

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

7000 DWT' LUK BİR PETROL TANKERİ İÇİN ISIL GERİLME ANALİZİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Serdal ÖZÇELİK**

**Anabilim Dalı : Gemi İnşaatı ve Gemi Makinaları
Mühendisliği**

Programı : Gemi İnşaatı Mühendisliği

ŞUBAT 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

7000 DWT' LUK BİR PETROL TANKERİ İÇİN ISIL GERİLME ANALİZİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Serdal ÖZÇELİK
(508051013)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 26 Aralık 2008

Tezin Savunulduğu Tarih : 21 Ocak 2008

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Selma ERGİN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Ömer BELİK (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Ertekin
BAYRAKTARKATAL (İTÜ)**

ŞUBAT 2009

ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimim boyunca, engin bilgi ve deneyimleri ile bana yol gösteren değerli danışman hocam Sayın Prof. Dr. Selma ERGİN' e ve tez çalışmam esnasında karşılaştığım güçlüklerde kıymetli zamanını benimle paylaşan değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet ERGİN' e teşekkürü bir borç bilir, saygılarımı sunarım.

Ayrıca yaptığım tüm çalışmalar boyunca yanımda yer alan, bu tezin hazırlanmasında büyük emeği olan ve bana her zaman destek ve moral veren Beril KAYA' ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, bu günlere ulaşmamı sağlayan, benden desteklerini hiç esirgemeyen sevgili aileme sonsuz teşekkür ve minnettarlığımı sunarım.

Şubat 2008

Serdal ÖZÇELİK

Gemi İnşaatı ve Gemi Makinaları Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMALAR	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	xi
SEMBOL LİSTESİ	xiii
ÖZET	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1 Levhalar	2
1.1.1 Rijit levhalar	2
1.1.2 Membranlar	2
1.1.3 Orta kalınlıkta levhalar	3
1.1.4 Kalın levhalar	3
1.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi	4
1.3 Sıcaklığın Malzeme Sabitlerine Olan Etkisi	5
2. MATEMATİK MODEL	7
2.1 Klasik Küçük Sehimli İnce Levha	7
2.1.1 Kabuller	7
2.1.2 Denge denklemleri	8
2.1.3 Gerilme, şekil ve yer değiştirme arasındaki bağıntılar	11
2.1.4 Yerel yükler ile birlikte orta düzleme etki eden kuvvetlere maruz levhalarda elastik yüzeyin diferansiyel denklemi	15
2.2 Isıl Gerilme	18
2.2.1 Levhalardaki ısı gerilme	21
2.2.1.1 Isıl sehim	22
2.2.1.2 Orta düzlemin ısı uzama veya kısalması	23
2.3 İnce Levhalar için Sonlu Elemanlar Yöntemi	25
2.3.1 Levha eğilmesi	27
2.3.2 Düzlem gerilme durumu	34
2.3.3 Üç boyutlu yapıların levha elemanlar kullanılarak analizi	38
2.4 Analitik Çözüm ile Sonlu Elemanlar Yönteminin Karşılaştırılması	43
3. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ	55
3.1 Sonlu Elemanlar Modeli	55
3.1.1 Geometrik model	55
3.1.2 Isıl analizde kullanılan eleman	57
3.1.3 Gerilme analizlerinde kullanılan eleman	58
3.1.4 Gemiye etkiyen yükler	58
3.1.4.1 Isıl yükler	58
3.1.4.2 Yapısal yükler	59
Yerel yükler	59
Sakin su basınçları	59
Dalga basınçları	60

Tekne kirişı yükleri	60
3.1.5 Yükleme durumları	61
3.1.5.1 Yükleme durumu A	61
3.1.5.2 Yükleme durumu B	61
3.1.5.3 Yükleme durumu C	61
3.1.6 Sınır şartları	62
3.1.6.1 Isıl analiz için sınır şartları	62
3.1.6.2 Gerilme analizleri için sınır şartları	62
3.2 Çözüm Aşamaları	63
3.3 Isı Transferi Analizi Sonuçları	64
3.4 Gerilme Analizlerinin Sonuçları	65
3.4.1 Yükleme Durumu A	67
3.4.2 Yükleme Durumu B	69
3.4.3 Yükleme Durumu C	71
4. SONUÇLARIN İRDELENMESİ	75
KAYNAKLAR	79
EKLER.....	81

KISALTMALAR

BV : Bureau Veritas

IACS : International Association of Classification Societies

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1: Levhanın geometrik özellikleri ve malzeme sabitleri.	44
Çizelge 2.2: Analitik çözüme göre levha üzerindeki sehim ve gerilme dağılımı: (a) çökme, (b) x eksen yönündeki gerilme, (c) y eksen yönündeki gerilme, (d) kayma gerilmesi.	49
Çizelge 2.3: ANSYS ile yapılan çözümde elde edilen sonuçlar: (a) çökme, (b) x eksen yönündeki gerilme, (c) y eksen yönündeki gerilme, (d) kayma gerilmesi.	52
Çizelge 2.4: Analitik çözüm ve ANSYS' den levha ortası için bulunan sonuçların karşılaştırılması.	52
Çizelge 2.5: Analitik çözüm ile ANSYS' den levha ortası için bulunan sonuçların karşılaştırılması.	54
Çizelge 3.1: Dizayn sakin su yükleri.	60
Çizelge 3.2: Dizayn dalga yükleri.	60
Çizelge 3.3: Sınır koşulları.	63
Çizelge 4.1: Bazı yapı elemanları üzerindeki azami ve ortalama Von Mises gerilmeleri.	76
Çizelge A.1: Levha Eğilmesine Ait Katılık Matrisinin Terimleri.	81
Çizelge A.2: Düzlem Gerilme Durumu için Katılık Matrisinin Terimleri.	84

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1: Rijit levha.	2
Şekil 1.2: Membran.	3
Şekil 1.3: Kalın levha.	3
Şekil 1.4: Esnek levha.	4
Şekil 1.5: Akma gerilmesi ve elastisite modülünün sıcaklığa bağlı değişimi.	5
Şekil 2.1: Yapısal elemanlar.	7
Şekil 2.2: Yerel yükler etkisindeki dikdörtgen levha.	8
Şekil 2.3: Gerilme bileşenleri.	9
Şekil 2.4: Levha elemanına etkiyen iç ve dış kuvvetler.	10
Şekil 2.5: xOz düzlemine paralel kesit.	12
Şekil 2.6: Levha orta düzleminde bulunan membran kuvvetleri.	15
Şekil 2.7: Kesme kuvvetleri.	17
Şekil 2.8: İki yüzey arasındaki sıcaklık farkının sebep olduğu eğilme.	22
Şekil 2.9: Dörtgen levha eleman.	27
Şekil 2.10: Dörtgen levha eleman.	34
Şekil 2.11: Levha düzlemindeki basınçlar.	37
Şekil 2.12: Dört kenarı basit mesnetli levha.	44
Şekil 2.13: Levhanın herhangi bir kesintindeki sıcaklık dağılımı.	46
Şekil 2.14: ANSYS' de oluşturulan levha modeli.	51
Şekil 2.15: Dört kenarı basit mesnetli (uçlar yatay yer değiştirmeye karşı kısıtlanmış levha).	53
Şekil 3.1: Sonlu elemanlar modeli.	56
Şekil 3.2: Sonlu elemanlar modeli: a) perspektif görünüm, b) ön görünüş, c) yan görünüş, d) üst görünüş.	57
Şekil 3.3: SHELL 131 elemanı.	57
Şekil 3.4: SHELL 63 elemanı.	58
Şekil 3.5: Koordinat sistemi.	59
Şekil 3.6: Yüklü tanklar.	62
Şekil 3.7: Model nihayetlerindeki rijit bölge.	62
Şekil 3.8: Çözüm aşamaları.	64
Şekil 3.9: Gemi yapı elemanları üzerindeki sıcaklık dağılımı: (a) bütün model, (b) çift bordo yapısı, (c) tipik derin halka, (d) çift dip yapısı.....	65
Şekil 3.10: Von Mises gerilme dağılımı: (a) Model nihayeti, (b) Durum A Von Mises gerilmeleri, (c) Durum B Von Mises gerilmeleri, (d) Durum C Von Mises gerilmeleri.	67
Şekil 3.11: Yükleme Durumu A için orta kargo tankından bir dilim.	68
Şekil 3.12: Gerilmelerin yüksek olduğu yerler: (a) yan iç omurga, (b) sintine braket, (c) sintine dönüm sacı, (d) iç dip sacı.	69
Şekil 3.13: Yükleme Durumu B için orta kargo tankından bir dilim.	70
Şekil 3.14: Gerilmelerin yüksek olduğu yerler: (a) iç dip sacı, (b) derin halka.	71
Şekil 3.15: Yükleme Durumu C için orta kargo tankından bir dilim.	72

Şekil 3.16: Gerilmelerin yüksek olduğu yerler: (a) derin halka, (b) sintine sacı, (c) iç dip sacı, (d) bordo sacı.	73
Şekil 4.1: Azami Von Mises gerilmelerindeki artış.	77

SEMBOL LİSTESİ

c	: Özgül ısı
E	: Elastiklik modülü
G	: Kayma modülü
h	: Levha kalınlığı
k	: Isı iletim katsayısı
L	: Levha boyu, gemi boyu
m_x, m_y	: Birim boya etkiyen x ve y eksenleri etrafındaki eğilme momentleri
P	: Basınç
q	: Isı akısı
q_x, q_y	: Birim boya etkiyen x ve y yönündeki kesme kuvvetleri
T	: Sıcaklık, gemi draftı
T_{av}	: Ortalama sıcaklık
T_o	: İlk referans sıcaklığı
ΔT	: Sıcaklık farkı
U	: x ekseninde yerdeğiştirme
W	: Levhanın çökmesi
V	: y ekseninde yerdeğiştirme
V_x, V_y	: x ve y yönlerindeki hız alanları
ϵ_x, ϵ_y	: x ve y yönündeki birim şekil değiştirme
ν	: Poisson oranı
γ_{xy}	: Kayma açısı
n_x, n_y	: Birim boya düşen kuvvetler
ρ	: Yoğunluk
α	: Isıl genleşme katsayısı
σ_x, σ_y	: x ve y yönündeki normal gerilmeler
τ_{xy}	: Kayma gerilmesi

ÖZET

7000 DWT' LUK BİR PETROL TANKERİ İÇİN ISIL GERİLME ANALİZİ

Bu çalışmada ilk olarak ince levha teorisi, ısı gerilme, levhalardaki ısı gerilme ve sonlu elemanlar yönteminden bahsedilmiştir. Daha sonra basit bir dikdörtgen levhadaki ısı gerilmeler analitik olarak bulunmuştur. Ardından aynı levha ANSYS' de de modellenerek çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. 7000 DWT' luk bir tanker için üç farklı yükleme durumunda gerilme analizi sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Bunlardan birincisi sadece ısı yüklerin, yani taşınan kargo, deniz suyu ve havanın gemi yapı elemanları üzerinde oluşturduğu sıcaklık dağılımlarının bulunduğu bir yükleme durumudur. Bu nedenle bu yükleme durumu gerçek bir yükleme durumu değildir. Çünkü bu analizde yapı elemanları üzerindeki basınçlar ve kuvvetler (yapısal yükler) düşünülmemiştir. Birinci yükleme durumu sadece bir sezgi kazanmak içindir. İkinci yükleme durumu ise ısı yüklerin olmadığı bunun yerine sadece yapısal yüklerin (gemi yapı elemanları üzerindeki basınçlar ve kuvvetler) bulunduğu bir yükleme durumudur. Genellikle gerilme analizlerinde belli bir kargo sıcaklığına kadar, bu yükleme durumunda olduğu gibi ısı yükler ihmal edilir. Son yükleme durumu ise hem yapısal hem de ısı yüklerin yani gemi yapı elemanları üzerindeki bütün yüklerin bulunduğu bir yükleme durumudur. Sonuç olarak, yapılan bu analizler karşılaştırılarak 90 °C kargo sıcaklığında yapı elemanları üzerinde oluşan ısı gerilmelerin etkisi incelenmiştir.

SUMMARY

CALCULATIONS OF THERMAL STRESSES FOR A 7000 DWT OIL TANKER

In this study, firstly thin plate theory, thermal stresses, thermal stresses in plates and finite element methods were briefly explained. After that thermal stresses of ordinary rectangular plate was found analytically. Following this, the same plate was modeled and analyzed at ANSYS and also the results of this analysis were compared with the results of analytical solution. Stress calculations for a 7000 DWT oil tanker were performed at three different loading conditions. The first loading condition consisted of thermal loads which were temperature gradients on the ship structural elements induced by carried cargo, sea water and air. Thus, this analysis did not represent real loading condition because pressures and forces (structural loads) on the structural elements were not considered. The first loading condition was used to gain an intuition, only. The second loading condition contained only structural loads (pressures and forces on ship structural elements) excluding thermal loads. Generally, thermally induced stresses are ignored up to a certain temperature limits in the stress analyses. The latest loading condition included thermal loads together with structural loads i.e. the total loads on the ship structure elements. Consequently, the results of these analyses were compared in order to find out the effect of thermal stresses on the stress resultants within the ship structure at the temperature of 90 °C.

1. GİRİŞ

Ham petrol ve bazı petrol ürünleri belli bir sıcaklığın altında akıcılıklarını kaybederler. Bu nedenle Petrol tankerleri sıvı kargoları taşıyabilmek için kargo ısıtma sistemleri ile donatılırlar. Isıtılan kargo ile dış ortam (deniz suyu ve hava) arasındaki sıcaklık farkı gemi yapı elemanları üzerinde sıcaklık gradyanları oluşturur. Bu sıcaklık gradyanları da ısı gerilmelere sebep olur.

Yüksek sıcaklıkta kargo taşıyan tankerlerin yapısal elemanlarında ısı yükleri oluşur. Eski asfalt tankerleri kargolarını orta sıcaklıkta yani 160 °C ile 180 °C sıcaklık aralığında taşımaktaydılar. Bazı yeni tipte kargoların daha yüksek sıcaklıkta, 230 °C ile 250 °C aralığında, olması yüksek sıcaklık problemlerinin daha fazla ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Akma dayanımı, elastisite modülü gibi malzeme özellikleri de sıcaklık etkisiyle değişmektedir. Aynı zamanda sıcaklığın burkulma gerilmeleri üzerinde de etkisi vardır [1].

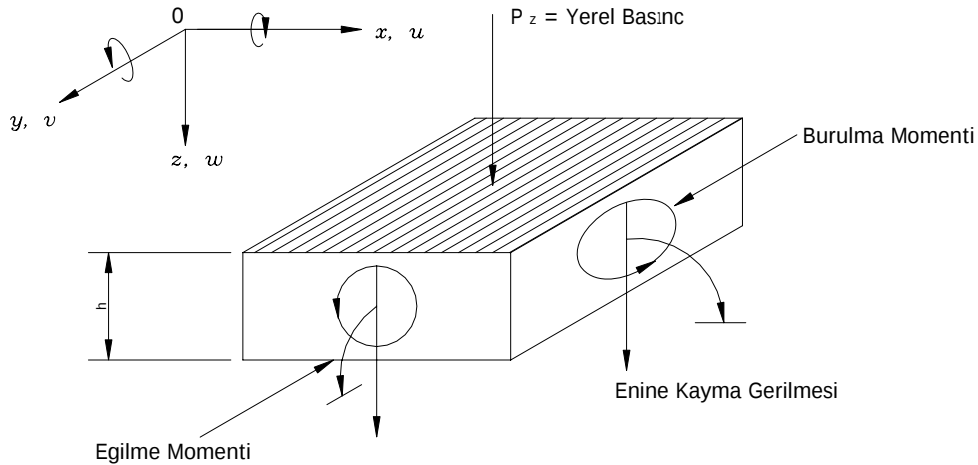
Kargo sıcaklığı belli sınırlarda olduğunda, klas kuruluşları sıcaklığın etkisiyle oluşan gerilmeleri ihmal etmemektedirler. BV kurallarına göre de 90 °C' nin üzerindeki sıcaklıklar için ısı gerilme analizi gerekmektedir. Bu tez kapsamında 7000 DWT' luk bir tankerlin ısı gerilmeleri sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Analizler için ticari sonlu elemanlar paket programı olan ANSYS kullanılmıştır. Bu analizlerde taşınan kargonun sıcaklığı 90 °C kabul edilmiştir. Sonlu elemanlar modeli gemi orta kesitinin 3 kargo tankını kapsar. Analizlerde levha elemanlar kullanılarak gemi yapı elemanları idealleştirilmiştir. Gemi yapı elemanlarında oluşan gerilmeler sadece ısı yükleri için ve hem yapısal hem de ısı yükleri içeren farklı yükleme durumları için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Isı yüklemelerin olmadığı sadece yapısal yüklerin göz önüne alındığı ayrı bir gerilme analizi de yapılmıştır. Bu farklı çözümlerin sonuçları karşılaştırılmış ve 90 °C kargo sıcaklığında gemi yapısındaki ısı gerilmelerin etkisi belirlenmiştir.

1.1 Levhalar

Levhaların kalınlıkları diğer boyutlarına göre küçüktür. Yerel yükler levhaların yüzeylerine dik olarak etkir. Bu yükler levha kesitlerindeki eğilme ve burulma momenti, enine kesme kuvvetleri ve de bazen normal kuvvetler tarafından taşınır [2]. Levhaların yük taşıma durumu belli bir derecede kirişlere veya kabloları benzer [3]. Levhaların kalınlığına göre çalışma biçimi de değişir. Levhalar kalınlığın (h) boya (L) oranına göre, yani çalışma biçimine göre dört grup altında incelenebilir [2].

1.1.1 Rijit levhalar

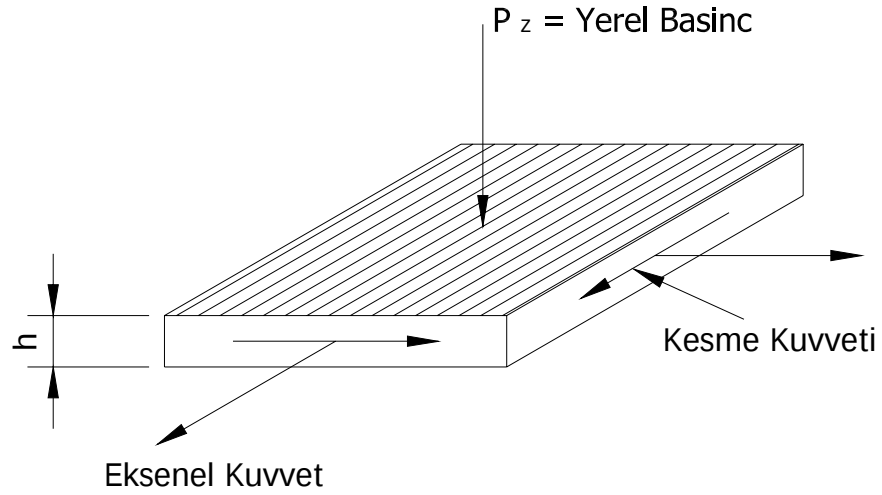
Bu levhalar $\left(\frac{h}{L} = \frac{1}{50} \sim \frac{1}{10}\right)$ eğilme rijitlikleri olan ince levhalardır. Levha üzerindeki yerel yükler kirişlerdekine benzer olarak kesit içindeki momentler ve enine kesme kuvvetleri tarafından taşınır [2]. Mühendislikte aksi belirtilmedikçe levha denilince rijit levha anlaşılır [3].



Şekil 1.1: Rijit levha.

1.1.2 Membranlar

Bu levhalar $\left(\frac{h}{L} < \frac{1}{50}\right)$ çok ince levhalardır ve eğilme rijitlikleri yoktur. Yerel yükler kesit içindeki aksenal (normal) kuvvetler ile kesme kuvvetleri tarafından taşınır. Bu levhalar yerel yükleri, kablolar tarafından oluşturulmuş ağların yük taşımasına benzer bir biçimde taşırlar [2].



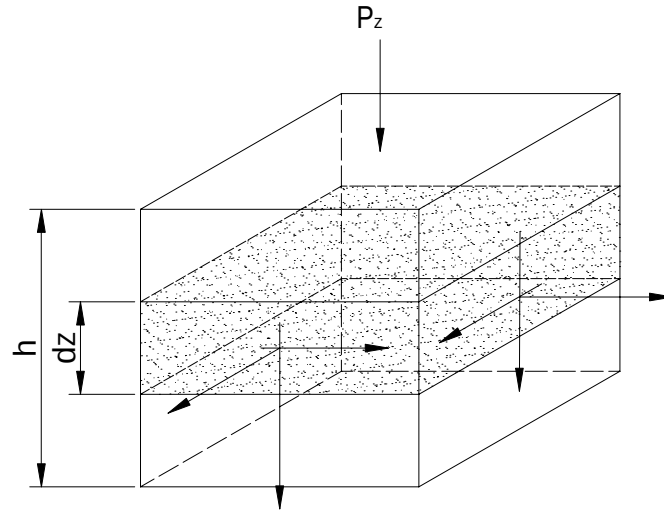
Şekil 1.2: Membran.

1.1.3 Orta kalınlıkta levhalar

Bu levhalar $\left(\frac{h}{L} = \frac{1}{10} \sim \frac{1}{5}\right)$ rijit levhalara çok benzerdir. Bunlarda rijit levhalardan farklı olarak kesme kuvvetinin normal gerilmeye olan etkisi hesaba katılır [2].

1.1.4 Kalın levhalar

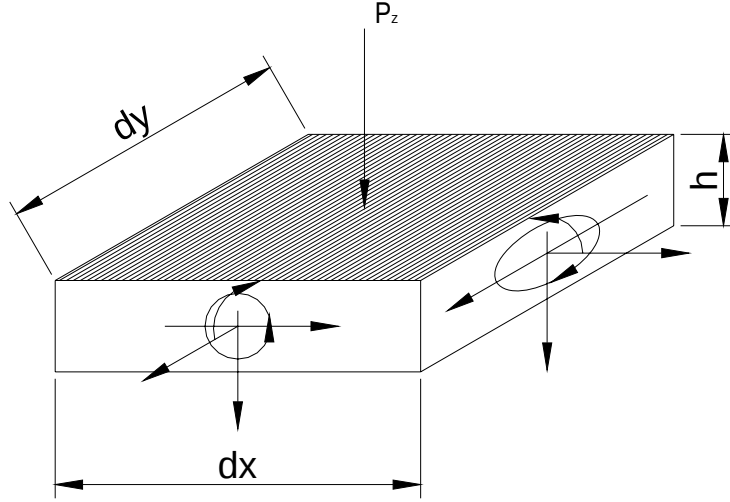
Bu tür levhaların $\left(\frac{h}{L} > \frac{1}{5}\right)$ iç gerilmeleri üç boyutlu gerilme durumuna benzer [3].



Şekil 1.3: Kalın levha.

Her ne kadar levhalar çalışmalarına göre dört gruba ayrılrsa da, rijit levhalar ile membranlar arasında bir bölge vardır. Yerel yüklerin etkisindeki levhanın sehim artarsa, yükler sadece iç moment ve kesme kuvvetleri tarafından değil bunlara ek olarak normal kuvvetler ile de taşınır. Bu tür levhalara “Esnek Levhalar” denir. Bu

tür levhaların çalışması rijit levhaların ve membranların birleşimi şeklinde düşünülebilir [2].



Şekil 1.4: Esnek levha.

1.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi; incelenen yapının basit küçük parçalara bölünerek çözüldüğü bir yöntemdir. Bu parçalara sonlu elemanlar denir. Bu yöntemde kullanılan her parça genellikle çok basit hareket denklemleri olan kiriş, levha ve çubuk gibi elemanlardır [4].

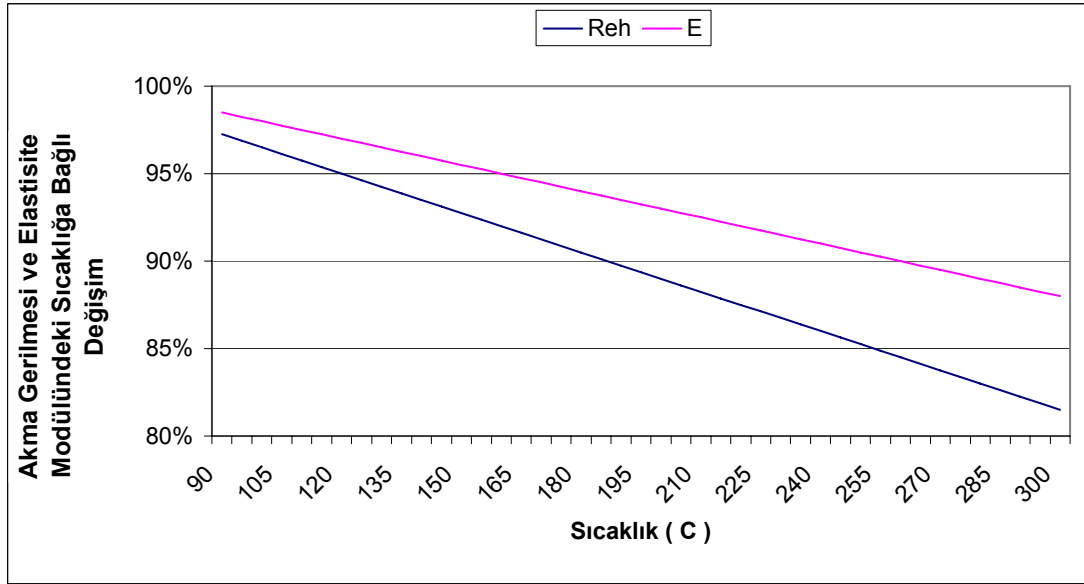
Bu metotta temel fikir sürekli fonksiyonları bölgesel sürekli fonksiyonlar (genellikle polinomlar) ile temsil etmektir.

Her elemanın sınırlarında düğümler (node) vardır ve bu düğümler bir elemanı yanındakine bağlarlar [4].

Levhaların klasik çözümünde levha bütün olarak düşünülür ve levha için yazılan parçalı diferansiyel denkleme çözüm aranır. Ancak levha için yazılan bu parçalı diferansiyel denklemin çözümü sınırlıdır. Sadece bazı sınır koşulları ve yükler için çözülebilir. Fakat mühendislik uygulamalarında levhaların şekilleri, sınır koşulları ve üzerindeki yükler geliştiği günden günde. Uygulamalarda karşılaşılan bu problemlerin analitik çözümü çok zor, hatta bazen mümkün değildir [2]. Bu nedenle sonlu elemanlar yönteminde levha küçük levhaların birleşimi ile temsil edilerek analitik çözümü zor veya çözülemeyen durumlar için levha çözülür.

1.3 Sıcaklığın Malzeme Sabitlerine Olan Etkisi

Akma dayanımı, elastisite modülü gibi malzeme özellikleri sıcaklığın etkisiyle değişmektedir. Gemi inşa çeliği için bunların belli bir sıcaklık aralığında, sıcaklık ile lineer olarak değiştiği düşünülmektedir [5]. Sıcaklığa bağlı bu değişim Şekil 1.5’ de görülmektedir.



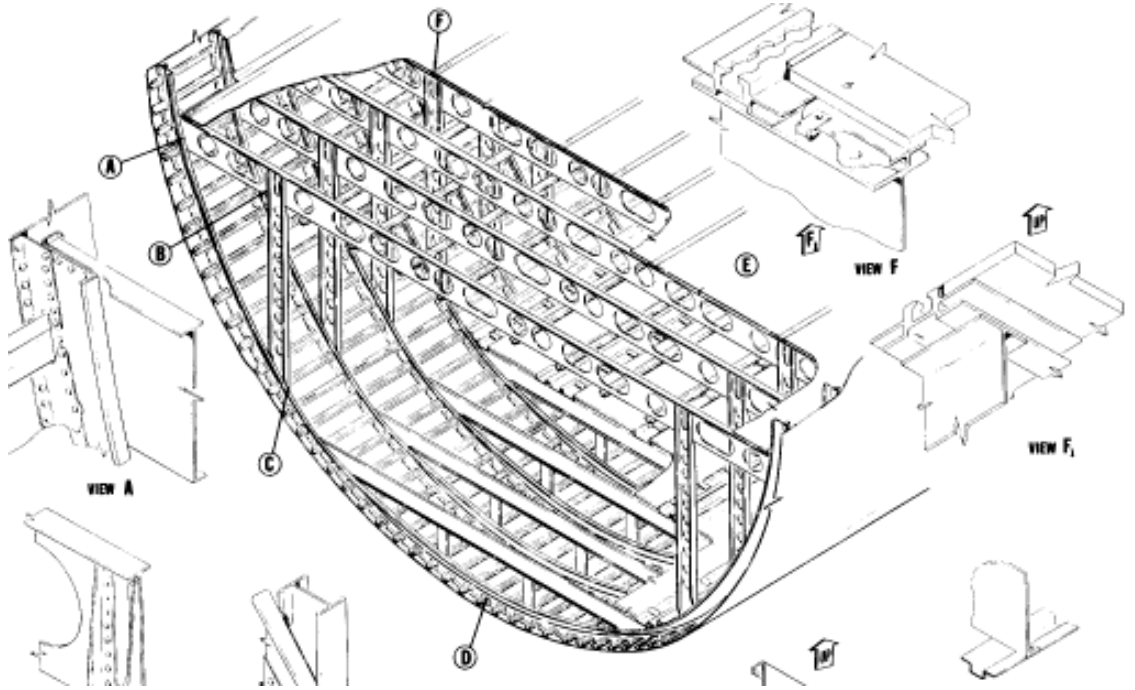
Şekil 1.5: Akma gerilmesi ve elastisite modülünün sıcaklığa bağlı değişimi.

Akma gerilmesi ve elastisite modülü, 90 °C ile 300 °C arasında sıcaklığın artmasıyla şekilde görüldüğü gibi azalmaktadır.

Bu çalışmada yapılan incelemeler 90 °C kargo sıcaklığı için olduğundan, bu akma gerilmesi ile elastisite modülündeki değişim düşünülmemiştir.

2. MATEMATİK MODEL

Bu bölümde ince levha, ısıl gerilme ve levhalar için sonlu elemanlar yönteminin matematik modelleri verilmiştir. Gemi levhaları, kalınlıkları diğer boyutlarına göre çok küçük olduğundan ince levha olarak göz önüne alınacaktır [6]. Şekil 2.1’ de gösterilen yapısal elemanlar kirişler, ince levhalar, membranlar, kabuklar vb. ile çeşitli şekilde modellenebilir [7].



Şekil 2.1: Yapısal elemanlar [7].

2.1 Klasik Küçük Sehimli İnce Levha

İnce levha teorisi üç boyutlu problemin özel bir hali ve bir yaklaşımı olan iki boyutlu bir problemdir [8]. İnce levha teorisi üç boyutlu gerilme analizi gerektirmeden oldukça iyi sonuçlar verir. Bu nedenle en çok kullanılan levha teorisidir [2].

2.1.1 Kabuller

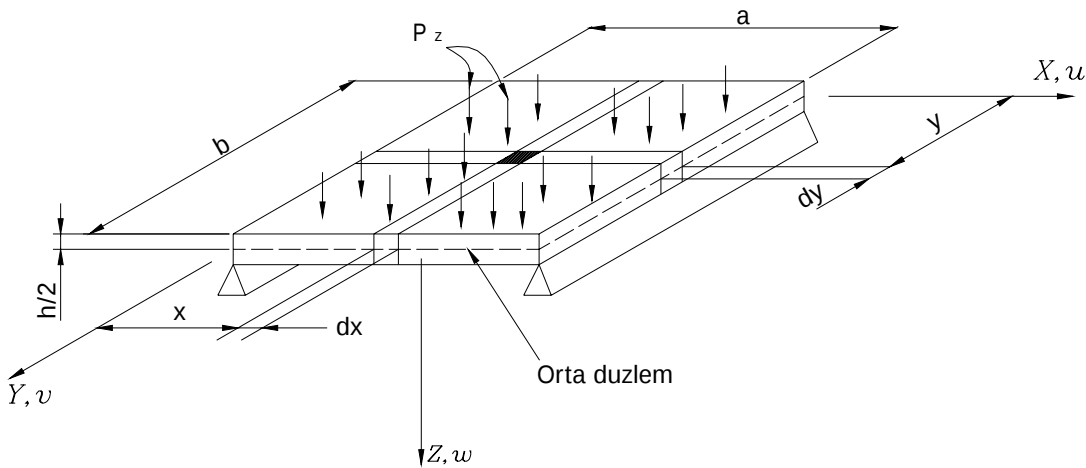
Yerel yükler etkisindeki levhanın çökmesi (w), levha kalınlığına (h) göre küçük ise ince levha kabulü yapılabilir. İnce levha için yapılan kabuller aşağıdaki gibidir.

- o Malzeme homojen, izotropik ve lineer elastiktir.
- o Levha başlangıçta düzdür.
- o Levhanın alt ve üst yüzeylerine paralel olan ve kalınlığını ikiye ayıran düzleme orta düzlem denir. Bu düzlem eğilmeden sonra orta yüzey olur. Orta düzlem eğilme sırasında uzamaya maruz kalmaz.
- o Levha kalınlığı sabit ve en küçük uzunluğu, kalınlığının en az 10 katı olmalıdır.
- o Çökmeler kalınlığına göre küçük olmalıdır. Azami çökme, kalınlığın onda birini geçmemelidir.
- o Şekil değiştirmiş orta düzlemin eğimi birden küçüktür.
- o Eğilmeden önce orta düzleme dik olan noktalar eğilmeden sonrada şekil değiştirmiş orta yüzeye dik kalırlar. Sonuç olarak kesme kuvvetinin etkisi ihmal edilmiştir. Bu Bernoulli kirişlerinde yapılan kabule benzerdir.
- o Levhanın kalınlığı yönündeki normal gerilmeler ihmal edilmiştir.

