

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TRAFİK SAYIMLARINI KULLANARAK TÜRKİYE ŞEHİRLERARASI
OTOBÜS TAŞIMACILIĞI İÇİN BAŞLANGIÇ-SON MATRİSİ TAHMİNİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Melih Naci AĞAOĞLU**

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : ULAŞTIRMA MÜHENDİSLİĞİ

KASIM 2005

**TRAFİK SAYIMLARINI KULLANARAK TÜRKİYE ŞEHİRLERARASI
OTOBÜS TAŞIMACILIĞI İÇİN BAŞLANGIÇ-SON MATRİSİ TAHMİNİ**

DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Melih Naci AĞAOĞLU
(501972023)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 21 Nisan 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 23 Kasım 2005

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ergun GEDİZLİOĞLU
Diğer Jüri Üyeleri: Prof. Dr. Emine AĞAR (İ.T.Ü.)
Prof. Dr. Güngör EVREN (İ.T.Ü.)
Prof. Dr. Aydın EREL (Y.T.Ü.)
Prof. Dr. Sadettin ÖZEN (İ.Ü.)

KASIM 2005

ÖNSÖZ

Bir ulaştırma ağında, bölgeler arasındaki trafiğın belirlenmesi ulaştırma planlaması açısından büyük öneme sahiptir. Bu tezde, Türkiye’de otobüsle yapılan şehirlerarası yolcu trafiğı için, mevcut ve kolay ulaşılabilen bilgiler yardımıyla, başlangıç-son matrisi tahmin edilmesine çalışılmıştır.

Bu tezin hazırlanması sırasında yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Ergun GEDİZLİOĞLU ’na öncelikle teşekkürü borç bilirim.

Ayrıca, istatistiki verilerin elde edilmesinde bana büyük yardımları dokunan A.Ş.T.İ. otomasyon müdürü Mehmet YILMAZ’a, Uluslararası Anadolu ve Trakya Otobüsçüler Derneğı Basın Yayın ve Halkla İlişkiler Müdürü Muammer BAŞKAN’a, Karayolları Genel Müdürlüğü Ulaşım ve Maliyet Etüdleri Şubesi’nden Hüseyin KALKAN’a, Ahmet İNAL’a, İsmet GÜVEN’e, verilerin bilgisayar ortamına girilmesinde yardımcı olan Ahmet OLGUN’a ve özellikle öğrenim hayatım boyunca devamlı olarak ilgi ve desteklerini gördüğüm aileme, eşime ve arkadaşlarıma teşekkürü borç bilirim.

Kasım, 2005

Melih Naci AĞAOĞLU

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	vi
TABLO LİSTESİ	vii
ŞEKİL LİSTESİ	x
SEMBOL LİSTESİ	xi
ÖZET	xiii
SUMMARY	xv
1. GİRİŞ	1
2. BAŞLANGIÇ-SON MATRİSİ TAHMİN YÖNTEMLERİ	5
2.1. Ulaştırma Planlaması Modelleri	5
2.2. Doğrudan Örnekleme Yoluyla (B-S) Matrisi Tahmini	6
2.3. Trafik Sayımlarını Kullanarak Başlangıç-Son Matrisi Tahmini	7
2.3.1. Atama Türleri	8
2.3.1.1. Orantılı Atama	8
2.3.1.2. Denge Ataması	8
2.4. Trafik Sayımlarını Kullanarak Başlangıç-Son Matrisi Tahmini İçin Model Yaklaşımları	9
2.4.1. Ulaştırma Modellerini Temel Alan Yaklaşımlar	10
2.4.1.1. Minimum Bilgi (Entropi Maksimizasyonu) Modelleri	10
2.4.1.2. Kombine Modeller	12
2.4.2. İstatistiksel Sonuç Çıkarma Yaklaşımları	12
2.4.2.1. Maksimum Olasılık (ML) Yöntemi	12
2.4.2.2. Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Metodu	14
2.4.2.3. Bayesian Sonuç Çıkarma Yaklaşımı	15
2.4.3. Gradyan Temelli Çözüm Teknikleri	16
3. TÜRKİYE ŞEHİRLERARASI OTOBÜS TAŞIMACILIĞI İÇİN (B-S) MATRİSİ TAHMİNİNDE KULLANILACAK MODELLER	17
3.1. En Küçük Kareler (B-S) Matrisi Tahmin Modeli	17
3.1.1. Matematik Model	18
3.1.2. Modelin Link Akım Devamlılığı Sağlanan Ulaştırma Ağına Uygulanması	20
3.1.3. Modelin Link Akım Devamlılığı Sağlanmayan Ulaştırma Ağına Uygulanması	21
3.1.4 Modelin Çok Güzergahlı Ulaştırma Ağına Uygulanması	23

3.1.5. Negatif Talep Tahminleri	24
3.1.6. Birçok Çözüm Varolduğunda Bir Çözümün Seçilmesi	27
3.1.7 Çözüm Algoritmasının Geliştirilmesi	28
3.1.7.1. Biçimsel Çözüm	28
3.1.7.2. Biçimsel Çözümün Sınırları	30
3.1.7.3. İteratif Çözüm Algoritması	32
3.1.7.4. Algoritma Durdurma Kriteri	40
3.1.8. En Küçük Kareler (B-S) Matrisi Tahmin Modelinin Genelleştirilmiş Bir Ulaştırma Ağına Uygulanması	41
3.2 En Küçük Rölatif Hatalar Başlangıç-Son Matrisi Tahmin Modeli	45
3.2.1. Matematik Model	46
3.2.2 Modelin Link Akım Devamlılığı Sağlanan Ulaştırma Ağına Uygulanması	48
3.2.3 Modelin Link Akım Devamlılığı Sağlanmayan Ulaştırma Ağına Uygulanması	50
3.2.4 Modelin Çok Güzergahlı Ulaştırma Ağına Uygulanması	52
3.2.5 İteratif Çözüm Algoritması	54
3.2.6 En Küçük Rölatif Hatalar (B-S) Matrisi Tahmin Modelinin Genelleştirilmiş Bir Ulaştırma Ağına Uygulanması	56
3.3. Link Ağırlık Matrislerinin Belirlenmesi	57
3.3.1 Çekim Modeli Yaklaşımı	58
3.3.2 LOGIT model Yaklaşımı	64
4. ÜLKEMİZDE ŞEHİRLERARASI OTOBÜS TAŞIMACILIĞI İÇİN (B-S) MATRİSİ TAHMİNİ	67
4.1. Genel	67
4.2. Türkiye Karayolu Ağı	70
4.3. Linklerdeki Trafik Sayımlarının Belirlenmesi	70
4.4. Link Ağırlık Matrislerinin Oluşturulması	73
4.5. İlkel Matrisin Oluşturulması	75
4.6. Türkiye Karayolu Ağına En Küçük Kareler (EKK) (B-S) Matrisi Tahmin Modelinin Uygulanması	79
4.7 Türkiye Karayolu Ağına En Küçük Rölatif Hatalar (EKRH) (B-S) Matrisi Tahmin Modelinin Uygulanması	84
5. DEĞERLENDİRME VE TARTIŞMA	89
6. SONUÇLAR	97
KAYNAKLAR	99

EKLER	104
ÖZGEÇMİŞ	138

KISALTMALAR

(B-S)	: Başlangıç-Son
ML	: Maksimum Olasılık
GLS	: Genelleştirilmiş En K Kareler
EKK	: En K Kareler
EKRH	: En K Rölatif Hatalar
Y.O.G.T.	: Yıllık Ortalama Günlük Trafik

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 3.1.	$T_{AC}=25$ ta/sa ve $T_{AB}=30$ ta/sa (B-S) çözümleri için hata hesabı ...	22
Tablo 3.2.	Analitik çözüm civarındaki bütün muhtemel (B-S) çözümleri için link akım hataları (ta/sa) ²	22
Tablo 3.3.	Gauss-Seidel ve Jacobi yöntemlerinden ilk beş iterasyonda elde edilen sonuçlar	35
Tablo 3.4.	İteratif algoritma sonuçları	40
Tablo 3.5.	En küçük kareler modeli için algoritma sonucu bulunan (B-S) matrisi	45
Tablo 3.6.	Akım devamlılığı sağlandığı durum için (3.49a) ve (3.49b) no' lu eşitliklerin sonuçları	49
Tablo 3.7.	Akım devamlılığı sağlandığı durum için T_{AB} ve T_{AC} ' nin alabileceği bütün değerlere göre hata	50
Tablo 3.8.	Akım devamlılığı sağlanmadığı durum için (3.49a) ve (3.49b) no' lu eşitliklerin sonuçları	50
Tablo 3.9.	Akım devamlılığı sağlanmadığı durum için T_{AB} ve T_{AC} ' nin alabileceği bütün değerlere göre hata hesabı	51
Tablo 3.10.	Çoklu güzergah durumu için (3.50a) ve (3.50b) no' lu eşitliklerin sonuçları	53
Tablo 3.11.	Çoklu güzergah durumu için T_{AB} ve T_{AC} ' nin alabileceği bütün değerlere göre hata hesabı	54
Tablo 3.12	En küçük rölatif hatalar modeli için algoritma sonucu bulunan başlangıç-son matrisi	56
Tablo 4.1.	Belirlenen linkler ve trafik sayımları	71
Tablo 4.2.	Ankara ili çıkış bilgileri	77
Tablo 4.3.	α düzenleme katsayıları	81
Tablo 4.4.	1 no' lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	82
Tablo 4.5.	2 no' lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	82
Tablo 4.6.	3 no' lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	83
Tablo 4.7.	4 no' lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	83
Tablo 4.8.	5 no' lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	84
Tablo 4.9.	1 no' lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	86

Tablo 4.10.	2 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	87
Tablo 4.11.	3 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	87
Tablo 4.12.	4 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	88
Tablo 4.13.	5 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)	88
Tablo 5.1.	EKK ve EKRH (B-S) matrisi tahmin modellerinin, kullanılan ilkel matrise göre ortalama mutlak hata sonuçları (otobüs/gün) ...	90
Tablo 5.2.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 1 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	91
Tablo 5.3.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 2 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	92
Tablo 5.4.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 3 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	92
Tablo 5.5.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 4 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	93
Tablo 5.6.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 5 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	93
Tablo 5.7.	EKK modelinde Ankara ili çıkış verileri için karesel ve ortalama mutlak hata sonuçları.....	93
Tablo 5.8.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 1 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	94
Tablo 5.9.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 2 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	94
Tablo 5.10.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 3 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	94
Tablo 5.11.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 4 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	95
Tablo 5.12.	Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 5 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)	95
Tablo 5.13.	EKRH modelinde Ankara ili çıkış verileri için karesel ve ortalama mutlak hata sonuçları.....	95
Tablo 5.14.	EKK ve EKRH modellerinde Ankara ili çıkış verileri için karesel ve ortalama mutlak hata sonuçları	96
Tablo A.1.	Nüfuslarla orantılı olarak bulunan ilkel matris	105
Tablo A.2.	$m=1$, $n=0.8$, $r^2=0.72$ için regresyon yardımıyla bulunan ilkel matris	109

Tablo A.3.	m=1, n=1, $r^2=0.75$ için regresyon yardımıyla bulunan ilkel matris	113
Tablo A.4.	m=0.9, n=1.32, $r^2=0.78$ için regresyon yardımıyla bulunan ilkel matris	117
Tablo D.1.	4 no'lu ilkel matrisin EKK modeline uygulanması sonucunda tahmin edilen (B-S) matrisi	134

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 3.1 : Üç linke sahip ulaştırma ağı.....	20
Şekil 3.2 : Başlangıç ve varış bölgeleri arasında çoklu güzergahların gösterildiği dört linke sahip ulaştırma ağı	23
Şekil 3.3 : Çözümün optimalliği üzerinde akım durumunun etkisi.....	26
Şekil 3.4 : İki linke sahip ulaştırma ağı.....	27
Şekil 3.5 : İki linke sahip ulaştırma ağı için en uygun (B-S) çözüm uzayının gösterimi	28
Şekil 3.6 : Beş düğüm noktası ve on altı linke sahip ulaştırma ağı.....	41
Şekil 3.7 : 4 düğüm noktası ve 8 linke sahip ulaştırma ağı	60
Şekil 4.1 : (B-S) Matrisi tahmini için akış şeması	69
Şekil 4.2 : Türkiye karayolu ağı	74

SEMBOL LİSTESİ

i	: Yolculuğun başlangıç noktası
j	: Yolculuğun bitiş noktası
T_{ij}	: i başlangıç ve j varış noktaları arasındaki yolculuk miktarı
O_i	: i başlangıç noktasından ayrılan, toplam yolculuk miktarı
D_j	: j bitiş noktasına ulaşan, toplam yolculuk miktarı
N	: Çalışma alanındaki bölge sayısı
a	: Link numarası
V_a	: a linki üzerindeki tahmin edilen akım
p_{ij}^a	: i bölgesinden j bölgesine yapılan yolculukların a linkini tercih olasılığı
T	: Tahmin edilen başlangıç-son (B-S) matrisi
t	: İlkel matris
V	: Tahmin edilen link akımları
v	: Gözlenen link akımları
γ_1	: İlkel matrisin güvenilirliği
γ_2	: Gözlenen link akımlarının güvenilirliği
ρ_{ij}	: Örneklem faktörü
η	: t ve T ile ilişkili olasılıksal hata
ε	: Gözlenen trafik sayımları(v) ve tahmin edilen trafik sayımları $V(T)$ ile ilişkili hata
Z	: İlkel matrise ait varyans-kovaryans matrisi
W	: Trafik sayımlarının dağılım matrisi
V_a'	: a linki üzerinde gözlenen akım
E	: Hata fonksiyonu
r	: i ve j noktaları arasındaki bir güzergah üzerindeki linkler
V_r	: r linki üzerinde tahmin edilen akım
V_r'	: r linki üzerinde gözlenen akım
p_{ij}^r	: i başlangıç noktasından j varış noktasına giden araçların r linkini tercih olasılığı
p	: Link ağırlık matrisi
p^t	: p 'nin transpozesi
x_i^{l+1*}	: $(l+1)$ 'inci iterasyonda, tahmin edilen x_i 'nin düzenlenmiş değeri
x_i^{l+1}	: $(l+1)$ 'inci iterasyonda, x_i 'nin standart Jacobi tahmini
x_i^l	: l 'inci iterasyonda, x_i 'nin tahmini
α	: Düzenleme katsayısı
C_{ij}	: Amaç fonksiyonu

- I : İterasyon numarası
 $E_{karesel}$: Karesel hata
 E_{mutlak} : Ortalama Mutlak hata
 E_R : Toplam rölatif link akım hatası
 P_i : i (başlangıç) bölgesinin nüfusu
 P_j : j (son) bölgesinin nüfusu
 d_{ij} : i ve j bölgeleri arasındaki mesafe
 θ : Orantılılık faktörü
 U : Yararlılık Fonksiyonu
 U_k : i başlangıç noktasından j varış noktasına yapılan yolculuklar için k güzergahının yararlılık fonksiyonu
 k : i başlangıç ve j varış noktası arasındaki güzergah numarası
 z : i başlangıç ve j varış noktası arasındaki düğüm noktaları (varış noktası dahil)
 $d_{(i-z)_k}$: k güzergahı kullanılarak i başlangıç ve z ara düğümü arasındaki mesafe
 P_z : z ara düğümün nüfusu
 p_{ij}^k : “i” başlangıç noktasından “j” varış noktasına yapılan yolculukların “k” güzergahını tercih etme olasılığı
 $P(i)$: i ulaşım türünün seçilme olasılığı

TRAFİK SAYIMLARINI KULLANARAK TÜRKİYE ŞEHİRLERARASI OTOBÜS TAŞIMACILIĞI İÇİN BAŞLANGIÇ-SON MATRİSİ TAHMİNİ

ÖZET

Bu tezde, ülkemizdeki karayolu taşımacılığı ve özellikle otobüsle yapılan şehirlerarası yolcu taşımacılığı genel olarak incelenmiştir. Ulaştırma planlamasında çok önemli bir yere sahip olan başlangıç-son (B-S) matrisi, Türkiye’de şehirlerarası otobüs trafiği için tahmin edilmeye çalışılmıştır.

(B-S) matrisi incelenen bölgenin alt bölgeleri arasındaki yolculuklar hakkında bilgi içermektedir. Yolcu trafiği için oluşturulabileceği gibi, yük trafiği için de (B-S) matrisi oluşturulması mümkündür. Bu matrisin elde edilmesi, gelecekte ortaya çıkması olası problemlerin önceden belirlenerek, buna göre önlem alınması açısından faydalı olacaktır.

Bir ülkede iller arasındaki trafiği belirlemek amacıyla (B-S) matrisi oluşturulursa, her il arasındaki yolculuk miktarı bulunmuş olacaktır. Bunun bilinmesi, o ülkenin gelecekte ülke karayolu ağına yapacağı yatırımların şekillendirilmesi açısından çok önemlidir. Geleceğe yönelik karayolu ulaşım planının, elde edilen (B-S) matrisi bilgileri ışığında yapılması, daha gerçekçi olacak ve yapılan iyileştirme plan ve projeleri gelecek ihtiyaçlarına daha iyi cevap verecektir.

(B-S) matrisinin doğrudan ölçme yöntemiyle ev veya yol görüşmelerinden elde edilmesi, zor, masraflı ve görüşmelerin yapıldığı yolcular açısından zaman kaybına yol açan bir iştir. Ayrıca, ülkemizde olduğu gibi gelişmekte olan diğer ülkelerde de nüfus ve arazi kullanımındaki değişimler hızlı olmaktadır. Bu da, (B-S) matrislerinin geçerlilik süresini azaltmaktadır. Bu nedenle, trafik sayım verilerini veya diğer elde edilmesi mümkün olan bilgiler yardımıyla (B-S) matrisinin tahmin edilmesi, ulaşım planlamasında çok önemli bir yere sahiptir.

Trafik sayım verilerini kullanarak (B-S) matrisi tahmin metotları iki grup altında incelenmiştir. Sonra, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için, (B-S) matrisi tahmininde kullanılacak modeller seçilmiştir. Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için tıkanıklık etkisi söz konusu değildir. İlkel matris olarak kullanılabilecek bir matris de bulunmamaktadır. Ayrıca, geniş ulaşım ağlarına uygulanabilirliği ve algoritma yazım kolaylığı açısından, En Küçük Kareler ve En Küçük Rölatif Hatalar (B-S) matrisi tahmin modellerinin Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için uygulanmasına karar verilmiştir.

Her iki model de, (B-S) matrisi tahmin işleminde, ilkel matris, link ağırlık matrisi ve trafik sayım verilerine ihtiyaç duymaktadır. Trafik sayım verileri 2002 yılı için Karayolları Genel Müdürlüğü’nün “Trafik ve Ulaşım Bilgileri” yayınından alınmıştır. İlkel matris olarak, köşegen elemanları sıfır diğer elemanları aynı olan, nüfuslarla orantılı ve regresyon denklemi yardımıyla oluşturulan matrisler kullanılmıştır. Link ağırlık matrislerinin belirlenmesi için iki tane model önerilmiştir. Bunlar, çekim modeli ve LOGIT model yaklaşımlarıdır.

En Küçük Kareler ve En Küçük Rölatif Hatalar (B-S) matrisi tahmin algoritmalarının Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için uygulanabilmesi amacıyla MATLAB ve MATHCAD yazılımları kullanılarak programlar yazılmıştır. Programların çalıştırılmasıyla, belirli bir iterasyon sonucunda bulunan (B-S) matrislerindeki, Ankara ve İstanbul çıkışlı tahmin edilen günlük otobüs sayıları ve ortalama mutlak hata değerleri verilmiştir.

Elde edilen sonuçlar, kullanılan ilkel matrise ve modele göre değerlendirilmiştir. İlk olarak, ortalama mutlak hata değerleri arasında karşılaştırma yapılmıştır. Daha sonra ise, Ankara çıkışlı günlük otobüs sayılarını tahmin etme başarısı yönünden karşılaştırma yapılmıştır.

Karşılaştırmalar sonucunda, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiğini en iyi yansıtan modelin, En Küçük Kareler modeli olduğuna karar verilmiştir. Bu sonuç, regresyon denklemi yardımıyla oluşturulan ilkel matris kullanılarak elde edilmiştir. En Küçük Kareler modeli ve belirlenen ilkel matris kullanılarak, Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için elde edilen (B-S) matrisi verilmiştir.

ESTIMATION OF ORIGIN-DESTINATION MATRIX FOR TURKEY INTERCITY BUS TRANSPORTATION USING TRAFFIC COUNTS

SUMMARY

In this thesis, firstly highway transportation and especially intercity bus transportation are generally reviewed in Turkey. Origin-destination matrix that has a very important position in the transportation planning has been studied to estimate the inter-city bus traffic in Turkey.

The origin-destination matrix contains information about trips between different regions of a district. It is possible to produce the origin-destination matrix for passengers and freight traffic. Obtaining of this matrix will be useful to determine problems in advance that are possible to take place in the future and required precautions can be taken according to this.

If the origin-destination matrix is produced to determine traffic between the cities of a country, amount of travel among the cities will be found. That is very important to know this to make necessary investments on country's highway network in the future. It will be more realistic to plan the highway transportation according to the obtained origin-destination matrix information and thus, plans and projects can be made to meet the future needs.

Obtaining the origin-destination matrix from home or road interviews with direct measurement method is difficult, costly and causes loss of time for passengers. In addition to that, changes of land use and population trends in developing countries like Turkey are taking place so rapidly. This situation reduces the validity period of origin-destination matrices. So, estimation of origin-destination matrix by aid of traffic data or other available information has a very important position for transportation planning.

The origin-destination matrix estimation methods by using traffic counts have been examined under two categories. Then, models to be used to estimate origin-destination matrix have been chosen for Turkey intercity bus transportation. Congestion effect has not been existed for Turkey intercity bus transportation. Also, there isn't any initial information that will be used as a primitive matrix. Furthermore, being practical to apply large transportation networks and easy to write algorithm, it has been decided to use the least squares and the least relative error origin-destination matrix estimation models.

Both models needs initial matrix, link weight matrices and link count data in the origin-destination matrix estimation process. Traffic count data have been taken from General Directorate of Highways publication named "Traffic and Transportation Survey" for 2002 year. Diagonal elements are zero and other elements are the same, proportional with population and obtaining from regression equations matrices have

been used as primitive matrix. Two models have been suggested to determine link weight matrix. These are the gravity model and the LOGIT model approaches.

To apply least squares and least relative errors origin-destination matrix estimation algorithm for inter-city bus traffic in Turkey, programs have been written using MATLAB and MATHCAD software. Estimated daily bus numbers leave from Ankara and Istanbul and mean absolute error values have been given at the end of the specific iteration in the origin-destination matrices.

Obtained results have been evaluated according to using initial matrix and model. Firstly, comparison has been done between mean absolute error values. Afterwards, comparison has been done in terms of to estimate the success of daily bus numbers that leave from Ankara.

As a result of comparisons, it has been decided that the least square model is reflected well Turkey's intercity bus traffic. This result has been obtained using primitive matrix that is constituted to aim of regression equation. Origin-destination matrix that is obtained using the least square model and determining initial matrix has been given for Turkey intercity bus traffic.

1. GİRİŞ

Kişilere ve eşyaya, yer ve zaman yararı sağlamak şeklinde tanımlayabileceğimiz ulaştırma hizmetinin, karayolu sistemi ile gerçekleştirilen bölümü “Karayolu Ulaştırması” olarak tanımlanır. Ulaştırma, bir toplumun gelişmesinde sosyal, kültürel, ekonomik ve siyasal açıdan büyük önem taşır.

Dünya yol istatistiklerini incelediğimizde, diğer ulaştırma sistemlerinin çok gelişmiş olduğu ülkeler de dahil olmak üzere, bir çok yerde yük ve yolcu taşımacılığında karayoluna olan talebin sürekli artan bir eğilim gösterdiği izlenmektedir.

Karayolu ulaşımı üretim yerinden tüketim mahalline aktarmasız, “kapıdan-kapıya” ve hızlı taşıma yapılmasına uygun olması nedeniyle, diğer ulaşım türlerine oranla daha fazla tercih edilmektedir. Karayolu ulaşımı, ekonomik kalkınmanın sağlanmasında büyük öneme sahiptir. Sosyal, kültürel ve milli savunma alanlarında hizmet sunduğu gibi aynı zamanda, hammadde taşımaları ile ekonominin üretim öncesi aşamasında, mamul madde taşımaları ile de ekonominin üretim sonrası dağıtım aşamasında hizmet sunar. Bu taşımaları gerçekleştirmek suretiyle ekonomik gelişmeyi mümkün kılar. Bu nedenle vazgeçilmesine, gecikmesine ve hatta aksamasına bile tahammül edilemeyen bir organizasyondur.

Ülkemizde 1950’li yıllardan itibaren demiryolu taşımacılığı giderek önemini yitirmeye başlamış ve “kapıdan-kapıya” taşıma yapabilme nedeniyle karayolu taşımacılığı günden güne önem kazanmıştır. Bu değişmeye paralel olarak karayolu taşımacılığının toplam yolcu taşımacılığındaki payı 1960 yılında %72,9 iken bu oran 1999 yılında %94,8’e ve 2001 yılında ise %95,2’e yükselmiştir. Karayolu yapımı ve motorlu taşıt imalindeki gelişmeler doğrultusunda, karayolu taşımacılığı sadece demiryollarına değil denizyolu taşımacılığına göre de, öncelik verilen bir sektör olmuştur [1,2].

Şehirlerarası yolcu taşımacılığı açısından durum incelendiğinde Türkiye’de şehirlerarası yolcu taşımacılığının çoğunlukla otobüsle yapıldığı görülmektedir. Şehirlerarası yollardaki 1996 yılı toplam taşıma miktarı 140.760.000.000 yolcu-km

dir. Bunun 76.395.000.000 yolcu-km'si yani %54,3'ü otobüsle yapılmaktadır. Benzer şekilde, 1998 yılı için şehirlerarası yollardaki toplam taşıma miktarı içerisinde otobüsle yapılan şehirlerarası yolculukların oranı %52,2'dir [2].

Bu değerler karayolunun artan önemini vurgulamaktadır. Karayolunun özellikle yolcu taşımacılığında demiryoluna göre hızlı, havayoluna göre ekonomik olması ayrıca her yerde havaalanı bulunmamasından ve kapıdan-kapıya taşıma yapmasından dolayı şehirlerarası yolcu taşımacılığında önemi giderek artmaktadır. Buna ilaveten sefer sıklığı da yolcuların karayolunu tercihlerinde önemli etken olmaktadır.

Ülkemizde şehirlerarası yolcu taşımacılığının büyük bir kısmı otobüsle yapılması, şehirler arasında yapılan otobüsle yolcu taşımacılığının önemini artırmaktadır. Bu alanda geleceğe yönelik yolcu tahmininin yapılması, ileride ortaya çıkması muhtemel olan problemlerin önceden belirlenerek çözümlenmesinde fayda sağlayacaktır.

Bu nedenle, bu çalışmada Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için Başlangıç-son matrisi tahmin edilmesine çalışılmıştır. Bu matrisin belirlenmesi için, kullanılacak modeller tarafından ihtiyaç duyulan “link ağırlık matrisleri” ve “ilkel matris”¹ in belirlenmesi için, elde edilmesi mümkün olan bilgiler ve Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığının karakteristikleri dikkate alınarak yöntemler önerilmiştir.

Türkiye’de iller arasındaki otobüsle yapılan yolcu trafiğinin tahmin edilmesi, yani bir ilden diğerine giden yolcu sayısının belirlenmesi ulaştırma analizinde “başlangıç-son” matrisinin tahmini olarak tanımlanır. Başlangıç-son (B-S) matrisi ulaştırma analizinde çok önemli bir yere sahiptir. Bu matris, ulaştırma analizi yapılacak olan alanın, farklı bölgeleri arasındaki yolcu veya yük sayıları hakkında bilgi içermektedir. Ev ya da yol görüşmelerinden toplanan bilgiler doğrultusunda, direkt olarak ölçme yoluyla bu matrisin elde edilmesi masraflı, zor ve yolculuk yapanlar için zaman kaybına yol açan bir iştir. Bu problem, nüfusta ve arazi kullanımındaki değişimlerin hızlı olduğu gelişmekte olan ülkelerde daha ciddi bir hal almakta ve verilerin geçerlilik süresini kısaltmaktadır. Dolayısıyla, şimdiki ve gelecekte (B-S) matrislerini tahmin etmek için düşük maliyetli metotların geliştirilmesi gerekliliği açık ortadadır. Bu nedenle, trafik sayım verileri ya da diğer elde edilmesi kolay olan bilgiler kullanılarak (B-S) matrisi tahmini, ulaştırma planlaması açısından çok

¹ Tahmin edilmek istenen (B-S) matrisinin ilk değerlerinin içeren başlangıç matrisidir.

önemli bir yere sahiptir. (B-S) matrisi, sayım yapılmış linki kullanan her (B-S) yolculuğu hakkında doğrudan bilgi edinilmesini sağlar. Trafik sayımları, önemli veri kaynağıdır. Çünkü bu trafik sayımı verilerinin kullanımı diğer veri toplama türlerine oranla pahalı değildir ve otomatik sayım metodlarının kullanılması durumunda daha ileri ve doğru sonuçlar elde edilebilmektedir.

İkinci bölümde, (B-S) matrisi tahmininin genel yapısı ve (B-S) matrisi tahmin yöntemleri anlatılmıştır. Tezin konusu olan, trafik sayımlarını kullanarak (B-S) matrisi tahmini için model yaklaşımları, iki grup altında incelenmiştir. Bunlar, ulaştırma modellerini temel alan yaklaşımlar ve istatistiksel sonuç çıkarma yaklaşımlarıdır. Ayrıca, trafik sayımlarını kullanarak (B-S) matrisi tahmin modellerindeki en önemli bölüm olan, atama teknikleri hakkında bilgi verilmiştir.

Üçüncü bölümde, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için (B-S) matrisi tahmininde kullanılacak olan modeller anlatılmaktadır. Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için tıkanıklık etkisi söz konusu değildir. İlkel matris olarak kullanılabilecek bir başlangıç bilgisi de bulunmamaktadır. Ayrıca, geniş ulaştırma ağlarına uygulanabilirliği ve algoritma yazım kolaylığı açısından, En Küçük Kareler (EKK) ve En Küçük Rölatif Hatalar (EKRH) (B-S) matrisi tahmin modelleri detaylı olarak incelenmiştir. EKK modeli, (B-S) matrisinin bulunması aşamasında link akım farklarının karelerini, EKRH modeli ise, rölatif link akım farklarını minimize etmeyi amaçlamaktadır. Her iki model için, link akım devamlılığı, link akım devamsızlığı ve çoklu güzergah durumlarında model çözümleri bulunmuştur. EKK ve EKRH modelleri için verilen çözüm algoritmaları, beş düğüm noktası ve on altı linke sahip daha gerçekçi bir ulaştırma ağı üzerinde test edilmiştir. Algoritmanın hangi adımda durdurulacağını belirlenmesi için algoritma durdurma kriteri olarak, karesel hata ve ortalama mutlak hata formülü kullanılmaktadır.

Yine bu bölümde, (B-S) matrisinin tahmininde ihtiyaç duyulan link ağırlık matrislerinin belirlenmesi için iki model önerilmiştir. EKK ve EKRH (B-S) matrisi tahmin modellerinde link ağırlık matrislerinin önceden bilindiği kabul edilmektedir. Fakat bu matrislerin büyük bir ulaştırma ağı için belirlenmesi uzun işlemler gerektirir. Bu nedenle, link ağırlık matrislerinin belirlenmesi için önerilen çekim modeli ve LOGIT model yaklaşımının kullanılması faydalı olacaktır. Bu modellerin (B-S) matrisi tahmin probleminde kullanılabilmesi için, matematik model

geliştirilmiştir. Ayrıca, her iki model dört düğüm noktası ve sekiz linke sahip bir ulaştırma ağı üzerinde test edilmiştir.

Dördüncü bölümde, Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için (B-S) matrisi oluşturulmaktadır. İlk olarak, Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığının karakteristikleri hakkında bilgi verilmiştir. Bu matrisin belirlenmesi için ilkel matris, link ağırlık matrisleri ve linklerdeki trafik akım değerlerinin bilinmesi gereklidir. Çoklu güzergahlar için link ağırlık matrisleri, üçüncü bölümde önerilen çekim modeli yardımıyla üretilmiştir. Linklerdeki trafik akım değerleri, 2002 yılı için Karayolları Genel Müdürlüğü'nün "Trafik ve Ulaşım Bilgileri" adlı yayınından alınmıştır. İlkel matris olarak ise, üç tip matris kullanılmıştır. Bunlar; köşegen elemanları sıfır diğer elemanları aynı olan ilkel matris, nüfuslarla orantılı olarak bulunan ilkel matris ve regresyon denklemi ile oluşturulan ilkel matrislerdir. Link ağırlık matrislerinin belirlenmesi için önerilen modellerden çekim modeli, yeni bir adım olarak (B-S) matrisi çözüm algoritmalarına eklenmiştir.

Hem EKK, hem de EKRH (B-S) matrisi tahmin algoritmalarının, Türkiye'deki şehirlerarası otobüs trafiği için uygulanması amacıyla MATLAB ve MATHCAD yazılımları kullanılarak programlar yazılmıştır. Programların çalıştırılmasıyla belirli bir iterasyon sonucunda bulunan, (B-S) matrislerindeki Ankara ve İstanbul çıkışlı, tahmin edilen günlük yolculuk değerleri ve ortalama mutlak hata değerleri verilmiştir.

Beşinci bölümde, ilkel matrise ve kullanılan modele göre tahmin edilen (B-S) matrisleri değerlendirilmektedir. İlk önce, tahmin edilen (B-S) matrisleri için hesaplanan ortalama mutlak hata değerleri karşılaştırılmıştır. Daha sonra ise, Ankara ili günlük çıkış değerlerini tahmin etme başarısı yönünden karşılaştırma yapılmıştır.

Altıncı bölümde, beşinci bölümde yapılan karşılaştırmalar sonucunda, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiğini en iyi şekilde yansıtan model ve kullanılacak ilkel matris seçilmektedir.

2. BAŞLANGIÇ-SON MATRİSİ TAHMİN YÖNTEMLERİ

Başlangıç-son matrisi tahmin yöntemleri, üç ana grup altında toplanmaktadır. Bunlar:

1. Ulaştırma planlaması modelleri yardımıyla (B-S) matrisi tahmini,
2. Doğrudan örnekleme yardımıyla (B-S) matrisi tahmini,
3. Trafik sayımlarını kullanarak (B-S) matrisi tahmini,

yöntemleridir. Burada, ulaşırma planlaması modelleri ve doğrudan talep modelleri hakkında kısaca bilgi verildikten sonra, tezin asıl konusu olan, trafik sayımlarını kullanarak (B-S) matrisi tahmini detaylı olarak anlatılacaktır.

2.1 Ulaştırma Planlaması Modelleri

Başlangıç-Son (B-S) matrisi, dört aşamadan oluşan klasik ulaşırma planlaması modelinin önemli elemanlarından birisidir. Klasik ulaşırma planlaması modelinde önce, planlama yapılmak istenen alan bölgelere ayrılır. Her bölge, bir düğümü veya kitle merkezini temsil etmektedir. Model, yolculuk yaratımı, yolculuk dağıtımı, türel ayırım ve yolculuk ataması aşamalarından oluşmaktadır.

Yolculuk yaratımı aşamasında, her düğüm noktasının ürettiği ve çektiği toplam yolculuk miktarı, bölgenin sosyoekonomik verileri tarafından sağlanmaktadır. Sosyoekonomik veriler olarak, nüfus, çalışan sayısı, öğrenci sayısı ve alışveriş merkezi sayısı gibi veriler kullanılmaktadır [3].

Her düğüm noktası tarafından yaratılan ve çekilen toplam yolculuk sayısı belirlendikten sonra , toplam yolculuğun bölgeler arasındaki dağılımını bulmak için, yolculuk dağıtımı aşamasındaki modeller kullanılmaktadır [4].

Türel ayırım aşamasında, düğümler arasındaki yolculuğun hangi ulaşırma türü kullanılarak yapıldığı belirlenmektedir.

Son olarak, yolculuk ataması aşamasında ise, her bir ulaşırma türü için trafik akımları ağ üzerine atanmaktadır. Böylece, iki düğüm arasındaki yolculuğun ağ üzerindeki hangi linkleri kullanarak gerçekleştiği belirlenmektedir.

(B-S) matrisi tahmini, yukarıda anlatılan klasik dört aşamalı ulaştırma planlaması modelindeki, yolculuk yaratımı ve yolculuk dağıtım aşaması ile ilişkilidir. Bu matris, ulaştırma talebinin belirlenmesinde yaygın olarak kullanılmakta ve talep matrisi veya (B-S) matrisi olarak adlandırılmaktadır. Matristeki her satır veya sütun çalışma alanındaki bölgeleri, her hücre ise (B-S) çiftlerini temsil etmektedir. Bir düğüm noktasından çıkan yolculukların toplamı, o düğüm noktasının ürettiği toplam yolculuk miktarına, aynı şekilde, düğüm noktasına gelen yolculukların toplamı da, düğüm tarafından çekilen toplam yolculuk miktarına eşit olmak zorundadır. Bu iki kısıt denklemi aşağıda gösterilmiştir [5].

$$\begin{aligned}\sum_j T_{ij} &= O_i, \forall i \in O \\ \sum_i T_{ij} &= D_j, \forall j \in D\end{aligned}\tag{2.1}$$

Burada;

i = Yolculuğun başlangıç noktası,

j = Yolculuğun bitiş noktası,

T_{ij} = i başlangıç ve j varış noktası arasındaki yolculuk miktarı (ta/sa),

O = Ağ üzerindeki, yolculuk başlangıç düğümleri kümesi,

D = Ağ üzerindeki, yolculuk bitiş düğümleri kümesi,

O_i = i başlangıç noktasından ayrılan, toplam yolculuk miktarı,

D_j = j bitiş noktasına ulaşan, toplam yolculuk miktarıdır.

İlkel matris olarak ise, ev veya yol görüşmelerinden elde edilen ya da eski bir (B-S) matrisinin kullanılabileceği kabul edilmektedir.

2.2 Doğrudan Örnekleme Yoluyla (B-S) Matrisi Tahmini

Bu modellerde, nüfusu temsil etmek üzere, rastgele bir örnek seçilmektedir. Bu örnek üzerinde, doğrudan (B-S) ölçümü yapılmaktadır. Örnek üzerinden elde edilen sonuçlar, istatistiksel yöntemler kullanılarak, bütün nüfusu kapsayacak şekilde genişletilmektedir [6].

2.3 Trafik Sayımlarını Kullanarak Başlangıç-Son Matrisi Tahmini

Düğüm ve linklerden oluşan, bir yol ağı tarafından birbirlerine bağlanan, N bölgeye bölünmüş bir çalışma alanı düşünelim. Bu çalışma alanı için, yolculuk matrisi, N^2 hücreden veya bölge içi yolculuklar dikkate alınmadığı durumda ise, (N^2-N) hücreden oluşur. Trafik sayımlarını kullanarak, bir ulaşım talep modeli tahmini için, en önemli safha, her bir başlangıçtan her bir varışa olan yolculukların, takip ettiği yolların belirlenmesidir. p_{ij}^a değişkeni, i bölgesinden j bölgesine yapılan yolculukların, a linkini tercih etme olasılığını, yani link ağırlık matrislerini tanımlamak için kullanılır. Böylece, belirli bir a linki için (V_a) akımı, bölgeler arasındaki bütün yolculukların, bu linke olan katkılarının toplamı olmaktadır. Bu durum, matematik ifade olarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir [5].

$$V_a = \sum_{ij} T_{ij} \cdot p_{ij}^a \quad 0 \leq p_{ij}^a \leq 1 \quad (2.2)$$

Burada;

a = Link numarası,

V_a = a linki üzerindeki tahmin edilen akım (ta/sa),

p_{ij}^a = i bölgesinden j bölgesine yapılan yolculukların, a linkini tercih olasılığıdır.

p_{ij}^a matrisi, yolculuk atama teknikleri tarafından belirlenmektedir. Basit olarak “ya hep ya hiç” atamasından, daha karmaşık “denge” atamalarına kadar sınıflandırılabilen, çeşitli teknikleri kullanılmaktadır. (2.2) no’lu denklemden de görüleceği üzere, p_{ij}^a değerleri ve gözlenen trafik hacimlerinin tamamı verildiğinde, yolculuk matrisinin içindeki, T_{ij} değerleri bilinmeyen olarak kalacaktır. Bunların bulunabilmesi için, bilinmeyen sayısı kadar denklem yazılması gereklidir. Bu mümkün değildir. Çünkü, gözlenen trafik sayımları, bilinmeyen T_{ij} ’lerin sayısından çok azdır. Bu nedenle, matris tahmin problemi için, tek çözümün belirlenmesi imkansızdır. Bunun sonucunda da, gerçek yolculuk matrisi elde edilemeyecektir. Bu yüzden, problemi çözmek için, ilave verilere (başlangıç bilgisi) ve/veya yolculuk davranışı hakkında kabullere ihtiyaç vardır [7].

Başlangıç bilgisinin temel hali, ulaştırma ağı üzerindeki başlangıç (i) ve bitiş (j) noktaları arasındaki yolculukların, ilk değerlerini veren ilkel matristir.

2.3.1 Atama Türleri

Trafik sayımlarını kullanarak, (B-S) matrisi tahminindeki en önemli nokta, kullanılan atama tekniğidir. Yani, i bölgesinden j bölgesine olan yolculukların, ulaştırma ağı üzerinde, hangi yolu kullanarak gerçekleşeceğidir. Tıkanıklık etkisinin, var olup olmadığına bağlı olarak atama tekniği belirlenmektedir. Belirlenen atama tekniği kullanılarak, yolculuklar ağ üzerine atanmaktadır. Atama yöntemleri, iki ana grup altında sınıflandırılmaktadır [7].

2.3.1.1 Orantılı Atama

Bu atama tekniğinde, link ağırlık matrisleri (p_{ij}^a) ve trafik hacimlerinin (V_a) birbirinden etkilenmediği kabul edilir. Link hacimleri (V_a), (B-S) akımlarıyla (T_{ij}) orantılıdır. Yolcular, herhangi bir yolu, tıkanıklık etkisini göz önüne almadan seçerler. Bu durumda, “Ya hep ya hiç” atama metodu kullanılabilir. Toplam trafik, maliyeti minimize edecek şekilde, yol ağı üzerine atanmak suretiyle elde edilir.

2.3.1.2 Denge Ataması

Bu durumda ise, tıkanıklık etkisi önemlidir. Kentsel ulaştırma planları için, daha gerçekçi bir yaklaşımdır. Denge ataması, Wardrop’un denge prensipleri ile ifade edilir.

Wardrop’un 1. Prensibine göre tıkanmış ulaştırma ağlarında, denge koşulları altında trafik o şekilde dağılır ki, herhangi bir (B-S) çifti tarafından kullanılan, bütün yollardaki maliyetler birbirine eşit ve minimumdur. Kullanılmayan yollardaki maliyetler ise, kullanılan yollardaki maliyetlere eşit ya da daha büyüktür [8].

Tıkanma etkisi altında belirlenen p_{ij}^a matrisi, bütün linkler üzerindeki hacme bağlı olacaktır ($p_{ij}^a = p_{ij}^a \cdot (V_a)$). Bu yüzden, (B-S) matrisi tahmin yönteminden bağımsız olarak belirlenemeyecektir.

2.4 Trafik Sayımlarını Kullanarak Başlangıç-Son Matrisi Tahmini için Model Yaklaşımları

Bu bölümde, trafik sayımlarını kullanarak (B-S) matrisi tahmini için, var olan modeller hakkında genel bilgi verilmiştir.

Bir ulaştırma ağında, (B-S) matrisi tahmin etmek için olan modeller, iki grup altında toplanmaktadır.

1. Ulaştırma modellerini temel alan yaklaşımlar.
2. İstatistiksel sonuç çıkarma yaklaşımları.

Ulaştırma modellerini temel alan yaklaşımlar, çekim modeli gibi yolculuk dağıtım modellerini kullanarak (B-S) matrisini tahmin etmektedir. İstatistiksel sonuç çıkarma yaklaşımları ise, (B-S) matrisinin tahmininde istatistiksel yaklaşım tekniklerini kullanmaktadır.

Bunlara ek olarak, gradyan temelli çözüm teknikleri de (B-S) matrisi tahmin problemlerinde kullanılmaktadır.

Her iki grup yaklaşımda da, (B-S) matrisi ile ilkel matrisi içeren bir fonksiyonun, minimize edilmesi amaçlanır $F_1(T, t)$. Gözlenen trafik hacimlerinin, gerçek sayım verileri olduğu kabul edilir. Bu yüzden, tahmin edilen link akımları ((B-S) matrisinin, atama kısıtlarını göz önüne alarak, ağ üzerine atanması yoluyla) ile gözlenen link akımları arasındaki farkın da minimize edilmesi istenir $F_2(V, v)$. Bu durum (2.3) no'lu denklemde gösterilmiştir [9].

$$\min F(T, V) = \gamma_1 F_1(T, t) + \gamma_2 F_2(V, v) \quad (2.3)$$

Burada;

T = Tahmin edilen (B-S) matrisi,

t = İlkel matris,

V = Tahmin edilen link akımları,

v = Gözlenen link akımları,

γ_1 = İlkel matrisin güvenilirliği,

γ_2 = Gözlenen link akımlarının güvenilirliğidir.

Eğer, başlangıç matrisi, link akımlarına kıyasla daha güvenilirse, γ_1 , γ_2 'ye göre daha büyük olmalıdır. Bunun sonucunda da, var olan ilkel matris ile tahmin edilen (B-S) matrisi arasındaki fark azalacaktır. Gözlenen ve tahmin edilen link akımları arasında ise, daha büyük sapmalara izin verilmiş olacaktır. Diğer taraftan, eğer gözlenen trafik sayımları, başlangıç matrisine oranla, daha güvenilir ise, γ_2 , γ_1 'e oranla daha büyük olacaktır. Böylece tahmin edilen ve gözlenen link akımları birbirine yaklaşırken, var olan ilkel matris ve tahmin edilen (B-S) matrisi arasındaki sapma miktarı artacaktır [7].

2.4.1 Ulaştırma Modellerini Temel Alan Yaklaşımlar

Ulaştırma modellerini temel alan birinci grup yaklaşımlar, “minimum bilgi” (“entropi maximizasyonu”) modeli ve kombine modelleri içermektedir. Bu yaklaşımlar, doğrudan veya dolaylı olarak yolculuk davranışının, yolculuk dağıtım modeli tarafından temsil edildiğini kabul ederler. “Minimum bilgi” modeli, daha çok, bazı linklerdeki trafik sayımları yetersiz olduğu durumda kullanılmaktadır. Bu model, ilkel matris üzerinde çok küçük değişiklikler yaparak (B-S) matrisini tahmin etmektedir. Bu işlemi yaparken, (2.3) no’lu denklemi ve $T_{ij} \geq 0$ şartını, kısıt denklemi olarak kullanmaktadır [7].

Bu tür yaklaşımlarda, genellikle ilkel matris olarak eski bir (B-S) matrisi kullanılır ve trafik sayımlarına uyması için bu matris üzerinde düzenlemeler yapılır.

2.4.1.1 Minimum Bilgi (Entropi Maksimizasyonu) Modelleri

Bu modellerin esası, fizik kanunlarına dayanmaktadır. Termodinamiğin ikinci prensibi kullanılarak türetilmiştir.

