

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**HAVA ARAÇLARINDA KULLANILAN
CAM PANELLERİN DİNAMİK ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
H. Yasir DÜNDAR**

Anabilim Dalı : Uçak ve Uzay Mühendisliği

Programı : Uçak ve Uzay Mühendisliği

HAZİRAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**HAVA ARAÇLARINDA KULLANILAN
CAM PANELLERİN DİNAMİK ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
H. Yasir DÜNDAR
(511061009)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04 Mayıs 2009

Tezin Savunulduğu Tarih : 05 Haziran 2009

**Tez Danışmanı : Doç. Dr. Vedat Ziya DOĞAN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Zahit MECİTOĞLU (İTÜ)
Prof. Dr. Ata MUGAN (İTÜ)**

HAZİRAN 2009

ÖNSÖZ

Aileme, bu çalışmayı birlikte gerçekleştirdiğimiz hocam Doç. Dr. Vedat Ziya Doğan'a, yüksek lisans süresi boyunca çalışmalarımı maddi olarak destekleyen TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Başkanlığı'na, ve Haris'e, Begüm'e teşekkürler.

Haziran 2009

H. Yasir DÜNDAR

Uçak Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMALAR.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	x
ÖZET	xiii
SUMMARY	xv
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Tezin Amacı	2
1.2 Literatür Özeti.....	2
2. CAM VE POLİMER MALZEMELER	7
2.1 Cam Malzemeler.....	7
2.1.1 Normal camlar	7
2.1.2 Tavlanmış camlar	7
2.1.3 Katmanlı camlar	8
2.1.4 Kokpit camları	9
2.2 Polimer Malzemeler	10
2.2.1 Polimerlerin viskoelastik özellikleri.....	12
2.2.2 Hava araçlarının camlarında kullanılan malzemeler	13
2.2.2.1 Polimetil metakrilat (PMMA).....	14
2.2.2.2 Polivinil butiral (PVB).....	15
3. PATLAMA VE DARBE YÜKLERİ.....	17
3.1 Patlama Yüğü	17
3.1.1 İdeal patlama yüğü – Friedlander fonksiyonu	18
3.1.2 Hopkinson ölçekleme kanunu	23
3.1.3 Zemin etkisi	27
3.2 Darbe Yüğü.....	28
4. KLASİK KATMANLI PLAK TEORİSİ	31
4.1 Malzemelerin Elastik Davranışı ve Genelleştirilmiş Hooke Kanunu.....	31
4.2 Katman ve Katmanlı Yapılar	34
4.3 Klasik Katmanlı Plak Teorisi	36
4.3.1 Birim uzama denklemleri	38
4.3.2 Gerilme denklemleri.....	40
4.3.3 Bileşke denklemleri	43
4.3.4 Moment denklemleri	44
4.4 Hareket Denklemleri.....	46
4.5 Enerji Teoremleri.....	48
4.5.1 Birim uzama enerjisi	48
4.5.2 Kinetik enerji	49
4.5.3 Dış yüklerin potansiyel enerjisi.....	50
4.5.4 Hamilton prensibi	50
5. PATLAMA YÜKÜ FORMÜLASYONU	51
5.1 Hareket Denklemi	51

5.2 Hareket Denkleminin Çözümü	55
5.2.1 Başlangıç ve sınır koşulları	55
6. DARBE YÜKÜ FORMÜLASYONU	61
7. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ	63
7.1 Patlama Yüğü.....	65
7.1.1 Patlama yüğü, parametrik çalışma – 1: patlama yüğü basıncı.....	66
7.1.2 Patlama yüğü, parametrik çalışma – 2: ara katman kalınlıkları	69
7.1.3 Patlama yüğü, parametrik çalışma – 3: cam katman kalınlıkları.....	70
7.1.4 Patlama yüğü, parametrik çalışma – 4: panel alanı	72
7.1.5 Patlama yüğü, parametrik çalışma – 5: ara katman malzemesi.....	73
7.2 Darbe Yüğü.....	75
7.2.1 Darbe yüğü, parametrik çalışma - 1: çarpan bir cismin darbe hızı.....	76
7.2.2 Darbe yüğü, parametrik çalışma - 2: ara katman kalınlıkları	77
7.2.3 Darbe yüğü, parametrik çalışma - 3: cam katman kalınlıkları	78
7.2.4 Darbe yüğü, parametrik çalışma - 4: çarpan üç cismin darbe etkisi.....	79
8. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME	81
KAYNAKLAR	83

KISALTMALAR

PMMA : Polimetil Metakrilat
PVB : Polivinil Butiral

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Camın mekanik özellikleri.....	8
Çizelge 2.2 : PMMA'nın mekanik özellikleri.....	15
Çizelge 2.3 : PVB'nin mekanik özellikleri.....	16
Çizelge 7.1 : Patlama yükü parametreleri (SI birim sistemi).....	66
Çizelge 7.2 : Patlama yükü parametreleri (US birim sistemi).....	66
Çizelge 7.3 : Ara katman kalınlıkları (patlama yükü).....	69
Çizelge 7.4 : En iç ve en dış cam katman kalınlıkları.....	70
Çizelge 7.5 : Panel boyutları.....	72
Çizelge 7.6 : Ara katman kalınlıkları (darbe yükü).....	77
Çizelge 7.7 : Cam katman kalınlıkları.....	78

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Normal cam ve temperli camın gerilme profilleri	8
Şekil 2.2 : Soldan sağa: normal cam, tavllanmış cam, katmanlı cam.	9
Şekil 2.3 : Polimer malzemelerin genel gerilme-birim uzama eğrileri.	10
Şekil 2.4 : Farklı türde polimer malzemelerin gerilme-birim uzama eğrileri.	11
Şekil 2.5 : Mekanik ve fiziksel özelliklerin sıcaklığa bağlı değişim oranı.	12
Şekil 2.6 : Metanolden üretilen bazı polimerler.....	14
Şekil 3.1 : Tipik patlama yükü basıncı-zaman grafiği.	17
Şekil 3.2 : Nükleer bir patlamanın etkisi.	18
Şekil 3.3 : Şok dalgası.....	19
Şekil 3.4 : Patlama yükü basıncının zamana bağlı değişimi.	19
Şekil 3.5 : Tipik itki eğrisi.	20
Şekil 3.6 : Hopkinson ölçekleme kanunu.	24
Şekil 3.7 : Patlama yükü basıncı-uzaklık eğrisi.	25
Şekil 3.8 : İtki-uzaklık eğrisi.....	26
Şekil 3.9 : Şok dalgalarının zeminden yansıması.	27
Şekil 3.10 : Patlama yükü basıncının yapılar üzerindeki etkisi.	28
Şekil 3.11 : Kuş sürüsüne girmiş bir uçağın burun kısmı ve kokpit camı.	29
Şekil 4.1 : Lif takviyeli kompozit katmanlar.	34
Şekil 4.2 : Lifli katmanlardan oluşturulmuş katmanlı yapı.....	35
Şekil 4.3 : Kirchhoff plak teorisi.....	37
Şekil 4.4 : Koordinat sistemi ve katman numaralandırması.	38
Şekil 5.1 : Katmanlı panel kesiti ve kalınlıkları.....	52
Şekil 5.2 : Tipik bir patlama yükü basıncı-zaman eğrisi.	57
Şekil 7.1 : Katmanlı cam panelin boyutları.....	63
Şekil 7.2 : Katmanlı cam panelin kesit özellikleri.	63
Şekil 7.3 : Patlama yükü basıncı-zaman eğrisi.	67
Şekil 7.4 : Patlama yükü, parametrik çalışma-1; gerilme-zaman eğrisi.	68
Şekil 7.5 : Patlama yükü, parametrik çalışma-1; çökme-zaman eğrisi.	68
Şekil 7.6 : Patlama yükü, parametrik çalışma-2; gerilme-zaman eğrisi.	69
Şekil 7.7 : Patlama yükü, parametrik çalışma-2; çökme-zaman eğrisi.	70
Şekil 7.8 : Patlama yükü, parametrik çalışma-3; gerilme-zaman eğrisi.	71
Şekil 7.9 : Patlama yükü, parametrik çalışma-3; çökme-zaman eğrisi.	71
Şekil 7.10 : Patlama yükü, parametrik çalışma-4; gerilme-zaman eğrisi.	72
Şekil 7.11 : Patlama yükü, parametrik çalışma-4; çökme-zaman eğrisi.	73
Şekil 7.12 : Patlama yükü, parametrik çalışma-5; gerilme-zaman eğrisi.	74
Şekil 7.13 : Patlama yükü, parametrik çalışma-5; çökme-zaman eğrisi.	74
Şekil 7.14 : Katmanlı cam panelin kesit özellikleri.	75
Şekil 7.15 : Darbe yükü, parametrik çalışma-1; gerilme-zaman eğrisi.....	77
Şekil 7.16 : Darbe yükü, parametrik çalışma-2; gerilme-zaman eğrisi.....	78
Şekil 7.17 : Darbe yükü, parametrik çalışma-3; gerilme-zaman eğrisi.....	79
Şekil 7.18 : Üç cismin çarpma noktaları.	80

Şekil 7.19 : Darbe yükü, parametrik çalışma-4; gerilme-zaman eğrisi.....	80
---	----

HAVA ARAÇLARINDA KULLANILAN CAM PANELLERİN DİNAMİK ANALİZİ

ÖZET

Bu çalışmada uçaklarda kokpit camlarının patlama ve darbe yüklerine karşı dinamik cevabı incelenmiştir. Beş katmanlı bir yapıdan oluşan cam panelde, üç cam katmanı arasında yapıştırıcı polimer malzemeler yer alır. En dış ve en iç katmanlar yarı-tavlanmış cam, orta katman tam-tavlanmış cam ve ara katmanlar da polimer malzemeler olan polimetil metakrilat (PMMA) ve polivinil butiral (PVB) malzemelerden seçilmiştir. İlk olarak cam malzemesi, yapılara uygulanışı ve kullanım şekilleri ve çeşitleri hakkında genel bilgiler verilmiştir. Kokpit camlarında kullanılan katmanlı cam paneller ve bunların uçak yapılarında kullanım amaçlarından söz edilmiştir. Daha sonra katmanlı cam paneller arasında hem yapıştırıcı hem de mukavemeti arttırıcı olarak kullanılan polimer malzemelerden bahsedilmiştir.

Klasik katmanlı plak teorisi açıklanmış, kokpit camı uygulamaları için gerekli kabuller yapılmış, patlama ve darbe yükleri tarafından zorlanmış durumlar için hareket denklemleri ve çözüm denklemleri çıkarılmıştır. Bahsedilen yükleme durumlarında kokpit camının yapısal cevabını bulmak için sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Çözüm için ABAQUS 6.7 sonlu elemanlar programı ile sonlu elemanlar analizleri yapılmıştır. Uygun tasarım kriterlerine göre kokpit camı modellenmiş ve alınan ara sonuçlara göre gerekli yapısal değişiklikler yapılmıştır. Kokpit camı dört kenarından basit mesnetli olarak modellenmiştir. Patlama yüküne maruz kalan kamanlı panel için belirlenen katman kalınlıkları, darbe yükü altında gerekli mukavemeti gösterememiş, bu sebeple darbe yükü için uygun ara katman ve cam katman kalınlıkları belirlenmiştir.

Patlama yükü olarak, 750 kg'lık bir TNT patlayıcının yarattığı etki referans alınmıştır. Hopkinson ölçekleme kanununa göre bu büyüklükte bir patlayıcının kokpit camı üzerinde meydana getireceği etki belirlenmiş ve ideal patlama yükü Friedlander fonksiyonu kullanılarak belirlenmiştir. Farklı yapısal değişiklikler altında çeşitli patlama yükü senaryoları belirlenmiş ve kokpit camının yapısal cevabı incelenmiştir.

Darbe yükü olarak, kokpit camlarının çok sık maruz kaldığı kuş çarpmasının yarattığı etki ele alınmıştır. Uçakların kalkış ya da iniş esnasında sahip oldukları ortalama 69.4 m/s'lik hız, çarpışma hızı olarak referans alınmış ve kuş çarpması senaryosu buna göre modellenmiştir. Hertz'in darbe teorisine bağlı olarak düz bir yüzeye sahip katmanlı kokpit camı ile, küresel olarak modellenen bir kuş arasındaki çarpışma olayı, farklı senaryolar için modellenmiş ve kokpit camının yapısal cevabı incelenmiştir.

Sonuç olarak, kokpit camının patlama yüküne maruz kaldığı durumda, patlama yükü basıncı arttıkça orta düzlemde oluşan gerilme çökmelerin de lineer olarak arttığı görülmüştür. Bulunan gerilme ve çökme değerleri, seçilen patlama yükü basıncı değerleri altında kritik bölgelere yaklaşmamış ve güvenli bölge içinde kalmıştır.

Katman kalınlıklarında yapılan değişiklikler sonucu, i ara katmanın kalınlığının arttırılması çökme değerlerinde büyük bir değişiklik getirmese de, oluşan en yüksek gerilmeleri azaltmıştır. Aynı durum cam katman kalınlıkları için de geçerlidir. Panel boyutlarının değiştirilmesi orta düzlemde oluşan çökme değerlerini oldukça etkilemiştir. Dikdörtgen panel boyutlarında kare boyutlu panele göre daha fazla orta düzlem çökmesi görölmüştür. Detayları ilgili bölümlerde verilen kokpit camının katman kalınlıkları ve boyutları, mukavemet açısından dayanıklı bir yapı oluşurmaktadır.

Darbe yükleri altında yapılan analizler, en iç cam katmanın ve i ara katman kalınlığının darbe yükü mukavemetinde büyük etkisi olduğu görölmüştür. Dış taraftaki ara katman ve cam katmanın kalınlaştırılmasından ziyade, çarpışma sonucu çekme gerilmeleri oluşan en iç cam katman ve i ara katmanın daha kalın yapılması, oluşan gerilme değerlerini azaltmıştır. Birden fazla sayıda aynı anda ve çok küçük zaman aralıklarıyla darbeye maruz kaldığında, kokpit camı panelinde kritik değerlere yakın gerilmeler tesbit edilmiştir.

DYNAMIC ANALYSIS OF LAMINATED GLASS PANELS IN AIRCRAFT STRUCTURES

SUMMARY

Dynamic response of laminated cockpit glass panel subjected to blast and impact loading is studied. Laminated structure is modeled with five plies of which three plies are semi-tempered and full-tempered glass and the interlayers are polymethyl methacrylate (PMMA) and polivinyl butyral (PVB) which are the polymer materials.

First of all, general information is given about the glass material, it's applications and laminated glass panels used for aircraft cockpit windows. It is also mentioned about the polymer interlayer materials which are used between the glass plies for providing higher strength in laminated glass panel.

Classical laminated plate theory is introduced, the assumptions are explained which are made for laminated cockpit window applications. Then governing equations are derived for the specific cockpit glass panel subjected to blast loading and impact loading. Under these loads, finite element method is used for solution of the dynamic response. Commercial finite element analysis code ABAQUS 6.7 is used. Laminated glass panel with all four edges are simply supported.

For blast loading, 750 kg TNT is taken as the reference explosion source. Referring to Hopkinson scaling law, the blast overpressure is determined on the surface of the laminated glass panel, and for modeling the blast wave Friedlander ideal blast wave function is used.

For impact loading, the bird strikes are modeled. Specifically, the airplanes are in air collision with birds during taking off and landing. The average velocity of the airplanes is approximately 69.4 m/s while take off and landing, thus for the bird strike occasion this velocity is taken as the reference. Hertz's theory of impact is used for defining the contact between the cockpit glass panel and the bird. The bird is modeled as a sphere.

For both blast and impact loading, parametric studies for different structural designs are presented.

As a result, laminated glass panel subjected to blast loading, the relationship between the blast overpressure and the midplane displacements is linear. The von Mises stress results are under critical values for all parametric studies. Changing the inside ply thickness gives lower stress values while the displacements are not differ very much.

The finite element analysis of the laminated glass panel under impact loading shows that, the inside glass ply and the inside interlayer thicknesses are very effective in strength of the structure. The outside glass ply and the interlayer is sacrificed and modeled as an impact energy absorber, so that the inside plies, which are the tensile stresses are occurs, are very effective for the impact strength of the structure.

1. GİRİŞ

Mühendislik yaklaşımı içeren herhangi bir çalışmanın içinde, birçok farklı durum göz önüne alınarak, en verimli, en dayanıklı ve en kullanışlı tasarımın ortaya çıkarılıp üretilmesi önemlidir. Bu doğrultuda yapılan bütün mühendislik çalışmaları her adımında başka bir yenilik ortaya çıkarmaktadır. Malzeme teknolojisinin ilerlemesi ile birlikte hemen hemen bütün yapılarda kompozit malzemelerle karşılaşmaktayız. Günlük hayatımızda sürekli kullandığımız küçük-büyük eşyalardan, sıkça karşılaşmayacağımız savaş uçakları, gemiler uydular, roketlerin vs. büyük bir kısmı artık kompozit malzemelerden üretilmektedir. Kompozit malzemeler mühendislik anlamında birçok kolaylık sağlasa da uygun yapısal tasarımlar içerisinde kullanıldığı zaman gerçek amacına ulaşmaktadır. Bu anlamda katmanlı yapılar ilginç bir çalışma alanı oluşturmaktadır. Katmanlı yapılarla ilgili mekanik dünyasında birçok insan çok farklı çalışmalar yapmışlardır. Mimari yapılarda, otomobillerde gemi inşaat sektöründe ve tabi ki havacılık alanında hem kompozit malzemeler, hem de kompozit malzemelerden oluşturulan katmanlı paneller artık çok önemli bir tutmaktadır.

Uçaklarda gövdeyi ve kanatları oluşturan saclar, gövde üzerinde bulunan yolcu camları ve kokpit camları katmanlı panellerin kullanıldığı yerlere örnek olarak verilebilir. Gerekli görüş netliğinin sağlanması, farklı yüklere dayanabilmesi, açık hava şartlarına dayanıklı olması ve uzun ömürlü olması kokpit camları için temel olarak istenen özelliklerdir.

Kokpit camlarının mekanik anlamda en çok maruz kaldığı dış yükleme darbe yükleridir. Darbe yükü, en çok kuş çarpması şeklinde görülür. Özellikle kuşların göç yolları üzerinde ki havaalanlarını kullanan uçaklar bu durumla sıklıkla karşılaşmaktadır. Genellikle uçağın kalkış ve iniş yaptığı sıralarda kuş sürüsü içinde kalması ile ortaya çıkar. Kuş çarpmaları en çok yerden 0-200 metre yükseklikler arasında görülmektedir. Bugüne kadar kuş çarpmasının görüldüğü en yüksek irtifa 10000 metredir. En tehlikeli olanlar ise martı, leylek gibi büyük kütleli kuşlardır.

Kuşlardan başka yerden herhangi bir sebeple yükselen bir cismin kokpit camına çarpması, veya rüzgar ya da fırtınanın taşıdığı başka yabancı bir cismin çarpması sonucu da hasar oluşabilir.

Darbeden başka, patlama sonucu oluşan şok dalgaları kokpit camı üzerinde kısa sürede çok yüksek bir basınç yükü oluşturabilir. Kokpit camı bu tür yüklere karşı mukavim olacak şekilde tasarlanmalıdır. Bu yüzden tek parça bir cam plak olarak değil, 3,4,5 katmandan müteşekkil ve cam plaklar arasına mukavemeti artırıcı başka malzemeler konularak kullanılırlar. Hem pilotların güvenliği, buna bağlı olarak uçak içindeki yolcuların güvenliği, hem de her türlü uçuş güvenliği açısından uçak üzerinde ki cam panellerin incelenmesi mühim bir husustur.

1.1 Tezin Amacı

Uçaklarda bir çok bölgede yapı elemanı olarak katmanlı yapılar kullanılmaktadır. Bunlar kullanıldığı yere göre farklı malzemelerden imal edilmekte ve farklı yapısal özellikler göstermektedirler. Kokpit camları da uçaklarda bulunan katmanlı kompozit yapılardan bir tanesidir. Farklı uçak tiplerine göre değişik yapıda olan kokpit camları, bugün birçok uçakta hem emniyet açısından, hem de ışık geçirgenliği, saydam ve net bir görüş sağlaması açısından önemli parçalardır.

Herhangi bir patlama kaynağının uçak havadayken veya yerdeyken kokpit camı üzerinde oluşturacağı yüksek patlama yükü basıncı, hem yapının mukavemeti, hem de uçuş ve can güvenliği açısından önem arzeder. Benzer şekilde, özellikle kalkış ve iniş esnasında karşılaşılan çarpışma olayı ile kokpit camları yüksek hızda ve ani bir yüklemeye maruz kalırlar.

Bu tezin amacı, uçakların kokpit camlarının maruz kaldığı farklı yükleme durumlarına dinamik cevabını incelemek ve yapısal dayanıklılığı üzerinde tesbitlerde bulunmaktır.

1.2 Literatür Özeti

Katmanlı cam panellerle ilgili literatürde birçok çalışma yapılmıştır. Wei ve diğerleri [1], zemin üzerinde meydana gelen patlama yüküne maruz dikdörtgen ve 3 katmanlı cam panelin dinamik cevabını ve gerilme karakteristiklerini incelemiştir.

Bu çalışmada cam katman lineer elastik, polimer arakatman ise viskoelastik olarak modellenmiştir. Polimer arakatman malzemesi olarak polyvinil butiral (PVB) kullanılmıştır. 3 boyutlu nonlinear dinamik sonlu elemanlar modeli kullanılarak gerilme dağılımları bulunmuştur. Patlama yükünün zemin etkisi (ground effect) de hesaba katılarak, patlama yükü parametreleri ve PVB arakatmanının viskoelastik özelliklerinin dinamik cevaba etkisi üzerinde çalışılmıştır. Patlama yükü Friedlander formülü kullanılarak ifade edilmiş ve ölçekleme kanunları (scaling laws) hesaba katılarak patlama etkisi (impuls) bulunmuştur. Patlama yükünün yalnızca pozitif kısmının (fazının) etkisi incelenmiştir. Patlama noktasından 34 – 76 m uzaklıkta, en fazla 1.32 boyutlu cam panel kullanılmıştır. Bu şekilde küresel patlama dalgasının eğriliği ihmal edilmiş ve düzgün dağılmış patlama yükü basıncı (overpressure) cam panelin önyüzüne etki ettirilmiştir. Sonlu eleman modellemesi ve dinamik analizi 3 boyutlu sonlu elemanlar kodu LS-DYNA3D kullanılarak yapılmıştır. Basit mesnetli cam panel kullanılmıştır.

Çalışmanın sonucunda, patlama yükü parametrelerinin ve PVB malzeme özelliklerinin değişiminin dinamik cevaba etkisi ayrı ayrı verilmiştir. Patlama yükü etkisi altında oluşan en yüksek basınç 0.5 psi, 1.0 psi, 2.0 psi ve 3.0 psi olarak değiştirilmiş ve panelin orta noktasındaki çökme ile en yüksek asal gerilme değerlerinin değişimine bakılmıştır. Hem orta noktada ki çökmenin hem de en yüksek asal gerilmenin patlama yükü basıncı ile birlikte arttığı görülmüştür. İkinci olarak ise PVB malzemesinin kısa-zamanlı kayma modülü (short-time shear modulus) ve hacimsel modülü (bulk modulus) değiştirilmiştir. Hacimsel modül 0.2 GPa – 20 GPa arasında değiştirilmiş ve katmanlı cam panelin katılığına fazla etkisi olmadığı görülmüştür. Ancak kısa-zamanlı kayma modülü için 0.69 MPa, 6.9 MPa, 330 MPa ve 28.8 GPa değerleri alınarak sonuçlara bakıldığında, katmanlı panelin dinamik cevabı üzerinde çok etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca kısa-zamanlı kayma modülünün değeri arttıkça, kalınlık boyunca gerilme ve yer değiştirme dağılımının yaklaşık lineer olduğu da görülmüştür.

Zhao ve diğerleri [2], bir kaza esnasında insan kafasının otomobil camına çarptığı anda oluşacak hasarın analizini yapmışlardır.

Katmanlı cam panelden oluşan otomobil camının kafa darbesine karşı darbe dayanımı, sürekli hasar mekaniği (continuum damage mechanics (CDM)) yöntemi ile incelenmiş ve bünye (constitutive) modeli çıkarılmıştır. Farklı geometrik durumlar incelenmiş ve her durumda katmanlı cam panelin darbe dayanımı araştırılmıştır. İnsan kafası viskoelastik bir kabuk ile kaplanmış katı alüminyum küre olarak modellenmiştir. 3 katmanlı cam panelin cam katmanları ve alüminyum küre lineer elastik katı, ara katmanda kullanılan PVB malzemesi ise viskoelastik olarak modellenmiştir. Ancak çok kısa zamanda gerçekleşen darbe etkisi altında PVB polimer malzemesinin viskoelastik özellikleri çok az etkili olacağından bu da lineer elastik kabul edilmiştir. Bu belirlemelerden sonra bünye hasar modeli çıkarılmıştır.

Sonlu eleman analizi ABAQUS EXPLICIT programı ile yapılmış ve hasar sonrası çatlak oluşum şekillerine bakılmıştır. Ayrıca 4 farklı durum için parametrik çalışma yapılmıştır. Cam katman kalınlığı, PVB arakatman kalınlığı ve cam panelin yüzey alanı değiştirilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Son olarak ise katmanlı cam – yekpare (monolithic) cam karşılaştırması yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda, darbeye maruz kalmayan cam katmanın kalınlığının darbe dayanımında önemli rol oynadığı, PVB arakatman kalınlığının belirgin bir etkisinin olmadığı, cam panel alanı büyütüldükçe esnekliği arttığından dolayı darbeden daha az etkilendiği ve yekpare cam panelde, katmanlı cam panelde olduğu gibi, darbeye maruz kalmayan cam katmanın darbeden daha çok etkilendiği görülmüştür.

Wei ve Dharani [3], patlama yüküne maruz katmanlı cam panelin cevabını incelemişlerdir.

Çalışmada patlama yükünün negatif kısmının etkisi ele alınmıştır. İlk olarak klasik küçük çökme plak teorisine (classical small deflection plate theory) göre çözüm anlatılmış, daha sonra sonra büyük çökme plak teorisine (large deflection plate theory) göre çözüm anlatılmış ve son olarak çıkarılan kapalı-form çözümleri (closed-form solution) 3 boyutlu nonlinear dinamik sonlu elemanlar analizi ile karşılaştırılmıştır. 3 katmanlı, basit mesnetli cam panelde cam katmanlar linner elastik, PVB arakatmanı viskoelastik olarak modellenmiştir. Ancak çok kısa zamanda gerçekleşen patlama yükü etkisi altında PVB polimer malzemesinin viskoelastik özellikleri çok az etkili olacağından bu da lineer elastik kabul edilmiştir.

Sonlu elemanlar analizi LSDYNA3D 3 boyutlu sonlu elemanlar kodu kullanılarak yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda, patlama yükünün negatif kısmında meydana gelen en yüksek çökme ve çekme gerilmesinin pozitif kısmında meydana gelen en yüksek çökme ve çekme gerilmesinin yaklaşık 2 katı olduğu görülmüştür. Daha sonra, farklı patlama yükü basıncı değerleri için pozitif ve negatif kısımların karşılaştırması yapılmış ve aynı durumun farklı yükleme değerleri için de geçerli olduğunu göstermişlerdir. Wei ve Dharani, bu sonuçlardan yola çıkarak, katmanlı cam panelin patlama yükünün pozitif fazında hasara uğramasa bile, negatif fazında oluşan yüksek basınç kuvvetinden ötürü hasara uğrayabileceğini söylemişlerdir.

Flocker ve Dharani [4], düşük hızlı darbeye maruz katmanlı cam panelde oluşan gerilmeleri incelemişlerdir.

Hasar toleransını arttırmak amacıyla farklı geometrik özellikler ve malzeme parametreleri belirlenerek bunların gerilme dalgası ilerlemesini (stress wave propagation) azaltmaya yönelik etkisine bakılmıştır. Darbeye maruz dış katmanın kırılmadığı düşük hızlı bir darbe olduğu kabul edilmiştir. 3 katmanlı cam panelde arakatman polimer PVB malzemesidir. Darbeyi oluşturan ise krom-çelik bir küredir. Cam katmanlar ve küre doğrusal elastik, PVB polimer malzemesi ise viskoelastik olarak modellenmiştir.

