

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İNSANSIZ HAVA ARAÇLARININ
DOĞRUSAL SİSTEM TANILAMASI VE
ÖNGÖRÜLÜ YÖRÜNGE KONTROLÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Ozan Mahir ALPAGUT**

Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Programı : Sistem Dinamiği ve Kontrol

MAYIS 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İNSANSIZ HAVA ARAÇLARININ
DOĞRUSAL SİSTEM TANILAMASI VE
ÖNGÖRÜLÜ YÖRÜNGE KONTROLÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Ozan Mahir ALPAGUT
503051622**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 06 Mayıs 2010

Tezin Savunulduğu Tarih : 18 Mayıs 2010

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Can ÖZSOY (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Yrd. Doç. Dr. Ayhan KURAL (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Cüneyt FETVACI (İÜ)**

MAYIS 2010

ÖNSÖZ

Çalışmalarım sırasında hep yanımda olan eşime, hiçbir zaman destek ve iyi dileklerini benden esirgemeyen aileme, zaman ve malzeme olarak destek verip bu çalışmamı gerçekleştirmeme olanak sağlayan Vestel Savunma Sanayi AŞ'ye çok teşekkür ederim.

İstanbul, Mayıs 2010

Ozan Mahir ALPAGUT
Uzay Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER	v
ŞEKİL LİSTESİ.....	vii
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET.....	xi
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. HAVA ARACI MODELİ	3
2.1 Koordinat Sistemleri ve Dış Kuvvetler	3
2.2 Hareket Denklemlerinin Türetilmesi.....	4
2.3 Dönen Rotorların Etkileri.....	12
2.4 Uçağın Dünya Sabit Koordinat Sistemi X'Y'Z' ye Göre Açısal Durumu.....	14
2.5 Uçağın Dünyaya Göre Uçuş Hattı.....	15
2.6 Yerçekimi Kuvvetinin Bileşenleri.....	19
2.7 Hareket Denklemlerinin Gözden Geçirilmesi.....	19
2.8 Doğrusal Olmayan Modelin Oluşturulması	21
2.9 Doğrusal Olmayan Denklemlerin Ayrılması	23
2.10 Doğrusal Modellerin Oluşturulması.....	24
2.10.1 Tekil Noktalar ve Kararlı Hal Uçuşu	25
2.10.2 Doğrusallaştırma	26
3. AEROSIM.....	35
3.1 Örnek Uçak Modelleri.....	37
3.2 Bir Uçağın AeroSim İçerisinde Tanımlanması	38
3.3 Önceden Oluşturulmuş Uçak Modelleri.....	42
4. SİSTEM TANILAMA	45
4.1 Sistem Tanılamanın Temel Adımları	46
4.2 Çok Girişli Çok Çıkışlı Sistemlerin Tanılanması.....	48
4.2.1 Alt Uzay Denklemlerinin Elde Edilmesi.....	48
4.2.2 N4SID ile Sistem Tanılaması.....	54
4.3 MATLAB İle Sistem Tanılama.....	57
5. MODEL TABANLI ÖNGÖRÜLÜ KONTROL	65
5.1 MPC'nin Matematiksel İfadesi	67
5.1.1 Öngörü Modeli	67
5.1.2 Amaç Fonksiyoneli	68
5.1.3 Kontrol Kanununun Elde Edilmesi	69
6. SİMÜLASYON YAPISI	73
7. SONUÇ.....	83
KAYNAKLAR	89
EKLER.....	91

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Genel Otopilot Giriş-Çıkış Şeması.....	1
Şekil 2.1 : Dünya ve Uçak Koordinat Sistemleri.....	4
Şekil 2.2 : Uçak hareket denklemlerindeki vektör bileşenlerinin tanımları	10
Şekil 2.3 : Uçağın Euler Açıları ile Oryantasyonu	14
Şekil 2.4 : Açısal ve Doğrusal Hızlar için Vektör Bağlılıları	16
Şekil 3.2: Aerosim Kütüphanesi	36
Şekil 3.3 : Yatay ve düşey kontrol çevrimleri eklenmiş Aerosonda İHA modeli.	37
Şekil 3.4 : Aerosonde İHA.....	38
Şekil 3.5 : Navion Uçağı.....	38
Şekil 3.6 : Aerosonde Uçak Yapısı Referans Noktaları	39
Şekil 3.7 : Betik ile hazırlanan uçak katsayı dosyasının Simulink modeli içerisinde	43
kullanımı.	43
Şekil 3.8 : Aerosim Uçak Modelinin Basitleştirilmiş İç Yapısı	44
Şekil 3.9 : AeroSim Uçak Modelinin İç Yapısı	44
Şekil 4.2: Eğik iz düşümün temsili gösterimi.....	55
Şekil 4.3: N4SID ve klasik tanılama yaklaşımları [16]	57
Şekil 4.4: Düşey sistem tanılamasında kullanılacak veri setini oluşturmak için.....	58
kurulan simulink modeli	58
Şekil 4.5: Yatay sistem tanılamasında kullanılacak veri setini oluşturmak için.....	59
kurulan simulink modeli	59
Şekil 5.1 : MPC Blok Diyagramı.....	66
Şekil 5.2 : Ötelenen Ufuk	67
Şekil 5.3 : Referansı takip etme hataları	70
Şekil 5.4 : Giriş işareti ve giriş işaretindeki artımlar	70
Şekil 6.1: Simülasyonlar İçin Kurulmuş Kontrol Çevrimsiz Simulink Modeli.....	73
Şekil 6.2 : Flightgear Arayüzü Parametre Ayar Penceresi	74
Şekil 6.3 : Flightgear Uçuş Simülatörü Yazılımının Örnek Ekran Görüntüsü	75
Şekil 6.5 : Klasik Bir Yatay Kontrol Çevrimi	77
Şekil 6.6 : Klasik Bir Düşey Kontrol Çevrimi	77
Şekil 6.8 : MPC Kontrolörlü Simulink Modeli	79
Şekil 6.9 : MPC Ayar Arayüzü Düşey Model	79
Şekil 6.10 : MPC Ayar Arayüzü Yatay Model.....	80
Şekil 6.11 : MPC Kontrolör Ayarları Penceresi	81
Şekil 6.12 : MPC Ayar Arayüzü Senaryolar Penceresi	82
Şekil 7.1: MPC kontrolörleri denemeleri için kurulan simulink modeli	83
Şekil 7.2: Düşey modelin bozuntusuz gürültüsüz durumda referans değer takip etme	
grafikleri.....	84
Şekil 7.3: Düşey modelin rüzgar bozuntusu altında referans değer takip etme	
grafikleri.....	85

Şekil 7.4: Düşey modelin rüzgar bozuntusuna ek olarak algılayıcı gürültüsü altında referans değer takip etme grafikleri	85
Şekil 7.5: Yatay modelin bozuntusuz gürültüsüz durumda referans değer takip etme grafikleri.....	86
Şekil 7.6: Yatay modelin rüzgar bozuntusu altında referans değer takip etme grafikleri	86
Şekil 7.7: Yatay modelin rüzgar bozuntusuna ek algılayıcı gürültüsü altında referans değer takip etme grafikleri.....	87
Şekil A.1a : Elevatör ile düşey hız değişimi.....	92
Şekil A.1b: Elevatör ile hücum açısı değişimi	92
Şekil A.1c: Elevatör ile yunuslama açısı değişimi	93
Şekil A.1d: Elevatör ile yunuslama açısı değişiminin değişimi	93
Şekil A.2a: Aleron ile yalpa açısı değişimi	94
Şekil A.2b: Aleron ile yalpa açısı değişiminin değişimi	94
Şekil A.2c: Aleron ile yana kayma açısının değişimi.....	95
Şekil A.2d: Aleron ile sapma açısının değişiminin değişimi.....	95
Şekil B.1a: Düşey sistem düşey hız değişkeni	96
Şekil B.1b: Düşey sistem gücüm açısı değişkeni	96
Şekil B.1c: Düşey sistem yunuslama açısı değişkeni	97
Şekil B.1d: Düşey sistem yunuslama açısı değişimi değişkeni	97
Şekil B.2a: Yatay sistem yalpa açısı değişkeni	98
Şekil B.2b: Yatay sistem yalpa açısı değişimi değişkeni	98
Şekil B.2c: Yatay sistem yana kayma açısı değişkeni	99
Şekil B.2d: Yatay sistem sapma açısı değişimi değişkeni.....	99

SEMBOL LİSTESİ

Φ	: Yalpa açısı
L	: Yalpalama momenti
M	: Yunuslama momenti
MIMO	: Çok girişli çok çıkışlı
MPC	: Model tabanlı öngörülü kontrol
N	: Sapma momenti
N4SID	: Sayısal altuzay durum uzay tanılaması (Numerical SubSpace State Space IDentification)
P	: Yalpalama açısı değişimi
Ψ	: Baş açısı
Q	: Yunuslama açısı değişimi
R	: Sapma açısı değişimi
SVD	: Tekil değer çözümlemesi
SISO	: Tek girişli tek çıkışlı
Teta (θ)	: Yunuslama açısı
U	: İleri hız
V	: Yanal hız
W	: Düşey hız

İNSANSIZ HAVA ARAÇLARININ DOĞRUSAL SİSTEM TANILAMASI VE ÖNGÖRÜLÜ YÖRÜNGE KONTROLÜ

ÖZET

Bu çalışmada bir insansız hava aracının otopilot sistemi için sistem tanılması ve öngörülü kontrol yaklaşımı önerilmiştir. Oluşturulan otopilot sistemi değişik rüzgar şartları ve algılayıcı gürültüleri şartları altında denenmiştir. Benzetim için Matlab/Simulink, 6 serbestlik dereceli uçak modellerinin geliştirilmesinde kullanılan Aerosim kütüphanesi, sistem tanınması için MATLAB System Identification Toolbox, kontrolörün modellenmesi için MATLAB MPC kütüphanesi ve sonuçların görselleştirilmesi için açık kaynak kodlu FlightGear yazılımı kullanılmıştır. Benzetimlerde uçak modeli olarak Aerosonde insansız hava aracı modeli kullanılmıştır.

LINEAR SYSTEM IDENTIFICATION AND PREDICTION BASED TRAJECTORY CONTROL OF UNMANNED AERIAL VEHICLES

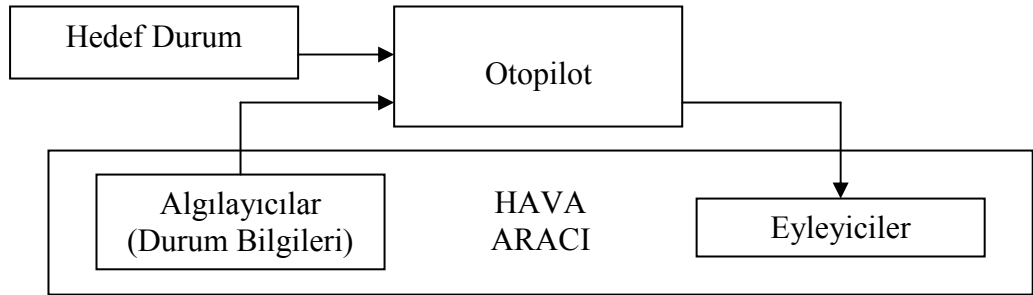
SUMMARY

In this study a linear system identification and a prediction based control approach is proposed for the autopilot system of an unmanned aerial vehicle. The resultant autopilot system was tested under different wind conditions and sensor noise conditions. For the simulation environment MATLAB/Simulink, Aerosim toolbox for 6 DOF aircraft model, MATLAB System Identification toolbox for system identification, MATLAB MPC toolbox for controller design and for the visualization of the aircraft open source FlightGear software is chosen. In simulations Aerosonde unmanned aerial vehicle model is used.

1. GİRİŞ

İlk insansız hava aracı örnekleri 20 yüzyılın henüz başlarında karşımıza çıkmaktadır. Bu gelişmenin mimarı A. M. Low isimli “radyo kontrolün babası” olarak da bilinen İngiliz bir mühendistir. İlk örnekleri tamamen radyo kontrollü ölçekli uçaklar olan İHA’lar büyük oranda atış talimlerinde hedef olarak kullanılmışlardır. İnsansız hava araçlarının silah olarak ilk kullanımı 1. Dünya Savaşında yine uzaktan radyo kontrolü ile olmuştur. Çok geçmeden cayroskop teknolojisinin olgunlaşması ile otonom uçuş gerçekleştiren ilk insansız uçak üretilmiştir.

O günlerden günümüze gelişen teknolojiler İHA’ların sadece savaş alanlarında değil sivil uygulamalarda da çok daha karmaşık görevler üstlenmesine olanak tanımıştır. Günümüzde İHA’ların pek azı tamamen otonom uçuş becerisinden yoksundurlar. Gelişen algılayıcı ve mikroişlemci teknolojileri ile kurulan hassas veri toplama ve işleme sistemleri sayesinde hava aracının durum bilgileri yeterli doğrulukta algılanabilmekte, karmaşık kontrol algoritmaları bu bilgiler ile beslenerek İHA’ların karmaşık görevleri tamamen otonom biçimde gerçekleştirmesi sağlanabilmektedir. Kullanıcı gerçekleştirmek istediği görevi otopilot sistemine yükler ve otopilot görevi yerine getirmek için gereken kontrol sinyallerini üreterek görevi icra eder.



Şekil 1.1 : Genel Otopilot Giriş-Çıkış Şeması

İHA teknolojisinin olgunlaşması ile bu sistemler üzerinde beklentiler sürekli olarak artmaktadır. Günümüzde pek çok keşif, istihbarat görevi ve bazı saldırı görevleri İHA’lar tarafından yapılmakta, JSF projesinin son insanlı savaş uçağı olduğu açıklamaları ve sivil havacılık alanında ilk adım olarak kargo uçaklarının insansız

uçaklara dnstrlmesi hedefi İHA sistemlerinin üzerine düşen görevin ciddiyyetini ortaya koymaktadır.

Günümüzde becerileri gittikçe artan bu sistemlerin en önemli kısıtlarından bir tanesi otopilot sistemleridir. Otopilotlarda en yaygın kullanılan kontrol yöntemi hala PID kontrol olsa da, sürekli artan istekler daha güvenilir ve başarımı yüksek kontrol yöntemlerinin bu alanda uygulanmasına ihtiyaç doğurmaktadır. Bu tez kapsamında İHA’lar gibi MIMO sistemlerde ve kısıtlamaları olan sistemlerde PID’den daha başarlı bir yöntem olan öngörülü kontrol yöntemi ile bir İHA sisteminin kontrolü çalışması yapılmaktadır.

Günümüzde İHA teknolojisinin olgunlaşması ile bu sistemler üzerindeki beklentiler her geçen gün artmaktadır. İHA’ların başarımının en önemli kısıtlarından birisi otopilot sistemleridir. Otopilot sistemleri Chao’nun makalesinde belirttiği gibi günümüzde yaygın olarak düşey ve yatay hareketi ayrı olarak kontrol eden PID evrimleri kullanan sistemlerdir. PID yönteminin, sağladığı esneklik ve ayar kolaylığı gibi artıların yanında, hava araçları gibi doğrusal olmayan MIMO sistemlerdeki düşük başarımı ve kısıtlamalı sistemlerdeki eksikliği gibi eksileri vardır. PID kullanan günümüz otopilotlarındaki bu zayıflıkları daha güvenilir ve sistemin dinamiklerine daha uygun kontrol yöntemlerinin uygulanmasına ihtiyaç doğurmaktadır. Bu bakımdan öngörülü kontrol yöntemleri başarılı olmakla beraber ihtiyaç duydukları yüksek hesap gücü yakın zamana kadar otopilot sistemleri üzerinde koşmalarını imkansızlaştırmaktaydı. Yakın geçmişte mikroişlemci teknolojisinde görülen gelişmeler artık bu yöntemin kullanılabilmesini olası kılmaktadır. Yang makalesinde model öngörülü kontrol yöntemi ile bir insansız hava aracının kontrolü üzerine çalışmıştır. Kontrolörde ngr modeli olarak kullanılacak sistemi, uçağın doğrusal olmayan modelini belli bir nokta etrafında doğrusallaştırarak elde etmiştir. Yunuslama açısı, yalpa açısı, baş açısı ve irtifa kontrolörlerini bu sistemler ile oluşturmuştur.

Bu çalışmada bir insansız hava aracının öngörülü kontrolü hedeflenmektedir. Kontrol edilmesi hedeflenen insansız hava aracının bir modeli her zaman elimizde olmayabilir. Bu nedenle öngörülü kontrolde kullanmak üzere ihtiyaç duyduğumuz doğrusal model sistem tanılama yöntemleri ile elde edilmiştir. Sistem tanılama ile elde edilen modeller kontrolörler içerisinde öngörü sistemi olarak kullanılmıştır.

2. HAVA ARACI MODELİ

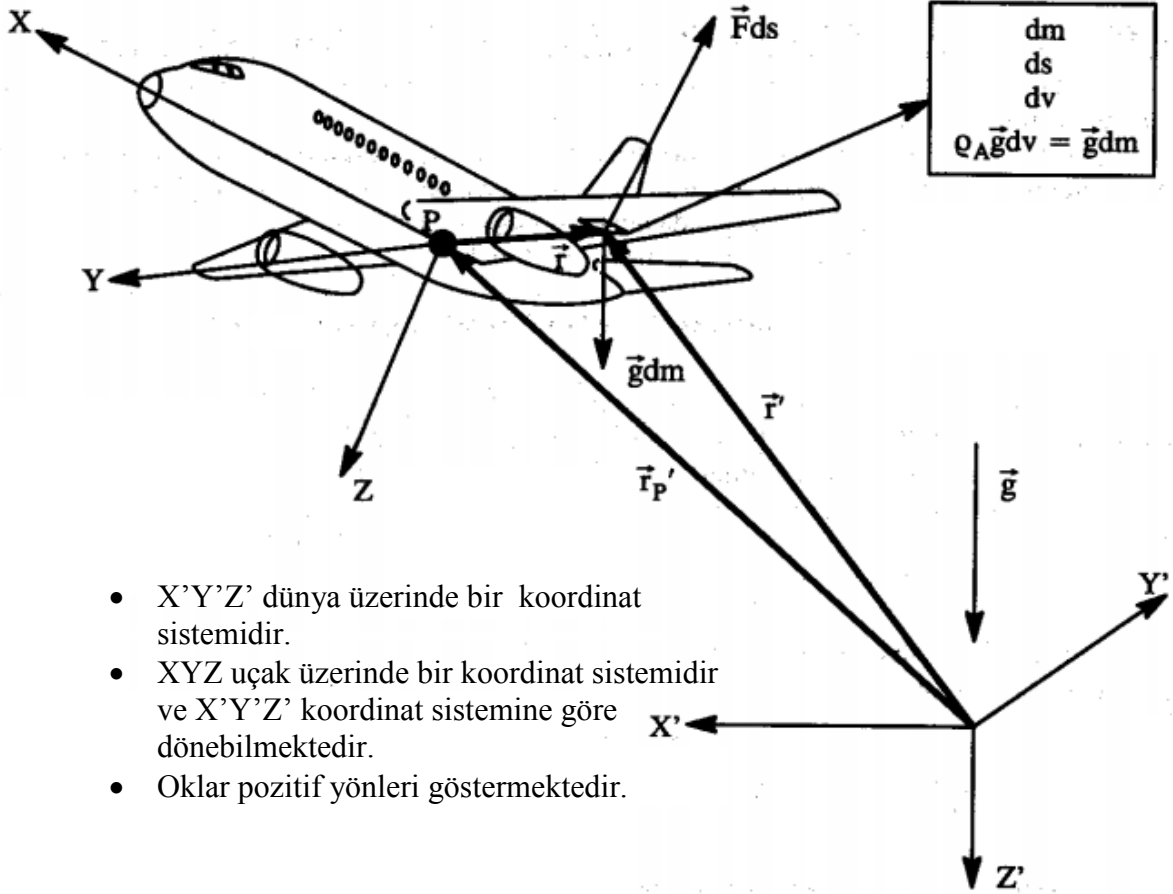
Bu bölümde bir hava aracının genel hareket denklemleri çıkartılmakta ve bu denklemler yazılırken kullanılan koordinat sistemleri anlatılmaktadır. Bu işlemler sırasında yapılan kabuller irdelenmektedir.

2.1. Koordinat Sistemleri ve Dış Kuvvetler

Şekil 2.1’de iki farklı koordinat sistemi görülmektedir. $X'Y'Z'$ dünya üzerinde bir koordinat sistemini, XYZ uçak üzerinde bir koordinat sistemini göstermektedir. Dünya koordinat sistemini kullanmak dünyanın dönüş hızının etkilerini ihmal etmek anlamına gelmekle beraber tecrübeler bu ihmalin hipersonik uçaklar dışında kabul edilebilir olduğunu göstermiştir. Bu konuda detaylı bilgiler H. Goldstein’in Classical Mechanics kitabında verilmektedir.

Şekil 2.1’deki uçağın dm kütle elemanlarından oluştuğunu kabul edelim. Bu kütle elemanlarının konumunu $X'Y'Z'$ orijin noktasına bağlayan vektör $\vec{r}'$ olsun. Hava aracının rijit olduğu kabul edilirse bu kütle elemanlarının birbirlerine olan mesafeleri her zaman sabit kalır.

Tüm kütle elemanları yer çekimi ivmesine ($\vec{g}$) maruz kalır. Şekil 2.1’de görülebileceği gibi $\vec{g}$ pozitif Z' eksenine aynı doğrultuda kabul edilmiştir. Bu kabul, düz dünya (flat earth) kabulü olarak isimlendirilir. Sonuç olarak kütle elemanlarının her birine etki eden kuvvet $\rho_A \vec{g} dv = \vec{g} dm$ dir. Burada ρ_A uçağın bölgesel kütle yoğunluğunu göstermektedir. Uçağın yüzeyinde yer alan kütle elemanları ek olarak birim alana düşen aerodinamik yüklere de ($\vec{F}$) maruz kalırlar. Uçağa sadece $\rho_A \vec{g} dv$ ve $\vec{F} ds$ dış kuvvetlerinin etki ettiği kabul edilir.



Şekil 2.1 : Dünya ve Uçak Koordinat Sistemleri

2.2. Hareket Denklemlerinin Türetilmesi

Newton'un ikinci kanununu Şekil 2.1'deki uçağa uygulayalım. Newton'un ikinci kanunu derki, lineer ve açısal momentumun zaman türevi sırasıyla uygulanan dış kuvvetler ve momentlere eşittir.

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_v e_A \frac{d\vec{r}'}{dt} dv}_{\text{lineer momentum}} = \underbrace{\int_v e_A \vec{g} dv + \int_s \vec{F} ds}_{\text{uygulanan kuvvetler}} \quad (2.1)$$

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_v \vec{r}' \times e_A \frac{d\vec{r}'}{dt} dv}_{\text{açısal momentum}} = \underbrace{\int_v \vec{r}' \times e_A \vec{g} dv + \int_s \vec{r}' \times \vec{F} ds}_{\text{uygulanan momentler}} \quad (2.2)$$

Burada $\int_v$ ve $\int_s$ tüm uçağın hacim ve yüzey integrallerini göstermektedir. Bu integraller uçağın geometrisi biliniyorsa hesaplanabilir.

Uçağın toplam kütlesi aşağıdaki denklemle hesaplanır.

$$m = \int_v \rho_A dv \quad (2.3)$$

Şimdilik uçağın toplam kütlesinin zamanla değişmediğini kabul edelim.

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

Jan Roskam'ın Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls kitabında kütle değişimi 60 saniyelik bir süre içerisinde %5'in altındaysa sabit kütle kabulünün uygulanabileceği belirtilmektedir.

Yapılan bir diğer kabul ise kütle dağılımının zamanla değişmediğidir. Bu kabulün geçerli olabilmesi için 60 saniyelik süre içerisinde uçağın ağırlık merkezinin yer değiştirmemesi gerekir.

Şimdiye kadar uçak üzerindeki tüm kütle elemanlarını $\vec{r}'$ yardımıyla gösterdik fakat $\vec{r}$ ve $\vec{r}'_p$ vektörlerini kullanmak hesaplamalar açısından daha pratik olacaktır. Bu noktada uçak üzeri XYZ koordinat sistemi devreye girer. XYZ koordinat sisteminin uçak üzerine yerleştiriliş biçimi biraz keyfidir. Şekil 1.1'de X eksenini uçak gövdesinin merkez hattına paralel olarak yerleştirilmiştir. XYZ koordinat sisteminin merkezi uçağın kütle merkezi olarak kabul edilen P noktasına yerleştirilmiştir. Üç konum vektörünün ilişkisi aşağıdaki biçimdedir.

$$\vec{r}' = \vec{r}'_p + \vec{r} \quad (2.5)$$

P noktasının uçağın kütle merkezinde olması durumunda aşağıdaki eşitlik sağlanır.

$$\int_v \vec{r} \rho_A dv = 0 \quad (2.6)$$

Sonucu olarak aşağıdaki eşitlik $\vec{r}'_p$ için geçerlidir.

$$\vec{r}_P = \frac{1}{m} \int_v \rho_A \vec{r} dv \quad (2.7)$$

Bu bilgiler ışığında lineer momentum denkleminin (2.1) sol tarafını yeniden yazarsak aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$\frac{d}{dt} \frac{d}{dt} \int_v \rho_A (\vec{r}_P + \vec{r}) dv = \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} m \vec{r}_P = m \frac{d\vec{V}_P}{dt} \quad (2.8)$$

Burada,

$$\vec{V}_P = \frac{d\vec{r}_P}{dt} \quad (2.9)$$

uçanın kütle merkezinin hızı olarak tanımlanır. (2.1)'in sağ tarafı da aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\int_v \rho_A \vec{g} dv + \int_s \vec{F} ds = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_T \quad (2.10)$$

Burada $\vec{F}_A$ toplam aerodinamik kuvvet vektörünü, $\vec{F}_T$ ise toplam itki kuvvet vektörünü ifade etmektedir. (2.1) artık aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$m \frac{d\vec{V}_P}{dt} = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_T \quad (2.11)$$

(2.11), lineer momentumun değişiminin zamanla değişiminin, $m\vec{V}_P$ uçağa uygulanan dış kuvvetlerin toplamına eşit olduğunu söyler.

Açısal momentum denklemini (2.2) göz önüne alalım. (2.6) ve (2.1)'i göz önünde bulundurarak (2.5) 'i (2.2)'ye koyarsak aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$\frac{d}{dt} \int_v \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \rho_A dv = \int_s \vec{r} \times \vec{F} ds = \vec{M}_A + \vec{M}_T \quad (2.12)$$

Burada $\vec{M}_A$ toplam aerodinamik moment vektörünü, $\vec{M}_T$ ise toplam itki moment vektörünü ifade etmektedir.

(2.12), açısal momentumun değişiminin zamanla değişiminin, uçağa uygulanan dış momentlerin toplamına eşit olduğunu söyler.

(2.12), sol tarafındaki hacim integralinin zamana bağımlı bir fonksiyon olduğunu söyler. Bu gibi zamana bağımlı integrallerin çözümü zordur. Bu zaman bağımlılığını ortadan kaldırmak için koordinat sistemlerinde bir geçiş yapılabilir. Görülecektir ki (2.10) ve (2.12) X'Y'Z' koordinat sistemi yerine XYZ koordinat sistemine göre yeniden yazılırsa (2.12)'deki hacim integrali zamana bağımlı olmaktan kurtulacaktır. Sorun şudur ki XYZ koordinat sistemi dönen bir koordinat sistemidir. Bu tip sistemlerde Newton'un kanunları az önce uyguladığımız biçimde uygulanamazlar. Aşağıdaki vektör dönüşüm ilişkisi uygulanırsa Newton'un kanunları uygulanabilir hale gelir.

$$\underbrace{\frac{d\vec{A}}{dt}}_{\text{sabit}} = \underbrace{\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{A}}_{\text{döner}} = \vec{A} + \vec{\omega} \times \vec{A} \quad (2.13)$$

X'Y'Z' XYZ

Burada $\vec{A}$ vektörü dönüşümü yapılmak istenen herhangi bir vektörü göstermektedir. Bu vektör dönüşümü ile ilgili ayrıntılı bilgi L.D. Landau ve E.M. Lifshitz'in Mechanics isimli kitabında verilmektedir. (2.13)'teki ω vektörü, XYZ sisteminin X'Y'Z' sistemine göre açısal dönüş vektörüdür. Bu vektör uçağın dünyaya göre açısal hızını gösterir.

Dönüşüm denklemini (2.13), (2.10) ve (2.12)'nin sol taraflarına uygulayabiliriz. Öncelikle (2.11)'nin sol tarafına bakalım.

$$m \frac{d\vec{V}_P}{dt} = m \left(\frac{\partial \vec{V}_P}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{V}_P \right) \quad (2.14)$$

Buradan,

$$m(\vec{V}_P + \vec{\omega} \times \vec{V}_P) = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_T \quad (2.15)$$

Şimdi de (2.12)'nin sol tarafına bakalım.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \rho_A dv &= \int_V \vec{r} \times \frac{d}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt} \rho_A dv = \int_V \vec{r} \times \frac{d}{dt} (\vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{r}) \rho_A dv = \\ &= \int_V \vec{r} \times \left\{ \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \right\} \rho_A dv \end{aligned} \quad (2.16)$$

Tüm kütle elemanlarının beraber durduğunu ve uçakta dönen rotorlar da olmadığı kabulüyle (bu kabul Bölüm 2.3'te düzeltililecek) $\vec{r} = \vec{r} = 0$ bulunur. Böylece (2.12) aşağıdaki formu alır.

$$\int_V \vec{r} \times \left\{ \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \right\} \rho_A dv = \vec{M}_A + \vec{M}_T \quad (2.17)$$

Burada $\vec{\omega}$ vektörü {(XYZ koordinat sisteminin X'Y'Z' koordinat sistemine göre açısal hızlanması) = (uçağın dünyaya göre açısal hızlanması)} XYZ sistemine aittir ve integral işaretinin dışına alınabilir. Bu sayede önerdiğimiz koordinat sistemi değişimi sonucunda hacim integrali zamandan bağımsız hale getirilmiş olur.

(2.15) ve (2.17) uçağın hareket denklemlerinin vektör formu olarak isimlendirilir. Bu formlar genel sonuçlara ulaşılmasında kullanılabilirler. Fakat kararlı hal çalışmalarında Bunu başarmak için vektör formu karşılık gelen skalar bileşenleri ile yazmak gerekir. Bunu yapmadan önce (2.15) ve (2.17)'de görülen tüm vektörlerin bileşenlerini tanımlamak gerekir. Bu bileşenler aşağıda kuvvetler, momentler, hızlar ve mesafeler olarak tanımlanmaktadır. i, j ve k büyüklükleri sırasıyla X, Y ve Z eksenlerinin birim vektörlerini tanımlanmıştır. Bu vektörlerin yönleri ve fiziksel anlamları daha önce Şekil (2.2)'de gösterilmiştir.

Kuvvetler:

$$\vec{F}_A = iF_{A_x} + jF_{A_y} + kF_{A_z} \quad (2.18)$$

Aerodinamik kuvvetlerin bileşenleri için kullanılır. XYZ koordinat sisteminin uçak üzerinde özel bir yerleşimi ile bu kuvvetler sırasıyla sürüklenme (drag), yan kuvvet (side force) ve kaldırma kuvvetleri olarak isimlendirilirler.

$$\vec{F}_T = iF_{T_x} + jF_{T_y} + kF_{T_z} \quad (2.19)$$

İtme kuvveti bileşenleri için kullanılır.

$$\vec{g} = ig_x + jg_y + kg_z \quad (2.20)$$

Yerçekimi ivmesi bileşenleri için kullanılır.

Momentler:

$$\vec{M}_A = iL_A + jM_A + kN_A \quad (2.21)$$

Aerodinamik momenti bileşenleri için kullanılır. Sırasıyla yalpalama (rolling) momenti, yunuslama (pitching) momenti ve sapma (yawing) momenti olarak isimlendirilir.

$$\vec{M}_T = iL_T + jM_T + kN_T \quad (2.22)$$

İtke momenti bileşenleri için kullanılır. Sırasıyla yalpalama (rolling) momenti, yunuslama (pitching) momenti ve sapma (yawing) momenti olarak isimlendirilir.

Hızlar:

$$\vec{\omega} = iP + jQ + kR \quad (2.23)$$

Açısal hız bileşenleri için kullanılır. Sırasıyla yalpa oranı, yunuslama oranı ve sapma oranı olarak isimlendirilir.

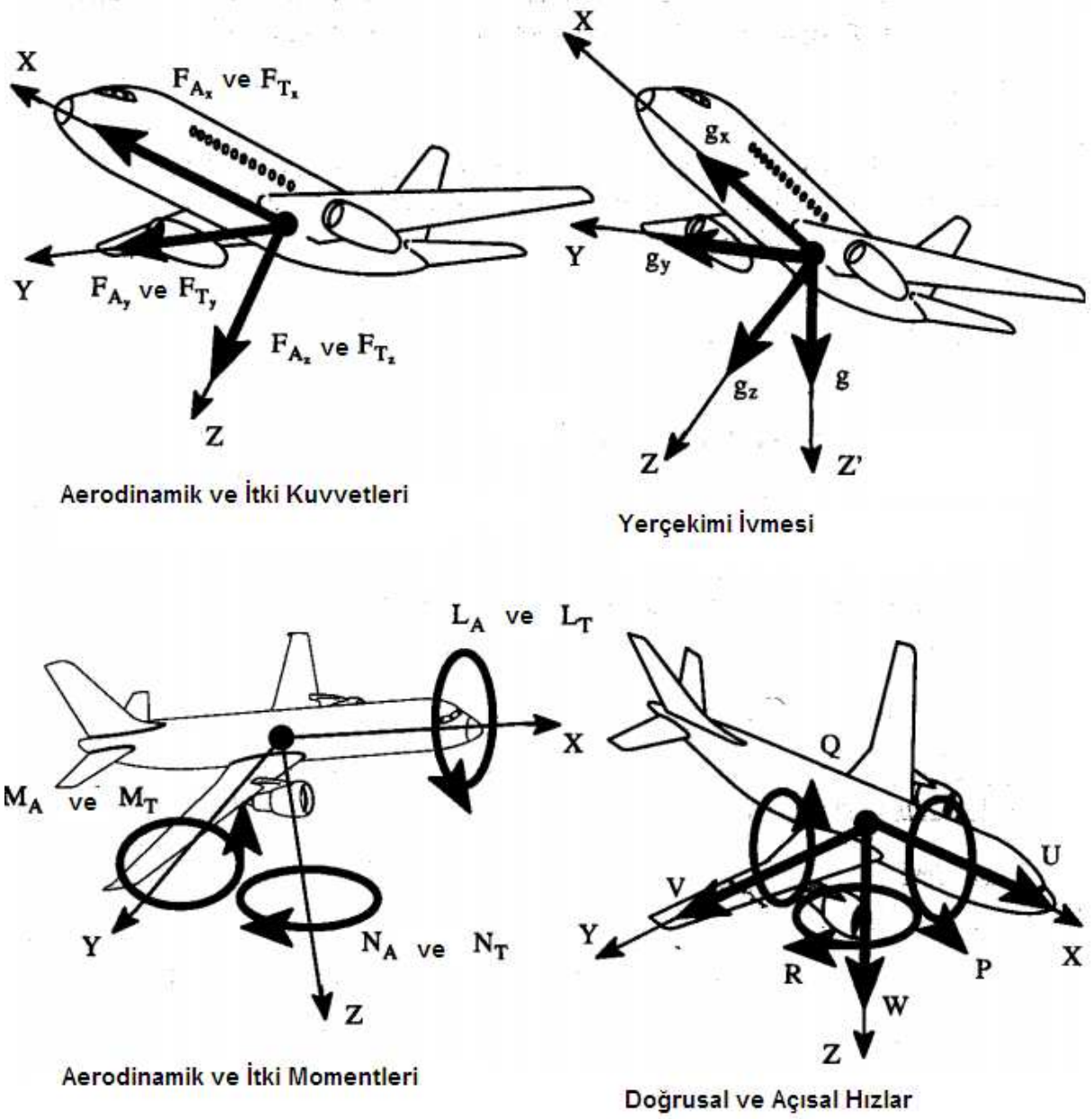
$$\vec{V}_P = iU + jV + kW \quad (2.24)$$

Doğrusal hız bileşenleri için kullanılır. Sırasıyla ileri hız, yanıl hız ve düşey hız olarak isimlendirilir.