Ulaştırma talebi, farklı toplulaştırma düzeyleri kullanılarak temsil edilebilmektedir. Bu toplulaştırma düzeyleri, mikro ve makro düzey olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Mikro düzeyde, ulaşırma ağında yolculuk yapan her ferdin yolculuğunun detayları (başlangıç noktası, bitiş noktası, yolculuk zamanı vs.) tanımlanmaktadır. Makro düzey ise ulaşırma ağındaki tüm yolcular tarafından sağlanan toplam yolculuk sayısı, toplam harcanan zaman gibi toplulaştırılmış bilgileri içermektedir. Entropi modellerinde, yolculuk detayları konusunda mikro düzeyde yapılan tanımlamalara en uygun (B-S) matrisi tahmin edilmeye çalışılmaktadır. Entropi fonksiyonu $E(T)$, eşitlik (2.4)’te gösterilmiştir [10,11].

$$E(T) = \frac{(\sum_{i,j} T_{ij})!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \quad (2.4)$$

En uygun (B-S) matrisi, (2.4) no'lu denklemin maksimize edilmesi sonucu elde edilmektedir. Maksimize işleminde dikkate alınacak kısıt denklemleri eşitlik (2.5)'te verilmiştir.

$$V_a = \sum_{ij} T_{ij} \cdot p_{ij}^a, \quad T_{ij} \geq 0 \quad (2.5)$$

(2.4) no'lu eşitliğin her iki tarafının logaritması alınırsa (2.6) no'lu denklem elde edilir.

$$\log E = \log(\sum_{i,j} T_{ij})! - \sum_{i,j} \log T_{ij}! \quad (2.6)$$

$$\log(x!) = x \log x - x \quad (2.7)$$

(2.7) no'lu eşitlikteki Stirling yaklaşımının, (2.6) no'lu denkleme uygulanması sonucu (2.8) no'lu denklem bulunur [12].

$$\log E = \log(\sum_{i,j} T_{ij})! - \sum_{i,j} (T_{ij} \log T_{ij} - T_{ij}) \quad (2.8)$$

(2.8) no'lu denklemde, eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim sabit bir terimdir. Bu terim maksimizasyon problemi olduğu için ihmal edilirse (2.9) no'lu denklem ortaya çıkmaktadır. Bu denklemin maksimizasyonunda kullanılacak kısıt denklemleri ise (2.5) no'lu eşitlikte verilmiştir.

$$\max E(T_{ij}) = - \sum_{i,j} (T_{ij} \log T_{ij} - T_{ij}) \quad (2.9)$$

Başlangıç bilgilerinin (ilkel matris) mümkün olması durumunda bu eşitlik aşağıdaki gibi genişletilebilir [13,14,15,16].

$$\max E(T_{ij}) = - \sum_{i,j} (T_{ij} \log(T_{ij} / t_{ij}) - T_{ij}) \quad (2.10)$$

Tıkanıklık etkisinin olması durumunda ise, atama şekli değişeceğinden linklerdeki maliyeti gösteren kısıt ifadelerinin eklenmesi gereklidir.

2.4.1.2 Kombine Modeller

Bu tür modellerde, yolculuk dağıtımı, türel ayırım, yolculuk atama, ve çekim modeli gibi modeller birlikte kullanılmaktadır. Birleştirilmiş model parametrelerinin belirlenmesi sonucunda (B-S) matrisi tahmin edilmektedir. Atama şekline, geniş ölçekli ağlara uygulanıp uygulanmamasına, ilkel matris ve bütün linklerdeki trafik sayım değerlerine gereksinim duyulup duymamasına göre sınıflandırılmaktadır [16,17,18,19].

2.4.2 İstatistiksel Sonuç Çıkarma Yaklaşımları

İstatistiksel sonuç çıkarma yaklaşımlarında ise, trafik akımlarının ve ilkel matrisin, bazı olasılık dağılımları tarafından üretildiği kabul edilir. (B-S) matrisi, olasılık dağılımlarının, parametrelerinin tahmini yoluyla elde edilmektedir. Bu yaklaşımlarda ilkel matris, örnek ölçmeler tarafından elde edilmektedir [7].

İstatistiksel yaklaşımlar, maksimum olasılık (ML), genelleştirilmiş en küçük kareler (GLS) ve Bayesian sonuç çıkarma yaklaşımlarıdır.

2.4.2.1 Maksimum Olasılık (ML) Yöntemi

Yukarıda anlatılan “Entropi Maksimizasyonu” modellerinde ilkel matris, model formülasyonu için gerekli değildir. İkel matris yerine bütün elemanları aynı olan bir matris kullanılabilir. Böyle bir matris kullanılarak tahmin edilen (B-S) matrisi gerçek durumu yansıtmada başarısız olmaktadır. (B-S) matrisinin, ağ üzerine atanması sonucunda bulunan link hacimleri ile gözlenen link hacim değerleri birbirine yakın bulunması mümkündür. Fakat, buna karşılık ilkel matris içerisindeki her (B-S) çiftine aynı oranda değer verildiği ve model bu değerler üzerinde düzenlemeler yaparak (B-S) matrisini tahmin ettiği için bulunan matris ile gerçek değerler arasında büyük sapmalar ortaya çıkmaktadır. Bu durumu ortadan kaldırmak ve gerçeğe daha yakın bir (B-S) matrisi tahmin etmek amacıyla “Maksimum Olasılık” yöntemi geliştirilmiştir [20,21,22].

Bu yöntemde, ilkel matris isteğe bağlı olarak belirlenmemektedir. Model formülasyonu için, gerekli bir kısım olarak ele alınmaktadır. İkel matris, her (B-S) çifti için örnekleme yoluyla bulunmaktadır. İkel matrisin elemanlarının, rastgele

değişkenler grubunun gözlemleri olarak elde edildiği ve $\rho_{ij} \cdot T_{ij}$ ortalama ile bağımsız Poisson dağılımına uyduğu kabul edilmektedir. Buradaki ρ_{ij} katsayısı, gözlenen kümedeki dalgalanmayı yansıtmak için kullanılan örnekleme faktörüdür [23].

Maksimum olasılık yaklaşımı, tahmin edilen (B-S) matrisine bağlı olarak, gözlenmiş trafik sayımları ve ilkel matrisin gözlem olasılığını maksimize etmektedir [24].

Yukarıda anlatılan, ilkel matris elemanlarının, $(\rho_{ij} \cdot T_{ij})$ ortalaması ile bağımsız Poisson sürecinin bir gözlemi olarak, elde edildiği kabul edilirse, gözlenen t_{ij} 'nin olasılığı, eşitlik (2.11)'da gösterilmiştir [11].

$$\text{Olasılık } [Poisson(\rho_{ij} T_{ij}) = t_{ij}] = \frac{(\rho_{ij} T_{ij})^{t_{ij}} \cdot e^{-\rho_{ij} T_{ij}}}{t_{ij}!} \quad (2.11)$$

Burada;

ρ_{ij} = Örnekleme faktörü,

olup gözlenen t_{ij} 'nin birleşik olasılığı ise eşitlik (2.12)'de gösterilmiştir.

$$\text{Olasılık } [\{t_{ij}\}] = \prod_{i,j} \text{Olasılık } [t_{ij}] = \prod_{i,j} \frac{(\rho_{ij} T_{ij})^{t_{ij}} \cdot e^{-\rho_{ij} T_{ij}}}{t_{ij}!} \quad (2.12)$$

Bu (2.12) no'lu denkleme maksimum olasılık tahmin tekniklerinin uygulanmasıyla, eşitlik (2.5)'teki kısıt denklemlerini sağlayan ve gözlenen t_{ij} 'leri maksimum olasılıkla tutturun bir (B-S) matrisi bulunmuş olacaktır.

Eşitlik (2.12)'deki olasılık denklemine, logaritma yerleştirilmesi ve “ $0 \cdot \log 0 = 0$ ” dönüşümünün uygulanması sonucunda maksimum olasılık modeli aşağıdaki gibi yazılabilir [15].

$$\text{Max} \sum_{i,j} (t_{ij} \log(\rho_{ij} T_{ij}) - \rho_{ij} T_{ij} - \log t_{ij}!) \quad (2.13)$$

Bu denklem, logaritmanın toplam şekline ayrılması ve sabit terimlerin ihmal edilmesiyle (2.14) no'lu denklem haline dönüşür.

$$\text{Min} \sum_{i,j} (\rho_{ij} T_{ij} - t_{ij} \log T_{ij}) \quad (2.14)$$

2.4.2.2 Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi

Bu yöntemde, ilkel matrisin, tahmin edilen (B-S) matrisinden elde edildiği kabul edilmektedir. (B-S) matrisine, hata teriminin (η) ilave edilmesi ile ilkel matris bulunmaktadır. Yine aynı şekilde, tahmin edilen link akımlarına hata teriminin (ε) ilave edilmesiyle de gözlenen link hacimleri elde edilmektedir. Bu durum, eşitlik (2.15)'te gösterilmiştir [25,26,27].

$$\begin{aligned} t &= T + \eta \\ v &= V(T) + \varepsilon \end{aligned} \tag{2.15}$$

Burada;

$\eta = t$ ve T ile ilişkili hata,

ε = gözlenen trafik sayımları (v) ve tahmin edilen trafik sayımları $V(T)$ ile ilişkili hata

terimidir. Genelleştirilmiş en küçük kareler yönteminde, (2.15) no'lu eşitlikteki, hata terimlerinin (η, ε) bulunması için, hiçbir dağıtımsal kabule ihtiyaç duyulmamaktadır. Yalnızca, yayılım matrislerinin varlığına gereksinim vardır. Stokastik değişkenin varyansının genelleştirilmiş haline yayılım matrisi, kovaryans matrisi ya da varyans-kovaryans matrisi denilmektedir. Yayılım matrislerinin olmadığı durumlarda, sıklıkla köşegen elemanları “1” olan matrisler kullanılmaktadır. Yayılım matrislerinin doğruluğu arttıkça, daha gerçekçi bir (B-S) matrisi tahmini yapılabilmektedir. Dağılımsal kabullerin bağımsızlığı, bu model yaklaşımının önemli bir avantajıdır. Buna karşılık, gözlenen link hacimlerindeki hatalar ve ilkel matris bilgisinin yetersiz olması, modeli olumsuz olarak etkilemektedir. Yayılım matrisleri Z ve W ile gösterilmiştir. Bu iki yayılım matrisi ve diğer parametrelerin kullanılmasıyla, problem formüle edilmektedir. Maksimum olasılık yaklaşımında olduğu gibi, burada da ilkel matris ve gözlenen link hacimleri birbirinden bağımsızdır. Eğer ilkel matris (t), varyans-kovaryans matrisi Z ve trafik sayımlarının yayılım matrisi W ile bir hataya sahipse, genelleştirilmiş en küçük kareler modeli aşağıdaki ifadenin çözümü sonucunda elde edilir [28,29,30].

$$\min \frac{1}{2}(t-T)'Z^{-1}(t-T) + \frac{1}{2}(v-V(T))'W^{-1}(v-V(T)) \quad (2.16)$$

$$T_{ij} \geq 0$$

Burada;

Z = İlkel matrise ait varyans-kovaryans matrisi,

W = Trafik sayımlarının yayılım matrisidir.

Tahmin edilen (B-S) matrisi, negatif olamama kısıtı ile sınırlandırılmak zorundadır. Genelleştirilmiş en küçük kareler yaklaşımının önemli bir özelliği de, bilginin iki kaynağını (gözlenen trafik sayımlarını ve ilkel matris) birleştirmesidir. Örnek olarak, herhangi bir dağılım matrisi sıfıra doğru yaklaşırken, bu matrisin tersi çok büyümektedir. Böylece, gözlenen trafik sayımları ve ilkel matris bilgilerine hangi oranda güvenileceği belirlenmiş olmaktadır [31,32,33].

Eğer, trafik sayımlarının ve ilkel matrisin çok değişkenli normal dağılıma uyduğu kabul edilirse, genelleştirilmiş en küçük kareler modeli maksimum olasılık modeline dönüşmektedir. Aynı sonuç, ilkel matris ve trafik hacimlerinin dağılımının, çok değişkenli normal dağılıma uyduğu kabulü altında, Bayesian sonuç çıkarma yaklaşımı kullanarak da üretilebilir [34,35].

2.4.2.3 Bayesian Sonuç Çıkarma Yaklaşımı

Bu yaklaşımda, ilkel matris, (B-S) matrisi (T)'nin bir başlangıç olasılık fonksiyonudur $Olasılık(T)$. Eğer, gözlenen trafik sayımları $L(v|T)$ olasılığıyla, T hakkındaki bilginin başka bir kaynağı olarak düşünülürse, Bayes teoremi kullanılarak, bu iki bilgi kaynağı birleştirilebilir. Böylece, gözlenen trafik sayımlarına bağlı olarak, T 'nin olasılığı $f(T|v)$ için ;

$$f(T|v) \approx L(v|T).Olasılık(T) \quad (2.17)$$

yazılabilir. Bu eşitliğin ilk terimi, gözlenen trafik sayımlarıdır. Bunların genellikle, çok değişkenli normal ya da Poisson olasılık dağılımına uydukları kabul edilmektedir. İkinci terim olan olasılık fonksiyonu ($Olasılık(T)$) için ise, çok terimli dağılım kabulü yapılmaktadır [36,37,38].

2.4.3 Gradyan Temelli Çözüm Teknikleri

Tıkanıklık etkisi altındaki, ulaştırma ağları için genel optimizasyon tekniğidir. Bu yöntem, (B-S) matrisi tahmini için, denge ataması durumunda ortaya çıkan problemleri çözmek için kullanılmaktadır. Gradyan temelli çözüm tekniklerinde, (B-S) matrisi tahmin problemi için, ilk çözüm olarak ilkel matris alınmaktadır. İlkel matris, trafik sayımlarını yeniden üretecek şekilde ayarlanmakta ve değiştirilmektedir [39,40,41,42].

3. TÜRKİYE ŞEHİRLERARASI OTOBÜS TAŞIMACILIĞI İÇİN (B-S) MATRİSİ TAHMİNİNDE KULLANILACAK MODELLER

Bu bölümde, Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için kullanılacak (B-S) matrisi tahmin modelleri açıklanmaktadır. Ayrıca, bu modeller tarafından gereksinim duyulan, link ağırlık matrislerinin bulunması için iki tane model önerilmektedir. İlkel matris belirlenmesi ile ilgili çalışmalar, bir sonraki bölümde anlatılacaktır.

Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için tıkanıklık etkisi yoktur. İlkel matris olarak kullanılabilecek bir matris de mevcut değildir. Bunlara ek olarak, geniş ulaştırma ağlarına kolay uygulanması ve algoritma yazım kolaylığı açısından “En Küçük Kareler” ve “En Küçük Rölatif Hatalar” modellerinin, Türkiye ulaştırma ağına uygulanmasına karar verilmiştir.

3.1 En Küçük Kareler (B-S) Matrisi Tahmin Modeli

En küçük kareler (B-S) matrisi tahmin modeli, (B-S) talebinin tahmini için, gözlenen ve tahmin edilen link akım farklarının karelerini minimize etmeyi amaçlamaktadır. Bu modeli çözmek için, Gauss-Seidel ve Jacobi çözüm tekniklerini temel alan, bir ardışık çözüm algoritması önerilmektedir [6].

Bu yöntemde, tahmin edilen (B-S) matrisinin, ağ üzerine atanması sonucunda, bulunan link akımları ile gözlenen link hacimleri arasındaki farkların azaltılmasına çalışılmaktadır. Bu farkların karelerinin minimize edilmesi amaçlanarak, matematik ifade türetilmektedir. Böylece, çok fazla çözümün var olduğu ve hiçbir başlangıç bilgisinin bulunmadığı durumda, seçilen çözümün en uygun çözüme yaklaşması sağlanmış olmaktadır.

En küçük kareler modelinde, amaç fonksiyonu konveks ve ayrıştırılabilir bir yapıdadır. Bu nedenle, amaç fonksiyonunu bilinmeyen (B-S) talepleri (T_{ij})’ne göre, kısmi türevinin hesaplanmasıyla, normal eşitlikler şekline dönüştürülmektedir. Buradan elde edilen doğrusal denklem sistemlerini sağlayan (B-S) çözümü ya da çözümleri, amaç fonksiyonunu minimize etmektedir [6].

3.1.1 Matematik Model

Birçok örnekte, en küçük eğilimli tahmin ediciler, hataların karelerini minimize etmeyi amaçlamaktadırlar. Bu, en küçük kareler regresyonunun temelidir. Burada da, gözlenen ve tahmin edilen link akım farklarının karelerinin toplamı, (B-S) matrisi tahmin modelinin amaç fonksiyonu olarak kullanılmaktadır [42,43].

Matematik modelin oluşturulma aşamasında önce, link akımları için hata fonksiyonu tanımlanmaktadır. Bu fonksiyon, gözlenen ve tahmin edilen link akımlarının farklarının, karelerinin toplamı şeklinde eşitlik (3.1)'de gösterilmektedir.

Burada amaç, hata fonksiyonunu minimize eden çözüm grubunun belirlenmesidir. Yukarıda anlatıldığı gibi, hata fonksiyonu, konveks (içbükey) bir fonksiyondur. Bu nedenle, bu fonksiyonun, her bir (B-S) talebi (T_{ij})'ye göre kısmi türevinin hesaplanmasıyla, normal denklem sistemlerinin üretilmesi mümkündür. Fonksiyon minimize edileceği için, üretilen her bir denklemin sonucu sıfıra eşitlenir. Bu durum, eşitlik (3.2)'de gösterilmektedir [44].

(3.3) no'lu denklemde, tahmin edilen V_a akımı, bilinmeyen (B-S) talepleri ve link ağırlık matrislerine bağlı olarak ifade edilmektedir. Her bir (B-S) talebi, denklem (3.3)'te bir kereden fazla bulunmamaktadır. Bu nedenle, bilinmeyen (B-S) taleplerine göre V_a 'nın kısmi türevi alındığında, talebin a linki üzerindeki dağılımı bulunmaktadır. Yani, i başlangıç noktasından, j varış noktasına giden araçların, a linkini tercih olasılığı, elde edilmektedir. Eşitlik (3.4)'te gösterilmiştir [6].

$$E = \sum_a (V_a - V'_a)^2 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial T_{ij}} = \sum_a \left[2(V_a - V'_a) \frac{\partial V_a}{\partial T_{ij}} \right] = 0, \forall_{ij} \quad (3.2)$$

$$V_a = \sum_{ij} (T_{ij} p_{ij}^a) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial V_a}{\partial T_{ij}} = p_{ij}^a \quad (3.4)$$

Burada;

a = Link numarası

V_a = a linki üzerindeki tahmin edilen akım, (ta/sa)

V'_a = a linki üzerindeki gözlenen akım, (ta/sa)

E = Hata fonksiyonu,

p_{ij}^a = i başlangıç noktasından, j varış noktasına, giden araçların a linkini tercih olasılığı,

T_{ij} = i başlangıç ve j varış noktası arasındaki tahmin edilen talep. (ta/sa)

(3.4) ve (3.3) no'lu denklemler (3.2)'de yerine yazılırsa, denklem (3.5a) elde edilir. Bilinmeyen (B-S) taleplerinin sayısı, gözlenen link hacimlerinin sayısından fazladır. Bu nedenle, denklem sistemini sağlayan, tek bir çözümün varlığı, garanti edilemez [45,46,47,48].

(3.5a) no'lu denklemde, i başlangıç ve j varış noktası arasındaki, herhangi bir güzergahın parçası olmayan, bir a linki düşünülelim. Bu durumda, ($p_{ij}^a = 0$) olduğu ve toplama hiçbir katkının olmadığı görülmektedir. Bu yüzden, ($p_{ij}^a \neq 0$) olduğu, i başlangıç ve j varış noktası arasındaki, bir güzergahı oluşturan linklerin (r) kullanılması, denklemi basitleştirecektir. Bu linklerden geçen toplamalar alındığında, (3.5a) no'lu denklem, (3.5b) no'lu denklem şekline dönüşmektedir.

En küçük kareler modeli, denklem (3.6)'daki doğrusal denklem sistemini sağlayan, bilinmeyen (B-S) taleplerinin grubu olarak, formüle edilmektedir. Bu doğrusal kısıtlar sistemi, gözlenen ve tahmin edilen akımlar arasında, tam uyuşmaya gereksinim duymamaktadır. Bu durum, modelin gerçek ağlar üzerine doğrudan uygulanmasına izin vermektedir [6].

$$\frac{\partial E}{\partial T_{ij}} = \sum_a \left[2 \left(\sum_{ij} (T_{ij} p_{ij}^a) - V'_a \right) p_{ij}^a \right] = 0, \quad \forall_{ij} \quad (3.5a)$$

$$\frac{\partial E}{\partial T_{ij}} = \sum_r \left[\left(\sum_{ij} (T_{ij} p_{ij}^r) - V'_r \right) p_{ij}^r \right] = 0, \quad \forall_{ij} \quad (3.5b)$$

$$\sum_r \left[\left(\sum_{ij} (T_{ij} p_{ij}^r) - V'_r \right) p_{ij}^r \right] = 0, \quad \forall_{ij} \quad (3.6)$$

Burada ;

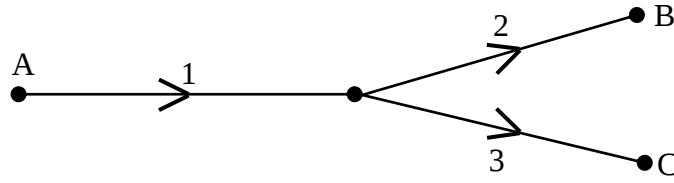
$r = i$ ve j noktaları arasındaki bir güzergah üzerindeki linkler,

$V_r = r$ linki üzerindeki tahmin edilen akım, (ta/sa)

$V'_r = r$ linki üzerindeki gözlenen akım, (ta/sa)

$p_{ij}^r = i$ başlangıç noktasından j varış noktasına giden araçların r linkini tercih olasılığı.

3.1.2 Modelin Link Akım Devamlılığı Sağlanan Ulaştırma Ağına Uygulaması



Şekil 3.1 Üç linke sahip ulaştırma ağı

Şekil 3.1’de gösterilen, üç linke sahip basit bir örnek ağ kullanarak, denklem (3.6)’da verilen denklem sistemlerinin çözümünü gösterelim.

Şekilde, A, B ve C olmak üzere, üç tane düğüm noktası vardır. 1, 2 ve 3 numaralı linkler, bu düğüm noktalarını birbirine bağlamaktadır. Linkler üzerindeki oklar, akımın yönünü göstermektedir. Bilinmeyen (B-S) talepleri T_{AB} ve T_{AC} olmaktadır. T_{AB} talebi, 1 ve 2 linklerini, T_{AC} talebi ise 1 ve 3 linklerini kullanmaktadır. Alternatif güzergah olmadığı için, bu linklerin tercih olasılıkları $p_{ij}^r=1$ olacaktır.

(3.6) no’lu denklemin, bu örneğe uygulanması sonucu, (3.7a) ve (3.7b) no’lu denklemleri elde edilmektedir. (3.7a) no’lu denklem, 1.güzergah (1 ve 2 no’lu linkleri kapsayan) için, denklem (3.7b) ise, 2.güzergah (1 ve 3 no’lu linkleri kapsayan) için yazılmıştır.

$$(T_{AB} + T_{AC} - V'_1) + (T_{AB} - V'_2) = 0 \quad (3.7a)$$

$$(T_{AB} + T_{AC} - V'_1) + (T_{AC} - V'_3) = 0 \quad (3.7b)$$

Bu iki denklemin cebirsel olarak çözümü sonucunda; T_{AB} ve T_{AC} (B-S) talepleri için, aşağıdaki denklemler bulunmuştur.

$$T_{AB} = T_{AC} - V_3' + V_2' \quad (3.8)$$

$$T_{AC} = (2V_3' + V_1' - V_2') / 3 \quad (3.9)$$

Bu örnekte, çoklu güzergah durumu bulunmamaktadır. İki düğüm noktası arasında tercih edilebilecek, yalnızca bir tane güzergah mevcuttur. Link akım devamlılığı sağlandığında, doğru (B-S) matrisini belirlemek çok kolaydır. Örnek olarak, eğer gözlenen link akımları $V_1'=50$ ta/sa, $V_2'=20$ ta/sa ve $V_3'=30$ ta/sa ise, bilinmeyen taleplerin $T_{AB} = 20$ ta/sa ve $T_{AC} = 30$ ta/sa olacağı gözükmemektedir. Burada, $V_1' = V_2' + V_3'$ olduğundan, link akım devamlılığı sağlandığı görülmektedir. Cebirsel olarak çözüm, aşağıda gösterilmiştir.

$$T_{AC} = (2.30+50-20)/3 = 30 \text{ ta/sa}$$

$$T_{AB} = 30-30+20 = 20 \text{ ta/sa}$$

3.1.3 Modelin Link Akım Devamlılığı Sağlanmayan Ulaştırma Ağına Uygulanması

Eğer, Şekil 3.1'deki, gözlenen link akımlarının $V_1'=50$ ta/sa, $V_2'=35$ ta/sa ve $V_3'=30$ ta/sa olduğunu düşünürsek, link akım devamlılığının, sağlanmadığı görülmektedir ($V_1' \neq V_2' + V_3'$). Bu durumda, bilinmeyen (B-S) taleplerinin, ilk bakışta belirlenmesi zor olmaktadır. Cebirsel olarak çözüm aşağıdadır.

$$T_{AC} = (2.30+50-35)/3 = 25 \text{ ta/sa}$$

$$T_{AB} = 25-30+35 = 30 \text{ ta/sa}$$

Hesaplanan (B-S) taleplerinin, yol ağı üzerine atanması sonucunda, tahmin edilen link akımları, $V_1=30+25=55$ ta/sa, $V_2=30$ ta/sa ve $V_3=25$ ta/sa olarak bulunmaktadır. Buna karşılık, gözlenen link hacimleri ise, $V_1'=50$ ta/sa, $V_2'=20$ ta/sa ve $V_3'=30$ ta/sa olarak verildiğinden, Tablo 3.1'de de gösterildiği gibi, akım devamlılığının

sağlanmadığı durumda, belirli bir hata ile, link akımları tahmin edilmektedir. Hatanın belirlenmesinde, eşitlik (3.1)'deki hata fonksiyonu kullanılmaktadır.

Tablo 3.1 $T_{AC}=25$ ta/sa ve $T_{AB}=30$ ta/sa (B-S) çözümleri için hata hesabı

a	V_a (ta/sa)	V'_a (ta/sa)	$(V_a - V'_a)^2$ (ta/sa) ²
1	(30+25)	50	25
2	30	35	25
3	25	30	25
		$E = \sum_a (V_a - V'_a)^2$	75

$T_{AC}=25$ ta/sa ve $T_{AB}=30$ ta/sa (B-S) çözümleri için, minimum hata değeri 75 (ta/sa)² olarak hesaplanmıştır. Gözlenen ve tahmin edilen link akımları arasındaki hatanın, minimum olup olmadığının kontrol edilmesi gereklidir. Bunun için, $T_{AC}=25$ ta/sa ve $T_{AB}=30$ ta/sa (B-S) çözümleri civarındaki, diğer (B-S) çözümleri için de, akım hataları hesaplanmış ve Tablo 3.2'de gösterilmiştir.

Tablo 3.2 Analitik çözüm civarındaki bütün muhtemel (B-S) çözümleri için link akım hataları (ta/sa)²

A ve C arasındaki talep T_{AC} (ta/sa)	A ve B arasındaki talep T_{AB} (ta/sa)										
	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
20	225	197	173	153	137	125	117	113	113	117	125
21	197	171	149	131	117	107	101	99	101	107	117
22	173	149	129	113	101	93	89	89	93	101	113
23	153	131	113	99	89	83	81	83	89	99	113
24	137	117	101	89	81	77	77	81	89	101	117
25	125	107	93	83	77	75	77	83	93	107	125
26	117	101	89	81	77	77	81	89	101	117	137
27	113	99	89	83	81	83	89	99	113	131	153
28	113	101	93	89	89	93	101	113	129	149	173
29	117	107	101	99	101	107	117	131	149	171	197
30	125	117	113	113	117	125	137	153	173	197	225
31	137	131	129	131	137	147	161	179	201	227	257

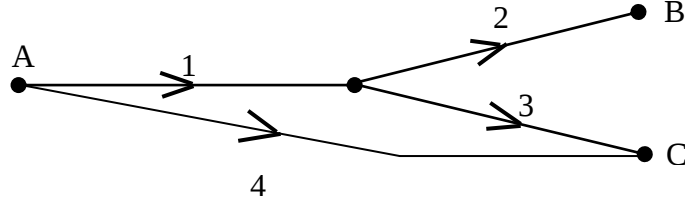
Yukarıda olduğu gibi, eşitlik (3.1)'deki hata fonksiyonu kullanılmıştır. (B-S) çözümleri için, akım hatalarının hesabı, Tablo 3.1'deki gibi yapılmıştır.

Tablo 3.2 incelendiğinde, muhtemel (B-S) tahminleri içerisinde, en küçük hata ile tahminin, analitik çözümle elde edilen tahmin değerleri, olduğu görülmektedir.

Tabloda, $E=75 \text{ (ta/sa)}^2$ değeri, diğer tahmin değerlerinden daha küçüktür. Bununla beraber, link akım devamlılığı sağlanmadığı için $E=0$ olamamaktadır.

3.1.4 Modelin Çok Güzergahlı Ulaştırma Ağına Uygulanması

İki düğüm noktası arasında, birden fazla güzergah olduğu bir durumda, basit bir örnek için, kısıtların uygunluğunu gösterelim. Şekil 3.2'deki gibi, başlangıç bölgesi A ve varış bölgesi C arasında, iki güzergahın bulunduğu bir ağ düşünelim.



Şekil 3.2 Başlangıç ve varış bölgeleri arasında çoklu güzergahların gösterildiği dört linke sahip ulaşım ağı

Şekil 3.2 incelendiğinde, Şekil 3.1'deki gibi iki tane (B-S) talebi olduğu görülmektedir. Bunlar, A düğümünden, B düğümüne olan talep (T_{AB}) ve A düğümünden, C düğümüne olan taleplerdir (T_{AC}). Şekil 3.1'den farklı olarak, A ve C düğümleri arasında, taşıtlar tarafından tercih edilebilecek, iki tane güzergah bulunmaktadır. 1. güzergah, 1 ve 3 no'lu linkleri, 2. güzergah ise, 4 no'lu linki kullanmaktadır. Bu nedenle, T_{AC} talebi için, $0 < p_{AC}^r < 1$ olmak zorundadır. Tek güzergaha sahip T_{AB} talebi için ise $p_{AB}^r = 1$ 'dir.

Denklem (3.6)'nın, bu örnek ağa uygulanması sonucunda, iki tane doğrusal kısıt ifadesi elde edilmektedir. Bunlar, (3.10a) ve (3.10b) denklemlerinde gösterilmiştir.

$$(T_{AB} + T_{AC} \cdot p_{AC}^1 - V_1') + (T_{AB} - V_2') = 0 \quad (3.10a)$$

$$(T_{AB} + T_{AC} \cdot p_{AC}^1 - V_1') + (T_{AC} \cdot p_{AC}^3 - V_3') + (T_{AC} \cdot p_{AC}^4 - V_4') = 0 \quad (3.10b)$$

Cebirsel olarak bu iki denklem takımı çözüldüğünde, T_{AB} ve T_{AC} talepleri için, aşağıdaki ifadeler bulunmaktadır.

$$T_{AB} = \frac{(V_1' + V_2')(p_{AC}^1 + p_{AC}^3 + p_{AC}^4) - p_{AC}^1(V_1' + V_3' + V_4')}{2.(p_{AC}^1 + p_{AC}^3 + p_{AC}^4) - p_{AB}^1 \cdot p_{AC}^1}$$

$$T_{AC} = \frac{V_1' + V_3' + V_4' - T_{AB}}{p_{AC}^1 + p_{AC}^3 + p_{AC}^4}$$

Eğer, gözlenen link akımları, $V_1'=30$ ta/sa, $V_2'=20$ ta/sa, $V_3'=10$ ta/sa ve $V_4'=20$ ta/sa olarak verilirse ve A ve C arasındaki talebin, 2/3'ünün 4 no'lu linki kullandığı kabul edilirse, T_{AB} ve T_{AC} aşağıdaki gibi tahmin edilebilir. Bu durumda, $p_{AC}^3 = p_{AC}^1 = 1/3$, $p_{AC}^4 = 2/3$ ve $p_{AB}^1 = p_{AB}^2 = 1$ olmaktadır.

$$T_{AB} = \frac{(30+20)\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{3}(30+10+20)}{2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) - \left(1 \cdot \frac{1}{3}\right)} = 20ta / sa$$

$$T_{AC} = (30+10+20-20) / \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) = 30ta / sa$$

Kısıtlar sistemi, analitik olarak çözüldüğü için, çözüm alanı sadece tek çözüm içermektedir [9].

Tahmin edilen (B-S) taleplerinin, ağ üzerine atanması sonucunda, link akımları $V_1 = V_2 + V_3 = 30$ ta/sa, $V_2 = T_{AB} \cdot p_{AB}^2 = 20$ ta/sa, $V_3 = T_{AC} \cdot p_{AC}^3 = 10$ ta/sa ve $V_4 = T_{AC} \cdot p_{AC}^4 = 20$ ta/sa olarak bulunur. Bu değerlerin, gözlenen link hacimleri ile aynı olduğu görülmektedir. Link akım devamlılığı sağlandığı için, gözlenen hacimler hatasız olarak, tahmin edilmiştir.

3.1.5 Negatif Talep Tahminleri

En küçük kareler modelinde, eşitlik (3.6)'da önerilen kısıtlar kullanılarak, (B-S) çözümlerinin, negatif olarak tahmin edilmesi de mümkündür. Bu durum, Şekil 3.1'deki, üç linke sahip ağ üzerinde gösterilecektir.

Şekil 3.1’de, gözlenen link hacimleri $V_1' = 15$ ta/sa, $V_2' = 10$ ta/sa ve $V_3' = 50$ ta/sa olarak verilmiş olsun. Bu durumda, $V_1' \neq V_2' + V_3'$ olduğundan, link akım devamlılığı bulunmamaktadır.

Verilen link hacimlerinin, eşitlik 3.8 ve 3.9’da yerine yazılmasıyla, (B-S) talepleri aşağıdaki gibi tahmin edilmektedir.

$$T_{AC} = (2.V_3' + V_1' - V_2') / 3 = (2.50 + 15 - 10) / 3 = 35ta / sa$$

$$T_{AB} = T_{AC} - V_3' + V_2' = 35 - 50 + 10 = -5ta / sa$$

Bu talep tahminlerinin, ağ üzerine atanmasıyla linklerdeki akımlar;

$$V_1 = T_{AB} \cdot p_{AB}^1 + T_{AC} \cdot p_{AC}^1 = -5.1 + 35.1 = 30ta / sa$$

$$V_2 = T_{AB} \cdot p_{AB}^2 = -5.1 = -5ta / sa$$

$$V_3 = T_{AC} \cdot p_{AC}^3 = 35.1 = 35ta / sa$$

olarak bulunur. Eşitlik (3.1) yardımıyla akım hataları hesaplandığında;

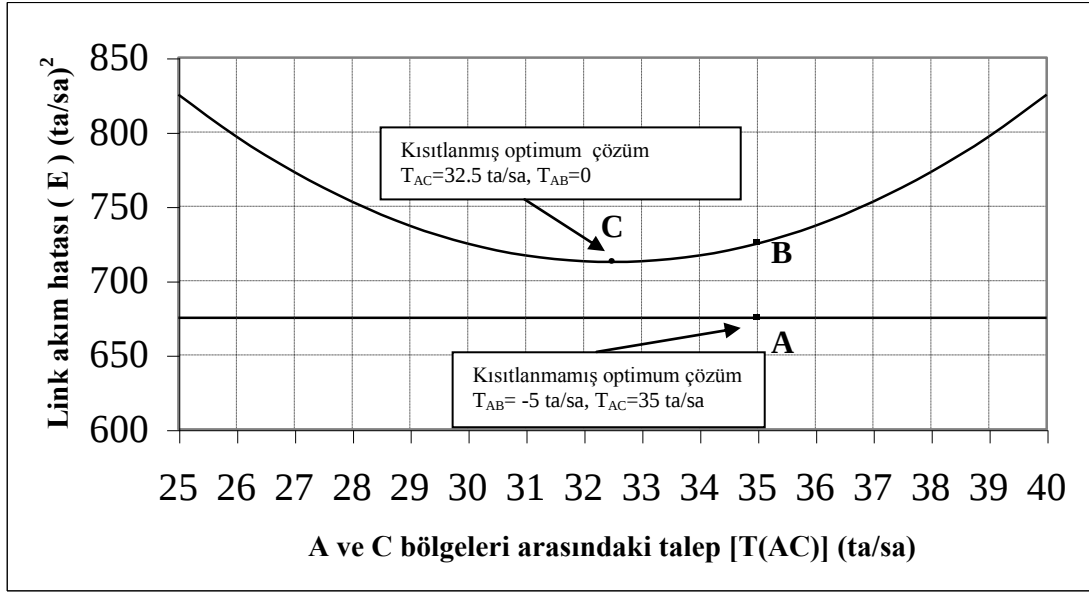
$$E = (30 - 15)^2 + (-5 - 10)^2 + (35 - 50)^2 = 675(ta / sa)^2$$

elde edilmektedir. Bu değer, minimum hata değeridir. Buna karşılık, T_{AB} talebi, negatif olarak tahmin edilmiştir. Negatif tahmin edilen (B-S) taleplerinin, sıfır olarak kabul edilmesi mümkündür. Bu teknik, diğer araştırmacılar tarafından da kullanılmıştır [20].

Bu örnek için, negatif olarak tahmin edilen (B-S) taleplerini, sıfır kabul etmenin etkisi Şekil 3.3’te verilmektedir. Şekilde, yatay eksen, A ile C arasındaki talep (T_{AC}), dikey eksen ise, akım hatası gösterilmiştir.

A noktası, negatif taleplerin olduğu gibi alınarak, bulunan hatayı göstermektedir. Yukarıda hesaplandığı gibi, hata değeri $E = 675(ta / sa)^2$ ’dir. Bu nokta, negatif taleplere izin verildiği için, kısıtlanmamış durumu temsil etmektedir.

B noktası, kısıtlanmamış çözümdeki, bütün negatif değerler sıfır olarak kabul edildiği durumda, elde edilen çözümü yansıtmaktadır. Örnekte, negatif olarak tahmin edilen, T_{AB} talebi sıfır olarak kabul edilmesiyle, linklerdeki akımlar, aşağıda bulunmuştur.



Şekil 3.3 Çözümün optimalliği üzerinde akım durumunun etkisi

$$V_1 = 0 + 35 = 35 \text{ ta} / \text{sa}$$

$$V_2 = 0 \text{ ta} / \text{sa}$$

$$V_3 = 35 \text{ ta} / \text{sa}$$

(3.1) no'lu denklem kullanılarak, bu link akımları için, bulunan hata değeri;

$$E = (35 - 15)^2 + (0 - 10)^2 + (35 - 50)^2 = 725 (\text{ta} / \text{sa})^2$$

olmaktadır. Şekil 3.3'den açık bir şekilde görülmektedir ki, T_{AB} kısıtlandığından, B noktası optimum çözümü temsil etmemektedir.

Kısıtlanmış optimum çözüm, C noktası ile gösterilmiştir. $T_{AC} = 32.5 \text{ ta} / \text{sa}$ ve $T_{AB} = 0 \text{ ta} / \text{sa}$ alındığında, optimum çözüme ulaşılmaktadır. Bu taleplerin, ağ üzerine atanmasıyla link akımları;

$$V_1 = 0 + 32.5 = 32.5 \text{ ta} / \text{sa}$$

$$V_2 = 0 \text{ ta} / \text{sa}$$

$$V_3 = 32.5 \text{ ta} / \text{sa}$$

olarak bulunmaktadır. Bu noktadaki link akım hatası ise;

$$E = (32.5 - 15)^2 + (0 - 10)^2 + (32.5 - 50)^2 = 712.5 (\text{ta} / \text{sa})^2$$

olarak hesaplanır.

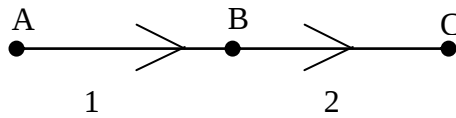
Denklem (3.6)'daki, en küçük kareler formülasyonunun içerisinde, negatif olamama kısıtlarının ilave edilmesi gerekmektedir. Bu kısıtların ilave edilmesiyle eşitlik (3.11) elde edilmektedir. Bununla beraber, yukarıdaki hesaplamalar ve Şekil 3.3'ten de anlaşılacağı üzere, modifiye edilmiş formülasyon için, cebirsel çözüm formunun ortaya çıkarılması oldukça zordur. Bunun için, ardışık bir çözüm yöntemi kullanılacaktır [6].

$$\sum_r \left[\left(\sum_{ij} (T_{ij} p_{ij}^r) - V_r' \right) p_{ij}^r \right] = 0 \forall_{ij} \quad (3.11)$$

$$T_{ij} \geq 0 \forall_{ij}$$

3.1.6 Birçok Çözüm Varolduğunda Bir Çözümün Seçilmesi

Yukarıda anlatıldığı gibi, en küçük kareler modeli, link akım farklarının karelerinin minimize edilmesini amaçlamaktadır. Teorik olarak, bu hataları minimize eden, birden fazla çözüm olması mümkündür. Burada önemli olan, bu çözümlerin içerisinde bir tanesinin, model tarafından nasıl seçileceğidir. Buna ek olarak, seçilen çözümün, en uygun çözüm olması gereklidir. Yani, (B-S) taleplerinin, ağ üzerine atanmasıyla, elde edilen link akımları ile gözlenen link hacimleri arasındaki fark, minimum olmalıdır.



Şekil 3.4 İki linke sahip ulaştırma ağı

Problemi göstermek için, Şekil 3.4'teki basit ağın incelenmesi faydalı olacaktır. Bu ağ, iki link ve 3 düğüm noktasından oluşmaktadır. Linklerdeki, gözlenen akımlar, $V_1' = 16$ ta/sa ve $V_2' = 18$ ta/sa olarak verilmektedir. Şekilden de görüleceği üzere, üç tane (B-S) talebi vardır. Bunlar; T_{AB} , T_{AC} ve T_{BC} talepleridir. Bu basit örnekte, en uygun çözüm uzayı, aşağıdaki üç denklemle tanımlanmaktadır. Şekil 3.5'te ise grafik olarak gösterilmektedir.

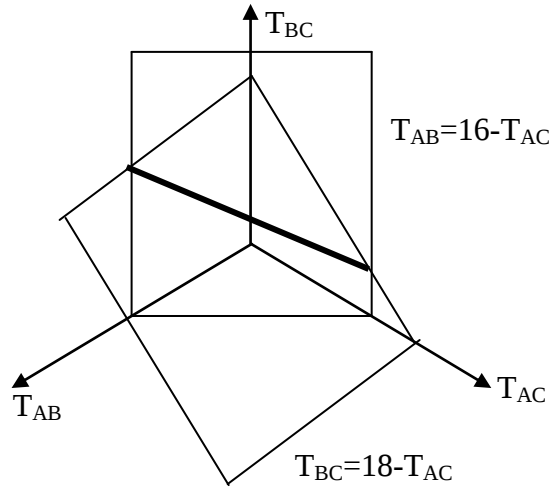
$$T_{AB} + T_{AC} - 16 = 0$$

$$(T_{AB} + T_{AC} - 16) + (T_{BC} + T_{AC} - 18) = 0$$

$$T_{BC} + T_{AC} - 18 = 0$$

Şekil 3.5'te görüldüğü gibi, en uygun çözüm uzayı, iki düzlemin kesişimi ile oluşan doğru tarafından tanımlanmaktadır. Bu doğru üzerinde, birden fazla çözüm bulunmaktadır. Yani, doğru üzerindeki her nokta, bu üç denklemi sağlamaktadır. Modelin, doğru üzerindeki mümkün olan çözümlerden, en uygun olanını seçmesi gereklidir. Ayrıca model, aynı şartlar altında aynı optimum çözümü üretmelidir.

En küçük kareler modeli için, çözüm algoritmaları aşağıda gösterilecektir. Bu algoritmalar sayesinde, modelin birden fazla çözüm olması durumunda, en uygun çözümü seçmesi sağlanmış olmaktadır [6].



Şekil 3.5 İki linke sahip ulaştırma ağı için en uygun (B-S) çözüm uzayının gösterimi

3.1.7 Çözüm Algoritmasının Geliştirilmesi

3.1.7.1 Biçimsel Çözüm

Bir (B-S) tahmin problemi düşünelim. Bu problemde, L tane gözlenmiş link akımı ve N tane de, tahmin edilmek istenen (B-S) talebi olsun. Bu durumda, denklem takımları, eşitlik (3.12a) kullanılarak yazılırlar.

$$V_a' = \sum_a (p_{ij}^a T_{ij}) \quad (3.12a)$$

Bu denklemi, matris formunda yazabilmemiz için; link ağırlık matrisi (p) ve (B-S) talepleri matrisi (T)'nin her ikisinin de, iki boyutlu matrisler haline getirilmesi gereklidir. Bu yüzden, ilk önce (B-S) çiftleri numaralandırılmaktadır. Sonra, T_i i'nci (B-S) çiftini gösterecek şekilde, matris oluşturulmaktadır. (3.12a) denkleminin, matris formunda yazılmış hali eşitlik (3.12b)'de verilmektedir [47,48].

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ M \\ V_L' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^1 & K & p_N^1 \\ M & O & M \\ p_1^L & L & p_N^L \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_1 \\ M \\ T_N \end{bmatrix} \quad (3.12b)$$

veya,

$$V = p.T$$

Burada;

V = Gözlenen link akımları vektörü,

p = Link ağırlık matrisi,

T = (B-S) talepleri vektörü.

Link akım hatalarını minimize eden T değerleri, denklem (3.6)'da sunulan denklem sistemlerinin çözümü yoluyla bulunabilir. Bu denklemler, cebirsel olarak normal denklem sistemlerini temsil ederler. Matris formunda ise, aşağıdaki gibi yazılırlar.

$$p^t (V - pT) = 0 \quad (3.13)$$

Burada;

$$p^t = p \text{ 'nin transpozesi}$$

m satırlı ve n sütunlu bir matrisin transpozesi, n satırlı ve m sütunlu bir matristir. Denklem (3.13) genişletilirse, denklem (3.14) elde edilir [46].

$$p^t V - p^t p T = 0 \quad (3.14)$$

Denklem (3.14)'te, bulunmak istenen (B-S) talep matrisi T 'dir. Bu denklemden T 'yi hesaplamak için, bir matrisin tersinin özelliklerini kullanmak gereklidir. Eğer

bir A matrisinin tersi, A^{-1} olarak gösterilirse, denklem (3.15)'te gösterildiği gibi, bu iki matrisin çarpımı sonucunda, birim matris (I) elde edilmektedir.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I \quad (3.15)$$

Eşitlik (3.14) incelendiğinde, T 'yi yalnız bırakabilmek için, $[p^t p]^{-1}$ ile, eşitliğin her iki tarafının çarpılması gerektiği görülmektedir. Denklem (3.15)'e göre, $[p^t p]^{-1} \cdot [p^t p] = I$ olacağından, (B-S) talep matrisi T 'yi, elde etmek mümkün olmaktadır. Bu durum, eşitlik (3.16)'da gösterilmektedir [45].

$$[p^t p]^{-1} \cdot p^t V - [p^t p]^{-1} p^t p T = 0 \quad (3.16a)$$

$$[p^t p]^{-1} p^t V - I \cdot T = 0 \quad (3.16b)$$

$$T = [p^t p]^{-1} p^t V \quad (3.16c)$$

3.1.7.2 Biçimsel Çözümün Sınırları

Denklem (3.16)'da verilen biçimsel çözüm, yalnız $[p^t p]$ 'nin tersi alınabildiği sürece geçerlidir. $[p^t p]$ 'nin tersinin olması için, iki tane şart gereklidir. Birincisi, $[p^t p]$ matrisinin kare matris olmasıdır. İkinci şart ise, determinantının sıfır olmamasıdır [46].