Darbe problemi DYNA2D büyük ölçekli açık (large-scale explicit) sonlu elemanlar kodu ile çözülmüştür. Cam panel ve küre üzerinde geometrik değişiklikler ve malzeme özelliği değişiklikleri yapılarak, bütün durumlar için darbeye maruz kalmayan iç cam katmanının merkezinde oluşan en yüksek asal gerilmelere bakılmış ve karşılaştırılmıştır. İç ve dış katman kalınlıkları, PVB arakatman kalınlığı, PVB polimer malzemesinin hacimsel modülü, kısa-zaman kayma modülü, uzun-zaman kayma modülü ve azalma faktörü, küre yoğunluğu, küre ilk hızı değiştirilerek, bunların kritik gerilme oluşumuna etkileri incelenmiştir.

Çalışmanın sonucunda, iç ve dış cam katman kalınlıklarının artırılması, oluşan gerilme değerlerini azaltmıştır. PVB arakatman kalınlığı artırılırken aynı anda hacimsel modülü değiştirildiğinde, oluşan en yüksek asal gerilmelerde, ince PVB arakatman olduğu durumda, hacimsel modülün düşük değerleri için azalma görülürken, hacimsel modülün yüksek değerleri için önce bir artış daha sonra azalma görülmüştür.

Çok kısa zamanda gerçekleşen darbe etkisi altında PVB polimer malzemesinin viskoelastik özelliklerinin (özellikle azalma faktörü ve uzun-zaman kayma modülünün) çok az etkisinin olacağı burada gösterilmiştir. Azalma faktörü ve uzun-zaman kayma modülü değiştirilirken oluşan en yüksek asal gerilme değerleri değişmemiştir. Küre yoğunluğunun arttırılması en yüksek asal gerilme değeri üzerinde çok etkilidir. Yoğunluk arttırıldıkça gerilme değerleri de belirgin şekilde artmaktadır. Aynı şekilde küre ilk hızının arttırılması da gerilmeleri oldukça arttırmaktadır.

Flocker ve Dharani [5], düşük hızlı darbeye maruz katmanlı cam panelde oluşan çatlak durumunu incelemişlerdir.

3 katmanlı bir cam panele 35.8 m/s hızında çelik kürenin çarpması sonucu oluşan çatlağın ilerleme yolu, hızı ve derinliği incelenmiştir. Cam katmanlar çatlak algoritması barındıran doğrusal elastik katı, PVB arakatmanı ise standart doğrusal katı olarak modellenmiştir. Darbe süresince oluşan en yüksek eşdeğer statik yük çıkarılmış, klasik Hertz darbe teorisine göre, oluşacak en yüksek Von Mises gerilmeleri bulunmuştur. Panele normal gelen darbenin, katmanlı panel kalınlığı boyunca en yüksek Von Mises gerilmeleri değişimi, çatlak oluştuğu ve oluşmadığı durumlar için karşılaştırılmıştır.

Çalışmanın sonucunda, oluşan çatlak konisi ve PVB arakatmanı arasında, tabaka ayrışmasına (delamination) sebep olabilecek yüksek gerilme yığılmaları görülmüştür.

2. CAM VE POLİMER MALZEMELER

2.1 Cam Malzemeler

Cam yüksek basma dayanımı ve ışık geçirgenliğinden ötürü birçok farklı konfigürasyonda, birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Uçak, helikopter ve diğer birçok çeşit hava aracında, gökdelenler gibi gelişmiş mimari yapılarda, otomobillerde ve demiryolu araçlarında, ışık geçirgenliği, ısı yalıtımı, koruma gibi amaçlarla kullanılmaktadır. Bunun dışında, müzelerde, dev akvaryumlarda, sorgu odalarında, hapisanelerin hücre kapılarında, seyirci koruma kalkanı olarak hokey salonlarında olduğu gibi başka birçok değişik kullanım alanı da vardır. Çok açıktır ki, yukarıda sayılan yerlerin hepsinde kullanılan camın aynı yapısal ve ısıl özellikleri gösterdiği söylenemez. Yüksek statik basınç yüküne maruz dev akvaryumlarda, yüksek hızda darbeye maruz kalabilecek uçakların kokpitlerinde ya da kasırgalara ve patlama yüklerine maruz yüksek katlı mimari yapılarda kullanılan camların, farklı dayanım özelliklerine sahip olması beklenir. Bu sebepten ötürü cam kullanım ihtiyacı duyulan yere göre ve kullanım amacına göre çeşitli yapısal ve ısıl işlemlerden geçirilir.

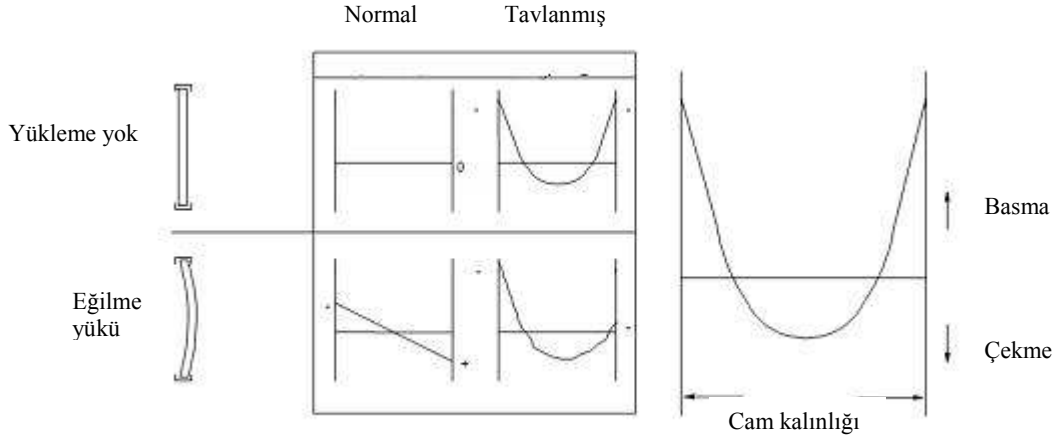
2.1.1 Normal camlar

Normal camlar herhangi bir mukavemet artırıcı işleme tabi tutulmadan üretilen camlardır. Cam malzeme yüksek bir sıcaklık değerine kadar ısıtılır, daha sonra belli sıcaklık aralıklarında dikkatlice ve yavaşça soğutularak yüzeyde ya da iç bölgelerde “artık” gerilme oluşmayacak şekilde üretilir [6].

2.1.2 Tavlanmış camlar

Tavlanmış cam, normal cama ısıl işlem uygulanarak elde edilir. Normal cam, yumuşama sıcaklığına kadar ısıtılır (yaklaşık 650°C) ve hemen ardından hava ile hızlıca soğutulur. Bu işlem camın yüzeyinin, iç kısımlarından çok daha hızlı soğumasına sebep olur. Bu da camın yüzeye yakın bölgelerinde basma gerilmeleri oluştururken, iç bölgelerde çekme gerilmeleri meydana getirir. Bu soğutma işlemi kontrollü olarak yapılmalıdır, aksi halde iç bölgelerde oluşan çekme gerilmeleri çok

yükselebilir ve bu da camın mukavemetini azaltarak kırılma ve çatlamalara sebep olabilir [6]. Kontrollü olarak gerçekleştirilen bu “öngerilme” etkisi, camın eğilmeye karşı mukavemetini, normal cama göre dört-beş kata kadar artırır [7].



Şekil 2.1 : Normal cam ve temperli camın gerilme profilleri [6].

Cam malzemesinin genel mekanik ve fiziksel özellikleri aşağıda verilmiştir.

Çizelge 2.1 : Camın mekanik özellikleri.

	Young Modülü (GPa)	Yoğunluk (gr/cm ³)	Poisson Oranı	Çekme Mukavemeti (MPa)	Basma Mukavemeti (MPa)
Yarı Tavlanmış Cam	72.3	2.4-2.5	0.23	150-190	800
Tam Tavlanmış Cam	75.8	2.4-2.5	0.23	200-250	1000

Motorlu araçların hemen hepsinde artık tavlanmış cam kullanılmaktadır. Uçaklarda kokpit camları ve gövde üzerinde bulunan camlar, otomobil ön ve yan camları, otobüs ve demiryolu araçlarının kabin ve yolcu camları gibi. Tavlanmış camlar, herhangi bir darbeden ötürü kırılmaya uğradığında çok küçük ve kesici özelliğe sahip olmayan parçacıklara ayrılarak dağılır. Böylece zarar verici ve yaralayıcı özelliği azalmış olur.

2.1.3 Katmanlı camlar

Katmanlı cam paneller, iki veya daha fazla camın birleştirici bir ara malzeme yardımıyla yapıştırılması ile oluşturulur. Cam katmanların kalınlığına göre daha ince

olan arakatman genellikle polivinil butiral (PVB), polimetil metakrilat (PMMA) gibi polimer malzemelerden seçilir.

Katmanlı cam birleşimi şu şekilde gerçekleştirilir: Isı artırılır ve plastik folyo eriyerek cam katmanlara yapışır ve birarada tutar. Daha sonra cam katmanlar basınçlı havaya tabi tutulur ve içerde kalan bütün hava boşaltılır.

Katmanlı camlarda kullanılan termoplastik malzemeler ışık geçirgenliği, saydamlık gibi özelliklere yeterince sahip olduğundan cam katmanlar arasında kullanılmaları idealdir.

Katmanlı camların bir diğer özelliği, özellikle darbe yüklerine karşı ön yüzdeki katmanların bir kalkan görevi görerek mukavemeti arttırmasıdır. Bunun yanında herhangi bir kırılma durumunda küçük parçalara ayrılan tavllanmış cam parçaları, arakatman malzemesi tarafından tutulur ve etrafa dağılması engellenir. Böylece herhangi bir yaralanma ihtimali de önlenmiş olur.



Şekil 2.2 : Soldan sağa: normal cam, tavllanmış cam, katmanlı cam [6].

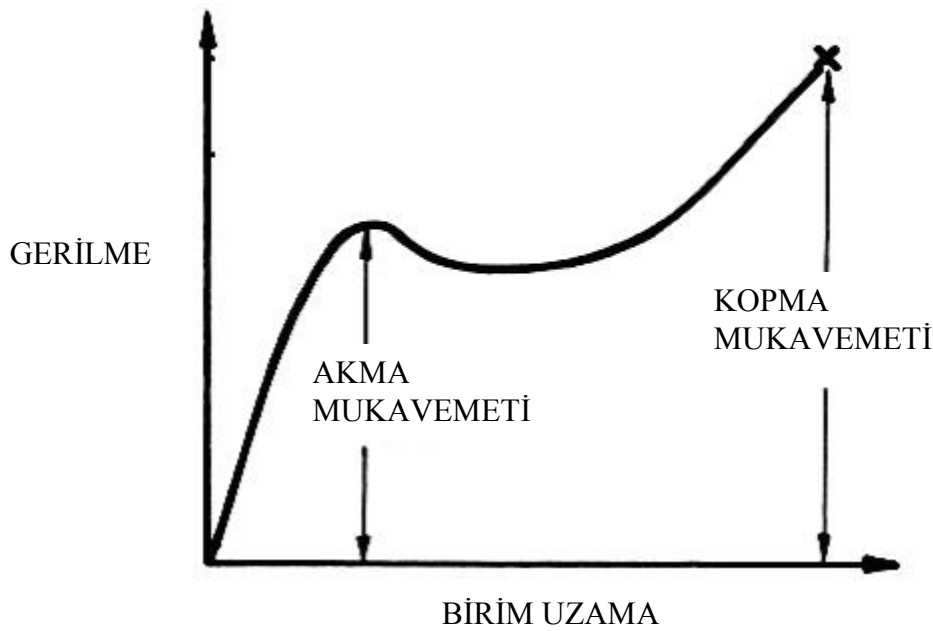
2.1.4 Kokpit camları

Uçak yapılarında emniyet camı olarak kullanılan cam paneller, genellikle saydam bir arakatmanla yapıştırılarak birarada tutulan iki cam katmanının birleştirilmesiyle oluşur. Yapıyı bu şekilde kullanmak, normal camdan daha mukavim bir cam panel ve daha yüksek emniyet sağlar. Arakatman olarak kullanılan plastik ya da polimer malzeme, camın darbe etkisi altında dağılmasını engeller. Emniyet camı çeşitli kalınlıklarda olabilir ve uçakta kokpit camları, gövde üzerindeki pencereler ve kapı üzerindeki pencerelerde kullanılır [8].

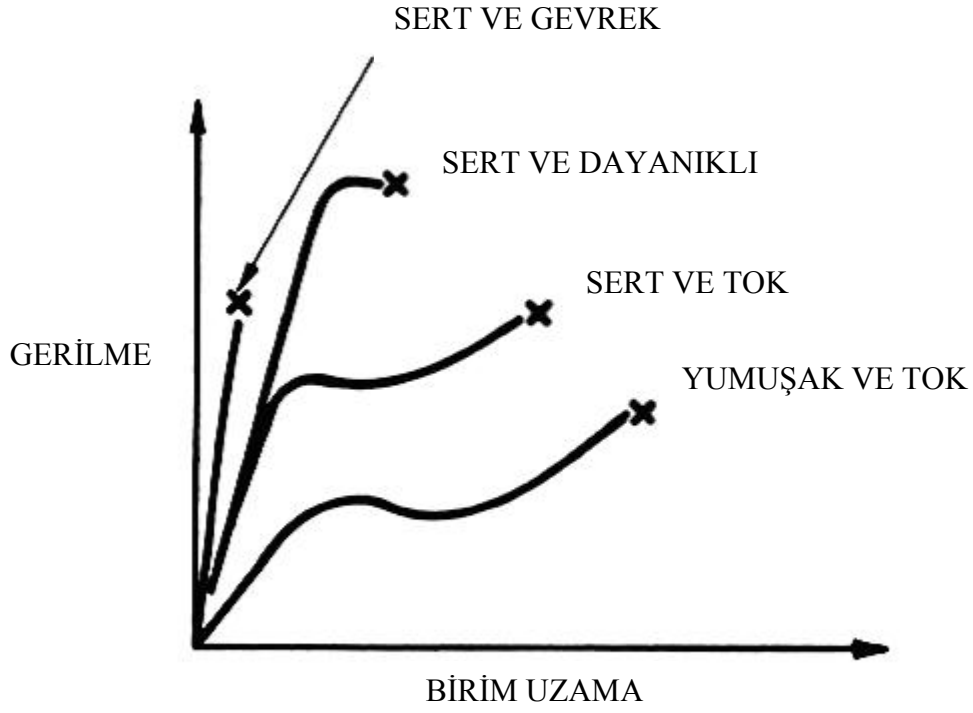
2.2 Polimer Malzemeler

Polimerler, çok sayıda molekülün kimyasal bağlarla düzenli bir şekilde bağlanarak oluşturdukları yüksek molekül ağırlıklı bileşiklerdir. Aslında polimerlerin bir türü olmasına rağmen, çok bilinen adıyla *plastikler* olarak da anılırlar. Polimer malzemeler birçok farklı alanda birçok yapıda sıklıkla kullanılmaktadır. Kompozit malzemelerin gelişmesiyle birlikte, her türlü yapıda istenilen özelliklere ulaşabilmek adına gerek tek başlarına, gerekse mukavemeti arttırmaya yönelik başka yapılara eklenmek suretiyle kullanılırlar. Hava araçlarında, otomobillerde, mimari yapılarda, yapay organlarda, ofis malzemelerinde, ayakkabılarda, kontakt lenslerde, oyuncaklarda vs. çok çeşitli kullanım alanları mevcuttur.

Polimerler yüksek molekül ağırlıklı bileşiklerdir. Yaygın olarak kullanılmalarının sebebi birçok avantajlı özelliğe sahip olmalarındandır. Başta hafif olmaları, korozyona karşı dayanıklı oluşları ve kolay işlenebilir olmaları temel özellikleridir [9]. Polimerlerin akışkan ve yumuşak kauçuklardan, çok sert ve rijit katılara kadar çok değişik özellikte çeşitleri vardır ve farklı mekanik özellik gösterirler. Şekil 2.3'te bazı polimer tiplerinin gerilme-birim uzama diyagramları gösterilmiştir.



Şekil 2.3 : Polimer malzemelerin genel gerilme-birim uzama eğrileri.



Şekil 2.4 : Farklı türde polimer malzemelerin gerilme-birim uzama eğrileri.

Polimer malzemeler değişik özellikleri göz önüne alınarak çok çeşitli sınıflandırmalara tabi tutulurlar. Ancak uygulama alanlarına göre temel olarak iki gruba ayrılabilirler [10]:

1) Termoplastikler ve 2) Termosetler.

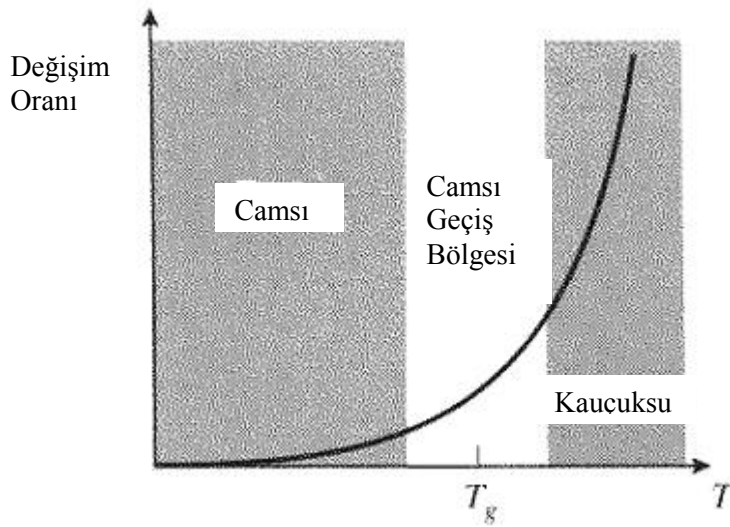
Termosetler, polimer malzemelerin ısı işlem, kimyasal reaksiyon ya da röntgen ışınlarına tabi tutma gibi bazı işlemlerden geçirilmesi ile üretilirler. Genellikle akışkan ya da şekil verilebilecek yumuşaklıktadırlar. Ancak son şekli verildikten sonra tekrar kalıba dökülemez ya da şekillendirilemezler. Termoplastiklerden daha mukavimdirler ve daha çok yüksek sıcaklık altında ki uygulamalarda kullanılırlar. Fenolik reçine (phenolic resins), polsyester epoksi reçine gibi malzemeler termoset malzemelere örnek olarak verilebilir.

Termoplastikler, yüksek sıcaklıklara kadar ısıtıldığında akışkan özellik, yeteri kadar soğutulduğunda ise çok camsı özellik gösteren polimerlerdir. Termoplastiklerin çoğu yüksek molekül ağırlığına sahiptir. Termosetlerden farklı olarak yeniden yumuşatılabilir ve şekillendirilebilirler. Bunun dışında kimyasal olarak dayanıklıdır ve yüksek ışık geçirgenliğine sahiptirler. Bu sebepten ötürü cam yapılarda ara malzeme olarak kullanılırlar.

2.2.1 Polimerlerin viskoelastik özellikleri

Polimerlerin özellikleri, diğer malzeme türlerine göre sıcaklığa ve zamana bağlı olarak çok büyük ölçüde değişir. Polimerlerin sıcaklığa ve şekil değiştirme hızına (yani zaman aralığına) bağlılığı, bu malzemelerin *viskoelastik* özelliklerinin bir sonucudur. Yani zamana bağlı özellikleri yük/şekil değiştirme ilişkisine duyarlı yapılar viskoelastiktir. Viskoelastik malzemelerde, şekil değiştirmenin uygulanan kuvvetle orantılı olduğu, hem viskoz akışkanların hem de elastik katıların davranışı görülür. Viskoz sistemlerde sistem üzerinde yapılan iş ısıya dönüşürken, elastik sistemlerde potansiyel enerjiye dönüşür. Viskoelastisiteyi ilginç ve karmaşık hale getiren ve polimerlerin yapısında bulunan bu iki davranışın birden olmasıdır [11].

Polimerlerin çoğu amorf katılardır. Amorf katı, atomların kararlı bir yapıya sahip olmadığı katılar için kullanılan bir terimdir. Cam da amorf bir katıdır. Bu gibi malzemeler belli bir sıcaklığın altında sert ve rijit özellik gösterirler. Bu sıcaklık değeri *camsı geçiş sıcaklığı* (T_g) olarak bilinir (Şekil 2.3).



Şekil 2.5 : Mekanik ve fiziksel özelliklerin sıcaklığa bağlı değişim oranı.

Camsı geçiş sıcaklığının üzerinde amorf polimerler yumuşak, esnek ve yüksek viskoziteli bir akışkan gibidirler ve mekanik özellikleri büyük değişmeye uğrar [11]. Mesela sıcaklık camsı geçiş sıcaklığına doğru arttırıldığında elastisite modülü 1000 kat kadar azalabilir. Camsı geçiş sıcaklığının altında değişim oranı çok yavaş ve düşüktür. Bu sebeple bu bölgede ki değişim miktarları ihmal edilebilir seviyededir. T_g sıcaklığı civarı ise viskoelastik davranışı ifade eder. Bu bölgede malzeme camsı ve kauçuksu özellikler arasında bir davranış gösterir. Polimerler için, mekanik

özellikler göz önüne alındığında camsı geçiş sıcaklığı en önemli malzeme karakteristiğidir [12]. Isıl genleşme katsayısı, ısı sığası, kırılma indisi, mekanik sönümlenme gibi diğer birçok fiziksel özellikleri ile elektriksel özellikleri de camsı geçiş sıcaklığı ile değişir. Elastomerler ve kauçuk malzemelerde bu sıcaklık oda sıcaklığının altındadır, kırılğan (gevrek) ve rijit polimerlerde ise oda sıcaklığının üzerindedir ve -143°C 'den $+100^{\circ}\text{C}$ 'ye kadar değişebilir. Camsı geçiş sıcaklığı deneysel çalışmalar sonucu ölçülmüştür. Çok kısa süreli deneylerde T_g değeri yükselmiş, zaman aralığı saatlere ve günlere kadar uzatıldığında ise T_g değeri azalmıştır [11]. Malzeme ister camsı bölgede, ister kauçuksu bölgede olsun, mekanik özellikleri ve elastisite modülü zamana sıkı sıkıya bağlıdır.

Bu çalışma, kullanılan polimer malzemelerin ve camın kendi camsı geçiş sıcaklıklarının altında oldukları bir ortamda oldukları kabul edilerek gerçekleştirilmiştir.

2.2.2 Hava araçlarının camlarında kullanılan malzemeler

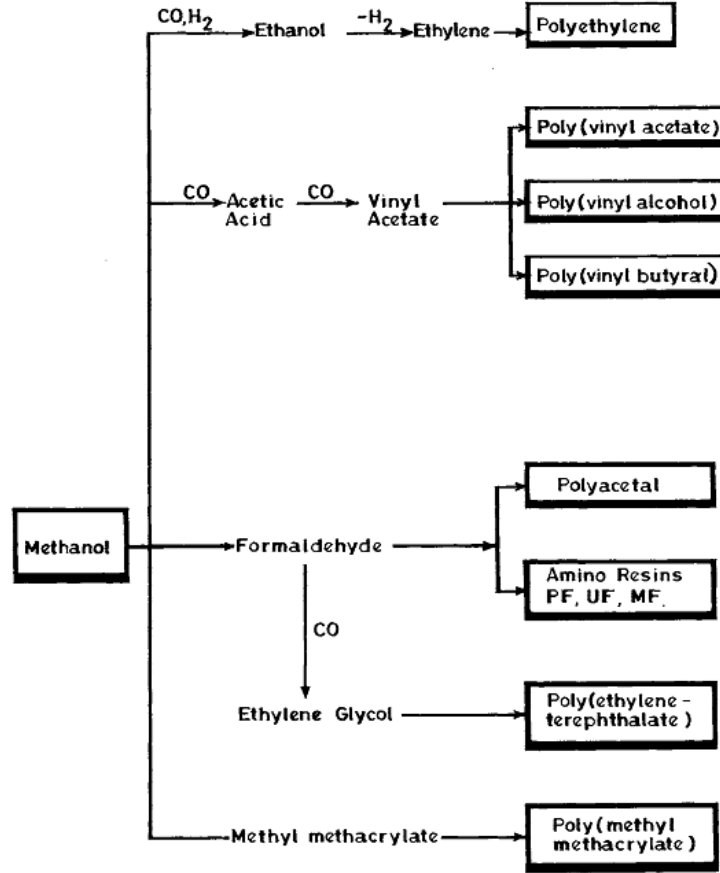
Uçaklarda kullanılan camlar tasarlanırken, uçağın diğer bütün bölümlerinde olduğu gibi birçok tasarım kriteri göz önüne alınır. Bunlardan en mühim olanları başta maliyet olmak üzere, malzeme seçimi, uçağın çalışma şartları, yapısal tasarım, optik faktörler, aerodinamik, uçağın kuşlarla çarpışması durumu (özellikle kanopi için) ve bakım kolaylığıdır [13]. Bu konuların her biri için ayrı ayrı ayrıntılı olarak çalışma yapılabilir.

Akrilik, polikarbonat vs. gibi termoplastikler, saydam plastiklerdir ve uçaklarda kokpit camı, kanopi ya da benzer saydamlık ve ışık geçirgenliği istenen cam kaplamalarda kullanılırlar. Özellikle metil metakrilattan yapılan akrilikler, çok iyi optik özellikleri (ışık geçirgenliği vs.) ve hava şartlarına dayanımı sebebiyle 50 yıldan fazla bir süredir hem askeri hem de ticari uçaklarda saydam plastik olarak kullanılmaktadır.

Hava araçlarının kokpit camlarında ve gövde üzerinde ki yolcu pencerelerinde de, cam malzemesiyle birlikte en yaygın olarak kullanılan iki polimer polivinil butiral (PVB) ve polimetil metakrilat (PMMA)'tır.

2.2.2.1 Polimetil metakrilat (PMMA)

Polimetil metakrilat (PMMA), kullanım alanı çok geniş olan ve geçmişi eskiye dayanan bir vinil polimerdir. Viskoelastik amorf bir katıdır ve metanol'den üretilir.



Şekil 2.6 : Metanolden üretilen bazı polimerler [14].

Karakteristik özellikleri çok yüksek saydamlık, yüksek ışık geçirgenliği, güneş ışınlarına ve hava şartlarına yüksek dayanımıdır.

PMMA ilk olarak cama alternatif olarak kullanılmaya başlanmıştır. Saydamlık konusunda camdan daha avantajlıdır. Cam eğer çok kalın yapılırsa saydamlığında azalma görülmektedir, PMMA ise 33 mm'ye kadar kalınlaştırıldığı halde camdan çok daha saydam olabilmektedir. Ancak daha sonra, diğer polimerlerle karşılaştırıldığında çizilmeye dayanımı daha yüksek olmasına rağmen, cama göre daha kolay çizildiği görülünce doğrudan camın yerine kullanmak yerine, cam kaplamalarda mukavemeti artırıcı ara malzeme olarak kullanılmaya başlanmıştır. Her tür uçak tipinde ve diğer hava araçlarında hem kokpit camlarında, hem de yolcu pencerelerinde cam kaplama malzemesi olarak kullanılır.

Perspex, Plexiglass, Lucite, Oroglass, Acrylic gibi ticari isimleriyle bilinir [13]. Plexiglass olarak bilinen ilk akrilik 1936'da kullanılmıştır. II. Dünya Savaşı'nda denizaltı periskoplarında ve savaş uçaklarının kanopilerinde ve kokpit camlarında kullanılmıştır.

Cama göre darbeye dayanımı daha yüksektir. Darbe dayanımını arttırmak adına plastikleştirici (plasticizer) ve yumuşatıcı maddeler eklenerek kullanılabilir. 3 mm kalınlığında bir PMMA plak, 92%'ye kadar ışığı geçirebilir. Çevresel şartlara diğer plastiklere göre daha uyumludur, bu yüzden açık hava şartlarında kullanılmaya uygundur. Camı geçiş sıcaklığı ortalama 105 °C'dir.