Mesafeler:

$$\vec{r} = ix + jy + kz \quad (2.25)$$

Uçaktaki kütle elemanlarının konum bileşenleri için kullanılır



Şekil 2.2 : Uçak hareket denklemlerindeki vektör bileşenlerinin tanımları

(2.18) – (2.25) denklemlerini kullanarak (2.15) lineer momentum denkemini, aşağıdaki skalar biçimde yazmak mümkündür.

$$\begin{aligned}
 m(\dot{U} - VR + WQ) &= mg_x + F_{Ax} + F_{Tx} \\
 m(\dot{V} + UR - WP) &= mg_y + F_{Ay} + F_{Ty} \\
 m(\dot{W} - UQ + VP) &= mg_z + F_{Az} + F_{Tz}
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

(2.17)'deki hacim integralini açmak daha zor olduğu için açma işlemi üç adımda yapılacaktır. İlk adımda (2.17)'nin sol tarafı üçlü vektörel çarpım yardımı ile aşağıdaki gibi yeniden yazılır.

$$\begin{aligned} \int_V \vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \rho_A dV &= \int_V \vec{\omega} (\vec{r} \cdot \vec{r}) \rho_A dV - \int_V \vec{r} (\vec{r} \cdot \vec{\omega}) \rho_A dV \\ &+ \int_V \vec{r} \times \vec{\omega} (\vec{\omega} \cdot \vec{r}) \rho_A dV - \left[\int_V \vec{r} \times \vec{r} (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) \rho_A dV = 0 \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

İkinci adımda (2.27)'nin ilk iki terimi aşağıdaki gibi açılır.

$$\begin{aligned} \int_V \vec{\omega} (\vec{r} \cdot \vec{r}) \rho_A dV &= (\dot{i} \dot{P} + \dot{j} \dot{Q} + \dot{k} \dot{R}) \int_V (x^2 + y^2 + z^2) \rho_A dV \\ \text{ve} \\ - \int_V \vec{r} (\vec{r} \cdot \vec{\omega}) \rho_A dV &= - \int_V (\dot{i}x + \dot{i}y + \dot{i}z) (x \dot{P} + y \dot{Q} + z \dot{R}) \rho_A dV \end{aligned}$$

Bu iki ifade birleştirilerek aşağıdaki hali alırlar.

$$\begin{aligned} \dot{i} \left[\dot{P} \int_V (y^2 + z^2) \rho_A dV - \dot{Q} \int_V xy \rho_A dV - \dot{R} \int_V xz \rho_A dV \right] + \\ \dot{j} \left[\dot{Q} \int_V (x^2 + z^2) \rho_A dV - \dot{P} \int_V yx \rho_A dV - \dot{R} \int_V yz \rho_A dV \right] + \\ \dot{k} \left[\dot{R} \int_V (x^2 + y^2) \rho_A dV - \dot{P} \int_V zx \rho_A dV - \dot{Q} \int_V zy \rho_A dV \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

(2.27)'deki hacim integralleri uçağın ataletinden gelen momentleri ifade eder. Bu integral büyüklükleri (ataletler) için kullanılan yaygın semboller şunlardır.

$$\begin{aligned} \int_V (y^2 + z^2) \rho_A dV &= I_{xx} \quad \int_V xy \rho_A dV = I_{xy} \quad \int_V xz \rho_A dV = I_{xz} \\ \int_V (x^2 + z^2) \rho_A dV &= I_{yy} \quad \int_V yx \rho_A dV = I_{xy} = I_{yx} \quad \int_V yz \rho_A dV = I_{yz} = I_{zy} \\ \int_V (x^2 + y^2) \rho_A dV &= I_{zz} \quad \int_V zx \rho_A dV = I_{zx} = I_{xz} \quad \int_V zy \rho_A dV = I_{zy} = I_{yz} \end{aligned} \quad (2.28)$$

(2.28) ifadelerinin yardımıyla (2.27) ifadesi aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \dot{i} (\dot{P} I_{xx} - \dot{Q} I_{xy} - \dot{R} I_{xz}) + \\ \dot{j} (\dot{Q} I_{yy} - \dot{P} I_{xy} - \dot{R} I_{yz}) + \\ \dot{k} (\dot{R} I_{zz} - \dot{P} I_{xz} - \dot{Q} I_{yz}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Üçüncü adımda (2.27) denklemini aşağıdaki hale dönüştür.

$$\begin{aligned}
\int_V \vec{r} \times \vec{\omega} (\vec{\omega} \cdot \vec{r}) \rho_A dV &= \int_V \{ (i\mathbf{x} + j\mathbf{y} + k\mathbf{z}) \times (i\mathbf{P} + j\mathbf{Q} + k\mathbf{R}) (P\mathbf{x} + Q\mathbf{y} + R\mathbf{z}) \} \rho_A dV \\
&= i [I_{xy} PR + I_{yz} (R^2 - Q^2) - I_{xz} PQ + (I_{zz} - I_{yy}) RQ] + \\
&\quad j [(I_{xx} - I_{zz}) PR + I_{xz} (P^2 - R^2) - I_{xy} QR + I_{yz} PQ] + \\
&\quad k [(I_{yy} - I_{xx}) PQ + I_{xy} (Q^2 - P^2) + I_{xz} QR - I_{yz} PR]
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Çoğu uçak XZ düzlemine göre simetriktir. Böyle bir simetriklik (yaklaşık olarak olsa bile) söz konusu ise $I_{xy} = I_{yz} = 0$ olacaktır.

Açısal momentum denklemini (2.18) – (2.25) skalar bileşenleri ile yazmak için gerekli olan bilgilerin hepsi şu an elimizde mevcut. (2.29) ve (2.30) ifadeleri kullanılarak aşağıdaki denklemler ulaşılır.

$$\begin{aligned}
I_{xx} \dot{P} - I_{xz} \dot{R} - I_{xz} PQ + (I_{zz} - I_{yy}) RQ &= L_A + L_T \\
I_{yy} \dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz}) PR + I_{xz} (P^2 - R^2) &= M_A + M_T \\
I_{zz} \dot{R} - I_{xz} \dot{P} + (I_{yy} - I_{xx}) PQ + I_{xz} QR &= N_A + N_T
\end{aligned} \tag{2.31}$$

(2.26) ve (2.31), U, V, W, P, Q ve R'nin bağımlı değişkenler olduğu hareketin 6 diferansiyel denklemini oluşturur. Burada zaman bağımsız değişkendir. Bu noktada zamana bağlı bir çözüm yapmak henüz mümkün değildir. Bunun nedenleri şunlardır.

- 1) Aerodinamik ve itki kuvvetleri ve momentleri {(2.26) ve (2.31)}'in sağ tarafları} zamanla ve U, V, W, P, Q ve R bağımlı değişkenleri ile değişir.
- 2) (2.26)'daki yer çekimi kuvveti bileşenleri uçağın dünya koordinat sistemine göre açısal durumuna bağlıdır.

Bu kabuller uçaktaki dönen rotorlar (pervaneler ya da türbinler) ya da ok açısı değişen kanatların varlığını göz ardı ederler. Dönen rotorların uçağın hareket denklemlerine etkisi Bölüm 2.3'te incelenecektir. Ok açısı değişen kanat durumunda ise açı değişimi hareketinin ihmal edilebilecek düzeyde yavaş olduğu kabul edilecektir.

2.3. Dönen Rotorların Etkileri

Uçakların çoğu dönen rotorlar olarak nitelendirebileceğimiz pervaneler ve/veya türbin motorlar barındırırlar. Bu gibi dönen rotorlar bağlı oldukları gövdeye cayroskopik momentler uygularlar. Çoğu uçakta bu cayroskopik momentler ihmal edilebilecek biçimde olmakla birlikte (ters yöne dönen pervaneler, ters yönde çalışan çiftli türbinler gibi) bu ihmal her zaman geçerli olmaz. Dönen rotorların etkisiyle

oluşan cayroskopik momentler açısal momentum denklemine (2.12) basit bir ekleme yapılarak hesaba dahil edilebilir. Bir ya da daha fazla dönen rotoru bulunan bir uçağın rotorlarından kaynaklanan toplam açısal momentum aşağıdaki biçimde gösterilebilir.

$$\vec{h} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{h}_i \quad (2.32)$$

i rotorunun kendi dönme eksenini etrafındaki atalet momenti I_{R_i} olsun. Rotorun dönüş hızı $\vec{\omega}_{R_i}$ ile gösterilirse (2.32) aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\vec{h} = \sum_{i=1}^{i=n} I_{R_i} \vec{\omega}_{R_i} \quad (2.33)$$

ya da bileşen formunda,

$$\vec{h} = ih_x + jh_y + kh_z \quad (2.34)$$

Artık (2.12)'yi aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

$$\frac{d}{dt} \int_V \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \rho_A dv + \frac{d\vec{h}}{dt} = \vec{M}_A + \vec{M}_T \quad (2.35)$$

Sabit rotorlu uçağın açısal momentumu

(2.35)'deki $\frac{d\vec{h}}{dt}$ terimi (2.13) kullanılarak açılır ve uçaktaki tüm dönen rotorların sabit açısal hızda döndükleri ($\vec{\omega}_{R_i} = 0$) kabul edilirse uçağın açısal momentum denklemleri (2.31) aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\begin{aligned} I_{xx} \dot{P} - I_{xz} \dot{R} - I_{xz} PQ + (I_{zz} - I_{yy}) RQ + Qh_z - Rh_y &= L_A + L_T \\ I_{yy} \dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz}) PR + I_{xz} (P^2 - R^2) + Rh_x - Ph_z &= M_A + M_T \\ I_{zz} \dot{R} - I_{xz} \dot{P} + (I_{yy} - I_{xx}) PQ + I_{xz} QR + Ph_y - Qh_x &= N_A + N_T \end{aligned} \quad (2.36)$$

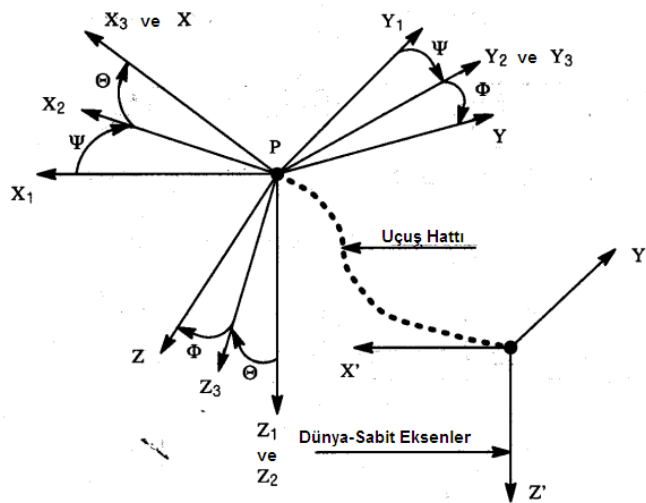
2.4. Uçağın Dünya Sabit Koordinat Sistemi X'Y'Z' ye Göre Açısal Durumu

Uçağın dünya üzerindeki koordinat sistemine göre açısal durumunu belirlemek için uçak üzerindeki koordinat sistemi XYZ'nin yönelmesini belirlemek yeterlidir. Şekil 2.1'de iki eksen sistemi ilişkileri tanımlanmadan gösterilmişti. Şekil 2.3 X'Y'Z' eksen sisteminin kendisine paralel bir biçimde uçağın kütle merkezi olan P noktasına taşınmasını göstermektedir. X'Y'Z' sisteminin bu taşınmış hali X₁Y₁Z₁ olarak adlandırılmıştır. XYZ eksen sisteminin X₁Y₁Z₁ eksen sistemine göre açısal durumu Euler açıları (ψ, θ, ϕ) yardımı ile sıralı dönüşler olarak tanımlanmıştır.

Dönüş 1: X₁Y₁Z₁ koordinat sistemi Z₁ eksenini etrafında baş açısı olarak isimlendirilen ψ açısı kadar döndürülür. Açısı Şekil 2.3'te gösterildiği yönde pozitiftir. Döndürme işleminden sonra koordinat sistemi X₂Y₂Z₂ olarak isimlendirilir.

Dönüş 2: X₂Y₂Z₂ koordinat sistemi Y₂ eksenini etrafında yunuslama açısı olarak da isimlendirilen θ açısı kadar döndürülür. Açısı Şekil 2.3'te gösterildiği yönde pozitiftir. Döndürme işleminden sonra koordinat sistemi X₃Y₃Z₃ olarak isimlendirilir.

Dönüş 3: X₃Y₃Z₃ koordinat sistemi X₃ eksenini etrafında yalpalama açısı olarak da isimlendirilen ϕ açısı kadar döndürülür. Açısı Şekil 2.3'te gösterildiği yönde pozitiftir. Döndürme işleminden sonra koordinat sistemi XYZ olarak isimlendirilebilir.



Şekil 2.3 : Uçağın Euler Açıları ile Oryantasyonu

2.5. Uçağın Dünyaya Göre Uçuş Hattı

Artık uçağın dünyaya göre uçuş hattını uçak koordinat sistemi (XYZ)'deki hız bileşenleri ve Bölüm 2.4'te gördüğümüz üç Euler açısını kullanarak tanımlamak mümkün. Bunu XYZ koordinat sistemindeki hız vektörü bileşenleri U, V ve W ile X'Y'Z' koordinat sistemindeki hız vektörü bileşenleri $\dot{x}'$, $\dot{y}'$ ve $\dot{z}'$ arasındaki ilişkiyi oluşturarak yapacağız. X1Y1Z1 ve X'Y'Z' birbirine paralel olduğu için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$U_1 = \dot{x}' \quad V_1 = \dot{y}' \quad W_1 = \dot{z}'$$

Şekil 2.4'te de görüleceği üzere U1, V1, W1 ile U2, V2, W2, arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ V_2 \\ W_2 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Benzer bir dönüşüm U2, V2, W2 ile U3, V3, W3 arasında da geçerlidir.

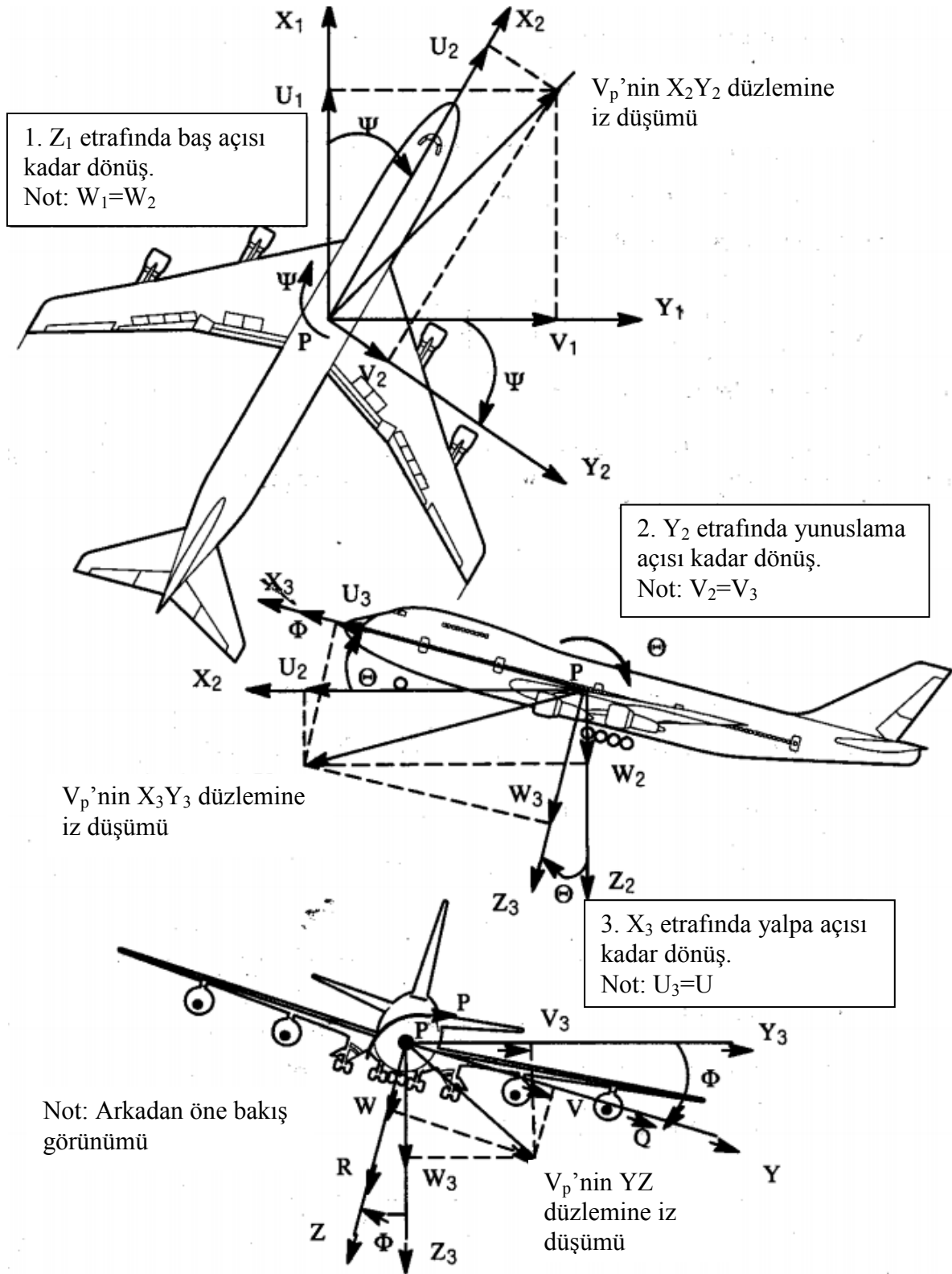
$$\begin{pmatrix} U_2 \\ V_2 \\ W_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_3 \\ V_3 \\ W_3 \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Son olarak U3, V3, W3 ile U, V, W arasında da benzer ilişki yazılabilir.

$$\begin{pmatrix} U_3 \\ V_3 \\ W_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

(2.39)'u (2.38)'de yerine koyup sonucu da (2.37)'de yerine koyarsak aşağıdaki dünya eksenli hız bileşenleri ile uçak eksenli hız bileşenleri arasındaki denklemi elde ederiz.

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}' \\ \dot{y}' \\ \dot{z}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \quad (2.40)$$



Şekil 2.4 : Açısal ve Doğrusal Hızlar için Vektör Bağlılıları

(2.40), dünya $X'Y'Z'$ koordinat sistemi hız bileşenleri ile uçak XYZ koordinat sistemi hız bileşenleri arasındaki istenen ilişkiyi verir.

Uçağın uçuş hattı (2.40) denkleminin integrali alınarak $x'(t)$, $y'(t)$ ve $z'(t)$ terimleri cinsinden bulunabilir. Bu integral işleminin gerçekleştirilebilmesi için Euler açıları olan ψ, θ ve ϕ değerlerinin biliniyor olması gereklidir. Fakat Euler açıları da zamana bağlı değişkenlerdir. Euler açılarının değişimleri $\dot{\psi}, \dot{\theta}$ ve $\dot{\phi}$, uçak eksen sisteminde tanımlı olan açısal hızlara (P, Q ve R) bağımlıdırlar. $\dot{\psi}, \dot{\theta}$ ve $\dot{\phi}$ ile P, Q ve R arasındaki bağıntının oluşturulabilmesi için aşağıdaki eşitliğin sağlanıyor olması gerekir.

$$\vec{\omega} = iP + jQ + kR = \vec{\dot{\psi}} + \vec{\dot{\theta}} + \vec{\dot{\phi}} \quad (2.41)$$

$\vec{\dot{\psi}}$, Şekil 2.4'te de görüldüğü gibi Z1 eksenini etrafındaki açısal değişimi gösterdiğinden aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\vec{\dot{\psi}} = k_1 \dot{\psi} = k_2 \dot{\psi} \quad (2.42)$$

Benzer biçimde, $\vec{\dot{\theta}}$, Şekil 2.4'te de görüldüğü gibi Y2 eksenini etrafındaki açısal değişimi gösterdiğinden aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\vec{\dot{\theta}} = j_2 \dot{\theta} = j_3 \dot{\theta} \quad (2.43)$$

Son olarak, $\vec{\dot{\phi}}$, Şekil 2.4'te de görüldüğü gibi X3 eksenini etrafındaki açısal değişimi gösterdiğinden aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\vec{\dot{\phi}} = i_3 \dot{\phi} = i \dot{\phi} \quad (2.44)$$

(2.42), (2.43) ve (2.44), (2.41)'e yerleştirildiğinde aşağıdaki form oluşur.

$$\vec{\omega} = k_2 \dot{\psi} + j_3 \dot{\theta} + i \dot{\phi} \quad (2.45)$$

(2.38) ve (2.39)'dakine benzer bir dönüşüm uygulanarak gösterilebilir ki,

$$k_2 = -i_3 \sin\theta + k_3 \cos\theta = -i \sin\theta + \cos\theta (j \sin\phi + k \cos\phi) \quad (2.46)$$

(2.39)'dakine benzer bir dönüşümle şu da gösterilebilir,

$$\dot{j}_3 = \dot{j} \cos \phi - k \sin \phi \quad (2.47)$$

(2.46) ve (2.47)'i (2.45) denklemine koyup bazı düzenlemeleri yaparsak aşağıdaki biçimi elde edebiliriz.

$$\begin{aligned} \vec{\omega} = & \dot{i} (-\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\phi}) + \dot{j} (\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi) \\ & + \dot{k} (\dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi) \end{aligned} \quad (2.48)$$

(2.41) ile karşılaştırırsak bu bizi uçağın kinematik denklemlerine götürür.

$$\begin{aligned} P &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ Q &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ R &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \end{aligned} \quad (2.49)$$

Uçuş hattı integrali probleminin çözümü için bu denklemleri aşağıdaki formda yazmak daha uygun olacaktır.

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= P + Q \sin \phi \tan \theta + R \cos \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} &= Q \cos \phi - R \sin \phi \\ \dot{\psi} &= (Q \sin \phi + R \cos \phi) \sec \theta \end{aligned} \quad (2.50)$$

Uçak eksenli dönme oranları P, Q ve R uçak hareket denklemlerinin (2.31) integralinin alınması ile bulunur. (2.50)'nin integralinin alınması ile Euler açıları ψ, θ ve ϕ bulunabilir. Bu sayede uçuş hattı denklemlerinin (2.40) integralinin alınması işlemi tamamlanabilir.

Jan Roskam Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls kitabında bozuntulu durumların da göz önüne alındığı hareket denklemlerinde yatay kararlı hal uçuşunda aşağıdaki eşitliklerin kabul edilebileceğini söylemektedir.

$$p = \dot{\phi}, \quad q = \dot{\theta} \text{ ve } r = \dot{\psi} \quad (2.51)$$

Fakat genel durum incelemesinde bu kabullerin yanlış olduğu da özellikle ifade edilmektedir.

2.6. Yerçekimi Kuvvetinin Bileşenleri

Yerçekimi kuvvetinin bileşenleri ilk olarak (2.26) denklemlerinde mg_x , mg_y ve mg_z olarak karşımıza çıkmaktadır. Şekil 2.3 referans alınarak yerçekimi ivmesinin bileşenleri aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\vec{g} = k\mathbf{g} = k_1 \mathbf{g} = i\mathbf{g}_x + j\mathbf{g}_y + k\mathbf{g}_z \quad (2.52)$$

$k_1 = k_2$ olduğuna göre yerçekimi ivmesinin bileşenleri Euler açılarının fonksiyonu olarak yazılabilir. k_2 'yi (2.46)'da i , j ve k cinsinden ifade etmiştik. O halde,

$$i(-g\sin\theta) + j(g\sin\phi\cos\theta) + k(g\cos\phi\cos\theta) = i\mathbf{g}_x + j\mathbf{g}_y + k\mathbf{g}_z \quad (2.53)$$

Buradan da aşağıdaki denklemler elde edilebilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_x &= -g\sin\theta \\ \mathbf{g}_y &= g\sin\phi\cos\theta \\ \mathbf{g}_z &= g\cos\phi\cos\theta \end{aligned} \quad (2.54)$$

Dikkat edersek baş açısı olarak da isimlendirilen ψ açısının (2.54)'te bulunmadığını görürüz. Bunun nedeni daha önce yaptığımız düz-dünya (flat-earth) kabulüdür.

2.7. Hareket Denklemlerinin Gözden Geçirilmesi

Şimdiye kadar çıkarttığımız hareket denklemlerini üç grupta toplayalım.

- 1) (2.54)'ün (2.26) içine yerleştirilmesiyle elde edilen kuvvet denklemleri.
- 2) (2.31) ile tarif edilen moment denklemleri. Bu denklemlerde dönen rotorların etkisi atlanmıştı.
- 3) (2.49) tarafından anlatılan kinematik denklemleri.

Bu üç denklem grubunu hatırlamak için tekrar yazalım.

- 1) Uçak koordinat sistemi XYZ'de tanımlanan kuvvet denklemleri

X eksenini doğrultusunda kuvvet:

$$m (\dot{U} - VR + WQ) = -mg \sin \theta + F_{Ax} + F_{Tx} \quad (2.55)$$

Y eksenini doğrultusunda kuvvet:

$$m (\dot{V} - UR + WP) = mg \sin \phi \cos \theta + F_{Ay} + F_{Ty} \quad (2.56)$$

Z eksenini doğrultusunda kuvvet:

$$m (\dot{W} - UQ + VP) = mg \cos \phi \cos \theta + F_{Az} + F_{Tz} \quad (2.57)$$

2) Uçak koordinat sistemi XYZ’de tanımlanan moment denklemleri

X eksenini etrafında yalpalama (rolling) momenti:

$$I_{xx} \dot{P} - I_{xz} \dot{R} - I_{xz} PQ + (I_{zz} - I_{yy}) RQ = L_A + L_T \quad (2.58)$$

Y eksenini etrafında yunuslama (pitching) momenti:

$$I_{yy} \dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz}) PR - I_{xz} (P^2 - R^2) = M_A + M_T \quad (2.59)$$

Z eksenini etrafında sapma (yawing) momenti:

60

$$I_{zz} \dot{R} - I_{xz} \dot{P} + (I_{yy} - I_{xx}) PQ + I_{xz} QR = N_A + N_T \quad (2.60)$$

3) Kinematik denklemler:

X eksenini etrafında yalpa oranı:

$$P = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (2.61)$$

Y eksenini etrafında yunuslama oranı:

$$Q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \quad (2.62)$$

Z eksenini etrafında sapma oranı:

$$R = \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \quad (2.63)$$

(2.55) - (2.60) denklemleri uçağın genel hareket denklemleri olarak isimlendirilirler. Türetilmeleri sırasında yapılan kabuller göz önünde bulundurulduğunda bunun biraz cömert bir tanımlama olduğu görülecektir. Yapılan kabuller bu denklemlerin uygulanabilirliğinin genelliğini düşürmektedir.

(2.55) - (2.60) denklemlerinin sağ taraflarındaki aerodinamik ve itki kuvvetleri ve momentleri hareket değişkenleri cinsinden ifade edilebilirler. Bu konuda detaylı bilgi Jan Roskam'ın Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls kitabının 3. bölümünde verilmektedir.

Matematiksel bakış açısından (2.55) - (2.63) denklemleri dokuz değişken içinde dokuz diferansiyel denklem içeren bir set oluşturur. Bunlar, hız bileşenleri U, V ve W, açısal oran bileşenleri P, Q ve R ve Euler açıları ψ , θ ve ϕ 'dır. Değişkenlerin elimine edilmesi ile bu denklemler altı diferansiyel denklemden oluşan bir set olarak da düşünülebilir. Bunlar ya U, V, W, P, Q ve R ya da U, V, W, ψ , θ ve ϕ olacaktır.

2.8. Doğrusal Olmayan Modelin Oluşturulması

Bu bölümde şimdiye kadar çıkartılan eşitlikleri toparlanmış ve hava aracı modeli olarak kullanılabilecek hale getirilmiştir. Çıkarttığımız kuvvet, moment, kinematik ve seyrüsefer denklemlerini bir vektör içerisinde toparlayalım.

$$\mathbf{X}^T = [U \ V \ W \ \phi \ \theta \ \psi \ P \ Q \ R \ p_N \ p_E \ h] \quad (2.64)$$

Burada kullanılan değişkenlerin tanımları aşağıda verilmiştir.

- U: İleri hız
- V: Yanal hız
- W: Düşey hız
- ϕ : Yalpa açısı
- θ : Yunuslama açısı
- ψ : Sapma açısı
- P: Yalpa açısı değişimi
- Q: Yunuslama açısı değişimi
- R: Sapma açısı değişimi
- p_N : Dünya üzerinde konum kuzey bileşeni

- P_E : Dünya üzerinde konum doğu bileşeni
- h : Dünya üzerinde konum yükseklik bileşeni

Kullanılan denklemler aşağıda gruplanmış biçimde verilmiştir.

Kuvvet denklemleri,

$$\begin{aligned}\dot{U} &= RV - QW - g'_0 \sin \theta + \frac{F_x}{m} \\ \dot{V} &= -RU + PW + g'_0 \sin \phi \cos \theta + \frac{F_y}{m} \\ \dot{W} &= QU - PV + g'_0 \cos \phi \cos \theta + \frac{F_z}{m}\end{aligned}\tag{2.55}$$

Kinematik denklemleri,

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= P + \tan \theta (Q \sin \phi + R \cos \phi) \\ \dot{\theta} &= Q \cos \phi - R \sin \phi \\ \dot{\psi} &= \frac{Q \sin \phi + R \cos \phi}{\cos \theta}\end{aligned}\tag{2.66}$$

Moment denklemleri,

$$\begin{aligned}\dot{P} &= (c_1 R + c_2 P)Q + c_3 \bar{L} + c_4 N \\ \dot{Q} &= c_5 PR - c_6 (P^2 - R^2) + c_7 M \\ \dot{R} &= (c_8 P - c_2 R)Q + c_4 \bar{L} + c_9 N\end{aligned}\tag{2.67}$$

Seyrüsefer denklemleri,

$$\begin{aligned}\dot{p}_N &= U \cos \theta \cos \psi + V(-\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi) \\ &\quad + W(\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \\ \dot{p}_E &= U \cos \theta \sin \psi + V(\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi) \\ &\quad + W(-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \\ \dot{h} &= U \sin \theta - V \sin \phi \cos \theta - W \cos \phi \cos \theta\end{aligned}\tag{2.68}$$

(2.65) ve (2.67)'deki aerodinamik kuvvet ve moment bileşenleri aerodinamik açılara ve gerçek hava hızına bağlı olarak hesaplanır. Bu nedenle dünya koordinat sisteminde tanımlı hızlar olan U, V, W yerine aerodinamik hesaplarda kullanılan değerler olan asıl hava hızı V_T , hücum açısı α , yana kayma açısı β değerlerini kullanmak tercih edilmektedir. Aşağıdaki ifadeleri kuvvet ve moment denklemlerinde yerine koyarsak istediğimiz düzenlemeyi yapmış oluruz.

$$\dot{V}_T = \frac{U\dot{U} + V\dot{V} + W\dot{W}}{V_T}$$

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{V}V_T - V\dot{V}_T}{V_T^2 \cos \beta}$$

$$\dot{\alpha} = \frac{U\dot{W} - W\dot{U}}{U^2 + W^2}.$$

Yeni durum vektörümüz aşağıdaki gibidir.

$$X^T = [V_T \quad \beta \quad \alpha \quad \phi \quad \theta \quad \psi \quad P \quad Q \quad R \quad p_N \quad p_E \quad h] \quad (2.69)$$

2.9. Doğrusal Olmayan Denklemlerin Ayrılması

Denklemlerin ayrılması, hareket denklemlerinin birbirinden bağımsız iki parçaya bölünmesi demektir. Parçalardan biri yunuslama ve x-z düzlemindeki hareketi ifade eden düşey hareket denklemleri olacaktır. Diğer parça ise yalpa, yana kayma, sapma ve x-y düzleminde hareketi ifade eden yatay hareket denklemleri olacaktır. Ayrılmış denklemler analitik çalışmalarda büyük kolaylıklar sağlamaktadır.

Yalpa açısı ve yanal kayma açısının sıfır olduğu durumu düşünelim. Bu durumda yunuslama açısı ile hücum açısı aynı düşey düzlem üzerinde yer alırlar. Aralarındaki fark ise uçuş açısı γ olarak adlandırılır.

$$\gamma = \theta - \alpha \quad (2.70)$$

Bu durumda kuvvet denklemleri aşağıdaki hali alır.

$$\begin{aligned} m\dot{V}_T &= F_T \cos \alpha - D - mg'_0 \sin \gamma \\ m\dot{\beta}V_T &= Y - mV_T R_W \\ m\dot{\alpha}V_T &= -F_T \sin \alpha - L + mV_T Q_W + mg'_0 \cos \gamma \end{aligned} \quad (2.71)$$

Bu denklemlerden düşey denklemlerin (birinci ve üçüncü) yatay hareket değişkenlerinden (β , Φ , Ψ , P , R) bağımsız olduğu görülebilir. Bu denklemler sadece düşey hareket için kullanılacak modeli oluştururlar.

Yalpa açısı sıfır olduğunda kinematik denklemlerinden aşağıdaki sonuca ulaşılır.

$$\dot{\theta} = Q \quad (2.72)$$

$\beta = 0$ ve $Q_w = Q$ olduğundan (2.71)'in üçüncü denklemi genellikle aşağıdaki biçimde yazılır.

$$m\dot{\gamma}V_T = F_T \sin \alpha + L - mg'_0 \cos \gamma \quad (2.73)$$

(2.31) denklem setinin ikinci denkleminde de görülebilir ki P ve R 'nin sıfır olduğu durumda yunuslama momenti Q 'nun yalpa ve sapma momenti denklemlerine bağımlılığı yoktur. Bu bizi düşey hareketin son denklemine götürür.

$$J_v \dot{Q} = M \quad (2.74)$$

Böylece bu bölümdeki asıl amacımız olan ayrılmış düşey hareket modeline ulaşmış olduk. Ek olarak bu bölümde ayırıklaştırma işleminin yapılma yöntemi de anlatılmıştır. İleriki bölümlerde doğrusallaştırma ve yatay ve düşey doğrusal modellerin oluşturulması gösterilecektir.

2.10. Doğrusal Modellerin Oluşturulması

Doğrusal modellerin oluşturulmasından sapmış hal (perturbed) yaklaşımı yaygın olarak kullanılan bir yaklaşımdır. Bu yaklaşımla sapmış kuvvetler ve momentler bilinen bir kararlı hal uçuş şartları kullanılarak ifade edilirler. Küçük sapma denklemleri bir önceki bölümdeki gibi doğrusal olmayan denklemlerden cebirsel yöntemlerle elde edilmiş doğrusal denklemlerdir. Bu denklemlerde doğrusal olmayan aerodinamik katsayılar yerine stabilite türevleri konmaktadır. Küçük sapma denklemlerinin cebirsel yöntemle elde edilmesinin iki önemli nedeni vardır. İlki doğrusal denklemler için ihtiyaç duyulan stabilite türevlerinin elde edilmesinin doğrusal olmayan aerodinamik datanın elde edilmesinden önce elde edilebiliyor olmasıdır. İkincisi ise cebirsel küçük sapma denklemlerinin, değişik stabilite türevlerinin uçağın değişik uçuş şartları altındaki stabilitesine etkisinin incelenmesinde çok yararlı olmasıdır. Doğrusal denklemlerin çıkarılmasından önce kararlı hal uçuş şartı kavramını biraz incelemek gereklidir.

2.10.1. Tekil Noktalar ve Kararlı Hal Uçuşu

Genel bir ifade olan kapalı (implicit) durum denklemlerinin genel formuna bakalım.

$$\mathbf{f}(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, \mathbf{U}) = 0 \quad (2.75)$$

Burada $\mathbf{f}$, n tane skalar doğrusal olmayan f_i fonksiyonundan oluşan bir vektörü ifade etmektedir. Doğrusal olmayan sistemler teorisinde zamanla değişmeyen otonom (dışarıdan bir kontrol girişi olmayan) bir sistem için tekil nokta ya da denge noktası tanımı yapılmıştır. [17] Kapalı, doğrusal olmayan durum denklemlerinin tekil noktalarının koordinatları $\mathbf{X} = \mathbf{X}_e$ çözüm vektörü ile verilmiş olsun. Bu durumda aşağıdaki eşitlik sağlanır.

$$\mathbf{f}(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, \mathbf{U}) = 0 \quad \dot{\mathbf{X}} \equiv 0; \mathbf{U} \equiv 0 \quad \text{ya da sabit} \quad (2.76)$$

Tüm türevler sıfır iken sistem “dinlenmede” denebilir ve bu kabulden sonra bazı değişkenlerde küçük sapmalara neden olarak bu tekil nokta etrafında sistemin davranışına bakılabilir.

Kararlı hal uçuşu, tüm hareket değişkenlerinin sabit ya da sıfır olduğu hal olarak tanımlanabilir. Tüm hareket değişkenlerinin sabit ya da sıfır olması demek, doğrusal ve açısal hız bileşenlerinin sabit ya da sıfır olması ve tüm ivme bileşenlerinin sıfır olması anlamına gelir. Uçağın ağırlığının sabit kaldığı kabulü gibi bazı basitleştirici kabuller yapmadığınız durumda bu tanım oldukça kısıtlayıcı bir tanım olmaktadır. Değişmeyen ağırlık ve düz dünya kabullerinin kontrol sistemi tasarımı amacımız için uygun olduğunu kabul edersek yapmış olduğumuz kararlı hal tanımı ile kararlı düz uçuş ve kararlı dönüş hareketlerini ifade etmemiz mümkün olur. Bu durumda konum denklemleri hareket denklemlerinden bağımsız hale gelir ve kararlı hal şartlarının belirlenmesinde yer almazlar. Böylelikle, kontrol sistem tasarımında kullanacağımız bizim için önemli olan kararlı hal şartları düz dünya kabulü denklemlerinin geri kalan dokuz durum değişkeni ile aşağıdaki biçimlerde ifade edilirler. Bu değişkenlere rüzgar koordinat sisteminde tanımlı değişkenler de denir.