Birinci şart daima sağlanmaktadır. Çünkü, p matrisi $L \times N$ boyutundaysa, bu matrisin transpozesi olan p^t matrisi, $N \times L$ boyutunda olmak zorundadır. Bu iki matrisin çarpımı $[p^t p]$ sonucunda, her durumda $L \times L$ boyutunda bir kare matris elde edilmektedir.

İkinci şartın ise, genel durumda daima sağlandığı gösterilemez. Bu şartın sağlanması, yani, $[p^t p]$ matrisinin determinantının, sıfır olmaması için, denklem sistemlerinin birbirinden bağımsız olması gerekmektedir. Bu durumu göstermek için, Şekil 3.4'teki, iki linke sahip ulaştırma ağını inceleyelim. Daha önceden de verildiği gibi, bu ağ için, T_{AB} , T_{AC} ve T_{BC} olmak üzere, üç tane (B-S) talebi vardır. Gözlenen link

akımları ise $V_1'=16$ ta/sa ve $V_2'=18$ ta/sa olarak verilmiştir. Bu ulaştırma ağı için, p , p^t , T ve V matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$p = \begin{bmatrix} p_{AB}^1 & p_{AC}^1 & p_{BC}^1 \\ p_{AB}^2 & p_{AC}^2 & p_{BC}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad p^t = \begin{bmatrix} p_{AB}^1 & p_{AC}^1 \\ p_{BC}^1 & p_{BC}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} T_{AB} \\ T_{AC} \\ T_{BC} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Buradan, $[p^t p]$ matris çarpımı ise, aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$p^t p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Yukarıda anlatılan ikinci şartın, sağlanıp sağlanmadığını kontrol etmek için, $[p^t p]$ matrisinin determinantının bulunması gereklidir. $[p^t p]$ matrisinin determinanı, $|p^t p| = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13}$ şeklinde hesaplanmaktadır. Burada kullanılan A_{11} , A_{12} ve A_{13} değerleri, sırasıyla a_{11} , a_{12} ve a_{13} elemanlarının kofaktörüdür. Herhangi bir elemanın kofaktörü, bu elemanın bulunduğu satır ve sütun silinerek elde edilen matrisin, işaretli determinanı alınarak bulunmaktadır. Bu işlem aşağıda gösterilmiştir [47,48].

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}) = (2 \cdot 1) - (1 \cdot 1) = 1$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1 \cdot (1 - 0) = -1$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2 \cdot 0 = 1$$

Bu değerlerin, denklemde yerine yazılması sonucu, $\begin{bmatrix} p^t & p \end{bmatrix}$ matrisinin determinanı, aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$\begin{aligned} |p^t p| &= a_{11}.A_{11} + a_{12}.A_{12} + a_{13}.A_{13} \\ &= (1.1) + (1.(-1)) + (0.1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Determinant sıfıra eşit olduğu için, ikinci şart sağlanmamaktadır. Bu yüzden, $\begin{bmatrix} p^t & p \end{bmatrix}$ matrisinin tersi alınamaz. Bu durum, (B-S) tahmin probleminin üç tane bilinmeyen (B-S) talebine sahip olmasına karşılık, yalnız iki tane kısıt denklemine sahip olmasından dolayı ortaya çıkmaktadır.

Bir matrisin, iki satırındaki ya da iki sütunundaki elemanlar, birbirinin aynı ise, bu matrisin determinanı sıfır olmaktadır. Yani, denklemler birbirinden bağımsız değildir. Bu durum, Gauss-Eliminasyon metodu kullanılarak, $\begin{bmatrix} p^t & p \end{bmatrix}$ için aşağıda gösterilmiştir [46].

$$\begin{bmatrix} p^t & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} p^t & p \end{bmatrix}$ matrisinde, 2.satır 1.satırdan çıkarılır ve 2.satırın bulunduğu yere yazılırsa, $\begin{bmatrix} p^t & p \end{bmatrix}$ matrisine denk bir matris elde edilir. Bu matris incelendiğinde, 2. ve 3. satırlarının aynı olduğu görölmektedir.

Bu nedenle, (B-S) çözümü tek değildir. Birçok çözüm olduğunda, en küçük kareler modeli için, biçimsel çözüm elde edilememektedir. Her durumda, biçimsel çözümün bulunabilmesi için, ardışık çözüm yöntemleri kullanılması gerekmektedir [9].

3.1.7.3 İteratif Çözüm Algoritması

(3.11) no'lu denklemin, ulaştırma ağı üzerine uygulanması sonucu, ortaya çıkan denklem sistemlerini çözmek için, ardışık yöntemler kullanmak yerinde olacaktır. Yukarıda gösterildiği gibi, belirsizlik içeren durumlarda, problemin çözümü mümkün olmamaktadır. Problemi çözmek için, varolan ardışık çözüm yöntemleri, Gauss-Seidel ve Jacobi yöntemleridir.

a) Gauss-Seidel Yöntemi :

Gauss-Seidel yöntemi, doğrusal denklem sistemlerinin tekrar edilen bir döngü içerisinde çözümünü sağlayan bir yöntemdir. Her bir döngü sırasında, ele alınan denklem, bilinmeyenlerin bir tanesi için çözülür. Çözüm işleminde, herhangi bir kademede elde edilen bilinmeyen değerin, bu kademeyi takip eden kademede kullanılması ile, çözüme yaklaşılması söz konusudur. Eşitlik (3.17)'deki, üç tane lineer denklem sistemi üzerinde, yöntemin işleyişi gösterilecektir [47,48].

$$\begin{aligned}c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 &= r_1 \\c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + c_{23}x_3 &= r_2 \\c_{31}x_1 + c_{32}x_2 + c_{33}x_3 &= r_3\end{aligned}\tag{3.17}$$

Birinci denklemin x_1 , ikinci denklemin x_2 ve üçüncü denklemin x_3 için çözümü sonucunda, denklem (3.18) elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}x_1 &= (r_1 - c_{12}x_2 - c_{13}x_3) / c_{11} \\x_2 &= (r_2 - c_{21}x_1 - c_{23}x_3) / c_{22} \\x_3 &= (r_3 - c_{31}x_1 - c_{32}x_2) / c_{33}\end{aligned}\tag{3.18}$$

Her bir bilinmeyen için, başlangıç tahminleri, x_1^0, x_2^0 ve x_3^0 olarak gösterilmektedir. x_1 'in yeni değerini tahmin etmek için, denklem (3.18)'deki ilk ifade kullanılmaktadır.

$$x_1^1 = (r_1 - c_{12}x_2^0 - c_{13}x_3^0) / c_{11}\tag{3.19a}$$

x_2 için yeni tahmin, x_1 'in en son hesaplanan değeri kullanılarak belirlenmektedir. Aynı şekilde, x_3 değeri ise, x_1 ve x_2 'nin en son hesaplanan değerleri kullanılarak elde edilmektedir.

$$x_2^1 = (r_2 - c_{21}x_1^1 - c_{23}x_3^0) / c_{22}\tag{3.19b}$$

$$x_3^1 = (r_3 - c_{31}x_1^1 - c_{32}x_2^1) / c_{33}\tag{3.19c}$$

Eğer, diyagonal elemanın mutlak değeri, o satır üzerinde kalan diğer elemanların, mutlak değerlerinin toplamından büyük değilse bu yöntemin yakınsaması garanti edilememektedir. Bu şart, yakınsama şartı olarak önerilmektedir [44].

b) Jacobi Yöntemi :

Lineer denklem sistemlerinin, ardışık çözüm yöntemi olan Jacobi yöntemi, Gauss-Seidel yöntemine benzemektedir. Gauss-Seidel yönteminden farklı olarak, Jacobi yönteminde, bilinmeyenlerin yeni tahminleri, yalnız bir önceki iterasyonda hesaplanan değerleri esas alarak yapılmaktadır. Yani, hesaplamalar, Gauss-Seidel yönteminde olduğu gibi, en son hesaplanan değerler kullanılarak yapılmamaktadır. Eşitlik (3.17)'deki, denklem sistemlerine, bu yöntemin uygulanması sonucu, x_1, x_2 ve x_3 bilinmeyenleri için, aşağıdaki denklemler elde edilmektedir [47,48].

$$x_1^1 = (r_1 - c_{12}x_2^0 - c_{13}x_3^0) / c_{11} \quad (3.20a)$$

$$x_2^1 = (r_2 - c_{21}x_1^0 - c_{23}x_3^0) / c_{22} \quad (3.20b)$$

$$x_3^1 = (r_3 - c_{31}x_1^0 - c_{32}x_2^0) / c_{33} \quad (3.20c)$$

Bu yöntem için yakınsama şartı, Gauss-Seidel yöntemindeki ile aynıdır. Bununla beraber, yakınsama şartı sağlansa dahi, iki yöntem için de, her durumda yakınsama sağlanması garanti değildir. Bu durum aşağıda gösterilecektir.

c) Gauss-Seidel ve Jacobi Yöntemlerinin Değerlendirilmesi :

(B-S) taleplerinin tahmini için, en küçük kareler modelinin kullanımı sonucunda elde edilen, doğrusal denklem sistemlerinin çözümünde, Gauss-Seidel ve Jacobi yöntemlerinin her ikisinin de, kullanılmasının uygun olduğu görülmektedir. Bununla beraber, bu ardışık yöntemlerin yakınsama kriteri açık değildir. Bunu incelemek için, Şekil 3.4'deki, iki linke sahip örneği tekrar inceleyelim.

Linklerdeki, gözlenen hacimler, $V_1' = 16$ ta/sa ve $V_2' = 18$ ta/sa olsun. En küçük kareler modeli kullanılarak elde edilen kısıtlar sistemi, eşitlik (3.21)'de gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} 1.T_{AB} + 1.T_{AC} + 0.T_{BC} &= 16 \\ 1.T_{AB} + 2.T_{AC} + 1.T_{BC} &= 34 \\ 0.T_{AB} + 1.T_{AC} + 1.T_{BC} &= 18 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Bu eşitlikteki ifadelerin, Gauss-Seidel ve Jacobi ardışık çözüm yöntemleri kullanılarak çözümleri Tablo 3.3'te verilmektedir. (B-S) taleplerinin, ilk tahmin değerleri ,5 ta/sa olarak kabul edilmiştir. Tabloda, Gauss-Seidel ve Jacobi

yöntemlerinin, ilk beş iterasyonundan elde edilen sonuçlar gösterilmektedir. Sonuçlar incelendiğinde, Gauss-Seidel yönteminin çabuk bir şekilde çözüme yakınsadığı, buna karşılık, Jacobi yönteminin ise, çözüme yakınsamadığı görülmektedir.

Tablo 3.3 Gauss-Seidel ve Jacobi yöntemlerinden ilk beş iterasyonda elde edilen sonuçlar

İterasyon Numarası	Gauss-Seidel Yöntemi				Jacobi Yöntemi			
	T_{AB} (ta/sa) ²	T_{AC} (ta/sa) ²	T_{BC} (ta/sa) ²	E (ta/sa) ²	T_{AB} (ta/sa) ²	T_{AC} (ta/sa) ²	T_{BC} (ta/sa) ²	E (ta/sa) ²
0	5.0	5.0	5.0	100.0	5.0	5.0	5.0	100.0
1	11.0	9.0	9.0	16.0	5.0	5.0	10.0	98.0
2	7.0	9.0	9.0	0.0	11.0	12.0	20.0	98.0
3	7.0	9.0	9.0	0.0	4.0	5.0	16.0	98.0
4	7.0	9.0	9.0	0.0	11.0	12.0	16.0	98.0
5	7.0	9.0	9.0	0.0	4.0	5.0	16.0	98.0

(3.21) no'lu denklem sistemlerinin incelenmesi sonucunda, yakınsama şartının sağlanmadığı ortaya çıkmaktadır. Bu durum, Jacobi yönteminin yakınsamadaki başarısızlığının sebebini açıklamaktadır. Buna karşılık, yakınsama şartı bu örnekte sağlanmadığı halde, Gauss-Seidel yöntemi yakınsamıştır. Buradan, Gauss-Seidel yönteminin, yakınsama şartına daha az duyarlı olduğu ortaya çıkmaktadır. Bununla beraber, bu şartlar altında bile yakınsamanın garanti edilmesi mümkün değildir.

Gauss-Seidel yöntemi, her hesaplamada, en son belirlenen (B-S) tahminlerini kullandığı için, tahmin edilen çözümün, incelenen denklem sistemlerinin sıralamasına duyarlı olması kaçınılmazdır. Bu durumu göstermek için, yine yukarıdaki iki linke sahip ağı dikkate alalım. Fakat, bu sefer 1. ve 3. denklemi yer değiştirelim.

$$\begin{aligned}
 1.T_{BC} + 1.T_{AC} + 0.T_{AB} &= 18 \\
 1.T_{BC} + 2.T_{AC} + 1.T_{AB} &= 34 \\
 0.T_{BC} + 1.T_{AC} + 1.T_{AB} &= 16
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Eşitlik (3.22)'deki ifadelerle, Gauss-Seidel yönteminin uygulanması sonucunda, $T_{AB} = 8 \text{ ta/sa}$, $T_{AC} = 8 \text{ ta/sa}$ ve $T_{BC} = 10 \text{ ta/sa}$ olarak, tahmin edilmektedir. Bu çözüm denklem sistemlerini sağlamaktadır. Buna karşılık, daha önceki çözümle aynı

değildir. İki çözümün aynı olmaması, Gauss-Seidel yöntemini kullanarak, (B-S) tahmini yaparken, denklem sistemlerinin sırasının çözüm üzerindeki duyarlılığını göstermektedir. Bu duyarlılık istenilmeyen bir durumdur.

Bu yüzden, ardışık çözüm yöntemlerinden, Jacobi yönteminin her durumda yakınsamayı sağlamak için düzenleme yapılarak kullanılması problemin çözümü için kullanılacaktır [44].

Yukarıda açıklandığı gibi, Jacobi yönteminde, yalnızca yakınsama şartı sağlandığı sürece, yakınsama garanti edilmektedir. Bu nedenle, yakınsama şartı sağlanmadığı durumlarda da, yakınsamayı garanti etmek için, düzenleme yapılmaktadır.

Standart Jacobi metodu, “rölaksasyon tekniği” kullanılarak düzenlenmektedir. Jacobi yönteminin düzenleme aşamasında, her iterasyon tamamlandıktan yani, bütün bilinmeyenler hesaplandıktan sonra, bulunan değerler bir sonraki iterasyonda kullanılmak için, $(1-\alpha)$ ile çarpılmaktadır. $\alpha=1.0$ olduğunda, düzenlenmiş Jacobi yöntemi, standart Jacobi yöntemine dönüşmektedir. Burada, α düzenleme katsayısıdır [45].

$$x_i^{l+1*} = \alpha x_i^{l+1} + (1-\alpha)x_i^l \quad (3.23)$$

Burada;

$x_i^{l+1*} = (l+1)$ 'inci iterasyonda, tahmin edilen x_i 'nin düzenlenmiş değeri,

$x_i^{l+1} = (l+1)$ 'inci iterasyonda, x_i 'nin standart Jacobi tahmini,

$x_i^l = l$ 'inci iterasyonda, x_i 'nin tahmini,

α = düzenleme katsayısı.

Eşitlik (3.24)'teki, üç tane lineer denklem sistemi ele alalım ve bu sistemlere düzenlenmiş Jacobi yöntemini uygulayalım. Bu denklemlerdeki, “c” değerleri, bilinmeyen x_1, x_2 ve x_3 'ün katsayılarını yani, katsayılar matrisinin elemanlarını göstermektedir.

$$\begin{aligned} c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 &= r_1 \\ c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + c_{23}x_3 &= r_2 \\ c_{31}x_1 + c_{32}x_2 + c_{33}x_3 &= r_3 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Birinci denklemden x_1 'i çektiğimizde, (3.25)'nolu denklem bulunmaktadır. Bu denkleme eşitlik (3.23)'teki düzenleme uygulanmaktadır. Uygulanan düzenlemeler denklem (3.26a), (3.26b), (3.26c) ve (3.26d)'de gösterilmiştir [45].

$$x_1^1 = (r_1 - c_{12}x_2^0 - c_{13}x_3^0) / c_{11} \quad (3.25)$$

$$x_1^{1^0} = \alpha x_1^1 + (1 - \alpha)x_1^0 \quad (3.26a)$$

$$x_1^{1^0} = \alpha((r_1 - c_{12}x_2^0 - c_{13}x_3^0) / c_{11}) + (1 - \alpha)x_1^0 \quad (3.26b)$$

$$x_1^{1^0} = \alpha((r_1 - c_{12}x_2^0 - c_{13}x_3^0) / c_{11}) + x_1^0 - \alpha x_1^0 \quad (3.26c)$$

$$x_1^{1^0} = x_1^0 - \frac{\alpha}{c_{11}}(c_{11}x_1^0 - r_1 + c_{12}x_2^0 + c_{13}x_3^0) \quad (3.26d)$$

(3.26) no'lu eşitlik, diğer bilinmeyenler (x_2, x_3) için de yazılırsa, aşağıdaki denklemler bulunmaktadır.

$$x_2^{1^0} = x_2^0 - \frac{\alpha}{c_{22}}(c_{21}x_1^0 - r_2 + c_{22}x_2^0 + c_{23}x_3^0) \quad (3.27)$$

$$x_3^{1^0} = x_3^0 - \frac{\alpha}{c_{33}}(c_{31}x_1^0 - r_3 + c_{32}x_2^0 + c_{33}x_3^0) \quad (3.28)$$

Eşitlik (3.26d), (3.27) ve (3.28)'de, düzenleme yapılması, daha kolay anlaşılmasını sağlayacaktır. Bunun için, (3.29a), (3.29b) ve (3.29c) no'lu denklemler kullanılmaktadır.

$$C_1 = c_{11}x_1^0 + c_{12}x_2^0 + c_{13}x_3^0 - r_1 \quad (3.29a)$$

$$C_2 = c_{21}x_1^0 + c_{22}x_2^0 + c_{23}x_3^0 - r_2 \quad (3.29b)$$

$$C_3 = c_{31}x_1^0 + c_{32}x_2^0 + c_{33}x_3^0 - r_3 \quad (3.29c)$$

C_1 , C_2 ve C_3 'ün, (3.26d), (3.27) ve (3.28) no'lu denklemlerde yerine yazılması sonucu, aşağıdaki eşitlikler elde edilmektedir.

$$x_1^{l^0} = x_1^0 - \frac{\alpha}{c_{11}}(C_1) \quad (3.30)$$

$$x_2^{l^0} = x_2^0 - \frac{\alpha}{c_{22}}(C_2) \quad (3.31)$$

$$x_3^{l^0} = x_3^0 - \frac{\alpha}{c_{33}}(C_3) \quad (3.32)$$

Bu düzenleme, (B-S) tahmin problemi için yazıldığında, eşitlik (3.33) bulunmaktadır.

$$T_{ij}^{l+1} = T_{ij}^l - \frac{\alpha}{n_{ij}}(C_{ij}) \quad (3.33)$$

Burada;

$$n_{ij} = \sum_r (p_{ij}^r)$$

$$C_{ij} = \sum_r ((V_r - V_r') p_{ij}^r)$$

Link akım hatalarını minimize etmek için, yukarıdaki (3.33) no'lu denklemi çözmekte kullanılacak iteratif çözüm algoritması aşağıda verilmiştir [6].

1-) Başlangıç iterasyonu için, bilinmeyen (B-S) matrisinin ilk tahmini olarak, ilkel matrisi kullan,

$$T_{ij} = t_{ij}$$

2-) Bilinen link tercih olasılıklarını kullanarak, tahmin edilen akımı ağ üzerine ata,

$$V_r = \sum_{ij} (T_{ij} \cdot p_{ij}^r)$$

3-) Her link için, gözlenen ve tahmin edilen akımlar arasındaki farkların toplamını hesapla,

$$C_{ij} = \sum_r ((V_r - V_r') p_{ij}^r)$$

4-) İterasyon sayacını artır, $l = l+1$,

5-) Tahmin edilen ve gözlenen link akımlarını temel alarak, bütün (B-S) çiftleri için yeni tahminleri hesapla,

$$T_{ij}^{l+1} = T_{ij}^l - \frac{\alpha}{n_{ij}}(C_{ij}) \quad , \quad n_{ij} = \sum_r (p_{ij}^r)$$

6-) Negatif olamama kısıtını dahil et, eğer $T_{ij}^{l+1} < 0$ ise $T_{ij}^{l+1} = 0$

7-) Algoritma durdurma kriteri sağlanmazsa, 2 no'lu adıma geri dön,

Şekil 3.4'teki, iki linke sahip ulaştırma ağını kullanarak, algoritmayı test edelim. Daha önceden, bu ağ için kısıtlar sistemi, en küçük kareler modeli kullanılarak, (3.21) no'lu eşitlikte belirlenmişti. Burada, belirlenen bu kısıtlar sistemine, yukarıdaki algoritma uygulanmaktadır.

Başlangıç kabulü olarak, düzenleme katsayısı $\alpha = 0.5$ seçilmiştir. Bu katsayı (0-1) arasında değerler almaktadır. Bu değer küçüldükçe, yakınsama için gerekli olan iterasyon sayısı artacaktır. Bunun tersine, büyümesi durumunda ise, iterasyon sayısı azalmasına rağmen, yakınsamanın sağlanamaması ve sonuçlarda dalgalanmanın ortaya çıkması söz konusudur.

(3.21) no'lu eşitlikteki kısıtlar sistemi için, denklem (3.30), (3.31) ve (3.32)'nin yazılmasıyla, aşağıdaki denklemler bulunmaktadır. Bu denklemler, her iterasyonda (B-S) akımlarının tahminini üretmek için kullanılmaktadır [6].

$$T_{AB}^{1*} = T_{AB}^0 - \frac{\alpha}{1}(T_{AB}^0 + T_{AC}^0 - 16) \quad (3.34)$$

$$T_{AC}^{1*} = T_{AC}^0 - \frac{\alpha}{2}(T_{AB}^0 + 2T_{AC}^0 + T_{BC}^0 - 34) \quad (3.35)$$

$$T_{BC}^{1*} = T_{BC}^0 - \frac{\alpha}{1}(T_{BC}^0 + T_{AC}^0 - 18) \quad (3.36)$$

İteratif algoritma sonuçları Tablo 3.4'te verilmektedir. Tablo 3.4 incelendiğinde, bilinmeyen (B-S) taleplerinin ilk değerleri yani, ilkel matris olarak, 5.00 ta/sa girilmektedir. Bu ilkel matrise göre, 8 iterasyon sonucunda çözüme ulaşıldığı görülmektedir. 8. iterasyonun sonucunda, link akımlarının farklarının karelerinin toplamı sıfır olmakta ve bu durumda, $T_{AB} = 7.50$ ta/sa, $T_{AC} = 8.5$ ta/sa ve $T_{BC} = 9.50$ ta/sa olarak hesaplanmaktadır.

Tablo 3.4 İteratif algoritma sonuçları

İtersayon Numarası	T_{AB} (ta/sa)	T_{AC} (ta/sa)	T_{BC} (ta/sa)	V_1 (ta/sa)	V_2 (ta/sa)	$E_{karecel}$ (ta/sa) ²
0	5.00	5.00	5.00	10.00	10.00	100.00
1	8.00	8.50	9.00	16.50	17.50	0.500
2	7.75	8.50	9.25	16.25	17.75	0.125
3	7.63	8.50	9.38	16.13	17.88	0.031
4	7.56	8.50	9.44	16.06	17.94	0.008
5	7.53	8.50	9.47	16.03	17.97	0.002
6	7.52	8.50	9.48	16.02	17.98	0.000
7	7.51	8.50	9.49	16.01	17.99	0.000
8	7.50	8.50	9.50	16.00	18.00	0.000

3.1.7.4 Algoritma Durdurma Kriteri

Algoritma, herhangi bir ulaştırma ağı için çalıştırıldığında, iterasyonun hangi adımda sonlandırılacağına bilinmesi gereklidir. Bunun için, algoritma durdurma kriterine ihtiyaç duyulmaktadır. Algoritma durdurma kriteri olarak, hata fonksiyonlarının kullanılması uygundur. Hata fonksiyonları, gözlenen ve tahmin edilen link akımları arasındaki farkı ölçmektedir. Eğer, iterasyonlar sonucunda, hata yeterince küçükse, algoritma sonlandırılmaktadır. Aksi takdirde, iterasyona devam edilmektedir.

İki tip hata fonksiyonu kullanılmaktadır. Bunlardan birincisi, link akım farklarının, karelerinin toplamı alınarak bulunan, karesel hata fonksiyonudur. İkincisi ise, link akım farklarının, mutlak değerlerinin alınıp toplandıktan sonra, sayım yapılan link sayısına bölünmesiyle bulunan, ortalama mutlak hata fonksiyonudur.

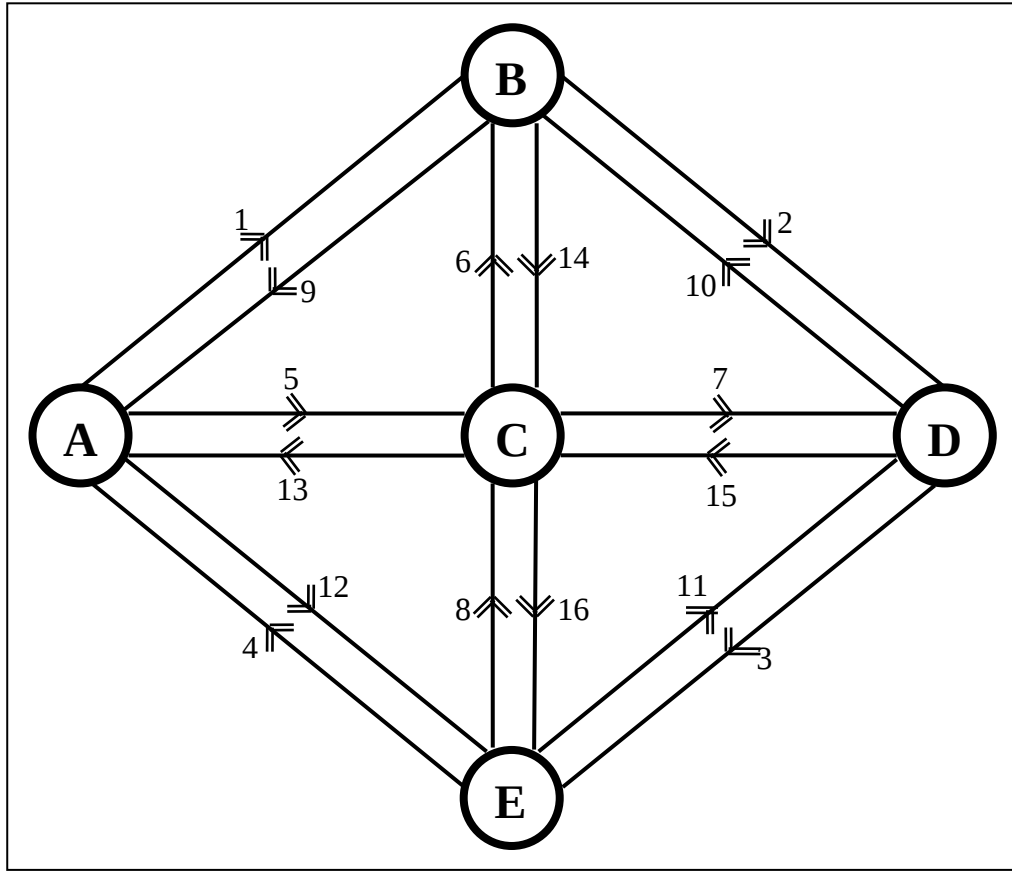
Link akım devamlılığı sağlanmadığı ve çok sayıda linke sahip, geniş ulaştırma ağlarında, ortalama mutlak hata fonksiyonunun kullanılması daha uygun olmaktadır.

Karesel hata fonksiyonu (3.37) ve ortalama mutlak hata fonksiyonu (3.38) no'lu eşitliklerde gösterilmektedir.

$$E_{karecel} = \sum_{a=1}^N (V_a - V'_a)^2 \quad (3.37)$$

$$E_{mutlak} = \frac{1}{N} \sum_{a=1}^N |V_a - V'_a| \quad (3.38)$$

3.1.8 En Küçük Kareler (B-S) Matrisi Tahmin Modelinin Genelleştirilmiş Bir Ulaştırma Ağına Uygulanması



Şekil 3.6 : Beş düğüm noktası ve on altı linke sahip ulaştırma ağı

Şekil 3.6’da gösterilen ulaştırma ağı 5 düğüm noktasına ve birinci yönde 8 tane, bunun aksi yönünde de 8 tane olmak üzere, 16 linke sahiptir. Bu ulaştırma ağı için, (B-S) matrisi yani, her bir düğüm noktasından diğerine olan yolculuklar bulunmak istenmektedir.

En küçük kareler (B-S) matrisi tahmin modeli için, gerekli olan ilkel matris bilgisi mevcut değildir. Bu nedenle, ilkel matris olarak, bölge içi yolculuklar dahil edilmediği durumda köşegeni sıfır ve diğer elemanlarının tamamı 10 olan bir matris kabul edilmiştir. Böylece, her bir düğüm noktasından, diğerine olan yolculukların başlangıç değeri, 10 ta/sa olarak varsayılmış olmaktadır. Şekil 3.6, beş düğüm noktasına sahip olduğu için, ilkel matris beş satır ve beş sütundan oluşmaktadır. Bu matris aşağıda gösterilmektedir.

İlkel Matris :

$$t_{i,j} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 0 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 0 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 0 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 10 & 0 \end{bmatrix}$$

İlkel matris belirlendikten sonra, sayım yapılan linklerin, (B-S) çiftleri tarafından tercih edilme olasılıklarını gösteren, link ağırlık matrisleri oluşturulmuştur. Şekil 3.6'daki ulaştırma ağı için, A düğüm noktasından D düğüm noktasına ve E düğüm noktasından B düğüm noktasına olmak üzere, üç alternatif güzergah olduğu kabul edilmektedir. Bunun tersi durumunda yani, D 'den A 'ya ve B 'den E 'ye de yine üç farklı güzergah olacaktır. Diğer düğüm noktaları arasındaki yolculukların ise, en kısa yolu kullanarak gerçekleştiği varsayılmıştır.

A→D ve E→B düğümleri arasında, tercih edilebilecek güzergahlar ve bu güzergahların tercih edilme olasılıkları aşağıda verildiği gibi kabul edilmiştir. Bu olasılıkların belirlenmesi için, ilerdeki bölümlerde algoritma verilecektir.

- A → D arası tercih edilebilecek güzergahlar

A → C → D Tercih edilme olasılığı = 0.4

A → B → D Tercih edilme olasılığı = 0.3

A → E → D Tercih edilme olasılığı = 0.3

- E → B arası tercih edilebilecek güzergahlar

E → C → B Tercih edilme olasılığı = 0.4

E → A → B Tercih edilme olasılığı = 0.3

E → D → B Tercih edilme olasılığı = 0.3

Burada, A düğüm noktasından D düğüm noktasına ve E düğüm noktasından B düğüm noktasına olan, üç farklı güzergahın tercih edilme olasılıklarının toplamının, 1.0 olduğu görülmektedir. Eğer, iki düğüm noktası arasında, yalnızca bir tane tercih edilebilecek güzergah varsa, bu güzergah üzerindeki linklerin tercih olasılıkları, 1.0 olacaktır. Buna ek olarak, herhangi bir link, iki düğüm noktasını birleştiren güzergahın bir parçası değilse, bu düğüm noktaları arasındaki talebin, bu linke

katkısı olmayacağından, bu linkin tercih olasılığı sıfır olmaktadır. Bu duruma göre, Şekil (3.6)'daki 16 link için ağırlık matrisleri aşağıda gösterilmiştir.

Link Ağırlık Matrisleri :

$$p_{i,j}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^9 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^{15} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_{i,j}^{16} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

İki düğüm noktası arasında, bir geliş bir de gidiş yönünde olmak üzere, iki tane link bulunmaktadır. Yukarıdaki link ağırlık matrisleri incelendiğinde, bu iki linke (örneğin 1 ve 9 no'lu linkler) ait matrislerin, birbirinin transpozesi olduğu görülmektedir.

Link ağırlık matrisleri de belirlendikten sonra, linklerdeki hacimler yani, trafik sayım bilgilerinin bilinmesi gereklidir. Bu veriler, Karayolları Genel Müdürlüğü'nün her sene çıkarmış olduğu "Trafik ve Ulaşım Bilgileri" yayınından elde edilmektedir. Bu örnek için trafik sayım değerleri, düğüm noktası arasında her iki yön için eşit olarak, aşağıdaki gibi kabul edilmiştir.

Linklerdeki Trafik Sayımları :

$$V_1' = 10 \text{ ta/sa} \quad V_9' = 10 \text{ ta/sa}$$

$$V_2 = 13 \text{ ta/sa} \quad V_{10} = 13 \text{ ta/sa}$$

$$V_3 = 11 \text{ ta/sa} \quad V_{11} = 11 \text{ ta/sa}$$

$$V_4 = 17 \text{ ta/sa} \quad V_{12} = 17 \text{ ta/sa}$$

$$V_5 = 20 \text{ ta/sa} \quad V_{13} = 20 \text{ ta/sa}$$

$$V_6 = 23 \text{ ta/sa} \quad V_{14} = 23 \text{ ta/sa}$$

$$V_7 = 25 \text{ ta/sa} \quad V_{15} = 25 \text{ ta/sa}$$

$$V_8 = 27 \text{ ta/sa} \quad V_{16} = 27 \text{ ta/sa}$$

En küçük kareler (B-S) tahmin modeli için verilen çözüm algoritması, yukarıda belirlenen ilkel matris, link ağırlık matrisi ve link akım değerlerine göre çalıştırılmıştır. Algoritma sonucunda, elde edilen (B-S) matrisi Tablo 3.5'te gösterilmiştir. Algoritma durdurma kriteri olarak, ortalama mutlak hata formülü kullanılmıştır. $E_{mutlak} \leq 0.0001$ olduğunda algoritma sonlandırılmıştır. 18 iterasyon sonucunda ortalama mutlak hata, $E_{mutlak} = 0.000052 \text{ ta/sa}$ olarak hesaplanmıştır. Bulunan (B-S) taleplerinin, ağ üzerine atanması sonucunda, linklerdeki gözlenen hacimler, hatasız olarak tahmin edilmektedir.

Şekil 3.6'da, 25 tane (B-S) talebi vardır. Bölge içi yolculuklar dikkate alınmadığı için, $(25-5)=20$ tane (B-S) talebi hesaplanmaktadır. Sayım yapılan link sayısı ise 16'dır. Bu iki değer birbirine yaklaştıkça, algoritma sonucunda hesaplana hata değerleri küçülmektedir.

İterasyon sayısı ise, ulaştırma ağı ve iki düğüm arasındaki güzergah sayısı ile ilişkilidir. Ulaştırma ağı büyüdükçe ve güzergah sayısı arttıkça, iterasyon sayısı artmaktadır.

Tablo 3.5 En küçük kareler modeli için algoritma sonucu bulunan (B-S) matrisi

	A	B	C	D	E
A	0.0000	2.6395	15.4930	11.2674	9.6395
B	2.6395	0.0000	17.6930	5.6395	13.2674
C	15.4930	17.6930	0.0000	20.4930	21.6930
D	11.2674	5.6395	20.4930	0.0000	3.6395
E	9.6395	13.2674	21.6930	3.6395	0.0000

3.2 En Küçük Rölatif Hatalar Başlangıç-Son Matrisi Tahmin Modeli

En küçük rölatif hatalar (B-S) matrisi tahmin modeli, en küçük kareler (B-S) matrisi tahmin modelinde olduğu gibi, karayolu ağındaki linkler üzerindeki trafik akımlarını kullanarak, (B-S) matrisini tahmin etmektedir. (B-S) matrisi tahmin edilirken, rölatif link akım farklarının minimize edilmesi amaçlanmaktadır. Modelin lineer olmayan

ifadelerin çözümünü gerektirmesi ve geniş ulaştırma ağlarına uygulanabilmesi için, iteratif çözüm algoritması sunulmaktadır. En küçük kareler modelinde olduğu gibi, bu model de link akım devamlılığı sağlandığı, link akım devamlılığı sağlanmadığı ve çok güzergahlı ulaştırma ağlarına uygulanmaktadır.

3.2.1 Matematik Model

Modelde bir rölatif link akım hata fonksiyonu kullanılmaktadır. Eşitlik (3.39)'da verilen fonksiyon, link akım hatalarının rölatif büyüklüğünü yansıtmaktadır [6].

$$E_R = \sum_a \left[\ln \left(\frac{V_a}{V'_a} \right) \right]^2 \quad (3.39)$$

Burada;

E_R = Toplam rölatif link akım hatası.

Matematik model oluşturulurken, hata fonksiyonunun (E_R), minimize edilmesi amaçlanmaktadır. Eğer, gözlenen ve tahmin edilen (B-S) matrisinin ağ üzerine atanmasıyla bulunan link akımları birbirine eşitse, hata fonksiyonu “0”a eşit olacaktır. (B-S) taleplerine (T_{ij}) göre, E_R ’nin türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde, hata fonksiyonu minimize edilmiş olmaktadır. Bu durum, (3.40) no’lu eşitlikte gösterilmektedir [44].

$$\frac{\partial E_R}{\partial T_{ij}} = \sum_a \left[2 \ln \left(\frac{V_a}{V'_a} \right) \frac{\partial \ln \left(\frac{V_a}{V'_a} \right)}{\partial T_{ij}} \right] = 0 \quad (3.40)$$

Bu eşitliğe, denklem (3.41)’deki kuralın uygulanması sonucu, denklem (3.42) elde edilmektedir.

$$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial E_R}{\partial T_{ij}} = \sum_a \left[2 \ln \left(\frac{V_a}{V'_a} \right) \frac{1}{V_a} \frac{\partial V_a}{\partial T_{ij}} \right] = 0 \quad (3.42)$$

Belirli bir a linki üzerindeki (V_a) akımı, bölgeler arasındaki bütün yolculukların bu linke olan katkılarının toplamıdır. Matematik ifade olarak, daha önceden (3.3) no'lu eşitlikte verilmiştir. Bu denklemde, V_a 'nın T_{ij} 'ye göre türevi alındığında, p_{ij}^a yani, i bölgesinden j bölgesine yapılan yolculukların, a linkini tercih olasılığı elde edilmektedir. Bu durum, denklem (3.4)'te gösterilmiştir.

(3.3) ve (3.4) no'lu denklemlerin (3.42) no'lu denklemde yerine yazılmasıyla, aşağıdaki denklemler elde edilmektedir.

$$\frac{\partial E_R}{\partial T_{ij}} = \sum_a \left[2 \frac{p_{ij}^a}{V_a} \ln \left(\frac{V_a}{V_a'} \right) \right] = 0 \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial E_R}{\partial T_{ij}} = \sum_a \left[\ln \left(\frac{V_a}{V_a'} \right)^{p_{ij}^a / V_a} \right] = 0 \quad (3.44)$$

(3.44) no'lu denklemin her iki tarafı “e” sayısının üssü şeklinde yazılırsa, eşitlik (3.45) bulunur.

$$\frac{\partial E_R}{\partial T_{ij}} = e^{\sum_a \left[\ln \left(\frac{V_a}{V_a'} \right)^{p_{ij}^a / V_a} \right]} = e^0 = 1 \quad (3.45)$$

$$e^{\sum x} = \prod e^x \quad (3.46)$$

Eşitlik (3.46)'da verilen kuralın, (3.45) no'lu denkleme uygulanmasıyla, eşitlik (3.47) bulunmaktadır [45].

$$\frac{\partial E_R}{\partial T_{ij}} = \prod_a \left(\frac{V_a}{V_a'} \right)^{p_{ij}^a / V_a} = 1 \quad (3.47)$$

En küçük kareler modelinde anlatıldığı gibi, bir a linki i başlangıç ve j son noktası arasındaki herhangi bir güzergahın parçası değilse, i noktasından j noktasına giderken a linkinin tercih olasılığı, $p_{ij}^a = 0$ olacaktır. Böyle olunca çarpım işlemine bir katkısı olmayacağı gibi işlemin sonucunu sıfıra götürecektir. Bu nedenle, yalnızca

i başlangıç ve j son noktaları arasındaki, bir güzergah üzerindeki, linklerden geçen çarpımlar alındığında, (3.48) no'lu denklem elde edilmektedir [6].

$$\frac{\partial E_R}{\partial T_{ij}} = \prod_r \left(\frac{V_r}{V'_r} \right)^{p_{ij}^r / V_r} = 1 \quad (3.48)$$

3.2.2 Modelin Link Akım Devamlılığı Sağlanan Ulaştırma Ağına Uygulanması

Şekil 3.1 de gösterilen, üç linke sahip basit bir örnek ağ kullanarak, (3.48)'de ifade edilen denklem sistemlerinin çözümünü gösterelim. Şekildeki üç linke ait V_r değerleri, eşitlik (3.3) kullanılarak aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$\begin{aligned} V_1 &= T_{AB} \cdot 1 + T_{AC} \cdot 1 \\ V_2 &= T_{AB} \cdot 1 \\ V_3 &= T_{AC} \cdot 1 \end{aligned}$$

İki tane güzergah bulunduğu göz önünde bulundurularak, yukarıda bulunan değerlerin (3.48) no'lu denklemde yerine yazılmasıyla, (3.49a) ve (3.49b) no'lu iki tane lineer olmayan denklem elde edilmektedir.

$$\left(\frac{T_{AB} + T_{AC}}{V'_1} \right)^{(T_{AB} + T_{AC})^{-1}} \cdot \left(\frac{T_{AB}}{V'_2} \right)^{(T_{AB})^{-1}} = 1 \quad (3.49a)$$

$$\left(\frac{T_{AB} + T_{AC}}{V'_1} \right)^{(T_{AB} + T_{AC})^{-1}} \cdot \left(\frac{T_{AC}}{V'_3} \right)^{(T_{AC})^{-1}} = 1 \quad (3.49b)$$

Bu denklemler lineer olmadıkları için, cebirsel olarak çözümleri mümkün değildir. Link akım devamlılığı sağlandığı durumlarda, bu basit örnek için (B-S) taleplerinin belirlenmesi kolaydır. Örnek olarak, $V'_1=70\text{ta/sa}$, $V'_2=40\text{ta/sa}$ ve $V'_3=30\text{ta/sa}$ olarak verildiği kabul edilirse, $T_{AB}=40\text{ta/sa}$, $T_{AC}=30\text{ta/sa}$ olacağı açıkça görülmektedir. T_{AB} ve T_{AC} 'nin alabileceği bütün değerlere karşılık, (3.49a) ve (3.49b) no'lu denklemlerin sonucunun gösterilmesi faydalı olacaktır. Bu denklemlerin sonuçları Tablo 3.6'da gösterilmektedir.

Tablo 3.6 Akım devamlılığı sağlandığı durum için (3.49a) ve (3.49b) no' lu eşitliklerin sonuçları

T_{AC}	T_{AB} (ta/sa)									
	25		30		35		40		45	
	AB	AC	AB	AC	AB	AC	AB	AC	AB	AC
25	0.975	0.986	0.986	0.988	0.994	0.975	0.999	0.991	1.003	0.993
30	0.977	0.996	0.988	0.997	0.995	0.982	1.000	1.000	1.004	1.001
35	0.979	1.002	0.989	1.003	0.996	0.986	1.001	1.006	1.004	1.006
40	0.980	1.006	0.990	1.007	0.997	0.989	1.002	1.011	1.005	1.010
45	0.981	1.009	0.991	1.010	0.998	0.991	1.002	1.014	1.005	1.012
50	0.982	1.011	0.992	1.012	0.998	0.992	1.003	1.016	1.006	1.014
55	0.983	1.013	0.993	1.013	0.999	0.993	1.003	1.019	1.006	1.015
60	0.984	1.014	0.993	1.014	0.999	0.993	1.004	1.020	1.007	1.016
65	0.984	1.015	0.994	1.015	1.000	0.993	1.004	1.022	1.007	1.016
70	0.985	1.015	0.994	1.016	1.000	0.994	1.004	1.023	1.007	1.017

Tablo 3.6 incelendiğinde, yalnızca $T_{AB}=40$ ta/sa ve $T_{AC}=30$ ta/sa olduğu durumda, (3.49a) ve (3.49b) no'lu eşitliklerin sağlandığı görülmektedir. T_{AB} ve T_{AC} 'nin ağ üzerine atanmasıyla, linklerdeki akımlar $V_1=70$ ta/sa, $V_2=40$ ta/sa ve $V_3=30$ ta/sa olarak bulunmaktadır. Tahmin edilen ve gözlenen link hacimlerinin, (3.39) no'lu denklemdeki hata fonksiyonunda yerine yazılmasıyla elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

$$E_R = \left[\ln \left(\frac{V_1}{V_1'} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{V_2}{V_2'} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{V_3}{V_3'} \right) \right]^2$$

$$E_R = \left[\ln \left(\frac{70}{70} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{40}{40} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{30}{30} \right) \right]^2 = 0$$

Yukarıdaki sonuç incelendiğinde, link akım devamlılığı sağlandığı durum için, hatanın “0” olduğu görülmektedir. Yani, linklerdeki gözlenen hacimler, doğru olarak tahmin edilmiştir. Hatanın “0” olarak hesaplandığı çözüm civarındaki, T_{AB} ve T_{AC} 'nin alabileceği bütün değerler için, (3.39) no'lu hata fonksiyonu kullanılarak, hesaplanan hatalar Tablo 3.7’de gösterilmektedir.

Tablo 3.7 Akım devamlılığı sağlandığı durum için T_{AB} ve T_{AC} 'nin alabileceği bütün değerlere göre hata

T_{AC} (ta/sa)	T_{AB} (ta/sa)				
	25	30	35	40	45
25	0.367	0.174	0.075	0.039	0.047
30	0.279	0.107	0.023	0.000	0.019
35	0.268	0.112	0.042	0.029	0.055
40	0.309	0.166	0.105	0.101	0.134
45	0.385	0.252	0.200	0.202	0.241
50	0.487	0.362	0.316	0.324	0.368
55	0.606	0.488	0.448	0.461	0.508
60	0.739	0.626	0.592	0.608	0.659
65	0.882	0.774	0.743	0.762	0.816
70	1.032	0.928	0.900	0.922	0.978

Tablo 3.7'yi incelersek, hatanın “0” olarak hesaplandığı işaretli hücreden uzaklaştıkça, hata miktarının büyüdüğü görülmektedir.

