

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAFSALLI KULELERİN HİDRODİNAMİK ANALİZİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. İsmail ADIYAMAN**

Anabilim Dalı : DENİZ TEKNOLOJİSİ MÜHENDİSLİĞİ

Programı : DENİZ TEKNOLOJİSİ MÜHENDİSLİĞİ

OCAK 2004

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAFSALLI KULELERİN HİDRODİNAMİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. İsmail ADIYAMAN
(508001154)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Aralık 2003
Tezin Savunulduğu Tarih : 14 Ocak 2004

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Muhittin SÖYLEMEZ
Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Ömer GÖREN (İ.T.Ü.)
Doç.Dr. İsmail Hakkı HELVACIOĞLU (İ.T.Ü.)

OCAK 2004

ÖNSÖZ

Birlikte yürüttüğümüz bu çalışmada göstermiş olduğu incelik ve değerli katkılarından dolayı Sayın Prof. Dr. Muhittin Söylemez'e teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca yardımlarını esirgemeyen ve fikirleriyle yol gösteren Sayın Doç. Dr. İsmail Hakkı Helvacıoğlu'na, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi Araştırma Görevlilerinden Sayın Yüksek Müh. İsmail Yalçın'a ve Sayın Yüksek Müh. Erdem Üçer'e teşekkürlerimi bir borç bilirim. Ayrıca maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen Türk Loydu Vakfına ve Birkökler Vakfına teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışmasını, tez savunma haftasında kaybettiğim rahmetli annem Hanife Adıyaman'a adamak ve burada kendisini saygıyla anarak minnet borcumu vurgulamak istiyorum. Ruhun şad, mekanın cennet olsun. Mezarında rahat uyu anneciğim.

Müh. İsmail ADIYAMAN

Ocak 2004

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	viii
ÖZET	x
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Mafsallı Kule'nin Tanıtılması	3
2. MAFSALLI KULE'NİN LİNEERLEŞTİRİLMİŞ HAREKET DENKLEMİ VE FREKANS DOMENİNDEKİ ÇÖZÜMÜ	6
2.1. Mafsallı Kule'nin Lineerleştirilmiş Hareket Denklemi	6
2.1.1. Toplam Kütle Atalet Momenti	7
2.1.2. Lineerleştirilmiş Sönüm Momenti	10
2.1.3. Geri Getirme Momenti	11
2.1.4. Lineerleştirilmiş Dalga Momenti	11
2.2. Lineerleştirilmiş Baş-Kıç Vurma Hareket Denkleminin Genel Çözümü	14
2.2.1. Homojen Çözüm	14
2.2.2. Özel Çözüm	17
3. HİDRODİNAMİK ANALİZ METODLARI	19
3.1. Büyük Çaplı Cisimlere Etkiyen Dalga Kuvvetleri	22
3.2. Hareket Eden Cisimlere Etkiyen Kuvvetleri	23
3.2.1. Froude Krylov Kuvveti	23
3.2.2. İvme Kuvveti	23
3.2.3. Sönüm Kuvveti	23
3.3. Hidrodinamik Geçirgen Yapıların Hareketleri	23
4. ZORLAYICI DALGA KUVVETİNİN HESABI	26
4.1. Koordinat Sistemlerinin Tanımı	26
4.2. Dalga ve Akıntı Kinematığı	26
4.3. Dinamik Basınç Kuvvetinin Hesabı	29
4.4. İvme Kuvvetinin Hesabı	32
4.5. Direnç Kuvvetinin Hesabı	34
4.6. Akıntı Kuvvetinin Hesabı	35
4.7. Toplam Dalga Kuvvetinin Hesabı	36
4.8. Toplam Dalga Momentinin Hesabı	36

5. MAFSALLI KULE’NİN HİDRODİNAMİK ANALİZİ	39
5.1. Problemin Tanımı	39
5.2. Hareketin Denklemi	40
5.2.1. Kabuller	41
5.3. Kule Kinematığı	41
5.3.1. Hareketin Formülasyonu	41
5.3.2. Atalet Kuvvetleri ve Momentlerin Hesabı	48
5.4. Lineer Olmayan Geri Getirme Momenti Hesabı	51
5.5. Ramp Fonksiyonları	53
5.5.1. Sinüsoidal Ramp Fonksiyonu	54
5.5.2. Ekspansiyel Ramp Fonksiyonu	54
5.6. Hareketin Lineer Olmayan Diferansiyel Denklemi ve Zaman Domenindeki Çözümü	55
6. BİLGİSAYAR PROGRAMININ TANITILMASI	56
6.1. Giriş ve Çıkış Data Tanımları	59
6.1.1. Giriş datası	59
6.1.2. Çıkış datası	60
6.2. Ana ve Alt Programlar	60
6.2.1. Ana Program (YAMAN)	60
6.2.2. Subroutine FCN	60
6.2.3. Subroutine INERTIA	60
6.2.4. Subroutine DAMP	61
6.2.5. Subroutine STIFFNESS	61
6.2.6. Subroutine TOTAL_WAVE_MOMENT	61
6.2.7. Subroutine SIMPSON	61
6.2.8. Subroutine BEDTIR	61
6.2.9. Subroutine DIRCOS	61
6.2.10. Subroutine RAME	61
7. PROGRAMIN UYGULAMALARI VE PARAMETRİK ÇALIŞMALAR	62
8. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	68
KAYNAKLAR	69
EK A	71
EK B	72
ÖZGEÇMİŞ	76

KISALTMALAR

FORTAN : FORMula TRANslator
DOF : Degree of freedom
COG : Center of gravity

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 6.1. Giriş data dizileri ve simgeleri	59
Tablo 6.2. Giriş dataları ve simgeleri	59
Tablo 6.3. Sonuç çıkış dataları ve simgeleri	60
Tablo 7.1. Örnek alınan mafsallı kulenin boyutları	62

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Açık Deniz Yapı Tipleri	2
Şekil 1.2 : Bir mafsallı kuleyi oluşturan elemanlar.....	3
Şekil 1.3 : Bir mafsallı kulenin Depolama / Dolum tesisi olarak kullanımı..	4
Şekil 1.4 : Mafsallı kule tipleri	4
Şekil 2.1 : Çubuk şeklinde dairesel silindir bir kabuğun kütle atalet momenti.....	7
Şekil 2.2 : Paralel eksen teoremi için eksen takımı.....	8
Şekil 2.3 : Örnek alınan yapının geometrik şekli.....	10
Şekil 2.4 : Dikey bir kolon üzerindeki dalga kuvvetlerinin gösterimi.....	12
Şekil 3.1 : Bir açık deniz yapısına etkiyen kuvvetler.....	20
Şekil 3.2 : Çeşitli teorilerin kullanılma alanları	22
Şekil 4.1 : Zorlayıcı dalga kuvvetinin hesabı için kullanılan koordinat eksenleri.....	26
Şekil 4.2 : Dairesel silindir üzerindeki basınç ifadesi.....	29
Şekil 5.1 : Hidrodinamik kuvvetlerin hesabı için kullanılan koordinat takımları.....	40
Şekil 5.2 : Atalet kuvvetinin hesabı için kullanılan koordinat sistemi.....	49
Şekil 5.3 : Mafsallı kulenin stabilitesi.....	52
Şekil 6.1 : “YAMAN” Temel Giriş, Çıkış ve Alt Program Diyagramı.....	57
Şekil 6.2 : YAMAN Akış Diyagramı.....	58
Şekil 7.1 : Örnek alınan mafsallı kulenin boyutları ve ağırlık dağılımı.....	62
Şekil 7.2 : $w=wn=0.11$ rad./s., $H_w=2$ m için, ilk 100 s. boyunca ramp fonksiyonu uygulanmış mafsallı kule hareket simülasyonu.....	63
Şekil 7.3 : $w=0.4$ rad./s., $H_w=2$ m için, ilk 100 s. boyunca ramp fonksiyonu uygulanmış mafsallı kule hareket simülasyonu.....	64
Şekil 7.4 : $w=0.6$ rad./s., $H_w=2$ m için, ilk 100 s. boyunca ramp fonksiyonu uygulanmış mafsallı kule hareket simülasyonu.....	64
Şekil 7.5 : Zaman domeninde ve frekans domeninde elde edilen açısal cevap değerlerinin karşılaştırılması ($H_w=2$ m).....	65
Şekil 7.6 : Dalga yüksekliğinin mafsallı kulenin açısal cevap değerlerine etkisi	65
Şekil 7.7 : Sürüklenme katsayısı (C_D) değişiminin mafsallı kulenin açısal cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m).....	66
Şekil 7.8 : Zorlayıcı dalga kuvveti altında sırasıyla I,B,R'nin lineerleştirilmesi sonucunda mafsallı kulenin açısal cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m).	66
Şekil 7.9 : Zorlanmamış hareket ve $\chi = 20^\circ$ başlangıç şartı altında sırasıyla I,B,R'nin lineer olmayan durumları sonucunda kulenin açısal cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m).....	67

SEMBOL LİSTESİ

a_{11}, a_{33}	: Ek su kütlesi katsayıları
A_p	: Projeksiyon alanı
b_{11}, b_{33}	: Sönüm kuvveti katsayıları
B	: Sönüm katsayısı
a, b	: Lineerleştirilmiş dalga momenti katsayıları
c	: Baş-kıç vurma moment bileşeni
C_D	: Dalga sürüklenme katsayısı
C_M	: Dalga atalet katsayısı
d	: Su derinliği
D_i	: i . 'ci elemanın çapı
$FA_{u=0, i(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre u eksen yönündeki silindirin alt kısmındaki ivme kuvveti
$FA_{u=l, i(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre u eksen yönündeki silindirin üst kısmındaki ivme kuvveti
$FA_{w, i(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre w eksen yönündeki ivme kuvveti
$FP_{u=0, i(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre u eksen yönündeki silindirin alt kısmındaki basınç kuvveti
$FP_{u=l, i(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre u eksen yönündeki silindirin üst kısmındaki basınç kuvveti
$FP_{w, i(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre w eksen yönündeki basınç kuvveti
$FV_{w, i(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre w eksen yönündeki direnç ve akıntı kuvveti
$FT_{i(s)}$	: Yapı koordinat sistemine göre toplam dalga kuvveti
g	: Yerçekimi ivmesi
H_w	: Dalga yüksekliği
I	: Toplam kütle atalet momenti
I_{adm}	: Ek su kütlesi atalet momenti
I_{XY}	: Çarpım kütle atalet momenti
I_{ZZ}	: z - eksen yönündeki kütle atalet momenti
k	: Dalga sayısı

$\overline{KB}$	: Sephiye merkezi
$\overline{KG}$	: Ağırılık merkezi
$L_{güv}$	: Güvertenin mafsala olan uzaklığı
L_i	: i.'ci elemanın boyu
M_0	: Lineerleştirilmiş dalga momenti
M_T	: Toplam dalga momenti
$P_{(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre dinamik basınç
$P_{(s)}$	: Yapı koordinat sistemine göre dinamik basınç
ρ_m	: Malzeme yoğunluğu
ρ_s	: Deniz suyu yoğunluğu
R	: Geri getirme momenti
t	: Zaman
T	: Dalga periyodu
t_i	: i.'ci elemanın et kalınlığı
U_c	: Akıntı hızı
$u_{x,(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre dalga parçacığının yatay hızı
$\dot{u}_{x,(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre dalga parçacığının yatay ivmesi
$u_{x,(s)}$	: Yapı koordinat sistemine göre dalga parçacığının yatay hızı
$\dot{u}_{x,(s)}$	: Yapı koordinat sistemine göre dalga parçacığının yatay ivmesi
$u_{y,(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre dalga parçacığının düşey hızı
$\dot{u}_{y,(m)}$	: Eleman koordinat sistemine göre dalga parçacığının düşey ivmesi
$u_{y,(s)}$	: Yapı koordinat sistemine göre dalga parçacığının düşey hızı
$\dot{u}_{y,(s)}$	: Yapı koordinat sistemine göre dalga parçacığının düşey ivmesi
W	: Toplam ağırlık
$W_{güv}$	: Güverte ağırlığı
α	: Dalga geliş açısı
α_{ij}	: Dönüşüm matrisi katsayıları
β_{ij}	: Dönüşüm matrisi katsayıları
Δ	: Deplasman
Φ	: Dalga potansiyeli
λ	: Dalga boyu
χ	: Mafsallı kulenin pitch (baş-kıç vurma) açısı
ζ_a	: Dalga genliği
ω	: Dalga frekansı
ω_n	: Doğal frekans

MAFSALLI KULELERİN HİDRODİNAMİK ANALİZİ

ÖZET

Bu tezde, iki boyutlu düzlemde baş-kıç vurma hareketi yapan Mafsallı kulelerin hidrodinamik analizi yapılmıştır.

Mafsallı kuleye gelen dalga kuvveti lineer (Airy) dalga teorisi kullanılarak hesaplanmıştır. Kulenin hem atalet rejiminde hem de direnç rejiminde çalıştığı varsayılmıştır. Rüzgar yükü bu analiz içerisinde mevcut değildir.

Birinci bölümde, Mafsallı kuleler hakkında genel bilgiler verilmiştir. Bir mafsallı kuleyi oluşturan elemanlar şekil üzerinde tanıtılmıştır. Mafsallı kulelerin kullanım yerlerine ve amaçlarına göre avantaj ve dezavantajlarından bahsedilmiştir. Bir mafsallı kulenin nasıl çalıştığı açıklanmıştır.

İkinci bölümde birinci derece dalga kuvveti altında bir mafsallı kulenin hareketi ve yapının tepkisi ile ilgilenilmiştir. Tek serbestlik derecesi (1-DOF) olan yapının dinamik hareket denklemlerinin detaylı bir matematik modeli türetilmiş ve bazı lineerleştirme işlemleri yapılarak frekans domeninde çözülmüştür. Lineerleştirme işlemi, lineer olmayan terimin, Fourier serisine açılarak, daha yüksek dereceli terimlerin ihmal edilmesiyle yapılmıştır.

Üçüncü bölümde açık deniz yapılarının hidromekanik analizini oluşturan hidrostatik ve hidrodinamik analizlerinden bahsedilmiştir. Ayrıca bu bölümde, açık deniz yapıları, yapı ve dalga arasındaki etkileşime bağlı olarak hidrodinamik geçirgen yapılar ve hidrodinamik kompakt yapılar şeklinde sınıflandırılmışlardır.

Dördüncü bölümde, zorlayıcı dalga kuvvetinin hesabı yapılmıştır. Hesaplarda lineer dalga teorisi kullanılmış, mafsallı kule üzerindeki dalga yükü Froude-Krilov yaklaşımıyla hesaplanmıştır.

Beşinci bölümde, mafsallı kulenin düzlemsel hareketi incelenmiştir. Kulenin lineer olmayan atalet (kütle+ek su kütlesi), sönüm, direnç ve geri getirme kuvvetlerinden dolayı oluşan lineer olmayan hareketin diferansiyel denklemi türetilmiştir. Bütün

kuvvet ve momentler, kulenin herhangi bir pozisyonundaki etkileride göz önüne alınarak çıkartılmıştır. Bu yüzden, zamana bağlı lineer olmayan bir durum ortaya çıkmaktadır. Ortaya çıkan lineer olmayan diferansiyel denklem zaman domeninde IMSL Fortran Numerical Libraries'den de yararlanılarak Fortran 90 programlama dili yardımıyla çözülmüştür. Bu kütüphaneler hareketin diferansiyel denklemlerini çözmek için Runge-Kutta-Verner beş ve altıncı mertebe metodunu kullanmaktadır.

Altıncı bölümde, bu hidrodinamik analizi gerçekleştirmek için geliştirilen YAMAN bilgisayar programı verilmiştir. YAMAN programının giriş/çıkış ve alt programlarını gösteren bir diyagram ve belli bir mantık sırasına göre dizilmiş algoritmaları gösteren programın akış diyagramı bu bölümde verilmiştir. Ayrıca bu kısımda YAMAN'da kullanılan alt ve ana programların özet tanımı sunulmuştur.

Yedinci bölümde bir mafsallı kule tipi için hareketinin karakteristik cevap fonksiyonunu elde etmek amacıyla hareket denklemlerine zaman domeni simulasyon prosedürü uygulanmıştır. Sistemin hareket denklemleri zaman domeni simulasyon prosedürü uygulanarak çözülmüş ve frekans domenindeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bölümün sonunda, zamana bağlı grafikleri çizmek için EXCEL programından faydalanılmıştır.

Sekizinci ve son bölümde, elde edilen sonuçların yorumları ve bu konu üzerinde çalışacak kişilere bazı tavsiyelerin bulunduğu kısımlar yer almaktadır.

HYDRODYNAMIC ANALYSIS OF ARTICULATED TOWERS

SUMMARY

In this thesis, hydrodynamic analysis of articulated towers in the planar motion are investigated.

Wave loading acting on the articulated tower is calculated by using the linear (Airy) wave theory. The articulated tower is assumed that working in the inertia and drag regime. Wind loading is not included in the analysis.

In Chapter 1, general information about articulated towers are given. Different samples of articulated towers which consist of a number of elements are introduced. The advantages and disadvantages of the articulated towers are mentioned comparing to their using of locations and aims. And also it is explained the way the articulated tower works.

Chapter 2 is concerned with the prediction of the motion and structural response of single articulated tower under first-order wave excitation. The dynamic motion equations which are based on simple (1-DOF) and detailed mathematical models are derived and solved in the frequency domain by utilizing some linearization procedures. In the linearization procedure, the non-linear term of the angular velocity terms is expanded into Fourier series and the higher-order terms are ignored.

Chapter 3 deals with both hydrostatic and hydrodynamic analysis, which together are referred to as “hydromechanical analysis” of offshore structures. In addition, offshore structures could be classified as hydrodynamically transparent or hydrodynamically compact depending on the interaction between seaway and construction in this chapter.

In Chapter 4, existing wave forces has been calculated. Using the linear wave theory and The Froude-Krilov approach is applied to determine the wave loading on the articulated tower.

In Chapter 5, the planar response of an articulated tower is investigated. The non-linear differential equation of motion is derived, including the non-linearities due to inertia (mass+added mass), damping, drag and restoring forces. All forces and moments are evaluated at the instantaneous position of the tower, therefore, they are time dependent and highly non-linear. The equation is then numerically solved in the time domain using FORTRAN 90 computer language and also using the user-friendly IMLS Fortran Numerical Libraries which are provided in Developer Studio environment. These libraries are used to solve the differential equations of the motions based on Runge-Kutta-Verner fifth and sixth-order methods.

In Chapter 6, YAMAN computer program which has been developed to perform the hydrodynamic analysis has been summarised in the thesis. A diagram displaying the simple input/output and subroutines layout of YAMAN and the basic flow of the computations according to the logical sequence of the algorithms are given in this chapter. In addition, this section presents a brief description of the main program and associated subroutines used in YAMAN.

In Chapter 7, the time domain simulation procedure is applied to the motion equations to obtain motion response characteristic of single articulated tower configuration. The motion equations of the system are solved by employing the time domain simulation procedure and comparing these with the frequency domain solutions. At the end of the chapter, EXCEL is utilized file to create the time history graphics easily.

In the final Chapter 8, the main emphasis is placed on drawing overall conclusions and on making some recommendations for future studies on this subject.

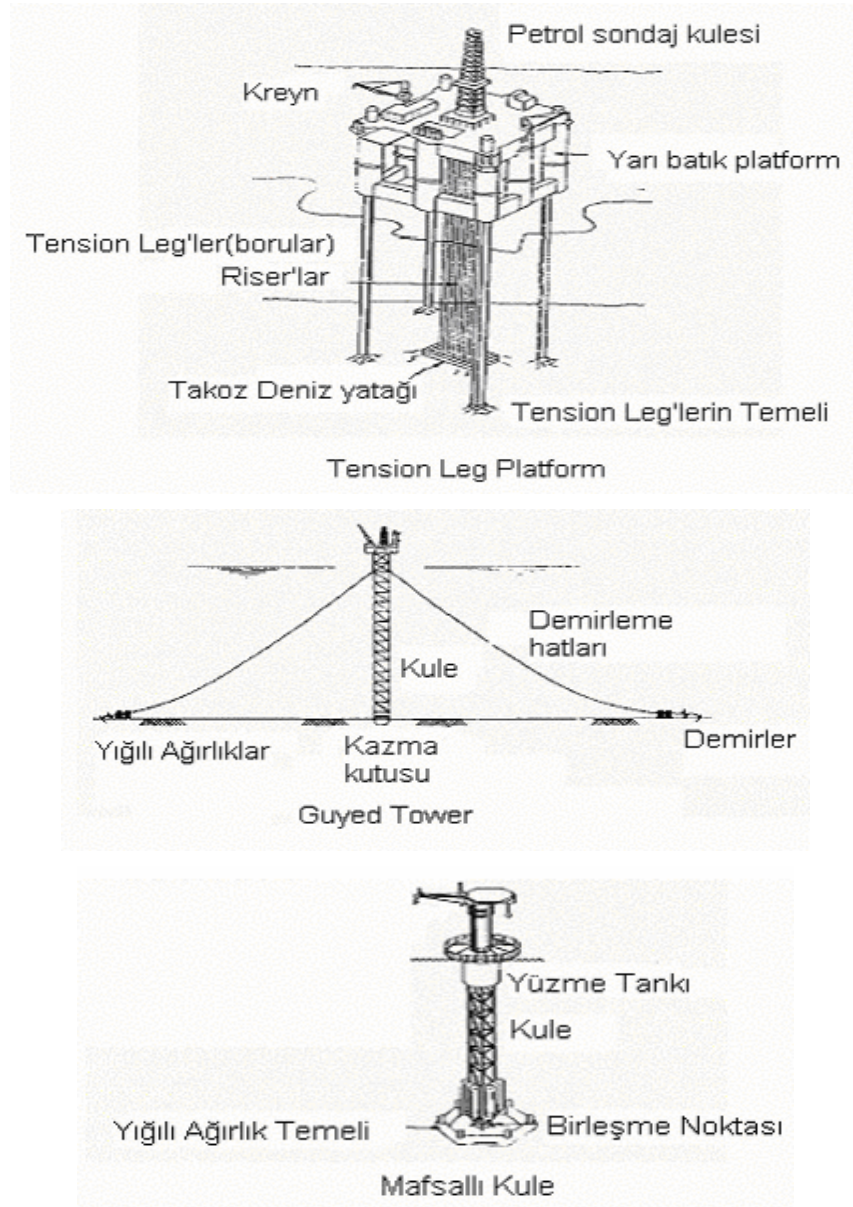
1.GİRİŞ

1970’li yıllarından bu zamana kadar , derin sulardaki zengin petrol ve doğal gaz gibi enerji kaynaklarını işletip kullanmak amacıyla açık denizlerde çalışacak derin su yapılarına ihtiyaç duyulmuştur. Derin sular kötü hava şartlarıyla birlikte düşünüldüğü zaman, konvensiyonel sabit açık deniz yapılarının gerekli mukavemet ve katılığı (rijidliği) elde etmek amacıyla aşırı boyutlarda yapılmasını zorunlu kılıyordu. Bu da böyle bir sistemin maliyetini oldukça yükselmesine neden oluyordu. Bu yüzden, “compliant açık deniz yapıları” diye adlandırılan yüzer ve kısmen sabit özel derin su platformları düşünüldü. Bu çeşit yapılar dalgalar ile birlikte hareket etsin diye deniz yatağı ile esnek bir şekilde birleştirildi. Geri getirme momenti, tek tek veya bunların kombinasyonlarından büyük bir kaldırma kuvvetini ortaya çıkarır. Yapının doğal frekansı , rezonanstan kaçınmak için daha düşük dalga frekansları altında çalışsın diye dizayn edilir. Bu sonuçlarla birlikte ilişkili olan büyük deplasman ve tabiki linear olmayan geometrik özellikler, bu tip yapıların analizinde düşünülmesi gereken en önemli faktörlerdir [1]. Bu tip compliant açık deniz yapıları kategorisine giren üç değişik platform vardır [2]. Bunlar ; Şekil 1.1’de de görüldüğü gibi “Guyed tower(Çelik halatlı kule)”, “Tension leg (Gergi ayaklı)” ve “Articulated tower (Mafsallı kule)” ’dir. Tension leg ; ön gerilmeli çelik tellerin yüzer yapıyı deniz dibine bağlamasıyla oluşturulmuştur. Guyed tower yapısı açısından çelik kafes tipi sabit platformlara benzemektedir. Ancak yapı daha narin inşa edilmiş, çelik halatlarla deniz dibine bağlanmıştır. Mafsallı kule ise deniz dibine her yöne hareket edebilen mafsallı ile bağlanmış bir yapıdır.

Bu çalışmada iki boyutlu düzlemde baş-kıç vurma hareketi yapan “Mafsallı Kulelerin Hidrodinamik Analizi” yapılmış ve ortaya çıkan lineer olmayan diferansiyel denklem nümerik olarak beş ve altıncı dereceden Runge-Kutta-Verner Methodu kullanılarak zaman domeninde Fortran 90 bilgisayar programlama dili yardımıyla bilgisayar ortamında çözülmüştür.