Kararlı hal uçuşu,

$$\dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}, \dot{U}, \dot{V}, \dot{W} \left(\text{or } \dot{V}_T, \dot{\beta}, \dot{\alpha} \right) \equiv 0 \quad \text{ve} \quad \mathbf{U} = \text{sabit} \quad (2.77)$$

Uçuş şartına bağlı olarak aşağıdaki ek kısıtlar da eklenir.

$$\text{Kararlı düz uçuş:} \quad \phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi} \equiv 0 \quad (\because P, Q, R \equiv 0)$$

Kararlı dönüş	$\dot{\phi}, \dot{\theta} \equiv 0,$	$\dot{\psi}$ = dönüş artışı
Kararlı yunuslama	$\dot{\phi}, \dot{\phi}, \dot{\psi} \equiv 0,$	$\dot{\theta}$ = yunuslama artışı
Kararlı yalpa	$\dot{\theta}, \dot{\psi} \equiv 0,$	$\dot{\phi}$ = yalpa artışı

Kararlı hal koşulları $\dot{P}, \dot{Q}, \dot{R} = 0$, açısal değişimlerin sıfır ya da sabit olmasını gerektirmektedir benzer biçimde aerodinamik ve itki kaynaklı momentler de sıfır veya sabit olmalıdırlar. $\dot{U}, \dot{V}, \dot{W} = 0$ koşulları, hava hızının, hücum açısının ve kayma açısının sabit olmasını böylece aerodinamik kuvvetlerin sıfır veya sabit olmasını gerektirir. Bu koşullar göstermektedir ki kararlı yunuslama veya kararlı yalpa şartları anlık olarak oluşabilmektedir. Yine de kontrol sistemleri bu koşullarda da çalışacağı için uçağın dinamiklerini bu uçuş şartlarında doğrusallaştırmak faydalı olmaktadır.

2.10.2. Doğrusallaştırma

Kapalı doğrusal olmayan denklemler, sırasıyla rüzgar eksenli kuvvet denklemlerinin, kinematik denklemlerin ve moment denklemlerinin sıfır olmayan elemanlarının eşitliğin sağ tarafına taşınması ile elde edilirler.

$$\begin{aligned}
 f_1(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, \mathbf{U}) &= 0 \\
 f_2(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, \mathbf{U}) &= 0 \\
 &\vdots \\
 f_9(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, \mathbf{U}) &= 0
 \end{aligned} \tag{2.78}$$

Durum vektörü aşağıdaki biçimdedir.

$$\mathbf{X}^T = [V_T \quad \beta \quad \alpha \quad \phi \quad \theta \quad \psi \quad P_w \quad Q_w \quad R_w] \tag{2.79}$$

Kontrol vektörü aşağıdaki biçimdedir.

$$\mathbf{U}^T = [thl \quad el \quad ail \quad rdr] \tag{2.80}$$

Kararlı hal şartları $\mathbf{X}_e, \mathbf{U}_e$ 'den ufak sapmalar düşünerek sabit katsayılı doğrusal durum denklemlerini türetilim. Doğrusal olmayan durum denklemleri (2.78)'i denge noktası $(\mathbf{X}_e, \mathbf{U}_e)$ etrafında açar ve sadece ilk terimleri gözönüne alırsak, durumlardaki, durum değişkenlerindeki ve kontrol vektörlerindeki sapmaların aşağıdaki eşitlikleri sağlamaları gerektiğini görürüz.

$$\begin{aligned}
\nabla_{\dot{X}} f_1 \delta \dot{X} + \nabla_X f_1 \delta X + \nabla_U f_1 \delta U &= 0 \\
&\vdots \\
\nabla_{\dot{X}} f_9 \delta \dot{X} + \nabla_X f_9 \delta X + \nabla_U f_9 \delta U &= 0
\end{aligned} \tag{2.81}$$

Bu eşitlikte ∇ (nabla), aşağıda da örneği görülen birinci kısmi türevlerden oluşan satır vektörünü ifade etmektedir.

$$\nabla_X f_i = \left[\frac{\partial f_i}{\partial X_1} \quad \frac{\partial f_i}{\partial X_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial f_i}{\partial X_n} \right]$$

(2.81)'deki her terim skaldır. Yani $\nabla_X f_1 \delta X$, durum vektörü elemanlarındaki tüm küçük sapmalara göre f_1 'in tam türevidir. (2.81) artık kapalı doğrusal durum değişkenleri formunda aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$E \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \tag{2.82}$$

Küçük harf gösteriminin kullanılmasının nedeni $\mathbf{x}$ ve $\mathbf{u}$ 'nın durum ve kontrol vektörlerinden sapmaları ifade ediyor olmalarıdır. Katsayı matrisleri E, A ve B, jakobiye matrisleri (Jacobian matrices) olarak isimlendirilirler ve denge noktasında hesaplanmaları gerekmektedir.

$$E = - \begin{bmatrix} \nabla_{\dot{X}} f_1 \\ \vdots \\ \nabla_{\dot{X}} f_9 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} \quad A = \begin{bmatrix} \nabla_X f_1 \\ \vdots \\ \nabla_X f_9 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} \quad B = \begin{bmatrix} \nabla_U f_1 \\ \vdots \\ \nabla_U f_9 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} \tag{2.83}$$

Jakobiye matrislerini 3'er satırlı gruplar halinde kullanacağız. Bu gruplar rüzgar eksenini kuvvet eşitlikleri (f_1 'den f_3 'e), kinematik eşitlikler (f_4 'ten f_6 'ya) ve moment eşitlikleridir (f_7 'den f_9 'a). Değerlendirme kararlı hal düz uçuşu şartlarına ek olarak sıfır yana kayma için yapılacak. İkinci şart doğrusallaştırma da kullanılan cebirsel işlemleri büyük ölçüde basitleştirmekte ve yatay-düşey ayırımına olanak sağlamaktadır. Kullanacağımız denge (kararlı hal) koşullarını tekrarlayalım.

$$\text{Kararlı Hal Koşulları:} \quad \beta, \Phi, P, Q, R = 0$$

$$\text{Tüm türevler} = 0 \tag{2.84}$$

Eşitliklerin bazı özelliklerinden faydalanılarak yapılacak işlemler biraz daha basitleştirilebilir. $\beta = 0$ ve $\Phi = 0$ denge koşullarında $\cos \beta$, $\cos \Phi$, $\sin \beta$ ve $\sin \Phi$ içeren terimler ortadan kalkacaktır. Bu gibi terimler türev alma işleminden önce gözardı edilebileceklerdir.

(2.82) eşitliklerinin ilk üç satırı kuvvet eşitliklerini içermektedir. Doğrusal olmayan kuvvet eşitliklerine (2.85) gradient işlemini uygulayarak doğrusal denklemleri elde edeceğiz.

$$\begin{aligned} m\dot{V}_T &= F_T \cos \alpha \cos \beta - D + mg_1 \\ m\dot{\beta}V_T &= -F_T \cos \alpha \sin \beta + Y - mV_T R_W + mg_2 \\ m\dot{\alpha}V_T \cos \beta &= -F_T \sin \alpha - L + mV_T Q_W + mg_3, \end{aligned} \quad (2.85)$$

Tüm terimleri eşitliğin sağ tarafına taşıyıp $\dot{X}$ 'ya göre kısmi türevini alır ve (2.84) 'te verilen kararlı hal koşullarını uygularsak aşağıdaki sonuca ulaşırız.

$$-\begin{bmatrix} \nabla_{\dot{X}} f_1 \\ \nabla_{\dot{X}} f_2 \\ \nabla_{\dot{X}} f_3 \end{bmatrix}_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_e} = \begin{bmatrix} m\nabla_{\dot{X}} \dot{V}_T + \nabla_{\dot{X}} D \\ mV_T \nabla_{\dot{X}} \dot{\beta} - \nabla_{\dot{X}} Y \\ mV_T \nabla_{\dot{X}} \dot{\alpha} + \nabla_{\dot{X}} L \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

Burada itkinin durum türevlerinden bağımsız olduğu kabul edilmekte ve bazı kısmi türevler de ihmal edilmektedir.

Aerodinamik kuvvet ve momentlerin diğer değişkenlere göre kısmi türevleri aerodinamik türevler olarak isimlendirilmektedir. Aşağıda kuvvet eşitliklerinde yer alan türevleri göstermektedir.

Bu türevler boyutlu türevler olarak adlandırılırlar. Boyutlu türevlere kuvvet'in hangi bileşeni olduğunu göstermesi için X, Y, Z olarak isimlendirilmişlerdir. Alt indisler türevin alındığı değişkeni göstermektedirler.

Doğrusallaştır denklemlerin türetilmesi sırasında sadece çizelgede yer alan türevlerin sıfır olmadıkları kabul edilecektir. Bu nedenle (2.86)'da yer alan $\nabla_{\dot{X}} D$ ve $\nabla_{\dot{X}} Y$ terimleri düşecektir.

X Eksen	Y Eksen	Z Eksen
$X_v = -\frac{1}{m} \frac{\partial D}{\partial V_T}$	$Y_\beta = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial Y}{\partial \beta} - D \right)$	$Z_v = -\frac{1}{m} \frac{\partial L}{\partial V_T}$
$X_{T_v} = \frac{1}{m} \frac{\partial F_T}{\partial V_T}$	$Y_p = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial P_w}$	$Z_\alpha = -\frac{1}{m} \left(D + \frac{\partial L}{\partial \alpha} \right)$
$X_\alpha = \frac{1}{m} \left(L - \frac{\partial D}{\partial \alpha} \right)$	$Y_r = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial R_w}$	$Z_{\dot{\alpha}} = -\frac{1}{m} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}}$
$X_{\delta e} = -\frac{1}{m} \frac{\partial D}{\partial \delta e}$	$Y_{\delta r} = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial \delta r}$	$Z_q = -\frac{1}{m} \frac{\partial L}{\partial Q_w}$
$X_{\delta th} = \frac{1}{m} \frac{\partial F_T}{\partial \delta th}$	$Y_{\delta a} = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial \delta a}$	$Z_{\delta e} = -\frac{1}{m} \frac{\partial L}{\partial \delta e}$

(2.86)'yı boyutlu türevler cinsinden yazabiliriz. $\nabla_{\dot{X}} L$ vektörü sadece $\dot{\alpha}$ konumunda $Z_{\dot{\alpha}}$ (m ile çarpılmış biçimde) türevini içermektedir. Öyleyse (2.86) aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$-\begin{bmatrix} \nabla_{\dot{X}} f_1 \\ \nabla_{\dot{X}} f_2 \\ \nabla_{\dot{X}} f_3 \end{bmatrix}_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_e} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_T - Z_{\dot{\alpha}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

(2.85)'i kullanarak $\mathbf{X}$ 'e göre kısmi türevleri yazıp kararlı hal koşulları (2.84)'ü uygularsak aşağıdaki sonucu elde ederiz.

$$\begin{bmatrix} \nabla_X f_1 \\ \nabla_X f_2 \\ \nabla_X f_3 \end{bmatrix}_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_e, \mathbf{U}=\mathbf{U}_e} = \begin{bmatrix} -F_T \sin \alpha \nabla_X \alpha + \cos \alpha \nabla_X F_T - \nabla_X D - mg'_0 \cos \gamma (\nabla_X \theta - \nabla_X \alpha) \\ -F_T \cos \alpha \nabla_X \beta + \nabla_X Y - m V_T \nabla_X R_w + mg'_0 (\sin \gamma \nabla_X \beta + \cos \theta \nabla_X \phi) \\ -F_T \cos \alpha \nabla_X \alpha - \sin \alpha \nabla_X F_T - \nabla_X L + m V_T \nabla_X Q_w + mg'_0 (\sin \gamma \nabla_X \alpha - \sin \gamma \nabla_X \theta) \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

Bir adım daha sadeleştirme yapabilmek için (2.85) denklemleri yerine uçuş hattı açısını kullanan (2.71) denklemlerini kullanabiliriz. Bazı terimleri kararlı hal kaldırma ve itki kuvveti ile değiştirebiliriz.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \nabla_X f_1 \\ \nabla_X f_2 \\ \nabla_X f_3 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} \\
&= \begin{bmatrix} \cos \alpha_e \nabla_X F_T + L \nabla_X \alpha - \nabla_X D - mg'_0 \cos \gamma_e \nabla_X \theta \\ \nabla_X Y - D \nabla_X \beta - m V_T \nabla_X R_W + mg'_0 \cos \theta_e \nabla_X \phi \\ -\sin \alpha_e \nabla_X F_T - \nabla_X L - D \nabla_X \alpha + m V_T \nabla_X Q_W - mg'_0 \sin \gamma_e \nabla_X \theta \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (2.89)$$

Bu gösterimde α_e , θ_e , γ_e , L (kaldırma kuvveti) ve D (sürüklenme kuvveti) kararlı hal değerleridir. Kararlı halde yana kaymanın olmadığını hatırlayalım. Yukarıdaki ifadelerde yer alan kısmi türevlerin karşılıkları Çizelge (2.1)'den yerlerine yazılırsa eşitliğin sağ tarafını aşağıdaki biçimde elde ederiz.

$$m \begin{bmatrix} X_V + X_{T_V} \cos \alpha_e & 0 & X_\alpha & 0 & -g'_0 \cos \gamma_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 & g'_0 \cos \theta_e & 0 & 0 & Y_\rho & 0 & Y_r - V_T \\ Z_V - X_{T_V} \sin \alpha_e & 0 & Z_\alpha & 0 & -g'_0 \sin \gamma_e & 0 & 0 & V_T + Z_q & 0 \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

Elde ettiğimiz matris (2.82)'deki A'nın ilk üç satırıdır. Geriye kuvvet denklemlerinin kontrol vektörü U'ya göre kısmi türevlerini elde etmek kaldı.

$$\begin{bmatrix} \nabla_U f_1 \\ \nabla_U f_2 \\ \nabla_U f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \nabla_U F_T - \nabla_U D \\ \nabla_U Y \\ -\sin \alpha \nabla_U F_T - \nabla_U L \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

Çizelgeden ilgili boyutlu türevleri yerine koyar ve açıların denge noktasındaki değerlerini yazarsak aşağıda gösterilen (2.82)'deki B'nin ilk üç satırını elde ederiz.

$$\begin{bmatrix} \nabla_U f_1 \\ \nabla_U f_2 \\ \nabla_U f_3 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} = m \begin{bmatrix} X_{\delta th} \cos \alpha_e & X_{\delta e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{\delta a} & Y_{\delta r} \\ -X_{\delta th} \sin \alpha_e & Z_{\delta e} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

Böylece kuvvet denklemlerinin doğrusallaştırması tamamlanmış oldu. Burada sıfır elemanların konumları, sistemi yatay ve düşey olarak ikiye ayırma beklentimizin gerçekleşmekte olduğunun göstergesidir. Bu ayrılmaya yardımcı olan kabullerimizden birisi yatay yön kontrolleri olan aleron ve düşey dümen değişimlerine göre sürüklenme kuvvetinin kısmi türevinin ihmal edilebilir olduğudur. Uygulamada aleron ve dikey dümen konumlarının sürtünme kuvveti üzerinde ihmal

edilemez etkileri vardır; fakat bu kabul yapılması doğrusallaştırılmış dinamikler üzerinde belirgin etkiler yapmamaktadır.

Kuvvet denklemlerinden sonra artık kinematik denklemlerin doğrusallaştırılmasına geçebiliriz. (2.82)'nin ikinci üç satırı ile işlemler yapacağız. Kuvvet denklemlerine uyguladığımız işlemleri uygularsak E matrisi aşağıdaki biçimde bulunur. Bu işlemin adımları hakkında detaylı bilgi Stevens ve Lewis'in kitabında [13] bulunabilir.

$$-\begin{bmatrix} \nabla_{\dot{x}} f_4 \\ \nabla_{\dot{x}} f_5 \\ \nabla_{\dot{x}} f_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

Kinematik denklemlerin A matrisine katkısı aşağıdaki biçimde bulunur.

$$\begin{bmatrix} \nabla_x f_4 \\ \nabla_x f_5 \\ \nabla_x f_6 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\cos \gamma_e}{\cos \theta_e} & 0 & \frac{\sin \gamma_e}{\cos \theta_e} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sin \alpha_e}{\cos \theta_e} & 0 & \frac{\cos \alpha_e}{\cos \theta_e} \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

Kinematik denklemlerin kontrol vektörüne göre kısmi türevinin sıfır olduğu görülecektir. Böylece kinematik denklemlerin doğrusallaştırılması da tamamlanmış olur. Doğrusal durum denklemlerinin son üç satırı olan moment eşitliklerinin de belirlenmesi gerekmektedir. Kuvvet ve kinematik denklemlerde izlenen yok izlenerek E, A ve B matrislerine katkıları bulunabilir. Bu işlemin adımları hakkında detaylı bilgi Stevens ve Lewis'in kitabında [13] bulunabilir. E matrisine katkısı aşağıdaki şekildedir.

$$-\begin{bmatrix} \nabla_{\dot{x}} f_7 \\ \nabla_{\dot{x}} f_8 \\ \nabla_{\dot{x}} f_9 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M_{\dot{\alpha}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

A matrisine katkısı aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{bmatrix} \nabla_X f_7 \\ \nabla_X f_8 \\ \nabla_X f_9 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} = \begin{bmatrix} 0 & \mu L_\beta + \sigma N_\beta + \nu M_T & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu L_p + \sigma N_p & 0 & \mu L_r + \sigma N_r \\ M_\nu + M_{T_\nu} & 0 & M_\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & \mu N_\beta + \sigma L_\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu N_p + \sigma L_p & 0 & \mu N_r + \sigma L_r \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

B matrisine katkısı aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{bmatrix} \nabla_U f_7 \\ \nabla_U f_8 \\ \nabla_U f_9 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_e}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu L_{\delta a} + \sigma N_{\delta a} & \mu L_{\delta r} + \sigma N_{\delta r} \\ M_{\delta th} & M_{\delta e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu N_{\delta a} + \sigma L_{\delta a} & \mu N_{\delta r} + \sigma L_{\delta r} \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

Elde edilen denklemlerdeki μ , σ , ν ve Γ aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır.

$$\mu = \frac{J'_Z J'_X}{\Gamma}, \quad \sigma = \frac{J'_Z J'_{XZ}}{\Gamma}, \quad \nu = \frac{J'_Z}{\Gamma}$$

$$\frac{1}{\Gamma} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\Gamma}{J'_y} - J'_z \right) \sin 2\beta \\ J'_z \sin^2 \beta + \frac{\Gamma}{J'_y} \cos^2 \beta \\ -J'_{xz} \sin \beta \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J'_y} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Uçağın doğrusal durum denklemlerinin tüm katsayı matrislerini elde etmiş olduk. Katsayı blokları göstermektedir ki düşey hareket denklemleri ile yatay hareket denklemleri birbirlerinden bağımsızlardır. Bu çalışmada tüm denklemleri bir araya toplamaktansa yatay hareket denklemlerinin ve düşey hareket denklemlerinin ayrı toparlanmaları tercih edilmiştir.

Düşey hareketin durumları ve kontrol girişleri aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{x}^T = [v_T \quad \alpha \quad \theta \quad q], \quad \mathbf{u}^T = [\delta_{th} \quad \delta_e] \quad (2.98)$$

Düşey hareketin denklemleri (2.87)'nin, (2.90)'nin ve (2.92)'nin ilk ve son satırlarından, (2.93)'ün ve (2.94)'ün orta satırlarından ve (2.95)'in, (2.96)'nın ve (2.97)'nin orta satırlarından oluşmaktadır. Düşey hareketin katsayı matrisleri aşağıda verilmiştir.

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_T - Z_{\dot{\alpha}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -M_{\dot{\alpha}} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} X_{\delta th} \cos \alpha_e & X_{\delta e} \\ -X_{\delta th} \sin \alpha_e & Z_{\delta e} \\ 0 & 0 \\ M_{\delta th} & M_{\delta e} \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

$$A = \begin{bmatrix} X_V + X_{T_V} \cos \alpha_e & X_{\alpha} & -g'_0 \cos \gamma_e & 0 \\ Z_V - X_{T_V} \sin \alpha_e & Z_{\alpha} & -g'_0 \sin \gamma_e & V_T + Z_q \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ M_V + M_{T_V} & M_{\alpha} & 0 & M_q \end{bmatrix}$$

Yatay hareketin durumları ve kontrol girişleri aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{x}^T = [\beta \quad \phi \quad p_w \quad r_w], \quad \mathbf{u}^T = [\delta_a \quad \delta_r] \quad (2.100)$$

Baş açısı (Ψ) durumu durumlar üzerinde etkisiz bir durum olduğu için gösterilmemiştir. Yatay hareketin denklemleri (2.87)'nin, (2.90)'nin ve (2.92)'nin ikinci satırlarından, (2.93)'ün ve (2.94)'ün birinci ve üçüncü satırlarından ve (2.95)'in, (2.96)'nın ve (2.97)'nin birinci ve üçüncü satırlarından oluşmaktadır. Yatay hareketin katsayı matrisleri aşağıda verilmiştir.

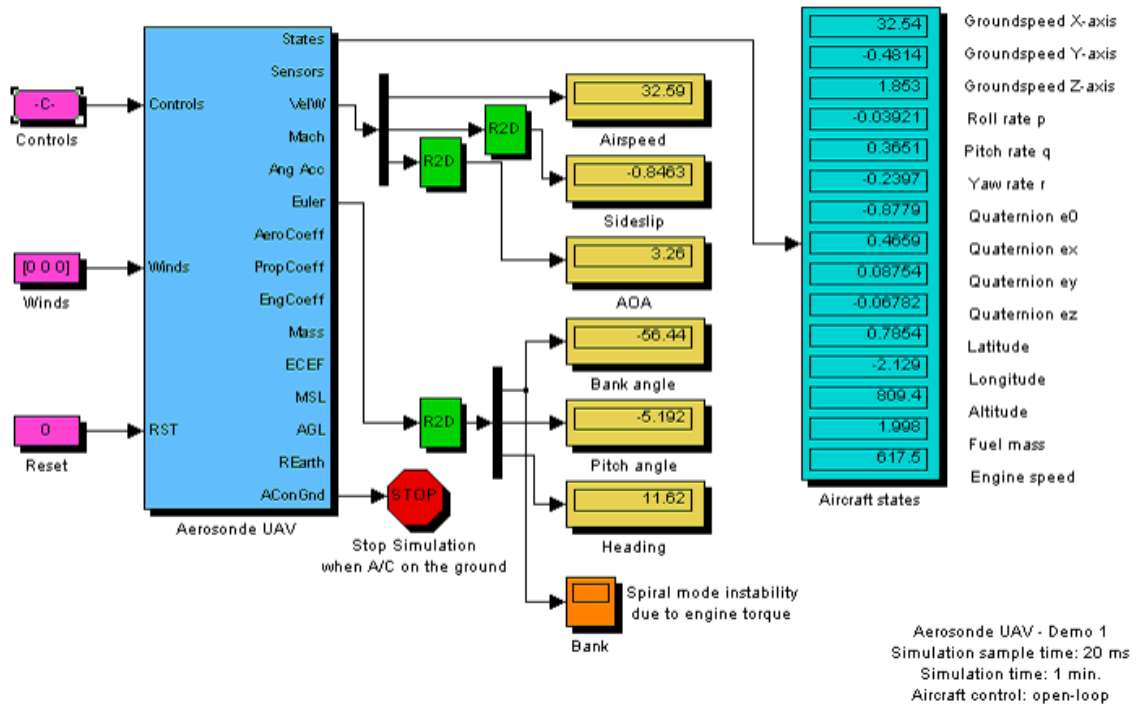
$$E = \begin{bmatrix} V_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} Y_{\delta a} & Y_{\delta r} \\ 0 & 0 \\ L'_{\delta a} & L'_{\delta r} \\ N'_{\delta a} & N'_{\delta r} \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

$$A = \begin{bmatrix} Y_{\beta} & g'_0 \cos \theta_e & Y_p & Y_r - V_T \\ 0 & 0 & \frac{\cos \gamma_e}{\cos \theta_e} & \frac{\sin \gamma_e}{\cos \theta_e} \\ L'_{\beta} & 0 & L'_p & L'_r \\ N'_{\beta} & 0 & N'_p & N'_r \end{bmatrix}$$

Böylece sistemin yatay ve düşey hareketlerini modelleyecek sistemleri oluşturmuş olduk. Bu konu hakkında daha detaylı bilgi Stevens ve Lewis'in kitabında [13] bulunabilir.

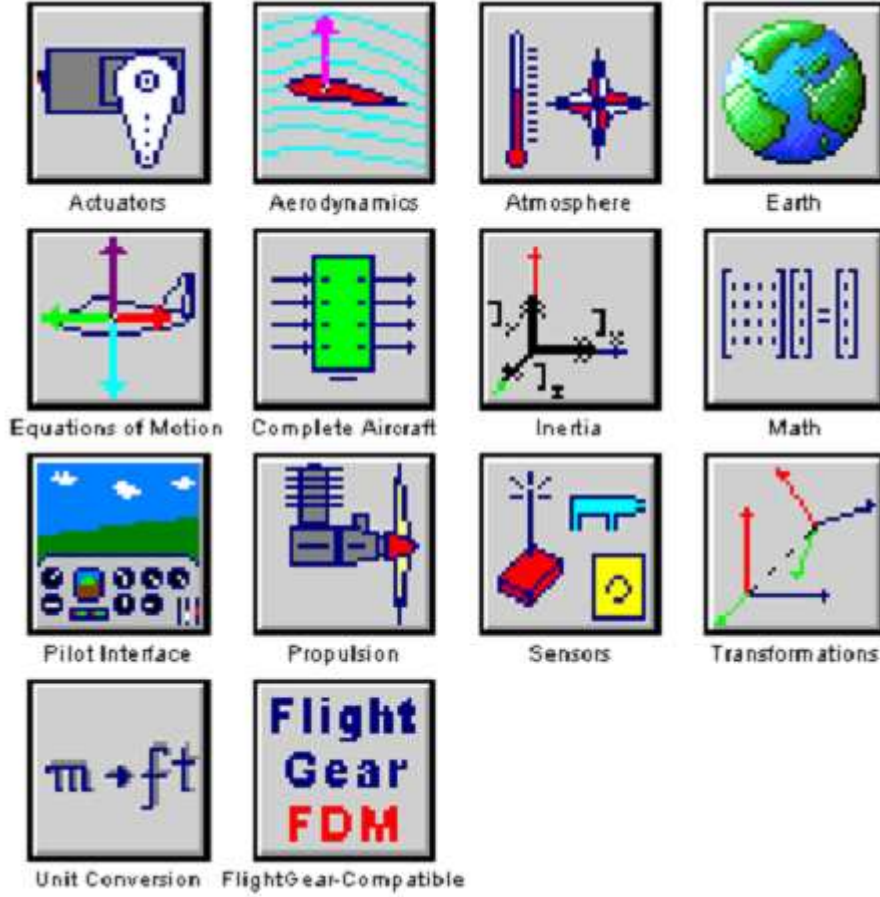
3. AEROSIM

AeroSim, Unmanned Dynamics firması tarafından üretilmiş, 6 serbestlik dereceli uçak modelleri geliştirilebilmesi için gereken araçları içeren bir Simulink kütüphanesidir. Kütüphane, doğrusal olmayan hareket denklemlerini, bileşen tabanlı doğrusal aerodinamik hesaplarını, piston motor itki sistemini, yakıt tüketimi nedeniyle zamanla değişen uçak atalet modelini, standart atmosferi de içeren değişik atmosfer modellerini, ani rüzgar ve von Karman türbülans modellerini ve uçağın o anda bulunduğu konuma göre dünyanın yarıçapını, yerçekimini, manyetik alan bileşenlerini sağlayan dünya modellerini içerir. Ek olarak AeroSim kütüphanesi temel analog algılayıcıları, doğrusal olmayan eyleyici modellerini ve diğer bir takım dönüşüm bloklarını içerir. Ayrıca AeroSim kütüphanesi içerisinde parametre dosyaları ile değiştirilebilen birkaç tane ön tanımlı uçak modeli de mevcuttur.



Şekil 3.1: Aerosonde İHA ile Yapılan Bir Simülasyon

Kütüphane içerisinde uçağı kontrol etmek için oyun çubuğu kullanılmasını sağlayan oyun çubuğu blokları ve uçuşu görselleştirmek için uçuş simülatörlerine bağlanan arayüz blokları mevcuttur. Arayüz olarak Microsoft Flight Simulator ya da FlightGear kullanılabilmektedir.

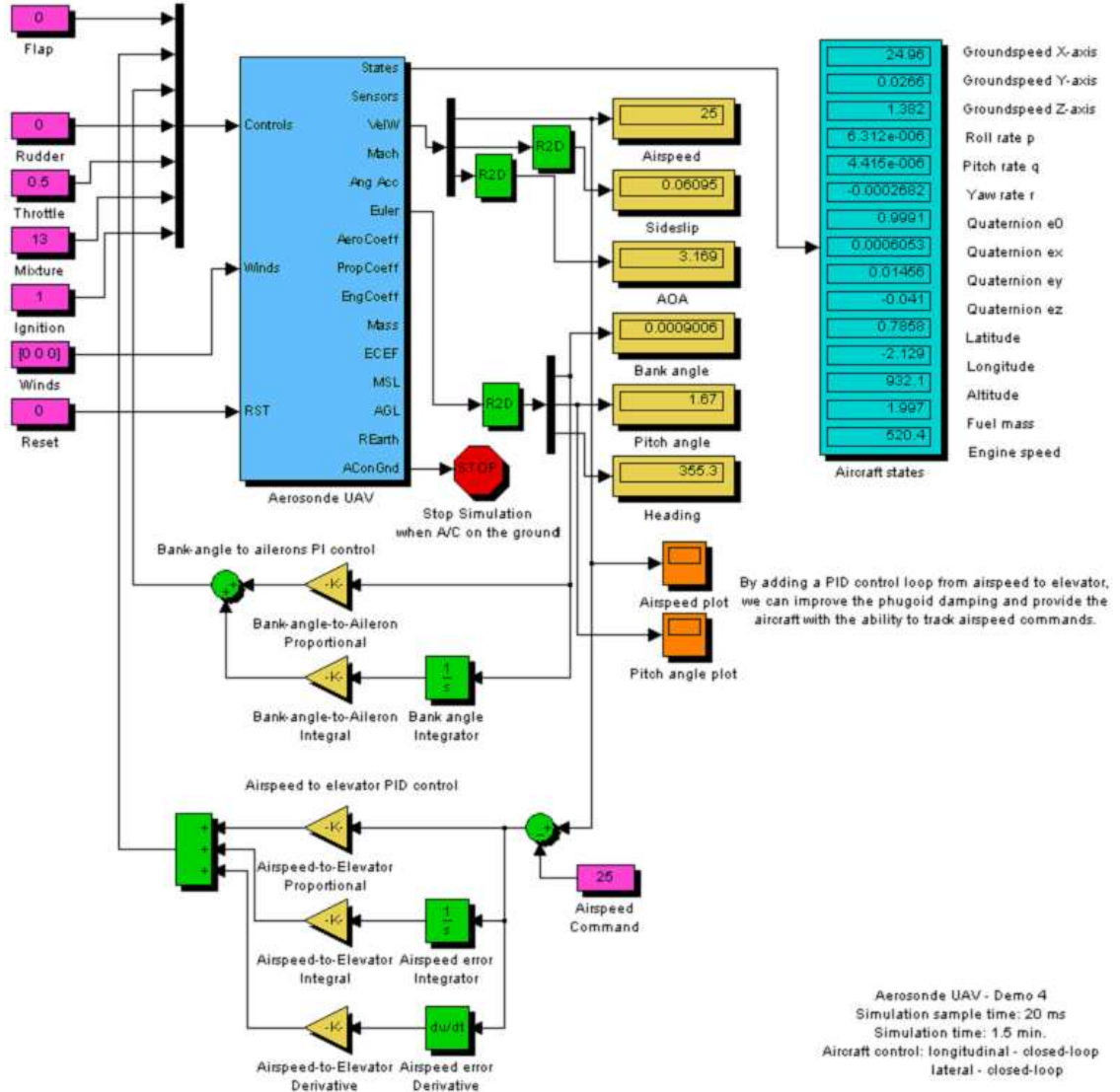


Şekil 3.2: Aerosim Kütüphanesi

Bu bloklar kullanılarak Simulink'te modeller oluşturulabilmekte ve simülasyonlar gerçekleştirilebilmektedir. Şekil 3.1'de AeroSim kütüphanesinde öntanımlı olarak gelen Aerosonde insansız hava aracı ile yapılmış bir simülasyon görülmektedir.

Simülasyon üzerine kontrol çevrimleri kolaylıkla eklenebilmekte ve Matlab ve Simulink'in sağladığı araçlar ile sonuçlar kolaylıkla analiz edilebilmektedir. Şekil 3.3'de Yatay ve düşey kontrol çevrimleri eklenmiş Aerosonde İHA modeli gösterilmiştir.

Bu sayede uçak ve otopilot tasarımı sahada yapılacak uçuşları beklemeden belli bir seviyeye getirilebilmekte ve tüm tasarım süreci daha hızlı ve güvenli biçimde gerçekleştirilebilmektedir.



Şekil 3.3 : Yatay ve düşey kontrol çevrimleri eklenmiş Aerosonde İHA modeli.

3.1. Örnek Uçak Modelleri

Aşağıdaki örnek uçaklar AeroSim kütüphanesinde kullanıma hazır halde bulunmaktadır.

- Aerosonde İHA

Hava gözlemleri ve uzaktan algılama görevleri için tasarlanmış küçük bir İHA'dır. Aerosonde bloğu, katsayı dosyaları ve örnek uygulamalar kurulum dizini içerisinde "samples" dizininde bulunmaktadır.



Şekil 3.4 : Aerosonde İHA

- Navion

Başarımı yüksek geleneksel bir uçaktır. Navion bloğu, katsayı dosyaları ve örnek uygulamalar kurulum dizini içerisinde “samples” dizininde bulunmaktadır.



Şekil 3.5 : Navion Uçağı

3.2. Bir Uçağın AeroSim İçerisinde Tanımlanması

Yeni bir uçak için parametre dosyası Matlab'deki kalıp betik dosyasındaki parametreler değiştirilerek yapılabilmektedir. Bu kalıp betik dosyası kurulum dizininin altındaki “samples” dizini içerisinde buluna “config_template.m” dosyasıdır. Dosya içerisindeki aerodinamik, itki ve atalet parametreleri tanımlanmak istenen

uçağın kilerler değıştirildikten sonra betik çalıştırılarak uçağın katsayılarını içeren katsayı dosyası oluşturulur. Bu dosya AeroSim kütüphanesindeki tüm uçak bloklarında kullanılarak tanımladığımız uçağın simülasyonları gerçekleştirilebilir.

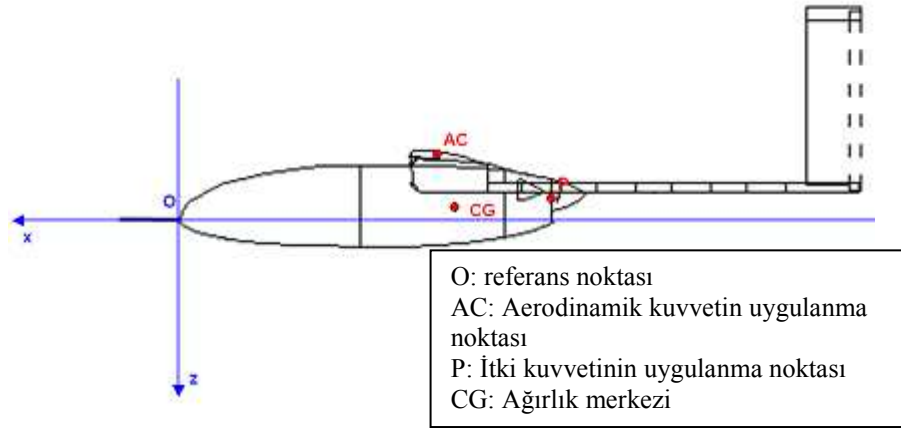
Parametre dosyasında ilk tanımlanması gereken şey oluşturulacak parametre dosyasının ismidir.

% Insert the name of the MAT-file that will be generated

% (without .mat extension)

cfgmatfile = 'myairplanecfg';

Uçağın fiziksel özellikleri ile ilgili bir takım parametreler de dosya içerisinde istenecektir. Bunlar uçak bileşenlerinin konumlarının tanımlanmasına kullanılacak merkez noktası (origin), aerodinamik kuvvetlerin uygulanacağı aerodinamik merkez, itki kuvvetinin uygulanacağı itki merkezi ve yakıtsız ağırlık merkezi, tam yakıtlı ağırlık merkezidir. Uçak eksenlerinin yönelmesi de seçilmelidir. şekil 3-6'da Aerosonde İHA için yapılan örnek tanımlar görölmektedir.



şekil 3.6 : Aerosonde Uçak Yapısı Referans Noktaları

Uçak konfigürasyon betiğinin 1. bölümü uçağın aerodinamik parametrelerini tanımlar. Bu parametreler aşağıda açıklanmıştır.

- Referans noktası: Uçak koordinat sistemi merkezine göre aerodinamik kuvvetlerin uygulanacağı noktadır. X, Y ve Z koordinatlarını içeren 3 elemanlı bir vektör olarak tanımlanır. Tüm aerodinamik katsayılar (kuvvet ve moment katsayıları) bu nokta referans alınarak verilmelidir.