3.2.3 Modelin Link Akım Devamlılığı Sağlanmayan Ulaştırma Ağına Uygulanması

Şekil 3.1 deki ulaştırma ağı üzerinde, bu seferde link akım devamlılığı sağlanmadığı durum için, (B-S) matrisi hesaplanmaktadır. Burada, linklerdeki gözlenen trafik akım değerleri $V_1'=70\text{ta/sa}$, $V_2'=45\text{ta/sa}$ ve $V_3'=35\text{ta/sa}$ olarak alınmaktadır. $V_1' \neq V_2' + V_3'$ olduğundan, link akım devamlılığı sağlanmamaktadır. Bu nedenle, bulunacak yolculuk matrisi ağ üzerine atandığında, gözlenen trafik hacimlerini, belirli bir hata dahilinde sağlayacaktır. Hiçbir zaman hata sıfır olmayacaktır.

Tablo 3.8 Akım devamlılığı sağlanmadığı durum için (3.49a) ve (3.49b) no'lu eşitliklerin sonuçları

T_{AC} (ta/sa)	T_{AB} (ta/sa)									
	40		41		42		43		44	
	AB	AC	AB	AC	AB	AC	AB	AC	AB	AC
25	0.996	0.986	0.997	0.986	0.998	0.986	0.999	0.986	0.999	0.986
26	0.996	0.988	0.997	0.988	0.998	0.988	0.999	0.988	0.999	0.989
27	0.996	0.990	0.997	0.990	0.998	0.990	0.999	0.990	1.000	0.991
28	0.997	0.992	0.998	0.992	0.998	0.992	0.999	0.992	1.000	0.992
29	0.997	0.993	0.998	0.994	0.999	0.994	0.999	0.994	1.000	0.994
30	0.997	0.995	0.998	0.995	0.999	0.995	1.000	0.995	1.000	0.996
31	0.997	0.996	0.998	0.996	0.999	0.997	1.000	0.997	1.000	0.997
32	0.997	0.998	0.998	0.998	0.999	0.998	1.000	0.998	1.001	0.998
33	0.998	0.999	0.998	0.999	0.999	0.999	1.000	0.999	1.001	0.999
34	0.998	1.000	0.999	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.001	1.001
35	0.998	1.001	0.999	1.001	1.000	1.001	1.000	1.001	1.001	1.002
36	0.998	1.002	0.999	1.002	1.000	1.002	1.000	1.002	1.001	1.002

Bu durum, T_{AB} ve T_{AC} 'nin alabileceği bütün değerlere karşılık, (3.49a) ve (3.49b) no'lu denklemlerin sonucu olarak Tablo 3.8'de gösterilmiştir. Bu Tablo incelendiğinde $T_{AB} = 43\text{ta/sa}$ ve $T_{AC}=34\text{ta/sa}$ olduğu durumda (3.49a) ve (3.49b) no'lu eşitliklerin, her ikisinin de sağlandığı görülmektedir. Bu eşitlikleri sağlayan, $T_{AB}=43\text{ta/sa}$ ve $T_{AC}=34\text{ta/sa}$ (B-S) taleplerinin ağ üzerine atanmasıyla bulunan, link akımları aşağıda verilmektedir.

$$V_1 = 43 + 34 = 77\text{ta} / \text{sa}$$

$$V_2 = 43\text{ta} / \text{sa}$$

$$V_3 = 34\text{ta} / \text{sa}$$

Yukarıda hesaplanan link akımları ve linklerdeki gözlenen hacimler kullanılarak, eşitlik (3.39)'daki hata fonksiyonu, aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$E_R = \left[\ln \left(\frac{V_1}{V'_1} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{V_2}{V'_2} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{V_3}{V'_3} \right) \right]^2$$

$$E_R = \left[\ln \left(\frac{77}{70} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{43}{45} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{34}{35} \right) \right]^2 = 0.012$$

Link akım devamlılığı sağlanmadığı durum için hatanın sıfır olmadığı görülmektedir. T_{AB} ve T_{AC} 'nin alabileceği bütün değerlere göre hatayı hesaplırsak, bulunan hatanın minimum hata olduğu Tablo 3.9'da gösterilmiştir.

Tablo 3.9 Akım devamlılığı sağlanmadığı durum için T_{AB} ve T_{AC} 'nin alabileceği bütün değerlere göre hata hesabı

T_{AC} (ta/sa)	T_{AB} (ta/sa)				
	40	41	42	43	44
27	0.0831	0.0769	0.0723	0.0694	0.0681
28	0.0645	0.0587	0.0546	0.0521	0.0511
29	0.0494	0.0440	0.0403	0.0382	0.0376
30	0.0376	0.0326	0.0293	0.0276	0.0274
31	0.0288	0.0242	0.0212	0.0199	0.0200
32	0.0227	0.0185	0.0159	0.0149	0.0153
33	0.0191	0.0152	0.0130	0.0123	0.0131
34	0.0178	0.0143	0.0124	0.0120	0.0131
35	0.0186	0.0154	0.0138	0.0138	0.0151
36	0.0214	0.0185	0.0173	0.0175	0.0191

3.2.4 Modelin Çok Güzergahlı Ulaştırma Ağına Uygulanması

Çok güzergahlı rotaların var olduğu yani, iki düğüm noktası arasında tercih edilebilecek birden fazla güzergah olduğu durum için, model test edilmektedir.

Bunun için, Şekil 3.2’de gösterilen başlangıç bölgesi A ve varış bölgesi C arasında iki güzergah bulunan, ulaştırma ağı dikkate alınmakta ve model bu ağa uygulanmaktadır.

Daha önceden de açıklandığı gibi, Bu iki güzergahtan birincisi $A \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow C$ güzergahı, ikinci güzergah ise $A \rightarrow 4 \rightarrow C$ güzergahıdır. Burada da, birinci güzergahın tercih edilme olasılığı $1/3$ ve ikinci güzergahın tercih edilme olasılığı ise $2/3$ olarak varsayılmıştır. A düğümünden, B düğümüne yalnızca bir tane güzergah söz konusudur. Bu nedenle, tercih olasılığı “1” olmaktadır. Bu ulaştırma ağı için, link ağırlık matrisleri aşağıda gösterilmiştir.

$$p_{i,j}^1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \quad p_{i,j}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad p_{i,j}^3 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \quad p_{i,j}^4 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Dikkate alınan ulaştırma ağındaki, dört link üzerinde gözlenen hacimler, $V_1' = 30\text{ta/sa}$, $V_2' = 20\text{ta/sa}$, $V_3' = 10\text{ta/sa}$ ve $V_4' = 20\text{ta/sa}$ olarak verilmektedir.

Linklerdeki gözlenen hacimler ve link tercih olasılıkları, (3.48) no’lu eşitlikte yerine yazılmaktadır. Bunun sonucunda, eşitlik (3.50a) ve (3.50b)’de gösterilen denklemler elde edilmektedir.

Bu eşitlikler, lineer olmadıkları için, analitik olarak çözümü mümkün olamamaktadır. Bu nedenle, T_{AB} ve T_{AC} ’ye değerler vererek, (3.50a) ve (3.50b) no’lu eşitliklerin aldıkları değerler hesaplanmış ve Tablo 3.10’da gösterilmiştir.

$$\left(\frac{T_{AB} + T_{AC} \cdot \frac{1}{3}}{V_1'} \right)^{(T_{AB} + T_{AC} \cdot \frac{1}{3})^{-1}} \cdot \left(\frac{T_{AB}}{V_2'} \right)^{(T_{AB})^{-1}} = 1 \quad (3.50a)$$

$$\left(\frac{T_{AB} + T_{AC} \cdot \frac{1}{3}}{V_1'} \right)^{\frac{1}{3} \cdot (T_{AB} + T_{AC} \cdot \frac{1}{3})^{-1}} \cdot \left(\frac{T_{AC} \cdot \frac{1}{3}}{V_3'} \right)^{\frac{1}{3} \cdot (T_{AC} \cdot \frac{1}{3})^{-1}} \cdot \left(\frac{T_{AC} \cdot \frac{2}{3}}{V_4'} \right)^{\frac{2}{3} \cdot (T_{AC} \cdot \frac{2}{3})^{-1}} = 1 \quad (3.50b)$$

Tablo 3.10 Çoklu güzergah durumu için (3.50a) ve (3.50b) no'lu eşitliklerin sonuçları

T_{AC} (ta/sa)	T_{AB} (ta/sa)									
	18		19		20		21		22	
	AB	AC	AB	AC	AB	AC	AB	AC	AB	AC
25	0.989	0.984	0.994	0.984	0.998	0.985	1.002	0.985	1.005	0.986
26	0.990	0.988	0.994	0.988	0.998	0.989	1.002	0.989	1.005	0.989
27	0.990	0.991	0.995	0.991	0.999	0.992	1.002	0.992	1.005	0.993
28	0.991	0.994	0.995	0.994	0.999	0.995	1.003	0.995	1.006	0.996
29	0.991	0.997	0.996	0.997	1.000	0.998	1.003	0.998	1.006	0.998
30	0.992	0.999	0.996	1.000	1.000	1.000	1.003	1.000	1.006	1.001
31	0.992	1.001	0.997	1.002	1.000	1.002	1.004	1.003	1.007	1.003
32	0.993	1.004	0.997	1.004	1.001	1.004	1.004	1.005	1.007	1.005
33	0.993	1.005	0.997	1.006	1.001	1.006	1.004	1.006	1.007	1.007
34	0.993	1.007	0.998	1.008	1.001	1.008	1.005	1.008	1.008	1.008
35	0.994	1.009	0.998	1.009	1.002	1.009	1.005	1.010	1.008	1.010
36	0.994	1.010	0.998	1.011	1.002	1.011	1.005	1.011	1.008	1.011
37	0.995	1.012	0.999	1.012	1.002	1.012	1.005	1.012	1.008	1.013
38	0.995	1.013	0.999	1.013	1.003	1.013	1.006	1.014	1.009	1.014
39	0.995	1.014	0.999	1.014	1.003	1.015	1.006	1.015	1.009	1.015
40	0.996	1.015	1.000	1.015	1.003	1.016	1.006	1.016	1.009	1.016

Tablo 3.10 incelendiğinde, $T_{AB}=20\text{ta/sa}$ ve $T_{AC}=30\text{ta/sa}$ olduğu durumda, (3.50a)' ve (3.50b) no'lu eşitliklerin her ikisinin de sağlandığı görülmektedir. Bu (B-S) taleplerinin ağ üzerine atanmasıyla, linklerdeki akımlar aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$V_1 = T_{AB} + T_{AC} \cdot \frac{1}{3} = 20 + 30 \cdot \frac{1}{3} = 30\text{ta} / \text{sa}$$

$$V_2 = T_{AB} = 20\text{ta} / \text{sa}$$

$$V_3 = T_{AC} \cdot \frac{1}{3} = 30 \cdot \frac{1}{3} = 10\text{ta} / \text{sa}$$

$$V_4 = T_{AC} \cdot \frac{2}{3} = 30 \cdot \frac{2}{3} = 20\text{ta} / \text{sa}$$

Bu değerler kullanılarak, (3.39) no'lu denklemdeki hata fonksiyonu aşağıda hesaplanmaktadır.

$$E_R = \left[\ln \left(\frac{V_1}{V'_1} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{V_2}{V'_2} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{V_3}{V'_3} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{V_4}{V'_4} \right) \right]^2$$

$$E_R = \left[\ln \left(\frac{30}{30} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{20}{20} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{10}{10} \right) \right]^2 + \left[\ln \left(\frac{20}{20} \right) \right]^2 = 0$$

Link akım devamlılığı sağlandığı için, hatanın “0” olduğu görülmektedir. T_{AB} ve T_{AC} ’nin alabileceği bütün değerlere göre hatayı hesaplırsak, bulunan hatanın minimum hata olduğu Tablo 3.11’de gösterilmiştir.

Tablo 3.11 Çoklu güzergah durumu için T_{AB} ve T_{AC} ’nin alabileceği bütün değerlere göre hata hesabı

T_{AC} (ta/sa)	T_{AB} (ta/sa)				
	18	19	20	21	22
25	0.0946	0.0778	0.0697	0.0694	0.0757
26	0.0659	0.0501	0.0430	0.0435	0.0505
27	0.0444	0.0296	0.0234	0.0246	0.0324
28	0.0293	0.0154	0.0100	0.0120	0.0205
29	0.0200	0.0070	0.0024	0.0052	0.0143
30	0.0159	0.0038	0.0000	0.0035	0.0132
31	0.0165	0.0053	0.0023	0.0064	0.0168
32	0.0215	0.0111	0.0088	0.0136	0.0247
33	0.0304	0.0208	0.0192	0.0247	0.0363
34	0.0429	0.0341	0.0332	0.0393	0.0515

3.2.5 İteratif Çözüm Algoritması

En küçük kareler modelinde olduğu gibi, iteratif çözüm algoritması için, link akım değerleri, ilkel matris ve link ağırlık matrisleri gereklidir. İlkel matris olarak, eğer önceden belirlenmiş bir matris mevcut değilse, bölge içi yolculukların dikkate alınmadığı durum için köşegeni “0” ve diğer bütün i başlangıç ve j son çiftleri arasındaki talep aynı olan bir matris kullanılabilmektedir.

Algoritma oluşturulurken ilk olarak, amaç fonksiyonu olan C_{ij} yazılmak zorundadır. Modelin amacı, gözlenen ve tahmin edilen link akımları arasındaki farkı minimize etmek olduğu için, hata fonksiyonu amaç fonksiyonu olarak kullanılmıştır.

$$C_{ij} = \prod_r \left(\frac{V_r}{V'_r} \right)^{p_{ij}^r / V_r} \quad (3.51)$$

Denklem (3.51)'deki amaç fonksiyonu (C_{ij}), her i,j için “1” olduğunda, eşitlik (3.48) sağlanmış olmaktadır. Aksi halde, istenen çözüme ulaşılamamış demektir. Bu durumda, hatayı (E_R) azaltmak için T_{ij} 'ler üzerinde bazı değişiklikler yapılması gerekmektedir.

$$T_{ij}^{l+1} = T_{ij}^l \cdot C_{ij}^{-1/n_{ij}} \quad (3.52)$$

$$n_{ij} = \sum_r \left(\frac{(p_{ij}^r)^2}{V_r} \right) \quad (3.53)$$

Bu nedenle, Eşitlik (3.52)'de gösterildiği gibi, iterasyon sonucunda hesaplanan T_{ij} , C_{ij} 'nin bir büyüklüğü ile çarpılarak modifiye edilmektedir. Burada fiziksel olarak, bütün linklerdeki rölatif akım hataları hesaplanmakta ve geometrik ortalamaları alınmaktadır. Daha sonra, bu geometrik ortalamaların çarpmaya göre tersiyle T_{ij} değerleri çarpılmaktadır. Bunun sonucunda, birden fazla çözüm olduğu durumda, en uygun çözüm seçilmiş olmaktadır.

Link akım hatalarını minimize etmek amacıyla, (3.52) no'lu denklemi çözmek için kullanılacak iteratif çözüm algoritması aşağıda verilmiştir [6].

1-) Başlangıç iterasyonu için, bilinmeyen (B-S) matrisinin ilk tahmini olarak, ilkel matrisi kullan,

$$T_{ij} = t_{ij}$$

2-) Verilen link tercih olasılıklarını kullanarak, tahmin edilen akımı ağ üzerine ata,

$$V_r = \sum_{ij} (T_{ij} \cdot p_{ij}^r)$$

3-) Her link için gözlenen ve tahmin edilen akımların oranının çarpımını hesapla,

$$C_{ij} = \prod_r \left(\frac{V_r}{V_r'} \right)^{p_{ij}^r / V_r}$$

4-) Tahmin edilen ve gözlenen link akımlarını kullanarak, bütün (B-S) çiftleri için yeni tahminleri hesapla,

$$T_{ij}^{l+1} = T_{ij}^l \cdot C_{ij}^{-1/n_{ij}} , \quad n_{ij} = \sum_r \left(\frac{(p_{ij}^r)^2}{V_r} \right)$$

5-) İterasyon sayacını artır, $l = l+1$

6-) Algoritma durdurma kriteri sağlanmazsa 2 no'lu adıma geri dön,

En küçük kareler modelinde açıklanan ortalama mutlak hata fonksiyonu, algoritma durdurma kriteri olarak kullanılmaktadır. Daha fazla iterasyona karşılık, E_{mutlak} 'da artış meydana gelmemesi durumunda algoritma sona erdirilmektedir.

3.2.6 En Küçük Rölatif Hatalar (B-S) Matrisi Tahmin Modelinin Genelleştirilmiş Bir Ulaştırma Ağına Uygulanması

Burada, Şekil 3.6'daki örnek ulaştırma ağına, (B-S) taleplerini bulmak için, en küçük rölatif hatalar (B-S) matrisi tahmin modeli uygulanmaktadır. Uygulamada kullanılacak veriler, en küçük kareler (B-S) matrisi tahmin modelindeki ile aynıdır. Yani, ilkel matris, link ağırlık matrisleri ve link akım değerlerinin aynısı, yukarıdaki algoritmaya yerleştirilerek, 44 iterasyon sonucunda Tablo 3.12'de gösterilen (B-S) matrisi bulunmuştur. Algoritma durdurma kriteri olarak, en küçük kareler modelinde olduğu gibi, ortalama mutlak hata formülü kullanılmıştır. $E_{mutlak} \leq 0.0001$ olduğunda algoritma sonlandırılmıştır. 44 iterasyon sonucunda, link akım değerleri arasındaki ortalama mutlak hata ise, $E_{mutlak} = 9.63 \times 10^{-5}$ ta/sa olarak hesaplanmıştır.

Tablo 3.12 En küçük rölatif hatalar modeli için algoritma sonucu bulunan (B-S) matrisi

	A	B	C	D	E
A	0.0000	4.1931	16.3364	9.1587	11.1931
B	4.1931	0.0000	18.9210	7.1931	10.1973
C	16.3364	18.9210	0.0000	21.3364	22.9210
D	9.1587	7.1931	21.3364	0.0000	5.1931
E	11.1931	10.1973	22.9210	5.1931	0.0000

Tablo 3.5 ve Tablo 3.12 karşılaştırıldığında, (B-S) taleplerinin birbirine yakın olarak tahmin edildiği görülmektedir. Her iki model de çözüme yakınsamıştır. (B-S) taleplerinin ağ üzerine atanmasıyla, linklerdeki gözlenen trafik hacimleri doğru olarak tahmin edilmektedir.

En küçük kareler modelinde, belirlenen algoritma durdurma kriteri 18 iterasyon sonucunda sağlanmışır. Buna karşılık, en küçük rölaf hatalar modelinde ise, 44 iterasyon sonucunda sağlanmaktadır. Bunun nedeni, en küçük kareler modeli algoritmasında kullanılan düzenleme katsayısıdır (α). Tablo 3.5'teki (B-S) matrisi, $\alpha = 0.5$ kabul edilerek hesaplanmıştır. Daha önceden de açıklandığı gibi, bu değeri küçüldükçe iterasyon sayısı artmaktadır. Bunun tersine, daha büyük bir değeri kabul edildiğinde, iterasyon sayısı azalacaktır. Ancak, bu durumda yakınsamanın sağlanamaması ve sonuçlarda dalgalanma olması söz konusu olacaktır.

3.3. Link Ağırlık Matrislerinin Belirlenmesi

Yukarıda anlatılan, en küçük kareler ve en küçük rölaf hatalar (B-S) matrisi tahmin modellerinde önceden belirlenmesi gereken en önemli nokta, link ağırlık matrisleridir. Ağ üzerindeki herhangi bir linkin, bu ağı kullanan (B-S) talepleri tarafından, hangi olasılıkla tercih edileceğini gösteren matrislere link ağırlık matrisleri denilmektedir.

İki düğüm noktası arasında, birden fazla tercih edilebilecek güzergah olduğu durum için, bu matrislerin belirlenmesi ile ilgili bir adım, iki model için verilen algoritmada da bulunmamaktadır. Şekil 3.6'daki ulaştırma ağında, hangi güzergahın hangi olasılıkla tercih edileceği, varsayım yapılarak belirlenmektedir. Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için, link ağırlık matrislerinin bu şekilde varsayım yoluyla belirlenmesi, tahmin edilecek (B-S) matrisinde hatalara yol açacaktır. Bu yüzden, link ağırlık matrislerinin belirlenmesi ile ilgili, bir çalışma yapılmasının uygun olacağı düşünülmüştür.

İki düğüm noktası arasında tercih edilebilecek, birden fazla güzergah olduğunda, link ağırlık matrislerinin belirlenmesi zorlaşmaktadır. Buna karşılık, “ya hep ya hiç” atamasına göre yolculuklar ağ üzerine atandığında, link ağırlık matrisleri içerisindeki elemanlar “1” ve “0” dışında bir değeri alamayacağından, bu matrislerin belirlenmesi kolay olmaktadır. Bu durumda, iki düğüm noktası arasında araçlar tarafından tercih edilebilecek, bir tane güzergah olduğu kabul edilmekte ve bütün araçlar bu güzergahı kullanmaktadır. Doğal olarak, bu güzergahı oluşturan linklerin, ağırlık matrisi içerisindeki değeri “1” olmaktadır. Eğer, ele alınan link bu güzergahın parçası değilse, matris içerisindeki değeri “0” olacaktır.

Birden fazla güzergah olduğu durumda, hangi güzergahın ve bu güzergahı oluşturan linklerin, ne kadar olasılıkla tercih edilebileceğinin bilinmesi gereklidir. Sonuçta, iki düğüm noktası arasında tercih edilebilecek ne kadar güzergah varsa, bu güzergahların tercih edilme olasılıkları toplamı “1” olacaktır.

Aşağıda link ağırlık matrislerinin belirlenmesi için iki tane model önerilmektedir.

3.3.1 Çekim Modeli Yaklaşımı

Burada, çekim modeli yardımıyla, link ağırlık matrisleri belirlenmeye çalışılmaktadır. Ulaştırma ağındaki iki düğüm noktası arasında tercih edilebilecek, birden fazla güzergah olması durumunda, güzergahların her birinin hangi olasılıkla seçileceğinin bulunması için, bir yaklaşım önerilmektedir.

Çekim metodu, Newton’un çekim kanunu esas alınarak (iki kütle arasındaki çekim kuvveti, kütlelerin büyüklüğü ile doğru orantılı fakat arasındaki mesafe ile ters orantılıdır), geliştirilmiştir. Bu yaklaşım, ulaştırma mühendisliği açısından ele alınırsa, iki bölge arasında oluşacak trafik akımlarının, bölgelerin aktiviteleri ile doğru orantılı buna karşılık, bölgeler arasındaki mesafe ile ters orantılı olacağını göstermektedir. Dolayısıyla, çekim metodu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

$$T_{ij} = \frac{\theta P_i P_j}{d_{ij}^2} \quad (3.54)$$

Burada;

P_i = “i” (başlangıç) bölgesinin nüfusu,

P_j = “j” (son) bölgesinin nüfusu,

d_{ij} = “i” ve “j” bölgeleri arasındaki mesafe,

θ = Orantılılık faktörü,

T_{ij} = “i” başlangıç ve “j” varış noktası arasındaki talep. (ta/sa)

Bu model ilk defa Casey (1955), tarafından kullanılmıştır. Sonradan, bölge nüfusları yerine, bölgelerden üretilen ve bölgeler tarafından çekilen toplam yolculukların modele dahil edilmesiyle geliştirilmiştir [49].

$$T_{ij} = \frac{\theta O_i D_j}{d_{ij}^2} \quad (3.55)$$

Burada;

$O_i = i$ başlangıç noktasından ayrılan, toplam yolculuk miktarı,

$D_j = j$ bitiş noktasına ulaşan, toplam yolculuk miktarı.

Eşitlik (3.55)'te, i ve j bölgeleri arasındaki mesafe yerine, genelleştirilerek $f(c_{ij})$ formunda bir direnimsel fonksiyon konulmuştur. Bu durumda, çekim modelinin en son hali denklem (3.56)'da gösterilmiştir.

$$T_{ij} = \theta O_i D_j f(c_{ij}) \quad (3.56)$$

Burada, genelleştirilmiş maliyet ya da süre direnimsel fonksiyonu $f(c_{ij})$ olarak, kullanılabilir.

Çekim modeli kullanılarak, link ağırlık matrislerinin belirlenmesi yaklaşımı için, (3.54) no'lu eşitlikteki formül kullanılmaktadır. İki düğüm noktası arasında, tercih edilebilecek birden fazla güzergah olduğu durumda, bu düğüm noktaları arasında yolculuk yapanlar, hangi güzergahı seçeceklerine, kendilerine sağlayacağı faydayı göz önüne alarak karar vermektedirler. Bu yüzden, çekim modeli kullanılarak, her güzergah için, bu güzergahı kullanmanın faydasını ifade eden, bir fonksiyon yazılması gereklidir. Bu şekilde yazılan fonksiyonların her biri, fayda fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır.

Bu yaklaşımda kullanılan fayda fonksiyonu, her farklı güzergah için çekim modelinin değiştirilmiş bir formu kullanılarak elde edilmektedir. Eşitlik (3.54)'e başlangıç ve son düğüm noktaları arasındaki, ara düğüm noktalarının da dahil edilmesiyle bulunan fayda fonksiyonu, eşitlik (3.57)'de verilmektedir.

$$U_k = \sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2} \quad (3.57)$$

Burada;

$U_k =$ “ i ” başlangıç noktasından “ j ” varış noktasına yapılan yolculuklar için k güzergahını kullanmanın faydası,

$k =$ “ i ” başlangıç ve “ j ” varış noktası arasındaki güzergah numarası,

$z =$ “ i ” başlangıç ve “ j ” varış noktası arasındaki düğüm noktaları (varış noktası dahil),

$d_{(i-z)_k}$ = “k” güzergahı kullanılarak i başlangıç ve z ara düğümü arasındaki mesafe,

P_i = “i” başlangıç noktasındaki düğümün nüfusu,

P_z = “z” ara düğümün nüfusu.

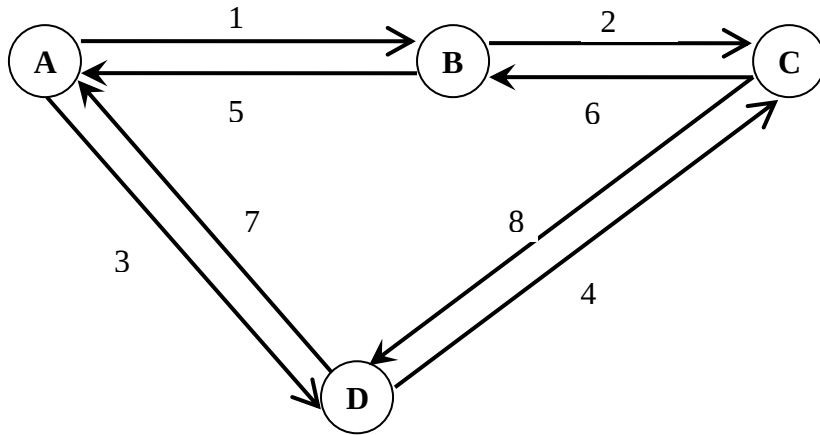
Eşitlik (3.57)’de verilen fonksiyon, iki düğüm noktası arasındaki, bütün güzergahlar için hesaplanmaktadır. Hesaplanan fonksiyonların her biri, iki düğüm noktası arasındaki, mevcut bütün güzergahların fayda fonksiyonları toplamına bölünmektedir. Böylece, eşitliğin payına yazılan fayda fonksiyonunun ait olduğu güzergahın, tercih edilme olasılığı bulunmuş olmaktadır. Matematik ifade olarak, eşitlik (3.58)’de gösterilmektedir.

$$p_{ij}^k = \frac{\sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2}}{\sum_k \sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2}} \quad (3.58)$$

Burada;

p_{ij}^k = “i” başlangıç noktasından “j” varış noktasına yapılan yolculukların “k” güzergahını tercih etme olasılığı.

Eşitlik (3.58) kullanılarak link ağırlık matrislerinin bulunmasının daha kolay anlaşılabilmesi için, bir örnek ulaştırma ağı üzerine uygulanması faydalı olacaktır. Şekil 3.7’deki, 4 düğüm noktası ve 8 linke sahip bir ulaştırma ağı örneğinde, çekim modeli yaklaşımı ile link ağırlık matrislerinin bulunması aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 3.7 4 düğüm noktası ve 8 linke sahip ulaştırma ağı

Düğüm noktalarındaki illerin nüfusları ve iller arasındaki uzaklıklar aşağıda verilmiştir.

DÜĞÜM		İL ÇİFTİ	UZAKLIK(km)
NOKTASI	NÜFUS		
A	50	A-B	80
B	100	B-C	70
C	40	A-D	100
D	60	D-C	150

Şekil 3.7 incelendiğinde A düğüm noktası ile C düğüm noktası ve B düğüm noktası ile D düğüm noktası arasında 2 tane güzergah olduğu görülmektedir. İlk olarak, A düğüm noktası ile C düğüm noktası arasındaki güzergahlar incelenmektedir.

A→C Arası için:

1. Güzergah $A \rightarrow B \rightarrow C$

2. Güzergah $A \rightarrow D \rightarrow C$

1. Güzergahın fayda fonksiyonu :

$$U_1 = \frac{P_A \cdot P_B}{d_{(A-B)_1}^2} + \frac{P_A \cdot P_C}{d_{(A-C)_1}^2}$$

$$U_1 = \frac{50 \cdot 100}{(80)^2} + \frac{50 \cdot 40}{(150)^2} = 0.87$$

2. Güzergah için fayda fonksiyonu :

$$U_2 = \frac{P_A \cdot P_D}{d_{(A-D)_2}^2} + \frac{P_A \cdot P_C}{d_{(A-C)_2}^2}$$

$$U_2 = \frac{50 \cdot 60}{(100)^2} + \frac{50 \cdot 40}{(250)^2} = 0.332$$

Bulunan bu fayda fonksiyonları, (3.58) no'lu eşitlikte yerine yazıldığında, A ve C düğümleri arasındaki, 1 ve 2 no'lu güzergahların tercih olasılıkları, aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$p_{AC}^1 = \frac{0.87}{0.87 + 0.332} = 0.72$$

$$p_{AC}^2 = 1 - 0.72 = 0.28$$

Sonuç olarak, 1 no'lu güzergahın tercih olasılığı 0.72, 2 no'lu güzergahın tercih olasılığı ise, 0.28 olarak bulunmuş olmaktadır.

Şimdi ise, tercih edilebilecek iki tane güzergahın bulunduğu, B düğüm noktası ile D düğüm noktası arasındaki güzergahlar incelenecektir.

B→D Arası için:

1. Güzergah B → A → D

2. Güzergah B → C → D

1. Güzergahın fayda fonksiyonu :

$$U_1 = \frac{P_B \cdot P_A}{d^2_{(B-A)_1}} + \frac{P_B \cdot P_D}{d^2_{(B-D)_1}}$$

$$U_1 = \frac{100.50}{(80)^2} + \frac{100.60}{(180)^2} = 0.97$$

2. Güzergah için fayda fonksiyonu :

$$U_2 = \frac{P_B \cdot P_C}{d^2_{(B-C)_2}} + \frac{P_B \cdot P_D}{d^2_{(B-D)_2}}$$

$$U_2 = \frac{100.40}{(70)^2} + \frac{100.60}{(220)^2} = 0.94$$

Bulunan bu fayda fonksiyonlarının, eşitlik (3.58)'de yerine yazılmasıyla, B ve D düğümleri arasındaki, 1 ve 2 no'lu güzergahların tercih olasılıkları, aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$p_{BD}^1 = \frac{0.97}{0.97 + 0.94} = 0.51$$

$$p_{BD}^2 = 1 - 0.51 = 0.49$$

Sonuç olarak, 1 no'lu güzergahın tercih edilme olasılığı 0.51, 2 no'lu güzergahın tercih edilme olasılığı ise, 0.49 olarak bulunmuş olmaktadır.

Yukarıda anlatılan, link ağırlık matrislerinin bulunması için çekim modeli yaklaşımı, veri olarak sadece, bölge nüfuslarına ve bölgeler arasındaki uzaklıklara gereksinim duymaktadır. Herhangi bir ulaştırma ağında, model için gereksinim duyulan, bu iki verinin elde edilmesi çok kolaydır. Bu nedenle, iki düğüm noktası arasında, birden fazla güzergah olması ve orantılı atama yapılması durumunda, bu modelin kullanılması faydalı olacaktır.

Link ağırlık matrisleri belirtilen tekniklerle hesaplanmış ve aşağıda gösterilmiştir.

$$p_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.72 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.51 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad p_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.51 \\ 0.72 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.72 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.49 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad p_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.72 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.49 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.28 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.51 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad p_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.28 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.51 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.28 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.49 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad p_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.49 \\ 0.28 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Yukarıda yazılan link ağırlık matrisleri incelenirse, iki düğüm noktasını birleştiren linkin bir yönü için yazılan matrisin transpozesi alındığında, diğer yön için olan link ağırlık matrisini, verdiği görülmektedir. Bu özellik, ilerde (B-S) matrisi tahmin algoritmalarının, Türkiye karayolu ağına uygulanması için, bilgisayar programlarının yazımında kolaylık sağlayacaktır.

3.3.2 LOGIT model Yaklaşımı

Logit model, ulaştırma planlamasının türel ayırım aşamasında kullanılan, bir tüketici davranışı modelidir. Bu modelin genel formu aşağıdaki gibidir [50].

$$P(i) = \frac{e^{U_i}}{\sum_i e^{U_i}} \quad (3.59)$$

Burada;

i = Ulaşım türü,

U = Yararlılık fonksiyonu,

$P(i)$ = i ulaşım türünün seçilme olasılığı.

U_i fayda fonksiyonu, tüketicilerin i ulaşım türünü seçmek için göz önünde bulunduracakları kriterleri içermek zorundadır. Hangi türün tüketiciye olan faydası fazla ise, o tür seçilmektedir.

Eğer, bir ulaştırma ağı için, yalnızca iki farklı ulaşım türü varsa, (3.59) no'lu denklem, aşağıda gösterilen (3.60) no'lu denklem şekline dönüşmektedir.

$$P_1 = \frac{e^{U_1}}{e^{U_1} + e^{U_2}} \quad (3.60)$$

Burada;

U_1, U_2 = Sırasıyla 1 ve 2 no'lu ulaşım türlerinin yararlılık fonksiyonu

P_1 = 1 no'lu ulaşım türünün seçilme olasılığı

Ulaştırma planlamasının türel ayırım aşamasında, bu model kalibre edilerek hangi ulaştırma türünün hangi oranla seçileceği belirlenmektedir. İki ulaşım türü için kalibrasyon kolay olmasına karşılık, çoklu türel ayırım modellerinin kalibrasyonu için, maksimum olasılık yöntemi kullanılmaktadır.

Burada, Logit model, (B-S) matrislerinin tahmini probleminde gerek duyulan, link ağırlık matrislerinin bulunması için kullanılmaktadır.

Yukarıda anlatılan, çekim modeli ile link ağırlık matrislerinin tahmini bölümünde, (3.57) no'lu eşitlikte gösterilen fayda fonksiyonu, Logit model yaklaşımında da kullanılmaktadır. Bu denklem yardımıyla hesaplanan, fayda fonksiyonlarının eşitlik (3.60)'ta yerine yazılmasıyla, güzergahların tercih olasılıkları belirlenmektedir.

Şekil 3.7'deki ulaştırma ağı örneğindeki link ağırlık matrisleri, logit modele göre hesaplanmıştır.

Çekim modeli yaklaşımında bulunan fayda fonksiyonları değişmeyeceğinden, bu yaklaşımda da aynı değerler kullanılmıştır.

Fayda fonksiyonlarının, Logit modelde yerine yazılmasıyla, aşağıdaki tercih olasılıkları elde edilmektedir.

A→C Arası için:

1. Güzergah $A \rightarrow B \rightarrow C$

2. Güzergah $A \rightarrow D \rightarrow C$

$$p_1 = \frac{e^{U_1}}{e^{U_1} + e^{U_2}}$$

$$p_2 = 1 - p_1$$

$$p_1 = \frac{e^{0.87}}{e^{0.87} + e^{0.332}} = 0.63$$

$$p_2 = 1 - 0.63 = 0.37$$

Sonuç olarak, A ve C düğümleri arasındaki, 1 no'lu güzergahın tercih olasılığı 0.63, 2 no'lu güzergahın tercih olasılığı ise, 0.37 olarak bulunmaktadır..

B→D Arası için:

1. Güzergah $B \rightarrow A \rightarrow D$

2. Güzergah $B \rightarrow C \rightarrow D$

$$p_1 = \frac{e^{U_1}}{e^{U_1} + e^{U_2}}$$

$$p_2 = 1 - p_1$$

$$p_1 = \frac{e^{0.97}}{e^{0.97} + e^{0.94}} = 0.50$$

$$p_2 = 1 - 0.50 = 0.50$$

Sonuç olarak, B ve D düğümleri arasındaki, 1 ve 2 no'lu güzergahın tercih olasılığı, 0.50 olarak bulunmaktadır.

Link ağırlık matrisleri bulunan değerlere göre yazılmış ve aşağıda gösterilmiştir.

$$p_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.63 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad p_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.63 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.63 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad p_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.63 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.37 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad p_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.37 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.37 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad p_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.37 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Burada da, çekim modeli yaklaşımında olduğu gibi, sadece bölge nüfusları ve bölgeler arasındaki uzaklık verilerine ihtiyaç duyulmaktadır. Orantılı atama kullanılarak, yolculukların ağ üzerine atandığı durumda, bu yaklaşım yardımıyla da link ağırlık matrisleri tahmin edilebilmektedir.

4. ÜLKEMİZDE ŞEHİRLERARASI OTOBÜS TAŞIMACILIĞI İÇİN (B-S) MATRİSİ TAHMİNİ

4.1 Genel

Trafik tahmin yöntemlerini incelediğimizde, mevcut trafik ile ilgili en önemli verinin B-S verilerine dayandığını ancak, bu verilerin ülkemizde yeterli ve güvenilir ölçüde olmadığını görmekteyiz. Buna ek olarak, senelik trafik artışlarında da dengeli ve düzenli bir artış bulunmamaktadır. Bu nedenle, ev ya da yol anketleri sonucunda elde edilen (B-S) bilgilerinin geçerliliği uzun sürmemektedir. Bu bilgilerin toplanması, masraflı, çok fazla emek isteyen ve anketlerin yapılması yönünden, yolculuk yapanlar için zaman kaybına yol açan bir iştir. Bu yüzden, geleneksel yöntemler dışında, trafik sayımlarını kullanarak Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için, (B-S) matrisi tahmin edilmeye çalışılacaktır.

Giriş bölümünde de açıklandığı gibi, ülkemizde şehirlerarası yolcu taşımacılığı çoğunlukla otobüsle yapılmaktadır. Yapılan bu yolculukların ülke geneline dağılımının belirlenmesi için, (B-S) matrislerinin elde edilmesi önemlidir. (B-S) matrisi tahmin işlemine başlamadan önce, Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığının karakteristiklerinin belirlenmesi faydalı olacaktır.

Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği kendine özgü karakteristiklere sahiptir. Bu karakteristikler şunlardır :

1. Şehirlerarası otobüs trafiği için, bölgeler yani başlangıç ve son noktaları, ülke bazında düşünüldüğünde, iller veya birkaç ili kapsayan trafik bölgeleri olmaktadır.
2. Bölgeleri birbirine bağlayan karayolu ağı, şehirlerarası trafik incelendiği için, devlet yolu ve otoyollardan oluşan, çok fazla linke ve düğüm noktasına sahip, ülke karayolu ağı olarak dikkate alınmak zorundadır.
3. Ülkemizde, her iki il arasında yani her başlangıç noktasından, her son noktasına aktarmasız otobüs seferi bulunmamaktadır. Dolayısıyla, bazı il çiftleri arasındaki ara illerde aktarma yapılması gerekmektedir.

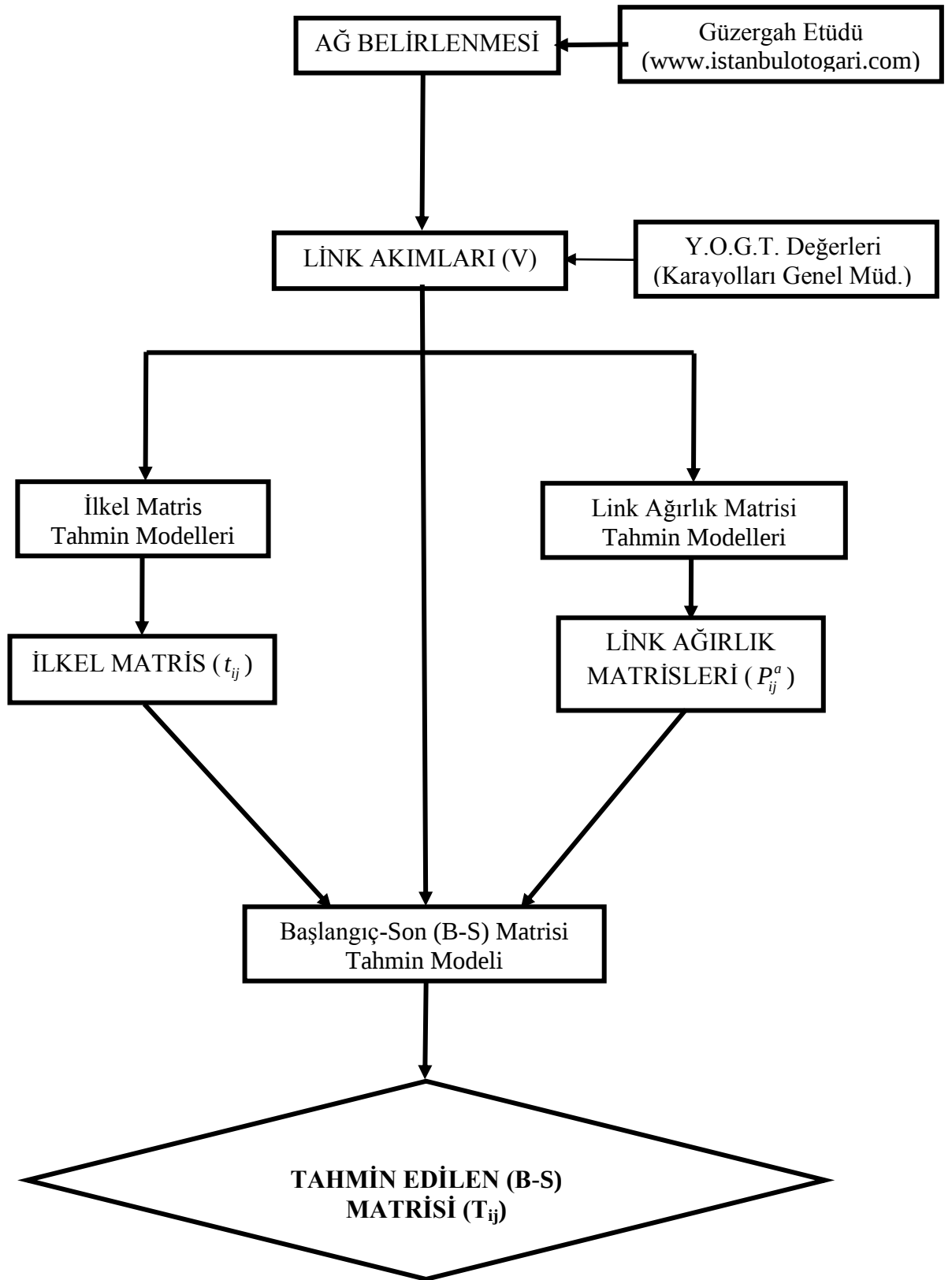
4. Otobüs firmalarının seferleri, her zaman iki il arasındaki en kısa yolu kullanarak gerçekleşmemektedir. Bazı durumlarda, seferin başladığı noktadan, bitiş noktasına kadar seyahat etmek üzere, otobüse binen yolcu sayısı az olmakta veya başlangıç noktasında yeteri kadar yolcu bulunamamaktadır. Bu nedenle, yolcu sayısının artırılması amacıyla, en kısa yol dışında daha uzun bir güzergah seçilebilmektedir. Bunun sonucu olarak, link ağırlık matrislerinin belirlenmesi zorlaşmaktadır.
5. Mevsimlere göre, otobüs firmalarının sefer yaptıkları iller ve sefer sayıları değişim göstermektedir. Örneğin, yaz aylarında tatil beldelerine olan sefer sayılarında artış gözlenmektedir.
6. Yılbaşı, asker sevkiyatı, okulların açılması ve bayramlar gibi özel günlerde, normal sefer dışında ek seferler düzenlenebilmektedir.
7. Otobüs firmaları, taşınan yolcu sayısı ve harcanan yakıt miktarını göz önünde bulundurarak, ekonomik olarak optimum taşımayı gerçekleştirebileceği güzergahı seçmeye özen göstermektedir.

(B-S) matrisi tahmin yöntemleri, ilkel matrisin ve tıkanıklık etkisinin var olup olmaması durumuna göre sınıflandırılmaktadır. Türkiye’de otobüsle yapılan şehirlerarası yolcu taşımacılığını bu iki özelliğe göre incelendiğinde, tıkanıklık etkisinin olmadığı ve ilkel matris olarak kullanılabilecek bir matrisin bulunmadığı görülmektedir. Bunlara ek olarak, geniş ulaştırma ağlarına kolay uygulanabilirliği ve algoritma yazım kolaylığı açısından, “En Küçük Kareler” ve “En Küçük Rölatif Hatalar” modellerinin, Türkiye karayolu ağına uygulanmasına karar verilmiştir.

İlk olarak, bir ağ çalışması yapılmıştır. Sonra, sırasıyla :

- Linklerdeki trafik sayımları
- Link ağırlık matrisleri
- İlkel matris

belirlenmiştir. Daha sonra, belirlenen bu veriler kullanılarak, “En Küçük Kareler” ve “En Küçük Rölatif Hatalar” modelleri, Türkiye karayolu ağına uygulanmıştır. Burada anlatılan işlemler, Şekil 4.1’deki akış şemasında gösterilmiştir.



Şekil 4.1 (B-S) Matrisi tahmini için akış şeması

4.2 Türkiye Karayolu Ağı

Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için, (B-S) matrisi tahmini, 67 il dikkate alınarak yapılmıştır. Sonradan il olan 14 tane ilçe, matris tahmin işlemine dahil edilmemiştir.

67 il arasındaki, otobüsler tarafından kullanılan yollar, (B-S) matrisi tahmininde kullanılacak karayolu ağını oluşturmaktadır. Bu karayolu ağı, devlet yolları ve otoyollardan oluşmaktadır. Bunların dışında kalan, il yolları ve köy yolları, otobüs taşımacılığında kullanılmadığı için, oluşturulan karayolu ağında bulunmamaktadır.

Ülkemizde, şehirlerarası otobüs taşımacılığında, otoyolların tamamı kullanılmaktadır. Buna karşılık, bazı devlet yolları ise kullanılmamaktadır. Bu nedenle, kullanılmayan devlet yolları da, (B-S) matrisi tahmini için oluşturulan karayolu ağına dahil edilmemiştir.

4.3 Linklerdeki Trafik Sayımlarının Belirlenmesi

Karayolu ağı oluşturulduktan sonra, linklerdeki trafik sayımları yani, gözlenen hacimler belirlenmektedir.

İki il arasındaki (B-S) talebinin belirlenebilmesi için, bu iki ili birbirine bağlayan link ya da linklerden, en az bir tanesinin üzerinde trafik sayım verisinin olması gereklidir. Bu nedenle, karayolu ağında, birbirine komşu olan iki il arasında en az bir tane sayım verisi olacak şekilde, sayım verilerinin alınacağı linkler saptanmıştır. Böylece, her il çifti arasında en az bir tane trafik sayım değeri olması sağlanmıştır. Bu linkler, geliş ve gidiş olmak üzere çift yönlüdür.

