

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PASİF TİTREŞİM VE ŞOK YALITICILARININ OPTİMUM TASARIMI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Volkan ERTEM**

Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği

Programı : Katı Cisimlerin Mekanik

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Haluk EROL

EYLÜL 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PASİF TİTREŞİM VE ŞOK YALITICILARININ OPTİMUM TASARIMI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Volkan ERTEM
503041511**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 13 Eylül 2010
Tezin Savunulduğu Tarih : 23 Eylül 2010**

**Tez Danışmanı : Doç. Dr. Haluk EROL
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Alaeddin Arpacı
Prof.Dr.Rahmi GÜÇLÜ (YTU)**

EYLUL 2010

ÖNSÖZ

Tez çalışmam sırasında bana yol gösteren sayın hocam Doç.Dr. Haluk EROL'a, karşılaştığım bütün problemlerde destek olan yöneticim sayın Cihan CENGİZ'e, çalışmalarım sırasında bana sonsuz destek sağlayan sevgili eşime ve yüksek lisans ve tez çalışmamı tamamlamama imkan sağlayan Tekno Kauçuk A.Ş.'ye teşekkürü borç bilirim.

Eylül 2010

Volkan ERTEM

Makine Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER	v
KISALTMALAR	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
ÖZET.....	xi
SUMMARY	xv
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	8
2. MATEMATİK MODEL VE SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ.....	9
2.1 Amaç	9
2.2 Matematik Model	9
2.2.1 Elastik elemanlar	9
2.2.2 Tek serbestlik dereceli sistemin matematik modeli	11
2.2.3 Çok serbestlik dereceli sistemin matematik modeli	14
2.3 Sayısal Çözüm Yöntemi	28
2.3.1 Denklem sisteminin çözümü	28
2.4 Optimizasyon	31
2.4.1 Titreşim optimizasyonu	31
2.4.2 Şok optimizasyonu	33
3. MATLAB KODU VE KULLANICI ARAYÜZÜ	39
3.1 Matlab Kodu.....	39
3.2 Kullanıcı Ara Yüzü	39
3.2.1 Ana ekran	39
3.2.2 İvme, kuvvet ve moment tanımlama	41
3.2.3 Şok cevabı spektrumu	43
3.2.4 Konfigürasyon ve optimizasyon.....	48
3.2.5 Sistem cevabının incelenmesi	50
4. PARAMETRİK ÇALIŞMALAR.....	55
4.1 Örnek Bir Motorun Titreşim Optimizasyonu	55
4.2 Örnek Bir Sistemin Şok Optimizasyonu	62
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	68
5.1 Öneriler.....	68
KAYNAKLAR	69
EKLER.....	71

KISALTMALAR

TDS : Titreşim ve Darbe Sönümleyici
SRS : Şok Cevabı Spektrumu (Shock Response Spectra)

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Çelik halat tipi TDS.....	4
Şekil 1.2 : Kauçuk metal tipi şok izolatörü	5
Şekil 1.3 : Kauçuk titreşim izolatörü	6
Şekil 1.4 : Şok cevabı spektrumu	7
Şekil 2.1 : Elastik elemanın şematik gösterimi.....	10
Şekil 2.2 : Tek serbestlik dereceli sistem modeli	12
Şekil 2.3 : Serbest cisim diyagramı	12
Şekil 2.4 : 6 serbestlik dereceli sistem modeli.....	15
Şekil 2.5 : YZ düzleminde rijit cismin görünüşü	19
Şekil 2.6 : α açısal deplasmanı oluşan doğrusal deplasmanlar.	20
Şekil 2.7 : XZ düzleminde sistemin görünüşü	21
Şekil 2.8 : β açısal deplasmanı oluşan doğrusal deplasmanlar.	21
Şekil 2.9 : XY düzlemi	23
Şekil 2.10 : γ açısal deplasmanı oluşan doğrusal deplasmanlar.....	23
Şekil 2.11 : Çift sinüs ivme fonksiyonu	34
Şekil 2.12 : Çift sinüs ivme dasetinin şok cevabı spektrumu	35
Şekil 2.13 : Bir sıra tek serbestlik dereceli kütle yay sisteminin cevabı	36
Şekil 3.1 : Program ana ekranı.....	40
Şekil 3.2 : İvme, kuvvet ve moment giriş ekranı	42
Şekil 3.3 : Şok cevabı spektrumu penceresi	44
Şekil 3.4 : Çift sinüs ivme fonksiyonun şok cevabı spektrumu.....	45
Şekil 3.5 : Sönümleme oranı %1 için şok cevabı spektrumu	46
Şekil 3.6 : İvme ekseninde şok cevabı spektrumu	47
Şekil 3.7 : Şok optimizasyonu	48
Şekil 3.8 : Konfigürasyon ve optimizasyon Menüsü.....	49
Şekil 3.9 : Sistem cevabının incelenmesi	51
Şekil 4.1 : Motorun özelliklerinin girilmesi ve kuvvet-zaman diyagramı.....	56
Şekil 4.2 : Seçilen motorun moment-zaman diyagramı.....	57
Şekil 4.3 : Konfigürasyon ve optimizasyon menüsü	58
Şekil 4.4 : Elastik elemanlara ait deplasmanlar ve geçirgenlik	59
Şekil 4.5 : Motor atalet kuvvetleri (FFT).....	60
Şekil 4.6 : Motor atalet momentleri	61
Şekil 4.7 : Frekans bazında sistem cevabı	62
Şekil 4.8 : Sistemin ivme girişi.....	63
Şekil 4.9 : Verilen ivmenin şok cevabı spektrumu	64
Şekil 4.10 : Konfigürasyon ve optimizasyon.....	65
Şekil 4.11 : Geçirgenlik eğrisi	66
Şekil 4.12 : İvme girişi ve sistemin Cevabı	66
Şekil 4.13 : Ağırlık merkezinin deplasmanı	67

PASİF TİTREŞİM VE ŞOK YALITICILARININ OPTİMUM TASARIMI

ÖZET

Şok ve titreşim farkına varılmasa da her yerde karşımıza çıkan önemli bir mühendislik problemidir. Gündelik hayatta kullandığımız sistemler dâhil ticari ve askeri hemen hemen her sistem şok ve titreşim etkileri altında kalmaktadırlar. Taşıma sırasında yere düşen bir kargo paketi veya dizel jeneratörün üzerindeki kontrol paneli şok ve titreşim konusunda hemen akla gelen örnekler olabilir. Bu tip örnekleri çoğaltmak mümkündür ama konunun incelenmesi için öncelikle şok ve titreşimin tarifinin yapılması gerekir.

Mekanik şok; bir cismin ivmesinin darbe, düşme, deprem veya patlama gibi sebeplerle çok ani olarak artması ya da azalması olarak tarif edilebilir. Şok geçici bir fiziksel etkidir. Titreşim ise bir sistemin denge durumu etrafında periyodik veya periyodik olmayan salınımlarıdır. Tariflerden de anlaşılacağı üzere mekanik şok ani olarak ortaya çıkar ve şoka maruz kalan sistemler üzerindeki etkisi anlık ve yıkıcı olur. Şokun aksine titreşim sistemleri göreceli olarak uzun vadede etkiler. Genellikle şokun etkileri malzeme içerisinde akma ve yorulma gerilmelerinin aşılması sonucu sistemin deforme olması veya kopması iken titreşimin etkileri yorulma veya çatlak yayılması sonucu kırılma şeklinde görülür.

Teknolojinin hızla gelişmesi sonucu hassas elektronik ve mekanik cihazlara hemen hemen her yerde rastlanır olmuştur. Çok yüksek hassasiyet gerektiren ölçüm aletleri, işleme tezgâhları gibi cihazların kullanılması sebebi ile bir çok uygulamanın titreşim toleransları gittikçe aşağı çekilmektedir. Bununla birlikte endüstriyellemenin gelişmesi, yüksek hızlı tezgâhlar, artan üretim talepleri sebebi ile makine hızları, dolayısı ile titreşim kaynakları ve titreşim seviyeleri gittikçe artmaktadır.

Yukarıda belirtilen sebeplerle şok ve titreşim yalıtımı kara, hava ve deniz araçlarında hem sivil hem de askeri uygulamalarda önem arz eden bir konudur. Dengelenmemiş tahrik elemanlarının yaydığı yapısal gürültü sivil uygulamalarda konfor, askeri uygulamalarda ise sualtı izi açısından önem taşır. Ayrıca, özel olarak askeri deniz uygulamalarında, muharebeye devam edebilmek için sualtı patlamalarının oluşturduğu şoklara karşı donanımların ve personelin korunması gerekir.

Şok ve titreşim kontrolünün en önemli yöntemi pasif sönümlemedir. Pasif sönümleme; şok ve titreşim kaynağı ile korunacak olan donanım arasına elastik elemanlar eklenerek kaynak ile donanım arasındaki bağlantının zayıflatılması ilkesine dayanır. Şok ve titreşim yalıtımının etkisi donanım ile kaynak arasındaki dinamik bağlantıyı zayıflatmak ve böylece donanıma gelen istenmeyen uyarımların aktarımını azaltmaktır. Bunun en kolay yolu, donanımın zemine bağlanmasıyla oluşan doğal frekansını, başka bir deyişle sistemin doğal frekansını mümkün olduğunca düşürmektir. Bu sayede şok ve titreşim kaynağı ile yalıtılmak istenen sistem arasındaki dinamik bağlantı zayıflar. Doğal frekansının düşürülmesi göreceli olarak küçük yay sabitine sahip elastik elemanlar ile mümkün olur. Ancak bu şekildeki bağlantıların önemli yan etkileri mevcuttur. Doğal frekansı düşürebilmek için elastik elemanın yay sabitinin düşürülmesi donanım ile zemin arasında bağl deplasmanların artmasına ve yüksek genlikli düşük frekanslı titreşimlere yol açar. Ayrıca oluşan yüksek deplasmanları karşılayabilmek için daha büyük elastik elemanlar kullanılması gerekir. Bu sebeple sistemin maliyeti artar. Bu sebeple şok ve titreşimin etkileri azaltırken diğer isterleri karşılayabilmek için bir optimizasyon yapılması gerekir. Şok ve titreşim optimizasyonu yeterli performansta yalıtım sağlayabilecek maksimum rijitlikte bağlantı yapılması olarak özetlenebilir.

Bu tez kapsamında şok ve titreşim yalıtımı optimizasyonu olarak tariflenen şok ve titreşim yalıtımını sağlayabilecek maksimum rijitliğin hesaplanması ve bu rijitliğe uygun eleman seçimi incelenecektir. Şok optimizasyonu için “Şok Cevabı Spektrumu” yöntemi ile şok girişi incelenecek ve isterleri sağlayacak şekilde maksimum rijitliğe diğer bir deyişle en yüksek frekansa göre optimizasyon yapılacaktır. Titreşim optimizasyonu için geçirgenlik oranına göre optimizasyon prensibi benimsenecektir.

Şok ve titreşim kontrolünde, yalıtımın yanı sıra titreşimleri kaynağında kontrol edilmesi ve donanımın yapısını güçlendirerek şok ve titreşime karşı daha dayanıklı hale getirilmesi de vardır. Ancak bu yöntemleri uygulamak her zaman mümkün değildir. Titreşimlerin kaynağında yapılacak yapısal iyileştirmeler ile kontrol edilmesi mümkün olsa da karmaşık makineler için titreşimin kaynağını doğru tespit etmek ve kontrol etmek mümkün olmayabilir. Ayrıca şok girişleri genellikle kontrol edilemeyen uyarımları içerdiği için bu yöntem geçerli değildir. İkinci yöntem olan

donanımı yapısal olarak güçlendirmek ise ağırlığı ve maliyeti arttırdığı için tercih edilmeyebilir.

Pasif titreşim ve şok yalıtıcıları, sözü edilen titreşim ve şokların yalıtılmasında kullanılırlar. Her bir uygulama için gerektiğinde doğal frekans, geçirgenlik ve donanım üzerindeki kalıcı ivme değerleri hesaplanarak uygun yalıtıcının seçilmesi gerekir. Bu hesaplamaların yapılabilmesi için öncelikle elastik elemanların statik ve dinamik karakterlerinin tespit edilmiş olması gerekmektedir.

Tek serbestlik dereceli sistemin geçirgenlik hesapları, elastik elemanların belirlenen yapısal özellikleri ile analitik olarak yapılabilir. Buna karşın, kalıcı ivmenin hesaplanması ve çok serbestlik dereceli sistemlerde bu tip hesapların analitik olarak gerçekleştirilmesi oldukça güçtür[1]. Bu uygulamalarda, sistemin elde edilen hareket denklemleri sayısal yöntemler kullanılarak çözülebilir. Bu tezin amacı, çok serbestlik dereceli sistemlerin şok ve titreşim davranışlarının sayısal yöntemler kullanılarak çözümlenmesi ve tasarım kriterlerine göre optimum yalıtım elemanlarının belirlenmesidir.

OPTIMUM DESIGN OF SHOCK AND VIBRATION ISOLATORS

SUMMARY

Even though we may not notice, shock and vibration are important engineering problems. All commercial and military equipments including the COTS's are working under the effects of shock and vibration. A cargo box dropped during transportation or a control panel on a diesel generator set can be examples of shock and vibration. We can produce number of examples; however we should define firstly shock and vibration.

A mechanical or physical shock is a sudden acceleration or deceleration caused, for example, by impact, drop, kick, earthquake, or explosion. Shock is a transient physical excitation. Vibration refers to mechanical oscillations about an equilibrium point. The oscillations may be periodic such as the motion of a pendulum or random such as the movement of a tire on a gravel road. As we can easily understand from the definitions, shock creates is a sudden event and the effects on the systems are immediate and dramatic. On the contrary, effects of the vibrations will appear on relatively long-term duration. Usually the effects of shock is rupture due to exceeding yield and ultimate stresses, however systems exposed to vibration will fail due to crack propagation or fatigue

Due to rapid development of the technology, high sensitivity electronically and mechanical equipments are outnumbered. Vibration limits are getting more restricted with the usage of high accurate measurement systems and CNC machines. On the other hand, because of the industrialization, and increasing demand of production capacity, the speed machines and the vibrations caused by these machines are continuously increasing

Vibration and shock optimization is a major issue on land, air and sea transportation for both commercial and military vehicles. Structural vibrations caused by unbalanced masses are very important on commercial vehicles to obtain adequate comfort level and military vehicles to reduce the underwater fingerprint. Especially special care is needed on military applications to protect personnel and equipments against shock caused by underwater explosions.

Main technique of shock and vibration control involves passive isolation. The protected equipment is going to be mounted to the source of the shock and vibration with the help of isolators. The aim of shock and vibration isolation is reducing the dynamic coupling between the source and the equipment so that reducing the transmission of unwanted excitations.

Reducing the dynamic coupling between the equipment and the source will introduce high amplitude static displacements and increase of weight and cost. Because of these reasons, the system must be optimized to meet all design parameters while protecting the equipment against shock and vibration. Shock and vibration isolation optimization is maximum stiffness isolators which will obtain adequate isolation

There are other methods used for shock and vibration control such as reducing the shock and vibration at the source and increase the stiffness of the system to eliminate the effects of shock and vibration. However, these methods are not often useful. On complex vibration sources, identification and elimination of vibration sources are not so easy. In addition, this method is not valid for shock protection, because shock sources are generally uncontrolled parameters. The second method is either not a good choice because, it is increasing the weight and the cost of the system.

To isolate mentioned vibrations and shock passive isolators can be used. Natural frequency, transmissibility and remaining accelerations must be calculated for each application. Static and dynamic characterization of passive isolators must be completed.

Using previously obtained spring ratios and damping ratio of the isolators; natural frequency, transmissibility calculations can be completed analytically with one single degree of freedom. However, calculation of remaining accelerations and multi degree of freedom systems is very complex and nearly impossible to solve. For this reason multi degree of freedom systems are solved by obtaining equations of motions and solving by numerical methods. The aim of this work is obtain equations of motions of multi degree of freedom systems, solving these equations by numerical method and selection of optimum isolators according to design criteria's.