PMMA'nın mekanik ve fiziksel özellikleri Çizelge 2.2'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.2 : PMMA'nın mekanik özellikleri.

	Young Modülü (GPa)	Yoğunluk (gr/cm ³)	Poisson Oranı	Çekme Mukavemeti (MPa)	Basma Mukavemeti (MPa)
PMMA	2.5	1.19	0.40	75	120

2.2.2.2 Polivinil butiral (PVB)

Polivinil butiral (PVB) de PMMA gibi vinil bir polimerdir. Amorf bir katıdır ve viskoelastik özellik gösterir. Metanolden üretilir (Şekil 2.6).

PVB, yüksek mukavemet ve esneklik istenen yerlerde kullanılır. Özellikle otomobil ön camları ve emniyet camı gibi katmanlı cam panellerde ara katman olarak kullanılır. Herhangi bir sebepten ötürü cam katmanlar kırılırsa, camdan ayrılan parçalar ara katman olan PVB'ye tutunur ve dağılmaz. Bu şekilde yaralanma ve etrafa zarar verme riski azaltılmış olur. Bu sebeple mimari yapılarda da en sık kullanılan ara katman malzemesidir. Gökdelenlerin dış cam kaplamalarında, koruyucu ara katman görevi vardır. Ayrıca iki cam katman arasında yerleştirildiğinde, yeterince saydam olması ve ışık geçirgenliğine sahip olmasından dolayı cam panel tek bir katman gibi görünür. Emniyet camı olarak tavanmış cam katmanlarla birlikte kullanılır.

PVB'nin geçmişi 70 yıl eskiye dayanır. 1930'ların sonlarından bugüne fazla bir değişikliğe uğramadan kullanılmaya devam etmektedir. Bugün PMMA gibi, bazı plastikleştiriciler ve yumuşaklaştırıcılar ile birlikte kullanılır.

Butacite, Butvar, Saflex, Trosifol gibi ticari isimlerle bilinen PVB, en fazla otomobil endüstrisinde ve mimari yapılarda kullanılmasına rağmen, uçaklarda da cam kaplama malzemesi olarak kullanılır.

Camsı geçiş sıcaklığı PMMA'dan düşüktür ve ortalama 75°C 'dir.

PVB'nin mekanik ve özellikleri Çizelge 2.3'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.3 : PVB'nin mekanik özellikleri.

	Young Modülü (GPa)	Yoğunluk (gr/cm ³)	Poisson Oranı	Çekme Mukavemeti (MPa)
PVB	0.985	1.1	0.49	25

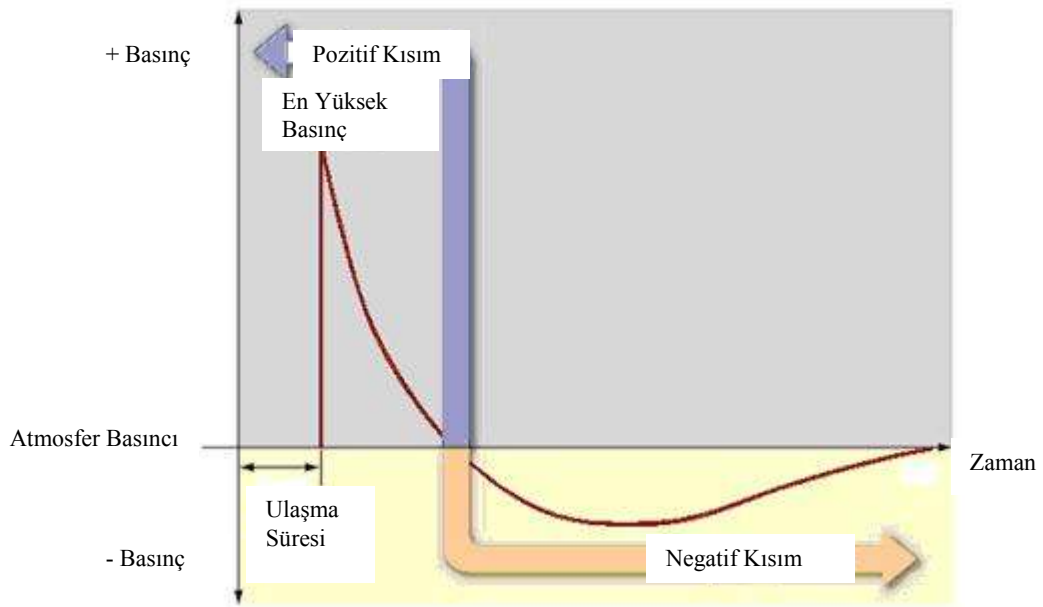
3. PATLAMA VE DARBE YÜKLERİ

3.1 Patlama Yüğü

“Patlama” dediğimiz olay şu şekilde tanımlanabilir: Büyük ölçekli, çok ani cereyan eden, olağanüstü bir genişleme ve yayılma hareketi [15].

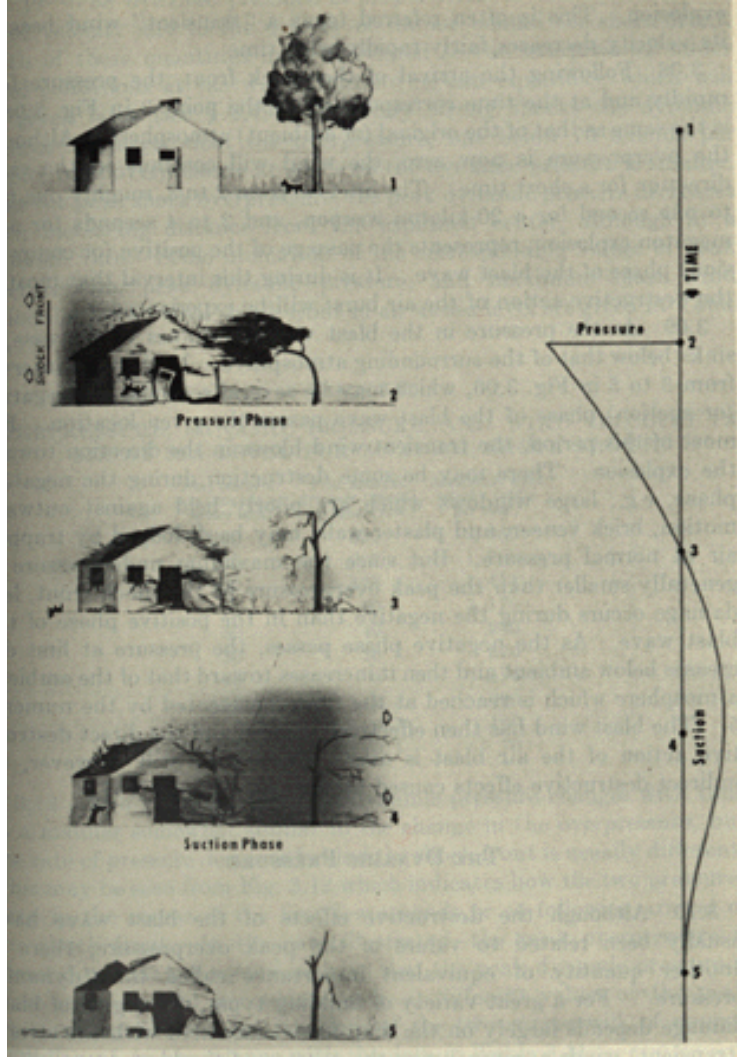
Daha açıklayıcı bir patlama tanımı ise şu şekilde yapılabilir: Depolanmış bir enerjinin aşırı derecede yüksek bir miktarda ve çok ani bir şekilde salıverilmesidir. Salıverilen enerjinin çok büyük bir kısmı, patlamanın gerçekleştiği hava içinde sesüstü bir hızla şok dalgası olarak iletilir. Patlamadan kaynaklanan bu dalga anlık bir yükseliş gösterir, daha sonra çok hızlı bir düşüş gösterir ve nispeten kısa bir zamanda da sönümlenir [16].

Patlamadan kaynaklanan bu dalga çok kısa bir zaman içinde (ms mertebesinde) sıfıra (pozitif kısım), daha sonra kısa bir zaman için sıfırın altına iner (negatif kısım). İdealize edilmiş tipik bir patlama yükünün şekli aşağıdaki gibi gösterilir [17].



Şekil 3.1 : Tipik patlama yükü basıncı-zaman grafiği.

Nükleer bir patlama sonucu oluşan basınç dalgalarının çevrede bulunan yapıları nasıl etkilediğini gösteren temsili bir resim Şekil 3.2’de gösterilmiştir.



Şekil 3.2 : Nükleer bir patlamanın etkisi.

3.1.1 İdeal patlama yükü – Friedlander fonksiyonu

Patlama yükü ile ilgili çözümlerde bazı kabuller yapmak çözümü kolaylaştırır. Bunun için ideal bir patlama yükünün oluştuğu şartlar belirlenmelidir.

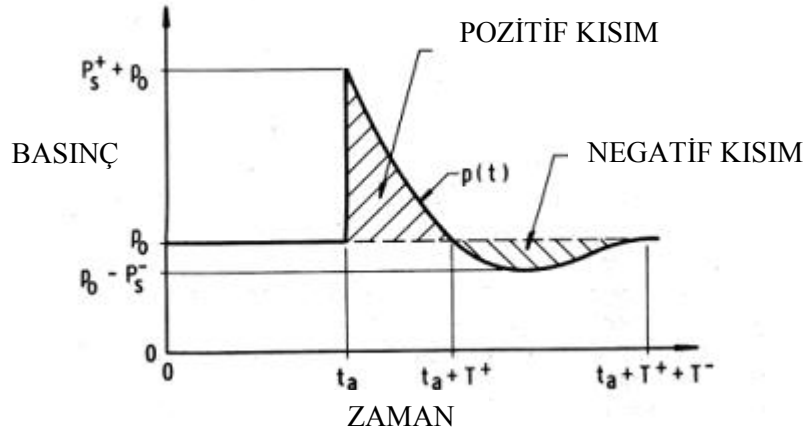
İlk olarak patlama olayının durgun, homojen atmosfer içinde olduğu kabul edilir. Patlamaya sebep olan kaynak küresel simetrik bir kaynaktır, böylece patlama esnasında oluşan şok dalgası sadece patlama kaynağının merkezinden olan uzaklığa (d) ve zamana (t) bağlı olur. Aynı zamanda bu şok dalgası her yöne düzgün bir şekilde dağılır. Şekil 3.3’te bir patlama sonucu oluşan şok dalgası görülmektedir.

Şok
Dalgası



Şekil 3.3 : Şok dalgası [18].

İdeal bir patlamada basınç dalgasının zamana göre değişimini gösteren şekil aşağıdadır.



Şekil 3.4 : Patlama yükü basıncının zamana bağlı değişimi [15].

Atmosfer basıncı p_0 ile gösterilir. Basınç dalgası kaynaktan yapıya kadar t_a sürede ulaşır ve bu anda basınç yükü birdenbire P_s^+ kadar yükselerek $P_s^+ + p_0$ değerine kadar yükselir. Daha sonra basınç yükü değeri atmosfer basıncına kadar düşer bu ana kadar geçen toplam süre $t_a + T^+$ olarak gösterilir. Daha sonra ise atmosfer basıncının da altına, bir emme basıncı oluşturacak şekilde P_s^- kadar düşerek $p_0 - P_s^-$ değerine ulaşır. Son olarak ise p_0 atmosfer basıncı değerine dönerek son bulur. Patlama yükünün tekrar atmosfer basıncına döndüğü bu noktaya kadar geçen toplam süre $t_a + T^+ + T^-$ 'dir. P_s^+ değeri genellikle tepe noktası patlama yükü basıncı (peak overpressure) diye ifade edilir. Patlama yükü basıncının atmosfer basıncından fazla olduğu sürede patlama yükü “pozitif kısım”dadır ve bu süre T^+ ile ifade edilir.

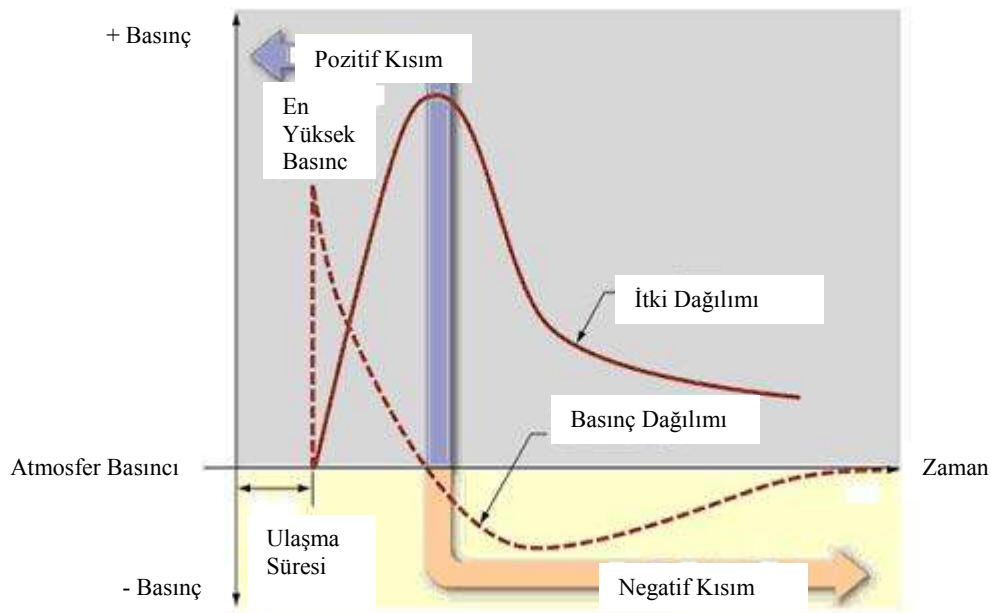
Patlama yükü basıncının atmosfer basıncından az olduğu sürede ise patlama yükü “negatif kısım”dadır ve bu süre T^- ile ifade edilir.

Patlamanın pozitif ve negatif fazında oluşan itki ise ayrı ayrı (3.1) ve (3.2) denklemlerinde şu şekilde ifade edilir [18].

$$I^+ = \int_{t_a}^{t_a+T^+} [p(t) - p_0] dt \quad (3.1)$$

$$I^- = \int_{t_0+T^+}^{t_a+T^++T^-} [p_0 - p(t)] dt \quad (3.2)$$

Patlamanın pozitif ve negatif kısımlarında itkinin zamana göre değişimi Şekil 3.4’te verilmiştir.



Şekil 3.5 : Tipik itki eğrisi [18].

İtki, önemli patlama yükü parametrelerindendir.

İdeal patlama yükünün basınç-zaman geçmişini ifade edebilmek için, bu karşılıklı ilişki zamanın bir fonksiyonu olarak ifade edilebilmelidir. Geçmişte birçok araştırmacı bu konuda yaptıkları çalışmalarda bazı yaklaşımlar getirmişlerdir. Bunlardan bazıları deneysel çalışmalar sonucu ortaya çıkarılmış, bazıları ise teorik çalışmaların ürünüdür. Teorik ya da deneysel, yapılan bu araştırmalarda öncelikli olarak patlama yükünün pozitif kısmı ele alınmıştır.

Patlama sonucu oluşan basınç dalgasıyla ilgili olarak en basit yaklaşımı Flynn (1950) yapmıştır. Patlama yükünü karakterize ederken sadece iki parametre kullanmıştır. Basınç dalgasının lineer bir azalma gösterdiğini kabul etmiştir ve basınç-zaman ilişkisini aşağıdaki fonksiyonla ifade etmiştir.

$$p(t) = p_0 + P_s^+ \left(1 - \frac{t}{T^+}\right) \quad 0 < t \leq T^+ \quad (3.3)$$

Burada t , şok dalgası yapıya ulaştıktan sonra geçen süredir. Bu fonksiyonu kullanabilmek için P_s^+ değeri genellikle sabit tutulurken, doğru T^+ pozitif itki değerini elde etmek için pozitif kısım süresi T^+ belirlenir. Görüldüğü gibi bu fazla basite indirgenmiş bir yaklaşımdır ve aslında sistemlerin cevabını bulmak için yeterlidir.

Ethridge (1965) ise şöyle bir yaklaşım yapmıştır.

$$p(t) = p_0 + P_s^+ e^{-ct} \quad (3.4)$$

Burada t yine, şok dalgası t_a zamanda yapıya ulaştıktan sonra geçen süredir. Bu fonksiyonda P_s^+ genliği, başlangıç azalma oranı ve pozitif itki deneysel sonuçlarla sağlanabilir. Bu fonksiyona göre basınç yükü hiçbir zaman atmosfer basıncına tekrar dönmese de, patlama yükü basıncının integrali sonlu bir değeri vermektedir. Bu yaklaşımın tamamen lineer azalmayı öngören (3.3) denklemden daha uygun olduğu aşıkardır.

Daha karmaşık bir diğer yaklaşım Friedlander tarafından yapılmıştır ve üç farklı parametre içerir.

$$p(t) = p_0 + P_s^+ \left(1 - \frac{t}{T^+}\right) e^{-bt/T^+} \quad (3.5)$$

Fonksiyonda zaman yine şok dalgası yapıya ulaştıktan sonra ölçülür.

Ethridge'e göre, deneysel sonuçlarda ki exponansiyel azalma oranı zamanla düşmektedir; bu dört parametrelili şu fonksiyonu önermiştir:

$$p(t) = p_0 + P_s^+ \left(1 - \frac{t}{T^+}\right) e^{-b(1-ft/T^+)t/T^+} \quad (3.6)$$

Patlama yükünün zamana bağlı değişimini karakterize eden yukarıda ki dört fonksiyon da uygulanabilir. Bu fonksiyonlarda ki toplam dört parametrenin yerine yeni parametreler de eklenebilir.

Dört parametre içeren bir fonksiyon da Brode (1955) önermiştir.

$$p(t) = p_0 + P_s^+ \left(1 - \frac{t}{T^+}\right) e^{-b[1+g/(1+ht/T^+)]} \quad (3.7)$$

Brode noktasal bir kaynaktan çıkan basınç dalgalarının pozitif kısmının etkisini teorik hesaplamalardan yola çıkarak zamana bağlı olarak ifade etmiştir.

En karmaşık formül ise yine Brode (1956) tarafından öne sürülmüştür.

$$p(t) = p_0 + P_s^+ \left(1 - \frac{t}{T^+}\right) \left[a e^{-at/T^+} + (1-a) e^{-bt/T^+} \right] \quad (3.8)$$

Bu denklem beş farklı parametre içermektedir. Ethridge bu denklemin deneysel verileri mükemmele yakın şekilde sağladığını göstermiştir.

Patlama yükünün negatif kısmının karakteristikleri üzerinde çoğunlukla durulmamıştır. Bunun sebebi ise patlama yükünün negatif kısmının, pozitif kısmına göre araştırmacılar tarafından daha az önemli görülmesi ve negatif kısmın özelliklerinin doğru olarak ölçülmesi ve hesaplanmasında karşılaşılan zorluklardır. Negatif kısım ile ilgili yaklaşımda bulunan tek insan Brode(1955)'dir.

$$p(t) = p_0 - P_s^- \left(\frac{t}{T^-}\right) \left(1 - \frac{t}{T^-}\right) e^{-4t/T^-} \quad (3.9)$$

Bu ifadede zaman negatif kısmın başlangıcından ($t_a + T^+$) itibaren ölçülmüştür. Bu ifade Brode'nin noktasal kaynaklı teorik çözümünü temel almaktadır.

Patlama yükü basıncını karakterize edebilmek adına, yukarıda anlatılan fonksiyonel yaklaşımlardan hangisinin kullanılmasının daha uygun olduğu ile ilgili net bir cevap verilemez. Bu yaklaşımların çoğu tamamen tecrübeye ve deneysel verilere dayanır. (3.3) ve (3.4) numaralı denklemler basit yaklaşımları ifade eder. Ancak ikisi de ideal patlama yükü karakteristiklerini ifade etmede epeyce bir sapma gösterir. (3.3) lineer bir azalma önerirken, (3.4) patlama yükünün tekrar atmosfer basıncına döndüğü durumu ifade edemez. Bu iki yaklaşım da bu şekilde patlama yükünü tam olarak ifade edememektedir. (3.5) denklemi makul derecede bir basitliğe sahiptir ve gözlenen parametrelere daha uygun sonuçlar verir. (3.6), (3.7) ve (3.8) ise diğerlerine

göre fazla karmaşık yaklaşımlardır. Ancak hem teorik hesaplamalar baz alındığında, hem de deneysel verilerin sağlanması konusunda oldukça doğru sonuçlar verirler. Yapılacak en doğru şey, patlama yükünü makul seviyede basit olarak ifade edebilen ve herhangi bir analizde isabetli sonuçlar verebilen bir yaklaşımı kullanmaktır. (3.5) 'le ifade edilen Friedlander denklemi, hem önemli patlama yükü parametrelerini sağladığı, hem de çok karmaşık olmadığı için en iyi seçim olacaktır.

3.1.2 Hopkinson ölçekleme kanunu

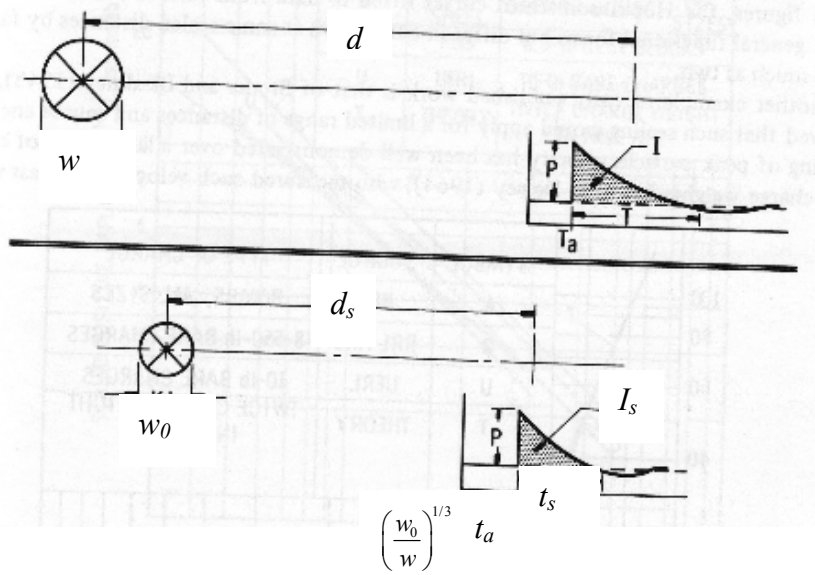
Patlama yükü ile ilgili deneysel çalışma yapmak oldukça zordur. Patlama yükü parametrelerini tam olarak ifade etmek için farklı koşullarda deneyleri tekrarlamak hem ekonomik açıdan masraflı hem de zahmetli bir iştir. Hava içinde gerçekleşen patlamalar konusunda yapılan bilimsel ve mühendislik çalışmalarının en başından beri bazı araştırmacılar, bütün analizlerini ve diğer deneysel çalışmalarındaki uygulamaları da içine alacak bir model ya da ölçek tasarlamaya çalışmışlardır. Bununla ilgili en bilinen çalışmayı B. Hopkinson (1915) yapmıştır. “Hopkinson ölçekleme kanunu” ya da “küp-kök ölçekleme kanunu” olarak ifade edilen bu kanun, ölçeklenmiş bir uzaklıkta gerçekleşen iki patlamayı ele almıştır. Buna göre, verilen bir ölçeklenmiş uzaklıkta yer alan bir patlama kaynağının, aynı geometrik özelliklere sahip olduğu ve aynı tür patlamaya yol açtığı kabul ediliyor. Eğer patlamalardan birinin büyüklüğü değiştirilirse, yapı üzerinde aynı etkiyi oluşturacak uzaklık denklem (3.10)'da ki gibi ifade edilir.

$$d_s = \left(\frac{w_0}{w} \right)^{1/3} d \quad (3.10)$$

Bu denklemde ki w_0 , referans alınan patlamanın ağırlığı ya da enerjisi, w ise tanımlanan patlamanın ağırlığı ya da enerjisidir [18-19].

Burada d patlama kaynağının merkezinden uzaklık, w ise patlamanın sahip olduğu enerjidir. Hava içindeki gerçekleşen patlamalarla ilgili birçok çalışmada w , “standart” bir patlayıcının toplam ağırlığına karşılık olarak kullanılmıştır, TNT gibi. Aslında belli büyüklükte bir patlamayı ortaya çıkaracak enerji miktarını temel almak fiziksel olarak çok daha gerçekçi bir yaklaşım olacaktır. Bu sebepten ötürü, verilen bir kimyasal patlayıcı türü için, enerji miktarı patlayıcının toplam ağırlığına orantılıdır.

Hopkinson'ın anlatmak istediği bu ölçeklendirme işlemi, Şekil 3.4'te ki gibi daha anlaşılabilir bir halde gösterilebilir.



Şekil 3.6 : Hopkinson ölçekleme kanunu [15].

Boyutları tipik olarak w_0 ile gösterilen bir patlama kaynağının merkezinden d uzaklıkta konumlanan bir gözlemci, patlama olayının karakteristik gelişimi içinde T sürede, P genliğine sahip bir basınç dalgası etkisi altında kalacaktır. Bu şekilde gerçekleşen bir patlamada oluşan pozitif itki denklem (3.11)'de ki gibi olacaktır.

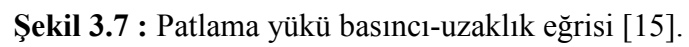
$$I = \int_{t_a}^{t_a+T} [p(t)]dt \quad (3.11)$$

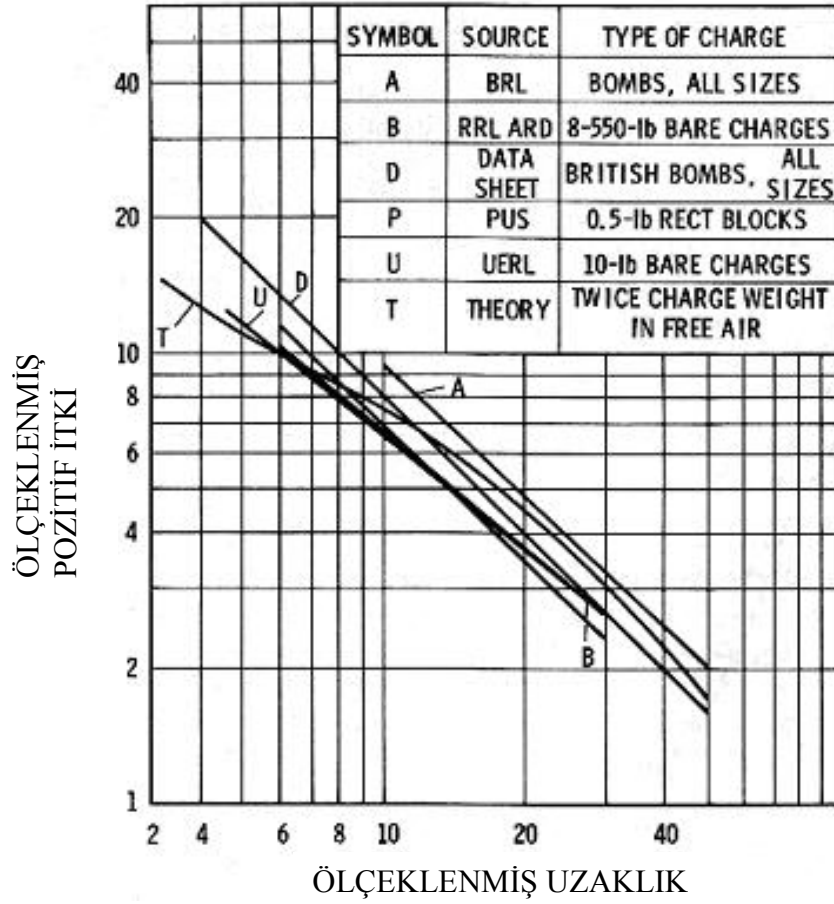
t_a şok dalgasının yapıya varış süresi ve $p(t)$ patlama yükü basıncının zaman göre değişim fonksiyonudur. Hopkinson ölçekleme kanunu bize şunu söyler; boyutları tipik olarak w ile gösterilen benzer bir patlama kaynağının merkezinden d_s uzaklıkta konumlanan bir gözlemci, aynı atmosfer şartları içinde t_s sürede aynı patlama yükü basıncı P 'yi ve I_s itkisini hissedecektir. Şok dalgasının yapıya ulaşma süresi t_a gibi, bütün karakteristik özellikler, aynı “mesafe ölçekleme faktörü (length scale factor)”

$\left(\frac{w_0}{w}\right)^{1/3}$ ile çarpılır.