Türkiye karayolu ağında, toplam 270 tane link belirlenmiştir. Bunların, 135 tanesi birinci yön, 135 tanesi ise, ikinci yön için trafik sayım verilerini içermektedir.

Trafik sayım değerleri, Karayolları Genel Müdürlüğü'nün "Trafik ve Ulaşım Bilgileri" adlı yayınından alınarak (B-S) matrisi tahmininde kullanılmıştır. Devlet yolu ve otoyollar üzerinde bulunan, çeşitli sayım istasyonlarındaki sayım verilerini içeren bu kitap, Karayolları Genel Müdürlüğü tarafından her yıl yayınlanmaktadır.

Buradan elde edilen sayım bilgileri, otobüs için Y.O.G.T. (Yıllık Ortalama Günlük Trafik) değerleridir ve sayım yapılan yol kesimindeki çift yöndeki toplam otobüs

Tablo 4.1 Belirlenen linkler ve trafik sayımları

Link No	Devlet Yolu ve Otoyol Kontrol Kesim No	Dilim No	Y.O.G.T. (Otobüs)
1	020-02-(Hasköy-Inece)	1	75
2	Otoyol-(Babaeski-Lüleburgaz)	-	338
3	550-03-(Gelibolu-Eceabat)	3	148
4	020-03-(Vize-Saray)	3	57
5	Otoyol-(Çorlu-Çerkezköy)	-	748
6	550-04-(İntepe-Ezine)	3	95
7	200-02-(Biga-Sinekçi)	3	212
8	565-06-(Susurluk-Ömerköy)	3	591
9	565-08-(Gelenbe-Akhisar)	3	510
10	230-04-(Köprüören-Kütahya)	1	27
11	555-09-(Balıkesir-Bigadiç)	1	198
12	565-10-(İzmir-Manisa)	2	927
13	300-04-(Salihli-Kula)	2	612
14	Otoyol-(Germencik-Şevketiye)	-	330
15	320-02-(Nazilli-Kuyucak)	1	344
16	550-13-(Çine-Yatağan)	3	280
17	320-04-(Bozkurt-Çardak)	1	605
18	330-04-(Serinhisar-Tavas)	3	272
19	585-10-(Acıpayam-Çavdır)	2	55
20	595-13-(Denizli-Çivril)	2	117
21	300-06-(Banaz-Dumlupınar)	4	445
22	240-06-(Aslanapa-Kütahya)	1	48
23	625-02-(Işıklı-Dinar)	0	15
24	650-14-(Dağ-Antalya)	1	266
25	695-08-(Seydişehir-Akseki)	3	101
26	400-15-(Anamur-Bozyazı)	0	73
27	650-12-(Burdur-Keçiborlu)	1	295
28	650-10-(Sandıklı-Dinar)	1	513
29	200-10-(Sivrihisar-Polatlı)	2	758
30	650-07-(Afyon-Kütahya)	1	155
31	300-11-(İlgın-Kadınhanı)	0	465
32	650-05-(Kütahya-Eskişehir)	2	250
33	200-07-(Bozüyük-Eskişehir)	4	741
34	200-06-(İnegöl-Bozüyük)	5	402
35	575-02-(Gemlik-Orhangazi)	2	606
36	Otoyol-(Gebze-İzmit Doğu)	-	3917
37	Otoyol-(Kocaeli-Sakarya)	-	2680
38	Otoyol-(Sakarya-Düzce)	-	1647
39	100-11-(Kaynaşlı-Bolu)	5	1282
40	650-02-(Pamukova-Osmaneli)	3	602
41	130-01-(Gölcük-Karamürsel)	2	1308
42	010-06-(Ereğli-Kozlu)	3	147
43	Otoyol-(Yeniçağa-Gerede)	-	603
44	750-02-(Mengen-Devrek)	0	116
45	Otoyol-(Çamlıdere-Çeltikçi)	-	525
46	010-07-(Çaycuma-Saltukova)	2	136
47	755-01-(Ovacuma-Bartın)	3	24
48	750-08-(Gölbaşı-Kulu)	2	734
49	200-13-(Elmadağ-Kırıkkale)	2	1326
50	765-05-(Çandır-Çankırı)	2	150
51	715-05-(Konya-Karaman)	2	146
52	300-13-(Obruk-Sultanhanı)	2	199
53	330-15-(Karapınar-Ereğli)	2	207
54	715-08-(Mut-Silifke)	0	94
55	750-16-(Ulukışla-Çiftahan)	3	578
56	Otoyol-(Tarsus-Adana Doğu)	-	1037
57	Otoyol-(Adana Doğu-İskenderun Batı)	-	993
58	765-13-(Gölcük-Derinkuyu)	0	171
59	750-14-(Taşpınar-Ulukışla)	0	341
60	300-17-(Erkilet-Kayseri)	3	1494
61	300-15-(Acıgöl-Aksaray)	2	218
62	260-08-(Mucur-Kırşehir)	6	504
63	765-08-(Keskin-Akpınar)	3	368
64	785-06-(Göllü-Yerköy)	2	29
65	260-13-(Şarkışla-Kayadibi)	1	113
66	300-18-(Pazarören-Pınarbaşı)	4	223
67	200-14-(Balıseyh-Delice)	5	471
68	795-05-(Yozgat-Alaca)	0	11

69	200-17-(Yozgat-Sorgun)	1	284
70	765-02-(Ilgaz-Kastamonu)	2	76
71	100-14-(Ilgaz-Kurşunlu)	4	484
72	030-05-(Taşköprü-Hanönü)	1	31
73	030-03-(Kastamonu-Araç)	0	77
74	180-03-(Iskilip-Çorum)	0	58
75	100-17-(Gümüşhacıköy-Osmancık)	1	736
76	010-015-(Gerze-Yakakent)	1	71
77	795-01-(Havza-Kavak)	2	893
78	010-17-(Terme-Ünye)	1	393
79	180-05-(Ezinepazarı-Amasya)	3	291
80	200-20-(Yıldızeli-Sivas)	2	266
81	010-19-(Piraziz-Bulancak)	1	494
82	010-20-(Görece-Eynesil)	2	331
83	885-01-(Torul-Maçka)	2	72
84	010-22-(Asrin-Araklı)	4	402
85	010-24-(Ardeşen-Fındıklı)	1	155
86	100-27-(Aşkale-İlica)	2	272
87	050-01-(Kale-Gümüşhane)	0	64
88	100-24-(Refahiye-Erzincan)	3	208
89	885-04-(Kelkit-Erzincan)	2	33
90	925-03-(Pazaryolu-İspir)	2	21
91	100-30-(Köprüköy-Horasan)	1	196
92	950-02-(Tortum-Uzundere)	2	35
93	010-27-(Şavşat-Ardahan)	3	13
94	965-02-(Hasköy-Susuz)	0	46
95	950-05-(Çat-Karlıova)	1	33
96	100-31-(Horasan-Eleşkirt)	1	124
97	100-33-(Doğubeyazıt-Taşlıçay)	1	100
98	080-05-(Tuzluca-Iğdır)	2	72
99	955-06-(Köprüköy-Hınıs)	2	25
100	300-29-(Solhan-Yaygın)	2	93
101	300-31-(Güroymak-Bitlis)	2	100
102	300-33-(Tatvan-Gevaş)	1	79
103	300-26-(Başyurt-Kovancılar)	0	304
104	950-08-(Yayla-Kocaköy)	2	57
105	975-05-(Muradiye-Tımar)	1	28
106	975-10-(Başkale-Hakkari)	0	71
107	965-08-(Hamur-Patnos)	4	92
108	965-14-(Baykan-Siirt)	2	206
109	400-33-(Uludere-Çiğli)	0	7
110	370-02-(Kurtalan-Beşiri)	4	69
111	370-01-(Bismil-Diyarbakır)	1	257
112	950-10-(Çınar-Mardin)	0	118
113	885-12-(Hilvan-Siverek)	1	151
114	885-11-(Diyarbakır-Ergani)	3	259
115	400-31-(Şirnak-Cizre)	2	33
116	400-26-(Çamlıdere-Viranşehir)	2	294
117	400-24-(Birecik-Suruç)	2	386
118	875-04-(Şanlıurfa-Bozova)	2	36
119	835-01-(Narlı-Gaziantep)	2	158
120	Otoyol-(Düziçi-Bahçe)	-	497
121	817-04-(Belen-Hatay)	2	287
122	360-03-(Pazarcık-Gölbaşı)	2	171
123	300-23-(Çolaklı-Kale)	5	501
124	300-21-(Kürecik-Darende)	3	213
125	850-10-(Sürgü-Gölbaşı)	3	383
126	877-02-(Kürtün-Torul)	0	9
127	180-04-(Mecitözü-Çorum)	2	175
128	885-08-(Kovancılar-Akpazar)	0	113
129	885-06-(Tunceli-Kırmızıköprü)	1	94
130	805-03-(Himmetdede-Boğazlıyan)	0	111
131	585-05-(Buldan-Sarıgöl)	4	71
132	350-01-(Kemer-Altınyayla)	1	85
133	160-01-(Yenişehir-Bilecik)	2	36
134	675-01-(Mahmudiye-Çifteler)	2	150
135	380-02-(Ömerli-Midyat)	1	23

sayısını göstermektedir. Bu nedenle, modelde kullanılabilmesi için her iki yönde de eşit otobüs sayısı kabulü yapılmıştır.

İller arasındaki linkler üzerindeki, Karayolları Genel Müdürlüğü tarafından yapılan sayımlar birden fazla noktada yapılmaktadır. Bu sayım değerleri, il merkezlerine yaklaştıkça artış göstermektedir. Bu durum, il ve ilçe arasındaki otobüslerin veya bazı büyük illerdeki şehir içi otobüslerinin de sayılması ile ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle, şehirlerarası otobüs trafiğini yansıtmaları için, modelde kullanılacak link akımları, il merkezlerine uzak noktalardaki sayım verileri olarak alınmıştır.

Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için, sayım verileri olarak 2002 yılı verileri kullanılmıştır. Kullanılan bu veriler, Tablo 4.1’de gösterilmektedir [51].

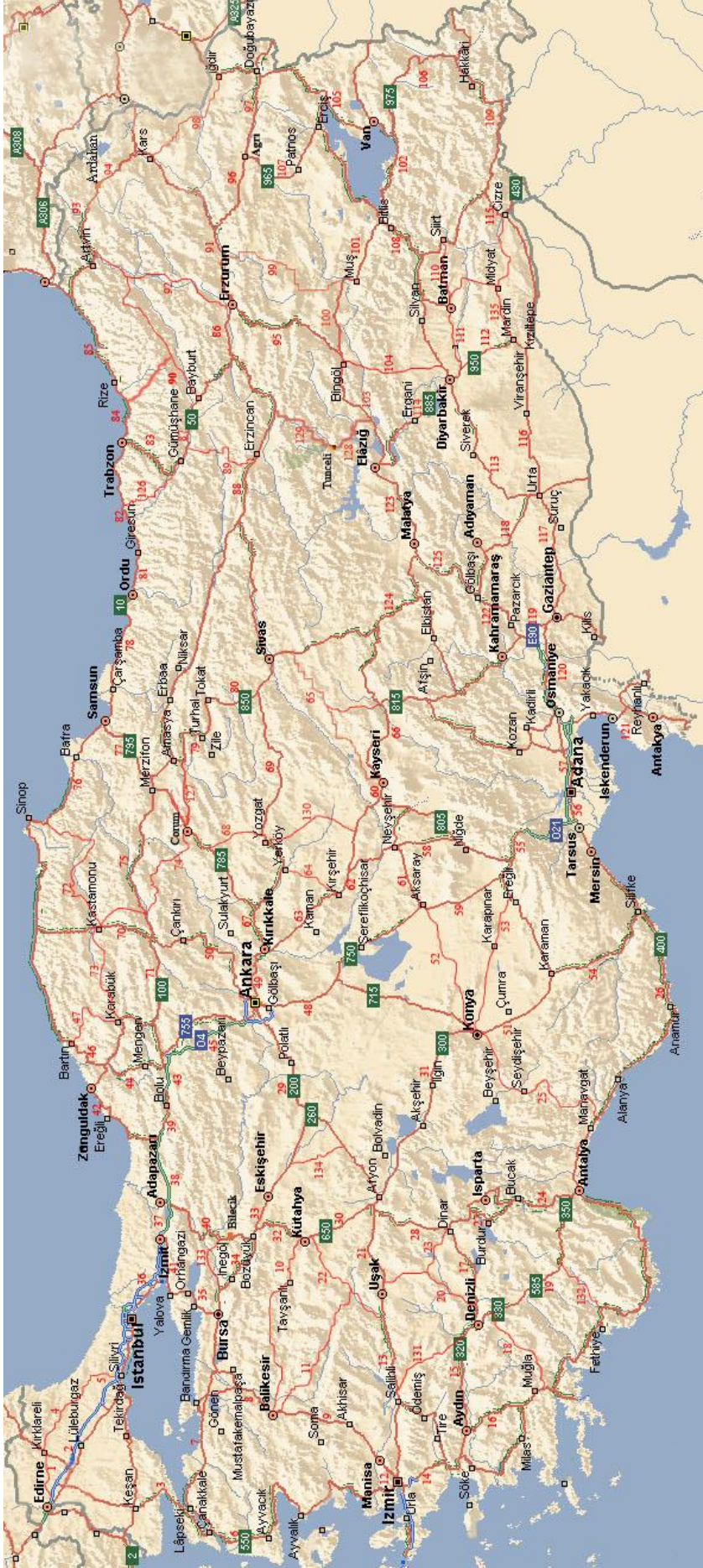
Tablo 4.1 incelendiğinde, birinci sütunda link numaraları, ikinci sütunda devlet yolları için kontrol kesim numarası, otoyollar için kesim adı, üçüncü sütunda, devlet yolları için dilim numarası, son olarak dördüncü sütunda ise, otobüsler için Y.O.G.T değerleri yer almaktadır. Eğer kontrol kesiminde, trafik sayımı yapılan yalnızca bir tane dilim varsa, üçüncü sütunda sıfır olarak gösterilmektedir.

Oluşturulan karayolu ağı ve bu ağ üzerinde belirlenen linkler, harita üzerinde gösterilmiştir. Bu harita, Şekil 4.2’de verilmektedir.

4.4 Link Ağırlık Matrislerinin Oluşturulması

Linkler belirlendikten sonra, iller arasındaki güzergahlar belirlenmektedir. Bu güzergahların belirlenmesinde, www.istanbulotogari.com adlı internet sitesinden yararlanılmıştır. Böylece, dikkate alınan iki il arasındaki yolculuğun, ağ üzerindeki hangi link ya da linkleri kullanarak gerçekleştiği belirlenmiş olmaktadır. Başlangıç noktasından varış noktasına olan güzergahların saptanmasında, en kısa yol dikkate alınmaktadır. Ancak, bir önceki bölümde de anlatıldığı gibi, Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığında, bazı iller arasında otobüsler tarafından tercih edilebilecek birden fazla güzergah bulunabilmektedir.

Yolculuk talebi bulunmak istenen iki il arasında yalnızca bir güzergah varsa, herhangi bir “a” linkinin, bu iki il arasında sefer yapan otobüsler tarafından tercih edilme olasılığı, eğer a linki bu güzergahın bir parçası ise “1.0” aksi halde “0.0” olacaktır. Bununla birlikte, bazı güzergahlar daha uzun olmasına karşılık tercih edilebilmektedir.



Şekil 4.2 Türkiye karayolu ağı

En kısa yol dışında tercih edilen güzergahlar, genellikle nüfusu büyük olan şehirlerden geçen güzergahlardır. Bunun nedeni ise otobüs firmalarının yolcu indirip bindirme yapabilmeleri nedeniyle özellikle bu güzergahı seçmeleridir. Bu durumda yani birden fazla güzergahın olması durumunda, üçüncü bölümde anlatılan modellerden, çekim modeli yaklaşımı kullanılarak, hangi güzergahın hangi oranda tercih edileceği tahmin edilmektedir.

Böylece, iki il arasındaki yolculuk talebinin, hangi link ya da linkler kullanılarak, hangi tercih olasılığıyla gerçekleştiği belirlenmiş olmaktadır. Buradan, her bir linkin hangi (B-S) çiftleri tarafından, hangi oranda tercih edildiği saptanmaktadır. Bunlar, link ağırlık matrislerini oluşturmaktadır. Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için, 135 tane birinci yön, 135 tane de ikinci yön için olmak üzere, 270 tane link ağırlık matrisi oluşturulmuştur. Bu matrisler ve kullanılan linkler bazında iller arasındaki güzergahlar, Ek E'deki diskette verilmektedir.

Link ağırlık matrisi tahmin aşaması, hem “en küçük kareler” hem de “en küçük rölatif hatalar” (B-S) matrisi tahmin modelleri için, aşağıda verilecek olan çözüm algoritmalarına eklenmiştir.

4.5 İlkel Matrisin Oluşturulması

İlkel matris, iller arasında bulunmak istenen (B-S) taleplerinin, ilk değerlerini içeren bir matristir. Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için, (B-S) matrisi tahmin edilmesinde, 67 il dikkate alındığından, ilkel matris 67x67 boyutunda bir matris olmaktadır.

Şehirlerarası otobüs trafiği için, (B-S) matrisi bulunmak istendiğinden il içi yolculuklar hesaba katılmamıştır. Bu durumda, 67x67 boyutundaki ilkel matrisin köşegeni “0” olmaktadır.

(B-S) matrisini tahmin etmek için kullanılan modeller, ilkel matris bilgisine ihtiyaç duymaktadırlar. Fakat, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için, ilkel matris bilgisi tam olarak bilinmemektedir. Bu nedenle :

- a) Köşegen elemanları “0” diğer elemanları “1”, yani tüm iller arasındaki yolculuk değerleri bir olan,
- b) İller arasında nüfuslarla orantılı olarak, oluşturulan bir yöntemle,

c) Regresyon denklemi yardımıyla, ilkel (B-S) matrisi bulan bir yöntemle, olmak üzere, üç ayrı tip ilkel matris kullanılmıştır. Böylece, ilkel matrisin sonuç üzerindeki etkisi belirlenmeye çalışılmıştır.

Gerçeğe yakın bir ilkel matrisin kullanılması, hem çözüm algoritmasının süresini kısaltmakta hem de, algoritma sonucunda bulunan (B-S) matrisinin doğruluğunu artırmaktadır.

Bu nedenle, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için ilkel matris olarak, köşegen elemanları “0”, diğer elemanları “1” olan bir matrisin kullanılmasına ilave olarak, gerçeğe daha yakın bir matris araştırılması yoluna gidilmiştir.

Bu matrisi üretmek için, yukarıda (b) ve (c) şıklarında belirtildiği gibi, iki tane yöntem önerilmektedir.

İller arasında nüfuslarla orantılı olarak oluşturulan birinci yöntemde, Ankara şehirlerarası otobüs terminalinden Ankara’dan bir gün içerisinde hangi ile ne kadar otobüs çıktığını gösteren, çıkış bilgileri alınmıştır. Bunlar, Tablo 4.2’de gösterilmiştir.

Bu bilgilerden, en çok sefer yapılan ve nüfusu en büyük olan ilin İstanbul olduğu belirlenmiştir. İstanbul ve Ankara illerinin nüfuslarının çarpımlarının bir katsayıya (K) bölümündeki sonucun, Tablo 4.2’deki, Ankara’dan İstanbul’a olan, günlük otobüs sayısına eşit olacağı kabul edilmiştir. Bu durum eşitlik (4.1)’de gösterilmiştir.

$$t_{06-34} = \frac{P_{06} \cdot P_{34}}{K} \quad (4.1)$$

Buradan, bölüm işleminde kullanılan katsayı (K) hesaplanmıştır. Sonra, (B-S) matrisindeki her (B-S) çiftinin nüfusları birbiriyle çarpılmış ve hesaplanan katsayıya bölünerek, nüfuslarla orantılı bir ilkel matris üretilmiştir.

Regresyon denklemi yardımıyla ilkel matris bulan ikinci yöntemde ise, regresyon analizi kullanılarak gerçeğe daha yakın bir matris üretilmeye çalışılmaktadır. Regresyon doğrusu oluşturulurken, bağımlı ve bağımsız değişkenin belirlenmesi önemlidir. Hangi değişkenin beklenen değeri, diğer değişkenin verilen bir değerine bağlı olarak tahmin etmek isteniyorsa, o değişken bağımlı değişken olmaktadır [52].

Burada, bağımlı değişken olarak yukarda anlatılan Ankara ili için çıkış bilgileri alınmıştır ($t_{06,j}$). Bağımsız değişken olarak ise, çekim modeli kullanılmıştır.

Bağımsız değişken hesaplanırken, Ankara'nın nüfusu ile diğer ilin nüfusu çarpılmakta ve “m” ile ifade edilen bir katsayıyla üssü alınmaktadır. Yine aynı şekilde bu değer, Ankara ile diğer il arasındaki mesafenin “n”inci kuvvetine bölünmektedir. Buradaki, m ve n katsayıları sırasıyla, nüfuslara ve mesafeye verilen önemi göstermektedir.

Tablo 4.2 Ankara ili çıkış bilgileri

<i>i</i>	Varış <i>j</i>	Otobüs/gün	<i>i</i>	Varış <i>j</i>	Otobüs/gün
06	01 Adana	21	06	43 Kütahya	12
06	02 Adıyaman	2	06	44 Malatya	6
06	04 Ağrı	4	06	45 Manisa	4
06	05 Amasya	11	06	46 Kahramanmaraş	10
06	07 Antalya	77	06	47 Mardin	4
06	08 Artvin	7	06	48 Muğla	27
06	09 Aydın	31	06	49 Muş	1
06	10 Balıkesir	21	06	50 Nevşehir	15
06	12 Bingöl	2	06	51 Niğde	14
06	16 Bursa	39	06	52 Ordu	9
06	17 Çanakkale	13	06	53 Rize	4
06	18 Çankırı	31	06	54 Sakarya	16
06	19 Çorum	45	06	55 Samsun	26
06	21 Diyarbakır	8	06	56 Siirt	6
06	22 Edirne	6	06	57 Sinop	3
06	23 Elazığ	6	06	58 Sivas	17
06	24 Erzincan	4	06	59 Tekirdağ	5
06	25 Erzurum	5	06	60 Tokat	28
06	26 Eskişehir	32	06	61 Trabzon	14
06	27 Gaziantep	13	06	62 Tunceli	2
06	28 Giresun	7	06	63 Şanlıurfa	4
06	29 Gümüşhane	4	06	65 Van	7
06	31 Hatay	18	06	66 Yozgat	32
06	32 Isparta	11	06	67 Zonguldak	121
06	33 Mersin	48			
06	34 İstanbul	204			
06	35 İzmir	92			
06	36 Kars	6			
06	37 Kastamonu	26			
06	38 Kayseri	48			
06	39 Kırklareli	2			
06	40 Kırşehir	40			
06	41 Kocaeli	21			
06	42 Konya	125			

Bağımlı ve bağımsız değişkenler için regresyon analizi uygulanması sonucu, “m” ve “n” katsayıları değiştirilerek, determinasyon (belirleme) katsayısının 1’e yakın olarak hesaplanması sağlanmıştır. Regresyon denklemi oluşturulurken, sabit terim kullanılmamıştır.

Determinasyon katsayısının $r^2=0.72$ olduğu durumda $m=1.0$ ve $n=0.8$, $r^2=0.75$ olduğunda $m=1.0$ ve $n=1.0$ ve $r^2=0.78$ olduğunda ise $m=0.9$ ve $n=1.32$ olmaktadır. Bu determinasyon katsayıları için bulunan regresyon denklemleri, (4.2), (4.3) ve (4.4) no’lu eşitliklerde verilmektedir [30,52].

$$t_{06,j} = 7.7564.10^{-10} \cdot \frac{(P_{Ankara} \cdot P_j)^m}{d_{Ankara-j}^n} \quad (r^2 = 0.72, m = 1, n = 0.8) \quad (4.2)$$

$$t_{06,j} = 2.6257.10^{-9} \cdot \frac{(P_{Ankara} \cdot P_j)^m}{d_{Ankara-j}^n} \quad (r^2 = 0.75, m = 1, n = 1) \quad (4.3)$$

$$t_{06,j} = 3.8096.10^{-7} \cdot \frac{(P_{Ankara} \cdot P_j)^m}{d_{Ankara-j}^n} \quad (r^2 = 0.78, m = 0.9, n = 1.32) \quad (4.4)$$

Ankara ili çıkış verilerini tahmin etmek için, regresyon yardımıyla bulunan bu denklemler, Türkiye genelinde bütün il çiftlerine uygulanmıştır. 67 il dikkate alındığı ve il içi yolculuklar hesaba katılmadığı durumda, Türkiye için $(67.67) - 67 = 4422$ tane il çifti bulunmaktadır. Dolayısıyla ilkel matris, köşegeni “0” olduğundan, 4422 tane elemana sahiptir. Geliş ve gidiş yönündeki yolculuklar eşit kabul edildiği için, oluşturulan ilkel matris, köşegene göre simetrik olacaktır.

Türkiye geneli için ilkel matris oluşturulacağından, Eşitlik (4.2), (4.3) ve (4.4), aşağıda verilen (4.5), (4.6) ve (4.7) no’lu denklemler şekline getirilmiştir.

$$t_{i,j} = 7.7564.10^{-10} \cdot \frac{(P_i \cdot P_j)^m}{d_{i-j}^n} \quad (r^2 = 0.72, m = 1, n = 0.8) \quad (4.5)$$

$$t_{i,j} = 2.6257.10^{-9} \cdot \frac{(P_i \cdot P_j)^m}{d_{i-j}^n} \quad (r^2 = 0.75, m = 1, n = 1) \quad (4.6)$$

$$t_{i,j} = 3.8096.10^{-7} \cdot \frac{(P_i \cdot P_j)^m}{d_{i-j}^n} \quad (r^2 = 0.78, m = 0.9, n = 1.32) \quad (4.7)$$

Nüfuslarla orantılı olarak oluşturulan ve regresyon yardımıyla bulunan ilkel matrislerde, bütün il çiftleri arasında en az bir otobüs olmasını sağlamak amacıyla, matrisin her elemanına “1” ilave edilmiştir. Bu matrisler Ek A’da verilmektedir.

4.6 Türkiye Karayolu Ağına En Küçük Kareler (EKK) (B-S) Matrisi Tahmin Modelinin Uygulanması

En küçük kareler (EKK) (B-S) modelinin Türkiye karayolu ağına uygulanmasında, üçüncü bölümde bu model için verilmiş olan algoritma kullanılmaktadır. Bu algoritma için, linklerdeki sayım verileri, ilkel matris ve link ağırlık matrislerinin dışarıdan veri olarak girilmesi gereklidir.

İki il arasında birden fazla tercih edilebilecek güzergah olması durumunda, güzergahların tercih olasılığı, üçüncü bölümde verilen çekim modeli yaklaşımı kullanılarak bulunmaktadır. Bu durum, algoritmaya ilave bir adım olarak eklenmiş ve aşağıda gösterilmiştir.

1-) Başlangıç iterasyonu için bulunmak istenen (B-S) matrisinin ilk tahmini olarak ilkel matrisi kullan,

$$T_{ij} = t_{ij}$$

2-) Eğer, i başlangıç noktası ve j varış noktası arasında en kısa yol dışında tercih edilebilecek birden fazla güzergah varsa, linklerin tercih olasılıklarını bulmak için:

$$p_{ij}^k = \frac{\sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2}}{\sum_k \sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2}}$$

formülünü kullan,

eğer i ve j noktası arasında araçlar tarafından tercih edilebilecek, bir tane güzergah varsa ve ele alınan link bu güzergahın parçası ise,

$$p_{ij}^r = 1,$$

ele alınan link bu güzergahın parçası değilse,

$$p_{ij}^r = 0.$$

3-) Bilinen link tercih olasılıklarını kullanarak, tahmin edilen akımı ağ üzerine ata,

$$V_r = \sum_{ij} (T_{ij} \cdot p_{ij}^r)$$

4-) Her link için gözlenen ve tahmin edilen akımlar arasındaki farkların toplamını hesapla,

$$C_{ij} = \sum_r ((V_r - V_r') p_{ij}^r)$$

5-) İterasyon sayacını artır, $l = l+1$

6-) Tahmin edilen ve gözlenen link akımlarını temel alarak, bütün (B-S) çiftleri için yeni tahminleri hesapla,

$$T_{ij}^{l+1} = T_{ij}^l - \frac{\alpha}{n_{ij}} (C_{ij}) \quad , \quad n_{ij} = \sum_r (p_{ij}^r)$$

7-) Negatif olamama kısıtını dahil et, eğer $T_{ij}^{l+1} < 0$ ise $T_{ij}^{l+1} = 0$

8-) Algoritma durdurma kriteri sağlanmazsa 3 no'lu adıma geri dön,

Algoritmanın 270 link ve 67 düğüm noktasına sahip Türkiye karayolu ağına uygulanması için, MATLAB ve MATHCAD kullanılarak program yazılmıştır [53,54,55,56,57,58]. Bu programlar Ek B'de verilmektedir.

Yukarıda belirlenen ve Ek A'da verilen beş tip ilkel matris, algoritma için yazılan programlara uygulanmıştır.

Bunun için ilk önce, α düzenleme katsayısının belirlenmesi gereklidir. Bu katsayı, "0-1" arasında değişmekte ve dikkate alınan ilkel matrise göre farklılık göstermektedir. α 'nın büyük bir değer alınması durumunda, yakınsama sağlanamaması ve sonuçlarda dalgalanma olması söz konusudur. Bunun tersine küçük bir değer alınması durumunda ise, iterasyon sayısı artacaktır.

α katsayısı aynı zamanda, (B-S) matrisi bulunmak istenen ulaştırma ağında, linklerde gözlenen trafik hacimlerinin sayısı ile, tahmin edilmek istenen (B-S) çifti sayısı arasındaki farkla da ilişkilidir. Bu fark "0"a yaklaştıkça buna bağlı olarak, α katsayısı için daha büyük bir değer alınabilmektedir.

Bu nedenle, her bir ilkel matris için α düzenleme katsayısı olarak, yakınsamanın sağlanması ve iterasyon sayısının azaltılması koşullarının dikkate alınmasıyla, “0” ile “1” arasında bir sınır değeri belirlenmektedir. Deneme yoluyla belirlenen bu değerler Tablo 4.3’te verilmektedir.

Tablo 4.3 α düzenleme katsayıları

No	İlkel Matris	α
1	Köşegen elemanları “0” diğer elemanları “1” olan	0.007
2	Nüfuslarla orantılı olarak bulunan,	0.01
3	$t_{i,j} = 7.7564.10^{-10} \cdot \frac{(P_i \cdot P_j)^m}{d_{i-j}^n}$ ($r^2 = 0.72$, $m = 1$, $n = 0.8$) regresyon denklemi ile bulunan,	0.009
4	$t_{i,j} = 2.6257.10^{-9} \cdot \frac{(P_i \cdot P_j)^m}{d_{i-j}^n}$ ($r^2 = 0.75$, $m = 1$, $n = 1$) regresyon denklemi ile bulunan,	0.009
5	$t_{i,j} = 3.8096.10^{-7} \cdot \frac{(P_i \cdot P_j)^m}{d_{i-j}^n}$ ($r^2 = 0.78$, $m = 0.9$, $n = 1.32$) regresyon denklemi ile bulunan.	0.009

Algoritma durdurma kriteri olarak ortalama mutlak hata formülü kullanılmıştır. İterasyon sayısı artırıldıkça ortalama mutlak hata değeri de azalmaktadır. Buna karşılık, elde edilen (B-S) matrisinde, “0” olarak tahmin edilen hücre sayısı artmaktadır. Bu, istenilmeyen bir durumdur. Bu nedenle, iterasyon sayısının belirlenmesi gereklidir.

Algoritmada kullanılacak iterasyon sayısının belirlenmesinde, bir önceki iterasyona göre ortalama mutlak hatadaki değişim ve (B-S) matrisinde “0” olarak hesaplanan hücre sayısı dikkate alınmıştır. Böylece, ortalama mutlak hatadaki değişimin (0.35-0.45) (otobüs/gün) arasında olduğu, 30 iterasyon sonunda algoritmanın durdurulmasına karar verilmiştir.

30 iterasyon sonucunda, Tablo 4.3’teki ilkel matrislerin kullanılmasıyla tahmin edilen (B-S) matrisindeki Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar, sırasıyla Tablo 4.4, Tablo 4.5, Tablo 4.6, Tablo 4.7 ve Tablo 4.8’de verilmektedir.

Burada, Ankara ili çıkış bilgilerinin mevcut olması ve nüfusu en fazla olan ilin İstanbul olması nedeniyle, Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculukların tablolar halinde verilmesi uygun görülmüştür.

Bir sonraki bölümde, sonuçların değerlendirilmesi aşamasında da, bu tablolardan ve Ankara ili çıkış bilgilerinden faydalanılacaktır.

Tablo 4.4 1 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	3	2	1	1	4	0	16	3	4	1	1	1	1	1	1	3	3	2	3	2
34	9	8	20	8	14	12	14	9	27	33	36	6	5	35	13	52	1	14	12	21
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	2	1	1	1	1	1	4	2	1	1	6	1	14	12	3	1	1	10	1	2
34	8	1	6	11	9	36	8	10	9	5	9	13	8	0	29	9	14	11	1	9
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	1	21	1	1	3	3	4	4	1	1	3	1	3	1	5	3	4	5	2	3
34	130	28	28	6	25	8	8	21	5	11	11	11	9	71	13	6	11	10	1	12
	61	62	63	64	65	66	67													
06	1	1	3	1	1	3	1													
34	9	5	7	21	5	10	36													

Beş tip ilkel matrise göre tahmin edilen (B-S) matrisleri için, ortalama mutlak hata değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler, tahmin edilen (B-S) matrisinin Türkiye karayolu ağına atanmasıyla bulunan trafik sayımları ile, Tablo 4.1'de verilen gözlenen trafik hacimleri arasındaki farkı yansıtmaktadır.

Tablo 4.5 2 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	7	1	1	6	7	0	17	4	14	9	1	1	1	1	1	37	6	12	6	9
34	52	1	29	1	1	153	77	1	37	34	17	1	1	11	1	92	24	1	1	35
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	10	1	1	3	12	1	4	3	2	1	8	1	19	153	54	2	1	20	1	4
34	27	31	1	1	16	43	29	8	1	1	29	13	37	0	155	1	1	22	13	1
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	1	28	1	4	11	11	1	12	1	1	3	7	4	1	18	1	6	11	1	13
34	109	75	28	11	41	19	5	28	1	1	1	24	4	56	40	1	1	3	37	21
	61	62	63	64	65	66	67													
06	12	1	9	1	9	6	1													
34	32	1	38	11	21	1	36													

1 no'lu ilkel matrisin (köşegen elemanları “0” diğer elemanları “1” olan matris) kullanılması sonucunda, ortalama mutlak hata değeri 35 otobüs/gün olarak hesaplanmıştır.

Tablo 4.6 3 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	25	2	8	5	10	0	24	3	15	12	1	2	2	1	1	51	6	21	18	15
34	37	1	35	1	5	205	60	1	23	40	22	1	1	24	1	169	34	1	5	29
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	10	1	4	3	11	6	11	6	2	2	13	1	30	205	57	2	1	36	1	7
34	9	49	1	1	8	57	17	9	1	1	16	11	29	0	136	1	4	24	32	1
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	1	73	1	9	17	16	2	13	2	1	7	11	4	1	28	2	5	18	1	19
34	237	73	38	7	37	13	1	12	1	1	1	20	4	116	39	1	1	6	99	21
	61	62	63	64	65	66	67													
06	11	1	11	1	6	24	1													
34	21	1	18	10	6	6	51													

Tablo 4.7 4 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	27	3	13	4	10	0	25	3	15	12	1	3	2	1	1	53	5	25	22	16
34	32	1	35	1	6	208	53	1	18	40	24	1	1	29	1	190	35	2	7	26
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	9	1	4	3	10	11	12	5	2	2	14	1	32	208	55	2	1	39	1	11
34	6	54	1	1	7	59	14	8	1	1	14	10	26	0	123	1	7	23	37	1
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	4	86	1	9	17	16	3	13	2	4	8	11	4	1	29	2	4	18	1	19
34	300	69	40	5	34	11	1	6	1	1	1	19	4	139	37	1	1	6	123	20
	61	62	63	64	65	66	67													
06	10	2	11	1	5	29	1													
34	18	1	14	9	4	7	53													

Yine aynı şekilde, 2 no'lu matrisin (iller arasında nüfuslarla orantılı olarak bulunan) ilkel matris olarak kullanılmasıyla ortalama mutlak hata 36 otobüs/gün, 3 no'lu matrisin (m=1, n=0.8 olan regresyon denklemi ile oluşturulan) kullanılmasıyla 31

otobüs/gün, 4 no'lu matrisin (m=1, n=1 olan regresyon denklemi ile oluşturulan) kullanılmasıyla 29 otobüs/gün ve 5 no'lu matrisin (m=0.9, n=1.32 olan regresyon denklemi ile oluşturulan) kullanılmasıyla 30 otobüs/gün olarak hesaplanmıştır.

Tablo 4.8 5 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	31	2	26	4	13	0	26	3	15	13	1	3	2	1	1	56	4	40	32	18
34	23	1	33	1	9	188	40	2	1	42	28	1	1	38	1	221	38	6	9	19
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	7	1	4	3	9	26	13	5	1	2	14	1	37	188	50	2	8	47	1	21
34	1	66	1	1	4	62	9	7	1	1	9	7	21	0	75	1	10	20	50	1
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	20	112	1	10	18	17	3	13	2	10	12	12	3	7	32	3	4	20	1	22
34	455	55	41	4	32	8	1	1	1	1	1	16	3	194	32	1	1	5	186	18
	61	62	63	64	65	66	67													
06	9	2	10	1	3	44	8													
34	13	1	8	6	1	9	57													

4.7 Türkiye Karayolu Ağına En Küçük Rölatif Hatalar (EKRH) (B-S) Matrisi Tahmin Modelinin Uygulanması

En küçük rölatif hatalar (EKRH) (B-S) matrisi tahmin modelinin Türkiye karayolu ağına uygulanmasında, üçüncü bölümde bu model için verilmiş olan algoritma kullanılmaktadır. Yine, en küçük kareler modelinde olduğu gibi bu modelde de, linklerdeki gözlenen trafik hacimleri, ilkel matris ve link ağırlık matrisleri dışardan veri olarak girilmektedir.

Link ağırlık matrislerinin belirlenmesinde, iki il arasında birden fazla tercih edilebilecek güzergah olması durumunda, güzergahların tercih olasılığı, en küçük kareler modelinde olduğu gibi, üçüncü bölümde verilen çekim modeli yaklaşımı kullanılarak bulunmaktadır. Bu durum, algoritmaya ilave bir adım olarak eklenmiş ve aşağıda gösterilmiştir.

1-) Başlangıç iterasyonu için bilinmeyen (B-S) matrisinin ilk tahmini olarak ilkel matrisi kullan,

$$T_{ij} = t_{ij}$$

2-) Eğer i başlangıç noktası ve j varış noktası arasında en kısa yol dışında tercih edilebilecek birden fazla güzergah varsa, link ağırlık matrislerini bulmak için:

$$p_{ij}^k = \frac{\sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2}}{\sum_k \sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2}}$$

formülünü kullan,

eğer i ve j noktası arasında araçlar tarafından tercih edilebilecek, bir tane güzergah varsa ve ele alınan link bu güzergahın parçası ise,

$$p_{ij}^r = 1,$$

ele alınan link bu güzergahın parçası değilse,

$$p_{ij}^r = 0.$$

3-) Bilinen link tercih olasılıklarını kullanarak, tahmin edilen akımı ağ üzerine ata,

$$V_r = \sum_{ij} (T_{ij} \cdot p_{ij}^r)$$

4-) Her link için gözlenen ve tahmin edilen akımların oranının çarpımını hesapla,

$$C_{ij} = \prod_r \left(\frac{V_r}{V_r^r} \right)^{p_{ij}^r / V_r}$$

5-) Tahmin edilen ve gözlenen link akımlarını temel alarak, bütün (B-S) çiftleri için yeni tahminleri hesapla,

$$T_{ij}^{l+1} = T_{ij}^l \cdot C_{ij}^{-1/n_{ij}}, \quad n_{ij} = \sum_r \left(\frac{(p_{ij}^r)^2}{V_r} \right)$$

6-) İterasyon sayacını artır, $l = l+1$

7-) Algoritma durdurma kriteri sağlanmazsa 3 no'lu adıma geri dön,

Algoritmanın 270 link ve 67 düğüm noktasına sahip Türkiye karayolu ağına uygulanması için, MATLAB ve MATHCAD kullanılarak program yazılmıştır. Yazılan programlar Ek C 'de verilmektedir [53,54,55,56,57,58].

Algoritma durdurma kriteri olarak ortalama mutlak hata formülü kullanılmıştır. Model, bilinmeyen (B-S) taleplerini negatif olarak tahmin etmemektedir. Dolayısıyla, bir sonraki iterasyonda negatif tahminlerin, “0” olarak alınması söz konusu değildir. Bu nedenle, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için tahmin edilen (B-S) matrisinde, iki il arasındaki yolculuk miktarının “0” olduğu hücre bulunmayacaktır. Bu yüzden, sadece bir önceki iterasyona göre hatadaki değişim dikkate alınarak, iterasyon sayısı belirlenmiştir.

Bir önceki iterasyona göre, hatadaki değişimin (1.5-2.5) otobüs/gün arasında olduğu, 10 iterasyon sonunda algoritma durdurulmuştur.

EKK modeli için verilen algorithmada bulunan α “düzenleme katsayısı”, EKRH modelinde bulunmamaktadır. Bu nedenle, EKK modelinde ihtiyaç duyulan, bu katsayının belirlenmesine gerek kalmadan iterasyon işlemi başlatılmıştır.

EKK (B-S) matrisi tahmin modelinde kullanılan ve Ek A’da verilen beş tip ilkel matris, aynı şekilde EKRH (B-S) matrisi tahmin modeli için kullanılmaktadır. Tablo 4.1’deki trafik sayımları, Ek E’deki diskette verilen link ağırlık matrisleri ve ilkel matris bilgileri modele veri olarak girilmektedir. 10 iterasyon sonucunda, beş tip ilkel matrise göre model tarafından tahmin edilen, Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar sırasıyla Tablo 4.9, Tablo 4.10, Tablo 4.11, Tablo 4.12 ve Tablo 4.13’te verilmektedir.

Tablo 4.9 1 no’lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	2	1	1	2	3	0	25	2	6	3	2	1	1	1	1	3	3	3	1	3
34	2	2	2	2	6	3	5	3	26	3	39	2	1	34	2	4	6	4	5	4
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	1	3	1	2	2	1	2	1	1	2	4	1	10	3	5	2	2	4	1	1
34	2	4	1	2	2	22	2	3	1	2	3	2	2	0	10	2	2	4	1	2
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	2	4	1	1	5	1	4	6	1	2	4	1	2	1	2	2	1	3	3	3
34	1060	39	5	1	4	2	4	10	1	3	4	3	3	256	7	2	1	3	2	4
	61	62	63	64	65	66	67													
06	1	1	2	1	1	1	3													
34	3	1	2	2	1	2	7													

Tablo 4.10 2 no’lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	4	2	1	3	6	0	58	4	17	7	2	2	2	1	1	15	10	8	2	7
34	8	2	4	5	11	13	25	8	20	5	47	3	3	21	2	5	20	3	10	11
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	2	7	1	2	4	1	4	2	1	2	8	1	38	13	23	3	3	11	2	1
34	2	55	2	2	6	72	7	8	1	4	13	2	5	0	19	5	7	12	4	2
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	2	16	1	1	9	3	8	22	2	2	9	2	4	1	5	3	1	8	3	8
34	851	78	12	2	8	5	11	33	2	2	11	12	10	208	35	5	2	9	52	15
	61	62	63	64	65	66	67													
06	3	1	4	1	2	2	7													
34	11	2	8	3	3	3	26													

Tablo 4.11 3 no’lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	7	2	2	3	8	0	56	3	17	8	3	2	2	1	1	20	10	15	3	11
34	9	2	5	4	13	23	20	6	14	7	53	2	2	40	2	5	23	5	9	9
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	2	5	2	2	4	2	6	3	1	2	9	1	39	23	26	3	4	19	2	3
34	2	74	2	2	5	74	7	8	1	3	10	3	6	0	17	4	7	12	7	2
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	3	46	2	2	11	4	6	21	2	3	12	2	4	2	8	3	1	12	3	10
34	895	64	14	2	12	5	8	19	2	3	8	13	8	256	39	4	2	8	86	15
	61	62	63	64	65	66	67													
06	3	1	5	2	2	4	11													
34	11	2	7	3	3	4	29													

Kullanılan ilkel matrise göre, 10 iterasyon sonucunda gözlenen ve tahmin edilen (tahmin edilen (B-S) matrisinin Türkiye karayolu ağına atanmasıyla bulunan) link akımları arasındaki ortalama mutlak hata değerleri hesaplanmıştır.

1 no’lu ilkel matrisin (köşegen elemanları “0” diğer elemanları “1” olan) kullanılmasıyla, ortalama mutlak hata değeri 25 otobüs/gün olarak bulunmuştur. Yine aynı şekilde, 2 no’lu matrisin (iller arasında nüfuslarla orantılı olarak, oluşturulan bir yöntemle bulunan) ilkel matris olarak kullanılmasıyla ortalama mutlak hata 25 otobüs/gün, 3 no’lu matrisin ($m=1$, $n=0.8$ olan regresyon denklemi ile

oluşturulan) kullanılmasıyla 20 otobüs/gün, 4 no'lu matrisin ($m=1$, $n=1$ olan regresyon denklemi ile oluşturulan) kullanılmasıyla 19 otobüs/gün ve 5 no'lu matrisin ($m=0.9$, $n=1.32$ olan regresyon denklemi ile oluşturulan) kullanılmasıyla 17 otobüs/gün olarak hesaplanmıştır.

Tablo 4.12 4 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	9	2	2	3	8	0	55	3	16	9	3	2	2	1	1	21	9	18	4	12
34	9	2	5	4	13	26	18	5	13	8	54	2	2	47	2	5	24	5	8	8
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	2	5	2	2	4	2	6	3	1	2	9	1	39	26	26	2	4	22	2	3
34	2	77	2	2	5	73	7	8	1	2	9	3	7	0	16	4	7	11	8	2
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	4	58	2	2	11	4	6	21	2	3	12	3	3	2	9	3	2	13	3	10
34	911	60	15	2	13	5	7	16	2	3	8	12	7	259	39	3	2	8	94	15
	61	62	63	64	65	66	67													
06	3	1	5	2	2	5	12													
34	10	1	7	3	3	4	30													

Tablo 4.13 5 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ve İstanbul çıkışlı yolculuklar (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
06	10	2	3	3	9	0	54	3	15	9	3	2	2	1	1	20	9	22	6	15
34	8	2	6	3	14	29	13	5	9	9	56	2	2	63	2	5	25	7	6	6
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
06	2	4	2	3	4	3	7	3	1	2	8	2	37	29	23	2	4	24	2	6
34	2	75	2	2	5	68	6	7	1	2	7	3	7	0	12	4	7	10	8	3
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
06	6	82	2	2	11	4	5	18	2	5	12	3	3	4	11	2	2	13	3	10
34	974	41	15	2	13	4	5	11	2	3	6	12	6	248	35	3	2	7	104	13
	61	62	63	64	65	66	67													
06	3	1	5	2	2	8	13													
34	9	1	6	3	2	5	28													

Hem EKK (B-S) matrisi tahmin modeli hem de, EKRH (B-S) matrisi tahmin modeli için elde edilen sonuçlar, bir sonraki bölümde karşılaştırılacaktır.