1. GİRİŞ

Şok ve titreşim konuları çok geniş bir alanı kapsamaktadır. Bu sebeple tez konusu olan pasif titreşim ve şok yalıtıcılarının optimum tasarımı konusu dışında şok ve titreşim konularında genel bilgilerin de açıklanması gerekmektedir. Bu bölümde pasif şok ve titreşim yalıtımı optimizasyonu konusunda temel bilgiler tarif edilecektir. Öncelikle tez çalışmasına konu olan mekanik şok ve titreşimlerin tarifleri yapılacaktır. Ayrıca şok ve titreşimlerin sistemler üzerindeki bozucu etkileri açıklanacaktır. Daha sonra tez kapsamında ele alınacak sistemlerin matematik modelleri ve genel kabuller açıklanacak, konunun detayı ise 2. Bölümde ele alınacaktır. Bunun yanı sıra şok ve titreşim yalıtımında kullanılan elemanlar tanıtılacaktır. Son olarak, şok optimizasyonu için şok cevabı spektrumu yöntemine değinilecektir.

Mekanik şok; darbe, düşme, deprem veya patlama gibi sebeplerle çok ani bir ivme artışı ya da azalışı olarak tarif edilebilir. Şok geçici bir fiziksel olgudur[9]. Titreşim ise bir sistemin denge durumu etrafında periyodik veya periyodik olmayan salınımları olarak tariflenebilir[10]. Tariflerden de anlaşılacağı üzere mekanik şok da özünde bir titreşim problemidir. Titreşimden farklı olarak şok, çok ani olarak ortaya çıkar ve maruz kalan sistemler üzerindeki etkisi anlık ve yıkıcı olur. Şokun aksine titreşim sistemleri göreceli olarak uzun vadede etkiler. Genellikle şokun etkileri malzeme içerisinde akma ve kopma gerilmelerinin aşılması sonucu sistemin deforme olması veya kopması iken titreşimin etkileri yorulma veya çatlak yayılması sonucu kırılma şeklinde görülür.

Her ne kadar şok ve titreşimler süre, büyüklük ve etkiler açısından bir birlerinden farklı olsalar da şok yalıtıcı sistemlerde birer titreşim sistemleridir. Analitik olarak her iki tip sistemde aynı denklemlerle ifade edilebilir ve aynı şekilde incelenebilir. Bu sebeple çalışmanın bazı bölümlerinde şok ve titreşim sistemleri yerine sadece titreşim sistemleri ifadesi kullanılacaktır.

Şok ve titreşim sistem modelleri beraber incelenecek olsa da şok ve titreşimin sebepleri, etkileri ve sönümleyici tipleri farklılık göstermektedir. Sistemlerin daha iyi

anlaşılması açısından matematik model oluşturulmaya başlanmadan önce bu başlıklar açıklanacaktır.

Ani ivme değişimlerinin sebepleri çok çeşitlidir. Taşıma sırasında meydana gelebilecek düşmeler, çarpışmalar, sualtı patlamaları, patlamalar veya balistik etkiler en önemli şok olguları arasında sayılabilir. Genel olarak çok serbestlik dereceli karmaşık bir sisteme etkiyen şok, sistemde bulunan bileşenlerin titreşimine neden olur[8]. Bu titreşimler mekanik sistemin doğal frekanslarından biri veya bir kaçını tahrik ederek rezonans oluşumuna neden olabilir. Rezonans sonucu artan genlikler:

1. artan veya azalan sürtünme veya malzemelerin birbirlerine çarpması sonucu kopmalara,
2. malzemelerin dielektrik kuvvetlerinde, izolasyon dirençlerinde, elektrostatik alan dirençlerinde azalmalara,
3. elektronik kart, elektronik konnektör hatalarına,
4. malzemelerde yüksek gerilmeler sonucu kalıcı mekanik bozulmalara,
5. malzeme içerisinde kopma gerilmelerinin aşılması sebebi ile malzemelerin yorulmasının hızlanmasına,
6. gevrek malzemelerin çatlayarak kırılmasına yol açabilir.

Yukarıda bahsedilen sebeplerle şoka maruz kalan sistemler tamamen ya da kısmen fonksiyon kaybına uğrarlar[8].

Şok ani ve geçici bir etki yaratırken titreşimlerin malzeme üzerinde periyodik ve uzun süreli bir etkisi vardır. Titreşimler, genellikle dengelenmemiş yüksek hızlı dönen, sistem bileşenlerinden kaynaklanır. Titreşimlerin dinamik etkileri sebebi ile oluşan hızlar ve ivmeler; yorulma ve aşınmalara sebep olur veya katkıda bulunur. Oluşan dinamik deplasmanlar sistemin elemanlarının çarpışmasına, ayrışmasına ve dolayısıyla sistemin fonksiyon kaybına sebep olur. Titreşimler sonucunda oluşabilecek etkiler aşağıdaki gibi sıralanabilir[8].

1. Bağlantı elemanlarının gevşemesi,
2. Mekanik yorulmalar,
3. Elektrik bağlantılarının kopması,
4. Sızdırmazlık elemanlarının bozulması,

5. Mekanik veya optik kaçıklıklar,
6. Sistem içinde ufak parçaların yer değiştirmesi,
7. Aşırı elektriksel gürültü.

Pratikte karşılaştığımız birçok titreşim sistemi çok serbestlik derecelidir. Rijit bir taban üzerine elastik elemanlar ile bağlanmış rijit bir donanım ile oluşturulan en basit model altı serbestlik derecesine sahiptir. En basit titreşim modeli üç ögeden oluşur. Yalıtılan donanım, donanımın bağlandığı yüzey ve donanımı zemine bağlayan elastik elemanlar. Duruma göre salınım hareketleri zeminden donanıma veya donanımdan zemine doğru veya bazı durumlarda her iki yönde olabilir. Altı serbestlik derecesine sahip olan bu sistemin altı doğal frekansı bulunur. Bu doğal frekanslar dinamik olarak birbirini etkileyebilir. Titreşim modlarının arasındaki dinamik bağlantı minimuma indirilerek rezonans riski azaltılmalıdır. Aynı şekilde donanımdan veya zeminden kaynaklanan titreşimlerin uyarım frekansı ile doğal frekansların çakışmamasına özen gösterilmelidir[4].

Pratikte her bir alt sistem dağınık parametrelili ve çok serbestlik derecelidirler. Donanımlar genellikle birçok bileşenden oluşur. Her bir bileşeni rijit ve her bir bağlantıyı lineer bir yay ile modelleyecek olursak, her bir bileşenin altı serbestlik derecesi olur. Ancak çok yüksek frekanslarda rijit cisim kabulü geçersizdir ve her bir alt sistem dağınık parametrelili, sonsuz serbestlik dereceli bir sistem olarak davranır. Ayrıca, donanımın bağlandığı yüzeyler de dağınık parametrelili çok serbestlik dereceli sistemler olarak davranırlar. Aynı şekilde elastik elemanlarda çok yüksek frekanslarda dağınık parametrelili ve çok serbestlik dereceli sistemler olarak davranırlar. Bu alt bileşenlerin lineer olmayan karakterleri göz önüne alındığında oluşan titreşim sistemlerinin matematik modelini oluşturmak oldukça zordur. Ancak şok ve titreşim problemlerinin genel özelliklerinden faydalanarak bu sistemler daha kolay incelenecek şekilde basitleştirilebilirler. Genellikle karşılaşılan problemlerin çoğunda rölanti devri gibi düşük frekans bölgelerinde genlikler daha yüksektir. Bu sebeple düşük frekans bölgeleri daha büyük problem arz eder. Genellikle sistemdeki alt bileşenlerin yapısal davranışları problem arz eden frekanstan etkilenmeyecek düzeyde olduğu için donanımlar rijit olarak kabul edilebilir. Aynı kabul donanımın bağlandığı zemin içinde geçerlidir. Çok yüksek frekanslar haricinde elastik elemanlar da kütlesiz yay ve damper sistemleri olarak modellenenirler. Bu kabuller ile titreşim

sistemlerini altı serbestlik dereceli olarak modellemek mümkün olur. Bazı durumlarda problemlerin özelliklerine göre sistemlerin daha da basitleştirilmesi mümkündür.

Yalıtım elemanları ya da başka bir deyişle titreşim ve darbe sönümleyiciler (TDS) yalıtılacak donanım ile zemin arasında bağlantı sağlayan elastik bağlantı elemanlarıdır. Yalıtıcıların bir tarafı donanıma diğer tarafı zemine bağlanan iki bağlantı noktası mevcuttur. Yalıtıcılar donanım ile zemin arasında doğrusal ve açısal serbestlik derecelerindeki hareketleri kısıtlarlar.

Pratik uygulamalarda yalıtıcıların bir çok çeşidi mevcuttur ve yapısal özelliklerine göre veya kullanım alanlarına göre sınıflandırılabilirler.

Yapısal özelliklerine göre başlıca sınıflar olarak yay elemanlar, kauçuk metal elemanlar ve çelik halat tipi elemanlar sayılabilir.

Yay elemanlar helezon olarak sarılmış yay veya yay paketlerinden oluşurlar. Bu tür elemanlar %1'den daha düşük bir sönümlemeye sahip olup, genellikle titreşim uygulamaları için kullanılırlar. En önemli problemleri radyal yönde eksenel yöne göre çok düşük yay sabitine sahip olmalarıdır. Bu sebeple bu yönlerde kararlılık problemlerine sebep olurlar.



Şekil 1.1 : Çelik halat tipi TDS.

Kauçuk metal tipi elemanlar sivil ve savunma sanayinde en çok kullanılan elastik eleman tipleridir. Kauçuğun viskoelastik yapısı sayesinde %2.5~%5 arası sönüm oranına sahiptirler. Ayrıca uygun formlarda her yönde aynı yay sabitine sahip olacak şekilde tasarlanabilirler. Bu sayede daha kararlı sistemler oluşturmak mümkün olur.

Kauçuk metal tip elastik elemanlar akustik açıdan da çok iyi sönümleme özelliği gösterirler.



Şekil 1.2 : Kauçuk metal tipi şok izolatörü

Çelik halat tipi Elastik elemanlar çok sayıda telin spiral şekilde sarılması ile elde edilirler. Hareket esnasında çok sayıda telin birbirine sürtünmesi ile sönümleme sağlanır. Bu sebeple sönümleme oranı %10~15 gibi yüksek değerlere sahiptir. Kauçuk metal tip elastik elemanlara göre en önemli avantajı çevresel faktörlere karşı dayanımlarının yüksek oluşudur. Yüksek akustik yalıtım gerektiren uygulamalarda kauçuk metal tip elastik elemanlar tercih edilirken, kimyasal etkiler, ozon ve yüksek sıcaklık gibi çevresel şartların etkin olduğu yerlerde çelik halat tipi elastik elemanlar tercih edilirler.

Elastik elemanlar kullanım alanlarına göre şok sönümleyicileri ve titreşim sönümleyicileri olarak ayrılabilirler.

Şok yalıtıcıları; donanımlara etkiyen yüksek ivmeler sebebi ile oluşacak yüksek bağıl deplasmanları karşılayacak şekilde tasarlanırlar. Boyutları, ağırlık ve maliyetleri titreşim yalıtıcılarına göre daha yüksektir. Şok yalıtıcısı olarak çevresel koşullara ve akustik isteklere göre kauçuk ve çelik halat tipi elastik elemanlar arasında seçim yapılır.

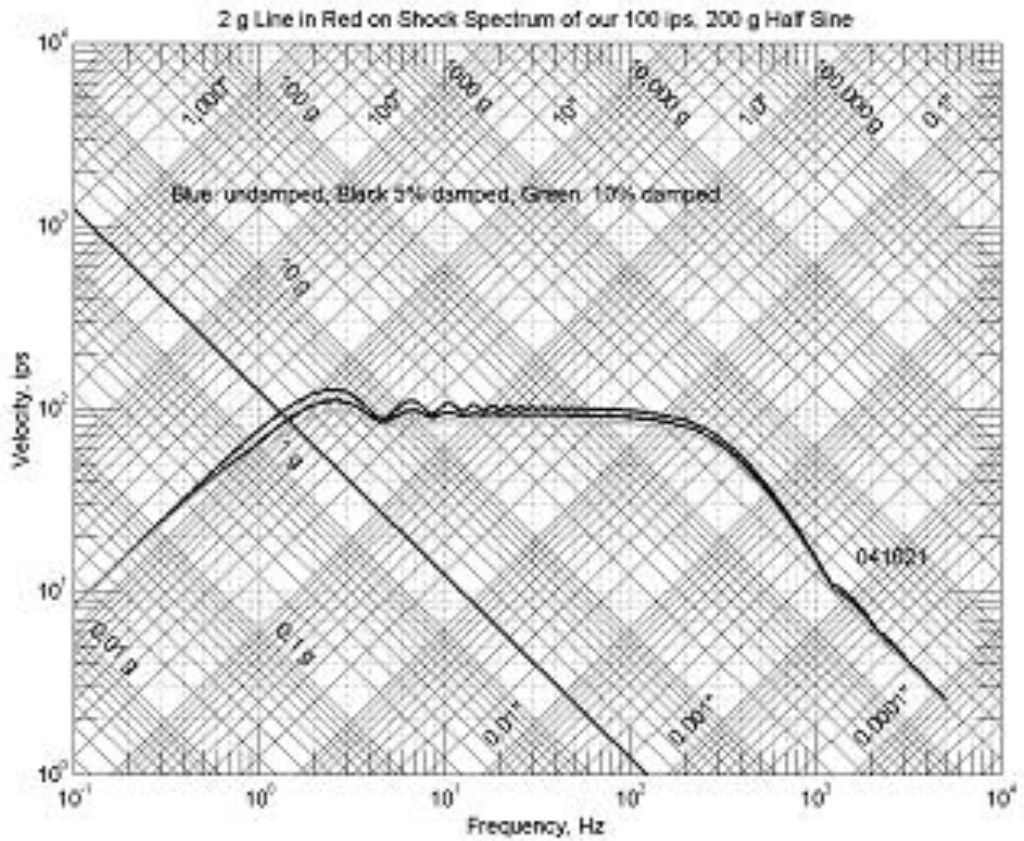
Titreşim problemlerinde karşılaşılan salınım genlikleri şok sırasında meydana gelen bağıl deplasmanlara nazaran çok daha küçüktür. Titreşim yalıtımında şok sönümleyicileri gibi yüksek deplasmanlara gerek duyulmadığı için titreşim sönümleyiciler daha küçük olarak tasarlanabilirler. Titreşim sönümleyicileri, prensip

olarak askı frekansları tahrik frekansları ile çakışmayacak şekilde seçilirler. Ancak motorlar çalışma devirlerine gelirken askı frekanslarından geçebilirler. Bu sebeple söz konusu rezonans frekanslarında geçirgenliği sınırlamak için yüksek sönümlemeye ihtiyaç duyulur. Ancak yüksek sönümleme oranı yüksek frekanslarda geçirgenliğin yükselmesine sebep olacaktır. Bu sebeple titreşim izolasyonunda uygulamaya göre uygun sönümleme oranına sahip izolatörlerin seçilmesi önemlidir.



Şekil 1.3 : Kauçuk titreşim izolatörü

Şok cevabı spektrumu yöntemi kaydedilmiş şok veya rastgele salınımlarının incelenmesi için en uygun yöntemlerin başında gelir. Şok cevabı spektrumu yöntemi kaydedilmiş dataların yanı sıra idealize edilmiş şok fonksiyonlarının incelenmesi içinde kullanılır. Şok cevabı spektrumu çok sayıda tek serbestlik dereceli, farklı doğal frekanslara sahip kütle yay sistemlerinin verilen bir şok girişine cevabı olarak düşünülebilir[7]. İvme girişi her kütle yay sisteminin tabanına uygulanır. Bu ivme uygulandığında sistem bir salınım hareketi yapar. Sistemin tabanına karşılık kütle maksimum hızı kaydedilir. Sonuç olarak, **Şekil 1.4**'te görüleceği gibi düşey eksende kütle maksimum hızı yatay eksende doğal frekans olacak şekilde her sistemden elde edilen değerler grafiğe aktarılarak şok cevabı spektrumu elde edilir. Sistemin maksimum hızı, maksimum deplasmanından bulunabilir. Aynı şekilde maksimum ivme, maksimum hızın türevidir. Bu sayede doğal frekans ve hız bilindiği için eğrinin her bir noktasında maksimum deplasmanlar ve hızlar bilinmektedir. Dört eksenli grafik gösterimi kullanılırsa hızın yanı sıra, ivme ve deplasman değerleri grafikten okunabilir. Şok cevabı spektrumu sayesinde incelenen ivme datasının belirli bir doğal frekansa sahip sisteme uygulandığında söz konusu sistemin maruz kalacağı maksimum ivme, hız ve deplasmanları kolayca görülebilir. Şok ve titreşim yalıtımı



Şekil 1.4 : Şok cevabı spektrumu

Sok cevabı spektrumu yöntemi tek serbestlik derecesi için hesaplanmaktadır. Altı

1.1 Tezin Amacı

Bu tez çalışması ile analitik olarak hesaplanması mümkün olmayan durumlar için şok ve titreşim optimizasyonunu kolaylaştıracak ve hızlandıracak bir hesaplama aracı oluşturulması hedeflenmiştir. Bu hesaplama aracı ile birlikte tasarım parametrelerinin kolayca değiştirilebilmesi için bir kullanıcı ara yüzünde oluşturulması hedeflenmiştir.