Birinci bölümde mafsallı kuleler hakkında bilgi verilmiş ve dizayn edilen sisteme örnekler verilmiştir. İkinci bölümde hareket denklemi lineerleştirilerek frekans

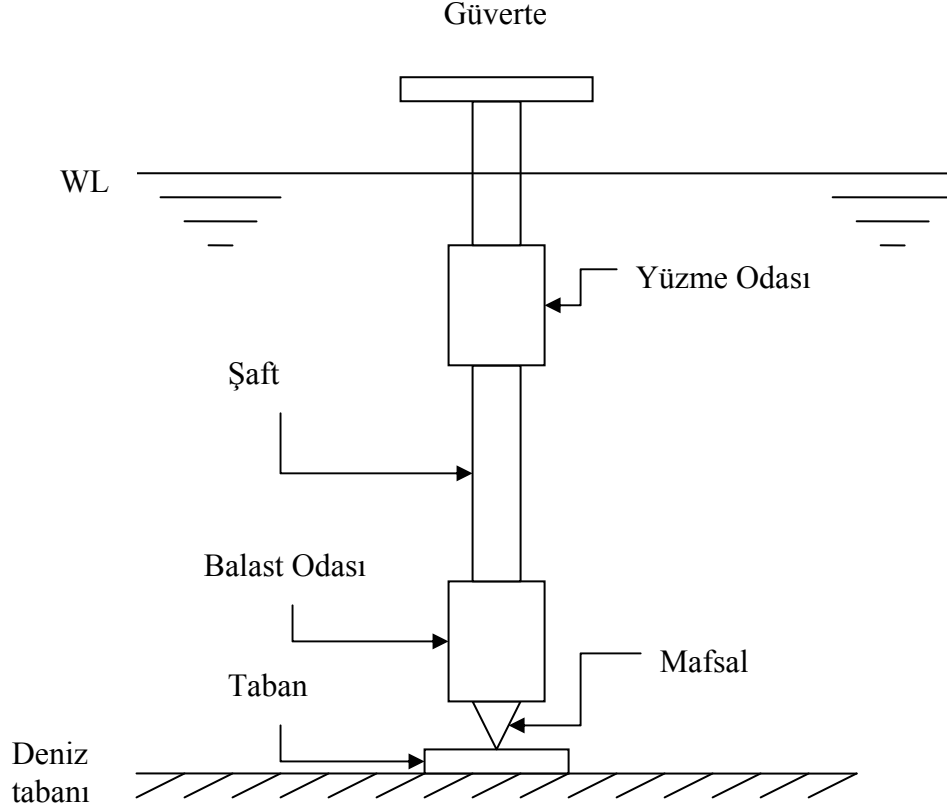
domeninde çözülmüştür. Üçüncü bölümde hidrodinamik analiz metodlarından kısaca bahsedilmiş, ele alınan yaklaşımlar anlatılmıştır. Dördüncü bölümde zorlayıcı dalga kuvvetinin hesabı yapılmıştır. Beşinci bölümde n elemanlı bir mafsallı kule için hidrodinamik analiz yapılmıştır. Altıncı bölümde bu hesapları yapan bilgisayar programı tanıtılmış, akış şeması ve YAMAN programı tanıtılmıştır. Yedinci bölümde programın uygulamaları ve parametrik çalışma yer almaktadır. Bu bölümde ayrıca programın sonuçları verilmiş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sekizinci bölümde ise sonuçlar ve tartışma kısmı yer almaktadır.



Şekil 1.1 Açık Deniz Yapı Tipleri [2]

1.1 Mafsallı Kule'nin Tanıtılması

Mafsallı kule, deniz dibine her yönde hareket edebilen bir mafsalla bağlanmış, üzerindeki hacim elemanı ile hareket stabilitesini sağlayan bir yapıdır. Mafsal sadece açısal hareketlere izin verir. Çevresel etkiler açısal genlikle karşılanır. Böylece dış kuvvetlerin yapıya etkisi azaltılmış olur.

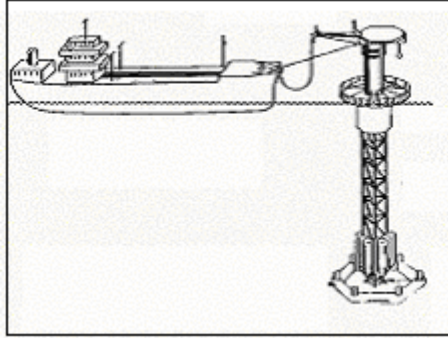


Şekil 1.2 Bir mafsallı kuleyi oluşturan elemanlar

Basit bir mafsallı kule su yüzeyine yakın yüzme odası içeren dikey bir kolon ve alt kısma yakın balast odasını içerir. Kule deniz dibinde Şekil 1.2'deki gibi taban üzerine oturtulmuş ortak bir mafsallı yardımıyla bağlanır. Kule boru şeklinde bir kolon ya da çelik kafes yapısı şeklinde olabilir. Yapının frekansı, büyük genlikli dalga frekanslarının altında olacak şekilde dizayn edilir. Mafsallı kuleler genel olarak 100-500 m. arası derinliklerde kullanmak amacıyla dizayn edilir [1].

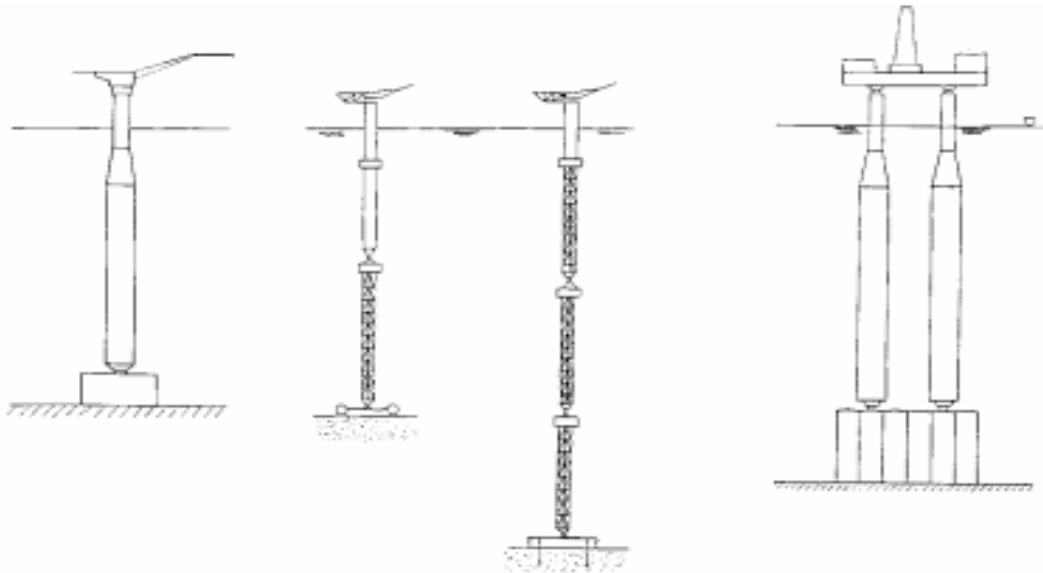
Ayrıca mafsallı kulelerin; tek noktadan demirleme, yükleme terminalleri, kontrol kuleleri, depolama ve dolum tesisleri gibi değişik kullanım şekilleri mevcuttur. En yaygın kullanım şekli, Şekil 1.3'deki gibi depolama ve dolum tesisi olmasıdır. Petrol çıkartılan bir havzada denizin altındaki depolardan tankerlere petrol vermek için

kullanılır. Ulaşım ve bağlantı kolaylığı, bakım tutum masraflarının azlığı nedeniyle bu tip yapılar tercih edilmektedir [3].



Şekil 1.3 Bir Mafsallı Kulenin Depolama / Dolum tesisi olarak kullanımı

Ayrıca kullanım yerine ve amacına göre Şekil 1.4’de gösterildiği gibi farklı tipte mafsallı kule çeşitleri yapılmıştır [4,5].



a) Tek bacaklı
mafsallı kule

b) Çok düğümlü
mafsallı kule

c) Çok bacaklı
mafsallı kule

Şekil 1.4 Mafsallı kule tipleri

Mafsallı kulenin dizaynı ve inşası hakkında çok yönlü olarak ele alınmış birçok makale mevcuttur. İlk mafsallı kule 1963 yılında haberleşme endüstrisine çare bulmak amacıyla dizayn edilmiştir. Bu açık deniz yapıları için yeni bir ufuk açmıştır. Büyük ölçekli ilk deneysel kule (EMH) tarafından 100 m (330ft) derinlikte çalışacak

şekilde dizayn edildi [1]. 1968 yılında bu kule inşa edildi ve Biscay körfezine kuruldu. O tarihten sonra birçok mafsallı kule yapılmıştır.

Mafsallı kule tipi yapıların en önemli problemi mafsallı kısımlarının dizaynıdır. Sistemin çalışma prensibi gereği mafsallı hem esnek olmalı hem de yanal ve dikey kuvvetleri taşıyacak şekilde zemine bağlanmalıdır. Yapının açısal hareketleri sırasında sondaj aksamadan sürmelidir [3].

Mafsallı kule tipi açık deniz yapılarının diğer bir özelliği sondaj malzemelerinin yapının içinden taşınmasıdır. Diğer petrol platformlarında kullanılan riser yapının içinde kaldığı için akıntı kuvveti ile doğabilecek riser ile platform arasındaki problemler ortadan kalkmış olmaktadır.

Mafsallı kule tipi yapılar ve sabit açık deniz yapılarını maliyet yönünden karşılaştırdığımız zaman mafsallı kulenin daha avantajlı olduğunu gösterir ki bu da mafsallı kulenin seçiminde tercih nedeni sayılabilir [3].

2. MAFSALLI KULE’NİN LİNEERLEŞTİRİLMİŞ HAREKET DENKLEMİ VE FREKANS DOMENİNDEKİ ÇÖZÜMÜ

Bu bölümde, lineer dalga kuvvetleri altında mafsallı kulenin açısal hareketi için basit bir matematik model geliştirilmiştir. Matematik modelin gelişimi boyunca aşağıdaki varsayımlar kabul edilmiştir:

- Dalga ve hareket genlikleri küçüktür.
- Kule birçok elemana bölünmüştür ve bu elemanların kesit boyutları dalga boyu ile karşılaştırıldığı zaman oldukça küçüktür. Mafsallı kule üzerindeki dış yük (zorlayıcı kuvvet) olarak sadece dalga kuvveti alınmıştır. Dalga kuvveti Morison yaklaşımıyla ve lineer (Airy) dalga teorisi kullanılarak hesaplanmıştır.
- Kule elemanları arasındaki arayüzlere etkiyen kuvvetler ihmal edilmiştir.
- Rijid cismin hareketinden ve dalga parçacıkların hızlarından dolayı oluşan hidrodinamik kuvvetler lineerleştirilmiştir.
- Kule rijid cisim gibi titreşmektedir.

2.1 Mafsallı Kule’nin Lineerleştirilmiş Hareket Denklemi

Mafsallı kulenin lineerleştirilmiş açısal hareket denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

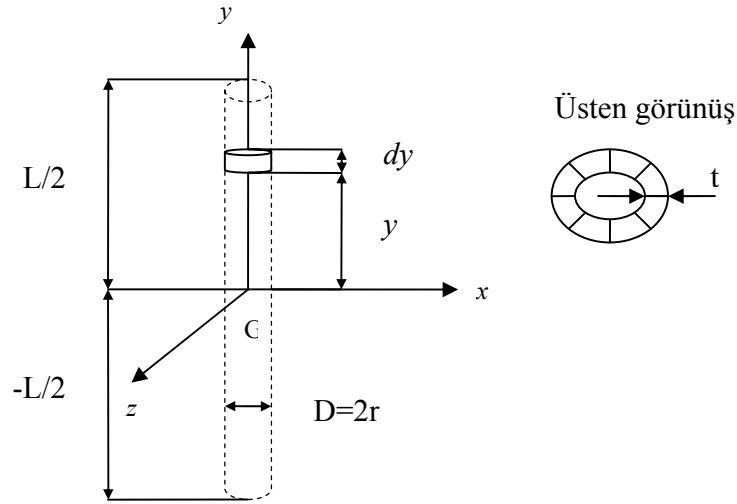
$$I\ddot{\chi} + B\dot{\chi} + R\chi = M_0 \quad (2.1)$$

Denklem (2.1)’de geçen ifadelerden, I kulenin toplam kütle atalet momentini, B sönüm katsayısını, R geri getirme momentini, M_0 lineerleştirilmiş dalga kuvvetlerinden doğan momenti ifade etmektedir. Bu terimlerin herbiri aşağıdaki denklemlerde açıkça belirtilmiştir [6].

2.1.1 Toplam Kütle Atalet Momenti

Üç boyutlu bir cismin kütle atalet momenti $I = \int r_d^2 dm$ integralini hesaplayarak elde edilir. Cisim yoğunluğu ρ_m olan homojen malzemeden yapılmış ise $dm = \rho_m dV$ olur ve $I = \rho_m \int r_d^2 dV$ yazılabilir. Bu integral yalnız cismin geometrisine bağlıdır.

Bununla birlikte eğer cismin simetri düzlemi varsa, simetri düzlemlerine dik ince bir diskin kütlesini bir dm kütle elemanı olarak seçip yoğunlukla bunun kütle atalet momentini tek katlı integral ile hesaplamak mümkündür. Örneğin, çubuk şeklinde dairesel silindirik bir kabuğun Şekil 2.1’de ki dönme simetri merkezine göre kütle atalet momenti kolayca ifade edilebilir [7-12].



Şekil 2.1 Çubuk şeklinde dairesel silindir bir kabuğun kütle atalet momenti

$$dm = \rho_m dV = 2\pi r t \rho_m dy \quad (2.2)$$

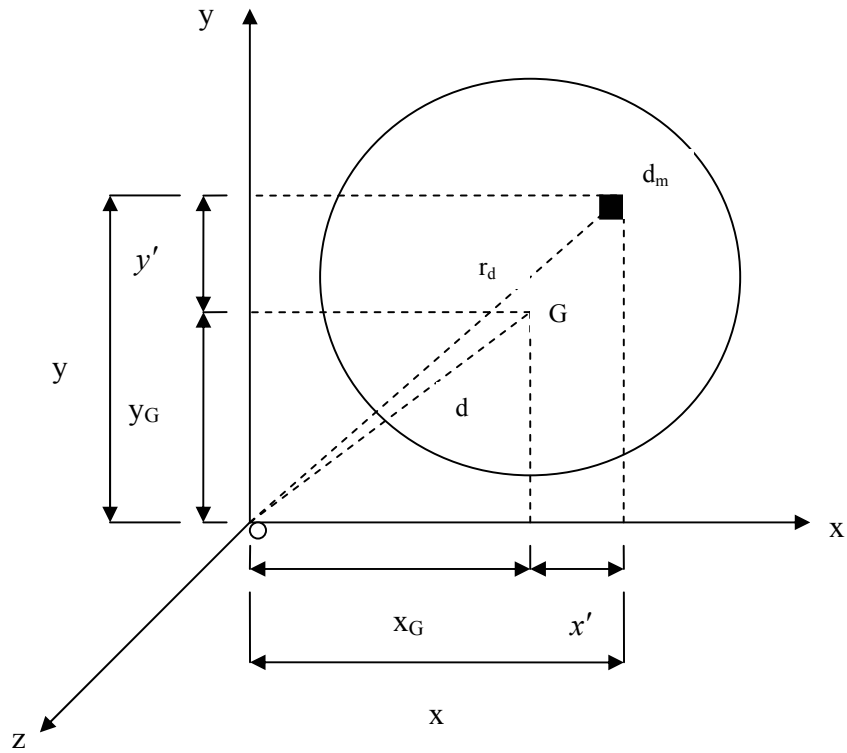
$$I_{z_G} = \int y^2 dm = 2\pi r t \rho_m \frac{L^3}{12} \quad (2.3)$$

$$I_{z_G} = \underbrace{2\pi r t \rho_m L}_m \frac{L^2}{12} = \frac{1}{12} mL^2 \quad (2.4)$$

Burada, G cismin kütle merkezi, ρ_m yapının yoğunluğunu, L yapının boyunu, r yapının yarıçapını, t silindirik kabuğun et kalınlığını, m yapının kütlesini, I_z z-ekseni yönündeki kütle atalet momentini ifade etmektedir.

Paralel Eksen Teoremi

z-ekseni etrafındaki kütle atalet momenti, G noktasından geçen ve z-eksenine paralel kütle atalet momenti cinsinden yazılabilir.



Şekil 2.2 Paralel eksen teoremi için eksen takımı

$$I_z = \int r_d^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm \quad (2.5)$$

$$I_z = \int (x^2 + y^2) dm = \int ((x_G + x')^2 + (y_G + y')^2) dm \quad (2.6)$$

$$I_z = \int (x_G^2 + y_G^2) dm + \int 2x_G x' dm + \int 2y_G y' dm + \int (x'^2 + y'^2) dm \quad (2.7)$$

$$I_z = (x_G^2 + y_G^2) \int dm + 2x_G \int x' dm + 2y_G \int y' dm + I_{z_G} \quad (2.8)$$

$$I_z = md^2 + I_{z_G} \quad (2.9)$$

veya

$I_z = I_{z_G} + md^2$ ya da $I_o = I_G + md^2$ şeklinde Şekil 2.2'deki eksen takımı kullanılarak paralel eksen teoremi elde edilmiştir.

Basit şekillerin birkaçının birleştirilmesiyle yapılmış bir cismin verilen bir eksene göre kütle atalet momenti, bunun bileşen parçalarının verilen eksene göre kütle atalet momentlerini hesaplayıp toplayarak elde edilebilir. Bunun için Denklem (2.9)'daki paralel eksen teoremi kullanılmıştır. Eğer bileşik cismin kütle merkezi G ise, o zaman bileşik yapının kütle atalet momenti aşağıdaki gibi yazılır.

$$I_G = \sum_i I_{G_i} \quad (2.10)$$

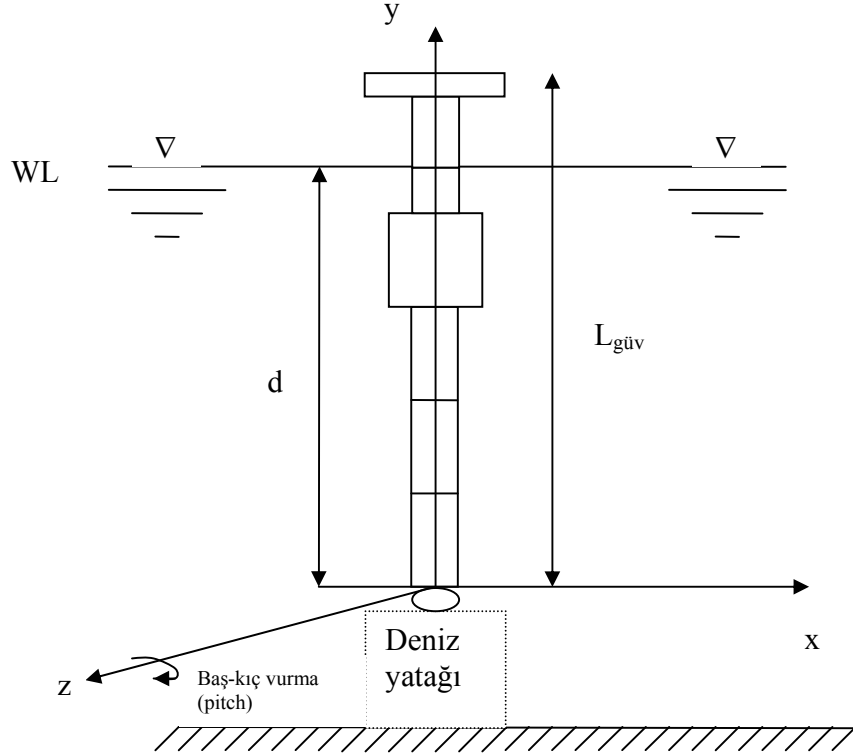
Burada I_{G_i} i'nci kompozit yapının kendi kütle merkezine göre kütle atalet momentini göstermektedir. Her bir bileşenin kendi kütle merkezi G_i 'nin, yapının kütle merkezi G 'ye olan uzaklığı d_i ile gösterilirse, paralel eksen teoremi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$I_G = I_{G_i} + m_i d_i^2 \quad (2.11)$$

I , toplam kütle atalet momenti; yapının mafsala göre kütle atalet momenti ve ek su kütlesi atalet momentinden oluşmaktadır. Toplam kütle atalet momentini aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$I = \sum_i (I_z)_{G_i} + W_{güv} \times L_{güv}^2 + I_{adm} \quad (2.12)$$

Burada, $\sum_i (I_z)_{G_i}$ silindirik elemanlardan oluşan yapının toplam kütle atalet momenti, $W_{güv}$ güverte ağırlığını, $L_{güv}$ güvertenin mafsala olan uzaklığını, I_{adm} ek su kütlesi atalet momentini ifade etmektedir. Mafsallı kulenin şematik hali Şekil 2.3'de gösterilmiştir.



Şekil 2.3 Örnek alınan yapının geometrik şekli [13]

2.1.2 Lineerleştirilmiş Sönüm Momenti

B sönüm katsayısı, lineer olmayan sönüm momentinin $\dot{\chi}|\dot{\chi}|$ lineer olmayan teriminin, Fourier serisine açılarak ilk terimin alınmasıyla lineerleştirilmiştir. Bu lineerleştirilme işlemi hareket denklemini frekans domeninde çözmek için yapılmıştır. Bu işlemin sonucunda ortaya çıkan ifade aşağıda özetlenmiştir [6].

$$\dot{\chi}|\dot{\chi}| \cong \frac{8}{3\pi} \omega \chi_{\max} \dot{\chi} \quad (2.13)$$

Burada ω zorlayıcı kuvvetin frekansını, $\chi_{\max}$ ise Denklem (2.44)'de çıkartıldığı gibi kulenin maksimum baş-kıç vurma (pitch) hareketinin genliğini ifade etmektedir. Bu bulduğumuz ifadeleri, lineer olmayan sönüm momentinde yerine koyarsak; sönüm katsayısı aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$B = \frac{4}{3\pi} \rho_s C_D \omega \chi_{\max} \int_0^d D y^3 dy \quad (2.14)$$

Burada ρ_s su yoğunluğunu, C_D direnç katsayısını, ω zorlayıcı kuvvetin frekansını, $\chi_{\max}$ kulenin maksimum baş-kıç vurma (pitch) hareketinin genliğini, D yapının çapını, d ise su derinliğini ifade etmektedir. Bütün bunlar Şekil 2.3’de gösterilmiştir.

2.1.3 Geri Getirme Momenti

Yapının geri getirme momenti aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$R = g(\Delta \cdot \overline{KB} - W \cdot \overline{KG}) \sin \chi \quad (2.15)$$

Küçük açılarda $\sin \chi \cong \chi$ olarak kabul edersek, Denklem (2.15) aşağıdaki hale dönüşür.

$$R = g(\Delta \cdot \overline{KB} - W \cdot \overline{KG}) \chi \quad (2.16)$$

Burada g yerçekimi ivmesini, Δ deplasmanı, $\overline{KB}$ hacim merkezini, W toplam ağırlığı, $\overline{KG}$ ağırlık merkezini ifade etmektedir.

2.1.4 Lineerleştirilmiş Dalga Momenti

Dalga momenti aşağıdaki şekilde ifade edilebilir. Buradaki a ve b katsayıları aşağıdaki denklemlerde ayrıntılı bir şekilde çıkartılmıştır.

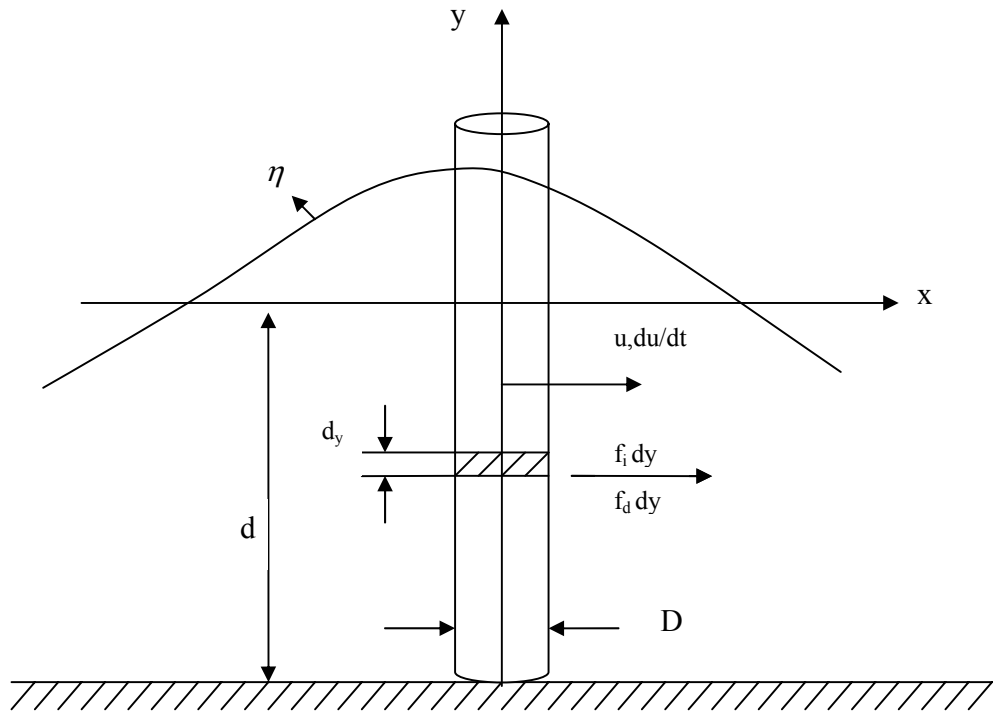
$$M_0 = a \sin \omega t + b \cos \omega t \quad (2.17)$$

Şekil 2.4’de gösterilen dikey bir kolon üzerindeki dalga kuvvetleri Morison yaklaşımıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$f_t = f_i + f_d = C_M \rho_s \frac{\pi D^2}{4} \frac{du}{dt} + C_D \frac{1}{2} \rho_s D u |u| \quad (2.18)$$

Burada f_i dalga atalet kuvvetini, f_d dalga direnç kuvvetini, ρ_s su yoğunluğunu, D yapının çapını, u dalga parçacığının yatay hızını, $\frac{du}{dt}$ dalga parçacığının yatay ivmesini, C_D direnç katsayısını, C_M atalet katsayısını göstermektedir.

Şekil 2.4'de gösterilen yapının ($\chi = 0$) için dalga parçacığının yatay hız ve ivme bileşeni, derin su kabülü yapılarak aşağıdaki gibi yazılabilir [14].