5. DEĞERLENDİRME VE TARTIŞMA

Ulaşım planlarının, gelecek ihtiyaçlarına yeterli ölçüde cevap verecek bir şekilde yapılması için, bölgeler arasındaki trafiğin belirlenmesini sağlayan (B-S) matrisinin bilinmesi gereklidir. Bu matris yolcu trafiği için oluşturulabileceği gibi, yük trafiği için de oluşturulabilmektedir. Özellikle büyük ulaştırma ağlarında, (B-S) matrisinin doğrudan ölçme yoluyla elde edilmesi çok zor, masraflı ve yolculuk yapanlar açısından zaman kaybına yol açmaktadır. Ayrıca, ülkemizde olduğu gibi gelişmekte olan diğer ülkelerde de nüfus ve arazi kullanımındaki değişimler çok hızlı olduğu için, elde edilen (B-S) matrisinin geçerlilik süresi kısalmaktadır. Bu nedenle, hali hazırda var olan veya ulaşılmaması kolay bilgiler yardımıyla bu matrisin tahmin edilmesi faydalı olacaktır. Böylece, tahmin edilen matris değişen koşullar doğrultusunda daha kolay güncellenebilecektir.

Trafik sayımlarının (B-S) matrisi tahmininde kullanılması çok caziptir. Çünkü bu sayım verilerinin toplanması diğer veri toplama türlerine oranla pahalı değildir ve otomatik sayım yöntemlerinin kullanılmasıyla daha gerçekçi ve doğru sonuçlar elde edilebilmektedir.

Burada, bir önceki bölümde EKK ve EKRH (B-S) matrisi tahmin modelleri kullanılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılacaktır. Bunun sonucunda, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiğini en iyi şekilde temsil eden, (B-S) matrisi belirlenecektir.

(B-S) matrisi tahmin aşamasında, her iki model tarafından gereksinim duyulan ilkel matrise göre, 5 tane EKK 5 tane de EKRH (B-S) matrisi tahmin modeli için olmak üzere 10 tane (B-S) matrisi üretilmiştir.

EKK (B-S) matrisi tahmin modelinin, negatif talep tahmini yapabilmesi ve bu tahminlerin yeni iterasyonda sıfır kabul edilerek iterasyona devam edilmesi sonucu, tahmin edilen (B-S) matrisi içerisinde, bazı (B-S) çiftleri arasındaki otobüs sayıları sıfır olarak hesaplanmıştır. EKRH modelinde ise, negatif olarak tahmin edilen talep bulunmamasına karşılık, bazı (B-S) çiftleri arasındaki otobüs sayıları sıfıra çok yakın olarak tahmin edilmiştir. Bu nedenle, her iki model tarafından tahmin edilen bütün

(B-S) matrislerinin köşegen elemanları hariç diğer tüm elemanlarına “1” eklenerek, sonuçlara esas alınan (B-S) matrisleri oluşturulmuştur.

İlk olarak, tahmin edilen (B-S) matrisleri için belirlenen iterasyon sonunda hesaplanan ortalama mutlak hata değerleri karşılaştırılmıştır. Kullanılan ilkel matrise bağlı olarak, EKK (B-S) matrisi tahmin modelinde 30 iterasyon, EKRH modelinde ise 10 iterasyon sonucunda hesaplanan ortalama mutlak hata değerleri, aşağıdaki tabloda verilmektedir.

4. bölümde Tablo 4.3’ten de anlaşılacağı üzere, tahmin edilen (B-S) matrisleri kullanılan ilkel matrise göre numaralandırılmıştır. 1 no’lu ilkel matris köşegen elemanları “0” diğer elemanları “1” olan matrisi, 2 no’lu ilkel matris nüfuslarla orantılı olarak oluşturulan bir yöntemle bulunan matrisi, 3 no’lu ilkel matris $m=1$, $n=0.8$ olan regresyon denklemi ile bulunan matrisi, 4 no’lu ilkel matris $m=1$, $n=1$ olan regresyon denklemi ile bulunan matrisi ve son olarak 5 no’lu ilkel matris ise $m=0.9$, $n=1.32$ olan regresyon denklemi ile bulunan matrisi belirtmektedir.

Tablo 5.1 EKK ve EKRH (B-S) matrisi tahmin modellerinin, kullanılan ilkel matrise göre ortalama mutlak hata sonuçları (otobüs/gün)

MODEL	İLKEL MATRİS				
	1	2	3	4	5
EKK (30 İterasyon)	35	36	31	29	30
EKRH (10 İterasyon)	25	25	20	19	17

Tablo 5.1 incelendiğinde, EKK (B-S) matrisi tahmin modeli ile 30 iterasyon sonucunda hesaplanan, en küçük ortalama mutlak hata değeri 29 otobüs/gün’dür. Bu değer, 4 no’lu ilkel matrisin algoritmada kullanılmasıyla elde edilmiştir. Hatanın en büyük olduğu (B-S) matrisi ise, nüfuslarla orantılı olarak oluşturulan, bir yöntemle elde edilen matrisin ilkel matris olarak kullanılmasıyla bulunmuştur. En büyük hata değeri 36 otobüs/gün olarak hesaplanmıştır.

EKRH (B-S) matrisi tahmin modelinde ise, 10 iterasyon sonucunda ortalama mutlak hatanın en küçük değeri 17 otobüs/gün olarak hesaplanmıştır. 5 no’lu ilkel matrisin algoritmada kullanılmasıyla bu değer bulunmuştur. Bu modelde en büyük hata, 1 ve 2 no’lu ilkel matrislerin kullanılmasıyla ortaya çıkmaktadır. En büyük hata değeri 25 otobüs/gün’dür.

Yukarıdaki sonuçlardan da anlaşılacağı üzere, Tablo 4.1’de verilen gözlenen trafik hacimlerini en iyi tahmin eden model EKRH modelidir. Çünkü, gözlenen trafik

hacimleri ile tahmin edilen (B-S) matrisinin ağ üzerine atanmasıyla bulunan trafik sayımları arasındaki ortalama mutlak hata değeri, en küçük olarak bu model ile elde edilmiştir.

Ayrıca, Tablo 5.1’de verilen ortalama mutlak hata sonuçlarından, ilkel matrisin sonuç üzerinde büyük etkisi olduğu görülmektedir. (B-S) matrisinin ilk tahmini olarak modelde kullanılan ilkel matris, ne kadar gerçeğe yakın olursa, sonuçta tahmin edilen (B-S) matrisindeki hata bu ölçüde küçük olmaktadır.

Buna ek olarak, linklerdeki trafik sayımlarının da, tutarlı ve güvenilir olması, tahmin edilen (B-S) matrisinin doğruluğunu artırmaktadır.

Ankara ili günlük çıkış bilgileri mevcut olduğundan, bu verileri tahmin etme başarısı açısından, tahmin edilen 10 tane (B-S) matrisi değerlendirilecektir.

Gerçek ve tahmin edilen değerler arasında değerlendirme yapmak için karesel ve ortalama mutlak hata formülü kullanılmıştır. Yani, Ankara’dan bir gün içerisinde çıkan otobüs sayıları ile, model tarafından tahmin edilen otobüs sayılarının farklarının karelerinin toplamı alınarak karesel hata ve farkların mutlak değerlerinin toplamının, il sayısına bölünmesiyle de ortalama mutlak hata hesaplanmıştır.

Tablo 5.2 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 1 no’lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	3	2	1	4	16	3	4	1	1	3	3	2	3	2	1	1	1	1	1	4
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	2	1	6	1	14	12	3	1	1	10	1	2	1	21	1	1	3	3	4	4
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	1	1	3	1	3	1	5	3	4	5	2	3	1	1	3	1	3	1		

1 no’lu (köşegen elemanları “0” diğer elemanları “1” olan) ilkel matrisin EKK modeline uygulanmasıyla 30 iterasyon sonucunda tahmin edilen, Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve Ankara Şehirlerarası Terminal İşletmesi (A.Ş.T.İ)’nden alınan günlük otobüs çıkış sayıları Tablo 5.2’de verilmiştir.

Aynı şekilde, 2, 3, 4 ve 5 no'lu ilkel matrislerin EKK (B-S) matrisi tahmin modelinde kullanılmasıyla tahmin edilen ve Ankara çıkışlı gerçek değerler, sırasıyla Tablo 5.3, Tablo 5.4, Tablo 5.5 ve Tablo 5.6'da gösterilmiştir.

Tablolarda Ankara çıkışlı gerçek değerler $t_{06,j}(g)$ ile, tahmin edilen değerler ise $t_{06,j}(t)$ ile gösterilmektedir.

Tablo 5.3 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 2 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	7	1	6	7	17	4	14	9	1	37	6	12	6	10	1	1	3	12	1	4
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	3	2	8	1	19	153	54	2	1	20	1	4	1	28	1	4	11	11	1	12
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	1	1	3	7	4	1	18	1	6	11	1	13	12	1	9	9	6	1		

Tablo 5.4 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 3 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	25	2	5	10	24	3	15	12	2	51	6	21	18	10	1	4	3	11	6	11
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	6	2	13	1	30	205	57	2	1	36	1	7	1	73	1	9	17	16	2	13
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	2	1	7	11	4	1	28	2	5	18	1	19	11	1	11	6	24	1		

Her tabloya, gerçek ve tahmin edilen değerler arasında hatayı belirlemek için, karesel hata ve ortalama mutlak hata formülü uygulanmıştır. Bulunan sonuçlar Tablo 5.7'de ilkel matrise bağlı olarak verilmektedir. Tablo 5.7'deki karesel hata sonuçları incelendiğinde, en küçük hatanın $20711 (\text{otobüs/gün})^2$ olduğu görülmektedir.

Tablo 5.5 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 4 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	27	3	4	10	25	3	15	12	3	53	5	25	22	9	1	4	3	10	11	12
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	5	2	14	1	32	208	55	2	1	39	1	11	4	86	1	9	17	16	3	13
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	2	4	8	11	4	1	29	2	4	18	1	19	10	2	11	5	29	1		

Tablo 5.6 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 5 no'lu ilkel matris kullanılarak EKK modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	31	2	4	13	26	3	15	13	3	56	4	40	32	7	1	4	3	9	26	13
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	5	1	14	1	37	188	50	2	8	47	1	21	20	112	1	10	18	17	3	13
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	2	10	12	12	3	7	32	3	4	20	1	22	9	2	10	3	44	8		

Tablo 5.7 EKK modelinde Ankara ili çıkış verileri için karesel ve ortalama mutlak hata sonuçları

MODEL	İLKEL MATRİS				
	1	2	3	4	5
EKK (30 İt., Karesel H.) (otobüs/gün)²	89373	41503	27222	25101	20711
EKK (30 İt., Ortalama Mutlak H.) (otobüs/gün)	21	15	11	11	9

Yukarıda EKK (B-S) matrisi tahmin modeli için oluşturulan tablolar, aynı şekilde EKRH modeli için de oluşturulmuş ve aşağıda gösterilmiştir.

EKRH (B-S) matrisi tahmin modelinde de, EKK (B-S) matrisi tahmin modelinde olduğu gibi, günlük otobüs sayılarının gerçek ve tahmin değerleri arasındaki hatanın belirlenmesinde, karesel ve ortalama mutlak hata formülü kullanılmıştır.

Tablo 5.8 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 1 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	2	1	2	3	25	2	6	3	1	3	3	3	1	1	3	1	2	2	1	2
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	1	1	4	1	10	3	5	2	2	4	1	1	2	4	1	1	5	1	4	6
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	1	2	4	1	2	1	2	2	1	3	3	3	1	1	2	1	1	3		

Tablo 5.9 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 2 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	4	2	3	6	58	4	17	7	2	15	10	8	2	2	7	1	2	4	1	4
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	2	1	8	1	38	13	23	3	3	11	2	1	2	16	1	1	9	3	8	22
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	2	2	9	2	4	1	5	3	1	8	3	8	3	1	4	2	2	7		

Tablo 5.10 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 3 no'lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	7	2	3	8	56	3	17	8	2	20	10	15	3	2	5	2	2	4	2	6
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	3	1	9	1	39	23	26	3	4	19	2	3	3	46	2	2	11	4	6	21
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	2	3	12	2	4	2	8	3	1	12	3	10	3	1	5	2	4	11		

Hesaplanan karesel ve ortalama mutlak hata değerleri Tablo 5.13'te verilmektedir.

Tablo 5.13'teki karesel hata sonuçları incelendiğinde, en küçük hatanın 57498 (otobüs/gün)² olduğu görülmektedir. Bu değer, 5 no'lu ilkel matrisin (m=0.9, n=1.32

olan regresyon denklemi ile bulunan) EKRH modelinde kullanılmasıyla 10 iterasyon sonucunda elde edilmiştir.

Tablo 5.11 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 4 no’lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	9	2	3	8	55	3	16	9	2	21	9	18	4	2	5	2	2	4	2	6
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	3	1	9	1	39	26	26	2	4	22	2	3	4	58	2	2	11	4	6	21
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	2	3	12	3	3	2	9	3	2	13	3	10	3	1	5	2	5	12		

Tablo 5.12 Ankara çıkışlı günlük otobüs sayıları ve 5 no’lu ilkel matris kullanılarak EKRH modeli ile tahmin edilen Ankara ili çıkış bilgileri (otobüs/gün)

	01	02	04	05	07	08	09	10	12	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27
$t_{06,j}(g)$	21	2	4	11	77	7	31	21	2	39	13	31	45	8	6	6	4	5	32	13
$t_{06,j}(t)$	10	2	3	9	54	3	15	9	2	20	9	22	6	2	4	2	3	4	3	7
	28	29	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$t_{06,j}(g)$	7	4	18	11	48	204	92	6	26	48	2	40	21	125	12	6	4	10	4	27
$t_{06,j}(t)$	3	1	8	2	37	29	23	2	4	24	2	6	6	82	2	2	11	4	5	18
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	65	66	67		
$t_{06,j}(g)$	1	15	14	9	4	16	26	6	3	17	5	28	14	2	4	7	32	121		
$t_{06,j}(t)$	2	5	12	3	3	4	11	2	2	13	3	10	3	1	5	2	8	13		

Tablo 5.13 EKRH modelinde Ankara ili çıkış verileri için karesel ve ortalama mutlak hata sonuçları

MODEL	İLKEL MATRİS				
	1	2	3	4	5
EKRH (10 İt., Karesel H.) (otobüs/gün)²	96307	78169	65533	62038	57498
EKRH (10 İt., Ortalama Mutlak H.) (otobüs/gün)	22	18	16	16	15

Burada, her iki modelin Ankara ili çıkış verilerini tahmin etme başarısının değerlendirilmesinde, sonuçların tek bir tabloda gösterilmesi faydalı olacaktır. Bu nedenle, Tablo 5.7 ve Tablo 5.13’ün birleştirilmesiyle aşağıda verilen Tablo 5.14 elde edilmektedir.

Tablo 5.14 EKK ve EKRH modellerinde Ankara ili çıkış verileri için karesel ve ortalama mutlak hata sonuçları

MODEL	İLKEL MATRİS				
	1	2	3	4	5
EKK (30 İt., Karesel H.) (otobüs/gün)²	89373	41503	27222	25101	20711
EKK (30 İt., Ortalama Mutlak H.) (otobüs/gün)	21	15	11	11	9
EKRH (10 İt., Karesel H.) (otobüs/gün)²	96307	78169	65533	62038	57498
EKRH (10 İt., Ortalama Mutlak H.) (otobüs/gün)	22	18	16	16	15

6. SONUÇLAR

Tablo 5.14'ten görüleceği üzere, Ankara ili çıkış verilerini gerçeğe en yakın olarak tahmin eden model, EKK modelidir. Bu model, 30 iterasyon sonucunda $m=0.9$ ve $n=1.32$ olan regresyon denklemi ile bulunan ilkel matrisi kullanarak, minimum hata ile Ankara ili çıkış verilerini tahmin etmiştir. İlkel matrisin sonuç üzerinde büyük etkisi olduğu görülmektedir.

Tablo 5.1 ve Tablo 5.14 birlikte değerlendirilirse, Türkiye geneli için, ortalama mutlak hata değerinin minimum olduğu model EKRH modeli olmasına rağmen, bu model Ankara ili çıkış verilerini, gerçek değerlerden çok farklı olarak tahmin etmiştir. Bu nedenle, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için, (B-S) matrisi tahmininde EKRH modeli başarısız olmuştur.

Ankara ili çıkış verilerini gerçeğe en yakın tahmin eden modelin, Türkiye geneli için, tahmin ettiği (B-S) matrisindeki ortalama mutlak hata, 30 otobüs/gün'dür. Ancak, hesaplanan bu hata değeri, Tablo 5.1'den de görüleceği üzere minimum hata değeri değildir.

Bir önceki bölümde de anlatıldığı gibi, Türkiye geneli için, hatanın minimum olduğu model, "En Küçük Kareler" modelidir. Bu sonuca, $r^2=0.75$, $m=1$, $n=1$ için regresyon denklemi yardımıyla bulunan, ilkel matris kullanılarak ulaşılmıştır. Bu nedenle, bu ilkel matrisin, EKK modeline uygulanması sonucunda, tahmin edilen (B-S) matrisi, gerçeğe en yakın tahmin olarak kabul edilmiştir.

Bu sonuçlar doğrultusunda, Türkiye şehirlerarası otobüs taşımacılığı için (B-S) matrisi tahmininde EKK modeli ve 4 nolu ($m=1$, $n=1$ ve $r^2=0.75$ olan regresyon denklemi ile bulunan) ilkel matris kullanılmasına karar verilmiştir. Bu şekilde, Türkiye şehirlerarası otobüs trafiği için tahmin edilen (B-S) matrisi Ek D'de gösterilmektedir.

Linklerdeki trafik sayımlarının her iki yönde de eşit olarak alınması ve bazı linklerdeki trafik sayımlarının tutarlı ve güvenilir olmaması, bazı iller arasında tahmin edilen talepleri olumsuz yönde etkilemiştir.

Gelecekteki çalışmalarda ise, link ağırlık matrisleri algoritma içerisinde iteratif olarak değişken şekilde belirlenebilir. İlkel matrisin daha mantıklı ve gerçeğe yakın olarak belirlenmesi tahmin edilen (B-S) matrisinin doğruluğunu artıracaktır. Bu matrisin, nüfusla beraber diğer ekonomik parametrelerin de kullanılmasıyla elde edilmesi mümkündür.

KAYNAKLAR

- [1] **Ulaştırma İstatistikleri Özeti**, 2001. *T.C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü*, Ankara.
- [2] **Türkiye Karayolları İstatistik Yıllığı**, 1999-2000. *T.C. Bayındırlık ve İskan Bakanlığı Karayolları Genel Müdürlüğü*, Ankara.
- [3] **Kanafani, A.**, 1983. *Transportation Demand Analysis*, McGraw-Hill Book Company, Newyork.
- [4] **Hutchinson, B.G.**, 1974. *Principles of Urban Transport System Planning*, McGraw-Hill Publishing Company, Newyork.
- [5] **Ortuzar, J.D.D. and Willumsen, L.G.**, 1990. *Modeling Transport*, J. Wiley & Sons, England.
- [6] **Helinga, B.R.**, 1994. Estimating dynamic origin-destination demands from link and probe counts, *PhD Thesis*, Queen's University, Canada.
- [7] **Abrahamsson, T.**, 1998. Estimation of origin-destination matrices using traffic counts-a literature survey, *IIASA interim report*, Laxenburg, Austria.
- [8] **Wardrop, J.**, 1952. Some theoretical aspect of road traffic research, *Proceedings Institute Civil Engineers Part II*, 325-378.
- [9] **Yang, H., Sasaki, T., Iida, Y. and Asakura, Y.**, 1992. Estimation of origin-destination matrices from link counts on congested networks, *Transportation Research*, **B26**, 417-434.
- [10] **Snickars, F. and Weibull, J.W.**, 1977. A minimum information principle, theory and practice, *Regional Science and Urban Economics*, **7**, 137-168.
- [11] **Bierlaire, M.**, 1995. Mathematical models for transportation demand analysis, *Ph.D. Thesis*, Facultés Universitaires Notre-dame de la Paix de Namur, France.
- [12] **Wilson, A.G. and Kirkby, M.J.**, 1975. *Mathematics for Geographers and Planners*. Clarendon Press, Oxford, England.
- [13] **Van Zuylen, H.J. and Willumsen, L.G.**, 1980. The most likely trip matrix estimated from traffic counts, *Transportation Research*, **B14**, 281-293

- [14] **Lam, W.H.K. and Lo, H.P.**, 1991. Estimation of origin-destination matrix from traffic counts: A comparison of entropy maximizing and information minimizing models, *Transportation Planning and Technology* **16**, 85-104.
- [15] **Kreyszig, E.**, 1972. Advanced Engineering Mathematics, J. Wiley and Sons, England.
- [16] **Fisk, C.S.**, 1988. On combining maximum entropy trip matrix estimation with user optimal assignment, *Transportation Research*, **B22**, 69-79.
- [17] **Fisk, C.S.**, 1989. Trip matrix estimation from link counts: the congested network case, *Transportation Research*, **B23**, 331-356.
- [18] **Erlander, S., Nguyen, S. and Stewart, N.**, 1979. On the calibration of the combined distribution/assignment model, *Transportation Research*, **B13**, 259-267.
- [19] **Fisk, C.S. and Boyce, D.E.**, 1983. A note on trip matrix estimation from link traffic count data, *Transportation Research*, **B17**, 245-250.
- [20] **Spiess, H.**, 1987. A maximum likelihood model for estimating origin-destination matrices, *Transportation Research*, **B21**, 395-412.
- [21] **Nihan, N.L. and Davis, G.A.**, 1989. Application of prediction-error minimization and maximum likelihood to estimate intersection O-D matrices from traffic counts, *Transportation Science*, **23-2**, 77-90.
- [22] **Lo, H.P. and Chan, C.P.**, 2003. Simultaneous estimation of an origin-destination matrix and link choice proportions using traffic counts, *Transportation Research*, **A37**, 771-788.
- [23] **Geva, I., Hauer, E. and Landau, U.**, 1983. Maximum-likelihood and Bayesian methods for the estimation of origin-destination flows, *Transportation Research Record* **944**, 101-105.
- [24] **Irwing, J., Oakley, C.F. and Ramsey, J.B.H.**, 1986. The updating of an O-D matrix: a maximum likelihood approach, *Traffic Engineering and Control*, **27-9**, 442-446.

- [25] **Cascetta, E.**, 1984. Estimation of trip matrices from link counts and survey data: a generalized least squares approach estimator, *Transportation Research*, **B18**, 289-299.
- [26] **Hendrickson, C. and McNeil, S.**, 1984a. Estimation of origin-destination matrices with constrained regression, *Transportation Research Record*, **976**, 25-32.
- [27] **Hendrickson, C. and McNeil, S.**, 1985. A regression formulation of the matrix estimation problem, *Transportation Science*, **19**, 278-292.
- [28] **Bierlaire, M and Toint, Ph.L.**, 1994. Meuse : An origin-destination matrix estimator that exploits structure, *Transportation Research*, **B29**, 47-60.
- [29] **Cascetta, E. and Nguyen, S.**, 1988. A unified framework for estimating or updating origin-destination matrices from traffic counts, *Transportation Research*, **B22**, 437-456.
- [30] **Conradsen, K.**, 2002. An Introduction to Statistics II, Kgs. Lyngby.
- [31] **Bell, M.G.H.**, 1991. The estimation of origin-destination matrices by constrained generalized least squares, *Transportation Research*, **B25**, 13-22.
- [32] **Yang, H., Sasaki, T and Asakura, Y.**, 1994. The equilibrium-based origin-destination matrix estimation problem, *Transportation Research*, **B28**, 23-34.
- [33] **Nie Y., Zhang H. M. and Recker W.W.**, 2002. A decoupled GLS-based path flow estimator for inferring origin-destination matrices, *The 82nd Annual Meeting of Transportation Research Board*, Washington, July 2002, 1-32.
- [34] **Carey, M., Hendrickson, C. and Siddharthan, K.**, 1981. A method for direct estimation of origin-destination trip matrices, *Transportation Science*, **15-1**, 32-49.
- [35] **Carey, M., Revelli, R.**, 1986. Constrained estimation of direct demand functions and trip matrices, *Transportation Science*, **20-3**, 143-152.

- [36] **Maher, M.**, 1983. Inferences on trip matrices from observations on link volumes: a Bayesian statistical approach, *Transportation Research*, **B17**, 435-447.
- [37] **Pursula, M. and Pastinen, V.**, 1993. A Bayesian approach to update traffic flows from traffic counts, *Proc. of the 12th Int. Symp. on Transportation and Traffic Theory*, C.F.Daganzo, (ed), Elsevier, pp. 507-522.
- [38] **Tebaldi, C.**, 1997. Bayesian analysis of network flow problems, *PhD Thesis*, Duke University, USA.
- [39] **Spiess, H.**, 1990. A Gradient approach for the OD matrix adjustment problem, *Centre de Recherche sur les Transports*, Spec. Publ. **CRT-693**, pp.1-11, Université de Montréal, Montréal, Canada.
- [40] **Drissi-Kaitouni, O. and Lundgren, J.**, 1992. Bilevel origin-destination matrix estimation using a descent approach, *Department of Mathematics* , Technical Report, **LITH-MAT-R-92-49**, *Linköping Institute of Technology*, Linköping, Sweden.
- [41] **Florian, M. and Chen, Y.**, 1995. A coordinate descent method for the bilevel OD matrix adjustment problem, *International Transactions on Operations Researches*, **2**, 165-179.
- [42] **Chen, Y.**, 1994. Bilevel programming problems: analysis, algorithms and applications, *PhD thesis*, University of Montreal, Montreal, Quebec, Canada.
- [43] **Box, G.E.P., Hunter, W.G. and Hunter, J.S.**, 1978. Statistics for Experimenters, J. Wiley and Sons, England.
- [44] **Draper, N. and Smith, H.**, 1981. Applied Regression Analysis, J. Wiley and Sons, England.
- [45] **Williams, G.**, 1984. Linear Algebra with Applications, Allyn and Bacon, Inc, Boston, MA
- [46] **Hornbeck, R.W.**, 1975. Numerical Methods, Prentice Hall inc, Englewood Cliffs, New Jersey.

- [47] **Türker, E.S. and Can, E.**, 2000. Sayısal Analiz, Değişim Yayınları, Adapazarı.
- [48] **Uzun, İ.**, 2000. Nümerik Analiz, Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., İstanbul.
- [49] **Kutlu, K.**, 1993. Trafik Tekniği, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul
- [50] **Tunç, A.**, 2003. Trafik Mühendisliği ve Uygulamaları, Asil Yayın Dağıtım, Feryal Matbaacılık, Ankara.
- [51] **Trafik ve Ulaşım Bilgileri**, 2002. T.C. Bayındırlık ve İskan Bakanlığı Karayolları Genel Müdürlüğü, Ankara.
- [52] **Bayazıt, M. ve Oğuz, B.**, 1994. Mühendisler için İstatistik, Birsan Yayınevi, İstanbul.
- [53] **Yüksel, İ.**, 2000. MATLAB ile Mühendislik Sistemlerinin Analiz ve Çözümü, Rota Ofset Matbaacılık, Bursa.
- [54] **Uysal, M. ve Karahoca, A.**, 1997. MATHCAD 6.0 ve MATHCAD PLUS 6.0 Kullanıcı Rehberi, Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., İstanbul.
- [55] **Arifoğlu, U. ve Kubat, C.**, 2003. MATLAB ve Mühendislik Uygulamaları, Alfa Basım Yayım Dağıtım, Bursa.
- [56] **Gündoğdu, Ö., Kopmaz, O. ve Ceviz, M.A.**, 2003. Mühendislik ve Fen Uygulamalarıyla MATLAB, Paradigma Akademi, Bursa.
- [57] **Uzunoğlu, M., Kızıl, A. ve Onar, Ö.Ç.**, 2002. Kolay Anlatımı ile İleri Düzeyde MATLAB 6.0-6.5, Türkmen Kitabevi, İstanbul.
- [58] **İnan, A.**, 2004. MATLAB ve Programlama, Papatya Yayıncılık, İstanbul.

EK A

Tablo A.1 Nüfuslarla orantılı ilkel matris (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
01	0	7	9	6	4	39	17	3	10	11	3	3	5	4	3	21	5	4	7	9	14	5	6	4	10	8	13	6	3	3	13	6	17
02	7	0	4	3	2	14	6	2	4	4	2	2	2	2	2	8	2	2	3	4	5	2	3	2	4	3	5	3	2	2	5	3	6
03	9	4	0	3	3	18	8	2	5	5	2	2	3	2	2	10	3	2	3	4	7	3	3	2	5	4	6	3	2	2	6	3	8
04	6	3	3	0	2	12	6	2	4	4	2	2	2	2	2	7	2	2	3	3	5	2	3	2	4	3	4	2	2	2	4	2	5
05	4	2	3	2	0	8	4	1	3	3	1	1	2	2	1	5	2	1	2	3	4	2	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4
06	39	14	18	12	8	0	36	5	20	23	5	6	9	7	6	44	10	6	13	18	29	9	13	7	20	15	27	12	5	6	26	11	35
07	17	6	8	6	4	36	0	3	9	10	3	3	4	3	3	19	5	3	6	8	13	5	6	4	9	7	12	6	3	3	12	6	16
08	3	2	2	2	1	5	3	0	2	2	1	1	1	1	1	3	1	1	2	2	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	3
09	10	4	5	4	3	20	9	2	0	6	2	2	3	2	2	11	3	2	4	5	8	3	4	3	6	4	7	4	2	2	7	3	9
10	11	4	5	4	3	23	10	2	6	0	2	2	3	2	2	13	4	2	4	6	8	3	4	3	6	5	8	4	2	2	8	4	10
11	3	2	2	2	1	5	3	1	2	2	0	1	1	1	1	3	1	1	2	2	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	3
12	3	2	2	2	1	6	3	1	2	2	1	0	2	1	1	4	2	1	2	2	3	2	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	3
13	5	2	3	2	2	9	4	1	3	3	1	2	0	2	2	5	2	2	3	4	2	2	2	3	2	4	2	1	1	1	3	2	4
14	4	2	2	2	2	7	3	1	2	2	1	1	2	0	1	4	2	1	2	2	3	2	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	3
15	3	2	2	2	1	6	3	1	2	2	1	1	2	1	0	4	2	1	2	2	3	2	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	3
16	21	8	10	7	5	44	19	3	11	13	3	4	5	4	4	0	6	4	7	10	16	5	7	4	11	9	15	7	3	4	14	6	19
17	5	2	3	2	2	10	5	1	3	4	1	2	2	2	2	6	0	2	2	3	4	2	2	2	3	3	4	2	1	2	4	2	5
18	4	2	2	2	1	6	3	1	2	2	1	1	2	1	1	4	2	0	2	2	3	2	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	3
19	7	3	3	3	2	13	6	2	4	4	2	2	2	2	2	7	2	2	0	4	5	2	3	2	4	3	5	3	2	2	5	3	6
20	9	4	4	3	3	18	8	2	5	6	2	2	3	2	2	10	3	2	4	0	7	3	3	2	5	4	7	3	2	2	6	3	8
21	14	5	7	5	4	29	13	2	8	8	2	3	4	3	3	16	4	3	5	7	0	4	5	3	8	6	10	5	2	3	10	5	13
22	5	2	3	2	2	9	5	1	3	3	1	2	2	2	2	5	2	2	2	3	4	0	2	2	3	2	4	2	1	1	4	2	4
23	6	3	3	3	2	13	6	2	4	4	2	2	2	2	2	7	2	2	3	3	5	2	0	2	4	3	5	3	2	2	5	2	6
24	4	2	2	2	2	7	4	1	3	3	1	1	2	1	1	4	2	1	2	2	3	2	2	0	3	2	3	2	1	1	3	2	4
25	10	4	5	4	3	20	9	2	6	6	2	2	3	2	2	11	3	2	4	5	8	3	4	3	0	4	7	4	2	2	7	3	9
26	8	3	4	3	2	15	7	2	4	5	2	2	2	2	2	9	3	2	3	4	6	2	3	2	4	0	6	3	2	2	5	3	7
27	13	5	6	4	3	27	12	2	7	8	2	3	4	3	3	15	4	3	5	7	10	4	5	3	7	6	0	4	2	3	9	4	12
28	6	3	3	2	2	12	6	2	4	4	2	2	2	2	2	7	2	2	3	3	5	2	3	2	4	3	4	0	1	2	4	2	5
29	3	2	2	2	1	5	3	1	2	2	1	1	1	1	1	3	1	1	2	2	2	1	2	1	2	2	2	1	0	1	2	1	3
30	3	2	2	2	1	6	3	1	2	2	1	1	1	1	1	4	2	1	2	2	3	1	2	1	2	2	3	2	1	0	2	2	3
31	13	5	6	4	3	26	12	2	7	8	2	3	3	3	3	14	4	3	5	6	10	4	5	3	7	5	9	4	2	2	0	4	11
32	6	3	3	2	2	11	6	2	3	4	2	2	2	2	2	6	2	2	3	3	5	2	2	2	3	3	4	2	1	2	4	0	5
33	17	6	8	5	4	35	16	3	9	10	3	3	4	3	3	19	5	3	6	8	13	4	6	4	9	7	12	5	3	3	11	5	0

34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	
01	95	33	4	5	11	4	3	12	22	7	9	13	10	8	8	5	4	4	9	4	8	12	3	3	8	7	9	10	2	15	4	9	7	7
02	33	12	2	2	4	2	2	5	8	3	4	5	4	3	3	2	2	2	4	2	3	5	2	2	3	3	4	4	1	6	2	4	3	3
03	42	15	2	3	5	2	2	6	10	4	5	6	5	4	4	3	2	2	5	3	4	6	2	2	4	4	4	5	1	7	2	5	4	4
04	28	10	2	2	4	2	2	4	7	3	3	4	4	3	3	2	2	2	3	2	3	4	2	2	3	3	3	4	1	5	2	3	3	3
05	20	7	2	2	3	2	1	3	5	2	3	3	3	2	2	2	2	2	3	2	2	3	1	1	2	2	3	3	1	4	2	3	2	2
06	205	70	8	9	22	8	6	25	46	14	18	27	21	15	16	10	7	8	19	8	16	25	6	6	16	14	18	21	3	30	8	19	15	14
07	89	31	4	4	10	4	3	12	20	7	8	12	10	7	7	5	4	4	9	4	8	12	3	3	8	6	8	10	2	14	4	9	7	6
08	11	4	1	1	2	1	1	2	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	2	2
09	50	17	3	3	6	3	2	7	12	4	5	7	6	4	4	3	2	3	5	3	5	7	2	2	5	4	5	6	1	8	3	5	4	4
10	56	19	3	3	7	3	2	8	13	5	6	8	7	5	5	3	3	3	6	3	5	8	2	2	5	4	6	6	2	9	3	6	5	4
11	11	4	1	1	2	1	1	2	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	2	2
12	14	5	1	1	2	1	1	3	4	2	2	3	2	2	2	2	1	1	2	1	2	3	1	1	2	2	2	2	1	3	1	2	2	2
13	21	8	2	2	3	2	1	3	5	2	3	3	3	2	2	2	2	2	3	2	2	3	2	1	2	2	3	3	1	4	2	3	2	2
14	15	6	1	2	2	1	1	3	4	2	2	3	2	2	2	2	1	1	2	2	2	3	1	1	2	2	2	2	1	3	1	2	2	2
15	14	5	1	1	2	1	1	3	4	2	2	3	2	2	2	2	1	1	2	1	2	3	1	1	2	2	2	2	1	3	1	2	2	2
16	108	37	4	5	12	5	4	14	25	8	10	14	12	9	9	6	4	5	10	5	9	14	4	3	9	8	10	11	2	16	4	10	8	8
17	25	9	2	2	3	2	2	4	6	3	3	4	3	3	3	2	2	2	3	2	3	4	2	2	3	2	3	3	1	4	2	3	3	2
18	15	6	1	2	2	1	1	3	4	2	2	3	2	2	2	2	1	1	2	2	3	1	1	2	2	2	2	2	1	3	1	2	2	2
19	31	11	2	2	4	2	2	5	8	3	4	5	4	3	3	2	2	2	4	2	3	5	2	2	3	3	4	4	1	5	2	4	3	3
20	44	15	2	3	5	2	2	6	10	4	5	6	5	4	4	3	2	2	5	3	4	6	2	2	4	4	5	5	1	7	2	5	4	4
21	70	24	3	4	8	3	3	9	16	6	7	10	8	6	6	4	3	3	7	4	6	9	3	3	6	5	7	8	2	11	3	7	6	5
22	21	8	2	2	3	2	2	3	6	2	3	4	3	2	2	2	2	2	3	2	3	3	2	1	3	2	3	3	1	4	2	3	2	2
23	30	11	2	2	4	2	2	4	7	3	3	5	4	3	3	2	2	2	4	2	3	4	2	2	3	3	3	4	1	5	2	4	3	3
24	17	6	2	2	3	2	1	3	5	2	2	3	3	2	2	2	1	2	2	2	3	1	1	2	2	2	2	2	3	1	3	2	2	2
25	49	17	3	3	6	3	2	7	12	4	5	7	6	4	4	3	2	3	5	3	5	7	2	2	5	4	5	6	1	8	3	5	4	4
26	37	13	2	2	5	2	2	5	9	3	4	6	5	4	4	3	2	2	4	2	4	5	2	2	4	3	4	5	1	6	2	4	3	3
27	67	23	3	3	8	3	3	9	16	5	7	9	8	6	6	4	3	3	7	3	6	9	3	2	6	5	6	7	2	10	3	7	5	5
28	28	10	2	2	4	2	2	4	7	3	3	4	4	3	3	2	2	2	3	2	3	4	2	2	3	3	3	4	1	5	2	3	3	3
29	11	4	1	1	2	1	1	2	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	2	2
30	13	5	1	1	2	1	1	2	4	2	2	3	2	2	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	3	1	2	2	2
31	64	22	3	3	8	3	3	9	15	5	6	9	7	5	5	4	3	3	7	3	6	9	3	2	6	5	6	7	2	10	3	6	5	5
32	27	10	2	2	4	2	2	4	7	3	3	4	4	3	3	2	2	2	3	2	3	4	2	2	3	3	3	4	1	5	2	3	3	3
33	86	30	4	4	10	4	3	11	20	7	8	12	10	7	7	5	4	4	9	4	7	11	3	3	7	6	8	9	2	13	4	8	7	6

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
34	95	33	42	28	20	205	89	11	50	56	11	14	21	15	14	108	25	15	31	44	70	21	30	17	49	37	67	28	11	13	64	27	86
35	33	12	15	10	7	70	31	4	17	19	4	5	8	6	5	37	9	6	11	15	24	8	11	6	17	13	23	10	4	5	22	10	30
36	4	2	2	2	2	8	4	1	3	3	1	1	2	1	1	4	2	1	2	2	3	2	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4
37	5	2	3	2	2	9	4	1	3	3	1	1	2	2	1	5	2	2	2	3	4	2	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4
38	11	4	5	4	3	22	10	2	6	7	2	2	3	2	2	12	3	2	4	5	8	3	4	3	6	5	8	4	2	2	8	4	10
39	4	2	2	2	2	8	4	1	3	3	1	1	2	1	1	5	2	1	2	2	3	2	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4
40	3	2	2	2	1	6	3	1	2	2	1	1	1	1	1	4	2	1	2	2	3	2	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	3
41	12	5	6	4	3	25	12	2	7	8	2	3	3	3	3	14	4	3	5	6	9	3	4	3	7	5	9	4	2	2	9	4	11
42	22	8	10	7	5	46	20	3	12	13	3	4	5	4	4	25	6	4	8	10	16	6	7	5	12	9	16	7	3	4	15	7	20
43	7	3	4	3	2	14	7	2	4	5	2	2	2	2	2	8	3	2	3	4	6	2	3	2	4	3	5	3	2	2	5	3	7
44	9	4	5	3	3	18	8	2	5	6	2	2	3	2	2	10	3	2	4	5	7	3	3	2	5	4	7	3	2	2	6	3	8
45	13	5	6	4	3	27	12	2	7	8	2	3	3	3	3	14	4	3	5	6	10	4	5	3	7	6	9	4	2	3	9	4	12
46	10	4	5	4	3	21	10	2	6	7	2	2	3	2	2	12	3	2	4	5	8	3	4	3	6	5	8	4	2	2	7	4	10
47	8	3	4	3	2	15	7	2	4	5	2	2	2	2	2	9	3	2	3	4	6	2	3	2	4	4	6	3	2	2	5	3	7
48	8	3	4	3	2	16	7	2	4	5	2	2	2	2	2	9	3	2	3	4	6	2	3	2	4	4	6	3	2	2	5	3	7
49	5	2	3	2	2	10	5	1	3	3	1	2	2	2	2	6	2	2	2	3	4	2	2	2	3	3	4	2	1	2	4	2	5
50	4	2	2	2	2	7	4	1	2	3	1	1	2	1	1	4	2	1	2	2	3	2	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	4
51	4	2	2	2	2	8	4	1	3	3	1	1	2	1	1	5	2	1	2	2	3	2	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4
52	9	4	5	3	3	19	9	2	5	6	2	2	3	2	2	10	3	2	4	5	7	3	4	2	5	4	7	3	2	2	7	3	9
53	4	2	3	2	2	8	4	1	3	3	1	1	2	2	1	5	2	2	2	3	4	2	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4
54	8	3	4	3	2	16	8	2	5	5	2	2	2	2	2	9	3	2	3	4	6	3	3	2	5	4	6	3	2	2	6	3	7
55	12	5	6	4	3	25	12	2	7	8	2	3	3	3	3	14	4	3	5	6	9	3	4	3	7	5	9	4	2	2	9	4	11
56	3	2	2	2	1	6	3	1	2	2	1	1	2	1	1	4	2	1	2	2	3	2	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	3
57	3	2	2	2	1	6	3	1	2	2	1	1	1	1	1	3	2	1	2	2	3	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	3
58	8	3	4	3	2	16	8	2	5	5	2	2	2	2	2	9	3	2	3	4	6	3	3	2	5	4	6	3	2	2	6	3	7
59	7	3	4	3	2	14	6	2	4	4	2	2	2	2	2	8	2	2	3	4	5	2	3	2	4	3	5	3	2	2	5	3	6
60	9	4	4	3	3	18	8	2	5	6	2	2	3	2	2	10	3	2	4	5	7	3	3	2	5	4	6	3	2	2	6	3	8
61	10	4	5	4	3	21	10	2	6	6	2	2	3	2	2	11	3	2	4	5	8	3	4	3	6	5	7	4	2	2	7	4	9
62	2	1	1	1	1	3	2	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1	2
63	15	6	7	5	4	30	14	2	8	9	2	3	4	3	3	16	4	3	5	7	11	4	5	3	8	6	10	5	2	3	10	5	13
64	4	2	2	2	2	8	4	1	3	3	1	1	2	1	1	4	2	1	2	2	3	2	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4
65	9	4	5	3	3	19	9	2	5	6	2	2	3	2	2	10	3	2	4	5	7	3	4	2	5	4	7	3	2	2	6	3	8
66	7	3	4	3	2	15	7	2	4	5	2	2	2	2	2	8	3	2	3	4	6	2	3	2	4	3	5	3	2	2	5	3	7
67	7	3	4	3	2	14	6	2	4	4	2	2	2	2	2	8	2	2	3	4	5	2	3	2	4	3	5	3	2	2	5	3	6

34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67
34 0 173 0 7 7 19 7 5 22 39 14 62 114 34 44 65 52 37 38 24 17 19 46 20 39 62 14 12 39 33 43 51 6 74 17 46 36 32
35 173 0 7 7 19 7 5 22 39 12 16 23 18 13 13 9 6 7 16 7 14 22 6 5 14 12 15 18 3 26 7 16 13 12
36 18 7 0 2 3 2 1 3 5 2 2 3 3 2 2 2 2 2 2 2 2 3 1 1 2 2 2 3 1 3 2 2 2 2
37 20 7 2 0 3 2 1 3 5 2 3 3 3 2
38 54 19 3 3 0 3 2 7 13 4 6 8 6 5 5 3 3 3 3 6 3 5 7 2 2 5 4 5 6 1 9 3 6 5 4
39 18 7 2 2 3 0 1 3 5 2 2 3 3 2
40 14 5 1 1 2 1 0 3 4 2 2 3 2
41 62 22 3 3 7 3 3 0 15 5 6 9 7 5 5 4 3 3 3 6 3 6 8 3 2 6 5 6 7 2 10 3 6 5 5
42 114 39 5 5 13 5 4 15 0 8 11 15 12 9 9 6 4 5 11 5 9 15 4 4 9 8 10 12 2 17 5 11 9 8
43 34 12 2 2 4 2 2 5 8 0 4 5 4 3 3 3 2 2 4 2 3 5 2 2 4 3 4 4 1 6 2 4 3 3
44 44 16 2 3 6 2 2 6 11 4 0 6 5 4 4 3 2 2 3 5 3 4 6 2 2 4 4 5 1 7 2 5 4 4
45 65 23 3 3 8 3 3 9 15 5 6 0 7 6 6 4 3 3 7 3 6 9 3 2 6 5 6 7 2 10 3 7 5 5
46 52 18 3 3 6 3 2 7 12 4 5 7 0 5 5 3 3 3 6 3 5 7 2 2 5 4 5 6 1 8 3 5 4 4
47 37 13 2 2 5 2 2 5 9 3 4 6 5 0 4 3 2 2 4 2 4 5 2 2 4 3 4 5 1 6 2 4 3 3
48 38 13 2 2 5 2 2 5 9 3 4 6 5 4 0 3 2 2 4 2 4 5 2 2 4 3 4 5 1 6 2 4 3 3
49 24 9 2 2 3 2 2 4 6 3 3 4 3 3 3 0 2 2 3 2 3 4 2 2 3 2 3 3 1 4 2 3 3 2
50 17 6 2 2 3 2 1 3 4 2 2 3 3 2 2 2 2 0 2 2 2 2 3 1 1 2 2 2 3 1 3 2 2 2 2
51 19 7 2 2 3 2 1 3 5 2 2 3 3 2 2 2 2 2 0 3 2 2 3 1 1 2 2 2 3 1 4 2 3 2 2
52 46 16 2 2 3 6 2 2 6 11 4 5 7 6 4 4 3 2 3 0 3 4 6 2 2 4 4 5 5 1 7 2 5 4 4
53 20 7 2 2 3 2 1 3 5 2 2 3 3 2 2 2 2 2 2 3 0 2 3 1 1 2 2 3 3 1 4 2 3 2 2
54 39 14 2 2 5 2 2 6 9 3 4 6 5 4 4 3 2 2 4 2 0 6 2 2 4 3 4 5 1 6 2 4 4 3
55 62 22 3 3 7 3 3 8 15 5 6 9 7 5 5 4 3 3 3 6 3 6 0 3 2 6 5 6 7 2 10 3 6 5 5
56 14 6 1 2 2 1 1 3 4 2 2 3 2 2 2 2 2 1 1 2 1 2 3 0 1 2 2 2 2 1 3 1 2 2 2
57 12 5 1 1 2 1 1 2 4 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 2 1 2 2 1 0 2 2 2 2 1 3 1 2 2 2
58 39 14 2 2 5 2 2 6 9 4 4 6 5 4 4 3 2 2 4 2 4 6 2 2 0 3 4 5 1 6 2 4 4 3
59 33 12 2 2 4 2 2 5 8 3 4 5 4 3 3 2 2 4 2 2 4 2 3 5 2 2 3 0 4 4 1 6 2 4 3
60 43 15 2 3 5 2 2 6 10 4 5 6 5 4 4 3 2 2 5 3 4 6 2 2 4 4 0 5 1 7 2 5 4 4
61 51 18 3 3 6 3 2 7 12 4 5 7 6 5 5 3 3 3 5 3 5 7 2 2 5 4 5 0 1 8 3 5 4 4
62 6 3 1 1 1 1 2 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 0 2 1 1 1 1 1
63 74 26 3 4 9 3 3 10 17 6 7 10 8 6 6 4 3 4 7 4 6 10 3 3 6 6 7 8 2 0 3 7 6 5
64 17 7 2 2 3 2 1 3 5 2 2 3 3 2
65 46 16 2 2 3 6 2 2 6 11 4 5 7 5 4 4 3 2 2 5 3 4 6 2 2 4 4 5 5 1 7 2 0 4 4
66 36 13 2 2 5 2 2 5 9 3 4 5 4 3 3 3 2 2 4 2 4 5 2 2 4 3 4 4 1 6 2 4 0 3
67 32 12 2 2 4 2 2 5 8 3 4 5 4 3 3 3 2 2 2 2 2 4 3 5 2 2 4 4 1 5 2 4 3 0