- Aerodinamik parametre sınırları: Uçak modelinin hava hızı, yana kayış, hücum açısı değişkenlerine alt ve üst sınır getirmektedir. Bu sayede aerodinamik modelin doğrusal bölgede kalması sağlanmaktadır. AeroSim kütüphanesinin kullandığı modüler bileşen bazlı modelleme yöntemi sadece doğrusal aerodinamik şartlarda (küçük açılar) kabul edilebilir sonuçlar verir.
- Aerodinamik referans parametreleri: Aerodinamik katsayılar için referans parametreleri normalize edilir. Bunlar kanat boyu (chord), açıklığı ve alanı gibi bilgilerdir.
- Kaldırma katsayısı terimleri. Kaldırma katsayısı aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$C_L = C_{L0} + C_L^\alpha \cdot \alpha + C_L^{\delta_f} \cdot \delta_f + C_L^{\delta_e} \cdot \delta_e + \frac{c}{2V_a} (C_L^{\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} + C_L^q \cdot q) + C_L^M \cdot M \quad (3.1)$$

- Sürüklenme katsayısı terimleri. Sürüklenme katsayısı aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$C_D = C_{D0} + \frac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi e AR} + C_D^{\delta_f} \cdot \delta_f + C_D^{\delta_e} \cdot \delta_e + C_D^{\delta_a} \cdot \delta_a + C_D^{\delta_r} \cdot \delta_r + C_D^M \cdot M \quad (3.2)$$

- Yanal kuvvet katsayısı terimleri. Yanal kuvvet katsayısı aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$C_Y = C_Y^\beta \cdot \beta + C_Y^{\delta_a} \cdot \delta_a + C_Y^{\delta_r} \cdot \delta_r + \frac{b}{2V_a} (C_Y^p \cdot p + C_Y^r \cdot r) \quad (3.3)$$

- Yunuslama momenti katsayısı terimleri. Yunuslama momenti katsayısı aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$C_m = C_{m0} + C_m^\alpha \cdot \alpha + C_m^{\delta_f} \cdot \delta_f + C_m^{\delta_e} \cdot \delta_e + \frac{c}{2V_a} (C_m^{\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} + C_m^q \cdot q) + C_m^M \cdot M \quad (3.4)$$

- Yalpa momenti katsayısı terimleri. Yalpa momenti katsayısı aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$C_l = C_l^\beta \cdot \beta + C_l^{\delta_a} \cdot \delta_a + C_l^{\delta_r} \cdot \delta_r + \frac{b}{2V_a} (C_l^p \cdot p + C_l^r \cdot r) \quad (3.5)$$

- Sapma momenti katsayısı terimleri. Sapma momenti katsayısı aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$C_n = C_n^\beta \cdot \beta + C_n^{\delta_a} \cdot \delta_a + C_n^{\delta_r} \cdot \delta_r + \frac{b}{2V_a} (C_n^p \cdot p + C_n^r \cdot r) \quad (3.6)$$

Uçak konfigürasyon betiğinin 2. bölümü pervanenin geometrisini ve aerodinamik başarımını tanımlar. Bu parametreler aşağıda açıklanmıştır.

- Pervane hub konumu: İtke kuvvet ve momentinin uygulanacağı noktadır. Bu nokta uçak koordinat sistemine göre X, Y ve Z vektörleri ile tanımlanır.
- İlerleme (advance) oranı: Pervanenin aerodinamik başarımı pervane katsayılarının (CP, güç katsayısı ve CT, itke katsayısı) ilerleme oranına bağlı tabloları olarak verilir.
- İtke katsayısı: İtke katsayısı vektörü ilerleme oranı vektörüne göre verilir.
- Güç katsayısı: Güç katsayısı vektörü ilerleme oranı vektörüne göre verilir.
- Pervane yarıçapı: Pervane yarıçapı, itke modeli tarafından normalize edilmiş katsayılardan kuvvet ve torku hesaplamakta kullanılır. Bu yükler aşağıdaki denklemlerle hesaplanır.

$$F_p = \frac{4}{\pi^2} \rho R^4 \Omega^2 C_T \quad (3.7)$$

$$M_p = -\frac{4}{\pi^3} \rho R^5 \Omega^2 C_P \quad (3.8)$$

- Pervanenin ataleti: Pervane atalet momenti itke hareket denklemleri tarafından dönüş hızının hesaplanmasında kullanılır.

Uçak konfigürasyon betiğinin 3. bölümü kullanıcının motor karakteristiğini tanımlaması içindir. Tüm motor verileri deniz seviyesinde verilir. Motor modeli bu verileri irtifa etkileri için düzeltir. Normal havalandırılan (turbo beslemesiz) genel havacılık piston motoru için aşağıdaki parametreler istenmektedir.

- RPM: Motor verilerinin sağlandığı motor dönüş hızı vektörü. Veriler dakikada dönüş sayısı cinsinden verilmelidir. Tüm motor parametreleri motor dönüş hızına ve emme manifoldu basıncına göre iki boyutlu tablolar cinsinden verilecektir.
- MAP (emme manifoldu basıncı): Motor verilerinin verildiği manifold basınçları vektörüdür. Veriler kPa biriminde verilmelidir.

- Yakıt akışı: RPM ve MAP'a bağlı olarak deniz seviyesindeki yakıt akışı tablosudur. Tablonun satır sayısı RPM vektörü boyutu ile, sütun sayısı MAP vektörü boyutu ile örtüşmelidir.
- Güç: RPM ve MAP'a bağlı olarak motor gücü tablosudur. Tablonun satır sayısı RPM vektörü boyutu ile, sütun sayısı MAP vektörü boyutu ile örtüşmelidir.
- Deniz seviyesi atmosferik şartları: Yukarıdaki motor verilerinin sağlandığı deniz seviyesi basıncı (Pa) ve sıcaklık (Kelvin) girilecektir.
- Engine shaft ataleti: Motorün dönen parçalarının atalet momentidir. Bu değer pervane atalet momentine eklenerek itki hareket denklemleri tarafından motor dönüş hızının hesaplanmasında kullanılır. Genellikle motor shaft ataleti pervane ataletine göre çok küçüktür ve ihmal edilmesi uçak dinamiklerinde önemli bir etki yaratmamaktadır.

Uçak konfigürasyon betiğinin 4. bölümü kütle, ağırlık merkezinin yeri ve atalet momentleri gibi uçağın ataletsel parametrelerinin tanımlanmasında kullanılır.

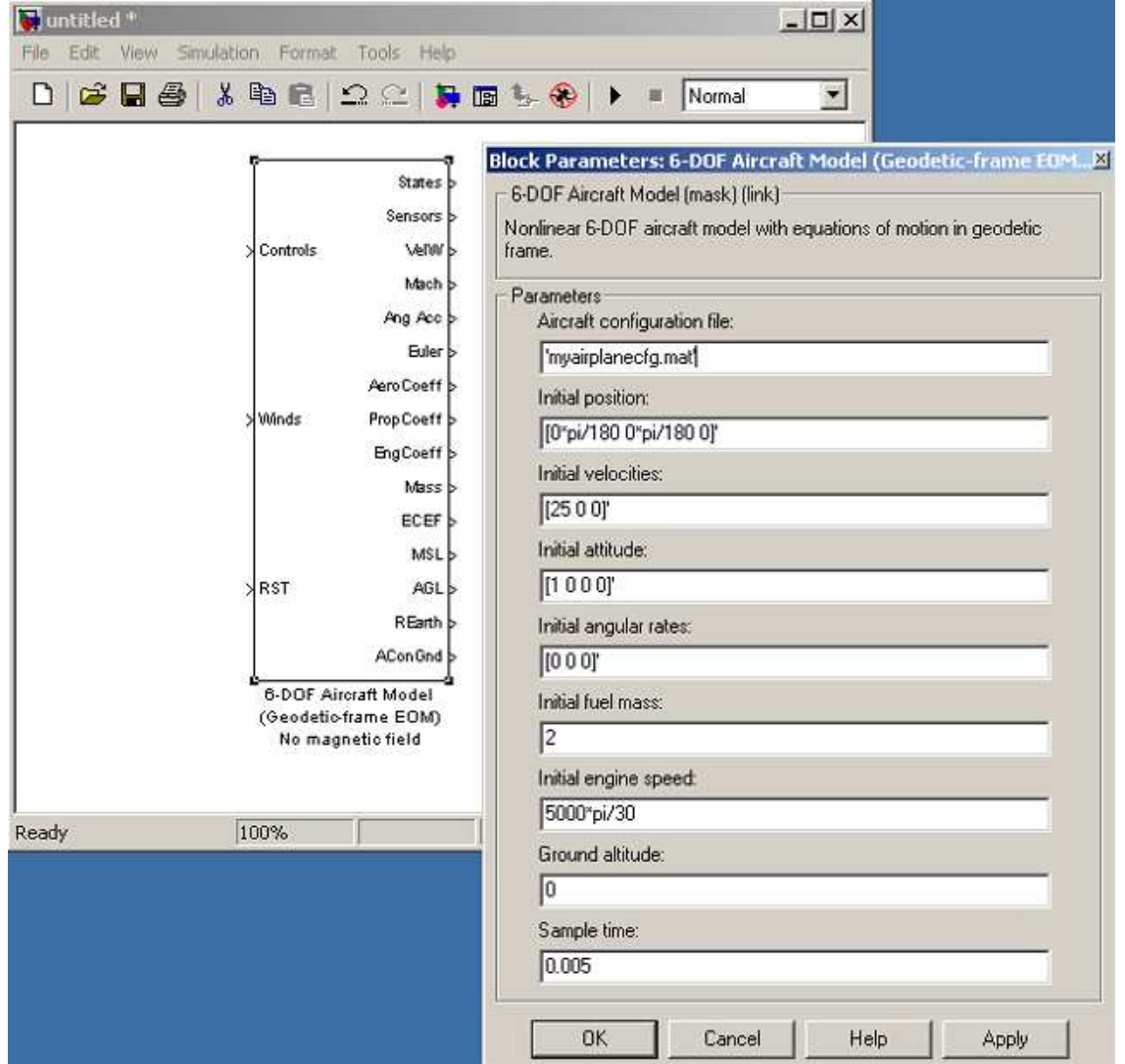
- Uçağın boş ağırlığı: Uçağın yakıtsız ağırlığı
- Uçağın yüklü ağırlığı: Yakıt tankı dolu iken uçağın ağırlığı
- CG boş: Uçağın yakıtsız halde iken ağırlık merkezinin konum vektörü
- CG yüklü: Uçağın yakıt tankı dolu iken ağırlık merkezinin konum vektörü
- Boş atalet momentleri: Uçağın yakıtsız durumda iken atalet momentleridir. J_x , J_y , J_z ve J_{xz} den oluşan 1x4 atalet momentleri vektörüdür. Çoğu uçakta simetri nedeniyle J_{xy} ve J_{yz} ihmal edilebilir.
- Yüklü atalet momentleri: Uçağın yakıt tankı dolu durumda iken atalet momentleridir. J_x , J_y , J_z ve J_{xz} den oluşan 1x4 atalet momentleri vektörüdür. Çoğu uçakta simetri nedeniyle J_{xy} ve J_{yz} ihmal edilebilir.

Uçak konfigürasyon betiğinin 5. ve son bölümünde kullanıcı daha az önemli bazı parametreleri tanımlayabilir. Bu noktada düzenlenebilen tek değişken dünyanın manyetik modeli tarafından kullanılan tarih değişkenidir. Tarih vektörü gün, ay ve yıldan oluşan 1x3 vektör olarak tanımlanır.

3.3. Önceden Oluşturulmuş Uçak Modelleri

Uçak konfigürasyon betiğini tamamladıktan sonra çalıştırsak uçağımız parametrelerini içeren mat dosyası oluşturulmuş olacaktır. Artık bir Simulink modeli

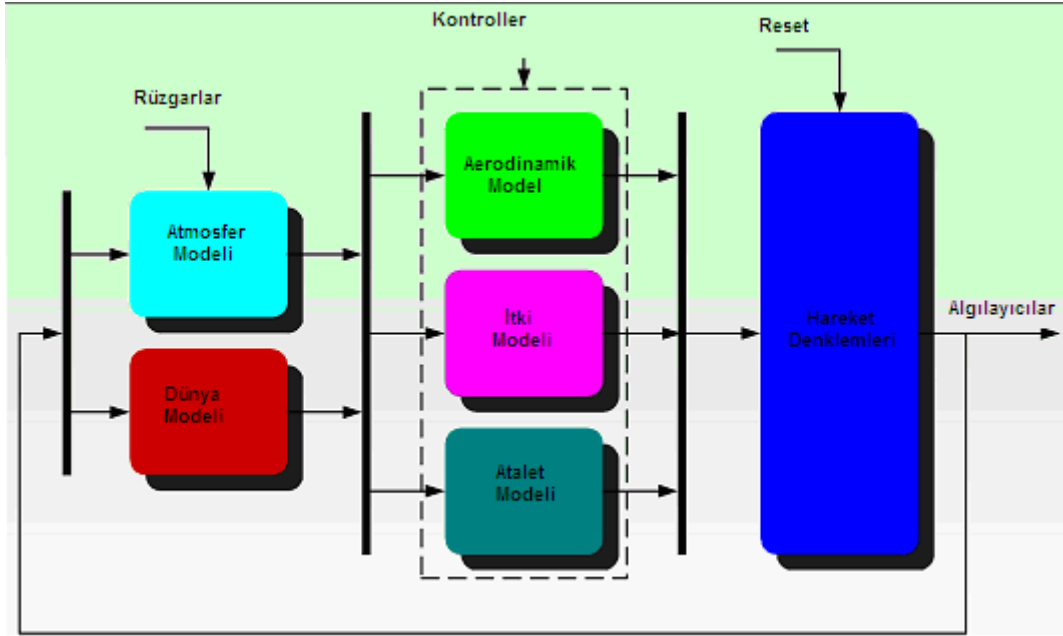
içerisinde uçağımızı kullanabilir. Bir simulink modeli içerisine Şekil 3.7’de görüldüğü gibi AeroSim kütüphanesi içerisindeki tüm uçak bloklarından bir tane eklenir. Bloka çift tıklayarak blok parametreleri kutusu açılır. Bu kutuda kullanmak istediğimiz uçağa ait parametre dosyası, başlangıç koşulları (konum, hız, durum, açısal hızlar, yakıt, motor hızı), deniz seviyesine göre yer seviyesi ve simülasyon örnekleme zamanı tanımlanır.



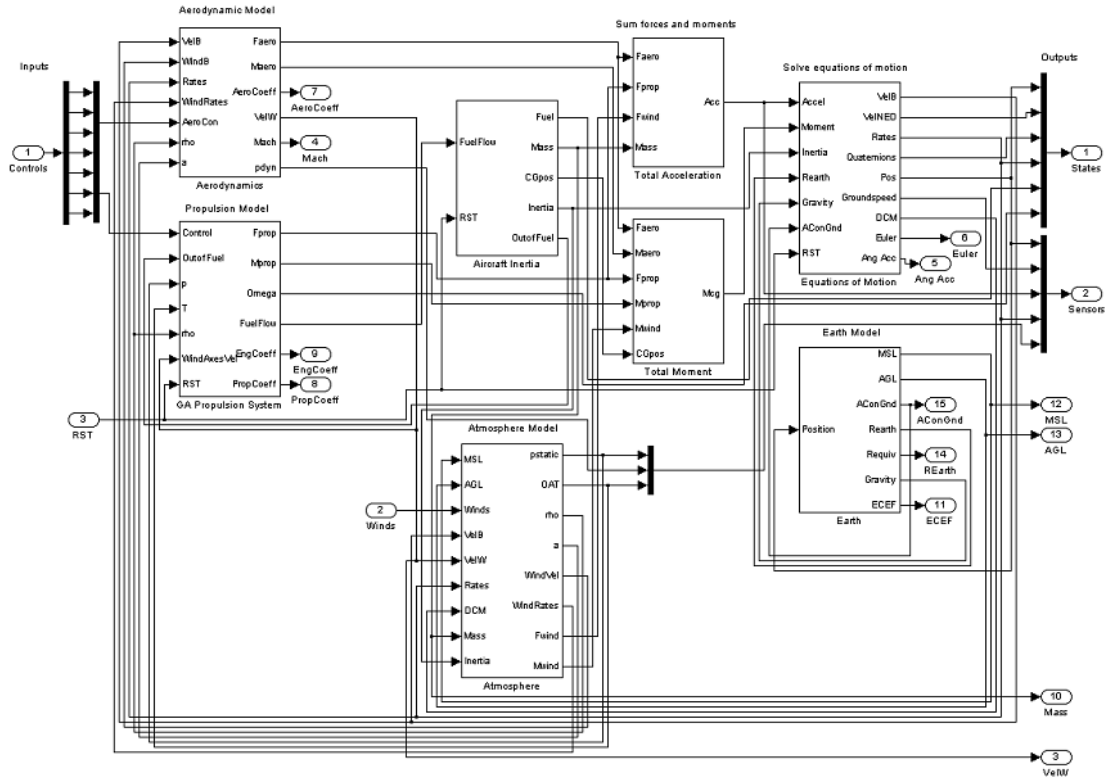
Şekil 3.7 : Betik ile hazırlanan uçak katsayı dosyasının Simulink modeli içerisinde kullanımı.

Uçak modelinin basit iç yapısı Şekil 3.8’de daha detaylı iç yapısı Şekil 3.9’da gösterilmiştir. Aerodinamik, itki ve atalet modelleri hava yapısına gelen yükleri (kuvvetler ve momentler) kontrol girişlerinin ve çevre etkilerinin (atmosfer ve dünya) fonksiyonu olarak hesaplarlar. Hesaplanan ivmeler hareket denklemleri tarafından integre edilerek uçağın durumlarına (konum, hız, durum, açısal hızlar)

ulaşılır. Hesaplanan bu durumlar bir sonraki döngüde çevre şartlarını modelleyen blokları etkilerler. Örneğin irtifa değişimi atmosfer basıncını değiştirir, enlem ve boylamdaki değişiklik yer çekiminde değişimlere neden olur. Uçağın durumları aynı zamanda algılayıcı çıkışlarının hesaplanmasında kullanılır.



Şekil 3.8 : Aerosim Uçak Modelinin Basitleştirilmiş İç Yapısı



Şekil 3.9 : AeroSim Uçak Modelinin İç Yapısı

4. SİSTEM TANILAMA

Sistem tanılama, dinamik bir sistemin matematiksel modelinin ölçülmüş verilere dayanarak oluşturulmasını sağlar. Temelde verilen bir modelin parametreleri ile oynanarak modelin çıkışının ölçülmüş verilerle mümkün olduğunca örtüşmesi sağlanır. Bu yöntem pek çok model ile uygulanabilmektedir. ARX ve ARMAX gibi fark denklemleri yanında doğrusal durum uzay modelleri de bunların arasındadır.

Çok değişkenli sistemlerde bu modellerin tümü uygulanamamaktadır. Çok giriş ve/veya çok çıkış sinyali olan sistemler, çok değişkenli sistemler olarak adlandırılırlar. Bu tip sistemlerin modellerinin oluşturulması genellikle daha zordur. Bu zorluğun temel nedeni girişler ve çıkışlar arasındaki bağımlılıkların daha karmaşık modeller gerektirmesidir. Bu tip çok girişli çok çıkışlı sistemler, ARX modeli, durum uzay modeli olarak modellenebilirler. Çok çıkışlı ARMAX ve OE modelleri ise durum uzay gösteriminin özel bir hali olarak modellenmektedir. Sistem tanılama sırasında K matrisinin işin içine katılması ARMAX modeline karşılık gelmekle beraber $K=0$ alınması OE modeline karşılık gelmektedir. Çok değişkenli sistemlerin durum uzay modeli kullanılarak tanınması genel uygulamadır. Bunun nedeni modelin yapısındaki karmaşıklığın anlaşılabilmesi ve yönetilebilmesinin daha kolay olmasıdır.

Bir sistemin iyi şekilde tanınması sürecinde, giriş ve çıkış kanallarından alt gruplar oluşturmak oldukça kullanışlı bir yöntemdir. Bunu yaparken girişlerin hepsinin çıkışların hepsi üzerinde etkili olup olmadığına dikkat etmek gerekir. Bu etki giriş verilerinden ilgili girişi çıkartıp kalan girişleri kullanılarak denenebilir. Bu durumda oluşturulan modelin çıkışları ile ölçülmüş verideki çıkışlar arasındaki örtüşmenin ne kadar bozulduğuna bakılarak girişin alt gruptan çıkarılıp çıkarılmayacağına karar verilebilir. Genellikle kullanılan giriş sayısı arttıkça örtüşme iyileşir, kullanılan çıkış sayısı arttıkça örtüşme kötüleşir. Bunun nedeni çok çıkışın davranışını gösterebilen bir modelin kurulmasının sadece tek bir çıkışın davranışını gösterebilen bir model kurmaktan daha zor olmasıdır. Çok çıkışlı sistemlerde sistemin davranışı istenen biçimde modellenemiyorsa çıkışları alt gruplara ayırarak modeller üretme yöntemi

kullanılabilir. Sadece benzetim amaçlı kullanılacak olan modeller, çıkış sayısı kadar tek çıkışlı modeller kullanılarak başarılı biçimde oluşturulabilirlerken, öngörü ve kontrol için oluşturulacak modeller tüm çıkışları birlikte içeren biçimde olduklarında daha iyi sonuçlar verirler. Bunun nedeni çok kanaldan gelen geçmiş çıkış bilgisinin sadece bir kanaldan gelen geçmiş çıkış bilgisine göre daha geniş bir temel oluşturacak olmasıdır.

4.1. Sistem Tanılamanın Temel Adımları

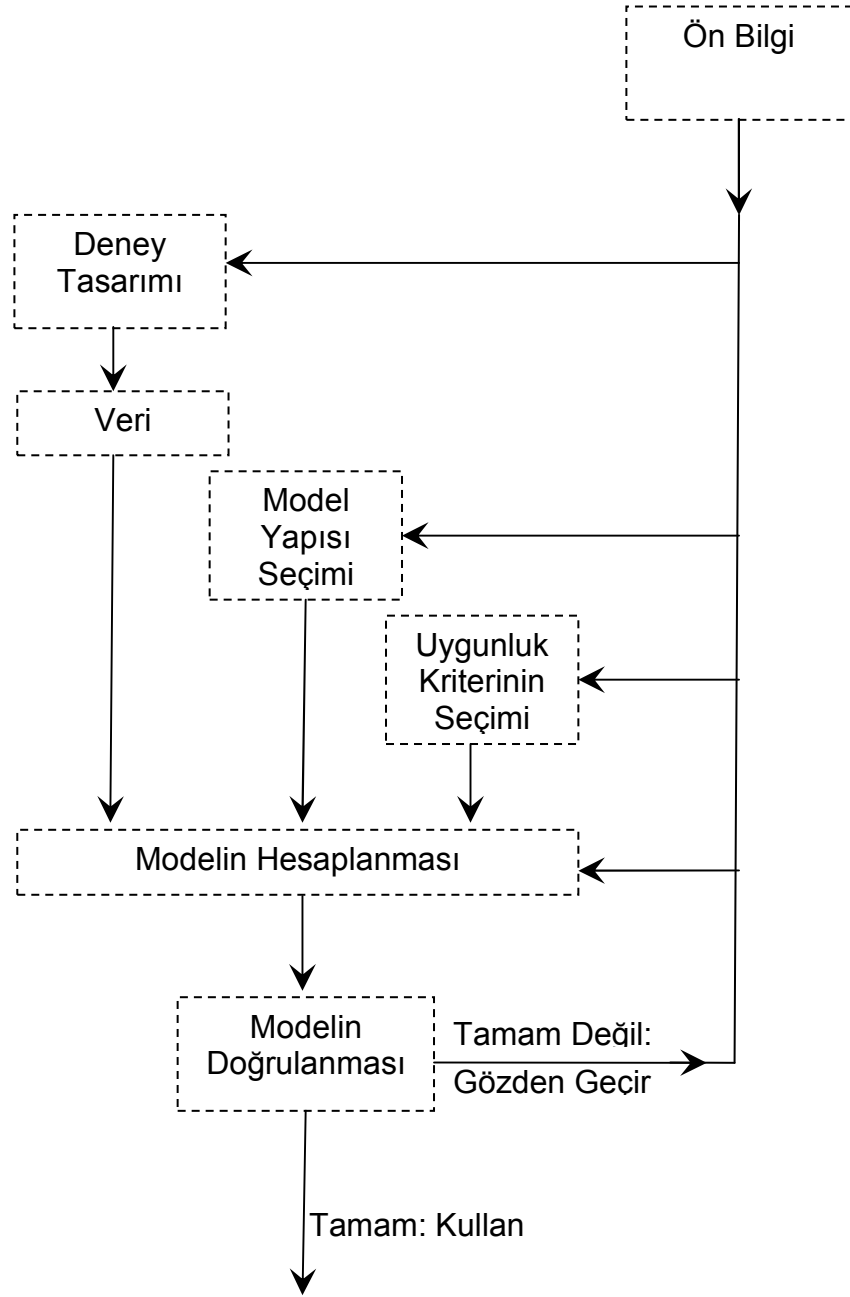
Sistem tanılama problemi, bir sistemin modelinin gözlemlenen giriş çıkış verilerine göre kestirilmesi problemidir. Bu bölümde en çok kullanılan yaklaşımlar hakkında kısa bilgiler verilmiştir.

Dinamik bir sistemin gözlemlenen giriş çıkış verisine dayanarak modelinin oluşturulması yönteminin üç temel bileşeni vardır. Bunlar:

- Giriş-çıkış verisi
- Aday model listesi (Model yapısı)
- Listedeki modellerden birini seçmek için kullanılacak verideki bilgilere dayanan bir kriter. (Tanılama yöntemi)

Tanılama süreci, model yapısı seçimi, seçilen model yapısındaki en iyi modelin belirlenmesi ve modelin sonucunun tatmin edici olup olmadığının değerlendirilmesinin tekrarlı biçimde gerçekleştirilmesinden oluşur. Bu çevrim adımları Şekil 4.1’de gösterilmektedir. Ayrıca adımların kısa tanımları aşağıdak verilmiştir.

1. Tanılaması yapılması istenen süreçten giriş-çıkış verisi toplamak üzere bir deney tasarlamak.
2. Veriyi incelemek ve veride yanıltıcı olabilecek veya istenmeyen eğilim içeren kısımları dışarıda bırakarak işe yarayacak kısımlar seçmek. Gerekli görülürse önemli frekans aralıklarını ortaya çıkaracak filtreler uygulamak.
3. Modelin bulunacağı öngörülen model yapısını seçmek ve tanımlamak.
4. Giriş-çıkış verisine ve verilen başarı kriterine bağlı olarak tanımlanan model yapısındaki en iyi modeli hesaplamak.



Şekil 4.1 : Sistem Tanılama Çevrimi

5. Elde edilen modelin özelliklerini incelemek.
6. Eğer model yeterince iyiye tanılama işlemini durdurmak. Değilse 3. adıma dönerek başka model yapıları denemek, 4. adıma dönerek farklı kestirim yöntemleri kullanmak ya da 1. ve 2. adımlara dönerek giriş-çıkış verileri üzerinde biraz daha çalışmak.

4.2. Çok Girişli Çok Çıkışlı Sistemlerin Tanılanması

Çok girişli çok çıkışlı (MIMO) sistemlerde genellikle tercih edilen yöntem karmaşık yapının daha kolay yönetilebildiği seçenek olan durum uzay modelini kullanmaktır. Durum uzay modelinin yeni biçimde (innovations form) gösterilişi aşağıdaki gibidir.

$$x(t+1) = A x(t) + B u(t) + K e(t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = C x(t) + D u(t) + e(t) \quad (4.2)$$

MATLAB uygulamasının bir kütüphanesi olan System Identification Toolbox durum uzay modellerinin iki biçimde sunulmasını desteklemektedir. İlk biçim olan kara kutu durumu aşağıda anlatılmaktadır.

Kara kutu durum uzay modeli için en önemli yapısal betimleyici durum vektörü x 'in boyutu olarak da görülen model mertebesidir. Kestirim için PEM ve N4SID olmak üzere iki temel yöntem bulunmaktadır. PEM öngörü hatasının döngüsel hesaplarla minimize edilmesine dayanan bir yöntemdir. Döngüler n4sid ile hesaplanan parametre değerleri ile başlatılır. N4SID ise alt uzay temelli döngüsel olmayan bir hesaplama yöntemidir. Sonucun kalitesi ek mertebe olarak adlandırılan öngörü ufku gibi mertebelerin uygun belirlenmiş olmasına önemli ölçüde bağlıdır. Bu yöntem $x(t)$, $y(t)$ ve $u(t)$ nin sıralamasının bilinmesi durumunda, (4.2)'nin doğrusal regresyona dönüşecek olmasına ve C ve D matrislerinin küçük kareler yöntemi ile kestirilebilecek olmasına dayanır. Daha sonra $e(t)$ bulunarak (4.1)'de bilinen bir sinyal olarak yerine konarak A , B ve K için bir doğrusal regresyon modeli oluşturulabilir. Böylece durumlar belirlenince durum uzay matrislerinin kestirimi kolaylaşır.

Ayrıca A , B , C , D ve K matrisinde bilinen ve bilinmeyen terimleri belirterek kestirim işlemini sadece bilinmeyen terimlere uygulamak da mümkündür. Bu şekilde kullanıcı tarafından belirlenmiş bir durum uzay modeli yapısı kullanmak mümkün olur.

4.2.1. Alt Uzay Denklemlerinin Elde Edilmesi

Durum uzay modeli denklemlerinden (4.1)'i $t=N$ için yazalım,

$$x_{N+1} = Ax_N + Bu_N + Ke_N \quad (4.3)$$

Aynı denklemi $t = N + 1$ için yazalım4

$$x_{N+2} = Ax_{N+1} + Bu_{N+1} + Ke_{N+1} \quad (4.4)$$

(4.3)'ü, (4.4)'ün içine koyarsak,

$$\begin{aligned} x_{N+2} &= A(Ax_N + Bu_N + Ke_N) + Bu_{N+1} + Ke_{N+1} \\ &= A^2x_N + \begin{pmatrix} AB & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_N \\ u_{N+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} AK & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_N \\ e_{N+1} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Bu işleme $t = 2N-1$ 'e kadar devam edelim. $t = 2N - 2$ için,

$$\begin{aligned} x_{2N-1} &= A^{N-1}x_N + \begin{pmatrix} A^{N-2}B & A^{N-3}B & \dots & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_N \\ u_{N+1} \\ \vdots \\ u_{2N-2} \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} A^{N-2}K & A^{N-3}K & \dots & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_N \\ e_{N+1} \\ \vdots \\ e_{2N-2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$T = 2N - 1$ için,

$$\begin{aligned} x_{2N} &= A^N x_N + \begin{pmatrix} A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_N \\ u_{N+1} \\ \vdots \\ u_{2N-1} \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} A^{N-1}K & A^{N-2}K & \dots & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_N \\ e_{N+1} \\ \vdots \\ e_{2N-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.6)$$

(4.2)'yi $t = N$ için yazalım,

$$y_N = Cx_N + Du_N + e_N \quad (4.7)$$

Aynı denklemi $t = N + 1$ için yazalım,

$$y_{N+1} = Cx_{N+1} + Du_{N+1} + e_{N+1} \quad (4.8)$$

(4.3)'ü (4.6)'da yerine koyarsak,

$$\begin{aligned}
y_{N+1} &= C(Ax_N + Bu_N + Ke_N) + Du_{N+1} + e_{N+1} \\
&= CAx_N + \begin{pmatrix} CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_N \\ u_{N+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} CK & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_N \\ e_{N+1} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Benzer şekilde $t = N + 2$ için (4.2) ve (4.4)'ü kullanarak,

$$y_{N+2} = CA^2x_N + \begin{pmatrix} CAB & CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_N \\ u_{N+1} \\ u_{N+2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} CAK & CK & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_N \\ e_{N+1} \\ e_{N+2} \end{pmatrix}$$

Bu işleme $t = 2N-1$ 'e kadar devam edelim. $t = 2N - 2$ için (4.2) ve (4.5)'i kullanarak,

$$\begin{aligned}
y_{2N-1} &= CA^{N-1}x_N + \begin{pmatrix} CA^{N-2}B & CA^{N-3}B & \dots & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_N \\ u_{N+1} \\ \vdots \\ u_{2N-1} \end{pmatrix} \\
&\quad + \begin{pmatrix} CA^{N-2}K & CA^{N-3}K & \dots & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_N \\ e_{N+1} \\ \vdots \\ e_{2N-1} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$t = N, N + 1, \dots, 2N - 1$ için elde ettiğimiz sonuçları toplarsak aşağıdaki matris denklemini oluşur.

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} y_N \\ y_{N+1} \\ y_{N+2} \\ \dots \\ y_{2N-1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{N-1} \end{pmatrix} x_N + \\
&+ \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N-2}B & CA^{N-3}B & CA^{N-4}B & \dots & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_N \\ u_{N+1} \\ u_{N+2} \\ \dots \\ u_{2N-1} \end{pmatrix} \\
&+ \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CK & I & 0 & \dots & 0 \\ CAK & CK & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N-2}K & CA^{N-3}K & CA^{N-4}K & \dots & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_N \\ e_{N+1} \\ e_{N+2} \\ \dots \\ e_{2N-1} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Değişkenlerin alt indislerine 1 eklersek (4.9) aşağıdaki hali alır.

$$\begin{pmatrix} y_{N+1} \\ y_{N+2} \\ y_{N+3} \\ \dots \\ y_{2N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{N-1} \end{pmatrix} x_{N+1} + \\
 + \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N-2}B & CA^{N-3}B & CA^{N-4}B & \dots & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{N+1} \\ u_{N+2} \\ u_{N+3} \\ \dots \\ u_{2N} \end{pmatrix} \\
 + \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CK & I & 0 & \dots & 0 \\ CAK & CK & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N-2}K & CA^{N-3}K & CA^{N-4}K & \dots & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{N+1} \\ e_{N+2} \\ e_{N+3} \\ \dots \\ e_{2N} \end{pmatrix}$$

Bu alt indisleri arttırma işlemine j-1'e kadar devam edelim. Sonuçları yine bir matris yapısında birleştirirsek aşağıdaki denkleme ulaşırız.

$$\begin{pmatrix} y_N & y_{N+1} & \dots & y_{N+j-1} \\ y_{N+1} & y_{N+2} & \dots & y_{N+j} \\ y_{N+2} & y_{N+3} & \dots & y_{N+j+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{2N-1} & y_{2N} & \dots & y_{2N+j-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_N & x_{N+1} & \dots & x_{N+j-1} \end{pmatrix} \\
 + \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N-2}B & CA^{N-3}B & CA^{N-4}B & \dots & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_N & u_{N+1} & \dots & u_{N+j-1} \\ u_{N+1} & u_{N+2} & \dots & u_{N+j} \\ u_{N+2} & u_{N+3} & \dots & u_{N+j+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{2N-1} & u_{2N} & \dots & u_{2N+j-2} \end{pmatrix} \quad (4.10) \\
 + \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CK & I & 0 & \dots & 0 \\ CAK & CK & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N-2}K & CA^{N-3}K & CA^{N-4}K & \dots & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_N & e_{N+1} & \dots & e_{N+j-1} \\ e_{N+1} & e_{N+2} & \dots & e_{N+j} \\ e_{N+2} & e_{N+3} & \dots & e_{N+j+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{2N-1} & e_{2N} & \dots & e_{2N+j-2} \end{pmatrix}$$

Çıkış denklemleri için alt uzay matris eşitliğinin çıkartılması böylece tamamlanmış olur. Bir sonraki adım durum eşitlikleri için alt uzay yapısının oluşturulmasıdır.

(4.6)'daki değişkenlerin alt indislerine – N ile ekleme yaparsak,

$$\begin{aligned}
x_N = A^N x_0 + \begin{pmatrix} A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} A^{N-1}K & A^{N-2}K & \dots & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \vdots \\ e_{N-1} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Alt indisleri arttırma işlemine $-(N - j + 1)$ 'e kadar devam edelim. $-(N - j + 1)$ için sonuç,

$$\begin{aligned}
x_{N+j-1} = A^N x_{j-1} + \begin{pmatrix} A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{j-1} \\ u_j \\ \vdots \\ u_{N+j-2} \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} A^{N-1}K & A^{N-2}K & \dots & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{j-1} \\ e_j \\ \vdots \\ e_{N+j-2} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Çıkarttığımız durum eşitliklerini birleştirirsek aşağıdaki matris yapısını elde ederiz.

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_N & x_{N+1} & \dots & x_{N+j-1} \end{pmatrix} = A^N \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_{j-1} \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 & u_1 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & \dots & u_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{N-1} & u_N & \dots & u_{N+j-2} \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} A^{N-1}K & A^{N-2}K & \dots & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_0 & e_1 & \dots & e_{j-1} \\ e_1 & e_2 & \dots & e_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{N-1} & e_N & \dots & e_{N+j-2} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Çıkışlar denklemleri ve durum denklemleri için oluşturduğumuz bu alt uzay matris gösterimleri aşağıdaki biçimde kısaca gösterilebilir.

$$Y_f = \Gamma_N X_f + H_N^d U_f + H_N^s E_f \tag{4.14}$$

$$Y_p = \Gamma_N X_p + H_N^d U_p + H_N^s E_p \tag{4.15}$$

$$X_f = A^N X_p + \Delta_N^d U_p + \Delta_N^s E_p \quad (4.16)$$

(4.14), (4.15) ve (4.16) alt uzay literatüründeki temel alt uzay denklemleridir. Burada p indisi geçmiş (past), f indisi ise geleceği (future) ifade etmektedir. Geçmiş ve gelecek giriş bloğu-Hankel matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$U_p \triangleq U_{0|N-1} \triangleq \begin{pmatrix} u_0 & u_1 & \cdots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & \cdots & u_j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{N-1} & u_N & \cdots & u_{N+j-2} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$U_f \triangleq U_{N|2N-1} \triangleq \begin{pmatrix} u_N & u_{N+1} & \cdots & u_{N+j-1} \\ u_{N+1} & u_{N+2} & \cdots & u_{N+j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{2N-1} & u_{2N} & \cdots & u_{2N+j-2} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Burada U_p ve U_f , $R^{N \times J}$ 'nin elemanıdır. $t_1 | t_2$ indis gösterimi ise alt uzay matrisi veya vektörünün ilk sütununun t_1 zamanında başlayıp t_2 zamanında bittiğini ifade etmektedir. Geçmiş ve gelecek gösterimi blok-Henkel matrislerinin ilk sütunlarında da görülebilmektedir. (4.17) ve (4.18) gösterimlerindeki U_f ve U_p nin sütun sayıları birbirlerinden farklı olabilirler. Bu sayede tanılama algoritmasının ayarlanmasından fazladan bir serbestlik daha sağlanabilir.

Geçmiş ve gelecek çıkış ve inovasyon blok-Hankel matrisleri de benzer biçimde aşağıdaki şekilde ifade edilir. Burada Y_p , Y_f , E_p ve E_f , $R^{m \times J}$ 'nin elemanıdır.

$$Y_p \triangleq Y_{0|N-1} = \begin{pmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{N-1} & y_N & \cdots & y_{N+j-2} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$Y_f \triangleq Y_{N|2N-1} = \begin{pmatrix} y_N & y_{N+1} & \cdots & y_{N+j-1} \\ y_{N+1} & y_{N+2} & \cdots & y_{N+j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{2N-1} & y_{2N} & \cdots & y_{2N+j-2} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$E_p \triangleq E_{0|N-1} = \begin{pmatrix} e_0 & e_1 & \cdots & e_{j-1} \\ e_1 & e_2 & \cdots & e_j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ e_{N-1} & e_N & \cdots & e_{N+j-2} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

$$E_f \triangleq E_{N|2N-1} = \begin{pmatrix} e_N & e_{N+1} & \cdots & e_{N+j-1} \\ e_{N+1} & e_{N+2} & \cdots & e_{N+j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ e_{2N-1} & e_{2N} & \cdots & e_{2N+j-2} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Hankel marislerinin sistemin tanılanması için yeterli örnek içerebilmesi için j'nin yeterince büyük seçilmesi önemlidir. Genellikle j mN ve lN'nin büyük olanından daha büyük seçilir. Bu seçim gürültüye karşı olan duyarlılığı da azaltır. [15] Böylece j regresyon analizinde ölçüm sayısına benzer bir rol oynar. N tanılama yapılmak istenen sistemin mertebesiyle yakın ilişkilidir, dolayısıyla N çok küçük seçilemez fakat aşırı parametre problemi ile karşılaşılması için çok büyük de seçilmemesi gereklidir. Giriş ve çıkış sırasıyla l ve m boyutlu olduklarından, yukarıda tanımlanan Henkel matrislerinin her elemanı giriş ve çıkışların birer kolon vektörüdür.

$$u_i = \begin{pmatrix} u_{i1} \\ \vdots \\ u_{il} \end{pmatrix} \quad y_i = \begin{pmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{im} \end{pmatrix}$$

Ayrıca alt uzay tanılama literatüründe Yp ve Up için aşağıdaki kısa gösterim sıklıkla kullanılmaktadır.

$$W_p = \begin{pmatrix} Y_p \\ U_p \end{pmatrix}$$

Burada W_p , $R^{(mN+lN) \times j}$ nin elemanıdır.

4.2.2. N4SID ile Sistem Tanılaması

N4SID yönteminde dik (orthogonal) ve eğik (oblique) iz düşüm yaklaşımları kullanılmaktadır.

A'nın satır uzayının B'nin satır uzayına dik iz düşümü A/B ile gösterilir ve aşağıdaki biçimde hesaplanır.

$$A/B = AB^\dagger B$$

Burada $B^\dagger$, B matrisinin sahte tersini (pseudo inverse) ifade etmektedir ve $B^T(BB^T)^{-1}$ biçiminde hesaplanabilir.

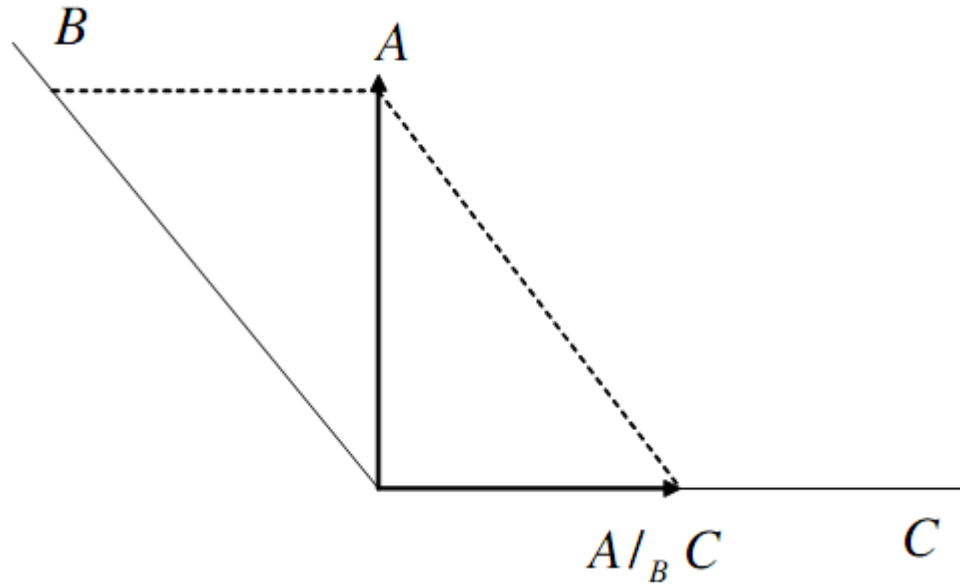
Bir vektörün, iki birbirilerine dik olmayan vektöre iz düşürülmesine eğik iz düşüm denir. $R^{p \times j}$ nin elemanı olan A 'nın satır uzayının $R^{q \times j}$ nin elemanı olan B 'nin satır uzayı boyunca $R^{r \times j}$ nin elemanı olan C 'nin satır uzayı üzerine eğik iz düşürülmesi $A/_B C$ ile gösterilir. Eğik iz düşümün hesabı aşağıdaki biçimde yapılabilir.

$$A/_B C = [A/B^\perp][C/B^\perp]^\dagger = D(:, 1 : r)C \quad (4.23)$$

Buradaki D aşağıdaki biçimde tanımlanmıştır.

$$D = A \begin{pmatrix} C \\ B \end{pmatrix}^\dagger$$

$D(:, 1 : r)$, birinci kolon ile r 'inci kolon arasındaki matris elemanlarını, $B^\perp$ ise B 'nin dik tümleyenini göstermektedir. $A/_B C$ eğik iz düşümü Şekil 4.2'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2: Eğik iz düşümün temsili gösterimi

Eğik iz düşümün sıklıkla kullanılan iki önemli özelliği şunlardır.

$$A/_A C = 0 \quad (4.24)$$

$$A/_B A = A \quad (4.25)$$

Bu iki özellikle eğik iz düşümün tanımına dayanarak doğrudan sonuca ulaşılmasını sağlar.

Bu bilgilerden sonra (4.14)'ü tekrar ele alalım.

$$Y_f = \Gamma_N X_f + H_N^d U_f + H_N^s E_f \quad (4.26)$$

Sistem hakkındaki temel bilgi, genişletilmiş gözlemlenebilirlik matrisi olarak isimlendirilen Γ_N veya durum vektörü X_f içerisinde bulunmaktadır. Eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim olan bu terime özellikle dikkat edelim. Örneğin Γ_N 'in, (4.26)'dan hesaplanabilmesi için U_f ve E_f içeren terimlerin ortadan kaldırılması gereklidir. E_f geçmiş girişlerden (U_p), geçmiş çıkışlardan (Y_p) (ya da eşdeğer olarak bunların kombinasyonundan W_p) ve gelecek girişlerden (U_f) bağımsızsa, hedefimize (4.26)'yı U_f satır uzayı boyunca W_p satır uzayına eğik iz düşürerek erişebiliriz.

$$Y_{f/U_f} W_p = \Gamma_N X_{f/U_f} W_p + H_N^d U_{f/U_f} W_p + H_N^s E_{f/U_f} W_p \quad (4.27)$$

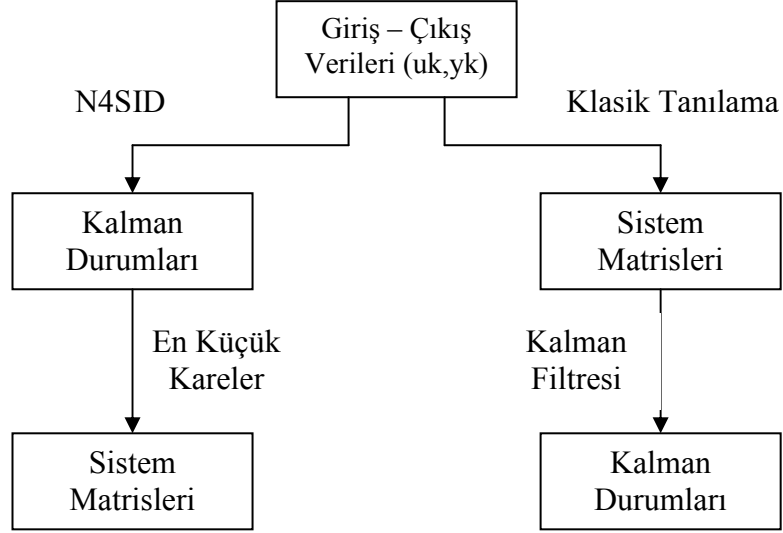
Burada (4.26) eşitliğinin son iki teriminin nasıl sıfır olduğu görülebilir. Eşitliğin sağ tarafının ikinci terimi (4.24) nedeniyle 0 olur. Üçüncü terimi ise gelecek zaman gürültü terimi olan E_f nin geçmiş giriş ve çıkışlardan ve gelecek girişlerden bağımsız olduğu kabulüdür. Bu kabul açık çevrim koşullarında sağlanır. Bu sayede (4.27) aşağıdaki biçimde sadeleştirilir.

$$Y_{f/U_f} W_p = \Gamma_N X_{f/U_f} W_p \quad (4.28)$$

Bu sonuç Γ_N 'in sütun uzayı ile $Y_{f/U_f} W_p$ 'in sütun uzayının aynı olduğunu gösterir ve $X_{f/U_f} W_p$ 'nin SVD çözümü ile hesaplanabilir. Benzer biçimde $Y_{f/U_f} W_p$ 'nin satır uzayı ile $X_{f/U_f} W_p$ 'nin satır uzayı aynıdır. Bu da başlangıç koşulları olarak $X_p/U_f W_p$ kullanılarak elde edilen Kalman filtresinin durum (Kalman filter state sequence) çözümüdür. Böylece Kalman filtresi durumları da $Y_{f/U_f} W_p$ 'nin SVD çözümü ile elde edilebilir. Böylece sistemin durum uzay matrisleri genişletilmiş gözlemlenebilirlik matrisinden veya Kalman durum çözümlerinden elde edilebilirler. Ayrıca durum matrisi X_f , W_p 'nin doğrusal kombinasyonu olarak yazılırsa aşağıdaki form elde edilir.

$$Y_{f/U_f} W_p = L_w W_p \quad (4.29)$$

Bu sonuç ile iz düşüm yaklaşımı ile regresyon yaklaşımı arasında bir ilişki kurulmuş olur. Böylece L_w 'ye SVD uygulanarak Γ_N , X_f ve sistem matrisleri kestirilebilir. Şekil 4.3'te gösterilen bu yöntemle Sayısal Alt-uzay Durum Uzay Tanılaması (N4SID – Numerical Subspace State Space Identification) denir.



Şekil 4.3: N4SID ve klasik tanılama yaklaşımları [16]

4.3. MATLAB İle Sistem Tanılama

Bu kısımda yatay ve düşey sistemler olarak ikiye ayrılmış olan uçak modelinin sistem tanılmasının nasıl yapıldığı anlatılacaktır.

Matlab içerisindeki kütüphanelerden birisi olan System Identification Toolbox ile sistem tanılması yapılmaktadır. Sistem tanılması için sistemin girişlerinin ve çıkışlarının bulunduğu bir veri setinin bulunması gereklidir. Bu veri seti genellikle deneme uçuşları ile toplanmış veri setleri olmakla birlikte bu çalışmada veri seti Aerosim kütüphanesinde bulunan doğrusal olmayan uçak modelleri ile simülasyonlar yapılarak oluşturulmuştur. Veri seti oluşturulması için kullanılan simulink modelleri Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te verilmiştir. Şekil 4.4'te verilen düşey sistemde giriş sinyali olarak elevator durumlar olarak ise düşey hız, hücum açısı, yunuslama açısı ve yunuslama açısı değişimi kayıt edilmiştir. Şekil 4.5'te verilen yatay sistemde giriş sinyali olarak aleron durumlar olarak ise yalpa açısı, yalpa açısı değişimi, sapma açısı değişimi ve yana kayma kayıt edilmiştir. Düşey sistem için elde edilen veriler aşağıda kodu verilen kısa bir matlab betiği ile düzenlenerek giriş ve çıkışlar dizisi olarak kaydedilmiştir.

```

%% elevator 2 Vt+AoA+pitch+pitch_rate (feedforward throttle)
ornek_sayisi=6268;
%girisler elevator
%cikislar y_Vt, y_AoA, y_pitch, y_pitch_rate

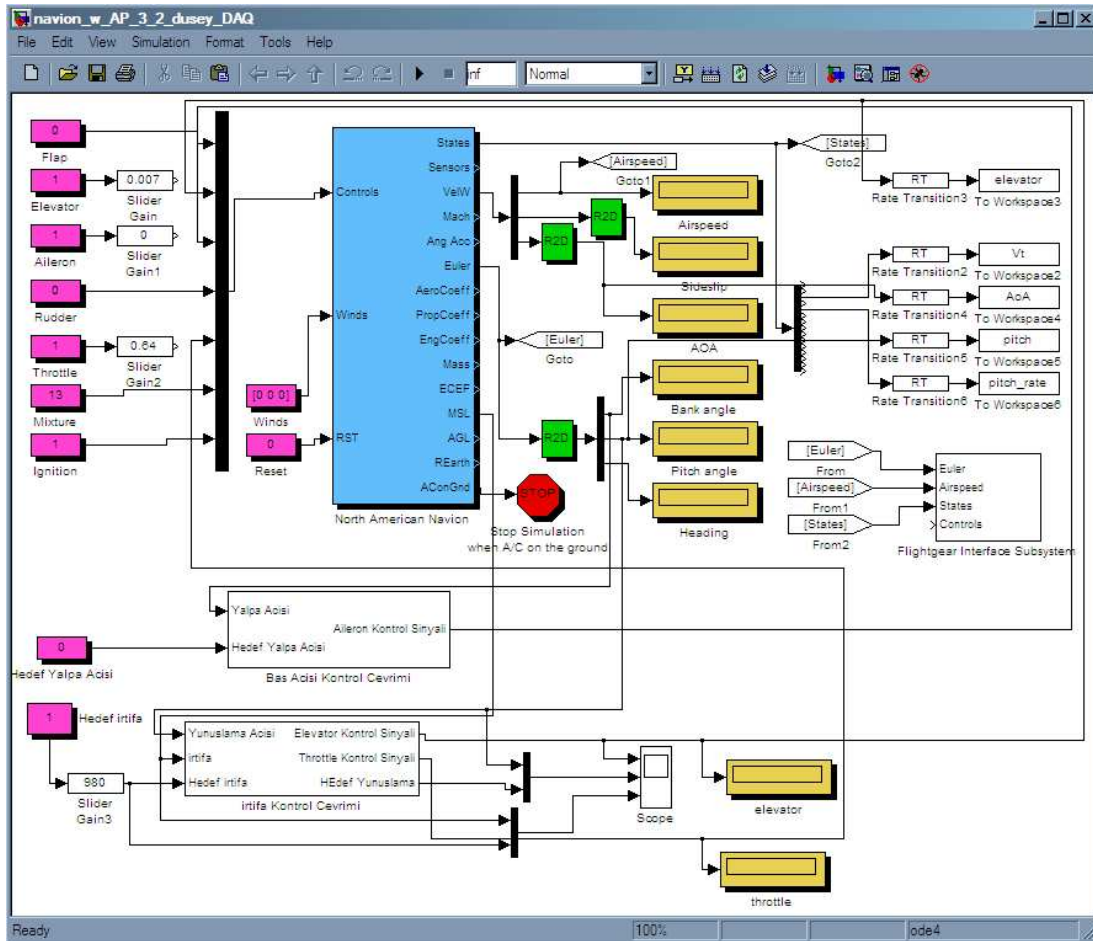
```

```

clear('u','y');

u(1:ornek_sayisi)=-1;
y(1:ornek_sayisi)=-1;
for k=1:1:ornek_sayisi
    u(k)=elevator.signals.values(k,1);
    y(1,k)=Vt.signals.values(1,1,k);
    y(2,k)=AoA.signals.values(k,1);
    y(3,k)=pitch.signals.values(k,1);
    y(4,k)=pitch_rate.signals.values(1,1,k);
end

```



Şekil 4.4: Düşey sistem tanımlamasında kullanılacak veri setini oluşturmak için kurulan simülink modeli

Yatay sistem için elde edilen veriler de benzer biçimde bir matlab betiği ile düzenlenmiştir. Kullanılan betiğin kodu aşağıda verilmiştir.

```

% aileron 2 bank_angle+roll_rate+side_slip+yaw_rate
ornek_sayisi=4067;
% giris aileron
% cikislar bank_angle, roll_rate, side_slip, yaw_rate

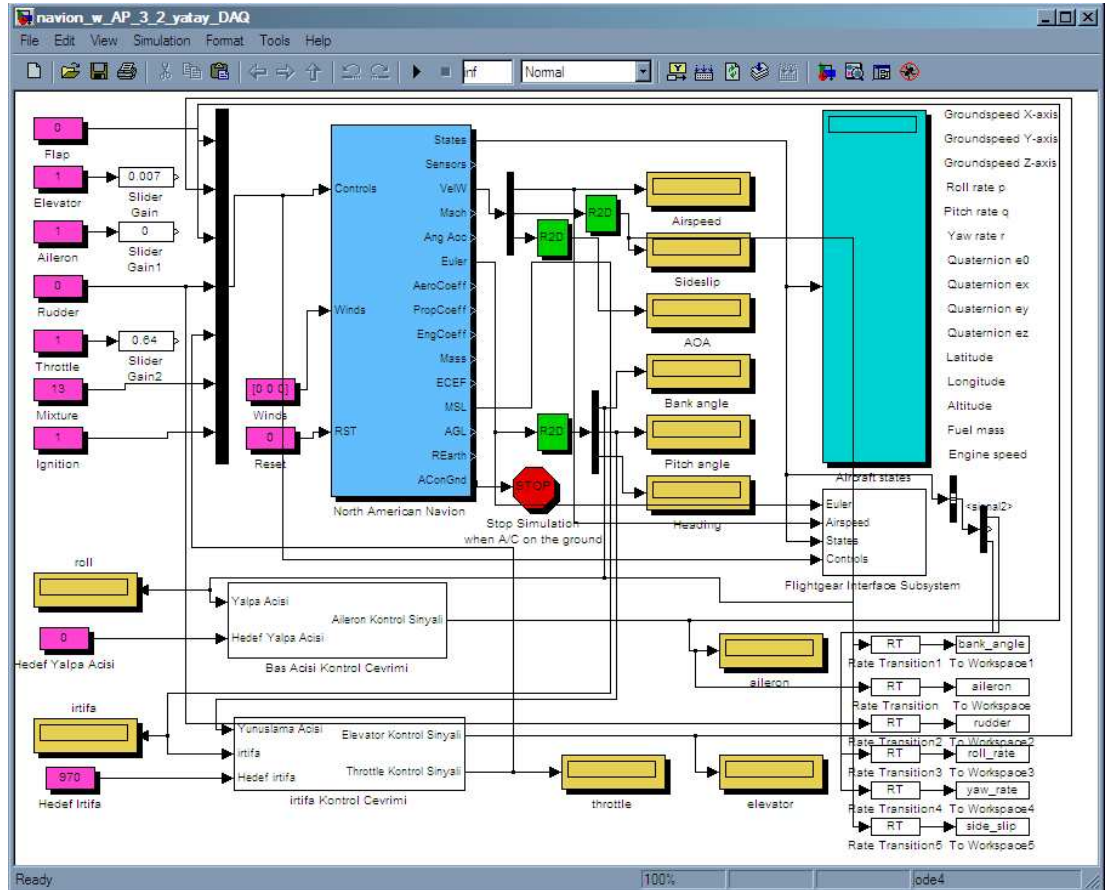
```

```

clear('u_aileron','y_bank_angle','y_roll_rate','y_side_slip','y_yaw_rate','in','out')
u_aileron(1:ornek_sayisi)=-1;
y_bank_angle(1:ornek_sayisi)=-1;
y_roll_rate(1:ornek_sayisi)=-1;
y_side_slip(1:ornek_sayisi)=-1;
y_yaw_rate(1:ornek_sayisi)=-1;
in(1:2,1:ornek_sayisi)=-1;
out(1:4,1:ornek_sayisi)=-1;

for k=1:1:ornek_sayisi
    u_aileron(k)=aileron(1,1,k);
    u_rudder(k)=rudder(k,1);
    y_bank_angle(k)=bank_angle(k,1);
    y_roll_rate(k)=roll_rate(1,1,k);
    y_side_slip(k)=side_slip(k,1);
    y_yaw_rate(k)=yaw_rate(1,1,k);
    in(1,k)=aileron(1,1,k);
    out(1,k)=bank_angle(k,1);
    out(2,k)=side_slip(k,1);
    out(3,k)=roll_rate(1,1,k);
    out(4,k)=yaw_rate(1,1,k);
end

```



Şekil 4.5: Yatay sistem tanılmasında kullanılacak veri setini oluşturmak için kurulan simulink modeli

Ek A.1’de düşey sistem tanılmasında kullanılan giriş çıkış veri setleri, Ek A.2’de yatay sistem tanılmasında kullanılan veri setleri gösterilmiştir.

Oluşturulan veri setlerinde tanılama sırasında genel eğilim dışında kalan veriler aralıklar seçilerek çıkarıldı. Daha sonra eldeki veriler öngörü verisi ve doğrulama verisi olmak üzere ikiye ayrıldı. Sistem tanılmasında kullanılacak model tipi elde edilecek model daha sonra MPC’de iç model olarak kullanılacağı için doğrusal durum uzay modeli olarak seçildi. Bu modelde girilmesi gereken parametreler model mertebesi, gecikme, N4Weight (algoritmanın SVD adımında ağırlık matrislerini hesaplama yöntemi) ve N4Horizon’dur (Algoritma tarafından kullanılan ileri yönlü ve geri yönlü öngörü ufukları). N4Weight için otomatik, MOESP ve CVA olmak üzere üç seçenek mevcuttur. MOESP (**MIMO Output Error State Space** model identification) algoritması ile ilgili detaylı bilgi Huang’ın makalesinde [15] verilmektedir. CVA (Canonical variable algorithm) hakkında detaylı bilgi Larimore [18] tarafından verilmektedir.

Düşey sistemin model mertebesinin dört olduğunu ve sistemde herhangi bir gecikme olmadığını sistemin dinamik denklemlerinin çıkarılması kısmından biliyoruz. Diğer parametreler yapılan denemeler sonucunda seçilmiştir. N4Weight parametresi MOESP, N4Horizon parametresi ise [45 30 25] olarak alınmıştır. Tanılama işlemi sonucunda elde edilen sistem, doğrulama verisiyle oldukça iyi mertebede örtüşmektedir. Ek B.1’de düşey sistemin örtüşme grafikleri gösterilmiştir.

Tanılama işlemi sonunda elde edilen düşey sistem matrisleri aşağıda verilmiştir.

State-space model: $x(t+T_s) = A x(t) + B u(t) + K e(t)$

$$y(t) = C x(t) + D u(t) + e(t)$$

A =

	x1	x2	x3	x4
x1	0.98739	0.045049	0.047602	-0.076301
x2	-0.00071583	0.99224	-0.0244	-0.051084
x3	-0.010778	0.027057	1.0078	0.088554
x4	-0.0061666	0.010497	-0.0032025	0.62324

B =

	u1
x1	107.14

x2	-40.307
x3	14.922
x4	35.659

C =

	x1	x2	x3	x4
y1	-0.058333	-0.064191	0.062441	-0.54517
y2	-0.054669	-0.059457	0.060406	-0.50964
y3	-0.16722	0.19851	0.13226	-0.1087
y4	-5.0521e-005	-0.00032891	-0.0010331	-0.013328

D =

	u1
y1	-0.23958
y2	-0.21629
y3	0.73571
y4	-1.122

K =

	y1	y2	y3	y4
x1	-4.3149	-1.4275	-0.55658	-26.869
x2	1.4279	-1.9056	1.2387	10.8
x3	-1.0727	-1.3494	0.3272	-3.8966
x4	-0.45683	0.24952	-0.25711	-12.091

x(0) =

x1	1.3935
x2	-1.7151
x3	7.2377
x4	-0.43016

Estimated using N4SID from data set mydataw

Loss function 1.32135e-017 and FPE 1.36135e-017

Sampling interval: 0.2

Yatay sistemin model mertebesinin dört olduğunu ve sistemde herhangi bir gecikme olmadığını benzer biçimde sistemin dinamik denklemlerinin çıkarılması kısmından biliyoruz. Diğer parametreler yapılan deneyler sonucunda seçilmiştir. N4Weight

parametresi MOESP, N4Horizon parametresi ise [50 20 20] olarak alınmıştır. Tanılama işlemi sonucunda elde edilen sistem doğruama verisiyle oldukça iyi mertebede örtüşmektedir. Ek B.2’de yatay sistemin örtüşme grafikleri gösterilmiştir. Tanılama işlemi sonunda elde edilen yatay sistem matrisleri aşağıda verilmiştir.

State-space model: $x(t+Ts) = A x(t) + B u(t) + K e(t)$

$$y(t) = C x(t) + D u(t) + e(t)$$

A =

	x1	x2	x3	x4
x1	0.99998	-0.069242	-0.032615	-0.020944
x2	-4.3809e-007	0.99911	-0.051774	-0.050134
x3	-3.1503e-005	-0.0024919	0.80132	0.47815
x4	-1.3305e-005	-0.0010766	-0.39738	0.81107

B =

	u1
x1	253.84
x2	4.5516
x3	8.461
x4	12.493

C =

	x1	x2	x3	x4
y1	-0.14145	-0.24172	-0.21361	-0.18387
y2	-0.003281	-0.0036465	-0.38715	0.27188
y3	4.3123e-006	0.00083241	0.00082157	-0.01828
y4	-0.00038326	-0.00071569	0.0082612	0.017514

D =

	u1
y1	-2.0237
y2	0.074541
y3	-2.9304
y4	-0.09603

K =

	y1	y2	y3	y4
x1	-8.1684	-37.046	-30.43	381.19

x2	2.4343	18.417	7.8163	-190.29
x3	-0.10613	-1.592	-1.5958	19.16
x4	-0.10983	-0.56457	-0.69027	2.5805

$x(0) =$

x1	52.466
x2	-26.728
x3	-0.15339
x4	-0.054968

Estimated using N4SID from data set mydataw

Loss function 3.35809e-021 and FPE 3.48086e-021

Sampling interval: 0.2

Böylece kontrolörde iç model olarak kullanacağımız sistemin yatay ve düşey hareketlerini gösteren doğrusal durum uzay modellerini elde etmiş olduk.

5. MODEL TABANLI ÖNGÖRÜLÜ KONTROL

J.A. Rossiter, Model Based Predictive Control: A Practical Approach kitabında MPC'yi aşağıdaki biçimde tanımlar.

Felsefik açıdan MPC insan davranışına benzer. İnsanlar tahmin ettikleri en iyi sonucu getirecek hareketleri seçerler. Bu seçimi yapmak için içimizde sürecin bir modelini sorgularız. Yeni gözlemlere ulaştıkça kararlarımızı güncelleriz. Bu nedenle öngörülü kontrol kanunu aşağıdaki bileşenleri içerir.

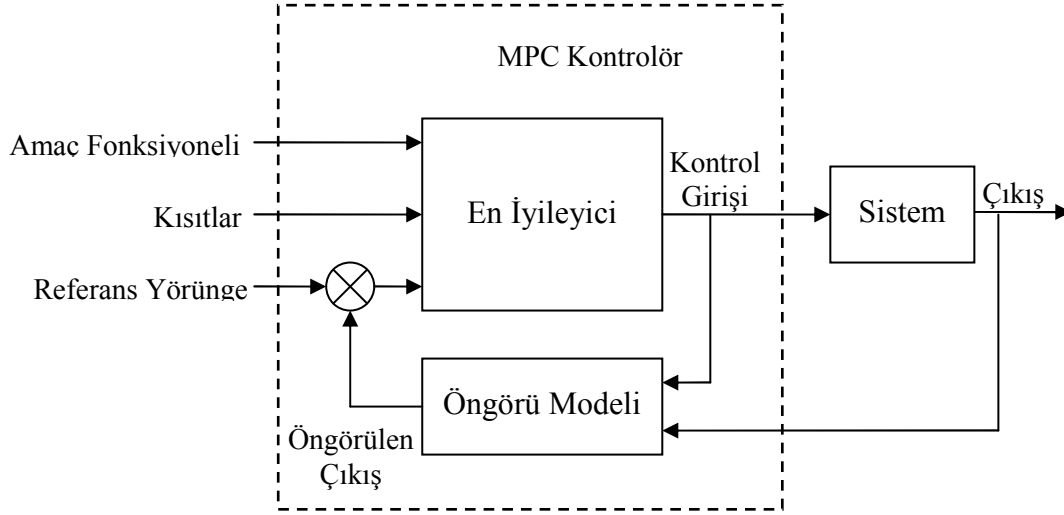
- 1) Kontrol kanunu tahmin edilen davranışa dayanır.
- 2) Çıktı öngörülerini süreç modeli kullanılarak hesaplanır.
- 3) Anlık giriş öngörülen performansın bir ölçümünün optimize edilmesi ile belirlenir.
- 4) Ötelenen ufuk: kontrol girişi her örnekleme anında güncellenir.

Felsefesini anlamayı detayları anlamamanın önünde tutarsanız MPC'nin anlaşılması çok daha kolay gelecektir. Felsefe anlaşıldıktan sonra detaylar nispeten önemsiz kalır.

Model Tabanlı Öngörülü Kontrol (MBPC), Hareketli Ufuklu Kontrol (MHC) vs Ötelenen Ufuklu Kontrol (RHC) isimleri de verilen Model Öngörülü Kontrol (MPC), pek çok kontrol yöntemi ve farklı isimleri sahiptir. MPC bir teknik olmaktan çok bir yaklaşımdır. Bu çeşitli yaklaşımların birbirlerinden farkları temelde problemin matematiksel denklemlere dönüştürülmesidir. Yine de tüm farklı MPC uygulama yöntemlerinde ortak üç bileşen vardır.

- Öngörü modeli
- Amaç fonksiyoneli
- Kontrol kanunu

Bu bileşen takip eden bölümlerde daha detaylı anlatılacaktır. Şekil 5.1'de MPC'nin blok diyagramı gösterilmiştir.



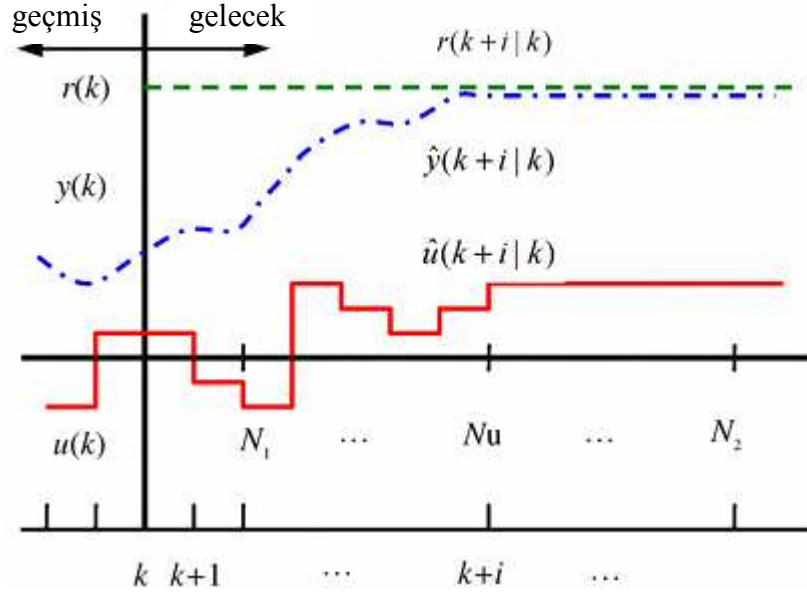
Şekil 5.1 : MPC Blok Diyagramı

Optimal kontrol teorisi üzerine kurulmuş olan MPC, tanımlanmış olan amaç fonksiyoneli minimize ederken sistem kısıtlarını da (giriş, çıkış, durum ya da çevre) açıkça hesaba katar. Hesaplanan çözüm, sonlu bir gelecek zaman dilimi için optimal kontroller dizisidir.

MPC gerçek zamanlı süreç-içi optimal kontrole müsaade eder çünkü bütün olarak ele alınan görev optimal kontrol problemini, sonlu-menzilli, kısa parçalar ayrılmış optimal kontrol problemlerine böler. Öngörülü kontrolde ötelenen ufuk Şekil 4.2’de gösterilmiştir.

MPC, öntanımlı bir öngörü menzili (N_y) içerisinde sistemin gelecekteki çıkışlarını tahmin etmek için bir tür sistem modeli kullanır. N_1 ve N_2 sırasıyla alt ve üst öngörü menzillerini göstermekle birlikte öngörü menzili $N_y = N_2 - N_1$ biçiminde tanımlanır. Öngörülen çıkışlar, $\hat{y}(k + i|k)$, $i = N_1, \dots, N_2$ geçmiş girişlere ve çıkışlara ve de gelecek kontrol işaretlerine, $\hat{u}(k + i|k)$, $i = 1, 2, \dots, N_u$ (N_u : kontrol menzili) bağlıdır. Bir gelecek zaman kontrol işaretleri seti, uygun bedel fonksiyonu optimize edilerek, sistem çıkışını referans rotaya, $r(k + i|k)$ mümkün olan en yakın rotada tutacak biçimde hesaplanır.

Referans rota verilen hedef değer ya da komuta göre üretilir. Her bir adımda, en iyileyici öngörü menzili içerisinde optimal kontrol işaretleri dizisini hesaplar. Hesaplanan kontrol işaretleri dizisinin ilk kontrol işareti sisteme gönderilir. Bir sonraki döngüde en iyileyici öngörü menzilini bir zaman adımı öteledikten sonra optimal kontrol işaretleri dizisini tekrar hesaplar.



Şekil 5.2 : Ötelenen Ufuk

5.1. MPC'nin Matematiksel İfadesi

Bu bölümde durum uzay modeli yapısında verilen sistemler için öngörülü kontrol anlatılmaktadır.

5.1.1. Öngörü Modeli

MPC kontrolörü çıkışlarını içindeki optimizasyon için kullandığı öngörü modeline göre belirler. Bu iş için sistem dinamiklerinin doğrusal modelinin kullanılması genel durumdur. Aşağıda bir sonraki adımın öngörülerini veren bir durum uzay modeli verilmiştir.

$$\mathbf{x}_{k+1} = A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k; \quad \mathbf{y}_{k+1} = C\mathbf{x}_{k+1} \quad (5.1)$$

Öngörülerini bulmak için bu modeli bir çevrim içerisinde kullanabiliriz.

1. Eşitlikleri k+2 için yazalım.

$$\mathbf{x}_{k+2} = A\mathbf{x}_{k+1} + B\mathbf{u}_{k+1}; \quad \mathbf{y}_{k+2} = C\mathbf{x}_{k+2} \quad (5.2)$$

2. (5.1)'i (5.2)'de yerine koyalım.

$$\mathbf{x}_{k+2} = A^2\mathbf{x}_k + AB\mathbf{u}_k + B\mathbf{u}_{k+1}; \quad \mathbf{y}_{k+2} = C\mathbf{x}_{k+2} \quad (5.3)$$

3. Eşitlikleri k+3 için yazalım. k+2 anındaki terimler için (5.3)'ü kullanalım.

$$\mathbf{x}_{k+3} = A^2\mathbf{x}_{k+1} + AB\mathbf{u}_{k+1} + B\mathbf{u}_{k+2}; \quad \mathbf{y}_{k+3} = C\mathbf{x}_{k+3} \quad (5.4)$$

$\mathbf{x}_{k+1}$ 'li terimden kurtulmak için (5.1)'i kullanalım.

$$\mathbf{x}_{k+3} = A^2[A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k] + AB\mathbf{u}_{k+1} + B\mathbf{u}_{k+2}; \quad \mathbf{y}_{k+3} = C\mathbf{x}_{k+3} \quad (5.5)$$

4. Bu döngüye devam edersek n adım sonraki sonucu verecek genel ifadeyi aşağıdaki biçimde elde ederiz.

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+n} &= A^n \mathbf{x}_k + A^{n-1} B \mathbf{u}_k + A^{n-2} B \mathbf{u}_{k+1} + \cdots + B \mathbf{u}_{k+n-1} \\ \mathbf{y}_{k+n} &= C[A^n \mathbf{x}_k + A^{n-1} B \mathbf{u}_k + A^{n-2} B \mathbf{u}_{k+1} + \cdots + B \mathbf{u}_{k+n-1}]\end{aligned}\quad (5.6)$$

Öngörü ufku n_y boyunca tüm gelecek zaman öngörülerini içeren durum ve çıkış vektörlerini aşağıdaki biçimde oluşturabiliriz.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \mathbf{x}_{k+2} \\ \mathbf{x}_{k+3} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k+n_y} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{x}}_k} = \underbrace{\begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ A^{n_y} \end{bmatrix}}_{P_{xx}} \mathbf{x}_k + \underbrace{\begin{bmatrix} B & 0 & 0 & \cdots \\ AB & B & 0 & \cdots \\ A^2B & AB & B & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A^{n_y-1}B & A^{n_y-2}B & A^{n_y-3}B & \cdots \end{bmatrix}}_{H_x} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{u}_{k+1} \\ \mathbf{u}_{k+2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{k+n_y-1} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{u}}_{k-1}} \quad (5.7)$$

Ve

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{k+1} \\ \mathbf{y}_{k+2} \\ \mathbf{y}_{k+3} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{k+n_y} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{y}}_k} = \underbrace{\begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{n_y} \end{bmatrix}}_P \mathbf{x}_k + \underbrace{\begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \cdots \\ CAB & CB & 0 & \cdots \\ CA^2B & CAB & CB & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{n_y-1}B & CA^{n_y-2}B & CA^{n_y-3}B & \cdots \end{bmatrix}}_H \underline{\mathbf{u}}_{k-1} \quad (5.8)$$

Öngörü modelinin kısa gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{x}}_k &= P_{xx} \mathbf{x}_k + H_x \underline{\mathbf{u}}_{k-1} \\ \underline{\mathbf{y}}_k &= P \mathbf{x}_k + H \underline{\mathbf{u}}_{k-1}\end{aligned}\quad (5.9)$$

5.1.2. Amaç Fonksiyoneli

Optimal kontrol probleminin çözümü bir amaç fonksiyonelinin minimizasyonunu içermektedir. Optimal terimi aslında sadece belirli bir amaç fonksiyoneline göre optimallliği ifade etmektedir. Hesaplanan optimal kontrolün hatalı amaç fonksiyoneli ya da amaç fonksiyoneli parametreleri seçimi nedeniyle aslında çok kötü bir kontrol olması olasıdır.

MPC'yi optimal kontrol tekniği ile örtüştüren klasik optimal kontroldaki gibi bir amaç fonksiyonelinin kullanılmasıdır. Tek giriş tek çıkış bir sistem için tipik bir amaç fonksiyoneli (ya da başarı göstergesi ya da bedel fonksiyonu) aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$J = \sum_{i=n_w}^{n_y} \|\mathbf{r}_{k+i} - \mathbf{y}_{k+i}\|_2^2 + \lambda \sum_{i=0}^{n_u-1} \|\Delta \mathbf{u}_{k+i}\|_2^2 \quad (5.10)$$

$$= \sum_{i=n_w}^{n_y} \|\mathbf{e}_{k+i}\|_2^2 + \lambda \sum_{i=0}^{n_u-1} \|\Delta \mathbf{u}_{k+i}\|_2^2$$

Bu amaç fonksiyoneline referansı takip etme hatasının öngörü ufku başlangıcı n_w 'dan öngörü ufku n_y 'ye kadar ve kontrol ufku n_u boyunca giriş işaretindeki değişimlerin minimize edilmekte olduğu görülmektedir. Şekil 5.3'ye referansı takip etme hatası e_i , şekil 5.4'te kontrol işaretleri gösterilmiştir.

Amaç fonksiyonelinin hedefi bu terimlerin ağırlıklandırılmış toplamalarını minimize etmektir. Amaç fonksiyonelinin alabileceği en küçük değer sıfırdır ki bu kalıcı hal hatası olmayan bir sonucu göstermektedir. Çünkü amaç fonksiyonelinin sıfır olması referans ile sistem çıkışı arasındaki hatanın ve giriş işaretlerinin değişiminin sıfır olması demektir.

Tek giriş tek çıkış sistemler için amaç fonksiyonelinin kısa gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$J = \|\underline{\mathbf{r}} - \underline{\mathbf{y}}\|_2^2 + \lambda \|\Delta \underline{\mathbf{u}}\|_2^2 = \|\underline{\mathbf{e}}\|_2^2 + \lambda \|\Delta \underline{\mathbf{u}}\|_2^2 \quad (5.11)$$

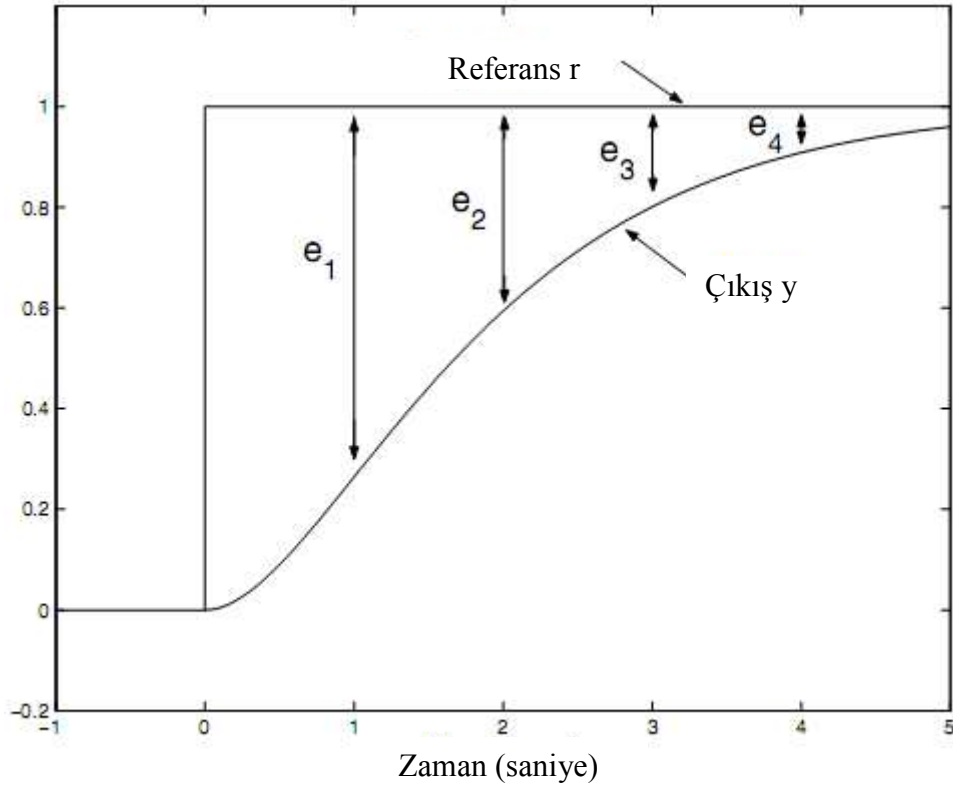
Çok değişkenli sistemlerde değişkenler arasında genellikle bir ilişki vardır, birinin diğerinden daha dikkatli kontrol edilmesi gerekebilir. Böyle durumlarda tek giriş tek çıkış sistemlerde giriş çıkış arasındaki ağırlığı belirlemekte kullandığımız λ terimi yerini sistemin her bir değişkeni için farklı ağırlık belirtmemize yarayarak matrislere bırakacaktır. Bu durum amaç fonksiyonelinin yeni hali aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$J = \sum_{i=n_w}^{n_y} \|W_y(\mathbf{r}_{k+i} - \mathbf{y}_{k+i})\|_2^2 + \lambda \sum_{i=0}^{n_u-1} \|W_u(\Delta \mathbf{u}_{k+i})\|_2^2 \quad (5.12)$$

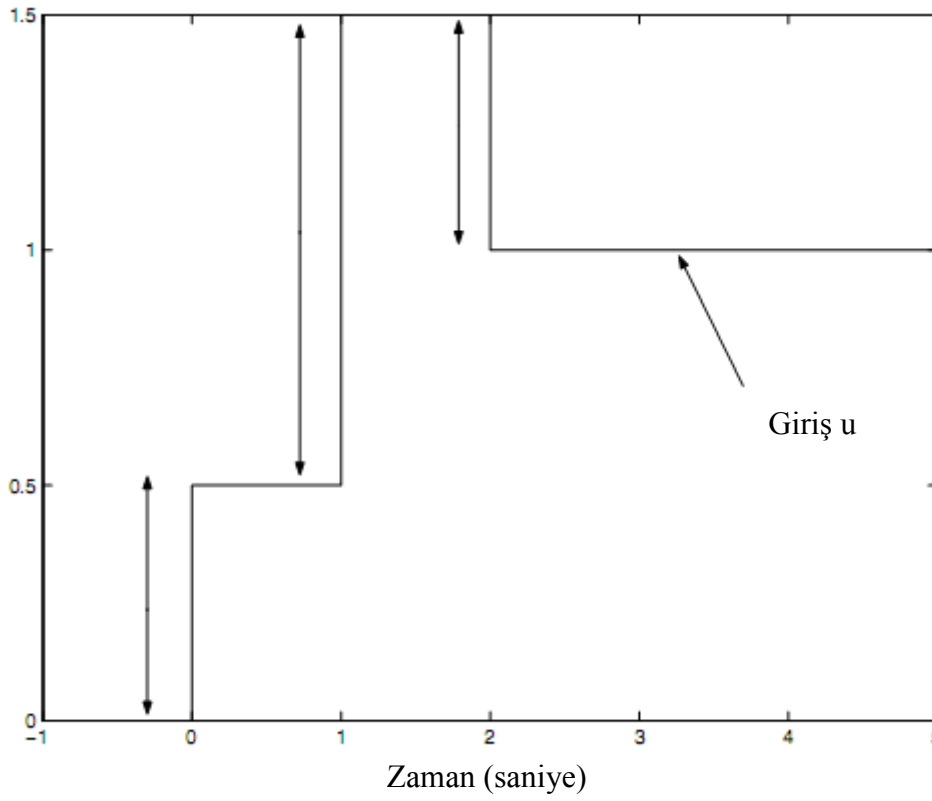
Burada W_y ve W_u ağırlık matrislerini göstermektedir. Bu matrisler pozitif belirli ve köşegen yapıda matrislerdir. Ağırlık matrislerinin elemanları i ufkuna bağlı olarak değişebilirler. Böylece elde edilen ek optimizasyon parametreleri ihmal edilemez faydalar sağlar.

5.1.3. Kontrol Kanununun Elde Edilmesi

Durum uzay gösterimine dayalı öngörülü kontrol kanununun belirlenmesinde giriş işaretindeki değişimi ve referansı takip etme hatasını içeren amaç fonksiyoneli için çözüm yapılacaktır. Bu durumda öncelikle sistemin giriş işareti ile değil giriş işaretlerindeki değişimlerle modellendiği bir yapıya dönüştürülmesi gerekmektedir.



Şekil 5.3 : Referansı takip etme hataları



Şekil 5.4 : Giriş işareti ve giriş işaretindeki artımlar.

Bu yapıda giriş işareti $\mathbf{u}_k$ bir iç durum $\Delta \mathbf{u}$ ise sistemin girişi halini alacaktır. Tanımladığımız biçimde bir genişletilmiş durum uzay modeli kullanarak problemi çözebiliriz.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \mathbf{u}_k \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\hat{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{u}_{k-1} \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix}}_{\hat{B}} \Delta \mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k &= \underbrace{\begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix}}_{\hat{C}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{u}_{k-1} \end{bmatrix} + D \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{d}_k \end{aligned} \quad (5.13)$$

Artık bu modeli kullanarak kontrol kanunun hesaplanmasına geçebiliriz. Kontrol kanununun hesaplanması aşağıda adım adım verilmiştir.

1. Adım: (5.13)'teki genişletilmiş model için öngörü denklemlerini bularak (5.11)'de yerine koy

$$J = \|\underline{\mathbf{r}} - H \Delta \underline{\mathbf{u}} - P \hat{\mathbf{x}}_k - L \mathbf{d}\|_2^2 + \lambda \|\Delta \underline{\mathbf{u}}\|_2^2 \quad (5.14)$$

2. Adım: (5.14)'ü düzenleyip minimizasyon işlemini yazalım.

$$\frac{dJ}{d\Delta \underline{\mathbf{u}}} = 0 \Rightarrow (H^T H + \lambda I) \Delta \underline{\mathbf{u}} = [H^T \underline{\mathbf{r}} - H^T P \hat{\mathbf{x}}_k - H^T L \mathbf{d}] \quad (5.15)$$

3. Adım: $\Delta \underline{\mathbf{u}}$ 'nun ilk terimi için çözelim.

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}_k &= \mathbf{e}_1^T (H^T H + \lambda I)^{-1} H^T [\underline{\mathbf{r}} - [P, L] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k \\ \mathbf{d} \end{bmatrix}] \\ &= P_r \underline{\mathbf{r}} - \hat{K} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Burada,

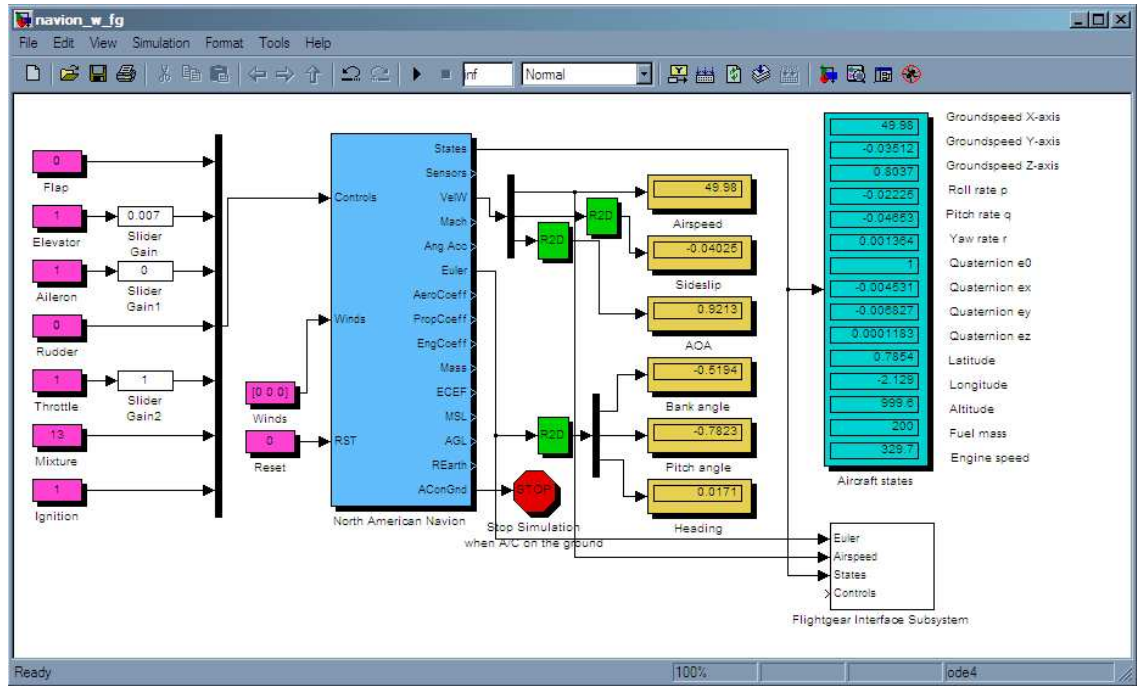
$$\hat{K} = \mathbf{e}_1^T (H^T H + \lambda I)^{-1} H^T [P, L], \quad P_r = \mathbf{e}_1^T (H^T H + \lambda I)^{-1} H^T$$

olarak tanımlıdır.

6. SİMÜLASYON YAPISI

Bu tez kapsamında bir hava aracının MPC kontrol çevrimi kullanan otopilot tarafından kontrolü gerçekleştirilmiştir.

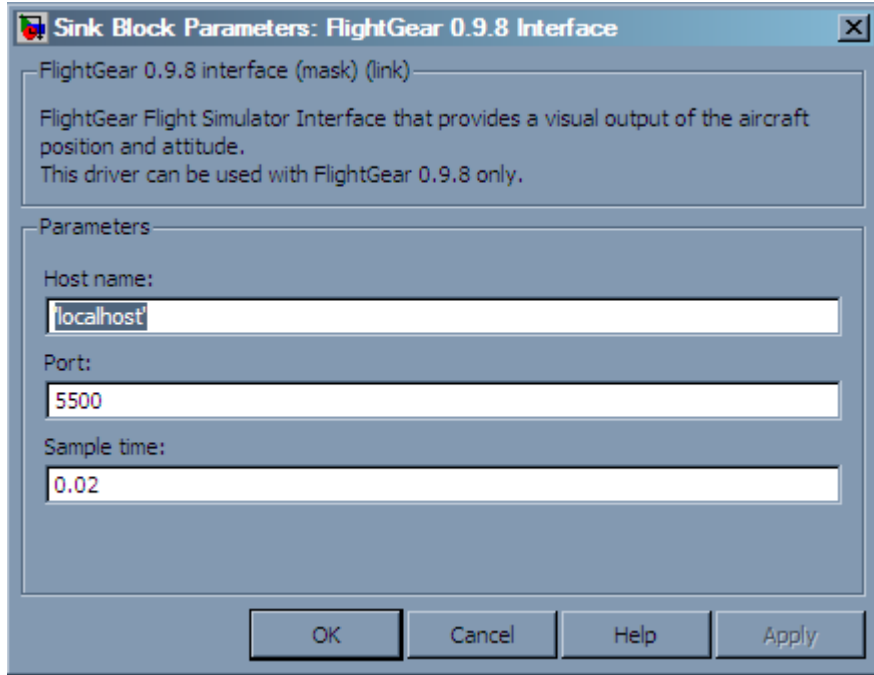
Simülasyon ortamı olarak temelde MATLAB/Simulink programı kullanılmıştır. Uçak modeli olarak Aerosim kütüphanesi tarafından sağlanmış olan Aerosonda insansız hava aracı modeli seçilmiştir. Kontrolör olarak Simulink içerisinde bulunan ‘Model Predictive Control Toolbox’ içerisindeki MPC kontrolör bloğu kullanılmıştır. Uçuşun görselleştirilmesi için açık kaynak kodlu FlightGear yazılımı kullanılmıştır. Aerosim kütüphanesinin Aerosonde insansız hava aracının hiçbir kontrol çevrimi kullanılmadan oluşturulmuş en basit Simulink modeli Şekil 6.1’de gösterilmektedir.



Şekil 6.1: Simülasyonlar İçin Kurulmuş Kontrol Çevrimsiz Simulink Modeli

Bu modelde sol tarafta uçak kontrolleri görülmektedir. Orta kısımdaki blok Aerosim kütüphanesinin Aerosonde insansız hava aracı bloğudur. Bu blok uçağın doğrusal olmayan dinamik denklemlerini içermektedir. Bu bloğun görevi kontrol girişlerine ve çevresel koşullara göre uçağın durumlarını hesaplamaktır. Sağ kısımdaki blokların

tamamı uçağın hareket denklemlerinden çıkan verilerin kullanıcıya gösterilmesi içindir. Sağ altta görülen ‘Flightgear Interface Subsystem’ bloğu ile uçağın konum, yönelme ve hız bilgileri Flightgear arayüzü ile gösterilebilmektedir. Flightgear arayüzü parametre ayar penceresi Şekil 6.2’de gösterilmiştir. MATLAB yazılımı ve Flightgear yazılımı veri iletişimi için tek yönlü UDP paket tabanlı bir iletişim sistemi kullanırlar. UDP iletişim sistemi ağ tabanlı bir iletişim olduğundan Flightgear yazılımının koştugu bilgisayarın simülasyonun yapıldığı bilgisayar olması zorunlu değildir. Bu bilgisayarların aynı ağ üzerinde olmaları yeterlidir. MATLAB yazılımına, Flightgear yazılımının koştugu bilgisayarın adı veya IP adresi, haberleşmenin yapılacağı port numarası ve kullanılan örnekleme zamanı girilmelidir. Bu bilgiler Flightgear arayüzü parametre ayar pemceresinden yapılır. Şekil 6.2’de görülen ayarlar MATLAB ve Flightgear’ın aynı bilgisayar üzerinde koştugu bir durum için yapılmıştır. Flightgear’ın MATLAB’ın gönderdiği bilgileri alıp görselleştirebilmesi için Flightgear yazılımında da bir takım ayarların yapılması gereklidir.



Şekil 6.2 : Flightgear Arayüzü Parametre Ayar Penceresi

Flightgear yazılımı bu ayarların kolay yapılabilmesi için komut satırından parametrelerle çalıştırılabilecek biçimde yazılmıştır. Flightgear’ın Şekil 6.2’deki ayarlara karşılık parametre seti aşağıdaki gibidir.

fgfs.exe --native-fdm=socket,in,30,localhost,5500,udp --fdm=external

Flightgear yazılımı bu parametrelerle çalıştırıldığında uçuş için kendi dinamik denklemlerini kullanmayacağını 5500 numaralı porttan UDP ile görselleştirme için gereken bilgilerin geleceğini anlamaktadır. Komut satırı parametrelerinin nasıl kullanıldığı daha detaylı biçimde FlightGear yardım dosyalarında anlatılmaktadır. FlightGear uçuş simulatörünün örnek ekran görüntüsü Şekil 6.3'te gösterilmiştir.



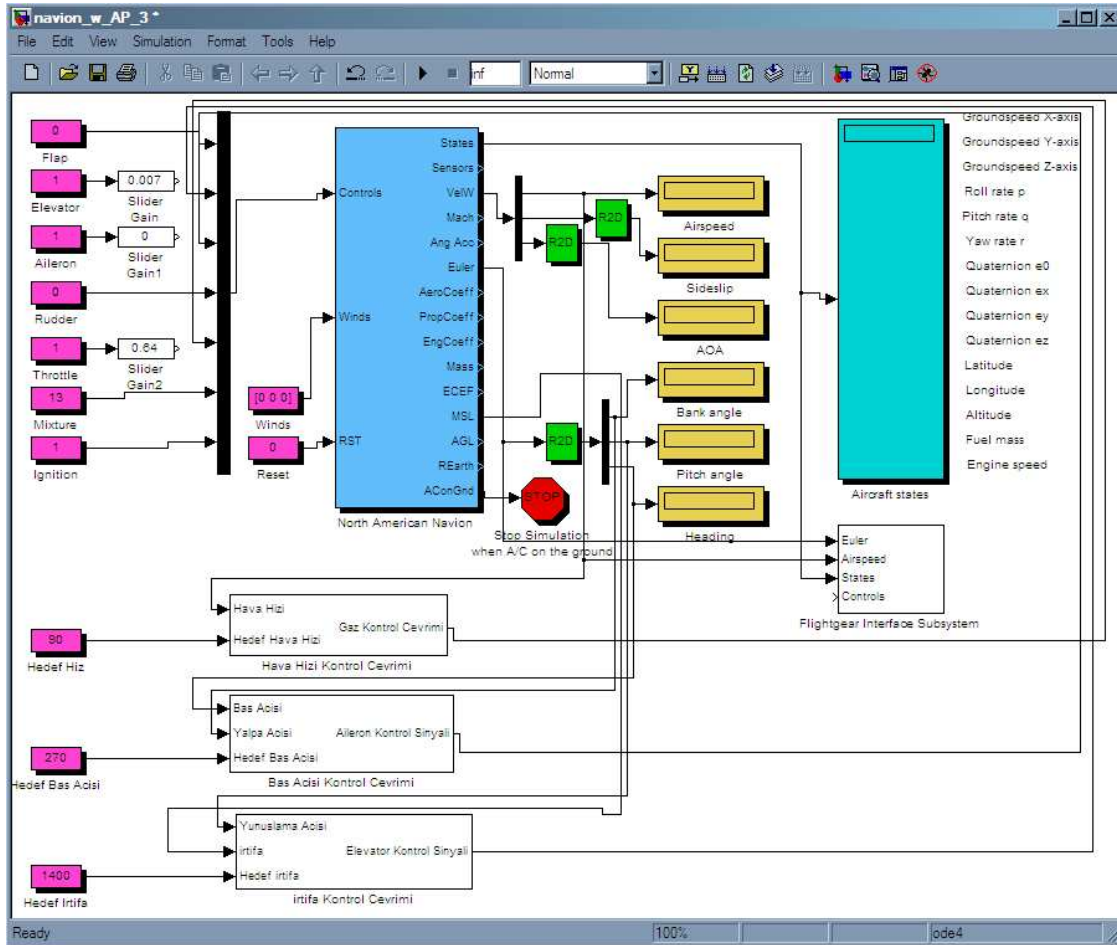
Şekil 6.3 : Flightgear Uçuş Simulatörü Yazılımının Örnek Ekran Görüntüsü

Bu simülasyon ortamı aracılığıyla uçağımızın verilen komutlara tepkileri hem sayısal hem de görsel olarak izlenebilmektedir. Artık uçağın kontrol çevrimleri eklenebilir ve başarımları gözlenebilir durumdadır.

Mevcut otopilot sistemlerinde kontrol edilmek istenen şey olan uçak sisteminin doğasından gelen karmaşık eşlenikliklere karşı kontrolleri bu eşleniklikler yok sayılarak PID kontrolörler ile belli denge noktaları etrafında SISO sistem yaklaşımı kullanılarak yapılmaktadır. Bu yaklaşımdan gelen ihmaller kararlılık kısıtları olarak kullanım senaryolarına yansımaktadır. Uçaklarda özellikle insansız hava araçlarında

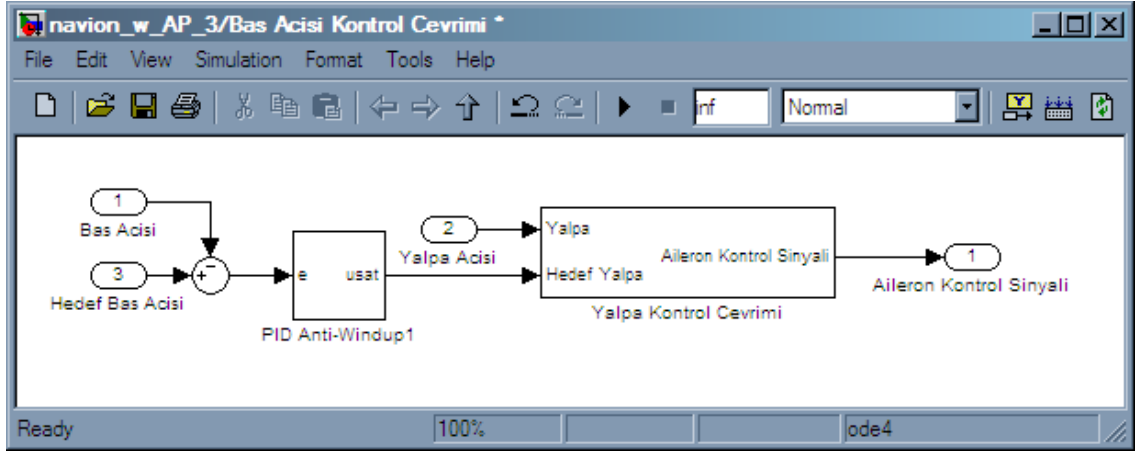
pek çok otopilot, kontrol çevrimlerini yatay hareket ve düşey hareket olarak ikiye ayırarak uçağı kontrol eder. Yatay hareket aleron kumanda yüzeylerinin oynatılması ile düşey hareket ise elevatör kontrol yüzeyinin oynatılmasıyla sağlanır. Bu arada bir kontrol de hava hızını istenen değerde tutmak için kullanılan gaz kontrolüdür. Bu klasik çevrimler kullanılarak kurulmuş Simulink modeli Şekil 5.4’de gösterilmektedir. Yatay ve düşey kontrol çevrimleri iç içe iki çevrimden oluşmaktadır.

Yatay kontrol çevrimi içerde bir yalpa açısı kontrolü dışarda ise bir baş açısı kontrolünden oluşmaktadır. Yatay kontrol çevriminin blok şeması Şekil 6.5’te gösterilmiştir. Yatay kontrol çevrimi hedef değer olarak baş açısını alır. Bu değeri ulaşmak için öncelikle tanımlanan sınırlar dahilinde hedef bir yalpa açısı üretir. Bu hedef yalpa açısı yatay kontrol çevriminin iç çevrimi olan yalpa açısı çevrimi tarafından alınır ve bu yalpa açısına ulaşmak için gereken aleron sinyalini yine tanımlanan sınırlar içerisinde üreterek uçağı verir.



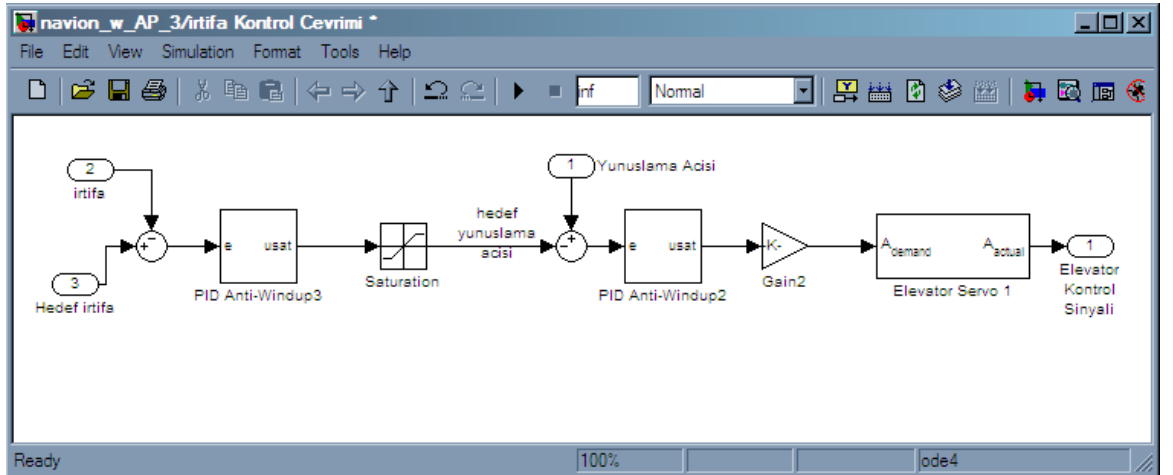
Şekil 6.4 : Klasik PID Kontrol Çevrimleri Kullanılarak Oluşturulmuş Simulink

Modeli



Şekil 6.5 : Klasik Bir Yatay Kontrol Çevrimi

Düşey kontrol çevrimi içeride bir yunuslama açısı kontrol çevrimi dışarıda ise bir irtifa kontrol çevriminden oluşmaktadır. Düşey kontrol çevriminin blok şeması Şekil 6.6’da gösterilmiştir. Düşey kontrol çevrimi hedef değer olarak irtifa değerini alır. Bu değere ulaşmak için öncelikle tanımlanan sınırları dahilinde hedef bir yunuslama açısı üretir. Bu hedef yunuslama açısı düşey kontrol çevriminin iç çevrimi olan yunuslama açısı çevrimi tarafından alınır ve bu yunuslama açısına ulaşmak için gereken elevator kontrol sinyalini yine tanımlanan sınırlar içerisinde üreterek uçağa verir.



Şekil 6.6 : Klasik Bir Düşey Kontrol Çevrimi

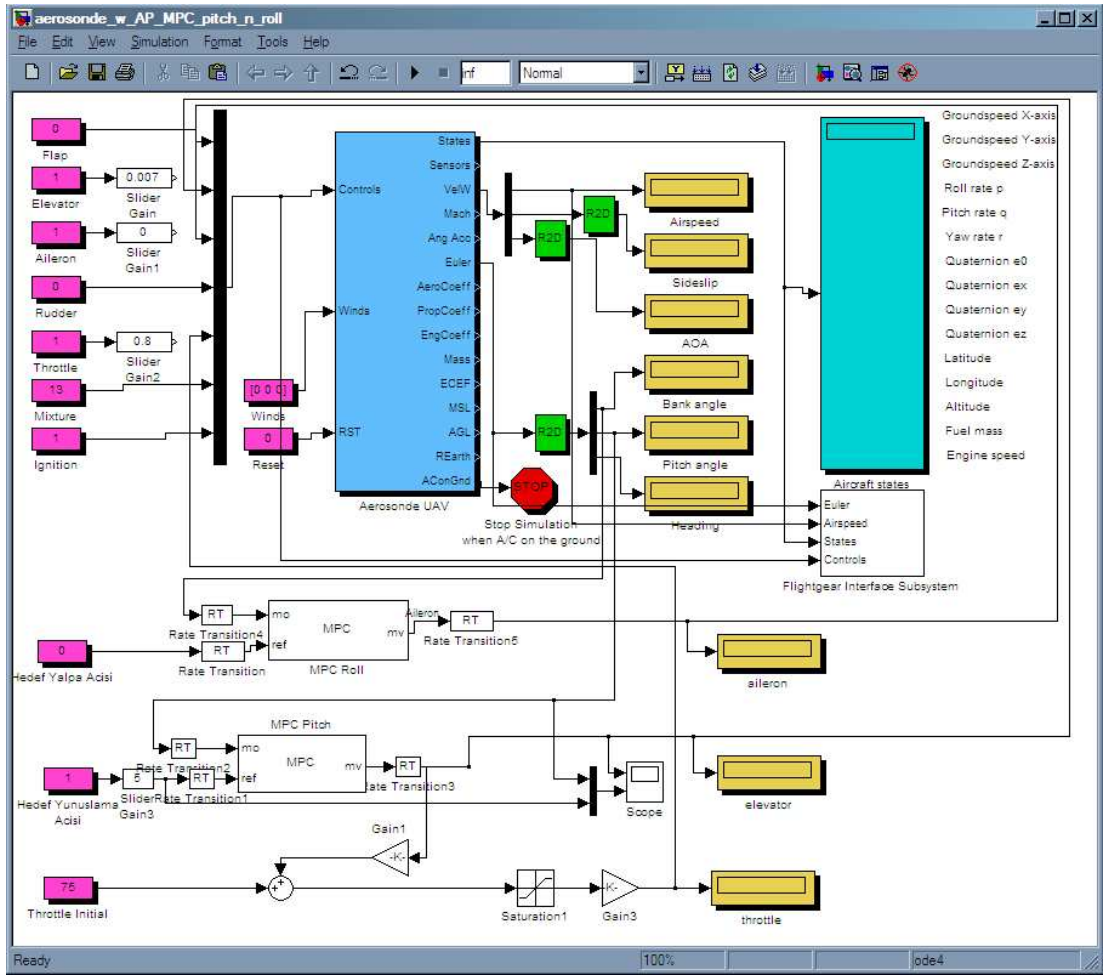
Kullanılan son kontrol çevrimi ise hava hızını tutmakla görevli olan hava hızı kontrol çevrimidir. Bu kontrol çevrimi genellikle irtifa kontrol çevriminde ileri yönlü besleme ile çalışan bir kontrol çevrimidir.

Klasik uçak kontrol çevrimleri en basit halleriyle yukarıda gösterilen biçimdedir. Bu kontrol çevrimlerinde sistemi alt kontrol birimlerine ayırarak aralarındaki tüm ilişkiler yoksayılmaktadır. PID tabanlı otopilotların güncel hallerinde bu yoksaymanın getirdiği olumsuzlukların önüne geçmek için kontrol çevrimleri arası beslemeler kullanılmaktadır.

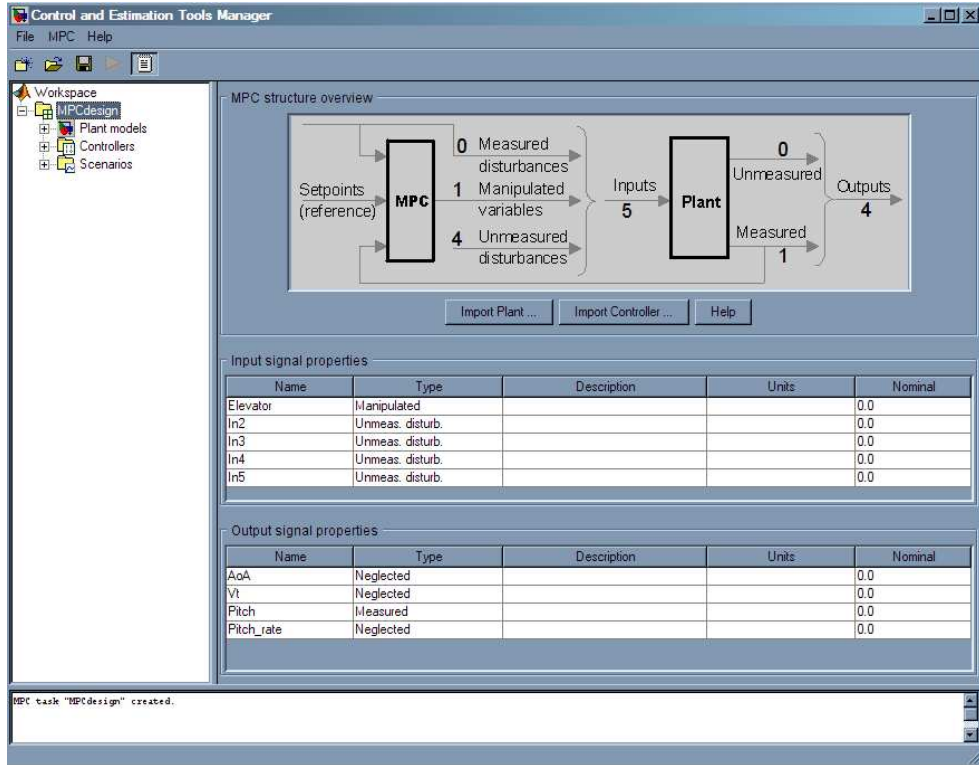
MPC tabanlı kontrolörler MIMO sistemlere uygulanabilirlikleri, kontrol kanunu hesaplanırken girişler, çıkışlar ve durumlar üzerindeki kısıtları da göz önünde bulundurmaları gibi nedenlerle uçak kontrolüne çok daha uygun kontrolörlerdir. İşlemci teknolojilerindeki hızlı gelişmeler artık daha yoğun hesapların daha kısa sürelerde yapılabilmesine olanak sağlamaktadır. Çözümü çok uzun süreler alan karmaşık problemler çok daha kısa sürelerde çözülebilmektedir. Bu sayede MPC algoritmaları da otopilot sistemlerinde bir süredir koşturulabilmektedir. MPC tabanlı otopilotlar üzerine çalışmalar son yıllarda hız kazanmıştır.

Bu çalışma kapsamında bir uçağın yatay ve düşey hareket kontrol çevrimleri MPC tabanlı kontrolörler ile kontrol edilmektedir. Kontrol çevrimi yine iç ve dış çevrim olarak iki katlı bir çevrimdir. Düşey MPC kontrolör hedef yunuslama açısı değerine bakarak sisteme elevatör girişi üretmektedir. Yatay MPC kontrolör hedef yalpa açısına bakarak sisteme aların girişi üretmektedir. Bu sistemin Simulink modeli Şekil 6.8’de verilmiştir.

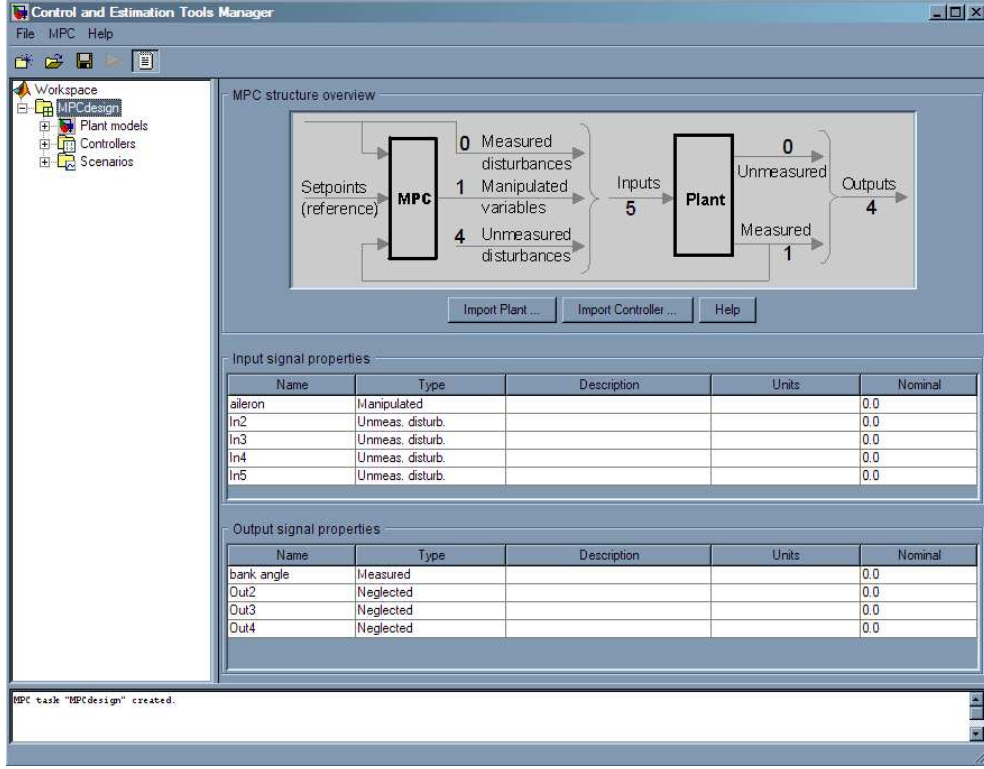
MPC kontrolör için gereken öngörü modeli sistem tanılama yöntemleri ile elde edilmiştir. Öngörü modelinin elde edilmesi ile ilgili ayrıntılı bilgi 4. Bölümde verilmektedir. Öngörü modeli tanılama sonucunda durumlar üzerindeki bozuntuları da modelin içine katan yeni biçimde (innovations form) elde edilmiştir. Buradaki K matrisinin sistemin içerisine katılması kontrolörün sistemin maruz kalacağı gürültü ve bozuntulara karşı daha gürbüz olmasını sağlayacaktır. Bu nedenle K’yı da içeren bir genişletilmiş form da sistemi yeniden yazarak kontrolör içerisinde kullanmak gerekir. Durumlar üzerindeki gürültülerin katsayı matrisi olan K matrisi B matrisine eklenerek gürültüler de sistemin girişi gibi göz önüne alınabilir. Bu biçimde oluşturulmuş düşey modelin MPC arayüzü görüntüsü Şekil 6.9’da, yatay modelin MPC arayüzü Şekil 6.10’da verilmiştir.



Şekil 6.8 : MPC Kontrolörlü Simulink Modeli



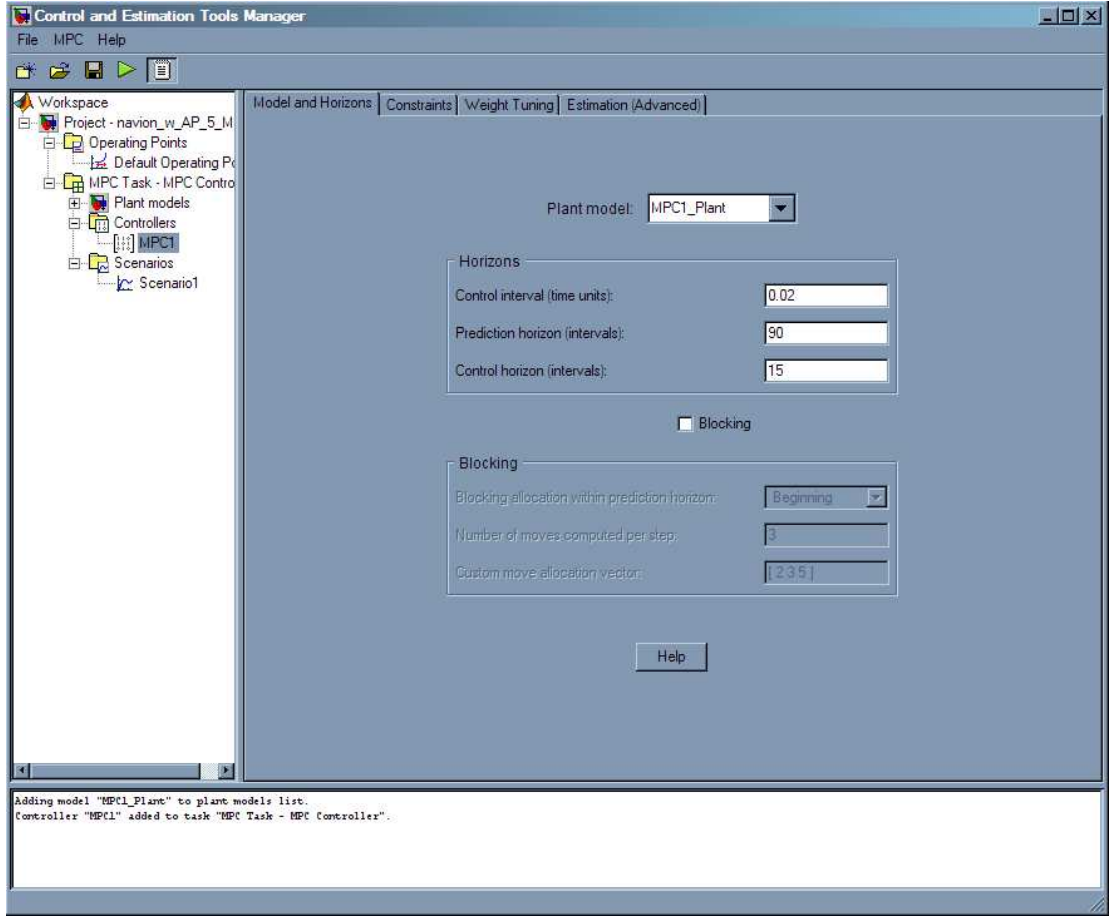
Şekil 6.9 : MPC Ayar Arayüzü Düşey Model



Şekil 6.10 : MPC Ayar Arayüzü Yatay Model

Kontrolör ayarları ekranı görüntüsü Şekil 6.11’de gösterilmiştir. Bu ekranda öngörü modeli olarak kullanılmak istenen model seçilir. ‘Control interval’ değeri iç modelin değeri olarak gelir. ‘Prediction horizon’ değeri öntanımlı olarak 10, ‘Control horizon’ değeri ise 5 ile başlamakta. İleriki bölümlerde anlatılacak olan senaryolar ile sistem üzerinde yapılan simülasyonlarda sistemin ‘Prediction horizon’ ve ‘Control horizon’ parametreleri için en uygun değerler belirlenecektir.

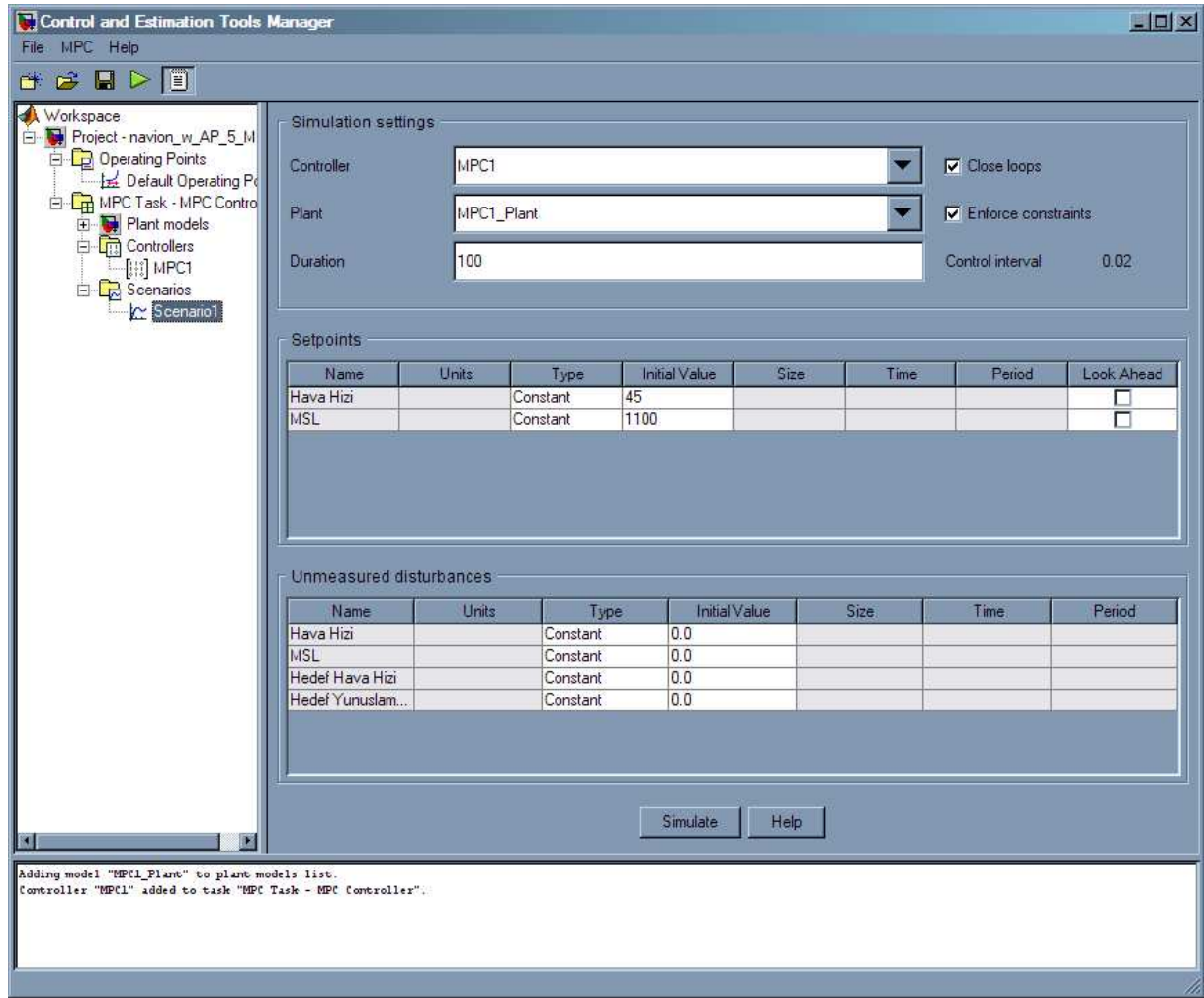
Kontrolörün kontrol aralığı ve ufuk ayarları tanımlandıktan sonra amaç fonksiyoneline kullanılacak ağırlıkların tanımlanması gereklidir. Tanımlanan ağırlıkların oranlarına göre kontrolör optimal kontrol kanununu üretecektir. Çıkışlardaki hatanın ağırlıkları, girişlerdeki sinyal büyüklüklerinin ağırlıkları ve giriş sinyallerindeki değişimlerin ağırlıkları tanımlanacaktır. Optimum tanımı bir amaç fonksiyoneline göre optimumu ifade eder. Bu kapsamda yanlış tanımlanmış bir bedel fonksiyonu ile çalışan MPC’nin hedeflenen optimum kontrol kanunu bulamaması yüksek bir olasılıktır. Düşey sistemde giriş değişiminin ağırlığı 0.1, çıkış hatasının ağırlığı ise 10 olarak alınmıştır. Yatay sistemde ise giriş değişiminin ağırlığı 90, çıkış hatasının ağırlığı 1 olarak alınmıştır.



Şekil 6.11 : MPC Kontrolör Ayarları Penceresi

Kontrolörün model, öngörü ufukları ve ağırlık ayarları yapıldıktan sonra kontrolör başarımının test edilmesi mümkündür. Bunun için Şekil 6.1’te görülen senaryolar kullanılır. Senaryolar arayüzünde kontrolöre hedef değerler tanımlanarak bu değerlere oturma performansını gözlemlemek mümkündür. Bu sayede de kontrolör parametreleri olan ‘prediction horizon’, ‘control horizon’ ve giriş-çıkışlar üzerindeki ağırlıkları doğru biçimde seçmek mümkün olmaktadır. Gözden kaçmaması gereken konu bu arayüzde senaryolar kısmında yapılan simülasyonlar doğrusallaştırarak kontrolörün içine öngörü modeli olarak koyduğumuz modelden gelmektedir. Yani burada göreceğimiz başarımlar doğrusal olmayan asıl sistemdeki başarımdan çok farklı olabilir.

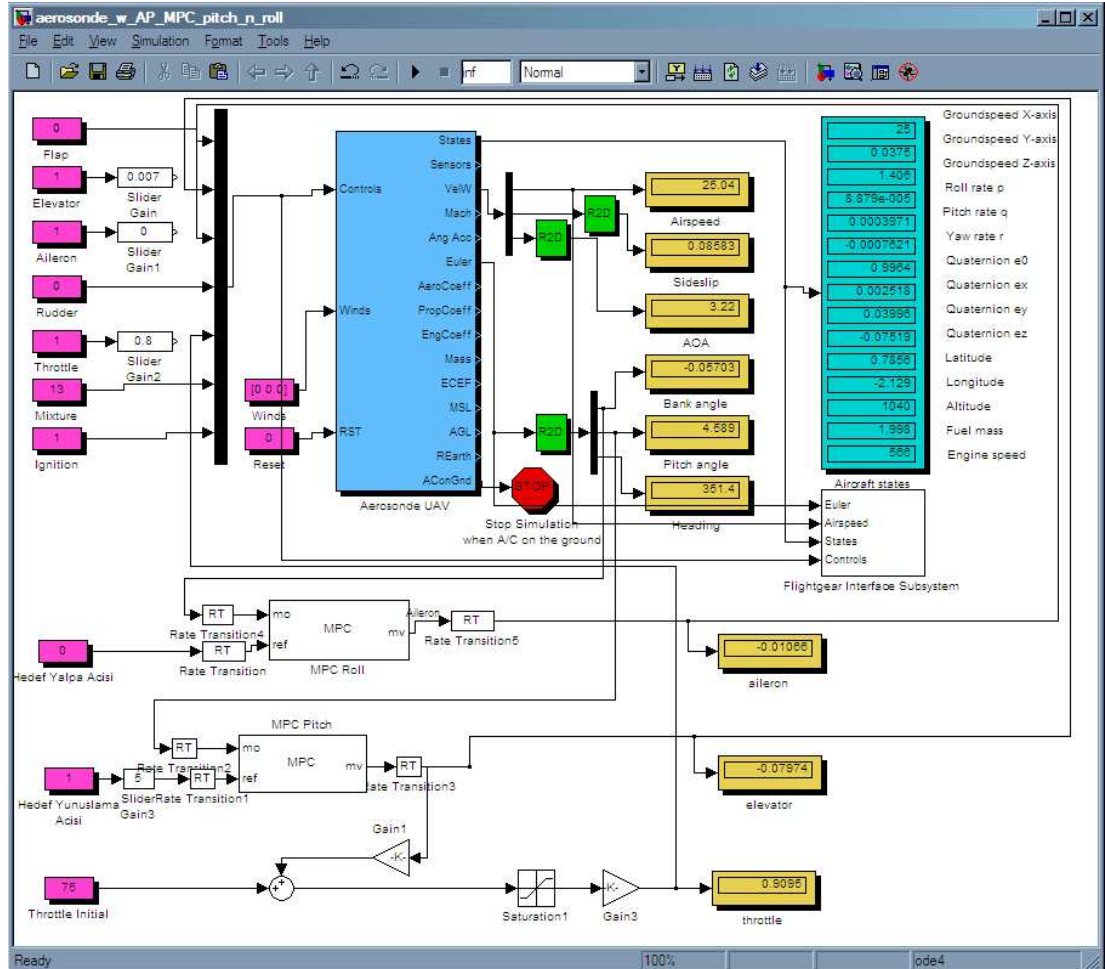
Böylece kontrolörlerin tüm parametre ayarlarını yapmış olduk. Artık bu kontrolörleri simülink’te oluşturduğumuz doğrusal olmayan modellerle çalışan simülasyonlarda test edebiliriz.



Şekil 6.12 : MPC Ayar Arayüzü Senaryolar Penceresi

7. SONUÇ

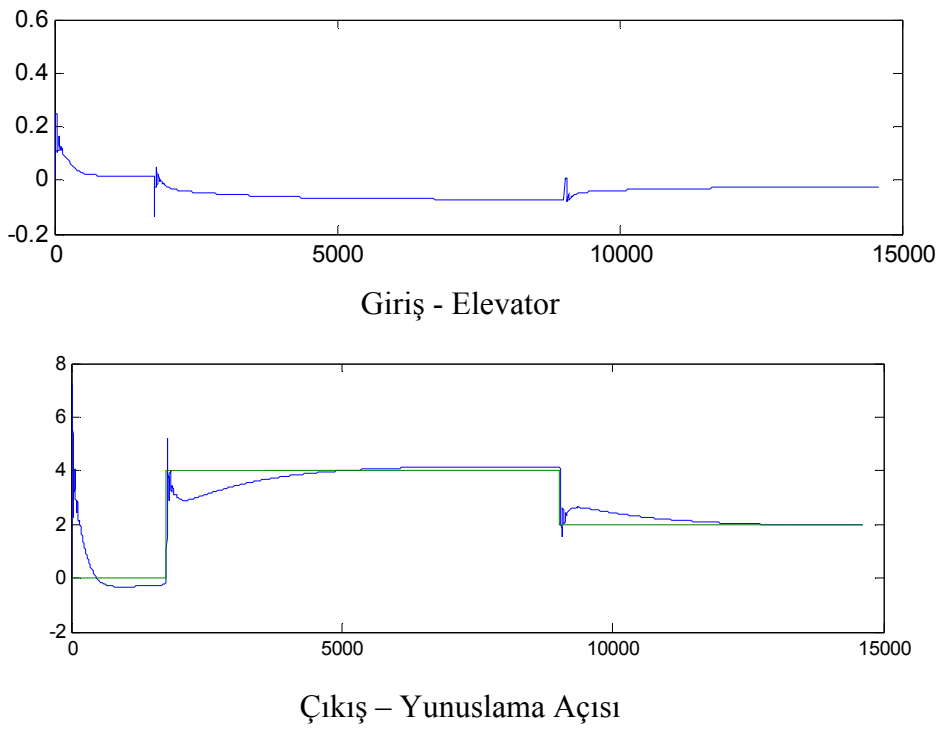
Önceki bölümlerde yatay ve düşey kontroller oluşturuldu. Oluşturulan yatay ve düşey kontrolörlerin başarımlarını deneyebilmek için değişik senaryolarda denemek gereklidir. Temel senaryolar olan yalpa açısı ve yunuslama açısı tutma senaryolarının yanı sıra hava araçlarının karşılaştığı bozuculardan biri olan rüzgar koşulları ve algılayıcı gürültüleri içeren temel senaryolar da kontrolör başarımını denemek için kullanılmalıdır. Oluşturduğumuz kontrolörleri denemek için simülink'te oluşturulan model Şekil 7.1'de gösterilmektedir.



Şekil 7.1: MPC kontrolörleri denemeleri için kurulan simülink modeli

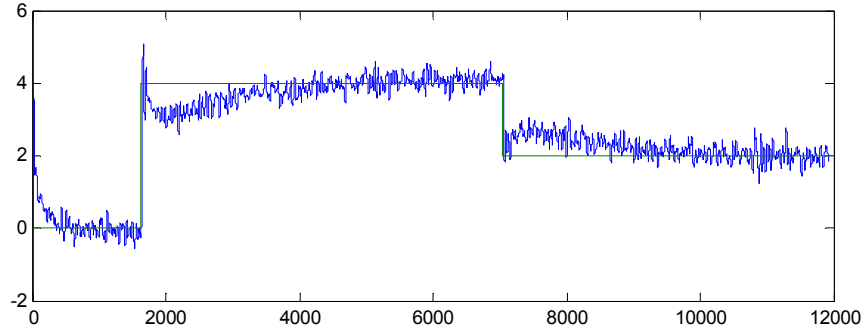
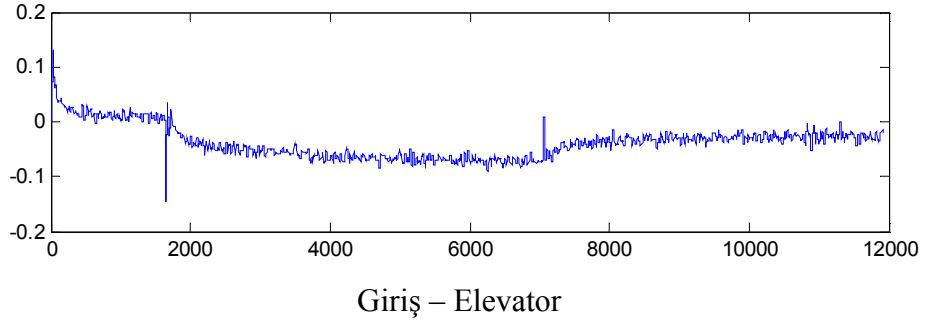
Düşey modelin bozuntusuz ve gürültüsüz durumda referans değeri takip etme grafikleri aşağıda Şekil 7.2'de verilmiştir.

Elde edilen sonuçlar bu çalışma kapsamında oluşturulan MPC kontrolörlerin yatay ve düşey kontrol çevrimlerinde başarılı sonuçlar verdiğini göstermektedir. Her ne kadar özellikle düşey kontrolde sistemin oturması biraz zaman alıyor olsa da buradaki problem sistemin doğrulaştırılması sırasında oluşan modelleme hatalarının yanı sıra aslında çok karmaşık ve durumları arasında ilişkiler olan uçak sisteminin tek giriş tek çıkış ve kısıtsız bir sistem olarak göz önüne alınarak kontrol edilmeye çalışılıyor olması olarak özetlenebilir. Durumlar ve girişler üzerinde kısıtları olan MIMO sistemlerin kontrolü aslında MPC yaklaşımının güçlü yanlarından biri olduğundan bu sorun ileriki çalışmalarda ortadan kaldırılacaktır.



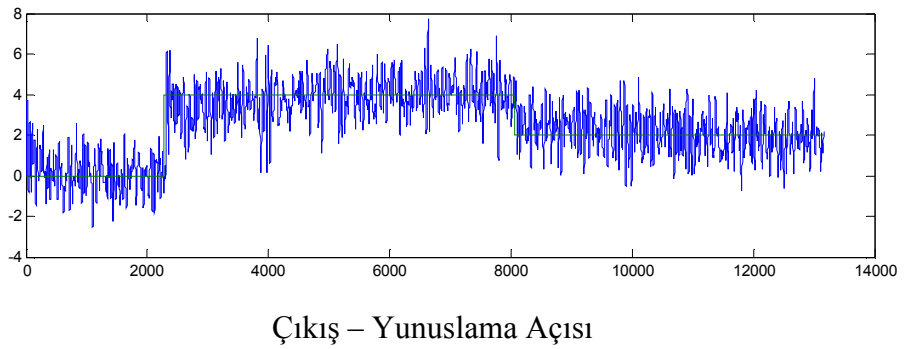
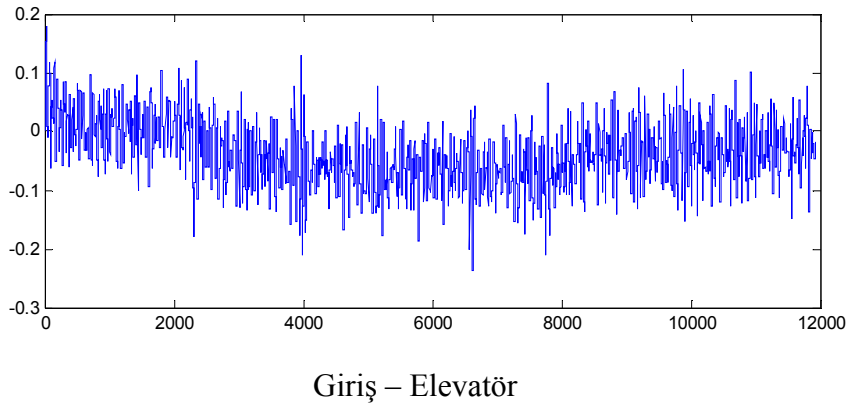
Şekil 7.2: Düşey modelin bozuntusuz gürültüsüz durumda referans değer takip etme grafikleri

Düşey modelin karşıdan ve yandan 10'ar m/s hızında rüzgar bozuntusu durumunda referans değeri takip etme grafikleri aşağıda Şekil 7.3'de verilmiştir.



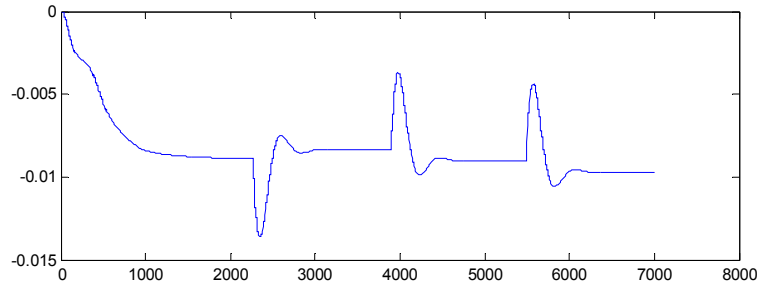
Şekil 7.3: Düşey modelin rüzgar bozuntusu altında referans değer takip etme grafikleri

Düşey modelin rüzgar bozuntusuna ek olarak 0.1 derece genlikli algılayıcı gürültüsü altında referans değeri takip etme grafikleri aşağıda Şekil 7.4’de verilmiştir.

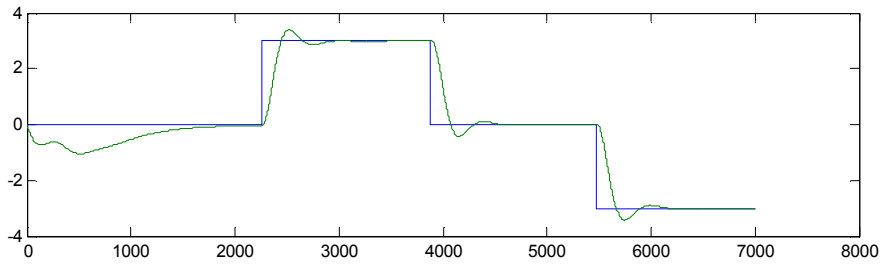


Şekil 7.4: Düşey modelin rüzgar bozuntusuna ek olarak algılayıcı gürültüsü altında referans değer takip etme grafikleri

Aynı senaryolar altında yatay sistemin cevapları sırasıyla Şekil 7.5, Şekil 7.6 ve Şekil 7.7’de verilmiştir.

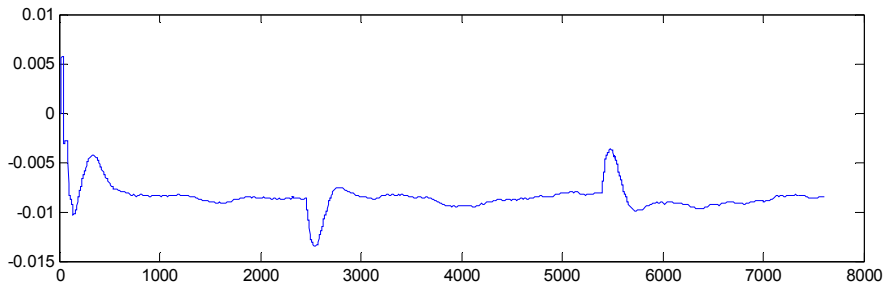


Giriş - Aleron

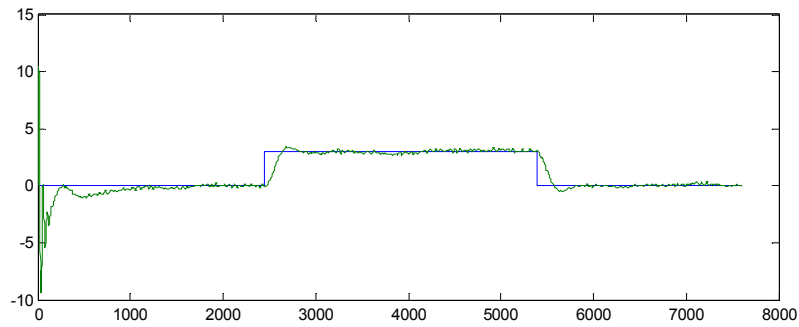


Çıkış – Yalpa Açısı

Şekil 7.5: Yatay modelin bozuntusuz gürültüsüz durumda referans değer takip etme grafikleri

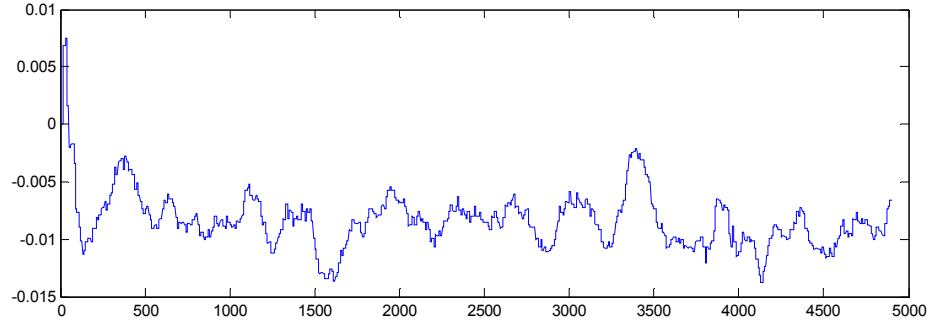


Giriş - Aleron

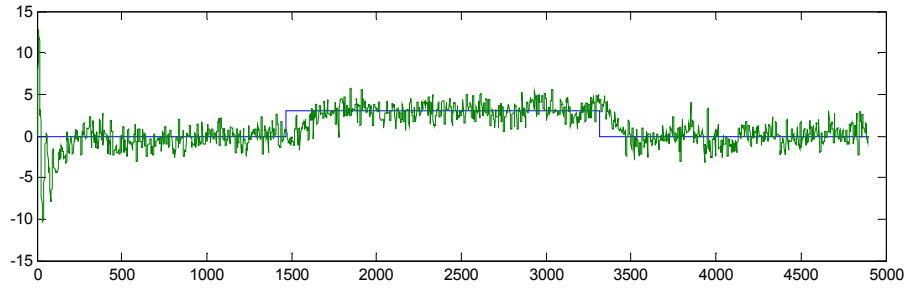


Çıkış – Yalpa Açısı

Şekil 7.6: Yatay modelin rüzgar bozuntusu altında referans değer takip etme grafikleri



Giriş - Aleron



Çıkış - Yalpa Açısı

Şekil 7.7: Yatay modelin rüzgar bozuntusuna ek algılayıcı gürültüsü altında referans değer takip etme grafikleri

KAYNAKLAR

- [1] **Chao, H., Cao, Y. Chen, Y.**, 2007: Autopilots for Small Fixed-Wing Unmanned Air Vehicles: A Survey. Proceedings of the 2007 IEEE.
- [2] **Cheng, Z., Neculescu, D., Kim, B.**, 2004: Model Predictive Control and Dynamic Inversion for Unmanned Aerial Vehicle. 5th Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles.
- [3] **FlightGear Help**
- [4] **Goldstein, H.**, 1959: Classical Mechanics, Addison-Wesley.
- [5] **Kang, Y., Hedrick, J.K.**, 2009: Linear Tracking for a Fixed Wing UAV Using Nonlinear Model Predictive Control, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **17**(5)
- [6] **Landau, L.D. and Lifshitz, E.M.**, 1960: Mechanics, Pergamon Press.
- [7] **Lee, D.J., Min, B., Tahk, M., Bang, H., Shim, D.H.**, 2008: Autonomous Flight Control System Design for a Blended Wing Body, International Conference of Control, Automation and Systems 2008, Seoul, Korea
- [8] **MATLAB Help**
- [9] **Roskam, J.**, 2001: Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls. DARCorporation, Kansas, ABD.
- [10] **Rossiter, J.A.**, 2005: Model Based Predictive Control: A Practical Approach, CRC Press, New York, ABD
- [11] **Stevens, B.L. and Lewis, F.L.**, 1992: Aircraft Control and Simulation, Wiley-Interscience Publication, New York, ABD
- [12] **Unmanned Dynamics, AeroSim Blockset Version 1.2 User's Guide.**
- [13] **History of Unmanned Aerial Vehicles.** < http://en.wikipedia.org/wiki/History_of_unmanned_aerial_vehicles>, alındığı tarih 21.12.2009
- [14] **Yang, Z., Qi, X. And Shan, G.**, 2009: Simulation of Flight Control Laws Design Using Model Predictive Controllers. Proceedings of the 2009 IEEE.

- [15] **Huang, B.**, 2008: Open-loop Subspace Identification. Dyn. Model. Predict. Ctrl. & Perform. Monitor.
- [16] **Overschee, V. P., Moor, B.D.**, 1994: N4SID: Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic-Stochastic Systems. *Automatica* **30**(1), Pergamon Press Ltd.
- [17] **Vidyasagar, M.**, 1978: Nonlinear Systems Analysis, Prentice-Hall
- [18] **Larimore, W. E.**, 1983: System identification, reduced-order filtering and modeling via canonical variate analysis. Proceedings of 1983 American Control Conference

EKLER

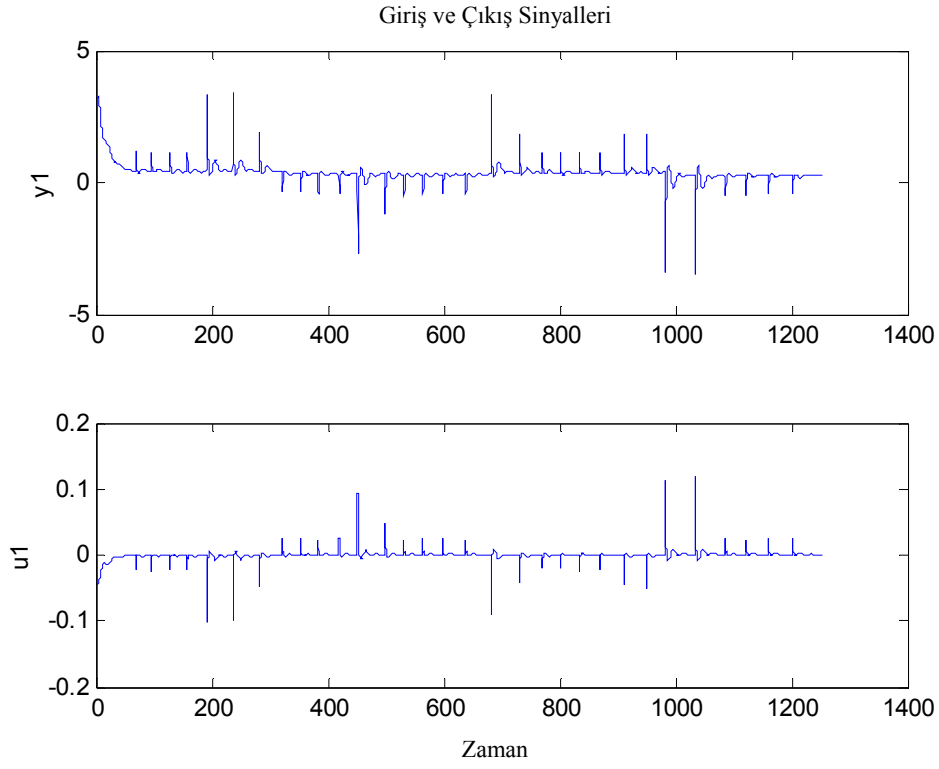
EK A.1: Düşey sistemin tanılmasında kullanılan giriş çıkış veri setleri

EK A.2 : Yatay sistemin tanılmasında kullanılan giriş çıkış veri setleri

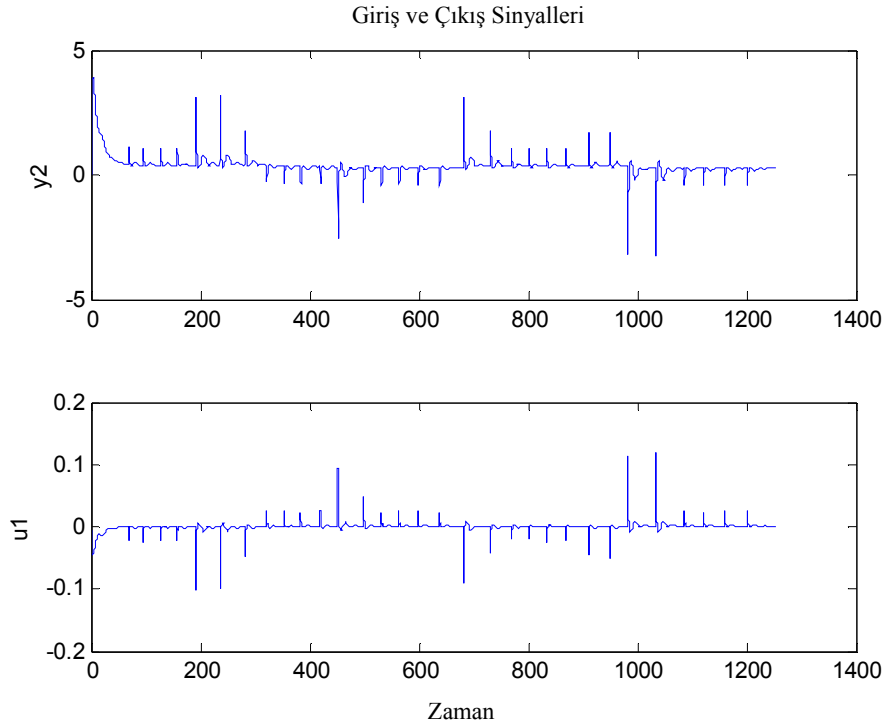
EK B.1 : Tanılama sonucu elde edilen düşey sistem ile gerçek sistemin karşılaştırılması.

EK B.2 : Tanılama sonucu elde edilen yatay sistem ile gerçek sistemin karşılaştırılması.

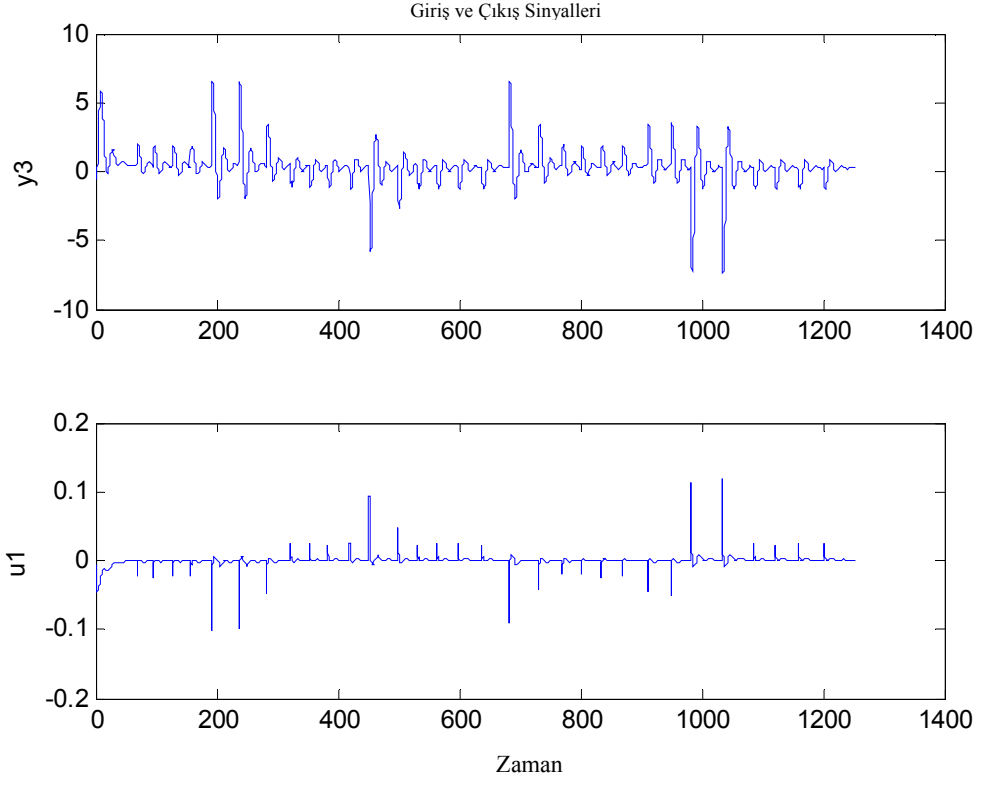
EK A.1: Düşey sistemin tanılmasında kullanılan giriş çıkış veri setleri



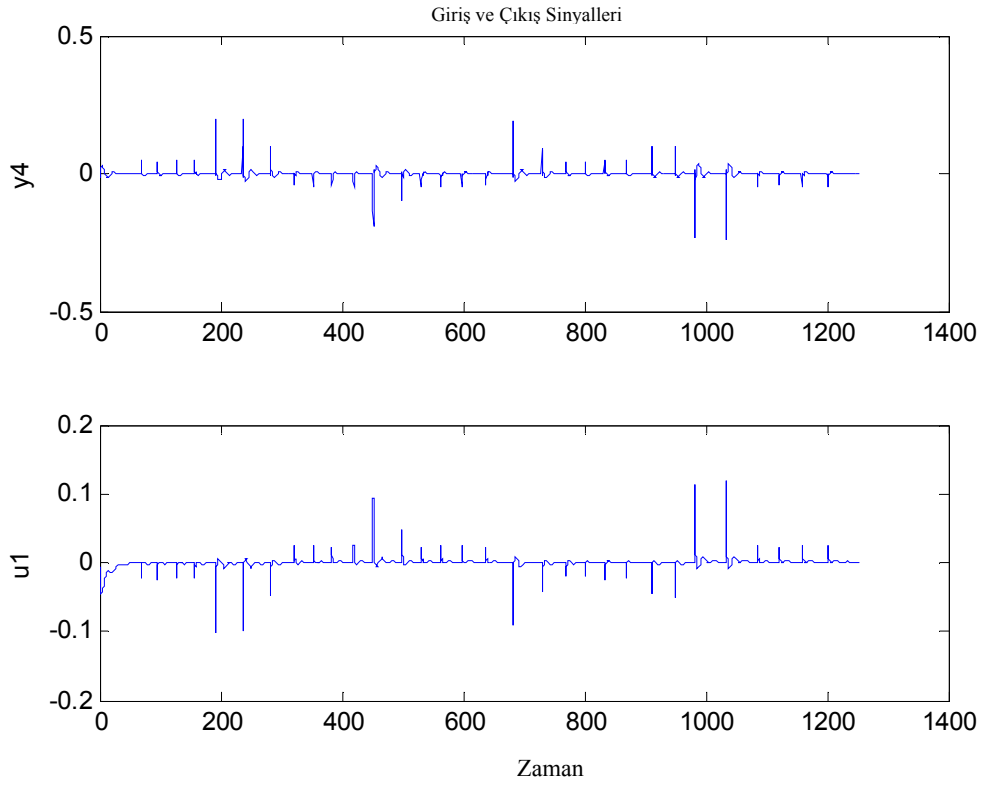
Şekil A.1a : Elevatör ile düşey hız değişimi



Şekil A.1b: Elevatör ile hücum açısı değişimi

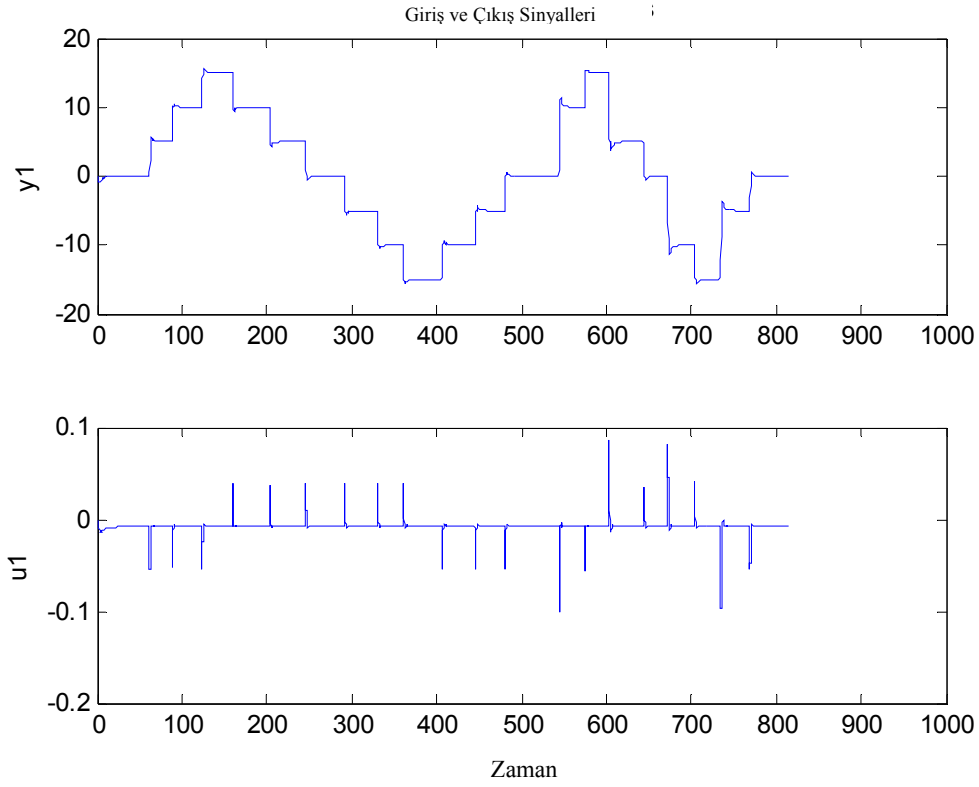


Şekil A.1c: Elevatör ile yunuslama açısı değişimi

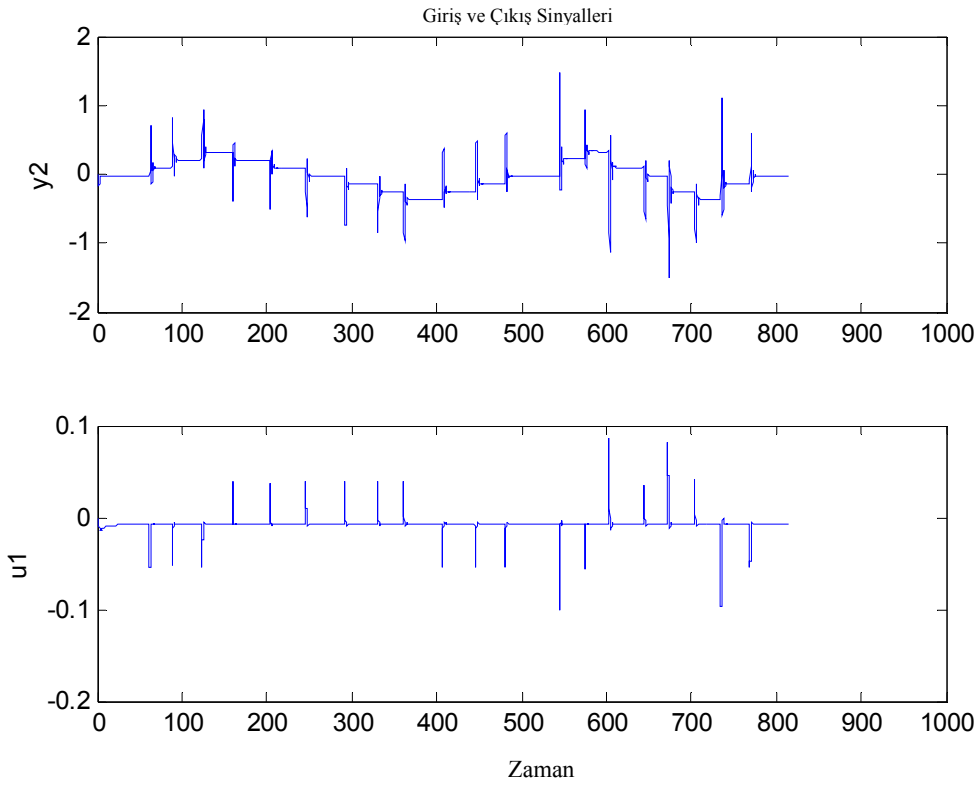


Şekil A.1d: Elevatör ile yunuslama açısı değişiminin değişimi

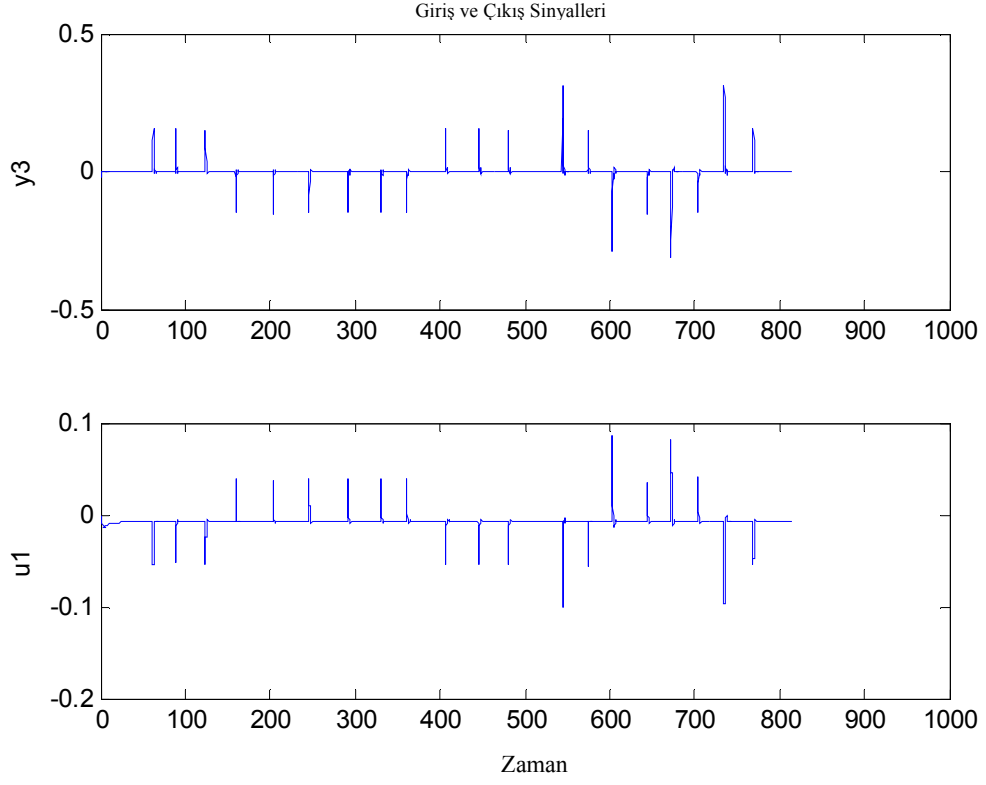
EK A.2 : Yatay sistemin tanılmasında kullanılan giriş çıkış veri setleri



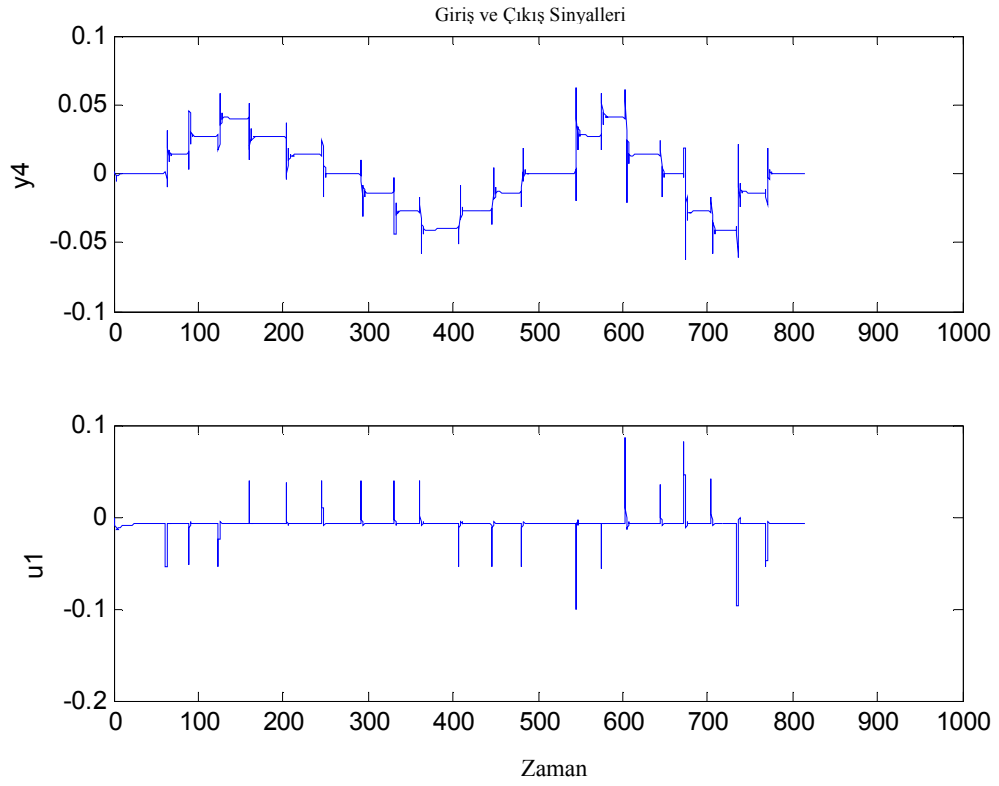
Şekil A.2a: Aleron ile yalpa açısı değişimi



Şekil A.2b: Aleron ile yalpa açısı değişiminin değişimi

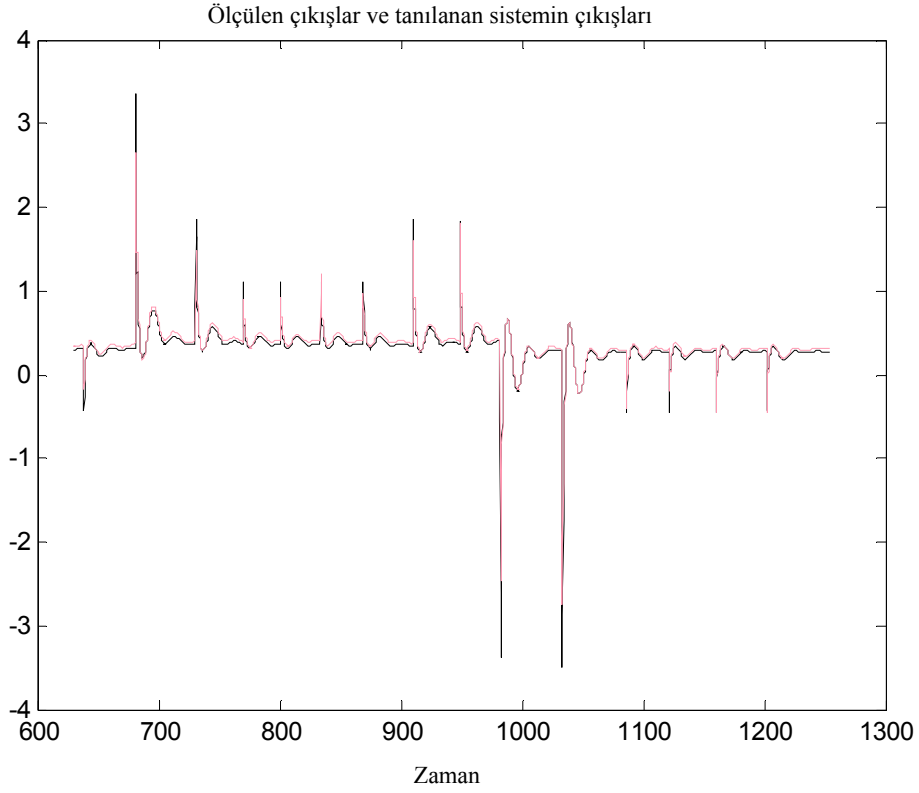


Şekil A.2c: Aleron ile yana kayma açısının değişimi

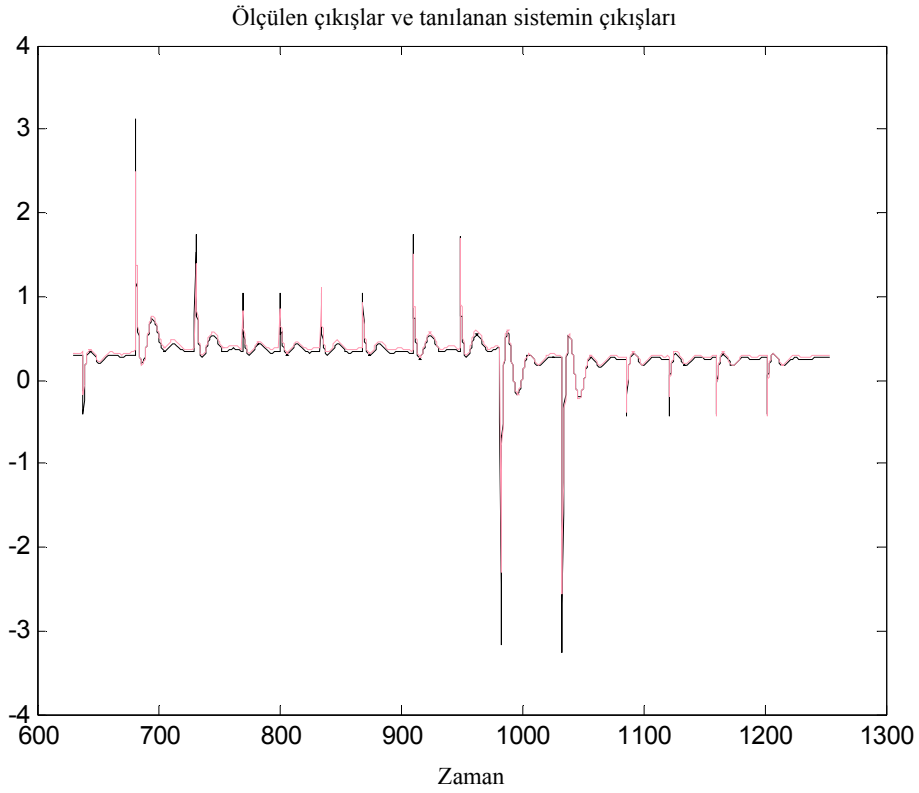


Şekil A.2d: Aleron ile sapma açısının değişiminin değişimi

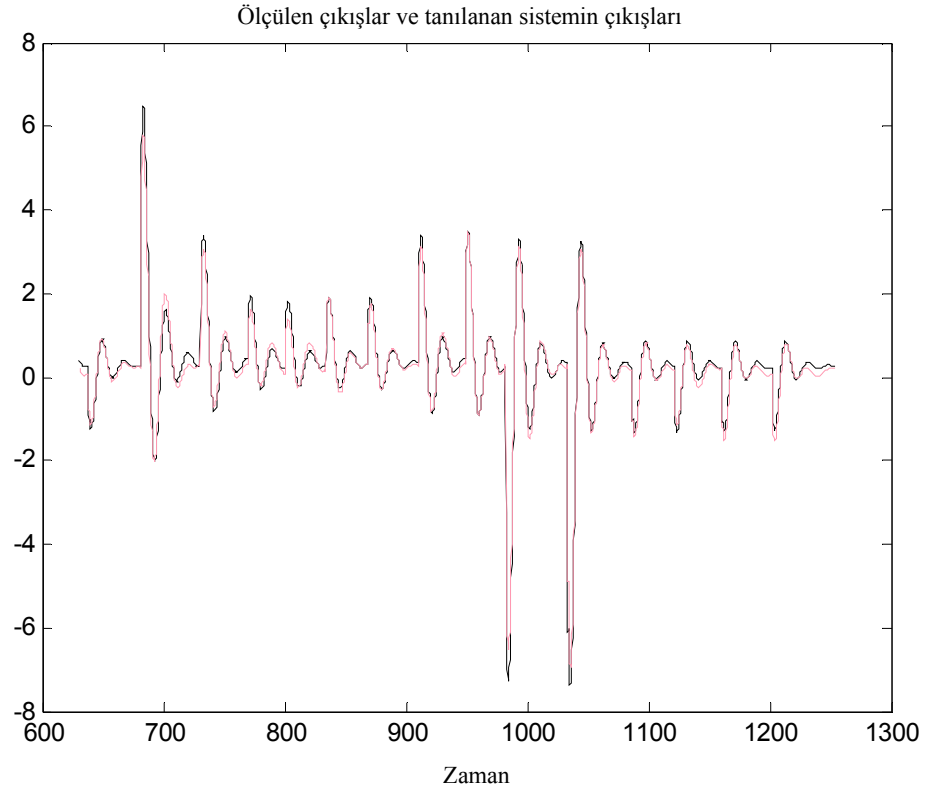
EK B.1 : Tanılama sonucu elde edilen düşey sistem ile gerçek sistemin karşılaştırılması.



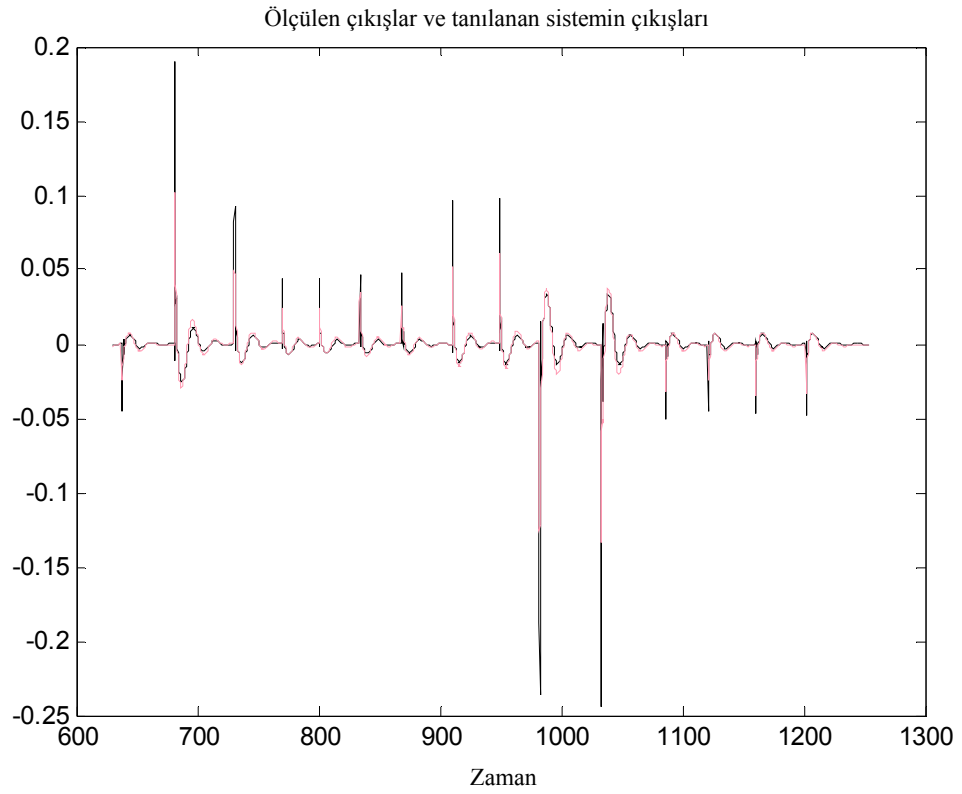
Şekil B.1a: Düşey sistem düşey hız değişkeni



Şekil B.1b: Düşey sistem gücüm açısı değişkeni

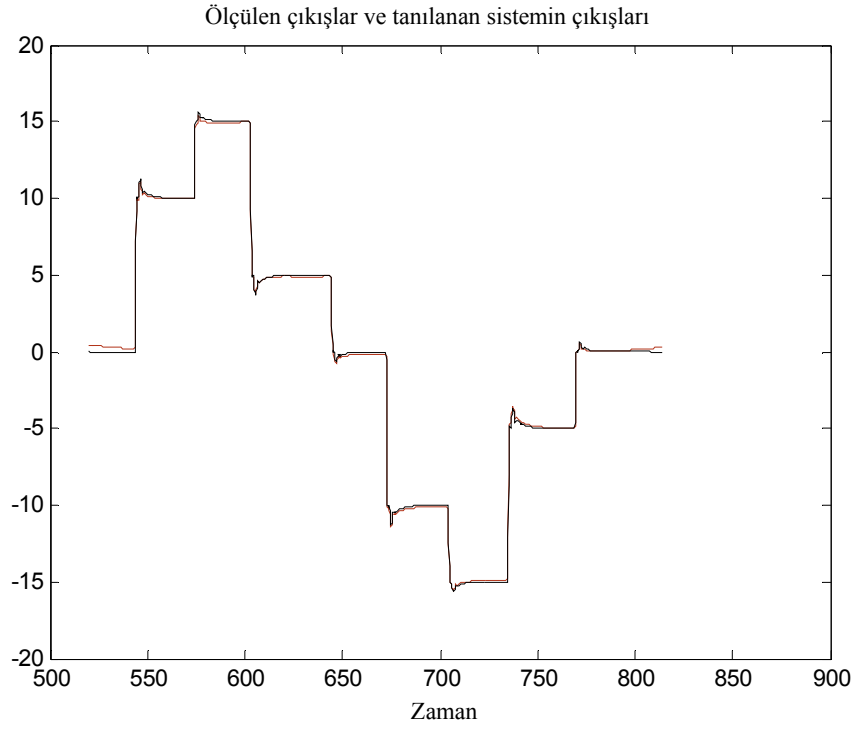


Şekil B.1c: Düşey sistem yunuslama açısı değişkeni

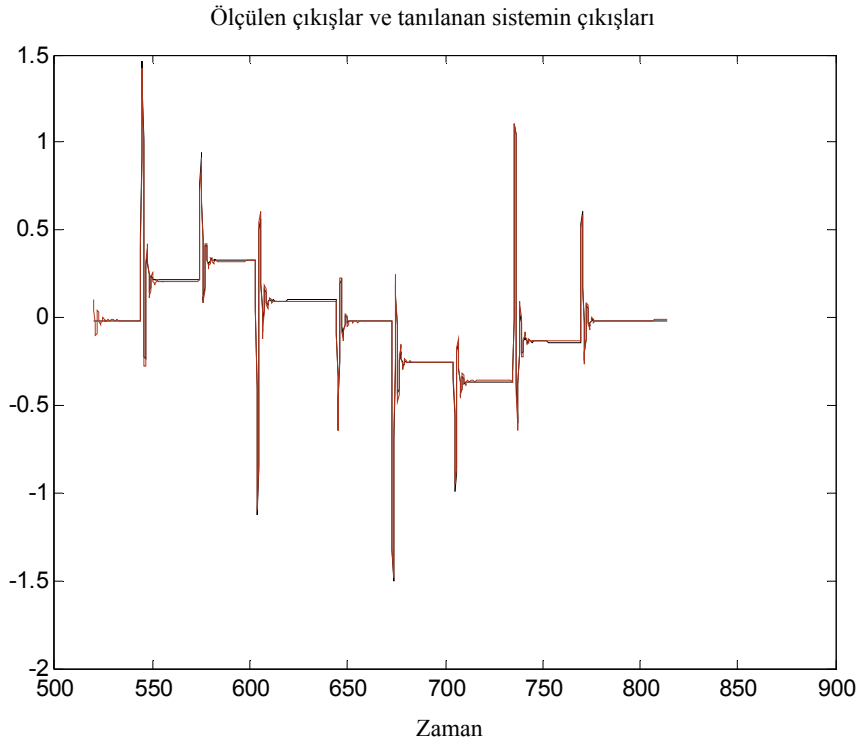


Şekil B.1d: Düşey sistem yunuslama açısı değişimi değişkeni

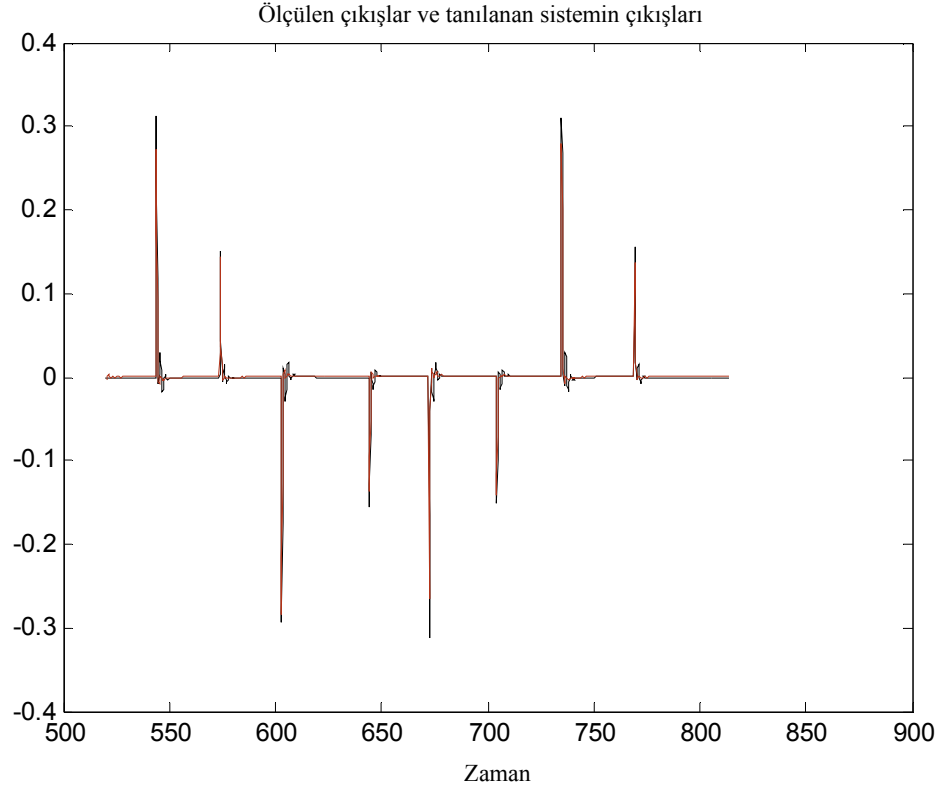
EK B.2 : Tanılama sonucu elde edilen yatay sistem ile gerçek sistemin karşılaştırılması.



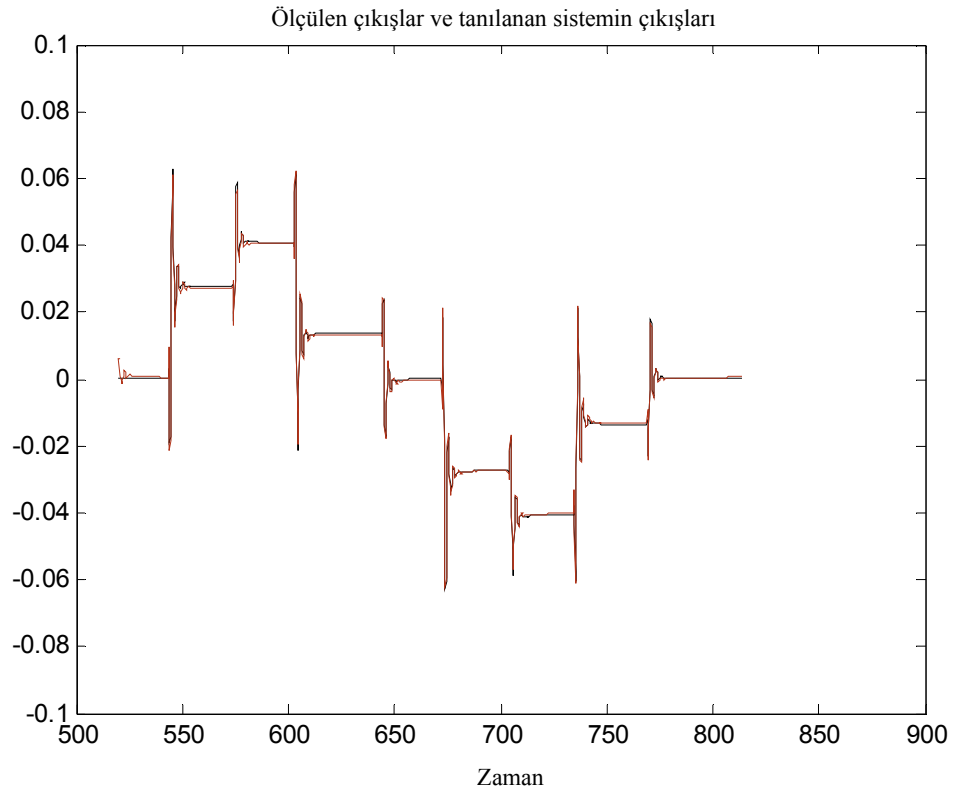
Şekil B.2a: Yatay sistem yalpa açısı değişkeni



Şekil B.2b: Yatay sistem yalpa açısı değişimi değişkeni



Şekil B.2c: Yatay sistem yana kayma açısı değişkeni



Şekil B.2d: Yatay sistem sapma açısı değişimi değişkeni

ÖZGEÇMİŞ

Ozan Mahir ALPAGUT, 25 Kasım 1979'da Çanakkale'de doğdu. İlkokulu İsmail Hakkı Uludağ İlkokulu, Ortaokulu Bakırköy Ortaokulu'nda tamamladıktan sonra, Şişli Yunus Emre Lisesi'ne devam etti. 1997 yılında bu okuldan mezun olup, İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi Uzay Mühendisliği Bölümü'nde lisans eğitimine başladı. 2005 yılında bölümden mezun olarak Uzay Mühendisi unvanını alan Ozan Mahir ALPAGUT, halen İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'ne bağlı Makine Mühendisliği Programında Sistem Dinamiği ve Kontrol Mühendisliği yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.