Yukarıda belirtilen hesaplama aracı ve kullanıcı ara yüzünün programlanması için Matlab programlama dili kullanılacaktır.

2. MATEMATİK MODEL VE SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ

2.1 Amaç

Şok ve titreşim izolasyonu sistemi; şok ve titreşimden korunması hedeflenen donanım, donanımın monte edileceği taşıyıcı ve titreşim ve darbe sönümleyici elemandan oluşur. Şok ve titreşim yalıtımı sisteminde duruma bağlı olarak donanım taşıyıcından gelen ya da taşıyıcı donanımdan gelen şok ve titreşim uyarımlarından korunmak istenebilir. Bazı durumlarda her iki senaryoda mevcut olabilir. Örnek vermek gerekirse askeri bir gemide bulunan bir dizel jeneratör sualtı patlaması ile oluşan ve zeminden gelen şok etkilerinden korunurken, bu donanımdan kaynaklanan titreşimin taşıyıcıya geçmesi engellenmeye çalışılmaktadır.

Bu bölümde çok serbestlik dereceli mekanik sistemlerin hareketlerini tanımlayan matematik modelin oluşturulması ve bu matematik modelin sayısal çözüm yöntemleri ile çözülmesi amaçlanmıştır.

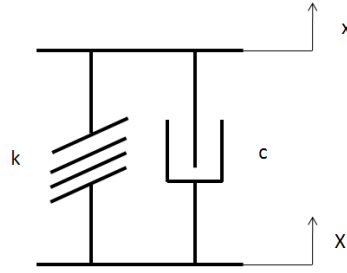
2.2 Matematik Model

İzolasyonu yapılacak olan donanımlar gerçek hayatta sonsuz serbestlik dereceli sistemlerdir. Giriş bölümünde yapılan önermeler çerçevesinde izole edilen donanımın ve zeminin rijit cisim olarak davrandığı ve elastik elemanların kütlesiz yay ve damper oldukları kabulleri yapılarak altı serbestlik dereceli model oluşturulacaktır.

2.2.1 Elastik elemanlar

Titreşim ve darbe sönümleyicileri izole edilecek donanımın ve zeminin bağlanabileceği iki yüzeye sahip elastik elemanlardır. Elastik elemanlar bağlantı noktaları arasında doğrusal ve açısal her doğrultuda harekete karşı bir direnç oluştururlar. Düşük frekans bölgesinde elastik elemanların ağırlığı göz ardı edilebilir. Elastik elemanlar tarafından uygulanan kuvvet iki bağlantı noktası arasındaki bağıl

deplasman ile orantılı yay sabiti ve bağıl hız ile orantılı sönümleme oranının toplamıdır[2].



Şekil 2.1 : Elastik elemanın şematik gösterimi

$$\sum F = (\dot{X} - \dot{x})c + (X - x)k \quad (2.1)$$

Elastik elemanın yay sabitleri orijini elastik elemanın elastisite orijini ile çakışan keyfi bir koordinat takımına göre 36 k_{ij} yay sabiti ile tanımlanabilir. Burada ilk indis kuvvet ya da momentin yönünü ikinci indis ise kuvvet ya da moment etkisi ile oluşan deplasmanın yönünü belirtir. Üç ana doğrusal yay sabiti k_{xx}, k_{yy} ve k_{zz} koordinat eksenleri doğrultusunda etkiyen kuvvetler etkisi ile oluşan deplasmanları ile orantılıdır. Altı çapraz doğrusal yay sabiti $k_{xy}, k_{xz}, k_{yx}, k_{yz}, k_{zx}$ ve k_{zy} farklı yönde etkiyen kuvvetler sebebi ile koordinat eksenine doğrultusunda oluşan deplasmanlar ile orantılıdır. Aynı şekilde üç ana açısall yay sabiti $k_{\alpha\alpha}, k_{\beta\beta}$ ve $k_{\gamma\gamma}$ koordinat eksenleri etrafındaki momentler etkisi ile oluşan aynı yöndeki açısall deplasmanlar ile orantılıdır. Altı çapraz açısall yay sabiti $k_{\alpha\beta}, k_{\alpha\gamma}, k_{\beta\alpha}, k_{\beta\gamma}, k_{\gamma\alpha}$ ve $k_{\gamma\beta}$ farklı yönde etkiyen momentler sebebi ile koordinat eksenine doğrultusunda oluşan açısall deplasmanlar ile orantılıdır. Diğer 18 çapraz yay sabiti ise doğrusal ve açısall deplasmanlar ile momentler ile orantılıdır ($k_{\alpha x}, k_{z\gamma}$ vb.).

Yay sabitleri simetrik özellik gösterirler.

$$k_{ij} = k_{ji} \quad (2.2)$$

Elastik elemana etkiyen kuvvet veya moment asal elastik eksenlerle çakışmazsa etkiyen kuvvet veya momentin doğrultusundan farklı yönlerde deplasmanlara sebep olur. Yani herhangi bir ekseninde etkiyen kuvvet sonucunda diğer eksenlerde

deplasmanlar oluşur. Elastik eksenler birbirine diktir ve merkezleri elastik merkezdedir. Elastik elemanın simetri eksenleri asal elastik eksenleri oluşturur. Eğer koordinat sisteminin merkezi elastik eksenin merkezinde alınırsa çapraz yay sabitleri sıfıra eşit olur.

$$k_{ij} = 0 \quad (2.3)$$

Pratik uygulamalarda Elastik elemanlar en az bir simetri ekseni olacak şekilde tasarlanırlar. Ayrıca boyutları sistemin geneline göre küçük olduğu için elastik merkezlerini geometrik merkezlerinde kabul etmek doğru bir yaklaşım sayılır.

Pratik uygulamalarda elastik elemanlar aynı düzlem üzerinde bulunur. Bu durumlarda sistemin açısallık yay sabiti elastik elemanın doğrusal yay sabiti ve açısallık yay sabitine bağlıdır. Bu tip uygulamalarda açısallık deplasmanlar, doğrusal deplasmanlara göre çok küçük olduğu için eğer elastik elemanlar özellikle çok yüksek burkulma rijitliğine sahip değillerse açısallık rijitliğin etkisi ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Bu sebeple şok ve titreşim yalıtım sistemlerinin hareket denklemlerinde açısallık yay sabitleri ihmal edilebilir[1].

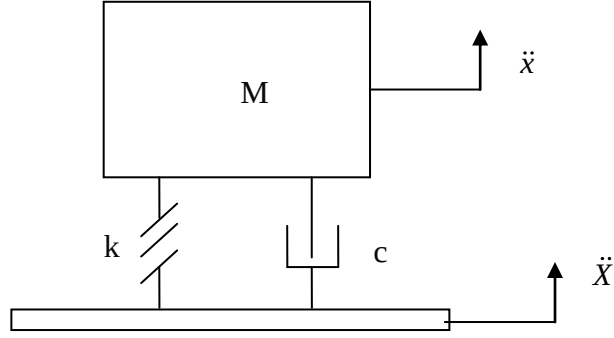
Yukarıdaki kabuller ışığında şok ve titreşim yalıtım sistemlerinde kullanılan elastik elemanların yay sabitleri üç ana doğrusal yay sabiti k_{xx} , k_{yy} ve k_{zz} ile tanımlanabilirler. Aynı şekilde yukarıdaki kabuller sönümlenme sabitleri içinde geçerlidir ve elastik elemanların sönümlenme sabitleri üç ana doğrusal sönümlenme sabiti c_{xx} , c_{yy} ve c_{zz} ile tanımlanabilir.

2.2.2 Tek serbestlik dereceli sistemin matematik modeli

Çok serbestlik dereceli sistemlerin matematik modelini oluşturmaya başlamadan önce tek serbestlik dereceli sistemlerin incelenmesi faydalıdır. Çok serbestlik dereceli sistemlerin denklem takımları tek serbestlik dereceli sistemin matematik modelinden faydalanılarak çıkartılabilir. Ayrıca çok serbestlik dereceli sistemler özel kısıtlar halinde tek serbestlik dereceli sistemler olarak çözülebilirler. Bu sayede çok serbestlik dereceli sistem modelimizin doğruluğunu tek serbestlik derecesinde analitik olarak kontrol edebiliriz.

Matematik modelini oluşturmaya başlamadan önce sistemin fiziksel modelini ortaya koymak gerekir.

İnceleyeceğimiz kütlesi M olan modelin zemine yay sabiti k , sönüm oranı c olan bir TDS ile bağlandığını düşünelim. Zemin deplasmanı uzaysal koordinatlarda X harfi ile, kütlenin ağırlık merkezinin deplasmanı maddesel koordinatlarda x harfi ile gösterilecektir. Şekil 2.2

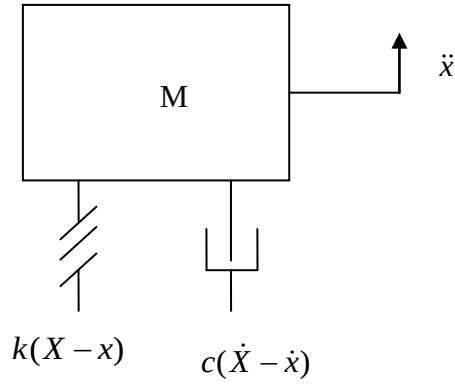


Şekil 2.2 : Tek serbestlik dereceli sistem modeli

Kuvvetlerin toplamı sıfır olacağı için aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$\sum F = m\ddot{x} \quad (2.4)$$

Kütleye etki eden kuvvetleri Şekil 2.2 de görülebileceği gibi serbest cisim diyagramı çizerek daha rahat gösterebiliriz.



Şekil 2.3 : Serbest cisim diyagramı

Serbest cisim diyagramı incelendiğinde M kütlesine etkiyen x eksenini doğrultudaki kuvvetlerin toplamı için denklem 2.5 nin yazılabildiği görülür.

$$m\ddot{x} = c(\dot{X} - \dot{x}) + k(X - x) \quad (2.5)$$

Hesap kolaylığı açısından bağıl deplasmanlar kullanılması yerinde olur. Kütle ve zemin arasındaki bağıntılar aşağıdaki denklem 2.6 da olduğu gibi çıkartılabilir.

Kütle ve zemin arasındaki bağıl deplasman aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$x_r = x - X \quad (2.6)$$

Bu denklemin türevlerini alarak bağıl hız ve ivme ifadeleri elde edilir.

$$\dot{x}_r = \dot{x} - \dot{X} \quad (2.7)$$

Hız ifadesinin tekrar türevi alınır ivme ifadesi elde edilir.

$$\ddot{x}_r = \ddot{x} - \ddot{X} \quad (2.8)$$

İvme ifadesi yeniden düzenlenirse,

$$\ddot{x} = \ddot{x}_r + \ddot{X} \quad (2.9)$$

Bağıl deplasmanlar denklem 2.5 de yerine konularak 2.10 denklemi elde edilir.

$$m(\ddot{x}_r + \ddot{X}) = -c\dot{x}_r - kx_r \quad (2.10)$$

2.10 Denklemi yeniden düzenlenerek

$$m\ddot{x}_r + c\dot{x}_r + kx_r = m\ddot{X} \quad (2.11)$$

2.11 denklemini kütleyle bölerek 2.12 denklemi elde edilir.

$$\ddot{x}_r + (c/m)\dot{x}_r + (k/m)x_r = \ddot{X} \quad (2.12)$$

$$(c/m) = 2\zeta\omega_n \quad (2.13)$$

$$(k/m) = \omega_n^2 \quad (2.14)$$

ω_n doğal frekans ve ζ sönüm oranı olmak üzere 2.13 ve 2.14 denklemleri 2.12 denkleminde yerine konularak, denklemin alışıl gelmiş haline ulaşılır.

$$\ddot{x}_r + 2\zeta\omega_n\dot{x}_r + \omega_n^2 x_r = -\ddot{X} \quad (2.15)$$

2.15 Denkleminin Laplace dönüşümü yapılarak bu denklemin homojen çözümü bulunabilir.

$$L\{\ddot{Z} + 2\zeta\omega_n\dot{Z} + \omega_n^2 Z\} = L\{0\} \quad (2.16)$$

(2.15) numaralı Laplace denkleminin analitik çözümü mümkün olsa da son derece karmaşık ve uzun süren bir çözümdür. Kaldı ki, bu çözüm sadece tek serbestlik derecesi içindir. 6 serbestlik dereceli bir sistemin analitik çözümünün bulunması pratik olarak pek anlamlı değildir. Bu sebeple bu denklemin çözümü burada incelenmeyecektir.

2.2.3 Çok serbestlik dereceli sistemin matematik modeli

Genel şok ve titreşim yalıtımı uygulamalarında donanımlar çok sayıda ve donanımın herhangi bir yerine bağlanan izolatörler kullanılarak zemine bağlanmış olabilir. Şekil 2.3’de yukarıda bahsedilen genel durumun özel bir alt uygulaması olarak donanımın tabanında 4 adet izolatör kullanılarak bağlantı şekli gösterilmiştir. Bu tip uygulamalarda elastik elemanların asal eksenleri sistemin doğal eksenleri ile çakıştığı için çapraz yay sabitleri ve sönümleme sabitleri sıfır kabul edilebilir.

$$k_{ij} = 0 \quad (2.17)$$

$$c_{ij} = 0 \quad (2.18)$$

Notasyon kolaylığı açısından elastik elemanların üç ana yay ve sönümleme sabitlerini aşağıdaki gibi tekrar isimlendirebiliriz.

$$k_{xx} = k_x \quad (2.19)$$

$$k_{yy} = k_y \quad (2.20)$$

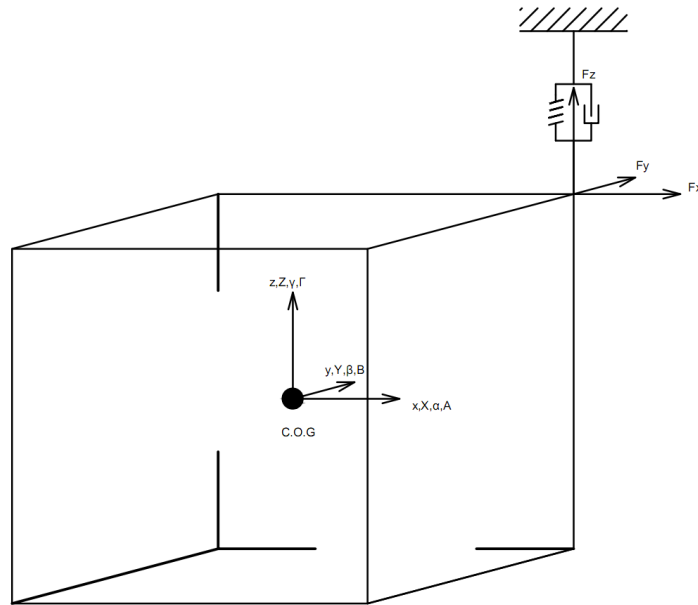
$$k_{zz} = k_z \quad (2.21)$$

$$c_{xx} = c_x \quad (2.22)$$

$$c_{yy} = c_y \quad (2.23)$$

$$c_{zz} = c_z \quad (2.24)$$

Hareket denklemlerini elde etmek için Şekil 2.3'te olduğu gibi bir köşesinden k_x, k_y, k_z yay sabitleri ve c_x, c_y, c_z sönümleme sabitleri ile tanımlanan bir TDS ile zemine bağlanmış rijit bir cisim ele alınsın. Cismin ağırlık merkezinin geometrik merkezinde bulunduğunu ve cisme ait maddesel koordinat sistemi ile zemine ait uzaysal koordinat sisteminin cismin ağırlık merkezinde çakıştığı kabul edilsin. Cisme ait maddesel koordinat sistemi $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$; Rijit cismin bağlandığı zeminin uzaysal koordinat sistemi X, Y, Z, A, B, Γ ile tanımlanacaktır. TDS cisme, koordinatları (d_x, d_y, d_z) olan noktadan bağlıdır. Rijit cisim altı serbestlik derecesine sahipken cismin bağlı olduğu zeminin sadece doğrusal eksenlerde hareket ettiği kabul edilecektir.



Şekil 2.4 : 6 serbestlik dereceli sistem modeli

Denklemin çözümü sistemin ağırlık merkezinin zemine göre bağlı deplasmanları cinsinden hesaplanacaktır. Bu sebeple öncelikle sistemin ağırlık merkezinin zemine göre bağlı deplasman ifadeleri elde edilmelidir. Ağırlık merkezinin zemine göre bağlı koordinatları 2.25, 2.26, 2.27 ifadelerimdeki gibi çıkartılabilir

$$x_r = x - X \quad (2.25)$$

$$y_r = y - Y \quad (2.26)$$

$$z_r = z - Z \quad (2.27)$$

Sistemin hareket denklemlerinin tanımlanabilmesi için ağırlık merkezinin bağıl hız ve ivme değerlerine de ihtiyaç vardır. İvme ve hız ifadelerinin bulunması için bağıl koordinatların türevleri alınır.

$$\dot{x}_r = \dot{x} - \dot{X} \quad (2.28)$$

$$\dot{y}_r = \dot{y} - \dot{Y} \quad (2.29)$$

$$\dot{z}_r = \dot{z} - \dot{Z} \quad (2.30)$$

Hız ifadelerinin türevleri alınarak ivme ifadeleri elde edilir.

$$\ddot{x}_r = \ddot{x} - \ddot{X} \quad (2.31)$$

$$\ddot{y}_r = \ddot{y} - \ddot{Y} \quad (2.32)$$

$$\ddot{z}_r = \ddot{z} - \ddot{Z} \quad (2.33)$$

Zeminin sadece doğrusal hareketlerine izin verildiği için $A = B = \Gamma = 0$ kabul edilecektir. Böylece bağıl açısal deplasmanlar maddesel koordinatlara eşit olacaktır.

$$\alpha_r = \alpha - A = \alpha \quad (2.34)$$

$$\beta_r = \beta - B = \beta \quad (2.35)$$

$$\gamma_r = \gamma - \Gamma = \gamma \quad (2.36)$$

Bağıl açısal hızlarda, açısal maddesel hızlara eşit olacaktır.

$$\dot{\alpha}_r = \dot{\alpha} - \dot{A} = \dot{\alpha} \quad (2.37)$$

$$\dot{\beta}_r = \dot{\beta} - \dot{B} = \dot{\beta} \quad (2.38)$$

$$\dot{\gamma}_r = \dot{\gamma} - \dot{\Gamma} = \dot{\gamma} \quad (2.39)$$

Hız ifadelerinin türevleri alınarak ivme ifadeleri elde edilir.

$$\ddot{\alpha}_r = \ddot{\alpha} - \ddot{A} = \ddot{\alpha} \quad (2.40)$$

$$\ddot{\beta}_r = \ddot{\beta} - \ddot{B} = \ddot{\beta} \quad (2.41)$$

$$\ddot{\gamma}_r = \ddot{\gamma} - \ddot{\Gamma} = \ddot{\gamma} \quad (2.42)$$

Hareket denklemlerinin yazılabilmesi için öncelikle kuvvet ve moment dengeleri yazılmalıdır. Sistemin 6 eksenindeki kuvvet moment dengeleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sum F_x = m\ddot{x} \quad (2.43)$$

$$\sum F_y = m\ddot{y} \quad (2.44)$$

$$\sum F_z = m\ddot{z} \quad (2.45)$$

$$\sum M_x = I_x\ddot{\alpha} \quad (2.46)$$

$$\sum M_y = I_y\ddot{\beta} \quad (2.47)$$

$$\sum M_z = I_z\ddot{\gamma} \quad (2.48)$$

Yukarıda elde edilen 2.43, 2.44, 2.45, 2.46, 2.47 ve 2.48 kuvvet denkliği denklemlerinde denklem 2.31, 2.32, 2.33'de elde edilen bağıl ivme ifadeleri yerlerine konursa,

$$m\ddot{x}_r = \sum F_x - m\ddot{X} \quad (2.49)$$

$$m\ddot{y}_r = \sum F_y - m\ddot{Y} \quad (2.50)$$

$$m\ddot{z}_r = \sum F_z - m\ddot{Z} \quad (2.51)$$

denklemleri elde edilir. Denklemler bağıl ivmeleri yalnız bırakmak üzere m kütesine bölünerek

$$\ddot{x}_r = \sum \frac{F_x}{m} - \ddot{X} \quad (2.52)$$

$$\ddot{y}_r = \sum \frac{F_y}{m} - \ddot{Y} \quad (2.53)$$

$$\ddot{z}_r = \sum \frac{F_z}{m} - \ddot{Z} \quad (2.54)$$

elde edilir. Aynı şekilde açısal koordinatlar içinde gerekli düzenlemeler yapılabilir.

$$\ddot{\alpha} = \sum \frac{M_x}{I_x} \quad (2.55)$$

$$\ddot{\beta} = \sum \frac{M_y}{I_y} \quad (2.56)$$

$$\ddot{\gamma} = \sum \frac{M_z}{I_z} \quad (2.57)$$

Kuvvet ve moment dengeleri tanımlandıktan sonra bu ifadelerin elde edilmesine başlanabilir. Her bir koordinat eksenindeki deplasmanlar sonucu oluşan kuvvet ve momentlerin ifadelerini elde etmek için öncelikle x eksenini yönünde $x - X$ deplasmanı ile oluşan kuvvet ve moment ifadelerini çıkartılmalıdır.

$$F_x = k_x(X - x) + c_x(\dot{X} - \dot{x}) = -k_x(x - X) - c_x(\dot{x} - \dot{X}) = -k_x x_r - c_x \dot{x}_r \quad (2.58)$$

$$F_y = 0 \quad (2.59)$$

$$F_z = 0 \quad (2.60)$$

$$M_x = 0 \quad (2.61)$$

$$M_y = d_z F_x = -k_x d_z x_r - c_x d_z \dot{x}_r \quad (2.62)$$

$$M_z = -d_y F_x = k_x d_y x_r + c_x d_y \dot{x}_r \quad (2.63)$$

y eksenini yönünde $y - Y$ deplasmanı ile oluşan kuvvet ve moment ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilebilir.

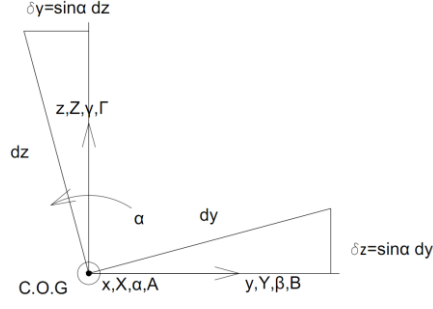
$$F_x = 0 \quad (2.64)$$

$$F_y = k_y(Y - y) + c_y(\dot{Y} - \dot{y}) = -k_y(y - Y) - c_y(\dot{y} - \dot{Y}) = -k_y y_r - c_y \dot{y}_r \quad (2.65)$$

$$F_z = 0 \quad (2.66)$$

$$M_y = 0 \quad (2.67)$$

$$M_z = d_x F_y = -k_y d_x y_r - c_y d_x \dot{y}_r \quad (2.68)$$



Şekil 2.6 : α açısıl deplasmanı sonucu elastik elemanın bağıl doğrusal deplasmanları

Rijit cismin x eksenini etrafında α açısı kadar dönmesi ile elastik elemanın bağlantı noktasının deplasmanları Şekil 2.6'deki grafik yardımı ile daha rahat görülebilir. Elastik elemanın bağıl deplasmanına ait bağıntılar aşağıdaki gibidir.

$$\delta_x = 0 \quad (2.75)$$

$$\delta_y = -d_z \sin \alpha \quad (2.76)$$

$$\delta_z = d_y \sin \alpha \quad (2.77)$$

Sönümlleme sabiti hız ile orantılı olduğu için bağlantı noktasının doğrusal hızları da elde edilmelidir.

$$\dot{\delta}_x = 0 \quad (2.78)$$

$$\dot{\delta}_y = -d_z \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (2.79)$$

$$\dot{\delta}_z = d_y \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (2.80)$$

Elastik elemanın bağlantı noktasının deplasman ve hızları elde edildikten sonra rijit cismin x eksenini etrafında dönmesi sebebi ile oluşan kuvvet ve momentler aşağıdaki gibi elde edilebilir. Rijit cisme etkiyen kuvvetler bu deplasmanlara ters yönde ve yay sabiti ve sönümlleme sabiti ile orantılıdır.

$$F_x = 0 \quad (2.81)$$

$$F_y = k_y d_z \sin \alpha + c_y d_z \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (2.82)$$

$$F_z = -k_z d_y \sin \alpha - c_z d_y \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (2.83)$$

$$M_x = -d_z F_y + d_y F_z = -(k_y d_z^2 + k_z d_y^2) \sin \alpha - (c_y d_z^2 + c_z d_y^2) \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (2.84)$$

$$\delta_x = -d_z \sin \beta \quad (2.87)$$

$$\delta_y = 0 \quad (2.88)$$

$$\delta_z = -d_x \sin \beta \quad (2.89)$$

Sönümleme sabiti hız ile orantılı olduğu için bağlantı noktasının doğrusal hızları da bulunmalıdır.

$$\dot{\delta}_x = -d_z \cos \beta \dot{\beta} \quad (2.90)$$

$$\dot{\delta}_y = 0 \quad (2.91)$$

$$\dot{\delta}_z = -d_x \cos \beta \dot{\beta} \quad (2.92)$$

Rijit cismin y eksenini etrafında dönmesi sebebi ile oluşan kuvvet ve momentler aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$F_x = -k_x d_z \sin \beta - c_x d_z \cos \beta \dot{\beta} \quad (2.93)$$

$$F_y = 0 \quad (2.94)$$

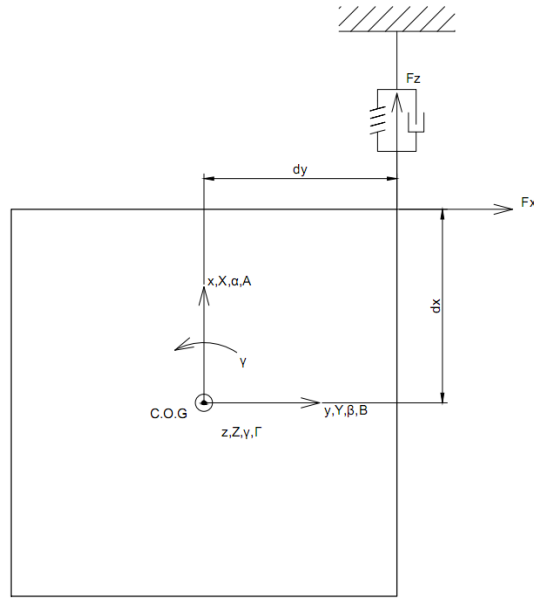
$$F_z = k_z d_x \sin \beta + c_z d_x \cos \beta \dot{\beta} \quad (2.95)$$

$$M_x = d_y F_z = k_z d_x d_y \sin \beta \quad (2.96)$$

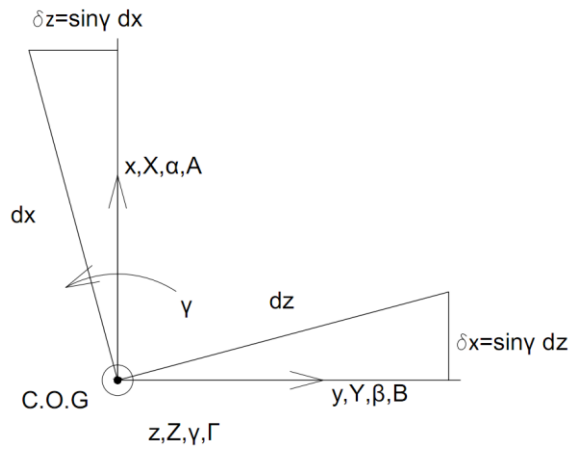
$$M_y = d_z F_x - d_x F_z = -(k_x d_z^2 + k_z d_x^2) \sin \beta - (c_x d_z^2 + c_z d_x^2) \cos \beta \dot{\beta} \quad (2.97)$$

$$M_z = -F_x d_y = k_x d_y d_z \sin \beta + c_x d_y d_z \cos \beta \dot{\beta} \quad (2.98)$$

Son olarak rijit cismin z eksenini etrafında dönmesini incelenirse hareket denklemini oluşturacak olan ifadeleri tamamlanmış olur.



Şekil 2.9 : XY düzlemi



Şekil 2.10 : γ açısai deplasmanı sonucu elastik elemanın bağıl doğrusal deplasmanları

Rijit cismin z ekseninde dönmesi sonucu elastik elemanın bağıl deplasmanları aşağıdaki gibidir.

$$\delta_x = -d_y \sin \gamma \quad (2.99)$$

$$\delta_y = d_x \sin \gamma \quad (2.100)$$

$$\delta_z = 0 \quad (2.101)$$

Deplasmanların türevleri alınarak hız denklemleri elde edilir.

$$\dot{\delta}_x = -d_y \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.102)$$

$$\dot{\delta}_y = d_x \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.103)$$

$$\dot{\delta}_z = 0 \quad (2.104)$$

Elastik elemanın bağıl deplasmanlar sonucu meydana gelen kuvvet ve momentlere ait denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$F_x = k_x d_y \sin \gamma + c_x d_y \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.105)$$

$$F_y = -k_y d_x \sin \gamma - c_y d_x \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.106)$$

$$F_z = 0 \quad (2.107)$$

$$M_x = -d_z F_y = k_y d_x d_z \sin \gamma + c_y d_x d_z \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.108)$$

$$M_y = d_z F_x = k_x d_y d_z \sin \gamma + c_x d_y d_z \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.109)$$

$$M_z = -d_y F_x + d_x F_y = -(k_x d_y^2 + k_y d_x^2) \sin \gamma - (c_x d_y^2 + c_y d_x^2) \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.110)$$

Aynı yönde etkiyen kuvvet ve momentler toplanırsa

$$\sum F_x = -k_x x_r - c_x \dot{x}_r - k_x d_z \sin \beta - c_x d_z \cos \beta \dot{\beta} + k_x d_y \sin \gamma + c_x d_y \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.111)$$

$$\sum F_y = -k_y y_r - c_y \dot{y}_r + k_y d_z \sin \alpha + c_y d_z \cos \alpha \dot{\alpha} - k_y d_x \sin \gamma - c_y d_x \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (2.112)$$

$$\sum F_z = -k_z z_r - c_z \dot{z}_r - k_z d_y \sin \alpha - c_z d_y \cos \alpha \dot{\alpha} + k_z d_x \sin \beta + c_z d_x \cos \beta \dot{\beta} \quad (2.113)$$

$$\begin{aligned} \sum M_x = & +k_y d_z y_r + c_y d_z \dot{y}_r - k_z d_y z_r - c_z d_y \dot{z}_r \\ & - (k_y d_z^2 + k_z d_y^2) \sin \alpha - (c_y d_z^2 + c_z d_y^2) \cos \alpha \dot{\alpha} \\ & + k_z d_x d_y \sin \beta + c_z d_x d_y \cos \beta \dot{\beta} \\ & + k_y d_x d_z \sin \gamma + c_y d_x d_z \cos \gamma \dot{\gamma} \end{aligned} \quad (2.114)$$

$$\begin{aligned} \sum M_y = & -k_x d_z x_r - c_x d_z \dot{x}_r + k_z d_x z_r + c_z d_x \dot{z}_r \\ & + k_z d_x d_y \sin \alpha + c_z d_x d_y \cos \alpha \dot{\alpha} \\ & - (k_x d_z^2 + k_z d_x^2) \sin \beta - (c_x d_z^2 + c_z d_x^2) \cos \beta \dot{\beta} \\ & + k_x d_y d_z \sin \gamma + c_x d_y d_z \cos \gamma \dot{\gamma} \end{aligned} \quad (2.115)$$

$$\begin{aligned}
\sum M_z = & k_x d_y x_r + c_x d_y \dot{x}_r - k_y d_x y_r - c_y d_x \dot{y}_r \\
& + k_y d_x d_z \sin \alpha + c_y d_x d_z \cos \alpha \dot{\alpha} \\
& + k_x d_y d_z \sin \beta + c_x d_y d_z \cos \beta \dot{\beta} \\
& - (k_x d_y^2 + k_y d_x^2) \sin \gamma - (c_x d_y^2 + c_y d_x^2) \cos \gamma \dot{\gamma}
\end{aligned} \tag{2.116}$$

2.111, 2.112, 2.113, 2.114, 2.115 ve 2.116 denklemleri ile rijit cisme d_x, d_y, d_z noktalarından bağılı yalıtıcının uyguladığı kuvvet ve moment ifadeleri elde edilmiş olur. Gerçek uygulamalarda izole edilecek cisimler çok sayıda TDS ile bağlanırlar. Bu duruma ait genel denklemlerin elde edilmesi için rijit cisim zemine i adet TDS ile $d_{x_i}, d_{y_i}, d_{z_i}$ noktalarından bağlandığı kabul edilsin. Bu durumda her bir TDS için yukarıda elde edilen kuvvet ve moment ifadeleri toplanmalıdır.

$$\begin{aligned}
\sum F_x = & -\sum_i k_{x_i} x_r - \sum_i c_{x_i} \dot{x}_r \\
& -\sum_i k_{x_i} d_{z_i} \sin \beta - \sum_i c_{x_i} d_{z_i} \cos \beta \dot{\beta} \\
& +\sum_i k_{x_i} d_{y_i} \sin \gamma + \sum_i c_{x_i} d_{y_i} \cos \gamma \dot{\gamma}
\end{aligned} \tag{2.117}$$

$$\begin{aligned}
\sum F_y = & -\sum_i k_{y_i} y_r - \sum_i c_{y_i} \dot{y}_r \\
& +\sum_i k_{y_i} d_{z_i} \sin \alpha + \sum_i c_{y_i} d_{z_i} \cos \alpha \dot{\alpha} \\
& -\sum_i k_{y_i} d_{x_i} \sin \gamma - \sum_i c_{y_i} d_{x_i} \cos \gamma \dot{\gamma}
\end{aligned} \tag{2.118}$$

$$\begin{aligned}
\sum F_z = & -\sum_i k_{z_i} z_r - \sum_i c_{z_i} \dot{z}_r \\
& -\sum_i k_{z_i} d_{y_i} \sin \alpha - \sum_i c_{z_i} d_{y_i} \cos \alpha \dot{\alpha} \\
& +\sum_i k_{z_i} d_{x_i} \sin \beta + \sum_i c_{z_i} d_{x_i} \cos \beta \dot{\beta}
\end{aligned} \tag{2.119}$$

$$\begin{aligned}
\sum M_x = & \sum_i k_{y_i} d_{z_i} y_r + \sum_i c_{y_i} d_{z_i} \dot{y}_r - \sum_i k_{z_i} d_{y_i} z_r - \sum_i c_{z_i} d_{y_i} \dot{z}_r \\
& -\sum_i (k_{y_i} d_{z_i}^2 + k_{z_i} d_{y_i}^2) \sin \alpha - \sum_i (c_{y_i} d_{z_i}^2 + c_{z_i} d_{y_i}^2) \cos \alpha \dot{\alpha} \\
& +\sum_i k_{z_i} d_{x_i} d_{y_i} \sin \beta + \sum_i c_{z_i} d_{x_i} d_{y_i} \cos \beta \dot{\beta} \\
& +\sum_i k_{y_i} d_{x_i} d_{z_i} \sin \gamma + \sum_i c_{y_i} d_{x_i} d_{z_i} \cos \gamma \dot{\gamma}
\end{aligned} \tag{2.120}$$

$$\begin{aligned}
\sum M_y = & -\sum_i k_{x_i} d_{z_i} x_r - \sum_i c_{x_i} d_{z_i} \dot{x}_r + \sum_i k_{z_i} d_{x_i} z_r + \sum_i c_{z_i} d_{x_i} \dot{z}_r \\
& + \sum_i k_{z_i} d_{x_i} d_{y_i} \sin \alpha + \sum_i c_{z_i} d_{x_i} d_{y_i} \cos \alpha \dot{\alpha} \\
& - \sum_i (k_{x_i} d_{z_i}^2 + k_{z_i} d_{x_i}^2) \sin \beta - \sum_i (c_{x_i} d_{z_i}^2 + c_{z_i} d_{x_i}^2) \cos \beta \dot{\beta} \\
& + \sum_i k_{x_i} d_{y_i} d_{z_i} \sin \gamma + \sum_i c_{x_i} d_{y_i} d_{z_i} \cos \gamma \dot{\gamma}
\end{aligned} \tag{2.121}$$

$$\begin{aligned}
\sum M_z = & \sum_i k_{x_i} d_{y_i} x_r + \sum_i c_{x_i} d_{y_i} \dot{x}_r - \sum_i k_{y_i} d_{x_i} y_r - \sum_i c_{y_i} d_{x_i} \dot{y}_r \\
& + \sum_i k_{y_i} d_{x_i} d_z \sin \alpha + \sum_i c_{y_i} d_{x_i} d_z \cos \alpha \dot{\alpha} \\
& + \sum_i k_{x_i} d_{y_i} d_{z_i} \sin \beta + \sum_i c_{x_i} d_{y_i} d_{z_i} \cos \beta \dot{\beta} \\
& - \sum_i (k_{x_i} d_{y_i}^2 + k_{y_i} d_{x_i}^2) \sin \gamma - \sum_i (c_{x_i} d_{y_i}^2 + c_{y_i} d_{x_i}^2) \cos \gamma \dot{\gamma}
\end{aligned} \tag{2.122}$$

Rijit cisme i adet yalıtıcının uyguladığı kuvvet ve moment ifadeleri yukarıdaki gibidir. Elde edilen ifadeler daha önce yazılan 2.52, 2.53, 2.54, 2.55, 2.56 ve 2.57 kuvvet ve moment ifadelerinde yerine konulursa genel hareket denklemleri elde edilir.

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_r = & -\sum_i \frac{k_{x_i}}{M} x_r - \sum_i \frac{k_{x_i} d_{z_i}}{M} \sin \beta - \sum_i \frac{k_{x_i} d_{y_i}}{M} \sin \gamma \\
& - \sum_i \frac{c_{x_i}}{M} \dot{x}_r - \sum_i \frac{c_{x_i} d_{z_i}}{M} \cos \beta \dot{\beta} - \sum_i \frac{c_{x_i} d_{y_i}}{M} \cos \gamma \dot{\gamma} - \ddot{X}
\end{aligned} \tag{2.123}$$

Aynı şekilde diğer eksenler içinde benzer düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_r = & \sum_i \frac{k_{y_i}}{M} y_r + \sum_i \frac{k_{y_i} d_{x_i}}{M} \sin \gamma + \sum_i \frac{k_{y_i} d_{z_i}}{M} \sin \alpha \\
& + \sum_i \frac{c_{y_i}}{M} \dot{y}_r + \sum_i \frac{c_{y_i} d_{x_i}}{M} \cos \gamma \dot{\gamma} + \sum_i \frac{c_{y_i} d_{z_i}}{M} \cos \alpha \dot{\alpha} - \ddot{Y}
\end{aligned} \tag{2.124}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{z}_r = & \sum_i \frac{k_{z_i}}{M} z_r + \sum_i \frac{k_{z_i} d_{y_i}}{M} \sin \alpha + \sum_i \frac{k_{z_i} d_{x_i}}{M} \sin \beta \\
& + \sum_i \frac{c_{z_i}}{M} \dot{z}_r + \sum_i \frac{c_{z_i} d_{y_i}}{M} \cos \alpha \dot{\alpha} + \sum_i \frac{c_{z_i} d_{x_i}}{M} \cos \beta \dot{\beta} - \ddot{Z}
\end{aligned} \tag{2.125}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\alpha} = & + \sum_i \frac{(k_{y_i} d_{z_i})}{I_x} y_r - \sum_i \frac{(k_{z_i} d_{y_i})}{I_x} z_r \\
& - \sum_i \frac{(k_{y_i} d_{z_i}^2 + k_{z_i} d_{y_i}^2)}{I_x} \sin \alpha + \sum_i \frac{(k_{z_i} d_{x_i} d_{y_i})}{I_x} \sin \beta + \sum_i \frac{(k_{y_i} d_{x_i} d_{z_i})}{I_x} \sin \gamma \\
& + \sum_i \frac{(c_{y_i} d_{z_i})}{I_x} \dot{y}_r + \sum_i \frac{(c_{z_i} d_{y_i})}{I_x} \dot{z}_r \\
& - \sum_i \frac{(c_{y_i} d_{z_i}^2 + k_{z_i} d_{y_i}^2)}{I_x} \cos \alpha \dot{\alpha} + \sum_i \frac{(c_{z_i} d_{x_i} d_{y_i})}{I_x} \cos \beta \dot{\beta} + \sum_i \frac{(c_{y_i} d_{x_i} d_{z_i})}{I_x} \cos \gamma \dot{\gamma} \\
& - \frac{M_x}{I_x}
\end{aligned} \tag{2.126}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\beta} = & - \sum_i \frac{(k_{x_i} d_{z_i})}{I_y} x_r + \sum_i \frac{(k_{z_i} d_{x_i})}{I_y} z_r \\
& + \sum_i \frac{(k_{z_i} d_{x_i} d_{y_i})}{I_y} \sin \alpha - \sum_i \frac{(k_{x_i} d_{z_i}^2 + k_{z_i} d_{x_i}^2)}{I_y} \sin \beta + \sum_i \frac{(k_{x_i} d_{y_i} d_{z_i})}{I_y} \sin \gamma \\
& - \sum_i \frac{(c_{x_i} d_{z_i})}{I_y} \dot{x}_r + \sum_i \frac{(c_{z_i} d_{x_i})}{I_y} \dot{z}_r \\
& + \sum_i \frac{(c_{z_i} d_{x_i} d_{y_i})}{I_y} \cos \alpha \dot{\alpha} - \sum_i \frac{(c_{x_i} d_{z_i}^2 + k_{z_i} d_{x_i}^2)}{I_y} \cos \beta \dot{\beta} + \sum_i \frac{(c_{x_i} d_{y_i} d_{z_i})}{I_y} \cos \gamma \dot{\gamma} \\
& - \frac{M_y}{I_y}
\end{aligned} \tag{2.127}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\gamma} = & \sum_i \frac{(k_{x_i} d_{y_i})}{I_z} x_r - \sum_i \frac{(k_{y_i} d_{x_i})}{I_z} y_r \\
& + \sum_i \frac{(k_{y_i} d_{x_i} d_{z_i})}{I_z} \sin \alpha - \sum_i \frac{(k_{x_i} d_{y_i} d_{z_i})}{I_z} \sin \beta - \sum_i \frac{(k_{x_i} d_{y_i}^2 + k_{y_i} d_{x_i}^2)}{I_z} \sin \gamma \\
& + \sum_i \frac{(c_{y_i} d_{y_i})}{I_z} \dot{x}_r - \sum_i \frac{(c_{y_i} d_{x_i})}{I_z} \dot{y}_r \\
& + \sum_i \frac{(c_{y_i} d_{x_i} d_{z_i})}{I_z} \cos \alpha \dot{\alpha} - \sum_i \frac{(c_{x_i} d_{y_i} d_{z_i})}{I_z} \cos \beta \dot{\beta} - \sum_i \frac{(c_{x_i} d_{y_i}^2 + c_{y_i} d_{x_i}^2)}{I_z} \cos \gamma \dot{\gamma} \\
& - \frac{M_z}{I_z}
\end{aligned} \tag{2.128}$$

Bu şekilde 6 serbestlik dereceli sistemin hareket denklemleri elde edilmiştir. Bu denklem sisteminin analitik çözümü güç olacağından, sayısal çözüm yöntemlerinin kullanılması uygun olacaktır.

2.3 Sayısal Çözüm Yöntemi

Bu bölümde Bölüm 2.2.2’de elde edilen denklem takımının sayısal çözümüne yer verilecektir. Bölüm 2.2.1’de de belirtildiği gibi tek serbestlik derecesi için elde edilen denklemin bile analitik çözümü bir hayli uzun ve karmaşıktır. Bu sebeple elde edilen diferansiyel denklem takımının çözümü için sayısal yöntemler kullanılacaktır.

Sayısal yöntemlerde zaman çok küçük aralıklara bölünerek çözümler aranır.

Bu çalışmada hızlı çözüm sağlaması açısından Euler metodu kullanılacaktır. Genel olarak bütün sayısal yöntemlerde olduğu gibi Euler metodunda da her çözümde zamanı h kadar arttırarak $z(t)$ çözüm kümesine ulaşmaya çalışılır. Bunu yapabilmek için $t=0$ anındaki başlangıç koşullarını bilindiği varsayılır.

2.3.1 Denklem sisteminin çözümü

Euler metodu ile denklemlerin çözülmesi için X eksenini için çıkartılan 2.123 ikinci dereceden diferansiyel denkleminin iki birinci dereceden denklem haline getirilmesi gerekir.

$$\dot{x}_r = x d \quad (2.129)$$

Denklem 2.129’de belirtilen değişken değişimi yöntemi ile iki birinci dereceden diferansiyel denkleme dönüştürülebilir. Denklem 2.129’da ki denklemin türevini alınacak olursa

$$\ddot{x} = \dot{x} d \quad (2.130)$$

denklemini elde edilir. 2.129 ve 2.130’de elde edilen ifadeler 2.123 denkleminde yerine yazılırsa 2.131 denklemini elde edebilir. Bu şekilde 2.123 ikinci dereceden denklemini birinci dereceden 2.130 ve 2.131’deki iki denklemden oluşan bir denklem takımı halinde ifade edilmiş olur[6].

$$\begin{aligned} \dot{x}d = & -\sum_i \frac{k_{x_i}}{M} x - \sum_i \frac{k_{x_i} d_{z_i}}{M} \sin \beta - \sum_i \frac{k_{x_i} d_{y_i}}{M} \sin \gamma \\ & - \sum_i \frac{c_{x_i}}{M} x - \sum_i \frac{c_{x_i} d_{z_i}}{M} \cos \beta \dot{\beta} - \sum_i \frac{c_{x_i} d_{y_i}}{M} \cos \gamma \dot{\gamma} - \ddot{X} \end{aligned} \quad (2.131)$$

Taylor serisi açılımı kullanarak bütün türevleri bilinen bir fonksiyonun daha önceki zaman adımındaki veya sonraki bir zaman adımındaki değeri elde edilebilir. Söz gelimi t_i anında x_i 'nin türevleri $\dot{x}_i$, $\ddot{x}_i$ ve diğer yüksek dereceli türevleri biliniyorsa t_{i+1} anında x_{i+1} 'nin değeri Taylor seri açılımı kullanılarak hesaplanabilir[6].

$$x_{j+1} = x_j + h\dot{x}_j + \frac{h^2}{2!} \ddot{x}_j + \frac{h^3}{3!} \ddot{\ddot{x}}_j + \dots \quad (2.132)$$

Pratikte ise ilk bir kaç türev kullanılarak yaklaşık çözüm elde edilir. Euler metodunda 2.130 ve 2.131 denklemlerinin çözümü için aşağıdaki yöntem uygulanır[6].

$$x_{j+1} = x_j + h \cdot x d_j \quad (2.133)$$

$$x d_{j+1} = x_j + h \cdot \dot{x} d_j \quad (2.134)$$

2.133 ve 2.134 denklemlerini yukarıdaki şekle dönüştürmek ve yazılımda kolaylık sağlamak için öncelikle hız, ivme ve giriş ivmesi için aşağıdaki değişken dönüşümleri yapılır.

$$\dot{x} = x d : \text{hız} \quad (2.135)$$

$$x \dot{d} = x d d : \text{ivme} \quad (2.136)$$

$$x d d _in = \ddot{X} \text{ giriş ivmesi} \quad (2.137)$$

Deplasman ifadesini aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$x_{j+1} = x_j + h \cdot x d_j \quad (2.138)$$

Hız ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$x d_{j+1} = x d_j + h \cdot x d d_j \quad (2.139)$$

Bu durumda 2.31 diferansiyel denklemin çözümü, 2.42 denkleminde elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}
xdd_{i+1} = & -\left(\sum_i \frac{k_{x_i}}{M}\right) x_i - \left(\sum_i \frac{k_{x_i} d_{z_i}}{M}\right) \sin b_i \\
& - \left(\sum_i \frac{k_{x_i} d_{y_i}}{M}\right) \sin g_i - \left(\sum_i \frac{c_{x_i}}{M}\right) x d_i - \left(\sum_i \frac{c_{x_i} d_{z_i}}{M}\right) \cos b_i b d_i \\
& - \left(\sum_i \frac{c_{x_i} d_{y_i}}{M}\right) \cos g_i g d_i - xdd_in_i
\end{aligned} \tag{2.140}$$

Diğer denklemler için de benzer işlemler yapılarak aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\begin{aligned}
ydd_{i+1} = & -\sum \frac{k_y}{M} y_i - \sum \frac{k_y d_x}{M} \sin g_i - \sum \frac{k_y d_z}{M} \sin a_i \\
& - \sum \frac{c_y}{M} y d_i - \sum \frac{c_y d_x}{M} \cos g_i g d_i - \sum \frac{c_y d_z}{M} \cos a_i \dot{a}_i - ydd_in_i
\end{aligned} \tag{2.141}$$

$$\begin{aligned}
zdd_{i+1} = & \sum \frac{k_z}{M} z_i + \sum \frac{k_z d_y}{M} \sin a_i + \sum \frac{k_z d_x}{M} \sin b_i \\
& + \sum \frac{c_z}{M} z d_i + \sum \frac{c_z d_y}{M} \cos a_i a d_i + \sum \frac{c_z d_x}{M} \cos b_i b d_i - zdd_in_i
\end{aligned} \tag{2.142}$$

$$\begin{aligned}
add_{i+1} = & + \sum \frac{(k_y d_z)}{I_x} y_i - \sum \frac{(k_z d_y)}{I_x} x_i \\
& - \sum \frac{(k_y d_z^2 + k_z d_y^2)}{I_x} \sin a_i + \sum \frac{(k_z d_x d_y)}{I_x} \sin b_i + \sum \frac{(k_y d_x d_z)}{I_x} \sin g_i \\
& + \sum \frac{(c_y d_z)}{I_x} y d_i + \sum \frac{(c_z d_y)}{I_x} z d_i \\
& - \sum \frac{(c_y d_z^2 + k_z d_y^2)}{I_x} \cos a_i a d_i + \sum \frac{(c_z d_x d_y)}{I_x} \cos b_i b d_i + \sum \frac{(c_y d_x d_z)}{I_x} \cos g_i g d_i -
\end{aligned} \tag{2.143}$$

$$\begin{aligned}
bdd_{i+1} = & -\sum \frac{(k_x d_z)}{I_y} x_i + \sum \frac{(k_z d_x)}{I_y} z_i \\
& + \sum \frac{(k_z d_x d_y)}{I_y} \sin a_i - \sum \frac{(k_x d_z^2 + k_z d_x^2)}{I_y} \sin b_i + \sum \frac{(k_x d_y d_z)}{I_y} \sin g_i \\
& - \sum \frac{(c_x d_z)}{I_y} x d_i + \sum \frac{(c_z d_x)}{I_y} z d_i \\
& + \sum \frac{(c_z d_x d_y)}{I_y} \cos a_i a d_i - \sum \frac{(c_x d_z^2 + k_z d_x^2)}{I_y} \cos b_i b d_i + \sum \frac{(c_x d_y d_z)}{I_y} \cos g_i g d_i -
\end{aligned} \tag{2.144}$$

$$\begin{aligned}
gdd_{i+1} = & + \sum \frac{(k_x d_y)}{I_z} x_i - \sum \frac{(k_y d_x)}{I_z} y_i \\
& + \sum \frac{(k_y d_x d_z)}{I_z} \sin a_i - \sum \frac{(k_x d_y d_z)}{I_z} \sin b_i - \sum \frac{(k_x d_y^2 + k_y d_x^2)}{I_z} \sin g_i \\
& + \sum \frac{(c_x d_y)}{I_z} x d_i - \sum \frac{(c_y d_x)}{I_z} y d_i \\
& + \sum \frac{(c_y d_x d_z)}{I_z} \cos a_i a d_i - \sum \frac{(c_x d_y d_z)}{I_z} \cos b_i b d_i - \sum \frac{(c_x d_y^2 + c_y d_x^2)}{I_z} \cos g_i g d_i -
\end{aligned} \tag{2.145}$$

Bu şekilde 6 Serbestlik dereceli sistemin hareketini tanımlayan 2.140, 2.141, (2.142), 2.143, 2.144 ve 2.145 numaralı denklemler elde edilmiş olur. Başlangıç koşulları bilindiği takdirde, küçük bir h zaman adımı seçilerek denklem takımı istenen t zaman aralığında çözülür.

Bu çalışma kapsamında çözümler MATLAB programlama dili kullanılarak yapılmıştır (**Ek A**).

2.4 Optimizasyon

Bu çalışma çerçevesinde iki farklı optimizasyon çalışması yapılmıştır. Öncelikle sistemin doğal frekansı ve geçirgenliğinin kontrolü için titreşim optimizasyonu konusuna değinilecektir. Daha sonra doğal frekansı ayarlanmış sistemin şok optimizasyonu ele alınacaktır.

2.4.1 Titreşim optimizasyonu

Bu tez çalışmasında ele alınan sistemlerde en önemli yapısal titreşimler z eksenini doğrultusunda oluştuğu için titreşim optimizasyonu için z eksenini doğrultusunda doğal frekans ve geçirgenliğin optimize edilmesi hedeflenmiştir. Denklem takımı çözülmeden doğal frekansların hesaplanması mümkün değildir. Bu sebeple öncelikle düşey ekseninde tek serbestlik derecesinde kütlesi bilinen sistemimizin istenen doğal frekansı sağlayabilmesi için toplam yay sabiti hesaplanacaktır. İstenen doğal frekansın sağlanması için toplam yay sabiti denklem 2.146 kullanılarak hesaplanabilir. Sisteminin 4 adet elastik eleman ile bağlandığı düşünülürse; sistemin ağırlık merkezi sistemin geometrik merkezinde olması durumunda her bir elastik eleman eş yay sabitine sahip olacaktır. Ancak bu tip sistemler pek yaygın değildir.

Bu sebeple ağırlık merkezinin geometrik merkezden kaçık olduğu durumlar için her bir elastik elemanın yay sabiti:

k_{tot} toplam yay sabiti,

k_i i numaralı elastik elemanın yay sabiti,

L_x elastik elemanlar arasındaki X eksenindeki uzaklık,

L_y elastik elemanlar arasındaki Y eksenindeki uzaklık,

Dx_i i numaralı elastik elemanın ağırlık merkezine x mesafesi,

Dy_i i numaralı elastik elemanın ağırlık merkezine y mesafesi,

olmak üzere istenen elastik elemanın yay sabiti aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$k_i = K_{tot} \frac{(L_x - Dx_i)}{Dx_i} \frac{(L_y - Dy_i)}{Dy_i} \quad (2.146)$$

Burada doğal frekans yerine geçirgenlik optimize edilmek istenebilir. Geçirgenlik değeri sistemin tahrik frekansına bağlı olduğu için bu frekansında bilinmesi gereklidir. Tahrik frekansı bilindiği takdirde istenen bir geçirgenlik oranı için doğal frekans hesaplanabilir.

$$r = \omega / \omega_n \quad (2.147)$$

olmak üzere geçirgenlik ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T = \sqrt{\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (2.148)$$

Geçirgenlik denklemindeki ξ ifadesi küçük bir değer olduğu için karesi alınırsa daha da küçük bir değer olacaktır. Bu sayede 2.154 denklemi sadeleştirilerek 2.155 denklemi elde edilebilir.

$$T = \frac{1}{r^2 - 1} \quad (2.149)$$

2.155 numaralı denklemden r ifadesi çekilirse

$$r = \sqrt{\frac{1}{T} + 1} \quad (2.150)$$

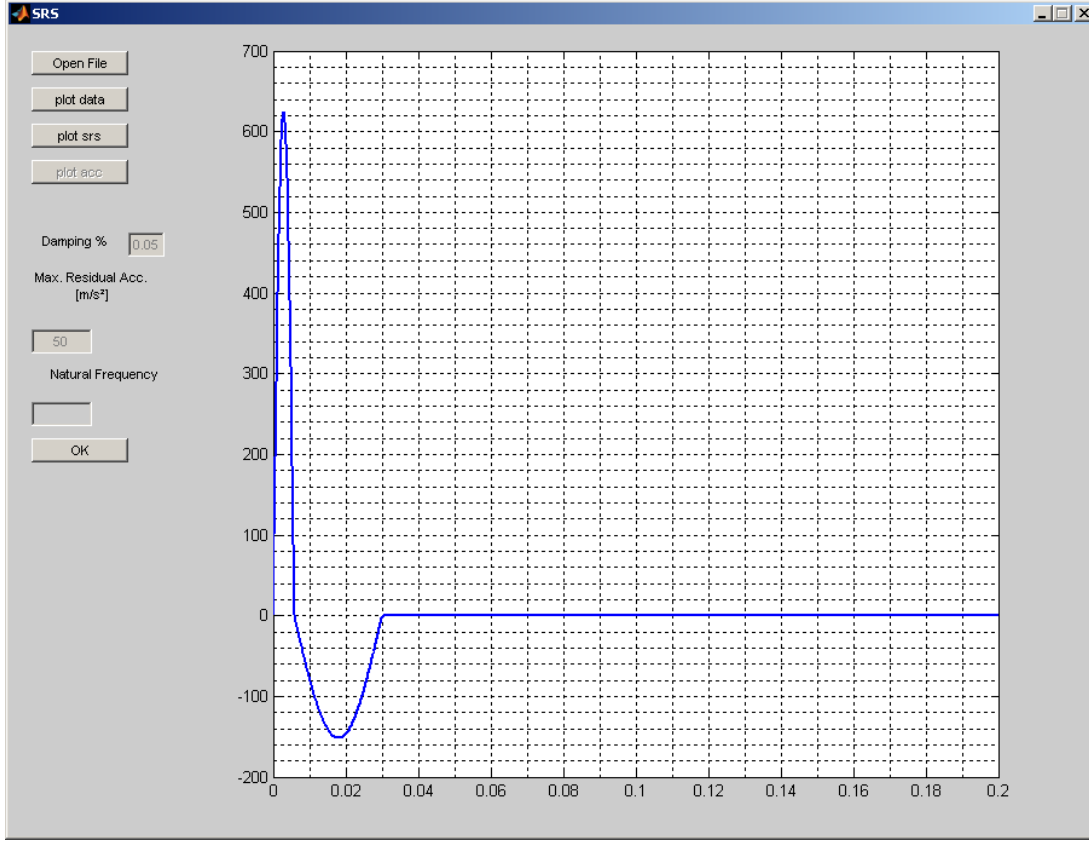
(2.156) ifadesi kullanılarak tahrik frekansına bağılı olarak sistemin doğal frekansının ifadesi elde edilebilir. Daha sonra bu doğal frekans değeri 2.14 denkleminde yerine konularak yay sabiti elde edilebilir.

Yukarda belirtilen hesaplamalar yardımı ile doğal frekans ya da istenen geçirgenlik oranına göre optimum yalıtıcıların seçimi yapılabilir.

2.4.2 Şok optimizasyonu

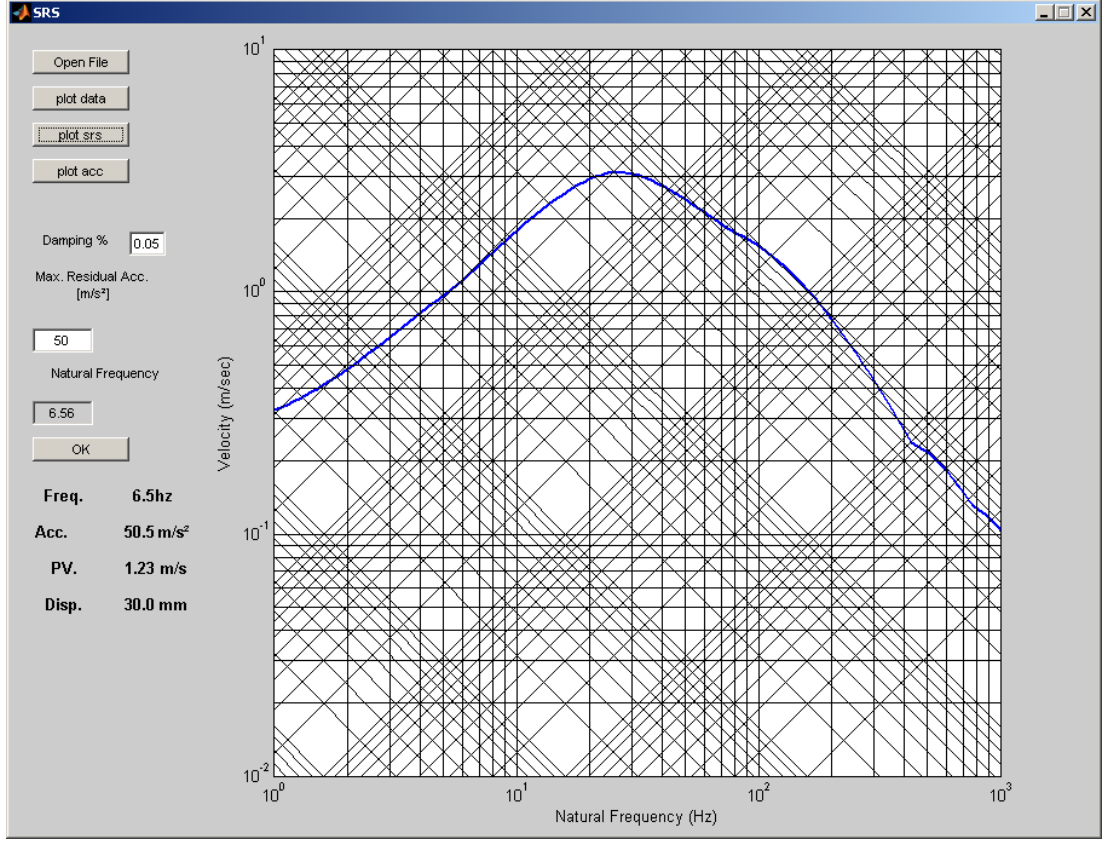
Şok optimizasyonu basit anlamda yalıtılacak sistem ile zemin arasındaki dinamik bağlantıyı zayıflatmaktır. Zemin ile izole edilecek sistem arasındaki bağlantının rijitliği düşürülerek zeminden gelen kuvvet ve deplasmanların sisteme ulaşması engellenebilir. Ama rijitliği düşürmenin doğurduğu tehlikelerde vardır. Bağlantı elemanlarının rijitliğini düşürdükçe sistemin deplasmanları artar. Söz gelimi güverteye bağlanan böyle bir sistem geminin deniz üzerinde yaptığı hareketler ile sürekli olarak salınım yapacaktır. Bu tip durumlar istenmeyen durumlardır. Bu sebeple optimum şok yalıtımı sistemi şokun etkilerinden koruyacak en yüksek rijitlikte bağlantı olarak tanımlanabilir.

Şok optimizasyonu yapılacak sistemlerin daha önceden yapılan testler ile mukavemet sınırları belirlenir. Bu sayede donanımların dayanabileceği maksimum ivme ve hız değerleri bilinmekte olduğu kabul edilir. Donanımın monte edildiği bölgedeki boşluklarında bilindiği varsayılır. Aynı şekilde şok yalıtıcı olarak kullanılan elastik elemanlarında maksimum deplasman sınırları testler ile belirlenmiştir. Bu sayede maksimum ivme, hız ve deplasman değerleri şok optimizasyonu için birer parametre olarak kabul edilebilir. Sistemin maksimum ivme, hız ve deplasman değerlerini aşmayacağı maksimum doğal frekans bulunabilirse optimum şok yalıtımı sağlanmış olur. Şekil 2.4'te BV43 standardına göre bir çift sinüs şok fonksiyonu verilmiştir. İzole edilecek sistemin 50 m/s² ivmeye dayanabildiği kabul edilsin. Sistemin doğal frekansı ne şekilde ayarlanırsa yalıtıcıdan önce maksimum 625 m/s² büyüklüğündeki ivme girişini yalıtıcıdan sonra 50 m/s² değerine düşürebileceği optimizasyonun konusudur.



Şekil 2.11 : Çift sinüs ivme fonksiyonu

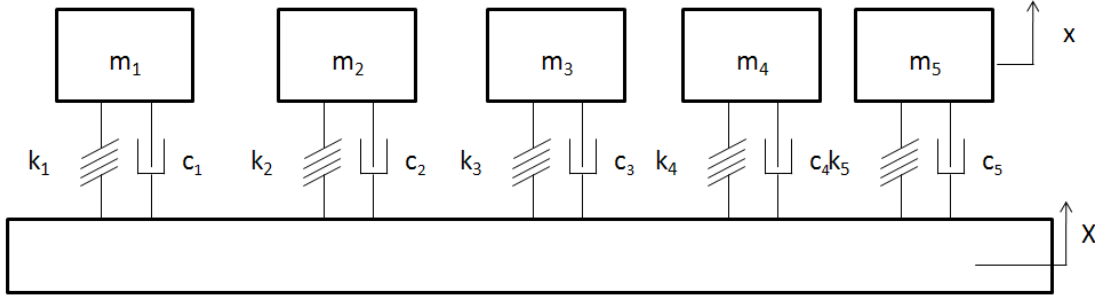
Verilen bu fonksiyonun şok cevabı spektrumu hesaplanırsa seçim yapılması kolaylaşır. Aşağıdaki Şekil 2.12’te ivme datasının şok cevabı spektrumu görülmektedir. Şok cevabı spektrumu grafiğinden doğal frekansı 6.5 Hz olan bir sistemin çift sinüs şokuna maruz kaldığında maksimum ivmesinin 50 m/s² olacağı görülebilir. Şok cevabı spektrumu grafiğinden aynı sistemin maksimum deplasmanı ve Pseudo hızı okunabilir.



Şekil 2.12 : Çift sinüs ivme datasının şok cevabı spektrumu

Mekanik şoklar genellikle ivmeler cinsinden ifade edilir. Zaman bazında verilen bir ivme datasının herhangi bir sistem üzerinde yaratacağı etkiyi simülasyon ya da test yapmadan kestirmek çok güçtür. Aynı şekilde zaman bazında iki veya daha çok ivme datasının şiddetlerini ve izole edilecek sisteme etkilerini karşılaştırmak zordur. Sadece zaman bazında veriler ile hangi ivme datasının sisteme daha çok zarar vereceği, ağırlık merkezinde daha yüksek ivme ve hızlara sebep olacağı karşılaştırılmaz. Zaman bazında verilen ivme datalarını şok cevabı spektrumu yöntemi ile frekans bazına çevirirsek bu soruların cevapları verilebilir. Bu sebeple şok cevabı spektrumu yöntemi datalarının değerlendirilmesi ve karşılaştırılması için en etkili yöntemdir. Şok cevabı spektrumu yöntemi ile iki farklı ivme datasının şiddetini ve herhangi bir sistem üzerinde yaratacağı etkiyi rahatlıkla görebiliriz. Şok cevabı spektrumu çok sayıda tek serbestlik dereceli sistemden oluşan sistemin verilen ivme datasına cevabıdır. Verilen ivme datası kütle yay sistemlerinin tabanına uygulanır. Sistemlerin maksimum cevabı ile doğal frekansları şok cevabı spektrumunu oluşturur[7].

Kütle yay damper sisteminin hareket denklemini denklem 2.15'te daha önce çıkarmıştık. Bu denklemin Laplace dönüşümü alınarak transfer fonksiyonu denklem 2.151'de olduğu gibi elde edilebilir[7].



Şekil 2.13 : Bir sıra tek serbestlik dereceli kütle yay sisteminin cevabı

Tabanına a_1 ivmesi uygulanan bir sistemin cevabına a_2 denilirse, $G(s)$ transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir[7].

$$G(s) = \frac{x(s)}{X(s)} = \frac{cs + k}{ms^2 + cs + k} \quad (2.151)$$

Tek serbestlik dereceli sistemler doğal frekansları ile karakterize edilirler. f_n doğal frekansı ve Q faktörü aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.152)$$

$$Q = \sqrt{\frac{km}{c}} \quad (2.153)$$

İfadeleri denklemde yerine koyarsak,

$$G(s) = \frac{a_2(s)}{a_1(s)} = \frac{\frac{\omega_n}{Q}s + \omega_n^2}{ms^2 + \frac{\omega_n}{Q}s + \omega_n^2} \quad (2.154)$$

denklemini dijital bir filtre kullanılarak çözülebilir. İkinci dereceden tek serbestlik dereceli bir filtrenin z dönüşümü alınır aşağıdaki denkleme ulaşılabilir.

$$H(z) = \frac{\beta_0 + \beta_1 z^{-1} + \beta_2 z^{-2}}{1 + \alpha_0 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2}} \quad (2.155)$$

Yukarda tanımlanan dijital filtre tanımlanan X_n girşi ivmesinin (2.156). denkleminde belirtilen x_n cevabını hesaplamaya yarar.

$$x_n = \beta_0 X_n + \beta_1 X_{n-1} + \beta_2 X_{n-2} - \alpha_1 x_{n-1} - \alpha_2 x_{n-2} \quad (2.156)$$

Tek serbestlik dereceli ikinci dereceden yay-damper kütle sistemimizin ivme cevabı için filtre parametreleri aşağıdaki gibidir.

f_s Örnekleme frekansı,

$T = 1/f_s$ Örnekleme zaman adımı,

f_n Doğal frekans,

$\omega_n = 2\pi f_n$ Açısal doğal frekans,

Q Rezonans kazancı,

olarak tanımlanırsa filtre parametreleri,

$$\beta_0 = 1 - \frac{e^{-A} \sin(B)}{B} \quad (2.157)$$

$$\beta_1 = 2e^{-A} \left\{ \frac{\sin(B)}{B} - \cos(B) \right\} \quad (2.158)$$

$$\beta_2 = e^{-2A} - e^{-A} \frac{\sin(B)}{B} \quad (2.159)$$

$$\alpha_1 = -2e^{-A} \cos(B) \quad (2.160)$$

$$\alpha_2 = e^{-2A} \quad (2.161)$$

Burada,

$$A = \frac{\omega_n T}{2Q} \quad (2.162)$$

$$B = \omega_n T \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (2.163)$$

Verilen bir ivme datasına yukarıdaki filtreyi uygulandığında ω_n doğal frekansında ve Q faktörüne sahip bir sistemin cevabını ivme cinsinden elde edilir.

Sistemin davranışı sinüzoidal olduğu için ivmesi bilindiği bir durumda hız ve deplasmanı aşağıdaki bağıntılar aracılığı ile hesaplanabilir.

$$x = x_{\max} \sin \omega t \quad (2.164)$$

$$\dot{x} = \omega x_{\max} \cos \omega t \quad (2.165)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x_{\max} \sin \omega t \quad (2.166)$$

Bu bağıntıları düzenlersek,

$$\dot{x}_{\max} = x_{\max} \omega \quad (2.167)$$

$$\ddot{x}_{\max} = x_{\max} \omega^2 \quad (2.168)$$

$$\ddot{x}_{\max} = \dot{x}_{\max} \omega \quad (2.169)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemler sayesinde deplasman, hız, ivme ve frekans değişkenlerinden herhangi ikisinin bilindiği durumda diğer ikisi hesaplanabilir. Bağlı deplasmanların frekans ile çarpılması ile elde edilen değişkene Pseudo hız denir. Denklem 2.155’de belirtilen dijital filtre ile elde edilen ivme bir spektrum oluşturacak şekilde değişik doğal frekanslar için tekrarlanır. Her bir doğal frekans için sistem cevabının maksimum değerleri denklem 2.169 kullanılarak Pseudo hız’a çevrilebilir. Elde edilen bu Pseudo hız değerleri frekans’a karşılık gelecek şekilde 4 eksenli grafik üzerine çizdirildiğinde verilen ivme datası için şok cevabı spektrumu Şekil 2.12 de olduğu gibi elde edilmiş olur. Bu grafik üzerinde herhangi bir noktada belirtilen 4 değişkende bilinmektedir. Böylece istenen kalıcı ivme değerinin elde edilmesi için sistemin doğal frekansının alması gereken değer grafikten okunabilir.

3. MATLAB KODU VE KULLANICI ARAYÜZÜ

3.1 Matlab Kodu

Bölüm 2’de belirtilen hesaplamaların elde yapılması çok uzun süreceği için bir bilgisayar yardımı ile çözülmesi gerektiği açıktır. Daha öncede belirtildiği gibi bu tez çalışması sırasında elde edilen diferansiyel denklem takımının çözümü için Matlab kullanılacaktır.

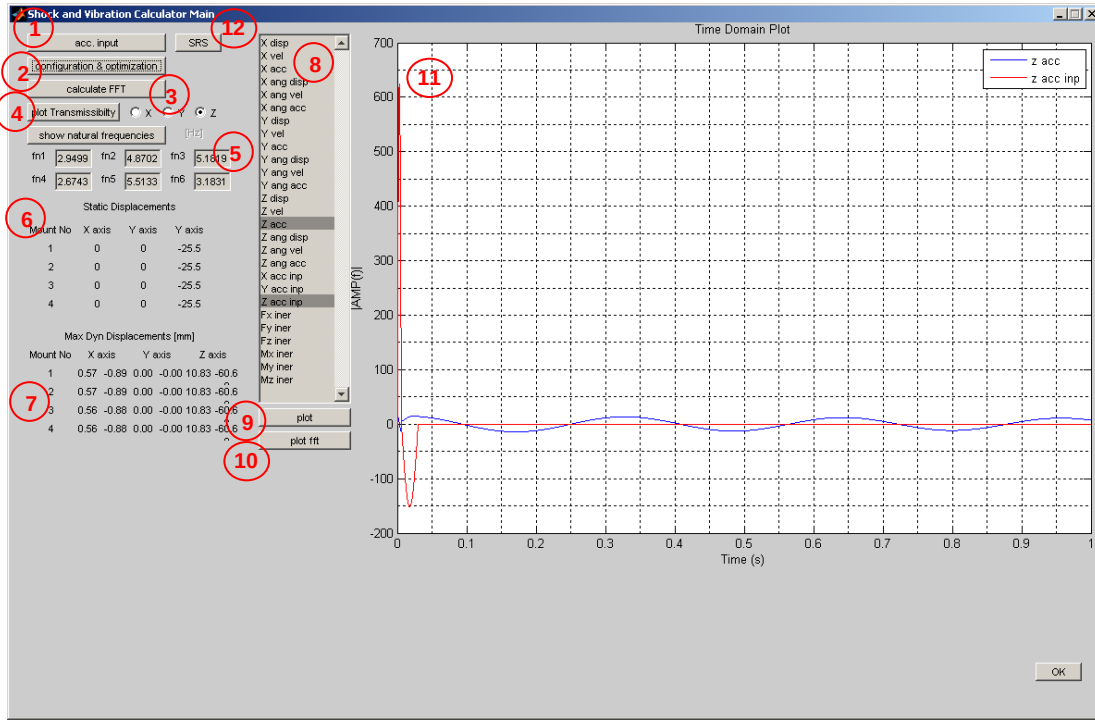
Oluşturulacak bilgisayar programı diferansiyel denklemleri çözmenin yanı sıra kullanıcının analizini yapacağı sistemi, sistemin girişlerini kolaylıkla tanımlamasını sağlamalıdır. Bu tanımlamaların yapılabilmesi amacı ile matlab programlama dilinin ara yüz oluşturma komutları ile ayrıntılı bir ara yüz oluşturulmuştur. Oluşturulan ara yüz ile analizi yapılacak sistemin tanımlanması, ivme, kuvvet ve moment girişlerinin yanı sıra tanımlanan sistemin konfigürasyonuna göre belirtilen kriterlerde şok ve titreşim optimizasyonu yapılmıştır. Bu bölümde problemin tanımlanması için kullanıcı ara yüzü tanıtılacaktır. Tez çalışması için hazırlanan program kodu Ek-A’da sunulmuştur.

3.2 Kullanıcı Ara Yüzü

3.2.1 Ana ekran

Bölüm 2.3’de elde edilen matematik modelin çözümü Bölüm 3.1’de açıklanmıştır.

Bu bölümde de kullanıcının istenilen hesapların yapılabilmesi için tasarım kriterlerinin tanımlanmasını sağlayacağı ara yüz tanıtılacaktır.



Şekil 3.1 : Program ana ekranı

Programın ana ekranında kullanıcının sistem konfigürasyonu, ivme girişleri gibi alt ekranlara ulaşacağı butonlar ve çözümün sonuçlarını göstermeye yarayan iletişim kutuları ve butonları bulunmaktadır Şekil 3.1.

Program akışının takip edilebilmesi için butonlar sırası ile aktif duruma geçerler. Programın herhangi bir adımında geriye dönülerek değişiklik yapılırsa çözüm işlemlerinin tekrarlanması için kullanılmaması gereken butonlar inaktif hale gelecek şekilde ayarlanmıştır.

Öncelikle zeminden gelen ivmeler ile aktif donanımların kuvvet ve moment tanımlamalarının yapıldığı alt menüyü açmak için 1 Numaralı acc. Input butonuna tıklanır.

Bu ekrandaki tanımlamalar tamamlandıktan sonra daha önce aktif olmayan 2 numaralı configuration & optimization butonu aktif hale gelir. Bu buton aracılığı ile sistem konfigürasyonu ve optimizasyonun yapıldığı alt ekran açılabilir.

Açılan ekranda sistem tanımlanarak çözüldükten sonra ana menüde sonuçların incelenmesini sağlayan butonlar aktif hale gelirler.

Sistem cevabının fourier dönüşümünü hesaplamak için 3 numaralı *calculate FFT* butonuna basılır. Hesaplama tamamlandığında 10 numaralı *plot fft* butonu aktif olacaktır. X, Y, Z, eksenlerindeki geçirgenliğin çizdirilmesi için 4 numaralı *plot transmissibility* butonu kullanılabilir.

Sistemin doğal frekanslarının çizdirilmesi için 5 Numaralı *show natural frequencies* butonu kullanılır.