Tablo A.2 m=1, n=0.8 ($r^2=0.72$) için regresyon yardımıyla bulunan ilkel matris (otobüs/gün)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
01	0	10	8	4	4	42	17	2	7	8	2	3	4	3	3	15	3	3	6	7	14	3	7	3	7	6	27	5	2	2	28	5	82	
02	10	0	3	2	2	11	5	1	3	3	1	2	3	2	1	5	2	2	3	3	10	2	4	2	4	2	12	2	1	2	7	2	8	
03	8	3	0	2	2	31	13	1	7	8	3	2	2	2	4	16	3	2	4	8	4	2	2	2	3	9	5	2	1	1	5	6	8	
04	4	2	2	0	2	7	3	2	2	2	1	2	3	1	1	4	1	1	2	2	5	1	3	2	7	2	4	2	2	2	3	2	4	
05	4	2	2	2	0	12	3	1	2	2	1	1	2	2	1	4	2	2	6	2	3	1	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4	
06	42	11	31	7	12	0	36	3	19	23	7	4	5	14	7	57	9	18	24	20	19	8	10	6	14	29	23	10	4	3	22	14	38	
07	17	5	13	3	3	36	0	2	13	11	3	2	3	3	8	19	4	3	5	16	8	3	4	3	5	8	10	4	2	2	9	15	17	
08	2	1	1	2	1	3	2	0	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	2	1	3	1	2	2	1	1	2	1	2	
09	7	3	7	2	2	19	13	1	0	9	2	2	2	2	2	3	13	4	2	3	14	4	3	2	2	3	5	5	2	1	1	4	5	7
10	8	3	8	2	2	23	11	1	9	0	3	2	2	2	3	33	6	2	3	9	4	4	3	2	3	7	5	3	2	1	5	5	7	
11	2	1	3	1	1	7	3	1	2	3	0	1	1	2	1	9	2	1	2	2	2	1	1	1	1	4	2	1	1	1	2	2	2	
12	3	2	2	2	1	4	2	1	2	2	1	0	2	1	1	2	1	1	2	2	6	1	3	2	4	2	3	2	1	1	2	1	3	
13	4	3	2	3	2	5	3	1	2	2	1	2	0	1	1	3	1	1	2	2	7	1	3	2	4	2	4	2	1	2	3	1	3	
14	3	2	2	1	2	14	3	1	2	3	2	1	1	0	1	6	2	2	2	2	2	2	1	1	2	3	2	1	1	1	2	2	3	
15	3	1	4	1	1	7	8	1	3	3	1	1	1	1	0	4	2	1	2	4	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	5	3	
16	15	5	16	4	4	57	19	2	13	33	9	2	3	6	4	0	10	4	7	12	8	6	4	3	6	22	9	5	2	2	9	8	14	
17	3	2	3	1	2	9	4	1	4	6	2	1	1	2	2	10	0	1	2	3	2	3	2	1	2	3	2	2	1	1	2	2	3	
18	3	2	2	1	2	18	3	1	2	2	1	1	1	2	1	4	1	0	3	2	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	3	
19	6	3	4	2	6	24	5	1	3	3	2	2	2	2	2	7	2	3	0	3	4	2	3	2	3	4	3	2	1	4	2	6		
20	7	3	8	2	2	20	16	1	14	9	2	2	2	2	2	4	12	3	2	3	0	4	2	2	2	3	5	4	2	1	1	4	7	
21	14	10	4	5	3	19	8	2	4	4	2	6	7	2	2	8	2	2	4	4	0	2	12	4	11	4	15	4	2	3	10	3	12	
22	3	2	2	1	1	8	3	1	3	4	1	1	1	2	1	6	3	1	2	2	2	0	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	3	
23	7	4	2	3	2	10	4	2	2	3	1	3	3	1	1	4	2	2	3	2	12	2	0	3	5	2	6	2	2	2	5	2	6	
24	3	2	2	2	2	6	3	1	2	2	1	2	2	1	1	3	1	1	2	2	4	1	3	0	4	2	3	2	2	1	3	1	3	
25	7	4	3	7	3	14	5	3	3	3	1	4	4	2	2	6	2	2	3	3	11	2	5	4	0	3	6	4	3	2	5	2	6	
26	6	2	9	2	2	29	8	1	5	7	4	2	2	2	3	2	22	3	2	3	5	4	2	2	2	3	0	4	2	1	1	4	4	6
27	27	12	5	4	3	23	10	2	5	5	2	3	4	2	2	9	2	2	4	4	15	2	6	3	6	4	0	4	2	2	19	3	20	
28	5	2	2	2	2	10	4	2	2	3	1	2	2	1	1	5	2	2	3	2	4	2	2	2	4	2	4	0	2	1	3	2	4	
29	2	1	1	2	1	4	2	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2	2	3	1	2	2	0	1	2	1	2	
30	2	2	1	2	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	3	1	2	1	2	1	2	1	1	0	2	1	2	
31	28	7	5	3	3	22	9	2	4	5	2	2	3	2	2	9	2	2	4	4	10	2	5	3	5	4	19	3	2	2	0	3	20	
32	5	2	6	2	2	14	15	1	5	5	2	1	1	2	5	8	2	2	2	7	3	2	2	1	2	4	3	2	1	1	3	0	5	
33	82	8	8	4	4	38	17	2	7	7	2	3	3	3	3	14	3	3	6	7	12	3	6	3	6	6	20	4	2	2	20	5	0	

34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67
 01 61 22 3 4 15 3 4 9 30 6 11 9 23 8 6 4 6 8 8 3 6 10 3 2 9 4 9 7 2 20 4 6 8 5
 02 18 7 2 2 5 1 2 3 7 2 7 3 9 5 2 3 2 2 3 4 2 2 1 4 2 4 3 1 17 2 4 3 2
 03 48 22 2 3 5 2 2 8 19 12 3 9 4 3 5 2 2 3 4 2 6 5 2 2 4 3 1 5 6 3 4 4
 04 13 5 3 2 3 1 1 3 4 2 3 2 3 3 2 3 2 2 3 2 2 3 2 1 3 2 3 4 1 4 1 6 2 2
 05 17 5 1 2 4 1 2 3 5 2 3 3 3 2 2 2 2 2 4 2 2 8 1 2 4 2 6 3 1 3 1 2 4 2
 06 23 5 66 5 15 33 7 13 36 82 22 16 26 20 10 14 7 12 11 18 6 25 31 4 6 19 13 22 16 2 22 10 10 30 23
 07 70 35 2 3 9 3 3 10 30 9 6 14 8 5 11 3 4 4 5 3 7 8 2 2 6 5 6 5 1 9 6 4 6 5
 08 6 2 2 1 2 1 1 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 2 1 1 2 1 2 3 1 2 1 2 1 1
 09 41 52 2 2 5 2 2 7 12 5 3 17 4 3 14 2 2 2 3 2 4 4 2 2 3 4 3 3 1 5 4 3 3 3
 10 71 47 2 3 5 3 2 12 13 8 3 22 4 3 6 2 2 2 4 2 7 5 2 2 4 5 4 4 1 5 5 3 4 5
 11 19 5 1 1 2 1 1 5 4 3 2 3 2 1 2 1 1 1 2 1 4 2 1 1 2 2 2 2 1 2 2 1 2 2
 12 7 3 2 1 2 1 1 2 3 1 3 2 2 3 1 3 1 1 2 1 2 2 2 1 2 1 2 2 1 4 1 3 2 1
 13 10 4 2 1 3 1 1 2 3 2 3 2 3 2 5 1 1 2 2 2 3 3 1 2 2 2 3 1 5 1 5 2 2
 14 25 5 1 2 3 2 1 6 5 2 2 3 2 2 2 1 1 1 2 1 5 3 1 1 2 2 2 2 1 2 1 2 2 3
 15 13 7 1 1 2 1 1 3 5 3 2 3 2 1 3 1 1 1 2 1 2 2 1 1 2 2 2 2 1 2 2 1 2 2
 16 20 3 56 3 5 10 5 4 41 27 18 6 23 8 5 9 3 4 4 7 3 22 11 2 3 7 10 8 7 2 9 6 5 8 10
 17 37 13 1 2 3 3 1 5 5 3 2 5 2 2 3 1 1 2 2 1 3 3 1 1 2 4 2 2 1 3 2 2 2 2
 18 16 5 1 3 3 1 2 3 5 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 1 2 3 1 1 2 2 3 2 1 2 1 2 3 2
 19 28 8 2 4 6 2 3 5 9 3 4 4 4 2 2 2 3 2 5 2 4 10 2 2 5 2 7 4 1 4 2 3 9 3
 20 38 30 2 2 5 2 2 6 13 6 3 13 4 2 10 2 2 2 3 2 4 4 2 2 3 3 3 3 1 4 5 3 3 3
 21 34 12 3 3 8 2 2 5 11 3 12 5 10 21 3 7 3 3 6 3 4 7 5 2 7 3 6 7 2 25 2 9 5 3
 22 42 8 1 2 2 5 1 5 4 2 2 4 2 2 2 1 1 1 2 1 3 3 1 1 2 5 2 2 1 2 2 2 2 2
 23 16 6 2 2 5 1 2 3 6 2 11 3 5 5 2 3 2 2 3 2 2 4 2 1 4 2 4 4 2 7 2 4 3 2
 24 11 4 2 2 3 1 1 2 4 2 3 2 3 2 2 2 2 2 2 3 1 1 3 2 3 4 1 3 1 2 2 2 2
 25 26 8 4 2 5 2 2 4 8 3 6 4 5 5 3 5 2 2 6 3 3 6 3 2 5 2 5 8 2 8 2 6 4 3
 26 54 16 2 2 5 2 2 10 13 12 3 7 4 2 4 2 2 2 3 2 7 5 1 2 3 4 4 3 1 4 3 2 4 4
 27 37 14 2 3 11 2 3 6 15 4 11 6 31 8 4 4 3 4 6 3 4 7 3 2 7 3 7 5 2 29 2 6 6 4
 28 18 6 2 2 4 1 2 3 5 2 3 3 3 2 2 2 2 2 1 8 3 2 8 2 2 4 2 5 9 1 4 2 3 3 2
 29 6 3 1 1 2 1 1 2 2 1 2 2 2 2 1 2 1 1 2 1 3 2 1 1 2 1 2 5 1 2 1 2 2 1
 30 6 3 1 1 2 1 1 2 2 1 2 2 2 2 1 2 1 1 2 1 1 2 1 2 1 2 2 1 3 1 3 1 1
 31 36 13 2 3 9 2 3 6 15 4 8 6 16 6 4 3 3 4 5 2 4 6 2 2 6 3 6 5 2 14 2 5 5 3
 32 25 13 1 2 4 2 2 4 11 4 2 5 3 2 4 2 2 2 2 1 3 3 1 1 2 2 3 2 1 3 3 2 3 2
 33 56 20 3 4 14 3 4 8 28 6 9 8 16 6 5 4 5 8 6 3 6 9 3 2 8 4 8 6 2 16 3 6 7 5

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33			
34	61	18	48	13	17	23	5	70	6	41	71	19	7	10	25	13	20	3	37	16	28	38	34	42	16	11	26	54	37	18	6	6	36	25	56
35	22	7	22	5	5	66	35	2	52	47	5	3	4	5	7	56	13	5	8	30	12	8	6	4	8	16	14	6	3	3	13	13	20		
36	3	2	2	3	1	5	2	2	2	2	1	2	2	1	1	3	1	1	2	2	3	1	2	2	4	2	2	2	1	1	2	1	3		
37	4	2	3	2	2	15	3	1	2	3	1	1	1	2	1	5	2	3	4	2	3	2	2	2	2	2	3	2	1	1	3	2	4		
38	15	5	5	3	4	33	9	2	5	5	2	2	3	3	2	10	3	3	6	5	8	2	5	3	5	5	11	4	2	2	9	4	14		
39	3	1	2	1	1	7	3	1	2	3	1	1	1	2	1	5	3	1	2	2	2	5	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	3		
40	4	2	2	1	2	13	3	1	2	2	1	1	1	1	1	4	1	2	3	2	2	1	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	4		
41	9	3	8	3	3	36	10	2	7	12	5	2	2	6	3	41	5	3	5	6	5	5	3	2	4	10	6	3	2	2	6	4	8		
42	30	7	19	4	5	82	30	2	12	13	4	3	3	5	5	27	5	5	9	13	11	4	6	4	8	13	15	5	2	2	15	11	28		
43	6	2	12	2	2	22	9	1	5	8	3	1	2	2	3	18	3	2	3	6	3	2	2	2	3	12	4	2	1	1	4	4	6		
44	11	7	3	3	3	16	6	2	3	3	2	3	3	2	2	6	2	2	4	3	12	2	11	3	6	3	11	3	2	2	8	2	9		
45	9	3	9	2	3	26	14	2	17	22	3	2	2	3	3	23	5	2	4	13	5	4	3	2	4	7	6	3	2	2	6	5	8		
46	23	9	4	3	3	20	8	2	4	4	2	2	3	2	2	8	2	2	4	4	10	2	5	3	5	4	31	3	2	2	16	3	16		
47	8	5	3	3	2	10	5	2	3	3	1	3	3	3	2	1	5	2	2	2	21	2	5	2	5	2	8	2	2	2	6	2	6		
48	6	2	5	2	2	14	11	1	14	6	2	1	2	2	3	9	3	2	2	10	3	2	2	2	3	4	4	2	1	1	4	4	5		
49	4	3	2	3	2	7	3	2	2	2	1	3	5	1	1	3	1	1	2	2	7	1	3	2	5	2	4	2	2	2	3	2	4		
50	6	2	2	2	2	12	4	1	2	2	1	1	1	1	1	4	1	2	3	2	3	1	2	2	2	2	3	2	1	1	3	2	5		
51	8	2	3	2	2	11	4	1	2	2	1	1	1	1	1	4	2	2	2	3	3	1	2	2	2	2	4	2	1	1	4	2	8		
52	8	3	4	3	4	18	5	2	3	4	2	2	2	2	2	7	2	2	5	3	6	2	3	3	6	3	6	18	3	2	5	2	6		
53	3	2	2	2	2	6	3	2	2	2	1	1	2	1	1	3	1	1	2	2	3	1	2	2	3	2	3	2	1	2	1	3	6		
54	6	2	6	2	2	25	7	1	4	7	4	2	2	5	2	22	3	2	4	4	4	3	2	2	3	7	4	2	1	1	4	3	6		
55	10	4	5	3	8	31	8	2	4	5	2	2	3	3	2	11	3	3	10	4	7	3	4	3	6	5	7	8	3	2	6	3	9		
56	3	2	2	2	1	4	2	1	2	2	1	2	3	1	1	2	1	1	2	2	5	1	2	1	3	1	3	2	1	2	2	1	3		
57	2	1	2	1	2	6	2	1	2	2	1	1	1	1	1	3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	1	2		
58	9	4	4	3	4	19	6	2	3	4	2	2	2	2	2	7	2	2	5	3	7	2	4	3	5	3	7	4	2	2	6	2	8		
59	4	2	3	2	2	13	5	1	4	5	2	1	2	2	2	10	4	2	2	3	3	5	2	2	2	4	3	2	1	1	3	2	4		
60	9	4	4	3	6	22	6	2	3	4	2	2	2	2	2	8	2	3	7	3	6	2	4	3	5	4	7	5	2	2	6	3	8		
61	7	3	3	4	3	16	5	3	3	4	2	2	3	2	2	7	2	2	4	3	7	2	4	4	8	3	5	9	5	2	5	2	6		
62	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	1	2		
63	20	17	5	4	3	22	9	2	5	5	2	4	5	2	2	9	3	2	4	4	25	2	7	3	8	4	29	4	2	3	14	3	16		
64	4	2	6	1	1	10	6	1	4	5	2	1	1	1	2	6	2	1	2	5	2	2	2	2	1	2	3	2	2	1	1	2	3	3	
65	6	4	3	6	2	10	4	2	3	3	1	3	5	2	1	5	2	2	3	3	9	2	4	2	6	2	6	3	2	3	5	2	6		
66	8	3	4	2	4	30	6	1	3	4	2	2	2	2	2	8	2	3	9	3	5	2	3	2	4	4	6	3	2	1	5	3	7		
67	5	2	4	2	2	23	5	1	3	5	2	1	2	3	2	10	2	2	2	3	3	2	2	2	2	3	4	4	2	1	1	3	2	5	

34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67		
334	0	167	9	21	41	37	12	217	96	47	25	66	31	17	28	12	13	14	31	11	108	49	7	10	27	99	32	29	4	38	18	19	30	47	
335	167	0	3	6	14	7	4	25	39	18	9	189	11	7	25	4	5	5	9	4	15	14	3	3	9	12	10	9	2	14	13	7	10	10	
336	9	3	0	1	2	1	1	2	3	2	2	2	2	2	1	2	1	1	2	2	2	1	1	2	1	2	1	2	3	1	3	1	3	2	2
337	21	6	1	0	3	1	2	4	5	2	2	3	3	2	2	2	2	2	3	2	3	5	1	2	3	2	3	3	1	3	2	2	3	3	
338	41	14	2	3	0	2	5	6	20	4	8	6	10	4	4	3	9	7	6	3	5	8	2	2	10	3	9	6	1	9	3	4	10	4	
339	37	7	1	1	2	0	1	4	3	2	2	3	2	1	2	1	1	1	2	1	3	2	1	1	2	4	2	2	1	2	1	2	2	2	
340	12	4	1	2	5	1	0	3	6	2	2	2	3	2	2	1	3	2	2	1	2	3	1	1	2	2	3	2	1	3	1	2	4	2	
341	217	25	2	4	6	4	3	0	14	8	4	10	5	3	5	2	3	3	5	2	40	8	2	2	4	8	5	5	1	6	4	3	5	9	
342	96	39	3	5	20	3	6	14	0	12	9	15	12	6	9	4	8	8	8	4	10	13	3	3	10	6	10	8	2	14	6	6	11	8	
343	47	18	2	2	4	2	2	8	12	0	3	7	3	2	4	2	2	2	3	2	6	4	1	2	3	3	3	3	1	4	4	2	3	4	
344	25	9	2	2	8	2	4	9	3	0	4	10	5	3	4	3	3	3	5	2	3	6	2	2	7	2	6	5	2	12	2	5	4	3	
345	66	189	2	3	6	3	2	10	15	7	4	0	5	3	9	2	3	3	4	2	7	6	2	2	4	5	4	4	1	6	6	3	4	4	
346	31	11	2	3	10	2	3	5	12	3	10	5	0	6	3	3	3	3	5	2	4	6	2	2	6	3	6	5	2	16	2	4	5	3	
347	17	7	2	2	4	1	2	3	6	2	5	3	6	0	2	3	2	2	3	2	2	4	3	1	4	2	3	4	1	13	2	5	3	2	
348	28	25	1	2	4	2	2	5	9	4	3	9	3	2	0	2	2	2	3	2	3	4	1	1	3	3	3	3	1	4	3	2	3	3	
349	12	4	2	2	3	1	1	2	4	2	4	2	3	3	2	0	2	2	3	2	2	3	2	1	3	2	3	3	1	5	1	5	2	2	
350	13	5	1	2	9	1	3	3	8	2	3	3	3	2	2	2	0	3	2	1	2	3	1	1	3	2	3	2	1	3	1	2	3	2	
351	14	5	1	2	7	1	2	3	8	2																									

Tablo A.3 m=1, n=1 ($r^2=0.75$) için regresyon yardımıyla bulunan ilkel matris (otobüs/gün)

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33		
01	0	10	8	4	4	41	16	2	6	7	2	3	4	3	3	13	3	3	6	6	14	3	7	3	7	6	32	5	2	2	32	5	119	
02	10	0	2	2	2	10	4	1	2	2	1	2	3	1	1	4	2	2	2	2	12	1	4	2	4	2	15	2	1	2	7	2	8	
03	8	2	0	2	2	34	14	1	7	8	3	1	2	2	4	17	3	2	4	9	4	2	2	2	3	11	5	2	1	1	4	8	7	
04	4	2	2	0	2	6	3	2	2	2	1	2	3	1	1	3	1	1	2	2	5	1	3	2	8	2	3	2	2	2	3	2	3	
05	4	2	2	2	0	12	3	1	2	2	1	1	1	2	1	4	1	2	7	2	3	1	2	2	3	2	3	2	1	1	3	2	4	
06	41	10	34	6	12	0	34	3	18	22	8	4	5	16	7	59	8	23	27	20	17	7	9	6	12	33	21	10	3	3	20	14	37	
07	16	4	14	3	3	34	0	2	14	11	3	2	2	2	3	11	19	4	3	4	18	7	3	3	2	4	8	9	3	2	2	8	19	16
08	2	1	1	2	1	3	2	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	3	1	2	2	1	1	2	1	2	
09	6	2	7	2	2	18	14	1	0	10	2	1	2	2	3	13	4	2	3	18	3	3	2	2	3	5	4	2	1	1	4	5	6	
10	7	2	8	2	2	22	11	1	10	0	3	2	2	3	3	40	7	2	3	9	4	4	2	2	3	8	4	2	1	1	4	5	6	
11	2	1	3	1	1	8	3	1	2	3	0	1	1	2	1	12	2	1	2	2	1	1	1	1	1	6	2	1	1	1	2	2	2	
12	3	2	1	2	1	4	2	1	1	2	1	0	2	1	1	2	1	1	2	1	7	1	4	2	5	1	3	2	1	1	2	1	3	
13	4	3	2	3	1	5	2	1	2	2	1	2	0	1	1	2	1	1	2	2	8	1	3	2	4	2	4	2	1	2	3	1	3	
14	3	1	2	1	2	16	3	1	2	3	2	1	1	0	1	6	2	2	2	2	2	2	1	1	2	3	2	1	1	1	2	2	3	
15	3	1	4	1	1	7	11	1	3	3	1	1	1	1	0	4	2	1	2	5	2	1	1	1	2	3	2	1	1	1	2	8	3	
16	13	4	17	3	4	59	19	2	13	40	12	2	2	2	6	4	0	10	4	6	12	7	6	4	3	5	27	8	4	2	2	8	12	
17	3	2	3	1	1	8	4	1	4	7	2	1	1	2	2	10	0	1	2	3	2	3	1	1	2	3	2	2	1	1	2	2	3	
18	3	2	2	1	2	23	3	1	2	2	1	1	1	2	1	4	1	0	4	2	2	1	1	2	2	2	2	2	1	1	2	2	3	
19	6	2	4	2	7	27	4	1	3	3	2	2	2	2	2	6	2	4	0	3	4	2	2	2	3	3	4	3	2	1	4	2	6	
20	6	2	9	2	2	20	18	1	18	9	2	1	2	2	5	12	3	2	3	0	3	2	2	2	3	5	4	2	1	1	4	8	6	
21	14	12	4	5	3	17	7	2	3	4	2	7	8	2	2	7	2	2	4	3	0	2	14	4	11	3	16	4	2	3	10	3	11	
22	3	1	2	1	1	7	3	1	3	4	1	1	1	2	1	6	3	1	2	2	2	0	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	3	
23	7	4	2	3	2	9	3	2	2	2	1	4	3	1	1	4	1	2	2	2	14	1	0	3	5	2	7	2	2	2	5	2	6	
24	3	2	2	2	2	6	2	1	2	2	1	2	2	1	1	3	1	1	2	2	4	1	3	0	5	2	3	2	2	1	2	1	3	
25	7	4	3	8	3	12	4	3	3	3	1	5	4	2	2	5	2	2	3	3	11	2	5	5	0	3	6	5	3	2	5	2	6	
26	6	2	11	2	2	33	8	1	5	8	6	1	2	3	3	27	3	2	3	5	3	2	2	2	3	0	4	2	1	1	4	4	6	
27	32	15	5	3	3	21	9	2	4	4	2	3	4	2	2	8	2	2	4	4	16	2	7	3	6	4	0	3	2	2	22	3	22	
28	5	2	2	2	2	10	3	2	2	2	1	2	2	1	1	4	2	2	3	2	4	1	2	2	5	2	3	0	3	1	3	2	4	
29	2	1	1	2	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2	2	3	1	2	3	0	1	2	1	
30	2	2	1	2	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	2	1	2	1	1	0	2	1	2	
31	32	7	4	3	3	20	8	2	4	4	2	2	3	2	2	8	2	2	4	4	10	2	5	2	5	4	22	3	2	2	0	3	22	
32	5	2	8	2	2	14	19	1	5	5	2	1	1	2	8	8	2	2	2	8	3	2	2	1	2	4	3	2	1	1	3	0	5	
33	119	8	7	3	4	37	16	2	6	6	2	3	3	3	3	12	3	3	6	6	11	3	6	3	6	6	22	4	2	2	22	5	0	

34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67		
01	53	19	3	4	16	2	4	8	31	6	12	8	27	7	5	4	6	9	7	3	6	9	3	2	10	4	9	7	2	21	3	6	8	5	
02	15	6	2	2	5	1	2	3	6	2	9	3	11	5	2	3	2	3	2	2	4	2	4	2	1	4	2	4	3	1	23	2	3	2	
03	48	23	2	3	5	2	2	8	22	16	3	10	4	2	5	2	3	3	3	2	6	5	1	2	3	3	4	3	1	4	7	2	4	4	
04	11	4	3	2	3	1	1	2	4	2	3	2	3	3	2	4	1	2	3	2	2	3	2	1	3	2	3	4	1	4	1	6	2	2	
05	15	5	1	2	4	1	2	3	5	2	3	2	3	2	2	2	2	4	2	2	10	1	2	4	2	8	3	1	3	1	2	4	2	2	
06	234	62	4	17	36	6	15	38	91	23	15	25	19	8	13	6	13	12	17	6	27	31	4	6	19	12	23	14	2	20	10	8	34	25	
07	64	35	2	3	9	3	3	10	32	9	5	14	7	4	11	3	4	4	5	2	7	7	2	2	5	4	5	5	1	8	6	4	5	5	
08	5	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	3	1	2	1	2	1	1	
09	38	66	1	2	4	2	2	6	11	5	3	21	3	2	19	2	2	2	3	2	4	4	1	2	3	3	3	3	1	4	4	2	3	3	
10	73	56	2	3	5	3	2	13	12	9	3	27	4	2	6	2	2	2	3	2	8	5	1	2	3	6	4	3	1	4	5	2	4	5	
11	21	5	1	1	2	1	1	5	4	4	1	3	2	1	2	1	1	1	2	1	5	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	
12	6	3	2	1	2	1	1	2	3	1	3	2	2	3	1	4	1	1	2	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	4	1	3	2	1	
13	8	3	2	1	2	1	1	2	3	1	3	2	3	4	1	7	1	1	2	2	2	2	4	1	2	1	2	3	1	5	1	6	2	1	
14	28	5	1	2	2	1	1	7	5	2	2	3	2	1	2	1	1	1	2	1	6	3	1	1	2	2	2	2	2	1	2	1	1	2	4
15	12	7	1	1	2	1	1	3	6	3	2	3	2	1	3	1	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2
16	229	59	2	5	9	5	4	51	26	21	6	25	7	4	8	3	4	4	6	3	27	10	2	3	6	10	7	6	1	8	7	4	7	11	
17	39	14	1	2	2	3	1	5	5	3	2	6	2	2	3	1	1	1	2	1	3	2	1	1	2	5	2	2	1	2	2	2	2	2	
18	15	4	1	3	3	1	2	3	5	2	2	2	2	1	2	1	2	2	2	1	3	4	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	3	2	
19	27	7	2	4	7	2	3	5	8	3	4	3	4	2	2	2	3	2	5	2	4	12	1	2	5	2	8	4	1	4	2	2	11	3	
20	35	34	1	2	4	2	2	6	13	6	3	15	3	2	12	2	2	2	3	2	4	4	1	2	3	3	3	3	1	4	6	2	3	3	
21	27	10	3	2	7	2	2	4	10	3	13	4	11	28	3	7	3	3	5	3	3	6	6	2	7	2	6	7	2	30	2	9	4	3	
22	48	8	1	2	2	7	1	5	4	2	2	3	2	1	2	1	1	1	2	1	3	2	1	1	2	6	2	2	1	2	2	1	2	2	
23	13	5	2	2	5	1	2	3	5	2	14	2	6	5	2	4	2	2	3	2	2	4	2	1	4	2	4	4	2	7	1	4	3	2	
24	9	3	2	2	3	1	1	2	3	2	3	2	2	2	1	2	1	2	3	2	2	3	1	1	4	1	3	4	2	3	1	2	2	2	
25	21	7	5	2	5	2	2	4	7	2	6	3	5	5	2	6	2	2	6	4	3	6	3	2	5	2	5	9	2	8	2	6	4	2	
26	57	16	1	2	5	2	2	11	13	17	3	7	3	2	4	2	2	2	3	2	9	4	1	2	3	4	3	3	1	4	4	2	4	4	
27	31	11	2	3	11	2	3	5	14	4	13	5	44	8	3	4	3	4	5	2	4	7	3	2	7	3	7	5	2	37	2	5	5	3	
28	16	5	2	2	4	1	2	3	5	2	3	2	3	2	2	2	2	2	29	3	2	9	1	2	4	2	5	11	1	3	1	3	3	2	
29	5	2	1	1	2	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	3	2	1	3	1	1	2	1	2	6	1	2	1	2	2	1	
30	4	2	1	1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	3	1	4	1	1	
31	30	11	2	2	9	2	2	5	14	3	8	5	20	5	3	3	3	4	4	2	3	6	2	2	6	3	6	4	1	15	2	4	5	3	
32	24	13	1	2	3	2	2	4	12	5	2	6	3	2	4	1	2	2	2	1	3	3	1	1	2	2	2	2	1	3	4	2	2	2	
33	48	18	2	3	15	2	4	7	29	5	9	7	18	6	5	3	6	9	6	3	5	8	2	2	8	4	7	6	2	16	3	5	7	5	

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
34	53	15	48	11	15	234	64	5	38	73	21	6	8	28	12	229	39	15	27	35	27	48	13	9	21	57	31	16	5	4	30	24	48
35	19	6	23	4	5	62	35	2	66	56	5	3	3	5	7	59	14	4	7	34	10	8	5	3	7	16	11	5	2	2	11	13	18
36	3	2	2	3	1	4	2	2	1	2	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	3	1	2	2	5	1	2	2	1	1	2	1	2
37	4	2	3	2	2	17	3	1	2	3	1	1	1	1	2	1	5	2	3	4	2	2	2	2	2	2	3	2	1	1	2	2	3
38	16	5	5	3	4	36	9	2	4	5	2	2	2	2	2	9	2	3	7	4	7	2	5	3	5	5	11	4	2	2	9	3	15
39	2	1	2	1	1	6	3	1	2	3	1	1	1	1	1	5	3	1	2	2	2	7	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
40	4	2	2	1	2	15	3	1	2	2	1	1	1	1	1	4	1	2	3	2	2	1	2	1	2	2	3	2	1	1	2	2	4
41	8	3	8	2	3	38	10	2	6	13	5	2	2	7	3	51	5	3	5	6	4	5	3	2	4	11	5	3	2	1	5	4	7
42	31	6	22	4	5	91	32	2	11	12	4	3	3	5	6	26	5	5	8	13	10	4	5	3	7	13	14	5	2	2	14	12	29
43	6	2	16	2	2	23	9	1	5	9	4	1	1	2	3	21	3	2	3	6	3	2	2	2	2	17	4	2	1	1	3	5	5
44	12	9	3	3	3	15	5	2	3	3	1	3	3	2	2	6	2	2	4	3	13	2	14	3	6	3	13	3	2	2	8	2	9
45	8	3	10	2	2	25	14	1	21	27	3	2	2	3	3	25	6	2	3	15	4	3	2	2	3	7	5	2	1	1	5	6	7
46	27	11	4	3	3	19	7	2	3	4	2	2	3	2	2	7	2	2	4	3	11	2	6	2	5	3	44	3	2	2	20	3	18
47	5	2	3	2	8	4	2	2	2	2	1	3	4	1	1	4	2	1	2	2	28	1	5	2	5	2	8	2	2	2	5	2	6
48	5	2	5	2	2	13	11	1	19	6	2	1	1	2	3	8	3	2	2	12	3	2	2	1	2	4	3	2	1	1	3	4	5
49	4	3	2	4	2	6	3	2	2	2	1	4	7	1	1	3	1	1	2	2	7	1	4	2	6	2	4	2	2	2	3	1	3
50	6	2	3	1	2	13	4	1	2	2	1	1	1	1	1	4	1	2	3	2	3	1	2	1	2	2	3	2	1	1	3	2	6
51	9	2	3	2	2	12	4	1	2	2	1	1	1	1	1	4	1	2	2	2	3	1	2	2	2	4	2	1	1	4	2	9	
52	7	3	3	3	4	17	5	2	3	3	2	2	2	2	2	6	2	2	5	3	5	2	3	3	6	3	5	29	3	2	4	2	6
53	3	2	2	2	2	6	2	2	2	2	1	1	2	1	1	3	1	1	2	2	3	1	2	2	4	2	2	3	2	1	2	1	3
54	6	2	6	2	2	27	7	1	4	8	5	1	2	6	2	27	3	3	4	4	3	3	2	2	3	9	4	2	1	1	3	3	5
55	9	4	5	3	10	31	7	2	4	5	2	2	2	3	2	10	2	4	12	4	6	2	4	3	6	4	7	9	3	2	6	3	8
56	3	2	1	2	1	4	2	1	1	1	1	2	4	1	1	2	1	1	1	1	6	1	2	1	3	1	3	1	1	2	2	1	2
57	2	1	2	1	2	6	2	1	2	2	1	1	1	1	1	3	1	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	1	2
58	10	4	3	3	4	19	5	2	3	3	2	2	2	2	2	6	2	2	5	3	7	2	4	4	5	3	7	4	2	1	6	2	8
59	4	2	3	2	2	12	4	1	3	6	2	1	1	2	2	10	5	2	2	3	2	6	2	1	2	4	3	2	1	1	3	2	4
60	9	4	4	3	8	23	5	2	3	4	2	2	2	2	2	7	2	3	8	3	6	2	4	3	5	3	7	5	2	1	6	2	7
61	7	3	3	4	3	14	5	3	3	3	1	2	3	2	2	6	2	2	4	3	7	2	4	4	9	3	5	11	6	2	4	2	6
62	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2
63	21	23	4	4	3	20	8	2	4	4	2	4	5	2	2	8	2	2	4	4	30	2	7	3	8	4	37	3	2	3	15	3	16
64	3	2	7	1	1	10	6	1	4	5	2	1	1	1	2	7	2	1	2	6	2	2	1	1	2	4	2	1	1	1	2	4	3
65	6	3	2	6	2	8	4	2	2	2	1	3	6	1	1	4	2	2	2	2	9	1	4	2	6	2	5	3	2	4	4	2	5
66	8	3	4	2	4	34	5	1	3	4	2	2	2	2	2	7	2	3	11	3	4	2	3	2	4	4	5	3	2	1	5	2	7
67	5	2	4	2	2	25	5	1	3	5	2	1	1	4	2	11	2	2	3	3	3	2	2	2	2	4	3	2	1	1	3	2	5

34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67
34 0 159 7 21 37 42 11 287 88 49 21 64 26 14 25 9 12 13 27 9 134 44 5 10 23 126 29 25 3 31 18 15 28 50
35 159 0 3 5 12 6 4 25 37 18 7 312 9 5 29 4 5 5 8 3 15 12 2 3 8 12 9 7 2 11 15 5 9 9
36 7 3 0 1 2 1 1 2 3 1 2 2 2 2 2 1 2 1 1 2 1 2 3 1 3 1 3 2 1 3 2 1
37 21 5 1 0 3 1 2 4 5 2 2 3 2 2 2 1 2 2 3 1 3 5 1 2 3 2 3 2 1 2 2 3 3
38 37 12 2 3 0 2 6 6 21 4 8 5 11 4 3 3 12 8 6 2 4 8 2 2 12 3 10 5 1 9 2 4 12 4
39 42 6 1 1 2 0 1 4 3 2 2 3 2 1 2 1 1 1 2 1 3 2 1 1 2 5 2 2 1 2 1 1 2 2
40 11 4 1 2 6 1 0 3 7 2 2 2 3 2 2 1 3 2 2 1 2 3 1 1 3 2 3 2 1 3 1 2 5 2
41 287 25 2 4 6 4 3 0 14 9 4 11 4 3 4 2 3 3 5 2 65 7 2 2 4 9 5 4 1 5 4 3 5 10
42 88 37 3 5 21 3 7 14 0 13 9 15 12 6 9 4 9 9 8 3 9 12 2 3 10 6 10 7 2 13 7 5 11 8
43 49 18 1 2 4 2 2 9 13 0 3 8 3 2 4 2 2 2 3 2 7 4 1 2 3 3 3 3 1 3 5 2 3 4
44 21 7 2 2 8 2 2 4 9 3 0 3 11 6 2 4 3 3 5 2 3 6 2 2 8 2 6 5 2 13 2 4 4 2
45 64 312 2 3 5 3 2 11 15 8 3 0 4 3 10 2 2 2 4 2 7 5 2 2 3 5 4 3 1 5 7 3 4 4
46 26 9 2 2 11 2 3 4 12 3 11 4 0 6 3 3 3 3 5 2 3 6 2 2 7 2 6 4 2 19 2 4 5 3
47 14 5 2 2 4 1 2 3 6 2 6 3 6 0 2 3 2 2 3 2 3 3 1 3 2 3 4 1 15 1 5 3 2
48 25 29 1 2 3 2 2 4 9 4 2 10 3 2 0 2 2 2 2 2 1 3 3 1 1 2 3 3 2 1 3 3 2 3 2
49 9 4 2 1 3 1 1 2 4 2 4 2 3 3 2 0 1 2 3 2 2 3 3 1 3 1 2 3 1 5 1 6 2 2
50 12 5 1 2 12 1 3 3 9 2 3 2 3 2 2 1 0 4 2 1 2 3 1 1 3 2 3 2 1 3 1 2 4 2
51 13 5 1 2 8 1 2 3 9 2 3 2 3 2 2 2 4 0 2 1 2 3 1 1 3 2 3 2 1 3 2 2 3 2
52 27 8 2 3 6 2 2 5 8 3 5 4 5 3 2 3 2 2 0 4 3 18 2 3 7 2 9 14 1 5 2 3 5 3
53 9 3 2 1 2 1 1 2 3 2 2 2 2 2 1 2 1 1 4 0 2 4 1 1 2 1 3 14 1 3 1 2 2 2
54 134 15 2 3 4 3 2 65 9 7 3 7 3 2 3 3 3 3 18 4 5 0 2 5 8 3 12 10 2 6 2 4 9 5
55 44 12 2 5 8 2 3 7 12 4 6 5 6 3 3 3 3 1 1 2 1 1 2 0 1 2 1 2 2 1 4 1 3 2 1
56 5 2 1 1 2 1 1 2 2 1 2 2 2 2 3 1 3 1 1 2 3 1 2 5 1 0 2 1 2 2 1 1 2 2 1
57 10 3 1 2 2 1 1 2 3 2 2 2 2 2 1 1 1 1 3 1 2 5 1 0 2 1 2 2 1 2 1 1 2 2
58 23 8 2 3 12 2 3 4 10 3 8 3 7 3 2 3 3 2 3 3 3 7 2 3 8 2 2 0 2 16 6 1 7 2 3 3
59 126 12 1 2 3 5 2 9 6 3 2 5 2 2 3 1 2 2 2 2 1 3 1 1 2 0 2 2 2 1 3 2 2 3 3
60 29 9 2 3 10 2 3 5 10 3 6 4 6 3 3 2 3 2 3 9 3 4 12 2 2 16 2 0 6 1 6 2 3 8 3
61 25 7 3 2 5 2 2 4 7 3 5 3 4 4 2 3 2 2 14 14 3 10 2 2 6 2 6 0 2 6 2 4 4 3
62 3 2 1 1 1 1 1 2 1 2 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 2 0 2 1 1 1 1
63 31 11 3 2 9 2 3 5 13 3 13 5 19 15 3 5 3 3 5 3 4 6 4 2 7 3 6 6 2 0 2 7 5 3
64 18 15 1 2 2 1 1 4 7 5 2 7 2 1 3 1 1 2 2 1 3 2 1 1 2 2 2 2 1 2 0 1 2 2
65 15 5 3 2 4 1 2 3 5 2 4 3 4 5 2 6 2 2 3 2 2 4 3 1 3 2 3 4 1 7 1 0 3 2
66 28 9 2 3 12 2 5 5 11 3 4 4 5 3 3 2 4 3 5 2 4 9 2 2 7 2 8 4 1 5 2 3 0 3
67 50 9 1 3 4 2 2 10 8 4 2 4 3 2 2 2 2 3 2 8 5 1 2 3 3 3 3 3 1 3 2 2 3 0

Tablo A.4 $m=0.9$, $n=1.32$ ($r^2=0.78$) için regresyon yardımıyla bulunan ilkel matris (otobüs/gün)

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
01	0	14	9	4	5	42	17	2	6	7	2	3	4	3	3	12	3	4	7	7	15	3	8	4	7	7	48	5	2	2	50	6	249
02	14	0	3	3	2	10	4	2	2	1	3	3	2	2	4	2	2	3	2	19	1	7	2	5	2	28	3	2	2	10	2	10	
03	9	3	0	2	3	47	19	1	9	11	5	2	2	3	8	24	4	3	4	15	4	3	2	3	22	5	2	1	1	5	14	8	
04	4	3	2	0	2	6	3	2	2	1	3	5	1	1	3	1	1	2	2	7	1	3	3	14	2	4	3	2	2	3	2	3	
05	5	2	3	2	0	17	3	1	2	2	1	2	2	1	4	2	3	17	2	3	2	2	3	3	4	4	2	1	3	2	4		
06	42	10	47	6	17	0	34	3	18	24	11	4	4	26	9	65	9	42	38	22	15	8	9	6	11	47	21	10	4	3	19	17	
07	17	4	19	3	3	34	0	2	18	12	4	2	2	3	21	20	4	3	5	28	6	3	3	2	4	11	9	3	2	2	9	36	19
08	2	2	1	2	1	3	2	0	1	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	3	1	2	2	6	1	2	2	2	1	2	1	2
09	6	2	9	2	2	18	18	1	0	15	2	1	2	2	5	15	5	2	3	34	3	3	2	2	2	6	4	2	1	1	4	8	6
10	7	2	11	2	2	24	12	1	15	0	5	2	2	4	4	68	12	3	3	13	3	5	2	2	3	11	4	2	1	1	4	6	6
11	2	1	5	1	1	11	4	1	2	5	0	1	1	2	2	27	2	2	3	2	2	1	1	1	13	2	1	1	1	2	2	2	2
12	3	3	2	3	2	4	2	2	1	2	1	0	4	1	1	2	1	1	2	1	14	1	7	3	8	1	4	2	2	2	3	1	3
13	4	3	2	5	2	4	2	2	2	1	4	0	1	1	2	1	1	2	2	13	1	4	2	6	2	4	2	2	2	2	3	1	3
14	3	2	3	1	2	26	3	1	2	4	2	1	1	0	2	10	2	3	3	2	2	2	2	1	2	4	2	1	1	1	2	2	3
15	3	2	8	1	1	9	21	1	5	4	2	1	1	2	0	6	2	2	2	9	2	1	1	1	2	4	2	1	1	1	2	23	3
16	12	4	24	3	4	65	20	2	15	68	27	2	2	10	6	0	15	5	7	14	6	8	4	3	5	47	7	4	2	2	7	10	11
17	3	2	4	1	2	9	4	1	5	12	2	1	1	2	2	15	0	2	2	4	2	5	2	1	2	4	2	2	1	1	2	2	3
18	4	2	3	1	3	42	3	1	2	3	2	1	1	3	2	5	2	0	7	2	2	2	2	2	2	3	2	1	1	2	2	4	
19	7	3	4	2	17	38	5	2	3	3	2	2	2	3	2	7	2	7	0	3	4	2	3	3	4	4	5	4	2	1	4	3	7
20	7	2	15	2	2	22	28	1	34	13	3	1	2	2	9	14	4	2	3	0	3	3	2	2	2	7	4	2	1	1	4	14	7
21	15	19	4	7	3	15	6	3	3	2	14	13	2	2	6	2	2	4	3	0	2	26	5	16	3	21	4	3	4	11	3	12	
22	3	1	3	1	2	8	3	1	3	5	2	1	1	2	1	8	5	2	2	3	2	0	1	1	2	3	2	2	1	1	2	2	3
23	8	7	2	3	2	9	3	2	2	2	1	7	4	2	1	4	2	2	3	2	26	1	0	4	8	2	9	3	2	2	6	2	6
24	4	2	2	3	2	6	2	2	2	2	1	3	2	1	1	3	1	2	3	2	5	1	4	0	9	2	3	4	4	1	3	2	3
25	7	5	3	14	3	11	4	6	2	3	1	8	6	2	2	5	2	2	4	2	16	2	8	9	0	3	7	6	6	2	5	2	6
26	7	2	22	2	3	47	11	1	6	11	13	1	2	4	4	47	4	3	4	7	3	3	2	2	3	0	4	2	1	1	4	6	6
27	48	28	5	4	4	21	9	2	4	4	2	4	4	2	2	7	2	3	5	4	21	2	9	3	7	4	0	4	2	2	35	3	30
28	5	3	2	3	4	10	3	2	2	2	1	2	2	1	1	4	2	2	4	2	4	2	3	4	6	2	4	0	5	1	3	2	4
29	2	2	1	2	2	4	2	2	1	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	3	1	2	4	6	1	2	5	0	1	2	1	2
30	2	2	1	2	1	3	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	1	1	1	1	4	1	2	1	2	1	2	1	1	0	2	1	2
31	50	10	5	3	3	19	9	2	4	4	2	3	3	2	2	7	2	2	4	4	11	2	6	3	5	4	35	3	2	2	0	3	31
32	6	2	14	2	2	17	36	1	8	6	2	1	1	2	23	10	2	2	3	14	3	2	2	2	2	6	3	2	1	1	3	0	6
33	249	10	8	3	4	39	19	2	6	6	2	3	3	3	3	11	3	4	7	7	12	3	6	3	6	6	30	4	2	2	31	6	0

