

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**PARALEL MANİPÜLATÖRLERİN UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ
YÖNTEMİYLE KİNEMATİK MODELLEMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Süleyman YİĞİT

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

HAZİRAN 2013

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**PARALEL MANİPÜLATÖRLERİN UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ
YÖNTEMİYLE KİNEMATİK MODELLEMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Süleyman YİĞİT
504091119**

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. S. Murat YEŞİLOĞLU

HAZİRAN 2013

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504091119 numaralı Yüksek Lisans / Doktora Öğrencisi **Süleyman YİĞİT**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**PARALEL MANİPÜLATÖRLERİN UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ YÖNTEMİYLE KİNEMATİK MODELLEMESİ**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Yrd. Doç. Dr. S. Murat YEŞİLOĞLU**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Hakan TEMELTAŞ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Mehmet BARAN
Marmara Üniversitesi

Teslim Tarihi : **3 Mayıs 2013**
Savunma Tarihi : **10 Haziran 2013**

Sevgili aileme ve tüm insanlığa,

ÖNSÖZ

Bu güne kadar karşılaştığım ve yabancı olduğum en ufak bir yapıya bile "Nasıl oluyorda bu şekilde çalışıyor?" mantığı ile yaklaşmışımdır. İnsan oğlu yabancı olduğu konular üzerinde çalışırken her zaman zorluklarla karşılaşmış ve bu zorlukların üstesinden sevdiklerinin desteği ile gelmiştir. Aynı şekilde daha önceleri çok fazla aşına olmadığım robotik alanında çalışmaya başladığımda, bu işin altından kalkmanın çok kolay olmayacağını biliyordum. Neyse ki tezim boyunca kendilerinden feragat etmek pahasına bana destek olan özverili insanlar vardı. Bu kişilerin başında gelen, çalışmam boyunca desteğini ve değerli vaktini esirgemeyen ve aynı zamanda tez danışmanım olan saygıdeğer hocam Yrd. Doç. Dr. S. Murat YEŞİLOĞLU' na, tezin her aşamasındaki değerli desteklerinden dolayı Arş. Gör. Musa YAZAR' a, çalışmalarımda pek çok konuda ortak çalıştığım çok değerli arkadaşım Şahin ÇEVİK' e, değerli desteklerinden dolayı kardeşim Serkan YİĞİT'e ve son olarak maddi-manevi destekleri ve sevgi dolu yürekleriyle her daim yanımda olan sevgili anneme, babama ve kız kardeşime teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Haziran 2013

Süleyman YİĞİT
Kontrol ve Otomasyon Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
SEMBOL LİSTESİ	xvii
ÖZET.....	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1 Motivasyon.....	2
1.2 Literatür Araştırması	2
1.3 Tez Organizasyonu.....	4
2. UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ.....	5
2.1 Genel Tanımlar ve Giriş	5
2.1.1 Rijit hareket.....	5
2.1.2 Skew-simetrik matrisler	7
2.1.3 Rotasyon matrisi	7
2.1.4 Üç boyutta rijit hareket	12
2.1.4.1 Homojen Gösterim.....	12
2.2 Kinematik Modelleme	13
2.2.1 Eklem tipleri.....	16
2.2.2 Seri manipülatör kinematik modeli.....	16
2.2.2.1 Rijit cisim kinematiği.....	20
2.2.2.2 İleri kinematik	20
2.2.2.3 Ters kinematik.....	21
2.2.3 Yardımlaşmalı manipülatör kinematik modeli	22
2.2.4 Hareketli platform üzerinde seri manipülatör kinematik modeli	23
2.2.5 Hareketli platform üzerinde yardımlaşmalı manipülatör kinematik modeli	24
3. DELTA ROBOTUN KİNEMATİK ANALİZİ	27
3.1 Delta Robot	27
3.2 Altı Serbestlik Dereceli Delta Robot.....	28
3.3 Delta Robotun Modellenmesi.....	28
3.4 Model Algoritması	32
4. SONUÇLAR	35
4.1 Model Benzetimi ve Benzetim Sonuçları.....	35
5. DEĞERLENDİRME	51
KAYNAKLAR	53
ÖZGEÇMİŞ.....	55

KISALTMALAR

SOA	: Spatial Operators Algebra
UVC	: Uzaysal Vektör Cebri
DOF	: Degrees of Freedom
DHM	: Denavit-Hartenberg Method

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : Eklemlerin dönme kısıtları örneği için çizelge.....	30
Çizelge 4.1 : Delta robot 1., 2. ve 3.manipülatörün dönme eksen vektörleri	36
Çizelge 4.2 : Delta robot 4., 5. ve 6.manipülatörün dönme eksen vektörleri.	36
Çizelge 4.3 : Delta robot manipülatörleri ve uç işlevcisi arasındaki link vektörleri .	36

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Rijit bir cismin zamanla yer değiştirmesi.....	5
Şekil 2.2 : Aynı orjine sahip birbirlerine göre x eksen etrafında döndürülmüş eksen takımları.	8
Şekil 2.3 : Katı cismin bir eksen etrafında dönmesi.	10
Şekil 2.4 : Sabit A vektör setine göre hareketli B vektör setinin tanımlanması.	12
Şekil 2.5 : Dönel eklemin yapısı.....	14
Şekil 2.6 : Prizmatik eklemin yapısı.	14
Şekil 2.7 : Silindirik eklemin yapısı.	14
Şekil 2.8 : Vida eklemin yapısı.....	15
Şekil 2.9 : Planar eklemin yapısı.	15
Şekil 2.10 : Küresel eklemin yapısı.	15
Şekil 2.11 : n adet linke sahip seri manipülatör mekanizması.....	16
Şekil 2.12 : Dönel eklemlerle bağlı iki linkli bir yapı.....	17
Şekil 2.13 : İki seri manipülatörden oluşan paralel manipülatör yapısı.	22
Şekil 2.14 : Hareketli platform üzerinde seri manipülatör yapısı.....	23
Şekil 2.15 : Hareketli platform üzerinde yardımlaşmalı manipülatör yapısı.....	25
Şekil 3.1 : Delta robot.	27
Şekil 3.2 : Altı serbestlik dereceli delta manipülatörün 3-D modeli.	29
Şekil 3.3 : Delta manipülatörün şematik modeli.	32
Şekil 3.4 : Delta robot algoritma akış diyagramı.	33
Şekil 4.1 : MATLAB V-Realm bulider delta robot modeli ve 2.takip yörüngesi.	35
Şekil 4.2 : 1. takip yörüngesi.	37
Şekil 4.3 : Delta robot için belirlenen takip yörüngeleri.	37
Şekil 4.4 : Birinci takip yörüngesi.	38
Şekil 4.5 : İlk yörünge için 1. Manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	38
Şekil 4.6 : İlk yörünge için 2. Manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	39
Şekil 4.7 : İlk yörünge için 3. Manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	39
Şekil 4.8 : İlk yörünge için 4. Manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	40
Şekil 4.9 : İlk yörünge için 5. Manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	40
Şekil 4.10 : İlk yörünge için 6. Manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	41
Şekil 4.11 : İlk yörünge için 1. Manipülatör uç işlevcisi hız grafiğı.	41
Şekil 4.12 : İlk yörünge için 2. Manipülatör uç işlevcisi hız grafiğı.	42
Şekil 4.13 : İlk yörünge için 3. Manipülatör uç işlevcisi hız grafiğı.	42
Şekil 4.14 : İlk yörünge için 4. Manipülatör uç işlevcisi hız grafiğı.	43
Şekil 4.15 : İlk yörünge için 5. Manipülatör uç işlevcisi hız grafiğı.	43
Şekil 4.16 : İlk yörünge için 6. Manipülatör uç işlevcisi hız grafiğı.	44
Şekil 4.17 : İkinci takip yörüngesi.	44
Şekil 4.18 : İkinci yörünge için 1. manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	45
Şekil 4.19 : İkinci yörünge için 2. manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	45
Şekil 4.20 : İkinci yörünge için 3. manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	46
Şekil 4.21 : İkinci yörünge için 4. manipülatör eklem açısall hızları grafiğı.	46

Şekil 4.22 : İkinci yörünge için 5. manipülatör eklem açısai hızları grafiği.....	47
Şekil 4.23 : İkinci yörünge için 6. manipülatör eklem açısai hızları grafiği.....	47
Şekil 4.24 : İkinci yörünge için 1. manipülatör uç işlevcisi hız grafiği.....	48
Şekil 4.25 : İkinci yörünge için 2. manipülatör uç işlevcisi hız grafiği.....	48
Şekil 4.26 : İkinci yörünge için 3. manipülatör uç işlevcisi hız grafiği.....	49
Şekil 4.27 : İkinci yörünge için 4. manipülatör uç işlevcisi hız grafiği.....	49
Şekil 4.28 : İkinci yörünge için 5. manipülatör uç işlevcisi hız grafiği.....	50
Şekil 4.29 : İkinci yörünge için 6. manipülatör uç işlevcisi hız grafiği.....	50

SEMBOL LİSTESİ

I_3	: 3x3 birim matris
0_3	: 3x3 sıfır matris
R	: Rotasyon matrisi
R^{-1}	: Rotasyon matrisinin tersi
R^T	: Rotasyon matrisinin transpozu
$e^{\hat{w}\theta}$	: Üstel koordinatlarda rotasyon matrisi
$\vec{\theta}_k$	: k. linkin lineer hız vektörü
$\vec{\omega}_k$	: k. linkin açısal hız vektörü
$\vec{l}_{k-1,k}$	: iki link arasındaki link vektörü
$\dot{\theta}$	: iki link arasındaki eklem açısının değişim hızı
$\underline{\dot{\theta}}$	: bir manipülatörün tüm eklem açılarını içeren vektör
$\ddot{\theta}_k$	: iki link arasındaki eklem ivmesi
$\underline{\ddot{\theta}}$	: bir manipülatörün eklem ivmelerini içeren vektör
$\vec{h}_k$	: k. linkin dönme eksen yönünü gösteren vektör
$\vec{H}_k$	: k. linkin dönme eksen takımını matrisi
H^i	: i. manipülatörün tüm linklerini içeren dönme eksen matrisi
H	: sistem dönme eksen matrisi
$\vec{V}_k$	: k. linkin uzaysal hızlar vektörü
$\vec{V}_t$	: uç noktanın uzaysal hızlar vektörü
$\vec{V}_b$	: tabanın uzaysal hızlar vektörü
$\vec{V}_c$	: ortak yükün uzaysal hızlar vektörü
$\underline{V}^i$	: i. manipülatörün tüm eklemlerinin uzaysal hızlarını içeren vektör
$\underline{V}$	: sistem uzaysal hızlar vektörü
$\emptyset_{k-1,k}$	: iki link arasındaki propagasyon matrisi

$\emptyset_{t,c}$	: uç noktadan ortak yüke olan propagasyon matrisi
$\emptyset_{t,b}$	: uç noktadan tabana olan propagasyon matrisi
$\emptyset_{t,n}$	: uç noktadan son ekleme olan propagasyon matrisi
$\emptyset_b$	: tabandan ilk linke olan propagasyon matrisi
$\emptyset_t$	: uç noktadan son linke olan propagasyon matrisi
$\emptyset^i$	: i. manipölatörün propagasyon matrisi
$\emptyset$	: sistem propagasyon matrisi
J^i	: i. manipölatörün jakobiyen matrisi
J	: sistem jakobiyen matrisi
$J^\#$	: jakobiyen matrisinin pseudo inverse matrisi
$SO(n)$	: Special Orthogonal Group of nxn Matrices

PARALEL MANİPÜLATÖRLERİN UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ YÖNTEMİYLE KİNEMATİK MODELLEMESİ

ÖZET

Paralel manipülatörlerin kinematik modellemesi ile alakalı olan bu çalışmada matematiksel modelleme yöntemi olarak Uzaysal Vektör Cebri (UVC) kullanılmıştır. Temelleri 1980’li yıllarda atılmış olan, Newton-Euler temelli bu yöntem özyinelemeli bir yöntem olduğundan algoritma hesap yükü olarak da verimli bir yöntemdir. Günümüzde daha çok tut-yerleştir gibi amaçlar için kullanılan bir paralel mekanizma olan delta robotun bu çalışmaya özgü bir tasarıma sahip 6 serbestlik dereceli bir türevi çalışmanın uygulama konusudur. Yapılan literatür taraması sonucu görülmüştür ki paralel mekanizmalar ve delta robot ile alakalı çalışmaların tamamına yakını diğer yöntemlerle yapılmış olup UVC kullanılmamıştır.

Öncelikle rijit hareket tanımı yapıp 3 boyutlu uzayda rijit bir nesnenin doğrusal yer değiştirmesi ve dönmesi incelenmiş ve denklemleri çıkarılmıştır. Daha sonra rotasyon matrisini daha iyi anlayabilmek adına özel bir matris türü olan “skew-symmetric” matrislere değinilmiştir. Ardından rijit hareket denklemleri temel alınarak rotasyon matrisi türetilmiştir. Çalışmanın ikinci kısmında robotikte kullanılan eklem tipleri tanıtılmış ve kinematik modellemeye geçilmiştir. Daha sonra rotasyon matrisi ve UVC kullanılarak açık uçlu (seri) manipülatörün, sabit ve hareketli tabanlı olanlarını da kapsamak üzere, kinematik modeli oluşturulmuş ardından kinematik modeli kullanılarak ters kinematik modeli elde edilmiştir. Seri manipülatör kinematik analizinin ardından uç noktasının sınırlandırılması suretiyle kısıtların tanımlandığı ve birden fazla seri manipülatörden oluşan yardımlaşmalı manipülatörler için kinematik ve ters kinematik denklemler çıkarılmıştır. Çalışmada benzetimi yapılacak olan, ve paralel bir manipülatör ve 3, 4, ve 6 gibi değişik serbestlik derecelerine sahip olan delta robot tanıtılmıştır. Sonrasında, 6 serbestlik dereceli bir delta robot’un 3-boyut benzetimi yapılmıştır.

İkinci kısımda elde edilen “sabit platform üzerinde yardımlaşmalı manipülatör” modeline farklı bir yaklaşım getirilmiştir. Bu yaklaşım ile manipülatör uç noktasının hareketli taban gibi düşünülüp sabit platform uç noktası gibi düşülmesi suretiyle model “hareketli platform üzerinde yardımlaşmalı manipülatör” haline getirilmiş olur. Ayrıca bu yaklaşımda sabit platform uç noktası olarak düşünüldüğünden buradaki hız sıfır alınarak jakobiye matrisinin sıfır uzayı üzerinden bir ters kinematik model oluşturulmuş ve 3-boyut benzetime uygulanmıştır. Farklı yörüngeler için delta robot’un yörünge takibi yaptırılmış ve elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

KINEMATIC MODELLING OF PARALLEL MANIPULATORS USING SPATIAL VECTOR ALGEBRA

SUMMARY

The invention and development of computers leads to arise robotics after 1950s. Because of the robotic manipulators could be a remedy to overcome some heavy or speedy applications in industry, it became an important topic of research. The first industrial robot ever created began working on the General Motors assembly line in 1961. Since then, there is an exponential growth in robotics due to its wide area of usage form industry to surgery.

The main studying area about the robotic manipulators is driving the actuators to achieve a desired end effector position. Some methodologies had been developed to determine the manipulation of the each actuators to achieve this. One of the most popular and conventional one of them is the Denavit-Hartenberg Method (DHM) with its parameters. Another methodology is the Spatial Operator's Algebra (SOA) which is a newer method than DHM. There are also two types of modelling approaches for robotic manipulators. One of these approaches is dynamic modelling. In dynamic modelling, the motion of the end effector is derived with using the forces and torques equation of the links and the actuators which serves a better simulation of the real world. The other modelling approach which is also used in this document is the kinematic modelling. In kinematic modelling, body link vectors in other words vectors between sequential joints and joint velocity vectors affects the motion of the end effector. Kinematic model was established with the usage of SOA methodology as mathematical bases through this document. SOA has chosen as the mathematical modelling methodology for this document because there are not much scientific publication for parallel mechanisms which uses SOA and it has some advantages over DHM in modelling complex topology systems or even parallel mechanisms. One of the advantages of SOA over the DHM is that, SOA is a Newton-Euler based method so every links' relative motion (linear and angular velocities) can be calculated from the previous link. Another advantage of the SOA is that its recursive nature of the algorithm. Because of that, for the system which has n DOF, $O(n)$ calculations made like other recursive algorithms.

Robotic manipulators can be categorized as serial and parallel (cooperative) manipulators in terms of the restriction of the end effector. Both of these manipulators have advantages and disadvantages in some points. For instance serial manipulators have a large work space with respect to its size on the other hand errors are accumulated and amplified from link to link so it is not suitable for works in which high accuracy is needed. In contrast to serial manipulators parallel manipulators have a smaller work space with respect to their huge sizes but they are very rapid and have a little error accumulation so they can be used for speed and accuracy needed applications. There is a growing tendency through the parallel mechanisms in industry. For instance, some mechanisms like steewart platform is used for fast applications like vehicle simulators, another well known type of parallel

mechanisms is the delta robots which can be very fast and lighter in terms of weight than the Stewart platform although it has a lighter load carrying capacity.

At the beginning of this study, there is an introduction part which gives information about the robotic manipulators and the scope of this document. After that some general definitions about rigid body motion are introduced and some important definitions base vectors, skew-symmetric and rotation matrix are given. As it can easily be understood from its name, a rotation matrix implies rotation about a vector for an angle. After the derivation of the rotation matrix, it is seen that this matrix is an exponential matrix and it can be rewritten as a combination of sine functions by using Taylor series expansion. So it became a more suitable form for recursive nature of the SOA.

After the rotation matrix and rigid body motion, kinematic modelling part starts with the definitions of the general joint types used in robotics. Special operator's algebra are implemented for kinematic modelling with the help of the rigid body motion equations and rotation matrix which are defined previously. At least a 6-DOF manipulator is needed to achieve any desired position in its working space so any manipulator which has less DOF than 6 is kinematically deficient. On the other hand a manipulator which has over 6-DOF has a redundancy namely this type of manipulators can follow a desired trajectory in its working space more than one trajectory for its joints. A human arm which has a 7-DOF can be a suitable example for the redundant manipulators. First, kinematic equations for serial (open chain) manipulators for both fixed and moving base types are derived then forward and inverse kinematics are described. Then same derivations are made for cooperative (closed chain) manipulators. This type of manipulators composed of more than one serial manipulators with a common load with rigid grasp and it restricts the manipulators' end effectors. Also forward and inverse kinematics are described for both fixed and moving base types of cooperative manipulators.

Chapter 3 starts with a brief definition of delta robot which is a cooperative manipulator is expressed. Conventional delta robots are usually have a 4 DOF so this means the system is under actuated and adding 2 DOF to this system makes sense to get a fully actuated manipulator. So that a 6-DOF delta robot are designed due to that purpose. Implementation of the delta robot starts with 3-D modelling. An 6 DOF delta manipulator is implemented on CATIA 3-D environment for a detailed visual illustration. After that a simple 3-D model designed in matlab V-REALM builder. Kinematic model for moving base cooperative manipulators are used to model the 6 DOF delta manipulator although it is a fixed base cooperative manipulator. Because this manipulator is considered as moving base cooperative manipulator with a different point of view. Namely, if the end effector of the manipulator considered as moving base and fixed platform of the manipulator considered as end effector of the manipulator with zero velocity, system has changed to moving base cooperative manipulator. This differentiated systems' kinematic model algorithm which developed using SOA is implemented on MATLAB with an approach that different from the conventional inverse kinematic. The idea behind this approach is the null space of the manipulator's jacobian matrix. After determining the mathematical approach, the algorithm of the kinematic model is developed.

Rotation axis, link vectors, initial positions of the link vectors and the end effector trajectories are defined in the model. Then kinematic model is simulated on the

V-REALM builder 3-D model for the specified trajectories of the end effector and the results are analyzed in chapter 4.

This study implements jacobian null space solution instead of the conventional solution which is the pseudo inverse of jacobian. This study can be developed one step forward with dynamical analysis and can be used for delta manipulators and stewart platforms as an alternative for the Denavith-Hartenberg Method.

1. GİRİŞ

“Robotik manipülatör” tamlaması sözlük anlamıyla değerlendirilirse, “Robotik yönlendirme” gibi bir tanımla karşılaşılır. Bilimsel olarak ele alındığında yönlendirme ile anlatılmak istenenin aslında bir veya daha fazla eklem ve linkden oluşan manipülatörün uç noktasının yönlendirilmesi olduğu açıkça görülebilir. Uç noktanın hareketini tamamen kontrol edip istenilen bir yörüngeyi takip ettirmek ise manipülatörlerin hareket planlaması için temel araştırılma konusu haline gelmiştir. Manipülatöre serbestlik derecesi ekleyen ve temeli doğrusal, dönel yada bunların bileşiminden oluşan kısımlarına eklem denir. Eklemlerde, link adı verilen ve iki eklemi birbirine bağlayan doğrusal yada doğrusal olmayan yapılar olarak tanımlanabilir. Robotik manipülatörleri topolojik yapıları itibariyle temel olarak seri topoloji, ağaç topolojisi ve kapalı topoloji olarak üç’e ayırabiliriz [1]. Ayrıca temel topolojileri bir arada kullanarak karmaşık topolojiler elde etmekte mümkündür. Seri topolojilere örnek olarak seri manipülatörler, kapalı topolojilerde örnek olarak paralel manipülatörler verilebilir.

Son yıllarda yüksek hassasiyetli hareketli sistemlere olan talep hızla artmaktadır. Bugünkü birçok mekanik sistemin performansı yüksek katılık ve hassas konumlama yeterliliği gerektirdiğinden paralel manipülatörler çok önem kazanmıştır. Paralel manipülatörler seri manipülatörlere göre daha sağlam ve hassas konumlama kabiliyetine sahiptir. Paralel robotlar uç işlevcisinin sabit plakaya bir birinden bağımsız kinematik zincirlerle paralel olarak bağlanmasıyla oluşmuş kapalı çevrim mekanizmalardır. Seri robotlar ise eklemlerin ve linklerin birbirlerine ardışık olarak bağlandığı mekanizmalardır. Dolayısıyla seri robotlarda uç işlevcinin taşıyabileceği yük bütün linklere ve eklemlere ayrı ayrı etkimektedir. Ayrıca her bir eklemden oluşan konum hataları birikerek uç işlevcisinin hatalı yer değiştirmesine sebep olmaktadır. Paralel robotlarda ise her bir koldaki hata uç işlevciye ayrı aktarıldığı için hataların eklenmesi söz konusu değildir. Ayrıca robotun taşıyabileceği yük her kolda paylaşıldığı için yük taşıma kapasitesi de çok yüksektir. Kapladıkları yer, çalışma

alanları ve maliyet gibi faktörlerden dolayı endüstride genellikle seri manipülatörler tercih edilirken, daha çok hız ve hasasiyetin önemli olduğu makine endüstrisi, hava, deniz ve kara araçları için eğitim ve eğlence simülatörleri gibi uygulamalarda paralel manipülatörler kullanılır.

Paralel robotlar içinde en yaygın kullanılan yapılardan biriside delta robotlardır. Delta robot, üç dört yada altı adet lineer eyleyici (*actuator*) ile tahrik edilen, aktif ve pasif eklemlerden oluşan paralel robot yapısıdır. Kullanılan eyleyiciler mekanik, pnömatik veya hidrolik olabilirler. Pozisyon ve yük dengesinin çok hassas olduğu durumlarda vidalı milli veya kapalı çevrim hidrolik sistem teknolojisi tercih edilir..

1.1 Motivasyon

İçinde bulunduğumuz yüzyılın elektronik çağı olarak ön plana çıkması nedeniyle, otomasyon ve robotik alanlarında büyük gelişmeler yaşanmış ve çoğu endüstriyel alanda insanların yerini otomasyon sistemleri almıştır. Tüketim taleplerinin inanılmaz hızlarla arttığı bu yüzyılda üretim hızı da aynı paralellikte artmak zorundadır. Üretim hatlarının özellikle tut-yerleştir gibi hareketli sistemlere olan ihtiyacı çok fazla artmıştır. Yüksek hassasiyet ve kararlılık gerektiren bu işlemler için manipülatör tasarlamak önemli bir konu haline gelmiştir. Tüm bu ihtiyaçlara cevap verebilecek, giriş kısmında da özellik ve avantajlarından bahsedilen ve bir paralel manipülatör olan delta robot ve onun “Uzaysal Vektör Cebri” yöntemiyle tasarlanması bu tezin amacıdır. Manipülatör tasarlamada yeni ve modern bir yöntem olan uç noktanın hızının kontrolüne dayanan Uzaysal Vektör Cebri yöntemi bugüne kadar delta robot tasarımlarında kullanılmamıştır. Bu tezde ele alınan yöntem ve probleme bu yöntemin uygulanması, bu alanda yapılan çalışmalara farklı bir bakış açısı getirecektir.

1.2 Literatür Araştırması

İngilizcesi “Spatial Operators Algebra” olan uzaysal vektör cebriindeki “uzaysal” ismini, 3-boyutlu uzayda mümkün olan temel hareket cinsleri olan bir vektör etrafında dönme, bir vektör boyunca ilerleme ve bunların birleşimi olan ve ötelenme olabilmesi için dönmeye, dönme olabilmesi için ötelenmeye ihtiyaç duyulan vidasal hareketin matematiksel olarak birlikte ifade edilebileceği kompakt bir yapı

oluşturulduğu için, almıştır. Örneğin uzaysal hız vektörü 6×1 uzunluğunda bir vektördür ve ilk 3 bileşeni açısal hız diğer 3 bileşeni ise doğrusal hız bilgisini içerir. Uzaysal nicelikler uzun zamandır kullanılmaktadır. 20. yüzyılın başında Ball [2], vida teorisi üzerinde bu nicelikleri kullanmıştır. 1983'te Featherstone [3], uzaysal cebirden faydalanan türetilmiş olan tahrikli cisim eylemsizlikleri metodunu kullanarak $O(n)$ metodunu geliştirdi. Bu metot açık zincir sistemleri için uygulanabilir olup Armstrong'un [4] metodundan daha verimlidir. 1987'de Guillermo Rodriguez [5] iki nokta sınır değer problemi gibi rijid cisim dinamiklerini çözmek için uzaysal niceliklerden faydalandı. Newton-Euler tabanlı çok kısımlı dinamiklerin $O(n)$ formülasyonu üzerine ilk çalışmalardan biri de Walker ve Orin'in çalışmasıdır [6]. Onların bu çalışmasında rijid cisim denklemlerini hesaplama yöntemleri karşılaştırıldı ve özyinelemeli işlemlerin hesap yükünü azaltmada önemli bir katkı sağladığı bildirildi. Daha sonra Anderson ve Critchley [7] kendi $O(n)$ algoritması metodlarını geliştirdiler. $O(n)$ algoritması üzerine pek çok çalışma yapıldı bunlardan biri de Jain'in çalışmasıdır [8]. Rodriguez [9] Kalman filtresi ve Bryson-Frazier ayrık zamanlı smoothing algoritmasını kullanarak robot dinamiklerini hesaplamak için yeni bir metot geliştirdi. Bu verimli hesaplama metodu uzaysal vektör cebri temeli oldu ve bu metodu açık ve kapalı zincir sistemlere uyguladı [5,10]. Rodriguez, Jain ve Kreutz-Delgado [7] uzaysal vektör cebri pek çok tipte çok kısımlı sistemlerin dinamiklerini incelemede kullandı. Jain ve Rodriguez' in başka bir araştırması [11], uzaysal vektör tabanlı rijid cisimli sistemlerin duyarlılık analizi üzerine oldu. Yeşiloğlu [1] doktora çalışmasında bu metodu kullandı ve bu metoda sözde eklem olarak nitelendirdiği bir katkı sağladı.

Yapılan literatür taraması sonucunda manipülatör kinematik modellemesinde uzaysal vektör cebri yönteminin kullanıldığı ve öncüleri de yukarıda belirtilen çalışmalar olan bazı çalışmalara rastlanmıştır. Delta robotun kinematik modellenmesiyle alakalı literatür taramasında Lallemand, Goudali ve Zeghloul [12] çalışmasına rastlanmış fakat çalışmanın hem 2 manipülatörden oluşan bir yapı olması nedeniyle hemde açıklanan yöntemin farklı olmasından dolayı yapılan çalışma bu çalışmadan farklıdır. Delta robotun modellenmesinde Denavit-Hartenberg yönteminin kullanıldığı birçok yayın mevcuttur.

1.3 Tez Organizasyonu

Bu çalışmada 4 ana bölümden oluşmaktadır.

1. bölüm manipülatörler hakkında genel bir giriş ile başlayıp neden bu çalışma üzerinde motive olunduğu, bu çalışmaya olan ihtiyaç ve çalışmanın amacı ele alınmıştır. “**Literatür Taraması**” bölümünde bu ve benzer alanlarda yapılan çalışmalara değinilmiştir.

2. bölümde “**UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ**” başlığı altında bu çalışmanın temel matematiksel yapısını oluşturan *Uzaysal Vektör Cebri (UVC)* yöntemi tanıtılmıştır. “**Kinematik Modelleme**” başlığı altında Seri ve paralel manipülatörlerin UVC yöntemiyle kinematik olarak modellenmesi, ileri ve ters kinematik denklemlerin matematiksel çıkarımı son olarak sabit ve hareketli platform üzerindeki durumlar için analiz yapılması ve model elde edilmesi ile ilgili kısımlar ele alınmıştır.

3. bölümde Uzaysal Vektör Cebri yönteminin delta robota uygulanması ve problem tanımı yapılmıştır. Probleme yönelik çözüm yöntemi yine bu bölümde detaylarıyla açıklanmış ve model algoritması çıkarılmıştır.

4. bölümde elde edilen model, uç işlevcisine iki farklı yörünge için uygulanmış ve MATLAB ortamında benzetimi yapılmıştır. Benzetim sonuçları bu bölümde yer almaktadır.

5. bölüm DEĞERLENDİRME bölümü olup elde edilen sonuçlara yönelik tartışmalara ve tezin geleceği ile ilgili konulara yer verilmiştir.

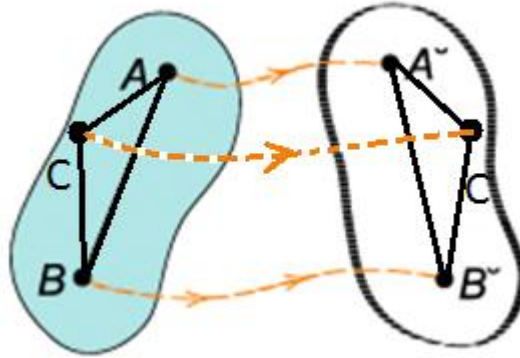
2. UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ

2.1 Genel Tanımlar ve Giriş

2.1.1 Rijit hareket

Rijit cisim, dış kuvvetler altında şekil değişikliği göstermeyen başka bir deyişle deforme olmayan cisimdir. Bir nesnenin rijit hareketi Şekil 2.1’de gösterilmektedir. Adından da anlaşılacağı gibi nesnenin herhangi üç noktası arasındaki farkı koruyarak yaptığı harekettir. UVC kullanılarak manipülatörün kinematik ve dinamik modellenmesi ve kontrolü için rijit cisim hareketinin incelenmesi önemlidir.

Vida (Screw) Teorisi: Aynı anda hem dönme (*rotation*) hem de ötelenme (*translation*) içeren harekettir.



Şekil 2.1 : Rijit bir cismin zamanla yer değiştirmesi.

Öklid uzayında bir taneciğin hareketi, sabit bir kartezyen koordinat yapısına göre taneciğin anlık konumunu vermesiyle tanımlanır. Robotikte, bir robot kolu linkinde olduğu gibi partiküllerin bireysel hareketiyle değil, partikül setinin toplam hareketiyle ilgileniriz. Bu amaçla rijit cisim tamamen burkulmayan mükemmel bir katı cisim olarak tanımlanır. Tüm bunlardan yola çıkarak formal bir tanım yaparsak;

Rijit cisim ideal şartlarda katı bir cismin üzerine uygulanan kuvvetleri göz ardı ederek deforme olmayan yani herhangi iki noktası arasındaki farkı sabit olan bir tanecikler toplamıdır. Rijit hareketten yola çıkarak, rijid cismin bir lokasyondan başka bir lokasyona net hareketine ‘rijit yer değiştirme’ (*displacement*) denir.

$$||p(0) - q(0)|| = ||p(t) - q(t)||$$

Bu yer değiştirme genelde dönme ve ötelenmeyi aynı anda içerir. p ve q iki nokta, v ise bu iki noktayı bağlayan bir vektör olsun;

$$v = q - p$$

Eğer O , rijit hareketin yer değiştirme yörüngesini tanımlayan R^3 n bir alt kümesi olarak tanımlanırsa, rijit hareketi tanımlayan bir $g : O \rightarrow R^3$ haritalaması için gerek şart aradaki farkın korunmasıdır. Bu şart i yansımalarla izin verebildiği için yeterli değildir. Örneğin;

$$(x, y, z) \rightarrow (x, y, -z)$$

Burada fark korunmuş ama oryantasyon korunmamıştır. Bu ihtimali yok etmek için aynı zamanda vektörel çarpımda korunmalıdır. Tüm bu gereklilikleri bir araya getirip bir tanım yapılırsa;

$$g : R^3 \rightarrow R^3$$

Aşağıdaki zellikleri sağlamalıdır:

$$|g(p) - g(q)| = |p - q| \quad \text{ve tüm } p, q \in R^3$$

$$(v \times w) = g(v) \times g(w) \quad \text{ve tüm } v, w \in R^3$$

Rijit cisim üzerinde bazı noktalara kartezyen koordinatlar yerleştirip, koordinat eksen takımının (*frame*) sabit eksen takımına göre hareketi takip edilecektir. Yerleştirilen koordinat eksen takımının sağ-el kuralına göre olmasına dikkat edilmelidir.

Ortogonal Vektörler: V bir i çarpım uzayı ve $\vec{x}, \vec{y} \in V$ ve $\langle x, y \rangle = 0$ ise x ve y vektörlerinin birbirlerine ortogonal yani dik olduğu söylenir.

Ortonormal Vektörler: $\vec{x}, \vec{y} \in V$ ve ortogonal vektörler olsun eğer $\|x\| = \|y\| = 1$ ise x ve y vektörlerinin birbirlerine ortonormal yani dik olduğu söylenir.

$$x, y, z \in R(3) \text{ ortonormal vektörler}$$

$$z = x \times y \text{ sağlanmalıdır.}$$

2.1.2 Skew-simetrik matrisler

Transpozu negatifine eşit olan kare matrise skew-simetrik matris denir. Genel bir ifadeyle $\mathbf{n \times n}$ skew-simetrik bir matrisin uzayı;

$$\mathbf{so(n)} = \{\mathbf{S} \in \mathbf{R^{n \times n}} : \mathbf{S^T} = -\mathbf{S}\}$$

şeklinde ifade edilebilir.

$\vec{a} \in R^3$ ve $\vec{b} \in R^3$ iki vektör olsun,

Bu iki vektörün vektörel çarpımında $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{a} \times = \hat{a}$ skew-simetrik bir matristir. Bu olgunun ispatı aşağıda verilmiştir.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \text{ ve } \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (\vec{a} \times) \vec{b} \quad (2.1)$$

$$\vec{a} \times = \hat{a} \quad (2.2)$$

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{a} \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b}$$

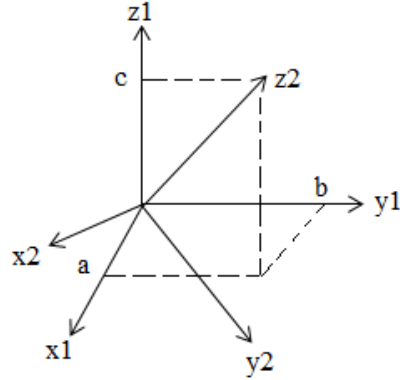
$$\begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

$\hat{a} \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b}$ eşitliği sağlanmıştır.

2.1.3 Rotasyon matrisi

Bir vektör uzayında diğer bütün vektörlerin tanımlanabileceği birim vektörlerin bütününe o uzayın baz vektörleri denir. Şekil 2.2 deki gibi orijinleri aynı olan ve biri diğerine göre bir vektör etrafında döndürülmüş baz vektör setinden diğer baz vektör

setine geçiş rotasyon matrisi ile olur. Rotasyon matrisi bir vektör etrafında bir açı kadar dönmeyi ifade eder.



Şekil 2.2 : Aynı orjine sahip birbirlerine göre x eksen etrafında döndürölmüş eksen takımları.

$$\vec{z}_2 = a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1 + c\vec{z}_1 \quad (2.3)$$

$$a = \vec{x}_1 \cdot \vec{z}_2 \quad (2.4)$$

$$b = \vec{y}_1 \cdot \vec{z}_2 \quad (2.5)$$

$$c = \vec{z}_1 \cdot \vec{z}_2 \quad (2.6)$$

Denklem (2.4), (2.5) ve (2.6) kullanılarak;

$$\vec{x}_2 = \vec{x}_1 \vec{x}_2 \vec{x}_1 + \vec{y}_1 \vec{x}_2 \vec{y}_1 + \vec{z}_1 \vec{x}_2 \vec{z}_1 \quad (2.7)$$

$$\vec{y}_2 = \vec{x}_1 \vec{y}_2 \vec{x}_1 + \vec{y}_1 \vec{y}_2 \vec{y}_1 + \vec{z}_1 \vec{y}_2 \vec{z}_1 \quad (2.8)$$

$$\vec{z}_2 = \vec{x}_1 \vec{z}_2 \vec{x}_1 + \vec{y}_1 \vec{z}_2 \vec{y}_1 + \vec{z}_1 \vec{z}_2 \vec{z}_1 \quad (2.9)$$

Elde edilir. (2.7), (2.8) ve (2.9) denklemleri matris haline getirilirse

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{x}_1 \vec{x}_2 \vec{x}_1 & \vec{y}_1 \vec{x}_2 \vec{y}_1 & \vec{z}_1 \vec{x}_2 \vec{z}_1 \\ \vec{x}_1 \vec{y}_2 \vec{x}_1 & \vec{y}_1 \vec{y}_2 \vec{y}_1 & \vec{z}_1 \vec{y}_2 \vec{z}_1 \\ \vec{x}_1 \vec{z}_2 \vec{x}_1 & \vec{y}_1 \vec{z}_2 \vec{y}_1 & \vec{z}_1 \vec{z}_2 \vec{z}_1 \end{bmatrix}}_{\text{Rotasyon Matrisi}} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}$$

x_1, y_1, z_1 vektör setinden x_2, y_2, z_2 vektör setine Rotasyon Matrisi R

x_2, y_2, z_2 vektör setinden x_1, y_1, z_1 vektör setinin elde edilmesi yani ters rotasyon işlemi yapılmak istenirse;

$$\vec{x}_1 = \vec{x}_2 \vec{x}_1 \vec{x}_2 + \vec{y}_2 \vec{x}_1 \vec{y}_2 + \vec{z}_2 \vec{x}_1 \vec{z}_2 \quad (2.10)$$

$$\vec{y}_1 = \vec{x}_2 \vec{y}_1 \vec{x}_2 + \vec{y}_2 \vec{y}_1 \vec{y}_2 + \vec{z}_2 \vec{y}_1 \vec{z}_2 \quad (2.11)$$

$$\vec{z}_1 = \vec{x}_2 \vec{z}_1 \vec{x}_2 + \vec{y}_2 \vec{z}_1 \vec{y}_2 + \vec{z}_2 \vec{z}_1 \vec{z}_2 \quad (2.12)$$

Elde edilir. (2.10), (2.11) ve (2.12) denklemleri matris haline getirilirse

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{x}_2 \vec{x}_1 & \vec{y}_2 \vec{x}_1 & \vec{z}_2 \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \vec{y}_1 & \vec{y}_2 \vec{y}_1 & \vec{z}_2 \vec{y}_1 \\ \vec{x}_2 \vec{z}_1 & \vec{y}_2 \vec{z}_1 & \vec{z}_2 \vec{z}_1 \end{bmatrix}}_{\text{Ters Rotasyon Matrisi}} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

Ters Rotasyon Matrisi

Rotasyon matrisinin tersinin aslında rotasyon matrisinin transpozü olduğu görülebilir.

$$R^{-1} = R^T$$

Rotasyon matrisinin birkaç temel özelliği şu şekildedir;

$R \in R^{3 \times 3}$ bir rotasyon matrisi ve kolonları $r_1, r_2, r_3 \in R^3$ olsun.

$$r_i^T r_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

Bu özellik şu şekilde yazılabilir;

$$RR^T = R^T R = I$$

Buradan anlaşılır ki;

$$\det R = \pm 1 \quad (2.13)$$

R 'nin işaretini belirlemek için lineer cebir hatırlanırsa;

$$\det R = r_1^T (r_2 \times r_3)$$

Koordinat eksen takımı *sağ-el* kuralına göre yazıldığından $(r_2 \times r_3) = r_1$ olur.

$$r_1^T r_1 = 1$$

Daha genel olarak, $R^{n \times n}$ de rotasyon matris uzayını;

$$SO(n) = \{R \in R^{n \times n} : RR^T = I, \det R = +1\} \quad (2.14)$$

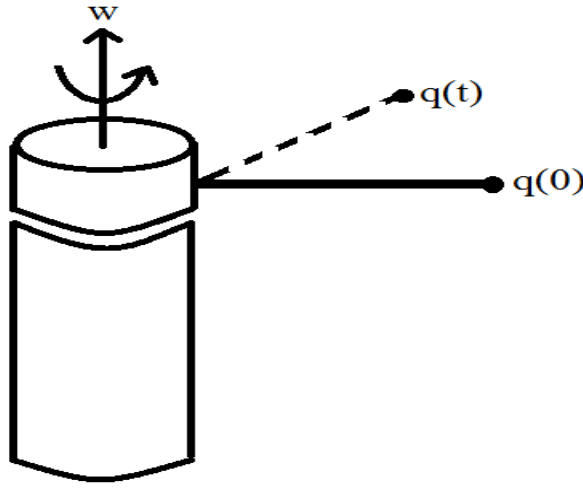
Şeklinde tanımlayabiliriz.

Rotasyon matrisleri çarpılarak yeni rotasyon matrisine dönüştürülebilir. Örneğin, aynı orijine sahip A,B ve C eksen takımlarından tanımlanan dönme hareketleri ve

bunlara bağılı rotasyon matrisleri sırasıyla, A eksen takımından, B eksen takımına Q_1 açısı kadar dönmeyi gösteren rotasyon matrisi R_{ab} , B eksen takımından C eksen takımına Q_2 açısı kadar dönmeyi gösteren rotasyon matrisi de R_{bc} olsun. Bu iki matris çarpılarak A eksen takımından, C eksen takımına $Q_1 + Q_2$ açısı kadar olan rotasyon bulunabilir. Bu özelliğe rotasyon matrisinin *kompozisyon kuralı* denir.

$$R_{ab} \times R_{bc} = R_{ac} \quad (2.15)$$

Rotasyon hareketini üstel koordinatlarda ifade etmek gerekirse;



Şekil 2.3 : Katı cismin bir eksen etrafında dönmesi.

Şekil 2.3'te de görüldüğü gibi robotik manipülatörlerde dönel eklem yapısı sıkça kullanılmaktadır. Burada $w \in R^3$ ve dönme eksenini gösteren birim vektör olsun. $\theta \in R$ ve radyan cinsinden dönme açısını gösterebilir. Dönen linkin üzerindeki bir q noktasının uzaysal hızı $\dot{q}$ dönme eksen vektörü w ve dönme açısı θ cinsinden yazılırsa;

$$\dot{q}(t) = wxq(t) = \hat{w}q(t) \quad (2.16)$$

Lineer zamanla değişmeyen diferansiyel denklemlerden hatırlanmalıdır ki,

$$q(t) = e^{\hat{w}t}q(0) \quad (2.17)$$

$q(0)$, $t = 0$ anında ki noktanın konumudur, $e^{\hat{w}t}$ ise üstel bir matristir. Ayrıca bu matris rotasyon matrisidir.

$$e^{\hat{w}t} = I + \hat{w}t + \frac{(\hat{w}t)^2}{2!} + \frac{(\hat{w}t)^3}{3!} + \dots$$

Eğer cisim w eksen etrafında θ birim açıyla döndürülürse rotasyon matrisi,

$$R(w, \theta) = e^{\hat{w}\theta}$$

fonksiyonu ile verilir.

Kuram:

$$\hat{a}^2 = aa^T - \|a\|^2 I \quad (2.18)$$

$$\hat{a}^3 = -\|a\|^2 \hat{a} \quad (2.19)$$

(2.18) ve (2.19) özellikleri kullanılarak,

$a = w\theta$ ve $\|w\| = 1$ için denklemler şu hale gelir;

$$e^{\hat{w}\theta} = I + \hat{w}\theta + \frac{\theta^2}{2!} \hat{w}^2 + \frac{\theta^3}{3!} \hat{w}^3 + \dots$$

$$e^{\hat{w}\theta} = I + \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \dots \right) \hat{w} + \left(\frac{\theta^2}{2!} - \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} - \dots \right) \hat{w}^2$$

$$\sin\theta = \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \dots \right), \quad 1 - \cos\theta = \left(\frac{\theta^2}{2!} - \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} - \dots \right)$$

Sonuç olarak,

$$e^{\hat{w}\theta} = I + \hat{w}\sin\theta + \hat{w}^2(1 - \cos\theta) \quad (2.20)$$

Haline gelir ki bu formüle *Rodriguez* formülü adı verilir ve üstel denklemi hesaplamada etkili bir formüldür çünkü bir yandan nümerik olarak kolay gerçekleşirken diğer yandan oldukça doğru çözümler verir. Bu denkleme göre dönmeyi belirten bir açı (θ) ve bir dönme eksenini (w) verilirse bunlar kullanılarak bir rotasyon matrisi elde edilebilir.

$$(e^{\hat{w}\theta})^{-1} = e^{-\hat{w}\theta} = e^{\hat{w}^T\theta} = (e^{\hat{w}\theta})^T$$

Bu eşitliklerden de görülüyor ki (2.12) eşitliği ile verilen “rotasyon matrisinin tersi o matrisin transpozuna eşittir” ifadesi doğrudur.

Rodriguez formülünde $\theta = 0$ için, yani dönme yokken rotasyon matrisi;

$$e^{\hat{w}\theta} = I \text{ birim matris olur.}$$

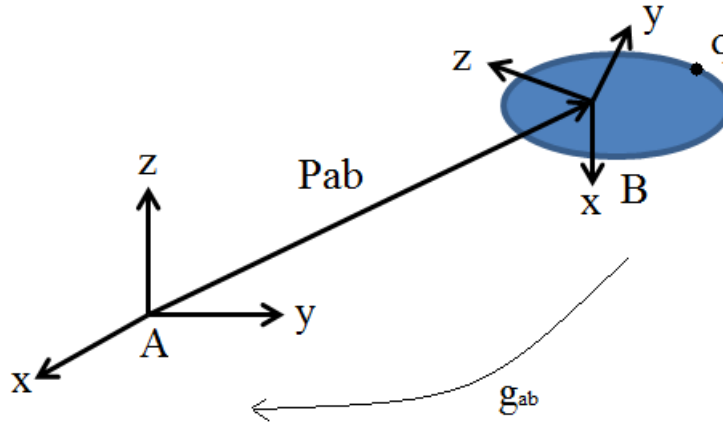
Rodriguez formülünde $\|w\| \neq 1$ olursa denklem şu hale gelir.

$$e^{\hat{w}\theta} = I + \frac{\hat{w}}{\|\hat{w}\|} \sin(\|\hat{w}\|\theta) + \frac{\hat{w}^2}{\|\hat{w}\|^2} (1 - \cos(\|\hat{w}\|\theta))$$

2.1.4 Üç boyutta rijit hareket

Katı bir cisim Şekil 2.4’ de olduğu gibi hem dönüyor hem de öteleniyor olsun.

Burada duran bir A vektör seti ve hareketli bir B vektör seti var. Bu durumda $\mathbf{p}_{ab}$ ifadesinin zamanla değiştiği görülebilir. Katı cismin içerisinde bir $\mathbf{q}$ noktası tanımlansın,



Şekil 2.4 : Sabit A vektör setine göre hareketli B vektör setinin tanımlanması.

$\vec{q}_b$: B vektör setinin 0 noktasından $\mathbf{q}$ noktasına olan uzaklığını gösteren vektör.

$\vec{q}_a$: A vektör setinin 0 noktasından $\mathbf{q}$ noktasına olan uzaklığını gösteren vektör.

$\vec{p}_{ab}$: A vektör setinin 0 noktasından B vektör setinin 0 noktasına olan uzaklığı gösteren vektör.

$\mathbf{R}_{ab}$: B vektör setinin A vektör setine rotasyonunu veren rotasyon matrisi.

$$\vec{q}_a = \vec{p}_{ab} + \mathbf{R}_{ab} \vec{q}_b \quad (2.21)$$

2.1.4.1 Homojen gösterim

Bir koordinat düzleminde diğer bir düzleme hareketin aktarılmasını tanımlarken dönme ve ötelenmeyi aynı matriste tutabilmek için özel bir gösterime ihtiyaç duyulmaktadır. Bu noktada homojen koordinatlar çözüm olarak sunulabilir. Burada $\bar{\mathbf{q}}$ noktası homojen koordinatlarla tanımlıdır, $\bar{\mathbf{O}}$ orjinnoktası ve $\bar{\mathbf{v}}$ 'de homojen gösterimde bir vektördür.

$$\bar{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \bar{O} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \bar{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bu yeni tanıma göre aşağıdaki kurallar ortaya çıkar.

- 1- İki vektörün toplamı veya farkı bir vektör
- 2- Bir vektör ve bir noktanın toplamı bir nokta
- 3- İki noktanın farkı bir vektör
- 4- İki noktanın toplamı anlamsız

Denklem (2.21)' den hatırlanacağı gibi

$$\vec{q_a} = \vec{p_{ab}} + \mathbf{R}_{ab} \vec{q_b}$$

eşitliği verilmişti. Bu eşitlik homojen gösterime göre düzenlenirse;

$$\vec{q_a} = \begin{bmatrix} \vec{q_a} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ab} & \vec{P}_{ab} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{q_b} \\ 1 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Bu yeni homojen gösterimde homojen transformasyon matrisi dönme ve ötelemeyi içeren matristir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ab} & \vec{P}_{ab} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2 Kinematik Modelleme

Bir robot manipülatörünün kinematiği, manipülatörü oluşturan eklemlerin hareketleri arasındaki ilişki olarak tanımlanır. Kinematik modellemeden önce eklem tipleri ve bunların serbestlik derecelerinin anlaşılması gerekmektedir.

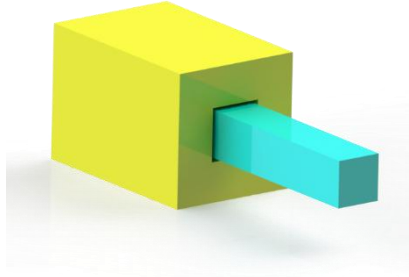
2.2.1 Eklem tipleri

- 1- Dönel (Revolute) Eklem: Bir eksen etrafında dönebilen eklem çeşididir. Tek serbestlik derecesine sahiptir. İnsanda kol dirseği bu eklem tipine örnek olarak verilebilir. (Şekil 2.5) (DOF=1)



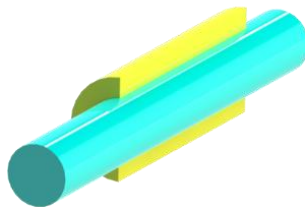
Şekil 2.5: Dönel eklem yapısı.

- 2- Prizmatik Eklem: Tek yönde öteleme yapabilen ve tek serbestlik derecesine sahip eklem tipidir. (Şekil 2.6) ($DOF=1$)



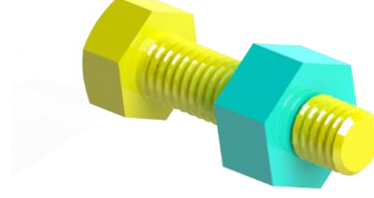
Şekil 2.6: Prizmatik eklem yapısı.

- 3- Silindirik Eklem: Bir eksen etrafında dönebilen ve aynı zamanda tek yönde ötelenebilen eklem tipidir. İki serbestlik derecesine sahiptir. (Şekil 2.7) ($DOF=2$)



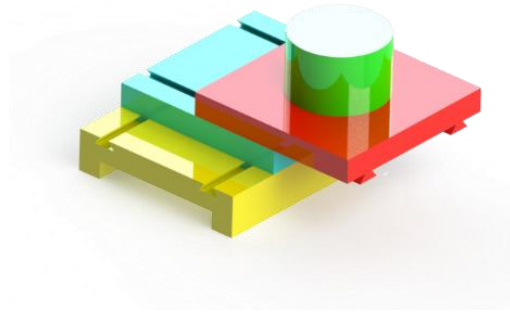
Şekil 2.7: Silindirik eklem yapısı.

- 4- Vida Eklem: Bir eksen etrafında dönerken aynı anda aynı eksen boyunca ötelenen eklem tipidir. Hareketler birbirlerine bağlı olduğundan tek serbestlik derecesine sahiptir. (Şekil 2.8) (DOF=1)



Şekil 2.8: Vida eklemi yapısı.

- 5- Planar Eklem: Bir düzlem üzerinde iki yönde hareket edebilen ve bunlara dik ekseninde dönebilen eklem tipidir. (Şekil 2.9) (DOF=3)



Şekil 2.9: Planar eklem yapısı.

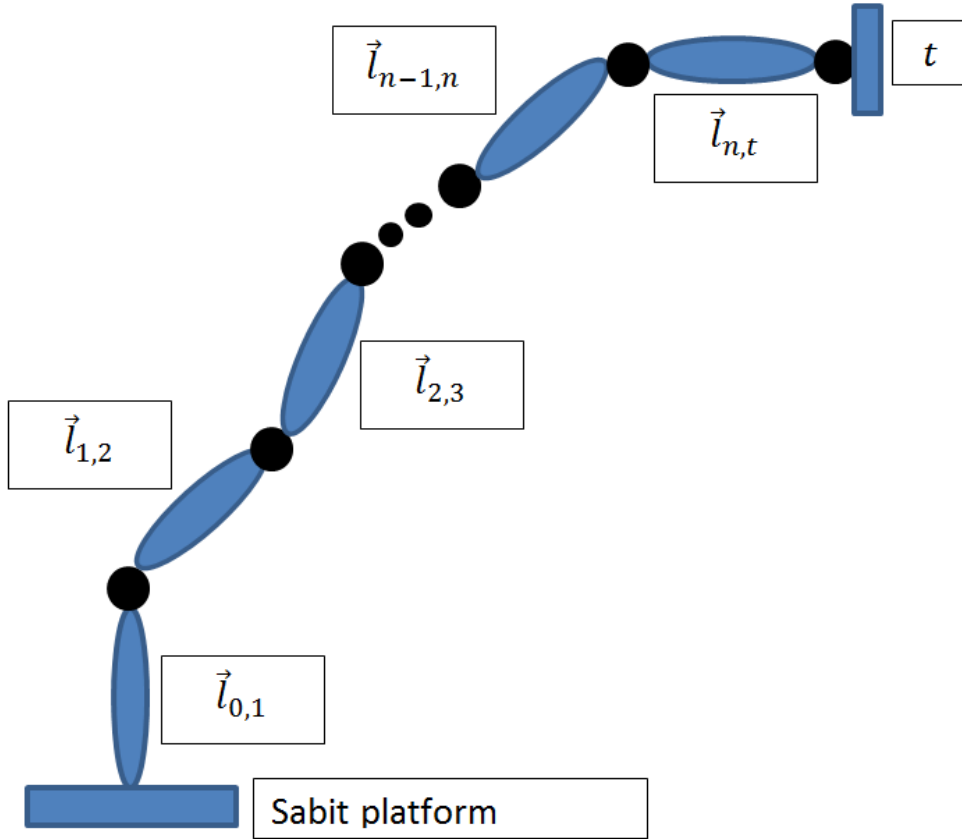
- 6- Küresel Eklem: Her üç ekseninde de dönme yapabilen eklem tipidir. (Şekil 2.10) (DOF=3)



Şekil 2.10: Küresel eklem yapısı.

2.2.2 Seri manipölatör kinematik modeli

Seri manipölatörler, kapalı bir zincir oluşturmayan uç noktası serbest olan topolojik yapıdaki mekanizmalardır.

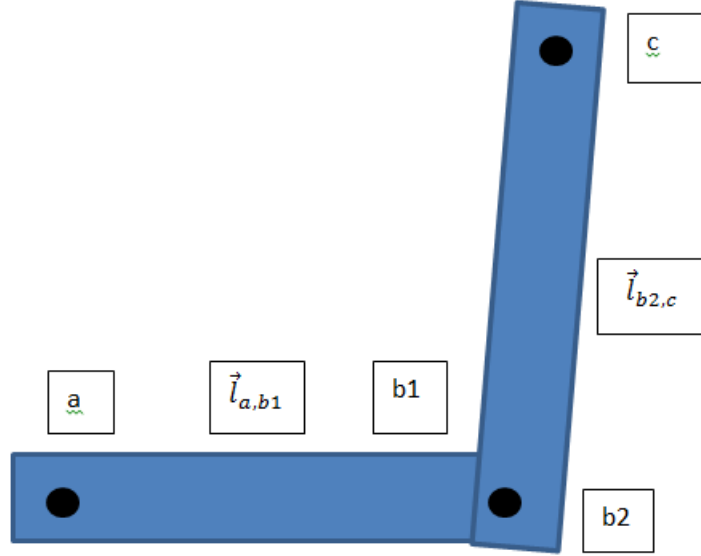


Şekil 2.11: n adet linke sahip seri manipölatör mekanizması.

Şekil 2.11 ile sabit platform üzerinde ve n adet dönel ekleme sahip seri bir manipölatör temsil edilmektedir. Bu manipölatörde iki link arasındaki bir eklemin dönme eksenini etrafında dönmesi sonucu bir linkten diğerine iletilen dönme ve ötelenmeyi modellemek gerekmektedir. Bundan dolayı bu noktada rijit cisim kinematiğine değinmemiz gerekmektedir.

2.2.2.1 Rijit cisim kinematiği

Şekil 2.12’de ortak bir noktadan birbirine dönel eklem ile tek bir noktadan seri bağlanmış ve iki linkten oluşan bir temsil edilmiştir, şekilde belirtilen nicelikler kullanılarak UVC yöntemi ile modelleme yapılmak istenirse,



Şekil 2.12: Dönel eklemlerle bağlı iki linkli bir yapı.

a noktasının lineer ve açısal hızları

$$\vec{v}_a = 0 \quad (2.22)$$

$$\vec{\omega}_a = \dot{\theta} \vec{h} \quad (2.23)$$

b1 noktasının lineer ve açısal hızları

$$\vec{v}_{b1} = \vec{v}_a + \vec{\omega}_a \times \vec{l}_{ab1} = \vec{v}_a - (\vec{l}_{ab1} \times) \vec{\omega}_a \quad (2.24)$$

$$\vec{\omega}_{b1} = \vec{\omega}_a = \dot{\theta} \vec{h}_a \quad (2.25)$$

b2 noktasının lineer ve açısal hızları;

$$\vec{v}_{b2} = \vec{v}_{b1} = \vec{v}_b \quad (2.26)$$

$$\vec{\omega}_{b2} = \vec{\omega}_{b1} + \dot{\theta} \vec{h}_{b2} \quad (2.27)$$

c noktasının lineer ve açısal hızları;

$$\vec{v}_c = \vec{v}_b + \vec{\omega}_{b2} \times \vec{l}_{bc} \quad (2.28)$$

$$\vec{\omega}_c = \vec{\omega}_{b2} \quad (2.29)$$

Dönel eklem için bu denklemler matris haline getirilirse;

$$\begin{bmatrix} \vec{\omega}_b \\ \vec{v}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 \\ -\hat{l}_{ab} & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\omega}_a \\ \vec{v}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{h} \\ \vec{0} \end{bmatrix} \dot{\theta}_b$$

genel olarak matris formu oluşturulmuş olur.

$$\vec{V}_b = \phi_{b,a} \vec{V}_a + \vec{H}_b \dot{\theta}_b$$

$$\vec{V}_b = \begin{bmatrix} \vec{\omega}_b \\ \vec{v}_b \end{bmatrix} \in R^6$$

$$\phi_{b,a} = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 \\ -\hat{l}_{ab} & I_3 \end{bmatrix} \in R^{6 \times 6}$$

$$\vec{V}_a = \begin{bmatrix} \vec{\omega}_a \\ \vec{v}_a \end{bmatrix} \in R^6$$

$$\vec{H}_b = \begin{bmatrix} \vec{h} \\ 0 \end{bmatrix} \in R^6$$

$\vec{V}_a, \vec{V}_b$ uzaysal hız vektörleri

$\vec{H}_b$ dönme eksen matrisi

$\phi_{b,a}$ linkler arası propagasyon matrisi

Birden fazla dönel eklem birbiri dik 2 veya daha fazla eksen etrafında dönebildiği eklem tipleri mevcuttur. Örnek olarak, kardan eklem olarak tanımlayabileceğimiz eklem dipi birbirlerine dik 2 eksen, küresel eklem ise birbirlerine dik 3 eksen etrafında dönme yapabilmektedir. Aralarında mesafe olmayan yani çakışık merkezli olarak birden fazla eksen de dönebilen eklemler için $\vec{h}$ dönme eksen vektörleri aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$\begin{bmatrix} \vec{h} \\ \vec{0} \end{bmatrix} \rightarrow \text{Dönel eklem için dönme eksen vektörü}(DOF = 1)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{h}_1 & \vec{h}_2 \\ \vec{0} & \vec{0} \end{bmatrix} \rightarrow U - \text{eklem için dönme eksen vektörü}(DOF = 2)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{h}_1 & \vec{h}_2 & \vec{h}_3 \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \end{bmatrix} \rightarrow \text{Küresel eklem için dönme eksen vektörü}(DOF = 3)$$

Örnek olarak 4-linkli ve 4 dönel eklemden oluşan bir manipülatörün kinematik modeli aşağıda verilmiştir;

$$\vec{\vec{V}}_0 = 0 \quad (2.30)$$

$$\vec{\vec{V}}_1 = \phi_{1,0} \vec{\vec{V}}_0 + \vec{\vec{H}}_1 \dot{\theta}_1 = \vec{\vec{H}}_1 \dot{\theta}_1 \quad (2.31)$$

$$\vec{\vec{V}}_2 = \phi_{2,1} \vec{\vec{V}}_1 + \vec{\vec{H}}_2 \dot{\theta}_2 = \phi_{2,1} \vec{\vec{H}}_1 \dot{\theta}_1 + \vec{\vec{H}}_2 \dot{\theta}_2 \quad (2.32)$$

$$\vec{\vec{V}}_3 = \phi_{3,2} \vec{\vec{V}}_2 + \vec{\vec{H}}_3 \dot{\theta}_3 = \phi_{3,2} \phi_{2,1} \vec{\vec{H}}_1 \dot{\theta}_1 + \phi_{3,2} \vec{\vec{H}}_2 \dot{\theta}_2 + \vec{\vec{H}}_3 \dot{\theta}_3 \quad (2.33)$$

$$\vec{\vec{V}}_4 = \phi_{4,3} \vec{\vec{V}}_3 + \vec{\vec{H}}_4 \dot{\theta}_4 = \phi_{4,3} \phi_{3,2} \phi_{2,1} \vec{\vec{H}}_1 \dot{\theta}_1 + \phi_{4,3} \phi_{3,2} \vec{\vec{H}}_2 \dot{\theta}_2 + \phi_{4,3} \vec{\vec{H}}_3 \dot{\theta}_3 + \vec{\vec{H}}_4 \dot{\theta}_4 \quad (2.34)$$

(2.30), (2.31), (2.32), (2.33) ve (2.34) denklemleri matris haline getirilirse;

$$\begin{bmatrix} \vec{\vec{V}}_1 \\ \vec{\vec{V}}_2 \\ \vec{\vec{V}}_3 \\ \vec{\vec{V}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{\vec{H}}_1 & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \phi_{2,1} \vec{\vec{H}}_1 & \vec{\vec{H}}_2 & \vec{0} & \vec{0} \\ \phi_{3,1} \vec{\vec{H}}_1 & \phi_{3,2} \vec{\vec{H}}_2 & \vec{\vec{H}}_3 & \vec{0} \\ \phi_{4,1} \vec{\vec{H}}_1 & \phi_{4,2} \vec{\vec{H}}_2 & \phi_{4,3} \vec{\vec{H}}_3 & \vec{\vec{H}}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}$$

Burada dönme eksen matrisi ve link propagasyon matrisi ayrı ayrı yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} \vec{\vec{V}}_1 \\ \vec{\vec{V}}_2 \\ \vec{\vec{V}}_3 \\ \vec{\vec{V}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \phi_{2,1} & I & \vec{0} & \vec{0} \\ \phi_{3,1} & \phi_{3,2} & I & \vec{0} \\ \phi_{4,1} & \phi_{4,2} & \phi_{4,3} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\vec{H}}_1 & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{\vec{H}}_2 & \vec{0} & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{\vec{H}}_3 & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{\vec{H}}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}$$

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} \vec{\vec{V}}_1 \\ \vec{\vec{V}}_2 \\ \vec{\vec{V}}_3 \\ \vec{\vec{V}}_4 \end{bmatrix} \in R^{24}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} I & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \phi_{2,1} & I & \vec{0} & \vec{0} \\ \phi_{3,1} & \phi_{3,2} & I & \vec{0} \\ \phi_{4,1} & \phi_{4,2} & \phi_{4,3} & I \end{bmatrix} \in R^{24 \times 24}$$

$$H = \begin{bmatrix} \vec{\vec{H}}_1 & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{\vec{H}}_2 & \vec{0} & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{\vec{H}}_3 & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{\vec{H}}_4 \end{bmatrix} \in R^{24 \times 4}$$

$$\underline{\dot{\Theta}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \in R^4$$

Yukarıdaki matrisleri bir araya getirip tek bir denklem olarak yazmak gerekirse,

$$\underline{V} = \Phi H \underline{\dot{\Theta}} \quad (2.35)$$

$\underline{V} \in R^{6n} \rightarrow$ manipölatör uzaysal hız vektörü

$\Phi \in R^{6n \times 6n} \rightarrow$ manipölatör propagasyon matrisi

$H \in R^{6n \times n} \rightarrow$ manipölatör dönme eksen matrisi

$\underline{\dot{\Theta}} \in R^n \rightarrow$ manipölatör eklem hız vektörü

$\underline{V}$ vektörü manipölatördeki bütün eklemlerin uzaysal hız bilgilerinin tek vektörde toplanmasıyla elde edilmiştir. Robotikte uç noktanın (*tip point*) pozisyonu ile ilgilenildiğinden, diğer verilere bakılmaksızın sadece uç noktanın hızını bilmek yeterlidir. Bu yüzden, aşağıdaki gibi bir Φ_t matrisi tanımlamaya ihtiyaç duyulur.

$$\begin{aligned} \Phi_t &= [0_{6 \times 6} \quad 0_{6 \times 6} \quad \dots \quad 0_{6 \times 6} \quad \varphi_{t,n}] \\ \vec{V}_t &= \Phi_{t,n} \vec{V}_n \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\vec{V}_t = [0_{6 \times 6} \quad 0_{6 \times 6} \quad \dots \quad 0_{6 \times 6} \quad \varphi_{t,n}] \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \\ \dots \\ \vec{V}_n \end{bmatrix}$$

$$\vec{V}_t = \Phi_t \Phi H \underline{\dot{\Theta}} \quad (2.37)$$

2.2.2.2 İleri kinematik

İleri kinematik de eklemlerin açıları ($\underline{\dot{\Theta}}$) bilinmektedir. Jakobiye matrisi hesaplanarak bilinen $\underline{\dot{\Theta}}$ matrisi ile çarpıldığında, eklemlerdeki açısal değişimin uç noktasına kazandırdığı hareketin hız bilgisi ($\vec{V}_t$) elde edilmiş olur.

Link propagasyonları ve dönme eksenleri bilgisini aynı matris içinde toplamak linklerin açısal hızları ve uç işlevcisi hız bilgisi arasında tek bir matrisle bağıntı kurmak anlamına gelmektedir. Bu durum bir yandan ters kinematikteki matris tersi

işleminin daha anlaşılır olmasını sağlarken diğer yandan da denklemlerin takip edilebilirliğini arttırmaktadır. Jakobiyen matrisi olarak adlandırılan bu matris denklem (2.38) ile verilmiştir;

$$J = \partial_t \phi H \quad (2.38)$$

$$\vec{V}_t = J \underline{\dot{\theta}} \quad (2.39)$$

2.2.2.3 Ters kinematik

Robotik manipülatörlerde temel amaç, “Uç noktanın istenilen yörüngeyi takip etmesi için hesaplanan uç noktanın hızını ($\vec{V}_t$) elde edebilmek için eklemler hangi hızlarda hareket etmelidir.” sorusuna minimum hata ile yanıt verebilmektir. Bu yöntem ileri kinematiğe göre daha kullanışlıdır. Çünkü robotikte uç noktanın istenilen amaca yönelik hareket etmesi en çok istenilen durumdur. Bu çalışma kapsamında ters kinematik modelleme kullanılmaktadır fakat çalışma boyunca ileri kinematik model kullanılarak eklemlere belirli açılar verilmek suretiyle uç noktasının hareketleri gözlemlenmiş ve algoritmanın doğruluğu test edilmiştir. İleri kinematikte elde edilen (2.39) denklemine göre bilinenler bir tarafa bilinmeyenler diğer tarafa toplanırsa;

$$\underline{\dot{\theta}} = J^{-1} \vec{V}_t \quad (2.40)$$

elde edilmiş olur. Bu durumda Jakobiyen matrisinin tersi alınması gerekmektedir fakat Jakobiyenin kare matris olmaması yani çalışma uzayına göre manipülatörün eksik yada fazla serbestlik derecesine sahip olması durumlarında tersi normal yöntemle alınamayacağından, Jakobiyenin tersi pseudo inverse (sözde ters) yöntemiyle alınır.

$$J \in R^{n \times m}$$

$$1- \text{ Eğer } n > m \text{ ise } J^\# = (J^T J)^{-1} J^T$$

$$2- \text{ Eğer } m > n \text{ ise } J^\# = J^T (J J^T)^{-1}$$

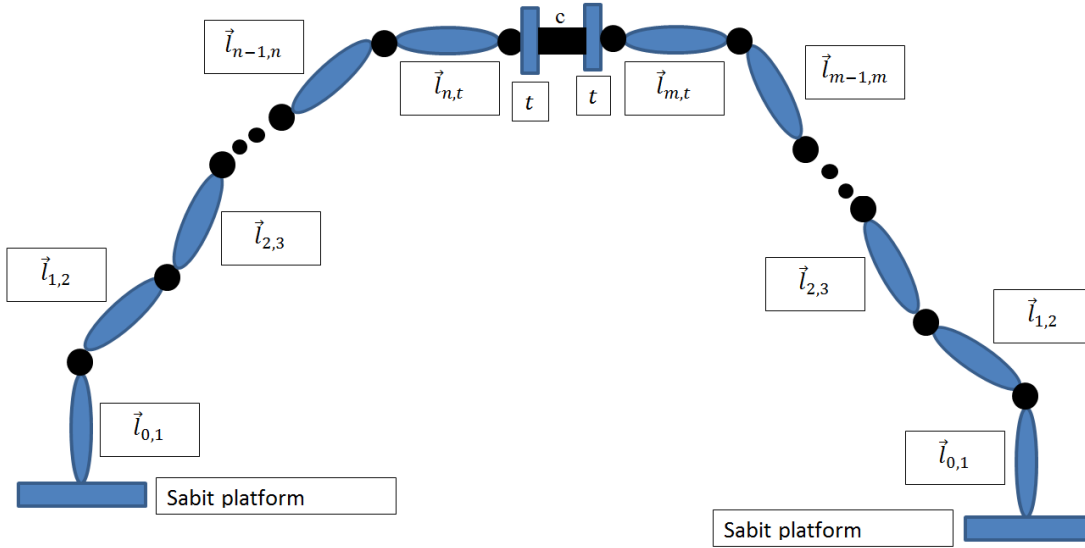
Birinci durumda J ile sağdan çarpım yapılırsa $J^\# J = (J^T J)^{-1} (J^T J) = I$

İkinci durumda J ile soldan çarpım yapılırsa $J J^\# = (J J^T) (J J^T)^{-1} = I$

$$\dot{\underline{\theta}} = \mathcal{J}^\# \vec{V}_t \quad (2.41)$$

2.2.3 Yardımlaşmalı manipülatörlerin kinematik modeli

Birden fazla seri manipülatörün ortak bir yükü tutması sonucu kapalı bir zincir oluşturan mekanizmalar paralel manipülatörlerdir. Şekilde görülen yapıda iki seri manipülatörün bir “c” noktasından ortak bir yükü tuttukları kabul edilsin.



Şekil 2.13 : İki seri manipülatörden oluşan yardımlaşmalı manipülatör yapısı.

$$\vec{V}_c = \begin{bmatrix} \vec{\omega}_c \\ \vec{v}_c \end{bmatrix}$$

$$\vec{V}_t^i = \mathcal{J}^i \theta^i \quad (2.42)$$

$$\vec{V}_t^i = \phi_{tc}^i \vec{V}_c \quad (2.43)$$

$$\vec{V}_t^j = \phi_{tc}^j \vec{V}_c \quad (2.44)$$

$$\phi_{tc}^i = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 \\ -\hat{l}_{ci} & I_3 \end{bmatrix} \quad \phi_{tc}^j = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 \\ -\hat{l}_{cj} & I_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{V}_t^i \\ \vec{V}_t^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{tc}^i \\ \phi_{tc}^j \end{bmatrix} \vec{V}_c$$

$$\underline{\vec{V}}_t = \underline{\phi}_{tc} \vec{V}_c \quad (2.45)$$

Manipülâtör sayısına bağılı olarak daha genel bir durumu ifade etmek için denklemler genelleştirilirse;

$$\begin{bmatrix} \vec{V}_t^1 \\ \vec{V}_t^2 \\ \vdots \\ \vec{V}_t^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}^1 \\ \dot{\theta}^2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}^p \end{bmatrix}$$

(2.42) ve (2.45) denklemleri kullanılarak ,

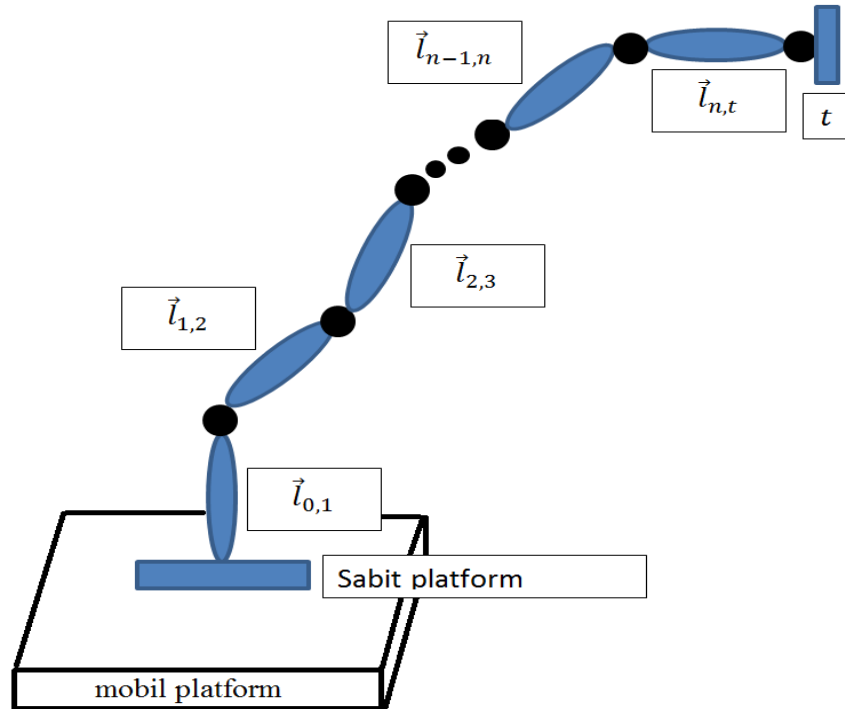
$$\phi_{tc} \vec{V}_c = J \dot{\theta}$$

Ters kinematik için $\dot{\theta}$ yalnız bırakılırsa;

$$\dot{\theta} = (J^\# \phi_{tc}) \vec{V}_c \quad (2.46)$$

2.2.4 Hareketli platform üzerinde seri manipülâtör kinematik modeli

Şu ana kadar manipülâtörlerin taban kısmı sabitti. Bu noktadan sonra tabanların hareketli oldukları durumları ifade eden ve şekil 2.14'te de temsili olarak çizilmiş olan hareketli tabanlı yapılar ele alınacaktır.



Şekil 2.14 : Hareketli platform üzerinde seri manipülâtör yapısı.

Sabit platformlu topolojilerde ilk eklemin uzaysal hız vektörü $\vec{V}_0 = 0$ dır.

Hareketli platformda,

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_b \quad (2.47)$$

$$\vec{V}_1 = \phi_{1,0} \vec{V}_b + \vec{H}_1 \dot{\theta}_1 \quad (2.48)$$

$$\vec{V}_2 = \phi_{2,1} \vec{V}_1 + \vec{H}_2 \dot{\theta}_2 = \phi_{2,0} \vec{V}_b + \phi_{2,1} \vec{H}_1 \dot{\theta}_1 + \vec{H}_2 \dot{\theta}_2 \quad (2.49)$$

$$\vec{V}_3 = \phi_{3,2} \vec{V}_2 + \vec{H}_3 \dot{\theta}_3 = \phi_{3,0} \vec{V}_b + \phi_{3,1} \vec{H}_1 \dot{\theta}_1 + \phi_{3,2} \vec{H}_2 \dot{\theta}_2 + \vec{H}_3 \dot{\theta}_3 \quad (2.50)$$

⋮

$$\vec{V}_t = \phi_{t,n} \vec{V}_n + \vec{H}_n \dot{\theta}_n = \dots \quad (2.51)$$

$$\phi_b = \begin{bmatrix} \phi_{1,0} \\ 0_{6 \times 6} \\ \vdots \\ 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} \in R^{6n \times 6}$$

$$\vec{V}_t = \phi_t \phi (\underline{H} \underline{\dot{\theta}} + \phi_b \vec{V}_b) \quad (2.52)$$

$$\mathcal{J} = \phi_t \phi \underline{H} \quad (2.53)$$

$$\phi_{tb} = \phi_t \phi \phi_b \quad (2.54)$$

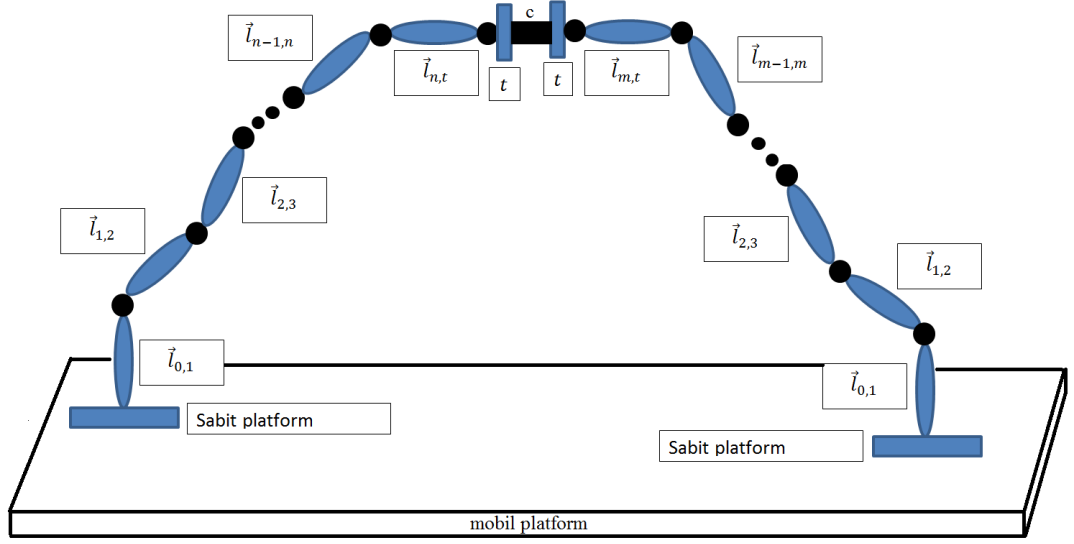
$$\vec{V}_t = \mathcal{J} \underline{\dot{\theta}} + \phi_{tb} \vec{V}_b \quad (2.55)$$

Ters kinematik denklemi elde etmek için $\underline{\dot{\theta}}$ yalnız bırakılırsa,

$$\underline{\dot{\theta}} = \mathcal{J}^\# (\vec{V}_t - \phi_{tb} \vec{V}_b) \quad (2.56)$$

2.2.5 Hareketli platform üzerinde yardımlaşmalı manipülatör kinematik modeli

Şekil 2.15’de hareketli platform üzerinde yardımlaşmalı manipülatör yapısı temsil edilmektedir.



Şekil 2.15 : Hareketli platform üzerinde yardımlaşmalı manipülatör yapısı

Hareketli platform üzerinde seri manipülatörün kinematik denklemi (2.55) denklemi ile elde edilmişti. Şimdi birden fazla manipülatör için bu denklemler temel oluşturacaktır.

$$\vec{V}_t^1 = J^1 \underline{\dot{\theta}}^1 + \phi_{tb}^1 \vec{V}_b \quad (2.57)$$

$$\vec{V}_t^2 = J^2 \underline{\dot{\theta}}^2 + \phi_{tb}^2 \vec{V}_b \quad (2.58)$$

⋮

$$\vec{V}_t^p = J^p \underline{\dot{\theta}}^p + \phi_{tb}^p \vec{V}_b \quad (2.59)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{V}_t^1 \\ \vec{V}_t^2 \\ \vdots \\ \vec{V}_t^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{\theta}}^1 \\ \underline{\dot{\theta}}^2 \\ \vdots \\ \underline{\dot{\theta}}^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{tb}^1 \\ \phi_{tb}^2 \\ \vdots \\ \phi_{tb}^p \end{bmatrix} \vec{V}_b$$

$$\underline{\dot{\theta}} = J^\# (\underline{\phi}_{tc} \vec{V}_c - \phi_{tb} \vec{V}_b) \quad (2.60)$$

Dinamik modellemede daha kullanışlı olacağından dolayı yeni bir gösterime ihtiyaç duyulur.

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} \vec{V}_b \\ \underline{V}^1 \\ \underline{V}^2 \\ \vdots \\ \underline{V}^p \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} \vec{V}_b \\ \underline{\dot{\theta}}^1 \\ \underline{\dot{\theta}}^2 \\ \vdots \\ \underline{\dot{\theta}}^p \end{bmatrix}$$

$$\varnothing = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \varnothing^1 \varnothing_b^1 & \varnothing^1 & 0 & \dots & 0 \\ \varnothing^2 \varnothing_b^2 & 0 & \varnothing^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varnothing^p \varnothing_b^p & 0 & 0 & \dots & \varnothing^p \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & H^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & H^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & H^p \end{bmatrix}$$

$$\varnothing_t = \begin{bmatrix} 0 & \varnothing_t^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varnothing_t^2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \varnothing_t^p \end{bmatrix}$$

Bu yeni gösterim ile Jakobiye matrisi yeniden düzenlenirse,

$$J = \varnothing_t \varnothing H = \begin{bmatrix} \varnothing_{tb}^1 & j^1 & 0 & \dots & 0 \\ \varnothing_{tb}^2 & 0 & j^2 & \dots & 0 \\ \varnothing_{tb}^3 & 0 & 0 & j^3 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varnothing_{tb}^p & 0 & 0 & \dots & j^p \end{bmatrix}$$

$$V_t = J \underline{\dot{\varnothing}} \quad (2.61)$$

Ters kinematik elde edilmek istenirse,

$$\underline{\dot{\varnothing}} = J^\# V_t \quad (2.62)$$

3. DELTA ROBOTUN KİNEMATİK ANALİZİ

3.1 Delta robot

Delta robot bir paralel manipülatördür. Delta robot ilk kez 1980'lerin başında önderliğini Reymond Clavel'in yaptığı EFPL isimli İsviçreli bir bilim topluluğu tarafından icat edilmiştir. Bu robotun icat edilmesindeki temel amaç hafif ve küçük objelerin çok hızlı bir şekilde taşınmasına duyulan ihtiyacın o yıllarda giderek artmasıdır. Clavel ilk çalışmalarını 4 serbestlik dereceli delta robot üzerinde yapmıştır. Bundan dolayıdır ki robotu “4” anlamına gelen delta diye adlandırmıştır. Günümüzde delta robot'a benzer çalışma prensibine sahip 3, 4 ve 6 serbestlik dereceli modeller bulunmaktadır. Şekil 3.1 de Clavel'in ilk prototipine benzer, 4 serbestlik derecesine sahip bir Delta robot gösterilmiştir, bu yapı toplam 7 adet koldan oluşmaktadır. Bu kollardan 6 tanesi çiftler halinde toplam 3 adet motor tarafından sürülmekte iken robot tabanından uç işlevcisine inen kol yardımıyla da uç işlevcinin oryantasyonu değiştirilebilmektedir. Daha önce bahsedildiği üzere delta robot yapıları çeşitli serbestlik derecelerine sahip olarak tasarlanabilmektedir. Bu çalışmada ise toplamda 6 serbestlik derecesine sahip bir delta manipülatör incelenecektir.



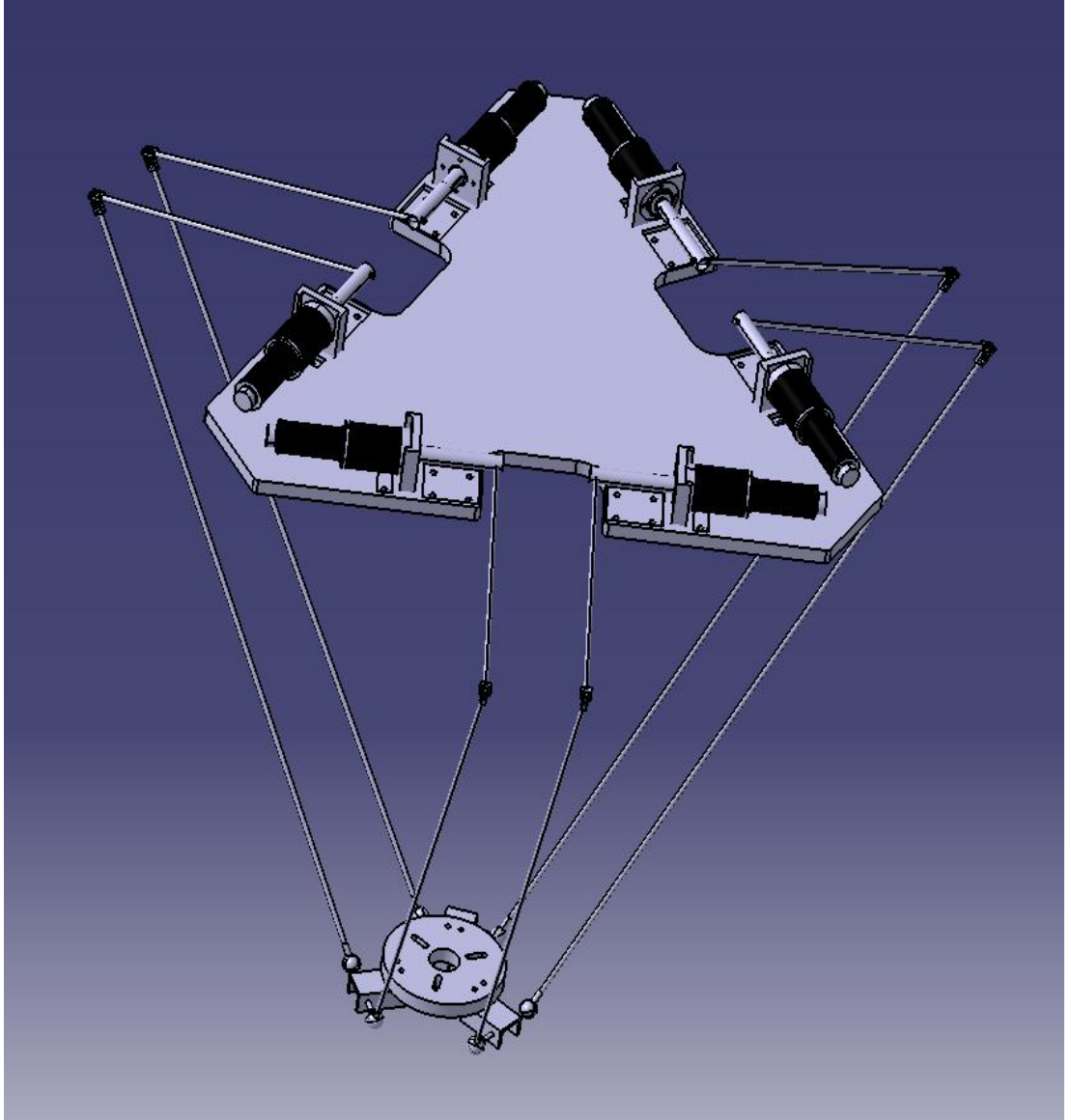
Şekil 3.1 : Delta robot.

3.2 Altı Serbestlik Dereceli Delta Robot

Şekil 3.1 de gösterilen 4 serbestlik dereceli Kawasaki YF03N delta robot, uç işlevcisine, 3 motor ve bunlara bağlı paralel çiftler halindeki kollar vasıtasıyla 3 serbestlik derecesi sağlarken uç işlevcisi üzerindeki dördüncü bir motor ile uç işlevcisine bir ekseninde dönme yeteneği sağlanması ile dördüncü bir serbestlik derecesi tanımlanmaktadır. Bu veriler ışığında 3 boyutlu uzayda herhangi bir noktaya erişebilmek için toplam 6 serbestlik derecesine sahip olunması gerekirken, 4 serbestlik dereceli delta robotun uç işlevcisinin hareketi kısıtlanırken, çalışma uzayı içerisindeki bazı pozisyonlara erişilemi mümkün olmayacaktır. Bu çalışma kapsamında incelenecek olan 6 serbestlik dereceli delta robot uç işlevcisi ise R^3 ’de 3 ekseninde ötelenme ve 3 ekseninde dönme yapabildiğinden, manipülatör linkleriyle ve eklemlerin açılma sınırlarıyla belirlenen 3 boyutlu çalışma alanı sınırları içerisinde istenilen pozisyonlara erişilebilecektir.

3.3 Delta Robotun Modellenmesi

Çalışmanın uygulama konusu olan ve Şekil 3.2 de gösterilen, 6 serbestlik derecesine sahip delta manipülatör, bir 3-boyut tasarım ortamı olan CATIA yazılımı kullanılarak modellenmiştir. Model incelenip 2. bölümde açıklanan model türlerine göre değerlendirildiğinde “Sabit Platform Üzerinde Paralel Manipülatör” modeline uygun olduğu görülmektedir. Şekil 3.3 de görülebileceği gibi modeldeki bileşenler ve serbestlik dereceleri incelendiğinde, üstteki sabit tablada 1’er serbestlik dereceli toplam 6 adet eyleyici, bu eyleyiciler tarafından tahrik edilen kolların diğer uçlarında 2’şer serbestlik dereceli 6 adet U-eklem ve alttaki hareketli platformu alt bacaklara bağlayan 3’er serbestlik dereceli 6 adet küresel eklem olmak üzere, toplamda 36 adet serbestlik derecesi olduğu görülmektedir. Fakat bunlardan sadece dönel eklemlerin motorlar ile sürülmesi yeterli olduğundan dönel eklemler aktif, U-eklem ve küresel eklemlerden oluşan 30 adet eklem ise pasiftir. Bundan dolayı sistemin gerçek serbestlik derecesinin 6 olduğu söylenebilir. Altı serbestlik derecesi 3 boyutlu uzaydan çalışma alanı içerisindeki her bir noktaya erişmek için yeter koşuldur.



Şekil 3.2 : Altı serbestlik dereceli delta manipulatörün 3-D modeli.

Şekil 3.2'deki model fiziksel olarak gerçekleştirilmeye çalışıldığında, gerek alt tabalanın ters dönmesini veya bacaklara çarpmasını engellemek gerekse motorların çıkışındaki linklerin üst tablaya çarpmaması için bütün eklemlere, yani aktif olan dönel eklemler ve pasif olan küresel eklemler ve U-eklemler, için bazı hareket kısıtları getirilmesi gerekmektedir. Bu kısıtlar aynı zamanda çalışma uzayında belirleyeceğinden maksimum hareket alanını elde edecek şekilde belirlenmesi gerekmektedir. Bu çalışma boyunca simulasyon için bu kısıtlar belirlenmemiştir fakat örnek olarak Çizelge 3.1 deki gibi belirlenebilir.

Çizelge 3.1 : Eklemlerin dönme kısıtları örneği için çizelge.

Eklem Türleri\Eksenler	X Eksen Dönme Açısı	Y Eksen Dönme Açısı	Z Eksen Dönme Açısı
Dönel Eklem(1 DOF)	$\pm 60^\circ$	-	-
U-Eklem(2 DOF)	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$	-
Küresel Eklem(3 DOF)	$\pm 45^\circ$	$\pm 45^\circ$	$\pm 45^\circ$

Delta robotu tersten ele aldığımızda altta bulunan, bacakların uç noktalarını birleştiren ve sınırlayan küçük platform, manipülatör uç noktası yerine hareketli taban olarak düşünülürse problem “Hareketli Platform Üzerinde Yardımlaşmalı Manipülatör” modeline dönüşmüş olur. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta ise motorların sabitlendiği tabla, paralel manipülatörün uç noktası olarak kabul edilir ve hızı sıfır olarak alınır.

Hatırlanacağı gibi bölüm 2.2.4. de işlenen “Hareketli platform üzerinde paralel manipülatör kinematik modelinde ileri kinematik denklemi, denklem(2.62) ile eklem açılarından uzaysal hız vektörü elde ediliyordu.

$$V_t = J\dot{\underline{\theta}}$$

Üst tabla manipülatör uç noktası olarak düşünülüp sabit olacağından bu denklemde $V_t = 0$ ’dır. Bunun sonucunda $J\dot{\underline{\theta}} = 0$ olarak elde edilir. Bu durum iki şekilde açıklanabilir. Bunlar:

1. $\dot{\underline{\theta}} = 0$ olması durumu ki bu durumda zaten eklemlerde herhangi bir hareket yoktur. Sistem hareketsizdir.
2. $\dot{\underline{\theta}}$ çözümünün J matrisinin sıfır uzayında (null space) yani $null(J)$ de olması.

Yukarıdaki ihtimaller göz önüne alındığında, 1 numaralı durum sistemin tamamen hareketsizliğini temsil ettiğinden 2 numaralı durum üzerine yoğunlaşmamız gerektiği açık bir şekilde görülmektedir. Delta robotta üst tabla sabit kalacak şekilde hareketli tabanın yörünge takibi için gerekli açı konfigürasyonunun bulunması gerektiğinden, $null(J)$ gerekli $\dot{\underline{\theta}}$ konfigürasyonunu verecektir.

$$\dot{\underline{\theta}} = null(J)\dot{\alpha} = B\vec{V}_b \quad (3.1)$$

$$\underline{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} \vec{\dot{V}}_b \\ \underline{\dot{\theta}^1} \\ \underline{\dot{\theta}^2} \\ \vdots \\ \underline{\dot{\theta}^p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{1,1} & n_{1,2} & \cdots & n_{1,6} \\ n_{2,1} & n_{2,2} & \cdots & n_{2,6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{42,1} & n_{42,2} & \cdots & n_{42,6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \vdots \\ \dot{\alpha}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & b_{1,6} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots & b_{2,6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{42,1} & b_{42,2} & \cdots & b_{42,6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{bx} \\ w_{by} \\ \vdots \\ v_{bz} \end{bmatrix}$$

Burada $null(J)$ matrisi $null(J) = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$ şeklinde yazıldığında, B_1 ve B_2 matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$B_1 = \begin{bmatrix} n_{1,1} & n_{1,2} & \cdots & n_{1,6} \\ n_{2,1} & n_{2,2} & \cdots & n_{2,6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{6,1} & n_{6,2} & \cdots & n_{6,6} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} n_{7,1} & n_{7,2} & \cdots & n_{7,6} \\ n_{2,1} & n_{2,2} & \cdots & n_{2,6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{42,1} & n_{42,2} & \cdots & n_{42,6} \end{bmatrix}$$

Burada dikkat edilmesi gereken hususlardan bir tanesi, denklem (3.1) den de anlaşılacağı gibi $\dot{\alpha}$ bir baz vektör seti, $null(J)$ 'nin ilk 6x6 'lık kısmı yani B_1 matrisi ise bu baz vektör setinden bizim sistem girişimiz $\vec{\dot{V}}_b$ 'ye bir haritalamadır.

$$\underline{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} \vec{\dot{V}}_b \\ \underline{\dot{\theta}^1} \\ \underline{\dot{\theta}^2} \\ \vdots \\ \underline{\dot{\theta}^p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \vdots \\ \dot{\alpha}_6 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{\dot{V}}_b = B_1 \dot{\alpha}$$

$$\dot{\alpha} = B_1^{-1} \vec{\dot{V}}_b \quad (3.2)$$

Burada bilinenler $null(J) = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$ ve $\vec{\dot{V}}_b$, arananlar ise $\dot{\alpha}$ ve $\begin{bmatrix} \underline{\dot{\theta}^1} \\ \underline{\dot{\theta}^2} \\ \vdots \\ \underline{\dot{\theta}^p} \end{bmatrix}$ dır. Öncelikle B_1^{-1}

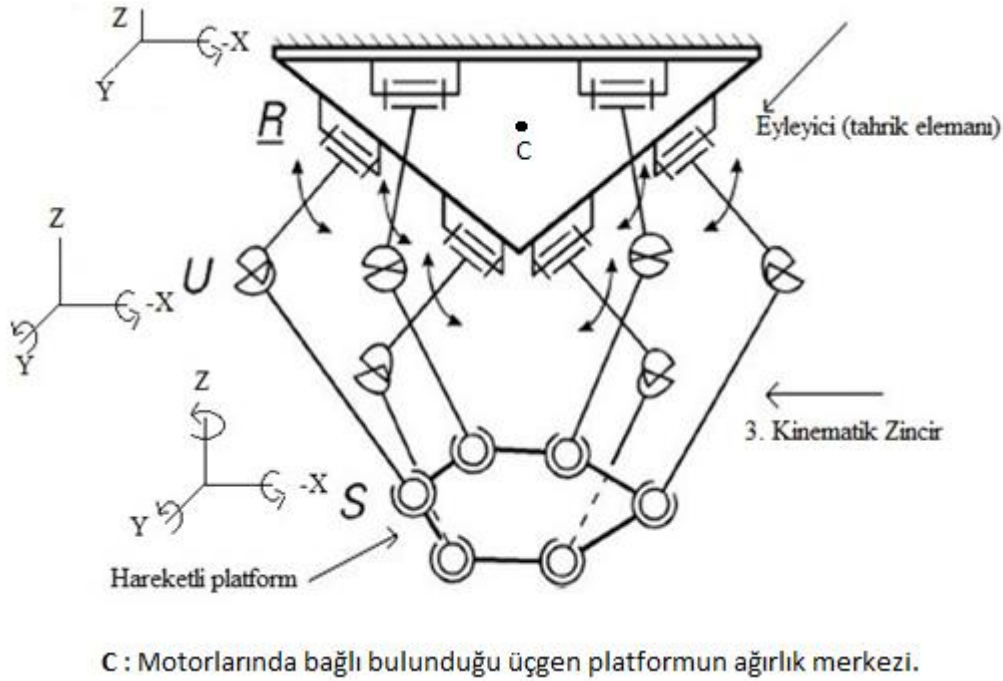
ve $\vec{\dot{V}}_b$ kullanılarak $\dot{\alpha}$ hesaplanabilir. Fakat burada dikkat edilmesi gereken husus B_1 'in tam rank, tersi alınabilir bir matris olmasıdır. Daha sonra $\dot{\alpha}$ ve B_2 kullanılarak

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{\theta}^1} \\ \underline{\dot{\theta}^2} \\ \vdots \\ \underline{\dot{\theta}^p} \end{bmatrix}$$

eklem açısal hızları vektörü hesaplanabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}^1 \\ \dot{\theta}^2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}^p \end{bmatrix} = B_2 \dot{\alpha} \quad (3.3)$$

Bu yaklaşım ile $\dot{\theta}^1, \dot{\theta}^2, \dots, \dot{\theta}^6$ manipülatör açısal hızları vektörü, klasik ters kinematik yaklaşımında olduğu gibi J matrisinin tersi kullanılmadan, J 'nin sıfır uzayı kullanılarak hesaplanmıştır.

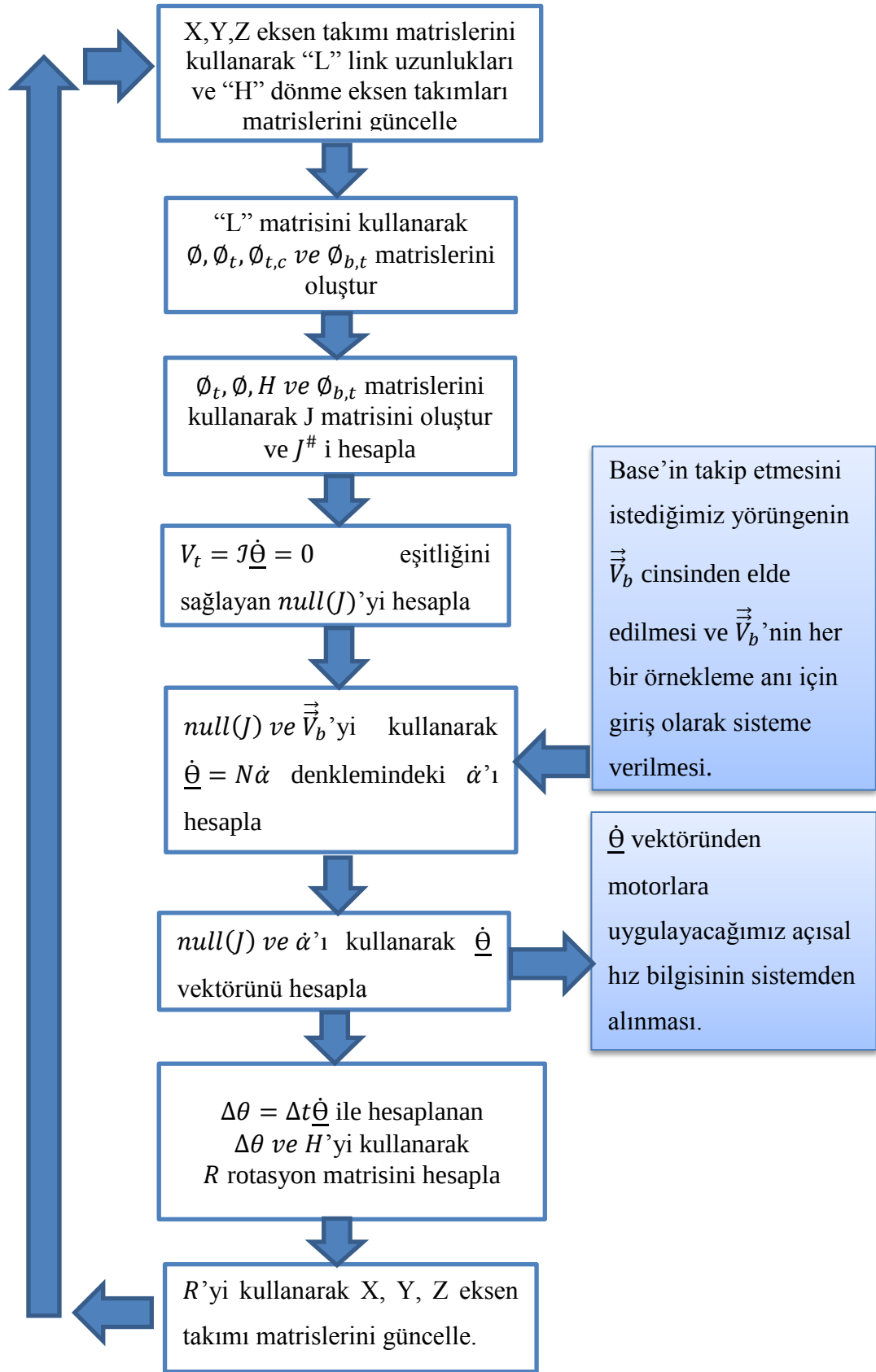


Şekil 3.3 : Delta manipülatörün şematik modeli.

Şekil 3.3'deki modelde manipülatörlerin uç işlevcisi R ile gösterilen dönel eklemler ile platformun ağırlık merkezi olan C noktası arasındaki kısım olarak kabul edilebilir. Bu şekliyle model bölüm 2.2.5'deki gibi hareketli platform üzerinde bulunan ve C noktasında ortak bir yük taşıyan altı tane yardımlaşmalı manipülatörün oluşturduğu bir model olarak düşünülebilir. Daha sonra C noktasındaki açısal ve doğrusal hızlar sıfır olacak şekilde model oluşturulabilir.

3.4 Model Algoritması

Bölüm 3.3'deki çıkarımlar sonucunda, benzetimin UVC ile modellenmesinde kullanılan algoritma çıkartılmış ve Şekil 3.4 ile akış şeması olarak verilmiştir.

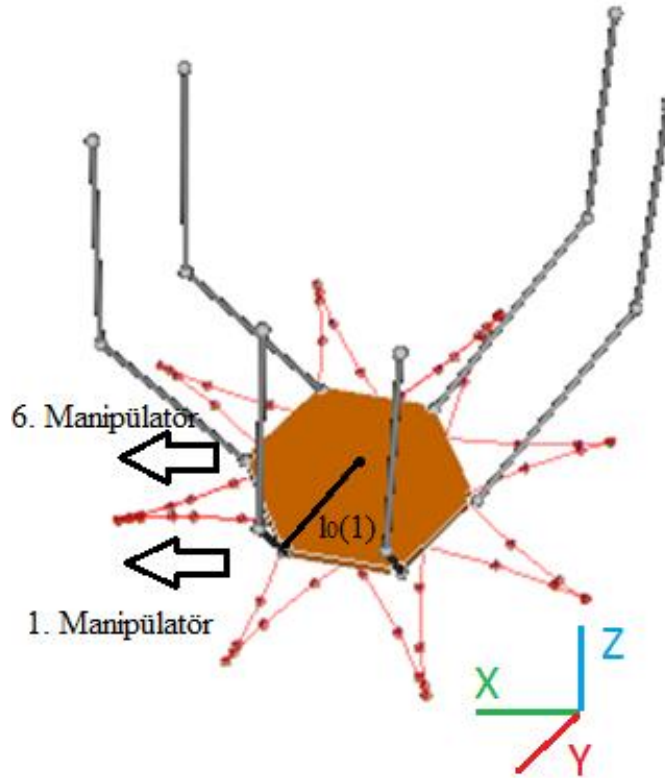


Şekil 3.4 : Delta robot algoritma akış diyagramı.

4. SONUÇLAR

4.1 Model Benzetimi ve Benzetim Sonuçları

Şekil 4.1’de gösterilen model, MATLAB V-Realm Bulider ortamında Delta Robot’un basit bir modeli olarak çizilmiş ve algoritma bu model üzerine uygulanmıştır. Benzetimde Delta Robot’a 2 tane yörünge takibi yaptırılmıştır. Bu 2 yörünge için benzetimin çalıştırılmasının ardından uç noktasının çizdiği yörüngeler şekil 4.1 ve 4.2’de kırmızı eğriler ile verilen, sırasıyla 8 ve 3 yapraklı yonca modeli yörüngelerdir.



Şekil 4.1 : MATLAB V-Realm bulider delta robot modeli ve 2. takip yörüngesi.

MATLAB V-Realm tasarımında bacakların uç işlevcilerinin birleştiği noktalar altıgen şeklinde bir alt tablanın köşeleriyle birleşmektedir. Bundan dolayı da kollar alt tablanın yani uç işlevcisinin orta noktasına göre 60° lik açılarla sıralanmıştır. Bu

veriler doğrultusunda çizelge 4.1 ve 4.2 ile kolların sabit eksen takımına göre dönme eksen vektörleri ve 4.3 ile manipülatörleri ve uç işlevcisi arasındaki link vektörleri verilmiştir.

Çizelge 4.1 : Delta robot 1. , 2. ve 3. manipülatörün dönme eksen vektörleri.

Dönme Vektörü\Manipülatörler	1. Manipülatör	2. Manipülatör	3. Manipülatör
Küresel Eklem X-Eksen	[1 0 0]	[1 0 0]	[-0.5 0.866 0]
Küresel Eklem Y-Eksen	[0 1 0]	[0 1 0]	[-0.866 -0.5 0]
Küresel Eklem Z-Eksen	[0 0 1]	[0 0 1]	[0 0 1]
U-Eklem Eklem X-Eksen	[1 0 0]	[1 0 0]	[-0.5 0.866 0]
U-Eklem Eklem Y-Eksen	[0 1 0]	[0 1 0]	[-0.866 -0.5 0]
Dönel Eklem X-Eksen	[1 0 0]	[1 0 0]	[-0.5 0.866 0]

Çizelge 4.2 : Delta robot 4. , 5. ve 6. manipülatörün dönme eksen vektörleri.

Dönme Vektörü\Manipülatörler	4. Manipülatör	5. Manipülatör	6. Manipülatör
Küresel Eklem X-Eksen	[-0.5 0.866 0]	[0.5 -0.866 0]	[0.5 -0.866 0]
Küresel Eklem Y-Eksen	[-0.866 -0.5 0]	[0.866 0.5 0]	[0.866 0.5 0]
Küresel Eklem Z-Eksen	[0 0 1]	[0 0 1]	[0 0 1]
U-Eklem Eklem X-Eksen	[-0.5 0.866 0]	[0.5 -0.866 0]	[0.5 -0.866 0]
U-Eklem Eklem Y-Eksen	[-0.866 -0.5 0]	[0.866 0.5 0]	[0.866 0.5 0]
Dönel Eklem X-Eksen	[-0.5 0.866 0]	[0.5 -0.866 0]	[0.5 -0.866 0]

Çizelge 4.3 : Delta robot manipülatörleri ve uç işlevcisi arasındaki link vektörleri.

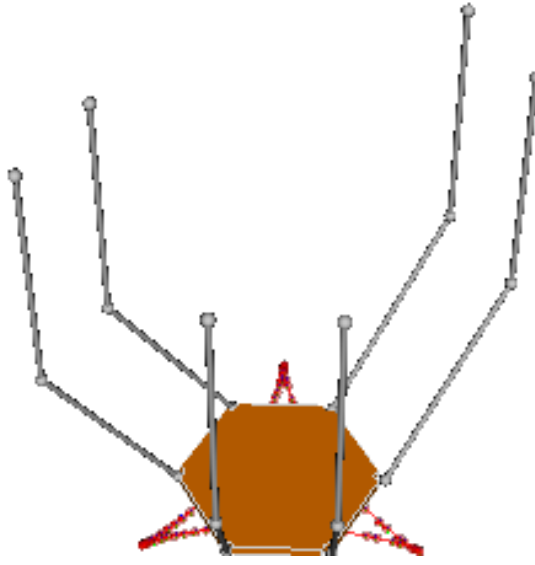
Manipülatörler	Manipülatörler ve uç işlevcisi arasındaki link vektörleri
1. Manipülatör	$l_0(1) = [0.05 \ 0.086603 \ 0]$
2. Manipülatör	$l_0(2) = [-0.05 \ 0.086603 \ 0]$
3. Manipülatör	$l_0(3) = [-0.101814 \ 0 \ 0]$
4. Manipülatör	$l_0(4) = [-0.05 \ -0.086603 \ 0]$
5. Manipülatör	$l_0(5) = [0.05 \ -0.086603 \ 0]$
6. Manipülatör	$l_0(6) = [0.1018140 \ 0 \ 0]$

Başlangıç pozisyonu olarak, Şekil 4.1 de görülebileceği gibi alt tabla ve tablaya küresel eklemlerle bağlı olan ilk linkler ($l1$) arasında 45° açı olacak şekilde konumlandırılırken u-eklemlerle dönel eklemler arasındaki $l2$ vektörü z-ekseni boyunca seçilmiştir. Herbir $l1$ ve $l2$ vektör uzunluğu aynı olup;

$$l1 = [0 \ 0 \ 0.25]$$

$$l2 = [0 \ 0 \ 0.25]$$

olarak belirlenmiştir.



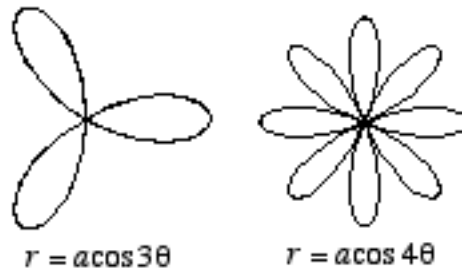
Şekil 4.2 : 1. Takip yörüngesi.

Benzetimde uç işlevcisinin takip edeceği yörüngeler, polar koordinatlarda;

$$r = a \cos 3\theta \rightarrow \text{birinci takip yörüngesi}$$

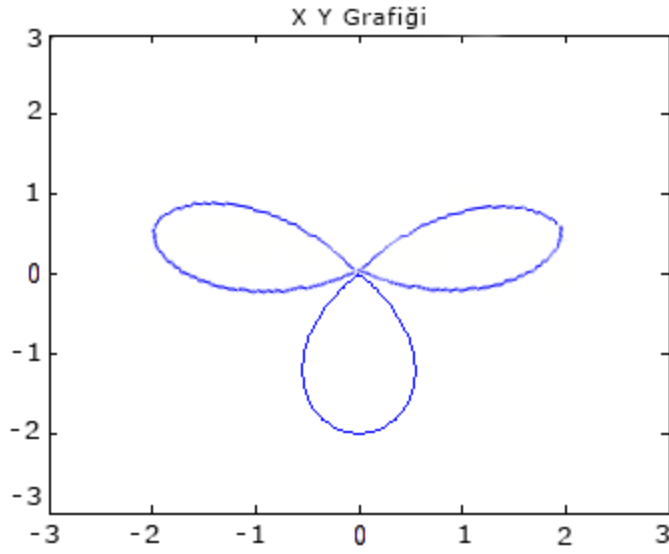
$$r = a \cos 4\theta \rightarrow \text{ikinci takip yörüngesi}$$

olarak belirlenmiştir. Bu iki yörünge şekil 4.3 ile gösterilmiştir.

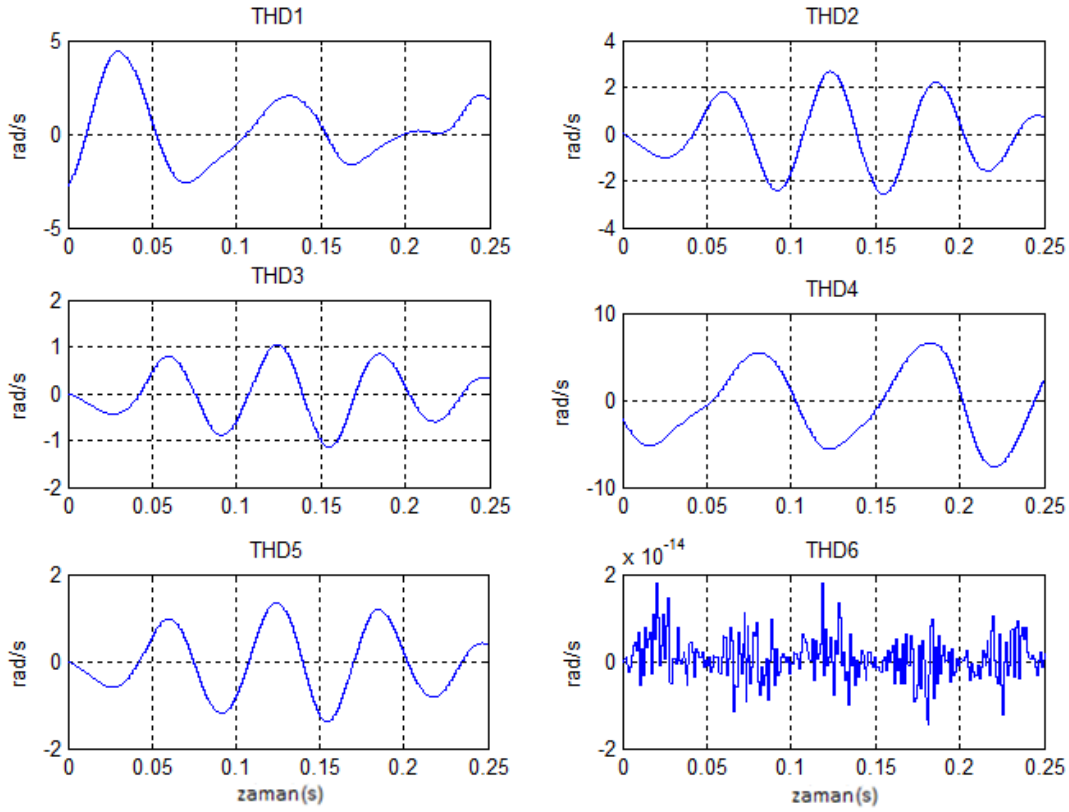


Şekil 4.3 : Delta robot için belirlenen takip yörüngeleri.

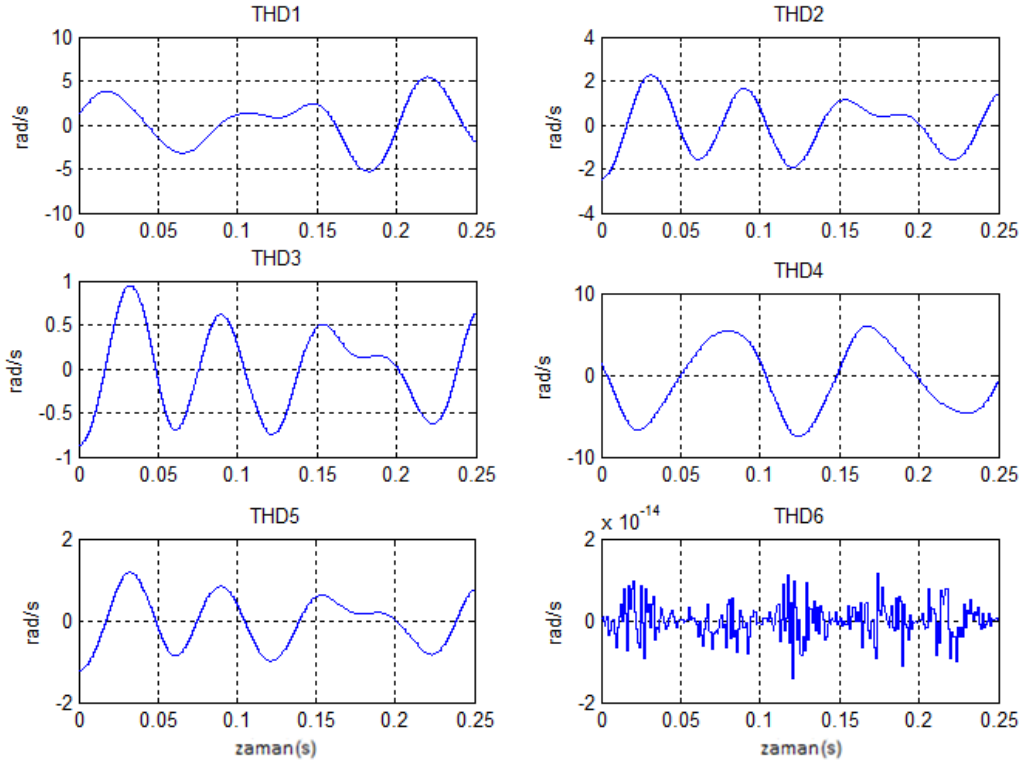
Her iki yörünge için benzetim çalıştırılmış, elde edilen yörüngeler ve sonuç grafikleri aşağıda verilmiştir.



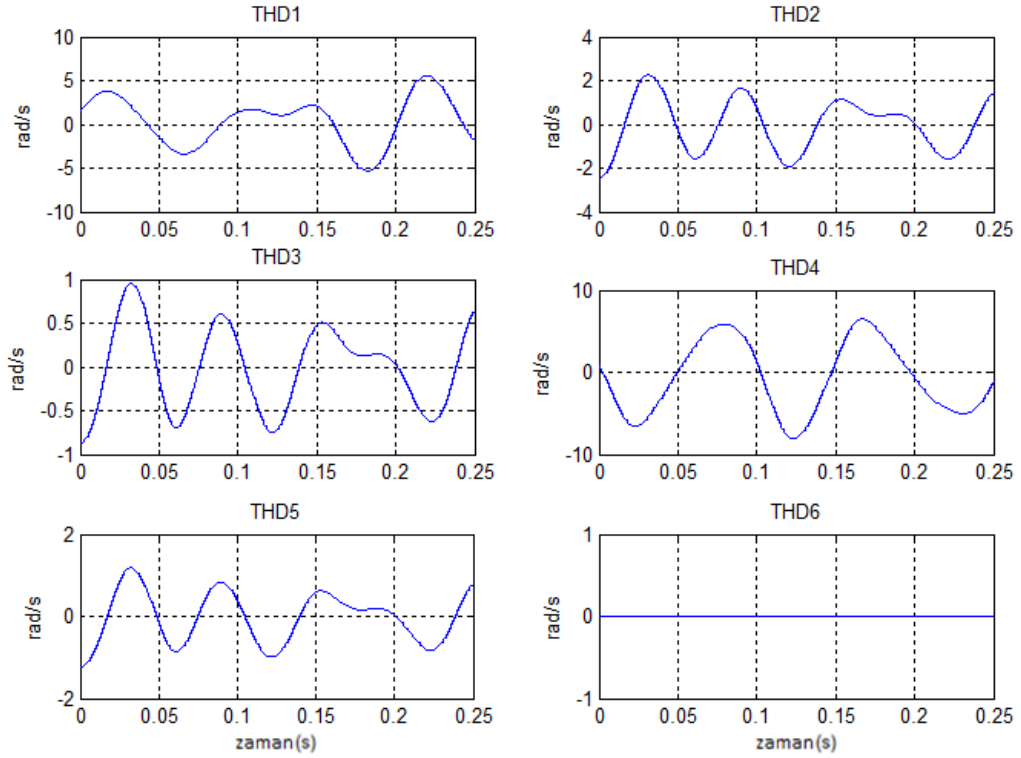
Şekil 4.4 : Birinci takip yörüngesi.



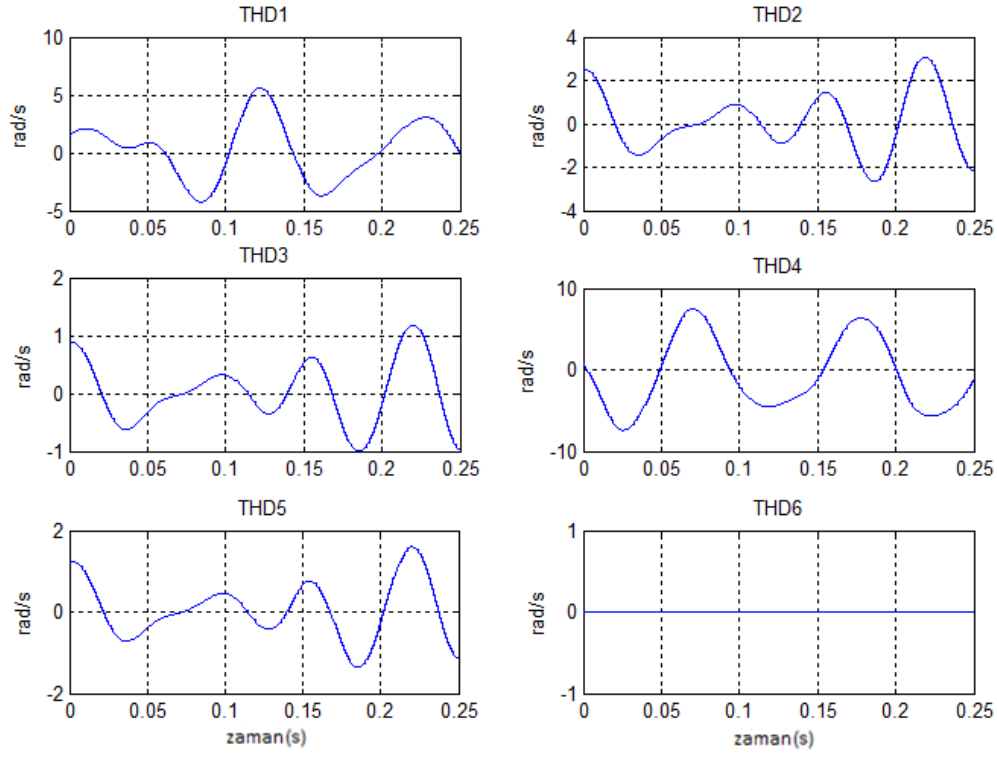
Şekil 4.5 : İlk yörünge için 1. Manipülör eklem açısız hızları grafiği.



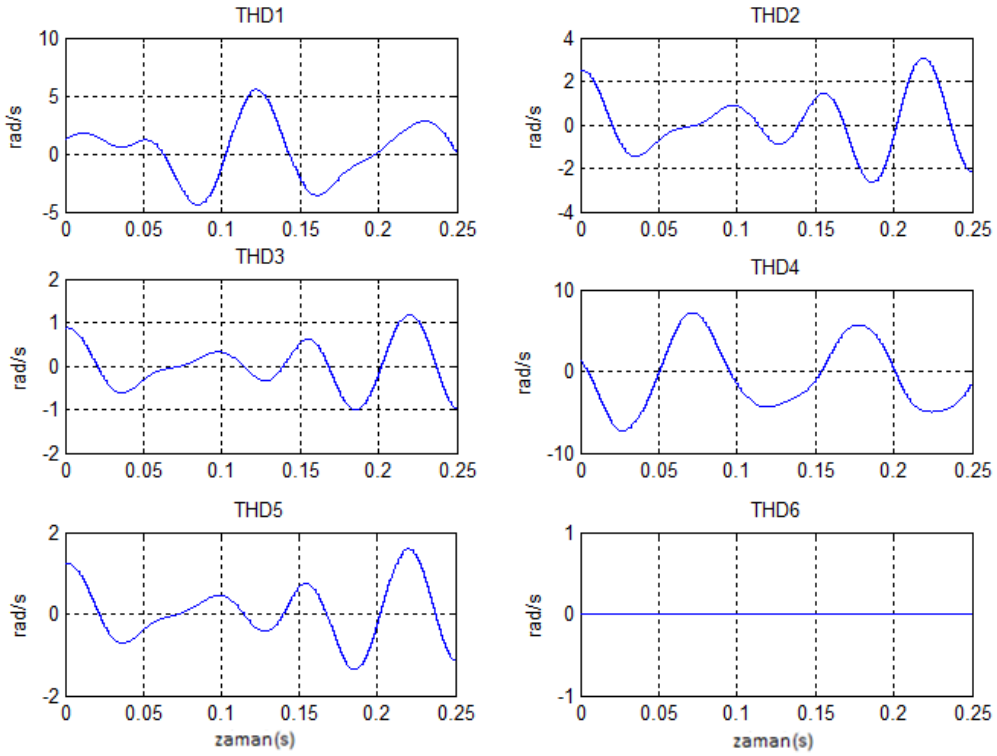
Şekil 4.6 : İlk yörünge için 2. Manipülör eklem açısai hızları grafiği.



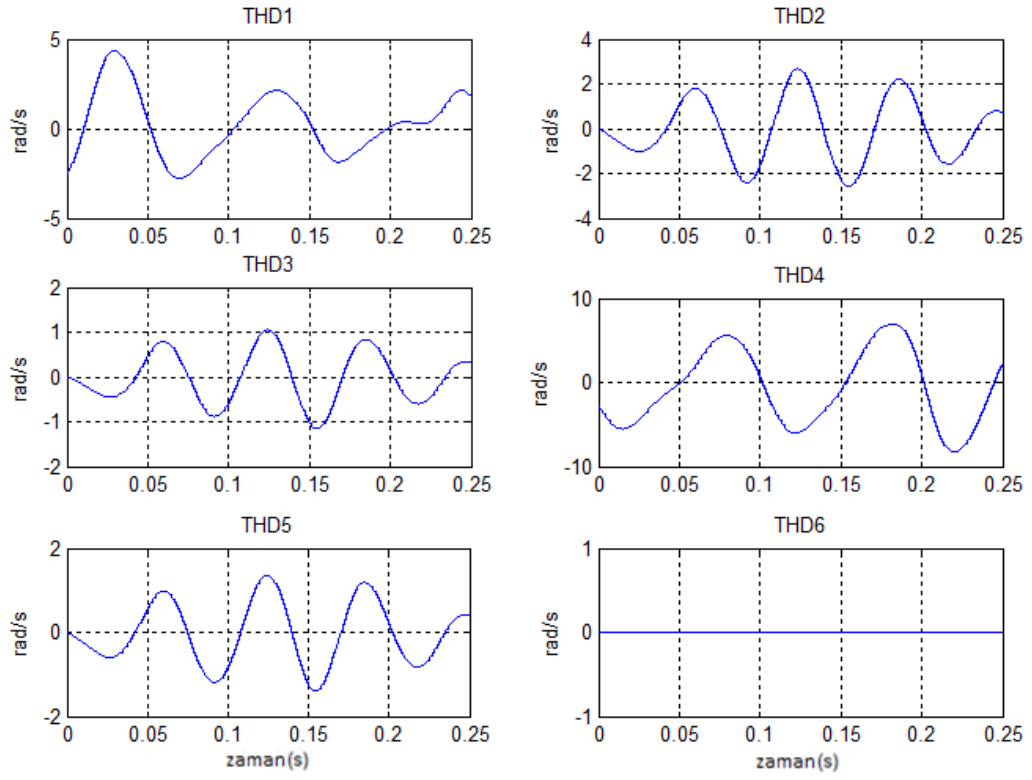
Şekil 4.7 : İlk yörünge için 3. Manipülör eklem açısai hızları grafiği.



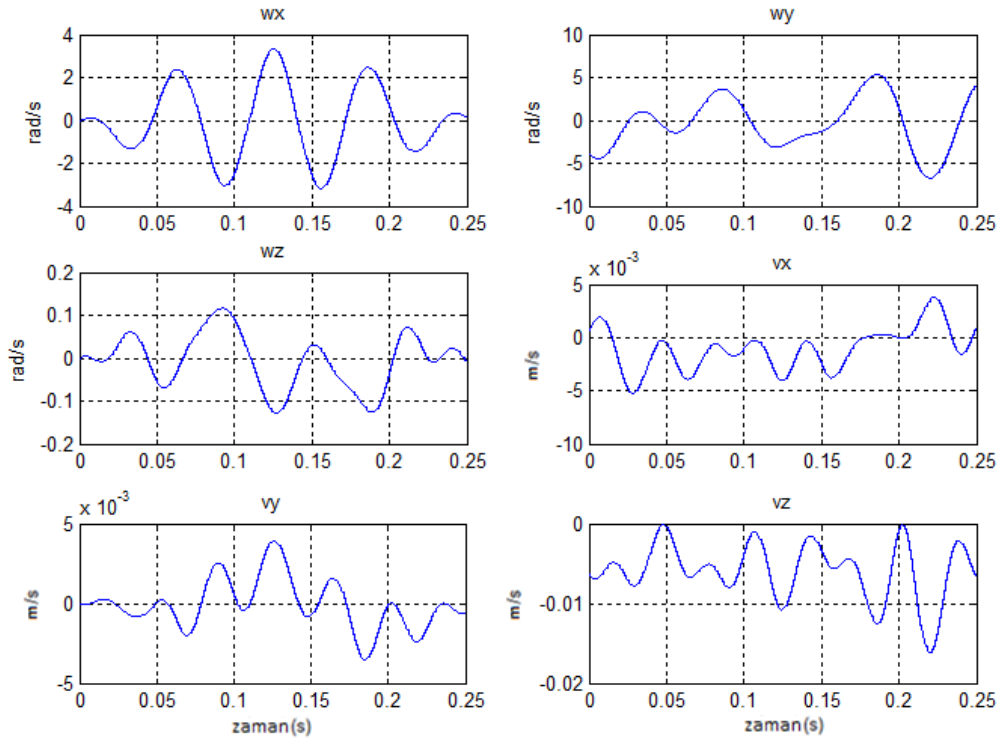
Şekil 4.8 : İlk yörünge için 4. Manipülör eklem açısai hızları grafiği.



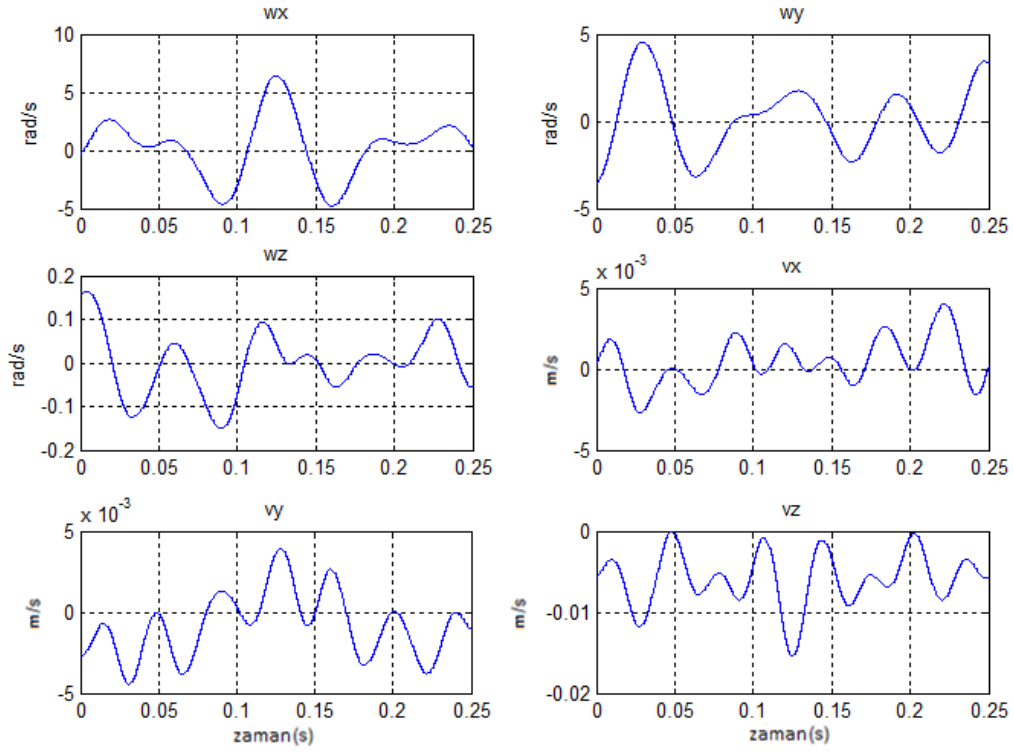
Şekil 4.9 : İlk yörünge için 5. Manipülör eklem açısai hızları grafiği.



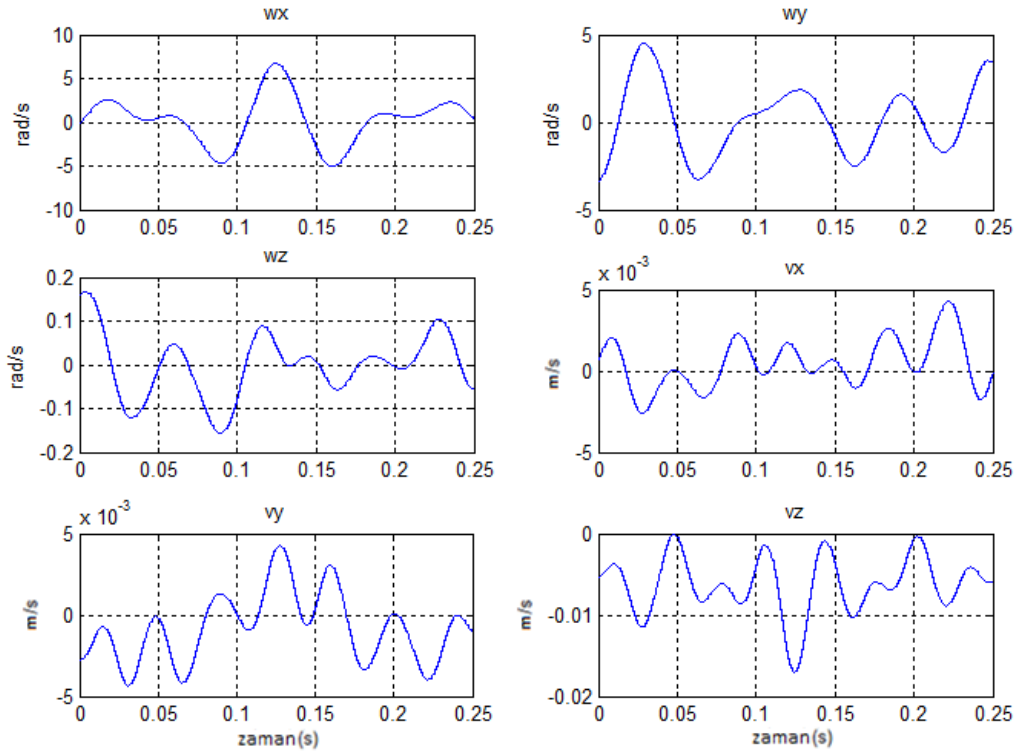
Şekil 4.10 : İlk yörünge için 6. Manipülör eklem açısai hızları grafiği.