Yukarıdaki kabuller ile üç boyutlu olan gerilme problemi iki boyuta indirgenir [2].

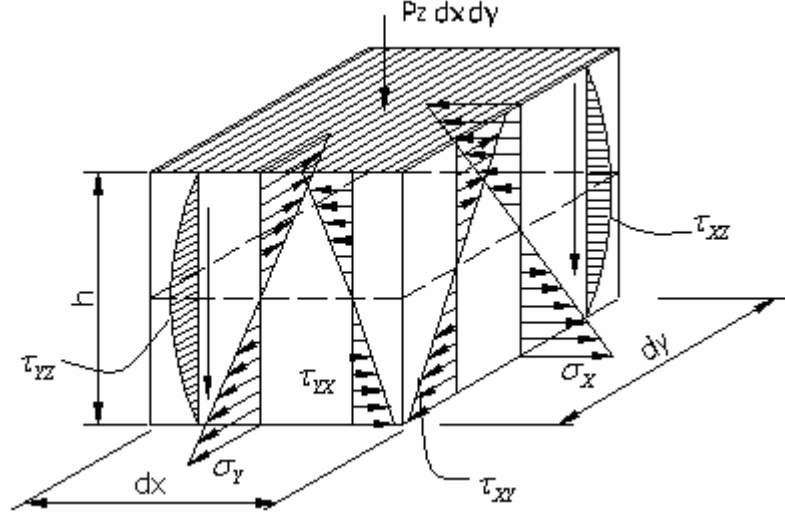
2.1.2 Denge denklemleri

Şekil 2.2' de görülen dikdörtgen levha yüzeyine dik, P ile gösterilen yerel basınç uygulansın. Bu durumda levhadan çıkartılan bir $dx dy$ elemanın kesitinde bulunan gerilme bileşenleri Şekil 2.3' de verildiği gibidir.



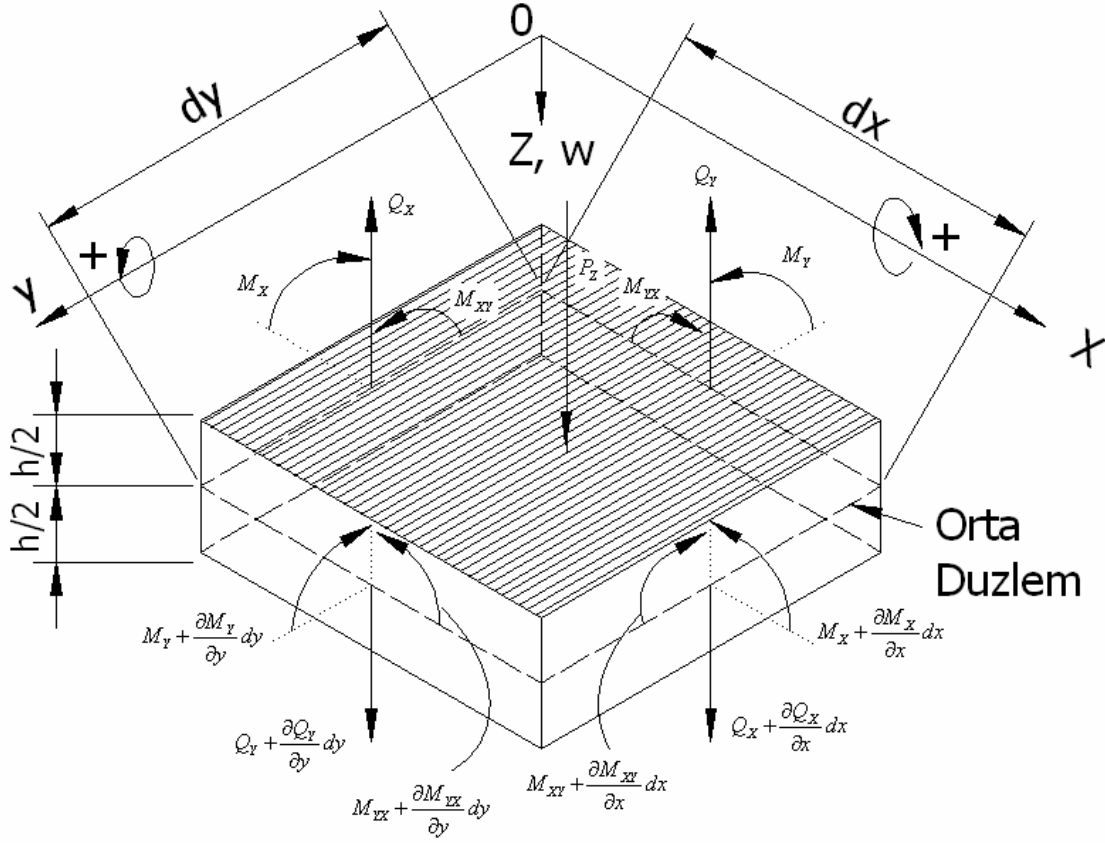
Şekil 2.2: Yerel yükler etkisindeki dikdörtgen levha.

İnce levha teorisinde düşey eksendeki kayma gerilmesi her ne kadar ihmal edilse de denge denklemleri yazılırken düşünölmektedir.



Şekil 2.3: Gerilme bileşenleri.

Levha yüzeyine dik olan yerel yüklerin etkisindeki levhaların davranışı kirişlerden oluşmuş ızgara sistemin veya bazen kabloların davranışına çok benzemektedir. Levhaya etkiyen yerel yükler çoğunlukla levha içindeki kesme kuvveti ve momentler tarafından taşınır [2]. Şekil 2.4' de ki levha elemanı için aşağıdaki denge şartları yazılabilir.



Şekil 2.4: Levha elemanına etkiyen iç ve dış kuvvetler.

$$\sum M_x = 0 \quad (2.1)$$

$$\sum M_y = 0 \quad (2.2)$$

$$\sum F_z = 0 \quad (2.3)$$

Birim boya etkiyen kesme kuvvetleri ve momentler q_x , q_y , m_x , m_y , m_{xy} ve m_{yx} ile gösterilsin.

Yerçekimi kuvvetleri P_z ' ye göre küçük olduğundan ihmal edilmektedir. Orta düzlemde uzama olmadığından x ve y doğrultusundaki kuvvetlerin toplamı identik olarak sıfırdır [6]. Kuvvetlerin $0z$ doğrultusundaki bileşenlerinin sıfır olma şartından;

$$(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx) dy + (q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy) dx - q_x dy - q_y dx + P_z dx dy = 0 \quad (2.4)$$

Buradan;

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + P_z = 0 \quad (2.5)$$

Bütün kuvvetlerin 0x eksenine göre momentlerinin denge denklemi, yüksek mertebeden terimleri ihmal edilerek aşağıdaki gibi yazılabilir. (Yani P_z yükünün momenti ile q_y kuvvetindeki değişmeden meydana gelen moment ihmal edilir.)

$$-m_{xy} dy - (m_y + \frac{\partial m_y}{\partial y} dy) dx + m_y dx + (m_{xy} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} dx) dy + q_y dx dy = 0 \quad (2.6)$$

Gerekli sadeleştirmeleri yaparsak;

$$\frac{\partial m_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial m_y}{\partial y} + q_y = 0 \quad (2.7)$$

Benzer biçimde 0y eksenini etrafında momentlerin denge denklemi;

$$\frac{\partial m_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial m_x}{\partial x} + q_x = 0 \quad (2.8)$$

olarak bulunur.

Yukarıdaki denklemlerde $m_{xy} = m_{yx}$ dir. (2.5), (2.7) ve (2.8) numaralı denklemlerden;

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial x^2} = -P \quad (2.9)$$

2.1.3 Gerilme, şekil ve yer değiştirme arasındaki bağımlılar

İnce levhalar için yapılan kabuller ($\varepsilon_z \approx 0$ ve $\sigma_z \approx 0$) ve üç boyutlu gerilme-şekil değiştirme bileşenleri yardımıyla kayma açısı ve birim şekil değiştirmeler aşağıdaki gibi yazılabilir [9].

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x + \nu \sigma_y) \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y + \nu \sigma_x) \quad (2.11)$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\tau_{XY}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{XY} \quad (2.12)$$

Bu bağıntılardan gerilmeler çekilirse;

$$\sigma_X = \frac{E}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_X + \nu \varepsilon_Y) \quad (2.13)$$

$$\sigma_Y = \frac{E}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_Y + \nu \varepsilon_X) \quad (2.14)$$

$$\tau_{XY} = G \gamma_{XY} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{XY} \quad (2.15)$$

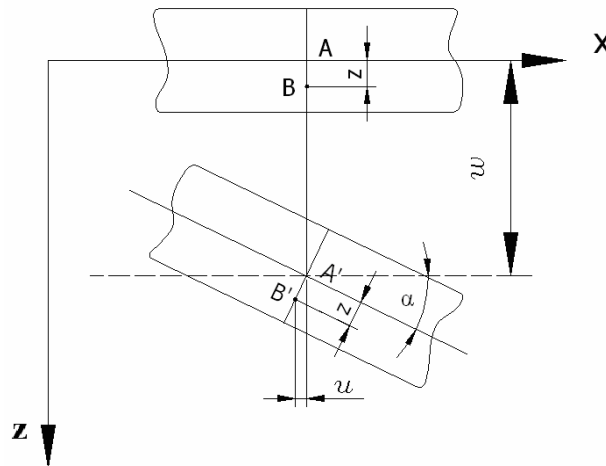
Birim şekil değiştirme ve kayma açısı ile yer değiştirmeler arasındaki bağıntılar aşağıdaki gibidir [9].

$$\varepsilon_X = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_Y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.17)$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.18)$$

Şekil 2.2' deki levhanın $x0z$ düzlemine paralel (Şekil 2.5' deki gibi) bir kesitini alalım.



Şekil 2.5: $x0z$ düzlemine paralel kesit.

Eğilmeden sonra orta düzlemdeki bir A noktası w kadar çökerek bir A' noktasına gelir. Orta düzlemin normalleri eğilmeden sonrada orta yüzeye normal kalacağı kabul edildiğinden, düzlemin normali üzerindeki ve A ya z uzaklığındaki bir B noktası orta yüzeyin normali üzerindeki bir B' noktasına gelir [6]. Bu durumda Şekil 2.5' de görüldüğü gibi B nin xOz düzleminde yatay yer değiştirmesi;

$$u = -z \sin(\alpha) \cong -z \alpha \quad (2.19)$$

olur. Çökmeler çok küçük olduğundan $\sin(\alpha) \cong \alpha$ kabul edilmiştir. Benzer biçimde $\tan(\alpha) \cong \alpha$ kabul edilebilir. Bu durumda;

$$\alpha = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.20)$$

olur. Bu durumda B nin x eksenindeki yer değiştirmesi;

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.21)$$

Benzer şekilde B nin y eksenindeki yer değiştirmesi için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.22)$$

Yukarıda yer değiştirmeler için bulunan ifadeleri (2.16), (2.17) ve (2.18) numaralı denklemlerde yerlerine konulursa;

$$\epsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.23)$$

$$\epsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.24)$$

$$\gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.25)$$

Bu ifadeleri gerilme birim şekil değiştirmeler için yazılan (2.13), (2.14) ve (2.15) numaralı denklemlerde yerine koyarsak, gerilmeler ile sehim arasında aşağıdaki bağıntılar bulunur.

$$\sigma_x = -\frac{E z}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.26)$$

$$\sigma_y = -\frac{E z}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.27)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{E z}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.28)$$

Gerilme bileşenlerinin kesit kalınlığınca toplamı kesite etkiyen momentleri verir.

$$m_x = \int_{-h/2}^{-h/2} \sigma_x z dz \quad (2.29)$$

$$m_y = \int_{-h/2}^{-h/2} \sigma_y z dz \quad (2.30)$$

$$m_{xy} = \int_{-h/2}^{-h/2} \tau_{xy} z dz \quad (2.31)$$

Yukarıdaki integrallerde gerilme bileşenlerini yerlerine koyup integralleri alırsak kesit içindeki momentler için aşağıdaki denklemler yazılabilir.

$$m_x = -\frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.32)$$

$$m_y = -\frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.33)$$

$$m_{xy} = -\frac{E h^3}{12(1+\nu)} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.34)$$

Yukarıdaki denklemlerde;

$$D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \text{ dersek ve (2.32), (2.33) ve (2.34) denklemleri (2.9) numaralı}$$

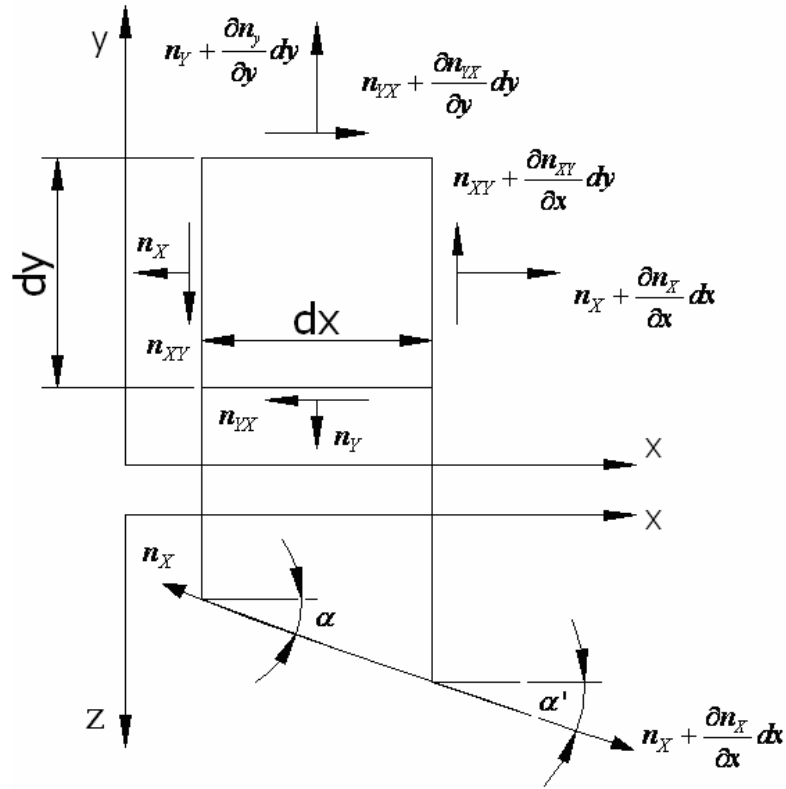
denklemden yerine koyarsak;

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = - \frac{P_z(x, y)}{D} \quad (2.35)$$

(2.35) ile gösterilen denklem yerel yükler etkisindeki levhanın diferansiyel denklemdir.

2.1.4 Yerel yükler ile birlikte orta düzleme etki eden kuvvetlere maruz levhalarda elastik yüzeyin diferansiyel denklemi

Bu kısımda bir önceki bölümden farklı olarak levhanın orta düzlemine de kuvvetler etki etmektedir. Burada düzlemin içindeki gerilmeleri σ_{x0} , σ_{y0} ve τ_{xy0} ile gösterelim. Bu durumda düzlemin birim boyuna düşen kuvvetler $n_x = h\sigma_{x0}$, $n_y = h\sigma_{y0}$ ve $n_{xy} = h\tau_{xy0}$ olur. Şekil 2.2' den bir $dx dy$ elemanı alalım. Bu durumda Şekil 2.4' de ki kuvvetlere n_x , n_y ve n_{xy} kuvvetleri ilave olur.



Şekil 2.6: Levha orta düzleminde bulunan membran kuvvetleri.

$z0x$ düzlemindeki normal kuvvetlerin x eksenindeki iz düşümünden;

$$\left(n_x + \frac{\partial n_x}{\partial x} dx \right) dy \cos(\alpha') - n_x dy \cos(\alpha) \quad (2.36)$$

Burada $\alpha' = \alpha + \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx$ dır.

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2(\alpha) + \dots = 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad (2.37)$$

Küçük (α) lar ($\alpha^2/2$) ler 1'e nazaran çok daha küçüktür ve $\cos(\alpha) \approx 1$ ve benzer biçimde $\cos(\alpha') \approx 1$ olur. Bu durumda (2.36) ifadesi de;

$$\left(\frac{\partial n_x}{\partial x} \right) dx dy \quad (2.38)$$

şeklini alır.

Aynı şekilde kesme kuvvetlerinin x eksenindeki iz düşümünden;

$$\left(\frac{\partial n_{yx}}{\partial y} \right) dx dy \quad (2.39)$$

olur. x eksen yönündeki kuvvetlerin sıfır olma şartından;

$$\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (2.40)$$

olur. Benzer biçimde y eksen yönündeki kuvvetlerin sıfır olma şartından;

$$\frac{\partial n_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial n_y}{\partial y} = 0 \quad (2.41)$$

bulunur.

Şimdi normal kuvvetlerin z eksenindeki iz düşümleri yazacak olursak;

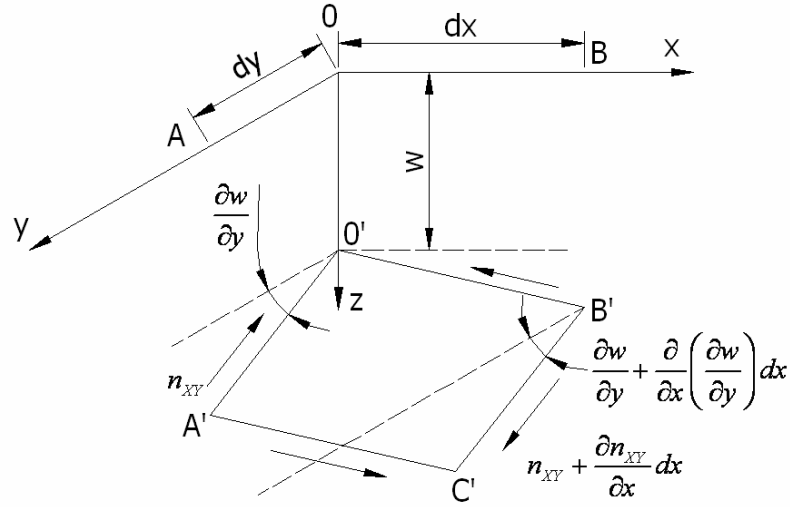
$$\begin{aligned} & -n_x dy \sin(\alpha) + \left(n_x + \frac{\partial n_x}{\partial x} dx \right) dy \sin(\alpha') \\ & -n_y dx \sin(\beta) + \left(n_y + \frac{\partial n_y}{\partial y} dy \right) dx \sin(\beta') \end{aligned} \quad (2.42)$$

α ve α' nün çok küçük değerleri için $\sin(\alpha) \approx \alpha \approx \frac{\partial w}{\partial x}$ ve

$\sin(\alpha') \approx \alpha' \approx \alpha + \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx \approx \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx$ yazılabilir. Bu ifadeleri (2.42) numaralı

denklemden yerine koyup yüksek mertebeden terimleri ihmal edersek; normal kuvvetlerin z eksenindeki iz düşümü aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$n_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx dy + \frac{\partial n_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} dx dy + n_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dx dy + \frac{\partial n_y}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy \quad (2.43)$$



Şekil 2.7: Kesme kuvvetleri.

Şekil 2.7' de görüldüğü gibi eğilmeden sonra O' nün sehim w ve A' nün sehim $w + \frac{\partial w}{\partial y} dy$ olur.

$O'A'$ de y eksenine göre aşağı doğru $\frac{\partial w}{\partial y}$ kadar döner. Benzer şekilde $B'C'$ de

$\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx$ açısı kadar döner. Bu durumda kesme kuvvetlerinin z eksenindeki iz düşümleri;

$$\begin{aligned} & -n_{XY} dy \frac{\partial w}{\partial y} + \left(n_{XY} + \frac{\partial n_{XY}}{\partial x} dx \right) dy \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx \right) \\ & -n_{YX} dx \frac{\partial w}{\partial x} + \left(n_{YX} + \frac{\partial n_{YX}}{\partial y} dy \right) dx \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dy \right) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Yukarıdaki denklemde yüksek mertebeden terimleri ihmal edersek kesme kuvvetlerinin z eksenindeki iz düşümü aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} n_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy \\ + n_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial n_{yx}}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} dx dy \end{aligned} \quad (2.45)$$

(2.43), (2.45) numaralı denklemler, levha elemanı üzerindeki yerel yük ve enine kesme kuvvetlerinin toplamı; bütün kuvvetlerin z eksenindeki iz düşümlerinin toplamını verir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + P + n_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + n_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2n_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \\ \left(\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{yx}}{\partial y} \right) \frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{\partial n_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial n_y}{\partial y} \right) \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Yukarıdaki denklemde parantez içindeki ifadeler (2.40) ve (2.41) numaralı denklemde de görüldüğü gibi sıfırdır. q_x ve q_y kuvvetleri için daha önceden bulunan ifadeleri de yerine koyarsak;

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left(P + n_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2n_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + n_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.47)$$

Bu denklem yerel yükler ile birlikte levha orta düzlemine etki eden kuvvetlere maruz levhalardaki elastik yüzeyin diferansiyel denklemidir [6].

2.2 Isıl Gerilme

Katı bir ortam içindeki sıcaklık farkı ısı yayılımına sebep olur. Bu işlem izotropik bir malzeme için denklem (2.48) de verildiği gibi “Fourier yasası” ile ifade edilebilir [10].

$$\begin{bmatrix} q_x & q_y & q_z \end{bmatrix}^T = -k \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} & \frac{\partial T}{\partial y} & \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix}^T \quad (2.48)$$

Burada q ile gösterilenler ısı akısı, k ısı iletim katsayısı ve T sıcaklıktır.

Bu bölümde herhangi bir katı için; başlangıçta T_o sıcaklığında ve etkiyen bütün dış kuvvetlerin sıfır olduğu düşünülmüştür. Bu durumda söz konusu ortam için enerji denklemi aşağıdaki gibidir [10];

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial y} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} & \frac{\partial V_y}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} + \rho h \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Burada ρ yoğunluk, c sabit hacimdeki özgül ısı, V_x , V_y , V_z sırasıyla x , y ve z yönlerindeki hız alanları ve h herhangi bir enerji kaynağının sağlaştırdığı enerjidir.

Homojen, izotropik bir malzemenin sıcaklığındaki değişim her yönde düzgün lineer bir şekil değişimine sebep olur [10]. Bu durumda en genel halde birim şekil değiştirmeler;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} + \alpha (T - T_0) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Bu denklemde α ısı genleşme katsayısıdır ve homojen izotropik malzemeler için belli sıcaklık aralığında sabittir. (2.50) denklemden gerilmeler çekilirse;

$$\begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{XZ} \end{bmatrix} = \frac{E}{(2\nu-1)(\nu+1)} \begin{bmatrix} \nu-1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & \nu-1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & \nu-1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(2\nu-1)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(2\nu-1)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(2\nu-1)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{XZ} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$-\frac{\alpha E}{1-2\nu}(T-T_0) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(2.51) numaralı denklemi enerji denkleminde yerine koyarsak;

$$k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{E\alpha}{1-2\nu} (T-T_0) \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z) - \rho h \quad (2.52)$$

Bu denklemde $\frac{E\alpha}{1-2\nu} (T-T_0) \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z)$ terimi ısı ve mekanik değişkenleri içerir. Bu terim enerji ve şekil değiştirme arasındaki bağlaşım (coupling) terimidir. Bu terim statik veya quasi-statik yüklemelerde birçok malzeme için çok küçüktür ve ihmal edilebilir [10]. Bu durumda ısı iletim denklemi;

$$k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho h \quad (2.53)$$

Eğer bir enerji kaynağı yok ise ve ısı denge durumunda;

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (2.54)$$

Bu durumda sıcaklık dağılımı ve ısıl şekil değişimi birbirinden etkilenmez. İlk olarak sıcaklık dağılımı bulunur ve bulunan sıcaklık dağılımı için ısıl gerilmeler (2.51) numaralı denklem kullanılarak hesaplanabilir [10]. Bu çalışmada sıcaklık dağılımı ile

gerilme arasındaki bağlaşım düşünülmemiştir. Yani ilk olarak sıcaklık dağılımı şekil değişimi ihmal edilerek bulunmuş ve bulunan bu sıcaklık dağılımı kullanılarak ısı gerilme ve şekil değiştirmeler (2.51) numaralı denklem kullanılarak elde edilmiştir.

2.2.1 Levhalardaki ısı gerilme

Eğer bir levhanın bütünün sıcaklığı artırılır veya azaltılırsa, levha uzar veya kısılır. Levhanın iki yüzeyi arasında ki sıcaklık farkı da levhanın eğilmesine sebep olur. Boştaki bir levha her tarafı aynı sıcaklıkta olacak şekilde ısıtılır veya soğutulursa her yönde lineer normal şekil değişimi oluşur, fakat kayma açısı değişmez. Eğer levha uçlarında sınır şartı olarak kısıtlamalar var ise bu durumda ısı gerilme oluşur. Bunun dışında levhanın iki yüzeyi arasında sıcaklık farkının olması da levhada ısı gerilmeye sebep olur. Çünkü bu durumda herhangi bir tabaka uzamak isterken yakınındakiler daha az veya daha çok uzamak isteyip diğerinin hareketine engel olacaktır. İnce levhalar için ısı şekil değiştirme ifadeleri aşağıdaki verilmiştir. Bu denklemlerde de görüldüğü gibi sıcaklık değişiminin kayma gerilmesine etkisi yoktur [11].

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) + \alpha(T(z) - T_0) \quad (2.55)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) + \alpha(T(z) - T_0) \quad (2.56)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{E}2(1 + \nu)\tau_{xy} \quad (2.57)$$

(2.55) ve (2.56) numaralı denklemlerdeki $T(z)$; levha kalınlığı boyunca lineer bir sıcaklık dağılımı olduğu kabulüyle aşağıdaki gibi yazılabilir [2].

$$T(z) = \frac{T_t + T_b}{2} + \frac{T_t - T_b}{h}z = T_{AV} + \frac{\Delta T}{h}z \quad (2.58)$$

Burada T_{AV} ortalama sıcaklık, ΔT alt ve üst yüzeyler arasındaki sıcaklık farkıdır.

(2.55), (2.56) ve (2.57) numaralı denklemlerden gerilmeleri çekersek;

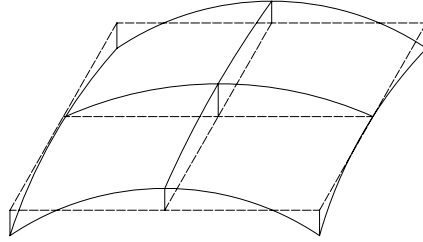
$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) - \frac{E}{1 - \nu}\alpha(T(z) - T_0) \quad (2.59)$$

$$\sigma_Y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_Y + \nu \varepsilon_X) - \frac{E}{1-\nu} \alpha (T(z) - T_0) \quad (2.60)$$

$$\tau_{XY} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{XY} \quad (2.61)$$

2.2.1.1 Isıl sehim

Levha iki yüzeyi arasındaki ΔT kadarlık bir sıcaklık farkı levhanın aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi eğilmesine sebep olur.



Şekil 2.8: İki yüzey arasındaki sıcaklık farkının sebep olduğu eğilme.

Bu durumda (2.59), (2.60) ve (2.61) numaralı gerilme denklemlerini, (2.29), (2.30) ve (2.31) numaralı moment denklemlerinde yerlerine koyarsak;

$$m_X = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \alpha \frac{\Delta T}{h} (1 + \nu) \right] = m_{X,b} - m_T \quad (2.62)$$

$$m_Y = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha \frac{\Delta T}{h} (1 + \nu) \right] = m_{Y,b} - m_T \quad (2.63)$$

$$m_{XY} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.64)$$

Yukarıdaki denklemde m_T ısı eş değeri momenttir. Bu eşdeğer moment iki yüzeyi sabit sıcaklıktaki bir levha için aşağıdaki biçimde ifade edilebilir.

$$m_T = \alpha E \int_{-h/2}^{h/2} (T(z) - T_0) z dz = \alpha E \left(\frac{\Delta T}{h} \right) \frac{h^3}{12} \quad (2.65)$$

Yukarıdaki denklemden görüldüğü gibi eşdeğer moment ve dolayısıyla ısı sehim, levhanın ortalama sıcaklığı ve referans sıcaklıktan bağımsızdır. Isıl sehim iki yüzey arasındaki sıcaklık farkına bağlıdır.

(2.62), (2.63) ve (2.64) numaralı denklemler (2.9) numaralı denklemde yerine konulursa;

$$\nabla^4 w = \frac{p}{D} - \frac{1}{D(1-\nu)} \nabla^2 m_T \quad (2.66)$$

Bu denklem yerel basınç ve iki yüzey arasında lineer sıcaklık gradyanının oluşturduğu sehim için bulunan diferansiyel denklemdir.

Eğer levha üzerinde yerel basınç yok ise bu durumda (2.66) numaralı denklem aşağıdaki biçimde yazılabilir [2].

$$\nabla^2 w = -\frac{m_T}{D(1-\nu)} \quad (2.67)$$

2.2.1.2 Orta düzlemin ısı uzama veya kısılması

Bir önceki bölümde sıcaklık gradyanının sebep olduğu eğilme düşünüldü. Fakat ısı sehimle birlikte levhada ısı genişleme veya daralma da oluşabilir. Eğer levhanın sınırları genişleme veya daralmaya karşı kısıtlanmış ise bu durumda levha düzleminde normal kuvvetler ve dolayısıyla normal gerilmeler oluşur. Bu durumda bu kuvvetlerde hesaba katılmalıdır [2].

Levha düzleminde oluşan normal kuvvetler aşağıdaki gibi ifade bulunabilir.

$$\begin{Bmatrix} n_X \\ n_Y \\ n_{XY} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix} dz \quad (2.68)$$

Bu normal kuvvetler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$n_X = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{n_T}{1-\nu} \quad (2.69)$$

$$n_Y = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{n_T}{1-\nu} \quad (2.70)$$

$$n_{XY} = \frac{E}{1-\nu} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.71)$$

Yukarıdaki denklemlerde u ve v ile gösterilenler sırasıyla x ve y eksenlerindeki yer değiştirme bileşenleri ve n_T ise sıcaklık değişiminin sebep olduğu levha düzlemindeki normal kuvvettir [2].

$$n_T = \alpha E \int_{-t/2}^{t/2} (T(z) - T_0) dz = \alpha E (T_{AV} - T_0) h \quad (2.72)$$

Denklem (2.72)' den de görüldüğü gibi orta düzlemdeki gerilme levhanın ortalama sıcaklığı T_{AV} (orta düzlemin sıcaklığı) ve referans sıcaklığının T_0 farkı ile orantılıdır [2]. Düzlem gerilme için uyumluluk denklemi aşağıdaki gibidir [10]:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (2.73)$$

(2.69), (2.70) ve (2.71) numaralı denklemlerden birim şekil değiştirmeleri çekip bunları yukarıdaki uyumluluk denkleminde yerine koyarsak;

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (n_x - \nu n_y + n_T) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (-\nu n_x + n_y + n_T) - 2(1 + \nu) \frac{\partial^2 n_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.74)$$

Burada düzlemdeki gerilmelerin $\Psi(x,y)$ gibi bir fonksiyondan (Airy's Stress Function) türediğini kabul edersek;

$$n_x = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \quad (2.75)$$

$$n_y = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad (2.76)$$

$$n_{xy} = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \quad (2.77)$$

Bu gerilme fonksiyonu (2.40) ve (2.41) numaralı denklemleri sağlamaktadır. Bunları (2.74) numaralı denklemde yerine koyarsak orta düzlemin sıcaklık değişiminden dolayı oluşan ısıl gerilme/şekil değiştirme için aşağıdaki diferansiyel denklem elde edilir [12].

$$\nabla^4 \psi + \nabla^2 n_T = 0 \quad (2.78)$$

(2.66) ve (2.78) numaralı denklemler sıcaklık değişiminin olduğu bir levhada oluşan ısı geril/şekil değiştirme için genel diferansiyel denklemlerdir [12].

İnce levhaların ısı gerilmesinde sehimler küçük olduğu için ısı sehim ile orta düzlemin uzama/kısalmasının birbirini etkilemediği düşünülür. Bu durumda ısı sehim ve ısı uzama/kısalmaaya ait denklemler ayrı ayrı çözülür [2].

2.3 İnce Levhalar için Sonlu Elemanlar Yöntemi

Bu kısımda ince bir levha için Bölüm 2.2.1’ de yapılan kabullere göre katılık matrisleri bulunacaktır. İlk olarak sadece levhanın çökmesine ait denklem yazılacaktır. Daha sonra ise düzlem gerilme düşünülecek ve buna ait denklemler yazılacaktır. Son olarak eğilme ve düzlem gerilme için yazılan denklemler, küçük sehimlerin birbirini etkilemediği kabulüyle üç boyutlu gerilme durumu için bir araya getirilecektir.

Sonlu elemanlar yöntemi Ritz yöntemine çok benzemektedir. Bu yöntemin Ritz yönteminden farkı, bu yöntemde levhanın birçok elemanın birleşiminden oluşmasıdır. Sonlu elemanlar yönteminde ilk olarak elemanın yer değiştirmesi için bir fonksiyon kabul edilir. Bu fonksiyondaki bilinmeyen sabitler düğümlerdeki yer değiştirmelerdir. Bu sabitler Ritz yönteminde olduğu gibi minimum enerji prensibine göre bulunur [2].

Sonlu Elemanlar metodunda, bireysel olarak elemanların toplam potansiyel enerjilerinin toplamından bulunan levhanın toplam potansiyel enerjisi, düğüm noktaları dengede olduğunda sabit bir değere sahiptir. Bu durum yapısal sistemin toplam potansiyel enerjisinin minimum olması şartını sağlar [3,13].