34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67		
01	41	17	3	4	21	2	6	8	38	6	15	8	44	9	5	4	9	15	7	3	6	9	3	2	12	4	11	7	2	27	4	6	10	5	
02	12	5	2	2	6	1	2	3	7	2	15	3	20	7	2	3	2	3	3	2	2	4	3	2	5	2	4	3	2	46	2	4	3	2	
03	50	30	2	3	6	2	3	12	33	34	3	14	4	2	7	2	3	3	3	2	9	5	1	2	4	4	4	3	1	4	15	2	5	5	
04	9	3	5	2	3	1	1	2	4	2	4	2	3	4	2	6	2	2	4	2	2	4	3	1	3	2	3	5	2	5	1	10	2	2	
05	15	5	2	4	5	1	2	4	6	2	4	3	3	3	2	2	2	2	6	2	3	19	1	3	7	2	17	4	1	3	2	2	7	3	
06	209	58	4	25	44	7	26	46	114	30	15	25	19	8	14	5	18	15	18	6	35	35	3	8	22	13	27	14	2	18	13	7	50	35	
07	54	39	2	3	9	3	4	11	40	12	5	17	7	4	16	2	4	5	4	2	8	6	2	2	5	4	5	4	1	8	9	3	6	5	
08	4	2	3	1	2	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	3	4	1	2	1	1	2	1	2	5	1	2	1	2	2	1	
09	34	113	1	2	4	3	2	7	13	7	3	37	3	2	41	2	2	2	3	2	5	4	1	2	3	4	3	3	1	4	6	2	3	3	
10	78	87	2	3	5	4	2	19	14	15	3	49	4	2	8	2	2	2	3	2	11	5	1	2	3	8	4	3	1	4	8	2	4	6	
11	31	7	1	2	2	2	1	11	5	9	2	4	2	1	2	1	1	1	2	1	10	2	1	1	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	3
12	5	2	2	1	3	1	1	2	3	1	5	2	3	5	1	8	1	1	2	2	1	2	2	1	3	1	2	3	2	6	1	4	2	1	
13	6	3	2	1	3	1	1	2	3	1	4	2	3	5	1	16	1	1	3	2	2	3	8	1	2	1	2	3	2	6	1	12	2	2	
14	39	6	1	3	3	2	2	13	6	3	2	3	2	1	2	1	2	2	2	1	12	4	1	2	2	3	3	2	1	2	2	1	3	7	2
15	13	10	1	2	3	1	1	3	8	4	2	5	2	1	5	1	2	2	2	1	3	2	1	1	2	2	2	2	1	2	4	1	2	2	3
16	267	70	2	6	10	7	4	89	28	35	5	34	6	3	10	3	4	4	6	3	46	10	2	3	6	13	7	5	1	7	10	3	8	15	
17	48	18	1	2	2	4	1	6	5	4	2	8	2	2	3	1	2	2	2	1	4	3	1	1	2	9	2	2	1	2	2	2	2	3	
18	17	5	1	7	4	1	3	4	7	3	2	3	3	2	2	1	2	2	3	1	3	5	1	2	3	2	4	2	1	2	2	2	5	3	
19	26	7	2	7	10	2	4	6	10	3	4	4	5	2	2	2	4	3	7	2	4	21	2	3	8	3	15	5	1	4	2	2	24	4	
20	33	50	1	2	5	2	2	7	16	9	3	23	3	2	22	2	2	2	3	2	5	4	1	2	3	4	3	3	1	4	11	2	4	3	
21	19	8	4	3	8	2	3	4	9	3	20	4	14	58	3	11	3	3	6	3	3	6	11	2	8	2	7	7	3	47	2	12	5	3	
22	66	9	1	2	2	18	1	7	4	3	2	4	2	1	2	1	1	1	2	1	4	2	1	1	2	11	2	2	1	2	2	1	2	3	
23	11	4	2	2	6	1	2	3	6	2	31	2	8	8	2	6	2	2	4	2	2	4	3	2	6	2	5	5	4	10	2	5	3	2	
24	8	3	2	2	4	1	2	2	4	2	4	2	3	3	1	3	2	2	5	3	2	4	2	1	6	1	5	7	3	4	1	3	3	2	
25	16	6	8	2	6	2	2	4	7	2	8	3	6	7	2	9	2	2	8	5	3	7	3	2	7	2	6	13	3	10	2	8	4	3	
26	67	20	1	3	6	3	3	18	18	39	3	9	4	2	5	2	3	3	3	2	15	5	1	2	4	5	4	3	1	4	6	2	5	6	
27	24	10	3	3	15	2	3	5	16	4	19	5	95	12	3	4	4	5	6	2	4	7	4	2	9	3	8	5	2	65	2	6	6	3	
28	14	4	2	2	5	1	2	3	5	2	4	2	4	2	2	2	2	2	83	6	3	15	2	2	7	2	8	21	2	4	2	3	4	2	
29	5	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	5	3	1	4	1	1	3	1	3	13	1	2	1	2	2	1	
30	4	2	2	1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	3	1	6	1	1	
31	23	10	2	3	11	2	3	5	15	4	11	5	33	6	3	3	4	5	5	2	4	6	3	2	7	3	6	4	2	20	2	4	5	3	
32	24	16	1	2	4	2	2	5	18	7	2	8	3	2	6	2	2	2	2	1	4	3	1	1	3	2	3	2	1	3	6	2	3	3	
33	38	16	2	4	20	2	6	7	35	6	11	7	27	7	5	4	9	15	6	3	5	8	3	2	9	4	8	6	2	20	4	5	9	5	

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
34	41	12	50	9	15	209	54	4	34	78	31	5	6	39	13	267	48	17	26	33	19	66	11	8	16	67	24	14	5	4	23	24	38
35	17	5	30	3	5	58	39	2	113	87	7	2	3	6	10	70	18	5	7	50	8	9	4	3	6	20	10	4	2	2	10	16	16
36	3	2	2	5	2	4	2	3	1	2	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	4	1	2	2	8	1	3	2	2	2	2	1	2
37	4	2	3	2	4	25	3	1	2	3	2	1	1	3	2	6	2	7	7	2	3	2	2	2	3	3	2	1	1	3	2	4	
38	21	6	6	3	5	44	9	2	4	5	2	3	3	3	3	10	2	4	10	5	8	2	6	4	6	6	15	5	2	2	11	4	20
39	2	1	2	1	1	7	3	1	3	4	2	1	1	2	1	7	4	1	2	2	2	18	1	1	2	3	2	1	1	1	2	2	2
40	6	2	3	1	2	26	4	1	2	2	1	1	1	2	1	4	1	3	4	2	3	1	2	2	2	3	3	2	1	1	3	2	6
41	8	3	12	2	4	46	11	2	7	19	11	2	2	13	3	89	6	4	6	7	4	7	3	2	4	18	5	3	2	1	5	5	7
42	38	7	33	4	6	114	40	2	13	14	5	3	3	6	8	28	5	7	10	16	9	4	6	4	7	18	16	5	2	2	15	18	35
43	6	2	34	2	2	30	12	1	7	15	9	1	1	3	4	35	4	3	3	9	3	3	2	2	2	39	4	2	1	1	4	7	6
44	15	15	3	4	4	15	5	2	3	3	2	5	4	2	2	5	2	2	4	3	20	2	31	4	8	3	19	4	2	2	11	2	11
45	8	3	14	2	3	25	17	1	37	49	4	2	2	3	5	34	8	3	4	23	4	4	2	2	3	9	5	2	1	1	5	8	7
46	44	20	4	3	3	19	7	2	3	4	2	3	3	2	2	6	2	3	5	3	14	2	8	3	6	4	95	4	2	2	33	3	27
47	9	7	2	4	2	8	4	2	2	2	1	5	5	1	1	3	2	2	2	2	58	1	8	3	7	2	12	2	2	3	6	2	7
48	5	2	7	2	2	14	16	1	41	8	2	1	1	2	5	10	3	2	2	22	3	2	2	1	2	5	3	2	1	1	3	6	5
49	4	3	2	6	2	5	2	2	2	2	1	8	16	1	1	3	1	1	2	2	11	1	6	3	9	2	4	2	2	2	3	2	4
50	9	2	3	2	2	18	4	1	2	2	1	1	1	2	2	4	2	2	4	2	3	1	2	2	2	3	4	2	1	1	4	2	9
51	15	3	3	2	2	15	5	1	2	2	1	1	1	2	2	4	2	2	3	2	3	1	2	2	2	3	5	2	1	1	5	2	15
52	7	3	3	4	6	18	4	3	3	3	2	2	3	2	2	6	2	3	7	3	6	2	4	5	8	3	6	83	5	2	5	2	6
53	3	2	2	2	2	6	2	4	2	2	1	2	2	1	1	3	1	1	2	2	3	1	2	3	5	2	2	6	3	1	2	1	3
54	6	2	9	2	3	35	8	1	5	11	10	1	2	12	3	46	4	3	4	5	3	4	2	2	3	15	4	3	1	1	4	4	5
55	9	4	5	4	19	35	6	2	4	5	2	2	3	4	2	10	3	5	21	4	6	2	4	4	7	5	7	15	4	2	6	3	8
56	3	3	1	3	1	3	2	1	1	1	2	8	1	1	2	1	1	1	2	1	11	1	3	2	3	1	4	2	1	2	3	1	3
57	2	2	2	1	3	8	2	1	2	2	1	1	1	2	1	3	1	2	3	2	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	1	2
58	12	5	4	3	7	22	5	2	3	3	2	3	2	2	2	6	2	3	8	3	8	2	6	6	7	4	9	7	3	2	7	3	9
59	4	2	4	2	2	13	4	1	4	8	2	1	1	3	2	13	9	2	3	4	2	11	2	1	2	5	3	2	1	1	3	2	4
60	11	4	4	3	17	27	5	2	3	4	2	2	2	3	2	7	2	4	15	3	7	2	5	5	6	4	8	8	3	2	6	3	8
61	7	3	3	5	4	14	4	5	3	3	2	3	3	2	2	5	2	2	5	3	7	2	5	7	13	3	5	21	13	2	4	2	6
62	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	4	3	3	1	2	2	1	1	2	1	2
63	27	46	4	5	3	18	8	2	4	4	2	6	6	2	2	7	2	2	4	4	47	2	10	4	10	4	65	4	2	3	20	3	20
64	4	2	15	1	2	13	9	1	6	8	2	1	1	2	4	10	2	2	2	11	2	2	2	1	2	6	2	2	1	1	2	6	4
65	6	4	2	10	2	7	3	2	2	2	1	4	12	1	1	3	2	2	2	2	12	1	5	3	8	2	6	3	2	6	4	2	5
66	10	3	5	2	7	50	6	2	3	4	2	2	2	3	2	8	2	5	24	4	5	2	3	3	4	5	6	4	2	1	5	3	9
67	5	2	5	2	3	35	5	1	3	6	3	1	2	7	2	15	3	3	4	3	3	3	2	2	3	6	3	2	1	1	3	3	5

34 **35** **36** **37** **38** **39** **40** **41** **42** **43** **44** **45** **46** **47** **48** **49** **50** **51** **52** **53** **54** **55** **56** **57** **58** **59** **60** **61** **62** **63** **64** **65** **66** **67**
34 **0** 135 6 22 32 62 12 453 74 56 17 61 21 10 22 7 12 12 23 8 202 38 5 10 20 201 25 20 3 22 20 11 26 59
35 135 **0** 2 5 11 7 4 27 37 24 6 784 8 5 42 3 5 5 7 3 17 10 2 3 7 14 8 6 2 9 23 4 9 10
36 6 2 **0** 1 2 1 1 2 3 1 3 2 2 2 1 3 1 1 3 3 2 3 2 1 2 1 2 4 1 3 1 3 1 4 2 1
37 22 5 1 **0** 4 2 2 5 7 3 2 3 3 2 2 2 2 2 2 4 2 4 7 1 4 3 2 4 3 1 3 2 2 5 5
38 32 11 2 4 **0** 2 12 7 28 5 11 5 16 4 3 3 27 17 7 3 5 10 2 2 20 3 14 6 2 11 3 4 20 5
39 62 7 1 2 2 **0** 1 6 3 2 2 4 2 1 2 1 1 1 2 1 4 2 1 1 2 11 2 2 2 1 2 2 1 2 2
40 12 4 1 2 12 1 **0** 3 10 2 3 2 4 2 2 1 7 4 2 1 3 4 1 1 4 2 4 2 1 3 2 2 10 2
41 453 27 2 5 7 6 3 **0** 15 14 4 13 4 3 5 2 3 3 5 2 187 8 2 3 4 14 5 4 1 5 5 3 6 16
42 74 37 3 7 28 3 10 15 **0** 18 9 16 13 6 10 4 15 14 8 3 11 12 3 3 11 6 11 7 2 13 9 5 15 9
43 56 24 1 3 5 2 2 14 18 **0** 3 11 3 2 5 2 2 2 3 2 12 4 1 2 3 4 3 3 1 3 10 2 4 5
44 17 6 3 2 11 2 3 4 9 3 **0** 3 18 8 2 5 3 3 5 3 3 6 3 2 12 2 9 5 3 19 2 5 5 3
45 61 784 2 3 5 4 2 13 16 11 3 **0** 4 3 16 2 3 3 3 2 8 5 2 2 4 6 4 3 1 4 11 2 4 5
46 21 8 2 3 16 2 4 4 13 3 18 4 **0** 7 3 4 5 5 5 2 3 7 3 2 9 2 8 5 2 29 2 4 6 3
47 10 5 2 2 4 1 2 3 6 2 8 3 7 **0** 2 5 2 2 3 2 2 4 5 1 4 2 4 4 2 25 2 6 3 2
48 22 42 1 2 3 2 2 5 10 5 2 16 3 2 **0** 2 2 2 2 1 4 3 1 1 2 3 3 2 1 3 5 2 3 3
49 7 3 3 2 3 1 1 2 4 2 5 2 4 5 2 **0** 2 2 3 2 2 3 5 1 3 1 3 4 2 6 1 9 2 2
50 12 5 1 2 27 1 7 3 15 2 3 3 5 2 2 2 **0** 11 3 2 2 4 1 1 5 2 4 2 1 4 2 2 7 2
51 12 5 1 2 17 1 4 3 14 2 3 3 5 2 2 2 11 **0** 3 2 2 4 1 1 5 2 4 2 1 4 2 2 5 2
52 23 7 3 4 7 2 2 5 8 3 5 3 5 3 2 3 3 3 **0** 7 4 31 2 4 9 2 15 23 2 5 2 4 6 3
53 8 3 3 2 3 1 1 2 3 2 3 2 2 2 1 2 2 2 7 **0** 2 5 1 2 3 2 3 33 1 3 1 2 2 2
54 202 17 2 4 5 4 3 187 11 12 3 8 3 2 4 2 **0** 6 1 2 3 8 4 3 1 3 4 2 4 13
55 38 10 3 7 10 2 4 8 12 4 6 5 7 4 3 3 4 4 31 5 6 **0** 2 10 11 3 19 13 2 6 3 4 13 5
56 5 2 2 1 2 1 1 2 3 1 3 2 3 5 1 5 1 2 1 1 2 **0** 1 2 1 2 2 1 5 1 5 2 1
57 10 3 1 4 2 1 1 3 3 2 2 2 2 1 1 1 1 4 2 2 10 1 **0** 2 2 3 3 1 2 1 2 3 2
58 20 7 2 3 20 2 4 4 11 3 12 4 9 4 2 3 5 5 9 3 3 11 2 2 **0** 2 34 7 2 8 2 3 11 3
59 201 14 1 2 3 11 2 14 6 4 2 6 2 2 3 1 2 2 2 8 3 1 2 2 **0** 3 2 1 3 2 2 3 4
60 25 8 2 4 14 2 4 5 11 3 9 4 8 4 3 3 4 4 15 3 4 19 2 3 34 3 **0** 8 2 7 2 3 14 4
61 20 6 4 3 6 2 2 4 7 3 5 3 5 4 2 4 2 4 2 2 13 2 3 7 2 8 **0** 2 6 2 5 4 3
62 3 2 1 1 2 1 1 2 1 2 1 3 1 2 2 1 2 1 2 1 1 2 2 **0** 2 2 1 2 1 1
63 22 9 3 3 11 2 3 5 13 3 19 4 29 25 3 6 4 4 5 3 3 6 5 2 8 3 7 6 2 **0** 2 8 5 3
64 20 23 1 2 3 2 2 5 9 10 2 11 2 2 5 1 2 2 2 1 4 3 1 1 2 2 2 2 1 2 **0** 1 2 2
65 11 4 4 2 4 1 2 3 5 2 5 2 4 6 2 9 2 2 4 2 2 4 5 2 3 2 3 5 2 8 1 **0** 3 2
66 26 9 2 5 20 2 10 6 15 4 5 4 6 3 3 2 7 5 6 2 4 13 2 3 11 3 14 4 1 5 2 3 **0** 4
67 59 10 1 5 5 2 2 16 9 5 3 5 3 2 3 2 2 2 3 2 13 5 1 2 3 4 4 3 1 3 2 2 4 **0**

EK B

En Küçük Kareler (B-S) Matrisi Tahmin Modeli için Matlab Programı :

```
clear
clc
Te=xlsread('ilkelmatris.xls','Sayfa1');
d=input('iterasyon sayısını giriniz :');
```

```
n=zeros(67,67);
n1=zeros(67,67);
```

```
P1=csvread('a1.m',0,0);
Vu1=38;
Vu136=Vu1;
P136=P1';
```

```
P2=csvread('a2.m',0,0);
Vu2=169;
Vu137=Vu2;
P137=P2';
```

```
P3=csvread('a3.m',0,0);
Vu3=74;
Vu138=Vu3;
P138=P3';
```

```
P4=csvread('a4.m',0,0);
Vu4=29;
Vu139=Vu4;
P139=P4';
```

```
P5=csvread('a5.m',0,0);
Vu5=374;
Vu140=Vu5;
P140=P5';
```

```
.
.
.
```

```
P134=csvread('a134.m',0,0);
Vu134=75;
Vu269=Vu134;
P269=P134';
```

```
P135=csvread('a135.m',0,0);
Vu135=12;
Vu270=Vu135;
P270=P135';
```

%HÜCRE DİZİSİ ÜRETİLİYOR

A=cell(2,270);

A{1,1}=P1;

A{1,2}=P2;

A{1,3}=P3;

A{1,4}=P4;

A{1,5}=P5;

.

.

.

A{1,269}=P269;

A{1,270}=P270;

%-----

%-----

A{2,1}=Vu1;

A{2,2}=Vu2;

A{2,3}=Vu3;

A{2,4}=Vu4;

A{2,5}=Vu5;

.

.

.

A{2,269}=Vu269;

A{2,270}=Vu270;

%-----

disp('n ler hesaplanıyor')

for i=1:67

for j=1:67

for a=1:270

if (A{1,a}(i,j))==0

n(i,j)=0;

elseif (A{1,a}(i,j))==1

n(i,j)=1;

else

n(i,j)=(A{1,a}(i,j))^2;

end

n1(i,j)=n1(i,j)+n(i,j);

n1=n1+(n1==0)*eps;

end

end

end

```

for dongu=1:d

    dongu

    clear c1 v1 E1

v=zeros(1,270);

v1=zeros(1,270);

E1=0;
E4=0;

c1=zeros(67,67);
c=zeros(67,67);

%V H E S A B I
disp('v ler hesaplanıyor')
for a=1:270
    for i=1:67
        for j=1:67
            if Te(i,j)==0 | A{1,a}(i,j)==0
                v(a)=0;
            else
                v(a)=Te(i,j)*A{1,a}(i,j);
            end
            v1(a)=v1(a)+v(a);
        end
    end
end

%C, h e s a b ı
disp('c ler hesaplanıyor')

for i=1:67
    for j=1:67
        for a=1:270
            if A{1,a}(i,j)==0
                c(i,j)=0;
            else
                c(i,j)=(v1(a)-A{2,a})*A{1,a}(i,j);
            end
            c1(i,j)=c1(i,j)+c(i,j);
        end
    end
end
end

```

```

%T  H E S A P L A N I Y O R

disp('T hesaplanıyor')

for i=1:67
    for j=1:67
        Te(i,j)=Te(i,j)-(α *c1(i,j)/n1(i,j));
        if Te(i,j)<0
            Te(i,j)=0;
        end
    end
end

%ERROR HESABI

disp('h a t a  h e s a p l a n ı y o r ')

for a=1:270

    E(a)=abs(v1(a)-A{2,a});

    E1=E1+E(a);
    E3=(v1(a)-A{2,a})^2;
    E4=E4+E3;

end

aerror=E1/270
kerror=E4

```

En Küçük Kareler (B-S) Matrisi Tahmin Modeli için Mathcad Programı:

```

OD(z) := T ← READPRN"İlkmatris.PRN"

P ← (
    A1 ← READPRN"A1.PRN"
    A2 ← READPRN"A2.PRN"
    A3 ← READPRN"A3.PRN"
    A4 ← READPRN"A4.PRN"
    .
    .
    .
    A135 ← READPRN"A135.PRN"
    A136 ← A1T
    A137 ← A2T
    A138 ← A3T
    A139 ← A4T
    .
    .
    .
    A270 ← A135T
)

for a ∈ 0..269
    (Vua ← 38) if a = 0 ∨ a = 135
    (Vua ← 169) if a = 1 ∨ a = 136
    (Vua ← 74) if a = 2 ∨ a = 137
    (Vua ← 29) if a = 3 ∨ a = 138
    .
    .
    .
    (Vua ← 12) if a = 134 ∨ a = 269
    xa ← Pa,0

for k ∈ 1..z
    for a ∈ 0..269
        for i ∈ 0..66
            for j ∈ 0..66
                Va ← ∑i ∑j Ti,j · (xa)i,j
            for i ∈ 0..66
                for j ∈ 0..66
                    for a ∈ 0..269
                        Ci,j ← ∑a (Va - Vua) · (Pa,0)i,j
                        ni,j ← ∑a [(Pa,0)i,j]2
                    for i ∈ 0..66
                        for j ∈ 0..66
                            Ti,j ← Ti,j -  $\frac{\alpha \cdot C_{i,j}}{n_{i,j}}$ 
            for a ∈ 0..269
                E ← ∑a |Va - Vua|
                EK ← ∑a (Va - Vua)2
            for i ∈ 0..66
                for j ∈ 0..66
                    Ti,j ← 1 if Ti,j < 0
            T
    (
        T
        E
        270
        EK
    )

```

EK C

En Küçük Rölatif Hatalar (B-S) Matrisi Tahmin Modeli için Matlab Programı:

```
clear
clc

Te=xlsread('ilkelmatris.xls','Sayfa1');

d=input('iterasyon sayısını giriniz :');

n(67,67)=0;
n1(67,67)=0;

P1=csvread('a1.m',0,0);
Vu1=38;
Vu136=Vu1;
P136=P1';

P2=csvread('a2.m',0,0);
Vu2=169;
Vu137=Vu2;
P137=P2';

P3=csvread('a3.m',0,0);
Vu3=74;
Vu138=Vu3;
P138=P3';

P4=csvread('a4.m',0,0);
Vu4=29;
Vu139=Vu4;
P139=P4';

P5=csvread('a5.m',0,0);
Vu5=374;
Vu140=Vu5;
P140=P5';

.
.
.

P134=csvread('a134.m',0,0);
Vu134=75;
Vu269=Vu134;
P269=P134';

P135=csvread('a135.m',0,0);
Vu135=12;
Vu270=Vu135;
P270=P135';
```

```
%H Ü C R E D İ Z İ S İ Ü R E T İ L İ Y O R
```

```
A=cell(2,270);
```

```
A{1,1}=P1;
```

```
A{1,2}=P2;
```

```
A{1,3}=P3;
```

```
A{1,4}=P4;
```

```
A{1,5}=P5;
```

```
.
```

```
.
```

```
.
```

```
A{1,269}=P269;
```

```
A{1,270}=P270;
```

```
%-----
```

```
%-----
```

```
A{2,1}=Vu1;
```

```
A{2,2}=Vu2;
```

```
A{2,3}=Vu3;
```

```
A{2,4}=Vu4;
```

```
A{2,5}=Vu5;
```

```
.
```

```
.
```

```
.
```

```
A{2,269}=Vu269;
```

```
A{2,270}=Vu270;
```

```
%-----
```

```
for dongu=1:d
```

```
    dongu
```

```
    clear v1 E1
```

```
        c1=ones(67,67);
```

```
        n=zeros(67,67);
```

```
        n1=zeros(67,67);
```

```
        v1=zeros(1,270);
```

```
        E1=0;
```

```
        E4=0;
```

```
%V H E S A B I
```

```
disp('v ler hesaplanıyor')
```

```
for a=1:270
```

```
    for i=1:67
```

```
        for j=1:67
```

```
            if Te(i,j)==0 | A{1,a}(i,j)==0
```

```

        v(a)=0;
    else
        v(a)=Te(i,j)*A{1,a}(i,j);
    end
    v1(a)=v1(a)+v(a);
end
end
end

%C, h e s a b l
disp('c ler hesaplanıyor')
for i=1:67
    for j=1:67
        for a=1:270
            if A{1,a}(i,j)==0
                c(i,j)=1;
            else
                c(i,j)=(v1(a)/A{2,a})^(A{1,a}(i,j)/v1(a));
            end
            c1(i,j)=c1(i,j)*c(i,j);
        end
    end
end

disp('n ler hesaplanıyor')
for i=1:67
    for j=1:67
        for a=1:270
            if A{1,a}(i,j)==0
                n(i,j)=0;
            else
                n(i,j)=((A{1,a}(i,j))^2)/v1(a);
            end
        end
    end
end

n1(i,j)=n1(i,j)+n(i,j);

    if n1==0
        n1=n1+(n1==0)*eps;
    end
end
end

%T H E S A P L A N I Y O R

disp('T hesaplanıyor')

for i=1:67
    for j=1:67
        if c1(i,j)==1

```

```

        Te(i,j)=Te(i,j);
    elseif c1(i,j)==0 | Te(i,j)==0
        Te(i,j)=0;
    else
        Te(i,j)=Te(i,j).*(c1(i,j).^(-1/n1(i,j)));
    end
end
end
disp('h a t a h e s a p l a n i y o r ')
for a=1:270

    E(a)=abs(v1(a)-A{2,a});

    E1=E1+E(a);
    E3=(v1(a)-A{2,a})^2;
    E4=E4+E3;
end
aerror=E1/270
kerror=E4
end

```

En Küçük Rölatif Hatalar (B-S) Matrisi Tahmin Modeli için Mathcad Programı:

```

OD(z) := T ← READPRN("T.PRN")

P ← (
    A1 ← READPRN("A1.PRN")
    A2 ← READPRN("A2.PRN")
    A3 ← READPRN("A3.PRN")
    A4 ← READPRN("A4.PRN")
    .
    .
    .
    A135 ← READPRN("A135.PRN")
    A136 ← A1T
    A137 ← A2T
    A138 ← A3T
    A139 ← A4T
    .
    .
    .
    A270 ← A135T
)

for a ∈ 0..269
    (Vua ← 38) if a = 0 ∨ a = 135
    (Vua ← 169) if a = 1 ∨ a = 136
    (Vua ← 74) if a = 2 ∨ a = 137
    (Vua ← 29) if a = 3 ∨ a = 138
    .
    .
    .
    (Vua ← 12) if a = 134 ∨ a = 269
    xa ← Pa,0

for k ∈ 1..z
    for a ∈ 0..269
        for i ∈ 0..66
            for j ∈ 0..66
                Va ← ∑i ∑j Ti,j · (xa)i,j

                Ci,j ← 0
                ni,j ← 0
                for i ∈ 0..66
                    for j ∈ 0..66
                        for a ∈ 0..269
                            Ci,j ← ∏a (  $\frac{V_a}{Vu_a}$  )  $\frac{(P_{a,0})_{i,j}}{V_a}$ 
                            ni,j ← ∑a  $\left[ \frac{[(P_{a,0})_{i,j}]^2}{V_a} \right]$ 
                for i ∈ 0..66
                    for j ∈ 0..66
                        ni,j ← 2.2204 · 10-16 if ni,j = 0
                        Ti,j ← Ti,j ·  $\frac{-1}{n_{i,j}}$ 

    for a ∈ 0..269
        E ← ∑a |Va - Vua|

    ( T  $\frac{E}{16}$  )

```

EK D

Tablo D.1 m=1, n=1 ($r^2=0.75$) için regresyon yardımıyla bulunan ilkel matris kullanılarak en küçük kareler modeli sonucunda tahmin edilen (B-S) matrisi (otobüs/gün)

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
01 0	3	1	2	1	27	12	1	1	1	1	2	2	1	1	3	1	1	1	1	9	1	3	1	4	1	30	1	1	4	41	1	112	
02 3	0	1	3	1	3	2	3	1	1	1	6	1	1	1	1	1	1	1	1	6	1	8	4	5	1	2	1	2	3	1	1	4	
03 1	1	0	1	1	13	8	2	10	10	1	1	1	1	1	2	1	1	1	14	1	1	1	1	1	19	1	1	1	1	2	1	1	
04 2	3	1	0	1	4	1	1	1	1	1	7	1	1	1	2	3	1	2	10	1	2	1	8	1	2	1	1	4	1	1	3		
05 1	1	1	1	0	10	1	3	3	1	2	1	1	1	1	2	3	19	12	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
06 27	3	13	4	10	0	25	3	15	12	1	3	2	1	1	53	5	25	22	16	9	1	4	3	10	11	12	5	2	2	14	1	32	
07 12	2	8	1	1	25	0	1	10	8	1	1	1	1	1	20	4	1	1	12	1	1	1	1	1	1	1	6	1	1	3	1	14	
08 1	3	2	1	3	3	1	0	3	1	2	1	1	1	1	2	3	5	3	3	1	2	1	1	3	2	1	5	6	1	1	1	1	
09 1	1	10	1	3	15	10	3	0	1	1	2	1	2	1	1	1	2	2	18	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	3	5	
10 1	1	10	1	1	12	8	1	1	0	1	1	1	6	1	19	2	1	1	18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	
11 1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	0	2	1	3	1	14	6	1	1	1	7	1	2	1	11	1	1	1	1	1	1	1	1	
12 2	6	1	1	1	3	1	1	2	1	2	0	1	1	1	2	2	1	1	1	7	1	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	
13 2	1	1	7	1	2	1	1	1	1	1	0	1	1	1	2	1	1	1	3	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	
14 1	1	1	1	1	1	1	1	2	6	3	1	1	0	1	10	9	1	1	1	1	9	1	1	1	5	1	1	1	1	1	1	1	1
15 1	1	1	1	1	1	1	20	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16 3	1	2	1	2	53	4	2	1	19	14	2	1	10	1	0	17	1	1	8	2	7	1	1	1	29	1	1	1	1	1	1	1	1
17 1	1	1	2	3	5	1	3	1	2	6	2	2	9	1	17	0	1	1	1	2	1	2	2	2	6	1	2	1	1	1	1	1	1
18 1	1	1	3	19	25	1	5	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	13	2	2	1	2	6	4	1	1	5	4	2	5	1	3
19 1	1	1	1	12	22	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	0	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20 1	1	14	2	3	16	12	3	18	18	1	1	1	1	1	1	8	1	2	2	0	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	4	1	1
21 9	6	1	10	1	9	1	1	1	1	1	7	3	1	1	2	2	2	1	1	0	1	17	5	7	1	8	3	2	4	1	1	6	
22 1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	7	1	1	9	1	7	1	1	1	1	1	0	1	1	1	8	1	1	1	1	1	1	1	1
23 3	8	1	2	1	4	1	1	2	1	1	10	3	1	1	1	2	2	1	1	17	1	0	4	4	1	2	1	1	2	1	1	2	1
24 1	4	1	1	1	3	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	6	1	2	5	1	4	0	3	1	1	1	1	2	1	1	1	1
25 4	5	1	8	1	10	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	2	4	1	1	7	1	4	3	0	1	3	1	1	3	1	1	1	1
26 1	1	19	1	1	11	1	2	1	1	11	1	1	5	1	29	6	1	1	1	1	8	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
27 30	2	1	2	1	12	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8	1	2	1	3	1	0	1	1	3	9	1	19	
28 1	1	1	1	1	5	1	5	2	1	1	1	1	1	1	1	2	5	1	2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29 1	2	1	1	1	2	1	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30 4	3	1	4	1	2	3	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	4	1	2	2	3	1	3	1	1	0	1	1	4	
31 41	1	2	1	1	14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	2	25	
32 1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	0	1
33 112	4	1	3	1	32	14	1	5	1	1	5	2	1	1	1	1	1	3	1	1	6	1	2	1	1	1	19	1	4	25	1	0	1

34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67		
01	32	12	1	1	16	1	1	19	1	8	1	20	9	1	2	1	1	1	1	1	1	2	3	4	1	6	1	1	18	1	3	1	1		
02	1	1	4	3	1	1	2	1	1	18	1	5	11	1	5	5	1	1	2	1	2	1	1	1	1	2	3	5	18	1	1	3	1		
03	35	23	1	1	6	1	1	14	1	1	10	1	2	12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
04	1	1	3	2	1	1	1	3	1	2	1	3	6	3	7	3	4	1	2	1	1	6	1	1	1	1	2	2	4	1	6	2	4		
05	6	1	1	19	1	1	1	3	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	3	1	13	1	4	3	1	1	1	1	1	1	1	3	12		
06	208	55	2	1	39	1	11	4	86	1	9	17	16	3	13	2	4	8	11	4	1	29	2	4	18	1	19	10	2	11	1	5	29	1	
07	53	30	1	1	7	1	1	1	24	1	1	14	4	5	19	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	5	1	1	1	1	
08	1	2	3	3	1	1	1	1	3	1	1	2	2	1	3	1	3	4	5	4	1	2	2	1	1	1	1	11	1	1	1	2	5	1	
09	18	56	1	1	7	1	2	1	7	1	1	3	1	1	37	2	1	1	2	3	1	3	1	1	1	1	2	2	1	1	6	1	2	1	
10	40	34	1	1	3	2	1	1	11	11	1	8	1	1	1	1	1	1	1	1	9	2	1	1	1	1	1	1	1	1	18	1	1	5	
11	24	1	2	1	7	3	2	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	2	1	2	1	3	2	1	3	5	1	1	2	1	1	1	1	2	
12	1	1	1	3	1	1	2	1	2	1	6	2	5	4	2	1	4	5	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	3	1	
13	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	3	1	1	2	2	6	2	3	1	2	1	1	8	1	1	1	1	1	2	3	1	2	1	1	
14	29	2	1	1	1	6	1	7	1	1	1	10	1	1	1	1	1	1	1	1	8	9	1	1	1	9	1	1	1	1	1	1	1	1	
15	1	2	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
16	190	37	1	1	9	11	2	66	12	10	1	5	3	1	1	1	1	1	1	1	36	2	2	1	3	20	2	1	1	1	5	1	1	16	
17	35	9	2	1	6	3	2	17	6	1	1	1	1	1	3	2	1	1	2	3	11	1	2	1	1	1	2	2	1	1	6	2	2	9	
18	2	1	4	1	9	1	1	1	3	1	1	1	4	2	4	2	1	3	6	6	1	14	2	1	7	1	7	4	2	1	1	2	6	8	
19	7	1	1	5	14	1	1	1	1	1	1	1	2	1	4	1	1	1	1	4	1	15	2	4	5	1	7	1	1	1	1	1	4	7	
20	26	29	2	1	6	1	1	1	8	1	1	2	1	1	23	1	1	1	2	3	1	3	1	1	4	1	2	2	1	1	10	1	2	1	
21	6	1	5	1	1	1	1	1	1	1	14	1	1	29	1	5	3	4	1	1	1	3	11	1	1	1	3	2	4	22	1	12	2	1	
22	54	3	1	1	1	13	1	13	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	11	2	1	1	1	21	1	1	1	1	1	1	1	1	9	
23	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	13	1	6	8	1	4	3	4	1	2	1	1	6	1	1	1	1	1	2	5	1	3	1	1	
24	1	1	2	3	1	1	1	1	2	1	3	1	3	4	3	1	5	6	1	4	1	1	2	1	1	1	1	2	4	2	1	1	2	1	
25	7	2	5	3	1	1	2	1	6	1	5	1	5	3	2	5	4	4	4	5	1	1	3	1	1	1	1	7	2	3	1	6	3	6	
26	59	4	1	1	6	4	1	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	6	1	1	1	2	6	1	1	1	1	1	1	1	4		
27	14	5	1	1	1	1	1	1	6	1	7	1	24	13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	29	1	1	1	1	1	
28	8	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	1	2	1	3	1	1	1	30	8	1	2	1	1	2	1	1	7	1	1	4	1	6	1	
29	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	1	1	1	2	8	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	5	1	
30	1	1	4	2	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	3	2	2	1	1	2	1	2	1	1	1	1	1	1	3	7	1	9	1	1	
31	14	7	1	1	11	1	2	1	10	1	1	2	4	1	2	1	4	2	2	3	1	4	1	1	5	1	5	2	1	3	1	1	2	1	1
32	10	8	1	1	8	1	1	1	4	1	1	5	1	2	5	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	26	10	1	1	17	1	1	1	27	1	5	1	11	6	7	2	1	1	1	1	1	1	3	1	2	1	4	1	1	1	12	1	3	1	1

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
34	32	1	35	1	6	208	53	1	18	40	24	1	1	29	1	190	35	2	7	26	6	54	1	1	7	59	14	8	1	1	14	10	26	
35	12	1	23	1	1	55	30	2	56	34	1	1	1	2	2	37	9	1	1	29	1	3	1	1	2	4	5	1	1	1	7	8	10	
36	1	4	1	3	1	2	1	3	1	1	2	1	1	1	1	1	2	4	1	2	5	1	1	2	5	1	1	1	1	1	4	1	1	
37	1	3	1	2	19	1	1	3	1	1	1	3	2	1	1	1	1	1	5	1	1	1	2	3	3	1	1	1	1	3	2	1	1	
38	16	1	6	1	1	39	7	1	7	3	7	1	1	1	3	9	6	9	14	6	1	1	1	1	1	6	1	1	1	1	11	8	17	
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	1	1	6	1	11	3	1	1	1	1	13	1	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	
40	1	2	1	1	1	11	1	1	2	1	2	2	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	
41	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	1	1	7	1	66	17	1	1	1	1	1	13	1	1	1	8	1	1	1	1	1	1	1	
42	19	1	14	3	3	86	24	3	7	11	1	2	1	1	1	12	6	3	11	8	1	1	1	2	6	1	6	2	1	1	10	4	27	
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	1	1	1	1	1	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
44	8	18	1	2	1	9	1	1	1	1	1	6	3	1	1	1	1	1	1	1	14	1	13	3	5	1	7	2	1	2	1	1	5	
45	1	1	10	1	1	17	14	2	3	8	1	2	1	10	1	5	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	5	1
46	20	5	1	3	1	16	4	2	1	1	3	5	1	1	1	3	1	4	2	1	1	1	6	3	5	1	24	2	2	1	4	1	11	
47	9	11	2	6	1	3	5	1	1	1	1	4	2	1	1	1	1	2	1	1	29	1	8	4	3	1	13	1	1	1	1	2	6	
48	1	1	12	3	4	13	19	3	37	1	1	2	2	1	4	1	3	4	4	23	1	2	1	3	2	1	1	3	2	3	2	5	7	
49	2	5	1	7	1	2	1	1	2	1	1	1	6	1	1	1	2	2	1	1	5	1	4	1	5	1	1	1	1	2	1	1	2	
50	1	5	1	3	1	4	1	3	1	1	1	4	2	1	1	1	1	1	1	3	1	3	1	3	5	4	1	1	1	1	2	4	1	1
51	1	1	1	4	1	8	1	4	1	1	2	5	3	1	1	1	1	3	1	1	4	1	4	6	4	1	1	1	1	1	1	2	1	1
52	1	1	1	1	1	11	1	5	2	1	1	1	1	1	1	1	2	6	1	2	1	1	1	1	4	1	1	30	2	1	2	1	1	
53	1	2	1	2	3	4	1	4	3	1	2	1	2	1	1	1	3	6	4	3	1	2	2	4	5	1	1	8	8	2	3	1	1	
54	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	1	1	1	8	1	36	11	1	1	1	1	11	1	1	1	6	1	1	1	1	1	1	1	
55	1	2	1	1	13	29	1	2	3	2	3	2	1	9	1	2	1	14	15	3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	1	2	4	1	1
56	2	1	1	6	1	2	2	2	1	1	2	1	8	1	1	2	2	2	2	1	11	1	6	2	3	1	1	1	1	1	1	1	3	
57	3	1	1	1	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
58	4	1	2	1	3	18	1	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	7	5	4	1	1	1	1	2	1	2	1	1	5	3	2		
59	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	1	1	9	1	20	1	1	1	1	1	21	1	1	1	6	1	1	1	1	1	1	1	
60	6	2	1	1	1	19	1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	2	7	7	2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	1	4	
61	1	3	1	2	1	10	1	11	2	1	1	1	1	1	1	1	2	4	1	2	2	1	1	2	7	1	2	7	4	1	2	1	1	
62	1	5	1	2	1	2	1	1	1	1	2	4	2	1	1	1	1	2	1	1	4	1	2	4	2	1	1	1	1	3	1	1	1	
63	18	18	1	4	1	11	5	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	22	1	5	2	3	1	29	1	1	7	3	1	12	
64	1	1	1	1	1	1	1	1	6	18	1	1	1	1	1	5	6	1	1	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
65	3	1	1	6	1	5	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1	12	1	3	1	6	1	1	4	1	9	1	1	3	
66	1	3	1	2	3	29	1	2	2	1	1	3	1	1	1	1	2	6	4	2	2	1	1	2	3	1	1	1	1	1	2	1	1	
67	1	1	1	4	12	1	1	5	1	5	2	1	1	1	1	16	9	8	7	1	1	9	1	1	6	4	1	6	5	1	1	1	1	

34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67		
34	0	123	1	7	23	37	1	300	69	40	5	34	11	1	6	1	1	1	19	4	139	37	1	1	6	123	20	18	1	14	9	4	7	53	
35	123	0	1	1	11	5	1	17	34	18	1	286	2	2	33	1	1	1	1	2	8	7	1	1	4	7	3	2	1	5	23	1	2	4	
36	1	1	0	4	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	4	4	4	5	3	1	2	2	1	1	1	1	7	2	1	1	4	2	5	
37	7	1	4	0	7	1	2	1	1	1	1	1	3	2	3	2	1	2	4	5	1	6	2	2	5	1	5	3	3	1	1	2	1	10	
38	23	11	1	7	0	1	17	1	29	1	1	5	1	1	6	1	46	43	1	3	1	3	1	8	1	1	2	2	1	1	4	1	26	1	
39	37	5	1	1	1	0	1	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	3	1	1	1	21	1	1	1	1	1	1	1	5		
40	1	1	2	2	17	1	0	1	1	1	1	1	4	2	4	1	1	2	1	1	1	1	2	1	6	1	1	1	1	1	1	1	4	1	
41	300	17	1	1	5	1	0	1	1	1	1	8	1	1	1	1	1	1	1	1	61	10	1	1	1	14	1	1	1	1	1	1	9		
42	69	34	2	1	29	1	1	1	0	1	4	12	2	2	7	1	4	1	1	3	1	8	1	1	11	1	6	2	1	5	1	1	5	1	
43	40	18	1	1	1	1	1	1	1	0	1	8	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
44	5	1	2	1	1	1	1	1	1	4	1	0	1	13	7	1	4	2	4	1	1	1	5	1	1	1	1	1	2	7	1	3	1	1	
45	34	286	1	1	5	1	1	8	12	8	1	0	1	1	4	1	1	1	1	4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	
46	11	2	2	3	1	1	4	1	2	1	13	1	0	2	2	4	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	5	1	1	
47	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	7	1	2	0	2	2	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	32	1	2
48	6	33	2	3	6	1	4	1	7	2	1	4	2	2	0	2	1	1	3	3	1	4	1	2	5	2	3	2	1	1	3	32	1	2	1
49	1	1	4	2	1	1	1	1	1	1	1	4	1	4	2	2	0	3	4	1	2	1	1	4	1	1	1	1	1	2	1	1	4	1	1
50	1	1	4	1	46	1	1	1	4	1	2	1	9	3	1	3	0	14	1	1	1	1	3	1	11	1	9	1	2	1	1	2	1	1	1
51	1	1	4	2	43	1	2	1	1	1	4	1	1	2	1	4	14	0	1	1	1	1	1	1	11	1	9	1	2	1	1	2	2	1	1
52	19	1	5	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	0	8	1	3	1	1	3	1	3	12	1	1	1	2	1	5	
53	4	2	3	5	3	1	1	1	3	1	1	1	1	1	3	2	1	1	8	0	1	3	3	1	2	1	2	27	3	1	1	2	2	5	
54	139	8	1	1	1	5	1	61	1	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	11	1	1	9	1	1	1	1	1	1	1	1	8	
55	37	7	2	6	3	3	1	10	8	1	1	2	1	1	4	1	1	1	3	3	11	0	2	4	8	4	10	4	1	1	1	3	6	12	
56	1	1	2	2	1	1	2	1	1	1	5	1	1	1	1	4	3	1	1	3	1	2	0	1	1	1	2	1	4	7	1	3	2	1	1
57	1	1	1	2	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	4	1	0	3	1	1	1	1	1	2	1	1	9	
58	6	4	1	5	1	1	6	1	11	1	1	1	1	1	5	1	11	11	3	2	1	8	1	3	0	1	20	2	1	1	1	1	15	1	
59	123	7	1	1	1	21	1	14	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	9	4	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	8	
60	20	3	1	5	2	1	1	1	6	1	1	1	1	1	3	1	9	9	3	2	1	10	2	1	20	1	0	2	1	1	1	2	14	8	
61	18	2	7	3	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1	12	27	1	4	1	1	2	1	2	0	1	2	1	3	1	4	
62	1	1	2	3	1	1	1	1	1	1	2	1	3	3	1	2	2	2	1	3	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
63	14	5	1	1	1	1	1	1	5	1	7	1	5	32	1	1	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1	1	2	1	0	1	7	1	1	1
64	9	23	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
65	4	1	4	2	1	1	1	1	1	1	3	1	1	2	1	3	2	2	2	2	1	3	3	1	1	1	2	3	1	7	1	0	2	1	1
66	7	2	2	1	26	1	4	1	5	1	1	1	6	2	4	2	1	2	1	2	1	6	2	1	15	1	14	1	1	1	1	2	0	1	1
67	53	4	5	10	1	5	1	9	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	5	5	8	12	1	9	1	8	8	4	1	1	1	1	1	1	0

ÖZGEÇMİŞ

Melih Naci AĞAOĞLU, 1970 yılında Tokat'ta doğdu. İlkokulu Cumhuriyet İlkokulu'nda 1980 yılında, Ortaokulu Atatürk Ortaokulu'nda 1983 yılında ve lise tahsilini Gaziosmanpaşa Lisesi'nde 1986 yılında Tokat'ta tamamladıktan sonra, Uludağ Üniversitesi Balıkesir Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünde inşaat mühendisliği öğrenimine 1986 yılında başladı. Birinci sınıfı burada okuduktan sonra Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'ne yatay geçiş yaparak, öğrenimine 2. sınıftan devam etti. 1991 yılında lisans öğrenimini tamamladı. 1993 yılında Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Meslek Yüksekokulu Araştırma Görevliliği sınavını kazanarak araştırma görevlisi oldu. Aynı sene İstanbul Teknik Üniversitesi Fen bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Ulaştırma Mühendisliği Programı'nda yüksek lisans öğrenimine başladı. 1997 yılında yüksek lisans öğrenimini tamamlayarak aynı yıl doktora çalışmalarına başladı. Halen Gaziosmanpaşa Üniversitesi'nde Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır.