

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KURAL TABANLI KARAR VERME İSTEMLERİNDE
BELİRSİZLİĞİN MODELLENMESİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Cengiz TEYMUR**

Anabilim Dalı : KONTROL VE BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Programı : KONTROL VE BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

OCAK 2008

**KURAL TABANLI KARAR VERME SİSTEMLERİNDE
BELİRSİZLİĞİN MODELLENMESİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Cengiz TEYMUR
(504982302)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20 Ağustos 2007
Tezin Savunulduğu Tarih : 30 Ocak 2008**

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Hakan TEMELTAŞ

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Serhat ŞEKER

Prof. Dr. A. Coşkun SÖNMEZ (Y.T.Ü.)

Prof. Dr. Galip CANSEVER (Y.T.Ü.)

Y. Doç. Dr. Fikret ÇALIŞKAN

OCAK 2008

ÖNSÖZ

Uzun ve yorucu araştırmaların ve çalışmanın sonunda belirsizlik konusu ile ilgili tezi tamamlayıp sunmuş olmanın mutluluğunu taşıyorum.

‘Kesin’ ve ‘net’ olmayan bilgiyi ‘bilimsel’ kabul etmeyen ve bu nedenle her türlü formül ve kuralı eldeki bilginin eksiksiz, tam ve objektif olmasına göre dizayn etmiş olan binlerce yıllık anlayış değişmektedir. Robotların ve akıllı sistemlerin günlük hayatın bir parçası olmasının sonucu olarak, karar verme sistemleri başta olmak üzere bir çok bilim alanında ‘eldeki bilgi kötü ve belirsiz olsa da onunla yetinme’ zorunluluğu doğmuştur. Bu doktora çalışması ile ortaya konulan bakış açısının ‘belirsizlik durumunda karar verme’ problemine yararlı açılımlar sağlamasını diliyorum.

Tüm doktora çalışması süresince bilgisi ve deneyimi ile bana yol gösteren Sayın Prof.Dr. Hakan Temeltaş’a, çalışma sürecinde beni sabırla destekleyen sevgili eşime, destekleri ve varlıkları ile beni motive annem, babam ve kardeşlerime, simülasyon uygulamalarının gerçekleştirilmesinde yardımcı olan Sayın Bekir Kurt’a teşekkürlerimi sunuyorum.

Ağustos 2007

Cengiz TEYMUR

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
ÖZET	ix
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1. Belirsizlik Problemi ve Motivasyon	1
1.1.1. Belirsizlik Nedir	2
1.1.2. Belirsiz Bilgi Sorunu	3
1.1.3. İnsanın Karar Verme Mekanizmasında Belirsizlik	6
1.1.4. Belirsizlik İçeren Verilerin Birleştirilmesi	10
1.1.5. Motivasyon	11
1.2. Yapılmış Çalışmalar ve Mevcut Teoriler	12
1.3. Doktora Çalışmasında Yapılan Bilimsel Katkılar	12
1.4. Tezin Organizasyonu	13
2. BELİRSİZLİĞİN SINIFLANDIRILMASI	14
2.1. Belirsizlik Türleri	14
2.1.1. Probabilistik Belirsizlik	14
2.1.2. Bilginin Eksikliği	15
2.1.3. Bilginin Yanlış Olması	15
2.1.4. Bulanıklık	15
2.1.5. Sözcüksel Belirsizlik	17
2.1.6. Durumsal Belirsizlik	18
2.1.7. Subjektif Bilgi Belirsizliği	18
2.1.8. İkilem	19
2.1.9. Çelişki	20
2.2. Belirsiz Bilgiye Yaklaşım Metodları	20
2.2.1. Olasılık Teorisi	20
2.2.2. Bulanık Kümler ve Bulanık Mantık Teorisi	37
2.2.3. Kaba Kümeler Teorisi	48
2.2.4. İlkdeğer Muhakemesi	58
2.2.5. Dempster-Shafer Teorisi	60
2.2.6. Olabilirlik Teorisi	68
2.3. Belirsizliğin Sınıflandırılması	69

2.3.1. Birinci Düzey Belirsizlik – İkinci Düzey Belirsizlik	69
2.3.2. Rakamsal Belirsizlik - Dilsel Belirsizlik	71
2.3.3. Kesinsizlik – Muğlaklık	71
2.3.4. Üç Boyutlu Sınıflandırma	72
2.3.5. Belirsizliğin Anlamsal Gruplandırılması	76
3. BELİRSİZLİK MATRİSİ	78
3.1. Belirsizlik Matrisi	79
3.2. Belirsizlik Matrisinin Oluşturulması	81
3.3. Belirsizlik Matrisinin Gerekliliği	83
3.3.1. Chachoua ve Pacholczyk Örneği	84
3.3.2. Allais Paradoksu ve Beklenen Yarar	87
4. BELİRSİZLİK MATRİSİ İÇİN OPERATÖRLER	91
4.1. Değil (Not) Operatörü	91
4.2. Veya (Or) Operatörü	93
4.3. Ve (And) Operatörü	96
5. DAVRANIŞSAL ROBOTLARDA BELİRSİZLİK	98
5.1. Davranışsal Robotlar	98
5.1.1. Braitenberg Araçları ve Davranışlar	99
5.1.2. Davranışların Koordinasyonu	101
5.2. Uygulama Simülasyon Düzenneği	102
5.2.1. Yöntemlerin Başarı Ölçütleri	104
5.2.2. Deneydeki Robotun Davranışları	104
5.2.3. Davranış Yönelmelerini Birleştirme İşlemi	110
5.3. Simülasyonda Hesaplama Metodu	113
5.4. Simülasyon Sonuçları ve Değerlendirme	120
5.4.1. Metodun Başarılı Yönleri ve Nedenleri	125
5.4.2. Metodun Daha Başarılı Sonuç Vermeyeceği Durumlar	126
5.4.3. Belirsizlik Matrisinin Sağladığı İyileştirmeler	126
6. DEĞERLENDİRME VE SONUÇ	128
KAYNAKLAR	131
ÖZGEÇMİŞ	137

KISALTMALAR

CPT	: Şartlı Olasılık Tablosu
DB	: Database
DNS	: Domain Name Server
pdf	: Olasılık Yoğunluğu Fonksiyonu
RID	: Güçlü interaktif karar analizi
tob	: Temel Olasılık Belirleme Fonksiyonu

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1 Araştırma sonucu deneklerin belirsiz olan bilgiyi karar alırken hiç kullanmadığını gösterir	9
Tablo 2.1 Birleşik olasılık matrisi	25
Tablo 2.2 Web Portalı Arızası örneği için şartlı olasılık tablosu	29
Tablo 2.3 Örnek bir bilgi tablosu. Bir robotun, çevresinde bulunan Engel ₁ , Engel ₂ ve Hedef'in konumuna göre davranışını gösteren bilgi tablosu	49
Tablo 2.4 Ele alınan örneğe ilişkin indirgenmiş tablo	52
Tablo 2.5 Çelişki içeren bilgi tablosu	52
Tablo 2.6 Ky ₁ kaynağına göre hedefin bulunduğu yön	65
Tablo 2.7 Ky ₂ kaynağına göre hedefin bulunduğu yön	66
Tablo 2.8 Dempster Kuralı'na göre hesaplama yapıldığında elde edilen tob değerleri	66
Tablo 2.9 Belirsizlik türleri	76
Tablo 3.1 Belirsizlik grupları	80
Tablo 3.2 Allais'ın deneklere sunduğu seçenekler	88
Tablo 5.1 Sensör datasında bulunan açısal belirsizliğin olasılık dağılımı ...	116
Tablo 5.2 Davranış Seçme Matrisi'ne göre baskın davranışı belirlemede kullanılacak seçenekler tablosu	118
Tablo 5.3 Örnek 1 için iki yolun karşılaştırılmasında önemli olan bazı parametre değerleri	122
Tablo 5.4 Örnek 2 için iki yolun karşılaştırılmasında önemli olan bazı parametre değerleri	123

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 2.1 Tipik bir bayes ağı	28
Şekil 2.2 Şartlı olasılıkları belirtilmiş tipik bir bayes ağı	30
Şekil 2.3 “Uzun İnsanlar” kümesinin bulanık sınırları	33
Şekil 2.4 “SOĞUK” dilsel değişkeni için örnek bir üyelik fonksiyonu	39
Şekil 2.5 Bulanık küme üyelik fonksiyonlarının alabildiği değişik örnek şekiller	40
Şekil 2.6 Örnek bir bulanık küme	41
Şekil 2.7 Bulanık kümeler üzerinde temel işlemler	44
Şekil 2.8 ‘Hava sıcaklığı’ dilsel değişkenine ait olası değerler ve üyelik fonksiyonları	45
Şekil 2.9 Dilsel niteleyicilerin üyelik fonksiyonu üzerindeki değiştirici etkisi	46
Şekil 2.10 X konsepti için alt yaklaşık ve üst yaklaşık kümeler	54
Şekil 2.11 Farklı kaynaklardan gelen bilgiler Dempster Kuralı’na göre birleştirildiğinde ortaya çıkan olasılık dağılımı	67
Şekil 2.12 Belirsizliğin 3 boyutu	73
Şekil 3.1 Belirsizlik yüzeyi	81
Şekil 3.2 Örnekteki alt seçenekler için bulanık küme üyelik fonksiyonu ...	89
Şekil 5.1 Davranış, etkiye verilecek tepkiyi belirler	98
Şekil 5.2 Braitenberg Araçlarını oluşturan basit sistem	99
Şekil 5.3 “Korku” ve “Saldırı” davranışları	100
Şekil 5.4 Işık şiddeti ile motor hızı ters orantılı olduğunda “Sevgi” ve “Gezinme” davranışları görülür	100
Şekil 5.5 Davranış eğilimleri koordinasyon bloku tarafından değerlendirilir ve aksiyon ortaya çıkar	101
Şekil 5.6 Simülasyon uygulamasının zemini	103
Şekil 5.7 Robotun, engel ve hedefler ile ilgili elde ettiği açısal değerlerdeki sapmanın olasılık dağılımı	103
Şekil 5.8 Robot, engel ve hedef’in konumuna göre D_1 ve D_2 davranışlarının yönelmeleri	107
Şekil 5.9 Bir davranış tek bir yön yerine birçok sayıda yön önerir	108
Şekil 5.10 Yönelmelerin sıklık düzeylerini belirlemek için normal dağılım..	109
Şekil 5.11 Davranış yönelmelerini birleştirme işlemi için akış diyagramı ...	110
Şekil 5.12 Açısal değerlerin Belirsizlik Matrisi’ni bulurken kullanılan üyelik fonksiyonu	112
Şekil 5.13 Hesaplama işlemi için akış diyagramı	114

Şekil 5.14 Simülasyonda robot, hedef noktası ve engeller istenilen şekilde yerleştirilir	121
Şekil 5.15 Örnek 1 için iki metoda göre robotun gidiş yolu	122
Şekil 5.16 Üstte: Robotun en yakın engel ile arasındaki uzaklığın zamana göre değişimi. Altta: Robot ile hedef arasındaki uzaklığın zaman göre değişimi	123
Şekil 5.17 Engellerin farklı dizilimine göre takip edilen yol	124
Şekil 5.18 Engellerin hareketli olması durumunu gösteren bir örnek	125
Şekil 5.19 Klasik metodun daha iyi sonuç verdiği bir durum	127

KURAL TABANLI KARAR VERME SİSTEMLERİNDE BELİRSİZLİĞİN MODELLENMESİ

ÖZET

Karar verme ve çıkarım sistemleri ile ilgili çalışmalarda en büyük sorunlardan biri, gerçek yaşam problemlerinin çeşitli türlerde belirsizlikler içermesi; bilginin kesin, eksiksiz ve objektif olmamasıdır.

Bilginin tam kesin (precise) olduğu zamanlarda sorunsuz sonuç veren Aristoteles – Descartes – Bayes üçlüsüne ait veya bunlara dayanan teoremler probabilistik belirsizlikler dışında kalan türleri ele almakta yetersiz kalmaktadır. Diğer belirsizlik türleri için Bulanık Kümeler Teorisi, Kaba Kümeler Teorisi, Dempster-Shafer Teorisi ve Olabilirlik Teorisi gibi çeşitli metodlar bulunmaktadır. Ancak bu metodlar ve bunları temel alan öneriler genel olarak özel bir belirsizlik türünü ele almak için geliştirilmiştir ve birden fazla belirsizlik türünü aynı anda içeren problemlerde yetersiz kalmaktadır. Mevcut yöntemler (i) Belirsizliklerden sadece en güçlü olanı ya da teori ile ilgili olanı dikkate alıp diğerlerini ihmal etmekte ve dikkate almamakta, ya da (ii) problemde var olan tüm belirsizlikleri aynı perspektif içinde ele alarak matematiksel olarak aynı işlemlere tabi tutmaktadır. Belirsizlik tiplerinin doğru bir sınıflandırmasının yapılması ve sonra da bir bilgideki belirsizlikleri bir arada gösterecek bir yöntem geliştirilmesi gerekmektedir. Böylece belirsizliği ele alan teorilerin birlikte çalışarak sonuç üretmesi mümkün olacaktır.

Temel belirsizlik tipleri olarak; rastlantısallık, bulanıklık, subjektivite, kesinsizlik, bilginin eksik olması, çelişki, ikilem gibi tipler sayılabilir. Bu belirsizlik form ve tipleri 2 temel grup altına toplanabilir;

Birinci Grup: Söz konusu bilginin ne derece öyle olduğu: “Hava Durumu = Yağmurlu” bilgisinde Hava Durumu’nun ne düzeyde Yağmurlu olduğu ya da öyle sayılacağına dair belirsizlik. Ele alınan kural veya gerçeğin; değeri, anlamı, bulunduğu nokta ile ilgili her türlü belirsizlik, kuşku, anlaşmazlık, bilgisizlik, subjektivite, görüş, kanı vs bu gruba girer.

İkinci Grup: Söz konusu bilginin öyle olup olmadığı: “Hava Durumu = Yağmurlu” bilgisinde bu bilginin güvenilirlik düzeyi, olabilirlik ölçüsü veya olasılığı ile ilgili belirsizlik. Bu grupta sözü edilen belirsizlikler, ele alınan gerçek veya kuralın gerçeklik derecesi ile ilgili değil; bu gerçeklik değerinin gerçekte bu şekilde olup olmadığı (olup olmayacağı) ile ilgili belirsizliktir. Olasılık, stokastik süreçler, bir kanının gerçekliği ile ilgili şüpheler, uzman olan veya olmayan kişinin verdiği bilginin güven düzeyi vs. bu gruba girer.

Kümeler bazında düşünülecek olursa; bir x sayısının A kümesine üye olup olmadığı ile ilgili olarak;

Birinci grup belirsizliğe en temel örnek; tanım gereği olarak veya subjektivite gibi herhangi bir nedenle ortaya çıkmış olan Bulanıklık’tır ve Bulanık Kümeler Teorisi

$$m_A(x)=\{x\text{'in } A \text{ kümesine ne derece üye olduğu}\}$$

şeklinde bir gösterim ile belirsizliğin bu yönünü ifade etmekte ve bu tip belirsizlik varken problemlerin çözümü için yeterli bir metot sunmaktadır.

İkinci grup belirsizliğe en temel örnek ise; ister ele alınan problemin doğasından kaynaklansın ister bilginin eksik veya şüpheli olması dolayısıyla varsayım ile ortaya çıkmış olsun; bilgideki olasılık belirsizliğidir. Olasılık Teorisi

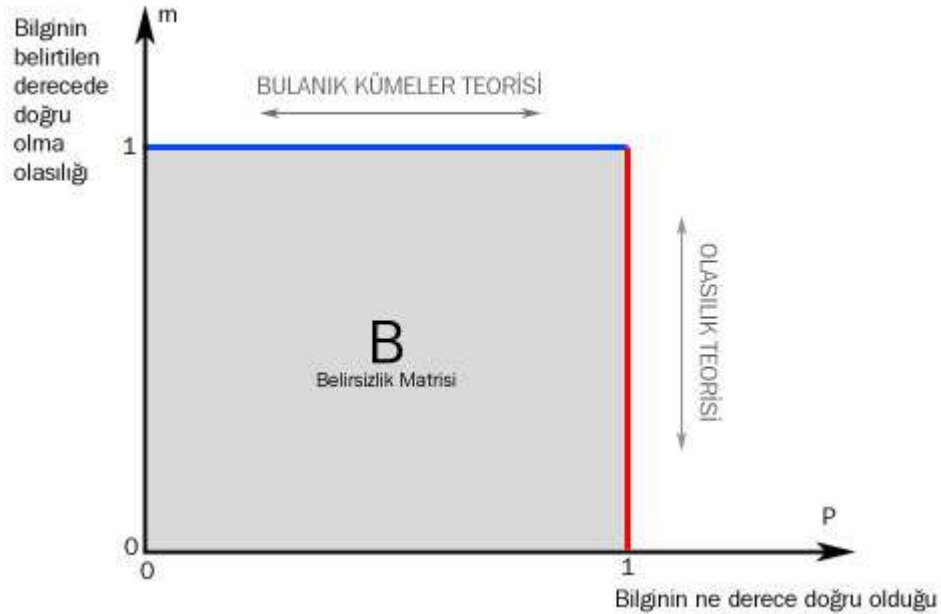
$$p_A(x)=\{x\text{'in } A \text{ kümesine üye olma olasılığı}\}$$

şeklindeki bir gösterim belirsizliğin bu yönünü ifade etmekte ve bu belirsizlik ile işlem yapmak için iyi bir çözüm sunmaktadır.

Ancak her iki teori de sonuçta bir bilginin belirsizliğini (ya da kesinliğini) bu iki rakamdan bir tanesine indirgemektedir. Şekil 1’de görüldüğü gibi bu teoriler bir belirsizlik düzleminin tek bir boyutunu dikkate alıp çözüm üretmektedir.

Olasılık Teorisi “ $m_A(x)=1$ ” kabul ederek şekildeki kırmızı çizgi üzerinde tek boyutlu bir çözüm sunarken; Bulanık Kümeler Teorisi de tam tersine “ $p_A(x)=1$ ” kabul ederek mavi çizgi üzerinde tek boyutlu çözüm sunmaktadır. Oysa gerçek hayat problemlerinde, özellikle robot uygulamaları ve üst düzey karar verme problemlerinde, bu iki grup belirsizlik aynı anda yer alır.

Ayrıca anlamsal olarak bu iki tip belirsizliğin birleştirilemeyeceği ve birbirine dönüştürülemeyeceği açıktır. Bunun bir sonucu olarak her iki tip belirsizlik birbirine dik boyutlar şeklinde ifade edilmiştir.



Şekil 1: Belirsizlik Yüzeyi

Her iki grup belirsizliğin gösterimini yapacak bir araca gereksinim vardır. Bu gereksinimi karşılamak üzere “Belirsizlik Matrisi” kavramı önerilmektedir. Bir kural veya gerçekteki çeşitli belirsizlikleri bir arada göstermek üzere 2x1 boyutundaki “Belirsizlik Matrisi” şu şekilde tanımlanmıştır.

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

B_1 : Bilgideki 1. grup belirsizlik; bilgi ne derecede doğru olduğu.

B_2 : Bilgideki 2. grup belirsizlik; bilgi değerinin ve anlamının, belirtildiği derecede doğru olup olmadığı (olup olmayacağı).

Belirsizlik Matrisi, Şekil 1'deki belirsizlik yüzeyinde tüm noktaları ifade edebilme yetisine sahiptir.

Belirsizlik Matrisi kavramı;

1. Olasılık Teorisi ile Bulanık Kümeler Teorisi'nin hangisinin hangi durumda daha iyi sonuç vereceği veya hangisinin daha güçlü bir araç olduğu etrafındaki tartışmalara yeni bir boyut getirecektir.
2. Belirsizliğin herhangi bir türüne yönelik olarak kullanılagelen veya yeni geliştirilen teorilerin; özellikle çok farklı türde belirsizlik içeren problemlerde çözüm süreci içine konumlandırılmasını ve birçok teorenin (özellikle Olasılık Teorisi ile Bulanık Kümeler Teorisinin) birlikte kullanılmasını kolaylaştıracaktır.

Belirsizlik Matrisi'nin karar verme probleminde kullanılmasına örnek olarak, davranış temelli bir mobil robotun engellerden kaçınırken hedef noktasına gitmesi problemi ele alınmıştır.

Davranış temelli robotlarda, karar verme süreci birbirinden bağımsız basit davranışlar şeklinde hücrelendirilmiştir. Robotun o anki pozisyonuna ve giriş bilgilerine göre her bir davranış kendi tepkisini ortaya koyar. Klasik metotta, Davranış Seçme Matrisi benzeri bir yöntem kullanılarak bir davranış seçilir ve o davranışın tepkisi robotun kararı olarak uygulamaya konulur. Başka yöntemler de bulunmaktadır. Uygulama örneğinde, robotun o anda aktif her bir davranışı, Belirsizlik Matrisi kavramını esas alan bir yöntem ile bir araya getirilmekte ve davranışların ortak kararı bulunarak uygulamaya konulmaktadır.

Simülasyon düzeneğinde test edilen tipik bir başlangıç pozisyonunda her iki metot için Tablo 1'deki rakamsal sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 1: Simülasyonda elde edilen sonuçlar.

	Baskın Davranışa Göre Hareket Eden Robot	Davranış Yönelmelerini Belirsizlik Matrisi Kullanarak Birleştiren Robot
Hedefe Ulaşmak İçin Atılan Adım Sayısı	391 adım	306 adım
Hedefe ulaşma süresi	78.2 saniye	61.2 saniye
Yol boyunca herhangi bir engel ile aradaki mesafe minimumu	0.95 metre	2.3 metre

Tablodaki parametrelerde görüldüğü gibi, belirsizlik matrisi kullanılarak hesaplama yapılan metotta, robot hedefe daha kısa sürede varmakta ve yol boyunca engellerden daha uzakta kalmaktadır.

Bu alışma, -tüm belirsizliklerin birbirine paralel olduğu- şeklindeki klasik perspektifin dışına çıkararak, bilgide yer alan belirsizlikleri, birleştirilemeyen ve birbirine dönüştürülemeyen iki temel gruba ayırmakta ve bu temel grupların eksenlerini oluşturduğu “Belirsizlik / Belirlilik Düzlemi”ni tanımlamaktadır. Bu düzlem üzerinde yer alan tüm noktaları gösterebilme yetisine sahip Belirsizlik Matrisi kavramı, özellikle kural tabanlı karar verme sistemlerinde belirsizliğe rağmen çıkarım yapılmasında kullanılabilir. Belirsizlik Matrisi; olasılık teorisi ile bulanık kümeler teorisinin birlikte paralel yürütölmesini mümkün kılarak iki temel belirsizliği barındıran problemlerin çözümünü kolaylaştırmaktadır.

MODELLING UNCERTAINTY IN RULE-BASED DECISION MAKING SYSTEMS

SUMMARY

One of the biggest problems associated with decision-making and inference systems are the involvement of various uncertainties in real-life problems; the knowledge not being precise, complete, and objective.

Theorems developed by the Aristotle–Descartes–Bayes trio and their followers produce successful results when the information is completely precise but they are insufficient in handling the types of uncertainties other than probabilistic uncertainties. There are various methods for these types of uncertainties. In cases where the information is incomplete or contradictory, or multiple-sourced information does not match with each other, the Dempster-Shafer theory may be applied; in cases of subjectivity or definitions with fuzzy borders, the fuzzy set theory; and in case of conflicts in the information set, the rough sets theory. There are many other theories and methods as well.

However, each concerned theory and method based on these theories are convenient and appropriate for solving a particular type of problem and are insufficient for problems involving more than one type of uncertainty. Existing methods (1) only consider the strongest uncertainty or the particular uncertainty related to the theory, disregarding and not considering the others or (2) subject all uncertainties within the problem to the same mathematical process, handling them in the same perspective. For example, the probability theory is not interested in the level of the truth of propositions or the degree of the occurrence while considering random and stochastic processes. The probability of “ $x \in A$ ” is related to x being completely a member or not being completely a member of A . In a similar manner, the fuzzy set theory is also considerably successful in handling fuzziness and related uncertainties in the information; however, it is not interested in the “probability of the information being correct at the specified level.”

Considering the types of uncertainties and different classifications, it is observed that all kinds of uncertainties of information constitute two main groups:

First Group: Uncertainty related to the degree of the truth or the degree to which an event occurs: In proposition “Weather = Rainy,” uncertainty is related to the degree of the weather being or assumed to be rainy. Any kind of value, meaning, uncertainty regarding its current position, doubt, ambiguity, lack of knowledge, subjectivity, opinion, belief, and so on are included in this group.

Fuzzy set theory indicates this type of uncertainty with the notation below:

$$m_A(x) = \{\text{the degree of membership of } x \text{ to set } A\}$$

and offers a sufficient method for the solution of the problems in the presence of this type on uncertainties.

Second Group: Uncertainty related to whether considered information is true or whether an event occurs: Uncertainty regarding the reliability level or the probability of the propositions like “Weather = Rainy.” The uncertainties considered in this group are related to whether or not the considered fact or rule (shall be) in the specified state is true, and not related to the degree of the truth of the considered fact or rule.

The basic example for the second group uncertainties is the probability, whether it originates from the nature of the problem being handled or from an assumption due to the incompleteness or vagueness of information.

Probability Theory, as in example

$$p_A(x) = \{\text{the probability of } x \text{ being a member of set } A\}$$

indicates this side of the uncertainty and offers a good solution to process it.

Any type of uncertainty may be directly or indirectly included in one of the these two groups.

These two groups of uncertainties exist in majority of knowledge in decision-making problems. A method is required to represent both groups of uncertainties together to be utilized in inference methods basically in rule-based decision-making systems.

Regarding the two groups of uncertainties explained earlier, it is clear that:

- i. It is not possible to combine the two groups of uncertainties and express them as a single number or function.
- ii. It is not possible to transform the two groups into each other.

On the other hand, different types of uncertainties within one group may be brought together and expressed as a single number or function.

Starting from this point, the “Uncertainty Area” (Certainty Area) in Fig. 1 may be formed, considering the two groups of uncertainties as orthogonal axes.

Probability theory and fuzzy set theory offer solutions by considering a single edge of the certainty area. While the probability theory offers a one-dimensional solution on the red line by assuming “ $m_A(x)=1$ ”, fuzzy set theory, just on the other side, also offers a one-dimensional solution by assuming “ $p_A(x)=1$ ”.

The concept of “Uncertainty Matrix,” capable of designating all points on certainty (uncertainty) area, is proposed to enable the joint use of these single-dimensional theories offering solutions on a single line by assuming the absence of the other type of uncertainty.

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_A(x) \\ p_A(x) \end{bmatrix} \quad (1)$$

B_1 : Uncertainty related to the degree of the truth of the considered information (Group 1).

B_2 : Uncertainty related to whether or not the degree of the truth of the considered information is in the specified state; the probability of the truth of the considered information being in the specified state (Group 2).

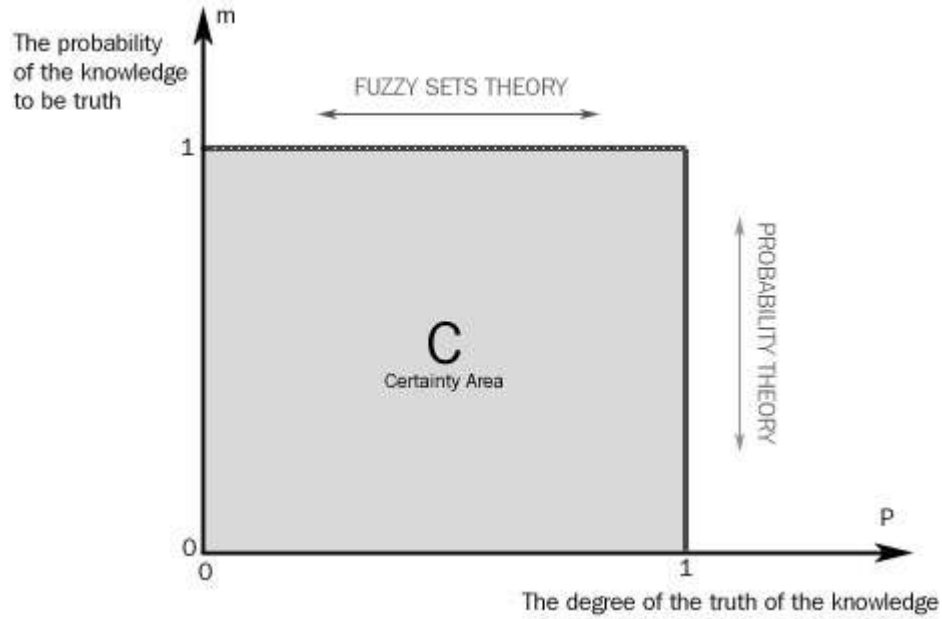


Figure 1: Uncertainty (Certainty) Area.

The concept of Uncertainty Matrix, providing a new expansion for the comparisons and discussions regarding probability theory and fuzzy set theory, may enable the combined use of these two theories without any problems.

Decision-making process in Behavior-Based Robots is based on behaviours giving a certain response to a certain input. Each behavior of the robot, active at that time determines its response based on the current position and input. Following this, these responses are combined in accordance with a certain method and the achieved result is put into practice.

In a computer environment, a navigation problem was simulated. The robot who has behaviors like “move to goal,” “avoid the obstacle,” and “head on,” should reach the target point while keeping away from the obstacles in the environment. In a classical method, a behavior is selected (e.g., using behavior selection matrix) and the robot follows the response of the selected behavior. In another method, responses of behaviors are combined with a method using uncertainty matrix.

Table 1. Some important parameter for the comparison of the two paths.

	Method 1: Moving according to the dominant behaviour	Method 2: Combining behaviour directions by using uncertainty matrix
Number of steps taken to reach the goal	391 steps	306 steps
Time of reaching the goal	78.2 s	61.2 s
Minimum distance to any obstacle along the path	0.95 m	2.30 m

Some important parameter values for the comparison of the two methods, for a typical starting position, are shown in Table 1. As seen in the numerical results, the

method of combining directions using the Uncertainty Matrix enables the robot to reach the goal in a shorter time.

This work, looking beyond the conventional perspective—combining all uncertainties, assuming they are parallel to each other—separates uncertainties present in the information into two groups which can neither be transformed to each other nor combined, and consequently constitutes an “certainty/uncertainty area.” “Uncertainty matrix” sets forth the location of information on this area regarding its certainty, therefore both types of uncertainties. This representation concept and method may be used in making inferences, considering all types of uncertainties present in the facts and rules, especially in rule-based decision-making systems and in the calculation of uncertainty of the derived results. Moreover, the concept of uncertainty matrix enables the probability and fuzzy set theories to be used at the same time in decision-making systems by the separate processing of uncertainties included within their own domains.

1. GİRİŞ

İnsan zekasını model alan yapay zeka uygulamalarından basit karar verme sistemlerine kadar birçok düzende; bilgilerin net, kesin, eksiksiz, tartışmasız olmayışı sorun oluşturmakta ve bu probleme çözüm aranmaktadır. Bu doktora çalışmasında belirsizlik problemi ele alınıp incelenmekte ve bilgideki belirsizliği ifade edecek bir gösterim metodu önerilmektedir.

1.1 Belirsizlik Problemi ve Motivasyon

En basitten en karmaşığa kadar tüm karar verme sistemleri, elde edilen veya üretilen bir takım veri girdilerini işleyerek, uygulanabilir ve yararlı sonuçlar üretmeye dayanır. Buradaki amaç, sadece hedeflenen bir kararı (veya çıkarımı) elde etmek değil, aynı zamanda elde bulunan bilgi ve gerçek kümesini büyütürken olası başka çıkarımlara yol açmaktır.

Gerçekler ve Kurallar

Karar vericinin elinde bulunan, doğruluğu baştan kabul edilen veya başka bilgi yığınlarının sonucu olarak doğru olduğu bulunmuş bilgi taneciklerine “gerçek (fact)”; bilgi taneciklerini birbirine bağlayan önermelere ise “kural (rule)” denilmektedir. Örneğin “hava sıcaklığı 25 derecedir” bir gerçektir. “Hava yağmurluysa gökte bulut var” ise bir kuraldır ve “hava yağmurludur” gerçeğinden “gökte bulut vardır” gerçeğinin çıkarılmasını sağlar.

Çıkarım

Karar vericinin, elde bulunan gerçekler ve kurallardan hareketle yeni gerçekler ve kurallar ortaya koymasına “çıkarım (inference)” denir. Çıkarım; kural tabanlı bir metoda, bu tezde sözü edilecek olan Bayesian türü hiyerarşik bir modele veya basit bir formüle dayanıyor olabilir.

Sistemler, bilgisayarlar ve robotlar gün geçtikçe çok daha fazla alanda ve günlük yaşamda yer bulmaktadır. Bu yeni alanlar arasında en dikkat çekici olanlar ise, karar

destek sistemleri ve robotik uygulamaları (zeki makinalar) dır. Bilgisayarların yalnızca muhasebe, iletişim, veri tabanı gibi uygulamalarda değil, basit bazı kararları insanların yerine almasına yönelik yapay zeka ve uzman sistem çalışmaları somut ürünler verecek düzeydedir.

Bu yöndeki çalışmalarda en büyük sorunlardan biri, gerçek yaşam problemlerinin klasik makinalar ve sistemlerde daha önce öngörülmemiş düzeyde belirsizlikler içermesi ve bu problemlerin klasik formüller ile çıkarıma uygun olmayışdır. Metaxiotis, Psarras, ve Samouilidis (2003)'in araştırmasında bu problemin birçok alandaki örnekleri ve farklı alanlardaki yaklaşımlar görülebilir.

1.1.1 Belirsizlik Nedir

Belirsiz teriminin anlamı için sözlüklere bakılırsa, çok geniş bir içeriğe sahip olduğu görülür. Örneğin, "Webster's New Twentieth Century" sözlüğünde bu terimin anlamı altı kategoride toplanmıştır:

1. Kesin olarak bilinmeyen; tartışılır.
2. Müphem (kesinsizlik, vagueness); belirsiz, mahiyeti şüpheli, kapalı, vuzuhsuz, anlaşılmaz.
3. Kuşkulu, karanlık, güvenilmez.
4. Muğlak (ambiguous); zor anlaşılır, dolambaçlı, çapraşık; yuvarlak.
5. Düzgün ve sabit olmayan; belirsiz.
6. Değişmeye eğilimli; güvenilir olmayan

Diğer sözlüklerden *belirsiz* kelimesinin anlamı araştırılacak olursa, tüm anlamların aslında iki merkezi noktada toplandığı görülür: *müphemlik* (vagueness) ve *muğlaklık* (ambiguity).

Genellikle, iki şey arasında kesin, belirli ve keskin bir hat çizilemiyorsa ve böylece arada sisli, bulanık bir bölge kalıyorsa bu durum *müphemlik* kelimesi ile ifade edilir. Bunun yanında, *muğlaklık*, bir'den çok'a bir ilişkiyi tanımlar, yani iki ya da daha fazla alternatif arasında şüphede kalma durumunu tanımlar.

Bu iki terim, belirsizliğin iki temel gurubu ile ilişkilendirilir. Bulanıklılık (fuzziness), sislilik (haziness), bulutluluk (cloudiness), net olmama (unclearness), kesin hatlarla ayrılmama (indistinctiveness), keskin sınırlara sahip olmama (sharplessness)

müphemlik terimi ile ilgilidir. Öte yanda, spesifik olmama (nonspecificity), ‘bir’den ‘çok’a ilişki, değişkenlik (variety), farklılaşma (diversity), sapma (divergence) gibi durumlar ise *muğlaklık* ile ilgilidir (Klir ve Folger, 1992).

“Belirsizlik” uzun süre yalnızca bilginin değerinin belirsizliğini ifade etmek için kullanılmıştır. Günümüzde halen bu tür tanımlara rastlamak mümkündür. Örneğin Chachoua ve Pacholczyk (2002) şu şekilde bir tanım öne sürer:

“Bir bilgi evreninde, eğer ‘P’ önermesinin doğruluk değeri (doğru veya yanlış olduğu) biliniyorsa buna belirli deriz, aksi halde belirsiz deriz.”

Oysa bu tür klasik tanımlarda önemli eksiklikler vardır;

1. Bilgideki belirsizlik her zaman değeri ile ilgili olmayabilir. Bulanık kümelemenin söz konusu olduğu problemlerde bir elemanın bir bulanık kümeye dahil olup olmadığı salt değerine bakılarak anlaşılamaz. Örneğin $x(\text{sıcaklı değeri})=22^0$ ise ve bilgi %100 doğruluk ile ölçülmüş olsa bile, x ‘in A(sıcak) kümesine üye olup olmadığı belirsizliğini korumaktadır; problem çözücünün ortaya koyacağı üyelik fonksiyonuna göre değişecektir.
2. Bu klasik yaklaşım, dilsel değişkenler ve subjektif yaklaşımlar için yetersizdir.

Dolayısıyla belirsizlik kapsamına yalnızca, bilginin değeri üzerindeki kuşku veya tartışmalar değil, bilginin anlamlandırılması ve gösterim şeklinden kaynaklanan belirsizlikler de dahil edilmelidir.

Bu çalışmada, bir bilgi tanecığı ile ilgili her türlü rakamsal veya fonksiyonsal değerler kesin ve net olarak ortada duruyor olsa bile, eğer bu değerlerin anlamı veya bilgi tanecığının konumlandırılması ile ilgili bir kesinlik yoksa bu bilgiye “belirsiz” denilecektir.

1.1.2 Belirsiz Bilgi (Uncertain Knowledge) Sorunu

Aristoteles (330), klasik mantığın temelini attı ve herhangi bir önermenin ya DOĞRU ya da YANLIŞ olması gerektiğini söyledi. Descartes (1637), kümeler teorisini sistematik hale getirdi. Bayes (1764), “bir olayın bir başka olay ile olan bağlantısı / bir olay olmuş iken bir başka olayın olma olasılığı” şeklinde tanımladığı “bağıl olasılığı” ortaya attı.

Bu üç önemli bilim adamının oluşturduğu aksiyomlar ve teoriler, klasik karar vermenin temelini oluşturur. Hutchinson (1998)'un da belirttiği gibi, bu üç bilim adamı yüzyıllarca tartışmasız bir şekilde “karar verme”, “çıkarım”, “mantık” ve “kümeler” teorilerine yön verdiler.

Gerçekler ve kurallarda hiçbir belirsizlik, giriş bilgisi olarak verilen bilgiler ile çıkarım sonucu türetilmiş bilgilerin doğruluğu üzerinde kuşku yok iken, karar verme süreçleri sorunsuz bir şekilde işler ve karar verici eldeki veri kümesini geliştirerek uygulamaya yönelik adımları tereddütsüz atar.

Karar verme sistemlerinde, özellikle günlük yaşama yönelik mühendislik uygulamalarında, giriş verilerinde bir takım belirsizlikler bulunur. Bu belirsizliklerden en çok rastlananları; Olasılığa bağlı veriler, subjektif veriler, bulanık veriler, eksik verilerdir (Shelley 1991, p.37).

Bilimin klasik deterministik yaklaşımı bu verilerle çalışmakta yetersiz kalmaktadır (Pons ve Raine, 2004, p.977).

Öte yandan, ele alınan problemdeki bilgileri netleştirerek kullanmaya çalışmak, net (precise, crisp) olarak almaya çalışmak bazen verilerin bozulmasına neden olabilir. Sheridan ve Niwa (2003) yaptıkları örnek çalışmada, bir anket düzenlemiş ve anketteki soruyu yanıtlaması için rastgele seçilen bir denek grubuna yöneltmiştir. Anket grubundan (1) bir bölümüne yanıt olarak Doğru, Yanlış gibi keskin ve klasik iki seçenek verilirken, diğer gruplara (2) Doğru, Yanlış, Belki; (3) Doğru, Yanlış, Bilgim Yok; (4) Kesinlikle Doğru, Doğru, Ortada, Yanlış, Kesinlikle Yanlış; gibi belirsizlik veya derecelendirme içeren seçenekler de verilmiştir. Bu seçeneklerden 3 numaralı olanı Dempster-Shafer, 4 numaralı olanı da Bulanık Küme durumlarıdır. Elde edilen sonuç, 1 numaralı grubun verdiği yanıt ile, 2 – 3 – 4 numaralı grupların verdiği yanıtın oldukça farklı olduğunu; 2-3-4 nolu grupların yanıtlarının ırk yaş cinsiyet ayrımı olmaksızın benzeştiğini göstermiştir. Bu da, söz konusu soru ile ilgili genel kanı'nın, soru 1'deki klasik şekilde sorulduğunda farklı ifade edildiğini (gerçeklerden sapma olduğunu) göstermektedir. Buna ilişkin daha fazla bilgi, Sheridan ve Niwa (2003) ile Chachoua ve Pacholczyk (2000)'nin çalışmalarında görülebilir.

Bu nedenden dolayı, bilginin kusursuz, eksiksiz ve tam kesin (precise) olduğu zamanlarda sorunsuz sonuç veren Aristoteles – Descartes – Bayes üçlüsüne ait veya

bunlara dayanan teoremler artık yetersiz kalmaktadır (Pearl, 1996; Temeltas ve Teymur, 1998; Pons ve Raine, 2005).

Eldeki bilgi kümesinde yer alan gerçek ve kurallarda herhangi bir şekilde belirsizlik, kuşku, bulanıklık varsa; bu bilgi kümesinden elde edilecek sonuçlar da o denli belirsiz ve kuşkulu olacaktır. Temel olarak; bir veri kümesinden yapılan çıkarımın veya verilen kararın belirsizliği, söz konusu giriş verilerinin belirsizliğine eşit veya daha fazladır. Bu durumda ardı adına verilen bağlı kararların belirli ve doğru olması “0”a doğru gider.

Bir karar verme sisteminin uygun sonuç üretebilmesi için, giriş verilerinde (ve benzer şekilde çıkarım kurallarında) bir takım belirsizlikler varsa bu belirsizlikleri sınıflaması ve belirsizlik derecesini ortaya koyabilmelidir.

Mühendislik alanlarının yanı sıra; tıp, ekonomi, işletme yönetimi, risk yönetimi benzeri birçok alanda belirsizlik problemi önümüzde durmaktadır (Shelley, 1991; Dam Kröse ve Groen, 1996; Cox, 2003; Tarantino, 2005).

Bu konuda yapılmış çalışmaların mühendislik uygulamaları yaşama hızlı bir şekilde katkı sağlamaktadır ve bu da konunun teorik değil pratik bir problem olarak görülmesi düşüncesini desteklemektedir. Henüz işin başı sayılabilecek 1992 yılında, Fuzzy mantığına göre çalışan ev araç gereçlerinin bir yıllık üretim miktarı Japonya’da 2 milyar USD’ye ulaşmıştır (Barrett ve Woodall, 1997).

Çözümün taşınması gereken koşullar

Belirsizlik altında verilecek karar;

- i. Giriş bilgilerinin elverdiği maksimum kesinlikte (certainty) olmalı.
- ii. Giriş bilgisinden veya problemin doğasından dolayı belirsizlik taşıyorsa, taşıdığı belirsizliğin derecesi biliniyor olmalı.

Belirsizlik altında karar vermeye yönelik çözüm önerisi, Zeelenberg (1999)’in saydığı karar vermeyi zorlaştıran etmenlere ve durumlara yönelik olumlu etkiye sahip olmalıdır. Bu etmenleri azaltmaya veya bu durumlardan uzaklaştırma eğiliminde olmalıdır. Bunlar;

- i. Karar, birçok seçenekten bir tanesini çıkarıp almaya yönelik ise, bu seçeneklerin çekicilikte (veya iticilikte) birbirine yakın olması

- ii. Seçeneklerin getirisinin net ve açık olmaması
- iii. Seçeneklerden biri çıkarılıp alındığında, diğer seçeneklerden beklenen yararın dışarıda kalıyor olması (güvenli araba & ucuz araba seçeneklerindeki gibi)
- iv. Seçeneklerin karşılaştırılabilir olmaması.

Pearl (1996) de bir robotun veya karar verme durumu ile karşı karşıya olan bir makinanın sahip olması gereken zorunlu-temel bileşenleri şu şekilde sıralamaktadır:

- i. Bir kararı ötekine tercih etmek için rasyonel bir kriter.
- ii. Karar verilecek konu ile ilgili olası belirsizlikleri ve eldeki bilgiyi gösterimde kullanılmaya yeterli çok yönlü bir dil.
- iii. Sonuç verici matematiksel algoritmalar.

1.1.3 İnsanın Karar Verme Mekanizmasında Belirsizlik

İnsanların iç karar verme mekanizması ve doğal iletişimleri kesin (precise) bilgi üzerine kurulmamıştır.

İnsanın karar verirken kullandığı subjektif gerçekleri (doğruları ve yanlışları) ve kuralları, bilgisayar ve robotlardaki gibi keskin sınırlar, belirli rakamlar ve kuşku götürmeyecek kurallar ile aynı değildir (Hare, 2005).

Sıradan bir insan dışarı çıkarken hava durumuna baktığında, “hava biraz kapalı ve esintili, yağmur da yağabilir; yağmur yağarsa trafik yavaşlar” diye düşünür ve “kalın giyinmeli ve erken çıkmalıyım” sonucuna varır. Bunu düşünürken, ne havanın kaç derece olduğu ile, ne yağmur yağma olasılığının yüzde kaç olduğu ile, ne de “erken olan ve erken olmayan çıkışın sınırları” ile ilgilenir.

Aynı şekilde bir kişi ötekine, “hava güzel olursa akşamüstü gezmeye çıkarız” dediğinde, öteki “güzel havanın tanımı nedir?”, “akşama üstü saat kaçtır” gibi sorular sormaz. Burada aktarılan bilgilerin keskin (precise) olmayışından hareketle ortada bir iletişim sorunu olduğu da iddia edilemez.

Buna ek olarak, “mantıklı çıkarım” olarak kabul edilen ve en tipik gösterimini “*Yarar Teorisi (Utility Theory)*” ‘nde (Von Neuman ve Morgenstern, 1947) bulan akılcı seçeneklerin, insanın karar verme mekanizmasını açıklamakta yeterli olmadığı

açıkça ortadadır. Sasaki ve Kanachi (2005)'nin çalışmasına ve aşağıda belirtilen diğer çalışmalara bakınız.

Belirsizlikten Kaçış

Görüldüğü gibi insanlar çıkarım yaparken keskin bilgiler ve klasik (crisp) kümeler yerine daha çok yaklaşık ifadeler ve bulanık kümeler kullanır. Aynısı insanlar arası iletişim için de geçerlidir.

Bununla birlikte; yapılan deneyler insanların belirsizlikten (yukarıda sözü edilen türde dilsel (linguistic) ifadeler veya bulanık kümelere değil, daha büyük ölçekte belirsizlikler) kaçındıklarını, ve karar alırken kişiye göre değişen bir belirsizlik limitini aşan bilgilerin çıkarımında etkili olmadığını göstermektedir.

Keren ve Gerritsen (1999)'in deneyinde; deneklerin önüne, içi görülmeyen 2 torba konulmuştur. Bu torbalardan birinde (A torbası) 50 tane kırmızı ve 50 tane siyah top; diğerinde ise (B torbası) kaçının kırmızı olduğu bilinmeyen kırmızı ve siyah toplardan oluşan toplam 100 top bulunmaktadır. Deneğin seçtiği torbadan rastgele bir top çekilecek ve eğer denek çekilen topun rengini doğru tahmin ederse ödül alacaktır.

Açıkça görülmekte olduğu gibi olasılık hesaplamalarında torbalardan hangisinin seçilmiş olduğu sonucu değiştirmeyecektir, kazanç açısından her iki torba aynı değere sahiptir. Oysa deneklerin büyük bir kısmı, içindeki topların renklere göre dağılımı net olarak bilinen A torbasını seçmiştir.

Bu yönelime, “belirsizlikten kaçınma” diyebiliriz ve yapılan başka bazı çalışmalar, bu yönelimin basitten karmaşığa doğru tüm insan kararlarında etkili olduğunu göstermiştir.

Bu türdeki ilk çalışma Ellsberg (1961) tarafından yapılmıştır. Konuyla ilgili yapılmış birçok çalışmaya ilişkin bilgi Dijk ve Zeelenberg (2003)'de görülebilir.

Belirsizliğin Olumsuz Etkisi

Soman ve Gourville (2001)'nin deneysel çalışması, biri birine bağlı kararlar verildiğinde eğer bu kararlardan birinin öncüllerinde belirsizlik varsa ortaya çıkan sonucun belirsizlik içermeyen diğer bağlı kararlara da etki ettiğini ve bağlı tercihler söz konusu ise tercihlerin tümünün birden red edildiğini göstermektedir.

Sasaki ve Kanachi (2005) ise, bu olumsuz etkinin sadece tek aşamalı karar vermede var olduğunu, çok aşamalı karar verme söz konusu olduğunda “belirlilik etkisi

(certainty effect)” adını verdiği bu etkinin görölmediği savunur ve bu iddiasını bir dizi deneyle destekler. Joag, Mowen ve Gentry (1990) ile Koehler, Gibbs ve Hogarth (1994) çalışmalarının devamı niteliğindeki bu çalışma; insan karar verme sisteminin, tek bir adet karar verme söz konusu iken farklı, benzer kararları birçok kez alma durumunda ise bu kararlardan bir tanesi için farklı davranmasını göstermesi açısından ilginçtir.

Aynı çalışmada, Bechara ve Damasio’nun 2002 yılında gözleme ve ankete dayalı olarak ortaya attığı, “İnsanların kazanç ve kayıp tam kesin değil iken; gelecekte az kayba neden olacak küçük peşin kazanç yerine, gelecekte çok büyük kayba neden olacak büyük peşin kazancı tercih etmesi” yargısı da, bir karar verme prosesinde giriş ya da çıkış bilgisinde belirsizlik varsa, insanların klasik rasyonel seçimlerinin bozulmaya uğradığını göstermektedir.

Bunun yanında Wubben (1993) gibi bazı bilim adamları, insanın gerçekçi seçimler yapması ve uygulamasına olanak sağladığını bu nedenle olumsuz değil olumlu bir fenomen olarak ele alınması gerektiğini iddia eder.

Belirsiz Bilginin Yok Sayılması, Dikkate Alınmaması

Dijk ve Zeelenberg (2003) insanların karar verme süreçlerinde belirsizlik içeren bilgiyi dikkate almadıklarını, bu bilgi hiç yokmuş gibi davrandıklarını öne sürer.

Bu görüşlerini öne sürerken yaptıkları birçok deneyde elde edilen sonuçları dikkate sunar.

Bu deneylerden biri Leiden Üniversitesi’nde öğrenciler üzerinde uygulanmıştır. Deneklere “2 adet restoranın sahibi bir girişimci olarak özel yemekler sunacak yeni bir restoran açılması konusunun gündemde olduğu, ancak gelen bilgiye göre bir Çin restoranının da aynı amaçla harekete geçmek üzere olduğu ve bu amaçla çok özel aşçılar getirttiği” bilgisi verilerek, yeni restoran açma fikri sorulmuştur. Denekler bu yeni bilgi ışığında yeni restoran projesini (i) iptal edecek veya (ii) devam ettireceklerdir.

Toplam 128 denek öğrenci, rastgele olarak 4 gruba ayrılmış ve kontrol grubu dışında kalan 3 gruba şu ilave bilgi verilmiştir; “2 farklı araştırma şirketine, müşterilerden ne kadarının bu özel yemek türü ile ilgilendiği konusunda pazar araştırması yaptırılmıştır”.

- i. “Düşük Pazar Payı” grubuna, her iki araştırma şirketinin de pazar payını %15 olarak belirlediği;
- ii. “Yüksek Pazar Payı” grubuna, her iki araştırma şirketinin de pazar payını %35 olarak belirlediği;
- iii. “Belirsiz Pazar Payı” grubuna ise şirketlerden birinin pazar payını %15 olarak ötekini ise %35 olarak belirlediği

söylenmiştir.

Bu bilgiler ışığında deneklerin yeni restoran projesinin devam ettirme / iptal etme karar dağılımı Tablo 1.1’de görülmektedir.

Tablo 1.1: Araştırma Sonucu Deneklerin Belirsiz Olan Bilgiyi Karar Alırken Hiç Kullanmadığını Gösterir.

		Pazar Araştırması Sonucu		
	Kontrol Grubu	Düşük: %15	Yüksek: %35	Belirsiz: %15 ve %35
Projeye Devam	10 (%31)	18 (%56)	23 (%72)	8 (%25)
Proje İptal	22 (%69)	14 (%44)	9 (%28)	24 (%75)

Tabloda görüldüğü gibi, hiç pazar araştırması yokken projeye devam edenler %31 iken, pazar araştırması sonucu %15 olarak bulununca %56; pazar araştırması sonucu daha yüksek olunca %72 oranında projeye devam kararı verilmiştir.

Ancak pazar araştırması sonucu belirsiz olduğunda (şirketlerden biri pazar payını %15 diğeri %35 bulduğunda), projeye devam etmek isteyenlerin oranı %25’de kalmıştır. Bu rakam, %15 pazar payında devam etmek isteyenlerden bile daha düşüktür.

Bu da, belirsizlik içeren pazar payı araştırmasının, karar verirken dikkate alınmadığını ve bu araştırma hiç yokkenki davranışın görüldüğünü göstermektedir.

Dijk ve Zeelenberg (2003)’in çalışmasında detayını verdiği diğer deneylerden görülmektedir ki; eğer burada yer alan belirsiz pazar payı araştırması iki firmaya değil de tek firmaya yaptırılıp “pazar payı %15 ile %35 aralığındadır” raporu elde edilse, sonuç yine değişmeyecekti. Bu araştırma karar vermekte yine kullanılmayacaktı.

İnsanların Belirsizlik İçeren Bilgiyi Yok Saymasının Ve Belirsizlikten Kaçmasının Nedenleri

Yukarıda sözü edilen deneylerde, insanların bu belirsiz bilgileri yok sayması (dikkate almaması) veya belirsizlik içeren sonuç seçeneğinden kaçınması şu nedenlere dayandırılmaktadır: (Shafir ve Tversky, 1992; Dijk ve Zeelenberg, 2003)

- i. Belirsiz bilgiye dayalı karar verme işleminin mantıksal olarak zor olması.
- ii. Belirsiz bilgidен kaçınma psikolojisi.
- iii. Belirsiz bilgi ele alındığında, gerçekte yanlış olan bir bilginin doğruymuş gibi dikkate alınmasından çekinme.
- iv. Bu bilgiyi kullanarak verilecek kararın daha sonra başkası tarafından sorgulandığında mantıksal açıdan temellendirilmesinin veya ispatlanmasının zorluğu. Mantıksal olarak ispatlanamayacak bir kararı almaktan kaçınma.

İnsanın Karar Verme Sürecinde Ek Faktörler

İnsanların karar verme süreci, bilgisayarlar ve zeki makinalarınki kadar basit ve düzgün değildir. Problemdе etkili olan her türlü gerçek, kural ve öğeler açıkça ortada ve net olsalar bile, insan olmanın doğasından kaynaklanan başka faktörler devreye girer.

Bu faktörleri inceleyen ve formülize etmeye çalışan çalışmalar yapılmıştır. Örneğin Zeelenberg (1999), pişmanlık (regret) duygusunun karar verme prosesinde ne gibi bir etkisi olduğunu incelemiştir. Zeelenberg, insan karar vermesinin Beklenen Yarar (Expected Utility) değişkenine indirgenmesinin yanlış olduğunu iddia etmektedir ve yaptığı deneysel çalışmalar ile bu yönde somut kanıtlar sunmaktadır.

İnsanın karar vermesi sürecinde etki eden bu tür, daha çok psikolojik olan etmenlerin en son karar üzerinde olumlu mu olumsuz mu etkide bulunduğu halen tartışılmaktadır.

1.1.4 Belirsizlik İçeren Verilerin Birleştirilmesi

Günümüzde kullanılan sistemlerin çoğunda veriler tek kaynaktan değil birçok kaynaktan alınmakta ve bunların birleştirilmesi gerekmektedir.

Alanımızla ilgili problemlerden; yürüyen robotlarda çevre haritasının çıkarılması, yürüme yolu belirleme, uzaktan algılama gibi problemlerde, çözümün başarısı, etkili

bir veri birleştirme metodu sunmasındadır. Belirsizlik içeren veriler birleştirilirken, bu belirsizliklerin aynı türde olanların gruplanması ve sonuç üzerindeki etkilerinin de hesaplanması gerekmektedir.

Verilerin birleştirilirken (veya ucuca eklenip birkaç aşamada karar verilirken), yalnızca matematiksel değerler değil, ne anlama geldikleri de dikkate alınmalıdır. Örneğin Wu ve Gonzales (1999)'in deneysel araştırmasında görüldüğü gibi, yalnızca probabilistik olan bir karar verme işleminde, karar ağırlığını olasılık ağırlığına eşitlemek, sonuçtaki doğruluğu azaltacaktır.

Robotik'in gelişmesi ve zeki makinaların günlük yaşama daha fazla girmesi; bilgisayarların bir takım basit kararların verilmesi kullanılması; insansız uzay çalışmaları; gerçek yaşamın bir bölümünü simüle eden uygulamalar arttıkça birçok belirsizlik türünü aynı anda içinde barındıran ve buna rağmen sağlıklı (uygulanabilir) kararlar üretebilen metodlara olan gereksinim de artacaktır (Zhu ve Basir, 2005).

1.1.5 Motivasyon

Çok eski zamanlardan bu yana kullanılmakta olan Olasılık Teorisi, son zamanlarda geliştirilen varyasyonları ve yeni bir bakış açısı getiren Bulanık Kümeler – Bulanık Mantık teorileri, çeşitli belirsizlik içeren problemlerde sorunsuz bir şekilde kullanılmakta ve başarılı sonuçlar üretmektedir.

Ancak; farklı türde belirsizlikler içeren karar verme problemlerinde bu teorilerin bir arada kullanılması ile ilgili alan, geliştirmeye açık olarak karşımızda durmaktadır. Zadeh (1995)'nin de belirtmiş olduğu gibi; Bulanık Kümeler ile Olasılık Teorisinin bağlantısı ve bir arada kullanımı ile ilgili geliştirmeler yapmak, üzerinde çalışılması gereken önemli bir hedeftir.

- i. Belirsizlik, Belirsiz Bilgi, Belirsizlik Altında Karar Verme konularının göreceli olarak yeni ve gelişmeye açık, bakir bir alan olması
- ii. “Navigasyon, konuşma, anlamlandırma, yol belirleme, uzman sistemler” gibi robotik ile ilişkili konuların özellikle üst düzeyde çıkarım ve karar verme katmanlarında, belirsizlik probleminin, geliştirilmesi gereken bir nokta olması

doktora çalışmasının bu alanda yapılmasında etkin olan en önemli motivasyon unsurları olmuştur.

1.2 Yapılmış Çalışmalar ve Mevcut Teoriler

Bu problemleri çözmeye yönelik, Olasılık Teorisi, Bulanık Kümeler ve Bulanık Mantık Teorisi, Dempster-Shafer Teorisi, Kaba Kümeler Teorisi, Olabilirlik Teorisi gibi birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu teori ve yöntemlerin belli başlıları Bölüm 2’de detaylı olarak açıklanacaktır.

Mevcut yöntemler özellikle birden fazla belirsizlik türünü aynı anda içeren problemlerde yetersiz kalmaktadır. Mevcut yöntemler;

- i. Bu belirsizliklerden sadece en güçlü olanı dikkate alıp diğerlerini ihmal etmekte, bu belirsizlikler yokmuş gibi davranıp dikkate almamakta,
- ii. ya da tümünü aynı perspektif içinde ele alarak matematiksel olarak aynı işlemlere tabi tutmaktadır (Zhu ve Basir, 2005).

Her iki durumda da, yöntemin ürettiği sonuç şüpheli kalmakta ve pratik uygulamalarda istenen yetkinliği verememektedir.

Bu konudaki görüşler tezin ilerleyen bölümlerinde daha detaylı olarak ele alınacaktır.

1.3 Doktora Çalışmasında Yapılan Bilimsel Katkılar

Doktora çalışmasında belirsizlik tanımları ve sınıflandırması ile belirsizliği ele alan teoriler üzerine literatür çalışması yapılarak konu ele alınmıştır. Bilimsel katkı olarak;

- i. Belirsizlik türlerini iki ana grupta toplayan ve bunları bir arada gösteren, literatürde daha önce tanımlanmamış olan “Belirsizlik Matrisi” önerilmiştir.
- ii. Belirsizlik Matrisi’nin kural tabanlı karar verme sistemlerinde kullanılmasına olanak verecek temel operatörler için öneriler getirilmiştir.
- iii. Ana katkının mühendislik uygulamalarında ne şekilde kullanılabileceğine örnek olarak, Davranış Temelli Mobil Robotların navigasyon probleminde belirsizlik matrisinin kullanımı bir simülasyon düzeneği üzerinde gösterilmiştir.

1.4 Tezin Organizasyonu

Bölüm 1'de belirsizlik probleminin ne tür bir problem olduğu anlamsal altyapısı ile birlikte genişçe ele alınmış ve bu konunun niçin bilimsel araştırma konusu olduğu ve doktora çalışmamız için neden seçildiği açıklanmaktadır. **Bölüm 2**'de, konuyla ilgili literatür çalışmasında elde edilen bilgilerle, karar verme süreçlerinde söz konusu olabilecek belirsizlik türleri açıklanmaktadır. Belirsizlikler; nedenleri, kaynakları, ne tür bir belirsizlik olduğu, diğer belirsizlik türleri ile ilişkileri açısından detaylı olarak ele alınmaktadır. Ayrıca her bir belirsizlik türü ile işlem yapmak için önerilmiş olan belli başlı metot ve teoriler de bu bölümde incelenmektedir. **Bölüm 3**'de tek ya da birçok belirsizlik türünü aynı anda barındıran problemlerde, karar verme sürecinde kullanılacak olan gerçeklerin ve kuralların belirsizliğini tek bir belirsizlik matrisi halinde gösterimine yönelik, doktora çalışmasının bilimsel katkısı yer almaktadır. “Belirsizlik Matrisi” kavramı için öncelikle, Bölüm 2’de açıklanan belirsizlik türleri, kaynaklarına ve çözüm için kullanılabilecek metodlara göre benzer olanların gruplandırılması yapıp bazı belirsizlik türleri diğerleri altında kümelendirilip birleştirilerek problemdeki belirsizlik basitleştirilmektedir. Ardından, birbirine dönüştürülemeyecek ve birleştirilemeyecek belirsizlikleri içeren bir matrisin tanımı yapılmaktadır. Böylesi bir matris, ancak operatör işlemleri ile ilgili tanımlamalar yapılmış ise anlamlıdır. Bu matrisin (ve tanımladığı gerçeklerin ve kuralların) işleyişinde kullanılabilecek operatörler **Bölüm 4**'de ele alınmaktadır. Robotik uygulamalarının özellikle navigasyon ve çevre tanıma problemlerinde, hem karar alma hem de uygulama aşamalarında, çok fazla sayıda ve türde belirsizlik bulunmaktadır. **Bölüm 5**'de, bu tezde önerilen teorinin, davranışsal robotların karar verme probleminde ne şekilde uygulanabileceğine dair bir örnek sunulmakta ve bir simülasyon düzeneği üzerinde sonuçlar ortaya konulmaktadır. Bu tezde önerilen belirsizlik gösteriminin üstün ve zayıf yönleri, hangi tür problemlerde daha etkin sonuç üretebileceği, ve araştırma - gelişmeye açık yönleri son bölüm olan **Bölüm 6**'da ele alınmaktadır.

2. BELİRSİZLİĞİN SINIFLANDIRILMASI

Bilginin doğasından, ölçüm ve gözlem metodlarından, ölçücü ve gözleyiciden, modelleyiciden veya bilginin bir kısmının elde bulunmayışından kaynaklanan çok sayıda belirsizlik türü vardır. Belirsizlik türleri, niçin ve nasıl oluştukları, bu belirsizlikleri ele almak üzere geliştirilmiş teoriler ve belirsizliklerin sınıflandırılması bu bölümde geniş olarak ele alınmaktadır.

2.1 Belirsizlik Türleri

Karar verme sistemlerinde; gerçek (facts) ve kurallarda (rules) rastlanan belli başlı belirsizlik türleri şunlardır:

2.1.1 Probabilistik Belirsizlik

Bu belirsizlik türünde, söz konusu gerçeğin veya kuralın doğruluğu belirli bir keskinlik ile şüphelidir. Kural veya gerçek belirli bir “olasılık derecesi” ile doğrudur veya bu olasılık derecesinin tersi kadar yanlıştır.

Doğruluk veya yanlışlık, kuralın veya gerçeğin tamamı için geçerlidir. Şu örneği ele alalım:

“Beyaz ve Kırmızı topların bulunduğu bir torbadan rastgele çekeceğimiz bir topun kırmızı gelmesi” olasılığı $P(\text{kırmızı})$ 0.8;

Bunun anlamı rastgele çekilen bir topun tamamen kırmızı olma olasılığı $P(\text{kırmızı}) = 0.8$; kırmızı olmama olasılığı $P(\text{kırmızı})^{\neg} = 1 - P(\text{kırmızı}) = 0.2$ 'dir. Topun kırmızı-beyaz karışık renkli olması olası değildir.

Bir olayın rastlantısal olarak ortaya çıkıyor olması, bir olaylar kümesinin belirli bir alt kümesine ait olayların meydana gelme durumu ile ilgili elde hiçbir bilginin bulunmuyor olması gibi nedenler bu belirsizliğin en temel kaynaklarıdır.

2.1.2 Bilginin Eksikliği

Karar verme sürecinde kullanılması gereken bazı kural ve gerçeklerin hiç elde bulunmaması durumu (incompleteness).

Bazı mühendislik problemlerinde, dikkate alınması gereken seçenek ve farklı durumların aşırı fazla olması nedeniyle, sonuç üzerinde çok etkili olmayan bazı kurallar dikkate alınmaz.

Oluşma nedenleri;

- i. **Tembellik:** Belirli bir alan (domain) ile ilgili tüm kuralları ortaya koymanın, ortaya konulsa bile kullanmanın zorluğu nedeniyle, oransal olarak önemsiz bazı kurallar veya bilgiler dikkate alınmayabilir.
- ii. **Teori Eksikliği:** Karar verme prosesinin çalıştırılacağı alan ile ilgili bilimsel teori tamamlanmamış olabilir. Örneğin Tıp'ta birçok konuda henüz kesin bir teori (kurallar kümesi) bulunmamaktadır (Unal ve diğerleri, 2005).
- iii. **Pratik Zorluklar:** Karar vermek için gerekli bazı gerçek veya kurallar, zaman kısıtı veya pratik imkansızlıklar nedeniyle elde olamayabilir. Örneğin, bir medikal karar verme sisteminde, hastaya ait bazı tahliller eksik olabilir. Buna rağmen bir sonuç elde etmek zorunludur (Russel ve Norvig, 1995, p.417).

2.1.3 Bilginin Yanlış Olması

Eldeki bazı gerçek ve kuralların (doğru sanıldığı halde) yanlış olması durumu (incorrectness). Bu durum, insan hatasından veya dikkatsizlikten oluşmuş olabileceği gibi; üretilmiş bilginin üretim sürecinden, ölçüm metodu veya anlamlandırma yönteminden de kaynaklanmış olabilir. Bir sensörün arıza sonucu yanlış değerler göstermesi gibi.

2.1.4 Bulanıklık

Bulanıklık (fuzziness), bir bilginin ifade ettiği anlamın keskin sınırlar yerine bulutlu sınırlarla ile çizilmiş olması durumudur (Metaxiotis, Psarras, ve Samouilidis 2003; Hutchinson 1998).

(1) Bulanıklık, bir gerçeğin “doğru olup olmadığı” ile değil, “hangi ölçüde” doğru olduğu ile ilgilidir.

(2) Kümeler bazında ele alınacak olursa, bir elemanın bir kümeye ne ölçüde üye olduğunu ifade eder. Her kümenin sınırları, klasik kümelerinki gibi keskin (crisp, sharp) olmayabilir. Klasik kümelerde, “ $x \in A$ ” önermesi ya tam doğrudur, ya tam yanlıştır. Ama A kümesi sınırları keskin bir şekilde ifade edilemeyen bir bulanık küme ise, bu “ $x \in A$ ” ifadesi 0.6 doğru, 0.4 yanlış olabilir.

Bulanıklığın nedenleri:

- i. **Subjektivite, bakış açısı:** Bazı konularda ele alınan gerçekler ve kurallar’ın “düzeyi”; kişiden kişiye, problemden probleme, veya ele alış tarzına göre değişiklik gösterir. Bu subjektivite beraberinde bulanıklığı getirir. Örnek; “Boyu 1.78m olan Ahmet’in UZUN olup olmadığı” yani “Ahmet Uzundur” gerçeğinin gerçeklik düzeyi duruma göre değişik rakamlarla gösterilebilir. Eğer Ahmet’in Pamuk Prenses ve Yeni Cüceler filminde oynamasından söz ediyorsak “Ahmet Uzundur” gerçeğinin gerçeklik düzeyi 1.0 olacaktır, fakat Ahmet’in bir basketbol takımına alınması konusunda karar veren bir süreçte bu gerçeğin gerçeklik düzeyini 0.2 gibi alırız. Bu rakamlar aynı zamanda, rakamı belirleyen kişinin içsel görüşüne göre de değişkenlik gösterir. Aynı yemekten tadan kişilerin “Yemek Güzeldi” gerçeğine vereceği gerçeklik değerleri, yemeğin her türlü ölçümsel sonuçları herkes için aynı olmasına karşın, damak tadlarına göre değişecektir.
- ii. **Ele alınan kümenin özünde keskin olmaması, bulanık olması:** Karar verme sürecinde söz konusu olan kümelerin sınırları net bir şekilde çizilemiyorsa, bazı elemanlar sınır çizgisi (daha doğrusu sınır bulutu) üzerinde kalacak ve bu elemanların üyelik dereceleri 0 ile 1 arasında bir sayı olacaktır. Örneğin “dağlar” kümesini ele alalım. “Yüksekliği 2000 metreden uzun olan tepeler kümesi” olarak tanımlanan “dağlar” kümesine, yüksekliği 1990 metre olan bir tepeyi almamak, klasik kümeler mantığına göre bu tepeyi tamamen dışarıda bırakmak sonucun doğruluğunu azaltacak bir yaklaşımdır. Bunun yerine kümeyi bulanık

olarak tanımlayıp bu tepenin üyelik derecesini 0.9 gibi bir rakam ile göstermek gerekecektir.

- iii. **Gerçeğin paradoksal olması:** Örneğin “Kendi kendini traş edemeyen herkesi traş eden bir berber kendini traş edebilir” gerçeği bir paradokstur. Bu gerçeğin gerçeklik değerini 1 (klasik anlamda; “doğru”) alırsak gerçek kendi kendini yalanlayacağından gerçeklik değerinin 0 (klasik anlamda; “yanlış”) olması gerekecektir. Aynı durum önermenin yanlış olduğunu varsaydığımızda da ortaya çıkar. Bu durumda en iyi çözüm; bu önermenin gerçeklik değerini “0.5” olarak almaktır.
- iv. **Veri kaynağının net bilgi veremiyor olması:** Ele alınan karar verme mekanizmasının giriş verilerinden birini oluşturan kaynak (sisteme bilgiyi sağlayan) keskin ve net bilgi veremezse bilgiyi Bulanık Kümeler ile gösterip karar verme sürecinde kullanmak olasıdır. Örneğin bir kaza sonrası soruşturmasında tanık, kazaya neden olan sürücüyü tanımlarken sürücünün tam boyunu veremez. Onun yerine “uzunca boylu”, “tıknaz” gibi ifadeler kullanır.
- v. **Ele alınan karar verme sürecinde bazı değişkenlerin, klasik şekilde sayılarla ve birimlerle ifade edilecek türde olmaması:** Klasik bilimde belirsizliğin yeri yoktur. Bir sistemde veya problemde, tüm giriş değişkenlerinin kesin rakamlarla biliniyor olması (bir tolerans söz konusu ise, bu toleransın dahi kesin olarak sınırlandırılmış olması) ve değişkenin biriminin net olması gerekmektedir. Oysa zeki makinaların ve yapay zeka uygulamalarının gerçek yaşamda kullanılmalarında, tüm giriş bilgileri bu denli temiz ve net değildir. Örneğin bir medikal karar verme sisteminde, “Hastanın ağrısı hangi frekansta tekrar ediyor” giriş değişkenine, hastanın vereceği yanıtlar “sık sık, ara sıra, nadiren” gibi bulanık yanıtlar olacaktır. Veya yürüyen bir robota “Karşına aniden bir engel çıkarsa ve engel yakın ise frene sert bas” gibi bulanık kurallar yüklenebilir.

2.1.5 Dilsel Belirsizlik

Dilsel (linguistic) belirsizlik, yukarıda sözü edilene benzer şekilde, klasik rakamlar yerine sözcüklerle belirtilen değişkenlerin kullanılmasından dolayı ortaya çıkar. Örnek, “hava = sıcak”, “ayşe = güzel” gibi.

Dilsel değişkenlerle ifade edilen bilgilerde, rakamlarla ifade edilenden farklı olarak, herhangi bir sıralama veya alt-üst ilişkisi olmayabilir. Örneğin bir bayanı tanımlarken kullanılacak olan değerler kümesinde bulunan olası değerler;

$$\{Esmer, Kumral, Sarışın\}$$

arasında herhangi bir sıralama bulunmaz.

2.1.6 Durumsal Belirsizlik

Durumsal belirsizlik (Conditional Uncertainty), elimizde bulunan bir gerçeğin bilgi / bilgisizlik düzeyine vurgu yapan nitelemelerdir.

$$A = \text{Yarın Yağmur Yağacak}$$

önermesi, klasik anlamda bir önermedir. Eğer olasılık teorisi ve bulanık kümeler gösterimi ile ifade edersek, bu önerme $P(A) = 1$ olasılık ile havanın $m(\text{Yarınki Hava}) = 1$ üyelik derecesi ile $S = \text{“Yağmurlu Havalarda”}$ kümesine ait olacağını söyler.

$$B = \text{Yarın Havanın Yağmurlu Olacağı Neredeyse Kesindir}$$

önermesinde ise, havanın yağmurlu olacağına A önermesindeki kadar emin değiliz. Burada belirsizlik derecesi olan “neredeyse kesin” ifadesi, önermeye büyük olasılıkla subjektif bir yaklaşımın sonucu olarak eklenmiştir. Bu tür belirsizliklere Durumsal Belirsizlik (Conditional Uncertainty) denir (Chachoua ve Pacholczyk, 2002).

Bu tür belirsizlik; kaynağı ve pratik çözüm yöntemi açısından probabilistik belirsizliğe benzemektedir. Ancak bu belirsizlik türü üzerinde çok geniş kapsamlı çalışmalar yapmış olan Chachoua, ısrarla, (1) bu belirsizlik türünün klasik nümerik yöntemlerle, özellikle Bayesyen metodlarla çözülmesinin doğru olmadığını, (2) bu belirsizlik türünün ifade edildiğı şekilde sembolik veya linguistik (qualitative) olarak kalması gerektiğini, rakamsal ifadelere dönüştürüldüğünde veri kaybı yaşanacağını, belirtmektedir.

2.1.7 Subjektif Bilgi Belirsizliği

Belirli bir konuda uzman olan ya da olmayan bir kişinin veya bir sistemin ortaya attığı görüştür. “Subjektif bilgi” kısaca, “bilimsel olarak ispatlanamayan göreceli görüş” olarak tanımlanabilir. Dolayısıyla bu görüş ile ilgili tek bir doğru olmadığından konuyla ilgili her bir uzman, kendi bakış açısı, bilimsel geçmişi, duyguları ve sezileriyle farklı bir görüş öne sürebilir.

Subjektivite bilginin değeri ile ilgili veya probabilistik olabilir. Bir robot navigasyon sisteminde ortaya atılacak;

$$A = \text{“Etraf kalabalıksa yavaş git”}$$

önermesinde, uzman bize “etraf”, “kalabalık” ve “yavaş” kümelerinin sınırlarını; herkesin üzerinde konsensüs sağlayacağı bir bilimsel gerçeklikle veremez. Vereceği sınırlar subjektif olacaktır. Bu subjektivite, bilginin değeri ile ilgilidir.

$$B = \text{“Hava yağmurlu ise ve 120km hızla gidiyorsan kayma olasılığın yüksek”}$$

önermesinde ise, olasılıksal bir subjektif görüş vardır.

Subjektif belirsizlik yukarıda yer alan Bulanıklık maddesinde de geçmektedir. Subjektivite’nin her zaman bulanıklığa yol açmayacağı, probabilistik belirsizliğe de yol açabileceği düşünülerek ayrı bir madde halinde bağımsız olarak yer verildi.

2.1.8 İkilem

Elde bulunan bir bilginin konumu (veya doğruluğu) hakkında bir’den fazla sayıda ayrık ve eşit kesinlikte kanıtın bulunması durumu.

Bir robot navigasyon sisteminde;

$$A (\text{“En yakın duvardan uzaklık”}) = 1.5 \text{ m}$$

$$A (\text{“En yakın duvardan uzaklık”}) = 2.0 \text{ m}$$

şeklinde, bir’den fazla ayrık bilgi elde edilmiş olabilir.

İkilem’i yukarıda sözü edilen bulanıklıktan ayıran en önemli fark, söz konusu değişken sürekli bir değişken ise, değişkenin belirtilen değerleri arasında kalan değerlerin konu dışı olmasıdır. Örneğin yukarıdaki örnekte; A değeri ya 1.5 ya da 2.0’dır. A için (1.5-2.0) aralığındaki değerler düşünülmemiştir. (Bu farklılığa rağmen ikilem durumunu göstermek için en uygun çözüm yine Bulanık Kümelerdir. Jamshidi, Pin ve Dauchez, 1996).

- i. Bilgi kaynaklarının ölçüm veya bilgi üretimi sırasında metoddan veya uygulamadan kaynaklanan farklılıklar.
- ii. Konusunda uzman kişilerin benzer kesinlikte farklı görüşler ileri sürmeleri

- iii. Bir kural tabanlı sistemde, farklı hareket noktalarından yola çıkılarak, eldeki bilgilerin veya kuralların belirsizliği nedeniyle, aynı gerçek için farklı değerlerin üretilmesi

gibi nedenler bilgi sisteminde ikilem oluşturabilir.

2.1.9 Çelişki

Bir kural tabanlı karar verme sisteminde; farklı kaynaklardan gelen veya farklı metodlarla türetilmiş olan bazı kurallar birbiri ile çelişiyor olabilir.

Örnekler: “if A then B” ile “if A then C”

“if A then B” ile “if A then $\neg B$ ”

2.2 Belirsiz Bilgiye Yaklaşım Metodları

Bu kısımda, çeşitli belirsiz türlerini işleme almak ve bu belirsizlik durumlarında bir sonuç elde etmeye yönelik temel metodlar ele alınacaktır.

2.2.1 Olasılık Teorisi

Olasılık Teorisi, belirsizliği göstermek ve işlemek için oluşturulan metodlar arasında en yaygın ve en eski yöntemdir. Teori temel olarak, olayların meydana gelebilme olasılığına ve meydana gelme sıklığına hesaplamaya dayanır.

Bugün var olan tüm olasılık teorisi ve yöntemleri temel olarak Aristoteles (330), Descartes (1637) ve Bayes (1764)’e dayanır. Teorinin tarih içinde gelişim aşamalarına ilişkin detaylar için bakınız: Pugachev (1987), Papoulis (1990), Borrie (1992).

Bu altbölümde, olasılık teorisine farklı yaklaşımların ve yorumların belirsizliğe bakış açıları, rastlantı (random) değişkenleri ve Bayes teorisi kısaca açıklanacaktır.

2.2.1.1 Bir Olayın Olabilirliği

Meydana gelmesi mümkün olaylar kümesinde ele alınan bir olayın gerçekleşmesi olasılığını belirleme açısından, genel kabul gören dört yorum vardır: (Papoulis, 1990).

1. Bağlı sıklık (deneysel).
2. Klasik yaklaşım (eşit ihtimal).

3. Subjektif yaklaşım (güven ölçüsü).
4. Aksiyomatik tanım (model kavramı).

Bağıl sıklık

Bir A olayının bağıl sıklığı göz önüne alarak belirleyen yoruma göre, eğer N denemede A olayı N_A defa meydana gelirse, $P(A)$ olasılığı N_A/N 'e yaklaşır:

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_A}{N} \quad (2.1)$$

Deneme sayısı N'in büyümesi $P(A)$ sayısının güvenilirliğini (söz konusu olayın doğasında var olan olasılık değerine olarak yakınlığını) artırır (Doyle, 1997, s.10-11).

Klasik yaklaşım

Olasılığın tanımında ve olaylara karşılık gelen olasılık değerini belirlemede şu ana kadar çok etkin bir rol oynayan bu yöntem deneye değil tamamen teorik varsayıma dayanır.

Eğer bir deney K adet olası beklentiye sahip ise ve bu beklentilerden K_A tanesi A olayına elverişli ise A olayının olasılığı:

$$P(A) = \frac{K_A}{K} \quad (2.2)$$

şeklinde hesaplanır. Klasik tanımlama, bağıl sıklık gibi deneyden elde edilen sonuçlara göre olasılık belirleme yerine, deneyin simetrisine dayanır ve dolayısıyla var olan simetrinin derecesine göre elde edilen sonucun güvenilirliği değişir. Bu yöntem, K adet olası olayın olasılık dağılımı ile ilgili bilgi verecek başkaca herhangi bir bilginin bulunmaması durumunda yararlıdır. Eğer K olaydan bazılarının olasılık değerleri biliniyorsa, bu durumda olasılık değeri bilinmeyen olaylara düşen toplam olasılık bu olaylara eşit olarak paylaştırılır.

Subjektif yaklaşım

Subjektif yaklaşımda, A olayı ile ilişkilendirilen $P(A)$ olasılığı, tamamen sahip olunan bilgiye ve beklentilere, A olayının oluşacağına olan güven derecesine göre belirlenir (Helstrom, 1984).

Ele alınan beklenti uzayı N'in elemanları arasında bir öncelik ya da özel bir farklılık yoksa (ve dolayısıyla oluşmasına duyulan güvenler birbirine eşit ise), bir A olayının olasılığı subjektif yaklaşımında ve yukarıda açıklanan klasik yaklaşımlarda aynı sonuc elde edilir. Bu özel duruma *yetersiz çıkarım* (Principle of Insufficient Reason) denir. Bu prensibe göre, eğer bir D deneyinde, K adet olası beklenti (a_i) varsa ve bu beklentiler ile ilgili oluşabilirlik bakımından hiçbir bilgi yoksa, tüm beklentilere eşit olasılık verilir. Böylece;

$$P(a_1) = \dots = P(a_K) = \frac{1}{K} \quad (2.3)$$

Elde edilen bu sonuç, klasik yaklaşımda elde edilen ile aynıdır ama elde edilişleri farklıdır. Klasik yaklaşımda beklentilerin yaklaşık olarak aynı olasılığa sahip oldukları, simetriden ya da deneyin şeklinden çıkarılabilmektedir; elde edilen sonuç objektif kriterlere dayanmaktadır ve kişiye ya da bakış açısına göre değişecek gibi görünmemektedir.

Öte yanda subjektif yaklaşım tamamen bir varsayıma dayanmaktadır. Elde hiçbir bilgi ve kanıtın bulunmamasından dolayı varılan bir sonuç, olayların gelişmesine ve elde edilen deneyime göre değişir (Doyle, 1997, s.12).

Aksiyomatik tanım

Beklenti adı verilen nesnelerin oluşturduğu bir S kümesi, *Olasılık Uzayı*'ni (probability space) oluşturur. S kümesine ve altkümelerine *olay* denir. Bir A olayının meydana gelme olasılığı, tanım gereği, A ile ilişkilendirilen bir P(A) sayısından ibarettir. Bir A olayı ile ilişkilendirilen bu olasılık sayısı şu üç aksiyoma uyar: (Russel ve Norvig, 1995, s.422).

1. P(A), [0,1] aralığında bulunan bir sayıdır:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (2.4)$$

2. Meydana gelmesi mümkün tüm beklentileri içeren (evrensel) S kümesinin olasılığı 1, ve boş kümenin olasılığı 0'a eşittir:

$$P(S)=1, \quad P(\emptyset)=0 \quad (2.5a)$$

$$\text{ya da } P(\text{Doğru})=1, \quad P(\text{Yanlış})=0 \quad (2.5b)$$

3. $A \cup B$ gibi, herhangi iki olayın birleşiminin meydana gelme olasılığı şu şekilde belirlenir:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (2.6a)$$

$$\text{ya da } P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B) \quad (2.6b)$$

Rastlantı Değişkenleri

Mühendislikteki olasılık uygulamalarının hemen hepsinde beklentiler sayısalıdır. Örneğin bir devrede, akım ve gerilim ölçülür; elektron, proton ve diğer tanecikler sayılır vs. Rakamlar ile ifade edilen ve olasılığının belirleneceği bu tür beklentilere *rastlantı* (random) *değişkeni* denir. Bir deneydeki bu tür bir a değişkenine, tek bir sayı atanabileceği gibi, bir vektör de atanabilir.

Toplamsal dağılım fonksiyonu (cumulative distribution function) veya *olasılık yoğunluğu fonksiyonu* (probability density function, **pdf**) kullanılarak rastlantı değişkenlere karşılık gelen olasılık iki standart yoldan biri ile belirlenebilir:

Bir a rastlantı değişkenini ele alalım. Toplamsal dağılım fonksiyonu $F_a(x)$, $-\infty < x < \infty$ aralığındaki tüm x değerleri için,

$$F_a(x) = P(a \leq x) \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlıdır. Dolayısıyla, toplamsal dağılım fonksiyonu $F_a(x)$, "Random değişken herhangi bir rastlantısal denemede, x ya da x 'ten küçük bir değer alır." olayına ilişkin olasılıktır. Olasılığın tanımı gereği aşağıdaki eşitlikler bulunur:

$$F_a(-\infty) = 0 \quad (2.8a)$$

$$F_a(\infty) = 1 \quad (2.8b)$$

Olasılık yoğunluğu fonksiyonu $f(x)$ ise, toplamsal dağılım fonksiyonunun birinci dereceden türevine eşittir:

$$f_a(x) = \frac{dF_a(x)}{dx} \quad (2.9)$$

$$F_a(x) = \int_{-\infty}^x f_a(y).dy \quad (2.10)$$

Bu durumda, bir rastlantı değişkenin x_1 ile x_2 arasında bir değer alması olasılığı:

$$P(x_1 < a < x_2) = \int_{-\infty}^{x_2} f_a(x).dx - \int_{-\infty}^{x_1} f_a(x).dx = \int_{x_1}^{x_2} f_a(x).dx \quad (2.11)$$

olarak bulunur.

Koşula bağlı olasılık

Bir A olayının, M olayının gerçekleşme şartına bağlı olasılığı (conditional probability),

$$P(A | M) = \frac{P(A \cap M)}{P(M)} \quad (2.12)$$

şeklinde tanımlanır. Bu tanım ile daha önce olasılık yoğunluğu fonksiyonu için verilen eşitlikler birleştirildiğinde,

$$f(x_n, \dots, x_{k+1} | x_k, \dots, x_1) = \frac{f(x_1, \dots, x_n)}{f(x_1, \dots, x_k)} \quad (2.13)$$

eşitliği elde edilir.

2.2.1.2 Bayes Teoremi

Bayes teoremi, probabilistik belirsizliği hesaplamada kullanılan önemli bir istatistiksel tekniktir. $P(x)$: x olayının birincil olasılığı, $P(x_a|x)$: x olayının meydana gelmesi koşulu altında x_a olayının gerçekleşme olasılığı iken Bayes kuralı şu şekildedir:

$$P(x | x_a) = \frac{P(x_a | x)P(x)}{P(x_a)} \quad (2.14)$$

$$P(x_a) = \sum_x P(x_a | x)P(x) \quad (2.15)$$

Bayes kuralı ardına ardına çalıştırılarak birbirine bağlı olayların olasılığı zincirleme hesaplama ile bulunabilir..

Birleşik olasılık dağılımı

Bir deneyde karşılaşılabilecek tüm muhtemel beklenti kombinasyonlarına (deneyde birden fazla random değişken var olabilir) ait olasılıkları belirleyen dağılıma *birleşik olasılık dağılımı* (the joint probability distribution) denir.

Bir rastlantısal modelde (deneyde), belirli olasılıklar ilişkilendirilmiş bir takım değerler alabilen bir ya da birden fazla rastlantı değişkeni olabilir. Böyle bir deneyde her bir random değişkenin tek bir bilinen değere sahip olduğu bir duruma *atomik olay* (atomik event) adı verilir.

Ele alınan bir modeldeki x rastlantı değişkenine ait $P(x_1, x_2, \dots, x_r)$ tek boyutlu dizisinin, x 'in alabilmesi muhtemel $x_1, x_2, \dots, x_r$ değerlerine ilişkin olasılıklarını gösteriyor olsun. Eğer bu modelde n adet bu tür random değişken varsa, birleşik olasılık matrisi, n boyutlu; ve her bir boyutunun uzunluğu, o boyut ile ilgili random değişkenin alabileceği farklı değer sayısına eşit olacaktır. (Dolayısıyla bu tür bir matris sadece, sonlu sayıda farklı değerler alabilen rastlantı değişkenleri olan modellere uygulanabilir). Bu matrisin her bir elemanı bir atomik olaya karşılık düşmektedir.

Şimdi, *diş ağrısı* ve *dişoyuğu* ilişkisini ele alan bir problem düşünelim. *diş ağrısı* ve *dişoyuğu* arasındaki ilişkiyi incelemek üzere yapılan bilimsel araştırmada diş ağrıyan hastalarda dişinde oyuk olanların, ve dişinde oyuk olanlar arasında diş ağrıyanların oranı belirlenmiş olsun.

Burada iki adet boolean rastlantı değişkeni (sadece 'doğru' ve 'yanlış' değerleri alabilen değişkenler) vardır ve bu nedenle birleşik olasılık matrisi 2×2 büyüklüğünde 2 boyutlu bir matris olacaktır (Tablo 2.1).

Tablo 2.1: Birleşik Olasılık Matrisi

	Diş ağrısı	$\neg$ Diş ağrısı
Oyuk	0.04	0.06
$\neg$ Oyuk	0.01	0.89

Atomik olaylar arasında hiçbir ortak yan bulunmadığından (herhangi iki atomik olayın kesişimi boş kümedir), doğal olarak iki atomik olayın beraber meydana gelme olasılığı 0 (sıfır), iki atomik olaydan herhangi birinin meydana gelme olasılığı bu atomik olayların olasılıklarının aritmetik toplamıdır. Matrisi oluşturan atomik

olaylar, modele ait tüm muhtemel beklentileri karşıladığı için, matristeki tüm olasılıkların toplamı 1'e eşittir.

Birleşik dağılım matrisi verilen bir modelde, belirli bir rastlantı değişkeninin verilen bir değeri alması olasılığını bulmak için, bu rastlantı değişkenine ilişkin boyutta verilen değeri sağlayan kesitteki tüm atomik olasılıkları toplamak yeterlidir. Diğer olasılıklar da benzer şekilde hesaplanabilir. Örnek model için oluşturulan matriste;

$$P(\neg \text{Oyuk}) = 0.01 + 0.89$$

$$P(\text{Oyuk} \vee \text{Diş ağrısı}) = 0.04 + 0.01 + 0.06 = 0.11$$

$$\begin{aligned} P(\text{Oyuk} \mid \text{Diş ağrısı}) &= P(\text{Oyuk} \wedge \text{Diş ağrısı}) / P(\text{Diş ağrısı}) \\ &= 0.04 / (0.04 + 0.01) = 0.80 \end{aligned}$$

olarak bulunur (Russel ve Norvig, 1995, s.426-428).

Bayes Ağı

Bileşik olasılık dağılımı matrisi olarak bilinen bu modelde, istenen tüm olaylara ilişkin olasılık kolayca bulunabilir.

Öte yandan bu matrisin, rastlantı değişkeni sayısı ve her bir değişkene tekabül eden değer sayısı artarken geometrik olarak büyüyeceği açıktır. Örneğin 10 rastlantı değişkeni olan bir problemde $2^{10} = 1024$ adet bağımsız değer hesaplanarak matrise işlenmesi gerekecektir.

Çok büyük boyutlara ulaşan böyle bir matrisi hem belirlemek (tüm atomik olaylara ilişkin olasılıkları belirlemek her zaman mümkün olmayabilir) hem de kullanmak pratikte çok zor olacağından dolayı, önerdiği büyük faydaya karşın bileşik olasılık matrisi bir çok durumda yetersiz kalır.

Her muhtemel atomik olay için olasılıkları belirleyip daha sonra bunları kullanmak yerine, Bayes prensibinden hareketle, verilen bir sorgu ile ilgisi bulunan şartlı olasılıkları ardarda hesaplayarak sonuca varılabilir. Bayes prensibi kullanıldığında bileşik matrisin konu ile ilgisi olmayan kısımlarını bilmek (ya da hesaplamak) zorunluluğu olmadığı için işlem çok daha kısa sürecektir.

Karmaşık modellerde olayların birbiri ile olan ilişkilerini belirlemek ve işlem sırasını takip etmek zor olabilir. Bu işlemi kolaylaştırmak ve olaylar arasındaki ilişkiyi kısa ve öz bir şekilde basitleştirerek gösterebilmek için *Bayesian Ağ* (probabilistic

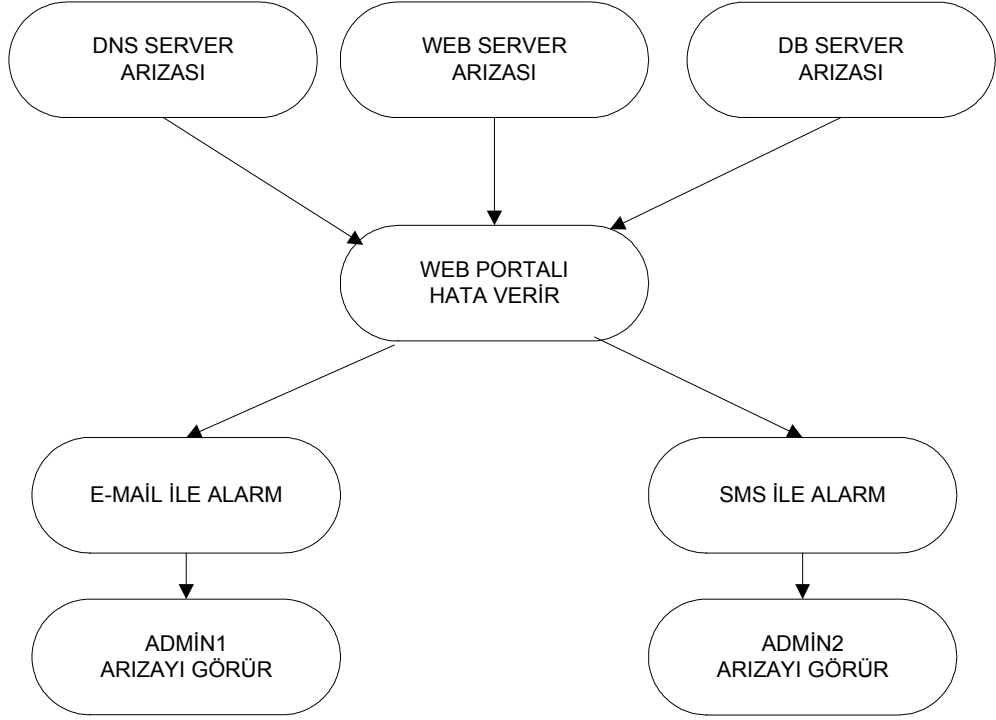
network, causal network, knowledge map) adı verilen bir tür graf kullanılır. Bir Bayesian ağ şu koşulları sağlar:

- i. Rastlantı değişkenleri, ağın düğümlerini oluşturur.
- ii. Bir dizi doğrultulmuş bağlantı (ok), düğüm ikililerini birbirine bağlar. Bir X düğümünden bir Y düğümüne doğrultulmuş bir bağlantı varsa bu, X değişkeninin Y değişkeni üzerinde doğrudan doğruya bir etkisinin var olduğu anlamına gelir.
- iii. Her bir düğüm için, düğümüne etkiyen değişkenlere ilişkin tüm muhtemel durumlar için şartlı olasılıkları belirten bir tablo düzenlenmiştir.
- iv. Graf hiç çevrim (circle) içermemektedir.

Üniversitenin web portalı için bir alarm düzeneği kurduğunuzu varsayalım. Bu alarm sistemi; üniversitenin web portalını ilgili portlar üzerinden sürekli kontrol etmekte ve eğer sayfa beklendiği gibi oluşturulmamış ise, sistem yöneticisi olarak görev yapan ADMİN1'i e-mail ile, ADMİN2'yi de SMS ile uyarmaktadır. Böylece web portalı herhangi bir nedenle hata verdiğinde ADMİN1 veya ADMİN2 durumu haber alıp düzeltme girişiminde bulunmaktadır. Bu basit deney Şekil 2.1'deki gibi Bayesian ağ ile gösterilebilir.

Örnekteki web portalı; portalın kullanıcıya ulaştırılmasında çeşitli görevleri olan DNS Server, Web Server veya Database (DB) Server'dan bir tanesinin arızalanması durumuna (sunucunun yazılımsal olarak kilitlenmesi veya donanım arızası nedeniyle devre dışı kalması gibi) hata vermekte ve işlevini yerine getirmemektedir. Bu 3 sunucunun da herhangi bir zaman diliminde arızalanma olasılığı, geçmiş deneyimlerden yola çıkılarak hesaplanmıştır.

Öte yandan; web portalını sürekli kontrol eden ve portalın hata mesajı vermesi durumunda ADMİN1 ve ADMİN2'yi uyaran programın bu uyarma metodları da %100 sağlıklı çalışmamaktadır. ADMİN1'e gönderilen e-mail mesajlarının bir kısmı çeşitli nedenlerle (e-mail sunucusu arızası veya e-mail mesajının SPAM filtresine takılması gibi) kendisine ulaşmamakta, ADMİN2'ye gönderilen SMS'lerin de bir kısmı cep telefonu şebekesi sisteminden kaynaklanan nedenlerle hedefine ulaşmamaktadır. Bu iki durum için de, geçmişteki deneyimlerden elde edilen başarı sıklıkları hesaplanmıştır.



Şekil 2.1: Tipik Bir Bayes Ağı

Bayesian ağının en önemli özelliği, sadece birbiriyle doğrudan bağlantılı olayları göstermesi ve birbiriyle dolaylı olarak bağlantısı bulunan olayların şartlı olasılıklarının hesaplanmasına gerek kalmamasıdır. Örnek alarm olayında, ADMİN2'ye SMS ulaştığında, üniversitenin DNS Sunucusunda bir arıza bulunma olasılığı direkt olarak verilmemiştir, ancak düğümler takip edilip bağıl olasılıklar kullanılarak bu sorunun yanıtı hesaplanabilir.

Bir diğer dikkat çekici nokta, bir arıza durumunda ADMİN1'e e-mail ulaşmasının; ADMİN1'in posta kutusunun dolu olması, ADMİN1'in e-mail hesabında kurulu bulunan SPAM filtresinin başarısı vs gibi bir çok faktör rol oynamasına rağmen bu faktörlerin her birinin ayrı ayrı gösterilmemesi, tümünün tek bir rakam içinde toplanmasıdır. Bunun en önemli nedeni *'ihmal'dir*; olaylara çok az miktarda etki eden olayları ayrı ayrı göstermek yerine bu tip faktörlerin tümünü toplayıp istatistiksel verilere dayanan bir tek sayı ile göstermek daha akılcı bir çözümdür. Kaldı ki çoğu zaman bu küçük faktörlerin saptanması ve ölçülmesi pratikte mümkün olmayabilir.

Bayesian ağında graf çizildikten sonraki aşama, her bir düğüm için *şartlı olasılık tablosu*'nun (conditional probability table) belirlenmesidir. Tablodaki satırlar, ona doğrudan etki eden olayların durumuna (şart durumu) bağlı olarak söz konusu düğümü oluşturan olayın tepkisini (hangi olasılıklarla hangi değerleri alabileceğini)

gösterecektir. Arıza olayı için hazırlanacak şartlı olasılık tablosu Tablo 2.2'deki gibi olabilir.

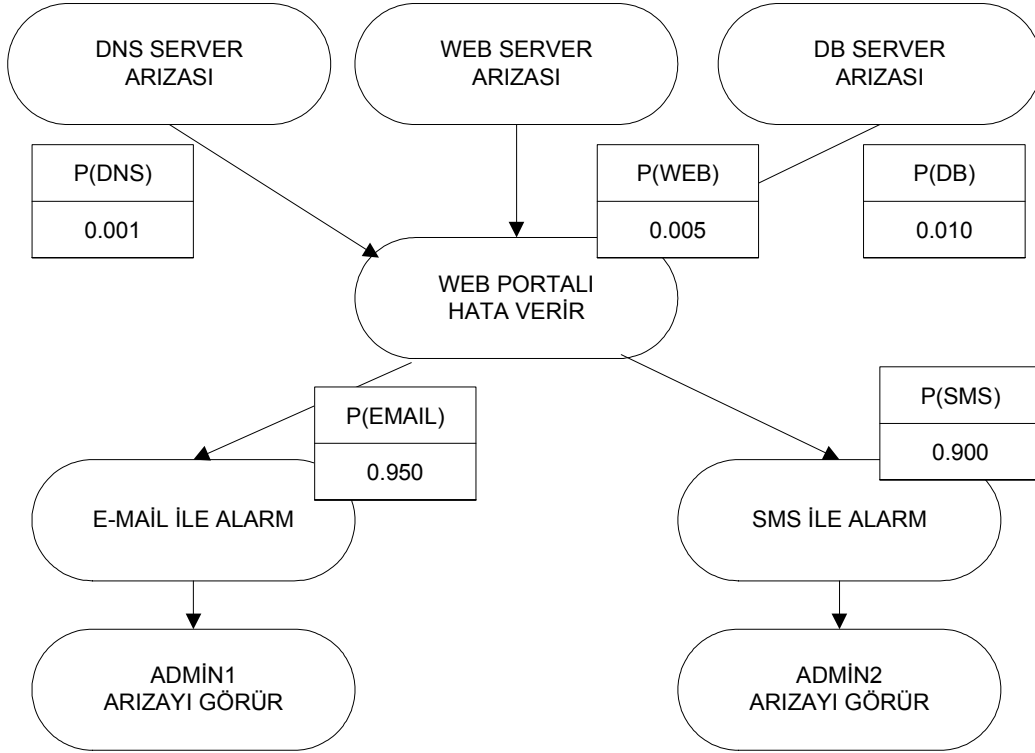
Tablo 2.2: Web Portalı Arızası Örneği İçin Şartlı Olasılık Tablosu

			P(Portal Arızası DNS, Web, DB)	
DNS Server Arızası	Web Server Arızası	DB Server Arızası	Doğru	Yanlış
Doğru	Doğru	Doğru	1.000	0.000
Doğru	Doğru	Yanlış	1.000	0.000
Doğru	Yanlış	Doğru	1.000	0.000
Doğru	Yanlış	Yanlış	0.900	0.100
Yanlış	Doğru	Doğru	1.000	0.000
Yanlış	Doğru	Yanlış	1.000	0.000
Yanlış	Yanlış	Doğru	1.000	0.000
Yanlış	Yanlış	Yanlış	0.050	0.950

Tablodaki bir satır verilen bir şart durumu için ele alınan olayın tüm muhtemel değer kümesini gösterdiğinden dolayı, bir satırda olay için verilen olasılıklar toplamının 1'e eşit olması beklenir. Dolayısıyla eğer bu olayın alabileceği değerler sadece *Doğru* ve *Yanlış*'tan ibaret ise (boolean değişken) bunlardan birine ait olasılığın tabloda gösterilmesi yeterlidir ve genellikle sadece *Doğru* değerinin olasılığı gösterilir. Eğer bir olaya doğrudan etki eden n adet olay varsa, bu olaya ait şartlı olasılık tablosunda 2^n adet satır bulunacaktır. Hiçbir olayın doğrudan doğruya bir etkiye sahip olmadığı olaylara ait tablo tek bir satıra sahiptir ve bu satırda, olayın alabileceği değerlere ilişkin birincil olasılıklar gösterilir.

Alarm örneğindeki Bayesian ağının, tüm düğümlere ait tabloların hazırlanarak gösterildiği tam şekli Şekil 2.2'de gösterilmiştir. Örnekteki tüm değişkenler boolean olduğundan dolayı tablolarda sadece *Doğru* değeri için olasılıklar gösterilmiştir.

DNS, WEB, DB, EMAIL, SMS simgeleri sırasıyla DNS Server Arızası, WEB Server Arızası, DB Server Arızası, ADMIN1' gönderilen E-mail mesajının kendisine ulaşması, ADMIN2'ye gönderilen SMS mesajının kendisine ulaşması olaylarını göstermektedir. Tüm değişkenler Boolean olduklarından tablolarda sadece değişkenlerin doğru olma olasılıkları belirtilmiştir. Tabloların herhangi bir satırı için $\neg P(x) = 1 - P(x)$ dir.



Şekil 2.2: Şartlı Olasılıkları Belirtilmiş Tipik Bir Bayes Ağı.

Bayes Ağından Sonuç Çıkarma

Bayesian ağlarının anlaşılmasına, düzenlenmesine ve kullanılmasına yardım eden iki farklı bakış açısı vardır. Bunların ilki, ağı bileşik olasılık dağılımının bir gösterim yöntemi olarak görme eğilimindedir. İkincisi ise olayı koşullardan bağımsız bir dizi durumun kodlanması olarak anlar. Her iki bakış açısı sonuçta aynı noktaya varır fakat birincisi ağın nasıl kurulacağını anlamada yardımcı olurken, ikinci bakış açısı ağlardan çıkarım yapmada yararlıdır.

Bileşik olasılık dağılımının gösterimi

Bayesian ağı, ele alınan alan (domain) ile ilgili tam bir bilgi sunar. İlgili alanda her türlü bileşik olasılık dağılımı, ağda bulunan bilgiler kullanılarak hesaplanabilir. bileşik olasılığın en genel şekli her bir random değişkene birer değerin eşitlendiği $P(X_1=x_1 \wedge \dots \wedge X_n=x_n)$ şeklindeki bir durumdur. Kısaca $P(x_1, \dots, x_n)$ olarak gösterilecek olan bu tür bir duruma ait olasılık şu formülle hesaplanabilir:

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | Etkiyenler(X_i)) \quad (2.16)$$

Formülde bulunan Etkiyenler(X_i), i numaralı değişkene direkt olarak etki eden tüm üst değişkenleri göstermektedir.

Bayesian ağı verilen arıza alarm örneğinde, ne DNS ne WEB ne de DB server arızası olmamasına rağmen web sitesinde hata oluşması ve bunun üzerine hem ADMIN1'in hem de ADMIN2'nin uyarı mesajı alması durumuna ait olasılık şu şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} & P(\text{EMAIL} \wedge \text{SMS} \wedge \text{PortalArızası} \wedge \neg \text{DNS} \wedge \neg \text{WEB} \wedge \neg \text{DB}) \\ &= P(\text{EMAIL} | \text{PortalArızası}) \cdot P(\text{SMS} | \text{PortalArızası}) \cdot P(\text{PortalArızası} | \neg \text{DNS} \\ &\quad \wedge \neg \text{WEB} \wedge \neg \text{DB}) \\ &= 0.950 \times 0.900 \times 0.050 = 0.04275 \end{aligned}$$

Bu yöntem kullanılarak istenen tüm şartlı ve şartsız olasılıklar bayes ağından çıkarılabilir.

Bayes ağının temel özellikleri ve klasik olasılık çıkarım metoduna göre üstünlükleri ile ilgili daha geniş bilgi için Pearl (1996)'e bakılabilir.

2.2.1.3 Olasılık ve Belirsizlik

Olasılık Teorisi, bilginin eksiliğinden (bilginin elde bulunmamasından) kaynaklanan belirsizlik türleri ile düzenli tekrar eden veya etmeyen rastlantısal durumları ele almada yeterli araçlara sahiptir. Bu nedenle, eksik bilginin veya rastlantısal olayların bulunduğu alanlarda kaçınılmaz olarak olasılık teorisi kullanılır.

Fakat bilginin kesin olmaması, ya da bilginin içeriği ile ilgili belirsizliğin bulunduğu durumlarda olasılık teorisi zayıf kalır. Alternatif çözümün bulunmadığı bu tip bir durumda olasılık teorisi, kesin olmayan bilgiye 'hiç yokmuş' muamelesi yapılarak uygulanabilir ve gerçeğe yakın çözümlere ulaşılabilir, ama bu tür bir çözüm problemin teorisine ve felsefesine aykırı düşer.

Olasılık Teorisinin Zayıf Yönleri

Geleneksel olarak Olasılık Teorisi belirsizliği ele almada en önemli ve en başarılı teori olarak görülür. Lindley (1987), Cheeseman (1988), Barret, Woodal, Lavoilette ve Seaman'nın (1994) başını çektiği kamp Olasılık Teorisini'nin yukarıda açıklanan güçlü yanlarını öne çıkarmaktadır. Olasılık Teorisinin güçlü olduğu ve zayıf kaldığı noktalar açısından yapılan tartışmalarda bazı radikal çıkışlar da görülmektedir.

Örneğin Dennis Lindley (1987), (özetle) şöyle demektedir: “Olasılık, belirsizliğin tek uygun açıklamasıdır ve belirsizlik ile ilgili her türlü problemi ele almak için yeterlidir. Bunun dışında kalan diğer tüm metodlar yetersizdir.” Bulanık Mantık Teorisi’nin yaygın kabul görmesi ve uygulamalarda başarılı bir şekilde kullanılmasına bağlı olarak, “Belirsizlik” kavramı salt “rastlantısallık” olarak görülmekten uzaklaşıp daha kapsayıcı genel bir tanıma kavuşmuştur. “Olasılık Teorisi’nin her türlü belirsizliği ele almada başarılı olduğu” tezlerinin daha çok önceki döneme veya geçiş dönemine ait olduğu görülmektedir. Karar verme mekanizmalarında, rastlantısallık dışında kalan belirsizlik tiplerinin de dikkate alınmaya başlanması ile birlikte bu tezler yerini “Olasılık Teorisi’nin zayıf olduğu noktalar nelerdir? Bu zayıf noktalar ne şekilde güçlendirilebilir?” arayışlarına bırakmıştır (Klir ve Folger, 1992; Singpurwalla ve Booker, 2004).

Olasılık Teorisinin en zayıf yanı, $[0,1]$ aralığındaki reel sayılar önermesine rağmen ortada hala bir (kümeleme açısından) kesinlik (crisp’lik) bulundurmasıdır. Olasılık, farklı renklere sahip topların bulunduğu bir torbadan rastgele çekilen bir topun 0.2 olasılıkla siyah söylerken, aslında “rastgele çekilen top; 0.2 olasılıkla *kesin olarak siyah olacak*, 0.8 olasılıkla *kesin olarak siyah olmayacak*” şeklinde kesinlik taşıyan bir iddiada bulunmaktadır. Sonuç olarak çekilen cisim, “siyah toplar” kümesinin ya tam elemanıdır ya da bu kümenin tam dışındadır.

Olasılık teorisinin diğer bir zayıf yönü, artık çok yoğun bir şekilde kullanılmaya başlanan dilsel değişkenler için bir uygulama aracı sunamamasıdır. Bulanık Kümeler ve Bulanık Mantık’ın önericisi L. Zadeh (1995) dahil bir çok bilim adamı Olasılık Teorisinin bu yönde Bulanık Kümeler Teorisi ile işbirliği içinde çalışarak bu eksikliği gidermesi yönünde görüşe sahiptir.

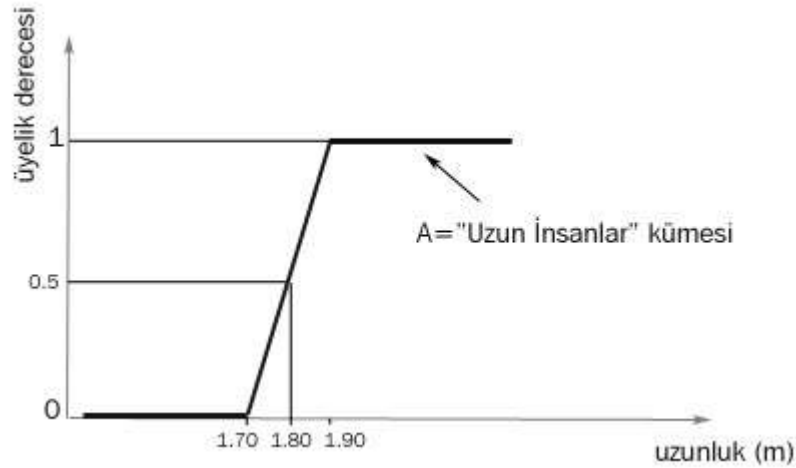
Zadeh (1995), Olasılık Teorisi’nin Belirsizlik (uncertainty) ve Kesin Olmama (imprecision) durumlarının tümüne tam bir çözüm sunmakta yetersiz kalmasını şu gerekçelere bağlamaktadır:

- i. Olasılık Teorisi “bulanık olaylar” kavramını içermez. ‘Yarın sıcak bir gün olacak’, ‘Yakın gelecekte güçlü bir deprem beklenmiyor’ gibi bulanık olaylar karşısında Olasılık Teorisi sadece bu tür olaylara çeşitli bağıl olasılık değerleri atamakla yetinir. Oysa bu tür bir

yaklaşım hem yetersizdir hem de atanan nümerik değerler anlamsal olarak amacı ifade etmemektedir.

- ii. Olasılık Teorisi, “*bazı, bir çok, çoğu*” gibi miktar ifade eden bulanık niteleyiciler için herhangi bir teknik önermemektedir.
- iii. Anlamsal – dilsel ifadeler için Olasılık Teorisi yeterince uygun değildir. “Yakın gelecekte petrol fiyatlarında keskin bir düşüş görülmesi muhtemeldir” ifadesi olasılık teorisi çerçevesinde nasıl dikkate alınabilir?

Olasılık teorisini, doğası gereği; bilginin eksik (incomplete), bilinmez veya rastlantısal olması durumlarında oldukça güçlü bir araçtır. Ancak bu durumlar dışında kalan alanlarda, Zadeh’nin de belirtmiş olduğu gibi bir bulanık küme söz konusu olduğunda; bilinmez, eksik veya kesin olmayan bir nokta yok iken durum ne olur?



Şekil 2.3: “Uzun İnsanlar” Kümesinin Bulanık Sınırları

Örneğin uzunluğu 1.80m olan Ahmet’in Şekil 2.3 ile tanımlanmış olan bir A=“Uzun İnsanlar” kümesine olan üyeliği;

$$m(Ahmet \in A) = 0.5$$

olacaktır. Bunun anlamının “Ahmet 0.5 derece ile A kümesine üyedir” olduğu açıktır. Dolayısıyla bu bilgi bir kural tabanlı karar verme sisteminde kullanılacak olursa bu şekilde değerlendirilmesi gerekir.

Öte yandan, bu değeri bir tür olasılık değeri olarak gören, “Ahmet’in A kümesi’ne üye olma olasılığı 0.5’dir” şeklinde anlamlandıran ve başka bir teoriye gerek

kalmadan bu bilginin olasılık teorisi kapsamında kullanılabileceğini öne süren yaklaşımlar vardır.

Oysa sözü edilen yaklaşım

$$p(Ahmet \in A) = 0.5$$

ile yukarıda belirtilen anlamı karşılayamaz.

Öte yandan

$$m(Ahmet \in A) = 0.5$$

bilgisi, Loginov (1966)'un iddia ettiği gibi görüşüne başvurulmuş kişilerin %50'sinin "Ahmet'in uzun olduğunu" söyleyeceği diğerlerinin bunun tersini söyleyeceği durumunu göstermemektedir.

Bir basketbol takımı için seçme yapan uzman sistemde bu bilginin kullanılması durumunda şöyle bir kural olduğunu var sayalım;

if "Oyuncu=Uzun" then Oyuncu_Rank = Oyuncu_Rank+6

Bu kural çalıştırıldığında ilk yaklaşımda Ahmet'e tam olarak 3 puan eklenmesi sonucu çıkarken, ikinci yaklaşımda 0.5 olasılıkla 6 puan 0.5 olasılıkla da 0 puan verilmesi gerekecektir.

Nümerik olarak düşünüldüğünde olasılıkların bir araya getirilmesi ile yine 3 puan eklenmesi sonucu elde edilebilir. Ama anlamsal olarak iki yaklaşımın birbiriyle tamamen ilişkisiz olduğu görülmektedir.

Olasılık Teorisi'nin bulanıklık ile ilişkisinin geniş irdelemesi için Teymur (1998)'a; Olasılık Teorisi ile Bulanık Kümeler Teorisi'ni destekleyen bilim adamlarının karşılıklı iddialarının tarihsel geçmişi için Wang (1997)'a bakılabilir.

2.2.1.4 Teoriyi Güçlendirmek İçin Yapılan Çalışmalar

Olasılık teorisinin, olasılık değerlerinde ve ele alınışında yukarıda belirtilen kesinliğin dışında kalan bir belirsizlik varsa (imprecision), bu türde ek belirsizliklere rağmen teorinin kullanılmasına yönelik çalışmalar bulunmaktadır.

“Eksik Yarar ve Olasılık” Durumu

Moskowitz, Preckel ve Yang (1993) bir problemde utility fonksiyonu veya olasılık değeri üzerinde belirsizlik varsa (imprecise probability), ya da bu değerlerin bazı bölümleri eksikse, hesaplamaların ne şekilde yapılabileceğine bir öneri sunar.

Moskowitz, Preckel ve Yang’ın önerdiği ve adına “Robust Interactive Decision-Analysis (RID)” dedikleri metot üç aşamalı bir hesaplama yöntemine dayanır.

Karar Verici, klasik anlamda, yararı maksimize eden seçeneğe yönelen tipik bir karar verici olsun.

Eksponansiyel bir yarar fonksiyonu (utility function),

$$U(x) = \begin{cases} -e^{-cx}, & \text{riskistemeyenleri için} \\ e^{-cx}, & \text{riskarayanları için} \end{cases} \quad (2.17)$$

x^j ve x^k iki alternatif seçenek ise

$$E[U(x^j)] > E[U(x^k)] \quad (2.18)$$

olduğu sürece Karar Verici’nin x^j ‘yi tercih edeceği açıktır. Aynı zamanda Karar Verici’nin çoğu durumda, verilen olasılık değerleri ve yarar fonksiyonu yanısıra bazı ek tercihlere sahip olacağı düşünülebilir.

RID fonksiyonu, ardı ardına yapılan sorgulara dayalı interaktif bir metoddur. RID’i klasik karar verme fonksiyonundan ayıran ve belirsiz durumlarında işe yarar kılan fark, üç aşamalı yapısı ile açıklanabilir.

Birinci Adımda, yarar fonksiyonu için verilen tanımın, Karar Verici’nin kendisine daha uygun bulduğu (nesnel bir dayanağı olsun olmasın), bölgesi seçilir ve bundan sonraki işlemlerin tamamı yalnızca bu bölge için yapılır. Kalan bölgeler değerlendirme dışı kalır.

Örneğin, i.seçeneğin olasılığı p_i ise, Karar Verici’nin belirteceği a ve b değerleri için

$$0 \leq a \leq p_i \leq b \leq 1$$

koşulunu sağlayan tüm i seçenekleri dikkate alınır, geri kalan bölge değerlendirme dışında kalır.

İkinci Adımda, seçilen bölgenin çeşitli noktalarında yer alan seçeneklerin, Karar Verici için hangi değeri taşıdığı belirlenir. Bu yapılırken, söz konusu seçenek ile belirli bir Kesin Karşılık (Certainty Equivalent, CE) tercih yapması istenir.

Örneğin “0.5 olasılıkla x yararı, 0.5 olasılıkla da y yararı elde edilmesi” durumu ile karşı karşıya kalmak yerine,

$$x < CE < y$$

olmak üzere bir CE yararı elde etmeyi kabul eden (ve yukarıdaki olasılık durumunu terk eden) Karar Verici için, bu seçeneğin Kesin Karşılığı CE’dir.

Açıkça görülür ki, somut ve nesnel durum ne olursa olsun, buradaki CE değeri Karar Verici’nin risk alabilir olmasına göre farklılık gösterecektir.

Bu şekilde Karar Verici’ye özel Yarar Fonksiyonu elde edilir.

Üçüncü Adımda, sistem Karar Verici’nin karşısına her seferinde 2 alternatif durumsal yarar vektörü (daha doğrusu yarar dağılımı) çıkararak bunlardan daha tercih edilir olanını seçmesini ister. Her bir vektör, ilgili olduğu seçeneğin, birinci adımda belirlenen bölgedeki her bir nokta için hangi yararı ortaya koyduğunu gösterir. Dolayısıyla ilgili olduğu seçeneğin olası yararlarını ifade eder.

Bu adım, ya geriye tek bir seçenek kalıp problemin yanıtı bulununcaya (karşılaştırılabilir olan seçenek çiftleri tükeninceye) kadar tekrarlanır.

Bu yöntemin güçlü yanları,

- i. İlk basamakta Karar Verici’nin yöneldiği bölgeyi dikkate alıp bazı zayıf seçenekleri devre dışı bırakması ve böylece süreci sadeleştirilmesi
- ii. İkinci basamakta, Karar Verici’nin seçenek çiftlerine yaklaşımını sürece sokarak en sonunda elde edilen sonucun Karar Verici’nin tercihlerine en uygun seçenek olmasını sağlaması (dolayısıyla elde edilen kararın, Karar Verici açısından tutarlı olmasını sağlaması)

şeklinde özetlenebilir.

Yargılanmış Olasılık

Karar verme problemlerinin çözümünde belirsiz bilginin salt ortaya çıkma sıklığı veya frekansı ile ilişkilendirilmiş olasılık değerini dikkate almak iyi bir çözüm

değildir. İnsan uzmanlığında, uzman olan ile uzman olmayan aynı probleme bakıp tamamen aynı değerleri görüyor olmasına rağmen uzman olanın daha tutarlı sonuca varması olasılık değeri dışında başka bazı etmenleri de dikkate almış olduğunu gösterir.

Bu hareket noktasından yola çıkarak, problem çözümünde olasılık değerini veya dağılımını doğrudan doğruya kullanmak yerine çeşitli şekillerde değişikliğe uğratarak kullanmaya yönelik metodlar önerilmiştir.

Önerilen metodlarda temel yaklaşım, elde edilen olasılık değerini veya dağılımını, problem çözücünün subjektif bakış açısına ve yaklaşımına uygun bir transformasyondan geçirerek yeni değerlere dönüştürmektir.

Kilka ve Weber (2001), olasılık dağılımı fonksiyonunu; problem çözücünün risk alabilirliğine göre dönüştüren bir metot öne sürmüşlerdir. Bu metotta, problem çözücü ne kadar riski göze almaya hazır ise, uçlardaki olasılık değerleri de o denli dikkate alınmak üzere daha fazla ağırlık kazanmaktadır.

Yargılanmış Olasılık (Judged Probability) ve Olasılık-Risk ilişkisi ile ilgili önerilmiş diğer metodların genel bir incelemesi için Starmer (2000)'e bakılabilir.

2.2.2 Bulanık Kümler ve Bulanık Mantık Teorisi

Bulanık kümeler (fuzzy sets) ve Bulanık Mantık (fuzzy logic) teorisi, belirsiz bilginin gösterimi ve işlenmesinde olasılık teorisine ve ikili lojiğe tamamlayıcı olarak ortaya atılmıştır (Zadeh, 1965, s.338-353; Zadeh, 1973, s.28-44).

Bulanık kümeleri bir alternatif olarak düşünenlerin yanında, belirsizliği ele almada bunun yetersiz olduğunu iddia edenler de vardır.

Bulanık Kümeler

Bulanık mantık ilk defa 1960 yılında, University of California, Berkeley'den Azerbaycanlı bilim adamı Dr. Lotfi Zadeh tarafından, doğal dildeki belirsizliği modellemek için ortaya konmuştur. Zadeh, bulanık mantık teorisinin bağımsız ve tam bir teori olmaktan çok, bulanıklaştırma yönteminin (fuzzification), herhangi bir teorisin ayrık (crisp, discrete) formdan sürekli (continuous, fuzzy) forma dönüştürülmek suretiyle genelleştirilmesi için kullanılan bir metodoloji olarak ele alınmasını istemektedir (Zadeh, 1973).

Terimler ya da ölçüler kesin olarak tanımlanıp ölçülemediğinden dolayı, insanlar genellikle belirsiz (kesin olmayan, imprecise) ifadeler kullanırlar. İşte bulanıklığın ve bulanık mantığın temeli budur. Fakat ‘kısa’, ‘uzun’, ‘çekici’, ‘çirkin’ gibi ifadeler, insanlar bu terimleri tam olarak anlamadığından ya da bu sıfatların kullanıldığı kişilere ait bir takım bilgilerin eksik olmasından dolayı değil, bu terimler doğası gereği müphem (vague) ve subjektif olduklarından dolayı bulanıktırlar.

Bilginin, kaynağından elde edildiği gösterim şekliyle kullanılması çözüm metodu açısından daha etkilidir. Buna ek olarak bilginin nesnel / nicel; veya dilsel / nümerik gösterim metodlarından biri ile elde edilip sonradan ötekine dönüştürülmesi, bilgi (veya anlam) kaybına neden olur (Chachoua ve Pacholczyk, 2002). Bu nedenle nümerik gösterime dair çözüm metodları yanında nesnel veya dilsel değişkenler kullanılarak etkili bir yöntem sunan metodlara da gereksinim vardır.

İkili mantık (Boolean logic, binary logic) ve altküme (subset) kavramı arasındaki güçlü bağlantı gibi, bulanık mantık ve bulanık altküme teorisi arasında da teorik ve pratik bir bağ vardır.

Klasik küme teorisinde, ele alınan bir U uzayında tanımlı bir A kümesi söz konusu ise;

x elemanı A kümesine dahildir

önermesi $\{0,1\}$ değerlerinden birini alır. Burada “0” değeri, x elemanının A kümesine üye olmadığını, “1” değeri de üye olduğunu gösterir. A kümesi kesin ve net (crisp) bir çizgi ile çizilmiş bir sınıra sahiptir. Sınır üzerinde herhangi bir eleman bulunmaz.

Bulanık Kümeler Teorisinde ise, U uzayında tanımlanmış bir B kümesi, sınırları bulutlu (bulanık) olarak düşünülür. Dolayısıyla

x elemanı B kümesine dahildir

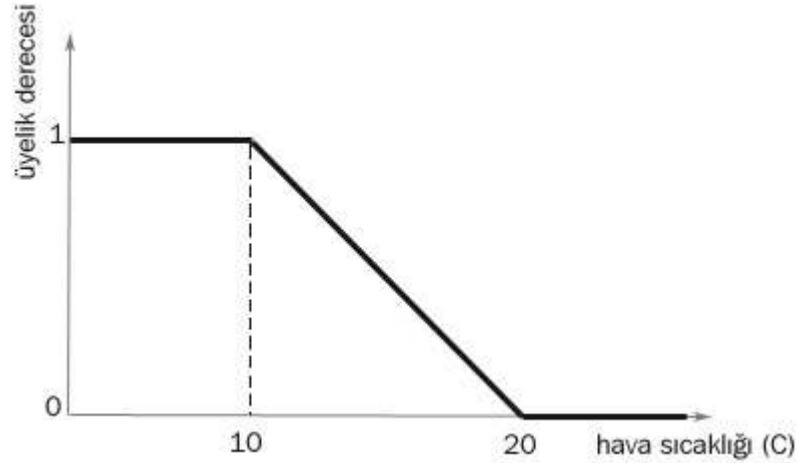
önermesi $[0,1]$ kapalı aralığında herhangi bir değer alabilir. Burada “1” değeri x elemanının B kümesine tam dahil olduğunu; “0” değeri dahil olmadığını; ara değerler ise x elemanının B kümesinin tam sınır çizgisi, daha doğrusu sınır bulutu üzerinde olduğunu gösterir.

Bu kavramları bir örnek üzerinde görelim. Örnekte ele alınan U uzayı sıcaklık değerleri kümesi olsun. "Hava ne kadar sıcaktır?" sorusuna yanıt verecek olan bir SOĞUK bulanık altkümesini tanımlayalım. Bu durumda ‘SOĞUK’a *dilsel değişken* denilir.

Ele alınan uzayın içerdiği her nesne için, SOĞUK bulanık altkümesine ilişkin bir üyelik derecesi atanacaktır. Bunu yapmanın en iyi yolu sıcaklık değerine bağlı bir üyelik fonksiyonu tanımlamaktır. Örneğin;

$$SOGUK(x) = \begin{cases} 0 & sicaklik > 20 \\ \frac{20 - sicaklik}{10} & 10 \leq sicaklik \leq 20 \\ 1 & sicaklik < 10 \end{cases}$$

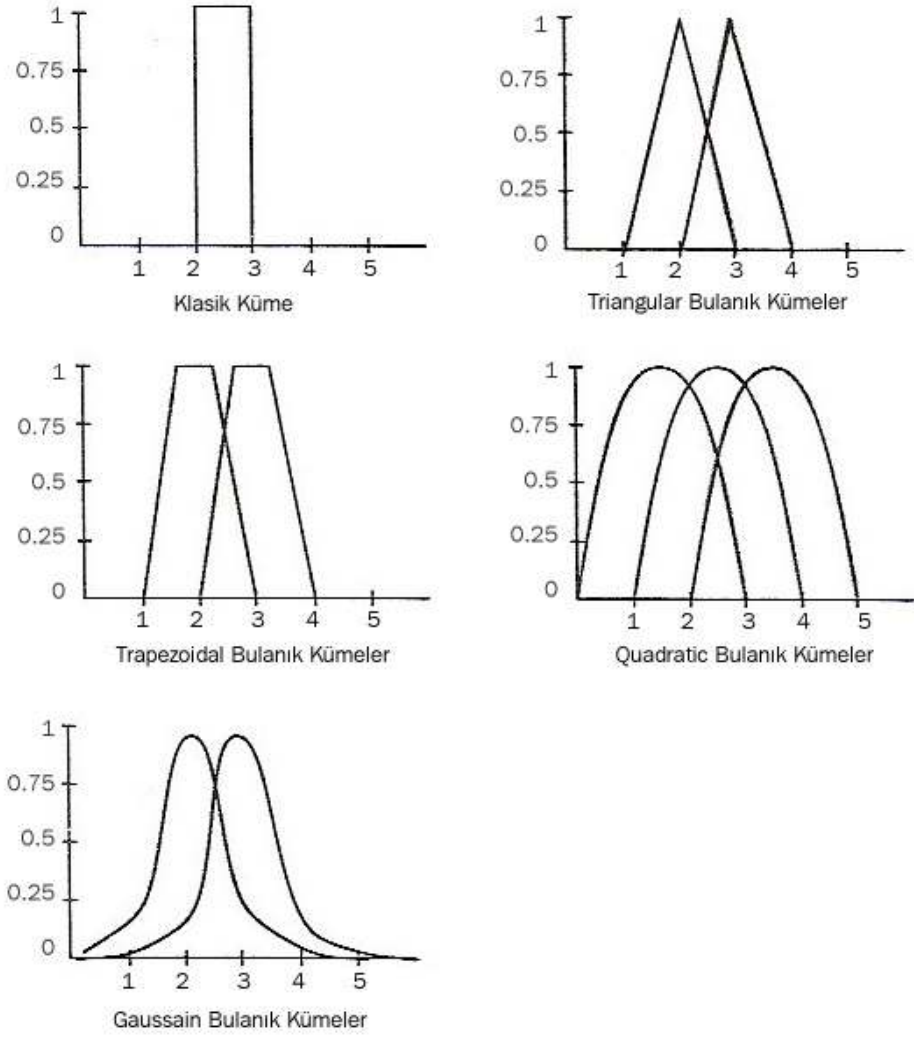
Bu fonksiyon Şekil 2.4'de görülmektedir.



Şekil 2.4: “SOĞUK” Dilsel Değişkeni İçin Örnek Bir Üyelik Fonksiyonu

Verilen bir A kümesi için tanımlanan üyelik fonksiyonu sınırdan büyük değer üreten tüm a elemanlarını içeren altkümeyle *A'nın dayanağı* denir. Eğer bir kümenin dayanağı sonlu bir aralık içerisinde kalıyorsa o kümeye sıkı dayanaklı denir.

Uygulamaların birçoğunda üyelik fonksiyonunun, örnekte verilen YAKIN gibi basit bir şekilde olmayacağını ortadadır. Üyelik fonksiyonlarının alabileceği bazı temel şekiller Şekil 2.5'de görülmektedir (Doyle, 1997, s.18). Şekilde üyelik fonksiyonları verilen kümelerden Gaussian bulanık küme dışında kalanların tümü sıkı dayanaklıdır.



Şekil 2.5: Bulanık Küme Üyelik Fonksiyonlarının Değişik Şekilleri (Doyle, 1997)

Şu ana kadar ele aldığımız tüm üyelik fonksiyonları tek bir kritere dayalı olmasına rağmen, bu her durumda böyle değildir. SOĞUK örneğini göz önüne alalım. Bu örnekte üyelik fonksiyonu sadece havanın sıcaklık değerine göre belirlenmiş olmasına rağmen, bu fonksiyon oluşturulurken, hem sıcaklık değeri ve hem de ortam ısıısının değişme hızı dikkate alınabilirdi. Bu şekilde sıcaklık değeri ve sıcaklık değişimi hızı için üyelik fonksiyonu ortaya çıkmış olurdu. Buna genellikle iki boyutlu üyelik fonksiyonu ya da bulanık ilişki denir. Daha karmaşık durumlarda üyelik fonksiyonu farklı uzaylardan alınan kriterlere de bağlı olabilir.

Üyelik fonksiyonu belirleme metodları ve bunu yaparken ele alınacak faktörler konusunda birçok araştırma yapılmıştır (Leon, Liern ve Vercher, 2002).

Bulanık Küme Özellikleri

Bulanık kümeleri açıklamada ve karşılaştırmada kullanılan bazı özellikler şu şekilde tanımlanmıştır (Bouchon, 1997):

X uzayında f_A üyelik fonksiyonu ile tanımlanan A bulanık kümesini ele alalım ($f_A : X \rightarrow [0,1]$). Bu durumda A kümesine ilişkin;

$$\text{- dayanak: } \text{supp}(A) = \{x \in X / f_A(x) \neq 0\} \quad (2.19)$$

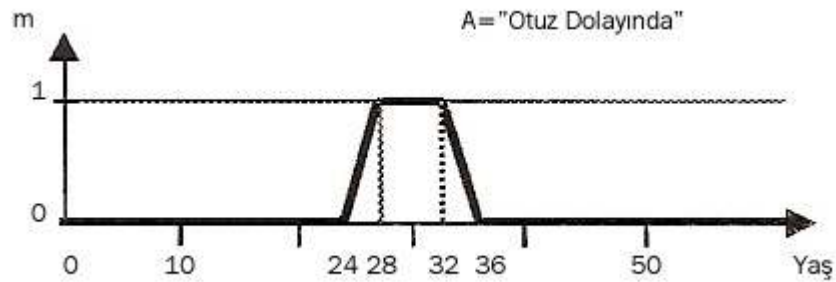
$$\text{- yükseklik : } h(A) = \sup_{x \in X} f_A(x) \quad (2.20)$$

- çekirdek : $\text{ker}(A) = \{x \in X / f_A(x) = 1\}$. Çekirdeği boş olmayan (ve dolayısıyla yüksekliği 1 olan) kümeler normalize kümeler olarak anılır. (2.21)

$$\text{- kardinallik : } |A| = \sum_{x \in X} f_A(x) \quad (2.22)$$

X uzayına ait tüm bulanık altkümeleri içeren küme $F(X)$ şeklinde gösterilir. Ayrıca, X uzayına ait tek bir a elemanı için $f_A(a) = 1$ ve bunun dışında kalan tüm x'ler için $f_A(x) = 0$ şartlarını sağlayan A bulanık kümesine *tekil küme* denir.

Şekil 2.6'da gösterilen sürekli üyelik fonksiyonuna ilişkin A kümesi için, $\text{Ker}(A)=[28, 32]$, $\text{supp}(A)=[24, 36]$, $h(A)=1$ 'dir.



Şekil 2.6: Örnek Bir Bulanık Küme

Zadeh'nin gösterim şeklinde, ayırık r elemana sahip bir bulanık A kümesi,

$$A = \frac{a_1}{f_A(a_1)} + \frac{a_2}{f_A(a_2)} + \dots + \frac{a_r}{f_A(a_r)} \quad (2.23)$$

şeklinde gösterilir.

Bulanık Küme İşlemleri

Bulanık küme teorisi, klasik küme teorisinin genelleştirilmiş bir şekli olarak görülebilir. Bu nedenle, bulanık küme işlemlerini tanımlarken, X uzayının klasik altkümeleri arasında var olan ilişkilerin genişletilmesi yeterli olacaktır.

A ve B kümeleri, X uzayının bulanık altkümeleri olsun. Bu iki küme, sadece ve sadece,

$$\forall x \in X, \quad f_A(x) = f_B(x) \quad (2.24)$$

ise birbirine eşittir. B 'nin A 'yı içermesi ($A \subseteq B$ şeklinde gösterilir) ise sadece aşağıdaki ifadenin doğru olması durumunda doğrudur:

$$\forall x \in X, \quad f_A(x) \leq f_B(x) \quad (2.25)$$

İçerme özelliği, bir bakıma bulanık kümeler arasında bir sıralama ilişkisi de belirtir. Bu şekilde düşünülecek bir sıralama ilişkisinde, en küçük küme boş küme ($\forall x \in X, f_A(x) = 0$) ve en büyük küme de uzayının kendisidir ($\forall x \in X, f_A(x) = 1$).

Temel Tanımlar

$C = A \cap B$ şeklinde gösterilen, A ile B kümelerinin kesişimi aşağıdaki üyelik fonksiyonu ile tanımlıdır:

$$\forall x \in X, \quad f_C(x) = \min(f_A(x), f_B(x)) \quad (2.26)$$

$D = A \cup B$ şeklinde gösterilen, A ile B kümelerinin birleşimi şu üyelik fonksiyonu ile tanımlıdır:

$$\forall x \in X, \quad f_D(x) = \max(f_A(x), f_B(x)) \quad (2.27)$$

Burada belirtilen f_C ve f_D fonksiyonları için literatürde farklı alternatifler de önerilmiştir.

Klasik kümelerde kesişim ve birleşim için tanımlanan özellikler bulanık kümelerde de geçerlidir:

$\cup$ ve $\cap$ 'de birleşme özelliği:

$$(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C) \quad (2.28a)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad (2.28b)$$

$\cup$ ve $\cap$ 'de değişme özelliği

$$A \cup B = B \cup A \quad (2.29a)$$

$$A \cap B = B \cap A \quad (2.29b)$$

$$A \cup \phi = A \quad (2.30)$$

$$A \cup X = X \quad (2.31)$$

$$A \cap \phi = \phi \quad (2.32)$$

$$A \cap X = A \quad (2.33)$$

$$A \cup B \supseteq A \supseteq A \cap B \quad (2.34)$$

Dağılma özelliği

$$A \cap (B' \cup B'') = (A \cap B') \cup (A \cap B'') \quad (2.35a)$$

$$A \cup (B' \cap B'') = (A \cup B') \cap (A \cup B'') \quad (2.35b)$$

$$|A| + |B| = |A \cap B| + |A \cup B| \quad (2.36)$$

Açık fark A bulanık kümesinin tümleyeninin (complement) alınmasında ortaya çıkmaktadır. X üzerinde tanımlanan A bulanık kümesinin tümleyeni A^C , aşağıdaki şekilde tanımlıdır:

$$\forall x \in X, f_A^C(x) = 1 - f_A(x) \quad (2.37)$$

Bu şekilde bir tanımlama yine de klasik kümeler için verilen birçok özelliği korumaya devam eder:

$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C \quad (2.38)$$

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C \quad (2.39)$$

$$(A^C)^C = A \quad (2.40)$$

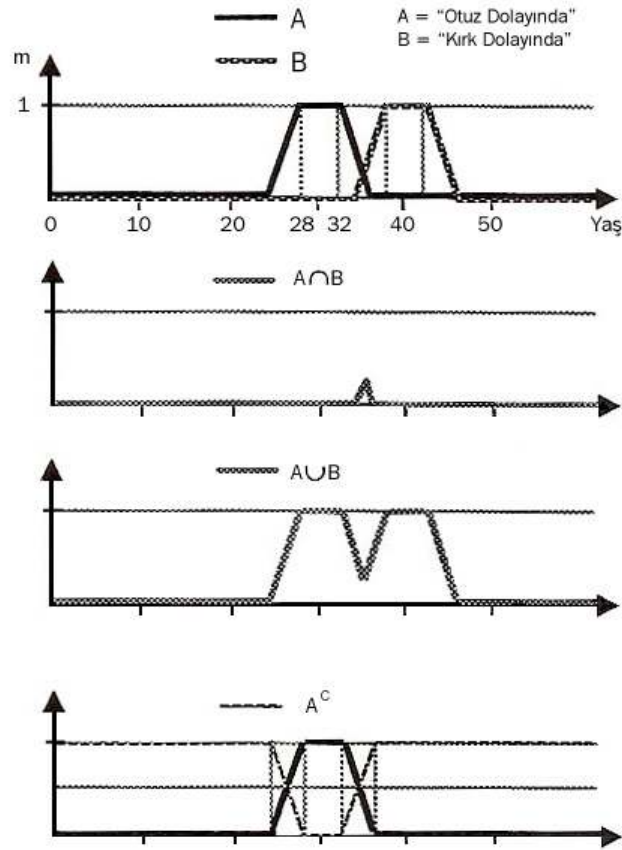
$$|A| + |A^C| = |X| \quad (2.41)$$

Bulanık kümeler ile klasik kümeler arasındaki en büyük fark bir küme ile o kümenin tümleyeni arasında tanımlanan ilişkilerde ortaya çıkar. Zaten bulanıklık burada ortaya çıkar:

$$A^c \cap A \neq \emptyset \quad (2.42)$$

$$A^c \cup A \neq X \quad (2.43)$$

Bulanık kümeler arasında tanımlanan temel işlemlerin (kesişim ve birleşim) ortaya çıkardığı yeni kümeye ait üyelik fonksiyonlarının ne şekilde olabileceği Şekil 2.7'de görülmektedir. Şekilde ayrıca, bir küme ile bu kümenin tümleyenin kesişiminin nasıl olup da boş küme olmadığı görülmektedir.

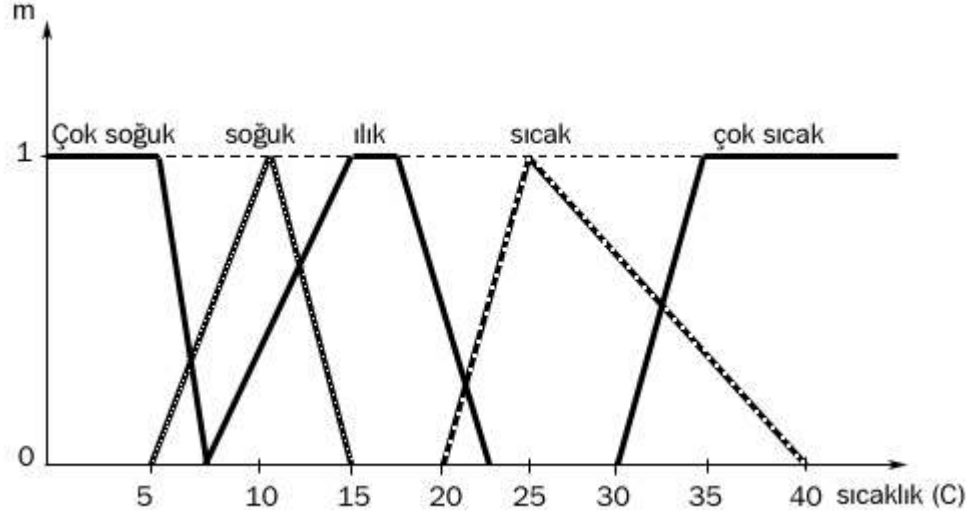


Şekil 2.7: Bulanık Kümeler Üzerinde Temel İşlemler

Dilsel Değişkenler

Bulanık mantığı oluşturan temel yapı taşlarından biri dilsel değişkenlerdir. Burada, aynı nesneye ya da özelliğe ilişkin birden fazla subjektif kategori birleştirilir. Örneğin hava sıcaklığını ele almamız durumunda, 'çok sıcak'ın yanında, 'sıcak', 'ılık', 'soğuk' ve 'çok soğuk' da bulunacaktır. Bunlara *dilsel terimler* denir bir *dilsel*

değişkenin (linguistic variable) olası değerlerini sergilerler. Şekil 2.8, 'hava sıcaklığı' dilsel değişkeninin olası değerlerini ve bu değerlerin üyelik fonksiyonlarının şekillerini birlikte göstermektedir.



Şekil 2.8: ‘Hava Sıcaklığı’ Dilsel Değişkenine Ait Olası Değerler Ve Üyelik Fonksiyonları

Dilsel değişkenler, gerçek değerleri dilsel değerlere dönüştürürler. Bu örnekte, 'hava sıcaklığı' dilsel değişkeni, santigrat cinsinden verilen hava sıcaklığını dilsel bir açıklamaya dönüştürür. Bu tür bir dönüşmede, 35 °C hava sıcaklığı, "çok sıcak" dilsel değişkeninin tam ifade ettiği aralığın başlangıcı olarak tanımlanır.

Dilsel Niteleyiciler

Dilsel Niteleyici (Linguistic Modifier, Linguistic Hedge), bir dilsel değişkenin anlamını değiştiren ve dolayısıyla üyelik fonksiyonunda modifikasyona neden olan sıfatlardır.

Literatürde, dilsel değişkenler ile birlikte kullanılabilir; “az, çok, aşağı yukarı, yaklaşık olarak, dolayında” gibi çok sayıda niteleyici tanımlanmıştır (Wang 1997, Bouchon 1997).

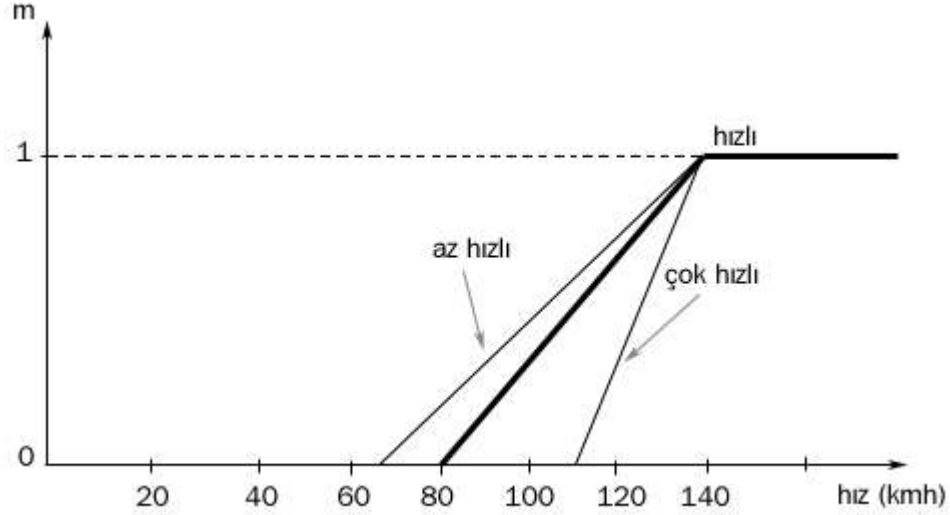
$m(x)$; dilsel gösterim x 'in üyelik fonksiyonu olsun;

Çok X ; $m(\text{çok } x) = m^2(x)$

Aşağı Yukarı X ; $m(\text{aşağı yukarı } x) = m^{1/2}(x)$

şeklinde formülize edilebilir.

Şekil 2.9’da “hızlı” sözcüğünün başına “az” ve “çok” niteleyicileri konulduğunda üyelik fonksiyonunun ne şekilde değişeceği gösterilmiştir. Şekilde gösterilen örnekte niteleyiciler için farklı fonksiyonlar kullanılmıştır.



Şekil 2.9: Dilsel Niteleyicilerin Üyelik Fonksiyonu Üzerindeki Değiştirici Etkisi

Niteleyiciler genel olarak anlamı güçlendiren (“çok” gibi), zayıflatıcı (“aşağı yukarı” gibi) ve kaydıran niteleyiciler olarak gruplandırılabilir.

Niteleyiciler ile daha fazla bilgi için Bouchon-Meunier ve Jia (1992) ile Cock ve Kerre (2003)’ye bakılabilir.

Bulanık Mantık İşlemleri

Tümleyen (negation), ve (and), veya (or) ve ise (implication) lojik operatörleri bulanık mantıkta da tanımlanmıştır (Ross, 1995, s.198). Bir X uzayında tanımlı A ve B kümeleri ile ilgili olarak ortaya konan sırasıyla P ve Q önermelerini alalım (P önermesi ele alınan bir elemanın A kümesine dahil olduğunu, Q önermesi de elemanın B kümesine dahil olduğunu söyler). $T(P)$, P önermesinin doğruluk derecesini göstersin $T(P)=f_A(x)$. Bu durumda,

$$\text{Tümleyen: } T(\neg P)=1-T(P) \quad (2.44)$$

Veya $P \vee V : x \in A \text{ veya } B$

$$T(P \vee V)=\max(T(P), T(Q)) \quad (2.45)$$

Ve $P \wedge V : x \in (A \text{ ve } B)$

$$T(P \wedge V)=\min(T(P), T(Q)) \quad (2.46)$$

İse (implication) [Zadeh, 1973]

$$P \rightarrow Q : x \in A \text{ ise } x \in B$$

$$T(P \rightarrow Q) = T(\neg P \vee Q) = \max(T(\neg P), T(Q)) \quad (2.47)$$

Operatörler için burada verilenler dışında farklı fonksiyonlar da tanımlanmıştır. Bunlara sonraki bölümlerde detaylı olarak yer verilecektir.

Bulanıklık ve Belirsizlik

Görüldüğü gibi, Bulanık Mantık ve Bulanık Kümeler teorileri, belirsizliğin ‘belirsiz olmayan’ bölümlerini ele almada yeterli teoriye ve araçlara sahiptir.

Bulanık Kümeler, Aristo’dan bu yana alışlagelen “olma ya da olmama” mantığını kırarak bir kümeye tam ait olmayan, bunun yanında kümenin tamamen dışında da kalmayan üyeler kabul ederek bir derecelendirme mantığı getirmiştir. Fakat unutulmaması gereken bir nokta, söz konusu elemanın, kümeye üye olma derecesinin gizli, bilinmez ya da bulunmaz olduğu değil, bir üyelik fonksiyonu ile gayet açık ve net bir şekilde belirlenmiş olduğudur. Örneğin 1.80 m ve daha büyük uzunluğa sahip insanların ‘tam üye’ olduğu ‘uzun insanlar’ kümesine 1.75 uzunluğa sahip olan bir kişinin hangi oranda üye olduğu sorusu, bu küme için önceden belirlenen bir üyelik fonksiyonu yardımıyla kolayca ve kesin olarak (precise) bulunabilir.

İkili lojik aleyhine getirdiği bu büyük yenilik yanında, Bulanık Mantık ve Bulanık Kümeler teorileri, asıl güçlerini subjektiviteyi ele almadaki başarılarından almaktadır.

Üyelik fonksiyonu belirleme konusunda ortaya koyduğu büyük serbestlik (bazıları bunu bir zaaf olarak görür), kullanıcının kendi bakış açısına ve subjektif değerlerine göre bir üyelik fonksiyonu belirlemesine olanak tanır. Böylece dilsel ifadeler dahil, daha önce modellere dahil edilemeyen birçok faktör Bulanık Kümeler Teorisi ile matematik modellere katılabilmektedir.

Bulanık Kümeler Teorisinde sunulan “üyelik fonksiyonu” kavramını, subjektif olasılığın değişik bir gösterimi veya oradan türetilmiş bir bilgi olarak gören bakış açısı da vardır (Hisdal, 1986; Cheeseman, 1986; Lavoilette ve Seamen, 1994). Ancak bu bakış Zadeh (1995) ve diğerleri tarafından eleştirilerek red edilmiştir.

Bir olayın Bulanık Kümeler Teorisi ile ele alınabilmesi için, olay ile ilişkili olan ve modelde kullanılması gereken hiçbir bilginin eksik olmaması gerekmektedir (Kosko,

1992). Bu nedenle Bulanık Mantık ve Bulanık Kümeler teorileri, bilginin eksik olduğu (incomplete) veya rastlantısal olduğu süreçler ile ilgili bir çözüm sunmamaktadır.

2.2.3 Kaba Kümeler Teorisi

Kaba Kümeler (Rough Sets), klasik kümelerin keskin ve net olma zorunluluğu dolayısıyla belirsizliğin bulunduğu bilgi ortamında yararsız kalmasından kaynaklanan olumsuzluğu ortadan kaldırmaya yönelik bir öneridir. Bakış açısı ve felsefi yorumu bakımından Bulanık Kümeler Teorisine benzese de, uygulama alanı ve yöntemi bakımından ondan ayrılır.

Zdzislaw Pawlak (1948) tarafından önerilen Kaba Kümeler, bir kümenin sınırlarının belirsiz, şüpheli ve çelişik olması durumunda kümeyi, belirli bir yöntemle tanımlanacak bir alt küme ve bir üst küme ile tanımlamaya dayanır. Bu alt küme ile üst küme arasında kalan bölge, probleme konu olan esas kümenin sınır bölgesini verir.

Temel Bakış Açısı

Kaba Kümeler, daha çok, eldeki örneklerin çeşitli nitelikleri (attribute) açısından incelenip sınıflandırılması ile oluşturulmuş bilgi tabloları için önerilir.

$$I = \{U, A\}$$

şeklinde tanımlanmış bir bilgi sistemine (nitelik-değer sistemi) sahip olalım. Burada;

U : Boş olmayan bir nesne kümesi

A : Boş olmayan bir nitelik kümesi

$a : U \rightarrow V_a$, $\forall a \in A$, V_a : a niteliğinin alabileceği değerler kümesi.

Kısaca bilgi tablosu, U evrenindeki her bir nesnenin her a niteliği için, bir V_a değeri veren tablodur.

Bu durumda herhangi bir $P \subseteq A$ kümesi için;

$$IND(P) = \{(x, y) \in U^2 \mid \forall a \in P, a(x) = a(y)\} \quad (2.48)$$

şeklinde tanımlanacak bir eşitlik ilişkisi kurulabilir.

Tablo 2.3: Örnek Bir Bilgi Tablosu: Bir Robotun, Çevresinde Bulunan Engel₁, Engel₂ Ve Hedef'in Konumuna Göre Davranışını Gösteren Bilgi Tablosu

	Engel ve Hedef Pozisyonları			Kararlar
	Engel ₁ Konumu	Engel ₂ Konumu	Hedef Konumu	Robot Davranışı
e ₁	Yakın	Yakın	Yakın	Engel ₁ 'den uzaklaş
e ₂	Yakın	Yakın	Uzak	Engel ₁ 'den uzaklaş
e ₃	Yakın	Yakın	Çok Uzak	Engel ₁ 'den uzaklaş
e ₄	Uzak	Yakın	Yakın	Hedef'e yaklaş
e ₅	Uzak	Uzak	Uzak	Hedef'e yaklaş
e ₆	Uzak	Yakın	Çok Uzak	Hedef'e yaklaş

Bir robotun; çevresinde bulunan 2 adet engel ile 1 adet hedef'in göreceli uzaklığı ile bu robota verilen (veya robotun ürettiği) emirlerin yer aldığı Tablo 2.3 örneğine bakalım. (Benzer bir başka örnek için bakınız; Pawlak ve diğerleri, 1995)

Burada

e₁, e₂, e₃, e₄, e₅, e₆: örnek kümesi (U)

Engel₁ Kon., Engel₂ Kon., Hedef Kon., Robot Davranışı: nitelik kümesi (A)

verilmiş ve her bir örnekte niteliklere çeşitli değerler atanmıştır. Örneğin Engel₁ Konumu niteliğinin değer kümesi {Yakın, Uzak} şeklindedir.

Önemli bir nokta olarak bu bilgi tablosunun özel bir “karar / kararlar” bilgisine sahip olması gerekmediği göz önüne alınmalıdır. Aslında burada yer verilen “Robot Davranışı” da bir niteliktir. Ancak bu örnek problemde bu alana ilişkin bilgiye ulaşmaya çalışılacağından dolayı bu nitelik özel olarak “Karar” şeklinde sınıflandırılın.

Bir bilgi kümesinde, bu şekilde verilen bir karar bilgisi varsa bu bilginin doğrudan çıkarım veya mantık ilişkisi ile bulunmuş olması gerekli değildir. Bu bilgiye gözlem veya uzman görüşü sonucu ulaşılmış olabilir. Zaten bilgi tablosunun amacı, niteliklerden bazılarını bakarak diğer nitelikler hakkında olası durumu ortaya koyacak bir tanım geliştirmektir.

Bilgi tablosunda e₁ durumunda Engel₁ Konumu “yakın” ve Engel₂ Konumu “yakın” gözlemlendiği, Hedef Konumunun “yakın” düzeyinde olduğu gözlemlenmiş ve herhangi bir şekilde Robot Davranışı için “Engel₁'den uzaklaş” sonucuna varılmıştır. Diğer durumlar da tabloda görülmektedir.

Şimdi burada

$$P = \{\text{Engel}_1 \text{ Konumu}, \text{Engel}_2 \text{ Konumu}\}$$

nitelik altkümesine göre, yukarıda verilen eşitlik ilişkisi tanımını dikkate alınarak durumlar (nesneler)

$$\{e_1, e_2, e_3\}$$

$$\{e_4, e_6\}$$

$$\{e_5\}$$

şeklinde gruplandırılabilir. Örneğin burada

$$e_4(\text{Engel}_1 \text{ Konumu}) = e_6(\text{Engel}_1 \text{ Konumu})$$

$$e_4(\text{Engel}_2 \text{ Konumu}) = e_6(\text{Engel}_2 \text{ Konumu})$$

olduğundan ve bu eşitlik her $a \in P$ için geçerli olduğundan **e_4 ile e_6 arasında ayırdedilmezlik ilişkisi (indiscernibility relation) vardır** denir. Ayırdedilmezlik ilişkisinin bir tür eşitlik ilişkisi olduğu açıktır.

Aralarında ayırdedilmezlik ilişkisi bulunan nesnelerin gruplandırılması ile oluşturulan yukarıdaki kümeler grubuna da, **temel kümeler** (elementary sets) denilir.

Herhangi sınırlı sayıda temel kümenin birleşimi ile oluşacak olan bir kümeye **tanımlanabilir küme** (definable set) denilir. Çünkü bu küme, temel kümeye esas olan P nitelikleri ve değerleri verilerek tanımlanabilmektedir.

Gereksiz Nitelikler ve İndirgenmiş Tablo

Ayırdedilmezlik ilişkisi ve temel kümeler kullanılarak bir bilgi tablosunda gereksiz niteliklerin var olup olmadığı ve hangileri olduğu saptanabilir.

$$P_1 \subset P_2 \subseteq A$$

şeklinde alınan iki P_1 ve P_2 nitelik kümesi ayırdedilmezlik ilişkisi açısından aynı temel kümeleri veriyorsa

$$P_3 = P_2 - P_1 \quad (2.60)$$

kümesinde yer alan nitelikler gereksiz (redundant, dispensable) niteliklerdir ve bilgi tablosundan (bilgi kümesinden) çıkarıldıkları takdirde herhangi bir anlam eksikliği oluşmayacaktır.

$$P_1 = \{\text{Engel}_1 \text{ Konumu}, \text{Engel}_2 \text{ Konumu}, \text{Hedef Konumu}\}$$

$$P_2 = \{\text{Engel}_1 \text{ Konumu}, \text{Hedef Konumu}\}$$

nitelik kümelerinin her ikisi de,

$$\{e_1\}$$

$$\{e_2\}$$

$$\{e_3\}$$

$$\{e_4\}$$

$$\{e_5\}$$

$$\{e_6\}$$

şeklinde temel kümeler üreteceklerinden, “Engel₂ Konumu” niteliğinin gereksiz olduğuna karar verilebilir. Bunun anlamı; (1) Engel₂’nin konumunun, örnekteki robotun davranışı üzerinde herhangi bir etkiye sahip olmadığı, (2) bu nedenle Engel₂’nin konumunu öğrenmek ve onu dikkate alarak kurallar türetmeye artık gerek kalmadığıdır.

Ayırdedilmezlik ilişkisinin; dolayısıyla hem temel kümelerin hem de gereksiz niteliklerin, bilgi tablosunda esas alınan karara veya durumsal niteliklere göre değişiklik göstereceği açıktır.

Bu şekilde belirlenen gereksiz niteliklerden arındırılmış bilgi tablosuna **indirgenmiş tablo** denir.

Bilgi Tablosunda Sonuç Üretme

Genel olarak bir nitelik veya kararın durumunu (konsept, kavram), öteki nitelikleri göz önüne alarak temel kümeler şeklinde ifade etmek mümkündür.

Örnekte {Robot Davranışı} konseptine göre, konseptin alabileceği ayırdedilmez farklı örnekleri gösteren kümeler

$$\{e_1, e_2, e_3\}$$

$\{e_4, e_5, e_6\}$

şeklindedir.

{Robot Davranışı} konseptini tanımlamak için bakıldığında, Tablo 2.4’de, bu konseptin {Engel₁ Konumu, Hedef Konumu} niteliklerine bağlı olduğu görülür. Bu niteliklerden hiç biri söz konusu konsept açısından *gereksiz* değildir.

(Engel₁ Konumu, Yakın) → (Robot Davranışı, Engel₁’den uzaklaş)

(Engel₁ Konumu, Uzak) → (Robot Davranışı, Hedef’e yaklaş)

Tablo 2.4: Ele Alınan Örneğe İlişkin İndirgenmiş Tablo

	Engel ve Hedef Pozisyonları		Kararlar
	Engel ₁ Konumu	Hedef Konumu	Robot Davranışı
e ₁	Yakın	Yakın	Engel ₁ ’den uzaklaş
e ₂	Yakın	Uzak	Engel ₁ ’den uzaklaş
e ₃	Yakın	Çok Uzak	Engel ₁ ’den uzaklaş
e ₄	Uzak	Yakın	Hedef’e yaklaş
e ₅	Uzak	Uzak	Hedef’e yaklaş
e ₆	Uzak	Çok Uzak	Hedef’e yaklaş

Bilgi Tablosunda Çelişki Bulunması Durumu

Tablo 2.4’in, yeni örnekler e₇ ve e₈ ile genişletilerek Tablo 2.5’in oluşturulduğunu düşünelim.

Tablo 2.5: Çelişki İçeren Bilgi Tablosu

	Engel ve Hedef Pozisyonları		Kararlar
	Engel ₁ Konumu	Hedef Konumu	Robot Davranışı
e ₁	Yakın	Yakın	Engel ₁ ’den uzaklaş
e ₂	Yakın	Uzak	Engel ₁ ’den uzaklaş
e ₃	Yakın	Çok Uzak	Engel ₁ ’den uzaklaş
e ₄	Uzak	Yakın	Hedef’e yaklaş
e ₅	Uzak	Uzak	Hedef’e yaklaş
e ₆	Uzak	Çok Uzak	Hedef’e yaklaş
e ₇	Yakın	Yakın	Hedef’e yaklaş
e ₈	Uzak	Çok Uzak	Engel ₁ ’den uzaklaş

Tabloda, e_1 ve e_7 örneklerinde nitelik durumlarının aynı olmasına rağmen kararın farklı olduğu görülmektedir. Benzer durum e_6 ve e_8 'de de vardır. Dolayısıyla tablo çelişkili bilgiler içermektedir.

$\{\text{Engel}_1 \text{ Konumu}, \text{Hedef Konumu}\}$ nitelikleri bağlamında ayırılabilirlik eşitliği açısından oluşturulacak temel kümeler:

$$\{e_1, e_7\}$$

$$\{e_2\}$$

$$\{e_3\}$$

$$\{e_4\}$$

$$\{e_5\}$$

$$\{e_6, e_8\}$$

$\{\text{Robot Davranışı}\}$ kararına göre belirlenecek konseptler (Robot Davranışı 'nın alabileceği olası değerlere göre)

$$\{e_1, e_2, e_3, e_8\}$$

$$\{e_4, e_5, e_6, e_7\}$$

şeklindedir. Görüldüğü gibi temel kümeler $\{e_1, e_7\}$ ve $\{e_6, e_8\}$ hiçbir konsepte yer almamaktadır. Buradan $\{\text{Robot Davranışı}\}$ kararının $\{\text{Engel}_1 \text{ Konumu}, \text{Hedef Konumu}\}$ niteliklerine bağlı olmadığı ve salt bu nitelikler ile tanımlanamayacağı sonucu çıkar.

Bilgideki çelişki; bilginin toplanma metodu, yorum farkı, subjektivite, rastlantısallık gibi birçok nedenden kaynaklanmış olabilir.

Kaba Küme

Kaba Kümeler, bu tür çelişkili bilgi yığnında tanımlama yapılırken ortaya çıkan problemi çözmemiz için bir metot olarak sunulmaktadır.

Herhangi bir $X \subseteq U$ hedef kümesini (konsept) P nitelik kümesine göre tanımlamaya çalışırken, çelişkili nesnelerden dolayı bunu yapmak mümkün olmayacaktır. Bu durumda;

$$\underline{P}X = \{x \mid [x]_P \subseteq X\} \quad (2.49)$$

$$\overline{PX} = \{x \mid [x]_P \cap X \neq \emptyset\} \quad (2.50)$$

$[x]_P$: P nitelik kümesine oluşturulmuş herhangi bir temel küme.

şeklinde tanımlanacak $\underline{PX}$ ve $\overline{PX}$ kümeleri X konsepti ile ifade edilen bilgiyi tanımlayacaktır.

$\underline{PX}$ 'e **alt yaklaşık** denilir ve tüm elemanları X konseptine dahil olan temel kümelerin birleşimini ifade eder.

$\overline{PX}$ 'e **üst yaklaşık** denilir ve herhangi bir elemanı X konseptine dahil olan temel kümelerin birleşimini ifade eder.

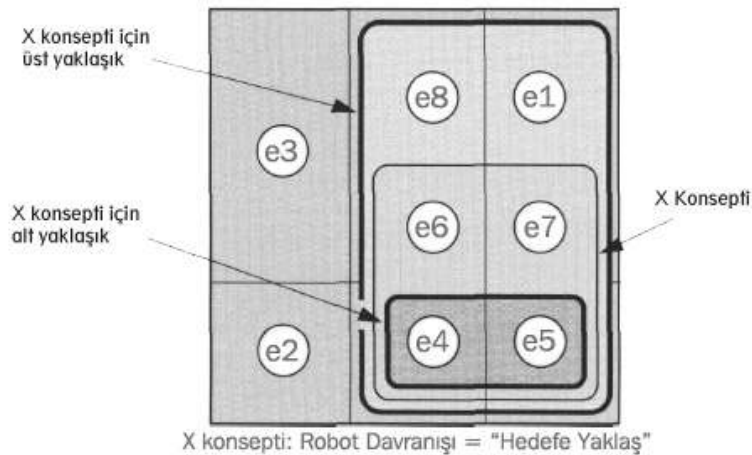
Açıkça; bu alt yaklaşık ve üst yaklaşık kümeler ile; X konseptinin (kümesinin) kaba sınırlarının belirlenmiş olduğu görülmektedir. X kümesinin sınır çizgisi (bölgesi) $\underline{PX}$ ile $\overline{PX}$ arasında kalan bölgedir.

$\underline{PX}$ kümesine ait olan nesneler X konseptine (kümesine) dahil olan ve bu konuda kuşkunun var olmadığı nesnelerdir; bu bölgeye **pozitif bölge** adı verilir.

$\overline{PX} - \underline{PX}$ kümesine ait olan nesneler X konseptine dahil olup olmadığı kuşkulu (çelişkili örneklerden dolayı) olan nesnelerdir ve bu bölgeye **sınır bölgesi** adı verilir.

$U - \overline{PX}$ kümesine ait olan nesneler ise, X konseptine dahil olmadığı kuşkuya yer olmayacak kadar kesin olan nesnelerdir ve bu bölgeye **negatif bölge** adı verilir.

Yukarıdaki örnek için pozitif bölge, sınır bölgesi ve negatif bölge Şekil 2.10'da görülebilir.



Şekil 2.10: X Konsepti İçin Alt Yaklaşık Ve Üst Yaklaşık Kümeler

Söz konusu bölgelerde yer alan nesnelerin X kümesine ait olma olasılıklarını belirlemek gerekirse;

$$p(\underline{P}X) = 1$$

$$0 < p(\overline{P}X - \underline{P}X) < 1$$

$$p(U - \overline{P}X) = 0 ,$$

olacaktır.

Kaba Kümenin Kesinliği

Bir kaba küme için, alt yaklaşık veya üst yaklaşık için bir sınırlama bulunmamaktadır. $\underline{P}X = \emptyset$ veya $\overline{P}X = U$ şeklinde sınır değerlere sahip olabilirler.

Bu nedenle tüm kaba kümelerin sınır bölge ve pozitif bölgeleri çeşitli büyüklükte olabilir ve bu iki bölgenin durumu bize kaba kümenin ne denli kesin olduğu hakkında bilgi verir. Bir kaba küme için hesaplanacak

$$\alpha_p(X) = \frac{|\underline{P}X|}{|\overline{P}X|} \quad (2.51)$$

değerine **kümenin kesinliği** (accuracy) denilir ve kaba kümenin hedef konsepti ne derece iyi net ifade ettiğini gösterir.

Her zaman için

$$\underline{P}X \subseteq \overline{P}X \quad (2.52)$$

olduğundan;

$$0 \leq \alpha_p(X) \leq 1 \quad (2.53)$$

olacaktır.

Eğer X kümesi klasik bir küme ise (sınır bölgesi boş küme ise):

$$\underline{P}X = \overline{P}X \quad (2.54)$$

$$\alpha_p(X) = 1 \quad (2.55)$$

Öte yandan U uzayı üzerinde P nitelik kümesine göre elde edilecek olan temel kümeler R_i ($i=1..m$) ise, bu U,P çifti ile ifade edilen bilgi kümesindeki belirsizlik ölçüsü

$$G(R) = - \sum_{i=1}^m \frac{|R_i|}{|U|} \log_2 \frac{|R_i|}{|U|} \quad (2.56)$$

ve U,P ile ifade edilen bilgi yığınının entropisi

$$E(R) = \sum_{i=1}^m \frac{|R_i|}{|U|} \left(1 - \frac{|R_i|}{|U|} \right) \quad (2.57)$$

şeklinde hesaplanır (Liang ve diğerleri, 2002).

Tanımlanabilirlik

Alınan bir P nitelik kümesi için X konseptinde

- $\underline{P}X = \overline{P}X$ ise, bu durumda “X hedef kümesi, P nitelikleri bağlamında **tanımlanabilir**” (definable) denilir.
- $\underline{P}X \neq \overline{P}X$ ise, bu durumda “X hedef kümesi, P nitelikleri bağlamında **tanımlanamaz**” (non-definable) denilir.

Bu kavram için bazı sınır durumları:

$\underline{P}X \neq \phi$ ve $\overline{P}X = U$ ise; X kümesine “içsel tanımlanabilir” (internally definable) denilir; bazı nesnelerin X kümesine ait olduğu kesin olarak bilinmekte kalan diğer tüm nesnelerin durumu ise şüphelidir.

$\underline{P}X = \phi$ ve $\overline{P}X \neq U$ ise; X kümesine “dışsal tanımlanabilir” (externally definable) denilir; bazı nesnelerin X kümesine ait olmadığı kesin olarak bilinmekte kalan diğer nesnelerin durumu şüphelidir.

$\underline{P}X = \phi$ ve $\overline{P}X = U$ ise; X kümesine “tam tanımlanamaz” (totally non-definable) denilir; X kümesine ait olduğu veya ait olmadığı kesin olarak bilinen herhangi bir nesne bulunmamakta ve nesnelerin tamamının durumu şüphelidir.

Kaba Kümeler İlgili Çalışmalar ve Uygulama Alanları

Kaba kümelerin temel felsefesi ve matematiksel teorik alt yapısı ile ilgili daha fazla bilgi için Pawlak (1991); Pawlak, Grzymala-Busse, Slowinski ve Ziarko (1995); Liang ve diğerleri (2002); Yao (2003); Bazan, Son ve Szczuka (2004) bakılabilir.

Kaba Kümeler Teorisi, birçok uygulama alanına sahiptir. Mühendislik uygulamaları, modelleme, meteoroloji, görüntü işleme, ses tanıma, sistem tasarımı, karakter tanıma, karar analizi gibi alanların yanında; ilaç sanayi, kimya sanayi, bankacılık, pazar araştırması gibi alanlara ilişkin problemlerin çözümünde yararlı olabilmektedir (Ziarko ve diğerleri, 1994).

Kaba Kümeler Teorisinin bugünkü durumu ve geliştirilebilecek yönleri ile ilgili geniş bilgi için Curry (2003)'ye bakılabilir.

Kaba Kümeler ve Belirsiz Bilgi

Kaba Kümeler'in yukarıda belirtilen teorik modeline bakıldığında; bu teorinin aşağıda sıralanan konularda oldukça yararlı olacağı açıktır:

- i. Makine Öğrenmesi
- ii. Veri İndirgeme (Bir bilgi tabanında yer alan gereksiz bilgilerin elenerek sadeleştirme yapılması)
- iii. Verilerin birbiriyle ilişkili olup olmadığını anlama
- iv. Verinin (örneklerin) sınıflandırılması
- v. Veri kümesinde sebep-sonuç ilişkileri kurulması

Kaba Kümeler, teorinin önerildiği tabanın bir gereği olarak; bilgi tablosu şeklinde ifade edilen bilgi kümeleri üzerinde yapılacak her türlü operasyon için yararlı bir araç olarak kullanılabilir. Uygulama alanını derinleştirmek üzere Probabilistik Yaklaşım (Yao, 2003) ile ilgili çalışmalar yapılmıştır.

Ancak bu teorinin, “bilgi tablosunda, bilgi kümesinde veya kural yığnında çelişki” dışında kalan belirsizlikler için herhangi bir çözümü bulunmamaktadır.

Kaba Kümeler'in yaratıcısı olan Pawlak, bu teoriyi bilim dünyasında Bulanık Kümeler'in yaptığı tarzda bir etki oluşturacak büyük bir atılım olarak lanse etmekte ve “Her ne kadar birbirine benzer olsalar da Kaba Kümeler ile Bulanık Kümeler

yarışan veya birbirine alternatif olan teoriler değil; birbirini tamamlayan teorilerdir” demektedir (Pawlak ve diğerleri, 1995).

Oysa; en azından çelişkili bilgi tablosuna yönelik alt yaklaşık ve üst yaklaşık kümelerin kendileri ve ara bölge bile Kaba Kümeler olmaksızın yalnızca Bulanık Kümeler kullanılarak tanımlanabilir. Üstelik Kaba Kümeler ara bölge (kümenin sınır bölgesi) üzerinde yer alan nesnelerin üyelik derecesi hakkında bilgi vermezken Bulanık Kümeler bu bilgiyi de sağlamaktadır.

Curry (2003), Kaba Kümeler Teorisinin en önemli yararlarından olan “gereksiz niteliklerin ayıklanması” işleminin bazı durumlarda hesaplanması ve sonuçlandırılması imkansız olabileceğini belirtir.

Sonuç olarak Kaba Kümeler’in klasik küme anlayışı dışına çıkıp çelişkili veya şüpheli durumlarda kullanılabilecek yararlı bir küme teorisi olduğu ve fakat bunun dışında kalan belirsizlik durumları için genel bir çözüm sunmadığını söylenebilir.

2.2.4 İlkdeğer Muhakemesi

İlkdeğer muhakemesi (Default Reasoning), doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında bilgi kümesinde başkaca bir kanıt olmaksızın bazı gerçek veya kuralların peşinen kabul edilmesidir.

İnsan sağduyusu sonuca kestirmeden gider. Örneğin, bir insan soğuk bir kış günü kırdan gezerken bir evin bacasından çıkan dumanı gördüğünde, kendilerini görmese seslerini işitmese ve evde ışık yanmıyor olsa bile bu evde bazı kişilerin yaşamakta olduğunu ve ısınmak için soba benzeri bir ısıtma aracını yakmış olduklarını düşünecektir. Eğer bundan kuşku duyuyorsak; her bacası tüten evi gördüğümüzde terkedilmiş bir evin yanmakta olduğunu düşünerek İtfaiye’ye haber vermemiz ve evi kontrol etmemiz gerekecektir.

Olasılık teorisi, tabii ki, “yüksek bir olasılıkla evde birilerinin ısınmakta olduğunu, evde yangın olma olasılığının çok az olduğunu” öne sürecektir.

Diğer tarafta sağduyu veya altıncı his bazı durumlarda bazı doğru ve yanlışları otomatikman var sayar. Bu nedenle elde aksi yönde kesin kanıtlar bulunmadığında, “evdekilerin ısınmak için soba yaktığı” sonucuna doğal olarak varılmaktadır.

Eğer bunun böyle olmadığını ispatlayacak veya güçlendirecek somut kanıtlar elde edilirse –evin bir penceresinden dumanların tütüyor olması veya ev sahibinin elinde

bir hortumla dışarıdan içeriye su sıkıyor olması gibi– peşinen kabul edilen sonuç, yeni kanıtlar doğrultusunda değiştirilecektir.

Bu tür bir muhakeme "monotonik olmama" (nonmonotonicity) davranışı göstermektedir çünkü zamanla yeni deliller ortaya çıktıkça bilgi kümesi monotonik olarak büyümektedir.

İlkdeğer Muhakemesi (default reasoning), klasik mantığın daha önce sözü edilen "tüm olası durumları göz önüne alamama" problemini bir bakıma çözüyor gibi görünse de beraberinde yeni problemler de getirir. İşte "ilkdeğer muhakemesi" yönteminin zayıf kaldığı noktalar: (Russel ve Norvig, 1995, s.459-460)

- i. İlkdeğer kuralının anlamsal (semantik) durumu nedir? Eğer "otomobiller dört tekerlekli" önermesi yanlış ise, bunun bir veri tabanında bulunması ne anlama gelir? Sahip olunabilecek iyi bir default kurallar kümesi nasıl belirlenecektir? İlkdeğer muhakemesi bu sorulara doyurucu yanıtlar veremediği sürece, modüler bir sistem olamayacak ve yeterli bir bilgi mühendisliği metodolojisi geliştirmek zor olacaktır.
- ii. Eğer koşullar, birbirine tamamen ters sonuçlara sahip iki default kuralı ortaya koyarsa durum ne olacaktır? Bazı durumlarda bu sorun, default kurallara öncelik numaraları vermekle kısmen çözülebilir.
- iii. Kararlar verilirken default durumunda olan bilgiler nasıl kullanılmalı? Bu belki de ilkdeğer muhakemesine yöneltilen en zor sorudur. Kararlar alınırken bazen birini ötekine değiştirmek durumunda kalınır, bu nedenle değişik hareketlerin getirilerindeki ağırlığı karşılaştırmaya gerek vardır. Ardı ardına aynı türde kararların verileceği durumlarda, ilkdeğer kurallarına "eşik olasılığı" muamelesi yapılabilir. Örneğin, "Frenlerim her zaman sağlamdır" ilkdeğer kuralı gerçekte şu anlama gelir: "Başka herhangi bir bilginin olmaması durumunda, frenlerimin sağlam olması olasılığı, frenleri kontrol etmeden arabamı sürmeyi benim için iyi karar yapacak derecede yüksektir." Genel durumda bir değişiklik olduğunda -örneğin, tamamen yüklü bir ağır vasıta yokuş aşağı sürülürken- frenlerle ilgili bir problemin varlığını gösteren başka bir delil olmasa dahi, default kural geçersiz olur.

Bugüne kadar, ilkdeğer muhakemesi sistemi bu sorunların tümünün üstesinden gelememiştir (Russel ve Norvig, 1995, s.459-460).

2.2.5 Dempster-Shafer Teorisi

Dempster - Shafer teorisi *olasılık* ve *bilgisizlik* (ignorance) arasındaki boşluğu doldurmak için Dempster'in (1967) önerisinin Shafer (1976) tarafından geliştirilmesi ile ortaya konulmuştur. Temel mantığı birbirinden tamamen bağımsız her bir olayın (atomik olaylar) olasılığını hesaplamak yerine, kanıtların olayları desteklemesinden yola çıkılarak bir aralığın veya olaylar kümesinin toplu olasılığını hesaplamaya dayanır (Wang, 1997, s.397).

Olasılık Teorisi bir durumdaki beklenen tüm bağımsız olayların her birinin olasılıklarının belirlenmiş olmasını öngörür. Gerçekleşmesi ile ilgili herhangi bir bilginin elde var olmadığı (ignorance, incompleteness) olaylar kümesi için klasik uygulamada tüm olayların olasılığı eşit kabul edilerek işlem yapılır.

Önceki örnekte belirtilen üniversite portalı arızası probleminde; portal arızası 3 farklı nedenden (DNS Server arızası, DB Server arızası ve Web Server arızası) kaynaklanıyor ve bu kaynaklarda arıza oluşma olasılığı ilgili ne geçmişten gelen bir sıklık analizi ne de zayıf da olsa bir uzman görüşü yoksa; portal arızalandığında bu nedenlerden herhangi birinden kaynaklanıyor olma olasılığı 1/3 olarak alınır.

Geçmişte oluşan arızalarla ilgili yapılan incelemede, portal probleminin 0.5 sıklıkla DB Server arızasından kaynaklandığı görülmüş, ama geri kalan 0.5 sıklığa sahip arızaların öteki 2 nedenden hangisinden ne ölçüde etkilendiği bilinmiyor olsun. Bu durumda Olasılık Teorisi'nin temelinde var olan toplam 1 kuralı gereği kalan iki kaynağın arızaya neden olma olasılığı 0.5 alınır ve paylaşım konusunda elde hiçbir bir bilgi bulunmadığından dolayı olasılık değeri DNS Server arızası için 0.25 Web Server arızası için 0.25 olarak atanır.

Olasılık Teorisinin bir diğer önemli önermesi ise; bir olayın olasılığı $[p(A)]$ biliniyor ise bu olayın olmaması olasılığının buradan çıkartılabileceğidir $[1-p(A)]$.

Klasik bakış açısı, olasılık değeri atamak için yeterli olacak düzeyde bilginin bulunmaması, eldeki bilginin kesin olmaması (nonspecific), şüpheli veya çelişkili olması durumlarında etkisiz kalmaktadır

Bir değer aralığına veya kümenin tümüne olasılık değeri verme esasına dayanan Dempster bakış açısının temel özellikleri (Sentz ve Ferson, 2002):

- i. Bir uzmandan ve deneyden kesin olasılık bilgisi elde edilmesi mümkün değilse bu bilginin alınmasının gerekli olmaması. Olasılık değerinin varsayımlara dayalı olarak türetilmemesi.
- ii. Hakkında hiçbir bilginin var olmadığı olaylarda, bu olayların olasılığının eşit kabul edilmesinin zorunlu olmaması.
- iii. Eldeki tüm olaylar kümesinde bulunan olaylara veya olay gruplarına atanan olasılık değeri toplamının 1 olmasının zorunlu olmaması.

Görüldüğü gibi Dempster-Shafer her bir olayın tek tek önemli olmadığı yüzeysel veya üst düzey sistemlerde basitçe işlem yapmak için oldukça uygundur.

Dempster-Shafer Teorisini oluşturan 3 temel fonksiyon vardır; Temel Olasılık Belirleme Fonksiyonu (basic probability assignment function, *tob*), Güven Fonksiyonu (Belief function, *bel*) ve Plausibility Fonksiyonu (*plaus*).

S: Bir durumda oluşması muhtemel tüm bağımsız olayları (durumları) içeren evrensel küme

G(S): S kümesinin tüm altkümelerini içeren güç kümesi (power set)

A: G(S) kümesinin herhangi bir elemanı

olmak üzere

$$tob : G(S) \rightarrow [0,1]$$

$$tob(\phi) = 0 \quad (2.58)$$

$$\sum_{A \in G(S)} tob(A) = 1 \quad (2.59)$$

şeklinde tanımlanan *tob*(.) fonksiyonu, klasik olasılık değerinden farklıdır. *tob*(A) değeri anlam olarak; “eldeki tüm kanıtlar ve bilgiler ışığında, S kümesinde meydana gelen bir olayın A kümesine ait olma ama A’nın altkümelerinden herhangi birine ait olmama olasılığı”dır. Görüldüğü gibi *tob*(A) değeri bize yalnızca A kümesi ile ilgili tümsel bilgi vermekte A’nın alt kümeleri ve her bir elemanı hakkında en küçük bir bilgi içermemektedir. Klasik olasılık teorisi bakış açısı ile bakıldığında eleman sayısı birden fazla olan tüm A kümeleri için *tob*(A)=0 bulunur. Ancak Dempster-Shafer Teorisinin yukarıda açıklanan nedenleri bunu farklı kılar.

“Meydana gelen bir olayın A kümesi olaylarından biri olma olasılığı” şeklinde ifade edilen klasik olasılık yerine, burada alt ve üst sınırı belirlenmiş bir olasılık değeri aralığı söz konusudur.

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} tob(B) \quad (2.60)$$

$$Plau(A) = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} tob(B) \quad (2.61)$$

şeklinde tanımlanan $Bel(A)$ ve $Plau(A)$ fonksiyonları bu olasılık aralığının sırasıyla alt ve üst değerini verir.

Tob fonksiyonu Bel cinsinden ifade edilebilir:

$$tob(A) = \sum_{B \subseteq A} (-1)^{|A-B|} Bel(B) \quad (2.62)$$

Fonksiyonların tanımlarına bakılarak

- i. Tüm olası A kümelerine ilişkin Bel fonksiyonları ile Plau fonksiyonlarının toplamının 1 olmasının gerekmediği
- ii. $Plau(A) = 1 - Bel(\neg A)$ olduğu (2.63)

görülr.

A kümesinin olasılığı $[Bel(A), Plau(A)]$ kapalı aralığın içinde bir yeredir.

Dempster'in kuralı Bel fonksiyonu için delillerin ne şekilde birleştirileceğini gösterirken, Shafer'in çalışması bunu hesaplanabilir bir yonteme çevirmiştir (Wang, 1997).

Diyelim ki güvenilirliği hakkında hiçbir bilginizin olmadığı bir kişi size geldi ve yazı-tura attığında tura geleceğine sizinle bahse girmek istedi. Paranın hilesiz (yazı ya da tura gelme olasılığı eşit) ya da hileli olabileceği düşünüldüğünde, paranın tura gelmesi olayına hangi olasılığı iliştermelisiniz?

Dempster-Shafer teorisi, elde herhangi bir yönde delil bulunmadığından,

$$Bel(Tura)=0$$

$$Bel(Yazı)=0$$

diyebileceğinizi söyler. Bu Dempster-Shafer teorisini kuşkucu yapar. Şimdi de bir uzmanın parayı test ettiğini ve 0.9 olasılıkla hilesiz bulduğunu varsayalım. Uzman $P(\text{tura})=0.5$ 'in doğru olduğuna 0.9 emindir.

Bu durumda Dempster-Shafer teorisi,

$$\text{Bel}(\text{Tura})=0.9 \times 0.5=0.45$$

$$\text{Bel}(\text{Yazı})=0.9 \times 0.5=0.45$$

olarak hesaplar.

Olayda hala hesaba katılmayan 0.1'lik açıklık bulunmaktadır.

Olasılıkta, karar teorisi

$$P(\text{tura})=P(\text{^Tura})=0.5$$

ile ifade edilir ve böylece (10 dolar kazanma ile 10 dolar kaybetme eşit zıtlıkta ele alındığında) karar veren kişiyi bahsi kabul ya da ret etmekte serbest bırakır. Bir Dempster-Shafer karar vericisi ise, $\text{Bel}(\text{^Tura})=0$ 'dan dolayı bahsi kabul etmek için bir neden bulmazken, $\text{Bel}(\text{Tura})=0$ 'dan dolayı da bahsi reddetmek için bir neden bulmaz.

Dempster-Shafer olasılık aralığı tanımlar (ele aldığımız örnekte uzman inceleme yapmadan önce tura için $[0,1]$ ve uzman incelemesi yapıldıktan sonra $[0.45, 0.55]$). Aralığın ne kadar geniş olduğu, daha fazla kanıt ihtiyacımız olup olmadığını belirlemekte iyi bir yardımcı olabilir: paranın hilesiz olup olmadığını bilmediğimizde uzmanın incelemesinin yardımcı olabileceğini, ama hilesiz olduğunu zaten bildiğimizde (bu durumda $\text{bel}(\text{tura})=\text{plau}(\text{tura})=0.5$) yardımcı olamayacağını gösterir.

Kanıtları Birleştirme Kuralı

Dempster-Shafer teorisi birden fazla kaynaktan gelen bilgileri, içinde çelişki veya uyumsuzluk içeriyor ve kapsama alanı birbiriyle tam örtüşmüyor olsa bile, birleştirmek üzere Kanıtları Birleştirme Kuralı'nı (Combination of Evidence) ortaya koymuştur.

Kanıtları birleştirmek için literatürde birçok kural tanımlanmış olsa da, bu kuralların tümü Dempster'in orijinal kuralını iyileştirmek veya farklı durumlara uyarlamak için geliştirilmiştir.

Dempster'in kuralı, bir A olaylar kümesinin Bel(A) ve Plau(A) değerlerinin, farklı kaynaklardan gelen temel olasılık belirleme (tob) bilgisi ile belirlenmesini önerir.

tob_1 ve tob_2 : S evrensel kümesi için iki farklı bağımsız kaynaktan gelen tob bilgileri,

A, V, W: G(S) kümesinin herhangi bir elemanı

$A \neq \emptyset$

olsun.

$$tob(\phi) = 0 \quad (2.64)$$

$$tob(A) = K \sum_{V \cap W = A} tob_1(V).tob_2(W) \quad (2.65)$$

$$K^{-1} = 1 - \sum_{V \cap W = \phi} tob_1(V).tob_2(W) \quad (2.66)$$

Şeklinde $tob(A)$ değeri ve buna bağlı olarak Bel(A) ve Plau(A) değerleri belirlenebilir.

Burada “logK” değeri de, tob_1 ve tob_2 kaynakları arasındaki uyumsuzluk ve çelişki düzeyini gösterir. LogK=0 olması durumunda kaynakların birbiriyle çelişkisiz olduğu sonucuna varılır. Görüldüğü gibi Dempster Kuralı, kaynaklardan gelen bilgilerdeki uzlaşma noktalarına vurgu yapmaktadır.

Zadeh (1984), Dempster kuralını çelişik bilgilerde ortaya koyduğu sonuçlar nedeniyle eleştirmekte ve şu uç örneği vermektedir: Bir hastanın nörolojik şikayetlerle psikiyatriste başvurduğunu düşünelim. Hastayı muayene eden 1.Doktor; 0.99 olasılıkla Menenjit ve 0.01 olasılıkla Beyin Tümörü teşhisi koyarken, 2.Doktor, 0.99 olasılıkla Beyin Sarsıntısı ve 0.01 olasılıkla Beyin Tümörü teşhisi koymaktadır. Dempster'in kanıtları birleştirme kuralı çalıştırıldığında ortaya çıkacak olan sonuç; 1.00 olasılıkla Beyin Tümörü, 0.00 olasılıkla Menenjit ve 0.00 olasılıkla Beyin Sarsıntısı olacaktır. Görüldüğü gibi uzlaşma noktası öne çıkmış ve bu uç örnekte elde edilen sonuç, bilgi kaynaklarının verdiği ilk bilgilerin özünden uzaklaşmıştır.

Shafer'in Kanıtları Birleştirme Kuralı

Shafer (1976), çelişki durumunda, uzlaşmanın olduğu bölgelerin kalıp çelişkili bölgelerin devre dışına itilmesini engellemek amacıyla her bir bilgi kaynağına bir

güvenilirlik derecesi atanmasını; bu kaynaktan gelen bilgilerin önce bu güvenlik derecesine göre modifiye edilmesini; ardından da aritmetik ortalama (veya başka bir metot ile) ile sonuca gidilmesini önerir. Böylece Dempster Kuralı'nın zayıf noktası elimine edilmiş olur.

Her bir bilgi kaynağı için, problem çözücü tarafından $0 \leq g_i \leq 1$ olmak üzere g_i güvenilirlik derecesi atanır. Ardından, n adet kaynağın her birinden gelen bilgilerin güvenilirliklerine göre dönüştürülmesi ile bu bilgilerin bir araya getirilmesi

$$Bel_i^g(A) = g_i \cdot Bel_i(A) \quad (2.67)$$

$$Bel^g(A) = \frac{1}{n} \sum_i Bel_i^g(A) \quad (2.68)$$

ile hesaplanır.

Dempster Kuralı'nın bu zayıf yönünü gidermeye yönelik olarak Shafer dışında; Yager (1987), Inagaki (1991) ve Zhang (1994) çeşitli kurallar geliştirmişlerdir. Dempster'in kuralını esas alarak geliştirilen değişik metodlar ile ilgili detaylı bilgi Sentz ve Ferson (2002)'de görülebilir.

Aralıklara Atanmış Olasılıklar İçin Birleştirme

Kaynaklardan gelen bilgiler her zaman ayrık olaylar veya seçenekler ile ilgili olmaz. Genel bilginin belirli bir kesintisiz aralık hakkında olduğu durumlarda da Kanıtları Birleştirme Kuralı'ndan yararlanılabilir.

Tablo 2.6: KY₁ Kaynağına Göre Hedefin Bulunduğu Yön

Aralık (°)	tob ₁
[30,34]	0.2
[32,36]	0.6
[36,40]	0.2

Örneğin bir robotun hareket yönünün belirlenmesi ile ilgili bir karar verme sisteminde; hedefin belirli bir referans açısına göre yönünü robota bildiren farklı kaynaklardan (KY₁ ve KY₂) olasılık tahminlerine dayalı veriler Tablo 2.6 ve Tablo 2.7'deki gibi gelmiş olsun.

Tablo 2.7: KY₂ Kaynağına Göre Hedefin Bulunduğu Yön

Aralık (°)	tob ₂
[32,36]	0.4
[34,38]	0.4
[38,40]	0.2

Kaynaklardan gelen bu bilgiler Dempster'in Kuralına göre birleştirildiğinde Tablo 2.8'de gösterilen tob değerleri elde edilir. Hesaplama aralıkları; kesişimi oluşturan iki aralığın alt sınırının en büyüğü ve üst sınırının en küçüğü olarak alınmıştır. İki kaynağın verdiği aralığın kesişmemesi durumunda *tob* değeri 0 alınmıştır.

Tablo 2.8: Dempster Kuralı'na Hesaplama Yapıldığında Elde Edilen Tob Değerleri

			KY ₁					
			Aralık	tob	Aralık	tob	Aralık	tob
			[30,34]	0.2	[32,36]	0.6	[36,40]	0.2
KY ₂	Aralık	tob						
	[32,36]	0.4	[32,34]	0.08	[32,36]	0.24	--	0.00
	[34,38]	0.4	--	0.00	[34,36]	0.24	[36,38]	0.08
	[38,40]	0.2	--	0.00	--	0.00	[38,40]	0.04

Belirlenen tob değerlerine yukarıda verilen Bel(.) formülüne göre hesaplanmış olasılık değerleri Şekil 2.11'de görülmektedir. Şekilde, iki kaynağın hakkında bilgi verdiği toplam aralığın, kesişimi boş küme olan kısımlarında (iki kaynaktan sadece bir tanesinin olasılık değeri verdiği aralıklarda), sonucun "0" çıktığı dikkat çekmektedir (K=1.47 olarak bulunmuştur).

Dempster-Shafer Teorisi ve Belirsizlik

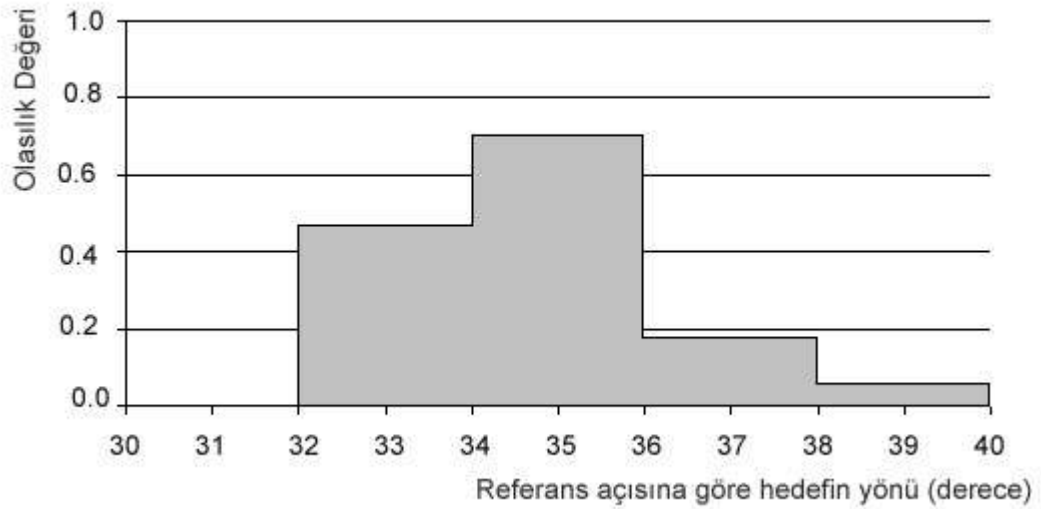
Yukarıda detayları verilen teorinin; bilgisizlik (ignorance), bazı bilgilerin olmayışı ya da eksik oluşu (incompleteness) durumlarında olaylara olasılık değeri atamak üzere geliştirilmiş bir yöntem olduğu açıktır. Bu nedenle,

- Elde bazı bilgilerin hiç olmadığı veya eksik olduğu
- Eldeki bazı bilgilerin kısmen veya tamamen birbiriyle çelişkili olduğu
- Ele alınan evrensel kümede çok fazla sayıda bağımsız olay veya durumun olduğu ve bu olay ve durumlar ile teker teker ilgilenmenin gerekli

olmadığı; yüzeysel veya genel bir olasılık değerlendirmesinin yeterli olduğu

- iv. Problemdeki tüm alanı kapsayacak tek bir güvenilir kaynak yerine (kesişimleri boş küme olsun ya da olmasın) bilgi kümesinin belirli kısımlarını kapsayacak farklı kaynakların var olduğu

durumlarda yeterli bir sonuç üretecek bir araçtır.



Şekil 2.11: Farklı Kaynaklardan Gelen Bilgiler Dempster Kuralı'na Göre Birleştirildiğinde Ortaya Çıkan Olasılık Dağılımı.

Dempster-Shafer teorisinin, olasılık teorisi yerine bulanık mantık teorisi ile birlikte kullanılmasına yönelik metodlar da öne sürülmüştür. Zhu ve Basir (2005) tarafından önerilen bir metotta, problemin olasılık ve fuzzy yönünden ayrı ayrı ele alınması ile elde edilen değerler arasından bir tanesi seçilmekte ve problemin genel çözümü olarak kabul edilmektedir. Hangisinin seçileceği, problem çözücü tarafından problemin türüne ve yapısına, belirsizlik durumuna göre karar verilmektedir.

Bununla birlikte Dempster-Shafer Teorisi, belirsizliğin özellikle “bulanıklık” yönü üzerinde Bulanık Kümeler Teorisi’nin getirdiği açılımın yerini tutacak bir yön içermemektedir. Teori birbirini destekleyen veya çelişen subjektif uzman görüşlerini ele alabilmektedir ancak bu görüşler yine bilginin “ne derece öyle olduğu” üzerine değil, bilginin “öyle olma olasılığı” üzerinedir. Teori “bilginin ne derece öyle olduğu”nu (Bulanık Kümeler Teorisindeki üyelik derecesi) belirlemek için değiştirilip kullanılsa dahi belirsizliğin bu yönünü ele alan kapsayıcı bir teori olarak

görülemmez. Dempster-Shafer Teorisi bağımsız bir teori yerine; öteki teorileri destekleyen, onlara temel veri sağlayan bir ön katman olarak görülebilir.

2.2.6 Olabilirlik Teorisi

Olabilirlik Teorisi (Possibility Theory), bazı belirsizlik durumlarında olasılık teorisine alternatif olması amacıyla Zadeh (1978) tarafından ortaya konulmuştur.

Yaklaşım bulanık sınırlayıcılar ile başlar. x ; U uzayında yer alan değerleri alabilen bir değişken, A ; U uzayında bir bulanık küme olsun. “ $x \in A$ ’dir” ya da “ x A ’nın elemanıdır” şeklindeki bir önerme; x ’in üzerine bir bulanık sınırlayıcı konulduğu şeklinde yorumlanabilir ve bu sınırlama bir m_A üyelik fonksiyonu ile gösterilebilir. Bir diğer deyişle, $m_A(u)$; “ $x=u$ önermesinin olabilirlik derecesi” olarak düşünülebilir. Örneğin U hava sıcaklığı dereceleri uzayında, x ; havanın sıcaklık derecesi ve A ; “sıcak” bulanık kümesi olsun. Herhangi bir anda “Hava Sıcak” önermesinin doğru olduğu biliniyorsa, $m_A(35)$ değeri, hava sıcaklık değerinin 35 derece olması olabilirliğini gösterir.

U uzayında bulanık A kümesi ve “ $x \in A$ ’dır” önermesi verilmiş iken, x ile ilgili olabilirlik dağılım fonksiyonu $\pi_x(u)$, nümerik olarak A kümesinin üyelik fonksiyonuna eşit olacaktır.

$$\pi_x(u) = m_A(u) \quad (2.69)$$

A = “sıcak” kümesine ait üyelik fonksiyonu

$$\text{“sıcak”} = 1/40 + 1/39 + 1/38 + 1/37 + 0.9/36 + 0.8/35 + 0.7/34$$

şeklinde verilmiş ise;

$$\pi_x(u) = 1/40 + 1/39 + 1/38 + 1/37 + 0.9/36 + 0.8/35 + 0.7/34$$

olacaktır. Burada örneğin 0.9/36 değeri; “ x sıcaktır” önermesinin doğru olduğu biliniyorsa havanın sıcaklık derecesinin 36 derece olmasının olabilirliğinin 0.9 olduğunu ifade eder.

U uzayı üzerinde tanımlanan herhangi bir C klasik kümesi tanımlı ise, “ $x \in C$ ” önermesinin olabilirlik ölçüsü (possibility measure) ;

$$Ola_x(C) = \sup_{u \in C} \pi_x(u) \quad (2.70)$$

şeklinde hesaplanır.

Örneğin $C=\{34,35,36\}$ alınacak olursa;

$$Ola_x(C) = \max_{u \in C} \pi_x(u) = \max(0.9, 0.8, 0.7) = 0.9$$

olarak bulunur.

Olabilirlik teorisi ile ilgili daha fazla bilgi için Wang (1997)'a, teorinin matematik ve anlamsal temelleri için Dubois ve Prade (2001)'e bakılabilir.

2.3 Belirsizliğin Sınıflandırılması

Önceki kısımlarda sözü edilen ve çeşitli yaklaşım metodları sunulan belirsizlik türleri şu şekilde sıralanır:

1. Probabilistik Belirsizlik (Probability)
2. Bilginin Eksikliği (Incompleteness)
3. Bilginin Yanlış Olması (Incorrectness)
4. Bulanıklık (Fuzziness)
5. Dilsel (linguistic) Belirsizlik
6. Çelişkili Bilgi

Yukarıda sıralanan belirsizlik türlerini sınırlandırmak ve gruplamak için farklı yaklaşımlar bulunmaktadır. Mevcut gruplamalardan bazılarına yer verdikten sonra, bu doktora çalışmasında ortaya çıkan yaklaşımı sunacağız.

2.3.1 Birinci Düzey Belirsizlik – İkinci Düzey Belirsizlik

Cooman ve Walley (2002) gibi bazı bilim adamları, bir problemdeki belirsizliği toplam olarak “birinci düzey (first-order) belirsizlik” ve “ikinci düzey (second-order) belirsizlik” olarak iki gruba bölmektedirler.

Bu yaklaşım, “karar vericinin veya modelin kendisinde var olan / kendisinden kaynaklanan” ile, “modelleyicinin ya da sistem kurucunun yaklaşımından kaynaklanan” belirsizlikleri ayırmaya dayanır.

Birinci Düzey Belirsizlik: Karar vericinin veya modelin kendi özünde var olan belirsizlik.

İkinci Düzey Belirsizlik: Karar vericiyi veya modeli inceleyen kişinin (buna modelleyici diyebiliriz) yaptığı gözlemler veya ölçümlerle elde ettiği bilgide bulunan belirsizlik; Karar vericinin veya modelleyicinin, modelde bulunan birinci düzey belirsizlik ile ilgili görüşünde yer alan belirsizlik.

Bu bakış açısında, model ile modelleyici aynı kişi veya sistem olabilir. Sonrakine “ikinci düzey” denilmiş olmasının nedeni, bu belirsizliğin birinci düzey belirsizliğe dayanıyor olmasıdır.

Örneğin bir robot, çevre haritasını çıkarıp sonra bu çevre haritasına dayalı olarak bir gidiş yolu çizecek ise;

- Robotun çevre gözlem sensörlerinden elde ettiği bilgilerdeki belirsizlikler ile bu bilgilerden çevre haritası oluşturma metodundaki kuramsal belirsizliklerin tümü, “birinci düzey belirsizlik”tir.
- Robotun çıkardığı bu çevre haritasını değerlendirip bu haritanın farklı şekillerine göre uygun yollar çizme sürecindeki belirsizlikler de “ikinci düzey belirsizlik”tir. Aynı zamanda robotun birinci düzey bilgide yer alan belirsizlikler (olasılık değerleri veya üyelik fonksiyonu) ile ilgili kuşku veya subjektif değerlendirmeleri varsa bu kuşkular ve değerlendirmeler de ikinci düzey belirsizlik olarak ele alınır.

Bu gruplamanın artıları

Klasik bakış açısında, bir problemde veya modeldeki belirsizlikler ele alınırken, bu belirsizliklerin bilinmesi ile gereken her bilginin netliğe kavuştuğu düşünülür. Oysa bu bakış açısı eksiktir. Bir karar verici, örneğin çıkma olasılığı 0.01 olan (ve bilet fiyatının 50 katını vaad eden) bir piyango biletini alırken, piyango biletinin fiyatına göre kararını değiştirebilmektedir. Gerçek karar verme süreçlerindeki bu etkiyi ilk kez Sherman (1974) dile getirmiş ve bilimsel araştırma konusu yapmıştır.

Aynı durum robotik uygulamalarında da geçerlidir. Modeldeki değerleri aynen alıp karar verme prosesine giriş bilgisi olarak yorumlamak yerine, “ikinci düzey belirsizlik” tanımı altında önce bu “birinci düzey belirsizliğin” dönüştürülmesi önerilmektedir. Wu ve Gonzales (1999), Kilka ve Weber (2001) de benzer görüşler ileri sürerler.

Bu grupta belirsizliğin eksileri

Yukarıda belirtildiği gibi, bu grupta belirsizliğin ortaya çıktığı aşama hakkında bilgi verir ve ikinci düzey belirsizliğin gözden kaçmasını engeller. Ancak problem ve modelin total belirsizliği ve bu belirsizliğin işlenmesi ile ilgili bir kümeleme vermez. Elde edilen nihai belirsizlik total belirsizliktir. Sonuçta her bir aşamanın çözümü birbirinden bağımsız olarak problemin cinsine uygun klasik metodlarla yapılır.

2.3.2 Rakamsal Belirsizlik - Dilsel Belirsizlik

Bu grupta, bir belirsizliğin rakamsal değişkenlerle mi, yoksa dilsel (linguistic) değişkenlerle mi ifade edildiğine bakılır. Bu grupta yapılırken yaygın olarak yapılan hata, rakamsal belirsizliklerin tümünün tek grup altında tutulup işlenmesidir. Oysa bir bilginin anlamı (belirsizliğin eklediği veya çıkardığı anlam), o bilginin net veya bulanık (vague) olup olmadığı; rakamsal veya dilsel olup olmadığı ile değil, doğrudan neye işaret ettiği ile ilgilidir. Örneğin yaygın bir hata ile, bir fuzzy değişkenin değeri ile olasılık değişkenin değeri birbirine karıştırılarak aynı matematiksel işlemlere sokulabilmektedir.

2.3.3 Kesinsizlik - Muğlaklık

Klir ve Folger (1992) belirsizliklerin iki temel tanıma dayandığını söyler: Kesinsizlik (Vagueness) ve Muğlaklık (Ambiguity). Kesinsizlik; ele alınan bir alanda bilginin kesin ve net çizgilerle ayrılmış olarak elde edilememesinden kaynaklanan her türlü belirsizliği içerir. Kesinsizliğe örnek olarak bulanıklık, bulutluluk (cloudiness), net olmama (unclearness, indistinctiveness) verilebilir. Muğlaklık ise, birden-çoğula eşleştirme ile, bir bilginin bir'den fazla duruma işaret etmesi ve bunlardan hangisinin bilginin gerçek anlamı (veya değeri) olduğu ile ilgili belirsizlikleri içerir.

Bu sınıflandırma uygulamalarda hangi teoremin daha elverişli sonuç vereceği ile ilgili bir bilgi vermez. Örneğin ele alınan bir U uzayında tanımlı A ve B bulanık kümelerinin kesişimleri boş küme değilse; kesişim bölgesi üzerinde yer alan bir x elemanın bu kümelerinden hangisine gireceğine dair belirsizlik bu türlerden hangisine girecektir? Kümeler tanım gereği bulanık olduğundan “Kesinsizlik”, ancak sonunun yanıtı için iki farklı alternatif bulunduğu için “Muğlaklık” söz konusudur.

2.3.4 Üç Boyutlu Sınıflandırma

Veri toplamadan modellemeye tüm süreciyle bir mühendislik uygulamasında bulunabilecek bir çok tip ve türde belirsizliğin kategorilendirilmesine yönelik en kapsayıcı çalışmalardan biri Pons ve Raine (2004)'in çalışmasıdır.

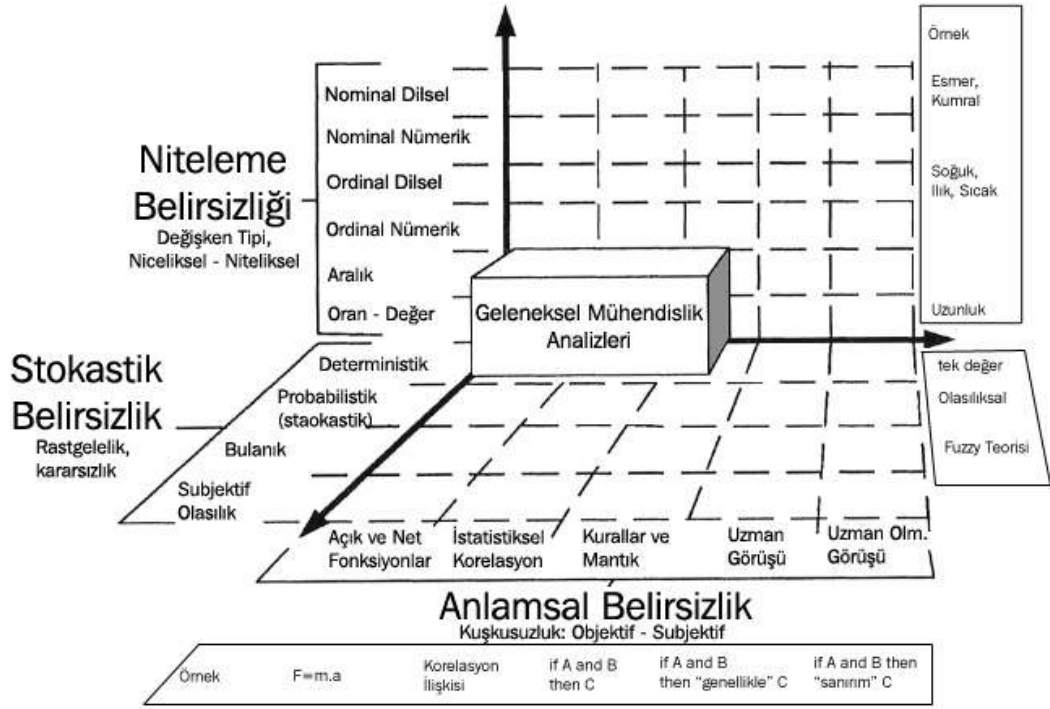
Pons ve Raine, belirsizliği, genel anlamda tiplerine göre değil, modelin (veya mühendislik uygulamasının) hangi yönünde yer aldığına göre sınıflandırmışlardır. Bu bakış açısı ile, belirsizlikler (veya “bilginin belirlilik düzeyleri” demek daha doğru olacaktır) 3 ortogonal boyut üzerine dizilmiştir.

- i. **Epistemik (Anlamsal) Belirsizlik**
- ii. **Stokastik (Stokastik) Belirsizlik**
- iii. **Niteleme Belirsizliği** (Orijinal çalışmada “Abstraction Uncertainty” olarak geçmektedir, bu belirsizlik türünün özellikleri dikkate alındığında Türkçe’de “Niteleme” sözcüğünün daha uygun olduğu düşünülerek bu şekilde kullanılacaktır.)

Bu üç belirsizlik türünün yer aldığı ortogonal uzay Şekil 2.12’de gösterilmiştir. Şekilde de görüleceği gibi, Pons ve Raine, sınıflandırmalarını, “belirsizlik” üzerinde değil “belirlilik” üzerinde kurgulamıştır. Bu nedenle çizilen 3 boyutlu uzayda, “0” belirsizlik içeren deterministik bilgi de yerini bulmuştur. Bu bakış açısının, özellikle sıralama yaparken oldukça yararlı olduğu ve çelişkilerin önüne geçtiği görülür.

i. Epistemik Belirsizlik (Epistemic Uncertainty) ya da Analizin Belirliliği

Giriş bilgilerini (değişkenlerini) kullanarak, sistem davranışının ne denli isabetli tahmin edildiğinin düzeyini gösterir. Burada sözü edilen, sistemden alınan bilginin, veya modellemeye esas teşkil edilen gerçeklerin (facts) ve sistemin kendisi ile ne denli örtüştüğüdür. Bazı mühendislik alanlarında sistem açık formüller ile ifade edilecek kadar net (certain) bir şekilde çözülebilmişken, diğer bazı alanlardaki bilgi bu kadar net olmayabilir.



Şekil 2.12: Belirsizliğin 3 Boyutu (Pons ve Raine, 2004). Bir Analiz – Modelleme Çalışmasında Bulunabilecek Belirsizlik Formları Birbirine Dik 3 Eksen Üzerine Konumlandırılmıştır.

Pons ve Raine (2004), “epistemik belirsizlik” kapsamına aldığı bazı belirsizlik türlerini, en belirliden en belirsiz doğru şöyle sıralar;

1. Açık ve Net Formüller (Aksiyomlar, matematiksel eşitlikler)
2. Korelasyon, istatistiksel regresyon
3. Boolean Mantık ve Kurallar, kural tabanlı uzman sistemler
4. Konu uzmanlarının yaklaşık görüşü (“Eğer A ve B ise, bu durumda genellikle C ’dir” önermesindeki gibi)
5. Daha az bilgili kişilerin görüşü (“Eğer A ve B ise, bence C olabilir” önermesindeki gibi)

Epistemik eksen üzerinde merkezden uzaklaşıldıkça, eldeki bilginin “gerçeğe” olan yakınlığı veya eldeki bilginin gerçeği ifade etmesine olan inanç azalır.

ii. Stokastik Belirsizlik (Stochastic Uncertainty), Rastlantısal Durumlar

Bilgiyi ifade etmek için kullanılan değişkenin ne derece “net” (precise) olduğu ile ilgilidir. “Stokastik Belirsizlik” eksenini üzerinde belirli olandan en belirsiz doğru sıralamayı Pons ve Raine şu şekilde vermektedir:

1. Deterministik Bilgi (hiç belirsizlik yok, net değer. Örnek; *Ağırlık = 2.45 kg*)
2. Probabilistik Bilgi (olasılığa bağlı belirsizlik içeren bilgi. Örnek; *Yarın havanın yağmurlu olma olasılığı 0.7*)
3. Aralıklı Bilgi (probabilistik fuzzy teorisi, üyelik fonksiyonu vb)
4. Subjektif Probability (Örnek; *“bence havanın yarın yağmurlu olasılığı 0.7*)

Burada yer verilenler dışında, probabilistik belirsizliğin; olasılık dağılımı, histogramlar, karar ağaçları gibi varyasyonları ve Aralık (interval) analizi gibi diğer bazı türler de stokastik belirsizlik içinde değerlendirilmektedir.

iii. Niteleme Belirsizliği ya da Değişken Tipleri

Niteleme Belirsizliği (Abstraction Uncertainty), Bilgiyi göstermek için kullanılan değişkenin niceliksel (quantitative) mi niteliksel (qualitative) mi olduğu ile ilgilidir.

Bu skala üzerinde dizilen tiplerin, diğer skalalardan en önemli farkı; diğerleri gibi “sıralanabilir” olmamalarıdır. Özellikle dilsel ifadelerle gösterilen bilgiler arasında sıralama ilişkisi olmayabilir.

Pons ve Raine, değişken tiplerini, Niteleme Belirsizliği eksenini üzerinde şu şekilde sıralamıştır: (Her ne kadar dizilim belirli olandan daha az belirli olana doğru olsa da, yukarıda belirtilen nedenden ötürü son sıradaki değişken tipleri farklı şekillerde de sıranabilir.)

1. Oransal (Ratio), örnek: *uzunluk*
2. Aralık (Interval), örnek: *Sıcaklık: 0 °C*
3. Sıralı Nümerik (Ordinal Numeric)
4. Sıralı Dilsel (Ordinal textual), örnek: *Soğuk, Ilık, Sıcak*
5. Sırasız Nümerik (Nominal Numeric), örnek: Futbolcuların forma arkası numaraları
6. Sırasız Dilsel (Nominal Textual), örnek: *Kir türleri (salça lekesi, yağ lekesi, sos lekesi)*

Pons ve Raine bu sıralamayı Ackoff (1962)’un çalışmasını genişleterek yapmıştır.

Niteliksel ve Niceliksel değişkenler değişkenler bağlamında bu sıralamaya baktığımızda; temel farklılık olarak sözkonusu değişkenin alabileceği değer

“sıralanabilir” veya “sıralı” olup olmadığı üzerinde durulduğu görülür. Değişkenin taşıyabileceği muhtemel değerlerin nümerik olup olmadığına dikkat edilmemiştir.

Pons ve Raine, üç boyutlu belirsizlik uzayına, ele alınan konuya yaklaşımı içeren bir dördüncü boyut; ve zamanı içeren bir beşinci boyut eklenebileceğini belirtir.

Klasik bilimin öngördüğü modelleme ve çözüm metodları Şekil 2.12’de yalnızca “Klasik Mühendislik Analizi” olarak gösterilen bölgeyi kapsar. Bu bölgede söz konusu olan bilgiler;

- i. Kesin ve Net Fonksiyonlar; İstatistiksel Korelasyon; Net Mantık Kuralları ile tanımlanmış
- ii. Keskin ve Net bir değer atanmış (precise, deterministic)
- iii. Oransal veya Aralıksal sayılarla gösterilmiş olmalıdır.

Bu bölgenin dışında kalan tüm alanlar, bilginin gösteriminde, değerinde veya anlamlandırılmasında çeşitli türde belirsizlikler içermektedir ve klasik matematiksel mühendislik metodları ile çözülememektedir. Fuzzy Kümeler Teorisi dahil bir çok teori, klasik bilimin bu dar kapsama alanını genişletmeye yönelik çabalarla ortaya konulmuştur.

Pons ve Raine’nin sınıflandırması, belirsizliği bilginin neresinde bulunduğuna göre gruplaması açısından oldukça yararlıdır. Ancak; Fuzzy Kümelemeyi, “Stokastik Belirsizlik” eksenine konumlandırması, bu tezin yaklaşımına göre yanlıştır. Fuzzy Kümelemede, bir değişkenin alacağı değer veya bu değer anlamı oldukça açıktır ve üzerinde herhangi bir stokastik belirsizlik bulunmamaktadır. Bunun yerine Fuzzy Kümeleme, Niteleme Belirsizliği (değişken tipi belirsizliği) ekseninde konumlandırılması daha doğru olacaktır.

Pons ve Raine (2005), bir başka çalışmada buna benzer bir şekilde, Fuzzy Teorisinin, stokastik belirsizliği ele almakta başarılı olduğunu söylemektedir ki, bu görüş de düşüncemize göre yanlıştır. Fuzzy Teorisi stokastik belirsizlik için hiçbir bir araç içermemektedir.

Pons ve Raine’nin bu sınıflandırmadan hareketler bulaşık yıkama makineleri üzerinde yaptıkları bir örnek çalışma Pons ve Raine (2003)’de görülebilir.

2.3.5 Belirsizliğin Anlamsal Gruplandırılması

Yukarıda değinilen belirsizlik türleri sınıflandırma ve gruplandırma önerilerinden sonra önceki bölümde sözü edilen belirsizlik türleri bir özet tablosu halinde verilecek ve gruplandırma önerisi getirilecektir.

Bölüm 2.1’de açıklanan belirsizlik türleri Tablo 2.9’da gösterilmektedir. Tabloda, belirsizlikler; kaynakları, ne ile ilgili oldukları ve etkili çözüm metodları ile birlikte verilmiştir.

Tablo 2.9: Belirsizlik Türleri.

Belirsizlik	Kaynağı ve Nasıl oluştuğu	Bilginin hangi yönü ile ilgili olduğu	Etkili çözüm metodları
Probabilistik Belirsizlik	*Rastlantısal olaylar, * Bilinmezlik	Bilginin belirtilen şekilde olduğu (olacağı) ya da olmadığı (olmayacağı) ile ilgili.	* Probabilistik metodlar * Bayez Ağları * Karar Ağaçları
Bilginin Eksikliği	* Bilgi Sırasının Sonsuza Uzaması * Teori Eksikliği * Pratik Zorluklar	Bilginin elde olup olmadığı ile ilgili.	* Probabilistik Metodlar * Dempster – Shafer Teorisi * Default Reasoning * Yapay Sinir Ağları * Olabilirlik Teorisi
Bilginin Yanlış Olması (incorrectness)	* Bilgi veren kaynağın doğru bilgi vermemesi	Bilginin değeri ile ilgili.	
Bulanıklık	* Subjektif görüş * Bulanık küme tanımlaması * Dilsel değişkenler	Bilginin taşıdığı anlam ile ilgili.	* Bulanık Mantık Teorisi * Bulanık Kümeler Teorisi * Kural Tabanlı Sistemler
Durumsal Belirsizlik	* Subjektif görüş * Bulanık küme tanımlaması * Dilsel değişkenler	Bilginin taşıdığı anlama olan güven ile ilgili	* Bulanık Mantık Teorisi * Bulanık Kümeler Teorisi * Probabilistik metodlar
İkilem	* Bilinmezlik * Farklı kaynakların farklı “kesin” bilgiler vermesi	Bilginin değeri ile ilgili	* Bulanık mantık Teorisi
Çelişki	* Farklı kaynaklardan gelen bilgilerin çelişkisi * Eldeki bilgi kümesinin örtüşük olmaması	Bilginin anlamı veya değeri ile ilgili	* Kaba Kümeler Teorisi * Dempster – Shafer Teorisi

Gruplandırma

Şu ana kadar sözü edilen tüm belirsizlik form ve tipleri 2 grup altına toplanabilir;

Birinci Grup Belirsizlik: Eldeki bilginin değerinin (anlamının) ne olduğu ile ilgili belirsizlik. En tipik örneği: Bulanık Kümeler.

İkinci Grup Belirsizlik: Eldeki bilginin değerinin (anlamının), belirtildiği gibi olup olmadığı (olup olmayacağı) ile ilgili belirsizlik. En tipik örneği: Rastlantısal Olaylar.

Probabilistik Belirsizlikler: Açık bir şekilde İkinci Grup belirsizliğe girer.

Bilginin Eksikliği (Incompleteness): Eksik olan bilgiler Dempster-Shafer Teorisi veya Default Reasoning metoduna göre “var sayılarak” olasılık değişkenine yüklenip İkinci Grup Belirsizlik içine alınabilir.

Bulanık Kümeler: Üyelik fonksiyonu ile tanımlanmış sınırlar çerçevesinde atanan değerler, bilginin anlamı ve ne derece doğru ile ilgilidir. Bu nedenle Birinci Grup Belirsizlik kapsamındadır.

Subjektif Bilgi: Eldeki bilgide subjektivite varsa (herhangi bir kişinin veya sistemin bilimsel olarak ispatlanamayacak görüşü) subjektivite’nin bilginin doğruluk düzeyi ile ilgili kısmı Birinci Grup Belirsizlik kapsamına, bilginin bu doğruluk düzeyinde olup olmadığı ile ilgili kısmı ise İkinci Grup Belirsizlik kapsamına girer.

Dilsel Değişkenler: Dilsel değişkende bulunabilecek belirsizlik bilginin değerinin (anlamının) düzeyi ile ilgili olduğundan Birinci Grup’a girer.

Durumsal Belirsizlik: Bilginin belirtilen şekilde olup olmadığı ilgili olduğundan İkinci Grup’a girer.

Bir sonraki bölümde, açıklanan iki ana belirsizlik grubu üzerine geliştirilen gösterim metodu Belirsizlik Matrisi ile ilgili tanımlamalar yapılacaktır.

3. BELİRSİZLİK MATRİSİ

Başta kural tabanlı karar verme sistemlerinde olmak üzere çıkarım metodlarında, bir önceki bölümde detaylı olarak açıklanan belirsizliklerin olabildiğince fazla sayıda ve türde olanını bir arada gösterecek bir yöntemin gerekliliği açıktır.

Bu bölümde, bir bilgide (gerçek, kural) var olan belirsizliklerin gruplanması ve tek bir matris üzerinde gösterilmesi ile ilgili öneride bulunulacaktır.

Bir bilgideki belirsizliği, “bilginin ne kadar kesin olduğu” ile mi, yoksa “bilginin ne kadar belirsiz olduğu” ile mi göstermek konusunda klasik metodlar bilginin ne derece kesin olduğunu gösterme yolunu seçmiştir. Bir önermenin doğruluk olasılığını gösteren değer veya bir elemanın fuzzy kümesine ne derece ait olduğunu gösteren üyelik değeri, eldeki gerçeğin ne kadar kesin olduğunu gösterir. Her iki gösterim metodunda da “0”; bilginin tam anlamıyla “olasılık dışı / ait değil” olduğunu, “1”; bilginin tam olarak “kesin / ait” olduğunu ifade eder.

Chachoua ve Pacholczyk (2000 ve 2002) ise tam tersi bir gösterim metodu ile daha etkili sonuç elde edileceğini şu iki gerekçe ile iddia eder:

1. Bazı durumlarda, bilginin yalnızca ne kadar belirsiz olduğu biliniyor olabilir.
2. Bilginin ne kadar belirli olduğu biliniyorsa, buradan hareketle belirsizlik bulunabilir. Ama tersi her zaman doğru değildir.

Bu bölümde önerilen, ve bilginin ne derece doğru veya yanlış olduğu gösteren matrise; matrisi oluşturan rakamlar bilginin ne denli kesin ve belirli olduğunu ifade ettiğinden dolayı “Belirsizlik Matrisi” yanında; “Belirlilik Matrisi” veya “Kesinlik Matrisi” denmesi de mümkündür. Bu çalışmada söz konusu kavram “Belirsizlik Matrisi” olarak adlandırılacaktır.

3.1 Belirsizlik Matrisi

Bir kural veya gerçekteki çeşitli belirsizlikleri bir arada göstermek üzere tanımı aşağıdaki gibi olan ve “Belirsizlik Matrisi” adı verilecek olan 2×1 boyutlu bir matris kullanılacaktır.

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

B_1 : Söz konusu bilgi ne düzeyde doğru olduğu ile ilgili belirsizlik.

B_2 : Söz konusu bilgi değerinin (anlamının), belirtildiği gibi olup olmadığı (olup olmayacağı) ile ilgili belirsizlik.

Görüldüğü gibi, bilginin tüm belirsizliği, iki farklı rakama indirgenmiştir:

Birinci Grup: Söz konusu bilginin ne derece öyle olduğu: “Hava Durumu=Yağmurlu” bilgisinde Hava Durumu’nun ne düzeyde Yağmurlu olduğu ya da öyle sayılacağına dair belirsizlik. Ele alınan kural veya gerçeğin (fact), değeri, anlamı, bulunduğu nokta ile ilgili her türlü belirsizlik, kuşku, anlaşmazlık, bilgisizlik, subjektivite, görüş, kanı vs bu gruba girer.

İkinci Grup: Söz konusu bilginin öyle olup olmadığı: “Hava Durumu=Yağmurlu” bilgisinde bu bilginin güvenilirlik düzeyi veya olabilirlik ölçüsü (olasılığı) ile ilgili belirsizlik. Bu grupta sözü edilen belirsizlikler, ele alınan gerçek veya kuralın gerçeklik derecesi ile ilgili değil; bu gerçeklik değerinin gerçekte bu şekilde olup olmadığı (olup olmayacağı) ile ilgili belirsizliktir. Olasılık, stokastik süreçler, bir kanının gerçekliği ile ilgili şüpheler, tahminler vs bu gruba girer.

Hangi tip belirsizliğin hangi gruba alındığı Tablo 3.1’de gösterilmiştir.

Kümeler bazında düşünülecek olursa; bir x sayısının A kümesine üye olup olmadığı ile ilgili olarak;

Birinci grup belirsizliğe en temel örnek; tanım gereği, subjektivite veya herhangi bir nedenle ortada duran Bulanıklık’tır ve Bulanık Kümeler Teorisi

$$m_A(x) = \{x \text{’in } A \text{ kümesine ne derece üye olduğu}\}$$

şeklinde bir gösterim ile belirsizliğin bu yönünü ifade etmekte ve bu tip belirsizlik varken problemlerin çözümü için yeterli bir metot sunmaktadır.

Tablo 3.1: Belirsizlik Grupları

Birinci Grup Belirsizlikler: • Bulanıklık (fuzziness) • Kesinsizlik (vagueness) • Subjektivite • Dilsel Değişkenler • Dilsel nitelemeler (zarflar) • Kaba Kümeler (rough sets)	İkinci Grup Belirsizlikler: • Olasılık Belirsizliği • Rastlantısal Belirsizlik • Bilginin Eksik Oluşu (incompleteness) nedeniyle Dempster – Shafer benzeri teoriler ile hesaplanacak belirsizlikler • Subjektif Bilginin Doğruluk Derecesi: Belirtilen bilginin o şekilde olup olmadığına dair güven. • Bilgideki çelişki nedeniyle atanabilecek doğruluk değerleri.
---	---

İkinci grup belirsizliğe en temel örnek ise; ister ele alınan problemin doğasından kaynaklansın ister bilginin eksik veya şüpheli olması dolayısıyla varsayım ile ortaya çıkmış olsun; bilgideki olasılık belirsizliğidir. Olasılık Teorisi

$$p_A(x) = \{x \text{'in } A \text{ kümesine üye olma olasılığı}\}$$

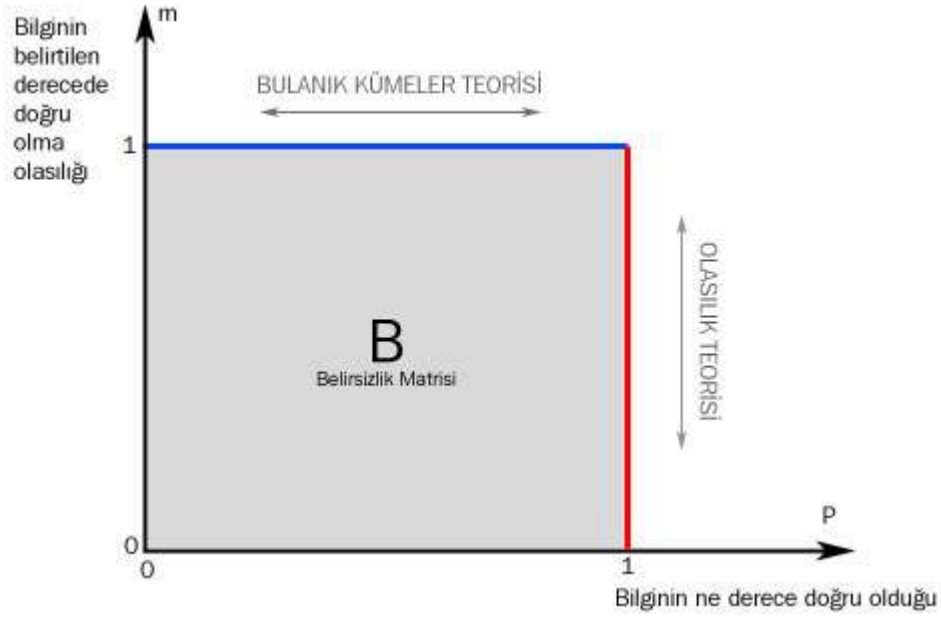
şeklindeki bir gösterim belirsizliğin bu yönünü ifade etmekte ve bu belirsizlik ile işlem yapmak için iyi bir çözüm sunmaktadır.

Ancak her iki teori de (ve tezin önceki bölümlerinde ele alınan öteki teoriler de) sonuçta bir bilginin belirsizliğini (ya da kesinliğini) bu iki rakamdan bir tanesine indirgemektedir. Şekil 3.1’de görüldüğü gibi bu teoriler bir belirsizlik düzleminin tek bir boyutunu dikkate alıp çözüm üretmektedir.

Olasılık Teorisi “ $m_A(x)=1$ ” kabul ederek şekildeki kırmızı çizgi üzerinde tek boyutlu bir çözüm sunarken; Bulanık Kümeler Teorisi de tam tersine “ $p_A(x)=1$ ” kabul ederek mavi çizgi üzerinde tek boyutlu çözüm sunmaktadır.

Oysa gerçek hayat problemlerinde özellikle robotik uygulamaları üst düzey karar verme problemlerinde bilgilerin bir çoğunda (hem gerçeklerde hem de kurallarda) bu iki grup belirsizlik aynı anda yer alır. Bu nedenle aynı anda her iki grup belirsizliğin gösterimini yapacak bir araca gereksinim vardır. Bu amacı ve gereksinimi karşılamak üzere “Belirsizlik Matrisi” kavramı önerilmektedir.

Şekilde görüleceği gibi Belirsizlik Matrisi, belirsizlik yüzeyindeki tüm noktaları ifade edebilme yetisine sahiptir.



Şekil 3.1: Bir Bilgideki Belirsizlik Yüzeyi. Olasılık Teorisi Ve Bulanık Kümeler Teorisi Bu Yüzeyin Kenarları Üzerinde İşlem Yaparken Belirsizlik Matrisi Yüzeyin Tüm Noktalarını İfade Edebilmektedir.

Ayrıca anlamsal olarak bu iki tip belirsizliğin birleştirilemeyeceği ve birbirine dönüştürülemeyeceği açıktır. Bunun bir sonucu olarak her iki tip belirsizlik birbirine dik boyutlar şeklinde ifade edilmektedir. Dolayısıyla belirsizlik matrisi için bu tezde önerilen operatör ve işlemlerde boyutların birbirini etkilememesi esas alınmıştır.

Belirsizlik Matrisi kavramının, önceki bölümlerde detaylı bir şekilde yer verilen Olasılık Teorisi – Bulanık Kümeler Teorisi karşılaştırma ve tartışmalarına yeni bir açılım getirerek bu iki teorinin sorunsuz bir şekilde birlikte kullanılmasına olanak sağlayacağı düşünülebilir.

3.2 Belirsizlik Matrisinin Oluşturulması

Belirsizlik matrisi oluşturulurken önce, kural veya gerçek'teki her türlü belirsizlik değeri, öteki belirsizliklerden bağımsız olacak şekilde hesaplanmalıdır. Birbirine bağlı veya birbirinden etkilenen belirsizlik değerleri varsa bunlar ayrıştırılmalı veya tek bir değer olarak alınmalıdır.

Bir bilgide yer alabilecek belirsizliklerin bu türlerle ve bu sayılarla sınırlı olmadığı, aynı belirsizlik türünde bile bir çok sayıda ayrı belirsizlik değerine sahip olabileceği dikkate alınmalıdır.

Burada sözü edilen belirsizlik değerleri tek bir scalar değerden ibaret olabileceği gibi, fuzzy üyelik fonksiyonu gibi bir dağılım şeklinde de olabilir.

Bu şekilde bulunan $n+m$ adet farklı belirsizlik değeri;

B_{1i} : $i=1..n$; Birinci grup belirsizlikler

B_{2j} : $j=1..m$; İkinci grup belirsizlikler

B_{kt} : $k=1,2$; $t=1,n$ veya $T=1,m$; $[0,1]$ aralığında skalar bir değer olabileceği gibi, $T : [a, b] \rightarrow [0,1]$ şeklinde tanımlı bir dağılım veya üyelik fonksiyonu da olabilir.

Bu durumda belirsizlik matrisi B:

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(B_{11}, B_{12}, \dots, B_{1n}) \\ g(B_{11}, B_{12}, \dots, B_{1m}) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

şeklinde hesaplanır.

Burada geçen $f(.)$ ve $g(.)$ fonksiyonları sırasıyla, birinci grup ve ikinci grup belirsizlikler için elde edilen tüm rakamların kendi içinde birleştirilmesi fonksiyonlarıdır.

Bir bilgi yığnında, bazı bilgi taneciklerinin birinci ya da ikinci türde belirsizliği hiç yoksa, bu belirsizlik grubu (B_1 veya B_2) =1 olarak alınabilir.

f(.): Birinci Grup Belirsizliklerin Birleştirilmesi

Yukarıda belirtildiği gibi, bir bilgide farklı türde bir çok birinci grup belirsizlik olabileceği gibi, aynı tür belirsizlikle ilgili bir çok farklı değer de var olabilir. Bu şekilde elde edilen tüm belirsizlik rakamları veya dağılımları, bir $f(.)$ fonksiyonu yardımıyla birleştirilir.

$f(.)$ fonksiyonu için farklı alternatifler:

$x_i \in [0,1]$ şeklinde bir skalar değer veya

$x_i : [a, b] \rightarrow [0,1]$ şeklinde bir dağılım veya üyelik fonksiyonu olsun.

$$f(x_1, \dots, x_n) = \min(x_1, \dots, x_n) \quad (3.3)$$

$$f(x_1, \dots, x_n) = \max(x_1, \dots, x_n) \quad (3.4)$$

$$f(x_1, \dots, x_n) = \text{avg}(x_1, \dots, x_n) \quad (3.5)$$

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{\min(x_1, \dots, x_n) + \max(x_1, \dots, x_n) + \text{avg}(x_1, \dots, x_n)}{3} \quad (3.6)$$

şeklinde farklı $f(\cdot)$ fonksiyonları tanımlanabilir. Burada verilenlerden farklı f fonksiyonları da türetilir. Hangi f fonksiyonunun seçileceği, bilginin türüne, üzerinden çalışılan alana ve var olan birinci tür belirsizliklerin cinsine göre, problem çözücü tarafından kararlaştırılır.

g(.): İkinci Grup Belirsizliklerin Birleştirilmesi

Bazı alternatifler:

$x_i \in [0,1]$ şeklinde bir scalar değer veya

$x_i : [a, b] \rightarrow [0,1]$ şeklinde bir dağılım veya üyelik fonksiyonu olsun.

$$g(x_1, \dots, x_m) = \text{multiply}(x_1, \dots, x_m) \quad (3.7)$$

$$g(x_1, \dots, x_m) = \min(x_1, \dots, x_m) \quad (3.8)$$

$$g(x_1, \dots, x_m) = \text{avg}(x_1, \dots, x_m) \quad (3.9)$$

3.3 Belirsizlik Matrisinin Gerekliliği

Bir bilgi kümesinin belirsizliği söz konusu olduğunda, tüm temel belirsizlik türleri için ayrı ayrı hazır metodlar mevcut iken; bu metodlar yılların çalışması ile tutarlı ve uygun çözümler ortaya koyabiliyorken Belirsizlik Matrisi'ne neden gerek vardır? Bu sorunun yanıtı, Belirsizlik Matrisi'nin; iki farklı grup belirsizliği gösteren rakamları yan yana getirmekten ibaret olmadığı şeklinde verilebilir.

Bir bilgide “kesin olmayı” ifade eden iki yön bulunur; (i) başını ‘olasılık’ın çektiği bilginin öyle olup olmadığı, (ii) başını bulanıklığın (bulanık kümeler anlayışının) çektiği bilginin ne olup olmadığı veya ne anlama geldiği.

Bu tezdeki yaklaşıma göre, bu iki farklı belirsizlik yönü, birbirine dönüştürülebilir belirsizlikler değildir. Dolayısıyla iki tür birbirinden tamamen bağımsız bir şekilde var olabilir veya var olmayabilir; ama tek rakama (veya fonksiyona veya dağılıma) indirgenemezler.

Mevcut uygulama metodları ise bu iki tür belirsizliği birbiri yerine kullanma, birini tercih edip ötekini yok sayma, veya bunları bir şekilde aynı cins kabul ederek aynı matematiksel işleme sokma yoluna gitmektedirler. Dolayısıyla bu matematiksel metotlar (bulanık kümeler teorisi, olasılık teorisi ve diğerleri) sadece belirli tipteki problemleri çözmek için uygundurlar ve belirsizliğin yalnızca belirli bir yüzü ile ilgilenirler (Dubois ve Prade, 1994).

3.3.1 Chachoua ve Pacholczyk Örneği

Chachoua ve Pacholczyk (2002) çalışmasında yer alan örnekten hareketle:

Örnek: A, B, C, D, E, ve F adında altı tane köy ele alalım.

- A köyünün TÜM sakinleri her zaman doğru söyler.
- B köyünün TÜM sakinleri her zaman yalan söyler.
- C köyünün az sayıda sakini her zaman doğru söyler, diğerleri her zaman yalan söyler.
- D köyünün büyük çoğunluğu her zaman doğru söyler, diğerleri her zaman yalan söyler.
- E köyünün TÜM sakinleri bazen doğru bazen yalan söyler.
- F köyü sakinlerinin yarısı her zaman yalan söyler, diğer yarısı her zaman doğru söyler.

$S(X)$: X köyünün herhangi bir sakinini olsun, $X \in \{A, B, C, D, E, F\}$

$$Y(X) = "S(X) \text{ Yalancıdır}"$$

şeklinde verilen $Y(X)$ önermesinin doğruluğunu araştırıyor olalım.

Klasik olasılık uygulamasına göre ele aldığımızda;

$P(a)$: a olayının gerçekleşme olasılığı olmak üzere

$$P(Y(A)) = 0$$

$$P(Y(B)) = 1$$

$$P(Y(C)) = P_c > \frac{1}{2}$$

$$P(Y(D)) = P_d < \frac{1}{2}$$

$$P(Y(E)) = \frac{1}{2}$$

$$P(Y(F)) = \frac{1}{2}$$

elde edilir.

Görüldüğü gibi, bu işlem yönteminde; X köyü sakini $S(X)$ 'in;

- Doğrucu: her zaman doğru söyleyen
- Yalancı: her zaman yalan söyleyen
- Bazen doğrucu: Bazen doğru bazen yalan söyleyen

olduğu ile ilgilenilmemekte, yalnızca; $S(X)$ 'in söylemiş olduğu herhangi bir sözün doğru olma olasılığı üzerinde durulmaktadır.

Salt olasılık üzerine kurulu bir modelde bu bakış açısı problem oluşturmaz. Ama bu köy örneği;

“ $S(X)$ doğrucu ise 2000 YTL ödül ver”

şeklinde bir kuralın var olduğu bir kural tabanlı sistemde yukarıdaki klasik yaklaşım yanlış sonuç üretecektir.

$\ddot{O}(X)$: $S(X)$ kişinin ödül alma olasılığı olsun.

$P(Y(E)) = P(Y(F))$ olduğundan;

$$\ddot{O}(E) = \ddot{O}(F) = \frac{1}{2}$$

bulunur.

Oysa açıkça görülmektedir ki;

$$\ddot{O}(E) = 0$$

$$\ddot{O}(F) = \frac{1}{2} \text{ ‘dir.}$$

Aynı problem bulanık mantık teorisine göre çözüldüğünde yine benzer sonuç elde edilir;

$PR(X)$: $S(X)$ kişinin alacağı ödül miktarı olsun. (Doğrucu, Yalancı, Bazen Doğrucu bulanık kümelerinin tanımlanan üyelik fonksiyonlarına göre değişmekle beraber)

$$PR(E) = PR(F) = 1000 \text{ YTL}$$

bulunur. Oysa

$$PR(E) = 1000 \text{ YTL}$$

$$PR(F) = 0 \text{ YTL olmalıdır.}$$

Bu örnekte yanlış sonuçlar üretilmesinin nedeni; bilginin (i) ne olup olduğu (ii) öyle olup olup olmadığına dair belirsizliğin bir arada tek bir rakam ile gösteriliyor olmasıdır.

Aynı $P(X)$ değerlerini; Belirsizlik matrisi ile gösterdiğimizde;

B_x : X köyü sakininin yalancı olması gerçeğini

B_{x1} : X köyü sakininin ne kadar yalancı olduğunu

B_{x2} : X köyü sakininin B_{x1} kadar yalancı olması olasılığını

göstermek üzere:

$$B_A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B_C = \begin{bmatrix} 1 \\ y_c \end{bmatrix}, y_c > 1/2$$

$$B_D = \begin{bmatrix} 1 \\ y_D \end{bmatrix}, y_D < 1/2$$

$$B_E = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B_F = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

şeklinde belirlenir.

Beklendiği gibi,

$$B_E \neq B_F$$

olduğu görülür. Böylece;

“S(X) doğrucu ise 2000 YTL ödül ver”

kuralı ister bulanık kümeler teorisine göre ister klasik kümelere göre alınsın, doğru sonucu verecektir.

Bu örnekte de görüldüğü gibi, bir bilgideki her türlü belirsizlik (kesinlik) durumunu tek başına bir değişkenle (bu değişken ister probabilistik değişken, ister bulanık kümeleme değişkeni olsun) ifade etmek mümkün olmamaktadır.

Öte yandan; burada açıklanan Belirsizlik Matrisi önerisi; “bir bilgideki olasılık belirsizliği ile bulanıklığın ayrı ayrı ifade edilmesi, birleştirilmemesi” şeklinde basitleştirilemez.

Belirsizlik matrisi, bundan farklı bir şekilde; bilginin değeriyle ilgili belirsizlik ile, bilginin öyle olup olmadığı hakkındaki belirsizliği ayrı ayrı gruplamaktadır. Bölüm 3.1.’de açıklanan şekilde, verilen belirsizlik sınıflandırması örnek olup esas ayırım bu nokta üzerinden yapılmalıdır.

Niketim Chachoua ve Pacholczyk (2002) örneğinde; S(E) sakinin söyleyeceği herhangi bir sözün yalan mı doğru mu olduğu hakkında bir çıkarım yapılırken; B_E matrisinin her iki bileşeni de anlamsal olarak olasılık değerini ifade etmektedir.

3.3.2 Allais Paradoksu ve Beklenen Yarar

Bir çok teori gibi; her bir beklenti olasılığının beklentinin değeri ile çarpılması ile elde edilen toplam ‘Beklenen Yarar’ın (Expected Utility) maksimize edilmesine dayanan Beklenen Yarar Teorisi de, karar verme sürecinde etkili faktörleri tek bir rakama indirgemektedir.

Bir karar verme sürecinde, eldeki her bir i seçeneği için;

$$E_{ij}, j=1..n$$

Bu seçeneğin olası alt-yararları

$$P_{ij}, j=1..n$$

E_{ij} seçeneğinin gerçekleşmesi olasılığı

$$U(E_{ab})$$

E_{ab} seçeneğinin karar verici nezdindeki değeri

ise i seçeneğinin karar vericiye göre göreceli değeri olan Beklenen Yarar BY_i

$$BY_i = \sum P_{ij} \cdot U(E_{ij}) \quad (3.10)$$

şeklinde hesaplanır.

Bir karar vericinin, elindeki seçenekleri bu şekilde değerlendirip en fazla yararı sağlayan (maksimum BY_i) seçeneği tercih edeceği düşüncesine dayalı bu teori uygulamalı bilimlerin bir çoğunda köklü bir yer edinmiştir.

Bununla birlikte, bu bilinen ve genel kabul gören teori, ilk kez Maurice Allais (1953) tarafından sunulan bir istisnai durum ile karşı karşıya kalmıştır. Allais Paradoksu olarak bilinen bu deneyde Maurice Allais, insanların gerçekten de her durumda beklenen yarar teorisine göre en fazla yararı sağlayan seçeneği tercih edip etmeyeceklerini test etmek için bir grup deneğe Tablo 3.2’de belirtilen seçenekleri sunmuştur.

Tablo 3.2: Allais’ın Deneklere Sunduğu Seçenekler.

Grup 1				Grup 2			
Seçenek 1A		Seçenek 1B		Seçenek 2A		Seçenek 2B	
Kazanç	Olasılık	Kazanç	Olasılık	Kazanç	Olasılık	Kazanç	Olasılık
1 milyon \$	%100	1 milyon \$	%89	Hiçbir şey	%89	Hiçbir şey	%90
		Hiçbir şey	%1	1 milyon \$	%11		
		5 milyon \$	%10			5 milyon \$	%10

Deneklere Grup1 ve Grup2’den birer seçeneği tercih etmeleri istenmiş ve deneklerin büyük bir kısmı Seçenek 1A ve Seçenek 2B’yi tercih etmiştir.

Beklenen yararlar hesaplandığında;

$$BY_{1A} = 1 \cdot U(1 \text{ milyon\$})$$

$$BY_{1B} = 0,89 \cdot U(1 \text{ milyon \$}) + 0,10 \cdot U(5 \text{ milyon \$})$$

$$BY_{2A} = 0,11 \cdot U(1 \text{ milyon\$})$$

$$BY_{2B} = 0,10 \cdot U(5 \text{ milyon \$})$$

Deneklerin büyük kısmı Seçenek 1A’yı Seçenek 1B’ye tercih etmiştir. Yani deneklere göre;

$$BY_{1A} > BY_{1B}$$

$$1.U(1 \text{ milyon\$}) > 0,89.U(1 \text{ milyon \$})+0,10.U(5 \text{ milyon \$})$$

olmaktadır. Şimdi her iki seçenektan “%89 olasılıkla 1 milyon \$ kazanma” alt seçenekleri çıkarılırsa;

$$1.U(1 \text{ milyon\$})-0,89.U(1 \text{ milyon \$}) > 0,89.U(1 \text{ milyon \$})+0,10.U(5 \text{ milyon \$})-0,89.U(1 \text{ milyon \$})$$

$$0,11.U(1 \text{ milyon\$}) > 0,10.U(5 \text{ milyon \$})$$

$$BY_{2A} > BY_{2B}$$

bulunur ve deneklerin Seçenek 2A’yı Seçenek 2B’ye tercih etmeleri beklenir. Oysa gerçek uygulamada denekler 2A yerine 2B’yi tercih etmiştir.

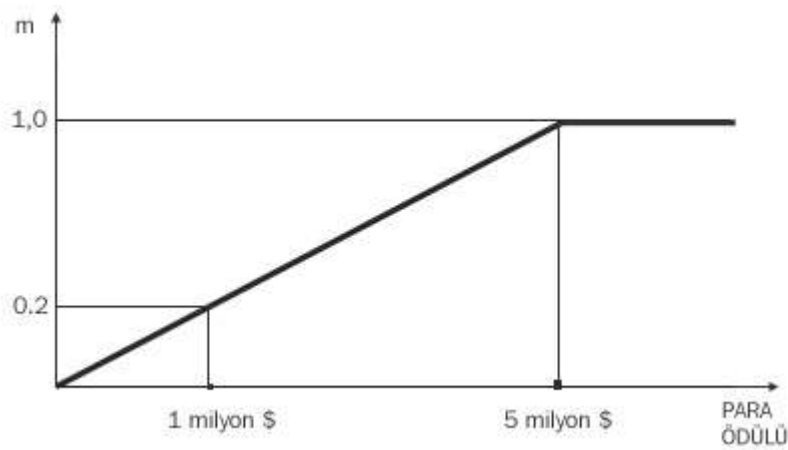
Bu örnekteki problemde, Beklenen Yarar Teorisi’nin gerçek yaşama uygun bir sonuç üretememesinin nedeni, karar verici üzerinde yalnızca beklentinin getireceği memnuniyeti dikkate alarak işlem yapmasıdır.

Beklenen yarar teorisine göre;

$$1,00.U(1 \text{ milyon \$}) = 0,11.U(1 \text{ milyon \$})+0,89.U(1 \text{ milyon \$}) \text{ ‘dir.}$$

Aynı düzenlemeyi Belirsizlik Matrisi kullanarak oluşturduğumuzda;

Herhangi bir alt-seçenekte verilecek olan para miktarı ile ilgili üyelik fonksiyonunu Şekil 3.2’deki gibi belirlemiş olalım:



Şekil 3.2: Örnekteki Alt Seçenekler İçin Bulanık Küme Üyelik Fonksiyonu.

Bu durumda;

$$\text{Seçenek 1A} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Seçenek 1B} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.89 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.10 \end{bmatrix}$$

$$\text{Seçenek 2A} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.11 \end{bmatrix}$$

$$\text{Seçenek 2B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.10 \end{bmatrix}$$

şeklinde belirlenir. Dolayısıyla her bir seçeneğin beklenen yararı hesaplanırken;

$$BY_{1B} = U_1\left(\begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.89 \end{bmatrix}\right) + U_1\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0.10 \end{bmatrix}\right)$$

veya

$$BY_{1B} = \begin{bmatrix} U_2(0.2) \\ U_3(0.89) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_2(1) \\ U_3(0.10) \end{bmatrix}$$

yöntemiyle hesaplanması gerekecektir. U_1 , U_2 , ve U_3 fonksiyonları, bir beklentiyi beklentinin karar verici için olan değerine dönüştüren, probleme ve karar vericiye özėü yarar (utility) fonksiyonlarıdır.

Önceki durumda;

$$1.U(1 \text{ milyon \$})=0,11.U(1 \text{ milyon \$})+0,89.U(1 \text{ milyon \$})$$

iken, belirsizlik matrisi ile yapılan tanımlamada;

$$U_1\left(\begin{bmatrix} 0.2 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \neq U_1\left(\begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.89 \end{bmatrix}\right) + U_1\left(\begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.11 \end{bmatrix}\right)$$

eşitsizliği söz konusudur. (Seçilen U_1 fonksiyonu özel olarak böyle bir eşitliği sağlayacak şekilde değil ise.) Bu nedenle de Alias örneğindeki deneklerin seçimleri irrasyonel değildir.

Belirsizlik Matrisi'nin özellikle kural tabanlı karar verme sistemlerinde kullanılabilmesi için temel operatörler ile işleminin tanımlanması gerekir. Devam eden bölümde bu tanımlamalar için öneriler yer almaktadır.

4. BELİRSİZLİK MATRİSİ İÇİN OPERATÖRLER

Önceki bölümde tanımlanan Belirsizlik Matrisi ile bir kural tabanlı sistemde bilgi taneciklerinden çıkarım yaparken veya sonuç elde etme yolunda işlem yaparken gereksinim duyulan temel operatörlerin tanımı bu bölümde yapılmaktadır.

4.1 Değil ($\neg$, Not) Operatörü

Önceki bölümde belirtilen yöntemeye uygun şekilde belirlenmiş bir belirsizlik operatörü B için;

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad , \quad B_1 \in [0,1], \quad B_2 \in [0,1] \quad (4.1)$$

$$\neg B = \begin{bmatrix} f_c(B_1) \\ g_c(B_1) \end{bmatrix} \quad , \quad f_c: [0,1] \rightarrow [0,1], \quad g_c: [0,1] \rightarrow [0,1] \quad (4.2)$$

Burada verilen $\neg B$ matrisi, belirsizlik matrisi B olarak hesaplanmış bir bilginin tersi olan bilgiye ait belirsizlik matrisidir. Örneğin

$$“x \in A”$$

önermesinin hesaplanan belirsizlik matrisi B ise,

$$“\neg(x \in A)”$$

önermesinin belirsizlik matrisi $\neg B$ olacaktır.

Değil (Complement) fonksiyonları f_c ve g_c için aşağıdaki alternatifler kullanılabilir.

$f_c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ olmak üzere bir dönüşüm fonksiyonu

$$f_c(x) = 1 - f(x) \quad (4.3)$$

$g_c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ olmak üzere bir dönüşüm fonksiyonu

$$g_c(x) = 1 - g(x) \quad (4.4)$$

B belirsizlik matrisi kendi içinde; en tipik örneği Fuzzy belirsizliği olan birinci tür belirsizlik ile, en tipik örneği Olasılık belirsizliği olan ikinci tür belirsizliği içerdiğinden; $\neg(x \in A)$ önermesinin ne anlama geldiği ile ilgili sorundan dolayı $\neg B$ 'nin ne şekilde hesaplanacağı ile ilgili farklı alternatifler bulunmaktadır.

$N = \text{"Yarın 0.6 olasılıkla 0.9 yağışlı geçecek"}$

şeklindeki bir N önermesini ele alalım. Bu durumda $\neg N$ için şu alternatifler ortaya atılabilir:

$\neg N_1 = \text{"Yarın 0.6 olasılıkla 0.1 yağışlı geçecek"}$

$\neg N_2 = \text{"Yarın 0.4 olasılıkla 0.9 yağışlı geçecek"}$

$\neg N_3 = \text{"Yarın 0.4 olasılıkla 0.1 yağışlı geçecek"}$

$$B(N) = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.6 \end{bmatrix}$$

$$B(\neg N_1) = \begin{bmatrix} 1 - f(x) \\ g(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.6 \end{bmatrix}$$

$$B(\neg N_2) = \begin{bmatrix} f(x) \\ 1 - g(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

$$B(\neg N_3) = \begin{bmatrix} 1 - f(x) \\ 1 - g(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

İlk alternatif; önermeyi olayın meydana gelme düzeyi temelinde, ikinci alternatif ise söz konusu düzeyde meydana gelip gelmeyeceği temelinde ele almıştır. Üçüncü alternatifin ise (en azından şu anda incelenen bu örnek açısından) anlamsal bir temeli bulunmamaktadır.

Problemin cinsine türüne ve problemde yer alan öteki kural ve gerçek'lerdeki belirsizliklere göre N_1 ve N_2 alternatiflerinden bir tanesi kullanılabilir.

Burada sözü edilen f_c ve g_c fonksiyonları için farklı alternatifler kullanılabilir. Ancak problem çözücü tarafından önerilip kullanılacak olan f_c ve g_c fonksiyonlarının her ikisi de aşağıdaki aksiyomları sağlamalıdır (Wang, 1997).

$c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ skalar bir fonksiyon veya bir üyelik (dağılım) fonksiyonunu bir başka üyelik (dağılım) fonksiyonuna dönüştüren bir transformasyon olsun.

Aksiyom 1: $c(0)=1$ ve $c(1)=0$

Aksiyom 2: $\forall a, b \in [0,1]$, Eğer $a < b$ ise, $c(a) \geq c(b)$ 'dir.

Aksiyomlardan ilki sınır değerler ile ilgilidir (boundary condition). Bir önermenin veya kural doğruluk derecesi tam doğru veya tam yanlış ise, o kuralın veya önermenin tersinin doğruluk derecesi buna karşılık olarak tam yanlış veya tam doğru olmalıdır.

Aksiyomlardan ikincisi ise bir önermenin veya kuralın doğruluk derecesi artarken, onun tersinin doğruluk derecesinin azalması veya aynı kalması gerektiğini söyler. (nonincreasing condition)

Bu aksiyomları sağlayacak şekilde farklı f_c fonksiyon önerileri bulunmaktadır:

$$\text{Sugeno Önerisi (1977):} \quad f_{c_\lambda}(a) = \frac{1-a}{1+\lambda a}, \quad \lambda \in (-1, \infty) \quad (4.5)$$

$$\text{Yager Önerisi (1980):} \quad f_{c_w}(a) = (1-a^w)^{1/w}, \quad w \in (0, \infty) \quad (4.6)$$

Sugeno ve Yager tarafından bu fonksiyonlar fuzzy tümleme (fuzzy complement) için önerilmiş olsalar da burada sözü edilen $f(.)$ fonksiyonu olarak bunlardan biri alınabilir.

4.5 fonksiyonunda $\lambda = 0$

4.6 fonksiyonunda $w = 1$

Alındığında her iki fonksiyonun da 4.3 ile verilen klasik fonksiyona dönüştüğü görülmektedir.

4.2 Veya (V, Or) Operatörü

B_a ve B_b ; a ve b önermeleri için hesaplanmış belirsizlik matrisleri ise,

$$a \vee b$$

önermesinin belirsizlik matrisi,

$$B_{a \vee b} = B_a \vee B_b$$

$$f_o(x,y):[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

$$g_o(x,y):[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

olmak üzere;

$$B_{a \vee b} = \begin{bmatrix} f_o(B_{a1}, B_{b1}) \\ g_o(B_{a2}, B_{b2}) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

şeklinde tanımlanabilir.

f_o ve g_o fonksiyonları, VEYA (OR) operatörü ile birleştirilen iki önermenin her birinin sırasıyla birinci grup belirsizliklerini ve ikinci grup belirsizliklerini VEYA operatörü ile birleştiren fonksiyonlardır.

Birinci grup belirsizlikleri birleştirecek olan f_o fonksiyonu için en uygun seçenekler, fuzzy değişkenleri VEYA operatörü ile birleştiren fonksiyonlardır. Benzer şekilde, g_o fonksiyonu için en uygun seçenekler de olasılık değişkenleri için üretilmiş olanlardır.

f_o fonksiyonu

f_o yerine; problem çözücünün, problemin türüne ve belirsizlik türlerine uygun şekilde seçeceği herhangi bir fonksiyon (s-norm fonksiyon olması daha uygun olacaktır) kullanılabilir.

f_o fonksiyonu için çeşitli alternatifler:

Klasik Fuzzy Max fonk: $f_o(a,b) = \max(a,b) \quad (4.8)$

Dombi fonk: (1982) $f_o(a,b) = \frac{1}{1 + [(\frac{1}{a} - 1)^{-\lambda} + (\frac{1}{b} - 1)^{-\lambda}]^{-1/\lambda}}, \quad \lambda \in (0, \infty)$

Dubios-Prade fonk: (1980) $f_o(a,b) = \frac{a + b - ab - \min(a,b,1-\alpha)}{\max(1-a,1-b,\alpha)}, \quad \alpha \in [0,1]$

Yager fonk: (1980) $f_o(a,b) = \min(1, (a^w + b^w)^{1/w}), \quad w \in (0, \infty)$

Drastic toplam: $f_o(a,b) = \begin{cases} a, & b = 0 \\ b, & a = 0 \\ 1, & a.b > 0 \end{cases} \quad (4.12)$

$$\text{Einstein toplamı:} \quad f_o(a,b) = \frac{a+b}{1+ab} \quad (4.13)$$

$$\text{Cebirsel toplam:} \quad f_o(a,b) = a + b - ab \quad (4.14)$$

Fonksiyonların bu denli çeşitli olması, her birinin farklı problemlerde en iyi çözüm olabilmelerinden kaynaklanır.

Kolayca görülür ki, yukarıda belirtilen tüm fonksiyonlar ve s-norm aksiyomlarını sağlayacak şekilde tanımlanacak yeni fonksiyonlar içinde; en düşük değeri $\max(a,b)$ şeklinde tanımlanan klasik fuzzy birleşim fonksiyonu, en yüksek değeri de drastic fonksiyon verir.

Tüm bu fonksiyonların ortak özelliği, (her biri s-norm olduğundan), sınır değerlerinde aynı sonucu, yani klasik mantık ve klasik kümeler için tanımlanan VEYA operatörü ile aynı sonucu veriyor olmalarıdır. Bu şekilde bakıldığında, her bir fonksiyonun, klasik VEYA operatörünün değişik bir bakış açısı ile genişletilmiş şekli olduğu düşünülebilir.

g_o fonksiyonu

İkinci tip belirsizlikleri birleştirmek için kullanılabilecek başlıca g_o fonksiyonu, iki olasılığı VEYA ile birleştirmek için kullanılan aşağıdaki tanıma göre belirlenebilir

$$g_o: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

$B_{ab}(a \wedge b)$: “a ile b önermelerinin aynı anda doğru olma” bilgisinin ikinci grup belirsizliğini göstermek üzere.

$$g_o(a,b) = a + b - B_{ab}(a \wedge b) \quad (4.15)$$

Eğer a ve b bilgileri birbirinden tamamen bağımsız ise, (aynı anda doğru olmaları imkansız ise veya aralarında doğrudan / dolaylı bir etkileşim yok ise)

$$g_o(a,b) = a + b \quad (4.16)$$

Eğer a ve b bilgilerinin birbiri ile ilişkileri veya etkileşimleri hakkında hiçbir bilgi yoksa;

$$g_o(a,b) = a + b - a.b \quad (4.17)$$

$$g_o(a,b) = \min(1, (a^w + b^w)^{1/w}) \quad w \in (0, \infty) \quad (4.18)$$

alternatiflerinden biri kullanılabilir.

g_o fonksiyonu seçilirken, bu fonksiyonun birleştireceği belirsizliklerin çoğunlukla stokastik belirsizlikler olacağı anımsanmalıdır.

4.3 Ve (Λ , And) Operatörü

B_a ve B_b ; a ve b önermeleri için hesaplanmış belirsizlik matrisleri ise,

$$a \Lambda b$$

önermesinin belirsizlik matrisi,

$$B_{a \Lambda b} = B_a \Lambda B_b$$

$$f_v(x,y):[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

$$g_v(x,y):[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

olmak üzere;

$$B_{a \wedge b} = \begin{bmatrix} f_v(B_{a1}, B_{b1}) \\ g_v(B_{a2}, B_{b2}) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

şeklinde tanımlanabilir.

f_v ve g_v fonksiyonları, VE (AND, Intersection) operatörü ile birleştirilen iki önermenin her birinin sırasıyla birinci grup belirsizliklerini ve ikinci grup belirsizliklerini VE operatörü ile birleştiren fonksiyonlardır.

Birinci grup belirsizlikleri birleştirecek olan f_v fonksiyonu için en uygun seçenekler, fuzzy değişkenleri VE operatörü ile birleştiren fonksiyonlardır. Benzer şekilde, g_v fonksiyonu için en uygun seçenekler de olasılık değişkenleri için üretilmiş olanlardır.

f_v fonksiyonu

Problemin türüne ve belirsizliğin problemde var olan cinslerine göre aşağıdaki fonksiyonlardan biri kullanılabilir. Bu fonksiyonlar aslında Fuzzy Kesişim operatörü için tanımlanmış olup bu amaç doğrultusunda kullanılabilirler. Problemin yapısına ve

belirsizlik türüne göre, problem çözücü tarafından geliştirilecek başka fonksiyonlar da kullanılabilir. Fonksiyonun t-norm olması bir çok durum için iyi sonuç verecektir.

Klasik fuzzy min fonk:
$$f_v(a, b) = \min(a, b) \quad (4.20)$$

Dombi fonk: (1982)
$$f_v(a, b) = \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{1}{a} - 1 \right)^\lambda + \left(\frac{1}{b} - 1 \right)^\lambda \right]^{1/\lambda}}, \quad \lambda \in (0, \infty)$$

Dubios-Prade fonk: (1980)
$$f_v(a, b) = \frac{a.b}{\max(a, b, \alpha)}, \quad \alpha \in [0, 1] \quad (4.22)$$

Yager fonk: (1980)
$$f_v(a, b) = 1 - \min[1, ((1-a)^w + (1-b)^w)^{1/w}], \quad w \in (0, \infty)$$

Drastic çarpım:
$$f_v(a, b) = \begin{cases} a, & b = 1 \\ b, & a = 1 \\ 0, & a.b < 1 \end{cases} \quad (4.23)$$

Einstein çarpımı:
$$f_v(a, b) = \frac{a.b}{2 - (a + b + -a.b)} \quad (4.24)$$

Cebirsel çarpım:
$$f_v(a, b) = a.b \quad (4.25)$$

Yukarıda verilen tüm f_v fonksiyonları için

$$f_v(a, b) \leq \min(a, b) \quad (4.26)$$

olduğu görülmektedir.

g_v fonksiyonu

g_v fonksiyonu için şu seçeneklerden biri kullanılabilir;

$$g_v(a, b) = a.b \quad (4.27)$$

$$g_v(a, b) = \min(a, b) \quad (4.28)$$

Operatörler için verilen fonksiyon alternatiflerinden hangisinin daha uygun olacağı, problemin yapısına ve içerdiği belirsizlik türlerine göre değişir. Her durumda ve her zaman daha iyi sonuç üreten bir fonksiyon bulunmamaktadır. Dolayısıyla problem çözücü duruma en uygun olacak şekilde (burada yer verilenlerle sınırlı kalmadan) bir f ve g fonksiyonu seçebilir.

5. UYGULAMA ÇALIŞMASI: DAVRANIŞSAL ROBOTLARDA BELİRSİZLİK MATRİSİ

Bu bölümde, belirlenmiş bir hareket çevresinde engellerden kaçınırken hedefe gitmesi görevi verilen bir mobil robotun hangi yöne gitmesi gerektiği ile ilgili karar verme problemi simüle edilecektir.

Söz konusu robot davranış temelli bir karar verme sistemine sahip olup her bir adımda kendisinin ve çevresinin pozisyonunu dikkate alarak sahip olduğu davranışların gereklerine uygun bir şekilde hareket yönüne ve hızına karar vererek yoluna devam etmektedir.

5.1 Davranışsal Robotlar

Klasik anlamdaki robot kontrolünde, karar vermede etkili olan tüm faktör ve veriler değerlendirilir ve robotun ne yapacağına karar verilerek ilgili bölümlere talimatlar gönderilerek uygulanır.

Doğada en ilkel böcekler bile yaşamsal etkinliklerini sürdürmeyi başarırken robotlar izole edilmiş ortamda kendilerinden beklenen işlevleri yerine getirmekte zorlanmaktadır. Robotların her geçen gün daha kompleks hale gelmesi ve bir çok görev ve bileşeni aynı anda barındırması nedeniyle, robotun ne yapacağına karar veren sistem de aynı ölçüde karmaşılaşmakta ve yönetimi zorlaşmaktadır. Bu zorluklar, robotun her türlü hareket ve eğilimlerinin “davranışlar” şeklinde gruplandırılması ile aşılabılır. Bir “davranış” en basit anlamıyla, “etkiye karşılık verilecek tepkiyi tanımlayan mekanizma” şeklinde açıklanır (Şekil 5.1; Şirin, 2005).



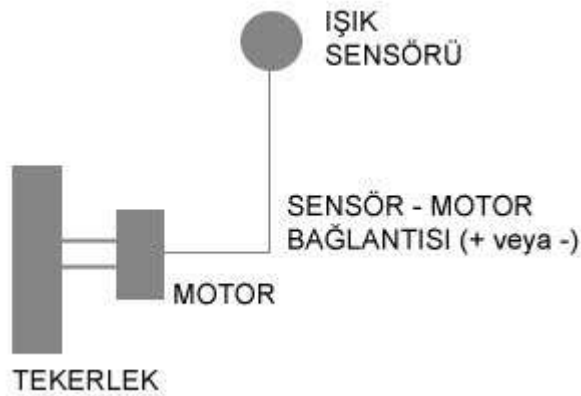
Şekil 5.1: Davranış, Etkiye Verilecek Tepkiyi Belirler.

Robot hareketlerinin ve kararlarının davranışlar şeklinde tanımlanması robotun daha üst düzeydeki karar sisteminin basit kurallar ile ifade edilmesine olanak vermekte ve bu katmanı gereksiz detaylardan temizlemektedir. Bir alt katman olan Davranış'lar ise, kendi önceden tanımlanmış Tepki – Etki ilişkisi dışında kalan öğeleri ve kendilerini ilgilendiren giriş bilgileri dışındaki bilgileri dikkate almadıklarından tanımlama ve çalışma süreçlerini kolaylaştırır. Buna ek olarak, davranışların iyi bir şekilde tanımlanması durumunda; robotun karşı karşıya geleceği her türlü durum için özel kurallar ve koşullar verilmesine gerek kalmaksızın, durumlar karşısında yeterli yanıtlar verebilecektir.

Karar verme süreci davranış kavramına dayanan robotlara Davranışsal Robotlar (Behaviour-Based Robots) adı verilir.

5.1.1 Braitenberg Araçları ve Davranışlar

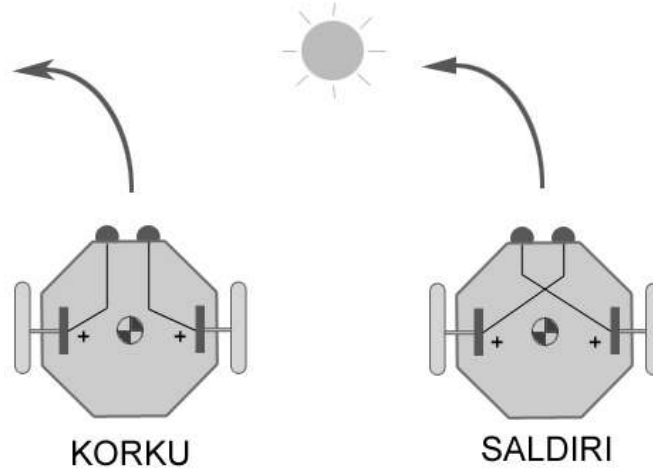
İlk olarak Braitenberg (1984) tarafından ifade edilen Braitenberg araçları, en basit tepkisel davranışların çalışma prensibini anlamak açısından önemlidir. Bu araçlar, bir sensör, bir motor ve aradaki ilişkiyi sağlayan bağlantıdan ibaret olan basit sistemlerden (Şekil 5.2) oluşan araçlardır. Basit sistemdeki sensör ışığı algılamakta ve ışık şiddeti ile doğru veya ters orantılı hızda olacak şekilde motoru kontrol etmektedir.



Şekil 5.2: Braitenberg Araçlarını Oluşturan Basit Sistem.

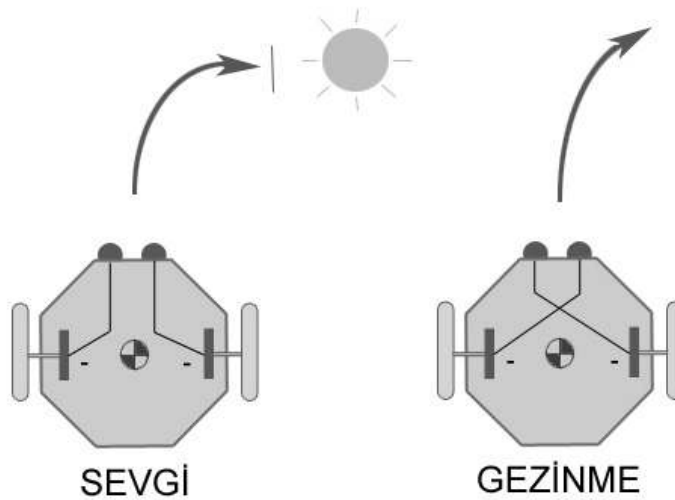
Braitenberg ışığa duyarlı sistemi çeşitli şekillerde bağlayarak bir ışık kaynağının konumuna göre hareket eden basit davranışlar tasarlamıştır. Basit sistemde, “sensörün algıladığı ışık şiddeti arttıkça motorun hızlandırılması” olarak

tanımlanacak “ışıktan kaçınma” durumunda elde edilecek davranışlar Şekil 5.3’de gösterilmiştir. Işığa yakın olan motorun hızlanması sonucu araç ışıktan uzaklaşma yönüne yönelmekte, sensör ve motorların çapraz bağlanması ile de ışığa yaklaşmaktadır. Bu iki davranış sırasıyla “korku” ve “saldırı” olarak adlandırılabilir.



Şekil 5.3: “Korku” Ve “Saldırı” Davranışları.

Sensörün düşük ışık altında motoru hızlandırması, yüksek ışıktaki ise yavaşlatması durumunda, Şekil 5.4’de gösterilen davranışlar ortaya çıkar. Robotun ışıktan uzak olan motorunun yakın olanına göre daha hızlı hareket etmesi nedeniyle robot ışığa yaklaşacak buna karşın ışık şiddetinin artmasından dolayı ışığa yaklaştıkça yavaşlayacak ve bir noktada duracaktır. Bu davranış basit anlamda “Sevgi” olarak adlandırılabilir. Sensör ve motorların çapraz bağlanması durumunda ise, robot ışıktan uzaklaşma eğilimi içinde olacak ama ışık kaynağından fazla uzaklaşmayıp etrafta gezinecektir.

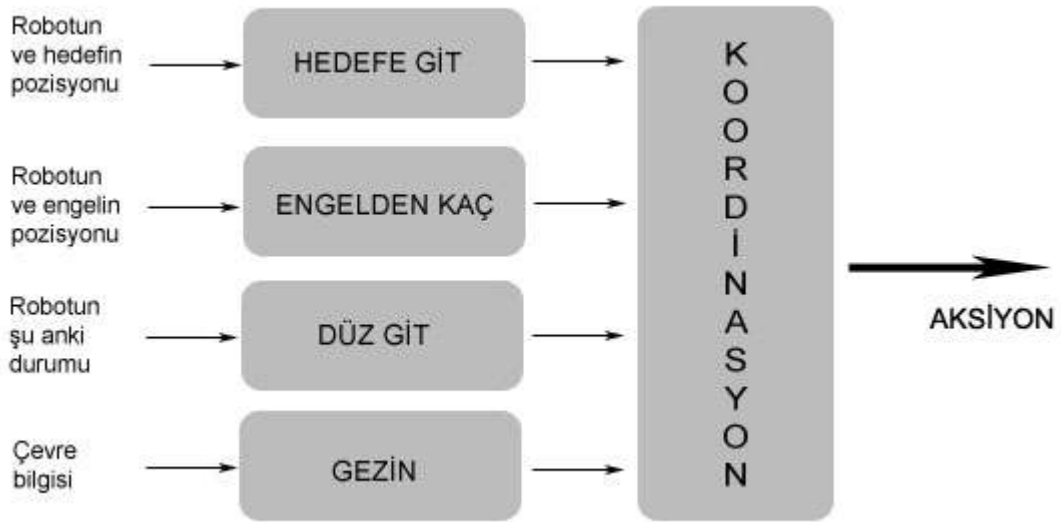


Şekil 5.4: Işık Şiddeti İle Motor Hızı Ters Orantılı Olduğunda “Sevgi” Ve “Gezinme” Davranışları Görülür.

Çok sayıda ışık kaynağı kullanılarak ve sensör-motor ilişkisine farklı tanımlamalar getirilerek değişik bir çok davranış elde edilebilir.

5.1.2 Davranışların Koordinasyonu

Bir davranış, her zaman ve her durumda belirli bir görevi yerine getirmeye adanmıştır. Davranışın ne şekilde yanıt vereceği robotun global amaçlarından bağımsızdır; aynı etkiye hep aynı tepkiyi verir. Dolayısıyla robotun global amaçlarını yerine getirebilmesi için daha üst düzey bir katman tarafından yönetilmesi ve diğer davranışlar ile ahenk içinde olmasının sağlanması gerekir. Robotun o anki pozisyonuna ve eldeki bilgi kümesine göre her bir davranışın eğilimi bir koordinasyon mekanizmasına göre değerlendirilerek aksiyona çevrilir ve gereği yerine getirilir (Şekil 5.5).



Şekil 5.5: Davranış Eğilimleri Koordinasyon Bloku Tarafından Değerlendirilir Ve Aksiyon Ortaya Çıkar (Şirin, 2005).

Koordinasyon mekanizması basit anlamda toplamsal sonuç üreten veya kompleks stratejiler içeren bir sistem olabilir. Davranışlar her zaman birbirini destekleyen sonuçlar üretmez; bazı durumlarda çelişen hatta tam zıt olan eğilimlere sahip olabilirler. Dolayısıyla davranışsal robotta başarı büyük ölçüde koordinasyon sistemi ile ilişkilidir.

Koordinasyon mekanizmaları temel olarak aşağıdaki türlerden birine girer; (Şirin, 2005; Dağlarlı, 2006)

Hakemli: Davranışlar arasında katı bir öncelik sıralaması vardır. Birden fazla davranışın etkin olduğu durumda, önceliği en yüksek olan davranışın gereği yerine getirilir.

Aksiyon-Seçimli: Davranışlar arasında öncelik sıralaması yoktur. O anki durumun koşullarına ve belirli tercih seçeneklerine göre seçilen davranışın gereği yerine getirilir.

Oylama: O anda etkin olan her davranışın olası yanıtları bir araya getirilerek oylamaya tabi tutulur. En fazla oyu alan yanıt dikkate alınır diğerleri ihmal edilir.

Toplamsal: Etkin olan davranışların yanıtları toplanarak gereği yerine getirilir.

Davranış temelli robotlar ile ilgili daha fazla bilgi için Şirin (2005) ve Dağlarlı (2006)'ya bakılabilir.

5.2 Uygulama Simülasyon Düzeneği

Şekil 5.6'da gösterilen uygulama simülasyonu ortamı; 20mx30m ebatında dikdörtgen şeklinde bir yürüme zemini ile bu ortama yerleştirilmiş;

1 adet davranışsal mobil robot (50cm çapında silindir şeklinde)

1 adet hedef noktası (noktasal hedef)

3 adet hareketli veya duran engel bloku (her biri 1m çapında)

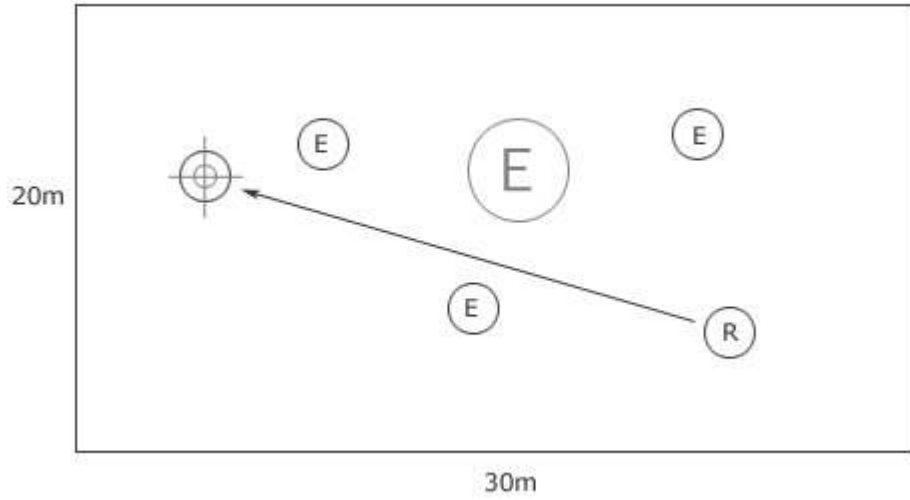
1 adet hareketli veya duran engel bloku (3m çapında)

içermektedir.

Amaç; robotun, engellere çarpmadan (veya engellerden belirli bir uzaklıkta kalarak) hedef noktasına ulaşmasıdır.

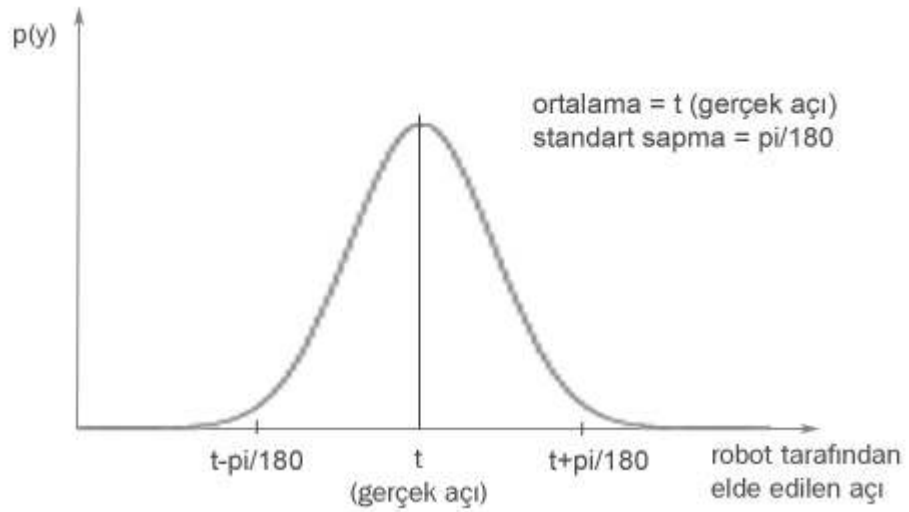
Sensör verilerinde belirsizlik

Her ne kadar esas uygulama robotun karar verme düzeni üzerinde olsa da; robotun en yakın engelin ve hedefin yönü ile ilgili çeşitli şekilde elde ettiği bilginin de bir takım bozucu etmenlerden ya da bilgiyi sağlayan sensörün yapısından dolayı belirsizlik içerdiği varsayılmaktadır.



Şekil 5.6: Simülasyon Uygulamasının Zeminini. Zeminde Bir Adet Robot, Bir Adet Hedef Ve 3 Ya Da Daha Fazla Sayıda Engel Bulunmaktadır.

Engel ve Hedeflerin açısal değerleri ile ilgili bilgi veren kaynak, olasılıkları Şekil 5.7’de gösterilen normal dağılım eğrisine göre (standart sapması $\pi/180$ olan) değişen sapmış sonuçlar vermektedir.



Şekil 5.7: Robotun, Engel Ve Hedefler İle İlgili Elde Ettiği Açısal Değerlerdeki Sapmanın Olasılık Dağılımı.

Ayrıca robotun elde ettiği uzaklıklarda da yine benzer şekilde normal dağılım eğrisine göre olasılığı değişen miktarlarda sapma söz konusudur. Ancak bu sapma, kullanılan hesaplama tekniğinde elde edilen sonuçlar üzerinde önemsiz derecede etkili olduğundan dolayı dikkate alınmayacaktır.

5.2.1 Yöntemlerin Başarı Ölçütleri

Bu uygulamada, kullanılan yöntemin başarısı önem sırasına göre şu ölçütler ile ölçülür;

1. Robotun, verilen göreve göre herhangi bir engele çarpmadan ya da engellere belirli bir tehlike eşiğinden daha fazla yaklaşmadan, hedef noktasına varması
2. Hedef noktaya giderken takip edilen yolun kısa olması veya takip edilen yolun en kısa zamanda aşılıyor olması
3. Hedef noktaya giderken takip edilen yolun yumuşak olması, keskin dönüşler içermiyor, minimum dönüş gerektiriyor vb olması

5.2.2 Deneydeki Robotun Davranışları

Simülasyonda robotun temel olarak 4 davranışı olduğu düşünülmüştür. Davranış sayısı daha az veya fazla olan örnekler de türetilebilir.

D₁: Hedefe Doğru Git: Robotun hedefe doğru yönelme ve ilerleme davranışı

D₂: Engelden Kaçın: Robotun belirli bir yakınlığında bir engel varsa bu engelin bulunduğu yönün tersi yöne gitme (engelden uzaklaşma) davranışı

D₃: Gezin: Robotun rastgele yönelme ve dolaşma davranışı

D₄: Doğru Git: Robotun o sırada yönelmiş olduğu yöne doğru gitme, yönünü değiştirmeme davranışı

Robot herhangi bir A_i adımında; durum değerlendirmesi yaparak aşağıda açıklanacak olan algoritmaya göre bu davranışlardan bir tanesini seçip davranışa uygun hareketi gerçekleştirmekte, veya birden fazla davranışın ürettiği hareket isteğini birleştirip bunu uygulamaktadır.

Davranış Seçme Matrisi

Bir robotun herhangi bir anda etkin olan davranışlardan hangisine göre hareket edeceği veya hangisinin baskın olacağına karar vermek üzere “Davranış Seçme Matrisi” kullanılır. Bu matrisde, hangi koşullar altında hangi davranışın seçileceğine dair olasılık (sıklık) değerleri yer alır.

Simülasyon uygulamasında kullanmak üzere aşağıdaki örnek davranış seçme matrisi oluşturulmuştur:

$$M_{davranıavrçme} = \begin{bmatrix} 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.65 & 0.20 & 0.05 & 0.10 \\ 0.85 & 0.00 & 0.05 & 0.10 \end{bmatrix}$$

u_e : Robota en yakında olan engelin robot ile arasındaki uzaklık

u_{et} : Robotun bir engel ile arasındaki mesafe için tehlike sınırı

u_{er} : Robotun bir engel ile arasındaki mesafe için rahatlama sınırı

M_{1j} : $u_e < u_{et}$ iken D_j davranışının seçilme sıklığı

M_{2j} : $u_{et} \leq u_e \leq u_{er}$ iken D_j davranışının seçilme sıklığı

M_{3j} : $u_{er} < u_e$ iken D_j davranışının seçilme sıklığı

şeklinde belirlenen sıklık değerlerine göre rastlantısal olarak bir D davranışı belirlenir.

Matristeki sıklık değerleri, robotun daha önceki deneyimlerinden (verdiği kararların belirli bir ölçüte göre yapılacak değerlendirmelere göre başarı oranı dikkate alınarak), veya dışarıdan aldığı geçmiş direktiflere göre belirlenir. Matris değerleri problem boyunca sabit olabileceği gibi, deneyime göre dinamik bir yapı içerisinde değişkenlik de gösterebilir.

ds_k : k koşulu altında yaşanmış deneyim sayısı

ds_{ki} : k koşulu söz konusu iken D_i davranışının seçildiği durum sayısı

ise

$$M_{ki} = \frac{ds_{ki}}{ds_k} \quad (5.1)$$

olarak hesaplanır.

Klasik Metot: Davranış Seçme

Robot herhangi bir adımda;

u_e : robota en yakın olan engel ile robot arasındaki uzaklık (m).

u_h : hedef ile robot arasındaki uzaklık (m)

olmak üzere, M davranış seçme matrisine göre bir D davranışı belirlenir.

Robotun çevre haritasını çıkarması, kendi konumunu ve diğer nesnelerin konumunu belirlemesi gibi konular, iyileştirme etkisinin görüleceği alan dışında olduklarından; bu bilgilerin ne şekilde elde edildiklerine değinilmeyecek ve bilgilerin yukarıda belirtilen sensör hatası ile birlikte sağlanmış olduğu var sayılacaktır. Birden fazla sayıda sensörden aynı pozisyon için farklı kapsamda veya çelişik bilgiler gelmesi durumunda, bu bilgiler Depmster-Shafer Teorisi benzeri bir metot ile birleştirilerek kullanılabilir.

M matrisi koşulları ve olasılık değerleri; problem çözücü tarafından gözlem veya deneyim ile belirlenmiş olabileceği gibi, robotun kendisi tarafından davranış geçmişine göre dinamik olarak da oluşturulmuş olabilir. Problemin tez konusu dışında kalan kısımlarının uygulama örneği sonucuna etki etmesini engellemek için bu kısımları olabildiğince basit tutmak gerekmektedir; bu nedenle uygulamanın tüm adımlarında yukarıda verilen M matrisi kullanılacak, $u_{et}=1m$ ve $u_{et}=5m$ olarak alınacaktır.

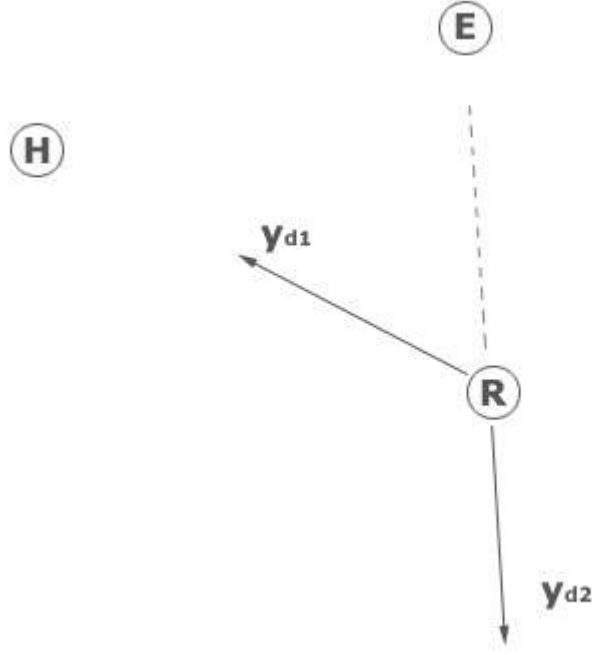
Bu metotta seçilen davranışın gereği olan yöne doğru hareket edilir, diğer davranışlar ve o konumda önerecekleri hareketler dikkate alınmaz.

Belirli bir durumda bir davranışın ne şekilde yönelme öngördüğü Şekil 5.8’de gösterilmiştir. D_1 ve D_2 davranışları şekilde görüldüğü gibi sırasıyla hedefe yaklaşma ve hedeften uzaklaşma yönlerini önerir. D_3 davranışının baskın çıkması durumunda, dairesel yönergede eşit olasılık dağılımına göre rastgele bir yön seçilir. D_4 davranışının baskın çıkması durumunda robotun o anki yönü (hareket durumunda bir önceki adımın ilerleme yönü) seçilir.

Alternatif Metot: Belirsizlik Matrisi Kullanarak Yanıt Belirleme

Bu metotta yine yukarıda verilen davranış seçme matrisi etkindir. Ancak matrisin görevi sadece baskın davranışı belirlemekten ibarettir.

Matrisin öngördüğü koşullara göre belirtilen sıklık derecelerine uygun bir şekilde baskın davranış belirlenir ve bu baskın davranışın sonucu olan yönelme, öteki davranışların yönelmeleri de dikkate alınarak modifiye edilir. Böylece o anki durumda robotta etkin olan tüm davranışların ortak kararı ile hareket edilmiş olur.



Şekil 5.8: Robot, Engel Ve Hedef'in Konumuna Göre D_1 ve D_2 Davranışlarının Yönelimleri.

Ayrıca bir davranışın tek bir yönelme yerine birçok sayıda yönelmeyi belirli bir sıklık dağılımına göre önerdiği ele alınabilir. Şekil 5.9'da böyle bir durumda D_2 davranışının olası yönelmeleri olan $y_{d2,1}$ $y_{d2,2}$ $y_{d2,3}$ $y_{d2,4}$ ve $y_{d2,5}$ yönelmeleri gösterilmiştir. Görüldüğü gibi bu yönelmelerin hepsi (amaca uygun olarak) engelden uzaklaştırmaktadır.

Uygulama örneğimizde; her bir D_i davranışı için $i=\{1,2,3,4\}$

Ana yönelme: $y_{di,3}$

Diğer yönelmeler;

$$y_{di,1} = y_{di,3} - \pi/2$$

$$y_{di,2} = y_{di,3} - \pi/4$$

$$y_{di,4} = y_{di,3} + \pi/4$$

$$y_{di,5} = y_{di,3} + \pi/2$$

Bir davranış için birçok yönelme varsa, tek bir davranışın seçilip buna uygun şekilde hareket edilmesi durumunda bile, bu yönelmelerden hangisine göre ilerleneceği problemi ortaya çıkar.

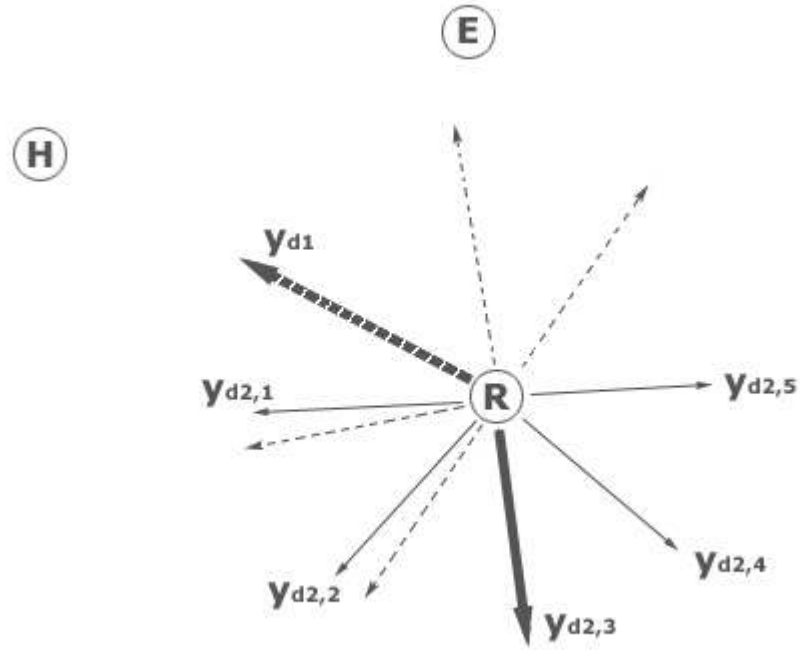
Buna çözüm olarak; bir davranışın her bir olası yönelmesine

$$\sum_j P(y_{di,j}) = 1 \quad \text{koşulunu sağlayacak şekilde} \quad (5.2)$$

$$P(y_{di,j}) \quad i=\{1,2,3,4\}$$

şeklinde bir sıklık değeri atanmalıdır.

Sıklık dağılımı belirlenirken, akılcı olarak; davranışın amacına en çok hizmet edecek olan yönlerin (örneğin Şekil 5.9'da $y_{d2,3}$ yönü) daha yüksek bir sıklık derecesine sahip olması beklenir.



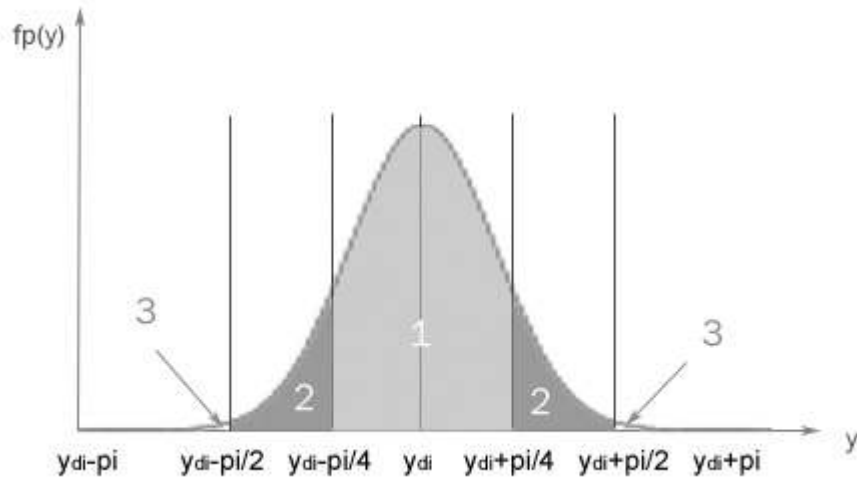
Şekil 5.9: Bir Davranış Tek Bir Yön Yerine Birçok Sayıda Yön Önerir.

Sıklık değerlerinin hesaplanmasında,

Ortalaması; $y_{di,3}$

Standart sapması; $p_s \cdot \pi$ $p_s \in (0, 2\pi)$

olmak üzere normal Şekil 5.10'daki dağılım kullanılabilir.



Şekil 5.10: Yönelmelerin Sıklık Düzeylerini Belirlemek İçin Normal Dağılım Kullanılabilir.

$$f_p(y) = \frac{1}{\sqrt{ps.\pi.2\pi}} e^{-\frac{(y-y_{di})^2}{2ps.\pi}} \quad (5.3)$$

iken bu fonksiyona ait toplamsal olasılık fonksiyonu

$$F_p(y) = \frac{1}{\sqrt{ps.\pi.2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{(y-y_{di})^2}{2ps.\pi}} dy \quad (5.4)$$

olarak hesaplanır.

Şekil 5.10'da 1 nolu alan $y_{di,3}$; 2 nolu alanların her biri $y_{di,2}$ ve $y_{di,4}$; 3 nolu alanlar da $y_{di,1}$ ve $y_{di,5}$ yönelmelerinin sıklık değerini gösterecek olursa;

$Ps=1/4$ alınması durumunda

$$p(y_{di,1})=0.0228$$

$$p(y_{di,2})=0.1359$$

$$p(y_{di,3})=0.6826$$

$$p(y_{di,4})=0.1359$$

$$p(y_{di,5})=0.0228$$

olarak bulunur.

D_3 davranışında ise (gezin), yukarıda belirtilen şekilde normal dağılım kullanılabileceği gibi, davranışın karakteri gereği, rastgele seçilecek herhangi ana yönelme açısı etrafındaki yan yönelmeler için sıklık derecesi eşit olarak da alınabilir:

$$p(y_{di,1})=0.20$$

$$p(y_{di,2})=0.20$$

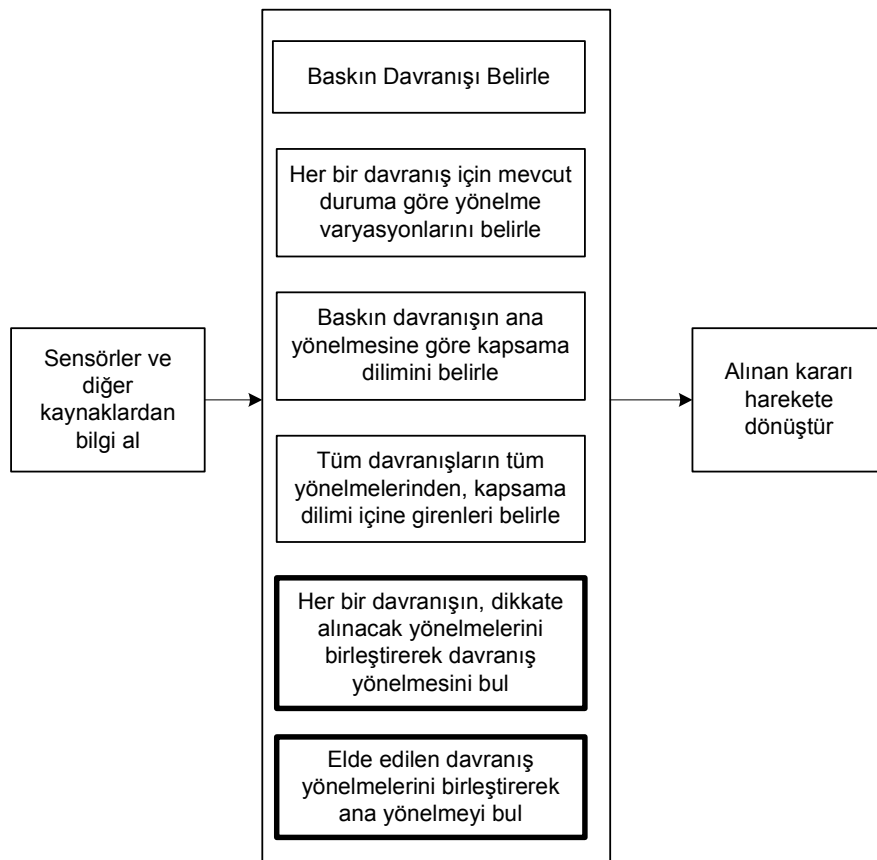
$$p(y_{di,3})=0.20$$

$$p(y_{di,4})=0.20$$

$$p(y_{di,5})=0.20$$

5.2.3 Davranış Yönelmelerini Birleştirme İşlemi

Yönelme birleştirme işlemi Şekil 5.11'deki diyagramda verilen sıraya göre yapılmaktadır.



Şekil 5.11: Davranış Yönelmelerini Birleştirme İşlemi İçin Akış Diyagramı

Bu işlemde Belirsizlik Matrisi'nin kullanılacağı kritik adımlar;

1. Her bir davranışın, dikkate alınacak yönelmelerinin birleştirilmesi
2. Elde edilen davranış yönelmelerinin birleştirilerek ana yönelmenin bulunması

adımlarıdır.

Baskın davranış olarak saptanan D_b 'nin ana yönelmesi $y_{db,3}$ iken kapsama alanı

$$\text{Kapsama Alanı} = [y_{db,3}-\pi/2, y_{db,3}+\pi/2] \quad (5.5)$$

$$y_{ref} = y_{db,3} \quad (5.6)$$

alınacak ve her bir davranışın yalnızca bu yay içinde kalan;

$$f_{ij} = fark(y_{ij}, y_{ref}) = \begin{cases} (y_{ij} - y_{ref}) & , -\pi \leq y_{ij} - y_{ref} \leq \pi \text{ iken} \\ (y_{ij} - y_{ref}) - 2\pi, & \pi < y_{ij} - y_{ref} \text{ iken} \\ (y_{ij} - y_{ref}) + 2\pi, & y_{ij} - y_{ref} < -\pi \text{ iken} \end{cases} \quad (5.7)$$

iken

$$abs(f_{ij}) \leq \frac{\pi}{2} \quad (5.8)$$

koşulunu sağlayan y_{ij} yönelmeleri dikkate alınacaktır.

Herhangi bir D_i davranışının dikkate alınacak olan k adet yönelmesi varsa

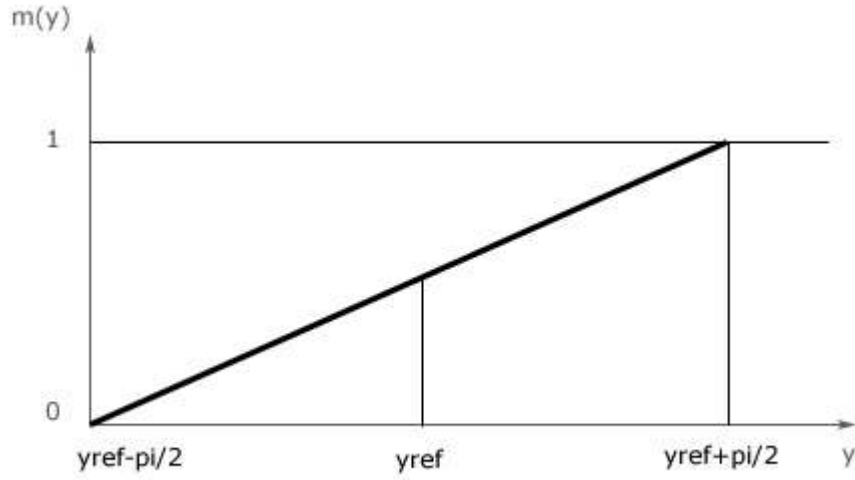
$$y_{di,j} \quad j=\{1..k\}$$

D_i davranışının birleştirilmiş yönelmesini bulmak için, her bir $y_{di,j}$ yönelmesinin belirsizlik matrisi bulunarak birleştirilir.

$$By_{di,j} = \begin{bmatrix} \mu_y(y_{di,j}) \\ p(y_{di,j}) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$\mu_y(y_{di,j})$: Şekil 5.12'de verilen fuzzy üyelik fonksiyonu $[0,1]$

$p(y_{di,j})$: D_i davranışı için $y_{di,j}$ yönelmesinin tercih edilme sıklığı $[0,1]$



Şekil 5.12: Açısal Değerlerin Belirsizlik Matrisi'ni Bulurken Kullanılan Üyelik Fonksiyonu.

Davranışın birleştirilmiş yönelmesi olan y_{di} için hesaplama

$$By_{di} = By_{di,1} \text{ OR } \dots \text{ OR } By_{di,k} \quad (5.10)$$

$$By_{di} = \left[\frac{\text{avg}(\mu_y(y_{di,1}), \dots, \mu_y(y_{di,k}))}{\min(1, \sqrt{p(y_{di,1})^2 + \dots + p(y_{di,k})^2})} \right] = \left[\frac{\mu_y(y_{di})}{p(y_{di})} \right] \quad (5.11)$$

Burada belirsizlikleri OR operatörü ile birleştirmek için kullanılan 2 fonksiyon yerine başka alternatifler de bulunabilir. Bu fonksiyonlar, önceki bölümde verilen alternatiflerden problemin niteliğine en uygun olanlar arasından seçilir.

Kapsama alanı içine en az bir yönelmesi giren t adet davranış var iken;

$$By_{di} \quad i = \{1, \dots, t\}$$

davranış birleştirilmiş yönelmeleri, yine aynı birleştirme fonksiyonları kullanılarak bir araya getirip

$$By_s = By_{di} \text{ OR } \dots \text{ OR } By_{dt} \quad (5.12)$$

$$By_s = \left[\frac{\text{avg}(\mu_y(y_{d1}), \dots, \mu_y(y_{dt}))}{\min(1, \sqrt{p(y_{d1})^2 + \dots + p(y_{dt})^2})} \right] = \left[\frac{\mu_y(y_s)}{p(y_s)} \right] \quad (5.13)$$

şeklinde elde edilir.

Bu matriste, $\mu_y(y_s)$ değeri, Şekil 5.12'deki üyelik fonksiyonunda geriye döndürülerek y_s açısı (y_{ref} açısına bağlı olarak)

$$y_s = (y_{ref} + \pi \cdot \mu_y(y_s) - \frac{\pi}{2}) \quad MOD \quad 2\pi \quad (5.14)$$

bulunur.

Burada bulunan $p(y_s)$ değeri; elde edilen y_s açısından ne derece emin olduğumuza (bu yöndeki elde edilen kararın ne derece kesin olduğuna) yönelik bir gösterge olarak kullanılabilir. Sayısal olarak 1 değerine yaklaştıkça kararın daha güçlü olduğu anlaşılır. Bu rakamın değeri, robotun hızlanması için bir faktör olarak kullanılabilir.

5.3 Simülasyonda Hesaplama Metodu

Bu kısımda, simülasyon programında robotun her bir adımında, bir sonraki noktayı ne şekilde belirlediğine dair metod; formüller ve rakamlar verilerek açıklanmaktadır.

Hedefe doğru ilerleme görevi; önceden çizilen yol haritasının takip edilmesi şeklinde değil, her hesaplama işleminde Şekil 5.13'deki akış diyagramına göre yeni bir ilerleme yönü ve ilerme hızını belirlemeye ve bir dilimlik zaman süresince aynı doğrultuda hareket etmeye dayanmaktadır. Böylece algoritma, hareketli engeller ve davranışı önceden kestirilemeyecek başka mobil robotların bulunduğu ortamlarda da başarılı bir şekilde çalışır.

Uygulama Alanı:

30m x 20m boyutlarında düz bir zemin. (Şekil 5.6)

Uygulama Alanında Yer Alanlar;

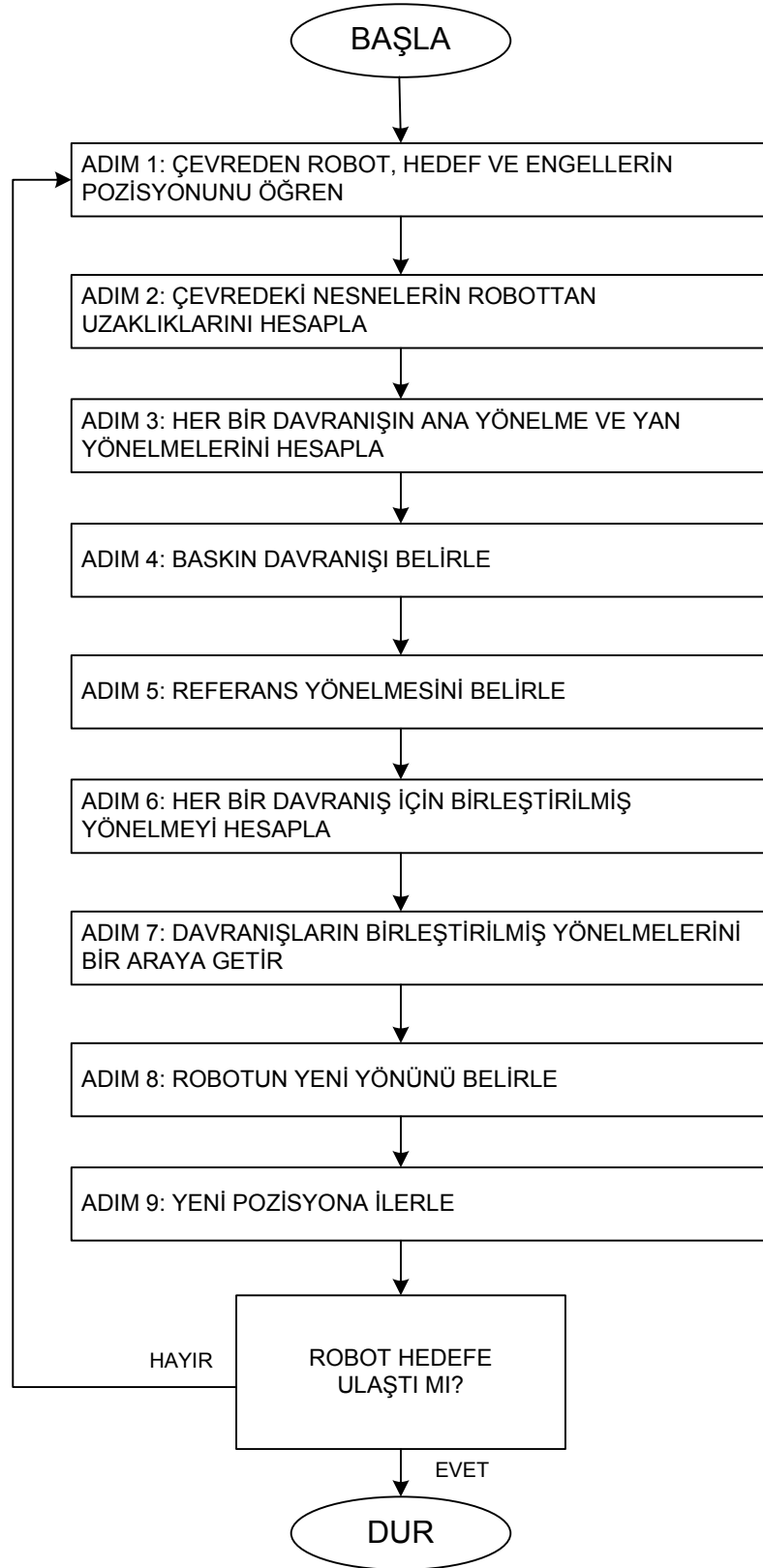
1 adet mobil robot "R" (0.5m çapında dairesel şekle sahip)

1 adet hedef noktası "H" (0cm çapında nokta)

3 adet duran veya hareketli engel "E" (her biri 1m çapında silindir)

1 adet duran veya hareketli engel "E" (3m çapında)

Robot, hedefe doğru ilerlerken, belirli aralıklarla (*adımzamanı*), aşağıdaki işlemleri sırasıyla yaparak yeni yönünü ve hızını belirleyecektir.



Şekil 5.13: Hesaplama İşlemi İçin Akış Diyagramı.

ADIM 1: BAŞLANGIÇ POZİSYONU

Uygulama alanı üzerinde yer alan Robot, Hedef ve Engellerin pozisyonlarını öğren;

Robot pozisyonu: x_r, y_r (m)

Hedef pozisyonu: x_h, y_h (m)

Engellerin pozisyonu; $x_{e1}, y_{e1}; x_{e2}, y_{e2}; x_{e3}, y_{e3}; x_{e4}, y_{e4}$ (m)

Robotun yarıçapı: r_r (0.25 m)

Hedefin yarıçapı: r_h (0 m)

Engellerin yarıçapı: r_{e1} (0.5 m), r_{e2} (0.5 m), r_{e3} (0.5 m), r_{e4} (1.5 m)

ADIM 2: UZAKLIKLARI HESAPLA

Robot ile engeller ve hedef arasındaki uzaklıkları hesapla:

Yarıçapları r_1 ve r_2 olan; (x_1, y_1) ile (x_2, y_2) pozisyonunda bulunan iki dairesel nesnenin dış çevreleri arasındaki uzaklık;

$$u = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} - r_1 - r_2 \quad (5.15)$$

Bu şekilde hesaplanan uzaklıklara göre;

x_r, y_r : robotun koordinatları (biliniyor)

E: robota en yakında bulunan engel (yukarıdaki formüle göre bulunacak engel uzaklıkları içinde en küçük uzaklığa sahip engel)

x_e, y_e : robota en yakında bulunan E engelinin pozisyonu (biliniyor)

u_e : en yakındaki engel ile robot arasındaki uzaklık (dış çevreleri arasındaki uzaklık)

r_e : en yakındaki engelin yarıçapı

H: Hedef

x_h, y_h : Hedefin pozisyonu (biliniyor)

u_h : hedef ile robot arasındaki uzaklık (dış çevreler arasındaki uzaklık)

t_r : Robotun o anda (karar verme öncesi durumda) yönelmiş olduğu yönün açısal değeri. Robotun hangi yöne yönelmiş olduğu bilinmiyorsa $t_r=t_h$ alınacaktır.

t_e : Robotun pozisyonuna göre E engelinin bulunduğu yönün x eksenine göre açısal değeri şu şekilde hesaplanır:

$$y_e > y_r \text{ ise: } t_e = \text{ArcCos}\left(\frac{x_e - x_r}{u_e + r_e + r_r}\right) \quad (5.16a)$$

$$y_e < y_r \text{ ise: } t_e = 2\pi - \text{ArcCos}\left(\frac{x_e - x_r}{u_e + r_e + r_r}\right) \quad (5.16b)$$

t_h : Robotun pozisyonuna göre H hedefinin bulunduğu yönün x eksenine göre açısal değeri şu şekilde hesaplanır:

$$y_h > y_r \text{ ise: } t_h = \text{ArcCos}\left(\frac{x_h - x_r}{u_h + r_h + r_r}\right) \quad (5.17a)$$

$$y_h < y_r \text{ ise: } t_h = 2\pi - \text{ArcCos}\left(\frac{x_h - x_r}{u_h + r_h + r_r}\right) \quad (5.17b)$$

Açısal Belirsizlik

rnd_1 : [0,1] aralığında rastgele bir sayı olmak üzere yukarıda hesaplanan t_e açısal değerine Tablo 5.1'den bulunacak bir değer eklenecektir.

rnd_2 : [0,1] aralığında rastgele bir sayı olmak üzere yukarıda hesaplanan t_h açısal değerine Tablo 5.1'den bulunacak bir değer eklenecektir.

Tablo 5.1: Sensör Datasında Bulunan Açısal Belirsizliğin Olasılık Dağılımı.

Rnd	$t_{e\text{-bozucu}}$ (Radyan)
$0.00 \leq \text{rnd} < 0.05$	-0,0245
$0.05 \leq \text{rnd} < 0.15$	-0,0224
$0.15 \leq \text{rnd} < 0.25$	-0,0147
$0.25 \leq \text{rnd} < 0.35$	-0,0092
$0.35 \leq \text{rnd} < 0.45$	-0,0044
$0.45 \leq \text{rnd} < 0.55$	0,0000
$0.55 \leq \text{rnd} < 0.65$	0,0044
$0.65 \leq \text{rnd} < 0.75$	0,0092
$0.75 \leq \text{rnd} < 0.85$	0,0147
$0.85 \leq \text{rnd} < 0.95$	0,0224
$0.95 \leq \text{rnd} \leq 1.00$	0,0245

ADIM 3: HER BİR DAVRANIŞIN ANA YÖNELME VE YAN YÖNELMESİNİ BELİRLE

Bu uygulamada kullanılacak olan davranışlar:

D₁: Hedefe Doğru Git: Robotun hedefe doğru yönelme ve ilerleme davranışı

D₂: Engelden Kaçın: Robotun belirli bir yakınlığında bir engel varsa bu engelin bulunduğu yönün tersi yöne gitme davranışı

D₃: Gezin: Robotun rastgele yönelme ve dolaşma davranışı

D₄: Doğru Git: Robotun o sırada yönelmiş olduğu yöne doğru gitme davranışı

D₁, D₂, D₃, ve D₄ 'ün ana yönelmeleri (robotun yönlenmesini istedikleri açı) sırasıyla y_{ana1} , y_{ana2} , y_{ana3} , y_{ana4} olsun.

$$y_{ana1} = t_h \quad (5.18)$$

$$y_{ana2} = (t_e + \pi) \bmod 2\pi \quad (5.19)$$

$$y_{ana3} = t_h + \text{rnd} * \pi - (\pi/2) \quad \text{rnd: } [0,1] \text{ aralığında rastgele bir sayı} \quad (5.20)$$

$$y_{ana4} = t_r \quad \text{Dikkat: başlangıç durumunda } t_r = t_h \text{ 'dir.} \quad (5.21)$$

Yan yönelmeler (davranışların daha küçük bir sıklıkla tercih edecekleri açılar)

D_i davranışının yönelmeleri: (i=1,2,3,4)

$$y_{i1} = (y_{ana1} - \pi/2) \bmod 2\pi \quad (5.22a)$$

$$y_{i2} = (y_{ana1} - \pi/4) \bmod 2\pi \quad (5.22b)$$

$$y_{i3} = y_{ana1} \quad (5.22c)$$

$$y_{i4} = (y_{ana1} + \pi/4) \bmod 2\pi \quad (5.22d)$$

$$y_{i5} = (y_{ana1} + \pi/2) \bmod 2\pi \quad (5.22e)$$

Bu yönelmelerin sıklık değerleri:

$$p_{i1} = p(y_{i1}) = 0.05$$

$$p_{i2} = p(y_{i2}) = 0.20$$

$$p_{i3} = p(y_{i3}) = 0.50$$

$$p_{i4} = p(y_{i4}) = 0.20$$

$$p_{i5} = p(y_{i5}) = 0.05$$

ADIM 4: BASKIN OLAN DAVRANIŞI BELİRLE

$$\text{Davranış seçme matrisi: } M_{\text{davranıavırçme}} = \begin{bmatrix} 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.65 & 0.20 & 0.05 & 0.10 \\ 0.85 & 0.00 & 0.05 & 0.10 \end{bmatrix}$$

rnd: [0,1] aralığında rastgele bir sayı

$$u_{\text{et}} = 1 \text{ m}$$

$$u_{\text{er}} = 5 \text{ m}$$

Baskın davranış Tablo 5.2'ye göre seç:

Tablodaki koşullar sıraya göre işletilir. Koşullardan biri DOĞRU sonucunu verip baskın davranış belirlendiğinde kalan satırlar çalıştırılmaz.

Tablo 5.2: Davranış Seçme Matrisine Göre baskın davranış belirlemede kullanılacak seçenekler tablosu.

Sıra No:	Koşul:	Baskın Davranış:
1	$(u_e < 1)$ ve $(\text{rnd} < M_{11})$	D ₁
2	$(u_e < 1)$ ve $(\text{rnd} < M_{11} + M_{12})$	D ₂
3	$(u_e < 1)$ ve $(\text{rnd} < M_{11} + M_{12} + M_{13})$	D ₃
4	$(u_e < 1)$	D ₄
5	$(1 \leq u_e \leq 5)$ ve $(\text{rnd} < M_{21})$	D ₁
6	$(1 \leq u_e \leq 5)$ ve $(\text{rnd} < M_{21} + M_{22})$	D ₂
7	$(1 \leq u_e \leq 5)$ ve $(\text{rnd} < M_{21} + M_{22} + M_{23})$	D ₃
8	$(1 \leq u_e \leq 5)$	D ₄
9	$(5 < u_e)$ ve $(\text{rnd} < M_{31})$	D ₁
10	$(5 < u_e)$ ve $(\text{rnd} < M_{31} + M_{32})$	D ₂
11	$(5 < u_e)$ ve $(\text{rnd} < M_{31} + M_{32} + M_{33})$	D ₃
12	$(5 < u_e)$	D ₄

ADIM 5: REFERANS YÖNELMESİNİ BELİRLE

Referans yönelme y_{ref} 'i şu kurallara göre belirle:

$$\text{Baskın davranış } D_1 \text{ ise: } y_{\text{ref}} = y_{\text{ana1}}$$

$$\text{Baskın davranış } D_2 \text{ ise: } y_{\text{ref}} = y_{\text{ana2}}$$

Baskın davranış D_3 ise: $y_{ref} = y_{ana3}$

Baskın davranış D_4 ise: $y_{ref} = y_{ana4}$

ADIM 6: HER DAVRANIŞ İÇİN BİRLEŞTİRİLMİŞ YÖNELMEYİ HESAPLA

Her bir D_i $i=\{1,2,3,4\}$ davranışı için aşağıdaki işlemleri yaparak birleştirilmiş yönelmeyi hesapla:

y_{i1} y_{i2} y_{i3} y_{i4} y_{i5} ‘den hangilerinin hesaplamaya katılacağını belirle: y_{ij} ile y_{ref} arasındaki farkı hesapla $j=\{1..5\}$

$$f_{ij} = fark(y_{ij}, y_{ref}) = \begin{cases} (y_{ij} - y_{ref}) & , -\pi \leq y_{ij} - y_{ref} \leq \pi \text{ iken} \\ (y_{ij} - y_{ref}) - 2\pi, & \pi < y_{ij} - y_{ref} \text{ iken} \\ (y_{ij} - y_{ref}) + 2\pi, & y_{ij} - y_{ref} < -\pi \text{ iken} \end{cases} \quad (5.23)$$

Bu davranışın tüm yönelmeleri içinde yalnızca

$$abs(f_{ij}) \leq \frac{\pi}{2} \quad (5.24)$$

koşulunu sağlayan y_{ij} yönelmelerini dikkate alarak

$$\mu_{ij} = (f_{ij} + \frac{\pi}{2}) \cdot \frac{1}{\pi} \quad \text{olmak üzere} \quad (5.25)$$

$$B_i = \left[\frac{avg(\mu_{ij}, \dots, \mu_{ik})}{\min(1, \sqrt{p_{ij}^2 + \dots + p_{ik}^2})} \right] = \left[\begin{matrix} \mu_i \\ p_i \end{matrix} \right] \quad (5.26)$$

hesaplanır.

Burada bulunan;

μ_i değeri: D_i davranışının birleştirilmiş yönelmesine ilişkin üyelik derecesini

p_i değeri: Bu yönelmeye ait olasılık değerini

gösterir.

ADIM 7: DAVRANIŞLARIN BİRLEŞTİRİLMİŞ YÖNELMELERİNİ BİR ARAYA GETİR

Ele alınan davranışların hesaplanan μ_i ve p_i değerleri, aşağıdaki şekilde birleştirilir.

$$B_{sonuç} = \begin{bmatrix} avg(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4) \\ \min(1, \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{sonuç} \\ p_{sonuç} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

ADIM 8: ROBOTUN YENİ YÖNÜNÜ BELİRLE

$$\mu_{ij} = (f_{ij} + \frac{\pi}{2}) \cdot \frac{1}{\pi} \quad (5.28)$$

Adımsamanı = 0.2 sn

Belirsizlik matrisi kullanılarak:

$$t_{r-yeni} = (y_{ref} + \pi \cdot \mu_{sonuç} - \frac{\pi}{2}) \quad MOD \quad 2\pi \quad (5.29)$$

$$V_r = 0,5m / s \quad (5.30)$$

$$x_{r-yeni} = x_{r-eski} + V_r \cdot \cos(t_r) \cdot adımsamanı \quad (5.31a)$$

$$y_{r-yeni} = y_{r-eski} + V_r \cdot \sin(t_r) \cdot adımsamanı \quad (5.31b)$$

Klasik metot kullanılarak:

$$t_{r-yeni} = (y_{ref}) \quad MOD \quad 2\pi \quad (5.32)$$

$$V_r = 0.5m / s \quad (5.33)$$

$$x_{r-yeni} = x_{r-eski} + V_r \cdot \cos(t_{r-yeni}) \cdot adımsamanı \quad (5.34a)$$

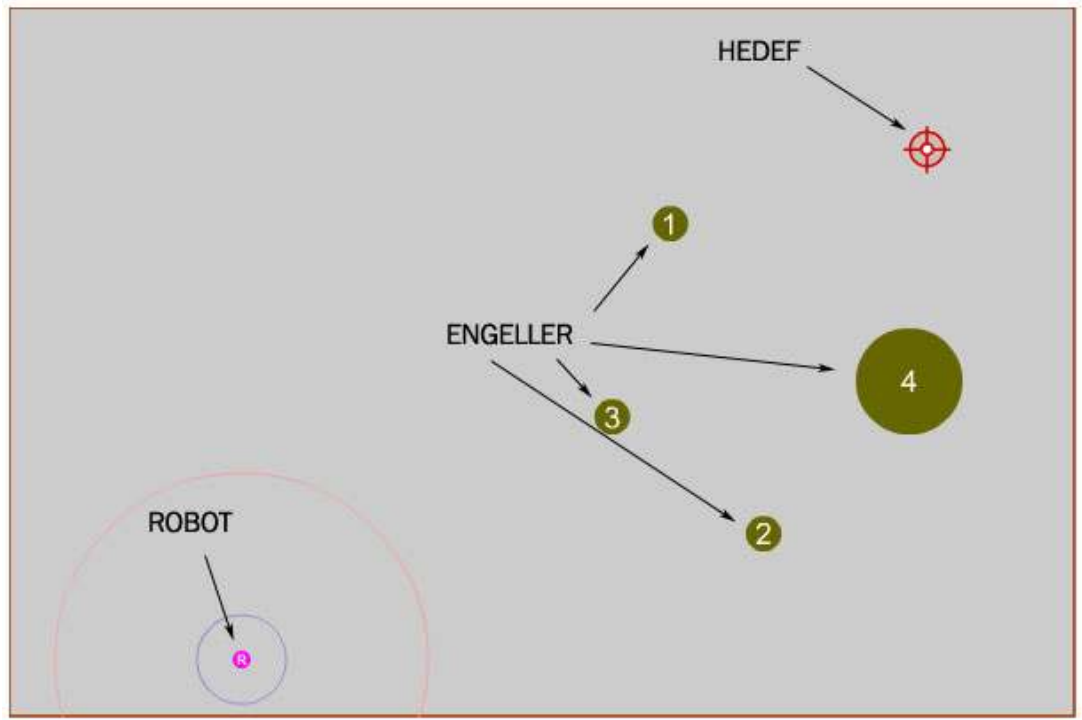
$$y_{r-yeni} = y_{r-eski} + V_r \cdot \sin(t_{r-yeni}) \cdot adımsamanı \quad (5.34b)$$

ADIM 9: YENİ POZİSYONLARA İLERLE

Robotu (ve varsa diğer hareketli nesneleri) hesaplanan yeni pozisyonlara ilerlet.

5.4 Simülasyon Sonuçları ve Değerlendirme

Yapılan uygulamada harekete başlamadan önce zemin üzerine engeller, hedef noktası ve robot konumlandırılır. Örnek bir başlama pozisyonu Şekil 5.14'de gösterilmiştir.

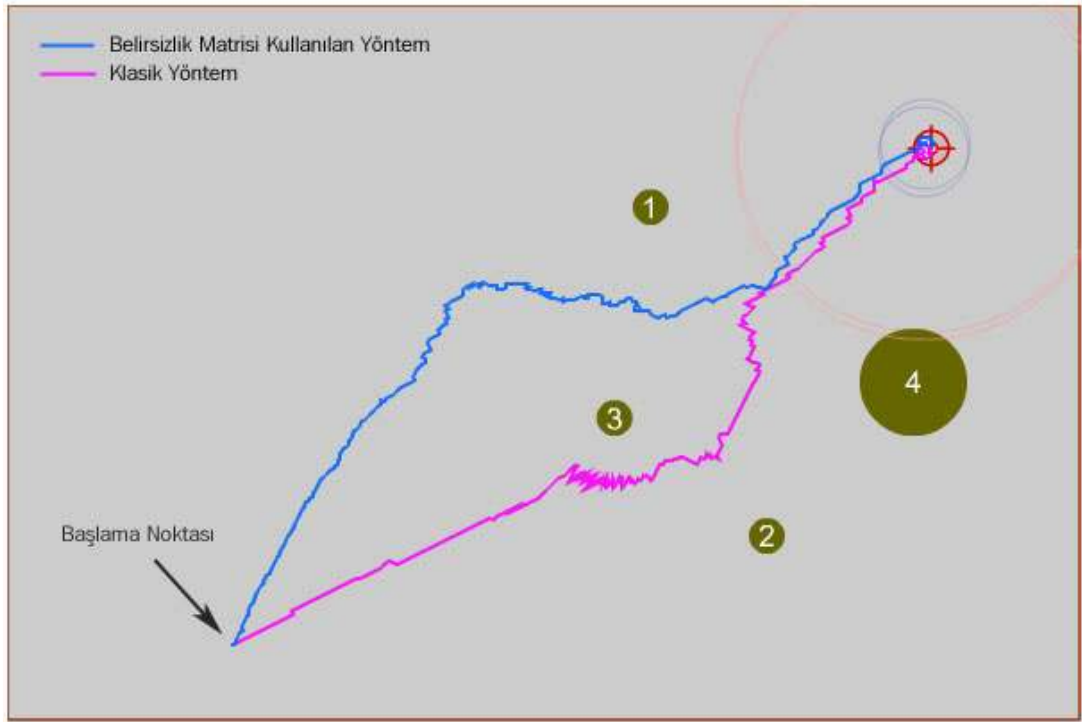


Şekil 5.14: Simülasyonda Robot, Hedef Noktası Ve Engeller İstenilen Şekilde Yerleştirilir.

Yerleştirme işlemi tamamlandıktan sonra simülasyon başlatıldığında yazılım robotun hareketini çevrimler halinde gerçekleştirir. Her bir 0.2 saniye olan çevrimlerde iki farklı metoda göre yeniden durum değerlendirilir ve bir sonraki noktaya hareket edilir. Robot hedef noktasına geldiğinde süreç sona erer.

Şekil 5.14’de verilen başlangıç pozisyonlarına göre simülasyonda elde edilen hareket yolu Şekil 5.15’de görülmektedir.

Şekilde de görüleceği gibi, Belirsizlik matrisi kullanılarak davranış yönelmelerinin birleştirilmesi ile yapılan hareket, robotu engellere çarpma tehlike sınırına (1 metre olarak alınmıştır) yaklaştırmadan uygun bir yoldan götürmektedir.



Şekil 5.15: Örnek 1 İçin İki Metoda Göre Robotun Gidiş Yolu.

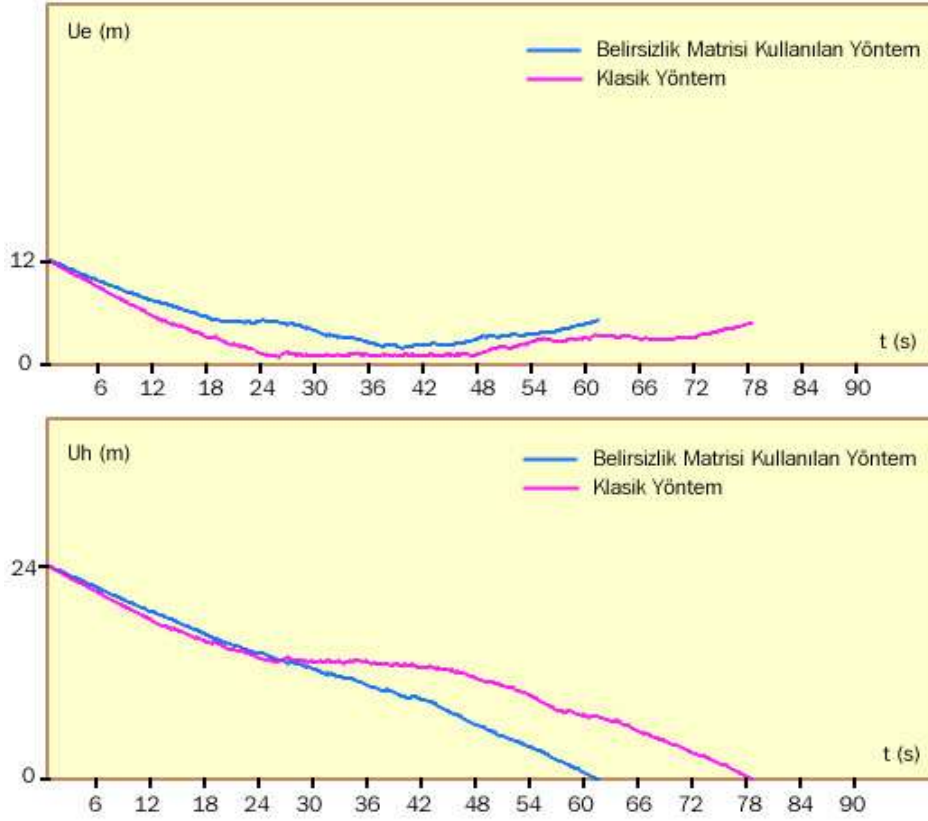
İki yöntemin karşılaştırılmasında önemli olan bazı parametre değerleri Tablo 5.3’de gösterilmiştir. Rakamsal sonuçlardan görüleceği gibi Belirsizlik Matrisi ile sonuçların birleştirilerek kullanılması metodu hedefe daha kısa zamanda ulaştırmaktadır.

Tablo 5.3: Örnek 1 İçin İki Yolum Karşılaştırılmasında Önemli Olan Bazı Parametre Değerleri.

	Baskın Davranışa Göre Hareket Eden Robot	Davranış Yönelmelerini Belirsizlik Matrisi Kullanarak Birleştiren Robot
Hedefe Ulaşmak İçin Atılan Adım Sayısı	391 adım	306 adım
Hedefe ulaşma süresi	78.2 saniye	61.2 saniye
Yol boyunca herhangi bir engel ile aradaki mesafe minimumu	0.95 metre	2.3 metre

Diğer yandan, robotun her iki yoldan giderken en yakın engel ile arasındaki mesafe ile hedeften uzaklığının zaman göre değişimi de Şekil 5.16’de görülmektedir. Görüldüğü gibi belirsizlik matrisi kullanılan metodda, genel olarak diğer alternatiften daha uzakta kalarak yol almaktadır. Hedefe uzaklık grafiğinde de, belirsizlik matrisi kullanılan metod hedefe düzenli bir şekilde yaklaşırken, diğer metodda; engellere

fazla yaklaşmış olmanın verdiği engelden uzaklaşma davranışı baskınlığı nedeniyle bazı zaman dilimlerinde hedefe yaklaşma hızı azalmıştır.



Şekil 5.16: Üstte: Robotun En Yakın Engel İle Arasındaki Uzaklığın Zamana Göre Değişimi. Altta: Robot İle Hedef Arasındaki Uzaklığın Zaman Göre Değişimi.

Simülasyondaki 1, 2 ve 3 nolu engellerin belirli bir rota üzerinde hareket etmesi (bu engellerin belirli bir görevi yerine getirmekte olan başka mobil robotlar olduğu düşünülebilir.) durumunda, seçilen bir başlangıç pozisyonu için elde edilen hareket yolu Şekil 5.17’da, örnek ile ilgili karşılaştırma parametreleri de Tablo 5.4’de görülmektedir.

Tablo 5.4: Örnek 2 İçin İki Yolum Karşılaştırılmasında Önemli Olan Bazı Parametre Değerleri.

	Baskın Davranışa Göre Hareket Eden Robot	Belirsizlik Matrisi Kullanarak Hareket Eden Robot
Hedefe Ulaşmak İçin Atılan Adım Sayısı	387 adım	345 adım
Hedefe ulaşma süresi	77.4 saniye	69.0 saniye
Yol boyunca herhangi bir engel ile aradaki mesafe minimumu	1.85 metre	2.22 metre

Tabloda verilen rakamsal değerler incelendiğinde, Belirsizlik Matrisi kullanılarak yapılan hesaplama ile hareket eden robotun yine hedefe kısa sürede ve engellerden daha fazla uzak durarak ulaştığı görülmektedir.



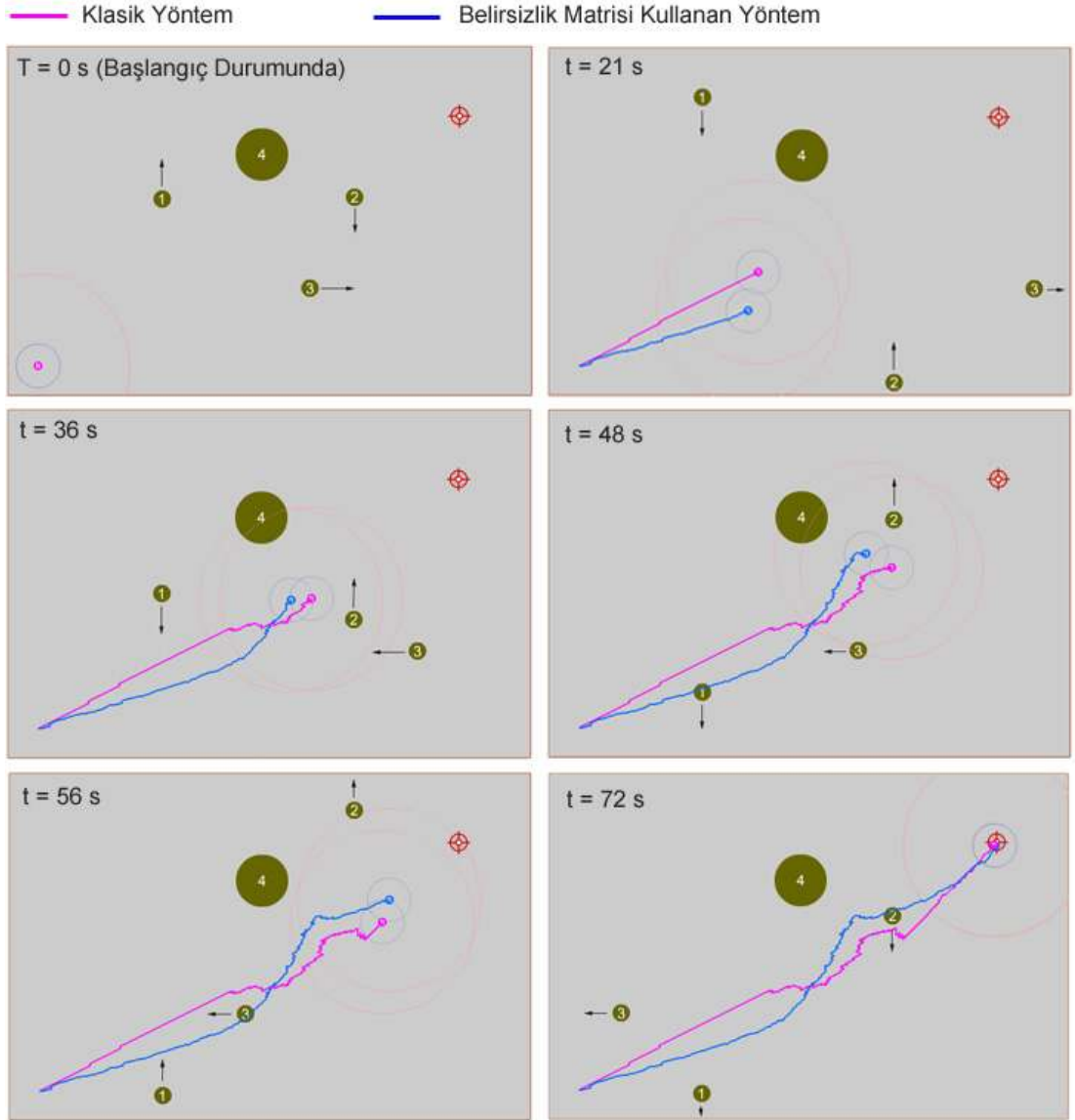
Şekil 5.17: Engellerin Farklı Dizilimine Göre Takip Edilen Yol.

Robotun hareket çevresindeki engeller her zaman sabit olmayabilir. 1, 2 ve 3 nolu engellerin sabit bir hızla (0.5 m/s) belirli bir doğrultuda hareket eden nesneler (örneğin çevrede bulunan başka robotlar) olması durumuna ait bir örnek Şekil 5.18’de gösterilmiştir. Örnekte yer alan hareketli nesneler başlangıç pozisyonunda gösterilen yönde harekete geçmekte ve düzeneğin dış duvarı veya bir başka engel ile karşılaşması durumunda yönlerini değiştirip geri dönmektedir.

Her iki metoda göre hedefe doğru yönelen robot, duran ve hareket eden engellerin konumunu dikkate alarak, şekilde gösterilen rotayı takip etmiştir. Şekil 5.18’de hareketli ortamın çeşitli zaman noktalarındaki haritası verilmiştir. Bu örnekte klasik metoda göre karar veren robot 72.0 s (360 işlem adımı), belirsizlik matrisi kullanarak karar veren robot ise 66.8 s (334 işlem adımı)’de hedefe ulaşmıştır.

Robotun her iki yönteme göre karar verme algoritması, önceden yol planlayıp sonra takip etme yerine her bir işlem adımında kendisinin, engellerin ve hedefin o anki pozisyonunu dikkate alarak yeniden hesaplama yapmaya dayandığından; çevredeki engellerin sabit veya hareketli olması metodların başarısını etkilememektedir.

Simülasyon örneğinde, hem robotun hem de hareketli engellerin hızı 0.5 m/s olarak alınmıştır. İşlem adımı zaman aralığı 0.2 s ve robot-engel uzaklığında tehlike sınırı 1.0 m alındığından, robotun engellere çarpma olasılığı bulunmamaktadır. Robotun veya engellerin belirtilen hızdan daha yüksek bir hızla hareket ediyor olması halinde, ya işlem adımı zaman aralığının küçültülmesi veya robot-engel uzaklığı için tehlike sınırının uygun şekilde artırılması gerekecektir.



Şekil 5.18: Engellerin hareketli olması durumunu gösteren bir örnek.

5.4.1 Metodun Başarılı Yönleri ve Nedenleri

Darvanışların yönelmelerinin birleştirilmesi yöntemi ile hedefe doğru yaklaşmanın başarılı sonuçları:

- i. **Engellerden uzak tutmaktadır:** Bu metot robotun yöneleceği açığı belirlerken yalnızca hedefi değil, en yakındaki engeli de dikkate aldığından, Şekil 5.15 ve Şekil 5.16’de görüleceği gibi engelden uzak hareket etmektedir.
- ii. **Ard arda gelen çelişkili adımlar azdır:** Robot engele eşik değeri altında yaklaştığında baskın davranış olarak engelin aksi yöne doğru gitme eğilimi gösterir ve bu yön her zaman hedefin yönüne yakın olmayıp bazen ters yönde de olabilir. Bu durum Şekil 5.15’de klasik robotun 3 nolu engele yaklaşırken görüldüğü gibi ardı ardına zıt adımlar atılmasına neden olur. Böyle durumlar için daha kompleks algoritma kullanılarak kısır döngüden daha kısa zamanda çıkması sağlanabilir. Oysa davranış birleştirme yöntemi ile yapılan harekette bu durumlar çok daha az görülür.
- iii. **Hedefe daha kısa zamanda ulaştırır:** Engellerden uzak hareket edilerek engellerden kaçınma yol kayıpları minimuma indiğinden hedefe daha kısa zamanda ulaştırır.

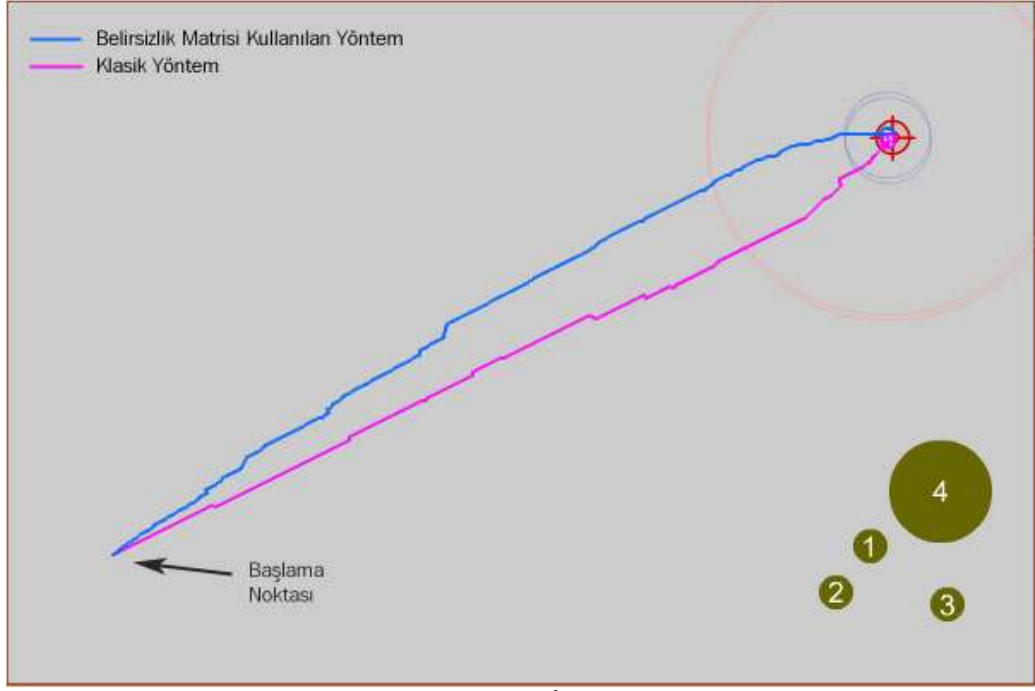
5.4.2 Metodun Daha Başarılı Sonuç Vermeyeceği Durumlar

Robot ile hedef arasındaki yolda, rahatlama mesafesi içinde hiç engel yoksa klasik robot hedefe doğru çizerek ulaşacağından dolayı daha iyi sonuç verecektir. Şekil 5.19’da verilen örnekte klasik robot hedefe 49.2 saniyede varıyor iken, davranışları birleştiren robot 50.2 saniyede hedefe ulaşmaktadır. Aradaki küçük fark davranışları birleştiren robotun aslında gerekmediği halde engellerin pozisyonunu dikkate almasından kaynaklanmaktadır.

5.4.3 Belirsizlik Matrisinin Bu Problemde Sağladığı İyileştirmeler

Davranışsal robotlarda “göreve uygun karar verme” ile ilgili bu problemde, davranışların birleştirilmesinin Belirsizlik Matrisi kullanılarak yapılması (yukarıdaki sayılanlara ek olarak) önemli avantajlar sağlamıştır.

Belirsizlik matrisi kullanılarak elde edilen sonuç değeri alternatif birleştirme yöntemlerine göre daha anlamlıdır. Burada yalnızca robotun yönleneceği açısal değer değil, “bu açısal değer seçilebilme olasılığı” anlamına gelen olasılık değeri de elde edilir. (Simülasyon hesaplama metodunda bulunan $p_{\text{sonuç}}$ değeri).



Şekil 5.19: Klasik Metodun Daha İyi Sonuç Verdiği Bir Durum.

Elde edilen bu değer, sonuçta bulunan açısal değerden robotun ne denli emin olduğunu gösterir. Bu rakam Belirsizlik Matrisi'nin tanım gereği $[0,1]$ aralığındadır; 1'e yaklaştıkça robotun bulunduğu değerlerden emin olma ve bu sonuca güvenme derecesi yüksek olur. Dolayısıyla bu rakam robotun o anki hızını belirlemekte ya da değiştirmekte kullanılabilir.

Öte yandan, eğer robotun yerine getirmekte olduğu görev aşırı derecede önemli ise bu durumda $p_{\text{sonuç}}$ değeri bir güven değeri olarak görülerek, belirli bir eşiğin altında çıkması durumunda; daha kompleks bir analiz devreye sokularak alınan karar sorgulanabilir.

Belirsizlik Matrisi ile işlem yapmanın basit ve hızlı olduğu dolayısıyla adım süresi çok küçük değerlere düşürülse bile uygulanabilir olduğu görülmektedir.

6. DEĞERLENDİRME VE SONUÇ

Belirsizlik; en klasik belirsizlik tanımı olan Rastlantısal Olaylar ve buna çözüm getiren Olasılık Teorisi ile göreceli olarak yeni bir kavram olan “Bulanıklık” ve buna çözüm getiren Bulanık Kümeler Teorisi arasında sıkışmış görünüyor.

İki temel teorinin birbiriyle ilişkileri üzerine bilimsel çevrelerde bir süredir devam eden tartışmada iki teorinin aynı anlamsal temele dayandığı ve bir problemin her iki teoriden biri ile çözülebileceği düşünülerek hangisinin daha iyi sonuç vereceği noktasında yoğunlaşmaktadır. Bunu yanında bir teorinin diğerine destek olduğu veya bir teoriye ait çözüm araçlarının öteki teoriye uyarlandığı çalışmalar da görülmektedir. Bu tartışmalara ve bir takım ortak çözümlere ait detaylara önceki bölümlerde yer verilmişti.

Bu tezde, belirsizlik konusu geniş kapsamlı olarak ele alınarak bir bilgideki, yukarıda sözü edilen temel belirsizlikler dahil en fazla sayıda ve türde olan belirsizliğin tanımlanması ve sınıflandırılması yanında, belirsizliğin etkili bir şekilde gösterimine olanak sağlayacak bir kavramın geliştirilmesi hedeflenmişti.

Çalışmada, belirsizlik konusu yalnızca matematiksel teoriler olarak değil, anlamsal yapısına ve kaynaklarına inilerek detaylı bir şekilde incelendi. Bunun sonucunda;

1. Belirsizliğin (i) “Bilginin ne derecede belirtilen şekilde olduğu veya ne derecede doğru olduğu” ile ilgili olanlar ve (ii) “Bilginin belirtilen şekilde veya belirtilen decerede doğru olup olmama durumu (olasılığı)” ile ilgili olanlar, olmak üzere iki temel gruba ayrılması gerektiği
2. Bu iki temel grup belirsizliğin oluşma biçimi ve kaynakları bakımından birbiriyle anlamsal bağının olmadığı
3. Bu iki temel grup belirsizliğin (i) birbirine dönüştürülemeyeceği ve (ii) toplam belirsizliği tek bir rakam veya fonksiyon ile ifade etmek için aynı matematiksel işleme sokulamayacağı

iddiasında bulunuldu.

Dolayısıyla bu iki grup belirsizliğin Şekil 3.1'deki gibi ortogonal boyutlar halinde düşünülerek işleme alınması sonucu; bir kural veya gerçekteki belirsizliği göstermek için, şekildeki belirsizlik düzlemi üzerindeki herhangi bir noktayı gösterme yetisine sahip “Belirsizlik Matrisi” kavramı geliştirildi. Ardından matris için temel operatörler tanımlandı.

Bu tezde ortaya konan Belirsizlik Matrisi kavramı;

3. Olasılık Teorisi ile Bulanık Kümeler Teorisi'nden hangisinin hangi durumda daha iyi sonuç vereceği veya hangisinin daha güçlü bir araç olduğu etrafındaki tartışmalara yeni bir boyut getirecektir.
4. Belirsizliğin herhangi bir türüne yönelik olarak kullanılagelen veya yeni geliştirilen teorilerin; özellikle çok farklı türde belirsizlik içeren problemlerde çözüm süreci içine konumlandırılmasını ve bir çok teorinin bir arada kullanılmasını kolaylaştıracaktır.

Robotik uygulamaları, üst düzey karar verme problemleri nedeniyle belirsizlik konusu ile doğrudan ilişkilidir. Önerilen yöntem sayesinde, robotik uygulamalarının bir çok noktasında iyileştirmeler yapılabilecektir. Bu problemlerde ne şekilde kullanılabileceğini göstermek amacıyla Davranışsal Robotlarda hedefe yönelme konusunda simülasyon çalışması yapılmış ve Bölüm 5’de gösterilen olumlu sonuçlar elde edilmiştir.

Geleceğe Dönük Çalışmalar

Belirsizlik Matrisi kavramı çerçevesinde gelecekte yapılabilecek çalışmalar:

1. **Operatör Tanımlarının Geliştirilmesi:** Bu tezde verilen operatör alternatifleri üzerinde daha detaylı teorik inceleme ve çalışmalar yapılarak bu alternatifler çoğaltılabilir ve hangi durumda hangisinin daha iyi sonuç vereceğine dair analizler yapılabilir.
2. **Kapsama Alanının Genişletilmesi:** Bu tezde sözü edilen belli başlı belirsizlikler dışında kalan türde belirsizlikler de, yine aynı mantık içinde değerlendirilerek Belirsizlik Matrisi kavramı içine alınabilir. Her ne kadar şu anda Belirsizlik Matrisinin 1x2 boyutunda bir matris olarak kalmasının her türlü belirsizlik için yeterli olduğu düşünülüyor olsa da, gelecekteki çalışmalar ışığında matris boyutunun büyümesi söz konusu olabilir.

3. **Çeşitli Problemlerde Uygulanarak Sonucun Test Edilmesi:** Robotik ve uzman sistemler alanlarında çeşitli problemlerde tamamen veya kısmen kullanılarak sonuç üzerindeki etkisi incelenebilir; hangi tür problemlerde daha başarılı sonuçlar verdiği veya problemlerin cinsine göre Belirsizlik Matrisi'nin çeşitli varyasyonları ortaya konabilir.

KAYNAKLAR

- Ackoff, R.L.**, 1962. *Scientific Method Optimising Applied Research Decisions*. John Wiley, N.Y.
- Allais, M.**, 1953, Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école Américaine, *Econometrica*, **21**, 503-546.
- Barrett, J.D., Woodall, W.H.**, 1997, A probabilistic alternative to fuzzy logic controllers, *IEEE Transactions*, **29**, 459-467.
- Bazan, J., Son, N.H., Szczuka, M.**, 2004, A view on Rough Set Concept Approximations, *Fundamenta Informaticae*; No. 59; pp. 107-118
- Bouchon-Meunier, B., ve Jia, Y.**, 1992, Linguistic Modifiers and Imprecise Categories, *International Journal Of Intelligent Systems*, **7**, 25-36.
- Bouchon-Meunier, B.**, 1997, Fundamentals of Fuzzy Logic, Fuzzy Inference and Fuzzy Control, *Advanced in Soft-Computing Technologies and Applications in Mission Systems*, North York, Kanada, 17-18 Eylül; Amsterdam, Hollanda, 22-23 Eylül; Madrid, İspanya, 25-26 Eylül; Ankara, Türkiye, 6-7 Ekim.
- Braitenberg, V.**, 1984, *Vehicles, Experiments in Synthetic Psychology*, MIT Press, Cambridge, MA.
- Chankong, V. and Haimes, Y.Y.**, 1983, *Multiobjective Decision Making. Theory and Methodology*, North-Holland, N.Y.
- Chen, C., Her, M., Hung, Y. ve Karkoub, M.**, 2002, Approximating a robot inverse kinematics solution using fuzzy logic tuned by genetic algorithms, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **20**, 375-380.
- Chachoua, M., Pacholczyk, D.**, 2000, Qualitative theory using information relevance in uncertain reasoning. *In Proceedings of the 10th international conference on computing and information ICCI'2000*.
- Chachoua, M., Pacholczyk, D.**, 2002, Qualitative Reasoning Under Ignorance and Information-Relevant Extraction, *Knowledge and Information Systems*, No.4, 483-506.
- Cheeseman, P.**, 1988. An Inquiry into Computer Understanding, *Computational Intell*, No. 4, 58-66.
- Cooman, G., Walley, P.**, 2002, A Possibilistic Hierarchical Model for Behaviour Under Uncertainty, *Theory and Decision*; **52**, 327-374.
- Cox, H.**, 2003, The Case of Uncertainty, *Quality*, **8**, 20.
- Curry, B.**, 2003, Rough Sets: Current and Future Developments, *Expert Systems*, **20**, 247-250.

- Dağlarlı, E.**, 2006, Behavior Generation by Artificial Emotions and Cognition for Multi-Goal Robot Tasks, *Yüksek Lisans Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Dam, J.W.M. van, Kröse, B.J.A., Groen, F.C.A.**, 1996, Adaptive Sensor Models, *IEEE Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*, 705-712.
- Dempster, A.P.**, 1967, Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping, *The Annals of Statistics*, **28**, 325-339.
- Dempster, A.P.**, 1968, A Generalization of Bayesian Inference, *Journal of the Royal Statistical Society*; No. 39 B Serisi.
- Dijk, van E., and Zeelenberg, M.**, 2003, The discounting of ambiguous information in economic decision making, *Journal of Behavioral Decision Making*, **16**, 341-352.
- Dubois, D. ve Prade H.**, 1994. Fuzzy Sets – A Convenient Fiction for Modeling Vagueness and Possibility, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **2**, 16-21.
- Dubois, D., and Prade, H.**, 2001. Possibility theory, probability theory and multiple-valued logics: A clarification, *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, **32**, 35-66.
- Doyle, R.S.**, 1997 A Helicopter Obstacle Avoidance System Incorporating Non-linear Neurofuzzy Multi-Sensor DataFusion, *PhD thesis*, University of Southampton, Faculty of Engineering and Applied Science, Southampton.
- Ellsberg, D.**, 1961, Risk, ambiguity, and the Savage axioms., *Quarterly Journal of Economics*, No. 75, 643-699.
- Ghirardato, P., Marinacci, M.** 2001, Risk, ambiguity, and the separation of utility and beliefs, *Mathematics of Operations Research*, **26**, 864-890.
- Hare, L. B.**, 2005, Uncertainty, *Quality Progress*; **38**, 83-84.
- Hutchinson, M. O.**, 1998, The Use of Fuzzy Logic in Business Decision-Making, *Derivatives Quarterly*, **4**, 53.
- Inagaki, T.**, 1991, Interdependence Between Safety – Control Policy and Multiple-Sensor Schemes via Dempster-Shafer Theory, *IEEE Transactions on Reliability*, **40**, 182-188.
- Jamshidi, M., Pin, F., Dauchez, P.**, 1996, Robot Navigation Under Approximate Self-Localization, *Robotics and Manufacturing*, **6**, 589-594.
- Joag, S.G., Mowen, J.C., Gentry, J.W.**, 1990, Risk perception in a simulated industrial purchasing task: The effects of single versus multi-play decision, *Journal of Behavioral Decision Making*, No. 3, 91-108.
- Keren, G., and Gerritsen, L. E. M.**, 1999, On the robustness and possible accounts for ambiguity aversion, *Acta Psychologica*, No. 103, 149-172.
- Kahn, B. E., Sarin, R. K.**, 1988, Modeling Ambiguity in Decision Under Uncertainty, *Journal of Consumer Research*, **15**, 265.
- Kahneman, D., Tversky, A.**, 1979, Prospect theory: An analysis of decision under risk, *Econometrica*, No. 47, 263-291.

- Kilka, M., Weber, M.,** 2001, What Determines the Shape of the Probability Weighting Function Under Uncertainty?, *Management Science*, **47**, 1712-1726.
- Klir, G.J. ve Folger, T.A.,** 1992, *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*, Prentice Hall; New Jersey. pp. 138-140
- Kohler, J.J., Gibbs, B.J., Hogarth, R.M.,** 1994, Shattering the illusion of control; Multi-shot versus single-shot gambles, *Journal of Behavioral Decision Making*, No. 7, 183-191.
- Kosko, B.,** 1992, *Neural Networks And Fuzzy Systems*; Prentice-Hall. pp. 263-268
- Lavoilette, M. ve Seamen, J.W.,** 1994. The Efficacy of Fuzzy Representations of Uncertainty, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **2**, 4-15.
- Lee, E.,** 1995, Applying fuzzy logic to robot navigation, *Kybernetes: The International Journal of Systems & Cybernetics*, **24**.
- Leon, T., Liern, V., Vercher, E.,** 2002, Two Fuzzy Approaches for Solving Multiobjective Decision Problems, *Computational Economics*, **19**, 273-286.
- Li, S.,** 2000a, The development of a hybrid intelligent system for developing marketing strategy, *Decision Support Systems*, **27**, 395-409.
- Li, S.,** 2000b, Developing marketing strategy with MarStra: the support system and the real world tests, *Marketing Intelligence & Planning*, **18**, 135-143.
- Li, S. ve Davies, B.,** 2001, GloStra – a hybrid system for developing global strategy and associated Internet strategy, *Industrial Management & Data Systems*, **101**, 132-140.
- Li, S., Davies, B., Edward, J., Kinman, R. and Duan, Y.,** 2002, Integrating group Delphi, fuzzy logic and expert systems for marketing strategy development: the hybridisation and its effectiveness, *Marketing Intelligence & Planning*, **20**, 273-284.
- Liang, J., Chin, K.S., Dang, C., Yam, R.C.M.,** 2002, A new method for measuring uncertainty and fuzziness in Rough Set Theory, *International Journal of General Systems*, **31**, 331-342.
- Lindley, D.V.,** 1987. The Probability Approach to the Treatment of Uncertainty in Artificial Intelligence, *Statistical Science*, No. 2, 17-24.
- Lovullo, D., Kahneman, D.,** 2000, Living With Uncertainty, *Journal of Behavioral Decision Making*, **13**, 179.
- Lavoilette, M. ve Seamen, J.W.,** 1994. The Efficacy of Fuzzy Representations of Uncertainty, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **2**.
- Metaxiotis, K., Psarras, J., Samouilidis, E.,** 2003, Integrating Fuzzy Logic into Decision Support Systems: Current Research and Future Prospects, *Information Management & Computer Security*, **11**, 53.
- Moskowitz, H., Preckel, P.V., Yang, A.,** 1993, Decision Analysis With Incomplete Utility and Probability Information, *Operations Research*, **41**, 864-879.
- Novikova, M., Pospelova, I.,** 2002, Multicriteria decision making under uncertainty. *Math Program*, No. 92, 537-554.

- O'Leary, D.E.**, 1996, Verification of Uncertain Knowledge-based Systems: An Empirical Verification Approach. *Management Science*, **42**, 1663.
- Pawlak, Z.**, 1991, *Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning About Data*, Kluwer Academic Publishing. ISBN 0-7923-1472-7
- Pawlak, Z., Grzymala-Busse, J., Slowinski, R., Ziarko, W.**, 1995, Rough Sets. Association for Computing Machinery. *Communication of the ACM*, **38**, 89.
- Pearl, J.**, 1996, Decision Making Under Uncertainty, *ACM Computing Surveys*, **28**, 89-92.
- Pires, G. ve Nunes, U.**, 2002, A wheelchair steered through voice commands and assisted by a reactive fuzzy-logic controller, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, **34**, 301-314.
- Pons, D.J., Raine, J.K.**, 2004, Design with uncertain qualitative variables under imperfect knowledge, *Proceedings of the Institutions of Mechanical Engineers*, **218**, 977-986.
- Pons, D.J., Raine, J.K.**, 2005, Simulation of key performance characteristics under uncertainty, *Proceedings of the Institutions of Mechanical Engineers*, **219**, 151-162.
- Ross, T.J.**, 1995, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, McGraww-Hill, inc; New York.
- Russel, S. ve Norvig, P.**, 1995, *Artificial Intelligence – A modern Approach*, Prentice Hall, pp. 416-417.
- Sasaki, H., Kanachi, M.**, 2005, The Effects of Trial Repetition and Individual Characteristics on Decision Making Under Uncertainty, *The Journal of Psychology*, **139**, 233-246.
- Shafer, G.**, 1976, *A Mathematical Theory of Evidence*, Princeton, NJ, Princeton University Press.
- Shafir, E., Tversky, A.**, 1992, Thinking through uncertainty: nonconsequential reasoning and choice, *Cognitive Psychology*, No. 24, 449-474.
- Shelley, C. J.**, 1991, Uncertain About Uncertainty, Some Observations on Probability and Decision Making, *The Journal of Consumer Marketing*, **8**, 37-45.
- Sheridan, T., Niwa, Y.**, 2003, An experiment on measuring belief: asking the same question in different ways, *Cogn Tech Work*, No. 5, 206-210.
- Singpurwalla, N. D., Booker, J. M.**, 2004 Membership Functions and Probability Measures of Fuzzy Sets, *Journal of American Statistical Association*, **99**, 867.
- Sentz, K., ve Ferson, S.**, 2002, Combination of Evidence in Dempster-Shafer Theory. *SAND 2002-0835*. April 2002.
- Soman, D. Ve Gourville, J.T.**, 2001, Transaction decoupling: how price bundling affects the decision to consume, *Journal of Marketin Research*, **38**, 3-44.
- Starmer, C.**, 2000, Developments in non-expected utility theory: The hunt for a descriptive theory of choice under risk, *J. Ekonomi Literature*, **38**, 332-382.

- Steuer, R.E.**, 1986, *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*, John Wiley and Sons.
- Şirin, E.**, 2005, Behavior-Based Fuzzy Control for a Mobile Robot with Non-Holonomic Constraints, *Yüksek Lisans Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Tarantino, D.P.**, 2005, Decision Making In Uncertainty Part 1, *The Physician Executive*, **31**, 68-69.
- Temeltas, H. ve Teymur, C.**, 1998, A Fuzzy Approach to Environment Map-Building Problem, *IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems*, Australia, August 4-7, 1998.
- Teymur, C.**, 1998, Belirsiz Bilgi: Bulanık Mantık ve Olasılık Yaklaşımı, Yüksek Lisans Tezi, *Yüksek Lisans Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Unal, R., Keating, C.B., Chytka, T.M., Conway, B.A.**, 2005, Calibration of Expert Judgments Applied to Uncertainty Assessment, *Engineering Management Journal*, **17**, 34-43.
- Von Neuman, J., Morgenstern, O.**, 1947, *Theory of games and economic behavior*, Princeton, NJ; Princeton University Press.
- Wallace, S. W.**, 2000, Decision making under uncertainty: Is sensitivity of any use?, *Operation Research*, **48**, 20.
- Wang, L.X.**, 1997, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice-Hall International, Inc; ISBN 0-13-593005-7; pp. 34-44
- Wu, G., Gonzales, R.**, 1999, Nonlinear Decision Weights in Choice under Uncertainty, *Management Science*, **45**, 74-85.
- Yager, R.**, 1987, On the Dempster-Shafer Framework and New Combination Rules, *Information Sciences*, No. 41, 93-137.
- Yao, Y.Y.**, 2003, Probabilistic Approaches To Rough Sets, *Expert Systems*, **20**, 287-297.
- Ye, C. ve Wang, D.**, 2001, A novel navigation method for autonomous mobile vehicles, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, **32**, 361-388.
- Zadeh, L.**, 1965. Fuzzy Sets, *Information and Control*, **8**, 338-353.
- Zadeh, L.**, 1973. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes, *IEEE Trans. Syst., Man. Cybern.*, No. SMC-3.
- Zadeh, L.**, 1978, Fuzzy Sets as a basis for a theory of possibility, *Fuzzy Sets and Systems*, **1**, 3-28.
- Zadeh, L.**, 1984. Review of Books: A Mathematical Theory of Evidence, *The AI Magazine*, **5**, 81-83.
- Zadeh, L.**, 1995, Discussion: Probability Theory and Fuzzy Logic Are Complementary Rather Than Competitive, *Technometrics*, **37**, 271-276.
- Zeelenberg, M.**, 1999, Anticipated Regret, Expected Feedback and Behavioral Decision Making, *Journal of Behavioral Decision Making*, **12**, 93.

- Zhang, L.**, 1994, *Representation, Independence and Combination of Evidence in the Dempster-Shafer Theory. Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*. Ney York, John Wiley & Sons, Inc.; pp.51-69
- Zhu, H., ve Basir, O.**, 2005, A Fuzzy Evidential Reasoning Data Fusion Approach with Uncertainty Evaluation for Robust Pattern Classification, *2005 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Waikoloa, Hawaii; October 10-12, 2005.
- Ziarko, W., ve diğerleri**, 1994, Rough Sets, Fuzzy Sets and Knowledge Discovery, *RSDK'94 Workshop*, Springer-Verlag, Berlin; 1994.
- Zimmermann, H.J.**, 1978, Fuzzy Programming and Linear Programming with several objective functions., *Fuzzy Sets and Systems*, No. 1, 44-55.

ÖZGEÇMİŞ

Cengiz Teymur, 1972 yılında Batman’da doğdu. 1995 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Kontrol ve Bilgisayar Mühendisliği bölümünü bitirdi. 1998 yılında “Belirsiz Bilgi: Bulanık Mantık ve Olasılık Yaklaşımı” adlı tez ile yine aynı üniversitede Robotik programında yüksek lisans eğitimini tamamladı.

Bir süre Yıldız Teknik Üniversitesi’nde Araştırma Görevlisi olarak görev yapan Teymur, ardından çeşitli özel kurumlarda Proje Yöneticisi, Danışman ve Koordinatör pozisyonlarında çalıştı.