Levhanın toplam potansiyel enerjisi aşağıdaki gibidir [2].

$$\Pi \approx \sum_{n=1}^M \left(\Pi_{int}^e + \Pi_{ext}^e \right) \quad (2.79)$$

n. elemanın toplam iç enerjisi aşağıdaki gibi yazılabilir [2].

$$\Pi_{\text{int}}^e = \frac{1}{2} \left(\int_V [\varepsilon]^T [\sigma] dV \right) = \frac{1}{2} \left(\int_V [\varepsilon]^T [E] [\varepsilon] dV \right) \quad (2.80)$$

Burada $[E]$ elemanın elastisite matrisi ve $[\varepsilon]$ birim şekil değiştirme matrisidir. Bunlar Bölüm 2.1.3’ deki (2.13), (2.14) ve (2.15) numaralı denklemler yardımıyla ince levha için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[E] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.82)$$

Elemanın yer değiştirmesi için aşağıdaki gibi bir fonksiyon seçilirse:

$$[U] = [N][q] \quad (2.83)$$

Burada $[q]$ düğümlere ait yer değiştirmeler ve $[N]$ x ve y ’ ye bağlı bir fonksiyondur. Bu durumda birim şekil değiştirmeler (2.83) numaralı denklemin ilgili koordinatlara göre türev alınmasıyla bulunabilir ve bu denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[\varepsilon] = [D][q] \quad (2.84)$$

(2.84) numaralı denklemi elemanın iç enerjisinin toplamı için yazılan enerji denkleminde yerine koyarsak;

$$\Pi_{\text{int}}^e = \frac{1}{2} \left(\int_V [q]^T [D]^T [E] [D] [q] dV \right) = \frac{1}{2} ([q]^T [K_e] [q]) \quad (2.85)$$

(2.85) numaralı denklemde $[K_e]$ ile gösterilen matris elemanın sabit olan katılık matrisidir.

$$[K_e] = \int_V [D]^T [E] [D] dV \quad (2.86)$$

Sistemin katılık matrisi ise elemanların katılık matrislerinin toplamıdır.

$$[K] = \sum [K_e] \quad (2.87)$$

Dış kuvvetlerin yaptığı iş ise elemana etkiyen kuvvet vektörü $[p]$ ile yer değiştirmelerin çarpımıdır. Bu durumda toplam potansiyel enerji aşağıdaki gibidir.

$$\Pi = \Pi_{int} + \Pi_{ext} = \frac{1}{2} [q]^T \left(\sum [K_e] \right) [q] - [q]^T [P] \quad (2.88)$$

Minimum enerji prensibine göre (2.88) numaralı denklemin yer değiştirmelere göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse;

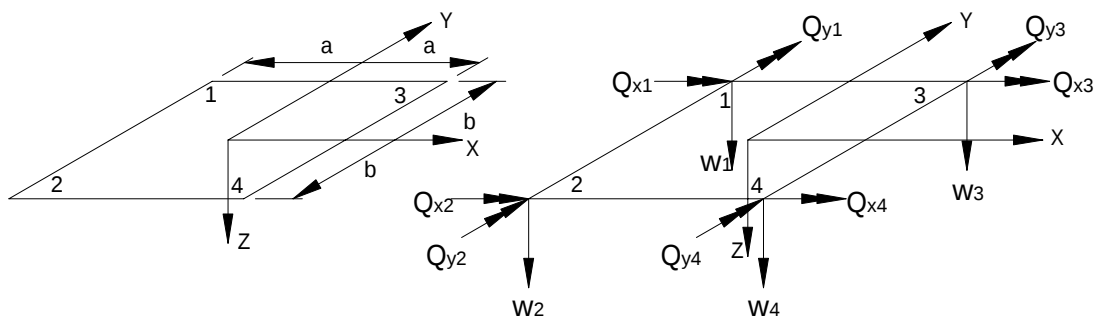
$$\frac{\partial \Pi}{\partial [q]} = \frac{\partial}{\partial [q]} \left(\frac{1}{2} [q]^T \left(\sum [K_e] \right) [q] - [q]^T [P] \right) = 0 \quad (2.89)$$

Buradan levha için en genel halde sonlu elemanlar denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[K][q] - [P] = 0 \quad (2.90)$$

2.3.1 Levha eğilmesi

Farklı elemanlar için birçok sonlu elemanlar modeli oluşturulmuştur [14]. Ancak bu bölümde sadece dörtgen bir eleman için katılık matrisi bulunacaktır. Bu elemanın düğümleri ve her düğümün serbestlik derecesi Şekil 2.9' da görülmektedir.



Şekil 2.9: Dörtgen levha eleman.

Her düğümün üç serbestlik derecesi vardır. Bunlar x ve y eksenleri etrafında dönmeler ile z yönündeki yer değiştirmedir. Burada elemanın çökmesi için polinom şeklinde bir fonksiyon kullanılacaktır. Bu durumda elemanın on iki serbestlik derecesi olduğundan bazı terimlerin çıkarıldığı dördüncü dereceden aşağıdaki çökme fonksiyonu kullanılabilir [15].

$$w(x, y) = c_1 + c_2 x + c_3 y + c_4 x^2 + c_5 x y + c_6 y^2 + c_7 x^3 + c_8 x^2 y + c_9 x y^2 + c_{10} y^3 + c_{11} x^3 y + c_{12} x y^3 \quad (2.91)$$

Şekil 2.9’ da görülen levha elemanın düğümlerdeki serbestlikleri aşağıdaki gibidir.

$$[q] = \{w_1 \quad Q_{x1} \quad Q_{y1} \quad w_2 \quad Q_{x2} \quad Q_{y2} \quad w_3 \quad Q_{x3} \quad Q_{y3} \quad w_4 \quad Q_{x4} \quad Q_{y4}\}^T \quad (2.92)$$

Bölüm 2.1.3’ de y eksen etrafındaki dönme α ile gösterilmişti. Buradan x ve y eksenleri etrafındaki dönmeler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Q_x(x, y) = \frac{\partial w}{\partial y} = c_3 + 2c_6 y + c_8 x^2 + 2c_9 x y + 3c_{10} y^2 + c_{11} x^3 + 3c_{12} x y^2 \quad (2.93)$$

$$Q_y(x, y) = \frac{\partial w}{\partial x} = c_2 + 2c_4 x + c_5 y + 3c_7 x^2 + 2c_8 x y + c_9 y^2 + 3c_{11} x^2 y + c_{12} y^3 \quad (2.94)$$

(2.91) numaralı denklemde bilinmeyen sabitleri belirlemek için Şekil 2.9’ daki elemanın düğümlerdeki değerleri (2.91), (2.93) ve (2.94) numaralı denklemlerde yerlerine konulacaktır.

Düğüm 1;

$$x = -a, \quad y = b \Rightarrow$$

$$w(-a, b) = w_1 = c_1 - a c_2 + b c_3 + a^2 c_4 - a b c_5 + b^2 c_6 - a^3 c_7 + a^2 b c_8 - a b^2 c_9 + b^3 c_{10} + a^3 b c_{11} - a b^3 c_{12}$$

$$Q_{x3}(-a, b) = Q_{x1} = c_3 - a c_5 + 2b c_6 + a^2 c_8 - 2a b c_9 + 3b^2 c_{10} - a^3 c_{11} - 3a b c_{12}$$

$$Q_y(-a, b) = Q_{y1} = c_2 - 2a c_4 + b c_5 + 3a^2 c_7 - 2a b c_8 + b^2 c_9 + 3a^2 b c_{11} + b^3 c_{12}$$

Benzer biçimde diğer düğümler içinde değerleri yerlerine konularak c_i sabitleri belirlenmiştir. Buna göre çökme denklemi yeniden düzenlenerek, denklem x ve y ’ ye bağlı fonksiyonlar ile düğümlerdeki değerlerin çarpımı cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$w(x, y) = [N][q] \quad (2.95)$$

(2.95) numaralı denklemdeki $[q]$, denklem (2.92)’ de verilen düğümlerdeki yer değiştirmeler, $[N]$ ise biçim fonksiyonlarıdır. Biçim fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_{x1} \\ N_{y1} \\ N_2 \\ N_{x2} \\ N_{y2} \\ N_3 \\ N_{x3} \\ N_{y3} \\ N_4 \\ N_{x4} \\ N_{y4} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} - \frac{3x}{8a} + \frac{x^3}{8a^3} + \frac{3y}{8b} - \frac{xy}{2ab} + \frac{x^3y}{8a^3b} - \frac{y^3}{8b^3} + \frac{xy^3}{8ab^3} \\ -\frac{b}{8} + \frac{bx}{8a} - \frac{y}{8} + \frac{xy}{8a} + \frac{y^2}{8b} - \frac{xy^2}{8ab} + \frac{y^3}{8b^2} + \frac{xy^3}{8ab^2} \\ \frac{a}{8} - \frac{x}{8} - \frac{x^2}{8a} + \frac{x^3}{8a^2} + \frac{ay}{8b} - \frac{xy}{8b} - \frac{x^2y}{8ab} + \frac{x^3y}{8a^2b} \\ \frac{1}{4} - \frac{3x}{8a} + \frac{x^3}{8a^3} - \frac{3y}{8b} + \frac{xy}{2ab} - \frac{x^3y}{8a^3b} + \frac{y^3}{8b^3} + \frac{xy^3}{8ab^3} \\ \frac{b}{8} - \frac{bx}{8a} - \frac{y}{8} + \frac{xy}{8a} - \frac{y^2}{8b} + \frac{xy^2}{8ab} + \frac{y^3}{8b^2} - \frac{xy^3}{8ab^2} \\ \frac{a}{8} - \frac{x}{8} - \frac{x^2}{8a} + \frac{x^3}{8a^2} - \frac{ay}{8b} + \frac{xy}{8b} + \frac{x^2y}{8ab} - \frac{x^3y}{8a^2b} \\ \frac{1}{4} + \frac{3x}{8a} - \frac{x^3}{8a^3} + \frac{3y}{8b} + \frac{xy}{2ab} - \frac{x^3y}{8a^3b} - \frac{y^3}{8b^3} - \frac{xy^3}{8ab^3} \\ -\frac{b}{8} + \frac{bx}{8a} - \frac{y}{8} - \frac{xy}{8a} + \frac{y^2}{8b} + \frac{xy^2}{8ab} + \frac{y^3}{8b^2} + \frac{xy^3}{8ab^2} \\ -\frac{a}{8} - \frac{x}{8} + \frac{x^2}{8a} + \frac{x^3}{8a^2} - \frac{ay}{8b} - \frac{xy}{8b} + \frac{x^2y}{8ab} + \frac{x^3y}{8a^2b} \\ \frac{1}{4} + \frac{3x}{8a} - \frac{x^3}{8a^3} - \frac{3y}{8b} - \frac{xy}{2ab} + \frac{x^3y}{8a^3b} + \frac{y^3}{8b^3} + \frac{xy^3}{8ab^3} \\ \frac{b}{8} + \frac{bx}{8a} - \frac{y}{8} - \frac{xy}{8a} - \frac{y^2}{8b} - \frac{xy^2}{8ab} + \frac{y^3}{8b^2} + \frac{xy^3}{8ab^2} \\ -\frac{a}{8} - \frac{x}{8} + \frac{x^2}{8a} + \frac{x^3}{8a^2} + \frac{ay}{8b} + \frac{xy}{8b} - \frac{x^2y}{8ab} - \frac{x^3y}{8a^2b} \end{bmatrix}^T \quad (2.96)$$

Bölüm 2.1.3’ de (2.20), (2.21) ve (2.22) numaralı denklemler ile verilen birim şekil değiştirmeler matris biçiminde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \gamma_{XY} \end{bmatrix} = -z \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

(2.97) numaralı denklemde (2.95) numaralı denklem yerine konulursa;

$$[\varepsilon] = -z \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 N_1}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{x1}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{y1}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{x2}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{y2}}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 N_1}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{x1}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{y1}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_2}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{x2}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{y2}}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 N_1}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{x1}}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{y1}}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_2}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{x2}}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{y2}}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 N_3}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{x3}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{y3}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_4}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{x4}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{y4}}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 N_3}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{x3}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{y3}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_4}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{x4}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{y4}}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 N_3}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{x3}}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{y3}}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_4}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{x4}}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{y4}}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} [q] = [D] [q] \quad (2.98)$$

(2.98) numaralı denklemdeki türev alma işlemleri yapıldıktan sonra $[D]$ matrisi elde edilmiştir. Bu matris (2.86) numaralı denklemde yerine konulursa;

$$[K_e] = \left(\int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-h/2}^{h/2} [D]^T [E] [D] dx dy dz \right) \quad (2.99)$$

Yukarıdaki integral alınırsa elemanın 12x12' lik katılık matrisi aşağıdaki gibi bulunur.

$$[K_e] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} & k_{19} & k_{110} & k_{111} & k_{112} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} & k_{29} & k_{210} & k_{211} & k_{212} \\ & & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & k_{38} & k_{39} & k_{310} & k_{311} & k_{312} \\ & & & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & k_{48} & k_{49} & k_{410} & k_{411} & k_{412} \\ & & & & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} & k_{59} & k_{510} & k_{511} & k_{512} \\ & & & & & k_{66} & k_{67} & k_{68} & k_{69} & k_{610} & k_{611} & k_{612} \\ & & & & & & k_{77} & k_{78} & k_{79} & k_{710} & k_{711} & k_{712} \\ & & & & & & & k_{88} & k_{89} & k_{810} & k_{811} & k_{812} \\ & & & & & & & & k_{99} & k_{910} & k_{911} & k_{912} \\ & & & & & & & & & k_{1010} & k_{1011} & k_{1012} \\ & & & & & & & & & & k_{1111} & k_{1112} \\ & & & & & & & & & & & k_{1212} \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

Bu katılık matrisi simetriktir ve katılık matrisindeki k_{ij} terimleri Ek-A' da verilmiştir.

Eğer levhaya yüzeyine dik düzgün yayılı P yükü etkiyorsa bu durumda (2.90) numaralı sonlu elemanlar denklemindeki yük matrisi aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$[P] = \frac{\partial}{\partial[q]} \left(\int_{-a}^a \int_{-b}^b w p \, dx \, dy \right) \quad (2.101)$$

Yukarıdaki denklemde $w(x,y) = [N][q]$ idi. Bunu denklemde yerine koyup türev ve integral işlemlerini yaparsak P basıncının yük matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[P] = \frac{a b p}{3} \begin{Bmatrix} 3 \\ -b \\ a \\ 3 \\ b \\ a \\ 3 \\ -b \\ -a \\ 3 \\ b \\ -a \end{Bmatrix} \quad (2.102)$$

Bölüm 2.3' de katılık matrisi için denklem (2.86) yazılırken ısı etkiler düşünülmemiştir. Eğer sıcaklık gradyanın sebep olduğu ısıl gerilme/şekil değiştirme

düşünülecek olursa; birim şekil değiştirme matrisi (2.55) ve (2.56) numaralı denklemlere göre $[\varepsilon - \varepsilon_T]$ şeklindedir. Bu birim şekil değiştirme matrisini (2.80) numaralı enerji denkleminde yerine koyarsak;

$$\Pi_{\text{int}}^e = \frac{1}{2} \left(\int_V [\varepsilon - \varepsilon_T]^T [E] [\varepsilon - \varepsilon_T] dV \right) \quad (2.103)$$

(2.103) numaralı denklemdeki matris işlemlerini yaparsak;

$$\Pi_{\text{int}}^e = \frac{1}{2} \int_V \left([\varepsilon]^T [E] [\varepsilon] - [\varepsilon]^T [E] [\varepsilon_T] - [\varepsilon_T]^T [E] [\varepsilon] + [\varepsilon_T]^T [E] [\varepsilon_T] \right) dV \quad (2.104)$$

(2.104) numaralı denklemde, $[\varepsilon]$ yerine (2.84) numaralı denklemde verilen ifadeyi yerine koyarsak;

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{int}}^e = \frac{1}{2} \int_V & \left([q]^T [D]^T [E] [D] [q] - [q]^T [D]^T [E] [\varepsilon_T] \right. \\ & \left. - [\varepsilon_T]^T [E] [D] [q] + [\varepsilon_T]^T [E] [\varepsilon_T] \right) dV \end{aligned} \quad (2.105)$$

Minimum enerji prensibini uygulamak için, (2.105) numaralı denklemin yer değiştirmelere göre türevini alırsak;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_{\text{int}}^e}{\partial [q]} = \frac{\partial}{\partial [q]} & \left(\frac{1}{2} \int_V \left([q]^T [D]^T [E] [D] [q] - [q]^T [D]^T [E] [\varepsilon_T] \right. \right. \\ & \left. \left. - [\varepsilon_T]^T [E] [D] [q] + [\varepsilon_T]^T [E] [\varepsilon_T] \right) dV \right) \end{aligned} \quad (2.106)$$

(2.106) numaralı denklemde parantez içindeki ilk terim (2.86) numaralı denklemle verilen katılık matrisi ile yer değiştirmelerin çarpımıdır. (2.106) numaralı denklemdeki ikinci ve üçüncü terimler ise aynıdır ve bunlar toplanabilir. Bu denklemdeki son terim ise yer değiştirmelere göre sabit olduğundan türevi sıfırdır. Bu durumda herhangi bir elemanın iç enerjilerinin toplamının yer değiştirmelere göre türevi aşağıdaki gibi yazılabilir [14].

$$\frac{\partial \Pi_{\text{int}}^e}{\partial [q]} = \frac{1}{2} [K_e] [q] - \int_V [\varepsilon_T]^T [E] [D] dV \quad (2.107)$$

Yukarıdaki denklemde, ilk terim katılık matrisi ile yer değiştirmelerin çarpımıdır. Ancak ikinci terimde yer değiştirmelerin çarpımı bulunmamaktadır. Bu nedenle ikinci terim bir sıcaklık değişiminin sebep olduğu bir yük matrisidir [14].

$$\{F_T\} = \int_V [\varepsilon_T]^T [E] [D] dV \quad (2.108)$$

Yukarıdaki denklemde $[D]$ matrisi (2.98) numaralı denklemde bulunmuş ve $[E]$ matrisi de (2.81) numaralı denklemde verilmiştir. (2.108) numaralı denklemdeki $[\varepsilon_T]^T$ matrisi ise kalınlık doğrultusundaki sıcaklık gradyanın oluşturduğu ısıl birim şekil değiştirme matrisidir. Eğer levhanın iki yüzeyindeki sıcaklık birbirinden farklı ve sabit ise kalınlık doğrultusundaki sıcaklık gradyanı (2.58) numaralı denklem ile aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$T(z) = T_{AV} + \frac{\Delta T}{h} z$$

Bu durumda $[\varepsilon_T]^T$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[\varepsilon_T] = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{XT} \\ \varepsilon_{YT} \\ \gamma_{XYT} \end{Bmatrix} = \alpha (T(z) - T_0) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.109)$$

(2.109) numaralı denklemde görüldüğü gibi sıcaklığın kayma açısına etkisi yoktur. Sıcaklık gradyanı sadece normal gerilme oluşturur.

(2.98), (2.81), (2.109) ve (2.58) numaralı denklemleri (2.108) numaralı denklemde yerine koyup integrali alırsak kalınlık doğrultusundaki lineer sıcaklık gradyanın oluşturduğu yük matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[F_T]^T = \frac{\alpha E \Delta T h^2}{12(\nu - 1)} \{0 \quad a \quad -b \quad 0 \quad -a \quad -b \quad 0 \quad a \quad b \quad 0 \quad -a \quad b\}^T \quad (2.110)$$

Yukarıdaki (2.110) numaralı denklemden görüldüğü gibi kalınlık doğrultusundaki sıcaklık gradyanı sadece eğilme momenti ve dolayısıyla levha sehimini oluşturur. Burada z yönündeki kuvvetlere karşılık gelen kısımlar sıfırdır. Momentlere karşılık gelen satırlarda parantez dışındaki terim x veya y eksenini etrafındaki toplam eşdeğer moment ile kenar uzunluğunun çarpımına eşittir. Bu da levha kenarına etkiyen

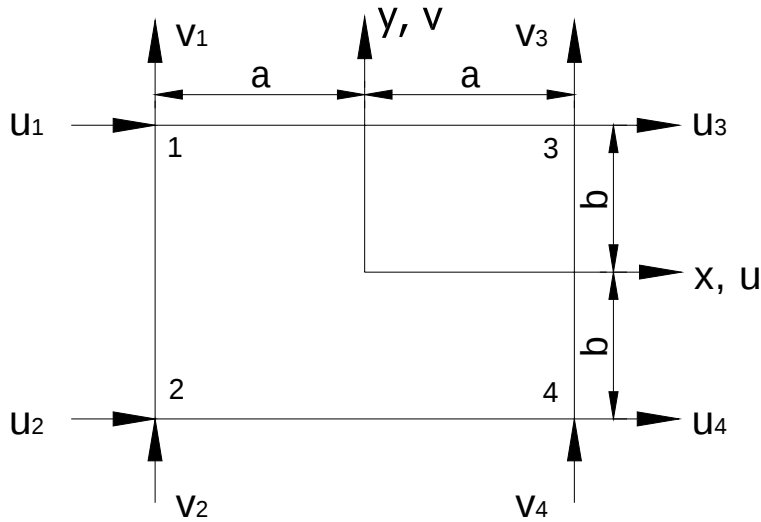
toplam ısı momenttir. Ayrıca ilk referans sıcaklığı (2.109) numaralı denklemde bulunmasına rağmen ısı yüklerine etkisi yoktur. Bu ısı yükler denklem (2.110)' dan görüldüğü gibi sadece iki yüzey arasındaki sıcaklık farkına bağlıdır.

2.3.2 Düzlem gerilme durumu

Düzlem gerilme durumunda her düğümün iki serbestlik derecesi vardır. Bunlar Şekil 2.10' da görüldüğü gibi x ve y yönlerindeki yer değiştirmelerdir.

$$[q] = \{u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad u_4 \quad v_4\}^T \quad (2.112)$$

Bu durumda yer değiştirmeler için aşağıdaki gibi bilineer fonksiyon kullanılabilir. Bu fonksiyonun biliner olmasının sebebi x' e ve y' ye bağlı iki lineer fonksiyonun çarpımından oluşmasındandır [17]. Bu fonksiyon elemanın kenarları boyunca lineerdir. Fakat elemanın içinde lineer değildir [18].



Şekil 2.10: Dörtgen levha eleman.

Şekil 2.10' dan görüldüğü gibi x yönündeki yer değiştirme u ile, y yönündeki yer değiştirme de v ile gösterilmiştir. Elemanın yer değiştirmeleri için seçilen bilineer fonksiyonlar aşağıdaki gibidir.

$$u(x, y) = c_1 + c_2 x + c_3 y + c_4 xy \quad (2.112)$$

$$v(x, y) = d_1 + d_2 x + d_3 y + d_4 xy \quad (2.113)$$

Denklem (2.112) ve (2.113)' de bilinmeyen katsayıları belirlemek için düğümlerdeki değerler yerlerine konulacaktır. Örneğin düğüm bir için x ve y yönündeki yer

değiştirmeler sırasıyla u_I ve v_I ' dir. Bunlar (2.112) numaralı denklemde yerine konulursa;

$$u_1 = c_1 - c_2 a + c_3 b - c_4 a b \quad (2.114)$$

Benzer biçimde diğer düğümlerdeki değerlerde yerlerine konulur ve elde edilen denklemler x' e ve y' ye bağlı fonksiyonlar ile düğümlerdeki değerlerin çarpımı şeklinde yeniden düzenlenirse; yer değiştirme fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$u(x, y) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \quad (2.115)$$

$$v(x, y) = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \quad (2.116)$$

(2.115) ve (2.116) numaralı denklemlerdeki N_i ' ler biçim fonksiyonlarıdır ve her iki denklem içinde aynıdır. Bu biçim fonksiyonları eleman üzerindeki herhangi bir bilinmeyen düğümlerdeki değerler cinsinden belirlenmesini sağlar [18].

Bu dörtgen eleman için biçim fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{4} - \frac{x}{4a} + \frac{y}{4b} - \frac{xy}{4ab} \\ \frac{1}{4} - \frac{x}{4a} - \frac{y}{4b} + \frac{xy}{4ab} \\ \frac{1}{4} + \frac{x}{4a} + \frac{y}{4b} + \frac{xy}{4ab} \\ \frac{1}{4} + \frac{x}{4a} - \frac{y}{4b} - \frac{xy}{4ab} \end{Bmatrix} \quad (2.117)$$

Bölüm 2.1.3' de (2.16), (2.17) ve (2.18) numaralı denklemlerle verilen birim şekil değiştirmeler matris biçiminde aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2.118)$$

(2.118) numaralı denklemde yer değiştirmeler için bulunan değerleri yerine koyarsak;

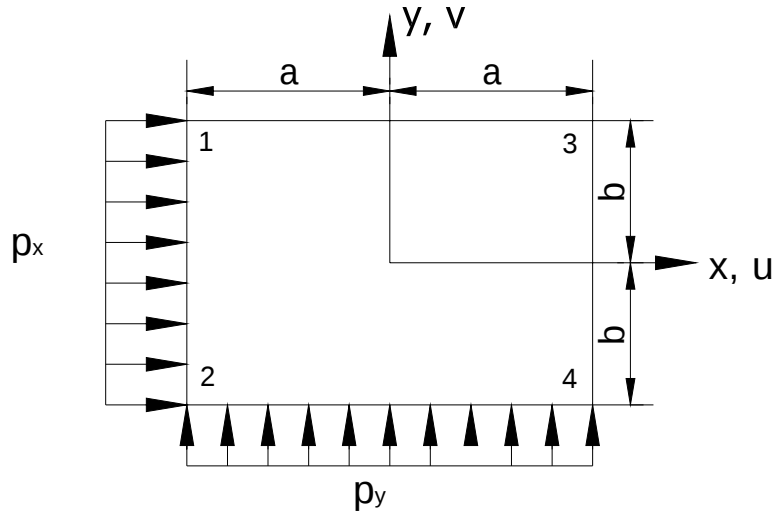
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \gamma_{XY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (2.119)$$

$$= [D][q]$$

(2.119) numaralı denklemdeki türev işlemlerini yapıp elde edilen $[D]$ matrisini (2.86) numaralı denklemde yerine koyarsak, elemanın katılık matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[K_e] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} & m_{17} & m_{18} \\ & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} & m_{27} & m_{28} \\ & & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} & m_{37} & m_{38} \\ & & & m_{44} & m_{45} & m_{46} & m_{47} & m_{48} \\ & & & & m_{55} & m_{56} & m_{57} & m_{58} \\ & & & & & m_{66} & m_{67} & m_{68} \\ & & & & & & m_{77} & m_{78} \\ & & & & & & & m_{88} \end{bmatrix} \quad (2.120)$$

Bu katılık matrisi simetriktir ve katılık matrisindeki m_{ij} terimleri Ek-A' da verilmiştir.



Şekil 2.11: Levha düzlemindeki basınçlar.

Şekil 2.11’ deki gibi levhaya düzleminde bir ve iki düğümleri boyunca x yönünde bir p_x basıncının ile iki ve dört düğümleri boyunca y yönünde de bir p_y basıncının uygulandığı düşünölsün. Bu durumda yayılı yüklerin oluşturduğu yük matrisi aşğıdaki gibidir.

$$[P] = t \begin{Bmatrix} a p_x \\ 0 \\ a p_x \\ b p_y \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b p_y \end{Bmatrix} \quad (2.121)$$

Burada ısı etkiler düşünölmemiştir. Eğer sıcaklık gradyanının sebep olduğı orta düzlemin birim şekil değıştirme ve gerilmesi düşünölecek olursa bu durumda Bölüm 2.3.1’ de bulunan ısı yük matrisinde orta düzlemin birim şekil değıştirmeleri yazılmalıdır.

İki yüzeyi farklı sabit sıcaklıklarda olan levha için kalınlık doğrultusundaki sıcaklık gradyanı (2.58) numaralı denklemde verilmiştir. Burada orta düzlemin koordinatı olan $z=0$ yazarsak orta düzlemin sıcaklığı olan T_{AV} ’ ı elde ederiz. Bu durumda orta düzlemin birim şekil değıştirme matrisi aşğıdaki gibidir.

$$[\varepsilon_T] = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{XT} \\ \varepsilon_{YT} \\ \gamma_{XYT} \end{Bmatrix} = \alpha (T_{AV} - T_0) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.122)$$

(2.119), (2.81) ve (2.122) numaralı denklemleri (2.108) numaralı denklemde yerine yazıp denklemi integre edersek, orta düzlemdeki sıcaklık farkının bu düzlemde oluşturduğu ısı yük matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\{F_T\}^T = \frac{E h \alpha (T_{AV} - T_0)}{\nu - 1} \{b \quad -a \quad b \quad a \quad -b \quad -a \quad -b \quad a\} \quad (2.123)$$

(2.123) numaralı denklemde verilen ısı yük matrisinde görüldüğü gibi orta düzlemin ısıl gerilme / şekil değiştirmesi bu düzlemin sıcaklık farkı ile ilk referans sıcaklığı arasındaki fark ile orantılıdır. Bu yük matrisi (2.69) ve (2.70) numaralı denklemlerde verilen birim uzunluk için verilen normal kuvvetler ile kenar uzunluklarının çarpımına eşittir.

Bu ve bundan önceki kısımda bulunan katılık matrisleri levha ortasındaki koordinat sistemi için bulunmuştur. Eğer kullanılan koordinat sistemi buradakilerden farklı ise bu durumda kullanılmak istenen koordinat sistemi için katılık matrisi yeniden bulunmalı veya bulunan katılık matrisi istenilen koordinat sisteminde kullanılmak için dönüşüm matrisi ile çarpılmalıdır.

2.3.3 Üç boyutlu yapıların levha elemanlar kullanılarak analizi

Üç boyutlu bir yapı rast gele bir yükleme durumunda levha elemanlar kullanılarak analiz edilebilir. Ancak bunun için eleman kalınlık doğrultusunda ve kalınlığına dik yönde yükleri taşıma kapasitesine sahip olmalıdır. Dört düğümden oluşan bir levhanın düzlemindeki rijitliği için Bölüm 2.3.2' de bulunan katılık matrisi kullanılabilir [19]. Bu durumda düzlemdeki kuvvetler için denklem (2.112)' de verilen katılık matrisi yazılabilir.

$$[K_e]_m = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} & m_{17} & m_{18} \\ & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} & m_{27} & m_{28} \\ & & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} & m_{37} & m_{38} \\ & & & m_{44} & m_{45} & m_{46} & m_{47} & m_{48} \\ & & & & m_{55} & m_{56} & m_{57} & m_{58} \\ & & & & & m_{66} & m_{67} & m_{68} \\ & & & & & & m_{77} & m_{78} \\ & & & & & & & m_{88} \end{bmatrix} \quad (2.113)$$

Burada m indisi levha düzlemindeki gerilmeler için yazıldığını göstermek için konulmuştur. Düzlemdeki kuvvetler ve yer değiştirmeler arasındaki bağıntı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ R_{x2} \\ R_{y2} \\ R_{x3} \\ R_{y3} \\ R_{x4} \\ R_{y4} \end{Bmatrix} = [K_e]_m \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (2.114)$$

(2.114) numaralı denklemde u_i ' ler düğümlerin x yönündeki yer değiştirmelerini v_i ' ler ise düğümlerin y yönündeki yer değiştirmelerini göstermektedir. Benzer biçimde R_{xi} ve R_{yi} ' ler de sırasıyla x ve y yönündeki kuvvetlerdir.

Levha düzlem gerilmesine benzer biçimde levha eğilmesi için de Bölüm 2.3.1' de bulunan katılık matrisi kullanılabilir [19]. Bu durumda levha eğilmesi için katılık matrisi aşağıdaki gibidir.

$$[K_e]_b = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} & k_{19} & k_{110} & k_{111} & k_{112} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} & k_{29} & k_{210} & k_{211} & k_{212} \\ & & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & k_{38} & k_{39} & k_{310} & k_{311} & k_{312} \\ & & & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & k_{48} & k_{49} & k_{410} & k_{411} & k_{412} \\ & & & & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} & k_{59} & k_{510} & k_{511} & k_{512} \\ & & & & & k_{66} & k_{67} & k_{68} & k_{69} & k_{610} & k_{611} & k_{612} \\ & & & & & & k_{77} & k_{7,8} & k_{79} & k_{710} & k_{711} & k_{712} \\ & & & & & & & k_{88} & k_{89} & k_{810} & k_{811} & k_{812} \\ & & & & & & & & k_{99} & k_{910} & k_{911} & k_{912} \\ & & & & & & & & & k_{1010} & k_{1011} & k_{1012} \\ & & & & & & & & & & k_{1111} & k_{1112} \\ & & & & & & & & & & & k_{1212} \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

Yukarıdaki matriste b indisi katılık matrisinin eğilmeye ait olduğunu göstermek için konulmuştur. Levhanın kalınlığı doğrultusundaki yerel yüklerin sebep olduğu gerilme ve yer değiştirmeler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} R_{Z1} \\ M_{X1} \\ M_{Y1} \\ R_{Z2} \\ M_{X2} \\ M_{Y2} \\ R_{Z3} \\ M_{X3} \\ M_{Y3} \\ R_{Z4} \\ M_{X4} \\ M_{Y4} \end{Bmatrix} = [K_e]_b \begin{Bmatrix} w_1 \\ Q_{X1} \\ Q_{Y1} \\ w_2 \\ Q_{X2} \\ Q_{Y2} \\ w_3 \\ Q_{X3} \\ Q_{Y3} \\ w_4 \\ Q_{X4} \\ Q_{Y4} \end{Bmatrix} \quad (2.116)$$

Düzlem gerilme ve eğilme rijitlikleri birleştirilmeden önce iki husus unutulmamalıdır. Burada düzlemdeki kuvvetler ile eğilmenin birbirlerini etkilemediği düşünülmüştür. Ayrıca her iki durumda da z eksenine etrafındaki dönme Q_Z formülasyonda bulunmamaktadır. Tek eleman için bu dönme düşünülmeyebilir fakat birçok elemanın birleştiği bir modelde katılık matrisini oluşturmak için Q_Z dönmesi ve buna karşılık moment M_Z gerekmektedir. Bu terimler toplam potansiyel

enerjinin korunumunda işlemlere katılmadığından katılık matrisinde bu terimlere karşılık gelen satır ve sütunlara sıfır konulmalıdır [15].