Şekil 2.4 Dikey bir kolon üzerindeki dalga kuvvetlerinin gösterimi

$$u = \zeta_a \omega \cos(\omega t) e^{ky} \quad (2.19)$$

$$\frac{du}{dt} \approx \frac{\partial u}{\partial t} = -\zeta_a \omega^2 \sin(\omega t) e^{ky} \quad (2.20)$$

Bu bulduğumuz ifadeleri Denklem (2.18)'de yerine koyarsak aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$f_i = -C_M \rho_s \frac{\pi D^2}{4} \zeta_a \omega^2 e^{ky} \sin(\omega t) \quad (2.21)$$

$$f_d = C_D \frac{1}{2} \rho_s D (\zeta_a \omega e^{ky})^2 \cos(\omega t) \cos(\omega t) \quad (2.22)$$

Denklem (2.22)'deki f_d direnç kuvveti lineer olmayan terim içerdiğinden lineerleştirme yapılmıştır. Lineerleştirme işlemi, $\cos(\omega t) \cos(\omega t)$ lineer olmayan teriminin, Fourier serisine açılarak ilk terimin alınmasıyla yapılmıştır. Böylece f_d direnç kuvvetinin yeni hali aşağıdaki gibi olmuştur. $\cos(\omega t) \cos(\omega t)$ çarpımının matematiksel işlemleri Ek A'da verilmiştir.

$$f_d = \frac{4}{3\pi} C_D \rho_s D (\zeta_a \omega e^{ky})^2 \cos(\omega t) \quad (2.23)$$

Yapı üzerindeki toplam dalga kuvveti ve momentini aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$F = \int_{-d}^0 f_i dy + \int_{-d}^0 f_d dy = F_i + F_D \quad (2.24)$$

$$M = \int_{-d}^0 (y+d) f_i dy + \int_{-d}^0 (y+d) f_d dy = M_i + M_D \quad (2.25)$$

Denklem (2.25)'de bulduğumuz toplam dalga momentini Denklem (2.17) ile eşleştirirsek a ve b katsayıları aşağıdaki gibi bulunur.

$$a = - \int_{-d}^0 \rho C_M \frac{\pi D^2}{4} (\zeta_a \omega^2 e^{ky}) (y+d) dy \quad (2.26)$$

$$b = \int_{-d}^0 \frac{4}{3\pi} \rho C_D D (\zeta_a \omega e^{ky})^2 (y+d) dy \quad (2.27)$$

2.2 Lineerleştirilmiş Baş-Kıç Vurma Hareket Denkleminin Genel Çözümü

Denklemin frekans domenindeki çözümü için aşağıdaki işlemler yapılır.

Denklem (2.1)'in her iki tarafını3, I toplam atalet momentine bölersek aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$\ddot{\chi} + 2\xi\omega_n\dot{\chi} + \omega_n^2\chi = \underline{A}\sin\omega t + \underline{B}\cos\omega t \quad (2.28)$$

Burada, $2\xi\omega_n = B/I$, $\omega_n^2 = R/I$, $\underline{A} = a/I$, $\underline{B} = b/I$, ω_n sistemin doğal frekansını, ξ ise sistemin sönüm oranını ifade etmektedir.

Denklem (2.28)'deki diferansiyel denkleme ikinci mertebeden sabit katsayılı lineer diferansiyel denklem denir. Denklem (2.28)'deki diferansiyel denkleme karşı gelen homojen diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\ddot{\chi} + 2\xi\omega_n\dot{\chi} + \omega_n^2\chi = 0 \quad (2.29)$$

Denklem (2.29)'daki homojen diferansiyel denklemin genel çözümü ile Denklem (2.28)'deki diferansiyel denkleminin özel çözümünün toplamı, Denklem (2.28)'deki diferansiyel denklemin genel çözümünü verir. Bu nedenle, önce homojen diferansiyel denklemin genel çözümü, daha sonra ise Denklem (2.28)'deki diferansiyel denklemin özel çözümü bulunmuştur. Bu işlemler aşağıda ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır [15,16].

2.2.1 Homojen çözüm

Homojen kısmın çözümü için, Denklem (2.28)'in sağ tarafı sıfır alınır ve Denklem

(2.29)'u elde ederiz. Denklem (2.29)'da geçen sistemin doğal frekansını, yine $\omega_n = \sqrt{\frac{R}{I}}$

bağıntısıyla tanımlanmıştır. Denklem (2.29) ikinci mertebe sabit katsayılı homojen diferansiyel denklemdir ve çözümü $\chi = e^{\alpha t}$ şeklinde aranır. Karakteristik denklem aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\alpha^2 + 2\xi\omega_n\alpha + \omega_n^2 = 0 \quad (2.30)$$

Denklem (2.30)'un kökleri ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$\alpha_{1,2} = -\xi\omega_n \mp (\xi^2\omega_n^2 - \omega_n^2)^{1/2} \quad (2.31)$$

Genel çözüm iki çözümün lineer kombinasyonudur:

$$\chi_h = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} \quad (2.32)$$

Açık deniz yapılarının titreşimlerinde sönüm daima o kadar küçüktür ki, genellikle $\xi < 1$ durumu (zayıf sönüm) irdelemek yeterli olur. Fakat çözümün karakteristik özelliklerini görebilmek için üç hali ayrı ayrı ele almamız gerekmektedir.

i. Zayıf Sönüm. Bu halde $\omega_n > \xi\omega_n$, dolayısıyla $\xi < 1$ olur. Denklem (2.31)'deki karekök içi negatiftir ve karakteristik değerler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\alpha_{1,2} = -\xi\omega_n \mp i\omega_n(1 - \xi^2)^{1/2} \quad (2.33)$$

Bu bulduğumuz kökleri Denklem (2.32)'de yerine yazarsak, aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$\chi = C_1 e^{\left(-\xi\omega_n + i\left(\omega_n(1 - \xi^2)^{1/2}\right)\right)t} + C_2 e^{\left(-\xi\omega_n - i\left(\omega_n(1 - \xi^2)^{1/2}\right)\right)t} \quad (2.34)$$

veya

$$\chi = e^{-\xi\omega_n t} \left(A \cos\left(\omega_n(1 - \xi^2)^{1/2}t\right) + B \sin\left(\omega_n(1 - \xi^2)^{1/2}t\right) \right) \quad (2.35)$$

Burada A ve B keyfi sabitler olup başlangıç koşulları yardımıyla belirlenirler. Başlangıç koşullarını $t=0$ için $\chi = \chi_0$ ve $\dot{\chi} = \dot{\chi}_0$ olarak alırsak, yani kulenin denge konumundan χ_0 kadar ayrıldıktan sonra $\dot{\chi}_0$ açısal hızı ile harekete bırakıldığını varsayıyoruz. Gerekli işlemleri yaptıktan sonra A ve B sabitleri aşağıdaki gibi bulunur.

$A = \chi_0$ ve $B = \frac{\dot{\chi}_0 + \xi \omega_n \chi_0}{\omega_n (1 - \xi^2)^{1/2}}$ şeklinde bulunur. Buradan hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\chi = e^{-\xi \omega_n t} \left(\chi_0 \cos \left(\omega_n (1 - \xi^2)^{1/2} t \right) + \left(\frac{\dot{\chi}_0 + \xi \omega_n \chi_0}{\omega_n (1 - \xi^2)^{1/2}} \right) \sin \left(\omega_n (1 - \xi^2)^{1/2} t \right) \right) \quad (2.36)$$

ii. Kuvvetli Sönüm. Bu halde $\xi \omega_n > \omega_n$, dolayısıyla $\xi > 1$ olur. Bu durumda karakteristik değerler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\alpha_{1,2} = -\xi \omega_n \mp \omega_n (\xi^2 - 1)^{1/2} \quad (2.37)$$

Bu bulduğumuz kökleri Denklem (2.32)'de yerine yazarsak, aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$\chi = e^{-\xi \omega_n t} \left(A \cosh \left(\omega_n (\xi^2 - 1)^{1/2} t \right) + B \sinh \left(\omega_n (\xi^2 - 1)^{1/2} t \right) \right) \quad (2.38)$$

Burada A ve B keyfi sabitlerdir. Denklem (2.38) ile belirlenen harekette salınım yoktur ve $\xi \omega_n > \omega_n (\xi^2 - 1)^{1/2}$ olduğundan $t \rightarrow \infty$ iken $\chi \rightarrow 0$ olur, yani başlangıç koşulları ne olursa olsun parçacık asimptotik olarak denge durumuna yaklaşır. Başlangıç koşulları olarak $t=0$ için $\chi = \chi_0$ ve $\dot{\chi} = \dot{\chi}_0$ seçersek, A ve B sabitleri kolayca bulunur ve hareketin denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$\chi = e^{-\xi \omega_n t} \left(\chi_0 \cosh \left(\omega_n (\xi^2 - 1)^{1/2} t \right) + \left(\frac{\dot{\chi}_0 + \xi \omega_n \chi_0}{\omega_n (\xi^2 - 1)^{1/2}} \right) \sinh \left(\omega_n (\xi^2 - 1)^{1/2} t \right) \right) \quad (2.39)$$

iii. Kritik Sönüm. Bu halde $\xi \omega_n = \omega_n$, dolayısıyla $\xi = 1$ olur. Bu durumda $\omega_n (\xi^2 - 1)^{1/2} = 0$ olacağından karakteristik denklemin $\xi \omega_n$ ile verilen bir çift katlı kökü olduğunu gösterir. Buna göre genel çözüm aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\chi = e^{-\xi\omega_n t} (A + Bt) \quad (2.40)$$

Başlangıç koşulları olarak $t=0$ için $\chi = \chi_0$ ve $\dot{\chi} = \dot{\chi}_0$ için hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\chi = e^{-\xi\omega_n t} [\chi_0 + (\dot{\chi}_0 + \xi\omega_n \chi_0)t] \quad (2.41)$$

Bu halde harekette salınım yoktur ve parçacık kuvvetli sönümündekine benzer bir hareket yapar. Kolayca görebiliriz ki kritik sönüm hali, kuvvetli sönümün bir limit hali olarak elde edilir.

2.2.2 Özel çözüm

Denklem (2.28)'deki diferansiyel denklemin özel çözümünü bulmak için denklemin sağındaki fonksiyonun kendisi ve türevlerinin kümesi gözönüne alınır. Bu kümenin her bir elemanı değişik bir sabitle çarpılıp toplanarak elde edilen ifade, özel çözüm olarak denenecek ifadedir. Elimizdeki problem için sağ taraftaki fonksiyonun kendisi ve türevlerinin kümesi $\{\sin \omega t, \cos \omega t\}$ şeklindedir. Bu durumda Denklem (2.42)'deki gibi bir özel çözüm denenebilir.

$$\chi_p = X_1 \sin \omega t + X_2 \cos \omega t \quad (2.42)$$

Hareketin denklemi Denklem (2.42)'deki gibi seçilip, Denklem (2.28)'de yerine konursa X_1 ve X_2 gibi bilinmeyen katsayıların ifadesi aşağıdaki gibi çıkartılır.

$$X_1 = \frac{A(\omega_n^2 - \omega^2) + 2\zeta\omega_n\omega B}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} \quad (2.43)$$

$$X_2 = \frac{B(\omega_n^2 - \omega^2) + 2\zeta\omega_n\omega A}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} \quad (2.44)$$

Kulenin maksimum pitch hareketinin genliği, $\chi_{\max}$ ise aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\chi_{\max} = \sqrt{X_1^2 + X_2^2} \quad (2.45)$$

Bu sonuçlar ışığında sistemin genel çözümü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\chi = \chi_h + \chi_p \quad (2.46)$$

Burada χ_h homojen çözümü göstermekte olup, üç sönüm tipinde de zamanla üssel olarak azalmaktadır. Dolayısıyla belirli bir zaman sonra sistemde bu hareket gözlenmez hale gelir. Bu yüzden genel çözümün bu kısmına *geçici çözüm* adı verilir. Genel çözümün keyfi sabitleri homojen çözüm içerisinde bulunduğundan başlangıç koşulları sistemin hareketi üzerindeki etkilerini ancak geçici çözüm içinde gösterir. Dolayısıyla yeter bir t_m zamanı geçtikten sonra başlangıç koşullarının etkisi tamamen ortadan kaybolur ve geriye sadece Denklem (2.46)'da verilen ifadenin ikinci terimi (özel çözüm) olan harmonik titreşim kalır. Hareketin bu bileşenine *daimi çözüm* adı verilir. Yukarıda geçen t_m zaman uzunluğu sistemin sönüm karakteristiklerine bağlıdır. Sönüm katsayısı ne kadar büyükse geçici çözümün pratik olarak gözlenemez hale gelmesi için gerekli zaman o kadar küçük olur. Kolayca görülür ki zayıf sönüm için $t_m \gg 1/\xi\omega_n$, kuvvetli sönümde $t_m \gg 1/\left(\xi\omega_n - \left(\omega_n(\xi^2 - 1)^{1/2}\right)\right)$ olmalıdır.

Mafsallı kulenin lineerleştirilmiş hareket denklemi [13] no'lu kaynakta verilen yapı için frekans domeninde çözülmüştür. Frekans domeninde elde edilen sonuçlar Bölüm 7 ve Şekil 7.5'deki grafikte gösterilmiştir.

3. HİDRODİNAMİK ANALİZ METODLARI

Uzun dalga tepeli bir dalganın sabit bir cisme çarpması ile birlikte aşağıda saydığımız kuvvetler meydana gelir [17,18].

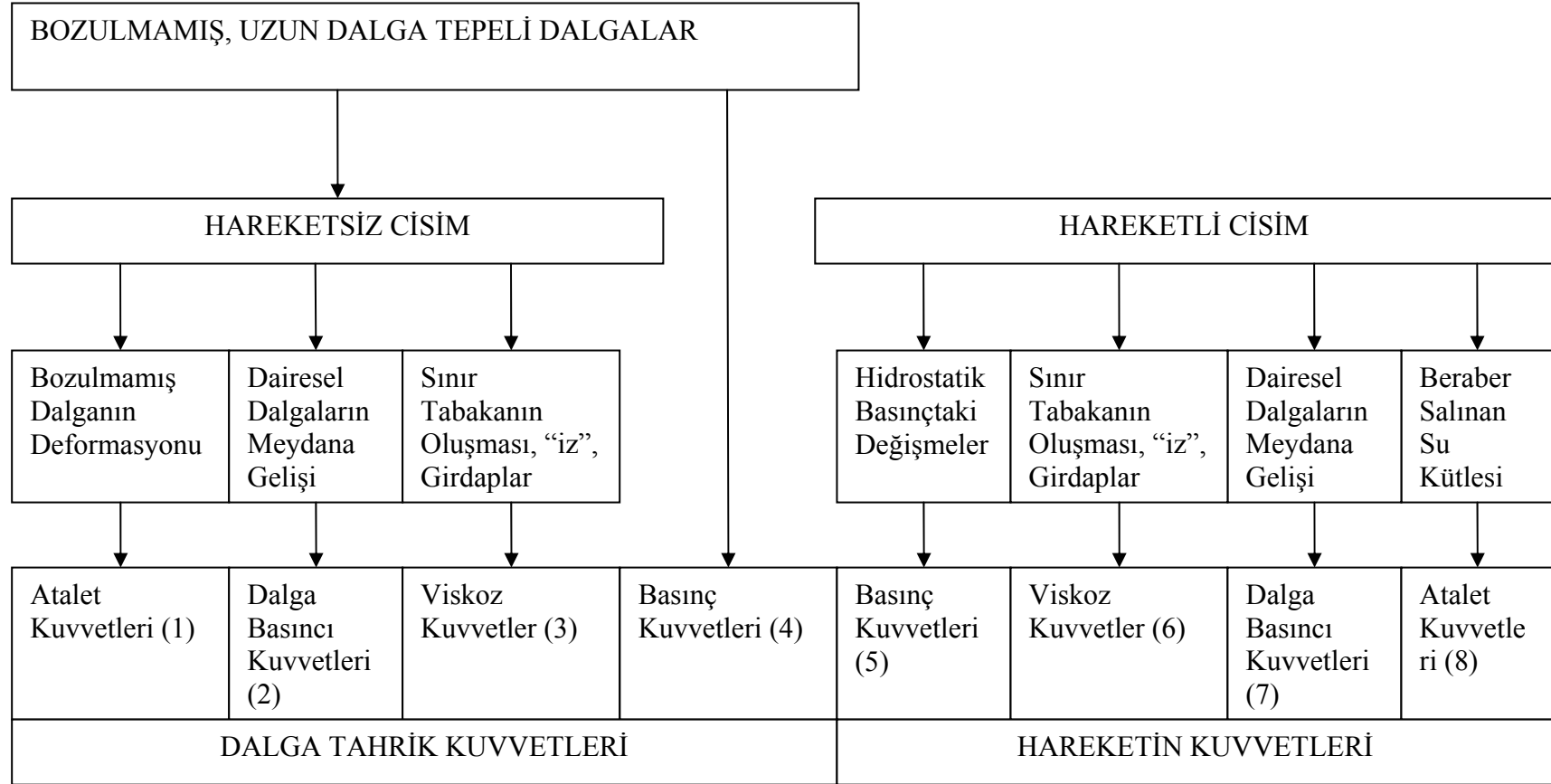
1. Atalet kuvvetleri (dalgadaki yerel deformasyonlardan dolayı)
2. Dalga basınç kuvvetleri (dairese dalgaların oluşumundan dolayı)
3. Viskoz kuvvetler (sınır tabaka oluşumundan ve girdap teşekkülünden dolayı)
4. Basınç kuvvetleri (hareketsiz duran cismin etkisi olmaksızın dalga akımından dolayı)

(2) ve/veya (3) no'lu kuvvetlerin ortaya çıkması ile birlikte gelen dalgada bir enerji kaybı olur. Eğer dalga ışıması şeklinde gözüken enerji kaybı ((2) no'lu kuvvet) ihmal edilecek kadar küçük ise, bu durumda “hidrodinamik geçirgen yapı” söz konusudur denir. Bunun tam tersi olarak eğer enerji kaybı ihmal edilmeyecek boyutlara ulaşırsa böyle yapılara “hidrodinamik kompakt yapılar” adı verilir.

Serbest hareket edebilen bir cismin durgun suda hareketinden dolayı benzer olarak aşağıdaki kuvvetler ortaya çıkar.

5. Basınç kuvvetleri (suya dalışdan kaynaklanan statik basınç değişimi ile ilgili olarak geri getirme kuvvetleri (restoring forces))
6. Viskoz kuvvetler (sınır tabaka oluşumu ve girdap teşekkülü ile ilgili olarak sönüm kuvvetleri)
7. Dalga basınç kuvvetleri (dairese dalgaların oluşması ile ilgili olarak sönüm kuvvetleri)
8. Atalet kuvvetleri (ek su kütleinin ivmelendirilmesi ile ilgili olarak)

Şekil 3.1’de yukarıda adı geçen kuvvetler, birbirlerinden farklı fiziksel etkileri gözönünde bulundurularak şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Bir açık deniz yapısına etkiyen kuvvetler [17]

Hareketsiz duran yapılara etkiyen yükleri ve hareketlerini, yapıların hareket genliklerini ve etkiyen kuvvetleri hesaplamak için elimizde birden fazla yöntem mevcuttur. Pratik hesaplar için önemsiz etkileri daha işin başından itibaren ihmal etmek mümkün olmaktadır. Uygun yöntemin seçimi aşağıdaki parametrelere bağlıdır.

- ✓ Su derinliği d
- ✓ Gelen dalganın yüksekliği $H_w = 2\zeta_a$
- ✓ Gelen dalganın boyu λ
- ✓ Cismin karakteristik bir uzunluğu olan a

Bu dört parametre yardımı ile üç boyutsuz büyüklük teşkil edilebilir.

1. $\frac{2\pi a}{\lambda}$

2. $\frac{d}{a}$

3. $\frac{\zeta_a}{a}$

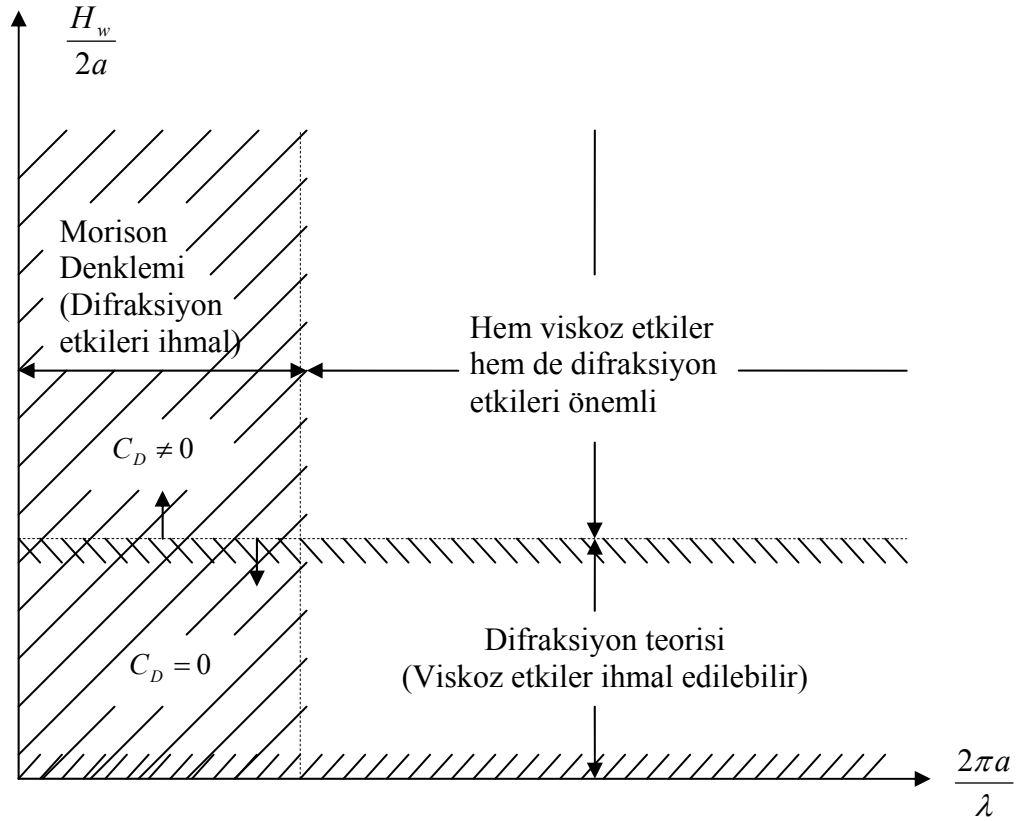
$2\pi a/\lambda$ büyüklüğü difraksiyon olayının ihmal edilip edilmeyeceğini gösteren bir kriterdir. Karakteristik büyüklükleri gelen dalganın boyu ile aynı mertebeden olan yapılarda difraksiyon etkisini ihmal etmeye imkan yoktur.

İkinci parametre olan d/a oranı ise deniz dibi etkisini göstermekte olup, ek su kütlelerinin hesabında belirli bir önemi haizdir.

ζ_a/a parametresi ise viskoz etkiler için bir ölçüdür. Bu parametrenin küçük değerleri (yani gelen dalganın genliği cismin karakteristik boyutuna göre küçük) için viskoz etkiler önemsizdirler ve ihmal edilebilirler.

Aşağıda Şekil 3.2’de verilmiş olan bir d/a oranı için çeşitli yöntemlerin kullanılma alanlarını göstermektedir. ζ_a/a ’nın küçük değerleri için viskoz etkiler ihmal edilebilirler, yani difraksiyon teorisi bu durumda $2\pi a/\lambda$ ’nın bütün değerleri için kullanılabilir. $2\pi a/\lambda$ ’nın küçük değerleri durumunda ise ζ_a/a ’nın bütün değerleri için Morison denklemi geçerlidir, difraksiyon etkisi ihmal edilebilir. $2\pi a/\lambda$ ve

ζ_a/a 'nın küçük değerleri için kullanma alanları birbirleri ile çakışır. Bu durumda Morison denklemindeki viskoz sürtünme katsayısı olan C_D 'nin değeri sıfıra yaklaşır. C_M katsayısı ise paralel akım için geçerli olan değerini alır. $2\pi a/\lambda$ değerinin sıfıra gitmesi sınır durumunda Morison denklemi ile difraksiyon teorisi aynı sonuçları vermeğe başlarlar.



Şekil 3.2 Çeşitli teorilerin kullanılma alanları [17,18]

3.1 Büyük Çaplı Cisimlere Etkiyen Dalga Kuvvetleri

Bir açık deniz yapısının karakteristik boyutu gelen dalganın boyu ile aynı mertebeden olduğu durumlarda, yapının da dalga üzerinde bazı etkileri olduğu gözlenmiştir. Bu etkiler kendilerini dalga superpozisyonu, refleksiyon ve difraksiyon olarak gösterir. Bu yüzden difraksiyon teorisi geliştirilmiştir. Difraksiyon teorisi aşağıdaki kabullerden hareket eder.

- ✓ Girdapsız akım (viskoz olmayan)
- ✓ Lineer dalga teorisi geçerli
- ✓ Sınırlı su derinliği

- ✓ Refleksiyonda enerji kaybı yok.

3.2 Hareket Eden Cisimlere Etkiyen Kuvvetler

3.2.1 Froude-Krylov Kuvveti

Dalga hareketinden dolayı kaynaklanan bir basınç kuvvetidir. Yapının dalgaya etkisi genelde ihmal edilir. Bu kuvvet, hidrodinamik basınç kuvveti olarak da bilinir. Yalın bir atalet kuvvetidir. Froude-Krylov kuvveti ile atalet kuvvetini birleştirecek; Morison denklemindeki ivme ile orantılı terimi elde ederiz. . Bu kuvvet, taşınan su kütlesi ile dalgadaki orbital ivmenin çarpılması ile bulunur.

3.2.2 İvme Kuvveti

Ek su kütlesinin ivmelendirmesinden ortaya çıkar, beraber salınan ek su kütlesinin atalet kuvvetidir.

3.2.3 Sönüm Kuvveti

Yapının bozulmamış dalga hareketindeki sönümünden kaynaklanır. Bu yüzden bu kuvvete sönüm kuvveti adı verilir. Sönüm kuvveti iki kısımdan meydana gelmiştir.

- Potansiyel sönüm kuvveti:** Bu kuvvet bir kısım hareket enerjisinin su yüzeyinde meydana gelen dalga sistemleri ile taşındığını gösterir. Etkin olduğu durumlar $2a > 0,2\lambda$ halidir.
- Viskoz sürtünme kuvveti:** Potansiyel sönüm kuvveti, boyutları gelen dalganın boyu mertebesinde olan cisimler için önemlidir, $2a > 0,2\lambda$ şartı da bunu ifade etmektedir. Bu kuvvet yerine göre orbital hızla veya cisimle dalga arasındaki relatif hızla orantılı olarak değişir. Buna karşın viskoz sürtünme kuvveti ise hızın karesi ile değişmektedir. Bu sebepten dolayı özellikle rezonans durumlarında önem kazanan bu kuvvetin hesaplara sokulabilmesi için bazı hallerde lineerleştirilir.

