlemede sıkça başvurulan yöntemlerdir.

Özayarlamalı kontrolör fikrinin sayısal gerçekleştiriminde kestirimde farklı, kontrolörde farklı örnekleme zamanları kullanılabilir[16]. Karma tasarım yöntemleri de uygulamada kullanılmaktadır. Böyle bir yöntemde, kontrol sürekli bir yapıda çalışırken parametreler de ayrık olarak güncellenir. Doğrusal yapıların dışında , doğrusal olmayan modeller ve tasarım teknikleri de göz önünde bulundurularak buna göre sistemler tasarlanabilir.



Şekil 4.1 Özayarlama kontrol sisteminin blok gösterimi

Şekil 4.1, temelinde çeşitli seçeneklere imkan veren çok zengin bir özayarlama blok yapısıdır. Model yapısının seçimi ve parametrelerin seçimi özayarlama kontrolör için önemlidir [3,16]. Bu yapı içerisinde, ilk akla gelen yaklaşım, sistem parametrelerini kestirip ona göre kontrolör parametrelerini ayarlamaktır. Bu fikir *Dolaylı uyarlamalı algoritma* 'ya karşı düşer. Bu yaklaşımda kontrolör parametreleri doğrudan değil sistem modelinin kestirimi üzerinden dolaylı olarak güncellendiği için bu isimle adlandırılır[.

Sistem modeli, kontrol parametreleri doğrudan kestirilebileceği bir yapıda tekrar oluşturulabilir. Bu yapıda bir özayarlama *Doğrudan uyarlamalı algoritma* 'ya karşı düşer [20]. Literatürde, sistem parametrelerinin dolaylı kestirildiği duruma *açık* özayarlama kontrol, kontrol parametrelerinin doğrudan güncellendiği duruma da *kapalı* özayarlama kontrol yapısı, olarak adlandırıldığına sıkça rastlanır.

Bu bölümde dolaylı ve doğrudan özayarlama kontrol yöntemleri incelenecektir. Dolaylı algoritma mantığına göre yapılan bir benzetişimin de sonuçları irdelenecektir

4.2 DOLAYLI ÖZAYARLAMALI KONTROL

Sistem parametrelerini kestirmek için kullanılan yöntem ikinci bölümde incelenmişti. Bu yöntem, şimdi, üçüncü bölümde anlatılan kontrol tasarımı yöntemiyle birleştirilip basit bir özayarlama kontrolörün çalışma şekli ele alınacaktır. .

4.2.1 Kestirim

Kestirim algoritması olarak, üssel unutma katsayılı, yinelemeli en küçük kareler algoritması kullanılacaktır. Bu algoritmanın (2.19) ' da verilen formülasyonu şu şekilde özetlenebilir:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \mathbf{k}(t) (y(t) - \boldsymbol{\varphi}^T(t) \hat{\theta}(t-1))$$

$$\mathbf{k}(t) = \mathbf{P}(t) \boldsymbol{\varphi}(t) = \mathbf{P}(t-1) \boldsymbol{\varphi}(t) (\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\varphi}^T(t) \mathbf{P}(t-1) \boldsymbol{\varphi}(t))^{-1}$$

$$\mathbf{P}(t) = [\mathbf{I} - \mathbf{k}(t) \boldsymbol{\varphi}^T(t)] \mathbf{P}(t-1) / \lambda$$

yeterli mertebeden uyarıcı bir giriş işaretiyle parametrelerin bu algortimaya göre gerçek değerlere yakınsaması beklenir. Sistem girişi geri beslemeden üretileceği için, girişin yeterince uyarıcı olduğunu kabul etmede zorlanılabilir. Sistemde gürültülerin varlığı da, yakınsamanın hızını düşürebilir[3]. Büyük bir $\mathbf{P}(t)$ matrisiyle yakınsama hızı artırılabilir. Başlangıç değerlerine bağlı olarak parametrelerde ilk aşamada bir dalgalanma beklenir[12].

4.2.2 Dolaylı kontrolör

Yinelemeli en küçük kareler algoritmasıyla, kontrolör tasarımı için en küçük mertebeden kontrol tasarımı algoritması birleştirildiğinde aşağıdaki algoritma elde edilir.

Algoritma 4.2.3

Veriler: İstenen kapalı çevrim darbe transfer fonksiyonu B_m / A_m ile gözleyici polinomu A_0

Adım 1: A ve B polinomlarının katsayıları (2.19) ifadesi kullanılarak kestirilir.

Adım 2: Adım 1' den elde edilen verilerle, en küçük mertebeden kontrolör tasarımı algoritması uygulanır. R , S ve T polinomları elde edilir.

Adım 3: Kontrol işaretini (3.4)' e göre üretilir ve sisteme uygulanır.

Algoritma her örnekleme Adım 1,2 ve 3 tekrarlanarak işletilir.[1,16]

4.3 DOĞRUDAN ÖZAYARLAMALI KONTROL

Dolaylı özayarlamalı sistemlerde, tasarım hesaplarına çok fazla zaman harcanır. Tasarım hesaplarının basitleştirildiği hatta bazı aşamalarının gereksiz kılındığı bir

algoritma türetilir[20]. Ana fikir tasarım denklemlerini, kontrolör parametreleri açısından yeniden düzenlemektir. Buna yeniden parametrelendirme de denir[1].

Bozucuların olmadığı en basit halde (3.11) ilişkisi

$$A y(t) = B u(t) \quad (4.1a)$$

şeklinde yazılabilir. İstenen kapalı çevrim sistem cevabı

$$A_m y_m(t) = B_m u(t) \quad (4.1b)$$

İlişisini sağladığını varsayalım. Sistem modelini yeniden parametrelendirmek için (3.15a)'daki denklem göz önünde bulundurulursa;

$$AR' + B^- S = A_0 A_m \quad (4.2a)$$

Yazılabilir. Bu ilişkinin her iki tarafı $y(t)$ ile çarpılırsa

$$A_0 A_m y(t) = AR' y(t) + B^- S y(t) = R' B u(t) + B^- S y(t) \quad (4.2b)$$

ayrıca (3.13c) nedeniyle

$$R' B = R' B^+ B^- = R B^-$$

İlişkileri geçerli olduğundan

$$A_0 A_m y(t) = B^- (R u(t) + S y(t)) \quad (4.3)$$

Ve $R^* = B^- R$ $S^* = B^- S$ alınarak

$$A_0 A_m y(t) = R^* u(t) + S^* y(t) \quad (4.4)$$

elde edilir. Dikkat edilirse, (4.4) ifadesi, R , S polinomlarının katsayılarından oluşur[17,18]. Eğer (4.4) modelindeki parametreler kestirilebilirse, tasarım hesapları elenerek doğrudan kontrolör parametreleri belirlenebilir. Ancak (4.4) modeli doğrusal olmayan bir yapıdadır, çünkü (4.3) eşitliğinin sağ tarafı B^- ile çarpılmıştır. Bu nedenden dolayı ortaya çıkan güçlükler, $B^- = b_0$ alınarak aşılar.

Bunun yapılabilmesi için sistem en küçük fazlı (minimum fazlı) olmalı ya da sistemin birim daire dışında sıfırları bulunmamalıdır.

4.3.1 Doğrudan Özayarlama Kontrol Algoritması

Verilenler : İstenen kapalı çevrim darbe transfer fonksiyonu B_m / A_m ile gözleyici polinomu A_0

Adım 1: (4.4) deki model katsayıları

$$A_0 A_m y(t) = R^* u(t) + S^* y(t)$$

(2.19) algoritması kullanılarak kestirilir.

Adım 2: R^* ile S^* polinomları mümkün olan ortak çarpanlara ayıklanır ve R ile S polinomlarını belirlenir

Adım 3: Adım 2' de belirlenen R ve S 'yi kullanarak kontrol işareti

$$R u(t) = T u_c(t) - S y(t)$$

denklemden hesaplanır. Adım 1 ve 2 her örnekleme zamanında tekrarlanır[1].

Verilen algoritma, dolaylı özayarlama algoritmayla karşılaştırıldığında, kontrol tasarım adımının olmadığı görülür. Bu ise sistem ile ilgili öncelikli bir bilgi gerektirir. R ve S polinomları b_0 çarpanını içerir. Bu nedenden dolayı, R polinomunun en büyük mertebesinin katsayısı artık 1 olmaz, $r_0 = b_0$ eşitliğinin sağlanması gerekir. Hesaplamalarda, sonlu bir zaman için elde edilen kestirimlerde bu değer yine de sıfıra eşit olabilir. Bu durumdan sakınmak için, bazı önlemler almak gerekir[16].

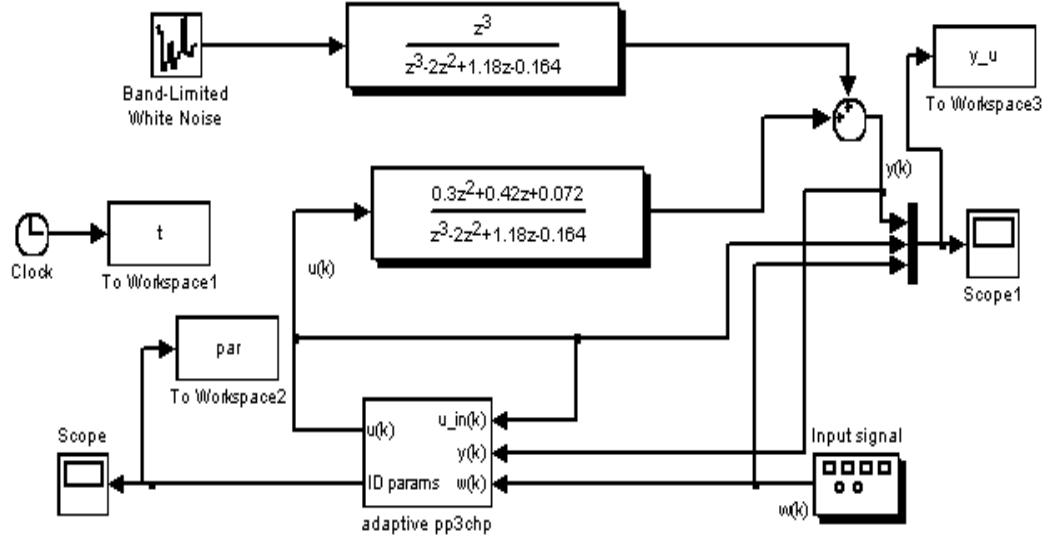
4.4 UYGULAMA VE BENZETİŞİM

Örnek olarak,bölüm 3' de verilen transfer fonksiyonunu alalım ve ona uygun dolaylı özayarlama kontrolü uygulayalım

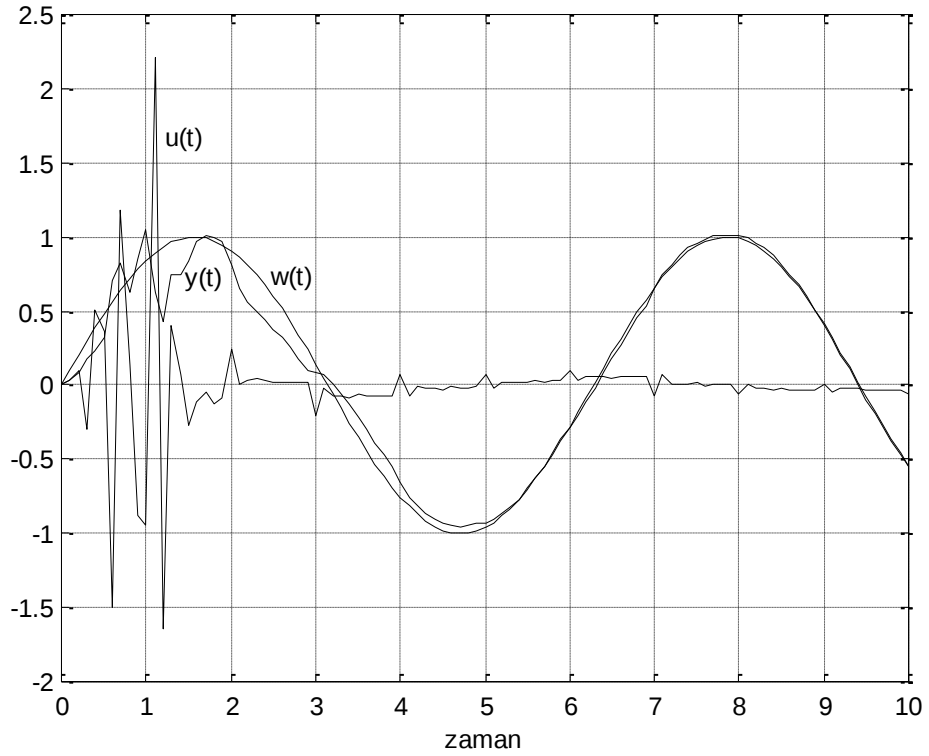
$$G(z) = \frac{0.3z^2 + 0.42z + 0.072}{z^3 - 2z^2 + 1.18z - 0.164} = \frac{dz^{-1} + ez^{-2} + fz^{-3}}{1 + az^{-1} + bz^{-2} + cz^{-3}}$$

İstenen kapalı çevrim transfer fonksiyonu için;

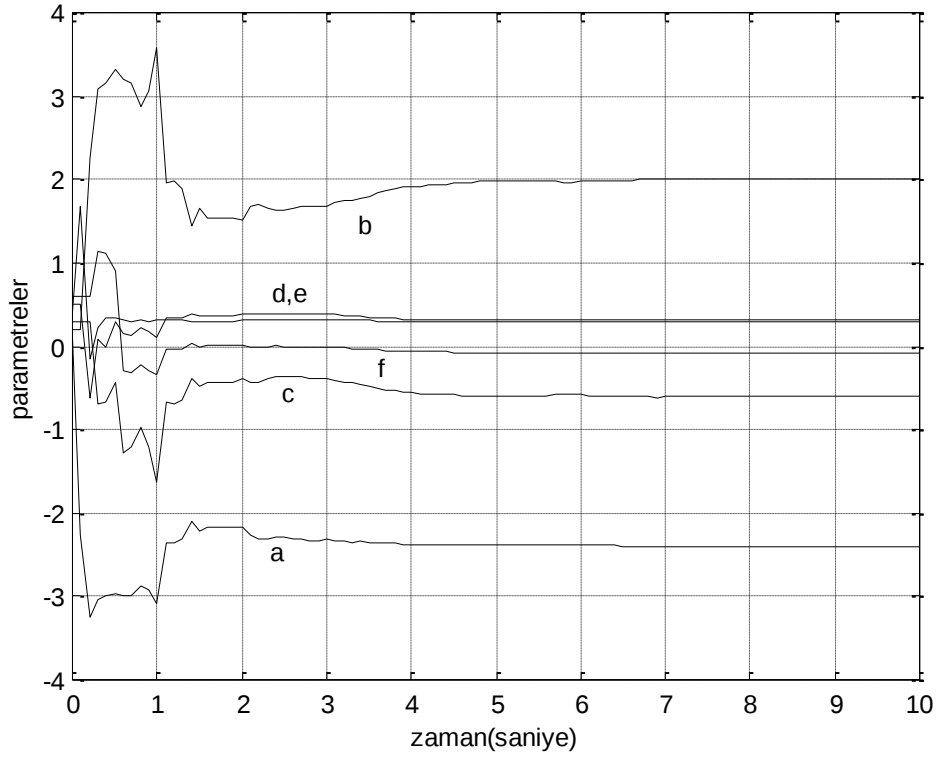
$$A_m = (z - 0.5 \pm 0.5j)z$$



Şekil 4.2 Ele alınan örnek sistem için benzetişim modeli



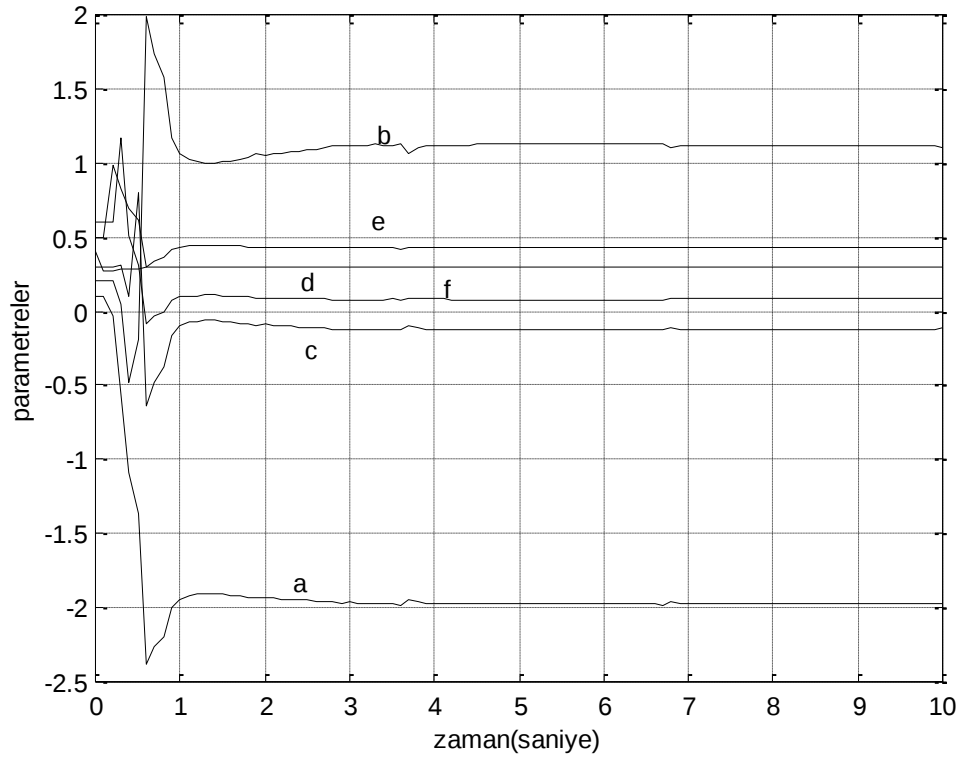
Şekil 4.3 $u(t)$ giriş, $y(t)$ çıkış ve $w(t)$ kaynak, değerlerinin zamanla değişimi



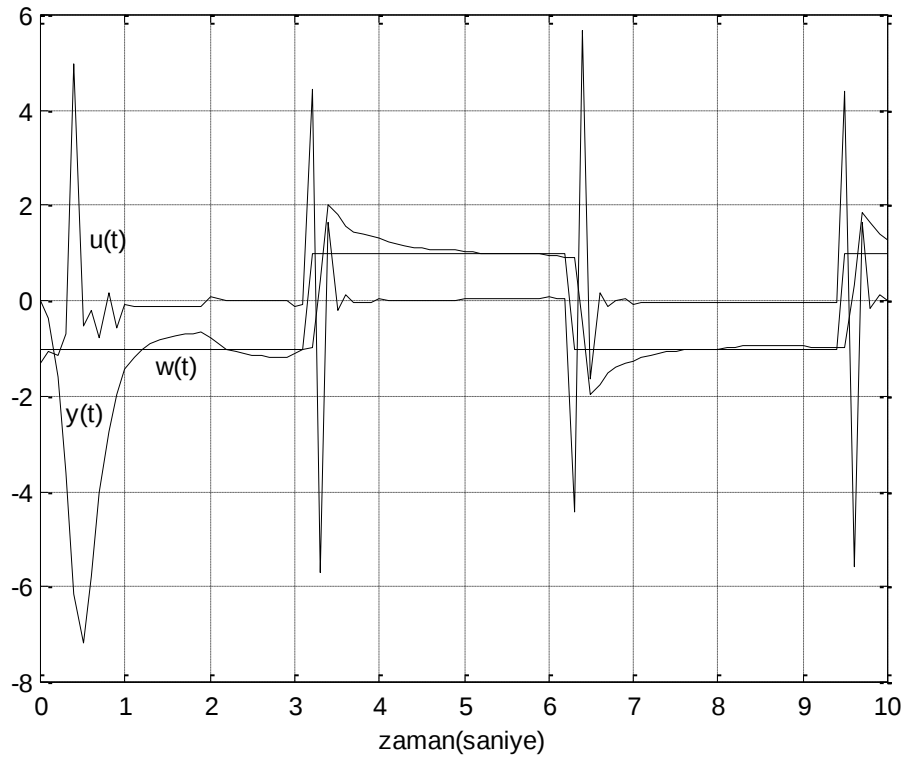
Şekil 4.4 parametrelerin zamana göre değişimi

Şekil 4.3 ve 4.4 ' te, sinüs giriş uygulandığında elde edilen parametre değerleri, giriş, çıkış ve kaynak değerlerinin zaman göre değişimi gösterilmektedir. Parametre değerlerinin gerçek değerlerinden oldukça sapmasına karşın çıkışta olması istenilen şekilde bir cevap elde edilmiştir. Kontrol işaretinin başta dalgalanması, sistemi yeterince uyarıcı nitelikte olmasına rağmen daha sonraları hemen hemen sabit bir yapıda devam etmesi ve çıkışın da, kaynak sinüs bir dalga verdiği için ona uygun sinüs karakter göstermesi nedeniyle yeterince uyarılmaz ve parametrelerden sapma gözlenir.

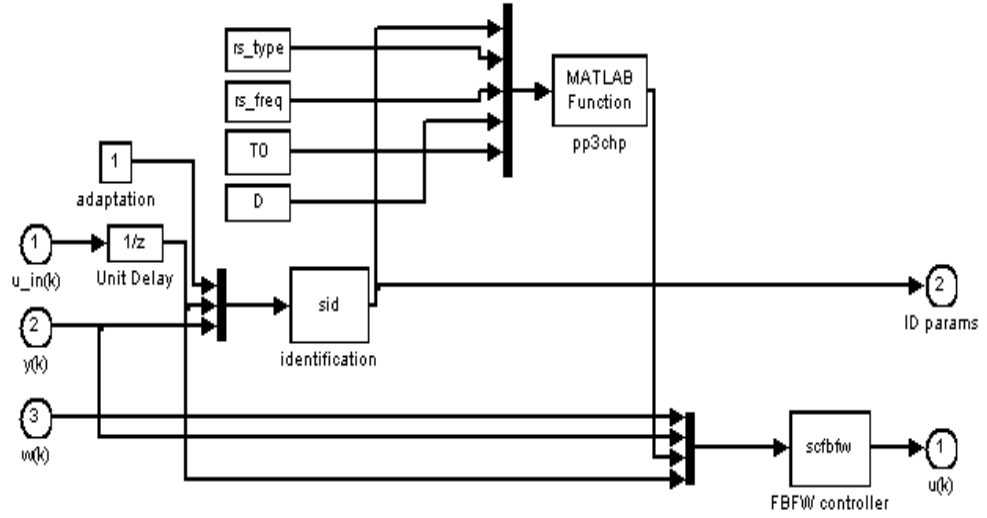
Şekil 4.5 ve 4.6 ' da ise kaynak bir kare dalga üreticidir. Dikkat edilirse şekil 4.6 ' daki kontrol işareti değişken bir karakterdedir. Kaynak ta n . Mertebeden uyarıcı bir işaret olduğundan kestirilen parametre değerleri, gerçek değerlere yeterince yansımaktadır. Başlangıçta parameterlerdeki dalgalanma, büyük ölçüde başlangıç değerlerinin seçimine bağlıdır.



şekil 4.5 parametrelerin zamana göre değişimi



Şekil 4.6 $u(t)$ giriş, $y(t)$ çıkış ve $w(t)$ kaynak değerlerinin zamana göre değişimi

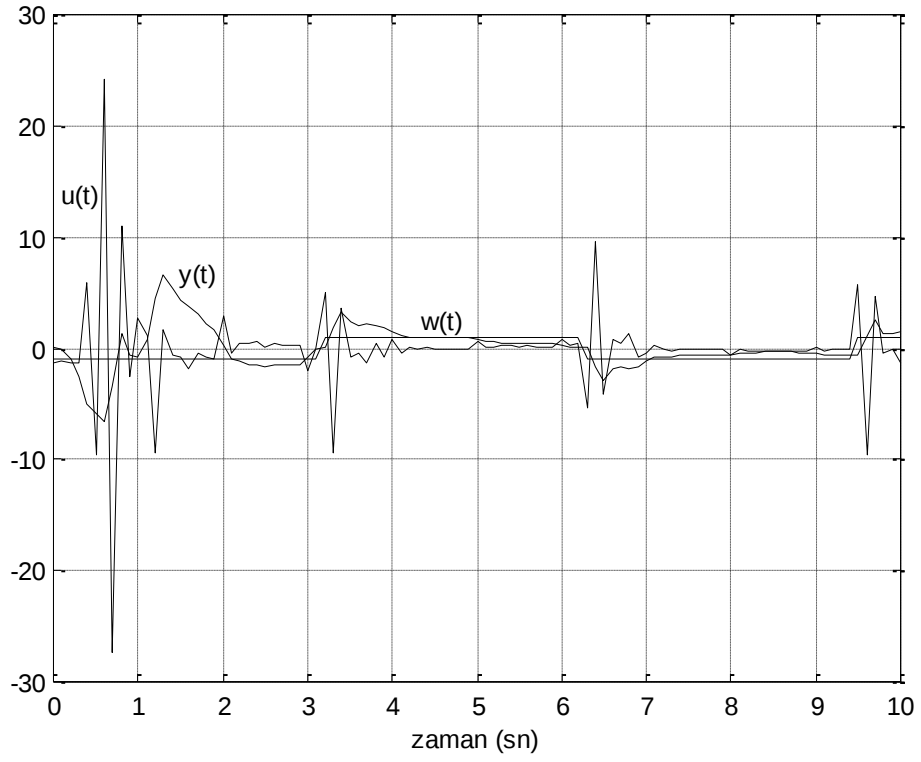


Şekil 4.7 pp3chp kutusunu oluşturan blok yapısı

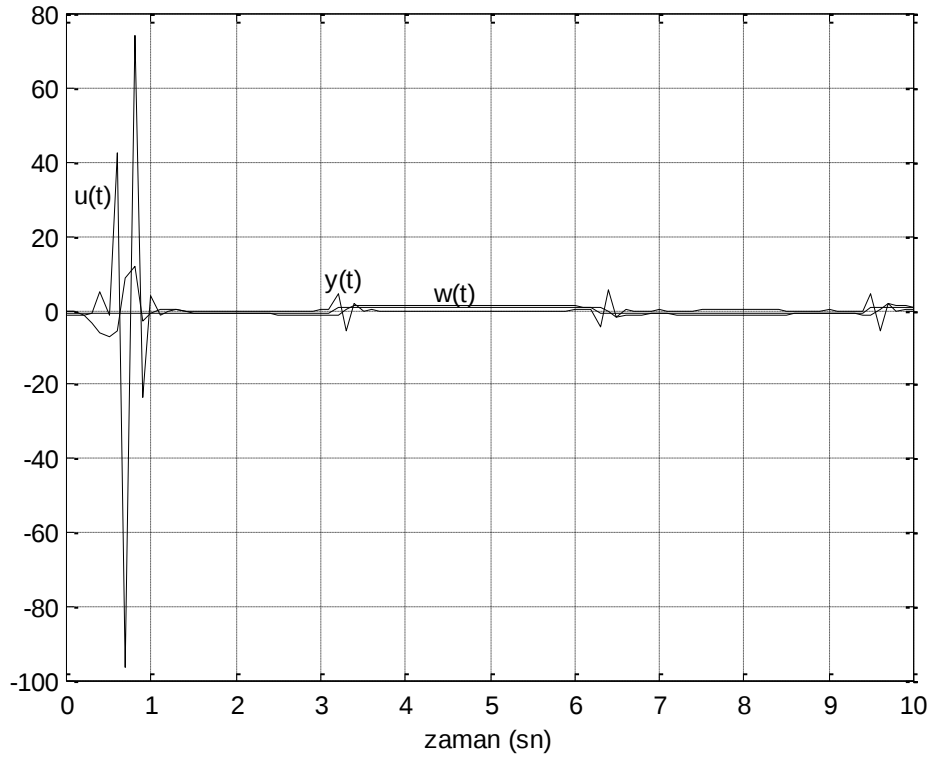
Şekil 4.7 uyarlamalı blok yapının altsistemini göstermektedir. Bu yapıda sid bir s-fonksiyon bloğu olup yazılı olduğu kodlarla en küçük kareler kestirim algoritmasını işletmektedir[18]. TO örnekleme zamanı, D ise istenilen kapalı çevrim cevabıdır. Kestirilen parametrelerle birlikte istenen kapalı çevrim polinomu, pp3chp fonksiyon bloğuna gönderilir. Bu blokta bölüm 3 ' te anlatılan kutup atama yöntemine göre bir tasarım yapılır ve kontrolör parametreleri hesaplanır. Hesaplanan kontrolör parametreleri FBFW kontrolör bloğunda

$$R(q) u(q) = T(q) u_c(q) - S(q) y(q)$$

Kontrol kuralına göre yerlerine konur, böylece kontrol işareti üretilip sistem girişine uygulanır. Gürültü gücü 0.001 ve örnekleme zamanı da 1 olarak alınmıştır. Gürültü gücü artırıldığı ya da örnekleme zamanı azaltıldığı takdirde sistem performansında ciddi bozulmalar olmaktadır. Gürültü gücü 0.1 alındığı durum için sistem çıkışı Şekil 4.8 ' de görülmektedir. Kontrol işareti büyük değerler alır. Bu değerler, gerçek bir sistemde sistem elemanlarına zarar verebilir. Şekil 4.8 ' de görülen aşırı değerleri önlemek için modelde, kontrolör işareti çıkışına bir doyma kutucuğu eklenip sisteme, uygulanabilir. Şekil 4.9' da gürültü gücü 0.001 olup örnekleme zamanı 0.5 değerine düşürülmüş ve bu durumda da kontrol işaretinin kabul edilemez değerlere yükseldiği gözlenmektedir.



Şekil 4.8 $u(t)$ giriş, $w(t)$ kaynak, $y(t)$ çıkış değerlerinin zamana göre değişimi



Şekil 4.9 $u(t)$ giriş, $w(t)$ kaynak, $y(t)$ çıkış değerlerinin zamana göre değişimi

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada parametre kestirimi olarak en küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. İyi yakınsama özellikleri nedeniyle tercih edilmesine rağmen $P(t)$ matrisinin hesaplanmasının çok zaman alması nedeniyle, örnekleme zamanı hızlı sistemler için başka bir algoritma tercih edilebilir. Eğim (gradient) yaklaşımıyla değiştirilen en küçük kareler kestirim yönteminden elde edilen, en küçük ortalama kareleri yöntemi tercih edilebilir. Bu yöntemde $P(t)$ matrisi yerine yakınsamayı sağlayacak sabit bir katsayı konularak hesaplama hızında önemli artışlar sağlanabilir. Kapalı çevrimli sistemin parametre kestiriminde giriş işaretinin yeterli mertebeden uyarıcı olması gerekmektedir. Kontrolör karmaşık bir yapıda seçilerek geri besleme nedeniyle oluşabilecek durumlar giderilebilir. Bunu sağlamak için iki basit kontrolör alınabilir ve belli aralıklarda değiştirilerek sisteme uygulanabilir. Böylece parametreler tek olarak kestirilebilir. Kutup atama yöntemiyle kontrolör tasarımı, kontrol sisteminin yapısına göre farklı seçenekler sunar. Bu tezde, Özyarlamalı kontrol, bozucuların az olduğu deterministik bir yapı için uygulanmıştır. Gürültünün arttığı durumlarda sistem cevabının hassaslaştığı görülür. Bu nedenden ötürü olasal (stokastik) bir yöntem tercih edilebilir. Çıkış işaretinin varyansını minimum edecek bir kontrol algoritması olan minimum değişinti (varyans) yöntemi tercih edilebilir. Böylece gerçek sistemler için daha kullanışlı bir yapı sağlanabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Aström K. J. , Wittenmark B,** “Adaptive control”, Addison-Wesley publishing Company 1995 second edition
- [2] **Ljung L. and S. Gunnerson,** “Adaptation and Tracking in system identification - A survey” –Automatica 26: 7-21
- [3] **K. J. Aström , B. Wittenmark,** 1990 “Computer Controlled Systems”. England Cliffs, N.J: Prentice-hall
- [4] **Widrow, B. and Stearns, S. ,** Adaptive Filters , 1985 Prentice-Hall
- [5] **I. D. ,Landau, A. Constantinescu** (April 2002) . How to reject unknown Disturbances Using Adaptive Feedback Control . Application to Active Vibration Control. Laboratoire D’Automatique de Grenoble,France
- [6] **Ljung L,** 1987 “System Identification- Theory for the User” . Hemel Mompstead, U.K: Prentice-hall International
- [7] **Söderström. T., and P. Stoica,** 1988 “System Identification”. Hemel Hempstead, U.K: Prentice-hall International
- [8] **Gauss, K. F. ,** 1809 Theoria Motus Corporum Celestium
- [9] **Plackett, R. L. ,** 1950 , Some Theorems in Least Squares, Biometrika, 37, 149 -157
- [10] **Kalman, R. E. ,** 1960, A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Trans.ASME, J. Basic Eng. , 82, 35-45
- [11] **Kulhavy, R.,** 1987 . Restricted exponential forgetting in real-time identification. Automatica 23: 589-600
- [12] **Dumont, G. A. , Huzmezan M.** May 2002. Concepts, Methods and Techniques in Adaptive control. IEEE ACC-Anchorage
- [13] **Seborg, D. E., Edgar, T.f. and Shah, S.L.** 1986 Adaptive control strategies for process control: a survey, AIChE Journal, 32(6), 881-913
- [14] **Pernebo L.,** 1981. Pole Placement IEEE

- [15] **Wnag y., Schenkel M., Hunt K. J.** 25/01/00 PID andPID like Controller DSign by Pole Assignment within D-stable Regions . Deptof Mechanical Engineering University of Glasgow
- [16] **P.E. Wellstead and M. B: Zarrop.** 1991 “ Self Tuning Systems” control and signal processing John Wiley&sons Ltd.
- [17] **Peterka, V.** 1970 Adaptive digital Regulation of Noisy Systems, Second IFAC Symposium on Identification and Process Parameter Estimation, paper 6.2, Academia, Prague,
- [18] **Vladimir B., Chalupa P.** 2001 New Modification of Matalab-toolbox for cad of simple Adaptive Controllers. Department of Control Theory , Institute of Information Technologies Tomas Bata University inZlin
- [19] **Bobal, V. And J. Böhm .** 2001 Matlab-toolbox for design and verification of self-tuning controllers. IFAC Symposium on Advanced in control education, Gold Coast, Australia, paper 10S-1
- [20] **Elliot, H., Cristi, R. And Das, M.** 1985 Global Stability of Adaptive Pole Placement Algorithms, IEEE Trans. AC-30(4), 384-56
- [21] **Chalupa P., Vladimir B.,** 2001 Usage ofself-tuning controllers simulink library in Real-Time Applications. Institute of Information Technologies Tomas Bata University inZlin
- [22] **Kalman R. W.** 1958. Design of a self-optimising control system, Trans. ASME 80 (SeriesD) , 468

EKLER

Matris lemması ispatı:

A matrisi aşağıdaki şekilde ayrılmış olsun:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

Burada, A_{11} ve A_{22} matrisleri de birer kare matristir. A_{11} tersi alınabilen bir matris olduğu varsayılırsa A matrisi

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ A_{21}A_{11}^{-1} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & \Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & A_{11}^{-1}A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

şeklinde ayrıştırılabilir. $\Delta = A_{22} - A_{21} A_{11}^{-1} A_{12}$ matrisinin tersi varsa A matrisinin de tersi vardır. A_{22} tersi alınabilen bir matris olduğu varsayılırsa

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & A_{12}A_{22}^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Delta} & 0 \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ A_{22}^{-1}A_{21} & I \end{bmatrix}$$

şeklinde ayrıştırılabilir. Burada $\hat{\Delta} = A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21}$ olup, bu matrisin tersi varsa, A matrisinin de tersi vardır.

Bundan başka eğer A matrisinin tersi varsa

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11}^{-1} + A_{11}^{-1}A_{12}\Delta^{-1}A_{21}A_{11}^{-1} & -A_{11}^{-1}A_{12}\Delta^{-1} \\ -\Delta^{-1}A_{21}A_{11}^{-1} & \Delta^{-1} \end{bmatrix}$$

ve

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\Delta}^{-1} & -\hat{\Delta}^{-1}A_{12}A_{22}^{-1} \\ -A_{22}^{-1}A_{21}\hat{\Delta}^{-1} & A_{22}^{-1} + A_{22}^{-1}A_{21}\hat{\Delta}^{-1}A_{12}A_{22}^{-1} \end{bmatrix}$$

olarak yazılabilir. Yukarıdaki matrislerin denkliği yardımıyla çok kullanışlı bir ifade olan

$$(A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21})^{-1} = A_{11}^{-1} + A_{11}^{-1} A_{12} (A_{22} - A_{21} A_{11}^{-1} A_{12})^{-1} A_{21} A_{11}^{-1}$$

elde edilir.

ÖZGEÇMİŞ

15.03.1978 yılında İSTANBUL 'da doğdu. İlköğrenimini Beşiktaş ilköğretim ortaokulunda yaptı. 1991 yılında Sakıp Sabancı Ortaokulunu, 1994 yılında Kabataş Erkek Lisesini bitirdi. 1995 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi elektrik Mühendisliği Bölümüne başladı ve 1999 da mezun oldu