Buna göre levhanın üç boyutlu katılık 24×24 ' lik bir matris olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

Bu durumda üç boyutlu levha için sonlu elemanlar denklemi aşağıdaki gibidir.

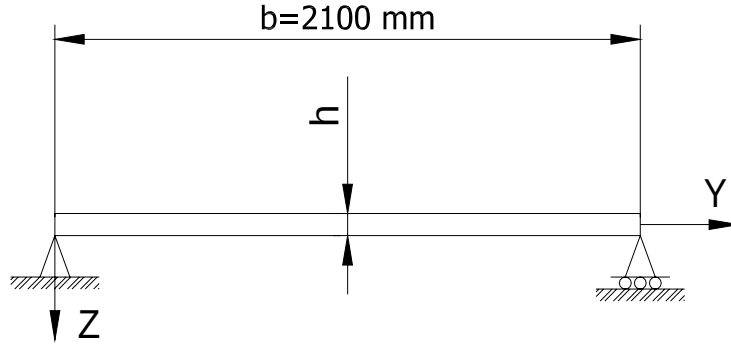
$$\begin{Bmatrix} R_{X1} \\ R_{Y1} \\ R_{Z1} \\ M_{X1} \\ M_{Y1} \\ M_{Z1} \\ R_{X2} \\ R_{Y2} \\ R_{Z2} \\ M_{X2} \\ M_{Y2} \\ M_{Z2} \\ R_{X3} \\ R_{Y3} \\ R_{Z3} \\ M_{X3} \\ M_{Y3} \\ M_{Z3} \\ R_{X4} \\ R_{Y4} \\ R_{Z4} \\ M_{X4} \\ M_{Y4} \\ M_{Z4} \end{Bmatrix} = [K_e] \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ Q_{X1} \\ Q_{Y1} \\ Q_{Z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ Q_{X2} \\ Q_{Y2} \\ Q_{Z2} \\ u_3 \\ v_3 \\ w_3 \\ Q_{X3} \\ Q_{Y3} \\ Q_{Z3} \\ u_4 \\ v_4 \\ w_4 \\ Q_{X4} \\ Q_{Y4} \\ Q_{Z4} \end{Bmatrix} - [P] \quad (2.118)$$

Bu katılık matrisi Şekil 2.9’ daki koordinat sistemine göre yazılmıştır. Eğer elemanın koordinat sistemi yapının koordinat sisteminden farklı ise bu matris dönüşüm matrisi ile çarpılarak istenilen koordinat sistemine uygun hale getirilmelidir.

2.4 Analitik Çözüm ile Sonlu Elemanlar Yönteminin Karşılaştırılması

İki yüzeyi farklı sıcaklıklarda olan, dört kenarından basit mesnetli, Şekil 2.12’ de kesiti görülen levhada oluşan ısıl sehim ve gerilmeler levha için yazılan diferansiyel denklem çözülerek belirlenmiş ve sonuçlar aynı levha için ANSYS’ den elde edilen

sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Levhanın ısıtılmadan önceki sıcaklığı 10 °C' dir. Levha daha sonra alt yüzeyi 89 °C ve üst yüzeyi 90 °C olacak şekilde ısıtılmıştır.



Şekil 2.12: Dört kenarı basit mesnetli levha.

Çizelge 2.1: Levhanın geometrik özellikleri ve malzeme sabitleri.

Uzunluk	2100 mm
Genişlik	800 mm
Kalınlık	12 mm
Elastisite Modülü	206 GPa
Poisson Oranı	0,3
Isıl Genleşme Katsayısı	$12 \times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$

Sınır Şartları:

$$x = 0, x = a \Rightarrow w = 0, m_x = 0$$

$$y = 0, y = b \Rightarrow w = 0, m_y = 0$$

Bölüm 2.2.1.1' de verilen, üzerinde yerel yük bulunmayan ve iki yüzeyi farklı sıcaklıklarda olan dikdörtgen bir levha için sehim denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\nabla^2 w = -\frac{1}{D(1-\nu)} m_T$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü Fourier serisine açılarak bulunabilir. Aşağıdaki denklem sınır şartlarını sağlamaktadır. Fakat bu denklemdaki a_{mn} katsayısı bilinmemektedir ve bu katsayıyı belirlemek için çökme denklemi yukarıdaki diferansiyel denklemde yerine konulacaktır.

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \quad (2.119)$$

Çökme için yazılan bu denklemin x ve y ’ ye göre türevlerini alıp bunları diferansiyel denkleme yerine koyarsak;

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 \sin\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \quad (2.120)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{n \pi}{b} \right)^2 \sin\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \quad (2.121)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left[\left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b} \right)^2 \right] \sin\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n \pi y}{b}\right) = \frac{1}{D(1-\nu)} m_T \quad (2.122)$$

(2.122) numaralı denklemin her iki yanını $\sin\left(\frac{m' \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n' \pi y}{b}\right)$ ile çarpıp, levha kenarları boyunca integralini alırsak; a_{mn} katsayısı ve çökme denklemi aşağıdaki gibi bulunur (Bu ara işlemler EK-B’ de verilmiştir).

$$a_{mn} = \frac{m_T}{D(1-\nu)} \frac{16}{m n \pi^2 \left[\left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b} \right)^2 \right]} \quad (2.123)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_T}{D(1-\nu)} \frac{16}{m n \pi^2 \left[\left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b} \right)^2 \right]} \sin\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \quad (2.124)$$

$m, n : 1, 3, 5, \dots$

Yukarıdaki (2.124) numaralı denklemde m_T ile gösterilen terim ısı eşdeğer momenttir. Bu terim Bölüm 2.2.1.1’ de iki yüzeyi sabit farklı sıcaklıklarda olan levha için aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$m_T = \alpha E \int_{-h/2}^{h/2} (T(z) - T_0) z dz = \alpha E \left(\frac{\Delta T}{h} \right) \frac{h^3}{12}$$

Yukarıdaki denklemde ΔT , levhanın alt ve üst yüzeyi arasındaki sıcaklık farkıdır. Bu durumda levhanın çökme denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha \Delta T (1+\nu)}{h} \frac{16}{m n \pi^2 \left[\left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b} \right)^2 \right]} \sin\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \quad (2.125)$$

$m, n : 1, 3, 5, \dots$

Levhanın normal ve kayma gerilmeleri Bölüm 2.2.1' de verildiği gibi aşağıdaki gibi yazılabilir.

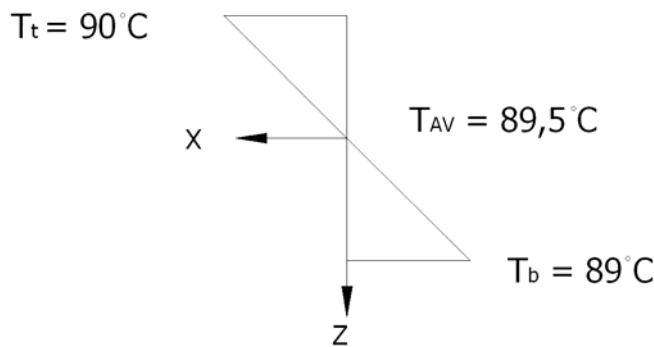
$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) - \frac{E}{1-\nu} \alpha (T(z) - T_0)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) - \frac{E}{1-\nu} \alpha (T(z) - T_0)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}$$

Yukarıdaki gerilme denklemlerinde, $T(z)$ levhanın herhangi bir noktasındaki sıcaklık ve T_0 ilk referans sıcaklığıdır. Bu örnekte levha yüzeyleri sabit sıcaklıkta ve levha kalınlık doğrultusunda lineer bir sıcaklık gradyanının olduğu düşünülmüştür. Levhanın herhangi bir kesitindeki sıcaklık gradyanı Şekil 2.13' de ki gibidir.

$$T(z) = \frac{T_t + T_b}{2} + \frac{T_t - T_b}{h} z = T_{AV} + \frac{\Delta T}{h} z$$



Şekil 2.13: Levhanın herhangi bir kesitindeki sıcaklık dağılımı.

Şekil 2.13' de görüldüğü gibi levhanın eğilmesine sebep olan sıcaklık dağılımı levha kalınlığı boyunca lineer olarak değişmektedir. Ayrıca Bölüm 2.2.1.1' de de bahsedildiği gibi levhanın ısıl sehim i levhanın ilk referans sıcaklığından bağımsızdır. Levhanın eğilmesi levhanın iki yüzeyi arasındaki sıcaklık farkı ile doğru orantılıdır.

Bu nedenle yukarıda gerilmeler için yazılan denklemlerde kullanılacak olan referans sıcaklık da orta düzlemin sıcaklığıdır. Yani bu örnek için ısıl sehimin sebep olduğu gerilmeleri bulmak için kullanılacak sıcaklık 89,5 °C olan orta düzlemin sıcaklığıdır. Bu durum ilk olarak levhanın bütünü 89,5 °C olacak şekilde ısıtıldığı ve ardından bir yüzeyi 90 °C ve diğeri 89 °C olacak şekilde ısıtıldığı ve soğutulduğu şeklinde düşünülebilir. Bu durumda eğilmenin sebep olduğu gerilme denklemlerinde kullanılacak olan referans sıcaklık 89,5 °C' dir. Çünkü levha bütünüyle 89,5 °C olacak şekilde ısıtıldığında sınır şartları yüzünden üzerinde gerilme oluşmaz, sadece her yönde lineer bir şekil değişimi oluşur. Ardından levhanın bir yüzeyi 90°C ve diğer yüzeyi 89°C olacak şekilde ısıtılır ve soğutulursa yine sınır şartları yüzünden levhada gerilme oluşur. Bu durumda da referans sıcaklık 89,5 °C' dir.

Levhanın birim şekil değiştirmeleri Bölüm 2.1.3' de verildiği gibi aşağıdaki biçimdedir.

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Isıl sehim için yazılan (2.125) numaralı denklemi yukarıda yazılan birim şekil değiştirme ve bu birim şekil değiştirmeleri de gerilme denklemlerinde yerine koyarsak gerilme denklemleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_x = \frac{E\alpha}{1-\nu} \left\{ z \frac{\Delta T}{h} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{16 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]}{mn \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]} \right) \sin \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \right. \\ \left. - \left[T_{AV} + \frac{\Delta T}{h} z - T_0 \right] \right\} \quad (2.126)$$

$$\sigma_Y = \frac{E\alpha}{1-\nu} \left\{ z \frac{\Delta T}{h} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16 \left[\left(\frac{n}{b} \right)^2 + \nu \left(\frac{m}{a} \right)^2 \right]}{m n \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]} \sin \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{b} y \right) - \left[T_{AV} + \frac{\Delta T}{h} z - T_0 \right] \right\} \quad (2.127)$$

$$\tau_{XY} = -E\alpha \frac{\Delta T}{h} z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16 \left(\frac{m}{a} \right) \left(\frac{n}{b} \right)}{m n \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]} \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \quad (2.128)$$

$m, n : 1, 3, 5, \dots$

Yukarıdaki (2.126) ve (2.127) numaralı denklemlerde T_{AV} ve T_0 yukarıda bahsedildiği gibi birbirine eşittir. Bu durumda gerilme denklemleri aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\sigma_X = z \frac{E\alpha}{1-\nu} \frac{\Delta T}{h} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]}{m n \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]} \sin \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{b} y \right) - 1 \right\} \quad (2.129)$$

$$\sigma_Y = z \frac{E\alpha}{1-\nu} \frac{\Delta T}{h} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16 \left[\left(\frac{n}{b} \right)^2 + \nu \left(\frac{m}{a} \right)^2 \right]}{m n \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]} \sin \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \right\} \quad (2.130)$$

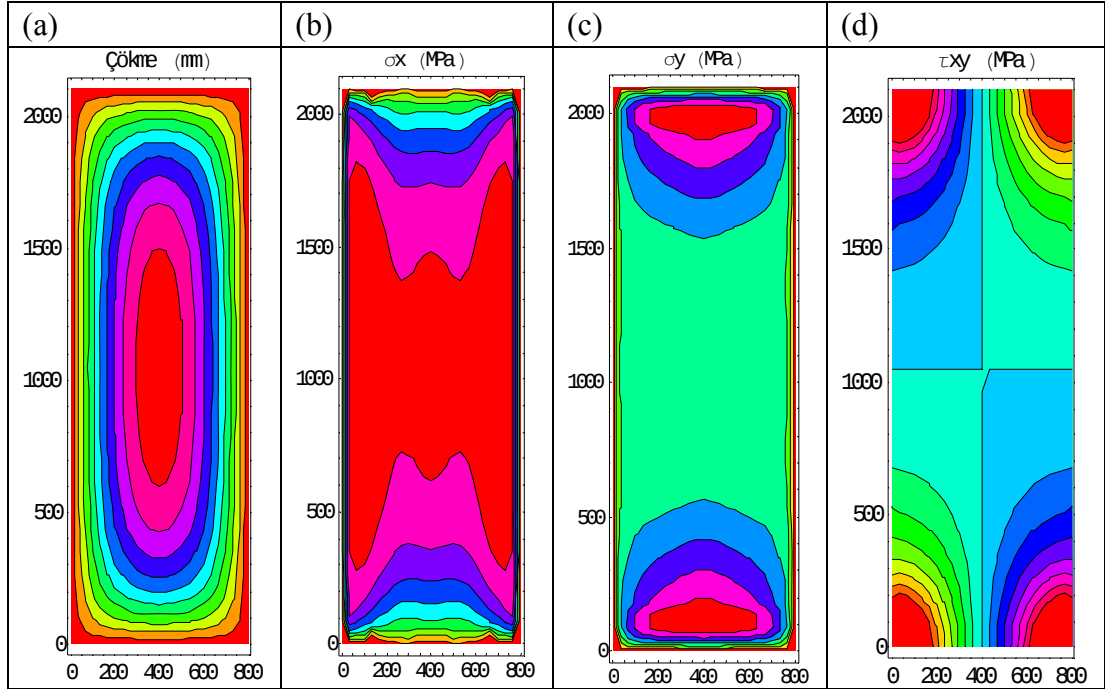
$$\tau_{XY} = -E\alpha \frac{\Delta T}{h} z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16 \left(\frac{m}{a} \right) \left(\frac{n}{b} \right)}{m n \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]} \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \quad (2.128)$$

$m, n : 1, 3, 5, \dots$

Levha için verilenler çökme ve gerilme denklemlerinde yerine konularak Çizelge 2.2' deki eş yükselti grafikleri bulunmuştur. Bu grafikler levha üzerindeki sehim ve

gerilme dağılımını göstermektedir. En büyük sehim levha ortasındadır. Levha kenarlarında sehim sınır şartları yüzünden sıfırdır.

Çizelge 2.2: Analitik çözüme göre levha üzerindeki sehim ve gerilme dağılımı: (a) çökme w , (b) x eksen yönündeki gerilme σ_x , (c) y eksen yönündeki gerilme σ_y , (d) kayma gerilmesi τ_{xy} .



Levha ortasındaki sehim ve gerilmeler aşağıdaki gibidir.

$$x = \frac{a}{2}, \quad y = \frac{b}{2}, \quad z = -\frac{h}{2} \quad \Rightarrow$$

$$w = 0,1005 \text{ mm}$$

$$\sigma_x = 0,0502 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 1,1843 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0$$

Çökme için bulunan (2.125) numaralı denklemde sehim değerini yukarıdaki verilen hassasiyette bulabilmek için serinin ilk yirmi terimini almak yeterlidir. Ancak gerilme için yazılan (2.128), (2.129) ve (2.130) numaralı denklemlerde verilen sonuçlara yakınsaması için çok daha fazla terim almak gerekmektedir.

Levhanın sınır şartları yataydaki hareketi kısıtlamadığı için levhada sadece ısı momentler ve bunların levhanın yüzeylerinde oluşturduğu normal gerilmeler bulunmaktadır. Levhanın orta düzleminde gerilme oluşmamaktadır. Fakat bu orta düzlemde sıcaklığın etkisiyle genişlemektedir. Bu durumda Bölüm 2.2.1’ de verilen denklemler, ve sınır şartlarına göre orta düzlem için aşağıdakiler gibi yazılabilir.

$$\varepsilon_{0X} = \varepsilon_{0Y} = \alpha (T(z) - T_0)$$

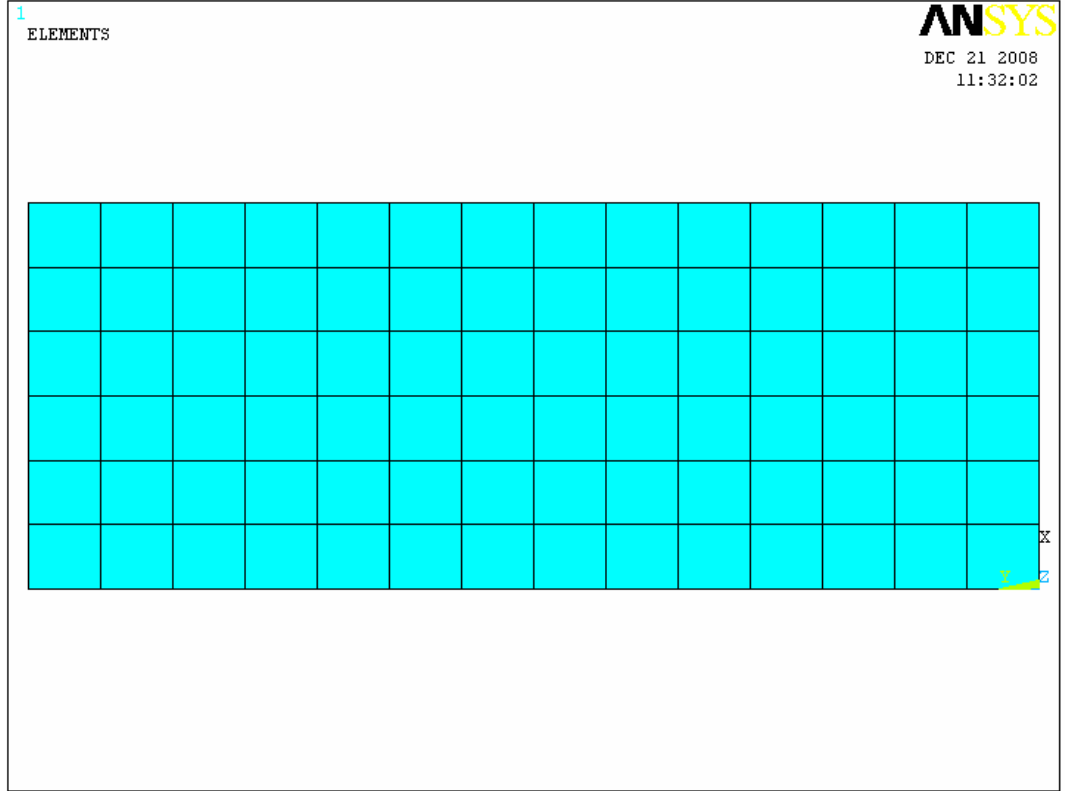
$$\gamma_{XY} = 0$$

Yukarıdaki birim şekil değiştirme formüllerinde $T(z)$ sabittir. Bu orta düzlemin son sıcaklığı 89,5 °C ve T_0 ise orta düzlemin ilk sıcaklığı 10 °C’ dir. Bu durumda birim şekil değiştirmeler sabittir. Birim şekil değiştirmelerin levha boyunca integrali, levhanın boy değişimini verir. Birim şekil değiştirmeler sabit olduğundan levhanın boyundaki uzama birim şekil değiştirme ile levha boyunun çarpımına eşittir. Buna göre levha için verilenler yerlerine konulursa, levhanın boy değişimi aşağıdaki gibidir.

$$\Delta b = 2,003 \text{ mm}$$

$$\Delta a = 0,763 \text{ mm}$$

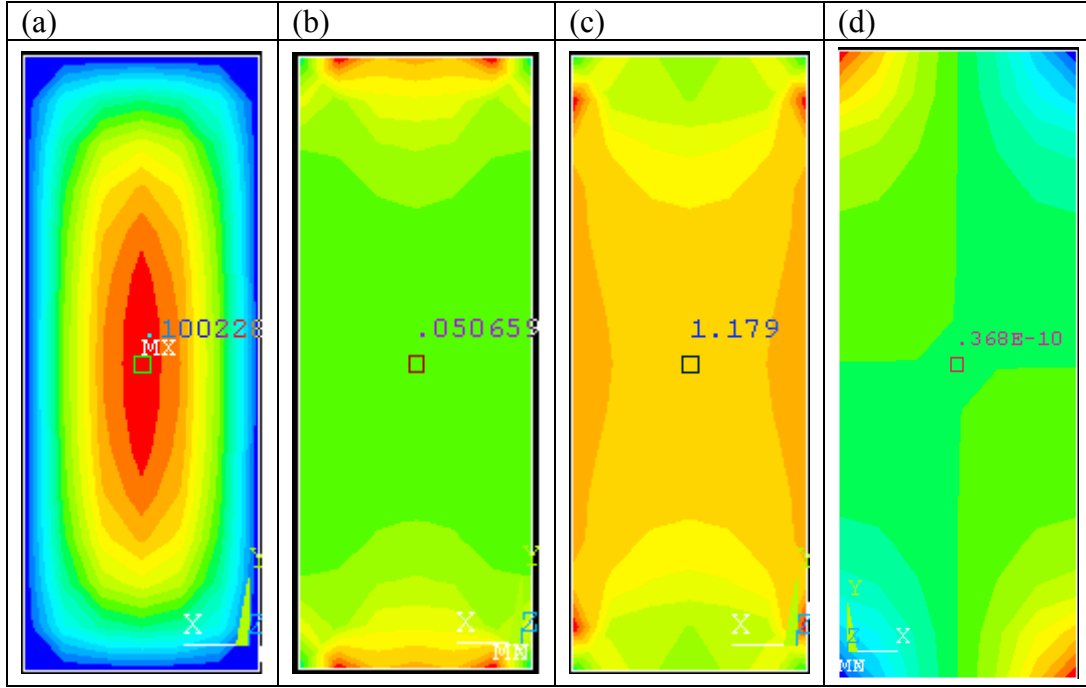
Aynı levha ANSYS ile aşağıdaki gibi modellenmiştir (Bu problemin ANSYS ile modellenmesi ve çözümü Ek-C’ de verilmiştir).



Şekil 2.14: ANSYS’ de oluşturulan levha modeli.

Bu modelde levha elemanlarının kenar uzunluğu yaklaşık 150 mm’ dir. ANSYS ile yapılan bu çözümden elde edilen gerilme ve sehim dağılımları Çizelge 2.3’ de verilmiştir. Ayrıca levha ortasındaki sehim ve gerilmeler bu çizelgede görülebilmektedir.

Çizelge 2.3: ANSYS ile yapılan çözümden elde edilen sonuçlar: (a) çökme w (mm), (b) x eksenindeki gerilme σ_x (MPa), (c) y eksenindeki gerilme σ_y (MPa), (d) kayma gerilmesi τ_{xy} (MPa).

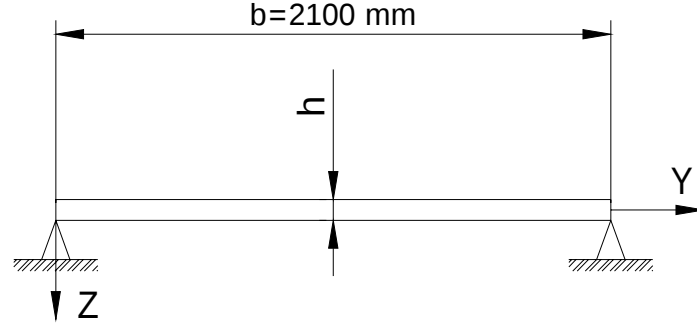


Levha ortasındaki gerilme ve çökme için ANSYS’ de yapılan çözüm ile diferansiyel denklemin çözümünden elde edilen sonuçlar oldukça yakın gözükmektedir. Bu değerlerin karşılaştırması Çizelge 2.3’ de verilmiştir.

Çizelge 2.4: Analitik çözüm ve ANSYS’ den levha ortası için bulunan sonuçların karşılaştırılması.

	Analitik Çözüm	ANSYS Çözümü	Fark (%)
w (mm)	0,1005	0,1002	0,3
σ_x (MPa)	0,0502	0,0507	1,0
σ_y (MPa)	1,1843	1,1790	0,4
τ_{xy} (MPa)	0	0	0

Çizelge 2.2’ de analitik çözümden elde edilen sehim ve gerilme dağılımı, Çizelge 2.3’ de ANSYS ile yapılan çözümden elde edilen sehim ve gerilme dağılımları görülmektedir. Bu çizelgeler karşılaştırıldığında levha üzerindeki sehim ve gerilmeler için elde edilen dağılımlar aynı yapıdadır. Ayrıca levha ortası için bulunan sehim gerilmeler için yapılan karşılaştırmaya göre her iki çözüm arasındaki fark %1’ in altındadır. Buna göre analitik çözüm ve ANSYS’ den elde edilen sonuçlar oldukça yakındır.



Şekil 2.15: Dört kenarı basit mesnetli (uçlar yatay yer değiştirmeye karşı kısıtlanmış levha).

Bu örnekte levhanın yataydaki hareketi kısıtlanmadığı için oluşan gerilmeler sadece eğilmenin sebep olduğu gerilmelerdir. Levhanın orta düzlemi sıcaklığın etkisiyle x ve y yönlerinde yer değiştirmiş ve bu nedenle orta düzlemde gerilme oluşmamıştır. Eğer levhanın yatay hareketleri de kısıtlanırsa, daha önceden bulunan gerilmelere orta düzlemin gerilmeleri de eklenmelidir. İnce levhalar için orta düzlemin genişlemesi ile levha sehiminin birbirini etkilemediği düşünülmektedir. Sınır koşulları Şekil 2.13’ deki gibi orta düzlemin genişlemesine engel olacak biçimde değiştirilirse orta düzlemdeki birim şekil değiştirme olmayacaktır. Yani orta düzlemde $\varepsilon_{0X} = \varepsilon_{0Y} = 0$ olacaktır. Bu durumda Bölüm 2.2.1’de verilen gerilme denklemleri orta düzlemin gerilmesi için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sigma_{0X} = -\frac{E}{1-\nu} \alpha (T(z) - T_0) \quad (2.131)$$

$$\sigma_{0Y} = -\frac{E}{1-\nu} \alpha (T(z) - T_0) \quad (2.132)$$

$$\tau_{0XY} = 0$$

Burada $T(z)$ orta düzlemde sabit $89,5 \text{ }^\circ\text{C}$ ve T_0 referans sıcaklığı yani levhanın ilk sıcaklığı $10 \text{ }^\circ\text{C}$ ’ dir. Levhanın orta düzlemindeki gerilme orta düzlemin sıcaklık değişiminden kaynaklanmaktadır.

$$\sigma_{0X} = \sigma_{0Y} = 280,7486 \text{ MPa}$$

Yukarıdaki gerilme levhanın orta düzlemindeki gerilmedir. Levhanın alt ve üst yüzeyindeki gerilmeler, eğilmenin sebep olduğu gerilme ile orta düzlemin

gerilmelerinin toplamıdır. Levha bu sınır şartları için ANSYS’ de de çözülmüştür. Analitik çözüm ile ANSYS’ den elde edilen gerilmeler levhanın orta noktası için Çizelge 2.5’ de verilmiştir.

Çizelge 2.5: Analitik çözüm ile ANSYS’ den levha ortası için bulunan sonuçların karşılaştırılması.

	Analitik Çözüm	ANSYS Çözümü	% Fark
w (mm)	0,1005	0,1002	0,3
σ_x (MPa), Levha Alt Yüzeyinde	-280,7988	-280,7990	0,0
σ_x (MPa), Tarafsız Düzleminde	-280,7486	-280,7485	0,0
σ_x (MPa), Levha Üst Yüzeyinde	-280,6984	-280,6980	0,0
σ_y (MPa), Levha Alt Yüzeyinde	-281,9329	-281,9270	0,0
σ_y (MPa), Tarafsız Düzleminde	-280,7486	-280,7485	0,0
σ_y (MPa), Levha Üst Yüzeyinde	-279,5643	-279,5700	0,0
τ_{xy} (MPa)	0	0	0

İnce levhalar için ısıl sehim ile ısıl genleşme/daralmanın birbirini etkilemediği düşünüldüğünden, ANSYS ile yapılan çözümde de ısıl sehim değişmemiştir. Levhanın orta noktasında, üç yüzey için bulunan gerilme değerleri hemen hemen aynıdır. Her iki çözümde de orta düzlemde x ve y yönündeki normal gerilmeler eşittir. Çizelge 2.4 ve 2.5 birlikte incelendiğinde, bu örnek için ısıl momentlerin oluşturduğu gerilmelerin, ısıl genleşmenin oluşturduğu gerilmelere göre ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu görülmektedir.

3. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ

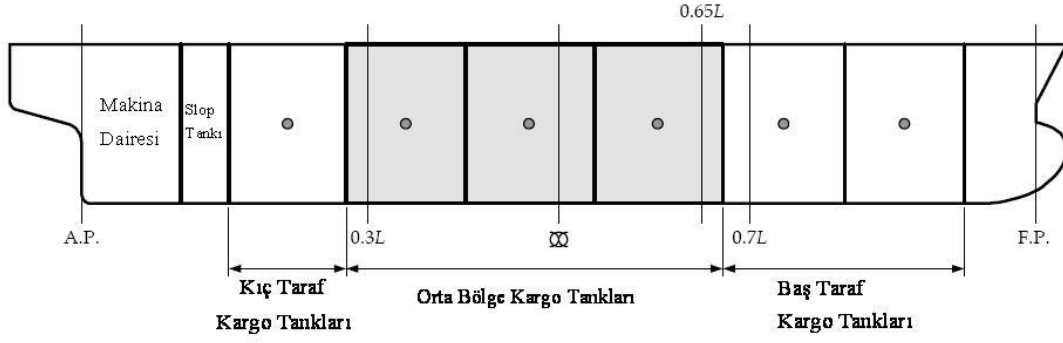
Bu çalışmada sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak, 7000 DWT' luk ham petrol tankerinde üç farklı yükleme durumu için gerilme analizi yapılmıştır. Bunlardan birincisi sadece ısı yüklerinin bulunduğu ısı gerilme analizi, ikincisi yapısal yüklerin bulunduğu statik analiz, üçüncüsü ise ısı ve yapısal yüklerin bulunduğu gerilme analizidir. Geminin ana boyutları ve orta kesiti Ek-D' de verilmiştir. Analizler için ticari sonlu elemanlar paket programı olan ANSYS kullanılmıştır.

Isıl gerilme analizi Bölüm 2.2' de bahsedildiği gibi mekanik ve termodinamik denklemlerin bağlaşımını (coupled) gerektiren bir analizdir [13]. Fakat bağlaşım terimi çok küçük olduğundan ihmal edilebilir [10]. Bu çalışmada da bağlaşım (coupling) terimi ihmal edilmiştir. Yani ısı gerilme/şekil-değiştirme ile enerji denklemlerinin birbirinden etkilenmediği kabul edilmiştir. Isıl gerilme analizi için ilk olarak geminin yapısal elemanları üzerindeki sıcaklık dağılımı bulunmuştur. Sıcaklık dağılımını bulabilmek için ise Sürekli Rejim ısı transferi analizi yapılmıştır. Buradan elde edilen sonuçlar (yapı üzerindeki sıcaklık dağılımı) ısı gerilme analizi için girdileri oluşturur. Bu sıcaklık dağılımı ve referans sıcaklığa göre ısı gerilme analizi yapılmıştır.

3.1 Sonlu Elemanlar Modeli

3.1.1 Geometrik model

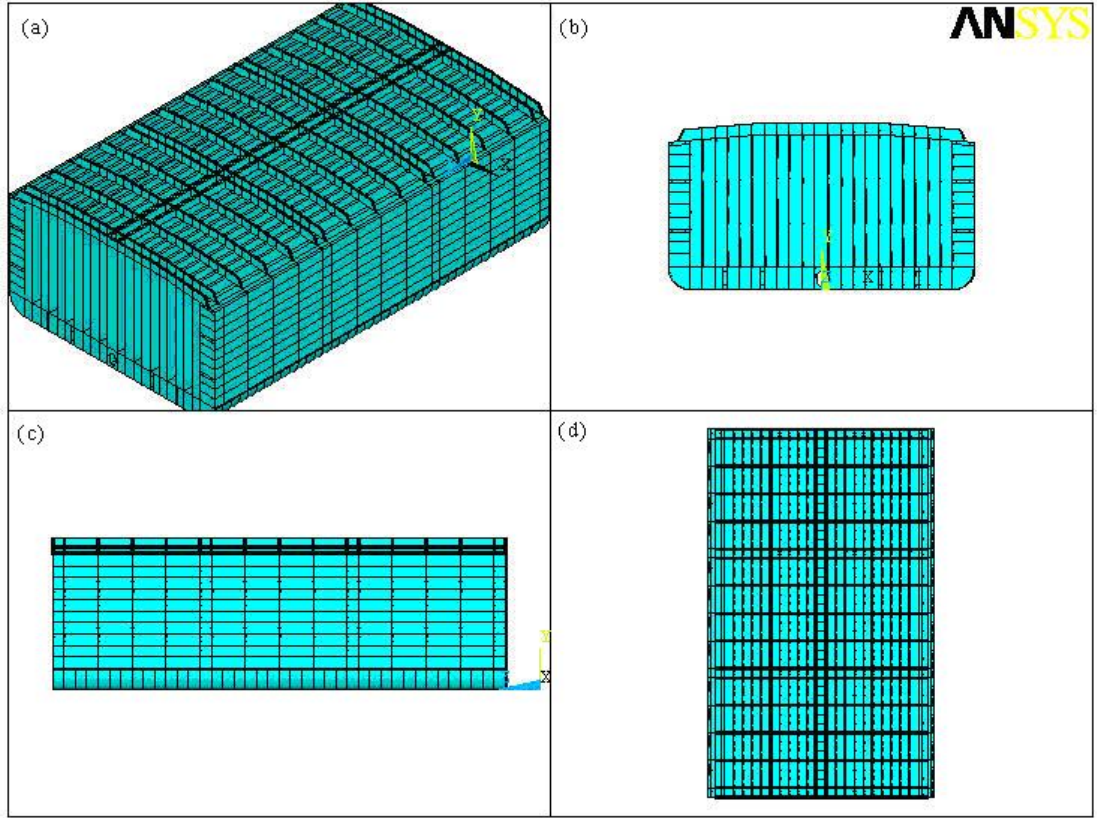
Geometrik model Şekil 3.1' de görüldüğü gibi geminin orta bölgesinden üç kargo tankını kapsar. Geminin iskeleden sancağa bütün genişliği ve kaideden ana güverteye bütün derinliği Şekil 3.2' de görüldüğü gibi modellenmiştir. Modele geminin boyuna ve enine, adi ve derin bütün yapısal elemanları dâhil edilmiştir. Bunlar; iç dip, iç cidar, dış kaplama, güverte, boyuna ve enine perdeler, çift dip dolu ve adi döşekleri ve güverte derin ve adi kemereleridir [20]. Gemiye ait orta kesit Ek-D' de verilmiştir.



Şekil 3.1: Sonlu elemanlar modeli [19].

Gemi yapı elemanları üzerinde hem kalınlık doğrultusunda yerel yükler hem de düzlemde yükler bulunmaktadır. Bu nedenle bütün yapısal elemanlar levha eleman kullanılarak idealleştirilmiştir [16]. Isıl ve yapısal analizler için iki farklı levha eleman kullanılmıştır.

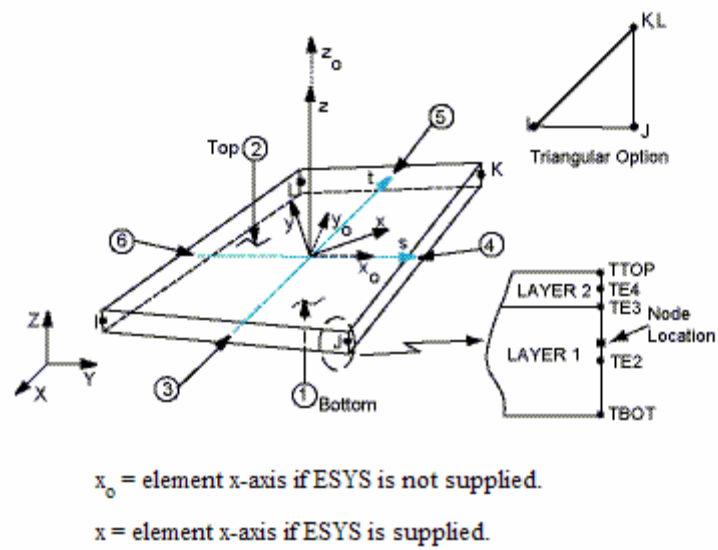
Bu çalışmada ilk olarak ısı elemanlar kullanılarak sonlu eleman modeli oluşturulmuştur. Sürekli rejim (Steady-State) ısı transferi analizi yapıldıktan sonra eleman tipi değiştirilerek, modelde yapısal eleman kullanılmıştır. Bütün analizlerde geometrik model ve düğümler aynıdır. Sadece kullanılan elemanın özellikleri değişmiştir. Isı transferi analizinden elde edilen gemi yapısı üzerindeki sıcaklık dağılımı düğümler için kaydedilmiştir ve bunlar ısıl gerilme analizinde kullanılmıştır.



Şekil 3.2: Sonlu elemanlar modeli: a) perspektif görünüm, b) ön görünüş, c) yan görünüş, d) üst görünüş.

3.1.2 Isıl analizde kullanılan eleman

Isı transferi analizinde ANSYS’ deki elemanlardan SHELL 131 elemanı kullanılmıştır. Bu elemanın geometrisi Şekil 3.3’ de verilmiştir.

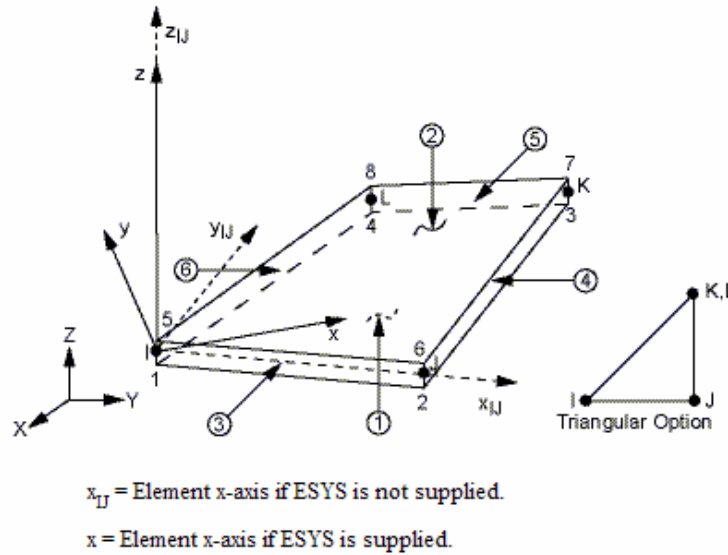


Şekil 3.3: SHELL 131 elemanı [13].

SHELL 131 üç boyutlu bir levha elemanıdır. Kalınlık ve yüzey doğrultusunda zamana bağlı veya sürekli rejim (Transient or Steady-State) ısı iletim özellikleri vardır. Ayrıca dört düğümlü olan bu elemanın her düğümünün 32' ye kadar serbestlik derecesi vardır [13]. Bu eleman sürekli rejim (Steady-State) ısı transferi analizinde kullanılarak, tekne yapısı üzerindeki sıcaklık dağılımı bulunmuştur.

3.1.3 Gerilme analizlerinde kullanılan eleman

ANSYS' de yapılan gerilme analizlerinde SHELL 63 kullanılmıştır. Bu eleman eğilme ve membran özelliklerine sahiptir. Elemana kalınlığı doğrultusunda ve levha düzleminde kuvvetler uygulanabilir. Elemanın geometrisi Şekil 3.4' de verilmiştir. SHELL 63' ün dört düğümü ve her düğümün de altı serbestlik derecesi vardır. Bunlar x , y ve z eksenlerindeki yer değiştirmeler ve bu eksenler etrafındaki dönmelerdir [13].



Şekil 3.4: SHELL 63 elemanı [13].

3.1.4 Gemiye etkiyen yükler

Bu çalışmada gemiye etkiyen yükler ısı yükler ve yapısal yükler olmak üzere ikiye ayrılmıştır.

3.1.4.1 Isıl yükler

Bu yükler taşınan yükün, deniz suyunun ve havanın gemi yapısı üzerinde oluşturmuş olduğu sıcaklık dağılımıdır. Dış ortamın ve taşınan yükün sıcaklıkları aşağıdaki gibi kabul edilmiştir:

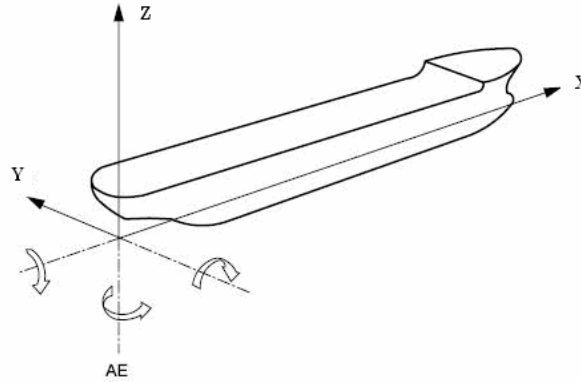
- o Deniz suyu sıcaklığı: 0 °C
- o Hava sıcaklığı: - 5 °C
- o Yük Sıcaklığı: 90 °C

Bu dış ortam sıcaklıkları ve yük sıcaklığı için sürekli rejim (Steady-State) ısı transferi analizi yapılmıştır. Bu ısı transferi analizinde yük ile temasta olan iç dip kaplaması, iç cidar kaplaması, perdeler ve güverte kaplamasının bir bölümünün temas yüzeylerinin kargo ile aynı sıcaklıkta olduğu düşünülmüştür. Ayrıca deniz suyu ile temasta olan dip kaplama ve bordo kaplamanın bir bölümünün temas yüzeylerinin deniz suyu sıcaklığı ile aynı olduğu kabul edilmiştir.

3.1.4.2 Yapısal yükler

Yapısal yükler Bureau Veritas' ın çelik tekne yapım kurallarında bulunan dizayn yükleri kısmından alınmıştır.

Yük tanımlamalarında gemi için kullanılan koordinat sistemi de Şekil 3.5' de görüldüğü gibidir [5].



Şekil 3.5: Koordinat sistemi [19].

Yerel yükler

Sakin su basınçları

Bu yükler deniz suyu ve taşınan kargonun oluşturduğu hidrostatik basınçlardır. Bu yükler etkidikleri yapı elemanlarına göre aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.1: Dizayn sakin su yükleri [5].

	Yapı Elemanı	Sakin Su Basıncı, P_s (kPa)
Deniz Yükleri	Dip kaplama ve bordo	$\rho g (T - z)$
	Ana güverte	$10 \varphi_1 \varphi_2$
Kargo Yükleri	İç dip, iç cidar ve ana güverte	$\rho_L g (z_{TOP} - z) + 100 P_{PV}$

Hesaplarda; deniz suyu yoğunluğu, $\rho = 1,025 \text{ ton/m}^3$, kargo yük yoğunluğu $\rho_L = 1,54 \text{ ton/m}^3$ ve hava firar basıncı, $P_{PV} = 0,21 \text{ atm}$ olarak alınmıştır.

Yukarıdaki çizelgede φ_1 ve φ_2 güvertenin yerine ve gemi boyuna göre değişen katsayılarıdır ve bu gemi için her iki katsayıda bire eşittir.

Dalga basınçları

Bu yükler dalgaların oluşturmuş olduğu dış basınç ile kargonun oluşturduğu atalet yükleridir. Bu yükler Çizelge 3.2' de verildiği gibi hesaplanmıştır.

Çizelge 3.2: Dizayn dalga yükleri [5].

	Yapı Elemanı	Dalga Basıncı, P_w (kPa)
Deniz Yükleri	Dip kaplama ve bordo	$\rho g h \exp\left(\frac{-2\pi(T - z)}{L}\right)$
	Ana güverte	$17,5 \varphi_1 \varphi_2$
Kargo Yükleri	İç dip, iç cidar ve ana güverte	$\rho_L [0,5 a_{x1} l_B + a_{z1} (z_{TOP} - z)]$

Burada g yer çekimi ivmesi, a_{x1} x yönündeki ivme, a_{z1} z yönündeki ivme, h dalga yüksekliği ve l_B ise kargo tankının boyudur.

Tekne kirişi yükleri

Bu yükler gemiye etkileyen yerel yüklerin tümünün, gemi kırşının herhangi bir kesitinde oluşturduğu kesme kuvvetleri, eğilme momentleri ve burulma momentleridir. Tekne kirişi yükleri de dalga ve sakin su yükleri olarak iki kısımdan

oluşur [5]. Bu çalışmada modele nihayetlerinde sadece sarkma (Sagging) eğilme momentlerinin bulunduğu kabul edilmiştir. Sakin su ve dalga sarkma eğilme momentleri aşağıdaki formüllerden bulunmuştur.

$$M_{SWM,S} = 175 C L^2 B (C_B + 0,7) 10^{-3} + M_{WV,S} \quad (3.1)$$

$$M_{WV,S} = -110 C L^2 B (C_B + 0,7) 10^{-3} \quad (3.2)$$

Yukarıdaki formüllerde bulunan $M_{SWM,S}$ sakin su eğilme momenti, $M_{WV,S}$ dalga eğilme momenti, C katsayısı geminin boyuna bağlı bir katsayıdır ve aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$C = 10,75 - \left(\frac{300 - L}{100} \right)^{1.5} \quad (3.3)$$

3.1.5 Yükleme durumları

Gemiye etkiyen yüklerin kombinasyonuna göre üç farklı yükleme durumu düşünülmüş ve bunlar için gerilme analizi yapılmıştır.

3.1.5.1 Yükleme durumu A

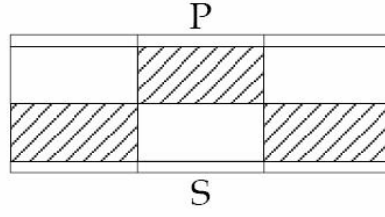
Bu yükleme durumunda sadece ısı yükleri vardır. Taşınan yükler ve deniz suyunun sebep olduğu basınç ve kuvvetler düşünülmemiştir. Bu nedenle bu durum gerçek bir yükleme durumu değildir ve sadece bir sezgi kazanmak için yapılmıştır.

3.1.5.2 Yükleme durumu B

Bu yükleme durumunda ısı yükleri yoktur. Sadece yapısal yükler vardır. Yani, taşınan yükler ile deniz suyunun sebep olduğu yerel yükler ve tekne kiriş yükleri vardır.

3.1.5.3 Yükleme durumu C

Bu yükleme durumunda ise ısı ve yapısal yüklerin hepsi modele uygulanmıştır. Bu üç yükleme durumunda da Şekil 3.6' da taralı olan tankların yüklendiği düşünülmüştür.



Şekil 3.6: Yüklü tanklar [19].

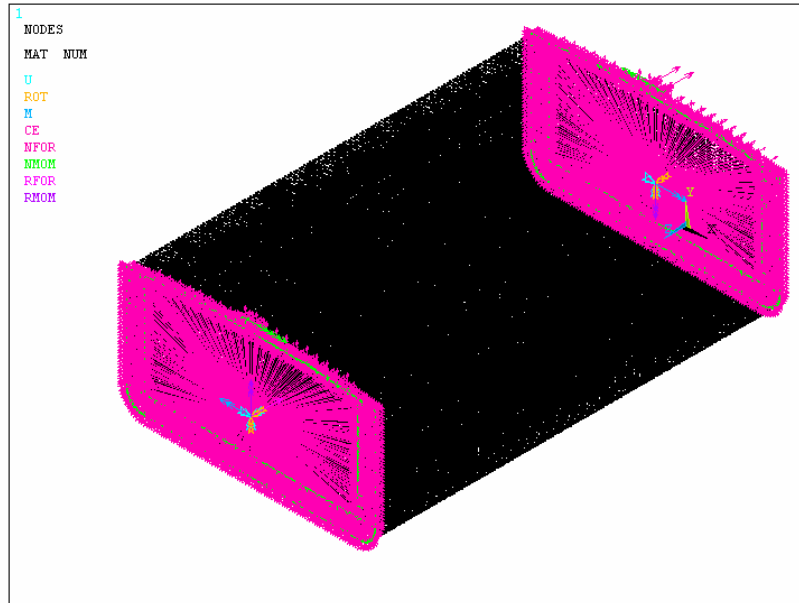
3.1.6 Sınır şartları

3.1.6.1 Isıl analiz için sınır şartları

Sürekli rejim ısı transferi analizinde model nihayetlerinde ısı akısının olmadığı düşünülmüştür.

3.1.6.2 Gerilme analizleri için sınır şartları

Bu analizlerde model nihayetlerinde boyuna elemanlar üzerinde bulunan bütün düğümler bağımsız bir düğüme rijit elemanlar ile Şekil 3.7’ de görüldüğü gibi bağlanmıştır. Sınır koşulları ve tekne kirişi yükleri bu bağımsız düğüme uygulanmıştır.



Şekil 3.7: Model nihayetlerindeki rijit bölge.

Aşağıdaki çizelgede bu sınır koşulları her yükleme durumu için, Şekil 3.5’ deki gemi koordinat sistemine göre verilmiştir. Burada δ_x , δ_y ve δ_z sırasıyla x , y ve z eksenlerindeki yer değiştirmeler; θ_x , θ_y , ve θ_z ise x , y ve z eksenleri etrafındaki dönmelerdir.

Çizelge 3.3: Sınır koşulları.

		δ_x	δ_y	δ_z	θ_x	θ_y	θ_z
Durum A	Baş Taraf	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış
	Kıç Taraf	Serbest	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış
Durum B ve C	Baş Taraf	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Serbest	Serbest	Kısıtlanmış
	Kıç Taraf	Serbest	Kısıtlanmış	Kısıtlanmış	Serbest	Serbest	Kısıtlanmış

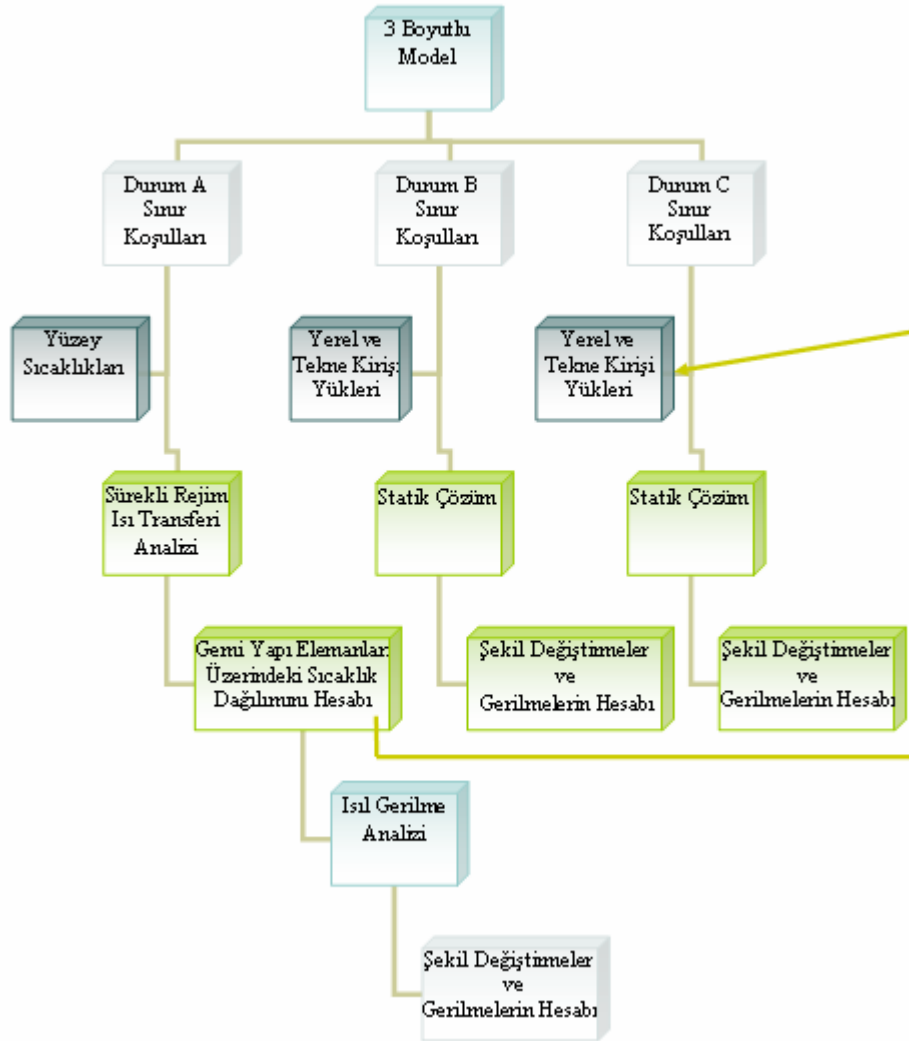
3.2 Çözüm Aşamaları

Yapılan analizlerin şeması Şekil 3.8’ de görülmektedir. Birinci yükleme durumunda sadece ısı yükleri yani gemi yapı elemanları üzerindeki sıcaklık dağılımları bulunmaktadır. Bunun için üç boyutlu model ilk olarak ısı levha elemanı, SHELL 131, ile elemanlara ayrılmıştır. Bu modele sınır şartları ve yükler uygulandıktan sonra sürekli rejim (Steady-State) ısı transferi analizi yapılarak gemi yapı elemanları üzerindeki sıcaklık dağılımı bulunmuştur. Daha sonra kullanılan eleman tipi, SHELL 63 ile değiştirilerek model yapısal elemanlar ile oluşturulmuştur. Bu modele sürekli rejim (Steady-State) ısı transferinden elde edilen sonuçlar ve sınır şartları uygulanarak ısı gerilme analizi yapılmıştır. Bu analizin sonuçları sadece gemi yapı elemanlarının üzerindeki sıcaklık gradyanının oluşturduğu gerilme ve şekil değiştirmelerdir. Fakat gerçekte bu yüklerle birlikte yapısal yüklerin oluşturduğu gerilme ve şekil değiştirmelerde vardır. Bu yükleme durumu sadece bir sezgi kazanmak ve sürekli rejim ısı transferi analizi sonuçlarını elde etmek için yapılmıştır.

İkinci yükleme durumunda model yapısal eleman, SHELL 63 ile elemanlara ayrılmıştır. Bu modele sınır şartları ve yapısal yükler uygulandıktan sonra statik çözüm yapılarak gerilme ve şekil değiştirmeler elde edilmiştir. Bu yükleme durumunun sonuçları sadece yapısal yüklerin oluşturduğu gerilme ve şekil değiştirmelerdir. Yani bu analizde modele yerel yükler ile tekne kiriş yükleri uygulanmıştır.

Üçüncü yükleme durumunda da model yapısal eleman SHELL 63 ile oluşturulmuştur. Bu modele sınır şartları, yapısal yükler ve bunlara ek olarak birinci analizde bulunan ısı yükleri yani gemi yapı elemanları üzerindeki sıcaklık dağılımları

uygulanmıştır. Daha sonra yapılan statik analiz ile elde edilen sonuçlar yapısal ve ısıl yüklerin sebep olduğu gerilme ve şekil değiştirmelerdir.

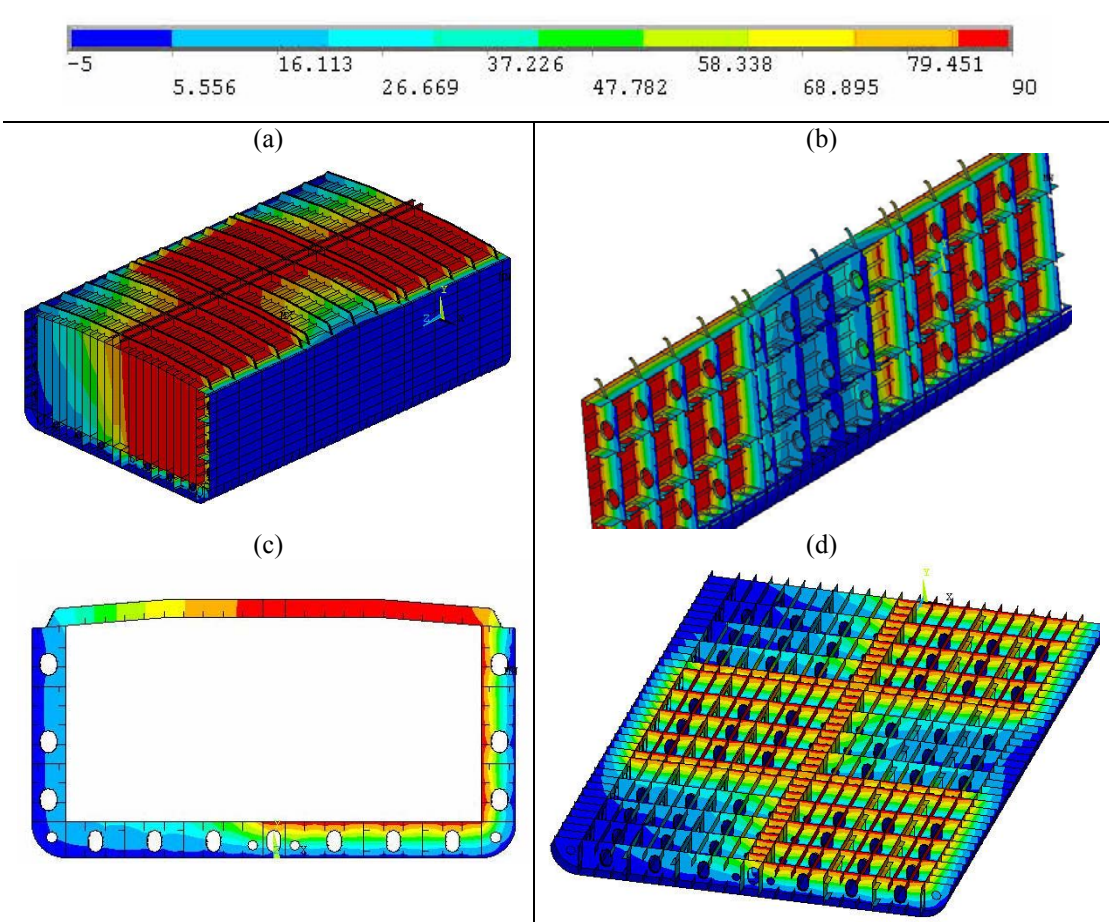


Şekil 3.8: Çözüm aşamaları.

3.3 Isı Transferi Analizi Sonuçları

Bu bölümde sürekli rejim ısı transferi analizinin sonuçları incelenmiştir. Şekil 3.9 (a)' da görüldüğü gibi yüklü olan tankların üstünde bulunan yapı ve ondüleli perdeler kargo ile hemen hemen aynı sıcaklıktadır. Dip kaplama, bordo, iç dip, iç cidar, perdeler ve ana güvertenin kargo veya deniz suyu ile temasta olan kısımları için sabit sıcaklık kabulü yapılmıştır. Fakat sürekli rejim ısı transferi analizinden elde edilen sıcaklık dağılımına göre, bu elemanlar sadece temas yüzeylerinde değil diğer yüzeylerinde de kargo veya deniz suyu ile aynı sıcaklıktadır. Yani bu elemanlarda kalınlık doğrultusunda bir sıcaklık gradyanı oluşmamıştır. Bu durum Şekil 3.9 (b), (c) ve (d)' den de görülebilmektedir. Buna göre eğilmeye çalışan levhaların

üzerindeki (dip kaplama sacı, iç dip sacı, iç cidar sacı ve ondüleli perdeler) ısı moment çok az veya yoktur. Çünkü bu elemanlarda kalınlık doğrultusunda sıcaklık gradyanı yoktur. Bu elemanlar sıcaklığın etkisiyle levha düzleminde genişir veya daralırlar. Ayrıca dolu olan tankların yakınlarında bulunan çift dip ve yan duvar yapısını oluşturan derin elemanların (Solid Floor ve Side Web) sıcaklık gradyanı Şekil 3.9 (b), (c) ve (d)'de görüldüğü gibi çok yüksektir.



Şekil 3.9: Gemi yapı elemanları üzerindeki sıcaklık dağılımı: (a) bütün model, (b) çift bordo yapısı, (c) tipik derin halka, (d) çift dip yapısı.

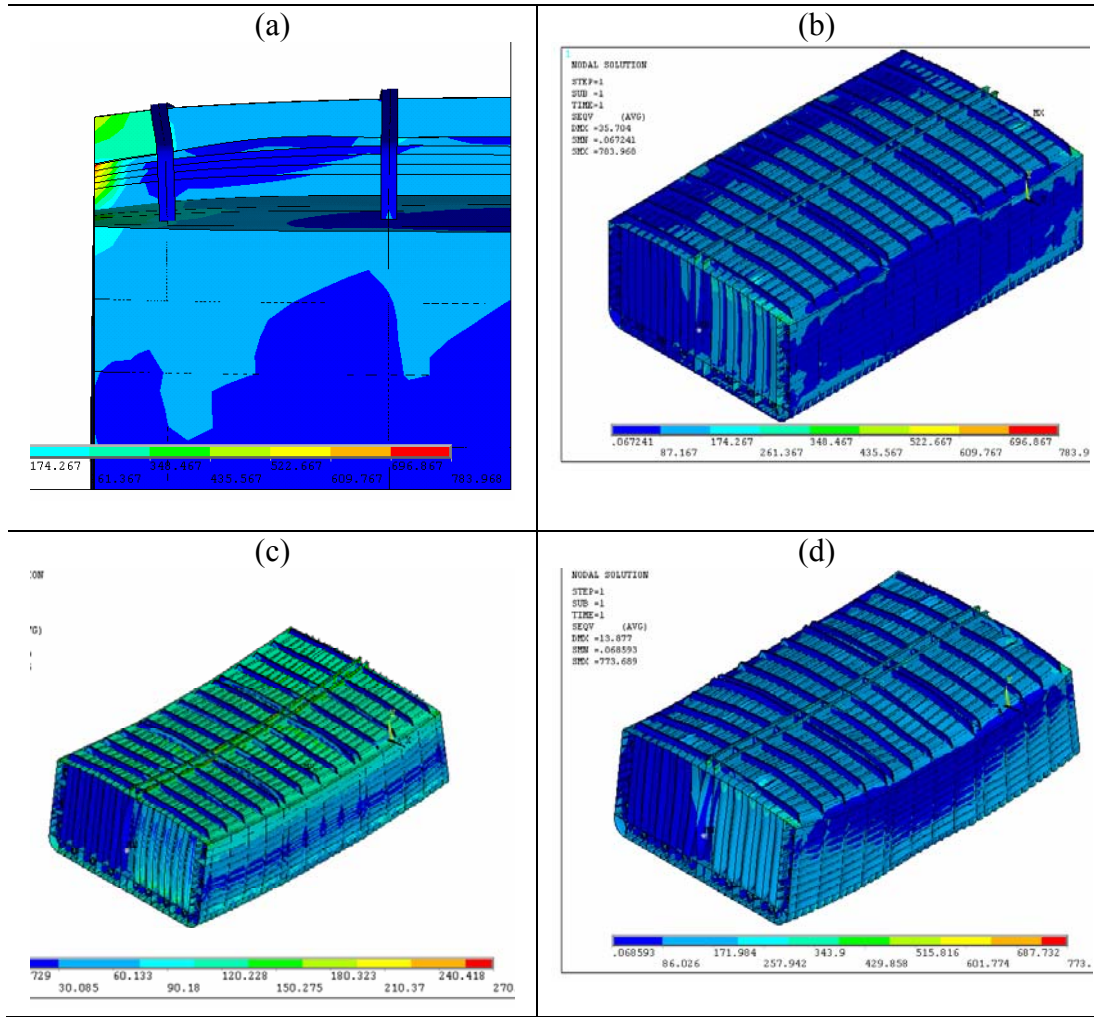
Yapı elemanları üzerindeki bu sıcaklık dağılımı ısı gerilme analizinin yüklerini oluşturmaktadır. Bulunan bu sıcaklık gradyanları daha sonra ısı gerilme analizlerinde kullanılmıştır.

3.4 Gerilme Analizlerinin Sonuçları

Gerilme analizleri üç farklı yükleme durumu için yapılmıştır. Bütün analizlerin sonunda model nihayetlerindeki kargo tankları çıkarılarak sadece orta kargo tankının olduğu bölgeler incelenmiştir. Çünkü model nihayetlerinde boyuna elemanlar

üzerinde bulunan düğümler, rijit olarak bu düzlemde bulunan bağımsız başka bir düğüme bağlanmıştır. Bu rijit bölge, Şekil 3.10 (a)' da görüldüğü üzere ısı yüklerinden dolayı oluşan şekil değişimini engellemektedir. Ayrıca yapısal analizlerde de tekne kiriş yükleri bu bağımsız düğüme uygulanmaktadır ve bu tekne kiriş yükleri model boyunca sabittir. Modele z ve $-z$ yönünde uygulanan kuvvetler, yani kargo ve deniz basıncı kıyaslandığında kargo yükü daha fazladır. Bu dengelenmemiş kuvvetlerde model boyunca bir kesme kuvveti ve moment oluştururlar. Bu tür bir yüklemede momentin en büyük olduğu yer orta kargo tankıdır. Bu nedenle yapısal analizlerde de momentin en büyük olduğu bölge incelenmiştir.

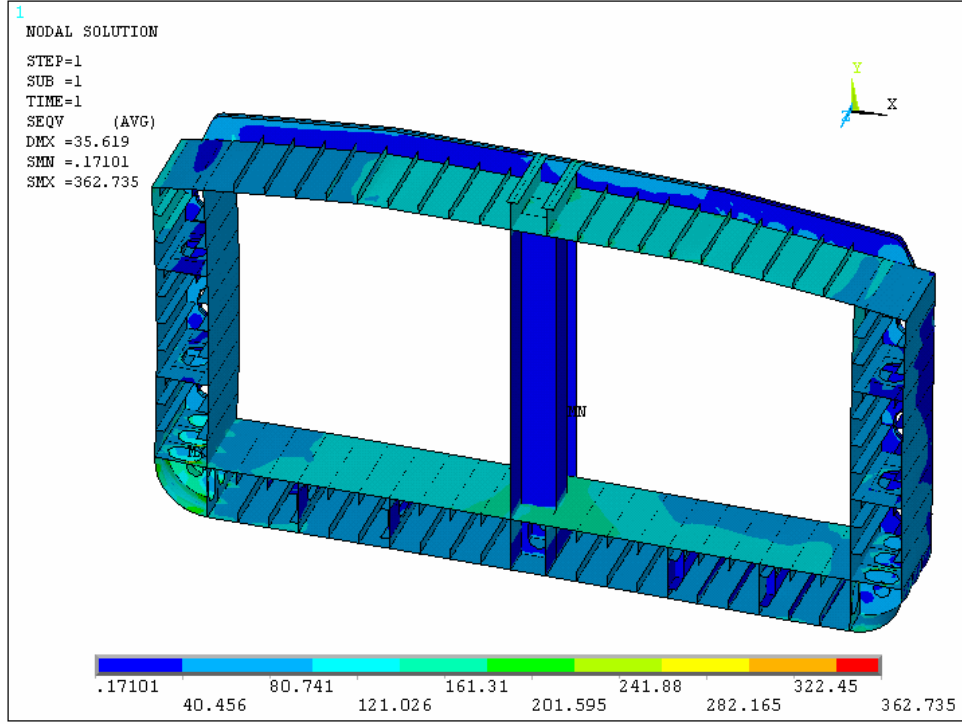
Şekil 3.10' da üç yükleme durumunun sonuçları bütün model için görülmektedir. Bu şekilde verilen gerilme skalaları Von Mises gerilmelerini göstermektedir. Bu skalalara göre azami Von Mises gerilmeleri, ısı yüklerinin uygulandığı yükleme durumlarında çok yüksektir. Aslında bu yüksek değerler modelin sadece nihayetlerinde görülmektedir (Şekil 3.10 (a)). Bunun nedeni ise model nihayetlerindeki rijit bölgedir. Şekil 3.10 (c) ve (d)' de B ve C yükleme durumlarında, modele uygulanan tekne kiriş yüklerinin etkileri görülmektedir. Burada görüldüğü gibi model nihayetlerine uygulanan momentler modelin sarkmasına sebep olmuştur.



Şekil 3.10: Von Mises gerilme dağılımı: (a) Model nihayeti, (b) Durum A Von Mises gerilmeleri, (c) Durum B Von Mises gerilmeleri, (d) Durum C Von Mises gerilmeleri.

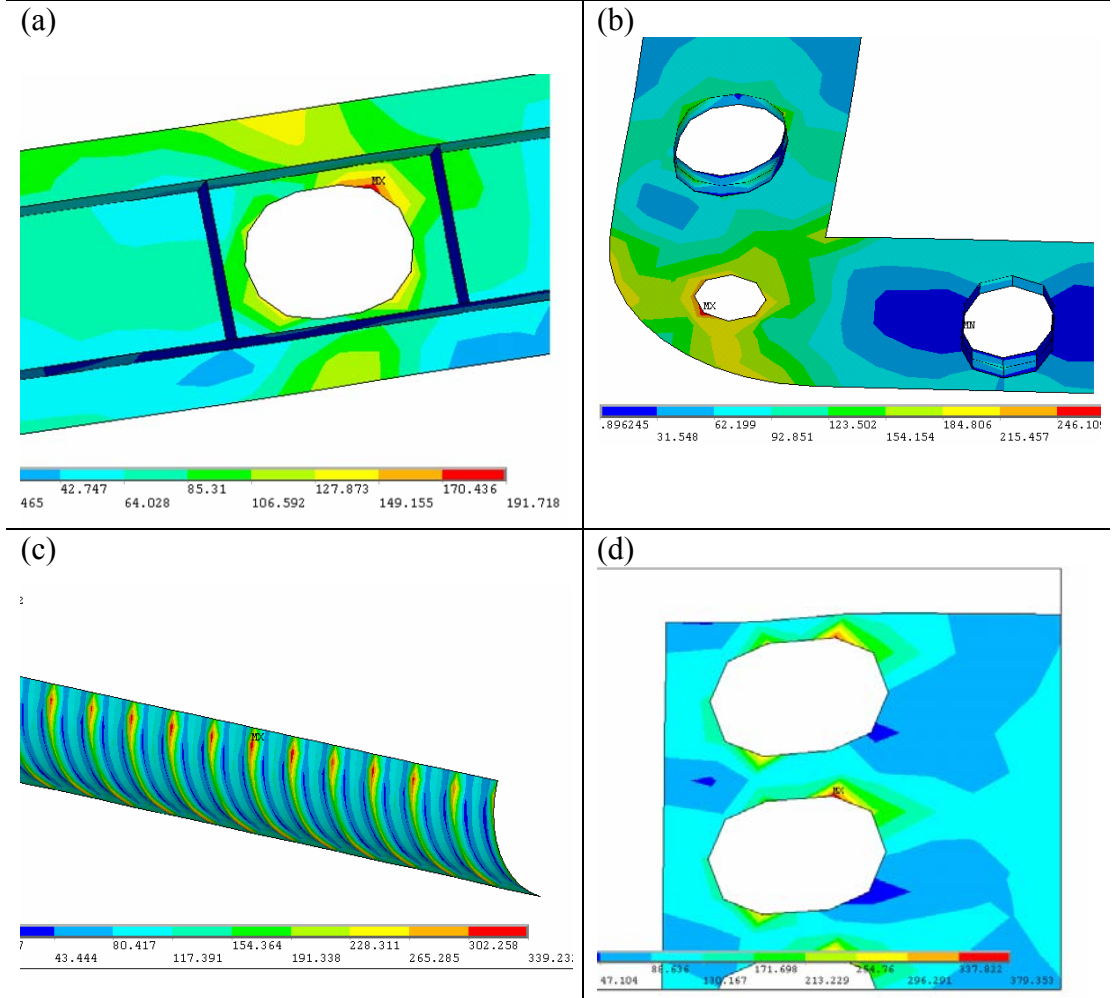
3.4.1 Yükleme Durumu A

Bu yükleme durumunda modele sadece ısı yükleri uygulanmıştır. Şekil 3.11’ de orta kargo tankından alınan bir dilim görülmektedir. Bu dilimde azami Von Mises gerilmesi 363 MPa’ dır. Bu değer mücadele edilen değerin (yüksek mukavemetli gemi inşa çeliği için 305 MPa) üzerindedir.



Şekil 3.11: Yükleme Durumu A için orta kargo tankından bir dilim.

Şekil 3.12’ de görüldüğü gibi, yüksek gerilmeler genellikle delik çevreleri ve sintine dönüm sacında görülmektedir. Bunlardan en yüksek olanı, iç dip sacındaki delik çevresindedir. Bölüm 3.3’ de de görüldüğü, gibi iç dip sacının kalınlığı doğrultusunda sıcaklık gradyanı yoktur. Dolayısıyla ısı momentleri ile bunların oluşturduğu gerilmeler bulunmamaktadır. Bu sacdaki normal gerilmeler orta düzlemin genişlemeye çalışmasından ortaya çıkmaktadır. Delik çevresinde kesit azaldığı için de delik çevresinde gerilmeler yüksektir. Bunun haricinde sintine dönüm sacında da sintine braketlerinin olduğu yerlerde gerilmeler çok yüksektir. Sintine dönüm sacında gerilmelerin yüksek olmasının nedeni ise, sıcaklıkla birlikte sintine braketlerinin ısı genleşmesidir. Ayrıca sintine braketlerinde de gerilmeler daha çok delik çevresinde Şekil 3.12 (b)’ de görüldüğü gibi yüksektir. Bu eleman sıcaklığın etkisi ile genişlemeye çalışmaktadır. Ancak çevresinde bulunan dolu döşek, bordo derin postası gibi rijit elemanlar ve bir miktarda sintine sacı buna engel olmaktadır. Bu nedenle sintine dönüm sacı ve sintine braketinde gerilmeler yüksektir.



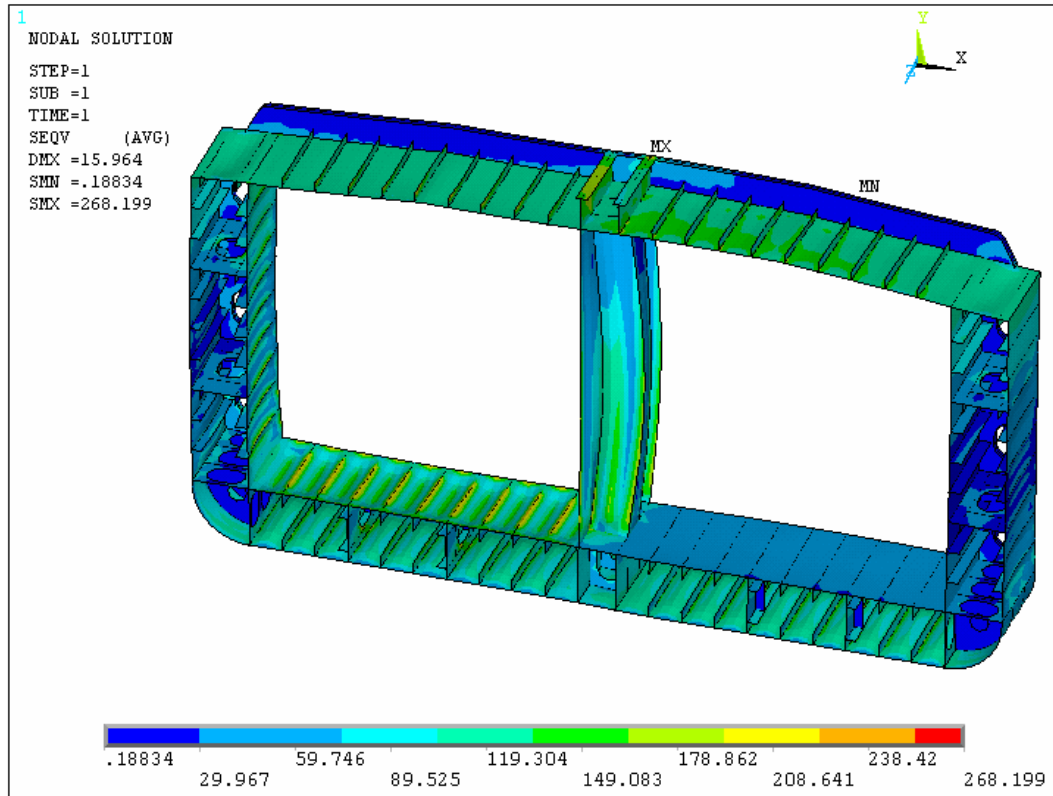
Şekil 3.12: Gerilmelerin yüksek olduğu yerler: (a) yan iç omurga, (b) sintine braket, (c) sintine dönüm sacı, (d) iç dip sacı.

Bunların haricinde ısıl gerilmeler açısından deliklerin çevresindeki destek elemanları da önemlidir. Şekil 3.12’ de çift dip yapısından dolu döşek (Şekil 3.12 (b)) ve yan iç omurga (Şekil 3.12 (a)) görülmektedir. Bölüm 3.3, Şekil 3.9’ da görüldüğü gibi her iki elemanda dip ve iç dip arasındaki ısı köprüsünü oluşturmakta ve bu nedenle üzerlerindeki sıcaklık gradyanı da benzerdir. Fakat Şekil 3.12 (a) ve (b)’de görüldüğü gibi, delik çevresindeki gerilmeleri azaltma açısından deliğin içine sarılan alın lamasının etkisi çevresine sarılan alın lamasına göre daha fazladır. Delik içine sarılan alın laması durumunda gerilmeler daha düşüktür.

3.4.2 Yükleme Durumu B

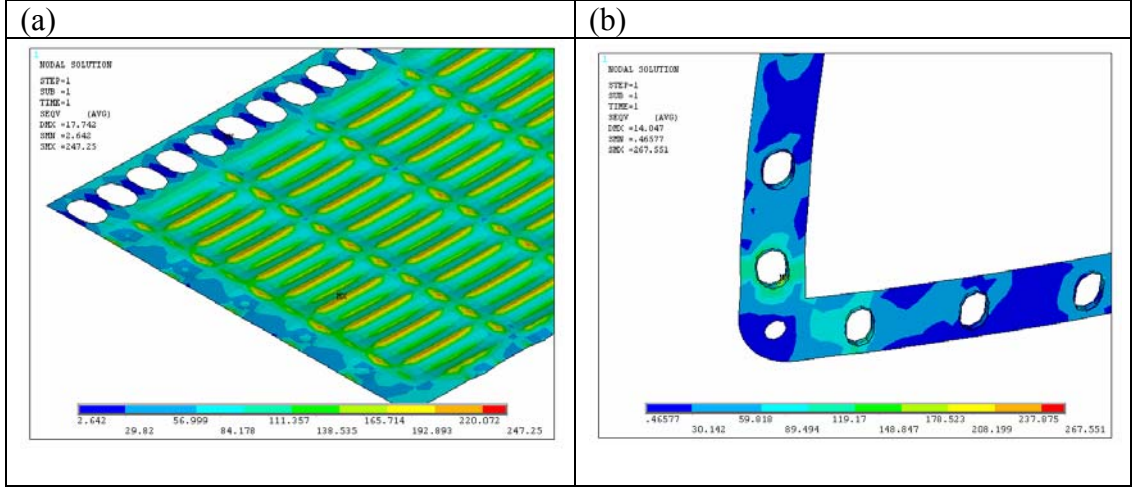
Yükleme durumu iki de sadece yapısal yükler vardır. Orta kargo tankı civarından alınan bir dilim Şekil 3.13’ de görülmektedir. Buradaki gerilmeler Von Mises gerilmeleridir. Bu yükleme durumu için gerilmeler müsaade edilen değerin

altındadır. Elde edilen gerilme dağılımlarına bakıldığında en yüksek değerler iç dip sacı, iç cidar sacı ve ondüleli perde sacında görülmektedir. Bunlardan en yüksek olanı ise iç dip sacındakidir. Şekil 3.13’ de görüldüğü gibi iç dip sacında, sacın adi elemanlara bağlandığı yerlerde gerilme değerleri yüksektir. Çünkü bu levhalar üzerindeki yerel yükleri iç momentlerle taşırlar. Levhaların adi elemanlara bağlandığı yerler, levhalar için mesnet etkisi oluşturmakta ve simetri nedeniyle levhalar bu bağlantı yerlerinde ankastre gibi davranmaktadır. Bu durumda da en yüksek gerilme ankastre olarak bağlandığı yerlerdedir. İç cidar sacıda yine üzerindeki yerel yükleri eğilme momentleri ile taşır ve benzer biçimde mesnet noktalarında gerilmeler yüksektir.



Şekil 3.13: Yükleme Durumu B için orta kargo tankından bir dilim.

Bu yükleme durumunda, dolu döşeklerde nihayetlere yakın olan delik ve bordo derin postasının (Side Web) üzerinde, en altta bulunan deliğinin çevresinde gerilmeler yüksektir (Şekil 3.14 (b)).

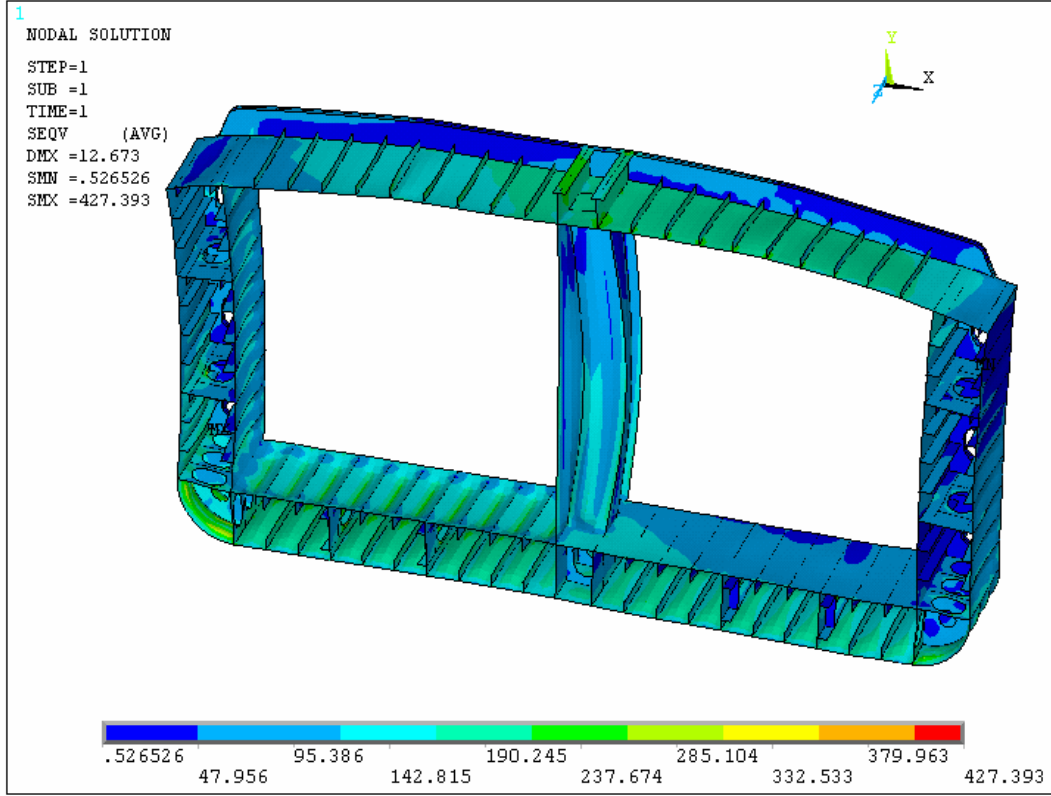


Şekil 3.14: Gerilmelerin yüksek olduğu yerler: (a) iç dip sacı, (b) derin halka.

Ayrıca bu yükleme durumunda, sintine dönüm sacında ve Şekil 3.14 (a)' dan görüldüğü gibi iç dip sacının üzerinde bulunan deliklerde gerilmeler çok düşüktür. Yine Şekil 3.14 (b)' de görüldüğü gibi sintine braketlerinde de gerilmeler çok düşüktür.

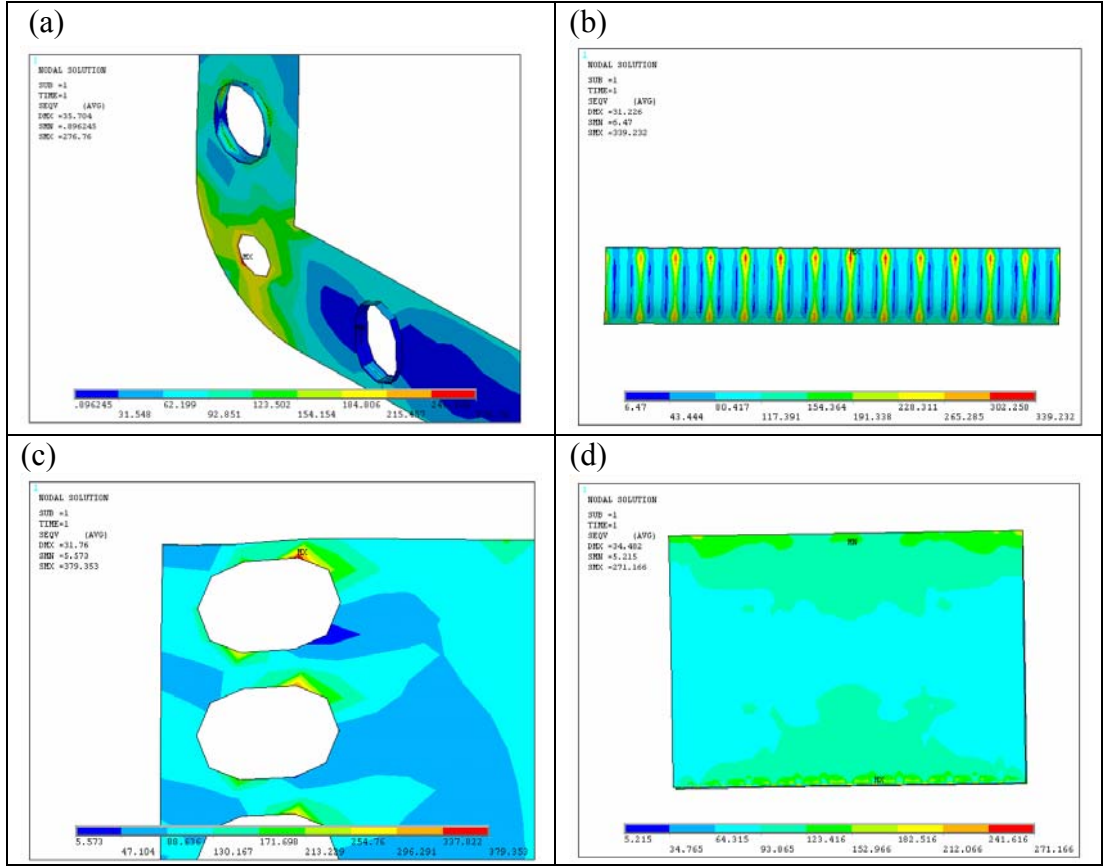
3.4.3 Yükleme Durumu C

Bu yükleme durumu yapısal yükler ile ısı yüklerinin birleşiminden oluşmaktadır. Şekil 3.15' de bu yükleme durumu için yapılan analiz sonucu, orta kargo tankından alınan bir dilimde görülmektedir. Bu şekildeki gerilme skalası Von Mises gerilmelerini göstermektedir. Burada da gerilmeler müsaade edilen değer üzerindedir.



Şekil 3.15: Yükleme Durumu C için orta kargo tankından bir dilim.

Bu yükleme durumunda her ne kadar yapısal yükler olsa da, Şekil 3.15' e göre en yüksek gerilmeler bu kez iç dip sacı ve iç cidar sacının adi elemanlara bağlandığı yerlerde değildir. En yüksek gerilmeler sintine dönüm sacı, sintine braketleri, iç dip sacındaki deliklerin çevresinde, bordo sacının sintine sacına bağlandığı yer ve yan iç omurgaların nihayetlerinde görülmektedir. Bu yükleme durumuna göre elde edilen sonuçlar Durum A' dan ve Durum B' den elde edilen sonuçlara benzemektedir.



Şekil 3.16: Gerilmelerin yüksek olduğu yerler: (a) derin halka, (b) sintine sacı, (c) iç dip sacı, (d) bordo sacı.

4. SONUÇLARIN İRDELENMESİ

Bölüm 3.3’ de anlatıldığı üzere, eğilmeye çalışan levhalarda kalınlık doğrultusunda bir sıcaklık gradyanı bulunmamaktadır. Bu nedenle bu levhalarda oluşan ısı gerilmeleri, ısı genleşme veya daralmanın oluşturduğu gerilmeler ile bağlı oldukları sacların genleşme veya daralması sonucu üzerlerine uygulanan kuvvetlerden kaynaklanmaktadır. Isı genleşme veya daralma nedeniyle levha orta düzleminde oluşan bu normal gerilmeler delik çevrelerinde azalan kesitle birlikte artmaktadır. Ayrıca delik civarındaki bulunan destek elemanına göre de delik çevresindeki gerilmeler değişmektedir. Destek olarak deliğin içine sarılan alın lamasının etkisi, çevresine yani deliğin dışında bulunan alın lamasından daha iyidir. Çünkü deliğin içine alın laması sarılması durumunda delik çevresindeki gerilmelerin daha düşük olduğu görülmüştür.

Eğer ısı yükleri ihmal edilirse, bu durumda üzerlerindeki yükü iç momentler ile taşıyan levhalarda (İç dip sacı, iç cidar sacı, bordo sacı, dip kaplama, güverte kaplaması) mesnet noktalarında yani adi veya derin elemana bağlandıkları yerlerde gerilmeler genellikle yüksektir. Bunun haricinde adi postaları taşıyan derin elemanlarda (dolu döşek, derin posta ve derin kemere) nihayetlere yakın olan delik çevrelerinde gerilmelerin yüksek olduğu görülmüştür.

Model üzerindeki bütün yükler düşünüldüğünde, yani hem yapısal hem de ısı yükleri, elde edilen sonuçlar Durum A ve Durum B’ den elde edilen sonuçların toplamı gibidir. Ancak ısı yükleri bazı bölgelerdeki gerilmeleri çok arttırdığından yapısal yüklerin etkisi çok belli olmamaktadır.

Çizelge 4.1’ de bazı yapı elemanları üzerindeki azami ve ortalama Von Mises gerilmeleri verilmiştir. Bu gerilme değerleri orta kargo tankından alınmış olup iskele ve sancak için ayrı verilmiştir. Çünkü Bölüm 3.1.5.3’ de gösterildiği gibi model kargo ile çapraz kargo tankları dolu olacak biçimde yüklenmiştir. Bu nedenle iskele taraf yüklü, sancak taraf ise boşdur. Bu çizelgeden görüldüğü gibi, yüklü olan taraftaki gerilmeler üç yükleme durumunda da boş olan taraftan daha fazladır.

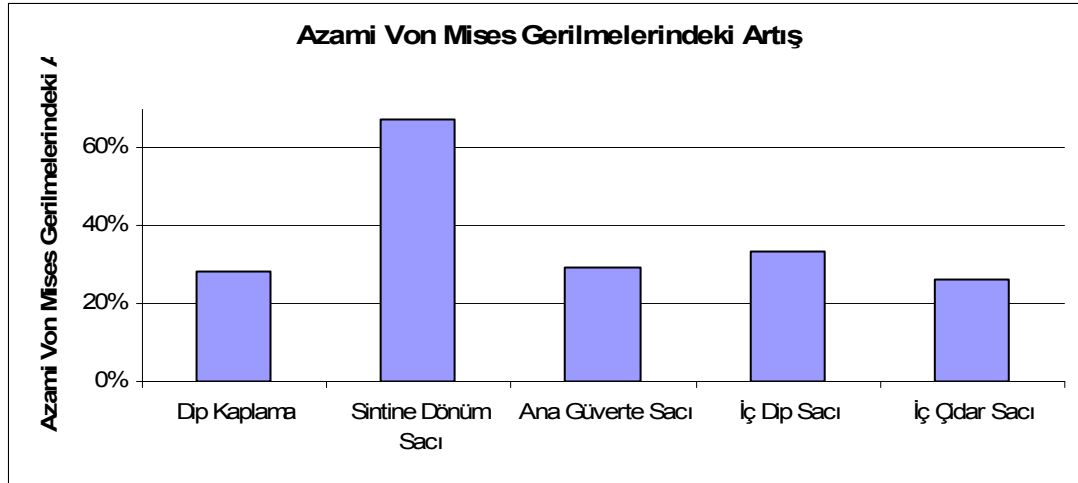
Çizelge 4.1: Bazı yapı elemanları üzerindeki azami ve ortalama Von Mises gerilmeleri.

İskele Taraf										
Yükleme Durumu	Dip Kaplama		Sintine Dönüm Sacı		Güverte Kaplaması		İç Dip Sacı		İç Cidar Sacı	
	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort
Durum A	172	123	339	182	176	91	379	200	182	104
Durum B	201	108	139	89	179	123	247	125	267	137
Durum C	280	184	424	255	254	131	379	189	361	182
	Dolu Döşek		Derin Posta		Boyuna Ondüle Perde		Enine Ondüle Perde		Yan İç Omurga	
	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort
Durum A	276	139	215	110	138	68	268	134	159	80
Durum B	181	92	268	134	267	134	206	105	173	87
Durum C	278	143	270	131	274	133	222	113	287	143
Sancak Taraf										
Yükleme Durumu	Dip Kaplama		Sintine Dönüm Sacı		Güverte Kaplaması		İç Dip Sacı		İç Cidar Sacı	
	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort
Durum A	127	74	283	145	166	86	357	181	162	102
Durum B	193	104	131	84	184	115	230	116	204	103
Durum C	256	146	375	203	269	145	366	148	252	129

Çizelge 4.1 (devam): Bazı yapı elemanları üzerindeki azami ve ortalama Von Mises gerilmeleri.

	Dolu Döşek		Derin Posta		Boyuna Ondüle Perde		Enine Ondüle Perde		Yan İç Omurga	
	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort	Azm	Ort
Durum A	202	102	131	68	138	68	221	111	184	92
Durum B	138	69	93	47	267	134	203	103	152	76
Durum C	160	81	135	68	274	133	228	115	237	119

Bu çizelgeye göre bazı elemanlar ısı yüklerinden oldukça etkilenmektedirler. Örneğin sintine dönüm sacı için ısı yükler düşünülmez ise bu sacın üzerindeki azami Von Mises gerilmesi 139 MPa’ dır. Bu değer yüksek mukavemetli çelik için müsaade edilen gerilme, 305 MPa’ nın altındadır. Fakat ısı yükler düşünülürse bu durumda sintine dönüm sacındaki azami Von Mises gerilmesi 424 MPa’ dır. Bu değer müsaade edilenin çok üzerindedir. Ayrıca enine ve boyuna ondüleli perde ısı yüklerinden en az etkilenen yapılardır. Isıl gerilme bu yapılarda ihmal edilebilir.



Şekil 4.1: Azami Von Mises gerilmelerindeki artış.

Son olarak bazı yapı elemanları üzerindeki azami Von Mises gerilmelerindeki artış Şekil 4.1’ de görülüşü gibidir. Buna göre ısı yüklerden etkilenen elemanların çoğunun azami gerilmelerindeki artış % 25 civarlarındadır. Bu artış gerilme kontrollerinde alınan güvenlik paylarına yakındır. Ancak bu durum sintine dönüm

sacı için geçerli değildir. Isıl yüklerden en çok etkilenen eleman sintine dönüm sacıdır. Bu nedenle ısı yüklerinin önemli olduğu gemilerde bu bölge daha farklı tasarımla düzenlenerek, yüksek gerilmelerin oluşması engellenebilir.

KAYNAKLAR

- [1] **BV**, 2006. Asplalt Carriers, *Senior Hull Training*, France.
- [2] **Szilard, R.**, 2003. Theories and Applications of Plate Analysis, John Wiley and Sons, INC., New Jersey.
- [3] **Ergün, A.**, 1996. Plakların Sonlu Eleman ve Sonlu Farklar Metodları İle Çözümü ve İki Metodun Karşılaştırılması, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [4] **Moaveni, S.**, 2003, Finite Element Analysis, Pearson Education, Inc., New Jersey.
- [5] **BV**, 2007. Rules for The Classification of Steel Ships, Saint-Berthevin, Paris.
- [6] **Savcı, M.**, 1987. Gemi ve Deniz Yapılarında Levha ve Silindirik Kabuklar, İstanbul Teknik Üniversitesi Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi Ofset Baskı Atölyesi, İstanbul.
- [7] **Haisler, W.**, 2007. Introduction to Finite Element Theory, Lecture Notes.
- [8] **Köksal, E., Köksal, M.K.**, 2003. Kabuk ve Plakların Statik Stabilite ve Dinamik Analizi, Literatür Yayıncılık, İstanbul.
- [9] **Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S.**, 1959. Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill Book Company, INC., New York.
- [10] **Sadd, M.H.**, 2005. Elasticity, Elsevier Butterworth-Heinemann, Kingston.
- [11] **Ugural, A.C.**, 1999. Stress in Plates and Shells, McGraw-Hill Companies, Inc., New York.
- [12] **Jawad, M.H.**, 2004. Design of Plate and Shell Structures, ASME Publications, New York.
- [13] **ANSYS**, 2008. Release 10 Documentation.
- [14] **Logan, D.L.**, 2007. Finite Element Method, Thomson Learning, Toronto.
- [15] **Zienkiewicz, O.C., Taylor R.L.**, 2000. The Finite Element Method, Butterworth-Heinemann, Oxford.
- [16] **Erdoğan, M., Güven İ.**, 2006. The Finite Element Method and Applications in Engineering Using Ansys, Springer, New York.
- [17] **Cook, D.R.**, 1994. Finite Element Modeling for Stress Analysis, John Wiley and Sons, INC., New Jersey.
- [18] **BV**, 2006. Common Structural Rules for Double Hull Oil Tankers, Saint-Berthevin, Paris.
- [19] **Rao, S.S.**, 2004. The Finite Element Method In Engineering, Elsevier Butterworth-Heinemann, Amsterdam.
- [20] **Lawrence, K.L.**, 2004. Ansys Tutorial Release 8.0, Ansys Inc., Canonsburg.

EKLER

EK-A

Çizelge A.1: Levha Eğilmesine Ait Katılık Matrisinin Terimleri $\times \left[\frac{Et^3}{720ab(1-\nu^2)} \right]$

$k_{11} = 42 + \frac{60(a^4 + b^4)}{a^2 b^2} - 12\nu$	$k_{12} = -\frac{60a^2}{b} - 6(b + 4b\nu)$
$k_{13} = \frac{60b^2}{a} + 6a(1 + 4\nu)$	$k_{14} = 6\left(-7 - \frac{10a^2}{b^2} + \frac{5b^2}{a^2} + 2\nu\right)$
$k_{15} = -\frac{60a^2}{b} + 6b(-1 + \nu)$	$k_{16} = \frac{30b^2}{a} - 6a(1 + 4\nu)$
$k_{17} = 6\left(-7 + \frac{5a^2}{b^2} - \frac{10b^2}{a^2} + 2\nu\right)$	$k_{18} = 6\left(-\frac{5a^2}{b} + b + 4b\nu\right)$
$k_{19} = \frac{60b^2}{a} - 6a(-1 + \nu)$	$k_{110} = 6\left(7 - \frac{5(a^4 + b^4)}{a^2 b^2} - 2\nu\right)$
$k_{111} = -\frac{30a^2}{b} - 6b(-1 + \nu)$	$k_{112} = \frac{30b^2}{a} + 6a(-1 + \nu)$
$k_{22} = 16(5a^2 - b^2(-1 + \nu))$	$k_{23} = -60ab\nu$
$k_{24} = \frac{60a^2}{b} - 6b(-1 + \nu)$	$k_{25} = 40a^2 + 4b^2(-1 + \nu)$
$k_{26} = 0$	$k_{27} = 6\left(-\frac{5a^2}{b} + b + 4b\nu\right)$
$k_{28} = 8(5a^2 + 2b^2(-1 + \nu))$	$k_{29} = 0$

$k_{210} = \frac{30a^2}{b} + 6b(-1+v)$	$k_{211} = 4(5a^2 - b^2(-1+v))$
$k_{212} = 0$	$k_{33} = 16(5b^2 - a^2(-1+v))$
$k_{34} = \frac{30b^2}{a} - 6a(1+4v)$	$k_{35} = 0$
$k_{36} = 8(5b^2 + 2a^2(-1+v))$	$k_{37} = -\frac{60b^2}{a} + 6a(-1+v)$
$k_{38} = 0$	$k_{39} = 40b^2 + 4a^2(-1+v)$
$k_{310} = -\frac{30b^2}{a} - 6a(-1+v)$	$k_{311} = 0$
$k_{312} = 4(5b^2 - a^2(-1+v))$	$k_{44} = 42 + \frac{60(a^4 + b^4)}{a^2 b^2} - 12v$
$k_{45} = 6\left(\frac{10a^2}{b} + b + 4bv\right)$	$k_{46} = \frac{60b^2}{a} + 6a(1+4v)$
$k_{47} = 6\left(7 - \frac{5(a^4 + b^4)}{a^2 b^2} - 2v\right)$	$k_{48} = \frac{30a^2}{b} + 6b(-1+v)$
$k_{49} = \frac{30b^2}{a} + 6a(-1+v)$	$k_{410} = 6\left(-7 + \frac{5a^2}{b} - \frac{10b^2}{a^2} + 2v\right)$
$k_{411} = \frac{30a^2}{b} - 6(b + 4bv)$	$k_{412} = \frac{60b^2}{a} - 6a(-1+v)$
$k_{55} = 16(5a^2 - b^2(-1+v))$	$k_{56} = 60abv$
$k_{57} = -\frac{30a^2}{b} - 6b(-1+v)$	$k_{58} = 4(5a^2 - b^2(-1+v))$
$k_{59} = 0$	$k_{510} = \frac{30a^2}{b} - 6(b + 4bv)$

$k_{511} = 8(5a^2 + 2b^2(-1 + v))$	$k_{512} = 0$
$k_{66} = 16(5b^2 - a^2(-1 + v))$	$k_{67} = -\frac{30b^2}{a} - 6a(-1 + v)$
$k_{68} = 0$	$k_{69} = 4(5b^2 - a^2(-1 + v))$
$k_{610} = -\frac{60b^2}{a} + 6a(-1 + v)$	$k_{611} = 0$
$k_{612} = 40b^2 + 4a^2(-1 + v)$	$k_{77} = 42 + \frac{60(a^4 + b^4)}{a^2 b^2} - 12v$
$k_{78} = -\frac{60a^2}{b} - 6(b + 4bv)$	$k_{79} = -\frac{60b^2}{a} - 6(1 + 4v)$
$k_{710} = 6\left(-7 - \frac{10a^2}{b^2} - \frac{5b^2}{a^2} + 2v\right)$	$k_{711} = -\frac{60a^2}{b} + 6b(-1 + v)$
$k_{712} = -\frac{30b^2}{a} + 6a(1 + 4v)$	$k_{88} = 16(5a^2 - b^2(-1 + v))$
$k_{89} = 60abv$	$k_{810} = \frac{60a^2}{b} - 6b(-1 + v)$
$k_{811} = 40a^2 + 4b^2(-1 + v)$	$k_{812} = 0$
$k_{99} = 16(5b^2 - a^2(-1 + v))$	$k_{910} = -\frac{30b^2}{a} + 6a(1 + 4v)$
$k_{911} = 0$	$k_{912} = 8(5b^2 + 2a^2(-1 + v))$
$k_{1010} = 42 + \frac{60(a^4 + b^4)}{a^2 b^2} - 12v$	$k_{1011} = 6\left(\frac{10a^2}{b} + b + 4bv\right)$
$k_{1012} = -\frac{60b^2}{a} - 6a(1 + 4v)$	$k_{1111} = 16(5a^2 - b^2(-1 + v))$

$k_{1112} = -60abv$	$k_{1212} = 16(5b^2 - a^2(-1 + v))$
---------------------	-------------------------------------

Çizelge A.2: Düzlem Gerilme Durumu için Katılık Matrisinin Terimleri

$$\times \left[\frac{Eh}{24(1 - \nu^2)} \right]$$

$m_{11} = \frac{8b}{a} - \frac{4a(-1 + \nu)}{b}$	$m_{12} = -3(1 + \nu)$
$m_{13} = \frac{4(b^2 + a^2(-1 + \nu))}{ab}$	$m_{14} = -3 + 9\nu$
$m_{15} = -\frac{8b}{a} - \frac{2a(-1 + \nu)}{b}$	$m_{16} = 3 - 9\nu$
$m_{17} = \frac{-4b^2 + 2a^2(-1 + \nu)}{ab}$	$m_{18} = 3(1 + \nu)$
$m_{22} = \frac{8a}{b} - \frac{4b(-1 + \nu)}{a}$	$m_{23} = 3 - 9\nu$
$m_{24} = -\frac{8a}{b} - \frac{2b(-1 + \nu)}{a}$	$m_{25} = -3 + 9\nu$
$m_{26} = \frac{4(a^2 + b^2(-1 + \nu))}{ab}$	$m_{27} = 3(1 + \nu)$
$m_{28} = -\frac{4a}{b} + \frac{2b(-1 + \nu)}{a}$	$m_{33} = \frac{8b}{a} - \frac{4a(-1 + \nu)}{b}$
$m_{34} = 3(1 + \nu)$	$m_{35} = \frac{-4b^2 + 2a^2(-1 + \nu)}{ab}$
$m_{36} = -3(1 + \nu)$	$m_{37} = -\frac{8b}{a} - \frac{2a(-1 + \nu)}{b}$
$m_{38} = -3 + 9\nu$	$m_{44} = \frac{8a}{b} - \frac{4b(-1 + \nu)}{a}$

$m_{45} = -3(1 + \nu)$	$m_{46} = -\frac{4a}{b} + \frac{2b(-1 + \nu)}{a}$
$m_{47} = 3 - 9\nu$	$m_{48} = \frac{4(a^2 + b^2(-1 + \nu))}{ab}$
$m_{55} = \frac{8b}{a} - \frac{4a(-1 + \nu)}{b}$	$m_{56} = 3(1 + \nu)$
$m_{57} = \frac{4(b^2 + a^2(-1 + \nu))}{ab}$	$m_{58} = 3 - 9\nu$
$m_{66} = \frac{8a}{b} - \frac{4b(-1 + \nu)}{a}$	$m_{67} = -3 + 9\nu$
$m_{68} = -\frac{8a}{b} - \frac{2b(-1 + \nu)}{a}$	$m_{77} = \frac{8b}{a} - \frac{4a(-1 + \nu)}{b}$
$m_{78} = -3(1 + \nu)$	$m_{88} = \frac{8a}{b} - \frac{4b(-1 + \nu)}{a}$

EK-B

Bölüm 2.3' deki ara işlemler aşağıda verildiği gibidir.

(2.82) numaralı denklemin sol tarafı;

$$\int_0^b \int_0^a \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right) dx dy \quad (1)$$

Yukarıdaki denklemde m ve n sabit olduğu için integral toplamın içine alınır;

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \int_0^b \int_0^a \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right) dx dy \quad (2)$$

Kosünis fonksiyonunda toplam ve fark formülleri aşağıdaki gibidir.

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \quad (3)$$

$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \quad (4)$$

Yukarıdaki fark formülünden toplam formülünü çıkarırsak;

$$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)] \quad (5)$$

(2) numaralı denklemin ilk olarak x ' e göre integrali alınacak olursa;

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \int_0^b \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right) dy \int_0^a \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) dx \quad (6)$$

Yukarıdaki denklemde, $\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right)$ yerine (5) numaralı denklemde olduğu gibi kosünlü karşılıklarını yazarsak, ilk integral aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{1}{2} \int_0^a \cos\left(\frac{(m-m')\pi x}{a}\right) - \cos\left(\frac{(m+m')\pi x}{a}\right) dx \quad (7)$$

Yukarıdaki denklemde m ve m' birbirine eşit değil ise;

$$\frac{1}{2} \left[\frac{a}{(m-m')\pi} \sin\left(\frac{(m-m')\pi x}{a}\right) \right]_0^a - \frac{a}{(m+m')\pi} \sin\left(\frac{(m+m')\pi x}{a}\right) \right]_0^a \quad (8)$$

$$m \neq m'$$

Yukarıdaki denklemde $m - m' = k$ ve $m + m' = l$ şeklinde birer doğal sayıdır.

$$\frac{1}{2} \left[\frac{a}{(m-m')\pi} (\sin(m\pi) - \sin(0)) - \frac{a}{(m+m')\pi} (\sin(l\pi) - \sin(0)) \right] \quad (9)$$

$$m \neq m'$$

Sinüs fonksiyonu, $0, \pi, 2\pi, 3\pi \dots$ noktalarında sıfırdır. Bu durumda yukarıdaki denklemin sonucu sıfır olur. Bu durumda $m = m'$ olmalıdır: Bunu (7) numaralı denklemde yerine koyarsak;

$$m = m' \Rightarrow \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} \int_0^a \cos\left(\frac{(m-m)\pi x}{a}\right) - \cos\left(\frac{(m+m)\pi x}{a}\right) dx = \frac{1}{2} \int_0^a \cos(0) - \cos\left(\frac{2m\pi x}{a}\right) dx$$

Buradan;

$$\frac{1}{2} \left(x - \frac{a}{2m\pi} \sin\left(\frac{2m\pi x}{a}\right) \right) \Big|_0^a \quad (11)$$

(11) numaralı denklemde sınırlar yerlerine konulursa;

$$\frac{1}{2} \left((a-0) - \frac{a}{2m\pi} (\sin(2m\pi) - \sin(0)) \right) \quad (12)$$

Burada $m=0,1,2,3 \dots$ olduğundan $\sin(2m\pi)=0$ olur. Parantez içindeki terimler her zaman sıfıra eşittir. Bu durumda da (7) numaralı denklemin sonucu $(a/2)$ olur.

Benzer biçimde $n = n'$ olmalıdır ve y 'ye göre integralden de $(b/2)$ elde edilir.

Bunları (2) numaralı denklemde yerine koyarsak, eşitliğin sol yanı herhangi bir m ve n için aşağıdaki gibi olur.

$$a_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \frac{a}{2} \frac{b}{2} \quad (13)$$

Bu durumda (2.82) numaralı denklemin sağ tarafı aşağıdaki gibidir.

$$\int_0^b \int_0^a \frac{1}{D(1-\nu)} m_T \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy \quad (14)$$

Bu denklemde sabit terimler integralin dışına çıkarılırsa ve x' e göre integral alınır;

$$\frac{1}{D(1-\nu)} m_T \int_0^b \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \int_0^a \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \quad (15)$$

$$- \frac{1}{D(1-\nu)} m_T \int_0^b \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \frac{a}{m\pi} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \Big|_0^a dy \quad (16)$$

Yukarıdaki denklemde kosinüslü terime sınırlardaki değerleri konulursa;

$$\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \Big|_0^a = \cos(m\pi) - \cos(0) \quad (17)$$

(17) numaralı denklemin sonucunun sıfırdan farklı olması için $m=1,3,5,7\dots$ olması gerekmektedir. Aynı şart n için de geçerlidir. Buna göre (14) numaralı integralin sonucu aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{1}{D(1-\nu)} \frac{4ab}{mn\pi^2} \quad (18)$$

(13) ve (18) numaralı denklemden;

$$a_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \frac{a}{2} \frac{b}{2} = \frac{1}{D(1-\nu)} \frac{4ab}{mn\pi^2} \quad (19)$$

(19) numaralı denklemden a_{mn} çekilirse bu katsayı aşağıdaki gibi elde edilir.

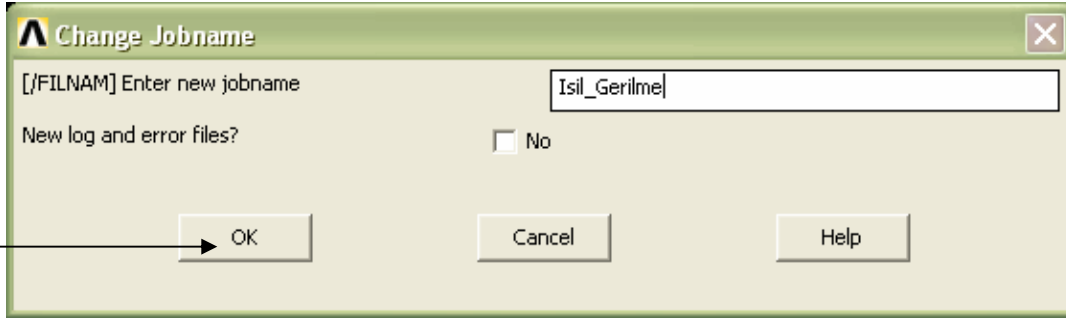
$$a_{mn} = \frac{16}{m n \pi^2 \left[\left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b} \right)^2 \right]} \frac{m_T}{D(1-\nu)} \quad (20)$$

EK-C

Burada Bölüm 2.4’ de verilen örneğin ANSYS ile modellenmesi verilmiştir. Modelleme ANSYS’ in grafik arayüzü kullanılarak yapılmıştır.

1. Örneğe isim verme

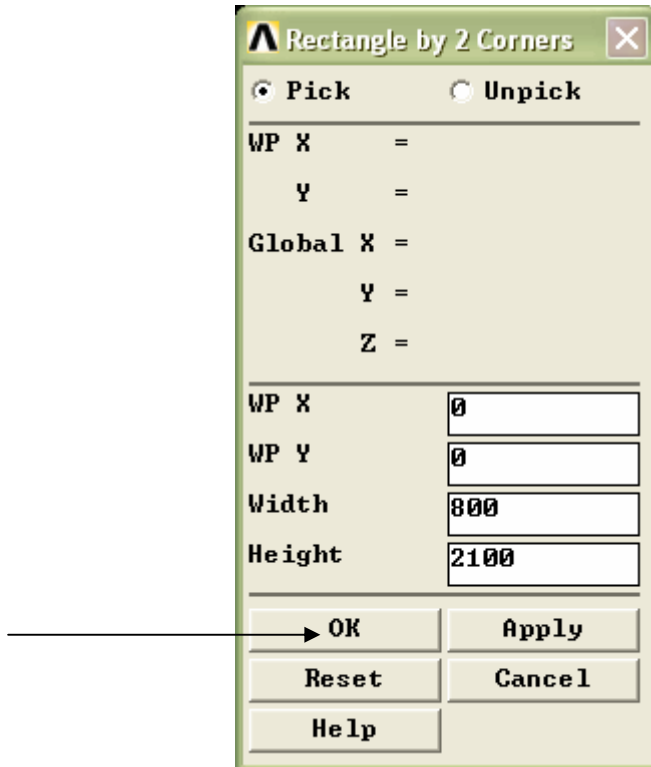
Utility Menu : File → Change Jobname ...



2. Geometrinin Oluşturulması

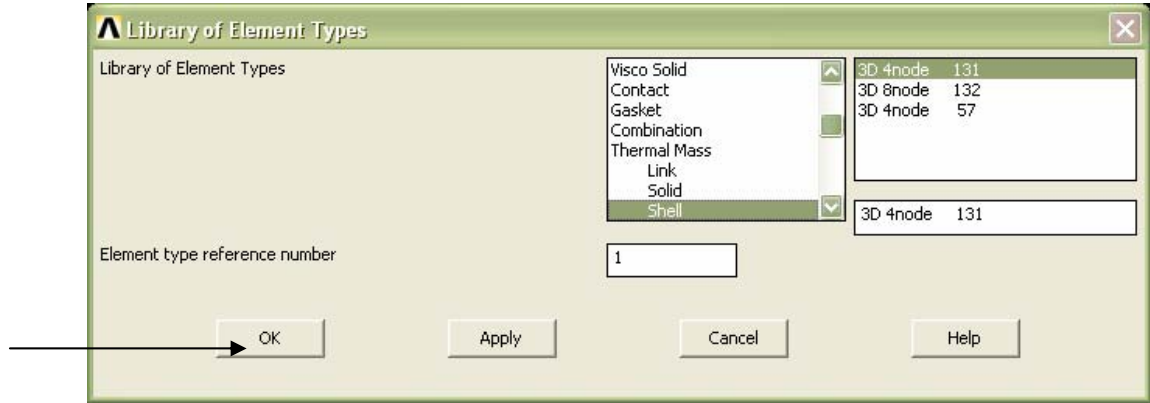
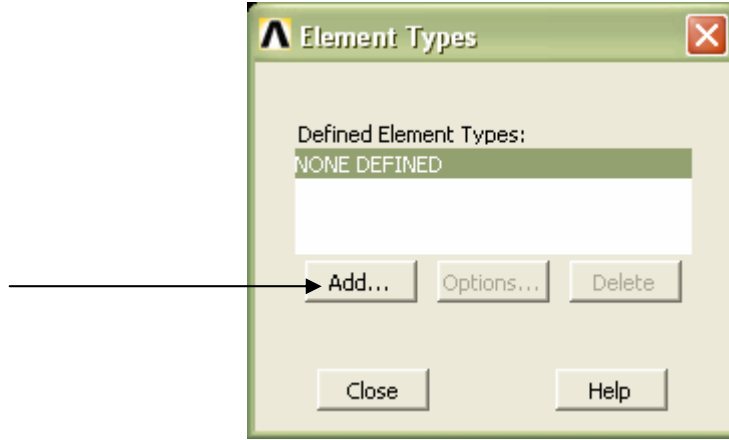
Main Menu : Preprocessor → Modeling → Create → Areas → Rectangle → By two corners ...

Dikdörtgen geometri, başlangıç noktasının koordinatları ve yükseklik ile genişlik değerleri aşağıdaki gibi tanımlanarak oluşturulur.

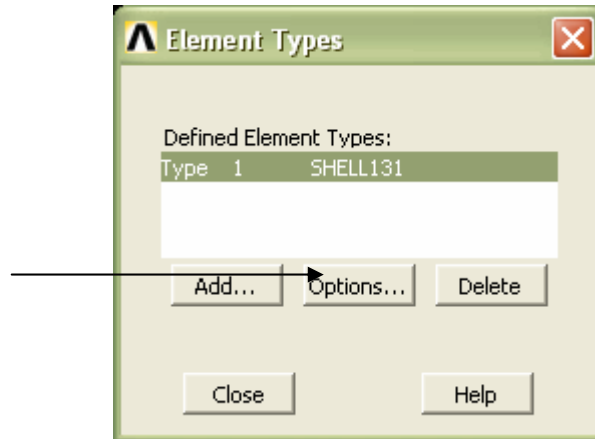


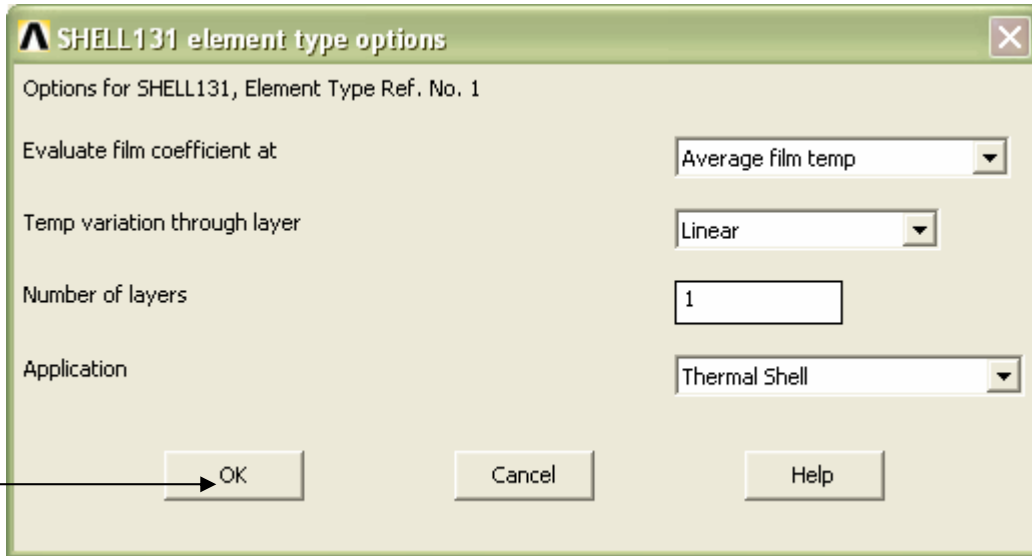
3. Kullanılacak eleman tipinin seçimi

Main Menu : Preprocessor → Element Type → Add / Edit / Delete



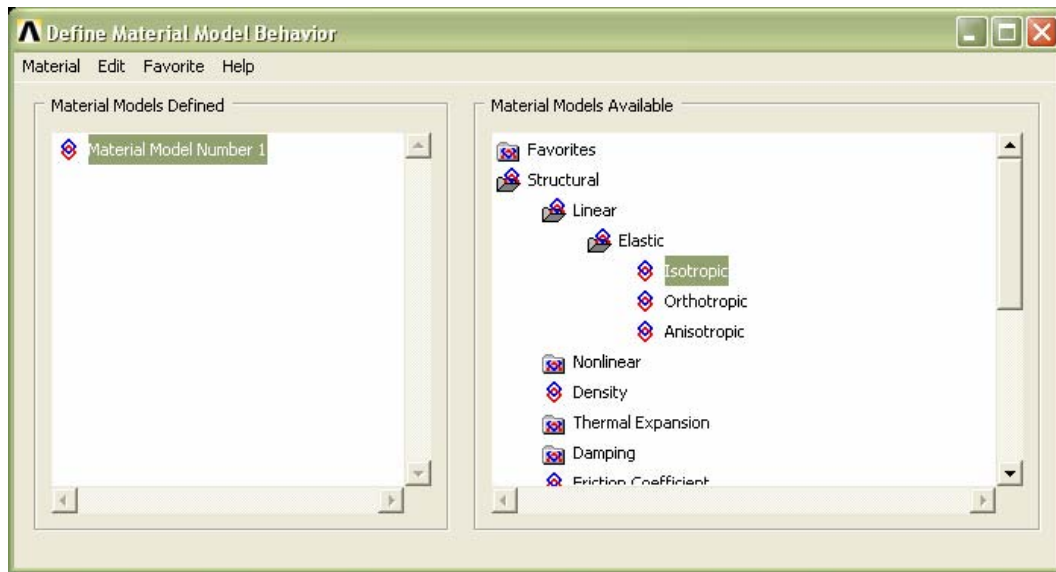
Bu problem için ilk olarak ısı levha eleman, SHELL 131, kullanılacaktır. Bu eleman katmanlara ayrılabilir. Fakat bu analizde malzeme homojen izotropik olduğundan ve levha kalınlığınca sıcaklığın lineer değiştiği düşünüldüğünden sadece bir katman alınmıştır.



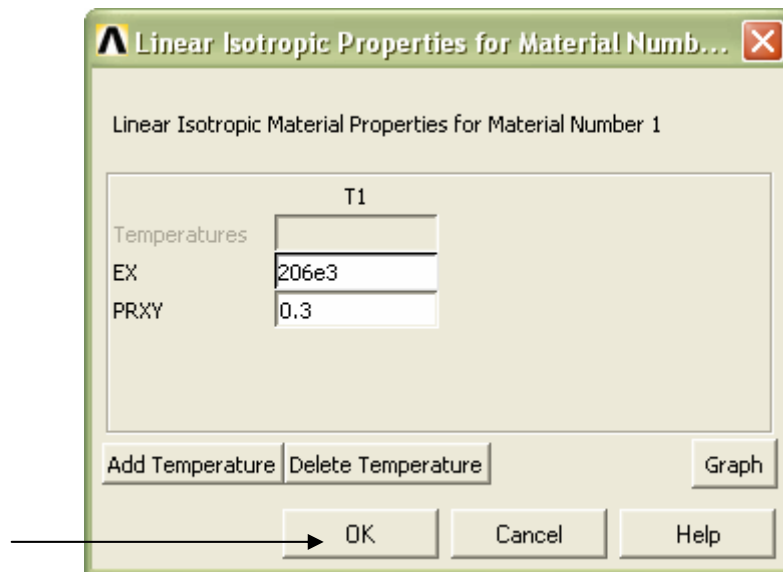


4. Elemanın malzeme özelliklerinin tanıtılması

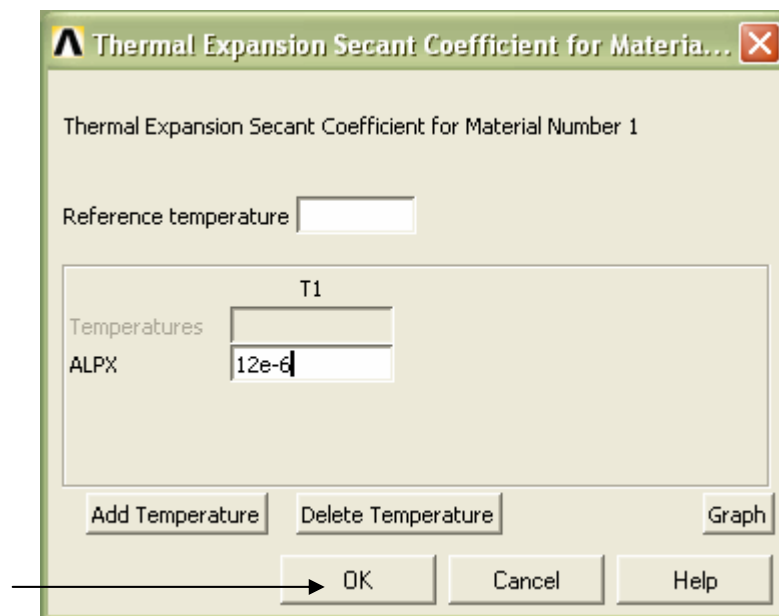
Main Menu : Preprocessor → Material Props → Material Models → Structural → Linear → Elastic → Isotropic



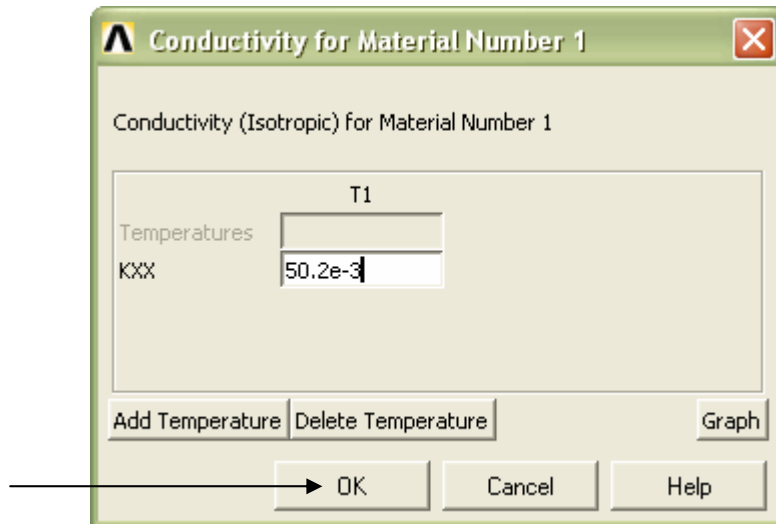
Burada “Structural” yazısına iki kez art arda tıklamak gerekmektedir.



Main Menu : Preprocessor → Material Props → Material Models → Structural → Thermal Expansion → Secant Coefficient → Isotropic

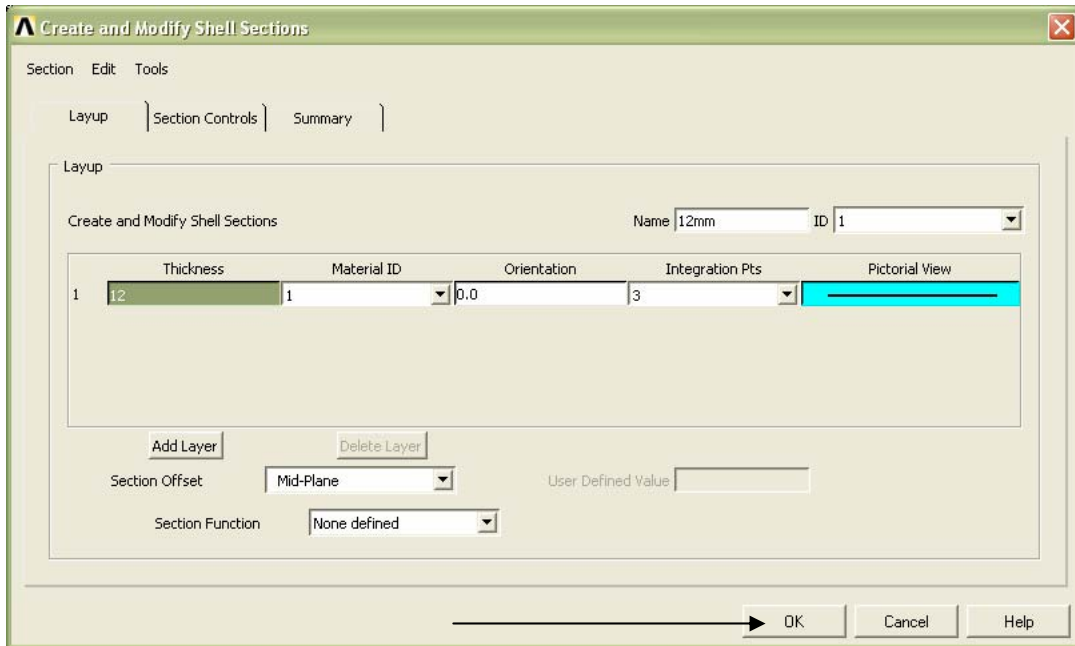


Main Menu : Preprocessor → Material Props → Material Models → Thermal → Conductivity → Isotropic



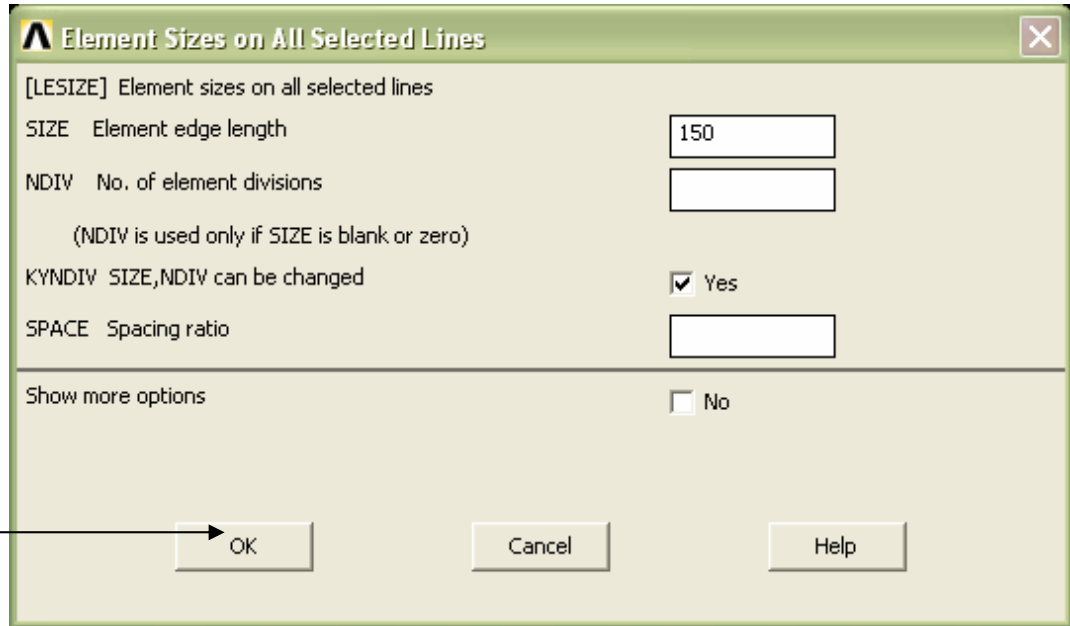
5. Elemanın geometrik özelliklerinin tanıtılması

Main Menu : Preprocessor → Sections → Shell → Lay-up → Add/Edit



6. Elemanların boyutunun (Mesh Size) belirlenmesi

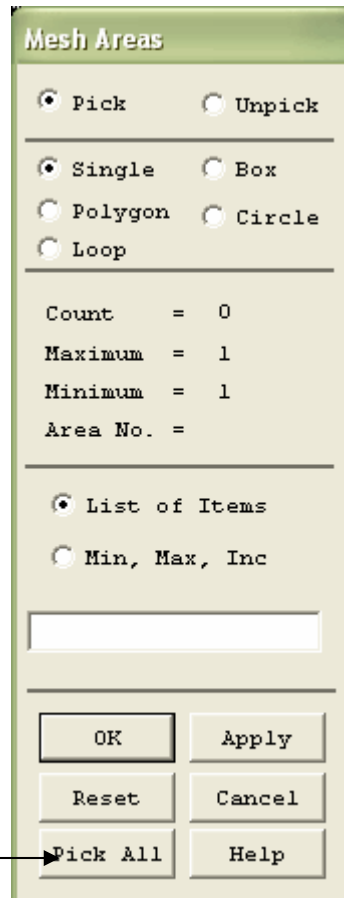
Main Menu : Preprocessor → Meshing → Size Cntrl → Manuel Size → Lines → All Lines



Levhanın kenarları 150 mm aralıklarla bölünmüştür.

7. Elemanlara ayırma (Mesh) işleminin yapılması

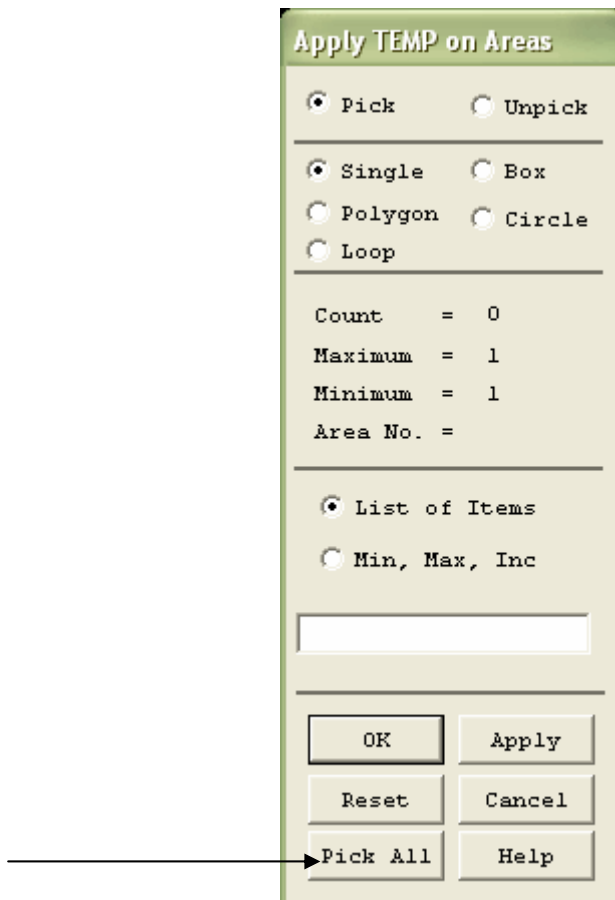
Main Menu : Preprocessor → Meshing → Mesh→ Areas → Mapped → 3 or 4 sided



Böylece geometri yaklaşık 150 mm kenar uzunluğundaki elemanlar ile ağırla bölünmüştür.

8. Yüklerin uygulanması

Main Menu : Preprocessor → Loads → Define Loads→ Apply → Thermal → Temperature → On Areas



Apply TEMP on Areas

[DA] Apply TEMP on areas

Lab2 DOFs to be constrained

☐ All DOF
☒ TBOT
☐ TTOP

Apply as

If Constant value then:

VALUE Load TEMP value

89

KEXPND Apply TEMP to boundary li

☐ No

OK Apply Cancel Help

Apply TEMP on Areas

[DA] Apply TEMP on areas

Lab2 DOFs to be constrained

☐ All DOF
☐ TBOT
☒ TTOP

Apply as

If Constant value then:

VALUE Load TEMP value

90

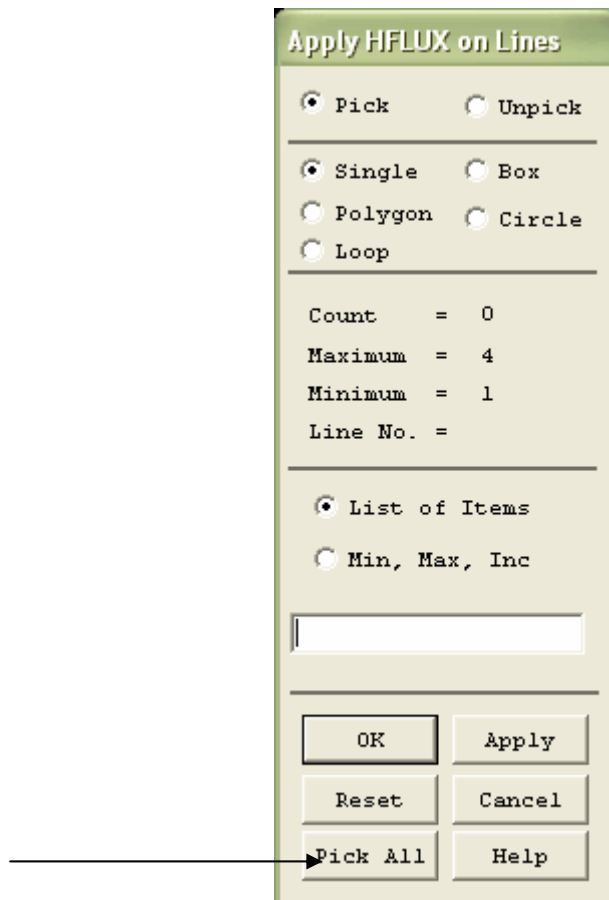
KEXPND Apply TEMP to boundary li

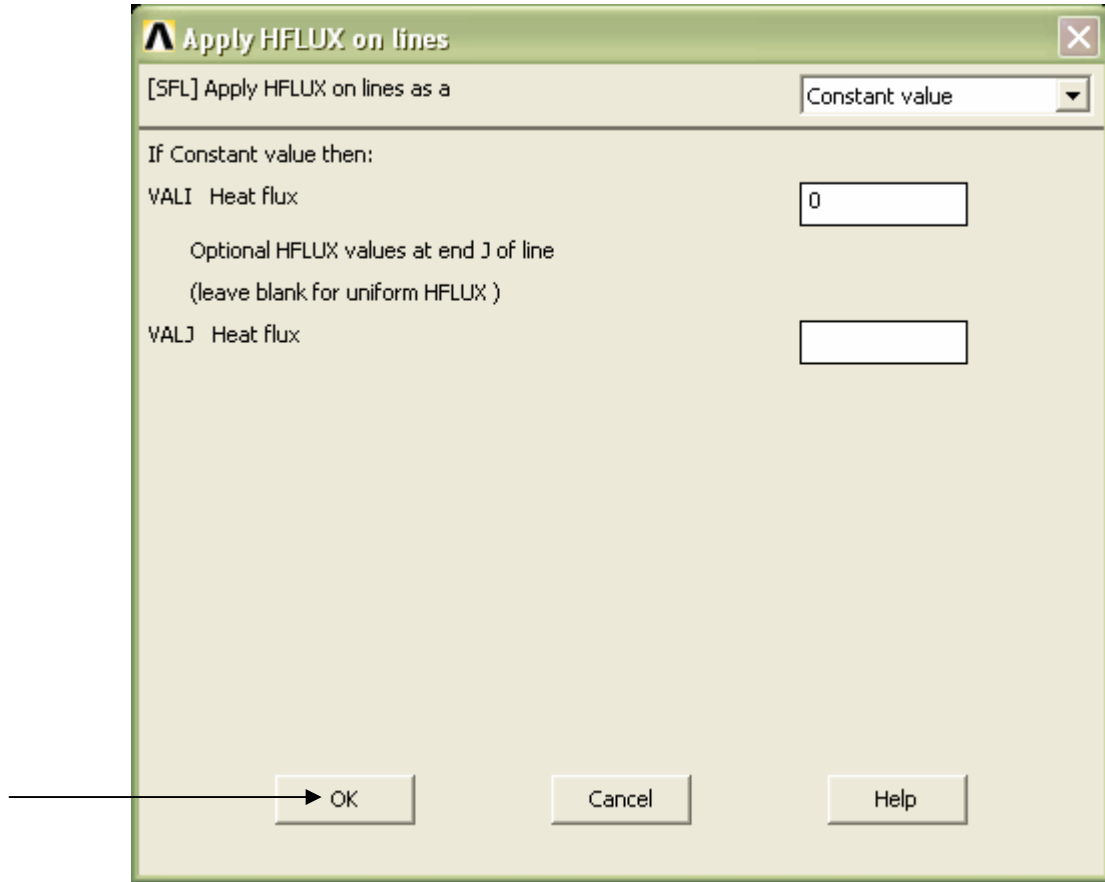
☐ No

OK Apply Cancel Help

9. Sınır şartlarının uygulanması

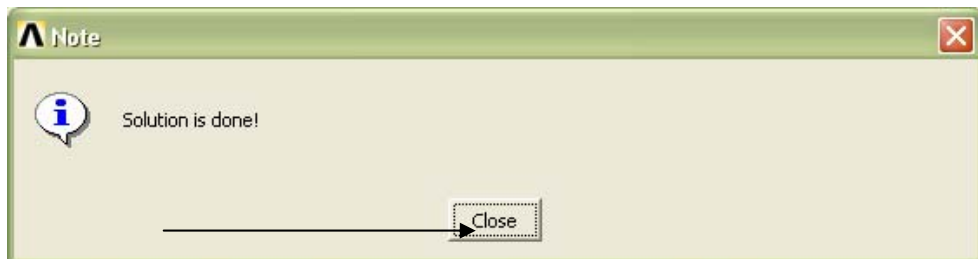
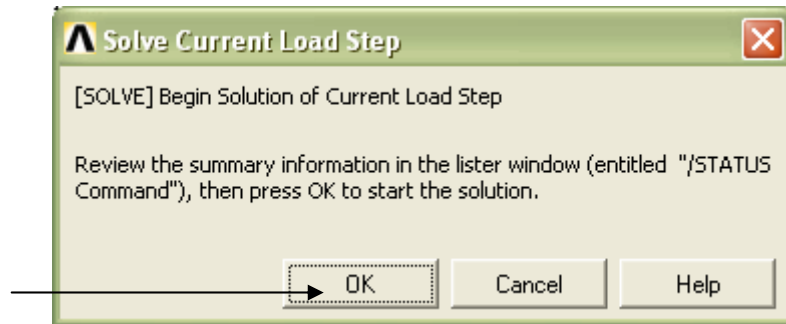
Main Menu : Preprocessor → Loads → Define Loads→ Apply → Thermal → Heat Flux → On Lines





10. Isı Transferi Hesabı

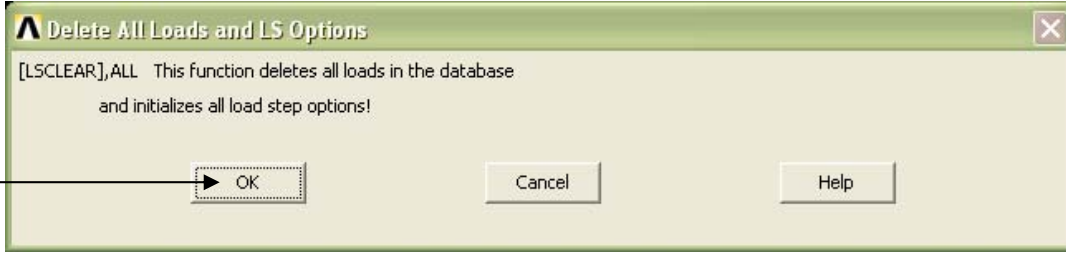
Main Menu : Solution → Solve → Current LS



Buraya kadar sürekli rejim ısı transferi analizi yapılmıştır ve bunun sonuçları “Isil_Gerilme.rth” dosyasına kaydedilmiştir. Bundan sonraki kısımda bu sonuçlar ısı yük olarak kullanılacaktır.

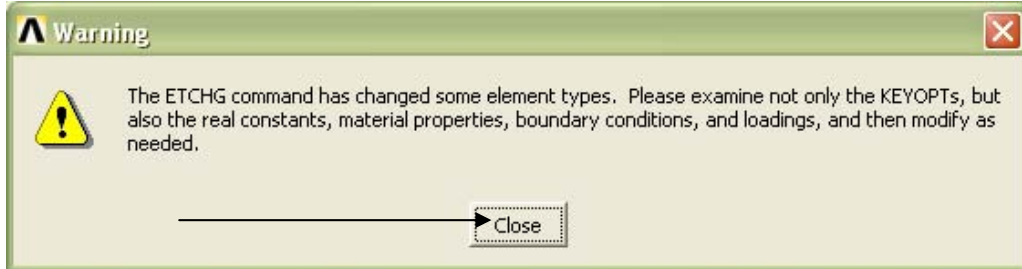
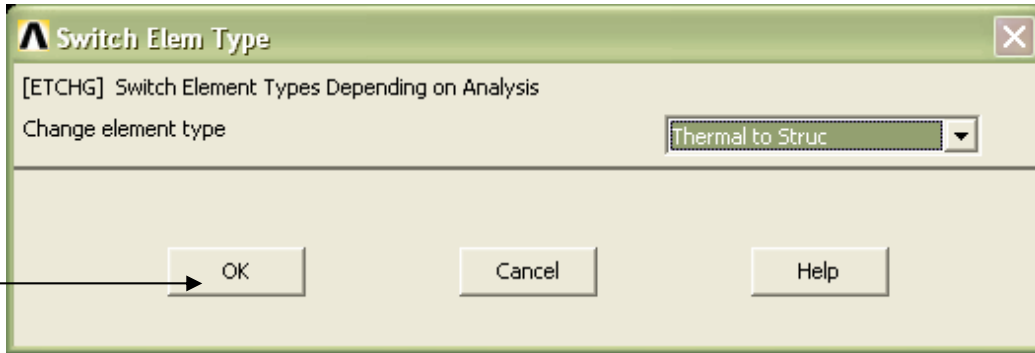
11. Isıl yük ve sınır koşullarının silinmesi

Main Menu : Preprocessor → Loads → Define Loads → Delete → All Load Data → All Loads & Opts



12. Eleman tipinin değiştirilmesi

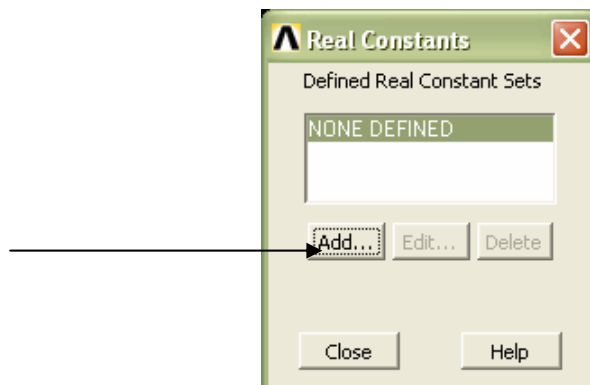
Main Menu : Preprocessor → Element Type → Switch Elem Type

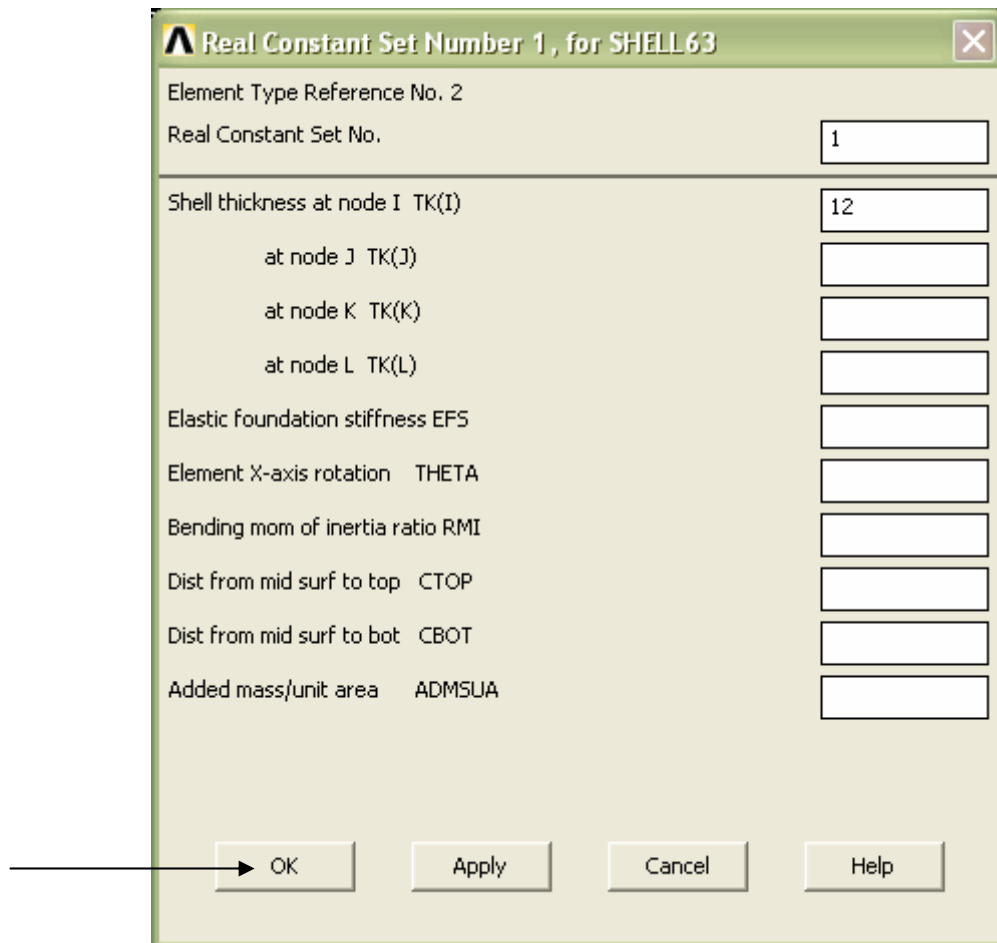
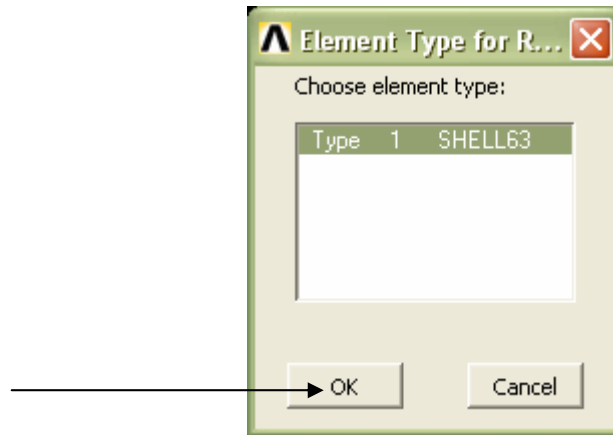


Burada eleman tipi SHELL 63 ile değiştirilmiştir.

13. Elemanın geometrik özelliklerinin tanıtılması

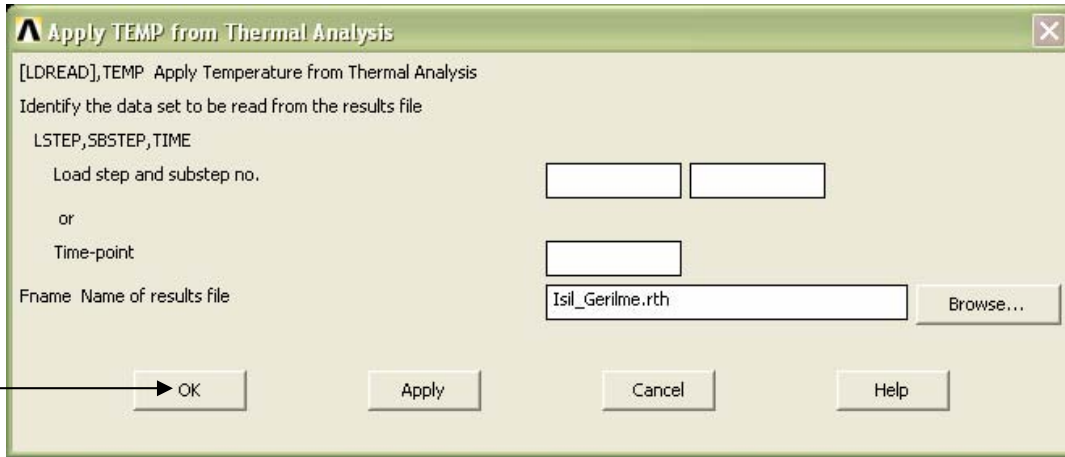
Main Menu : Preprocessor → Real Constants → Add/Edit/Delete





14. Isı yüklerinin uygulanması

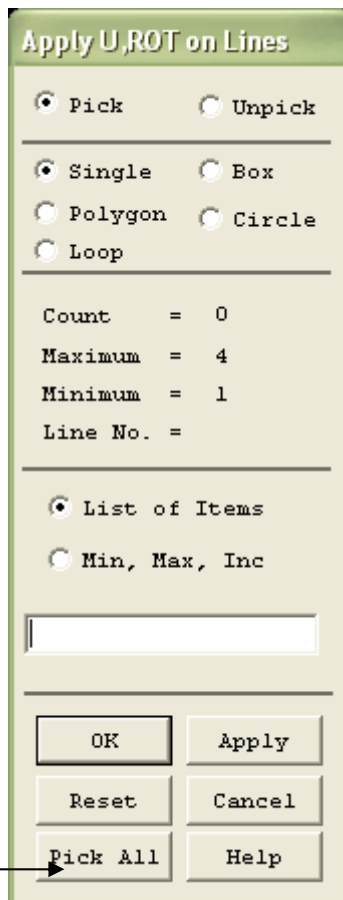
Main Menu : Preprocessor → Loads → Define Loads→ Apply → Structural → Temperature → From Therm Analy

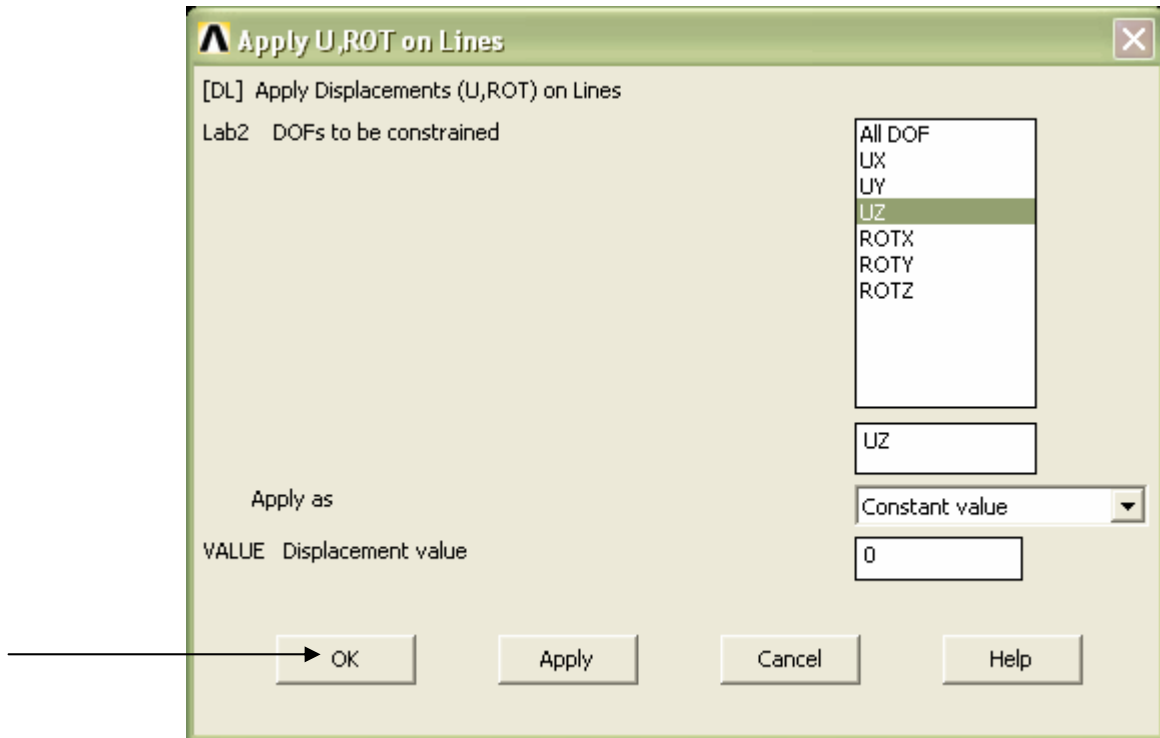


Burada "Browse" ile çalışma dosyasından daha önceden hesaplanan ve "Isil_Gerilme.rth" olarak kaydedilen dosya seçilir. Böylelikle ısı yükler girilmiş olur.

15. Sınır şartlarının uygulanması

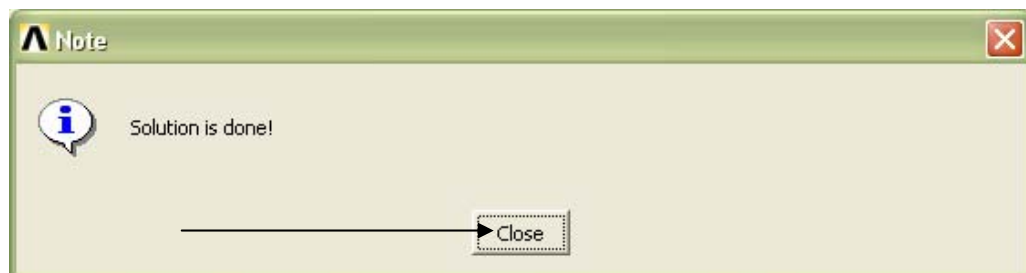
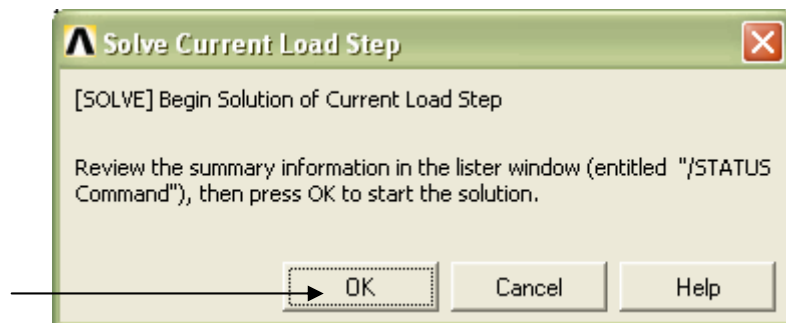
Main Menu : Preprocessor → Loads → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On Lines





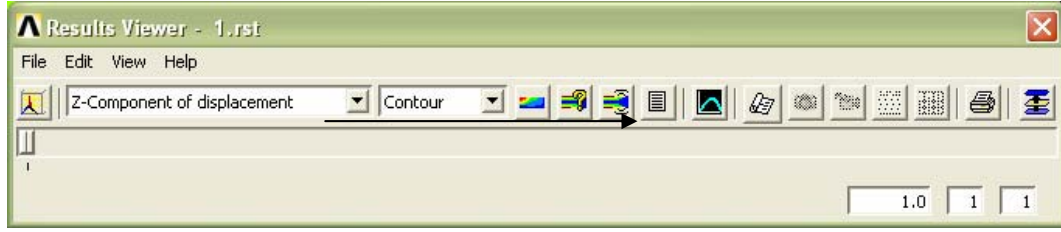
16. Isıl Gerilme Hesabı

Main Menu : Solution → Solve → Current LS

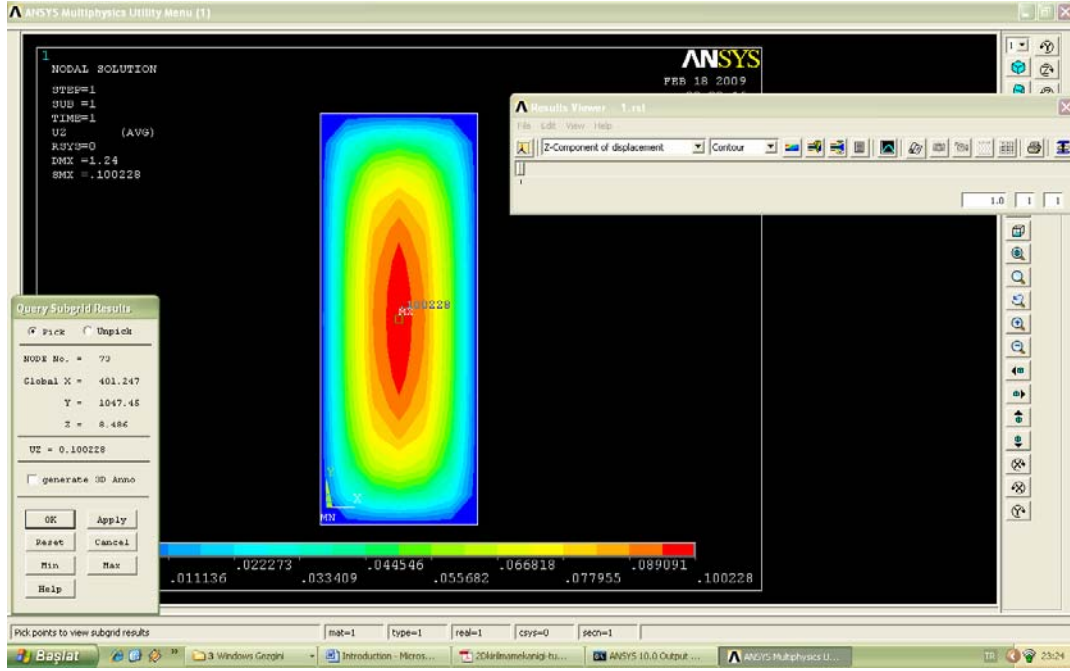


17. Sonuçların incelenmesi

Main Menu : General Postproc → Results Viewer



Daha sonra soru işareti şeklinde olan butona basarak “Query Subgrid Results” kutucuğu açılır ve bu sayede istenilen düğümdeki sonuçlara bakılabilir.



GENEL OZELLIKLER

Tam Boy	122.00 m
Kaimeler Arasi Boy	115.00 m
Su Hatti Boyu	118.50 m
Kural Boyu	114.95 m
Kalip Genisligi	17.20 m
Kalip Derinligi	8.30 m
Dizayn Drafti	6.50 m
Boyutlandirma Drafti	6.80 m
Blok Katsayisi	0.795
Gemi Hizi	14 Knot
Postalar Arasi Mesafe	700 mm

Kargo Tank Yukleri

Azami Kargo Yük Yoğunluğu	1.54 ton/m ³
Azami Kargo Sıcaklığı	90° C
Pv	0.24 bar
Test Basıncı Yüksekliği	11.100 m

Balast Tankları

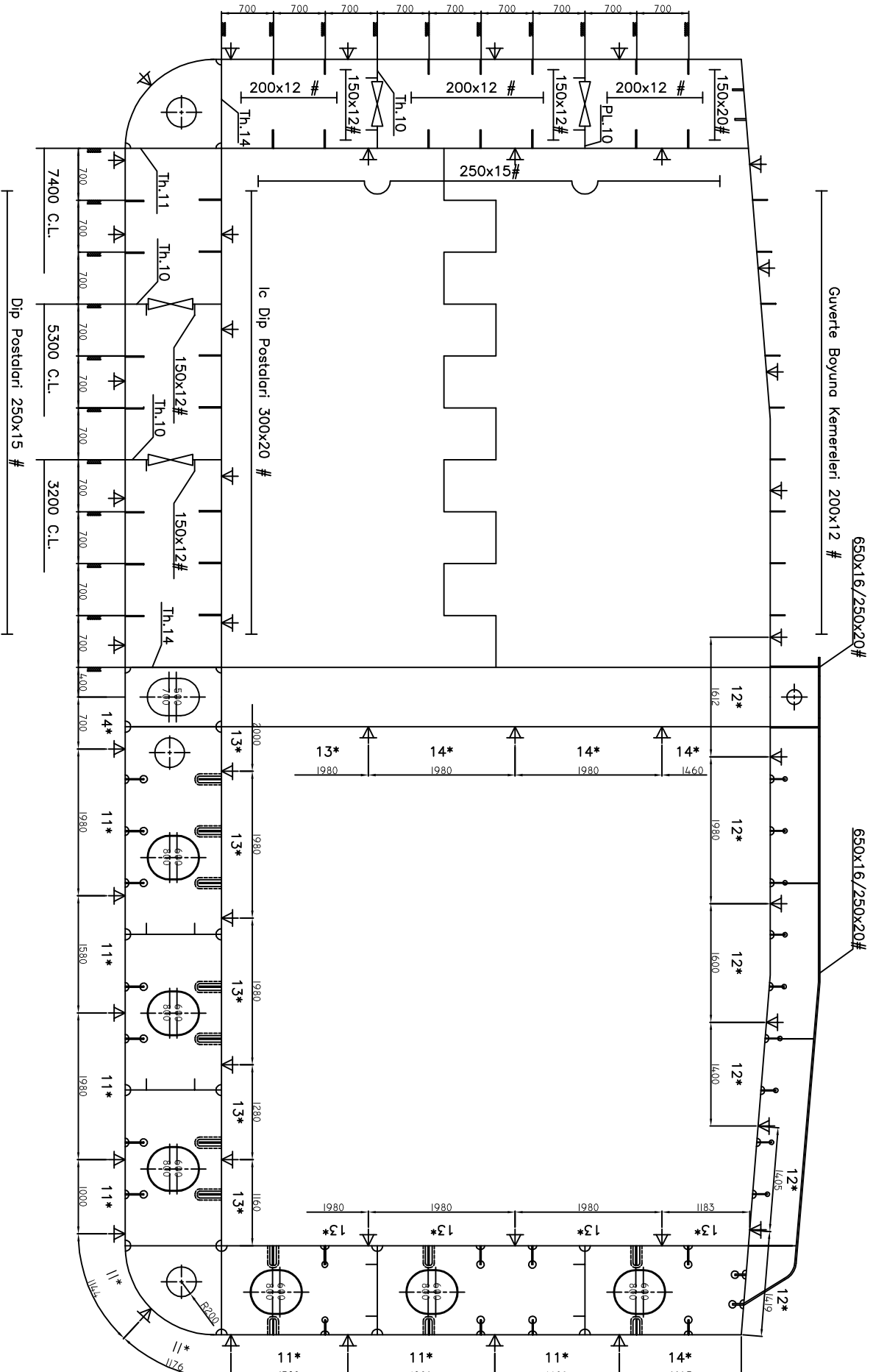
Balast Suyu Yoğunluğu	1.025 ton/m ³
Hava Fııır Borusu Yüksekliği	9.06 m
Tank Test Yüksekliği	10.81 m

Kargo Tanklarının Yükleme Durumları

Alternatif Yükleme
Simetrik Olmayan Yükleme

Malzeme

Yüksek Mukavemetli Gemi İnsa Celığı
Reh = 355 MPa



EK-D	
7000 DWT HAM PETROL TANKERI	
ÇİZEN	Serdar Özcelik
ÖLÇEK	1/75
TARİH	16.1.2009

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Serdal Özçelik

Doğum Yeri ve Tarihi: Çanakkale 08.09.1978

Adres: Postane Mahallesi, Yasemin Sokak, No:16 daire:6, Tuzla, İstanbul.

Lisans Üniversitesi: İTÜ Gemi İnşaatı ve Gemi Makinaları Mühendisliği

Yayın Listesi:

- **Özçelik, S.**, Ergin S., Ergin A., 2008: Calculation of Thermal Stresses for a 7000 DWT Oil Tanker. *The 22nd Asian-Pacific Technical Exchange and Advisory Meeting on Marine Structures*, October 6-9, 2008 Istanbul, Turkey.