3.3 Hidrodinamik Geçirgen Yapıların Hareketleri

Bu tip yapıların özelliği bunların karakteristik boyutlarının zorlayıcı dalganın boyuna göre ufak olmasıdır. Böyle bir durumda difraksiyon etkileri ihmal edilmektedir. Zorlayıcı kuvvet ve cismin hareketi hesaplanırken ayrıca aşağıdaki kabuller yapılmaktadır:

- ✓ Yapı geometrik basit şekillerden meydana gelmiştir. (Örneğin silindirler ve ek su kütlesi ve de sönüm katsayısı bilinen diğer şekiller)
- ✓ Derin su kabulü yapılmıştır.
- ✓ Hesaplarda lineer Airy teorisi kullanılmıştır.

Açık deniz yapılarının dalga kuvvetlerinin hesabında temelde iki akış rejimi etkisi söz konusu olur. Bu rejimler örneğin dairesel silindir yapının çapı ve dalga boyu gibi yapının karakteristik boyutları tarafından saptanır.

$\frac{\text{Çap}}{\text{Dalga Boyu}} < 0.2$ olduğu zaman

dalga kuvvetleri atalet rejiminde çalışmaktadır. Küçük viskoz kuvvetlerinin hesabında $\frac{\text{Çap}}{\text{Dalga Yüksekliği}}$ oranı atalet rejiminde daha belirleyicidir. Aşağıda bazı

kriterler özetlenmiştir;

$$\frac{D}{H_w} > 0.2, \text{ Atalet rejiminde}$$

$$0.125 < \frac{D}{H_w} < 0.2, \text{ Atalet ve direnç rejiminde}$$

$$\frac{D}{H_w} < 0.125, \text{ Direnç rejiminde}$$

Ayrıca $\frac{D}{\lambda} > 0.2$ olduğu zaman dalga kuvvetleri difraksiyon rejiminde çalışmaktadır.

Lineer serbest su yüzeyi şartlarını kabul ettiğimizde ,başka bir deyişle dalga yüksekliği dalga boyuna oranla daha küçük olduğu zaman difraksiyon rejiminde viskoz kuvvetler ihmal edilebilir.

Mafsallı kulelerin çapı 6 m ile 15 m arasında değişmektedir. Deniz şartlarına göre dalga yüksekliği 2 m ile 15 m ve dalga boyuda 1540 m ile 43 m ($\omega=0.2-1.2$ rad/s) arasında değişmektedir. Şekil 3.2 baz alınarak aşağıdaki ifadeler çıkartılmıştır.

Çap:6m

$$H_w/D = 0.33 \ (H_w = 2m) \Rightarrow 4.0 \times 10^{-3} \leq D/\lambda \leq 0.14$$

$$H_w/D = 2.5 \ (H_w = 15m) \Rightarrow 4.0 \times 10^{-3} \leq D/\lambda \leq 0.05$$

Çap:15m

$$H_w/D = 0.13 \ (H_w = 2m) \Rightarrow 9.0 \times 10^{-3} \leq D/\lambda \leq 0.35$$

$$H_w/D = 1.0 \ (H_w = 15m) \Rightarrow 9.0 \times 10^{-3} \leq D/\lambda \leq 0.14$$

Şekil 3.2'e baktığımız zaman mafsallı kulelerin genellikle atalet rejiminde çalıştığı görülmektedir. Burada Morison formülünün geçerli olduğu görülür. Büyük çaplı mafsallı kuleler (örneğin D=25 m) için difraksiyon kuvvetide göz önüne alınmalıdır.

6. BİLGİSAYAR PROGRAMININ TANITILMASI

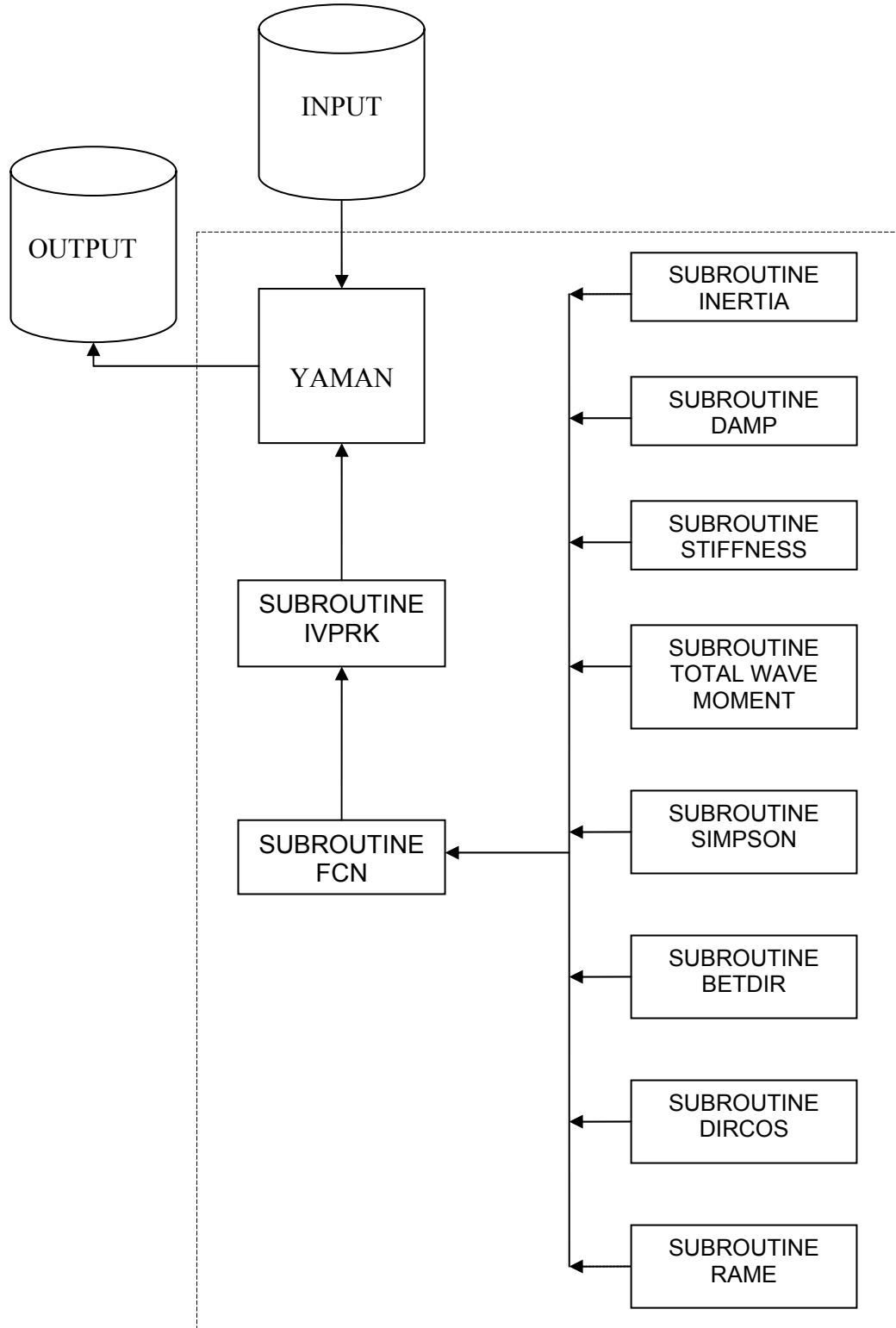
YAMAN programı, iki boyutlu düzlemde baş-kıç vurma hareketi yapan bir mafsallı kulenin hidrodinamik analizi sonucunda ortaya çıkan lineer olmayan diferansiyel denklemin çözümünün nümerik olarak Runge – Kutta – Verner beş ve altıncı mertebe metodu kullanılarak zaman domeninde hareket simülasyonunu veren programdır.

Bu program, DIGITAL's Visual Fortran kullanılarak FORTRAN 90 programlama dilinde yazılmıştır. Ayrıca bu program, Microsoft's 'Developer Studio' altında geliştirilmiş ve derlenmiştir.

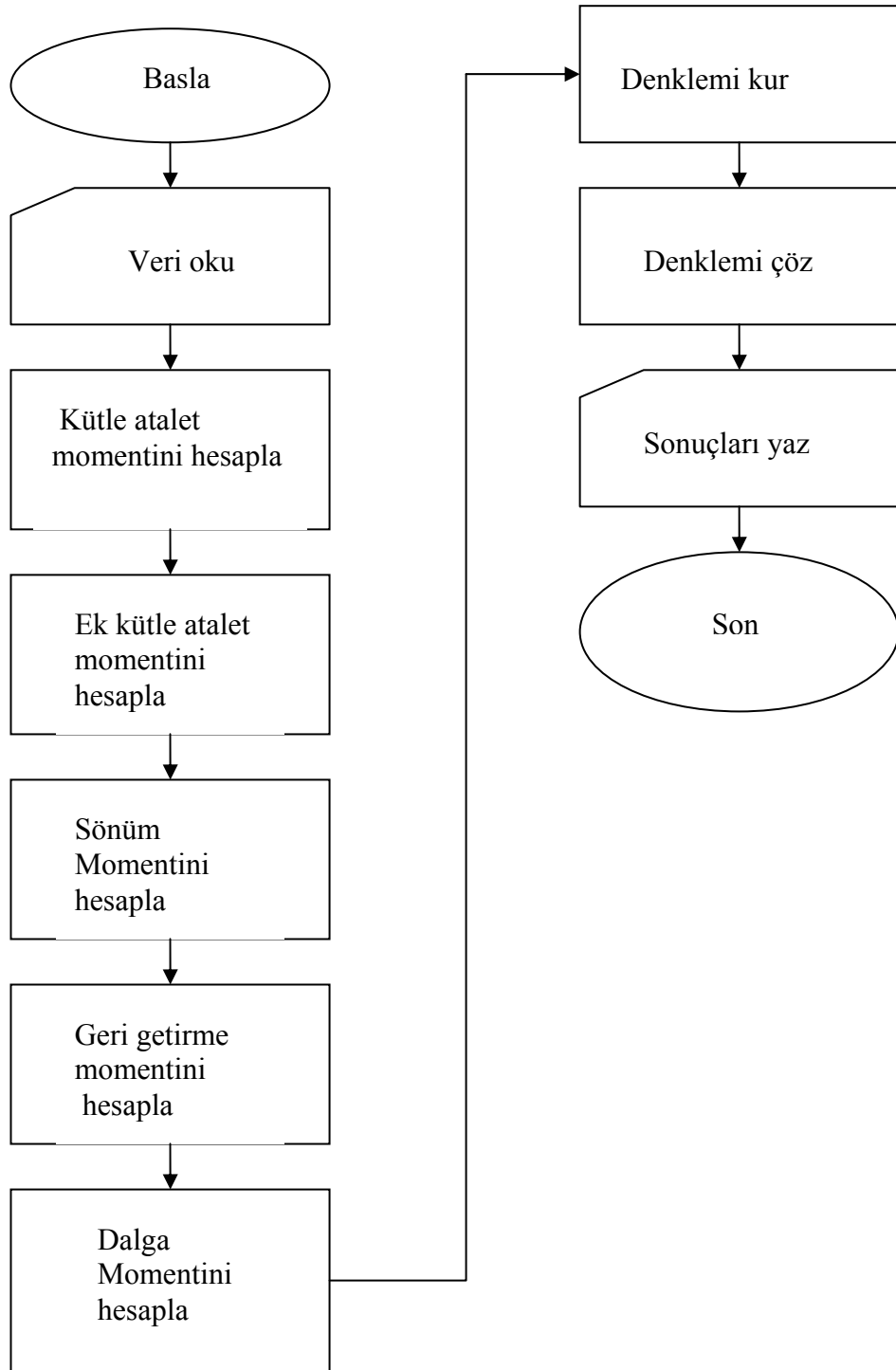
Program geliştirilirken DIGITAL's Visual Fortran ile birlikte çalışabilen ve çeşitli mühendislik kütüphanelerine ulaşabilmeyi sağlayan IMSL FORTRAN Numerical Libraries programından faydalanılmıştır. Bu kütüphane diferansiyel denklemi çözerken Runge – Kutta – Verner beş ve altıncı mertebe metodunu kullanmaktadır.

YAMAN programının giriş, çıkış ve alt programlarını gösteren basit bir diyagram Şekil 6.1 'de bulunmaktadır. Şekil 6.2 'de ise belli bir mantık sırasına göre yapılmış algoritmaları veren temel akış diyagramı verilmektedir.[22,23]

YAMAN programı Şekil 6.1 'de de görüldüğü gibi, bir ana program ve dokuz alt programdan oluşmaktadır. YAMAN programında ilk önce datalar okunur ve Şekil 6.2 'de verilen akış diyagramına göre problem çözülür.



Şekil 6.1 “YAMAN” Temel Giriş, Çıkış ve Alt Program Diyagramı



Şekil 6.2 YAMAN Akış Diyagramı

6.1 Giriş ve Çıkış Data Tanımları

Bu kısımda YAMAN programındaki giriş ve çıkış datalarını içeren dosyalar tanımlanmaktadır. Program data giriş ve sonuç çıkış formatları SI birim sistemine göre yapılmıştır. Boyutlar (m), kütleler (kg), kuvvetler (N), momentler (Nm), yoğunluklar (kg/m^3) olarak alınmıştır.

6.1.1 Giriş datası

Örnek alınan mafsallı kule farklı boyutlarda elemanlardan oluştuğu için ilk önce eleman sayısı (I) tanımlanmıştır. Daha sonra elemanın ana boyutları (çap ve kalınlık) bir dizi şeklinde belirtirmiştir. Ayrıca yapının boyu, eleman eksen takımı u'nun doğrultusundaki koordinatları bir dizi şeklinde verilmiştir. Bu boyutların programda kullanılan simgesi Tablo 6.1'de belirtilmiştir. Tablo 6.1'de geçen NN toplam eleman sayısını, LL toplam ağırlık sayısını göstermektedir. Ayrıca programda geçen DD ise su hattının üzerinde kalan eleman sayısını göstermektedir.

Tablo 6.1 Giriş data dizileri ve simgeleri

LENGTH(I), I=1,NN	Yapının boyunun u doğrultusundaki koordinatları (m)
DIAMETER(I), I=1,NN	Yapının çapı (m)
THICK(I), I=1,NN	Yapının kalınlığı (m)
WPOINT(I), I=1,LL	Yapının ağırlık dağılımının mafsala olan uzaklığı (m)
WGRAV(I), I=1,LL	Yapının ağırlık dağılımı (MN)

Ayrıca programın içerisinde kullanılan diğer katsayılar ve boyutlar Tablo 6.2'de simgeleri ile birlikte verilmiştir. Bunlar arasında sürüklenme katsayısı C_D , malzeme yoğunluğu ρ_m (kg/m^3) parametrik çalışma yapabilmek amacıyla değişken olarak tanımlanmışlardır. Deniz suyu yoğunluğu $\rho_s = 1025$ (kg/m^3) ve yerçekimi ivmesi $g = 9,81$ (m/s^2) değerleri sabit olarak alınmıştır.

Tablo 6.2 Giriş dataları ve simgeleri

LGUV	Güvertenin mafsala olan uzaklığı(m)	CD	Sürüklenme katsayısı
WGUV	Güverte ağırlığı (kg)	W	Dalga frekansı (rad/s)
GRAV	Yerçekimi ivmesi (m/s^2)	HW	Dalga yüksekliği (m)
ROS	Deniz suyu yoğunluğu (kg/m^3)	ROM	Malzeme yoğunluğu(kg/m^3)

Ayrıca, güvertenin mafsala olan uzaklığı, güverte ağırlığı, zorlayıcı dalga frekansı ve dalga genliği de değişken olarak tanımlanmıştır.

6.1.2 Çıkış datası

Sonuç çıkış format verileri aşağıdaki Tablo 6.3’de simgeleri ile birlikte tanımlanmıştır.

Tablo 6.3 Sonuç çıkış dataları ve simgeleri

ISTEP	Adım sayısı	Y(1)	Baş-kıç vurma yerdeğiştirmesi (rad)
T	Zaman aralığı (s)	Y(2)	Baş-kıç vurma hızı (rad/s)

6.2 Ana ve Alt Programlar

Bu kısımda, YAMAN’da kullanılan alt programların ana programdaki görevleri tanımlanmaktadır.

6.2.1 Ana program (YAMAN)

Bu ana program, belli bir algoritma sırasına göre çalışan alt programların, giriş ve çıkış datalarının YAMAN’da organize olduğu kısımdır. Bu kısımda IVPRK (time domain solver) bulunmaktadır. Bu solver başlangıç değer problemini çözmek için IMLS routine’de Runge – Kutta – Verner beş ve altıncı mertebe metodunu kullanmaktadır.

Programın sonunda önceden tanımlanmış olan her bir zaman aralığında hesaplanan değerler bu kısımda yazdırılmaktadır.

6.2.2 Subroutine FCN

Bu alt program, bütün CALL komutlarını(ek su kütlesi atalet momenti, sönüm momenti,..v.s gibi) ihtiva eden ve bunları IVPRK’a (time domain solver) yönlendiren programdır. Bu kısımda her bir zaman aralığında baş-kıç vurma hareketi için lineer olmayan diferansiyel denklemin nümerik çözümünün sonucunda, yapının yerdeğiştirmesini ve hızını hesaplar.

6.2.3 Subroutine INERTIA

Bu alt programda, lineer olmayan diferansiyel denklemin katsayılarından biri olan toplam kütle atalet momentini hesaplanır. Bu kütle atalet momentinin içerisinde ek su kütlesi atalet momentide mevcuttur.

6.2.4 Subroutine DAMP

Bu alt programda, lineer olmayan sönüm momenti hesaplanır. İntegrasyon işlemi subroutine simpson çağrılarak yapılır.

6.2.5 Subroutine STIFFNESS

Bu alt programda, yapının geri getirme momenti hesaplanır. Yapının ağırlık merkezi ve sephiye merkezide bu alt programda hesaplanır.

6.2.6 Subroutine TOTAL_WAVE_MOMENT

Bu alt programda, toplam dalga kuvvetini oluşturan, dalga ivme kuvveti, dinamik dalga basınç kuvveti ve dalga sürüklenme kuvvetlerinden dolayı oluşan toplam dalga momenti hesaplanır. İntegrasyon işlemi subroutine simpson çağrılarak yapılır.

6.2.7 Subroutine SIMPSON

Bu alt programda, ortaya çıkan integrasyon işlemlerini yapabilmek için nümerik bir metod olan Simpson'un $\frac{1}{3}$ yöntemi kullanılmıştır.

6.2.8 Subroutine BETDIR

Bu alt programda, β_{ij} dönüşüm matrisi katsayılarının hesabı yapılır.

6.2.9 Subroutine DIRCOS

Bu alt programda, α_{ij} dönüşüm matrisi katsayılarının hesabı yapılır.

6.2.10 Subroutine RAME

Bu alt programda, ramp fonksiyonu olarak logaritmik form kullanıldı. Bu fonksiyona dalga kuvvetinde, durgun deniz şartlarında başlangıçta sıfırdan maksimuma doğru olan genliği düzgün bir şekilde yükseltmek için başvurulur. Bu sisteme hareket denklemlerinin çözümü için sürekli ve hızlı bir şekilde bir noktada toplanmasını sağlar. Ramp fonksiyonu sadece dalga momentine uygulandı.

5. MAFSALLI KULE’NİN HİDRODİNAMİK ANALİZİ

Bu bölümde, mafsallı kulenin düzlemsel hareketi incelenmiştir. Kulenin lineer olmayan atalet (kütle+ek su kütlesi), sönüm, direnç ve geri getirme kuvvetlerinden dolayı oluşan lineer olmayan hareketin diferansiyel denklemi türetilmiştir. Bütün kuvvet ve momentler, kulenin herhangi bir pozisyondaki etkileride göz önüne alınarak çıkartılmıştır. Elde edilen lineer olmayan hareket denklemi zaman domeninde IMSL FORTRAN Numerical Libraries’den de yararlanılarak Fortran 90 programlama dili yardımıyla çözülmüştür. Bu kütüphaneler diferansiyel denklemleri çözerken Runge-Kutta-Verner beş ve altıncı mertebe metodunu kullanmaktadır.

5.1 Problemin Tanımı

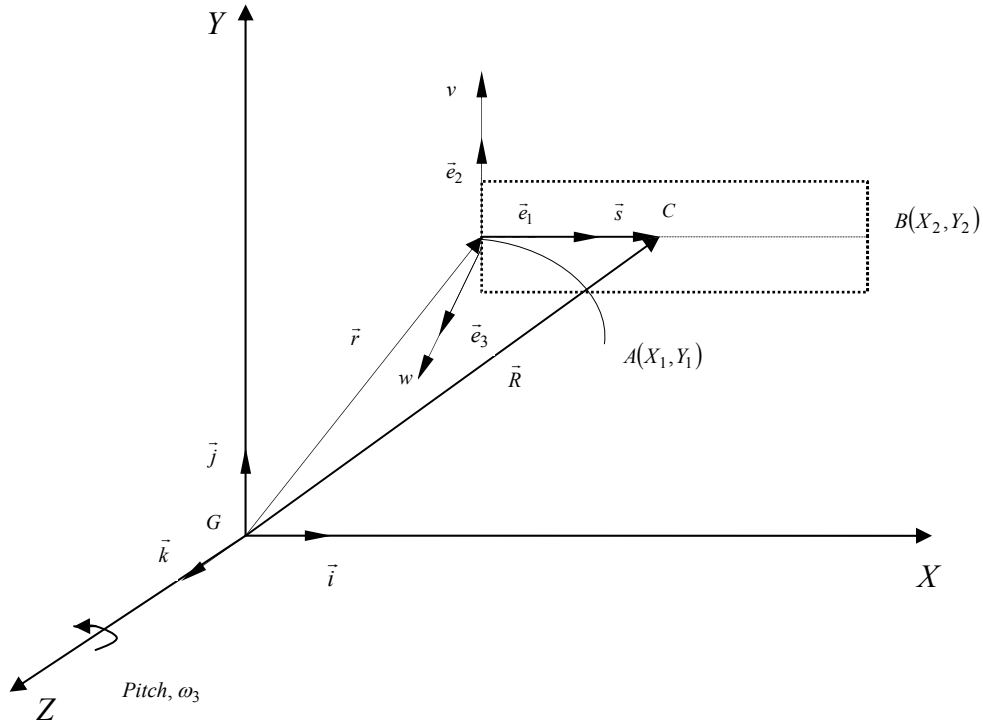
Bu bölümde, rijid cismin hareketinden dolayı hidrodinamik yük altında dairesel silindir bir yapının hesabı için genel bir metod tanımlanmıştır. Hidrodinamik yük, yapının öteleme ve dönme altında her bir elemanının hız ve ivme bileşenlerinin hesaplanmasıyla bulunur. Toplam hidrodinamik yük, eleman eksen takımındaki (A_{uvw}) kuvvetlerinin yapı eksen takımına $(GXYZ)$ dönüştürölüp toplanmasıyla elde edilir. Yapının hız ve ivme bileşenleri hareket denkleminin zaman domeninde nümerik olarak çözümlmesiyle elde edilir [20].

Şekil 5.1’de de görüldüğü gibi denklemin türevleri elde edilirken, dönel simetri merkezinin yapının yapı eksen takımının orijininde olduğu farz edilmiştir. Bu yüzden, her bir elemanın herhangi bir noktadaki hız ve ivmeleri öteleme ve dönme hareketi altında her defasında tanımlana bilinmektedir.

Kule akıntı ve dalga yüklerine maruz kalmaktadır. Yapı eksen takımı ve eleman eksen takımı olmak üzere iki koordinat sistemi tanımlanmıştır. (X,Y,Z) yapı eksen takımını, (u,v,w) eleman eksen takımını temsil etmektedir. Mafsallı kulenin hareketinin yalnızca (X,Y) düzleminde çalıştığı kabul edilmiştir. Fakat dalga ve akıntı üç boyutlu olabilir.

Bu problem ters dönmüş bir pendulum hareketine çok benzemektedir. Fakat yerçekimi dalgalarının varlığı yüzünden aşağıda belirtilmiş olan ifadelerde hesap yapılırken göz önüne alınmıştır.

1. Kaldırma kuvveti, pendulumu sabit dimdik pozisyonda tutar.
2. Akışkan ile kule arasındaki göreceli hızın karesiyle orantılı olan direnç kuvvetleri hesaba katılmalıdır.
3. Akışkanın ivmelenmesinden dolayı oluşan atalet kuvvetleri çevresel yüklerin bir parçası olarak düşünölmelidir.
4. Akışkanın ek su kütlesi direkt olarak atalet kuvvetlerinin kapsamındadır.
5. Dalga kinematiğinde akıntının etkisi ihmal edilmemelidir.



Şekil 5.1 Hidrodinamik kuvvetlerin hesabı için kullanılan koordinat takımları

5.2 Hareketin Denklemi

Model Z-ekseni etrafında (düzlemsel hareket) tek serbestlik derecesine sahiptir. Denklem aşağıda da verilen varsayımları kullanarak büyük deplasmanlar için türetilmiştir.

5.2.1 Kabuller:

1. Yapı rijid bir cisim gibi davranmaktadır.
2. Yapı tek serbestlik derecesine sahip ve düzlemsel hareket yapmaktadır.
3. Mafsallı kuledeki elemanların çapları, yapının boyundan çok küçüktür. Kısaca $D \ll L$ 'dir diyebiliriz.
4. Bu sayede yapı içi boş dairesel silindir yapısı olarak alınmıştır.
5. Direnç kuvvetinin hesabında geçen C_D , direnç katsayısı parametrik çalışma yapabilmek amacıyla değişken olarak alınmıştır.
6. Yapının kütle merkezi aynı zamanda geometrik merkezidir.
7. Yapı sönüm momentinide içermektedir.
8. Güvertenin suyun içine batmadığı farzedilmiştir.

5.3 Kule Kinematığı

Bu alt kısımda, kulenin mutlak hızları, lineer ve açısal, ve de ivmeleri yapı eksen takımına göre belirlenmiştir.

5.3.1 Hareketin Formülasyonu

Eleman koordinat eksenindeki bir elemanın bir noktasındaki hız ve ivmeleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\vec{V} = \vec{v} + \omega \times \vec{R} = \vec{v} + \omega \times (\vec{r} + \vec{s}) \quad (5.1)$$

Burada $\vec{V}$ yapı koordinat eksenine göre C noktasının hızı; $\vec{v}$ eleman koordinat eksenine göre C noktasının öteleme hızı, ω dönme ya da açısal hızı ifade etmektedir. Aşağıdaki denklemde Coriolis ivmesi ihmal edilmiştir.

$$\vec{V} = \vec{v} + \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R})}_{\text{merkezkaç-ivmesi}} + \underbrace{\vec{\dot{\omega}} \times \vec{R}}_{\text{lineer-ivme}} \quad (5.2)$$

Burada $\vec{\dot{V}}$ yapı koordinat eksenine göre C noktasının ivmesi; $\vec{\dot{v}}$ eleman koordinat eksenine göre C noktasının öteleme ivmesi, $\vec{\dot{\omega}}$ dönme ya da açısal ivmeyi göstermektedir.

$$\vec{\dot{V}} = \vec{\dot{v}} + \vec{\dot{\omega}} \times [\vec{\omega} \times (\vec{r} + \vec{s})] + \vec{\dot{\omega}} \times (\vec{r} + \vec{s}) \quad (5.3)$$

burada

$$\vec{v} = v_1 \vec{i} + v_2 \vec{j} \quad (5.4)$$

$$\vec{\omega} = \omega_3 \vec{k} \quad (5.5)$$

Denklem (5.4)'de geçen v öteleme hızı mevcut olmadığından (sadece açısal hareket yaptığından) sıfır olarak alınmıştır ve Denklem (5.6) aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$\vec{\dot{v}} = \dot{v}_1 \vec{i} + \dot{v}_2 \vec{j} = 0 \quad (5.6)$$

$$\vec{\dot{\omega}} = \dot{\omega}_3 \vec{k} \quad (5.7)$$

$$\vec{s} = u \vec{e}_1 = u [(\vec{i} \cdot \vec{e}_1) \vec{i} + (\vec{j} \cdot \vec{e}_1) \vec{j}] \quad (5.8)$$

$$(\vec{i} \cdot \vec{e}_1) = \alpha_{11}, (\vec{j} \cdot \vec{e}_1) = \alpha_{21} \quad (5.9)$$

$$\vec{s} = u(\alpha_{11} \vec{i} + \alpha_{21} \vec{j}) \quad (5.10)$$

α_{ij} , Yapı eksen takımından eleman eksen takımına dönüştürülmek için kullanılan dönüşüm matrisidir. Denklem (5.2) ve Denklem (5.3)'de ikinci terim olan yapının merkezkaç ivmesi rijid cismin hareketinde çok küçük olduğundan ihmal edilebilir.

Denklem (5.1), (5.2) ve (5.3)'de eleman eksen takımında tanımlanmış olan vektörlerin bileşenleri yapı eksen takımına göre paraleldir. Bu hız ve ivme vektörleri dönüşüm matrisi kullanılarak eleman eksen takımına göre yazılabilirler.

$$\vec{\tilde{V}} = [\alpha_{ij}]^T \vec{V} \quad (5.11)$$

$$\vec{\tilde{\dot{V}}} = [\alpha_{ij}]^T \vec{\dot{V}} \quad (5.12)$$

Denklem (5.12) ve Denklem (5.13)'de geçen $[\alpha_{ij}]$ dönüşüm matrisi ve bu matrisinin transpozesi olan $[\alpha_{ij}]^T$, Denklem (5.13) ve Denklem (5.14)'de açıkça belirtilmiştir.

$$[\alpha_{ij}] = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & 0 & \alpha_{23} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$[\alpha_{ij}]^T = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Denklem (5.13)'de geçen α_{ij} dönüşüm matrisi katsayıları aşağıda açık olarak belirtilmiştir.

α_{11} = X ve u eksenleri arasındaki açının kosinüsü

α_{21} = Y ve u eksenleri arasındaki açının kosinüsü

α_{13} = X ve w eksenleri arasındaki açının kosinüsü

α_{23} = Y ve w eksenleri arasındaki açının kosinüsü

α_{32} = Z ve v eksenleri arasındaki açının kosinüsü

$\vec{V}, \vec{\tilde{V}}, \vec{\tilde{\tilde{V}}}$ ve $\vec{\tilde{\tilde{\tilde{V}}}}$ vektörlerinin ilk ikisi yapı eksen takımına göre hız ve ivmeyi, diğer ikisi ise eleman eksen takımına göre hız ve ivmeyi ifade etmektedir. Rijid cismin hızı eleman eksen takımı u 'nun fonksiyonu olarak yazılabilir:

$$\vec{r} = X_1 \vec{i} + Y_1 \vec{j} \quad (5.15)$$

$$\vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ X_1 + u \alpha_{11} & Y_1 + u \alpha_{21} & 0 \end{vmatrix} \quad (5.16)$$

$$\vec{V} = [-\omega_3 (Y_1 + u \alpha_{21})] \vec{i} + [\omega_3 (X_1 + u \alpha_{11})] \vec{j} \quad (5.17)$$

Denklem (5.17)'i daha da basitleştirerek aşağıdaki gibi yazabiliriz ve bu bize formülasyonumuzun daha anlaşılır hale gelmesine yardımcı olur.

$$\vec{V} = A_1(u) \vec{i} + B_1(u) \vec{j} \quad (5.18)$$

Burada geçen $A_1(u)$ ve $B_1(u)$ ifadeleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$A_1(u) = -\omega_3(Y_1 + u\alpha_{21}) \quad (5.19)$$

$$B_1(u) = \omega_3(X_1 + u\alpha_{11}) \quad (5.20)$$

Yapının öteleme ivmesi mevcut olmadığından ve merkezkaç ivmesi ihmal edildiğinden sadece lineer ivmesi söz konusu olacaktır. Bu şartlar altında Denklem (5.3)'ü yeniden düzenlersek aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$\vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \dot{\omega}_3 \\ X_1 + u\alpha_{11} & Y_1 + u\alpha_{21} & 0 \end{vmatrix} \quad (5.21)$$

$$\vec{V} = [-\dot{\omega}_3(Y_1 + u\alpha_{21})]\vec{i} + [\dot{\omega}_3(X_1 + u\alpha_{11})]\vec{j} \quad (5.22)$$

Denklem (5.22)'yi daha da basitleştirerek aşağıdaki gibi yazabiliriz ve bu bize formülasyonumuzun daha anlaşılır hale gelmesine yardımcı olur.

$$\vec{V} = \dot{A}_1(u)\vec{i} + \dot{B}_1(u)\vec{j} \quad (5.23)$$

Burada geçen $\dot{A}_1(u)$ ve $\dot{B}_1(u)$ ifadeleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\dot{A}_1(u) = -\dot{\omega}_3(Y_1 + u\alpha_{21}) \quad (5.24)$$

$$\dot{B}_1(u) = \dot{\omega}_3(X_1 + u\alpha_{11}) \quad (5.25)$$

Denklem (5.11)'i kullanarak yapı eksen takımındaki hız bileşenlerini eleman eksen takımına göre aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$\tilde{V} = [\alpha_{ij}]^T V = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1(u) \\ B_1(u) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.26)$$

$$\tilde{V} = A(u)\vec{e}_1 + C(u)\vec{e}_3 \quad (5.27)$$

Denklem (5.26)'daki matris çarpımı yapılarak Denklem (5.27)'de geçen terimler aşağıdaki şekilde yazılabilirler.

$$A(u) = A_1(u)\alpha_{11} + B_1(u)\alpha_{21} \quad (5.28)$$

$$C(u) = A_1(u)\alpha_{13} + B_1(u)\alpha_{23} \quad (5.29)$$

Denklem (5.19) ve (5.20)'de bulduğumuz ifadeleri Denklem (5.28) ve (5.29)'a yazarsak $A(u)$ ve $C(u)$ ifadelerini aşağıdaki hale getirebiliriz.

$$A(u) = [-\omega_3(Y_1 + u\alpha_{21})]\alpha_{11} + [\omega_3(X_1 + u\alpha_{11})]\alpha_{21} \quad (5.30)$$

$$C(u) = [-\omega_3(Y_1 + u\alpha_{21})]\alpha_{13} + [\omega_3(X_1 + u\alpha_{11})]\alpha_{23} \quad (5.31)$$

Benzer şekilde ivme ifadesi için Denklem (5.12)'i kullanarak yapı eksen takımındaki ivme bileşenlerini eleman eksen takımına göre aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$\ddot{\vec{V}} = [\alpha_{ij}]^T \dot{\vec{V}} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{A}_1(u) \\ \dot{B}_1(u) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.32)$$

$$\ddot{\vec{V}} = \dot{A}(u)\vec{e}_1 + \dot{C}(u)\vec{e}_3 \quad (5.33)$$

Denklem (5.32)'deki matris çarpımı yapılarak Denklem (5.33)'de geçen terimler aşağıdaki şekilde yazılabilirler.

$$\dot{A}(u) = \dot{A}_1(u)\alpha_{11} + \dot{B}_1(u)\alpha_{21} \quad (5.34)$$

$$\dot{C}(u) = \dot{A}_1(u)\alpha_{13} + \dot{B}_1(u)\alpha_{23} \quad (5.35)$$

Denklem (5.24) ve (5.25)'de bulduğumuz ifadeleri Denklem (5.34) ve (5.35)'e yazarsak $\dot{A}(u)$ ve $\dot{C}(u)$ ifadelerini aşağıdaki hale getirebiliriz.

$$\dot{A}(u) = [-\dot{\omega}_3(Y_1 + u\alpha_{21})]\alpha_{11} + [\dot{\omega}_3(X_1 + u\alpha_{11})]\alpha_{21} \quad (5.36)$$

$$\dot{C}(u) = [-\dot{\omega}_3(Y_1 + u\alpha_{21})]\alpha_{13} + [\dot{\omega}_3(X_1 + u\alpha_{11})]\alpha_{23} \quad (5.37)$$

Eleman eksen takımına göre n'ci elemanın toplam hidrodinamik kuvvet ve momentleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}\vec{F}_{(n)} = & \left\{ \left[a_{11} \dot{A}(u) + b_{11} A(u) \right] A(u) \right|_{u=0} + \left[a_{11} \dot{A}(u) + b_{11} A(u) \right] A(u) \right|_{u=l} \} \vec{e}_1 \\ & + \int_{u=0}^l \left[a_{33} \dot{C}(u) + b_{33} C(u) \right] C(u) \} \vec{e}_3 du\end{aligned}\quad (5.38)$$

burada

$$a_{11} = \frac{4}{3} \rho R^3, b_{11} = \frac{1}{2} \rho C_D A_P \quad (5.39)$$

$$a_{33} = \rho \frac{\pi D^2}{4}, b_{33} = \frac{1}{2} \rho C_D A_P \quad (5.40)$$

a_{11}, a_{33} ek su kütlesi katsayılarını; b_{11}, b_{33} sönüm kuvveti katsayılarını, ρ su yoğunluğunu; C_D direnç katsayısını; A_P elemanın projeksiyon alanını; R elemanın yarıçapını; D elemanın çapını; ve l elemanın boyunu ifade etmektedir.

Denklem (5.38)'de elde ettiğimiz toplam hidrodinamik kuvveti ek su kütlesi ve sönüm kuvvetleri şeklinde iki ayrı terim olarak ifade edebiliriz.

$$\vec{F}_{(n)_a} = \left\{ \left[a_{11} \dot{A}(u) \right]_{u=0} + \left[a_{11} \dot{A}(u) \right]_{u=l} \right\} \vec{e}_1 + \int_{u=0}^l \left[a_{33} \dot{C}(u) \right] \vec{e}_3 du \quad (5.41)$$

$$\vec{F}_{(n)_d} = \left\{ \left[b_{11} A(u) \right]_{u=0} + \left[b_{11} A(u) \right]_{u=l} \right\} \vec{e}_1 + \int_{u=0}^l \left[b_{33} C(u) \right] \vec{e}_3 du \quad (5.42)$$

Denklem (5.41)'deki $\vec{F}_{(n)_a}$ toplam hidrodinamik ek su kütlesi kuvvetini ve Denklem (5.42)'deki $\vec{F}_{(n)_d}$ toplam hidrodinamik sönüm kuvvetini ifade etmektedir.

Hidrodinamik yükten dolayı oluşan moment, yapının eleman eksen takımına göre aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\vec{M}_{(n)} = \int_{u=0}^l \left\{ \vec{e}_1 \times \left[\left(a_{33} \dot{C}(u) + b_{33} C(u) \right) C(u) \right] \vec{e}_3 \right\} u du \quad (5.43)$$

Hidrodinamik yükten dolayı oluşan moment, yapının yapı eksen takımının orjinine göre aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\vec{M} = \sum_{n=1}^N \left(\vec{M}_{(n)} + \vec{r} \times \vec{F}_{(n)} \right) \quad (5.44)$$

Toplam hidrodinamik kuvvet ve momentler bileşenleri cinsinden elde edilebilir:

$$\vec{F} = - \left(\underbrace{a \vec{i}}_{\text{öteleme}} + \underbrace{b \vec{j}}_{\text{dalip çıkma}} \right) \quad (5.45)$$

$$\vec{M} = - \left(\underbrace{c \vec{k}}_{\text{ba ş kiç vurma}} \right) \quad (5.46)$$

burada

$$a = \sum_{n=1}^N [\alpha_{11} F_1 + \alpha_{13} F_3]_{(n)} \quad (5.47)$$

$$b = \sum_{n=1}^N [\alpha_{21} F_1 + \alpha_{23} F_3]_{(n)} \quad (5.48)$$

burada

$$\vec{F}_1 = \left\{ [a_{11} \dot{A}(u) + b_{11} A(u)]_{u=0} + [a_{11} \dot{A}(u) + b_{11} A(u)]_{u=l} \right\} \vec{e}_1 \quad (5.49)$$

$$\vec{F}_3 = \int_{u=0}^l [a_{33} \dot{C}(u) + b_{33} C(u)] C(u) du \quad (5.50)$$

Denklem (5.36) ve (5.37) kullanılarak hidrodinamik moment vektörü, bileşenleri cinsinden yazılabilir:

$$\vec{M}_2 = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (a_{33} \dot{C}(u) + b_{33} C(u)) C(u) \end{vmatrix} \quad (5.51)$$

$$\vec{M}_2 = - \int_{u=0}^l [a_{33} \dot{C}(u) + b_{33} C(u)] C(u) \vec{e}_2 u du \quad (5.52)$$

burada

$$c = \sum_{n=1}^N [\alpha_{32} M_2]_{(n)} \quad (5.53)$$

Yapı eksen takımına göre toplam hidrodinamik moment aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\vec{M} = - \sum_{n=1}^N \left(\int_{u=0}^l [a_{33} \dot{C}(u) + b_{33} C(u) C(u)] u du \right)_{(n)} \vec{k} \quad (5.54)$$

Denklem (5.54)'de geçen terimlerden ilki ek su kütlesi atalet momentini ve ikinci terim sönüm momentini ifade etmektedir. Bu terimleri açık olarak aşağıdaki şekilde gösterebiliriz.

$$\vec{M}_a = - \sum_{n=1}^N \left(\int_{u=0}^l [a_{33} \dot{C}(u)] u du \right)_{(n)} \vec{k} \quad (5.55)$$

gerekli terimleri yerine yazarsak ek su kütlesi atalet momentini aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$\vec{I}_{adm} = - \sum_{n=1}^N \left(\int_{u=0}^l [a_{33} \dot{\omega}_3 u (\alpha_{11} \alpha_{23} - \alpha_{21} \alpha_{13})] u du \right)_{(n)} \vec{k} \quad (5.56)$$

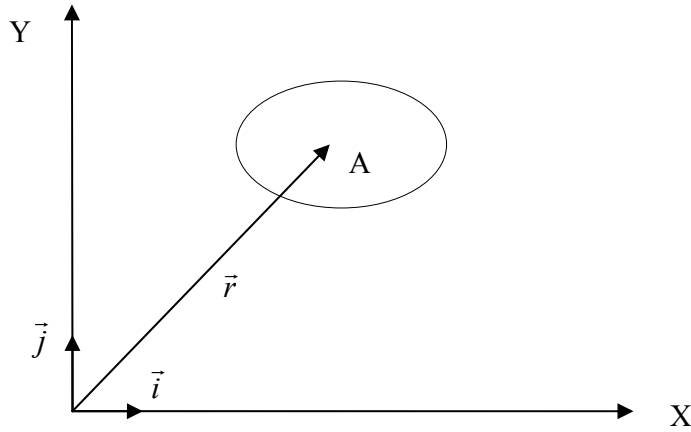
Benzer şekilde sönüm momenti için aynı yolu izleyerek aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$\vec{M}_d = - \sum_{n=1}^N \left(\int_{u=0}^l [b_{33} C(u) C(u)] u du \right)_{(n)} \vec{k} \quad (5.57)$$

gerekli terimleri yerine yazarsak sönüm momentini aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$B(\omega_3) = - \sum_{n=1}^N \left(\int_{u=0}^l [b_{33} \omega_3 u (\alpha_{11} \alpha_{23} - \alpha_{21} \alpha_{13})] \omega_3 u (\alpha_{11} \alpha_{23} - \alpha_{21} \alpha_{13}) u du \right)_{(n)} \vec{k} \quad (5.58)$$

5.3.2 Atalet Kuvvetleri ve Momentlerin Hesabı



Şekil 5.2 Atalet kuvvetinin hesabı için kullanılan koordinat sistemi

Atalet kuvvetleri ve momentler, Şekil 5.2’de görüldüğü gibi Newton’un ikinci yasasına göre, yapının mutlak ivmesi ve silindir bir elemanın $q dV$ olan kütlesi ile çarpımından elde edilir ve aşağıdaki denklemlerde de tanımlandığı gibi yazılabilir.

$$\vec{F} = M \vec{a}_G \quad (5.59)$$

$$\vec{M} = q \iiint_V \vec{r} \times \vec{u} dV \quad (5.60)$$

Denklem (5.59) ve Denklem (5.60)’da geçen terimlerden M yapının toplam kütesini, $\vec{a}_G$ yapının ağırlık merkezindeki ivme vektörünü, $\vec{u}$ n’nci kütle elemanının merkezindeki ivme vektörünü, r n’nci kütle elemanının dönme merkezinden olan yer vektörü ve q kütle yoğunluğu ifade etmektedir.

Toplam kuvvet vektörü, açısal ivme ve toplam kütle terimleri kullanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\vec{a}_G = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (5.61)$$

$$\vec{\omega} = \dot{\omega}_3 \vec{k} \quad (5.62)$$

$$\vec{r} = \vec{X} i + \vec{Y} j \quad (5.63)$$

Denklem (5.61)’de yazdığımız ifadeyi Denklem (5.59)’a yerleştirirsek, toplam kuvvet vektörü aşağıdaki hale dönüşür.

$$\vec{F} = M[(-\dot{\omega}_3 Y)\vec{i} + (\dot{\omega}_3 X)\vec{j}] \quad (5.64)$$

Denklem (5.60)'da geçen $\vec{u}$ terimi yerine $\vec{\omega} \times \vec{r}$ lineer ivme terimini yazarsak, rijid cismin ivmelenmesinden dolayı oluşan momenti aşağıdaki şekilde elde ederiz.

$$\vec{M} = q \iiint_V \{ [\dot{\omega}_3 (X^2 + Y^2)] \vec{k} \} dV \quad (5.65)$$

Kütle ve kütle atalet momenti aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$M = q \iiint_V dV \quad (5.66)$$

$$I_{zz} = q \iiint_V [(X^2 + Y^2)] dV \quad (5.67)$$

$$I_{xy} = -q \iiint_V (XY) dV \quad (5.68)$$

Denklem (5.64) ve Denklem (5.65)'de geçen ifadeler ile Denklem (5.66), Denklem (5.67) ve Denklem (5.68) kullanılarak matris formunda aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & -MY \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & MX \\ 0 & 0 & M & MY & -MX & 0 \\ 0 & 0 & MY & 0 & I_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & -MX & I_{yx} & 0 & 0 \\ -MY & MX & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\omega}_3 \end{Bmatrix} \quad (5.69)$$

Denklem (5.69)'u daha da basitleştirirsek toplam kuvvet ve moment vektörleri aşağıdaki hale dönüşür.

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 & -MY \\ 0 & M & MX \\ -MY & MX & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\omega}_3 \end{Bmatrix} \quad (5.70)$$

Silindirik elemanlardan oluşan yapılar için, her bir elemanın kütle atalet momenti değerleri önceden hesaplanabilir. $\frac{\zeta ap}{boy}$ oranı genellikle çok küçük olduğundan (çubuk model) yapının kütlesi aşağıdaki şekilde formüle edilebilir.

$$q \iiint_V dV = q \int_{u=0}^l \pi R^2 du \quad (5.71)$$

Yukarıdaki ifadelerde geçen X ve Y koordinatları aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} X &= u\alpha_{11} + X_1 \\ Y &= u\alpha_{21} + Y_1 \end{aligned} \quad (5.72)$$

Denklem (5.72)'i Denklem (5.67) ve Denklem (5.68)'de yerine yazarsak n'nci elemanın kütle atalet momenti aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$I_{ZZ} = m \left[\frac{1}{3} l^2 (\alpha_{11}^2 + \alpha_{21}^2) + l (X_1 \alpha_{11} + Y_1 \alpha_{21}) + X_1^2 + Y_1^2 \right] \quad (5.73)$$

$$I_{XY} = m \left[\frac{1}{3} l^2 \alpha_{11} \alpha_{21} + \frac{l}{2} (Y_1 \alpha_{11} + X_1 \alpha_{21}) + X_1 Y_1 \right] \quad (5.74)$$

Toplam kütle atalet momenti ise Denklem (5.75) kullanılarak aşağıdaki gibi özetlenebilir.

$$(I_{ZZ}, I_{XY}) = \sum_{n=1}^N (I_{ZZ}, I_{XY})^{(n)} \quad (5.75)$$

5.4 Lineer Olmayan Geri Getirme Momenti Hesabı

Yapının lineer olmayan geri getirme kuvveti aşağıdaki kuvvetlerin toplamından oluşur.

- Kaldırma kuvveti

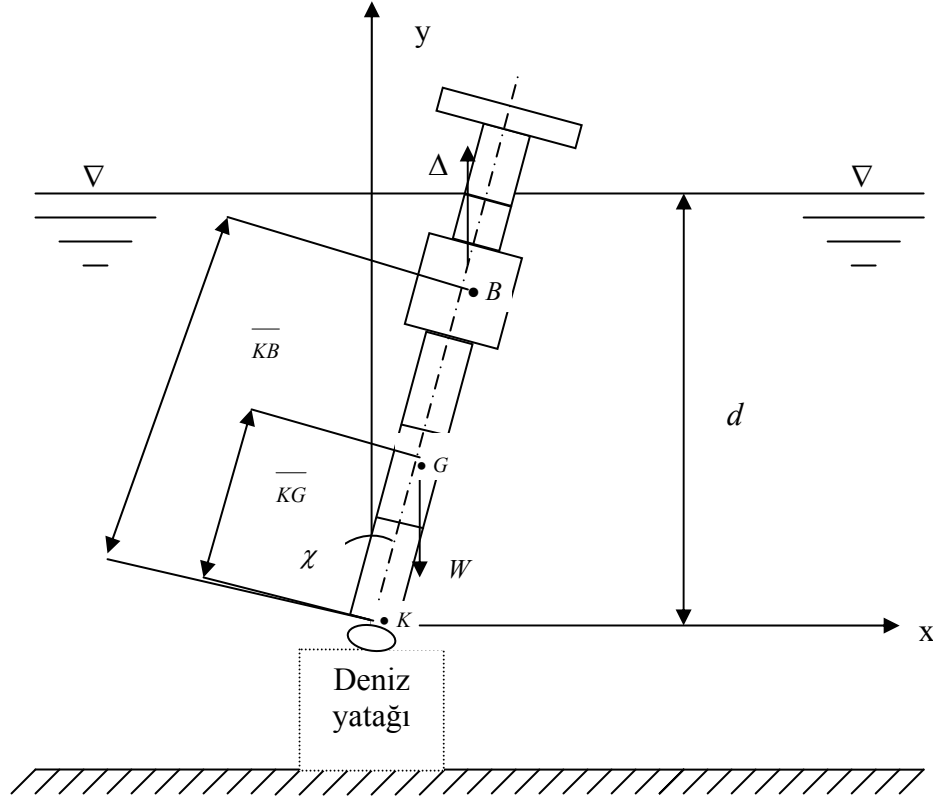
$$\Delta = \rho_s g \nabla \quad (5.76)$$

- Yapının χ açısı yaptığı zamandaki ek kaldırma kuvveti

$$\Delta_{ek} = \rho_{su} g A_0 d \frac{1 - \alpha_{21}}{\alpha_{21}} \quad (5.77)$$

- Ağırlık kuvveti

$$W = mg \quad (5.78)$$



Şekil 5.3 Mafsallı kulenin stabilitesi

Şekil 5.3'ü kullanarak geri getirme momenti aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$R = g(\Delta \cdot \overline{KB} + \Delta_{ek}d - W \cdot \overline{KG}) \quad (5.79)$$

Burada ρ_s su yoğunluğunu, g yerçekimi ivmesini, ∇ deplasman hacmini, Δ kaldırma kuvvetini, A_0 su hattı kesit alanını, d su derinliğini, Δ_{ek} ek kaldırma kuvvetini, $\overline{KB}$ hacim merkezini, m toplam ağırlığı, $\overline{KG}$ ağırlık merkezini, W ağırlık kuvvetini, χ mafsallı kulenin pitch (baş kık vurma) açısını göstermektedir.

Bu ifadeleri yapının geometrik şekline göre açarsak aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$\Delta = \rho_s \cdot \left(\sum_{i=1}^n A_i L_i \right) \quad (5.80)$$

$$A_i = \frac{\pi}{4} [D_i^2] \quad (5.81)$$

$$\overline{KB} = \rho_s \cdot \left(\sum_{i=1}^n \left(A_i L_i \left(\frac{L_i}{2} + (L_{i-1} + L_{i-2} + L_{i-3} + \dots + L_{i-n}) \right) \right) \right) / \Delta \quad (5.82)$$

Denklem (5.80)-(5.82)'de geçen terimlerden, A_i , i 'nci dairesel silindirik elemanın alanını, D_i i 'nci elemanın çapını, L_i i 'nci elemanın boyunu, ρ_s su yoğunluğunu, $\overline{KB}$ sephiye merkezini, Δ kaldırma kuvvetini ifade etmektedir. Buradaki n sayısı su altında kalan yapının eleman sayısına göre değişmektedir. Ayrıca, $L_0, L_{-1}, L_{-2}, L_{-3}, \dots, L_{-n} = 0$ terimleri sıfır olarak kabul edilmiştir.

$$W = W_{güv} + 2\pi\rho_m \left(\sum_{i=1}^m \frac{D_i}{2} L_i t_i \right) \quad (5.83)$$

$$\overline{KG} = \left(W_{güv} L_{güv} + 2\pi\rho_m \left(\sum_{i=1}^m \left(\frac{D_i}{2} L_i \left(\frac{L_i}{2} + (L_{i-1} + L_{i-2} + \dots + L_{-m}) \right) \right) \right) \right) / W \quad (5.84)$$

Burada; $W_{güv}$ güverte ağırlığını, $L_{güv}$ güvertenin mafsala olan uzaklığını, ρ_m kullanılan malzemenin yoğunluğunu, D_i i 'nci elemanın çapını, L_i i 'nci elemanın boyunu, t_i i 'nci elemanın et kalınlığını, W toplam ağırlığı, $\overline{KG}$ ağırlık merkezini, m toplam eleman sayısını ifade etmektedir. Ayrıca, $L_0, L_{-1}, L_{-2}, L_{-3}, \dots, L_{-m} = 0$ terimleri sıfır olarak kabul edilmiştir.

5.5 Ramp Fonksiyonları

Ramp fonksiyonu, dalga kuvvetlerinden dolayı yapının uzun süreli (tekrar eski konumuna gelme zamanı) hareketini daha çabuk yakınsamasına olanak verme amacıyla kullanılır. Ramp fonksiyonu simülasyonun başlangıcında belirli bir periyot için dış kuvvetle çarpılır. Bunun anlamı çevresel yüklerin ani etkisinden dolayı yapının uzun süreli hareketini daha çabuk yakınsamasını sağlamak için, dış kuvvet belirli bir periyot için kademeli olarak arttırılır. Hareket denklemlerinin zaman domenindeki çözümünü hızlı bir şekilde yakınsamasına olanak verdiği için Ramp fonksiyonuna başvurulur.

Ramp (slope) fonksiyonu kademeli olarak artan ve belirli bir periyottan sonra bir olan herhangi bir fonksiyon olabilir. Aşağıda da belirtildiği gibi en çok kullanılan iki tip Ramp fonksiyonu tanımlanmıştır [21].

5.5.1 Sinüsoidal Ramp Fonksiyonu

$$RAMP = \begin{cases} -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + \frac{1}{2} & t \leq \frac{T}{2} \\ 1 & t > \frac{T}{2} \end{cases} \quad (5.85)$$

Bu Ramp fonksiyonu yarım periyotta 1'e ulaşır. Bu yüzden bu fonksiyon herhangi bir zaman diliminde 1 olacak şekilde belirlenebilir. Denklem (5.85)'den daha esnek olan Eksponansiyel ramp fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

5.5.2 Eksponansiyel Ramp Fonksiyonu

$$RAMP = 1 - e^{-at^2} \quad (5.86)$$

burada

$$a = \ln(1000) \frac{1}{t_{hend}^2} \quad (5.87)$$

burada

$$t_{hend} = \frac{1}{n} t_{end} \quad (5.88)$$

Burada t_{end} simülasyonun sonunu, n tamsayıyı, t_{hend} ise Ramp fonksiyonunda kullanılan simülasyonun belirli bir başlangıç kısmını göstermektedir.

Nümerik çözüm için kullanılan Ramp fonksiyonundaki en önemli nokta ise fonksiyonun türevinin $t=0$ anında 0 olabilmesi ve fonksiyonun sonunda fonksiyonun devamsızlığını önlemek için kullanılır. Böylece, çözüm işlemi boyunca nümerik kararsızlıktan kaçınılır. Bu problemin çözümünde ramp fonksiyonu olarak Eksponansiyel Ramp Fonksiyonu kullanılmıştır.

5.6 Hareketin Lineer Olmayan Diferansiyel Denklemi ve Zaman Domenindeki Çözümü

Mafsallı kulenin hareket denkleminin bütün lineer olmayan terimlerini içeren genel hali aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(I_z + I_{adm})\dot{\omega}_3 + B(\omega_3) + g(\Delta \cdot \overline{KB} + \Delta_{ek}d - W \cdot \overline{KG})\alpha_{11} = M_T \quad (5.89)$$

Burada, I_z yapının z-eksenine göre toplam kütle atalet momentini, I_{adm} ek su kütlesi atalet momentini, $B(\omega_3)$ lineer olmayan sönüm momentini, Δ kaldırma kuvvetini, Δ_{ek} ek kaldırma kuvvetini, W ağırlık kuvvetini, $\overline{KB}$ hacim merkezini, $\overline{KG}$ ağırlık merkezini göstermektedir. M_T ise toplam dalga momentini göstermektedir.

Denklem (5.89)'da geçen $\dot{\omega}_3$ açısal ivme yerine $\ddot{\chi}$ ifadesini, ω_3 açısal hız yerine $\dot{\chi}$ ifadesini ve yerdeğiştirme ifadesi yerine χ terimlerini yazıp Denklem (5.89)'u yeniden düzenlersek aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$(I_z + I_{adm})\ddot{\chi} + B(\dot{\chi}) + g(\Delta \cdot \overline{KB} + \Delta_{ek}d - W \cdot \overline{KG})\sin \chi = M_T \quad (5.90)$$

Denklem (5.90) birinci dereceden lineer olmayan diferansiyel denklemdir. Bundan dolayı denklem sayısı ikidir. Eğer $\chi = \aleph_1$ ve $\dot{\chi} = \aleph_2$ yazarsak Denklem (5.90)'daki birinci dereceden lineer olmayan diferansiyel denklem sistemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{\aleph}_1 = \aleph_2 \quad (5.91)$$

$$\dot{\aleph}_2 = \frac{1}{(I_z + I_{adm})} [M_T - B(\aleph_2) + g(\Delta \cdot \overline{KB} + \Delta_{ek}d - W \cdot \overline{KG})\sin \aleph_1] \quad (5.92)$$

Başlangıç değer problemi olan bu ifade için başlangıç değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\left. \begin{array}{ll} \aleph_1 = 0 & t = 0 \\ \aleph_2 = 0 & t = 0 \end{array} \right\} \quad (5.93)$$

Bu sınır şartlarına göre lineer olmayan diferansiyel denklem Runge-Kutta-Verner beş ve altıncı mertbe metodu kullanılarak çözüme ulaşılmıştır.

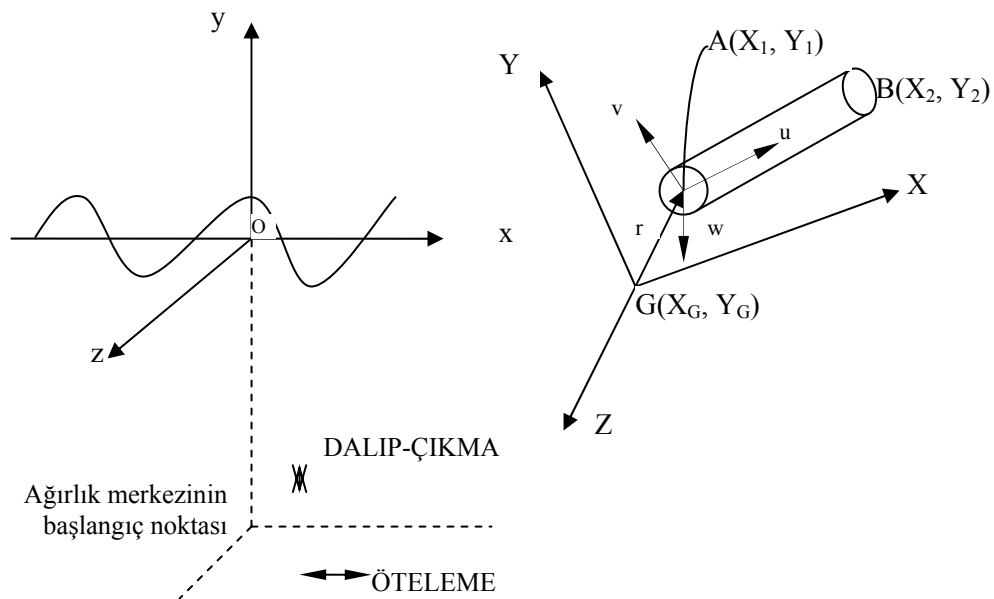
4. ZORLAYICI DALGA KUVVETİNİN HESABI

Bu çalışmada zorlayıcı dalga kuvvetinin hesabı yapılırken mafsallı kulanin lineer dalga teorisi altında çalıştığı farzedilmiştir. Bu klasik dalga teorisi Airy ve Laplace tarafından geliştirilmiştir.

4.1 Koordinat Sistemlerinin Tanımı

Dalga parçacıklarının hız, ivme ve basınç ifadeleri, dalga eksen takımı ($Oxyz$)'e göre tanımlanmıştır.

($GXYZ$) yapı koordinat sistemini, ($Auvw$) eleman koordinat sistemini temsil etmektedir. Bütün eksen takımları Şekil 4.1’de gösterilmiştir.[19]



Şekil 4.1 Zorlayıcı dalga kuvvetinin hesabı için kullanılan koordinat eksenleri

4.2 Dalga ve Akıntı Kinematığı

Hız, ivme ve basınç kuvvetlerini hesaplayabilmek için, Şekil 4.1’de tanımlanmış olan ($Oxyz$) eksen takımını, ($GXYZ$) eksen takımına dönüştürülür. Bu işlem için aşağıdaki dönüşüm matrisi kullanılır.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Burada X_G ve Y_G yapının başlangıç durumundaki ağırlık merkezi veya (*COG*) (center of gravity) koordinatlarını göstermektedir. β_{ij} dönüşüm matrisi katsayıları aşağıda açık olarak belirtilmiştir.

β_{11} = x ve X eksenleri arasındaki açının kosinüsü

β_{12} = x ve Y eksenleri arasındaki açının kosinüsü

β_{21} = y ve X eksenleri arasındaki açının kosinüsü

β_{22} = y ve Y eksenleri arasındaki açının kosinüsü

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= \cos X_6 \\ \beta_{12} &= -\sin X_6 \\ \beta_{21} &= \sin X_6 \\ \beta_{22} &= \cos X_6 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Denklem (4.1)'deki dönüşüm matrisi kullanılarak, dalga parçacığının hızı, ivmesi ve basınç denklemleri, yapı koordinat sistemine göre aşağıdaki şekilde yazılabilir.

Dalga parçacığının yatay hızı

$$u_{x,(s)} = 0.5H_w \omega e^{k(\beta_{21}X + \beta_{22}Y + Y_G)} \cos[k(\beta_{11}X + \beta_{12}Y + X_G) - \omega t] \quad (4.3)$$

Burada $k = \omega^2/g$ dalga sayısını, ω açısal dalga frekansını, H_w dalga yüksekliğini, alt indis (s) ise yapı koordinat sistemini ifade etmektedir.

Dalga parçacığının düşey hızı

$$u_{y,(s)} = 0.5H_w \omega e^{k(\beta_{21}X + \beta_{22}Y + Y_G)} \sin[k(\beta_{11}X + \beta_{12}Y + X_G) - \omega t] \quad (4.4)$$

Dalga parçacığının yatay ivmesi

$$\dot{u}_{x,(s)} = 0.5H_w \omega^2 e^{k(\beta_{21}X + \beta_{22}Y + Y_G)} \sin[k(\beta_{11}X + \beta_{12}Y + X_G) - \omega t] \quad (4.5)$$

Dalga parçacığının düşey ivmesi

$$\ddot{u}_{y,(s)} = -0.5H_w\omega^2 e^{k(\beta_{21}X + \beta_{22}Y + Y_G)} \cos[k(\beta_{11}X + \beta_{12}Y + X_G) - \omega t] \quad (4.6)$$

Dinamik basınç

$$p(s) = 0.5H_w\rho g e^{k(\beta_{21}X + \beta_{22}Y + Y_G)} \cos[k(\beta_{11}X + \beta_{12}Y + X_G) - \omega t] \quad (4.7)$$

Burada ρ su yoğunluğunu, and g yerçekimi ivmesini ifade etmektedir.

Yapıdaki herbir elemanın dalga kuvvetini ve momentini hesaplayabilmek ve yapı eksen takımına göre yazılan dalga parçacığının hızı, ivmesi ve basınç denklemlerini eleman eksen takımına dönüştürmek için aşağıdaki dönüşüm matrisi kullanılır.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & 0 & \alpha_{23} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Denklem (4.8)'de geçen α_{ij} dönüşüm matrisi katsayıları aşağıda açık olarak belirtilmiştir.

α_{11} = X ve u eksenleri arasındaki açının kosinüsü

α_{21} = Y ve u eksenleri arasındaki açının kosinüsü

α_{13} = X ve w eksenleri arasındaki açının kosinüsü

α_{23} = Y ve w eksenleri arasındaki açının kosinüsü

α_{32} = Z ve v eksenleri arasındaki açının kosinüsü

Doğrultman kosinüsleri ve birim vektörleri arasındaki ilişkileri gösteren ifadeler aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \vec{i} \cdot \vec{e}_1 & \alpha_{12} &= \vec{i} \cdot \vec{e}_2 & \alpha_{13} &= \vec{i} \cdot \vec{e}_3 \\ \alpha_{21} &= \vec{j} \cdot \vec{e}_1 & \alpha_{22} &= \vec{j} \cdot \vec{e}_2 & \alpha_{23} &= \vec{j} \cdot \vec{e}_3 \\ \alpha_{31} &= \vec{k} \cdot \vec{e}_1 & \alpha_{32} &= \vec{k} \cdot \vec{e}_2 & \alpha_{33} &= \vec{k} \cdot \vec{e}_3 \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.3 Dinamik Basınç Kuvvetinin Hesabı

Dalga yüzeyinden su derinliğine kadar değişen dinamik basınç kuvveti, Denklem (4.7)'de yapı koordinat sistemine göre verilmiştir. Bu koordinat sistemini, eleman koordinat sistemine dönüştürmek için Denklem (4.8)'de verilen dönüşüm matrisi kullanılır. Böylece her bir eleman üzerindeki dinamik basınç kuvveti hesaplanır. Burada yapının dalgaya olan etkisi ihmal edilmiştir.

$$p(m) = 0.5H_w \rho g e^{kB} \cos[kA - \omega t] \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} A &= \beta_{11}X + \beta_{12}Y + X_G \\ B &= \beta_{21}X + \beta_{22}Y + Y_G \end{aligned} \quad (4.11)$$

Eleman eksen takımına göre toplam basınç kuvveti, aşağıdaki integrasyon denklemi kullanılarak hesaplanabilir.

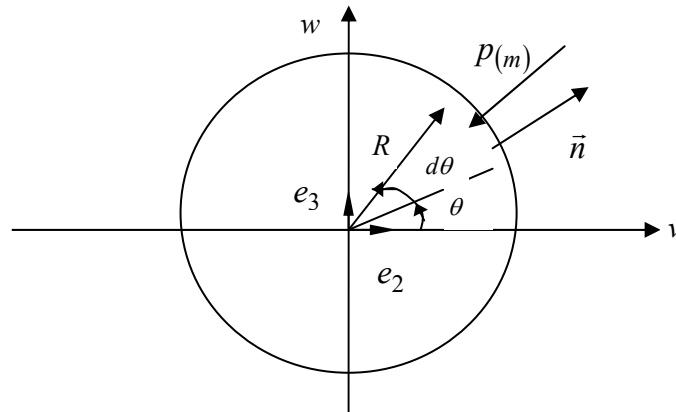
$$\overrightarrow{FP}_{i(m)} = - \int_{u=0}^l \int_{\theta=0}^{2\pi} (p(m)R \cos \theta d\theta du \vec{e}_2 + p(m)R \sin \theta d\theta du \vec{e}_3) \quad (4.12)$$

Burada alt indis (m) eleman eksen takımını ifade etmektedir.

$$dS = R d\theta du \quad (4.13)$$

$\vec{n}$ yüzeye göre normal, pozitif dış doğru birim vektörü ifade etmektedir.

$$\vec{n} = \cos \theta \vec{e}_2 + \sin \theta \vec{e}_3 \quad (4.14)$$



Şekil 4.2 Dairesel silindir üzerindeki basınç ifadesi

$\vec{FP}_{i,(m)}$ terimi aşağıdaki şekilde de yazılabilir.

$$\vec{FP}_{i,(m)} = - \int_S p(m) \vec{n} dS \quad (4.15)$$

Gauss'un ıraksama teoremi kullanılarak, $\vec{FP}_{i,(m)}$ yüzey integrasyon hali, hacim integrasyonu şekline dönüştürülür.

$$\vec{FP}_{i,(m)} = - \int_S p(m) \vec{n} dS = - \iiint_V \vec{\nabla} p(m) dV \quad (4.16)$$

Burada V , kapalı yüzey S tarafından sınırlanan hacmi ifade etmektedir.

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial u} \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial v} \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial w} \vec{e}_3 \quad (4.17)$$

w eksenini yönündeki basınç kuvveti bileşeni hacim integrasyon formuna göre aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\vec{FP}_{w,(m)} = - \iiint_V \int \frac{\partial}{\partial w} p(m) dV \vec{e}_3 \quad (4.18)$$

$$\vec{FP}_{w,(m)} = - \iiint_V \int \frac{\partial}{\partial w} \left[0.5 H_w \rho g e^{kB} \cos(kA - \omega t) \right] dV \vec{e}_3 \quad (4.19)$$

$$dV = r d\theta dr du$$

$$v = r \cos \theta \quad (4.20)$$

$$w = r \sin \theta$$

Denklem (4.8)'deki dönüşüm matrisi kullanılarak yukarıdaki denklemlerde geçen X ve Y terimleri yerine aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$\begin{aligned} X &= \alpha_{11}u + \alpha_{13}(r \sin \theta) + X_1 \\ Y &= \alpha_{21}u + \alpha_{23}(r \sin \theta) + Y_1 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Küçük çaplı dairelerde $(D/\lambda) < 0.2$, $kv \ll 1$ ve $kw \ll 1$ terimleri birden çok küçüktür. Bu yüzden kv ve kw terimleri ihmal edilerek, Denklem (4.19) ifadesi basitleştirilmiş bir halde aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{FP}_{w_{i,(m)}} = & -0.5H_w\omega^2\rho \\ & \int_{u=0}^l \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} \left[Ce^{kB} \cos(kA - \alpha) - De^{kB} \sin(kA - \alpha) \right] r d\theta dr du \vec{e}_3\end{aligned}\quad (4.22)$$

$$\begin{aligned}C &= \beta_{21}\alpha_{13} + \beta_{22}\alpha_{23} \\ D &= \beta_{11}\alpha_{13} + \beta_{12}\alpha_{23}\end{aligned}\quad (4.23)$$

Denklem (4.22)'deki sırasıyla r ve θ integrasyonları yapılarak , w doğrultasındaki basınç kuvveti aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{FP}_{w_{i,(m)}} = & -0.5H_w\rho\omega^2\pi R^2 \\ & \int_{u=0}^l \left[Ce^{kE} \cos(kF - \omega t) - De^{kE} \sin(kF - \omega t) \right] du \vec{e}_3\end{aligned}\quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}E &= \beta_{21}(\alpha_{11}u + X_1) + \beta_{22}(\alpha_{21}u + Y_1) + Y_G \\ F &= \beta_{11}(\alpha_{11}u + X_1) + \beta_{12}(\alpha_{21}u + Y_1) + X_G\end{aligned}\quad (4.25)$$

Her bir dairesel silindir yapının alt ve üstündeki basınç kuvvetleri aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$FP_{u_{i,(m)}} = \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} p(m) r dr d\theta \quad (4.26)$$

Dinamik basınç değişimi, dairesel silindir yapının çapı boyunca sabit olduğu farzedilerek, Denklem (4.27) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$FP_{u_{i,(m)}} = 0.5H_w\rho g\pi R^2 e^{kB} \cos[kA - \omega t] \quad (4.27)$$

Dairesel silindir yapının altındaki basınç kuvveti aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\overrightarrow{FP}_{u=0_{i,(m)}} = 0.5H_w\rho g\pi R^2 e^{kI} \cos(kJ - \omega t) \vec{e}_1 \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned}I &= \beta_{21}X_1 + \beta_{22}Y_1 + Y_G \\ J &= \beta_{11}X_1 + \beta_{12}Y_1 + X_G\end{aligned}\quad (4.29)$$

Benzer şekilde, dairesel silindir yapının üstündeki basınç kuvveti aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\overrightarrow{FP}_{u=l_{i,(m)}} = -0.5H_w \rho g \pi R^2 e^{kK} \cos(kL - \omega t) \vec{e}_1 \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} K &= \beta_{21}(\alpha_{11}l + X_1) + \beta_{22}(\alpha_{21}l + Y_1) + Y_G \\ J &= \beta_{11}(\alpha_{11}l + X_1) + \beta_{12}(\alpha_{21}l + Y_1) + X_G \end{aligned} \quad (4.31)$$

Her bir eleman üzerindeki toplam basınç kuvvetleri, yapı ve eleman eksen takımlarına göre aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\overrightarrow{FP}_{i,(m)} = FP_{w_{i,(m)}} \vec{e}_3 + (FP_{u=0_{i,(m)}} - FP_{u=l_{i,(m)}}) \vec{e}_1 \quad (4.32)$$

$$\overrightarrow{FP}_{i,(s)} = (\overrightarrow{FP}_{i,(m)} \vec{i}) \vec{i} + (\overrightarrow{FP}_{i,(m)} \vec{j}) \vec{j} \quad (4.33)$$

Doğrultman kosinüsleride kullanılarak yukarıda çıkartılan ifadeler basınç denklemleri için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{FP}_{i,(s)} &= \left[FP_{w_{i,(m)}} \alpha_{13} + \underbrace{(FP_{u=0_{i,(m)}} - FP_{u=l_{i,(m)}})}_{\text{öteleme kuvvet bileşeni}} \alpha_{11} \right] \vec{i} \\ &+ \left[FP_{w_{i,(m)}} \alpha_{23} + \underbrace{(FP_{u=0_{i,(m)}} - FP_{u=l_{i,(m)}})}_{\text{dalıp çıkma kuvvet bileşeni}} \alpha_{21} \right] \vec{j} \end{aligned} \quad (4.34)$$

Toplam kuvvet bileşenleri dalga eksen takımına göre, öteleme ve dalıp çıkma kuvvet bileşenlerini aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\overrightarrow{FP}_{i,(w)} = (\overrightarrow{FP}_{i,(s)} \vec{i}') \vec{i}' + (\overrightarrow{FP}_{i,(s)} \vec{j}') \vec{j}' \quad (4.35)$$

ya da

$$\begin{aligned} FP_{i,(w)} &= \left\{ \left[FP_{w_{i,(m)}} \alpha_{13} + (FP_{u=0_{i,(m)}} - FP_{u=l_{i,(m)}}) \alpha_{11} \right] \beta_{11} \right. \\ &+ \left. \left[FP_{w_{i,(m)}} \alpha_{23} + (FP_{u=0_{i,(m)}} - FP_{u=l_{i,(m)}}) \alpha_{21} \right] \beta_{12} \right\} \text{öteleme} \\ &+ \left\{ \left[FP_{w_{i,(m)}} \alpha_{13} + (FP_{u=0_{i,(m)}} - FP_{u=l_{i,(m)}}) \alpha_{11} \right] \beta_{21} \right. \\ &+ \left. \left[FP_{w_{i,(m)}} \alpha_{23} + (FP_{u=0_{i,(m)}} - FP_{u=l_{i,(m)}}) \alpha_{21} \right] \beta_{22} \right\} \text{dalıp çıkma} \end{aligned} \quad (4.36)$$

4.4 İvme Kuvvetinin Hesabı

Dalga parçacığının yatay ve düşey ivme bileşenleri yapı eksen takımına göre Denklem (4.5) ve Denklem (4.6)'da verilmiştir. Bu ifadeleri eleman eksen takımına göre yazarsak aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$\dot{u}_{x,(m)} = 0.5H_w\omega^2 e^{kE} \sin[kF - \omega t] \quad (4.37)$$

$$\dot{u}_{y,(m)} = -0.5H_w\omega^2 e^{kE} \cos[kF - \omega t] \quad (4.38)$$

Denklem (4.37) ve Denklem (4.38)'de yazdığımız ifadeleri dalga eksen takımına göre ifade etmek için aşağıdaki verilen iki eksen arasındaki dönüşümden faydalanılır.

$$\begin{aligned} \dot{u}_{X,(m)}^x &= \dot{u}_{x,(m)} \cos(x, X) & \cos(x, X) &= \beta_{11} \\ \dot{u}_{Y,(m)}^x &= \dot{u}_{x,(m)} \cos(x, Y) & \cos(x, Y) &= \beta_{12} \\ \dot{u}_{X,(m)}^y &= \dot{u}_{y,(m)} \cos(y, X) & \cos(y, X) &= \beta_{21} \\ \dot{u}_{Y,(m)}^y &= \dot{u}_{y,(m)} \cos(y, Y) & \cos(y, Y) &= \beta_{22} \end{aligned} \quad (4.39)$$

Eleman koordinat takımının w eksen yönündeki ivme kuvvetini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\overrightarrow{FA}_{w_{i,(m)}} = k_{33}\rho \left[\begin{aligned} &\left(\iiint_V (\dot{u}_{X,(m)}^x + \dot{u}_{X,(m)}^y) \cos(w, X) dV \right) \\ &+ \left(\iiint_V (\dot{u}_{Y,(m)}^x + \dot{u}_{Y,(m)}^y) \cos(w, Y) dV \right) \end{aligned} \right] \vec{e}_3 \quad (4.40)$$

Denklem (4.39)'dan elde ettiğimiz ifadeleri, $dV = \pi R^2 du$ ve $k_{33} = 1$ eşitliklerini Denklem (4.40)'da yerine yazarsak, Denklem (4.40) aşağıdaki hale dönüşür.

$$\overrightarrow{FA}_{w_{i,(m)}} = \rho \pi R^2 \int_{u=0}^l \left[(\dot{u}_{x,(m)} \beta_{11} + \dot{u}_{y,(m)} \beta_{21}) \alpha_{13} + (\dot{u}_{x,(m)} \beta_{12} + \dot{u}_{y,(m)} \beta_{22}) \alpha_{23} \right] \vec{e}_3 \quad (4.41)$$

Sırasıyla Denklem (4.37) ve Denklem (4.38)'de verilen dalga parçacığının yatay $\dot{u}_{x,(m)}$ ve düşey $\dot{u}_{y,(m)}$ ivmelerini Denklem (4.41)'de yerine koyarsak, w eksen yönündeki dairesel silindir elemanın ivme kuvvetini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{FA}_{w_{i,(m)}} &= \rho \pi R^2 0.5 H_w \omega^2 \\ &\int_{u=0}^l e^{kE} \left\{ \begin{aligned} &[\sin(kF - \omega t) \beta_{11} - \cos(kF - \omega t) \beta_{21}] \alpha_{13} \\ &+ [\sin(kF - \omega t) \beta_{12} - \cos(kF - \omega t) \beta_{22}] \alpha_{23} \end{aligned} \right\} du \vec{e}_3 \end{aligned} \quad (4.42)$$

Dairesel silindir elemanın üst yüzeyindeki ivme kuvveti aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\overrightarrow{FA}_{u=0_{i,(m)}} = k_{11}\rho \left[\begin{array}{l} \left(\iiint_V \left(\dot{u}_{X,(m)}^x + \dot{u}_{X,(m)}^y \right) \cos(u, X) dV \right) \\ + \left(\iiint_V \left(\dot{u}_{Y,(m)}^x + \dot{u}_{Y,(m)}^y \right) \cos(u, Y) dV \right) \end{array} \right] \bar{e}_1 \quad (4.43)$$

Denklem (4.37) ve Denklem (4.38)'de bulduğumuz ifadeleri Denklem (4.43)'de yerine koyarsak aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$\overrightarrow{FA}_{u=0_{i,(m)}} = k_{11} 0.5 H_w \omega^2 e^{kJ} \left\{ \begin{array}{l} [\sin(kJ - \omega t)\beta_{11} - \cos(kJ - \omega t)\beta_{21}] \alpha_{11} \\ + [\sin(kJ - \omega t)\beta_{12} - \cos(kJ - \omega t)\beta_{22}] \alpha_{21} \end{array} \right\} \bar{e}_1 \quad (4.44)$$

$$\overrightarrow{FA}_{u=l_{i,(m)}} = k_{11} 0.5 H_w \omega^2 e^{kK} \left\{ \begin{array}{l} [\sin(kL - \omega t)\beta_{11} - \cos(kL - \omega t)\beta_{21}] \alpha_{11} \\ + [\sin(kL - \omega t)\beta_{12} - \cos(kL - \omega t)\beta_{22}] \alpha_{21} \end{array} \right\} \bar{e}_1 \quad (4.45)$$

$$k_{11} = \frac{4}{3} \rho R^3 \quad (4.46)$$

4.5 Direnç Kuvvetinin Hesabı

Dalga parçacığının yatay ve düşey hız bileşenleri yapı eksen takımına göre Denklem (4.3) ve Denklem (4.4)'de verilmiştir. Bu ifadeleri eleman eksen takımına göre yazarsak aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$u_{x,(m)} = 0.5 H_w \omega e^{kE} \cos[kF - \omega t] \quad (4.47)$$

$$u_{y,(m)} = 0.5 H_w \omega e^{kE} \sin[kF - \omega t] \quad (4.48)$$

Denklem (4.47) ve Denklem (4.48)'de yazdığımız ifadeleri dalga eksen takımına göre ifade etmek için aşağıdaki verilen iki eksen arasındaki dönüşümden faydalanılır.

$$\begin{aligned}
u_{X,(m)}^x &= u_{x,(m)} \cos(x, X) & \cos(x, X) &= \beta_{11} \\
u_{Y,(m)}^x &= u_{x,(m)} \cos(x, Y) & \cos(x, Y) &= \beta_{12} \\
u_{X,(m)}^y &= u_{y,(m)} \cos(y, X) & \cos(y, X) &= \beta_{21} \\
u_{Y,(m)}^y &= u_{y,(m)} \cos(y, Y) & \cos(y, Y) &= \beta_{22}
\end{aligned} \tag{4.49}$$

Eleman koordinat takımının w eksenini yönündeki direnç kuvvetini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{FV}_{w_{i,(m)}} &= \frac{1}{2} \rho C_D D \int_{u=0}^l \left[\left(u_{X,(m)}^x + u_{X,(m)}^y \right) \cos(w, X) + \left(u_{Y,(m)}^x + u_{Y,(m)}^y \right) \cos(w, Y) \right] \\
&\quad \left[\left(u_{X,(m)}^x + u_{X,(m)}^y \right) \cos(w, X) + \left(u_{Y,(m)}^x + u_{Y,(m)}^y \right) \cos(w, Y) \right] du \vec{e}_3
\end{aligned} \tag{4.50}$$

Burada C_D direnç katsayısı, D elemanın çapını ifade etmektedir. Denklem (4.49)'da bulduğumuz ifadeleri Denklem (4.50)'de yerleştirirsek, w eksenini yönündeki her bir eleman için viskoz direnç kuvvetini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{FV}_{w_{i,(m)}} &= \frac{1}{2} \rho C_D D (0.5 H_w \omega)^2 \\
&\quad \int_{u=0}^l e^{2kE} \left\{ \left[\cos(kF - \omega t) \beta_{11} + \sin(kF - \omega t) \beta_{21} \right] \alpha_{13} \right. \\
&\quad \left. + \left[\cos(kF - \omega t) \beta_{12} + \sin(kF - \omega t) \beta_{22} \right] \alpha_{23} \right\} \\
&\quad \left| \left\{ \left[\cos(kF - \omega t) \beta_{11} + \sin(kF - \omega t) \beta_{21} \right] \alpha_{13} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left[\cos(kF - \omega t) \beta_{12} + \sin(kF - \omega t) \beta_{22} \right] \alpha_{23} \right\} \right| du \vec{e}_3
\end{aligned} \tag{4.51}$$

4.6 Akıntı Kuvvetinin Hesabı

Direnç kuvvetinin hesabında akıntı kuvvetinin etkisini hesaplarken, Denklem (4.47)'de verilen dalga parçacığının yatay hız bileşenine V_x akıntı hızı eklenir. Bu ilave hızdan dolayı w doğrultusundaki direnç kuvveti aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$u_{x,(m)} = 0.5 H_w \omega e^{kE} \cos[kF - \omega t] + V_x \tag{4.52}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{FV}_{w_{i,(m)}} = & \frac{1}{2} \rho C_D D \int_{u=0}^l \left[(u_{x,(m)} + V_x) \beta_{11} + u_{y,(m)} \beta_{21} \right] \alpha_{13} \\ & + \left[(u_{x,(m)} + V_x) \beta_{12} + u_{y,(m)} \beta_{22} \right] \alpha_{23} \\ & \left| \begin{array}{l} \left[(u_{x,(m)} + V_x) \beta_{11} + u_{y,(m)} \beta_{21} \right] \alpha_{13} \\ + \left[(u_{x,(m)} + V_x) \beta_{12} + u_{y,(m)} \beta_{22} \right] \alpha_{23} \end{array} \right| du \vec{e}_3 \end{aligned} \quad (4.53)$$

4.7 Toplam Dalga Kuvvetinin Hesabı

Dinamik basınç kuvveti, ivme kuvveti ve direnç kuvvetinden oluşan toplam dalga kuvveti sabit eksen takımına göre aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{FT}_{i,(s)} = & \sum_{i=1}^m \left[\underset{\text{öteleme kuvvet bileşeni}}{FT_{w_{i,(m)}} \alpha_{13} + FT_{u_{i,(m)}} \alpha_{11}} \right] \vec{i} \\ & + \sum_{i=1}^m \left[\underset{\text{dalip cikma kuvvet bileşeni}}{FT_{w_{i,(m)}} \alpha_{23} + FT_{u_{i,(m)}} \alpha_{21}} \right] \vec{j} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Denklem (4.54) dalga eksen takımına göre ifade edilirse, mafsallı kule üzerindeki toplam dalga kuvvetinin hesabı aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\overrightarrow{FT}(w) = \left(\overrightarrow{FT}(s) \vec{i}' \right) \vec{i}' + \left(\overrightarrow{FT}(s) \vec{j}' \right) \vec{j}' \quad (4.55)$$

ya da toplam kuvvet dalga referans sistemine göre aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{FT}_{i,(w)} = & \sum_{i=1}^m \left\langle \begin{array}{l} \left[FT_{w_{i,(m)}} \alpha_{13} + FT_{u_{i,(m)}} \alpha_{11} \right] \beta_{11} \\ + \left[FT_{w_{i,(m)}} \alpha_{23} + FT_{u_{i,(m)}} \alpha_{21} \right] \beta_{12} \end{array} \right\} \vec{i}' \Bigg\} \text{öteleme} \\ & + \left\langle \begin{array}{l} \left[FT_{w_{i,(m)}} \alpha_{13} + FT_{u_{i,(m)}} \alpha_{11} \right] \beta_{21} \\ + \left[FT_{w_{i,(m)}} \alpha_{23} + FT_{u_{i,(m)}} \alpha_{21} \right] \beta_{22} \end{array} \right\} \vec{j}' \Bigg\} \text{dalip cikma} \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} FT_{w_{i,(m)}} &= FP_{w_{i,(m)}} + FA_{w_{i,(m)}} + FV_{w_{i,(m)}} \\ FT_{u_{i,(m)}} &= FP_{u=0_{i,(m)}} + FP_{u=l_{i,(m)}} + FA_{u=0_{i,(m)}} + FA_{u=l_{i,(m)}} \end{aligned} \quad (4.57)$$

4.8 Toplam Dalga Momentinin Hesabı

Eğer herbir elemanı eleman eksen takımına göre ifade etmeye çalışırsak, dalga kuvvetlerinden dolayı oluşan momentler, eleman eksen takımının orijini A'ya göre aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\vec{m}_{A_i} = \int_{u=0}^l \left[u \vec{e}_1 \times \frac{d}{du} (FT_{w_{i,(m)}} \vec{e}_3) \right] du \quad (4.58)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{du} (FT_{w_{i,(m)}}) \end{vmatrix} = - \left(\frac{d}{du} FT_{w_{i,(m)}} \right) u \vec{e}_2 \quad (4.59)$$

Gerekli işlemleri yaparsak Denklem (4.58) aşağıdaki hale dönüşür.

$$\vec{m}_{A_i} = - \int_{u=0}^l \frac{d}{du} (FT_{w_{i,(m)}}) u du \vec{e}_2 \quad (4.60)$$

Yapı koordinat sisteminin orijinine göre toplam moment, moment kuralı da kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\vec{m}_{G_i} = \vec{m}_{A_i} + \vec{r} \times (FT_{w_{i,(m)}} \vec{e}_3 + FT_{u_{i,(m)}} \vec{e}_1) \quad (4.61)$$

$$\vec{r} = \overrightarrow{GA} = X_1 \vec{i} + Y_1 \vec{j} \quad (4.62)$$

$\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ ve $\vec{e}_3$ birim vektörleri Denklem (4.9)'da tanımlanmıştır.

Mafsallı kule üzerine etkiyen toplam moment aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^m \vec{m}_{G_i} \quad (4.63)$$

Ayrıca mafsallı kule üzerine etkiyen toplam moment vektörünün bileşenleri cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\vec{M} = \begin{matrix} c\vec{k} \\ \text{baş-kıç vurma} \quad \text{momenti} \end{matrix} \quad (4.64)$$

Denklem (4.60)'ın ikinci terimi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\vec{r} \times \overrightarrow{FT} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X_1 & Y_1 & 0 \\ FT_{w_{i,(m)}} \alpha_{13} + FT_{u_{i,(m)}} \alpha_{11} & FT_{w_{i,(m)}} \alpha_{23} + FT_{u_{i,(m)}} \alpha_{21} & 0 \end{vmatrix} \quad (4.65)$$

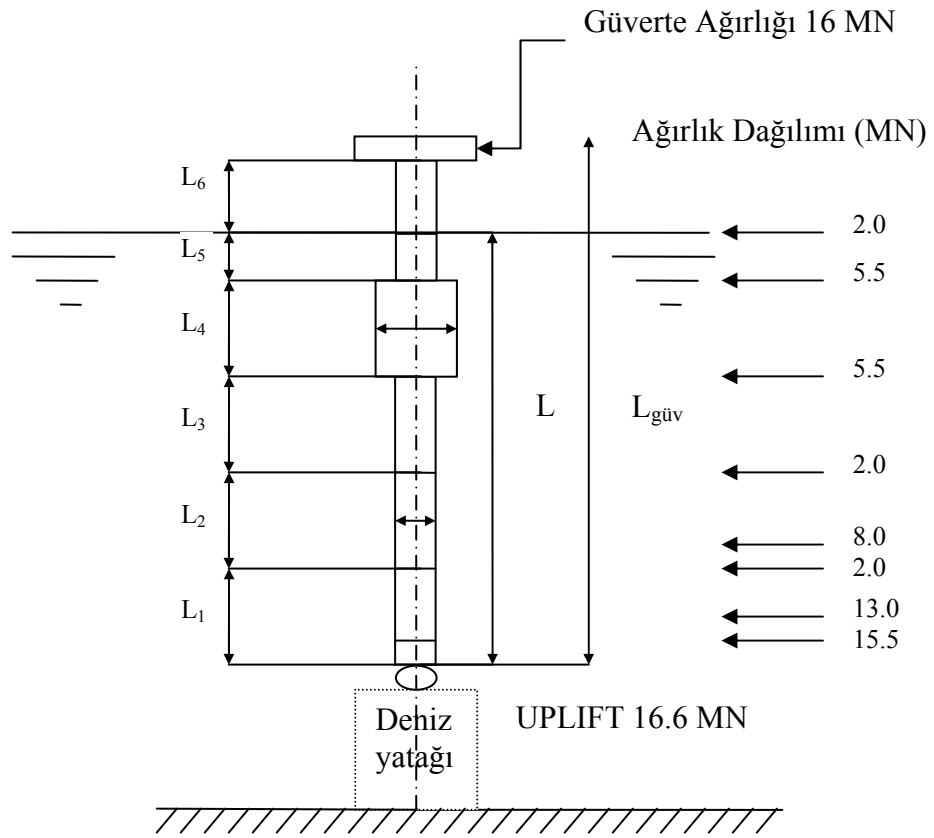
Tek bileşenden oluşan toplam moment aşağıdaki şekilde yazılabilir.

Baş-kıç vurma moment bileşeni

$$c = \sum_{i=1}^m \left[\left(\int_{u=0}^l \frac{d}{du} \left(-\alpha_{32} FT_{w_{i,(m)}} \right) du \right) + FT_{u_{i,(m)}} (X_1 \alpha_{21} - Y_1 \alpha_{11}) \right. \\ \left. + FT_{w_{i,(m)}} (X_1 \alpha_{23} - Y_1 \alpha_{13}) \right] \quad (4.66)$$

7. PROGRAMIN UYGULAMALARI VE PARAMETRİK ÇALIŞMALAR

Hazırlanan bilgisayar programı [13] no'lu kaynakta verilen yapı için çalıştırılmıştır. Şekil 7.1'de boyutları ve ağırlık dağılımı verilen bu yapı 180 m. derinlikte petrol dolum tesisi olarak dizayn edilmiştir.



Şekil 7.1 Örnek alınan mafsallı kulenin boyutları ve ağırlık dağılımı [13]

Tablo 7.1 Örnek alınan mafsallı kulenin boyutları

i	0	1	2	3	4	5	6
$L_i(m)$	0	30	60	90	120	135	155
$D_i(m)$	0	10.7	10.7	10.7	13.7	10.7	10.7
$t_i(m)$	0	0.540	0.460	0.350	0.320	0.300	0.300

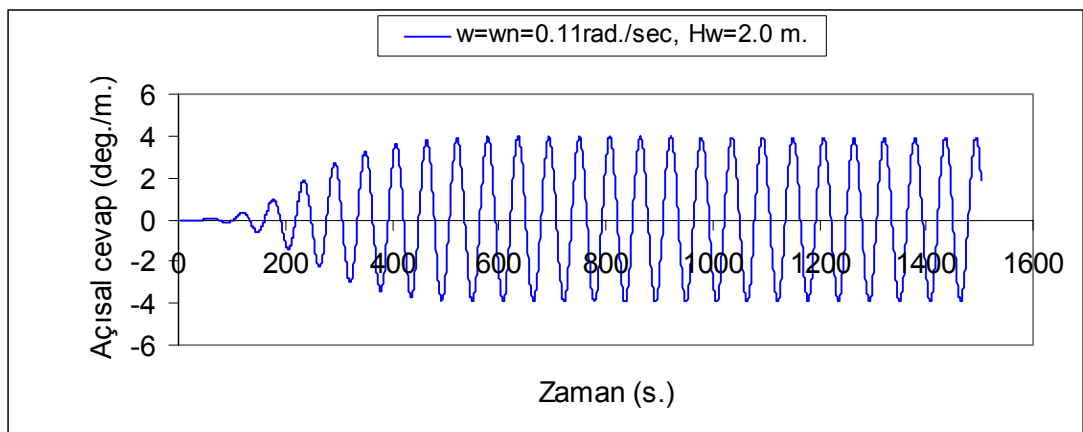
Burada i eleman sayısını, L_i i'nci elemanın u doğrultusundaki boyunun koordinatlarını, D_i i'nci elemanın çapını, t_i i'nci elemanın et kalınlığını göstermektedir.

Şekil 7.1'de örnek alınan mafsallı kulenin şematik hali gösterilmiştir. Şekil 7.2, Şekil 7.3, Şekil 7.4'de çeşitli frekanslarda zaman domeni simulasyon programında elde edilen sonuçlar grafik halinde verilmiştir. Ayrıca Ek B'de Şekil 7.4'de elde edilen değerler için program çıkış örneği verilmiştir.

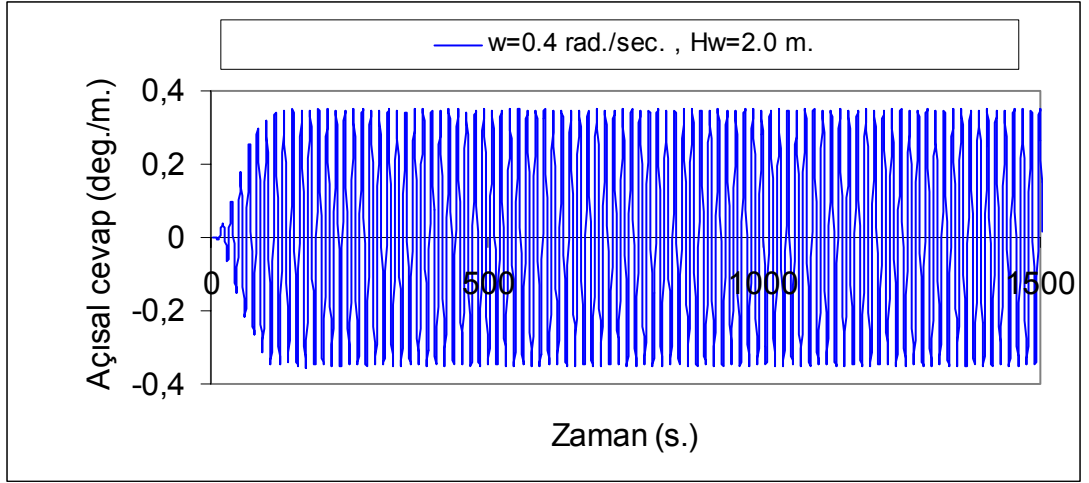
Nümerik stabilite problemlerinden kaçınmak için, zorlayıcı kuvvet 50 ile 250 s. arasında ramp fonksiyonu kullanılarak üstel şekilde arttırılmıştır. Simulasyon zamanı, yüksek frekanslar için (0.4-1.0 rad./s) 250 s.'lik zaman diliminde, düşük frekanslar için (0.06-0.3 rad./s) 1500 s.'lik zaman dilimi olarak alınmıştır.

Hareket denkleminin zaman domeni simulasyonundan elde edilen sonuçlar ile frekans domeninde elde edilen sonuçlar Şekil 7.5'de karşılaştırılmıştır. Ayrıca bu grafikte Helvacıoğlu [6] elde ettiği sonuçlar verilmiştir. Hem zaman domeninde hem de frekans domeninde hesaplanan açısal cevap değerleri oldukça iyi sonuçlar vermiştir. Bununla birlikte, doğal frekans bölgesinde açısal cevap değerleri frekans domeninde elde edilen açısal cevap değerlerinden daha düşük çıkmıştır.

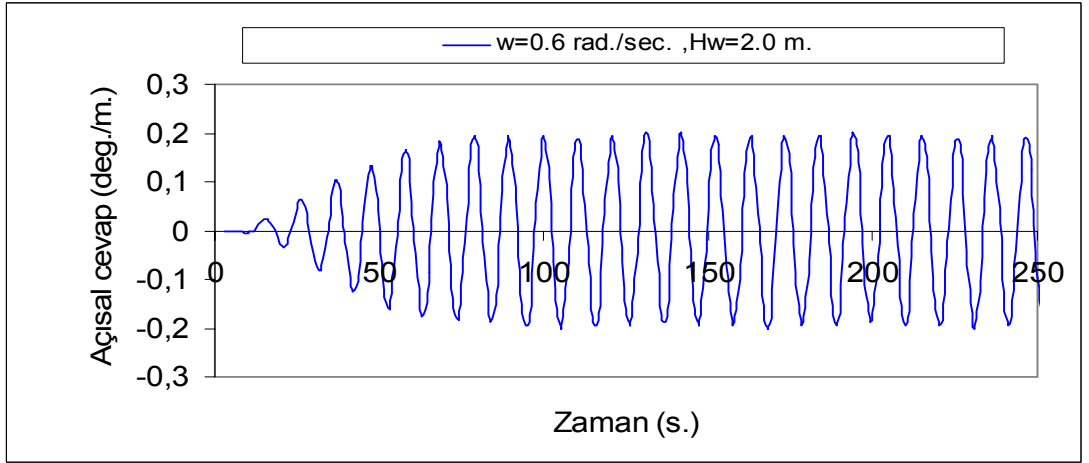
İki farklı dalga yüksekliğine göre kulenin herhangi bir andaki hareketini incelemek için zaman domeni simulasyonundan elde edilen sonuçlar Şekil 7.6'daki grafikte gösterilmiştir. Sonuçlar dalga genliğine göre normalize edilmiştir.



Şekil 7.2 $w=wn=0.11$ rad./s., $H_w=2$ m için, ilk 100 s. boyunca ramp fonksiyonu uygulanmış mafsallı kule hareket simulasyonu



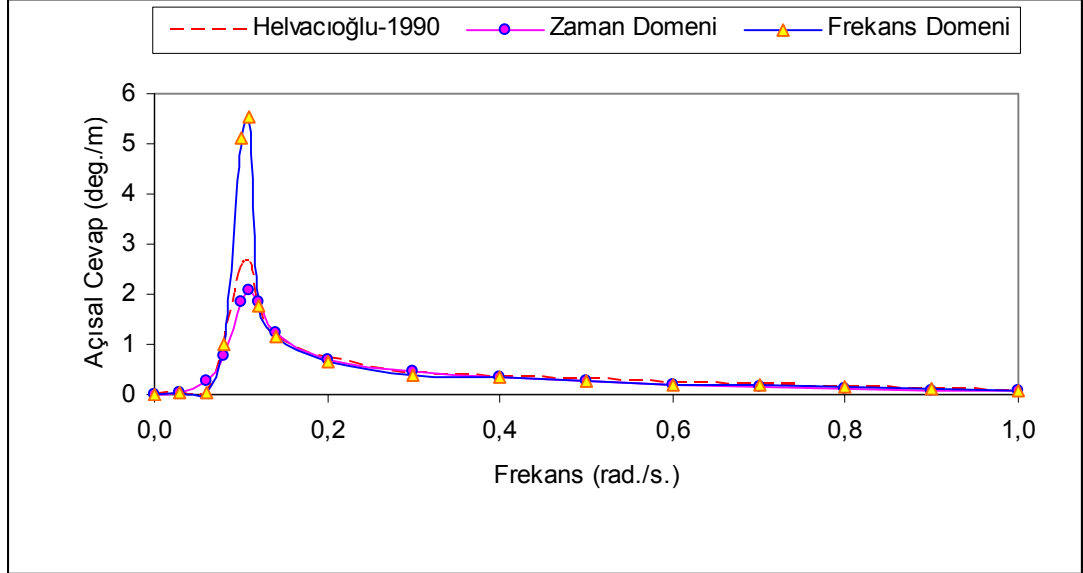
Şekil 7.3 $w=0.4$ rad./s., $H_w=2$ m için, ilk 100 s. boyunca ramp fonksiyonu uygulanmış mafsalı kule hareket simülasyonu



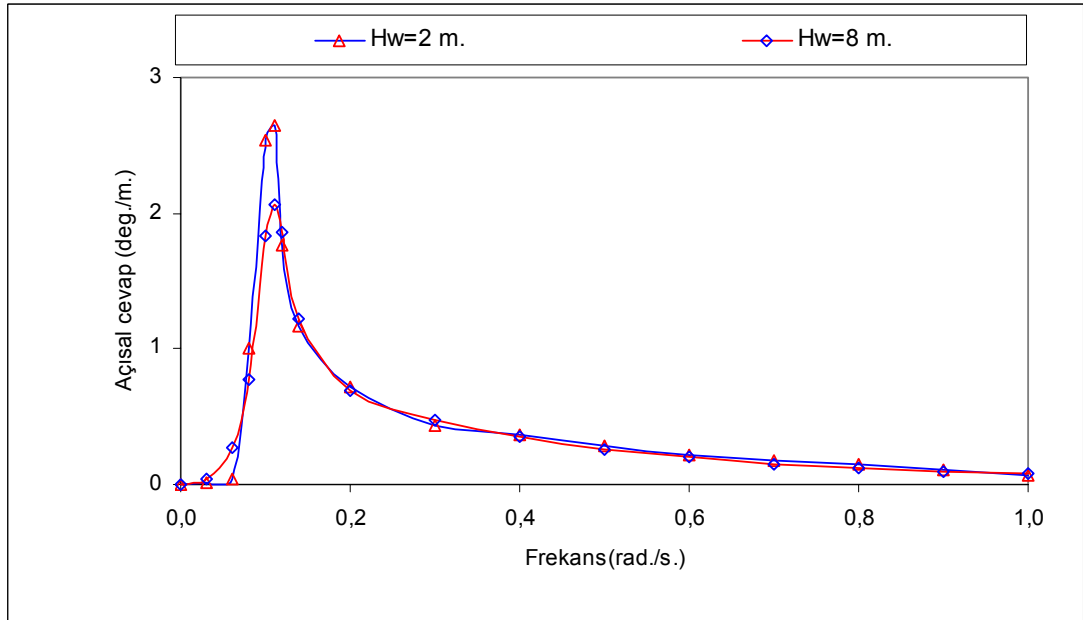
Şekil 7.4 $w=0.6$ rad./s., $H_w=2$ m için, ilk 100 s. boyunca ramp fonksiyonu uygulanmış mafsalı kule hareket simülasyonu

Şekil 7.7’de direnç katsayısı C_D ’nin değişiminin mafsalı kulenin açıs al cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m. için) incelenmeye çalışılmıştır.

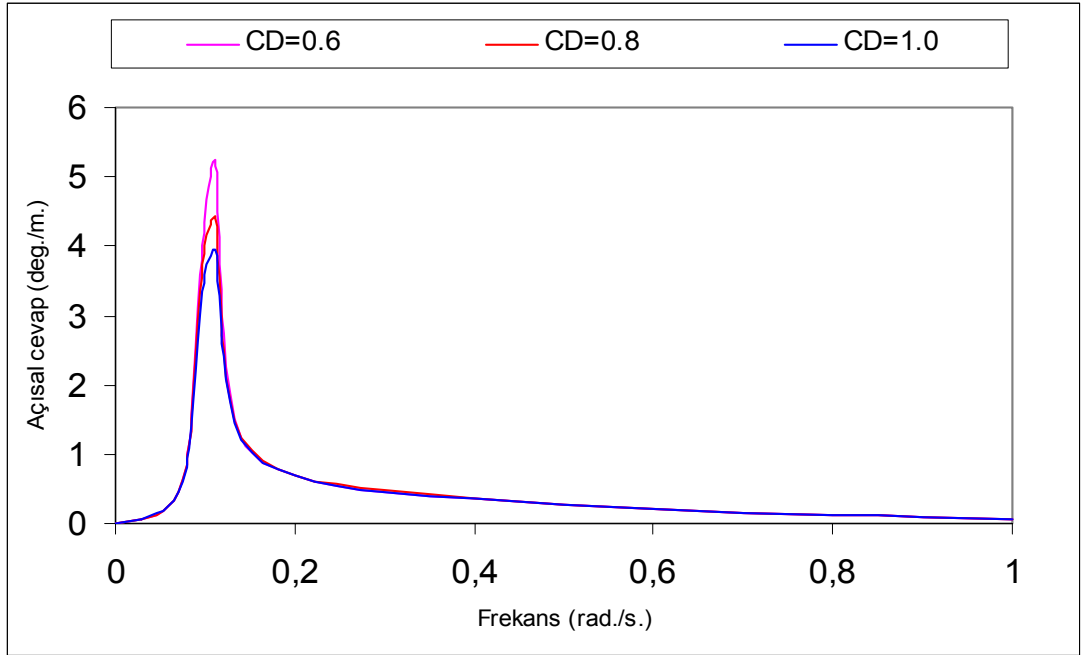
Şekil 7.8’de zorlayıcı dalga kuvveti altında sırasıyla I,B,R’nin lineerleştirilmesi sonucunda mafsalı kulenin açıs al cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m. için) incelenmiştir. Burada lineer olmayan hareket denkleminde sırasıyla toplam kütle atalet momenti (I), sönüm momenti (B) ve geri getirme momenti (R) lineerleştirilme sonucunda elde edilen değerleri hareket denkleminde yerine konularak , lineer olmayan değerlerle elde edilen açıs al cevapların ne kadar değiştiği araştırılmıştır.



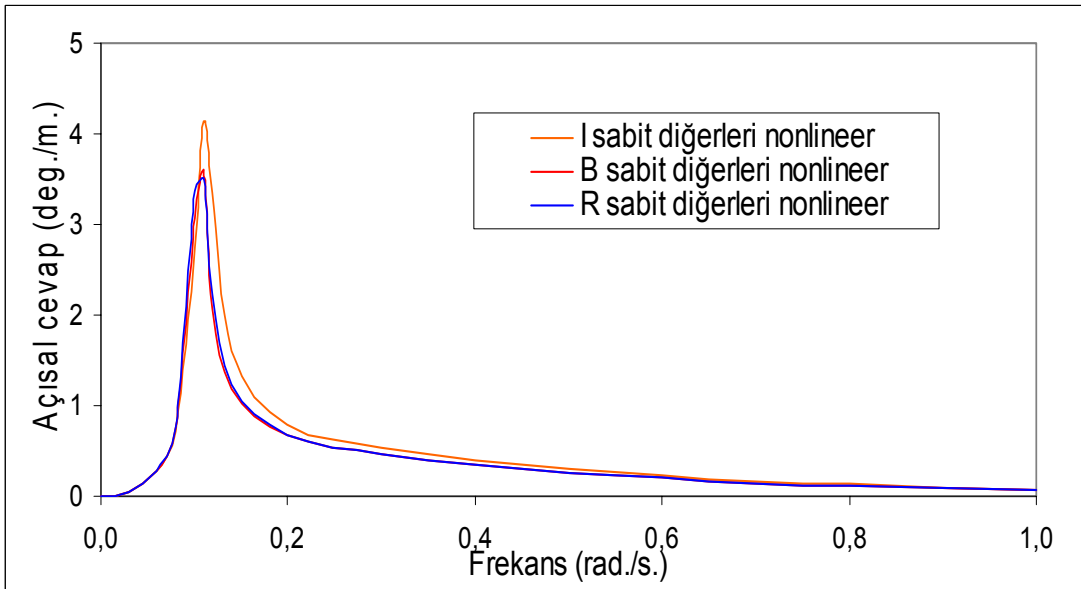
Şekil 7.5 Zaman domeninde ve frekans domeninde elde edilen açısal cevap değerlerinin karşılaştırılması ($H_w=2$ m)



Şekil 7.6 Dalga yüksekliğinin mafsallı kulenin açısal cevap değerlerine etkisi

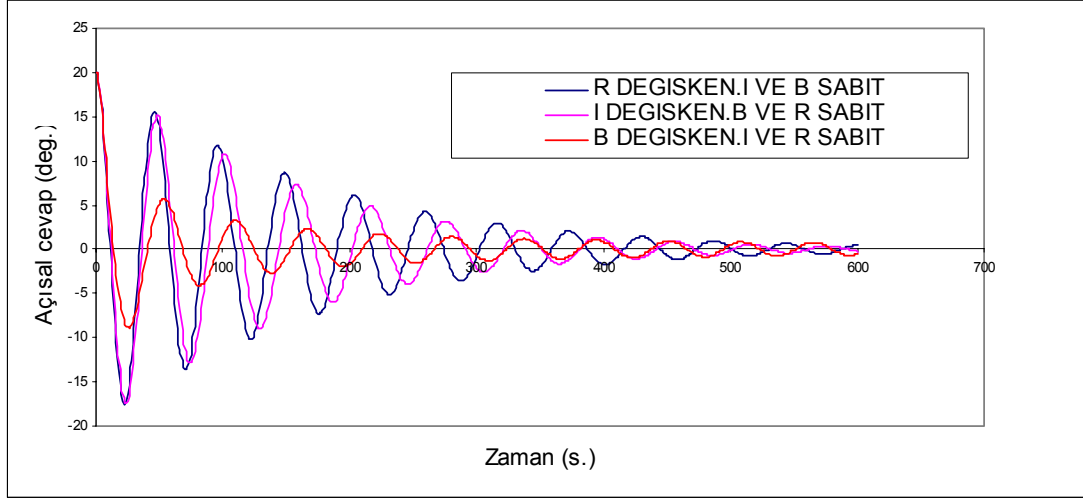


Şekil 7.7 Direnç katsayısı (C_D) değişiminin mafsallı kulenin açısal cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m)



Şekil 7.8 Zorlayıcı dalga kuvveti altında sırasıyla I,B,R'nin lineerleştirilmesi sonucunda mafsallı kulenin açısal cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m)

Şekil 7.9’da zorlanmamış hareket altında sırasıyla I,B,R’nin lineer olmayan durumları sonucunda mafsallı kulenin açısal cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m. için) incelenmiştir. Burada başlangıç değeri $\chi = 20^\circ$ alınmış yani kule $\chi = 20^\circ$ yatırılmış ve harekete bırakılmıştır.



Şekil 7.9 Zorlanmamış hareket ve $\chi = 20^\circ$ başlangıç şartı altında sırasıyla I,B,R’nin lineer olmayan durumları sonucunda kulenin açısal cevap değerlerine etkisi ($H_w=2$ m)

8. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada mafsallı kule tipi açık deniz yapısının lineer olmayan hidrodinamik kuvvetler ve dış yük olarak yalnızca lineer olmayan dalga kuvveti altında hareketin lineer olmayan diferansiyel denklemi türetilmiş ve diferansiyel denklem zaman domeninde çözülmüştür.

Bu amaçla bir bilgisayar programı yapılmış ve [13] no'lu kaynakta verilen mafsallı kule için uygulanmıştır. Elde edilen sonuçların kaynakta verilenlerle çok yakın olduğu görülmüştür.

Daha sonra lineer olmayan diferansiyel denklem lineerleştirilerek frekans domeninde çözülmüştür. Burada elde edilen sonuçlarla zaman domeninde elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır ve yakın sonuçlar elde edilmiştir. Bununla birlikte, doğal frekans bölgesinde açısız cevap değerleri frekans domeninde elde edilen açısız cevap değerlerinden daha düşük çıkmıştır. Ayrıca iki farklı dalga yüksekliğine göre kulenin herhangi bir andaki hareketide incelenmiştir. Dalga yüksekliğindeki artış doğal frekans bölgesinde ilave sönüm momenti ortaya çıkartmıştır.

Direnç katsayısı C_D 'nin değişimi (0.6~1.0) arasındaki değerleri için incelenmiştir. Mafsallı kule bu duruma düşük C_D değerlerinde yüksek açısız cevap, yüksek C_D değerlerinde düşük açısız cevapla karşılık vermiştir.

Bundan sonraki çalışmalarda bilgisayar programı daha da geliştirilerek zaman domeninde her bir t anında kesme kuvveti ve eğilme momenti hesaplanabilir. Ayrıca yalnızca tek serbestlik derecesi için değil iki veya daha fazla serbestlik derecesi için hareket simülasyonu araştırma konusu olabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Adrezin R., Bar-Avi P., Benaroya, H.**, 1996. Dynamic response of Compliant Offshore Structures-Review, *J Aerospace ENG.* 9(4), 114-131.
- [2] **Randall, Robert E.**, 1997. Elements of ocean engineering, Society of naval architects and marine engineers, Jerse city, New Jersey
- [3] **Helvacioğlu, İ. H.**, 1985. Articulated tower tipi açık deniz yapısı için optimum boyut seçimi, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [4] **Nagamani K. and Ganapathy C.**, 1996. Finite element analysis of nonlinear dynamic response of articulated towers, *Computer Structure* 59(2), 213-223.
- [5] **Nagamani K. and Ganapathy C.**, 2000. The dynamic response of a three-leg articulated tower, *Ocean Engineering* 27(2000), 1455-1471.
- [6] **Helvacioğlu, İ. H.**, 1990. Dynamic analysis of coupled articulated tower and floating production systems, *PhD Thesis*, University of Glasgow, Glasgow.
- [7] **Keskinel, F., Özbek T.**, 1996. Mühendisler için mekanik, statik, Birsen yayınevi, İstanbul
- [8] **Aköz, A. Y.**, 2000. Mühendisler için mekanik, dinamik, Beta basım A. Ş., İstanbul.
- [9] **Shelley, Joseph F.**, 1980. Engineering mechanics, dynamics., McGraw-Hill, New York
- [10] **Hibbeler, R C.**, 1989. Engineering mechanics : dynamics., Macmillan, New York
- [11] **Riley, William F., Sturges, Leroy D.**, 1993. Engineering mechanics: dynamics., John Wiley, New York
- [12] **Riley, William F., Sturges, Leroy D.**, 1993. Engineering mechanics, statik., John Wiley, New York

- [13] **Snowden, D. P., Warren, J. G. and Bury, M. R. C.**, 1985. The development of hydrodynamic analysis for articulated column-based floating production systems, *Inter Conf. On behaviour of off-shore structures*, BOSS'85, Amsterdam, pp. 545-556.
- [14] **Shore Protection Manual Volume II**. 1984. Coastal Engineering research center department of the army, waterways experiment station corps of engineers.
- [15] **Özdeğer A. ve Özdeğer, N.**, 1996. Çözümlü Yüksek Matematik Problemleri, İ.T.Ü Fen-Edebiyat Fakültesi, Kuşak Ofset, İstanbul.
- [16] **Şuhubi, S. Erdoğan.**, 1988. Rijid Cisimler Dinamiği, İ.T.Ü Fen-Edebiyat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [17] **Sükan, L. M.**, 1985. Açık Deniz Yapılarının Hidrodinamiği, İ.T.Ü Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi Ofset Baskı Atölyesi, İstanbul.
- [18] **Clauss G., Lehmann E., Østergaard C.**, 1992. Offshore Structures Volume I, Conceptual Design and Hydromechanics, Springer-Verlag, New York.
- [19] **Söylemez, M.**, 1996. A general method for calculating hydrodynamic forces, *Ocean ENG.* 23(5), 423-445.
- [20] **Söylemez, M.**, 1999. A general method for calculating hydrodynamic and body forces due to rigid body motions of a structure, *Yıllık rapor*, İstanbul
- [21] **Söylemez, M.**, 1990. Motion response simulation of damaged floating platforms, *PhD Thesis*, University of Glasgow, Glasgow.
- [22] **Parmaksızoğlu, C. ve Tunç, M.**, 1999. Fortran 90 & 95, Beta basım A. Ş., İstanbul.
- [23] **Brooks, David R.**, 1997. Problem solving with Fortran 90 : for scientists and engineers, Springer, New York

Ek B PROGRAM ÇIKIŞ ÖRNEĞİ (w=0.6 rad./s. ve H_w=2 m.)

ISTEP	TIME	PITCH DISP.	PITCH VEL.
0	0.0000	0.0000	0.0000
1	1.0000	0.0000	0.0000
2	2.0000	0.0000	0.0000
3	3.0000	0.0000	0.0000
4	4.0000	0.0000	0.0000
5	5.0000	0.0000	0.0000
6	6.0000	-0.0001	0.0000
7	7.0000	-0.0001	0.0000
8	8.0000	0.0000	0.0000
9	9.0000	0.0000	0.0001
10	10.0000	0.0002	0.0001
11	11.0000	0.0003	0.0001
12	12.0000	0.0004	0.0001
13	13.0000	0.0004	0.0000
14	14.0000	0.0003	-0.0002
15	15.0000	0.0001	-0.0003
16	16.0000	-0.0002	-0.0003
17	17.0000	-0.0005	-0.0002
18	18.0000	-0.0006	0.0000
19	19.0000	-0.0005	0.0002
20	20.0000	-0.0001	0.0004
21	21.0000	0.0003	0.0005
22	22.0000	0.0008	0.0004
23	23.0000	0.0011	0.0001
24	24.0000	0.0010	-0.0002
25	25.0000	0.0006	-0.0006
26	26.0000	-0.0001	-0.0007
27	27.0000	-0.0008	-0.0007
28	28.0000	-0.0013	-0.0003
29	29.0000	-0.0014	0.0002
30	30.0000	-0.0010	0.0006
31	31.0000	-0.0002	0.0009
32	32.0000	0.0008	0.0009
33	33.0000	0.0015	0.0005
34	34.0000	0.0018	-0.0001
35	35.0000	0.0014	-0.0007
36	36.0000	0.0005	-0.0011
37	37.0000	-0.0007	-0.0012
38	38.0000	-0.0017	-0.0008
39	39.0000	-0.0022	-0.0002
40	40.0000	-0.0020	0.0006
41	41.0000	-0.0011	0.0012
42	42.0000	0.0003	0.0014
43	43.0000	0.0015	0.0011
44	44.0000	0.0023	0.0004
45	45.0000	0.0023	-0.0005
46	46.0000	0.0014	-0.0012
47	47.0000	0.0000	-0.0016
48	48.0000	-0.0015	-0.0014
49	49.0000	-0.0026	-0.0007
50	50.0000	-0.0028	0.0003
51	51.0000	-0.0020	0.0012
52	52.0000	-0.0006	0.0017
53	53.0000	0.0011	0.0016
54	54.0000	0.0024	0.0010
55	55.0000	0.0029	0.0000
56	56.0000	0.0024	-0.0010
57	57.0000	0.0010	-0.0017
58	58.0000	-0.0008	-0.0018
59	59.0000	-0.0024	-0.0012
60	60.0000	-0.0031	-0.0002
61	61.0000	-0.0028	0.0009
62	62.0000	-0.0015	0.0017
63	63.0000	0.0004	0.0019
64	64.0000	0.0021	0.0015
65	65.0000	0.0032	0.0005
66	66.0000	0.0031	-0.0006
67	67.0000	0.0020	-0.0016
68	68.0000	0.0002	-0.0020
69	69.0000	-0.0017	-0.0017
70	70.0000	-0.0030	-0.0008
71	71.0000	-0.0032	0.0004

72	72.0000	-0.0023	0.0014
73	73.0000	-0.0005	0.0020
74	74.0000	0.0014	0.0018
75	75.0000	0.0029	0.0011
76	76.0000	0.0034	-0.0001
77	77.0000	0.0028	-0.0012
78	78.0000	0.0012	-0.0019
79	79.0000	-0.0009	-0.0020
80	80.0000	-0.0025	-0.0013
81	81.0000	-0.0033	-0.0002
82	82.0000	-0.0029	0.0010
83	83.0000	-0.0015	0.0018
84	84.0000	0.0005	0.0020
85	85.0000	0.0023	0.0015
86	86.0000	0.0034	0.0005
87	87.0000	0.0032	-0.0007
88	88.0000	0.0020	-0.0017
89	89.0000	0.0001	-0.0021
90	90.0000	-0.0019	-0.0017
91	91.0000	-0.0032	-0.0008
92	92.0000	-0.0034	0.0004
93	93.0000	-0.0024	0.0015
94	94.0000	-0.0006	0.0020
95	95.0000	0.0014	0.0019
96	96.0000	0.0029	0.0010
97	97.0000	0.0034	-0.0002
98	98.0000	0.0026	-0.0013
99	99.0000	0.0009	-0.0020
100	100.0000	-0.0011	-0.0020
101	101.0000	-0.0028	-0.0013
102	102.0000	-0.0035	-0.0001
103	103.0000	-0.0031	0.0010
104	104.0000	-0.0016	0.0019
105	105.0000	0.0005	0.0021
106	106.0000	0.0023	0.0015
107	107.0000	0.0033	0.0004
108	108.0000	0.0031	-0.0008
109	109.0000	0.0018	-0.0017
110	110.0000	-0.0001	-0.0021
111	111.0000	-0.0021	-0.0017
112	112.0000	-0.0033	-0.0007
113	113.0000	-0.0034	0.0005
114	114.0000	-0.0023	0.0016
115	115.0000	-0.0005	0.0021
116	116.0000	0.0016	0.0019
117	117.0000	0.0030	0.0010
118	118.0000	0.0034	-0.0002
119	119.0000	0.0026	-0.0013
120	120.0000	0.0009	-0.0020
121	121.0000	-0.0011	-0.0020
122	122.0000	-0.0028	-0.0012
123	123.0000	-0.0034	-0.0001
124	124.0000	-0.0029	0.0011
125	125.0000	-0.0013	0.0019
126	126.0000	0.0007	0.0020
127	127.0000	0.0025	0.0015
128	128.0000	0.0035	0.0004
129	129.0000	0.0032	-0.0008
130	130.0000	0.0019	-0.0018
131	131.0000	-0.0001	-0.0021
132	132.0000	-0.0020	-0.0017
133	133.0000	-0.0032	-0.0006
134	134.0000	-0.0033	0.0006
135	135.0000	-0.0021	0.0016
136	136.0000	-0.0002	0.0021
137	137.0000	0.0018	0.0018
138	138.0000	0.0032	0.0009
139	139.0000	0.0035	-0.0003
140	140.0000	0.0026	-0.0014
141	141.0000	0.0009	-0.0020
142	142.0000	-0.0012	-0.0019
143	143.0000	-0.0028	-0.0012
144	144.0000	-0.0034	0.0000
145	145.0000	-0.0028	0.0012
146	146.0000	-0.0012	0.0019
147	147.0000	0.0008	0.0020
148	148.0000	0.0026	0.0014

149	149.0000	0.0034	0.0003
150	150.0000	0.0031	-0.0009
151	151.0000	0.0017	-0.0018
152	152.0000	-0.0003	-0.0021
153	153.0000	-0.0022	-0.0016
154	154.0000	-0.0034	-0.0006
155	155.0000	-0.0033	0.0006
156	156.0000	-0.0022	0.0016
157	157.0000	-0.0002	0.0021
158	158.0000	0.0017	0.0018
159	159.0000	0.0031	0.0009
160	160.0000	0.0033	-0.0004
161	161.0000	0.0024	-0.0015
162	162.0000	0.0006	-0.0020
163	163.0000	-0.0014	-0.0019
164	164.0000	-0.0030	-0.0011
165	165.0000	-0.0035	0.0001
166	166.0000	-0.0029	0.0012
167	167.0000	-0.0012	0.0020
168	168.0000	0.0008	0.0020
169	169.0000	0.0026	0.0014
170	170.0000	0.0034	0.0002
171	171.0000	0.0030	-0.0010
172	172.0000	0.0015	-0.0018
173	173.0000	-0.0005	-0.0021
174	174.0000	-0.0023	-0.0016
175	175.0000	-0.0034	-0.0005
176	176.0000	-0.0033	0.0007
177	177.0000	-0.0020	0.0017
178	178.0000	-0.0001	0.0021
179	179.0000	0.0019	0.0017
180	180.0000	0.0032	0.0008
181	181.0000	0.0034	-0.0004
182	182.0000	0.0024	-0.0015
183	183.0000	0.0006	-0.0020
184	184.0000	-0.0014	-0.0019
185	185.0000	-0.0030	-0.0011
186	186.0000	-0.0034	0.0001
187	187.0000	-0.0027	0.0013
188	188.0000	-0.0010	0.0020
189	189.0000	0.0011	0.0020
190	190.0000	0.0028	0.0013
191	191.0000	0.0035	0.0002
192	192.0000	0.0031	-0.0010
193	193.0000	0.0016	-0.0019
194	194.0000	-0.0005	-0.0021
195	195.0000	-0.0023	-0.0015
196	196.0000	-0.0033	-0.0004
197	197.0000	-0.0032	0.0008
198	198.0000	-0.0019	0.0017
199	199.0000	0.0001	0.0021
200	200.0000	0.0020	0.0017
201	201.0000	0.0033	0.0007
202	202.0000	0.0034	-0.0005
203	203.0000	0.0024	-0.0016
204	204.0000	0.0005	-0.0021
205	205.0000	-0.0015	-0.0019
206	206.0000	-0.0030	-0.0010
207	207.0000	-0.0034	0.0002
208	208.0000	-0.0026	0.0013
209	209.0000	-0.0009	0.0020
210	210.0000	0.0011	0.0020
211	211.0000	0.0028	0.0012
212	212.0000	0.0034	0.0001
213	213.0000	0.0029	-0.0011
214	214.0000	0.0014	-0.0019
215	215.0000	-0.0007	-0.0020
216	216.0000	-0.0025	-0.0015
217	217.0000	-0.0035	-0.0004
218	218.0000	-0.0032	0.0008
219	219.0000	-0.0019	0.0018
220	220.0000	0.0001	0.0021
221	221.0000	0.0020	0.0017
222	222.0000	0.0032	0.0007
223	223.0000	0.0033	-0.0006
224	224.0000	0.0022	-0.0016
225	225.0000	0.0003	-0.0021

226	226.0000	-0.0017	-0.0018
227	227.0000	-0.0032	-0.0009
228	228.0000	-0.0035	0.0003
229	229.0000	-0.0026	0.0014
230	230.0000	-0.0009	0.0020
231	231.0000	0.0012	0.0019
232	232.0000	0.0028	0.0012
233	233.0000	0.0034	0.0000
234	234.0000	0.0028	-0.0012
235	235.0000	0.0012	-0.0019
236	236.0000	-0.0008	-0.0020
237	237.0000	-0.0026	-0.0014
238	238.0000	-0.0034	-0.0003
239	239.0000	-0.0031	0.0009
240	240.0000	-0.0017	0.0018
241	241.0000	0.0003	0.0021
242	242.0000	0.0022	0.0016
243	243.0000	0.0033	0.0006
244	244.0000	0.0033	-0.0006
245	245.0000	0.0022	-0.0016
246	246.0000	0.0002	-0.0021
247	247.0000	-0.0017	-0.0018
248	248.0000	-0.0031	-0.0009
249	249.0000	-0.0034	0.0003
250	250.0000	-0.0024	0.0014

Ek A

$$\cos \omega t |\cos \omega t| = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 8 \cos(2n+1)\omega t}{\pi(2n+1)[4 - (2n+1)^2]}$$

$$\cos \omega t |\cos \omega t| = \frac{8}{3\pi} \cos \omega t + \frac{8}{15\pi} \cos 3\omega t - \frac{8}{105\pi} \cos 5\omega t + \dots$$

ÖZGEÇMİŞ

1976 yılında Diyarbakır'da doğan İsmail Adıyaman, 1993 yılında İstanbul Bahçelievler Lisesinden mezun oldu. 1995 yılında İ.T.Ü. Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi, Deniz Teknolojisi Mühendisliği Bölümünü kazandı. 2000 yılı ağustos ayında iyi dereceyle mezun olduktan sonra, aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Deniz Teknolojisi Müh. Ana bilim Dalı yüksek lisansına kayıt yaptırdı.