Hopkinson ölçekleme kanunu çok geniş bir yelpazede birçok farklı uzaklık ve patlama kaynağı enerjisi için geçerlidir ve kullanılabilir. Hopkinson'ın bu yaklaşımını kanıtlayan birçok başka çalışma yapılmıştır. Kennedy (1946)'nin birkaç

EN YÜKSEK BASINÇ





Şekil 3.8 : İtki-uzaklık eğrisi [15].

Ölçekleme kanunu ile ilgili bir başka avantajlı nokta ise, patlama yükünü tanımlayan hemen hemen bütün parametrelerin Hopkinson ölçekleme kanununa uygun bir şekilde kullanılabilmesidir. Aşağıda ölçeklenmiş uzaklıktan başka, ölçeklenmiş zaman ve ölçeklenmiş itki fonksiyonları görülmektedir.

$$d_s = \left(\frac{w_0}{w} \right)^{1/3} d \quad (3.12)$$

$$t_s = \left(\frac{w_0}{w} \right)^{1/3} t \quad (3.13)$$

$$I_s = \left(\frac{w_0}{w} \right)^{1/3} I \quad (3.14)$$

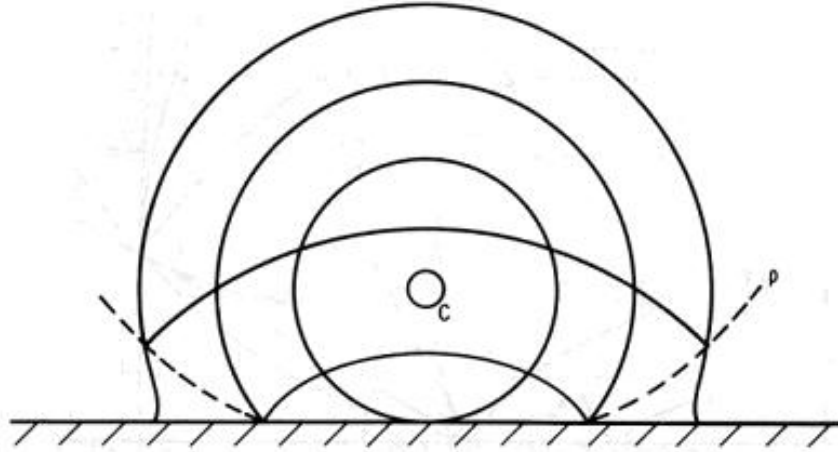
Bu kanun başka bir şekilde denklem (3.15) gibi de ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
p &= p(d_s) \\
t &= t(d_s) \\
I &= I(d_s)
\end{aligned}
\tag{3.15}$$

Buna göre belirli bir patlamaya ait basınç, zaman, hız veya ölçeklenmiş itki; ölçeklenmiş uzaklık d_s 'nin tek bir fonksiyonu olarak verilebilir.

3.1.3 Zemin etkisi

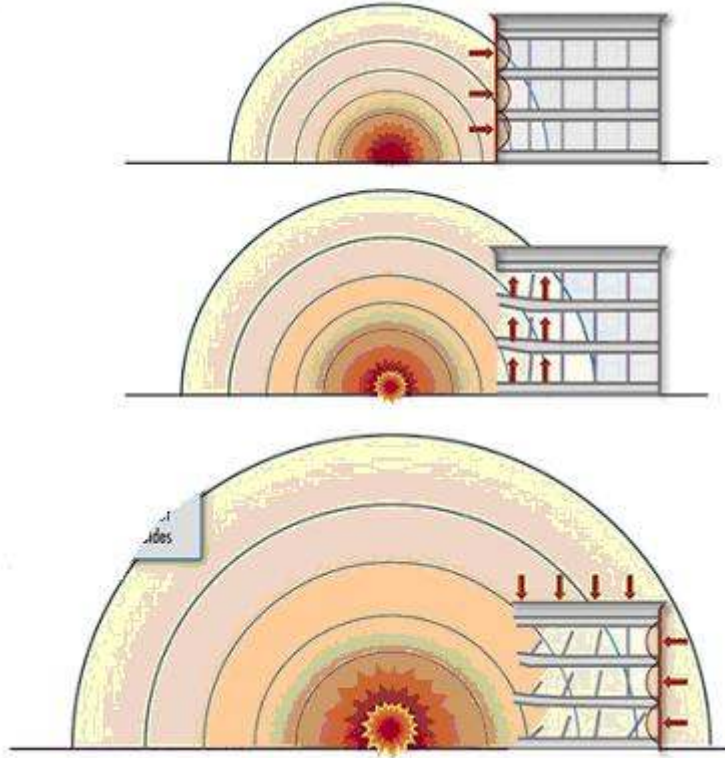
İdeal patlamaların durgun homojen bir atmosfer içinde gerçekleştiği kabul edilir. Patlama kaynağı ise küresel simetrik bir kaynaktır ve patlama sonucu oluşan basınç dalgaları atmosfer içinde düzgün bir şekilde yayılır. Ancak bazı durumlarda bu böyle gerçekleşmeyebilir. Mesela yeryüzünde ya da herhangi bir başka zemin üzerinde gerçekleşen bir patlamada, şok ya da basınç dalgaları patlama kaynağında düzgün bir şekilde uzaklaşmaz. Aynı etkiye patlama kaynağına yakın başka herhangi bir yüzey de sebep olabilir, patlama kaynağına yakın yüksek bir bina ya da bir yeryüzü şekli gibi. Bu durumda basınç dalgaları patlama kaynağından çıktıktan sonra yansımaya uğrayacak ve ideal patlamalarda yapıya gelen basınç yükü etkisi artacaktır. Bu tür bir yansıma yapı üzerine etki edecek basınç yükünü serbest hava içinde ki bir patlamaya göre kabaca 1 ya da 2 kat arttıracaktır.



Şekil 3.9 : Şok dalgalarının zeminden yansıması [15].

Basınç yükü üzerinde ki bu yansıma etkisini hesaba katmak için bir ölçekleme faktörü kullanılır. Tamamen deneysel çalışmalara ve tecrübeye dayalı bir sonuç

olarak bu ölçekleme faktörü, 227 kg'lık bir TNT patlayıcısı için $\eta = 3.36$ olarak bulunmuştur [17].



Şekil 3.10 : Patlama yükü basıncının yapılar üzerindeki etkisi.

3.2 Darbe Yüğü

Darbe, farklı hızlarda bir yapının ya da malzemenin üzerine çok kısa bir sürede büyük kuvvetlerin uygulanması olarak tanımlanabilir [20] . Malzemelerin darbe yüklerine karşı davranışları elastik ve plastik şekil değiştirme olarak görülür. Mekanik alanda ki mühendislik uygulamalarında dışarıdan gelecek bu darbe yüklerine karşı, darbe yüküne maruz yapıda kullanılan malzemelerin en uygun cevabı vermesi beklenir ve istenir.

Birçok yapı farklı kullanım alanlarına ve koşullarına bağlı olarak çok farklı darbe yüklerine maruz kalabilir. Mesela gökdelenlerin cam kaplamaları, yüksek hızda bir rüzgar ya da fırtınanın taşıdığı yabancı parçaların çarpmasına maruz kalabilirler. Otomobillerde ise hem kaporta hem de ön ya da yan camlara birçok darbe gelebilir. Trafik kazalarında ön cama çarpan insan kafası katmanlı plaklara gelen bir darbe yükü olarak tanımlanmış ve bununla ilgili bir çok akademik çalışma da yapılmıştır.

Uçak yapılarında ise kokpit camları ve gövdeyi oluşturan sac yapıya yabancı cisimlerin çarpması sonucu darbe yükleri oluşabilir. Yerden herhangi bir etkiyle yükselen bir cisim buna sebep olabilir. Bunun dışında, ticari uçakların özellikle kalkış ve iniş sırasında kuş sürüsü içine girdikleri ve çok kısa zaman aralıkları ile ardarda çok sayıda darbeye maruz kalmaları sıklıkla karşılaşılan bir olaydır.

Uçağın kuş sürüsüne girmesi birçok farklı bölgede çok sayıda hasara sebep olabilir ve bu durum uçuş güvenliği açısından oldukça önemlidir. Uçağın aerodinamik yüzeylerinin hasara uğramasına da kuşların uçağın motorlarına girerek, motoru oluşturan parçalara (paller vs.) büyük hasarlar vermesi ve istenmeyen sonuçlar doğurması muhtemeldir. Bunun yanında bir uçağın kuş sürüsüne girmesi sonucu en çok hasar görebilecek kısmı uçak gövdesinin burun kısmı ve kokpit camlarıdır.



Şekil 3.11 : Kuş sürüsüne girmiş bir uçağın burun kısmı ve kokpit camı.

Uçaklar, genellikle kuşların göç yolları üzerinde bulunan havaalanlarında gerçekleştirdikleri kalkış ve inişlerde kuş çarpmalarına maruz kalırlar. Kokpit

camının bu kuş çarpmalarına karşı dayanıklı olması pilotların can güvenliği açısından önemlidir.

Darbe sonucu oluşan hasar, metal malzemelerde genellikle bir tehlike işareti olarak kabul edilmez. Çünkü metal malzemeler plastik şekil değiştirme kabiliyetine sahip olduklarından, çarpma enerjisinin büyük bölümünü absorbe edebilirler. Ayrıca bu sabit şekil değiştirme oluşmadan önce büyük uzamalarda akabilirler ve darbe yükü sonucu oluşacak kopma ani ve beklenmedik olmaz. Kırılgan malzemeler ise bu çarpma enerjisini elastik şekil değiştirmeler ile karşılamaya çalışırlar [21] .

Kuş çarpması sonucu oluşacak hasar, kuşların ağırlığına, büyüklüğüne ve en önemlisi çarpma hızına bağlıdır. Kuşla karşılaştırıldığında uçağın ağırlığı çok fazla olduğu için bu büyüklük göz önüne alınmaz. Yine uçağın kalkış ya da iniş hızı kuşun uçuş hızına göre çok fazla olduğundan, çarpışma hızı olarak bağıl hız yerine uçağın hızı dikkate alınır. Darbeler düşük, orta ya da yüksek hızlı olarak sınıflandırılırlar. Ancak bu kategoriler arasında belirgin bir geçiş yoktur. Yani hangi hızın düşük, hangi hızın yüksek olarak tanımlanacağı konusunda bir netlik söz konusu değildir. Bu konuda yapılan birçok çalışmada da farklı değerlendirmeler yapılmıştır. Bir kısmı düşük hızlı darbeyi hedefin rijitliğine, malzeme özelliklerine ve çarpan cismin kütle ve rijitliğine bağlı olarak 1 ila 10 m/s arasında değişen hızlar olarak kabul etmiştir. Arbate [22] ise tabakalı kompozit malzemelerde darbe ile ilgili yapmış olduğu çalışmalarda düşük hızlı darbeleri 100 m/s'den düşük hızlarda oluşan darbeler olarak belirlemiştir.

4. KLASİK KATMANLI PLAK TEORİSİ

Kinematik ilişkiler ve mekanik ya da termodinamik prensipler, fiziksel karakterine bakılmaksızın süreklilik gösteren her yapıya ve duruma uygulanabilir. Üzerine uygulanan yüklere karşı her malzemenin kendine özgü cevabı, o malzemenin “bünye davranışını” gösterir. Bu bünye davranışları da “bünye denklemleri” ile ifade edilir.

Malzemeler bünye davranışlarına göre farklı şekilde ifade edilirler. Bir malzemenin bünye davranışı sadece o an ki şekil değiştirme durumuna bağlı ise bu malzeme *elastik* bir malzemedir. Özel bir durum olarak, şekil değiştirme sırasında oluşan gerilmeler tarafından yapılan iş, sadece o an ki şekil değiştirme durumuna ve başlangıç durumuna bağlı ise bu malzeme *hiperelastik* bir malzemedir.

Bünye davranışlarında olduğu gibi, malzeme özelliklerinin gösterdiği değişikliklere göre de farklı sınıflandırmalar yapılmıştır. Herhangi bir malzemedan oluşan bir yapıda, malzeme özellikleri yapının her noktasında aynı özellikleri gösteriyorsa, yani yönden bağımsız ise, bu yapı *homojen* bir yapıdır. *Heterojen* bir yapıda ise malzeme özellikleri yöne bağlıdır. Mesela, kalınlıkları uzunluk boyunca değişmeyen ve her biri farklı malzemelerden müteşekkil birkaç katmanın üst üste yapıştırılmasıyla oluşturulmuş katmanlı bir yapı, kalınlık boyunca heterojen bir yapıdır. Yöne-bağımlı malzemeler *anizotropik* malzemelerdir. Yani verilen bir noktada malzeme özelliği her yönde farklı bir değer alır. *İzotropik* malzemelerde ise verilen bir noktada her malzeme özelliği her yönde aynıdır. İzotropik ya da anizotropik bir malzeme homojen ya da heterojen olabilir [23].

4.1 Malzemelerin Elastik Davranışı ve Genelleştirilmiş Hooke Kanunu

Elastik bir malzeme şekil değiştirme süresi boyunca oluşan gerilme ve birim uzamaların birbiri ile ilişkisine göre *ideal elastik* olarak ifade edilebilir. İdeal elastik bir malzemedan oluşmuş bir yapı, ısının değişmediği (izotermal) şartlarda, üzerine uygulanan ve şekil değiştirmeye sebep olan bütün yükler kaldırıldığında tekrar başlangıç durumuna döner. Yani gerilme ve birim uzamalar arasında birebir ilişki

vardır. Gerilme ve birim uzamalar arasında ki bu ilişki eğer lineer ise, malzeme *lineer elastik* davranış gösteriyor denir.

Lineer elastisite bağıntısı denklem (4.1)'deki gibi veya daha kısa şekilde denklem (4.2)'de olduğu gibi yazılabilir [24].

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\sigma = C\varepsilon \quad (4.2)$$

Bu ilişki *genelleştirilmiş Hooke kanunu* olarak bilinir ve *simetrik katılık matrisi* C 'yi tanımlar. Bir malzemenin lineer elastik davranışı C matrisinde bulunan 21 bağımsız sabit ile tanımlanır.

Denklem (4.2)'de gösterilen elastisite denkleminin tersi denklem (4.3)'te olduğu gibi yazılabilir.

$$\varepsilon = S\sigma \quad (4.3)$$

Bu denklemde ki S matrisine *uygunluk matrisi* denir. Açık olarak denklem (4.4)'teki gibi yazılır.

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Uygunluk matrisi denklem (4.1)'de ki C matrisinin tersidir.

$$S = C^{-1} \quad (4.5)$$

İzotropik malzemeler için katılık matrisinde ki sabitlerden bazıları birbirine eşittir. Bu yüzden izotropik bir malzeme için, genelleştirilmiş Hooke kanununda bulunan 21 bağımsız sabit sayısı 2'ye düşer. İzotropik malzemeler için,

$$C_{22} = C_{11} \quad C_{23} = C_{12} \quad C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \quad (4.6)$$

ilişkisi vardır. Böylece katılık matrisi denklem (4.7)'deki hali alır.

$$C_{22} = C_{11} \quad C_{23} = C_{12} \quad C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Elastisite denklemleri mühendislik sabitleri kullanılarak yazılır. İzotropik malzemeler için bu sabitler *elastisite modülü (Young modülü)*, *Poisson oranı* ve *kayma modülüdür*. Denklem (4.8)'de gösterilen katılık sabitlerinin karşılıkları denklem (4.9)'da gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ C_{12} &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

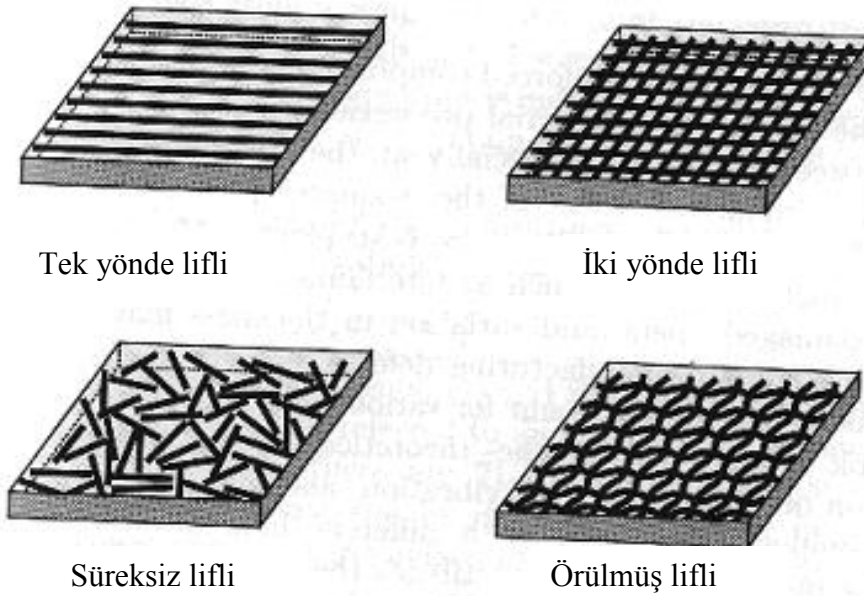
Mühendislik sabitlerini içeren katılık matrisi denklem (4.10)'da gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \Lambda \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\Lambda = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (4.11)$$

4.2 Katman ve Katmanlı Yapılar

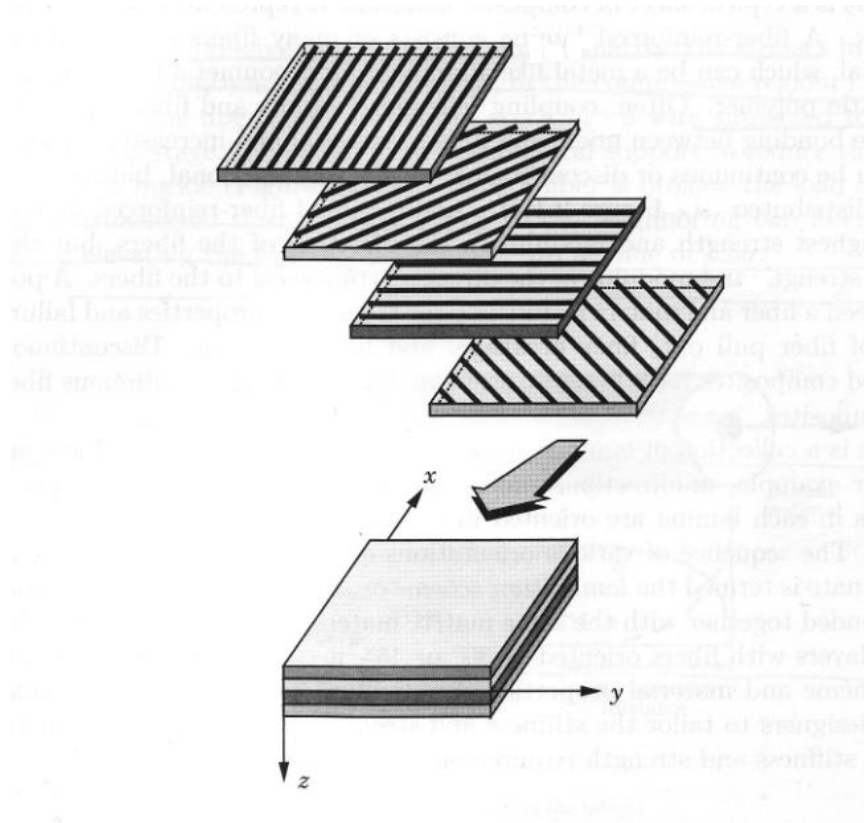
Bir tabaka ya da katman, tipik bir kompozit malzeme levhasıdır. Liflerle güçlendirilmiş bir katman, matriks içine yerleştirilmiş birçok liften oluşur. Bu malzeme alüminyum gibi bir metal yahut termoplastik polimer gibi metal olmayan bir malzeme olabilir. Şekil 4.1 ve 4.2’de, bazı lifli levhalar gösterilmiştir.



Şekil 4.1 : Lif takviyeli kompozit katmanlar.

Bunun dışında kullanılacağı yere göre levha için seçilen malzeme izotropik özelliğe de sahip olabilir.

Katmanlı yapı, istenilen katılığı ve kalınlığı sağlamak üzere, katmanların üst üste konulması ile oluşturulur. Üst üste konulan bu katmanlar, istenilen mukavemet özelliklerine göre farklı özelliklere ve kalınlıklara sahip olabilirler ve genellikle yapıştırma yöntemiyle birbirlerine bağlanırlar. Şekil 4-2’de lifli katmanlardan oluşturulmuş katmanlı bir yapı görülmektedir.



Şekil 4.2 : Lifli katmanlardan oluşturulmuş katmanlı yapı [23].

Katmanlı yapılarda her katmanın malzeme özelliklerinin ve lifli levhalar için malzeme oryantasyonunun ayrı ayrı seçilebiliyor olması, tasarımcı için oldukça esneklik sağlamaktadır. Çünkü istenilen şartlara göre katmanlı yapının mukavemet ölçüsü, kalınlık ve boyutları belirlenebilmektedir.

Lif takviyeli katmanlı kompozit yapılar bazı dezavantajlara sahiptir. Katmanların malzeme özelliklerinin uyumsuzluğu, katmanların arasında özellikle kenar bölgelerde kayma gerilmeleri oluşturabilir ve bu da tabaka ayrışmasına (delamination) sebep olabilir. Buna benzer olarak, matriks ve lifler arasındaki malzeme özelliklerinin uyumsuzluğu, matrikse yapıştırılan liflerin ayrılmasına sebep olabilir. Ayrıca imalat esnasında lifli yapıya bağlı olarak birçok hata meydana gelebilir. Tabaka içi boşluklar oluşması, liflerin zarar görmesi, kalınlığın değişikliğe

uğraması gibi. İmalat sırasında gerçekleşen bu hataların hepsinin birden bertaraf edilmesi ise oldukça zordur.

Katmanın ya da bunların oluşturduğu katmanlı yapının kullanılacağı yere, çalışma şartlarına ve karşılaması beklenen yüklere bu lifli yapıların yerine, tamamen izotropik ancak her katmanı farklı malzemelerden oluşturulmuş katmanlı yapılar sıkça kullanılmaktadır.

4.3 Klasik Katmanlı Plak Teorisi

Kompozit katmanlı plaklar yukarıda da bahsedildiği gibi farklı malzeme özelliklerine ve/veya lif oryantasyonuna sahip levhaların üst üste yapıştırılmasıyla oluşturulmuş yapılardır. Kompozit katmanlı plakların yapısal olarak, düzlemsel boyutları kalınlığına göre daha büyüktür. Zaten sıklıkla membran ve eğilme dayanımı gerektiren uygulamalarda kullanılırlar. Bu sebeplerden ötürü katmanlı kompozit plaklar, plak elemanlar olarak modellenenirler.

Kompozit plakların yapısal analizi ile ilgili çeşitli yaklaşımlar yapılmıştır, bunlar şu şekilde sınıflandırılabilir [23]:

(1) Eşdeğer tek-katman teorileri (2 boyutlu)

- a. Klasik katmanlı plak teorileri
- b. Kesmeye bağlı şekil değiştirme katmanlı plak teorileri

(2) 3 boyutlu elastisite teorisi (3 boyutlu)

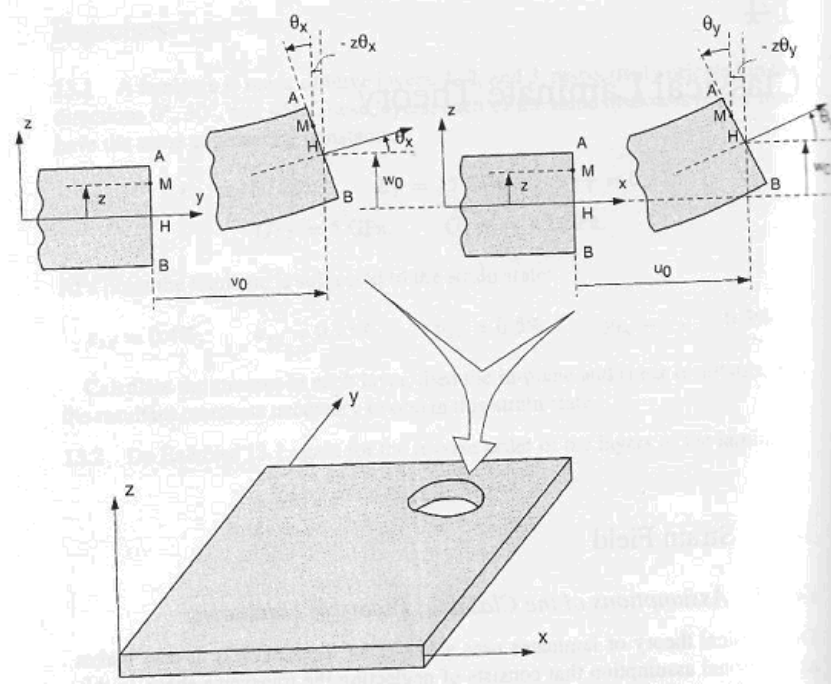
- a. Geleneksel 3-boyutlu elastisite formülleri
- b. Katmanlı teoriler (Layerwise theories)

(3) Çoklu model metodları (2 boyutlu ve 3 boyutlu)

Eşdeğer tek-katman teorileri, 3-boyutlu elastisite teorisi üzerinde, şekil değiştirme kinematikini ya da katmanlı yapının kalınlığı boyunca gerilme durumunu içeren bazı makul kabuller yapılarak çıkarılır. Bu kabuller 3-boyutlu problemi 2-boyutlu hale getirebilmemize yarar.

Eşdeğer tek-katman plak teorilerinde, heterojen bir katmanlı plak, karmaşık bir bünye davranışına sahip statik olarak eşdeğer bir tek katmanlı olarak ele alınır. Bu şekilde 3-boyutlu problem 2-boyutlu hale indirgenmiş olur.