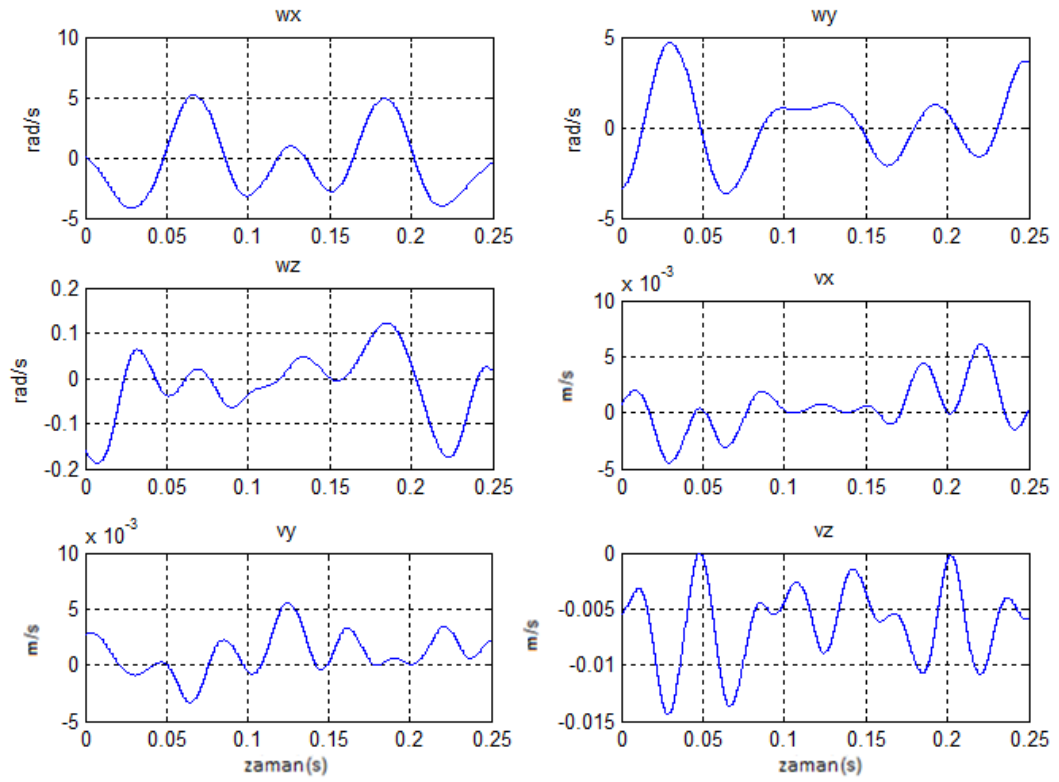
Şekil 4.11 : İlk yörünge için 1. Manipülör uç işlevcisi hız grafiği.



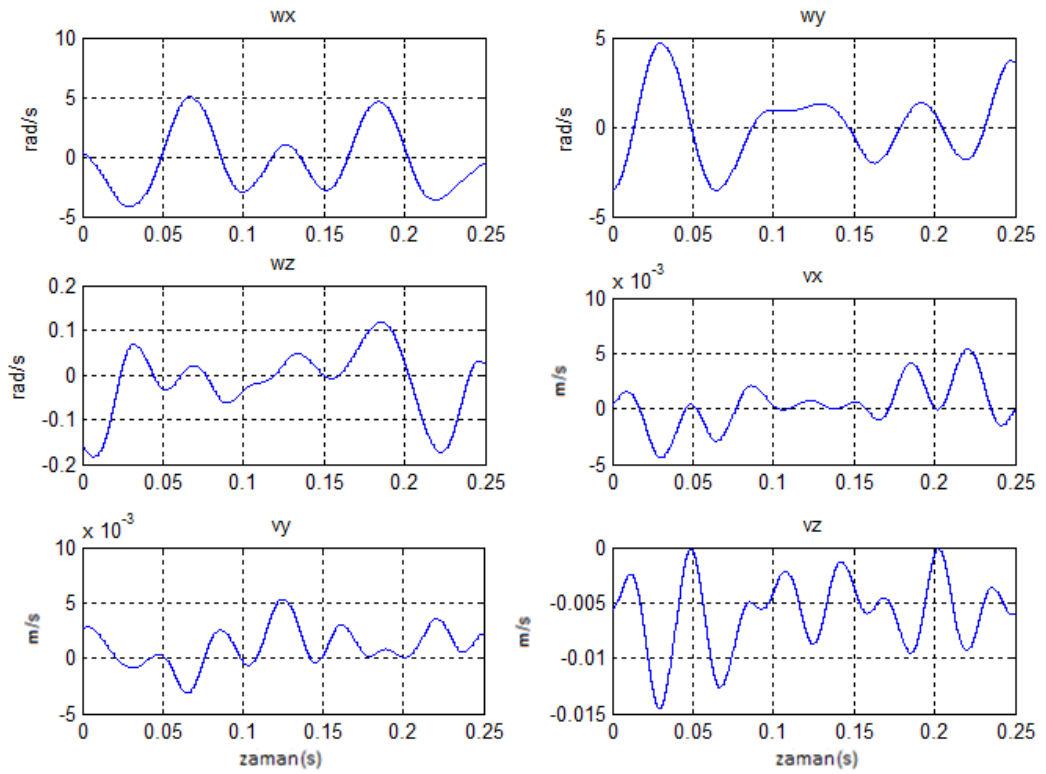
Şekil 4.12 : İlk yörünge için 2. Manipülör uç işlevcisi hız grafiği.



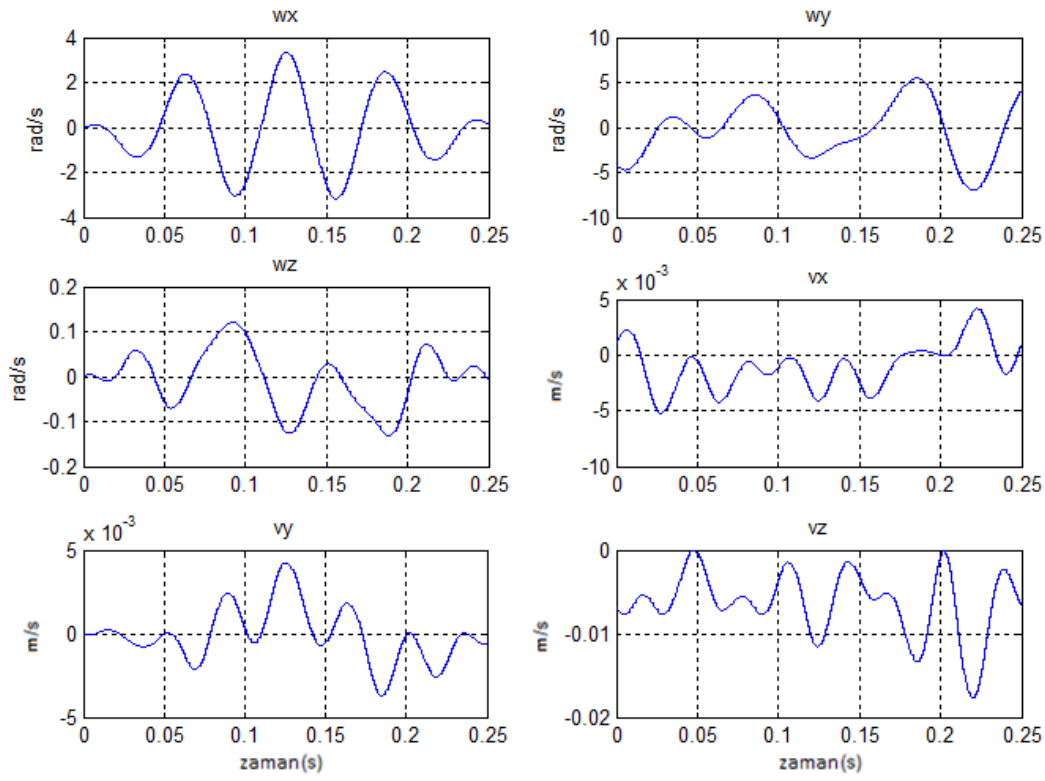
Şekil 4.13 : İlk yörünge için 3. Manipülör uç işlevcisi hız grafiği.



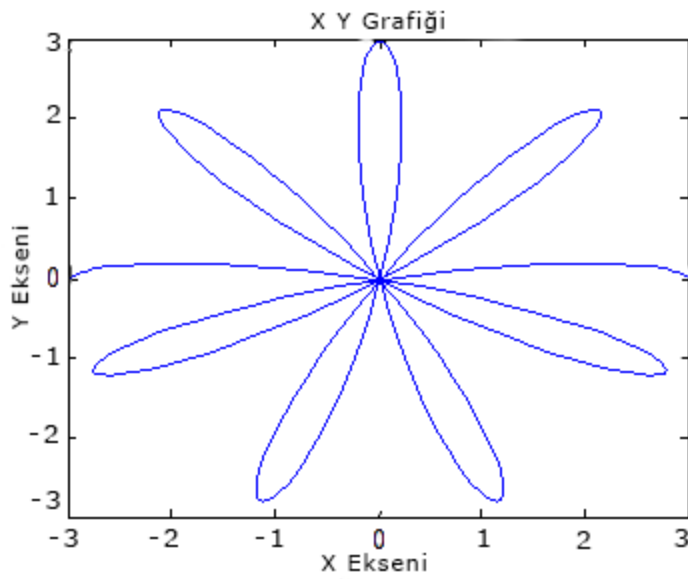
Şekil 4.14 : İlk yörünge için 4. Manipülör uç işlevcisi hız grafiği.



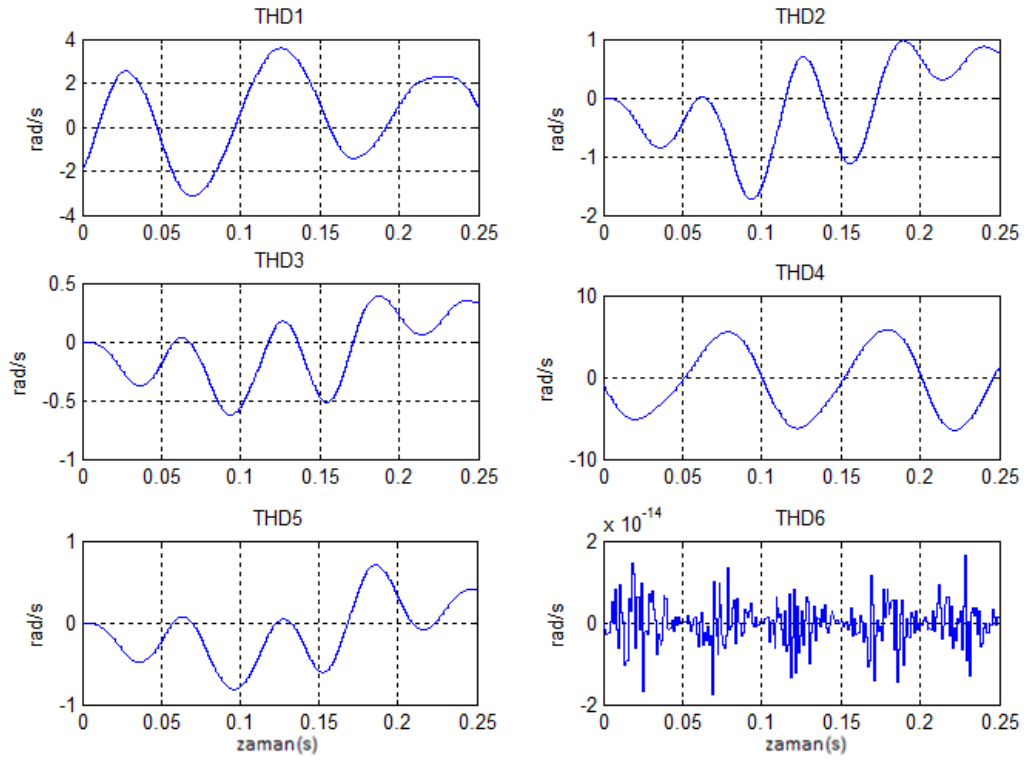
Şekil 4.15 : İlk yörünge için 5. Manipülör uç işlevcisi hız grafiği.



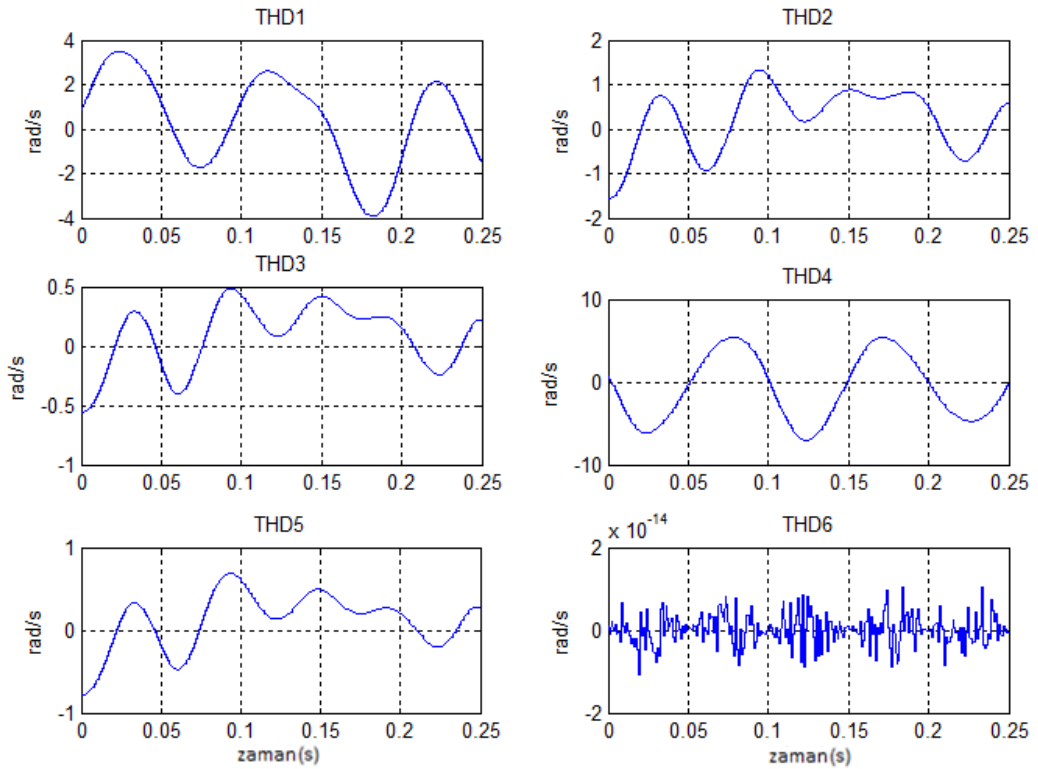
Şekil 4.16 : İlk yörünge için 6. Manipülator uç işlevcisi hız grafiği.



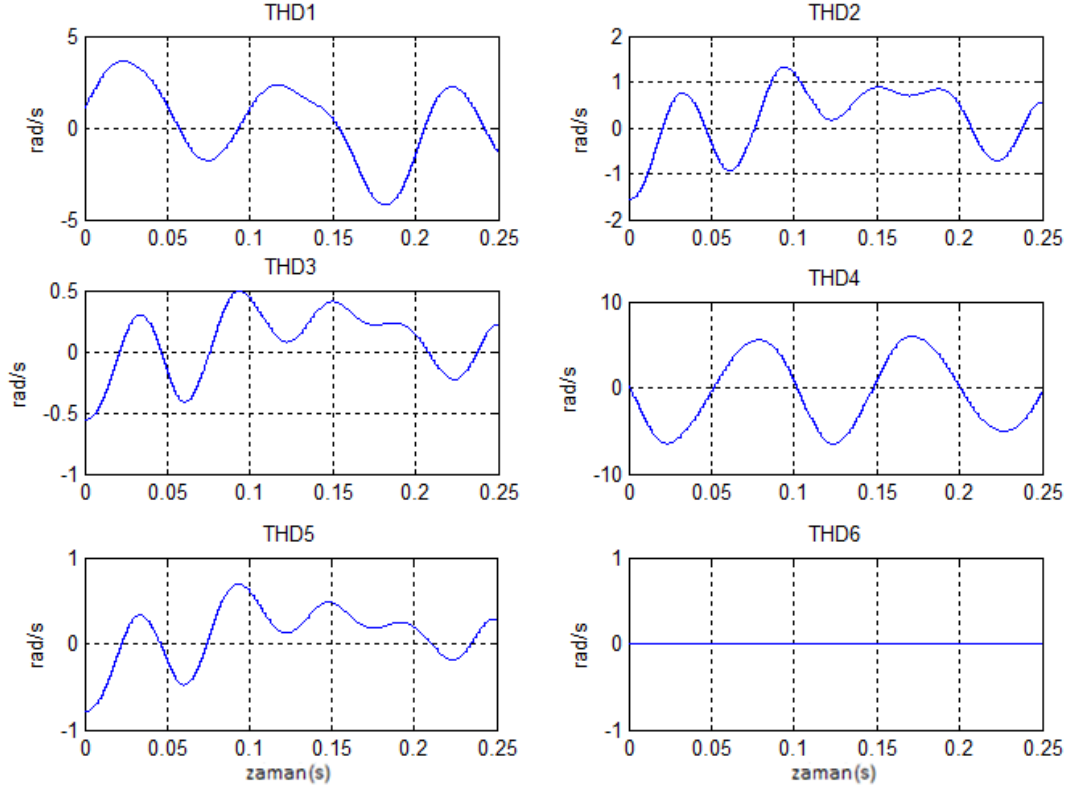
Şekil 4.17 : İkinci takip yörüngesi.



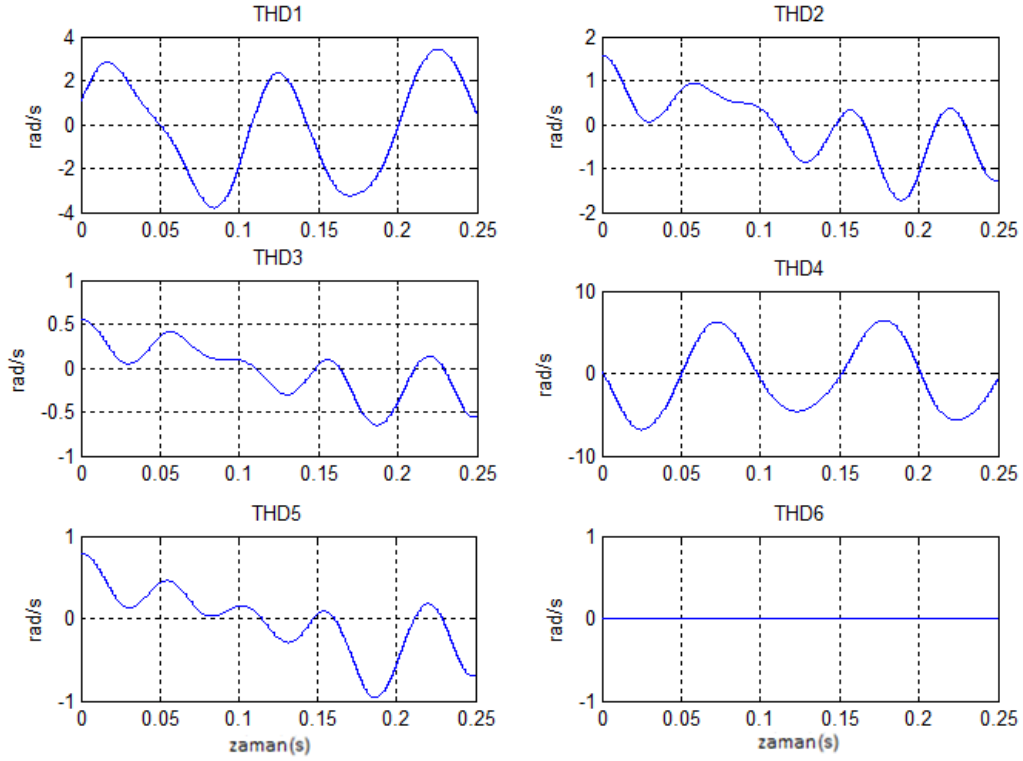
Şekil 4.18 : İkinci yörünge için 1. manipülatör eklem açısai hızları grafiğı.



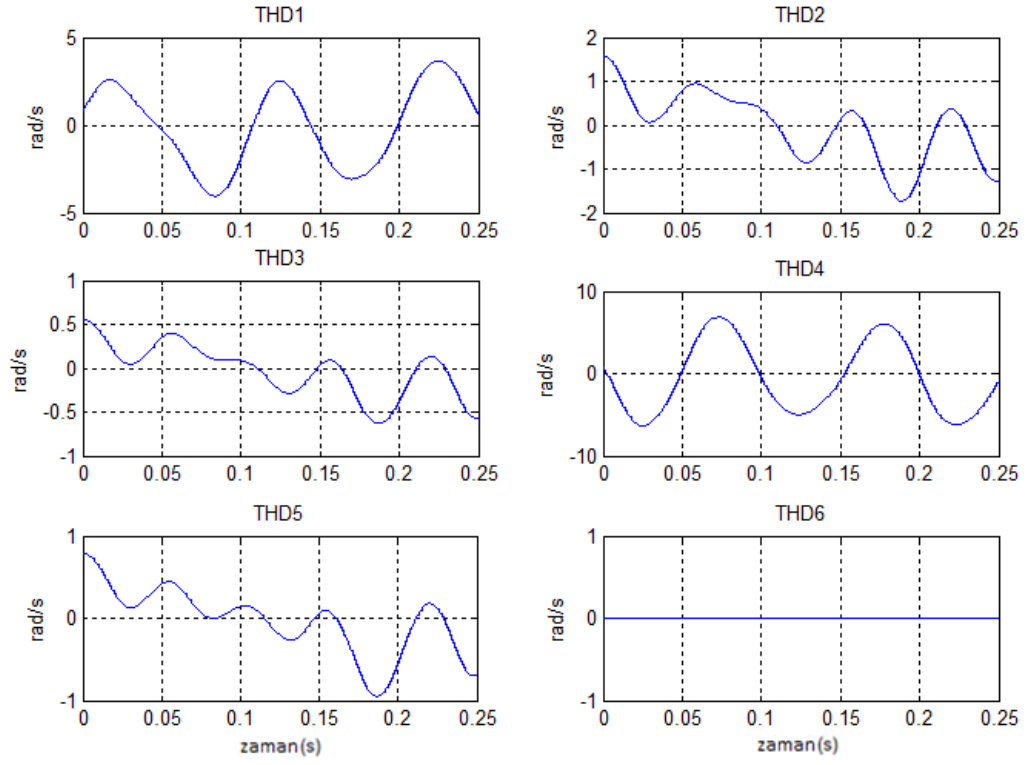
Şekil 4.19 İkinci yörünge için 2. manipülatör eklem açısai hızları grafiğı.



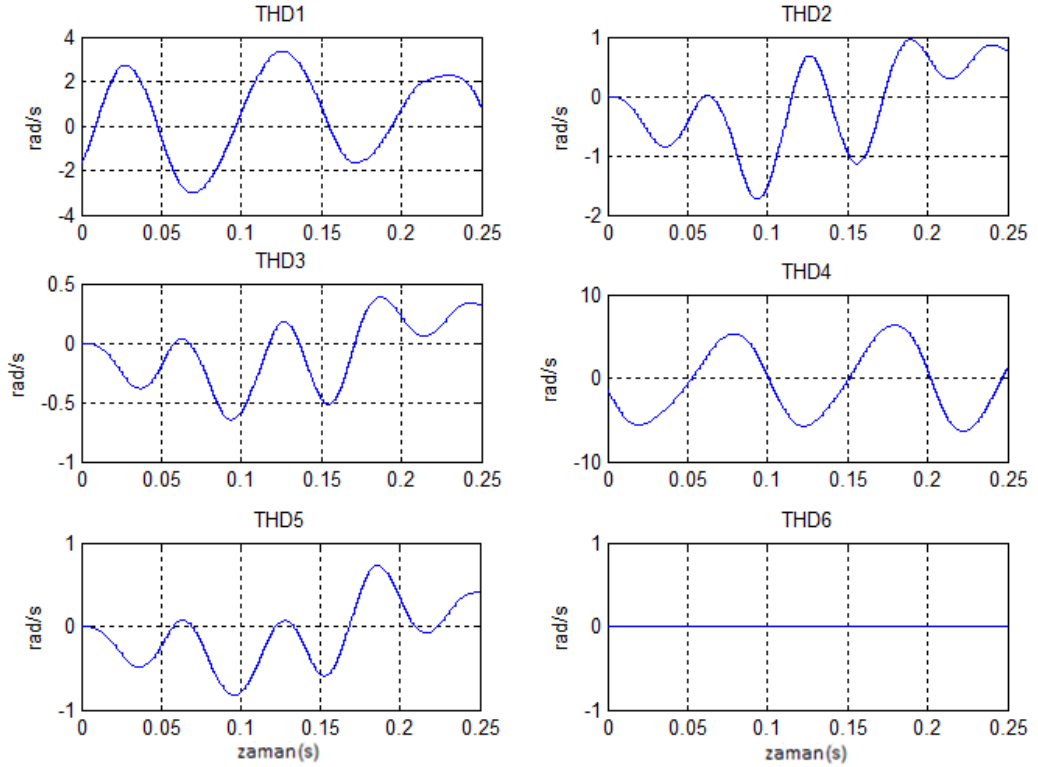
Şekil 4.20 : İkinci yörünge için 3. manipülatör eklem açısai hızları grafiğı.



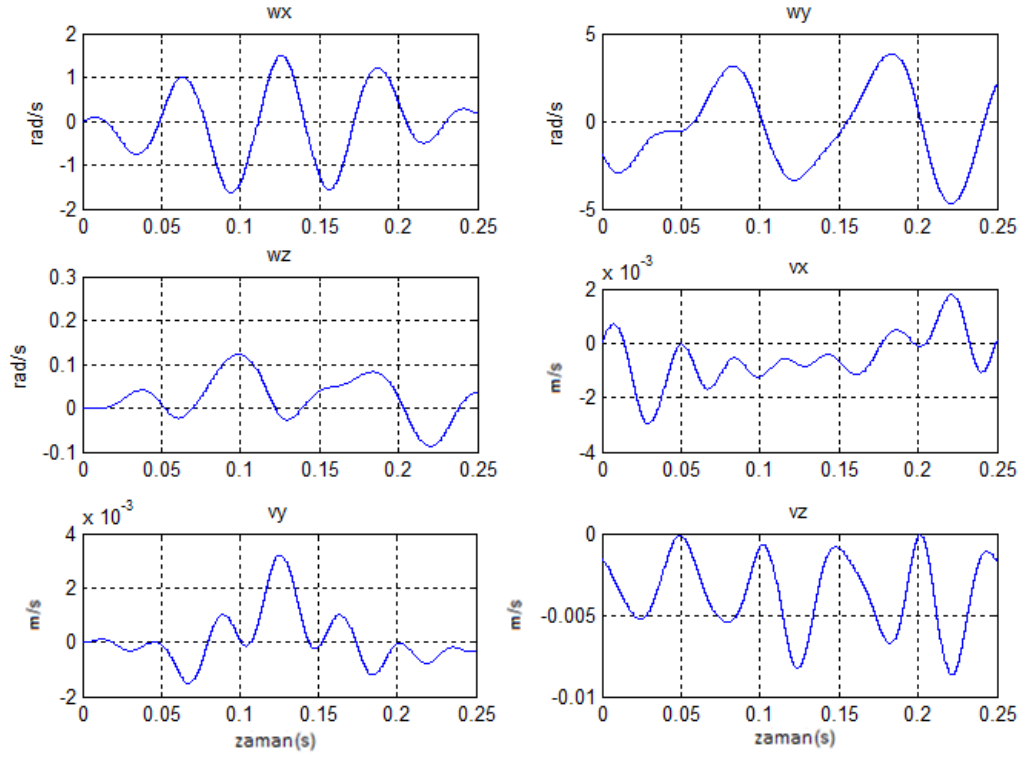
Şekil 4.21 : İkinci yörünge için 4. manipülatör eklem açısai hızları grafiğı.



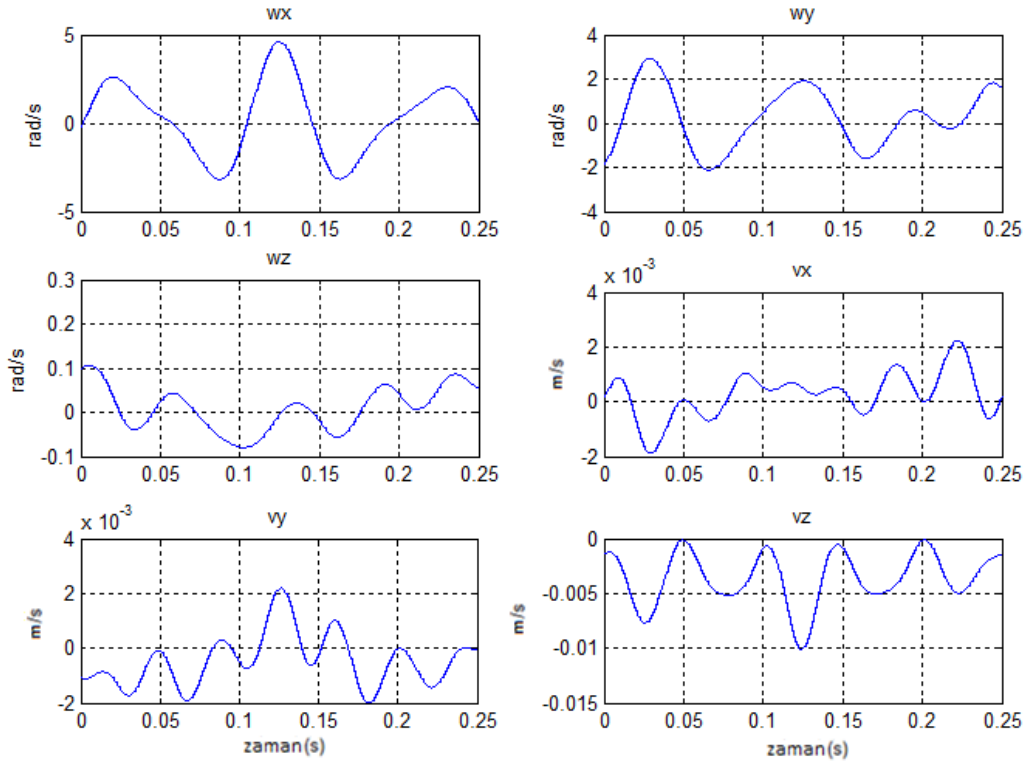
Şekil 4.22 : İkinci yörünge için 5. manipülatör eklem açısai hızları grafiğı.



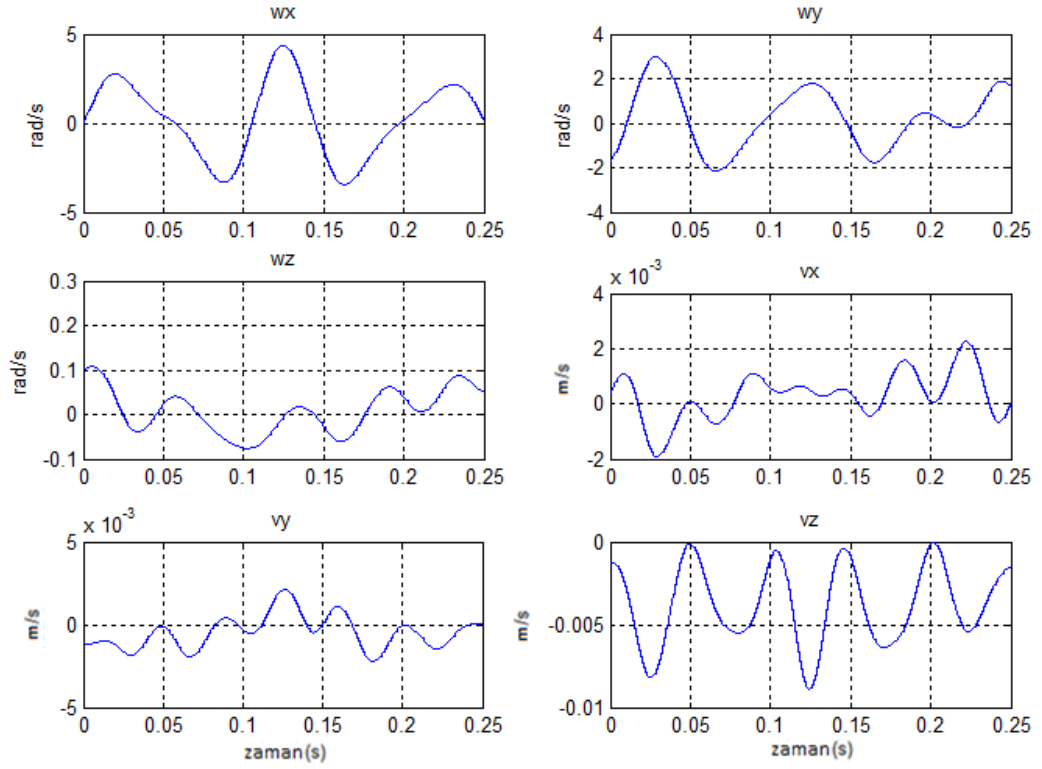
Şekil 4.23 : İkinci yörünge için 6. manipülatör eklem açısai hızları grafiğı.



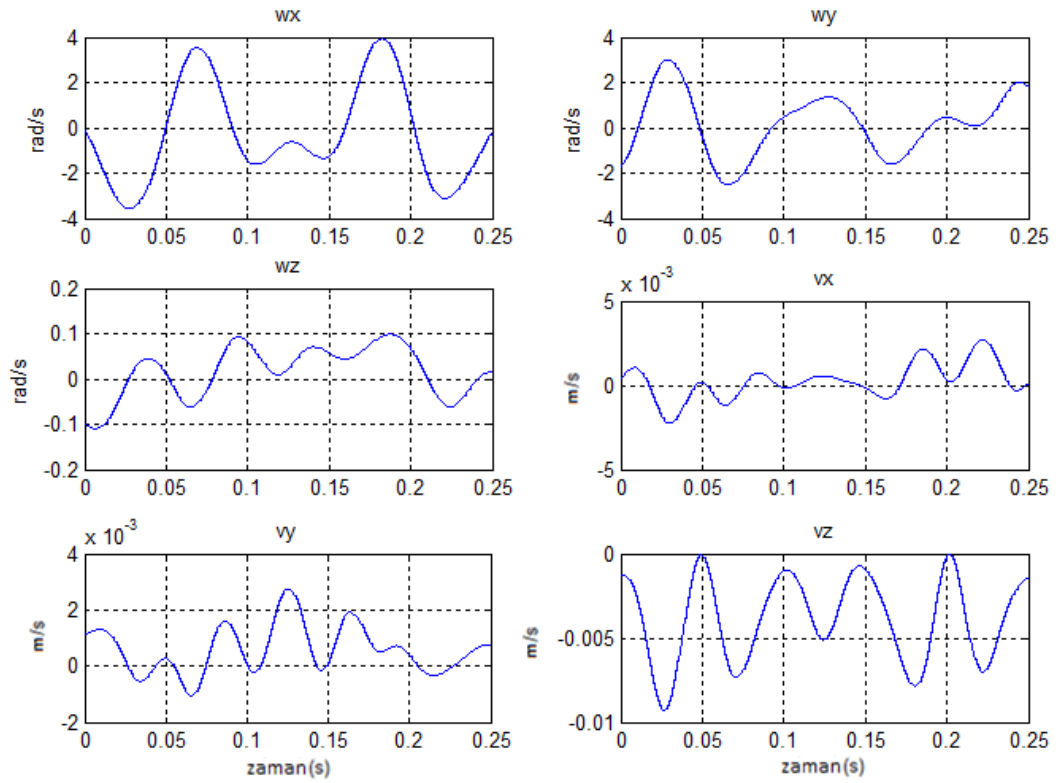
Şekil 4.24 : İkinci yörünge için 1. manipulator uç işlevcisi hız grafiği.



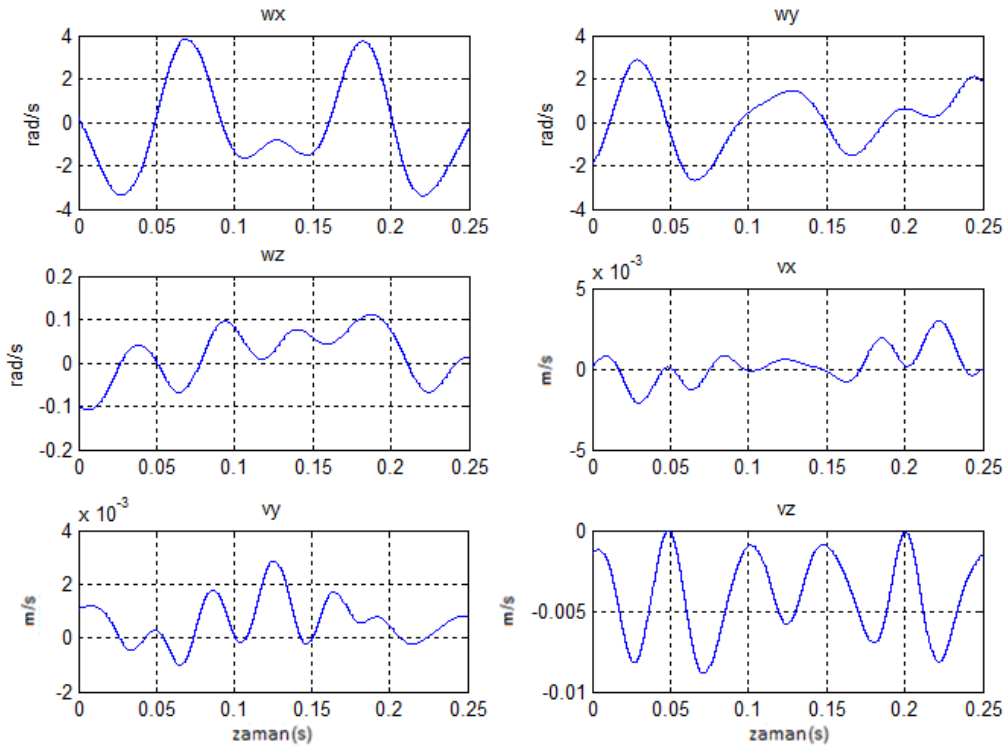
Şekil 4.25 : İkinci yörünge için 2. manipulator uç işlevcisi hız grafiği.



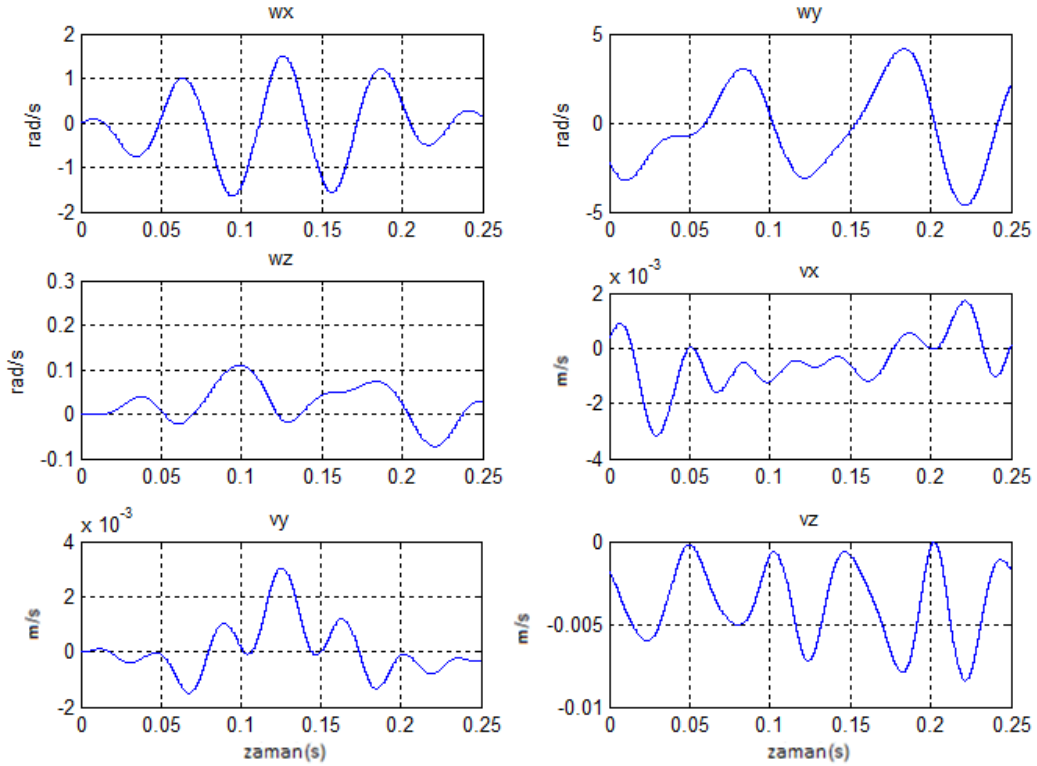
Şekil 4.26 : İkinci yörünge için 3. Manipülâtör uç işlevcisi hız grafiği.



Şekil 4.27 : İkinci yörünge için 4. Manipülâtör uç işlevcisi hız grafiği.



Şekil 4.28 : İkinci yörünge için 5. Manipülör uç işlevcisi hız grafiği.



Şekil 4.29 : İkinci yörünge için 6. Manipülör uç işlevcisi hız grafiği.

5. DEĞERLENDİRME

Bir paralel manipölatör olan delta robotun UVC kullanılarak kinematik olarak modellenmesi ve yörünge takibini içeren bu çalışma ile paralel benzetim modelinin hasas bir şekilde yörünge takibi yapabilmesi sağlanmıştır. Fakat bu kinematik model fiziksel bir manipölatör üzerine uygulandığında, tork, ağırlık ve yer çekimi gibi fiziksel nicelikler model içinde yer almadığından yani bu niceliklerin gerçek sisteme olan etkileri tamamen göz ardı edildiğinden, öngörülmeven bazı sorunların çıkması muhtemeldir. Bundan sakınabilmek için çalışmanın bir sonraki aşaması, sistemin dinamik olarak modellenmesi ve ardından bu iki modeli yani kinematik ve dinamik modellerin fiziksel olarak üretilen 6 serbestlik dereceli bir delta robot üzerinde denenmesi olabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Yeşiloğlu, S. M.** (2007). High Performance Dynamical Modeling of Complex Topology Systems, PhD Thesis. İstanbul Teknik Üniversitesi.
- [2] **Ball, R. S.** (1990). A Treatise on the Theory of Screws, Cambridge University Press, Londra.
- [3] **Featherstone, R.** (1983). The calculation of robot dynamics using articulated-body inertias, *The International Journal of Robotics Research*, 2, 13–30.
- [4] **Armstrong, W.W.** (1979). Recursive solutions to the equations of motion of an nlinkmanipulator, In *Proceedings of the Fifth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, Montreal, sayfa 1342–1346.
- [5] **Rodriguez, G.** (1989). Recursive forward dynamics for multiple robot arms moving a common task object, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*.
- [6] **Walker, M., Orin, D.** (1982). Efficient dynamic computer simulation of robotic mechanisms, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, sayı 104, sayfa 205-211.
- [7] **Anderson, K. S. and Critchley, J. H.** (2003). Improved order-n performance algorithm for the simulation of constrained multi-rigid-body systems, *Multibody Systems Dynamics*, sayfa 9, 185–212.
- [8] **Jain, A.** (1991). Unified formulation of dynamics for serial rigid multibody systems, *Journal of Guidance*, 14, 531–542.
- [9] **Rodriguez, G.** (1987). Kalman filtering, smoothing and recursive robot arm forward and inverse dynamics, *IEEE Journal of Robotics and Automation*.
- [10] **Rodriguez, G.** (1990). Random field estimation approach to robot dynamics, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, **20**, 1081–1093.
- [11] **Jain, A., Rodriguez, G.** (1999). Sensivity Analysis of Multibody Dynamics Using Spatial Operators, International Conference Scientific Computation and Differential Equations, Avustralya.
- [12] **J. P. Lallemand, A. Goudali and S. Zeghloul,** (1997). The 6-DOF 2-Delta parallel robot.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Süleyman YİĞİT
Doğum Tarihi : 01.10.1983
E-posta : suleyman.yigit@gmail.com
Tel : 0536 446 86 18
Ehliyet : B sınıfı
Askerlik Durumu : Tamamlandı
Adres : Orta Mh. Uygur Cd.
No: 59 Bayrampaşa/İSTANBUL

EĞİTİM DURUMU

Lisans: Sistem Mühendisliği (Yeditepe Üniversitesi 2001-2008)

Bilgisayar Mühendisliği-Yandal (Yeditepe Üniversitesi 2004-2007)

Yüksek Lisans: Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği (İstanbul Teknik Üniversitesi 2009-2013)

İŞ DENEYİMLERİ

Bilgi İşlem Yöneticisi – Sistem Lojistik ve Gümrükleme (2007 Mart-2007 Ekim)

Bilgi İşlem Sistem ve Yazılım Mühendisi – ORA İstanbul Gay.Yat.A.Ş. (2011-2013)

Ar-Ge Mühendisi-Robot Kontrol Otomasyon ArGe Yazılım ve Tic.Ltd.Şti. (2013-...)