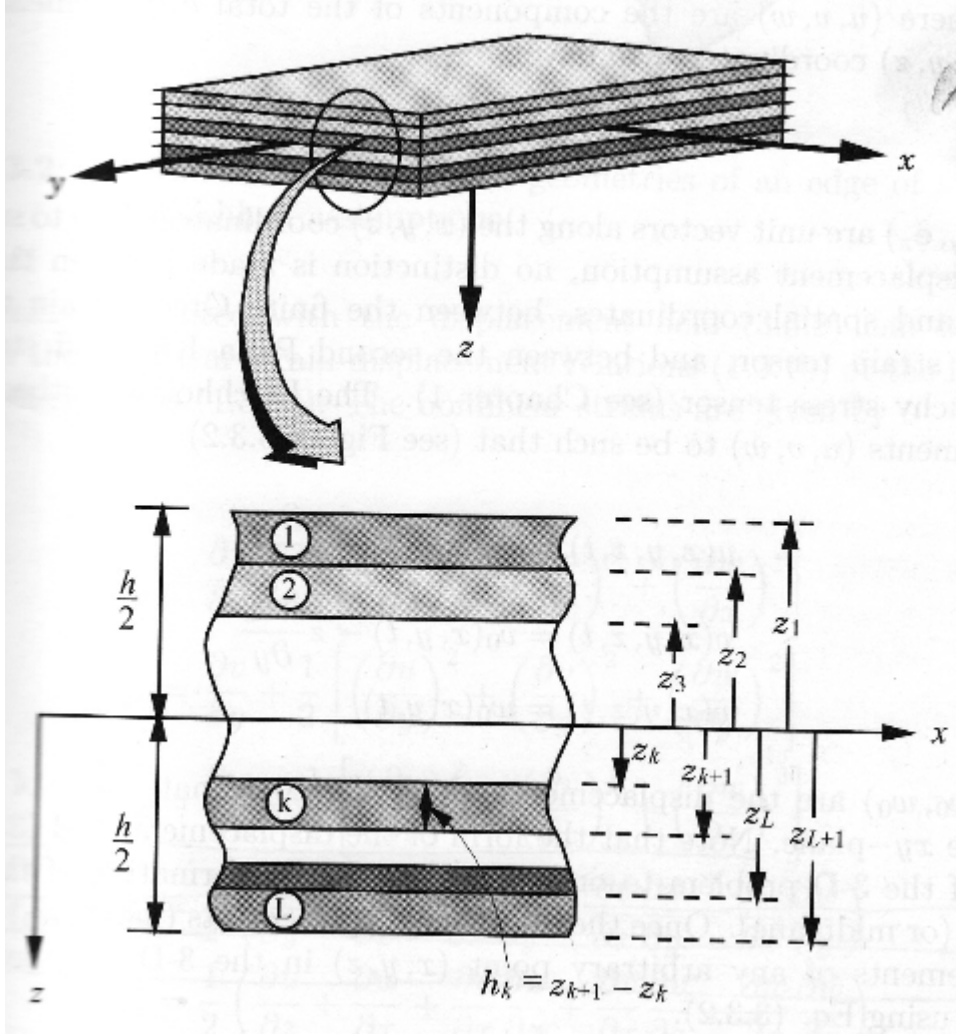
En basit eşdeğer tek-katman plak teorisi klasik katmanlı plak teorisidir. Bu da Kirchhoff (klasik) plak teorisinin katmanlı kompozit plaklara bir uygulamasıdır. Klasik katmanlı plak teorisinin uygulanabilir olması için, *Kirchhoff hipotezi* olarak da bilinen aşağıdaki kabullerin yapılması gerekir:



Şekil 4.3 : Kirchhoff plak teorisi [26].

1. Plağı oluşturan malzemeler elastik sınırlar içerisinde ve homojendir.
2. Plak başlangıçta düz kabul edilir, yani eğrilik yoktur.
3. Orta düzlemde meydana gelen çökme miktarı, plağın kalınlığıyla karşılaştırıldığında daha küçük olmalıdır. Bunun yanında dönmeye uğrayan yüzeyin eğimi de çok küçüktür ve bu eğimin karesinin değeri ihmal edilebilir bir değerdir.
4. Orta düzlem eğilmeye uğradıktan sonra şekil değiştirmemiştir.
5. Orta düzleme başlangıçta dik olan AB kesiti, eğilmeye uğradıktan sonra şekil değiştirmez ve yine orta düzleme dik olarak kalır. Bu dikey kayma birim uzamaları γ_{xz} ve γ_{yz} 'nin ihmal edilebilir olduğu anlamına gelir. Plağın şekil değiştirmesi temel olarak eğilme birim uzamalarıyla ilgilidir. Buradan kesme-transverse yüklerinden meydana gelen normal bizim uzama ε_{zz} 'nin göz önüne alınmayacağı sonucu çıkarılır.

6. Orta düzleme dik olarak meydana gelen σ_{zz} gerilmesi, diğer gerilme değerlerine göre küçüktür ve ihmal edilebilir [25].



Şekil 4.4 : Koordinat sistemi ve katman numaralandırması [23].

Yukarıdaki şekilde, panelin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru numaralandırılan n katmandan oluşmuş bir katmanlı panel görülmektedir. Orta düzlem referans düzlemi olarak seçilmiştir. z-ekseni kalınlık boyunca ve katman sayısı ile artacak doğrultudadır. Her k katmanı z-ekseni koordinatları ile tanımlanır. k katmanının z doğrultusunda ilerlerken alt yüzeyi z_k üst yüzeyi z_{k+1} ile gösterilir.

4.3.1 Yer değiştirme denklemleri

Klasik katmanlı plak teorisinde, yer değiştirme alanı denklem (4.12)'daki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) \\
v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) \\
w(x, y, z) &= w_0(x, y)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Buna göre birim uzama denklemleri,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
\varepsilon_{zz} &= 0 \\
\gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \\
\gamma_{xz} &= 0 \\
\gamma_{yz} &= 0
\end{aligned} \tag{4.13}$$

plağın orta düzlemine dik olan kesitte yer alan herhangi bir M noktası için birim uzama tensörü,

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

birim uzama matrisi ise,

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

Denklem (4.13)'teki birim uzama denklemlerinde, ε_{xx} ε_{yy} γ_{xy} 'nin ilk terimleri düzlem içi (orta düzlem) birim uzamaları, ikinci terimleri eğilme ve burulma (twisting) birim uzamalarını gösterir.

$$\varepsilon_m(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\varepsilon_f(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Eğilme ve burulma birim uzama denklemleri genellikle denklem (4.18)'deki şekli ile ifade edilir.

$$\varepsilon_f(M) = z\kappa(x, y) \quad (4.18)$$

Burada $\kappa(x, y)$, *eğrilik matrisidir*. Sonuç olarak birim uzama alanı,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}(x, y) & \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}(x, y) \\ \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}(x, y) & \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}(x, y) \\ \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} & \kappa_{xy} &= -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}(x, y) \end{aligned} \quad (4.20)$$

4.3.2 Bünye denklemleri

Düzlem gerilme halinde plağın orta düzlemine dik olan kesitte yer alan herhangi bir M noktası için gerilme tensörü,

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Elastisite denklemlerinin yazımında alt simge olarak aşağıdaki gibi bir gösterim kullanılır.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Buna göre M noktasındaki gerilmeleri denklem (4.23)'teki gibi gösterebiliriz.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{ll} \sigma_i \neq 0 & i = 1, 2, 6 \\ \sigma_i = 0 & i = 3, 4, 5 \end{array} \quad (4.23)$$

Buna göre genelleştirilmiş Hooke kanunu yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}\varepsilon_2 + C_{13}\varepsilon_3 + C_{16}\varepsilon_6 \\ \sigma_2 &= C_{12}\varepsilon_1 + C_{22}\varepsilon_2 + C_{23}\varepsilon_3 + C_{26}\varepsilon_6 \\ 0 &= C_{13}\varepsilon_1 + C_{23}\varepsilon_2 + C_{33}\varepsilon_3 + C_{36}\varepsilon_6 \\ \sigma_6 &= C_{16}\varepsilon_1 + C_{26}\varepsilon_2 + C_{36}\varepsilon_3 + C_{66}\varepsilon_6 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Bu denklemlerde görüldüğü gibi düzlem birim uzama değerleri birbirinden bağımsız değildir ve aralarında denklem (4.26)'da olduğu gibi bir ilişki vardır.

$$\varepsilon_3 = -\frac{1}{C_{33}}(C_{13}\varepsilon_1 + C_{23}\varepsilon_2 + C_{36}\varepsilon_6) \quad (4.26)$$

Yukarıdaki denklemi kullanarak gerilme ve birim uzama ilişkisi aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\sigma_1 = (C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}})\varepsilon_1 + (C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}})\varepsilon_2 + (C_{16} - \frac{C_{13}C_{36}}{C_{33}})\varepsilon_6 \quad (4.27)$$

Matris formda,

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$Q_{ij} = C_{ij} - \frac{C_{i3}C_{j3}}{C_{33}} \quad Q_{ij} = Q_{ji} \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (4.29)$$

Buradaki Q , indirgenmiş katılık matrisidir.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

İndirgenmiş katılık matrisinin mühendislik sabitlerini de içeren şekli izotropik bir plak için denklem (4.31)'deki gibidir.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.31)$$

Klasik katmanlı plak teorisinde gerilme denklemleri, bir k katmanı için denklem (4.32)'daki gibidir.

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= Q_{11}\varepsilon_{xx} + Q_{12}\varepsilon_{yy} + Q_{16}\gamma_{xy} \\
\sigma_{yy} &= Q_{12}\varepsilon_{xx} + Q_{22}\varepsilon_{yy} + Q_{26}\gamma_{xy} \\
\sigma_{xy} &= Q_{16}\varepsilon_{xx} + Q_{26}\varepsilon_{yy} + Q_{66}\gamma_{xy} \\
\sigma_{yz} &= 0 \\
\sigma_{xz} &= 0
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Plağın orta düzlemine dik olan kesitte yer alan herhangi bir M noktası için gerilme tensörü,

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

k katmanı için gerilmeler,

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = Q_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}_k \tag{4.35}$$

Denklem (4.13)'ü de göz önüne alarak, k katmanı için,

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

daha kısa bir şekilde,

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q_k \varepsilon_m(x, y) + z Q_k \kappa(x, y) \tag{4.37}$$

$\sigma_k(M)$ k katmanında oluşan gerilme matrisidir, $z_k \leq z \leq z_{k+1}$. İndirgenmiş katılık matrisi katmandan katmana değişiklik gösterir.

4.3.3 Bileşke denklemleri

Düzlem içi bileşke denklemi, denklem (4.36) ve denklem (4.37)'yi de içine alan denklem (4.38) gibidir.

$$\begin{aligned}
N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} [Q_k \varepsilon_m(x, y) + z Q_k \kappa(x, y)] dz \\
&= \sum_{k=1}^n \left[Q_k \varepsilon_m(x, y) \int_{z_k}^{z_{k+1}} dz \right] + \sum_{k=1}^n \left[Q_k \kappa(x, y) \int_{z_k}^{z_{k+1}} z dz \right] \\
&= \left[\sum_{k=1}^n (z_{k+1} - z_k) Q_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (z_{k+1}^2 - z_k^2) Q_k \right] \kappa(x, y)
\end{aligned} \tag{4.38}$$

daha kısa biçimde,

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B \kappa(x, y) \tag{4.39}$$

Bu denklemlerde görülen A ve B matrisleri, sırasıyla *esneme (strecthing) katılık matrisi* ve *bağlantı (coupling) katılık matrisi*dir ve denklem (4.40) ve denklem (4.41)'de ki gibidir.

$$A = \sum_{k=1}^n (z_{k+1} - z_k) Q_k \tag{4.40}$$

$$A = [A_{ij}] \quad A_{ij} = \sum_{k=1}^n (z_{k+1} - z_k) (Q_{ij})_k$$

$$B = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (z_{k+1}^2 - z_k^2) Q_k \tag{4.41}$$

$$B = [B_{ij}] \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (z_{k+1}^2 - z_k^2) (Q_{ij})_k$$

4.3.4 Moment denklemleri

Moment denklemleri denklem (4.42)'de ki gibidir.

$$\begin{aligned}
M(x, y) &= \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} [z Q_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 Q_k \kappa(x, y)] dz \\
&= \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (z_{k+1}^2 - z_k^2) Q_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (z_{k+1}^3 - z_k^3) Q_k \right] \kappa(x, y)
\end{aligned} \tag{4.42}$$

$$M(x, y) = B \varepsilon_m(x, y) + D \kappa(x, y)$$

Bu denklemde görülen D matrisi, *eğilme katılık matrisi*dir ve denklem (4.43)'teki gibidir.

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (z_{k+1}^3 - z_k^3) Q_k \quad (4.43)$$

$$D = [D_{ij}] \quad D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (z_{k+1}^3 - z_k^3) (Q_{ij})_k$$

Sonuç olarak, katmanlı bir plağın mekanik davranışını gösteren bünye denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Bu denklemde ki

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

matrisi katmanlı plağın katılık matrisidir.

Her biri farklı malzemeden yapılmış izotropik katmanlardan oluşan bir plakta bünye denklemi denklem (4.46)'ya indirgenebilir.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Kokpit camı hesabında, katmanlı panelde sadece eğilme durumunu dikkate alacağımız için A matrisinin elemanları da sıfır değerini alır. B matrisi, A ve D matrisleri arasında ki bağlantı matrisidir. A matrisini hesaba katmadığımızdan ve kokpit camı simetrik bir katmanlı panel olduğundan B matrisi de ihmal edilir. D

matrisinin elemanları her katman için hesaplanarak hareket denklemlerinde kullanılacaktır.

İzotropik katmanlı bir panelde $\mathbf{D}$ matrisinin elemanları için aşağıdaki indirgeme işlemleri yapılabilir.

$$D_{11} = D_{22} \quad D_{16} = 0 \quad D_{26} = 0 \quad (4.47)$$

4.4 Hareket Denklemleri

Düzlem içi bileşke gerilmeleri, h katman kalınlığı olmak üzere denklem (4.48)'de ki gibidir.

$$N(x, y) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_k(M) dz \quad (4.48)$$

$\sigma_k(M)$, k katmanının düzlem içi gerilme matrisidir. Denklem (4.48) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (4.49)$$

N_x , N_y , N_{xy} ; x ve y doğrultularında ki normal ve kayma gerilmelerinin birim uzunluk başına düzlem içi bileşke gerilmeleridir.

Katmanlı bir plakta, her katman için bileşke gerilmeler için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (4.50)$$

Herhangi bir k katmanında oluşan bileşke momentler ise,

$$M_f(x, y) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} z \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (4.51)$$

Birçok yükleme durumunda olduğu gibi, rotasyonel atalet terimlerini ihmal ederek, klasik katmanlı plak teorisine göre hareket denklemleri denklem (4.52)'de olduğu gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + \rho_s \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \rho_s \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} &= q\end{aligned}\quad (4.52)$$

Katmanlı panel hesabında incelenecek eğilme durumu için hareket denklemi denklem (4.53)'e indirgenebilir.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + q = \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad (4.53)$$

k katmanı için ρ_s ifadesi,

$$\rho_s = \sum_{k=1}^n \rho_k (z_{k+1} - z_k) \quad (4.54)$$

q ise katmanlı plak üzerine etki eden yüküdür.

Buna göre klasik katmanlı plak teorisine göre, denklem (4.44) bünye denklemini denklem (4.52)'de kullanarak ve denklem (4.20)'yi de hesaba katarak, dinamik yükleme sonucu eğilmeye zorlanan bir katmanlı plak için aşağıdaki yönetici denklem yazılabilir,

$$D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = q \quad (4.55)$$

Denklem (4.55), simetrik ve izotropik katmanlardan oluşan bir plak için aşağıdaki hale indirgenebilir,

$$D_{11} \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right) + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = q \quad (4.56)$$

Görüldüğü gibi yönetici denklem sadece z -doğrultusunda gerçekleşen çökmeler $w_0(x, y, t)$ 'yi içermektedir.

Eğilme momentleri $w_0(x, y, t)$ 'nin fonksiyonu olarak yazılırsa,

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad (4.57)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - D_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad (4.58)$$

$$M_{xy} = -2D_{66} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (4.59)$$

Her bir katman için gerilmeler $w_0(x, y, t)$ 'nin fonksiyonu olarak yazılırsa,

$$\sigma_{xx}^k = -z \left(Q_{11}^k \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + Q_{12}^k \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \quad (4.60)$$

$$\sigma_{yy}^k = -z \left(Q_{12}^k \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + Q_{11}^k \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \quad (4.61)$$

$$\sigma_{xy}^k = -z \left(2Q_{66}^k \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \quad (4.62)$$

4.5 Enerji Teoremleri

Katmanlı bir plakta gerilme ve birim uzama alanlarını bulabilmek için enerji teoremleri de kullanılır. Bu teoremlerde ki formülasyonlarda plağın sınır koşulları dikkate alınır ve katmanlı plağın yönetici denklemlerinin çıkarılması sağlanır. Ayrıca enerji teoremleri katmanlı plakların sonlu elemanlar analizi için de bir temel oluşturur.

4.5.1 Birim uzama enerjisi

Birim uzama enerjisi yapının şekil değiştirmesi sonucu ortaya çıkar. Yani “iç kuvvetler”in potansiyel enerjisidir. Elastik bir katının birim uzama enerjisi,

$$U = \frac{1}{2} \iiint (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + \sigma_{xz} \gamma_{xz} + \sigma_{yz} \gamma_{yz} + \sigma_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz \quad (4.63)$$

Kirchhoff'un küçük şekil değiştirme teorisinde yaptığı kabulleri göz önüne alırsak $\sigma_{zz} = 0$, $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ olur ve denklem (4.63) aşağıdaki hale indirgenebilir.

$$U = \frac{1}{2} \iiint (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz \quad (4.64)$$

Bu denklem yer değiştirmeler u_0 , v_0 ve w_0 fonksiyonu olarak yazılabilir. A ve B matrislerinin elemanları ile çok küçük değerler olduğundan düzlem içi yer değiştirme değerleri ihmal edilerek, eğilme katılık matrisi ve w_0 çökmesinin fonksiyonu olarak birim uzama enerjisi,

$$U = \frac{1}{2} \iint \left\{ D_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 + 4 \left(D_{16} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (4.65)$$

İzotropik katmanlardan oluşan bir katmanlı plakta $D_{11} = D_{22}$, $D_{16} = 0$, $D_{26} = 0$ olduğu için denklem (4.65) aşağıdaki hale indirgenebilir.

$$U = \frac{1}{2} \iint \left\{ D_{11} \left[\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 \right] + 2D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (4.66)$$

4.5.2 Kinetik enerji

Bir yapının kinetik enerjisi ρ malzeme yoğunluğu olmak üzere şu şekilde gösterilir,

$$K = \frac{1}{2} \iiint \rho \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy dz \quad (4.67)$$

Klasik katmanlı plak teorisinde yer değiştirme alanı,

$$\begin{aligned} u &= u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v &= v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (4.68)$$

w_0 , z 'den bağımsız. Bu yer değiştirmeler denklem (4.67)'de yerine konulur ve w_0 'ın fonksiyonu olarak,

$$K = \frac{1}{2} \iint \rho_s \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (4.69)$$

ρ_s , denklem (4.54) ile bulunur.

4.5.3 Dış yüklerin potansiyel enerjisi

Katmanlı plağı eğilmeye zorlayan dış yüklerin potansiyel enerjisi,

$$W = \iint q w_0 dx dy \quad (4.70)$$

4.5.4 Hamilton prensibi

Hamilton prensibi, virtüel yer değiştirme (virtual displacement) prensibinin dinamik sistemlere genelleştirilmesidir. Hamilton prensibine göre, incelenen dinamik sistem, kendi kinetik enerjisi (K) ve potansiyel enerjisi (U) ile karakterize edilir. Şekil değiştiren dinamik yapılarda, enerji bağımlı değişkenlerin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu bağımlı değişkenler konum fonksiyonlarıdır.

Birim uzama enerjisi, dış yüklerin potansiyel enerjisi ve kinetik enerji denklemlerini kullanarak Hamilton prensibi şöyle yazılır.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta U + \delta W) dt = 0 \quad (4.71)$$

Denklem (4.71), lineer veya lineer olmayan herhangi bir elastik yapı için geçerlidir. Birim uzama enerjisi ve dış yüklerin potansiyel enerjisinin toplamı, toplam potansiyel enerjiyi (U) ifade eder.

Dış yüklerin yaptığı iş her zaman negatiftir, yani $U = -W$. Çünkü çökme her zaman iç kuvvetlerin tersi yönde gerçekleşir. Birim uzama enerjisi ise pozitifdir.

5. PATLAMA YÜKÜ FORMÜLASYONU

Klasik katmanlı plak teorisinin anlatıldığı bölümde, katmanlı bir plak için gerilme ve birim uzama alanları, bileşke gerilme ve moment denklemleri, herhangi bir k katmanı için katılık ve uygunluk matrisleri ve enerji teoremleri açıklanmıştı. Bu bölümde 5 katmandan oluşan kokpit camlarının patlama yüküne maruz kaldığı durumda ki hareket denklemleri ve patlama yükü parametreleri çıkarılacaktır.

5.1 Hareket Denklemi

Katmanlı panelin birim uzama enerjisi denklem (4.66)'da verildiği gibi,

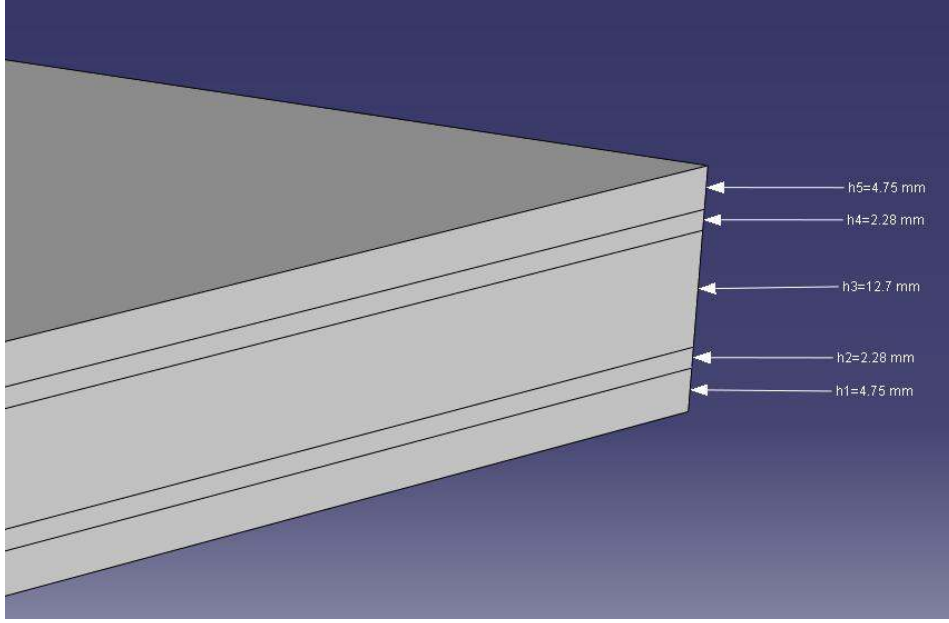
$$U = \frac{1}{2} \iint \left\{ D_{11} \left[\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 \right] + 2D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (5.1)$$

Her katmanı farklı izotropik malzemelerden yapılmış bir katmanlı panelin eğilme katılık matrisi,

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (z_{k+1}^3 - z_k^3) (Q_{ij})_k \quad (5.2)$$

$$(Q_{ij})_k = \begin{bmatrix} \frac{E_k}{1-\nu_k^2} & \frac{\nu_k E_k}{1-\nu_k^2} & 0 \\ \frac{\nu_k E_k}{1-\nu_k^2} & \frac{E_k}{1-\nu_k^2} & 0 \\ 0 & 0 & G_k \end{bmatrix} \quad G_k = \frac{E_k}{2(1+\nu_k)} \quad (5.3)$$

Katmanlı cam panelin kesit görüntüsü ve kalınlık değerleri Şekil 5.1'de gösterilmiştir.



Şekil 5.1 : Katmanlı panel kesiti ve kalınlıkları

Eğilme katılık matrisinin elemanları her bir katman için ayrı ayrı bulunarak genel eğilme katılık matrisi elde edilir. k katman sırasını göstermek üzere, 1,2,3,4 ve 5. katmanlar için eğilme katılık matrisinin elemanları,

$$(D_{11})_k = \frac{1}{3} \left[(h_1 + h_2 + \frac{h_3}{2})^3 - (h_2 + \frac{h_3}{2})^3 \right] \left(\frac{E_k}{1 - \nu_k^2} \right)$$

$$(D_{12})_k = \frac{1}{3} \left[(h_1 + h_2 + \frac{h_3}{2})^3 - (h_2 + \frac{h_3}{2})^3 \right] \left(\frac{\nu_k E_k}{1 - \nu_k^2} \right) \quad k = 1,5 \quad (5.4)$$

$$(D_{66})_k = \frac{1}{3} \left[(h_1 + h_2 + \frac{h_3}{2})^3 - (h_2 + \frac{h_3}{2})^3 \right] \left(\frac{E_k}{2(1 + \nu_k)} \right)$$

$$(D_{11})_k = \frac{1}{3} \left[(h_2 + \frac{h_3}{2})^3 - (\frac{h_3}{2})^3 \right] \left(\frac{E_k}{1 - \nu_k^2} \right)$$

$$(D_{12})_k = \frac{1}{3} \left[(h_2 + \frac{h_3}{2})^3 - (\frac{h_3}{2})^3 \right] \left(\frac{\nu_k E_k}{1 - \nu_k^2} \right) \quad k = 2,4 \quad (5.5)$$

$$(D_{66})_k = \frac{1}{3} \left[(h_2 + \frac{h_3}{2})^3 - (\frac{h_3}{2})^3 \right] \left(\frac{E_k}{2(1 + \nu_k)} \right)$$

$$(D_{11})_k = \frac{1}{3} \left[(\frac{h_3}{2})^3 - (0)^3 \right] \left(\frac{E_k}{1 - \nu_k^2} \right) \quad (5.6)$$

$$(D_{12})_k = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{h_3}{2} \right)^3 - (0)^3 \right] \left(\frac{\nu_k E_k}{1 - \nu_k^2} \right) \quad k = 3$$

$$(D_{66})_k = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{h_3}{2} \right)^3 - (0)^3 \right] \left(\frac{E_k}{2(1 + \nu_k)} \right)$$

Katmanlı panelin genel eğilme matrisi $\mathbf{D}$,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$D_{11} = \sum_{k=1}^5 (D_{11})_k \quad D_{12} = \sum_{k=1}^5 (D_{12})_k \quad D_{66} = \sum_{k=1}^5 (D_{66})_k \quad (5.8)$$

Patlama yükü basıncının potansiyel enerjisi (yani yaptığı iş), $p(t)$ zamana bağlı olarak değişen patlama yükü basıncı olmak üzere,

$$W = \iint p(t) w_0 dx dy \quad (5.9)$$

Bu yüke maruz katmanlı panelin kinetik enerjisi,

$$K = \frac{1}{2} \iint \rho_s \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (5.10)$$

ρ_s denklem (5.11)'de ki gibi,

$$\rho_s = \sum_{k=1}^n \rho_k (z_{k+1} - z_k) \quad (5.11)$$

Katmanlı panel için ρ_s ,

$$\rho_s = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3 + \rho_4 h_4 + \rho_5 h_5 \quad (5.12)$$

Hamilton prensibi,

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta U + \delta W) dt = 0 \quad (5.13)$$

Klasik katmanlı plak teorisine göre eğilme durumunda bünye denklemi indirgenerek şöyle yazılabilir,

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \kappa_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Denklem (5.14)'te matrislerin tersi alınarak,

$$\begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & 0 \\ D_{12}^* & D_{11}^* & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

D_{ij}^* terimleri $[D_{ij}]$ matrisinin tersini oluşturur,

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= \frac{1}{\Delta} (D_{11} D_{66}) \\ D_{12}^* &= -\frac{1}{\Delta} (D_{12} D_{66}) \\ D_{66}^* &= \frac{1}{\Delta} (D_{11}^2 - D_{12}^2) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Δ , $[D_{ij}]$ matrisinin determinantıdır,

$$\Delta = D_{11}^2 D_{66} - D_{66} D_{12}^2 \quad (5.18)$$

Buna göre patlama yükü basıncına maruz katmanlı kokpit camının hareket denklemini, bileşke moment değerlerini z-doğrultusunda ki çökmelerin fonksiyonu olarak ve katmanlı panelin genel katılık matrisini de hesaba katarak aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$D_{11} \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right) + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = q \quad (5.19)$$

Bu denklemde ki q , cam panele gelen patlama yükü basıncıdır. Patlama sonucu oluşan basınç yükü Friedlander formülü olarak da bilinen aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$p(t) = p^0 (1 - t/t_d) e^{-\alpha t/t_d} \quad (5.20)$$

Buna göre hareket denklemi,

$$D_{11} \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right) + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = p^0 (1 - t/t_d) e^{-\alpha t/t_d} \quad (5.21)$$

5.2 Hareket Denkleminin Çözümü

5.2.1 Başlangıç ve sınır koşulları

Katmanlı cam panel 4 kenarından basit mesnetle tutturulmuştur.

Basit mesnetli bir plak için çökme sınır koşulları [26],

$$w_0 = 0 \Big|_{x=0,a}; \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = 0 \Big|_{x=0,a} \quad \text{ve} \quad w_0 = 0 \Big|_{y=0,b}; \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = 0 \Big|_{y=0,b} \quad (5.22)$$

a ve b , cam panelin x - y düzleminde boyutlarını göstermektedir.

Başlangıç koşulları,

$$w_0(x, y, t) = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial t} = 0 \quad t = 0 \text{ 'da} \quad (5.23)$$

Cam panel üzerine gelen patlama yükü basıncı Fourier serisine aşağıdaki gibi açılabilir.

$$p^0 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (5.24)$$

Denklem (5.24)'teki p_{mn} katsayıları,

$$p_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^b \int_0^a p^0 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (5.25)$$

Hareket denkleminin çözümünde, z -doğrultusunda ki çökmeler de sınır koşullarını sağlayacak biçimde Fourier serisine açılabilir.

$$w_0(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (5.26)$$

C_{mn} katsayısı, denklem (5.26), denklem (5.21)'de, p^0 da (5.24)'te ki gibi yazılıp yerine konularak bulunur.

$$C_{mn} = \frac{\frac{p_{mn}}{\pi^4}}{D_{11} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^4 + \left(\frac{n}{b} \right)^4 \right] + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m}{a} \right)^2 \left(\frac{n}{b} \right)^2} \quad (5.27)$$

O halde (x, y) noktasında ki çökme,

$$w_0(x, y) = \frac{a^4}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{mn}}{D_{mn}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (5.28)$$

$$D_{mn} = D_{11} \left(m^4 + \frac{n^4}{R} \right) + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{mn}{R} \right)^2 \quad (5.29)$$

R , panel boyutlarının oranıdır, $R = \frac{a}{b}$.

Buna göre moment değerleri, denklem (5.28), moment denklemlerinde kullanılarak bulunur.

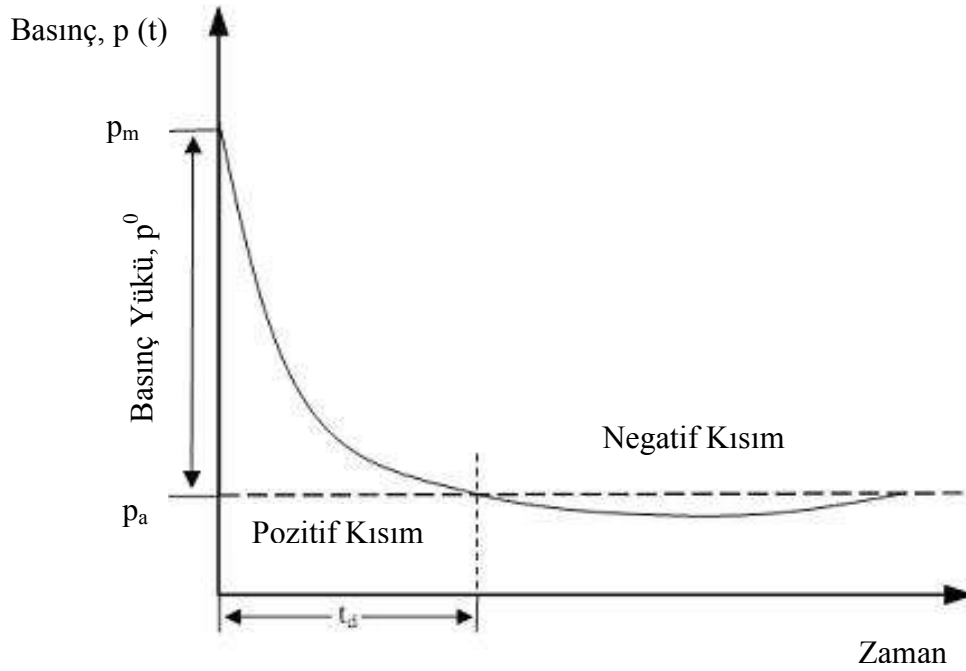
$$\begin{aligned} M_x &= \left(\frac{a}{\pi} \right)^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{mn}}{D_{mn}} \left(m^2 D_{11} + \frac{n^2}{R^2} D_{12} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ M_y &= \left(\frac{a}{\pi} \right)^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{mn}}{D_{mn}} \left(m^2 D_{12} + \frac{n^2}{R^2} D_{11} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ M_{xy} &= -2 \left(\frac{a}{\pi} \right)^2 \frac{D_{66}}{R} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} mn \frac{p_{mn}}{D_{mn}} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Gerilme değerleri ise,

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}^k &= \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{mn}}{D_{mn}} \left(Q_{11}^k m^2 + Q_{12}^k \frac{n^2}{R^2} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
\sigma_{yy}^k &= \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{mn}}{D_{mn}} \left(Q_{12}^k m^2 + Q_{11}^k \frac{n^2}{R^2} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
\sigma_{xy}^k &= -2 \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 \frac{Q_{66}^k z}{R} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} mn \frac{p_{mn}}{D_{mn}} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}
\end{aligned} \tag{5.31}$$

İkinci bölümde patlama yükleri hakkında genel bilgiler, patlama sonucu oluşan şok ve basınç dalgalarının yayılımı ve bu dalgaların yapılar üzerine etkisinden bahsedilmiştir. Patlama yükü basıncını zamanın bir fonksiyonu olarak ifade edebilmek için yapılan yaklaşımlar ve deneysel çalışma sonuçlarından bahsedilmiştir. Bu alt bölümde, bir TNT patlaması sonucu oluşan basınç dalgası ve kokpit camı üzerinde oluşan en yüksek patlama yükü basıncı değeri bulunacaktır. Sonlu elemanlar analizinde kullanılacak yük değerleri ve parametrik çalışma için seçilen patlama yükü parametreleri belirlenecektir.

İkinci bölümde bir patlama yükünün Friedlander fonksiyonu ile ifade edilebileceği gösterilmiştir. Yeni bir gösterim şekli ile, tipik bir patlama yükü aşağıdaki gibi gösterilebilir [1].



Şekil 5.2 : Tipik bir patlama yükü basıncı-zaman eğrisi.

Şekil 5.2’de patlama yükünün zamana göre değişimi, patlama sonucu oluşan basınç dalgasının yapıya ulaştığı andan itibaren gösterilmektedir. Patlama basıncı dalgalarının yapıya ulaşana kadar geçirdiği sürenin, yapının bu yüklemeye verdiği cevap üzerinde bir etkisi yoktur. Şekil 5.2’ye uyumlu olarak Friedlander fonksiyonu yazılırsa,

$$p(t) = p^0 (1 - t/t_d) e^{-\alpha t/t_d} \quad (5.32)$$

Burada $p(t)$, t , zamanında ki anlık basınç yükü, $p^0 = p_m - p_a$, $t = 0$ anında ki (yani basınç dalgası yapıya ilk ulaştığı anda ki) en yüksek patlama yükü basıncı, p_a , atmosfer basıncı, p_m , en yüksek basınç, α , azalma faktörü ve t_d , pozitif kısmın süresidir.

İkinci bölümde bahsedilen ölçekleme kanunlarıyla, herhangi bir patlama kaynağından çıkan basınç dalgalarının yapıya ne kadar sürede ulaşacağı ve bu süre içinde ne kadar mesafe alacağı bulunabilir ve farklı patlama kaynaklarının bu özellikleri karşılaştırılabilir [15].

Ölçekleme kanunlarını kullanarak ve yapılan deneysel çalışmaların verileri değerlendirilerek, bir patlama sonucu ortaya çıkacak basınç yükü değeri, bu basınç yükünün pozitif kısmının süresi ve azalma faktörü, ölçeklenmiş uzaklığın bir fonksiyonu olarak bulunabilir [27].

$$\frac{p^0}{p_a} = -1.75259 \times 10^{-3} + 22.112 d_s^{-1} + 2121.79 d_s^{-2} + 132.456 d_s^{-3} \quad (5.33)$$

$$t_s = -40.9856 - 3.1605 \times 10^{-2} d_s + 24.4355 d_s^{1/5} \quad (5.34)$$

$$\alpha = 2.73453 - 2.19511 \times 10^{-3} d_s - 305.832 d_s^{-1} + 16.022 d_s^{-2} - 181.202 d_s^{-3} \quad (5.35)$$

$d_s (ft)$, ölçeklenmiş uzaklık, $p_a (psi)$, atmosfer basıncı, $t_s (ms)$, ölçeklenmiş uzaklığı gösterir. Kinney’in verdiği bu hesaplamalar İngiliz birim sistemine göre yapılmıştır. (1 lb = 0.454 kg, 1 ft = 0.305 m, 1 psi = 6894.8 Pa). Bulunan sonuçlar daha sonra SI birim sistemine çevrilerek kullanılmıştır.

Ölçekleme kanunlarına göre d_s şu şekilde gösterilmişti,

$$d_s = \left(\frac{w_0}{w} \right)^{1/3} d$$

w_0 referans patlama kaynağı olarak 908 kg (yaklaşık 1 ton) TNT seçilmiştir [19].

Gerçek pozitif kısım süresi ise denklem (5.36)'da ki gibidir.

$$t_d = \left(\frac{w}{w_0} \right)^{1/3} t_s \quad (5.36)$$

Azalma faktörü alfa ölçeklenmez ve denklem (5.35)'te görüldüğü gibi ölçeklenmiş uzaklık kullanılarak doğrudan hesaplanabilir.

Patlayıcının ağırlığı ya da enerjisi ve patlamanın yapıdan ne kadar uzakta gerçekleştiği biliniyorsa, yapı üzerinde oluşan en yüksek basınç, pozitif kısmın süresi ve azalma faktörü denklem (5.33) ile (5.35) kullanılarak bulunabilir.

6. DARBE YÜKÜ FORMÜLASYONU

Patlama yükü basıncına maruz katmanlı cam panelin hareket denklemleri ve çözümü bölüm 5'te çıkarılmıştı. Benzer şekilde cam panelin darbe yüküne maruz kaldığı durum için de hareket denkleminin çözümü çıkarılacaktır. Klasik katmanlı plak teorisinin anlatıldığı bölümde, katmanlı bir plak için gerilme ve birim uzama alanları, bileşke gerilme ve moment denklemleri, herhangi bir k katmanı için katılık ve uygunluk matrisleri ve enerji teoremleri açıklanmıştı. Bu bölümde 5 katmandan oluşan kokpit camlarının darbe yüküne maruz kaldığı durumda ki hareket denklemleri ve patlama yükü parametreleri çıkarılacaktır.

Patlama yükü formülasyonu çıkarılırken, katmanlı cam panelin hareket denklemi aşağıdaki gibi çıkarılmıştı.

$$D_{11} \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right) + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = q \quad (6.1)$$

Katmanlı cam panelin darbe yüküne maruz olduğu durum için, elastik bir çarpışma sonucu oluşan darbe yükü, cam panel üzerine etki eden en yüksek *eşdeğer statik yük* olarak tanımlanabilir [5] .

$$P_{\max} = \left(\frac{125\pi^3 E_t^2 \rho_p^3 v_0^6}{48k^2} \right)^{1/5} R^2 v_0 \quad (6.2)$$

E_t cam panelin darbeye maruz katmanının Young modülü, ρ_p çarpan cismin yoğunluğu, v_0 çarpan cismin cam panele çarpma hızı ve R çarpan cismin yarıçapıdır. k ise,

$$k = \frac{9}{16} \left[(1 - v_t^2) + (1 - v_p^2) \left(\frac{E_t}{E_p} \right) \right] \quad (6.3)$$

Klasik Hertz darbe teorisine göre, darbeye maruz cam panelde oluşacak von Mises gerilmeleri, hesaplanan bu eşdeğer statik yüke bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir [28].

$$\bar{\sigma} = p_0 \left\{ \left(1 + \nu_t\right) \left[\xi \tan^{-1} \left(\frac{1}{\xi} \right) - 1 \right] + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\xi^2 + 1} \right) \right\} \quad (6.4)$$

Bu denklemdeki ξ , boyutsuz bir terimdir ve z katmanlı panelin darbeye maruz yüzeyinden kalınlık boyunca mesafeyi göstermek üzere $\xi = \frac{z}{a}$ 'dır. p_0 ise en yüksek eşdeğer yüke bağlı olarak oluşan en yüksek yüzey basıncıdır.

$$p_0 = \frac{3P_{\max}}{2\pi a^2} \quad (6.5)$$

a , darbe esnasında oluşan temas yüzey alanının en yüksek yarıçapıdır,

$$a = \frac{4kP_{\max}R}{3E_t} \quad (6.6)$$

Çarpışma sonucu oluşan bu eşdeğer statik yük değerini denklem (6.1)'de kullanarak darbe yüküne maruz katmanlı cam panel için hareket denklemini yazabiliriz.

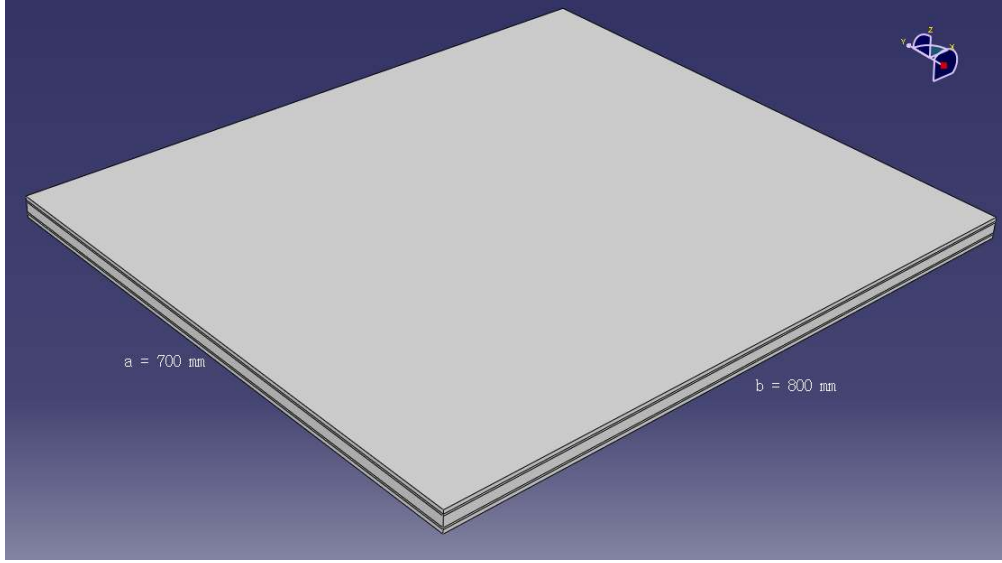
$$D_{11} \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right) + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} = P_{\max} \quad (6.7)$$

$$D_{11} \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right) + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} = \left(\frac{125\pi^3 E_t^2 \rho_p^3 v_0^6}{48k^2} \right)^{1/5} R^2 v_0 \quad (6.8)$$

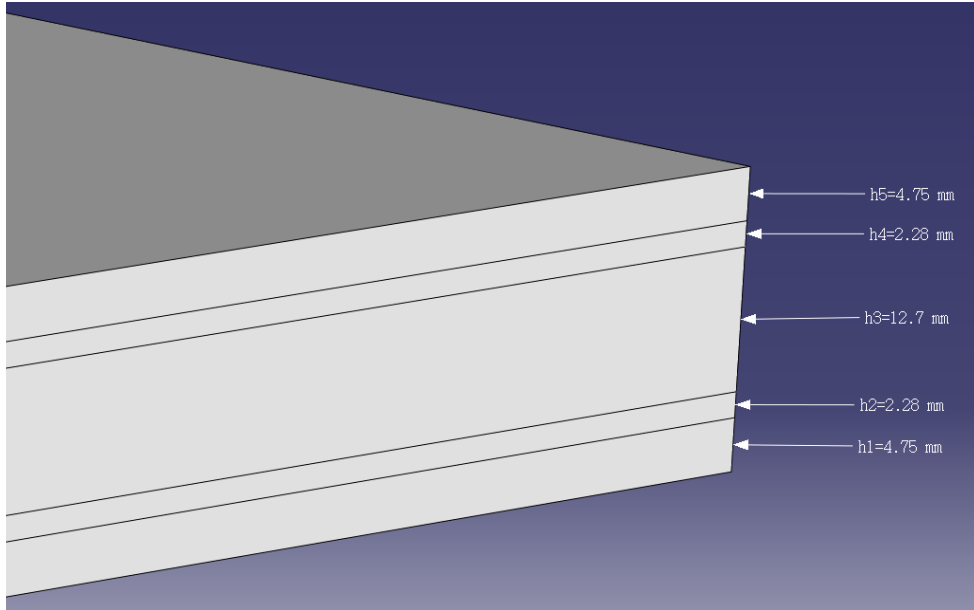
Basit mesnetli katmanlı cam panel için patlama yükü formülasyonunda verilen başlangıç ve sınır koşulları ile, elde edilen moment ve gerilme denklemleri kullanılarak darbe yükü oluşan gerilme ve çökme değerleri bulunabilir.

7. SONLU ELEMENLAR ANALİZİ

Düzgün dağılmış patlama yükü basıncına maruz 5 katmanlı cam panelin boyutları ve kesit özellikleri Şekil 7.1’de görülmektedir.



Şekil 7.1 : Katmanlı cam panelin boyutları.



Şekil 7.2 : Katmanlı cam panelin kesit özellikleri.

Panelin bütün boyutları $a \times b \times h$ 'dır ve basit mesnetlidir. h toplam kalınlıktır ve her katmanın kendi kalınlığının toplamıdır.

$$h = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 \quad (7.1)$$

Dinamik analizler nümerik olarak ABAQUS EXPLICIT 6.7 programı kullanılarak yapılmıştır. Katmanlı panelin alanın ağ yapısı 60x60 sayıda elemanla oluşturulmuştur. Kalınlık boyunca ise her katman için 4 olmak üzere toplam 20 eleman kullanılmıştır. Hem patlama hem de darbe yükü analizinde panel için 8 düğüm noktalı lineer kübik eleman (C3D8R) seçilmiştir. Darbe yükünde modellenen küreler içinse 4 düğüm noktalı lineer düzgün dörtyüzlü seçilmiştir.

Dinamik sistemler için gerilmeler, σ_{ij} gerilme bileşenleri, S_{ij} kesme gerilme bileşenleri (deviatoric stress components), p ortalama hidrostatik basınç ve δ_{ij} Kronecker simgesi olmak üzere aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - p\delta_{ij} \quad (7.2)$$

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} \quad (7.3)$$

3 boyutlu dinamik sonlu elemanlar analizinde, cam lineer elastik katı olarak modellenmiştir. Camın kesme ve hacimsel davranışları,

$$S_{ij} = \left[\frac{E\varepsilon_{kk}}{(1+\nu)(1-2\nu)} + p \right] \delta_{ij} + \frac{E\varepsilon_{ij}}{(1+\nu)} \quad (7.4)$$

$$p = -\frac{E\varepsilon_{kk}}{3(1-2\nu)} \quad (7.5)$$

ε_{ij} birim uzama bileşenleri, E , Young modülü ve ν , Poisson oranıdır.

Ara katmanlarda kullanılan ve polimer malzemeler PMMA ve PVB ise lineer viskoelastik olarak modellenmiştir. Viskoelastik bir malzeme için kesme gerilme bileşenleri,

$$S_{ij}(t) = 2 \int_0^t G(t-\tau) \dot{\epsilon}_{ij} d\tau \quad (7.6)$$

t zaman, $\dot{\epsilon}_{ij}$ kesme birim uzama oranı (deviatoric strain rate) ve $G(t)$ gerilme gevşeme modülü (stress relaxation modulus)'dür. $G(t)$ aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$G(t) = G_\infty + (G_0 - G_\infty)e^{-\beta t} \quad (7.7)$$

G_∞ uzun zaman kayma modülü (long-time shear modulus), G_0 kısa zaman kayma modülü (short-time shear modulus) ve β azalma faktörüdür. Hacimsel davranış ise elastiktir, K hacimsel modül (bulk modülü) olmak üzere,

$$p = -K \epsilon_{kk} \quad (7.8)$$

Patlama ve darbe yükleri çok kısa bir zaman aralığında gerçekleştiği için (ms mertebesinde), polimer malzemeler camsı geçiş sıcaklığının altında camsı bir özellik gösterirler ve bu kadar kısa bir zamanda mekanik özellikleri büyük değişimlere uğramazlar. Bu yüzden ara katman malzemeleri PMMA ve PVB'nin bu patlama ve darbe yükü gibi çok kısa sürede gerçekleşen yüklemeler altında lineer elastik katı gibi davrandığı kabul edilmiştir. Bu gibi bir durum için PVB'nin elastisite modülü ve Poisson oranı aşağıdaki denklemler kullanılarak hesaplanmıştır [3]. PMMA içinse standart elastisite modülü ve Poisson oranı kullanılmıştır.

$$E = \frac{9KG_0}{3K + G_0} \quad (7.9)$$

$$\nu = \frac{3K - 2G_0}{6K + 2G_0} \quad (7.10)$$

7.1 Patlama Yüğü

Patlama yüküne maruz katmanlı cam panelin, hem patlama yükü basıncının hem de kendi yapısal değişikliklerinin, panelin dinamik cevabını nasıl etkilediğini görebilmek için, farklı yükleme senaryoları altında ve panel üzerinde bazı yapısal değişiklikler yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. 5 katmanlı cam panelden 20 m

uzaklıkta 750 kg'lık bir TNT patlayıcının, cam panel üzerinde oluşturduğu patlama yükü basıncı bulunmuş, daha sonra patlama yükü basıncının değişiminin dinamik cevaba etkisini gözlemek adına, basınç değeri sırasıyla 2, 3, 5 ve 10 kata kadar arttırılarak analizler yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Katmanlı panel üzerindeki değişiklikler ise, hem katman kalınlıkları hem de ara katman malzemesi ve bu malzemenin özellikleri değiştirilerek yapılmıştır. İlk olarak, her 5 katmanın kalınlıkları değiştirilmiş, böylece hem cam katmanların hem de polimer malzemeden yapılmış ara katmanların kalınlıklarının etkisi bulunmuştur.

Kokpit camını temsil eden 5 katmanlı cam panel, simetrik olarak modellenmiş ve patlama yükü basıncı etki ettirilmiştir. Daha sonra ise yukarıda da söylendiği gibi kalınlık değişikliklerinin ve orta düzleme göre simetrik olmayan cam panelin cevabı da incelenmiştir.

Patlama yükü için yapılan her bir parametrik çalışma için yapılan değişiklikler, kullanılan değerler ve alınan sonuçlar alt bölümlerde anlatılmıştır.

7.1.1 Patlama yükü, parametrik çalışma - 1: patlama yükü basıncı

TNT kaynaklı patlama yüklerinin kokpit camları gibi katmanlı bir cam panel üzerinde oluşturduğu etki, TNT enerjisinin büyüklüğü, patlama kaynağının cam panele uzaklığı gibi özellikleri değiştirilerek bulunmuş ve karşılaştırılmıştır.

Katmanlı cam panelden 20 m uzaklıkta 750 kg'lık bir TNT patlayıcının oluşturacağı patlama yükü değerleri aşağıdaki gibidir.

Çizelge 7.1 : Patlama yükü parametreleri (SI birim sistemi).

Referans TNT (kg)	Kullanılan TNT (kg)	Mesafe (m)	Azalma Faktörü (α)	t_d (ms)	p^0 (KPa)
908	750	20	0.954	13.087	115.116

Çizelge 7.2 : Patlama yükü parametreleri (US birim sistemi).

Referans TNT (lb)	Kullanılan TNT (lb)	Mesafe (ft)	Azalma Faktörü (α)	t_d (ms)	p^0 (psi)
2000	1653.46	65.62	0.954	13.087	16.696

Cam panel üzerinde oluşan patlama yükü basıncı kullanılarak 5 farklı durum için sonlu eleman analizi yapılmıştır.

$$p_d = p^0 \times f \quad (7.11)$$

ifadesinde, p_d, p^0 KPa olmak üzere, $f = 1, 2, 3, 5, 10$ değerleri seçilerek, patlama yükü basıncının cam panelin dinamik cevabına etkisi bulunmuştur.

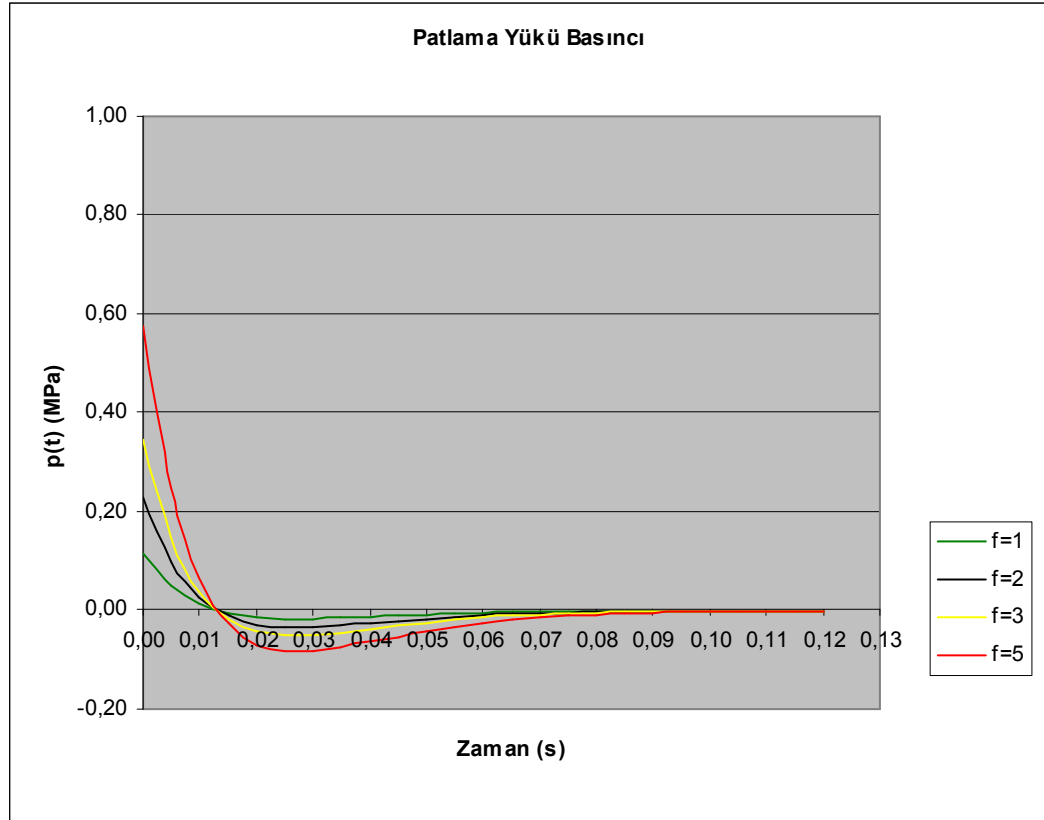
$$f = 1 \quad p_d = 115.116$$

$$f = 2 \quad p_d = 230.232$$

$$f = 3 \quad p_d = 345.347$$

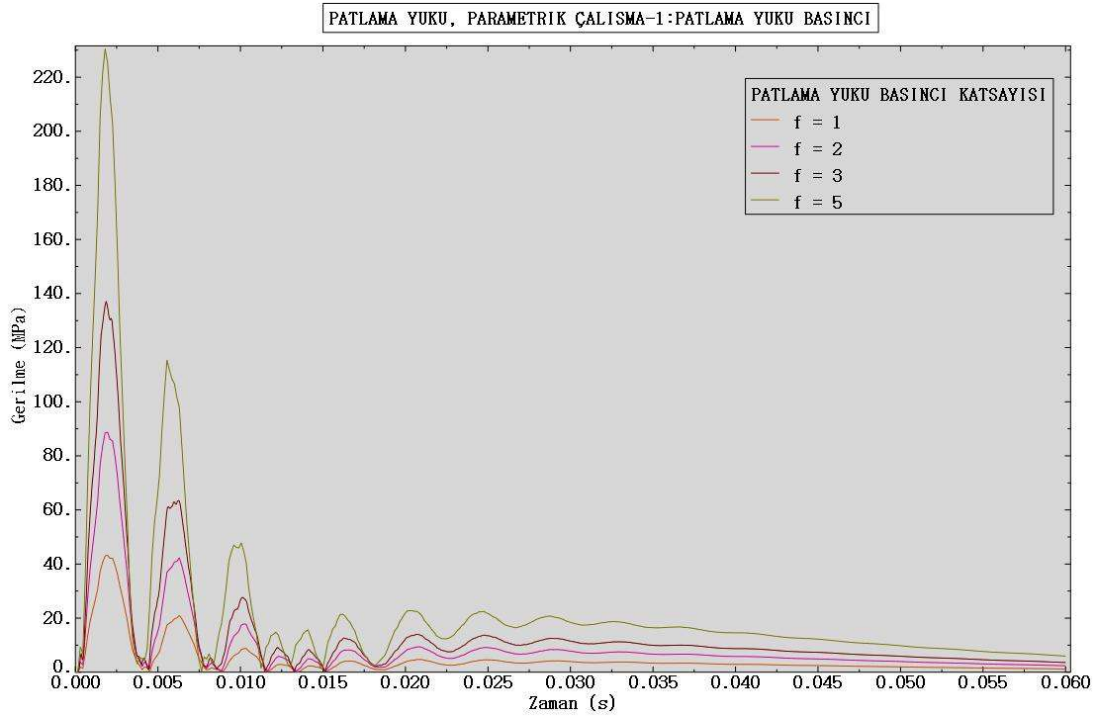
$$f = 5 \quad p_d = 575.579$$

Her bir patlama yükü basıncının zamana göre değişimini gösteren grafik aşağıda verilmiştir.



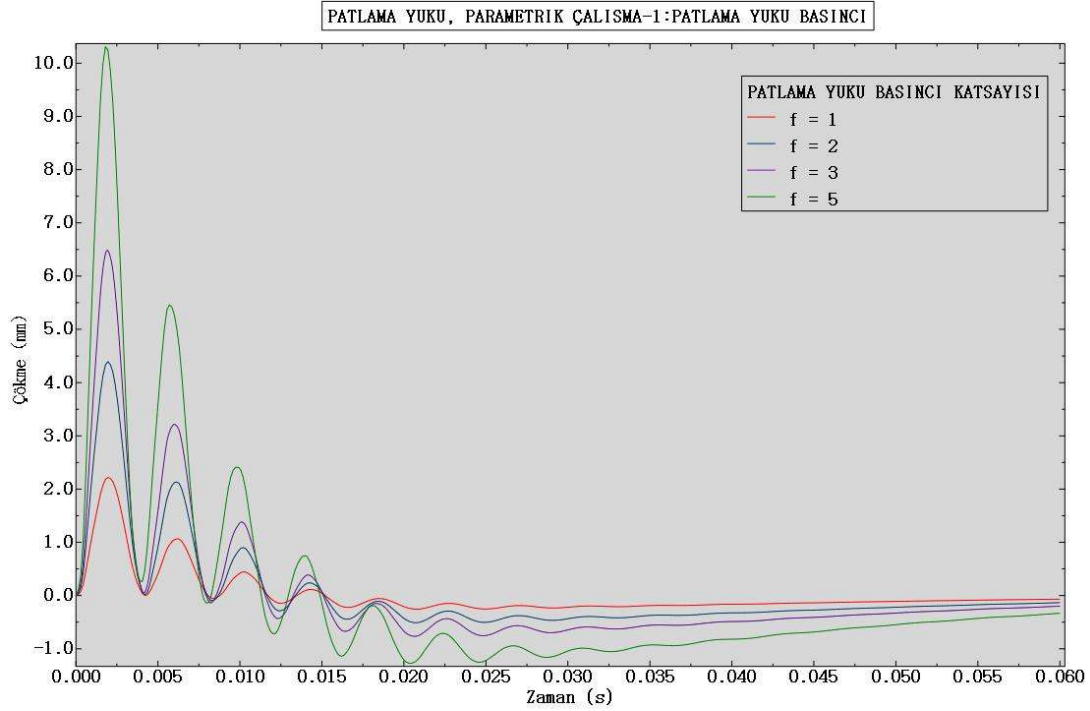
Şekil 7.3 : Patlama yükü basıncı-zaman eğrisi.

Her bir yükleme senaryosu sonucu meydana gelen gerilmelerin zamana göre değişimini gösteren şekil aşağıdadır.



Şekil 7.4 : Patlama yükü, parametrik çalışma-1; gerilme-zaman eğrisi.

Her bir yükleme senaryosu sonucu orta düzlemde meydana gelen çökmelerin zamana göre değişimini gösteren şekil aşağıdadır.



Şekil 7.5 : Patlama yükü, parametrik çalışma-1; çökme-zaman eğrisi.

7.1.2 Patlama yükü, parametrik çalışma – 2: ara katman kalınlıkları

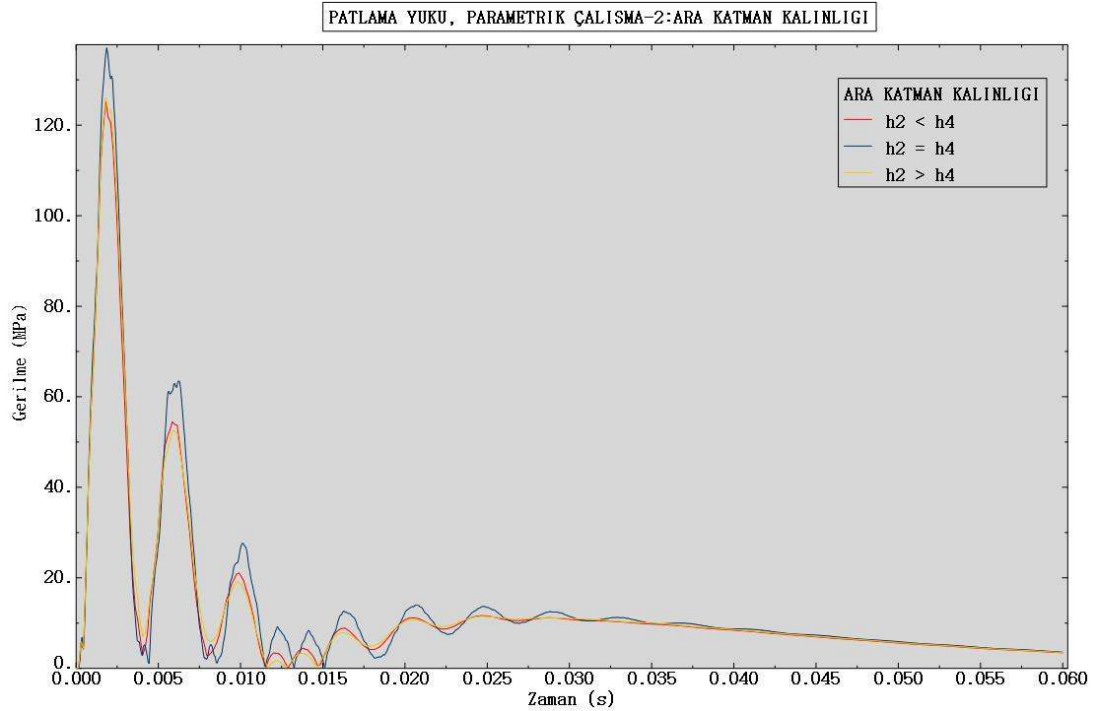
Bu bölümde, 3 cam katman arasına yerleştirilen ve polimer malzemeden oluşan ara katmanların kalınlıkları değiştirilerek, bu ara katmanların etkisi bulunmuştur. Cam katman kalınlıkları sabit kalmak koşuluyla incelenen üç farklı durum,

Çizelge 7.3 : Ara katman kalınlıkları (patlama yükü).

h_2 (mm)	h_4 (mm)
2.28	2.28
3.04	1.52
1.52	2.28

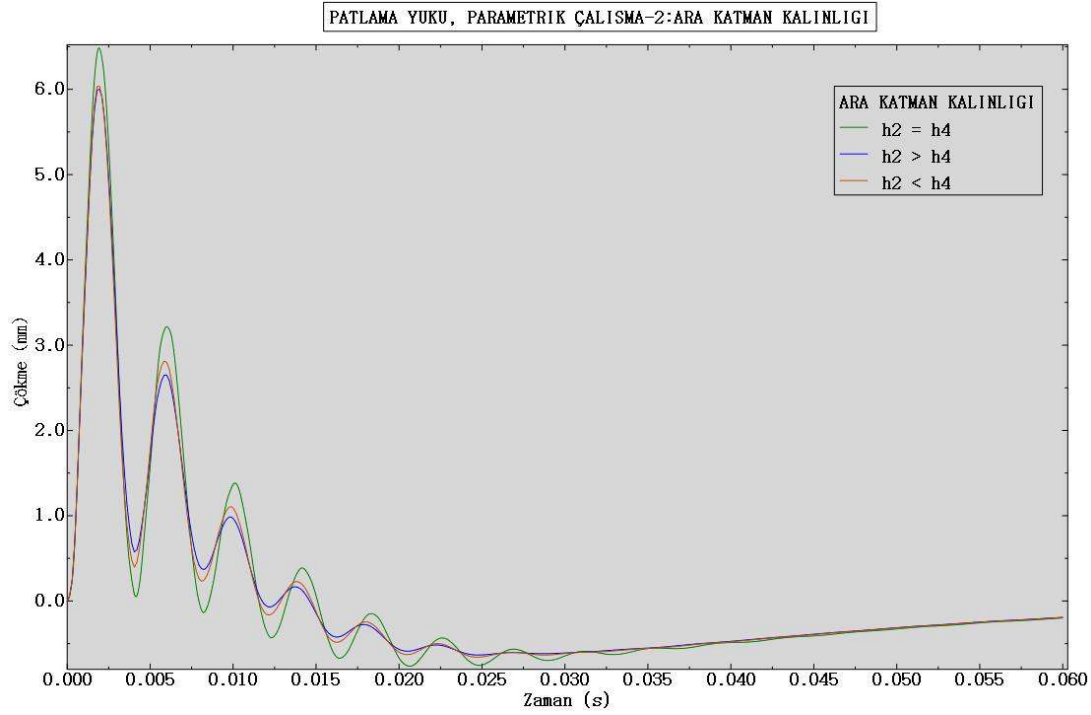
Patlama yükü basıncı olarak $p_d = 345.347$ KPa seçilmiştir. Azalma faktörü $\alpha = 0.954$, pozitif kısmın süresi $t_d = 13.087$ s'dir. Toplam patlama süresi 0.12 s (120 ms)'dir.

Her bir kalınlık değişimi sonucu meydana gelen gerilmelerin zamana göre değişimini gösteren şekil aşağıdadır.



Şekil 7.6 : Patlama yükü, parametrik çalışma-2; gerilme-zaman eğrisi.

Her bir kalınlık değişimi sonucu orta düzlemde meydana gelen çökmelerin zamana göre değişimini gösteren şekil aşağıdadır.



Şekil 7.7 : Patlama yükü, parametrik çalışma-2; çökme-zaman eğrisi.

7.1.3 Patlama yükü, parametrik çalışma – 3: cam katman kalınlıkları

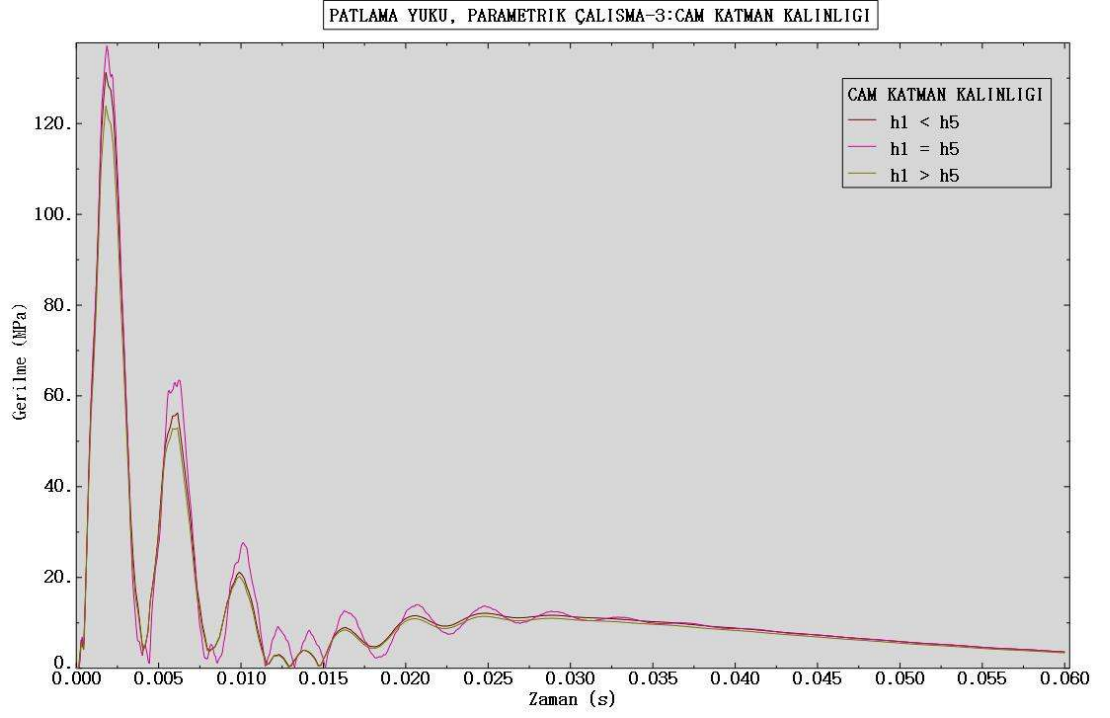
Bu bölümde, cam katmanların kalınlıkları değiştirilerek dinamik cevaba etkisi incelenmiştir. Önce en dış ve en içte yer alan cam katman kalınlıkları değiştirilmiş, daha sonra sadece orta katman kalınlığı değiştirilmiştir. Ara katman kalınlıkları sabit kalmak koşuluyula incelenen farklı durumlar,

Çizelge 7.4 : En iç ve en dış cam katman kalınlıkları.

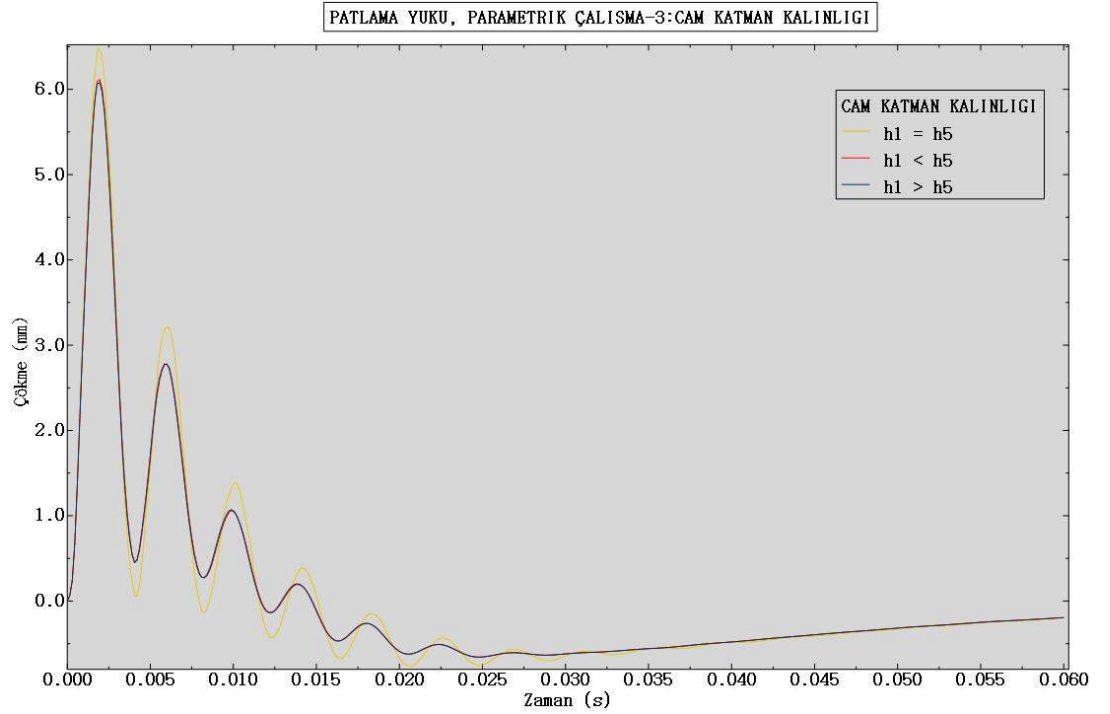
h_1 (mm)	h_5 (mm)
4.75	4.75
3.75	5.75
5.75	3.75

Patlama yükü basıncı olarak $p_d = 345.347$ KPa seçilmiştir. Azalma faktörü $\alpha = 0.954$, pozitif kısmın süresi $t_d = 13.087$ s'dir. Toplam patlama süresi 0.12 s (120 ms)'dir.

Her bir kalınlık değişimi sonucu meydana gelen gerilmelerin zamana göre değişimini gösteren şekil aşağıdadır.



şekil 7.8 : Patlama yükü, parametrik çalışma-3; gerilme-zaman eğrisi.



şekil 7.9 : Patlama yükü, parametrik çalışma-3; çökme-zaman eğrisi.

7.1.4 Patlama yükü, parametrik çalışma – 4: panel alanı

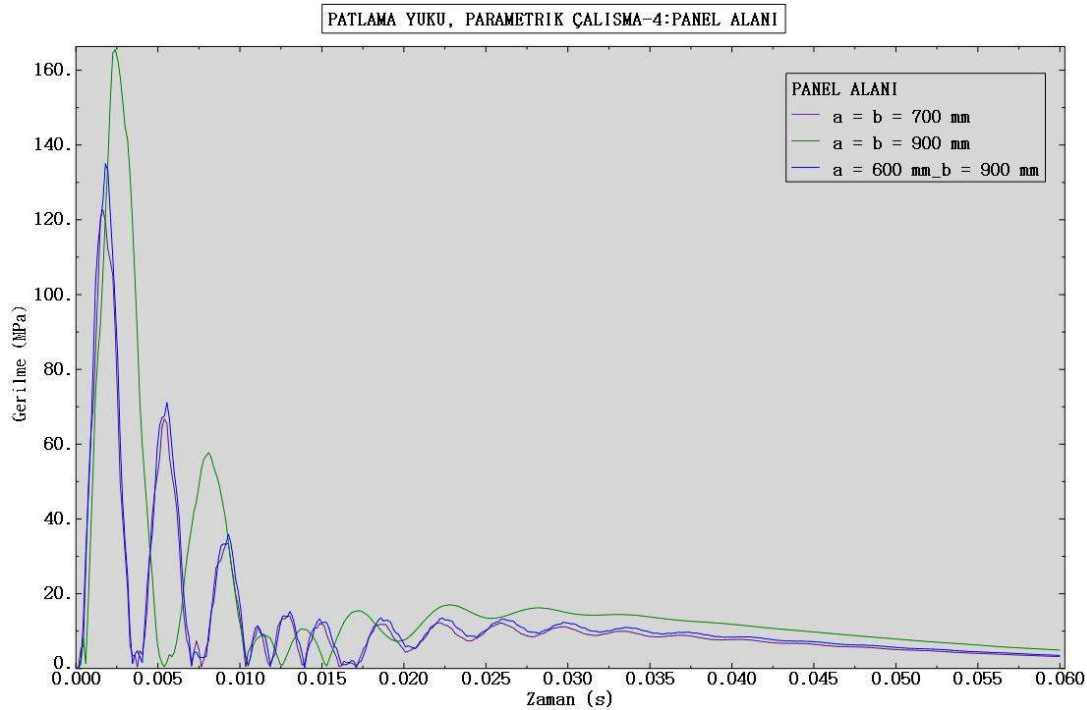
Bu bölümde, katmanlı cam panelde katman kalınlıkları sabit tutularak, boyutları değiştirildiğinde patlama yükü basıncı altında sonucun nasıl değiştiği incelenmiştir. Kare ve dikdörtgen panel boyutları karşılaştırılmıştır. İncelenen üç farklı durum,

Çizelge 7.5 : Panel boyutları.

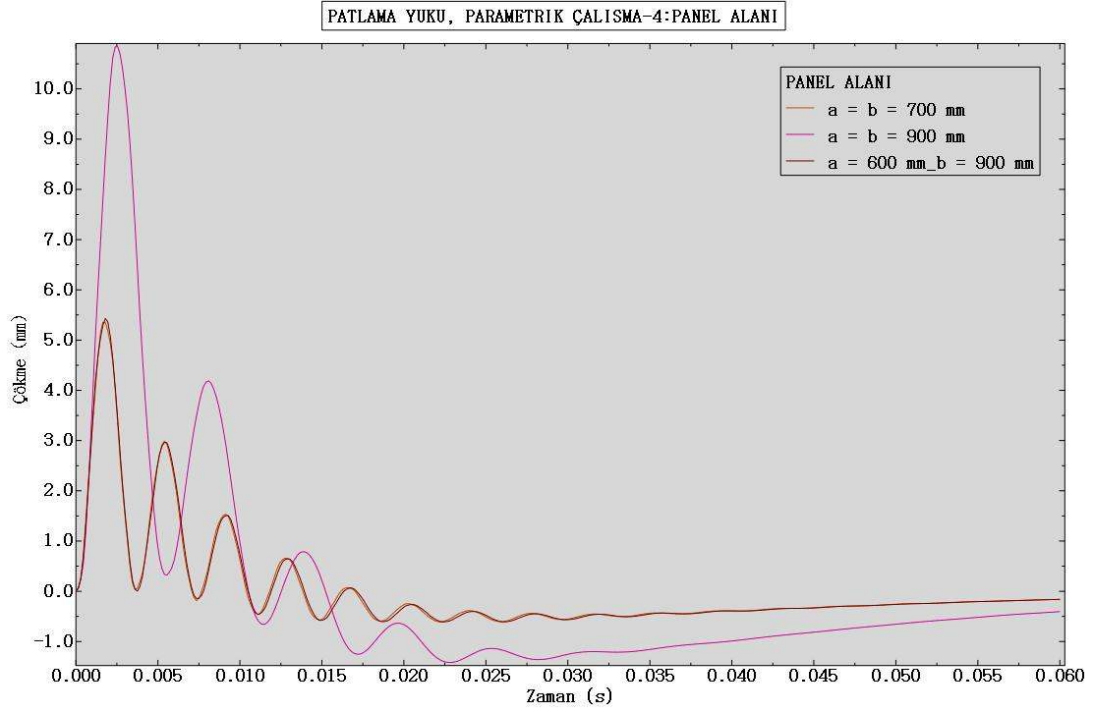
a (mm)	b (mm)
700	700
900	900
600	900

Patlama yükü basıncı olarak $p_d = 345.347$ KPa seçilmiştir. Azalma faktörü $\alpha = 0.954$, pozitif kısmın süresi $t_d = 13.087$ s'dir. Toplam patlama süresi 0.12 s (120 ms)'dir.

Her bir boyut değişimi sonucu oluşan gerilme-zaman ve çökme-zaman eğrileri aşağıdadır.



Şekil 7.10 : Patlama yükü, parametrik çalışma-4; gerilme-zaman eğrisi.

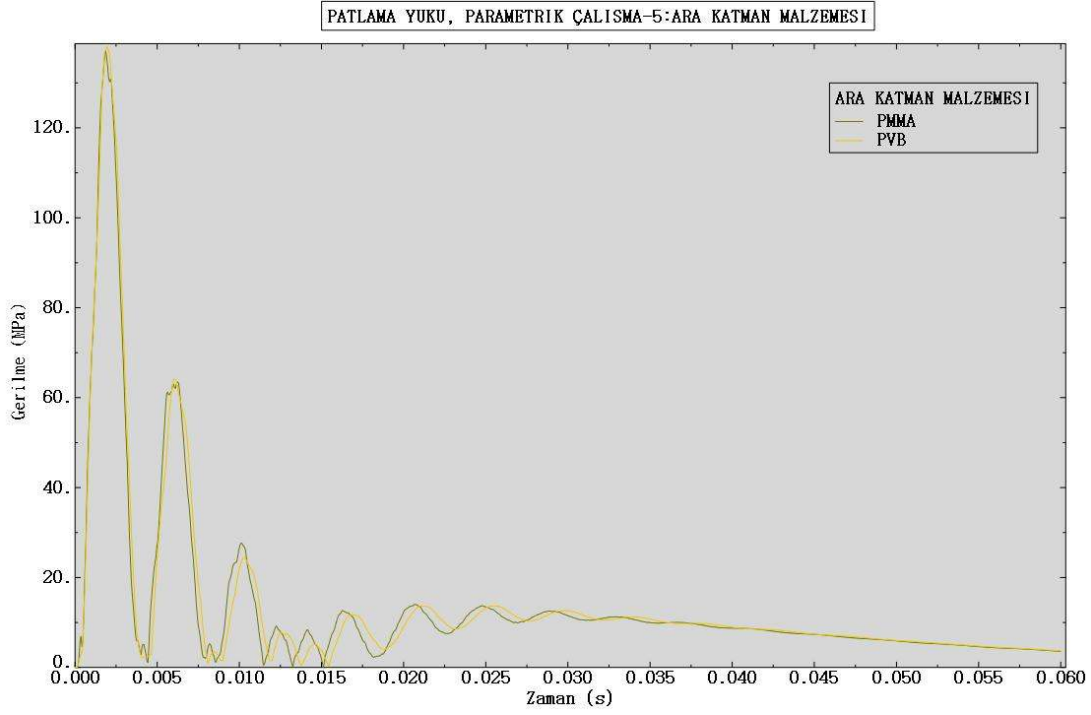


Şekil 7.11 : Patlama yükü, parametrik çalışma-4; çökme-zaman eğrisi.

7.1.5 Patlama yükü, parametrik çalışma – 5: ara katman malzemesi

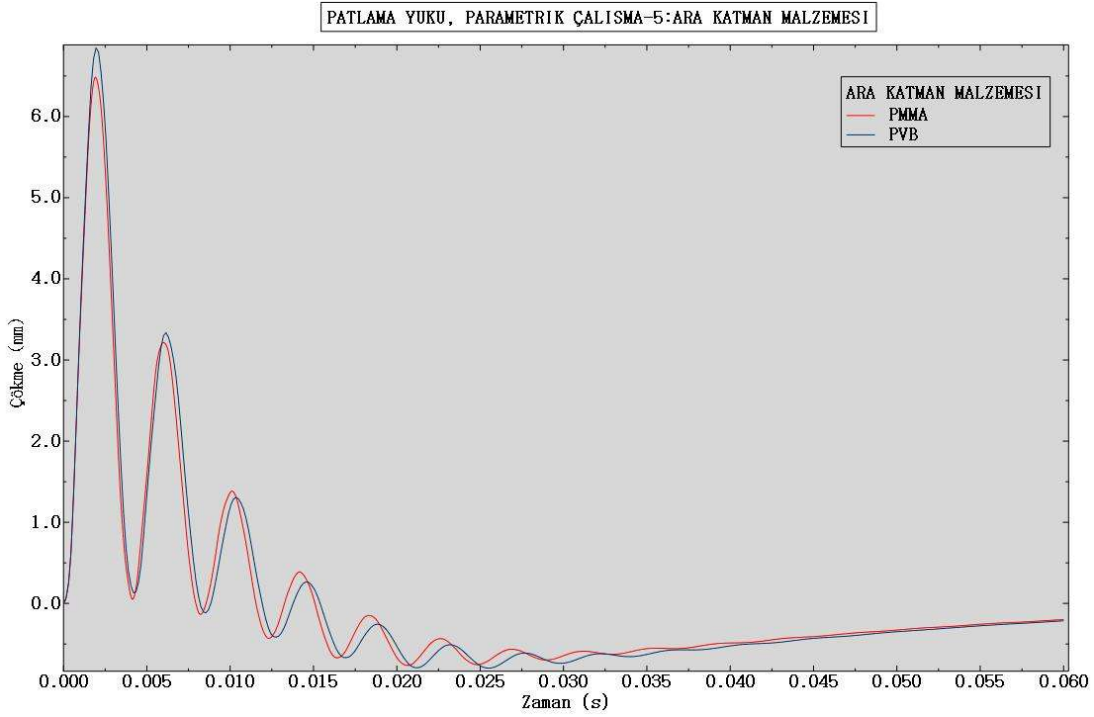
Kokpit camlarında ara katman malzemesi olarak PMMA'dan başka PVB de kullanılabilir. Aynı patlama yükü basıncı altında bu iki farklı ara katman malzemesinin etkisi incelenmiştir.

İki farklı polimer malzemesi kullanıldığında elde edilen gerilme-zaman eğrisi aşağıda verilmiştir.



Şekil 7.12 : Patlama yükü, parametrik çalışma-5; gerilme-zaman eğrisi.

İki farklı polimer malzemesi kullanıldığında elde edilen çökme-zaman eğrisi aşağıda verilmiştir.



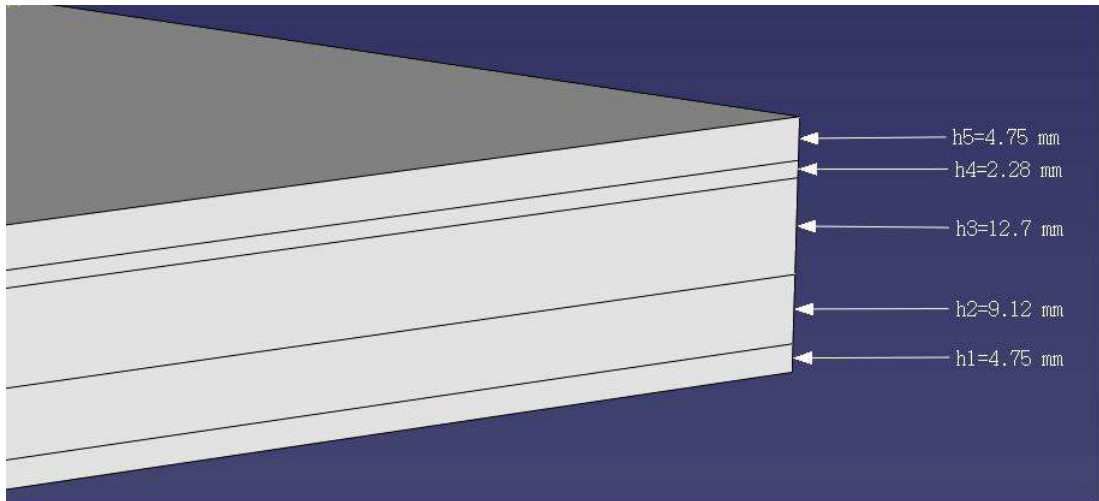
Şekil 7.13 : Patlama yükü, parametrik çalışma-5; çökme-zaman eğrisi.

7.2 Darbe Yüğü

Darbe yüküne maruz katmanlı cam panelin, hem çarpan cismin hızının hem de kendi yapısal değışikliklerinin, panelin dinamik cevabını nasıl etkilediğini görebilmek için, farklı yükleme senaryoları altında ve panel üzerinde bazı yapısal değışiklikler yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. 5 katmanlı cam panele ilk olarak tek bir küresel cismin 69.4 m/s hızla çarptığı kabul edilmiş, daha sonra ise bu çarpma hızı değışiminin dinamik cevaba etkisini gözlemek adına, çarpma hızı sırasıyla yarıya, dörtte bire indirilerek ve 2 katına çıkarılarak analizler yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Daha sonra ise çarpan cisim sayısı üçe çıkarılmıştır ve cam panelin farklı noktalarına önce aynı anda, daha sonra ise 0.3 ms aralıklarla çarptığı durumlar incelenmiştir.

Katmanlı panel üzerindeki değışiklikler ise, hem katman kalınlıkları hem de ara katman malzemesi ve bu malzemenin özellikleri değıştirilerek yapılmıştır. İlk olarak, her 5 katmanın kalınlıkları değıştirilmiş, böylece hem cam katmanların hem de polimer malzemedan yapılmış ara katmanların kalınlıklarının etkisi bulunmuştur.

Kokpit camını temsil eden 5 katmanlı cam panel, patlama yükü analizlerinde simetrik olarak modellenmişti. Ancak bu yapı ve kalınlık ile cam panelin darbe yüküne dayanamayacağı görülmüş ve parametrik analizler için aşağıdaki yapıda bir katmanlı cam panel modellenmiştir.



Şekil 7.14 : Katmanlı cam panelin kesit özellikleri.

Çarpışma sonucu katmanlı panelin çarpmaya maruz katmanında basma gerilmeleri, çarpmaya maruz kalmayan em içteki katmanında ise çekme gerilmeleri oluşacaktır.

Her iki katman da tavllanmış cam malzemeden yapılmıştır. Cam malzemesinin basma gerilmelerine dayanımı, çekme gerilmelerine dayanımının yaklaşık 10 katı kadar fazladır. Bu yüzden kırılmanın ya da hasarın oluşması beklenen yer çarpmaya maruz kalmayan en içteki cam katmandır. Bu sebeple analiz sonuçları incelenirken bu katmanda oluşan çekme gerilmeleri karşılaştırılmıştır.

Darbe yükü için yapılan her bir parametrik çalışma için yapılan değişiklikler, kullanılan değerler ve alınan sonuçlar alt bölümlerde anlatılmıştır.

7.2.1 Darbe yükü, parametrik çalışma – 1: çarpan bir cismin darbe hızı

Uçakların kokpit camlarına kalkış esnasında gelen bir cismin katmanlı kokpit camında meydana getireceği etki incelenmiştir. Çarpışma hızı olarak seçilen 69.4 m/s'lik hız, uçakların kalkış esnasında ulaşmış oldukları yaklaşık hız olan 250 km/sa'lik hızdır. Çarpışma hızının değişiminin etkisini görmek amacıyla 4 farklı çarpışma hızı için analiz yapılmıştır.

$$v_d = v_0 \times f \quad (7.12)$$

ifadesinde, v_d, v_0 m/s olmak üzere, $f = 0.25, 0.5, 1, 2$ değerleri seçilerek, çarpışma hızının cam panelin dinamik cevabına etkisi bulunmuştur.

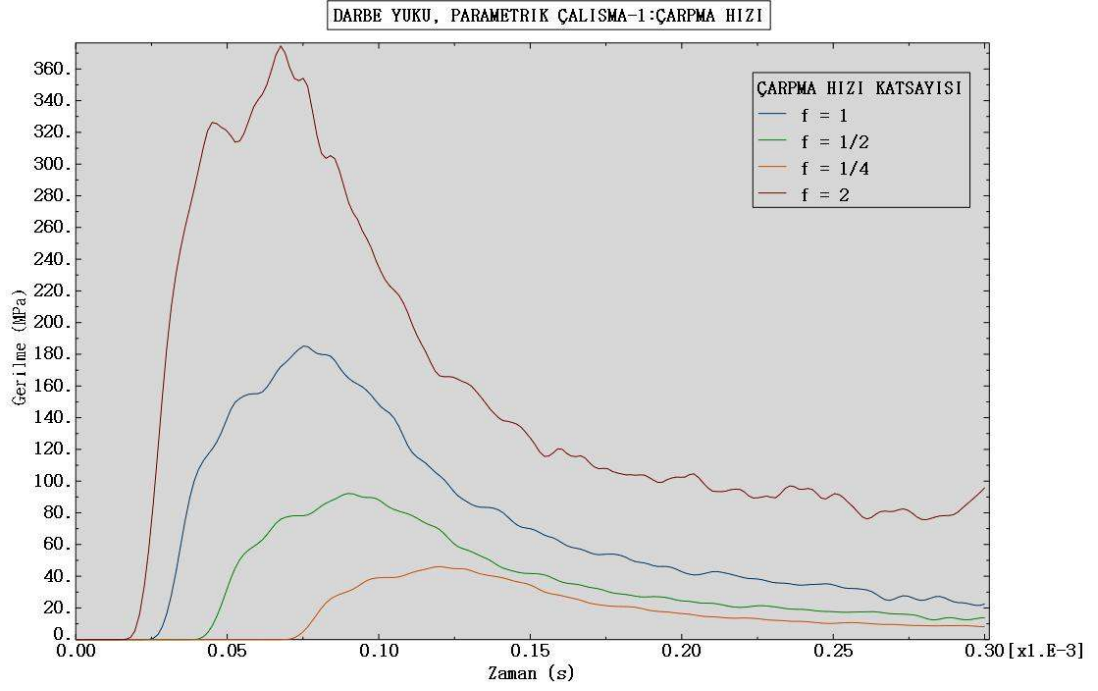
$$f = 0.25 \quad v_d = 17.35$$

$$f = 0.5 \quad v_d = 34.7$$

$$f = 1 \quad v_d = 69.4$$

$$f = 2 \quad v_d = 138.8$$

Her bir çarpışma senaryosu sonucu cam panelin en alt katmanında oluşan çekme gerilmelerinin gerilme-zaman eğrisini gösteren şekil aşağıda verilmiştir.



Şekil 7.15 : Darbe yükü, parametrik çalışma-1; gerilme-zaman eğrisi.

7.2.2 Darbe yükü, parametrik çalışma – 2: ara katman kalınlıkları

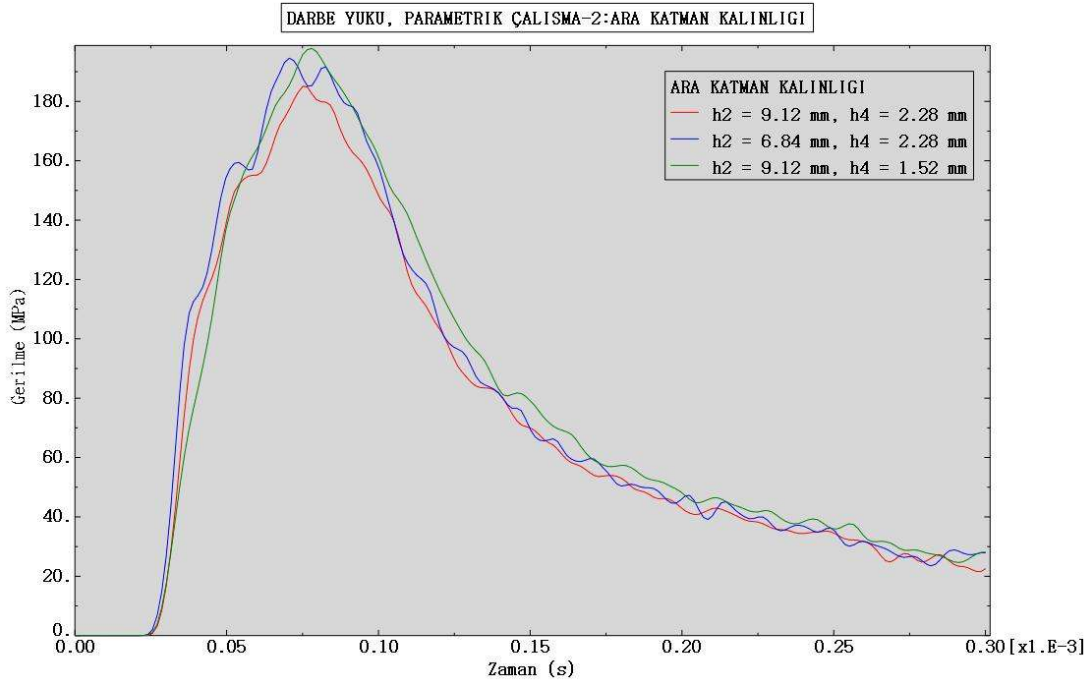
Bu bölümde, 3 cam katman arasına yerleştirilen ve polimer malzemeden oluşan ara katmanların kalınlıkları değiştirilerek, bu ara katmanların etkisi bulunmuştur. Cam katman kalınlıkları sabit kalmak koşuluyla incelenen dört farklı durum,

Çizelge 7.6 : Ara katman kalınlıkları (darbe yükü).

h_2 (mm)	h_4 (mm)
9.12	2.28
6.84	2.28
9.12	1.52

Çarpışma hızı olarak $v_d = 69.4$ m/s seçilmiştir.

Her bir çarpışma senaryosu sonucu cam panelin en alt katmanında oluşan çekme gerilmelerinin gerilme-zaman eğrisini gösteren şekil aşağıda verilmiştir.



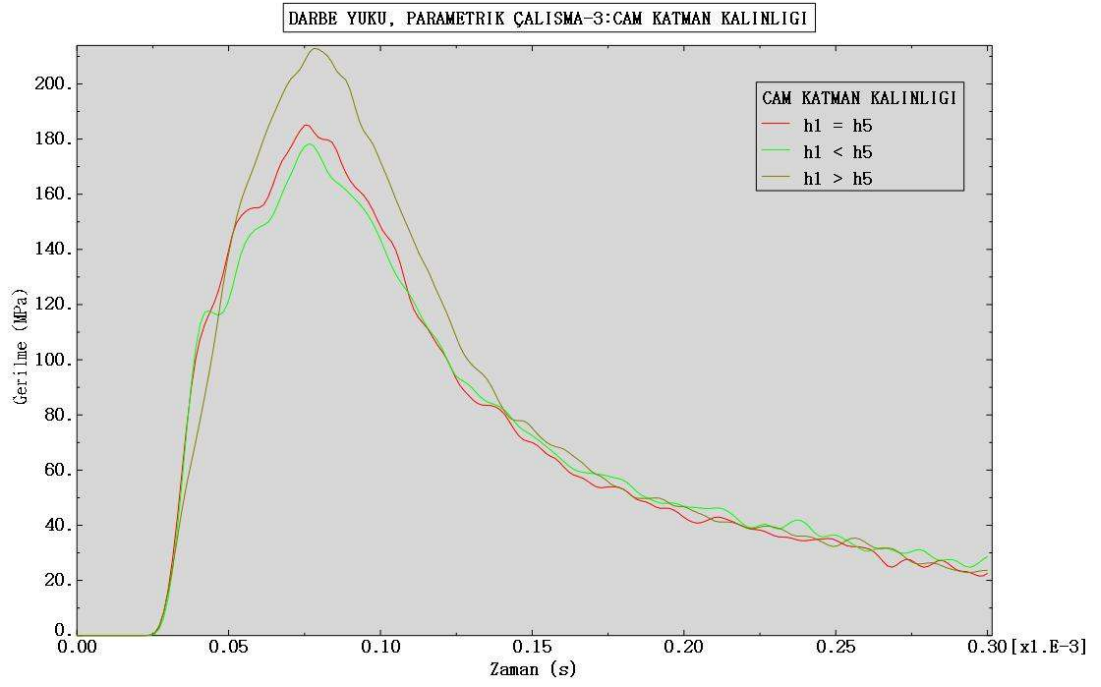
Şekil 7.16 : Darbe yükü, parametrik çalışma-2; gerilme-zaman eğrisi.

7.2.3 Darbe yükü, parametrik çalışma – 3: cam katman kalınlıkları

Bu bölümde, cam katmanların kalınlıkları değiştirilerek dinamik cevaba etkisi incelenmiştir. En dış ve en içte yer alan cam katman kalınlıkları değiştirilmiştir. Ara katman kalınlıkları sabit kalmak koşuluyla incelenen farklı durumlar,

Çizelge 7.7 : Cam katman kalınlıkları.

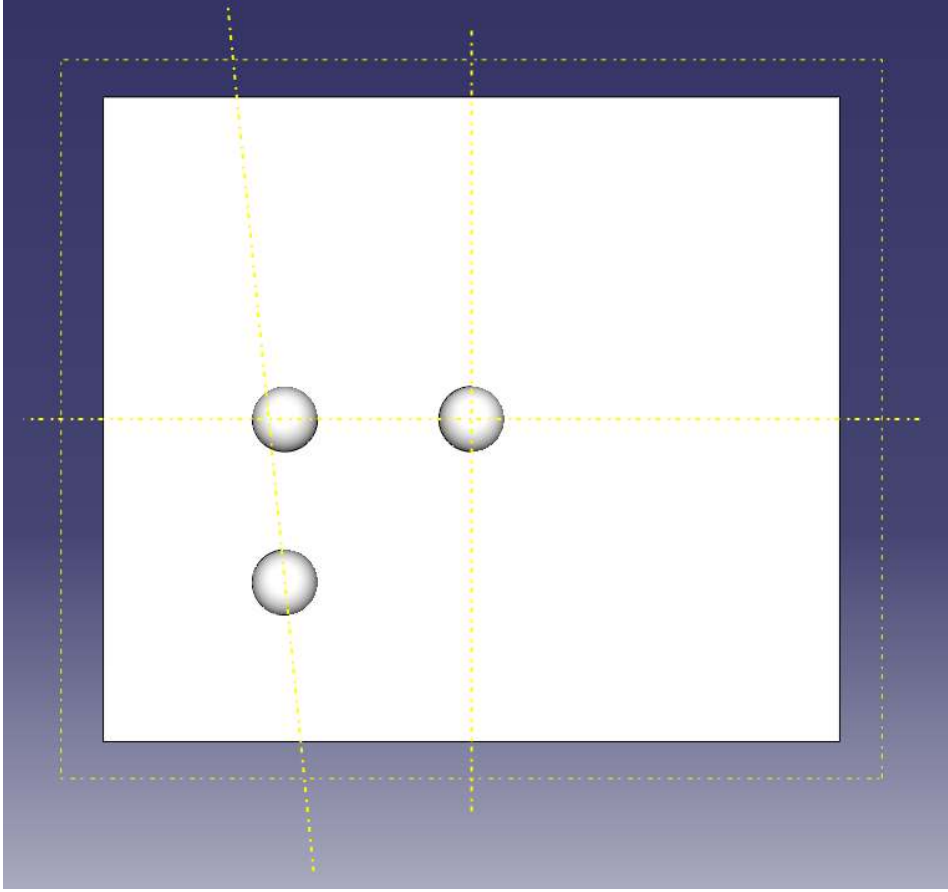
h_1 (mm)	h_5 (mm)
4.75	4.75
3.75	5.75
5.75	3.75



Şekil 7.17 : Darbe yükü, parametrik çalışma-3; gerilme-zaman eğrisi.

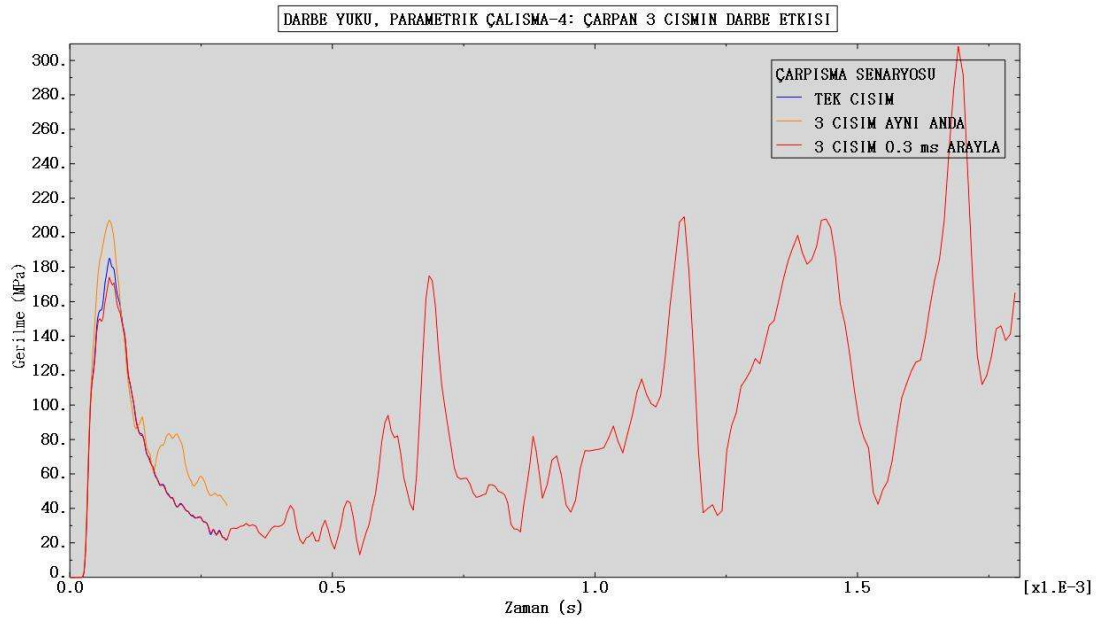
7.2.4 Darbe yükü, parametrik çalışma – 4: çarpan üç cismin darbe etkisi

Bu bölümde, katmanlı cam panelde üç farklı cismin aynı anda panel yüzeyinin farklı noktalarına çarpması durumu incelenmiştir. Daha sonra bu üç cismin 0.3 ms arayla cam panelin ön yüzeyine çarptığı durum incelenmiştir. Çarpışma noktaları aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 7.18 : Üç cismin çarpma noktaları.

Çarpışma hızı olarak $v_d = 69.4$ m/s seçilmiştir. Tek bir cismin çarpma durumu ile karşılaştırıldığında elde edilen gerilme-zaman eğrisi aşağıda verilmiştir.



Şekil 7.19 : Darbe yükü, parametrik çalışma-4; gerilme-zaman eğrisi.

8. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada 5 katmandan oluşan bir kokpit camı panelinin patlama yükü ve darbe yükleri altında dinamik cevabı incelenmiştir. Farklı patlama ve darbe yükleri altında kokpit camının katmanlarında oluşan gerilme ve çökme değerleri bulunarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Kokpit camının patlama yüküne maruz kaldığı durumda, patlama yükü basıncı arttıkça orta düzlemde oluşan gerilme çökmelerin de lineer olarak arttığı görülmüştür. Bulunan gerilme ve çökme değerleri, seçilen patlama yükü basıncı değerleri altında kritik bölgelere yaklaşmamış ve güvenli bölge içinde kalmıştır. Katman kalınlıklarında yapılan değişiklikler sonucu, iç ara katmanın kalınlığının artırılması çökme değerlerinde büyük bir değişiklik getirmese de, oluşan en yüksek gerilmeleri azaltmıştır. Aynı durum cam katman kalınlıkları için de geçerlidir. Panel boyutlarının değiştirilmesi orta düzlemde oluşan çökme değerlerini oldukça etkilemiştir. Dikdörtgen panel boyutlarında kare boyutlu panele göre daha fazla orta düzlem çökmesi görülmüştür. Detayları ilgili bölümlerde verilen kokpit camının katman kalınlıkları ve boyutları, mukavemet açısından dayanıklı bir yapı oluşturmaktadır.

Patlama yükü için modellenen kokpit camı paneli, uçağın kalkışı esnasında bir darbeye maruz kaldığı zaman yeterli mukavemeti gösterememiştir. Darbe yükleri altında yapılan analizler, en iç cam katmanın ve iç ara katman kalınlığının darbe yükü mukavemetinde büyük etkisi olduğu görülmüştür. Dış taraftaki ara katman ve cam katmanın kalınlaştırılmasından ziyade, çarpışma sonucu çekme gerilmeleri oluşan en iç cam katman ve iç ara katmanın daha kalın yapılması oluşan gerilme değerleri azaltmıştır. Birden fazla sayıda aynı anda ve çok küçük zaman aralıklarıyla darbeye maruz kaldığında, kokpit camı panelinde kritik değerlere yakın gerilmeler tesbit edilmiştir. Eğer kokpit camı ardarda çok sayıda darbeye maruz kalırsa hasar görmesi ve hatta kırılması muhtemeldir.

İleri ki çalışmalar olarak, kokpit camında darbe yükü sonucu oluşacak çatlak ve çatlak ilerlemesi, tabaka ayrışması (delaminasyon) konuları incelenebilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Wei, J., Shetty, M. S., Dharani, L. R.** 2005: Stress Characteristics of Laminated Architectural Glazing Subjected to Blast Loading. *Computers and Structures*. Vol. **84**, pp. 699–707.
- [2] **Zhao, S., Chai, L., Dharani, L. R., Barbat, L. D.,** 2006: Analysis of Damage in Laminated Automotive Glazing Subjected to Simulated Head Impact. *Engineering Failure Analysis*. Vol. **13**, pp. 582–597.
- [3] **Wei, J., Dharani, L. R.,** 2006: Response of Laminated Architectural Glazing Subjected to Blast Loading. *International Journal of Impact Engineering*. Vol. **32**, pp. 2032–2047.
- [4] **Flocker, F., W., Dharani, L. R.,** 1996: Stresses in Laminated Glass Subject to Low Velocity Impact. *Engineering Structures*. Vol. **19**, pp. 851-856.
- [5] **Flocker, F., W., Dharani, L. R.,** 1997: Modelling Fracture in Laminated Architectural Glass Subject to Low Velocity Impact. *Journal of Materials Science*. Vol. **32**, pp. 2587-2594.
- [6] **Bength, C.,** 2005: Bolt Fixings In Toughened Glass. *Structural Mechanics Master's Dissertation*, Sweden.
- [7] **Fam, A., Rizkalla, S.,** 2007: Laboratory Simulation of Impact Loading on Laminated Glass for Hockey Arenas. *Experimental Techniques*. pp. 46-52.
- [8] **NAVAIR,** 2006. *Engineering Handbook Series for Aircraft Repair General Manual for Structural Repair*, Chapter 4, pp. 4-18-4-19.
- [9] **Okay, O.,** Polimerik Malzemelerin Bugünü ve Yarını. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstanbul.
- [10] **Miner, D. F., Seastone, J. B.,** 1955: Handbook of Engineering Materials, pp.3-186.
- [11] **Nielsen, L. E., Landel, R. F.,** 1994: Mechanical Properties of Polymers and Composites.
- [12] **Roylance, D.,** 2001: Engineering Viscoelasticity, *Massachusetts Institute of Technology*, pp.2.
- [13] **Herrmann, R.,** 1988: Performance of Materials for Aircraft Fuselage Windows. *Materials & Design*. Vol. **9**, pp. 339-342.
- [14] **Polymer Science and Technology.,** 2000: Chapter 15, Polymer Properties and Applications. pp. 8-9.
- [15] **Baker, W. E.,** 1973: Explosions in Air, *University of Texas Press*, London.

- [16] **Wei, J., Dharani, L. R., Yu, J., Minor, E., Behr, R. A., Kremer, P. A.,** 2005: Laminated Architectural Glass Subjected to Blast, Impact Loading. *Ceramic Bulletin*. pp. 42-44.
- [17] **Wei, J., Shetty, M. S., Dharani, L. R.** 2005: Failure Analysis of Architectural Glazing Subjected to Blast Loading. *Engineering Failure Analysis*. Vol **13**, pp. 1029-1043.
- [18] **Shepherd, J.** 2007: Shock and Blast Waves. Chapter 8.
- [19] **Wei, J., Dharani, L. R.** :Effect of Negative Blast Loading on Dynamic Response of Architectural Glazing. *University of Missouri-Rolla*. USA.
- [20] **Özenç, M.** 2007: Yapıştırma Bağlantılarının Darbe Yükleri Altındaki Davranışlarının İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*. Denizli.
- [21] **Ceyhan, V., Turan, M.**: Tabakalı Kompozit Malzemelerin Darbe Davranışı. *Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi*. İzmir
- [22] **Abrate, S.,** 1991: Impact on Laminated Composite Materials. *Applied Mechanics*. Pp. 155-190.
- [23] **Reddy, J. N.,** 2004: Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells, Theory and Analysis. *CRC Press*.
- [24] **Berthelot, J. M.,** 1999: Composite Materials, Mechanical Behavior and Structural Analysis. *Springer Press*.
- [25] **Ugural, A. C.,** 1999: Stresses in Plates and Shells, 2nd Edition. *McGraw Hill*.
- [26] **Ventsel, E., Krauthammer, T.,** 2001: Thin Plates and Shells, Theory, Analysis and Applications. *Marcel Dekker, Inc.*
- [27] **Kinney, G. F.,** 1962: Explosive Shocks in Air. *The Macmillan Company*. New York.
- [28] **Timoshenko, S. P., Goodier, J. N.,** 1982: Theory of Elasticity. *McGraw Hill*. New York.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: H.Yasir DÜNDAR

Doğum Yeri ve Tarihi: Midyat

Lisans Üniversitesi: İTÜ Uçak Mühendisliği

Yayın Listesi:

▪ **Dundar Y. H.**, Dogan V. Z., 2008: Kokpit Camlarının Dinamik ve Statik Analizi. HASEM '08 *Havacılık Sempozyumu*, Mayıs 15, 2008 Kayseri, Türkiye.