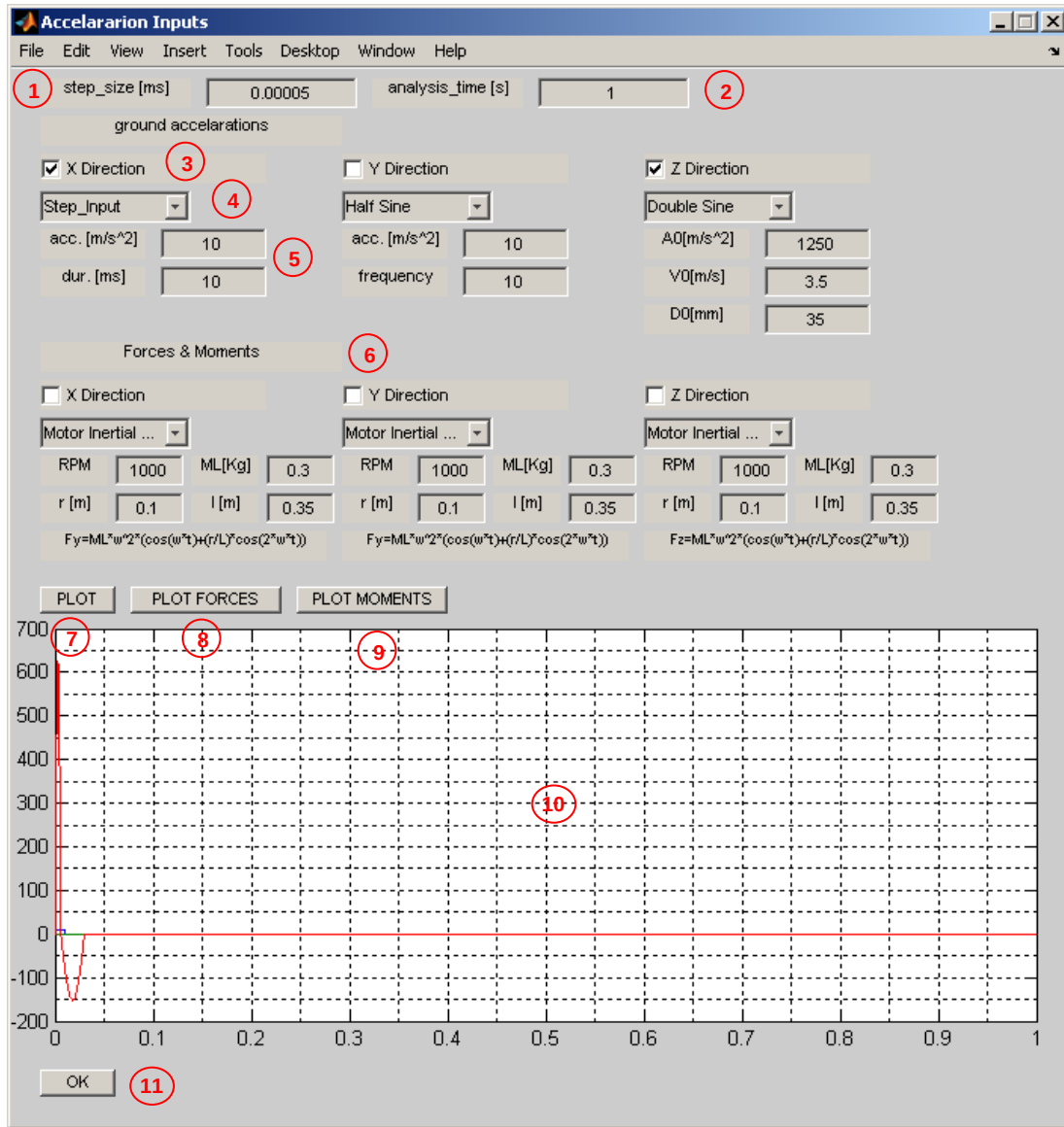
Sistemin çözümü tamamlandığında 6 numaralı bölümde yerçekimi altında izolatörlerin statik deplasmanları gösterilir.

Sistemin dinamik davranışı sonucu izolatörlerin maksimum deplasmanları 7 numaralı bölümde gösterilir.

8 numaralı çoktan seçmeli bölümde frekans veya zaman domaininde çizdirilmesi istenen sistem giriş ya da cevapları çoklu olarak seçilebilir. İstenen değişkenler seçildikten sonra 9 numaralı *plot* butonuna basılarak bu değişkenlerin zaman domaininde çizdirilir. Frekans domainindeki sonuçları görmek için 10 numaralı *plot fft* butonuna basmak yeterlidir.

3.2.2 İvme, kuvvet ve moment tanımlama

Ana Ekranda 1 numaralı *acc. input* butonuna basılarak. Zeminden gelen ivmelerin ve örnek olarak tanımlanmış 4 silindirik bir dizel motorun atalet kuvvetlerinden doğan kuvvet ve momentleri tanımlamaya yarayan ekran açılabilir.



Şekil 3.2 : İvme, kuvvet ve moment giriş ekranı

Bu ekran aracılığı ile 1 numaralı alanda h zaman aralığı belirlenir. Analiz süresi ise 2 numaralı analysis time alanına girilebilir Şekil 3.2.

Zeminden gelen ivmeler 3 ile belirtilen bölümde tanımlanacaktır. Buradaki seçenek kutuları kullanılarak X,Y,Z eksenlerinden istenilen eksenler seçilir. 4 ile belirtilen çoktan seçmeli menüye tıklanarak basamak, yarım sinüs, ikili sinüs ya da excel dosyasından daha önceden toplanmış ivme dataları okutulabilir.

Basamak, yarım sinüs ve çifte sinüs ivme girişlerinin parametrelerinin tanımlanması 5 numaralı alandan gerçekleştirilir. Basamak ve yarım sinüs tipi ivme girişleri için ivme ve süre parametreleri belirtilir. Sualtı patlamalarını simule etmek için kullanılan çifte sinüs tipi ivme girişi için A0, V0 ve D0 parametrelerinde bu alana girilir.

Excelden data okuturken dikkat edilmesi gereken husus, toplanan data ile programa girilen zaman aralığının aynı olmasıdır.

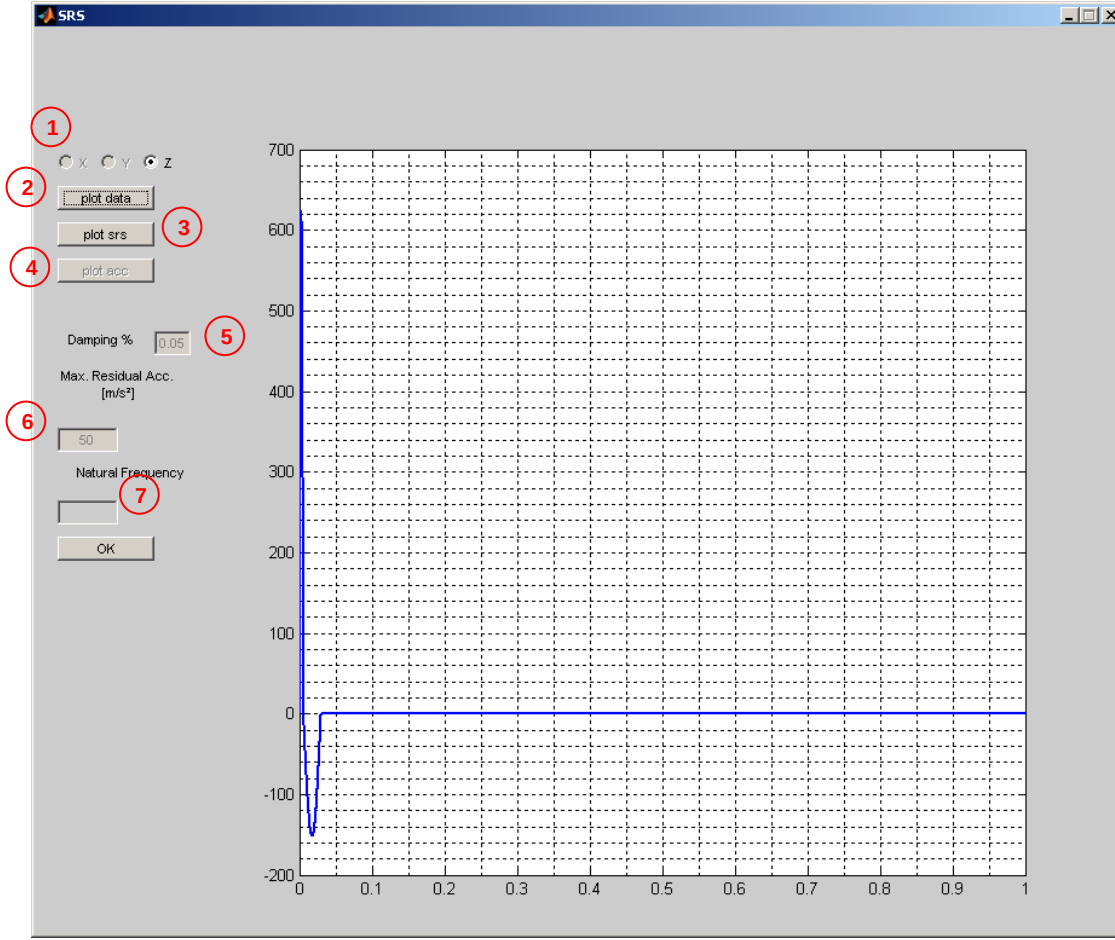
İvme girişleri tamamlandıktan sonra 7 numaralı *plot* butonuna basılarak her üç yöndeki ivmeler çizdirilebilir.

4 silindirli motor modeline ait kuvvet ve momentlerin oluşturulması için 6 numaralı bölüme motor devri, piston kütlesi, biyel ve krank kolu boyutları girilmelidir. Bu bilgiler girildikten sonra 8 numaralı *plot forces* butonuna basılarak kuvvetler 9 numaralı *plot moments* butonuna basılarak momentler çizdirilebilir.

Girişler tamamlandıktan sonra 11 numaralı *OK* butonuna basılarak girişler onaylanır ve pencere kapatılır.

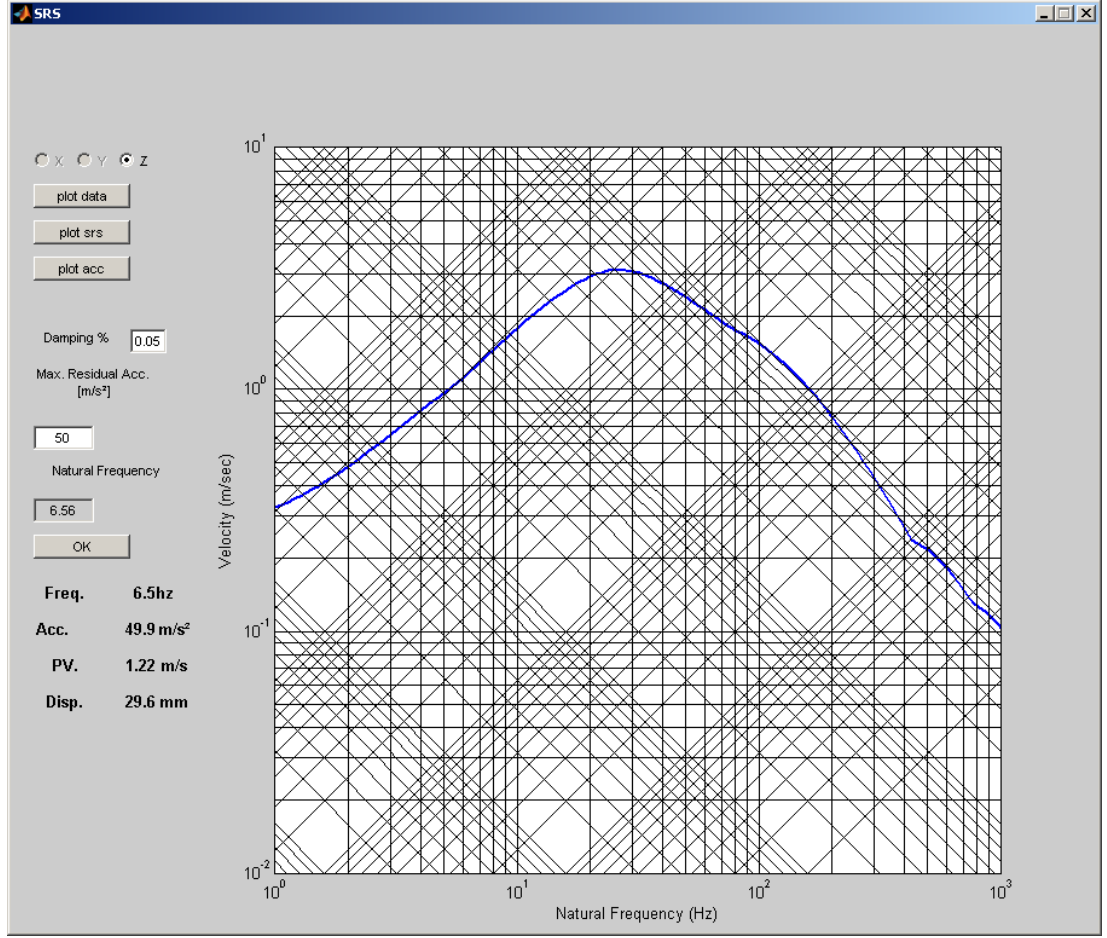
3.2.3 Şok cevabı spektrumu

Ana ekranda 12 numaralı *SRS* butonuna basılarak şok ivmesinin şok cevabı spektrumunun hesaplanacağı pencereyi açılabilir.



Şekil 3.3 : Şok cevabı spektrumu penceresi

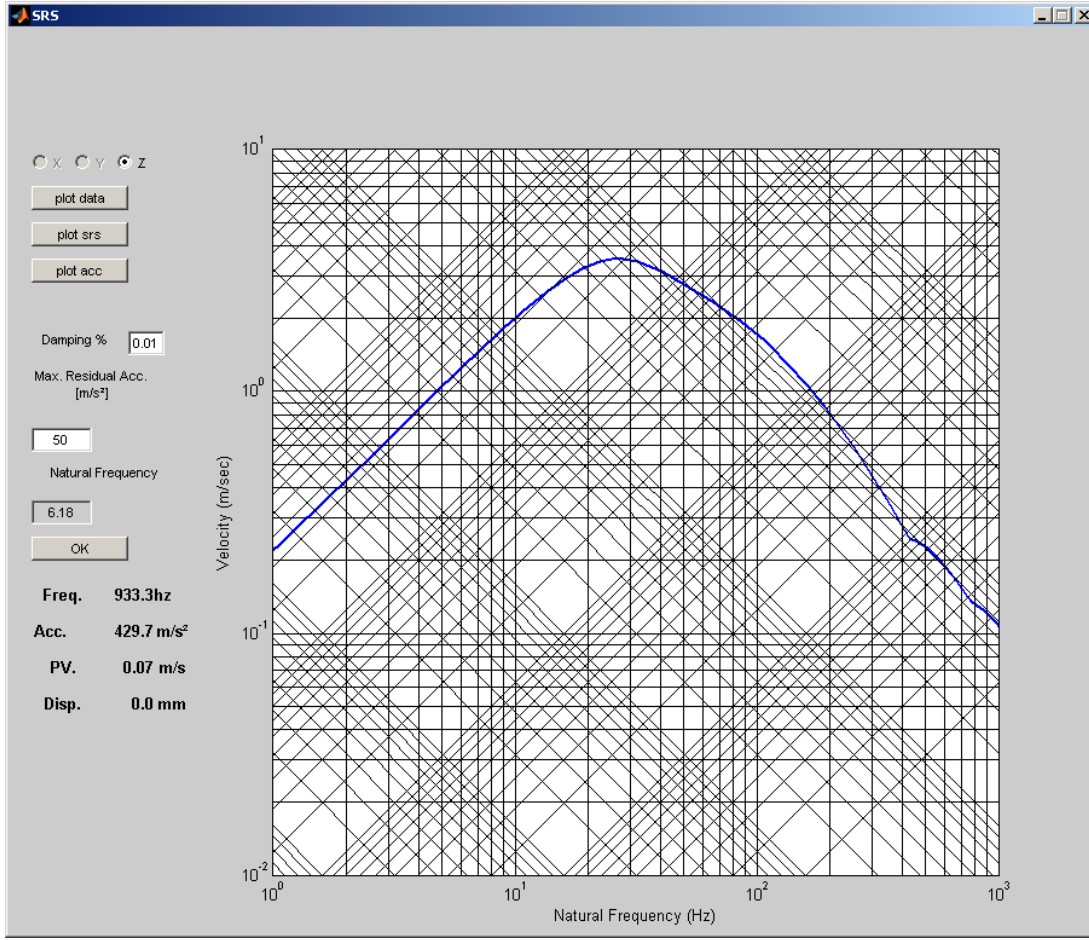
Bu pencerede ivme giriş ekranında ivme tanımlamaları yapılan eksenler aktif olarak görülmür. İstenilen eksen seçilerek plot data butonuna basılarak ivme datası zaman ekseninde grafiğe aktarılabilir. Daha sonra 3 numaralı plot srs butonuna basılarak seçilen eksenindeki ivme datasının şok cevabı spektrumunu hesaplatıp grafiğini çizdirebilir.



Şekil 3.4 : Çift sinüs ivme fonksiyonun şok cevabı spektrumu

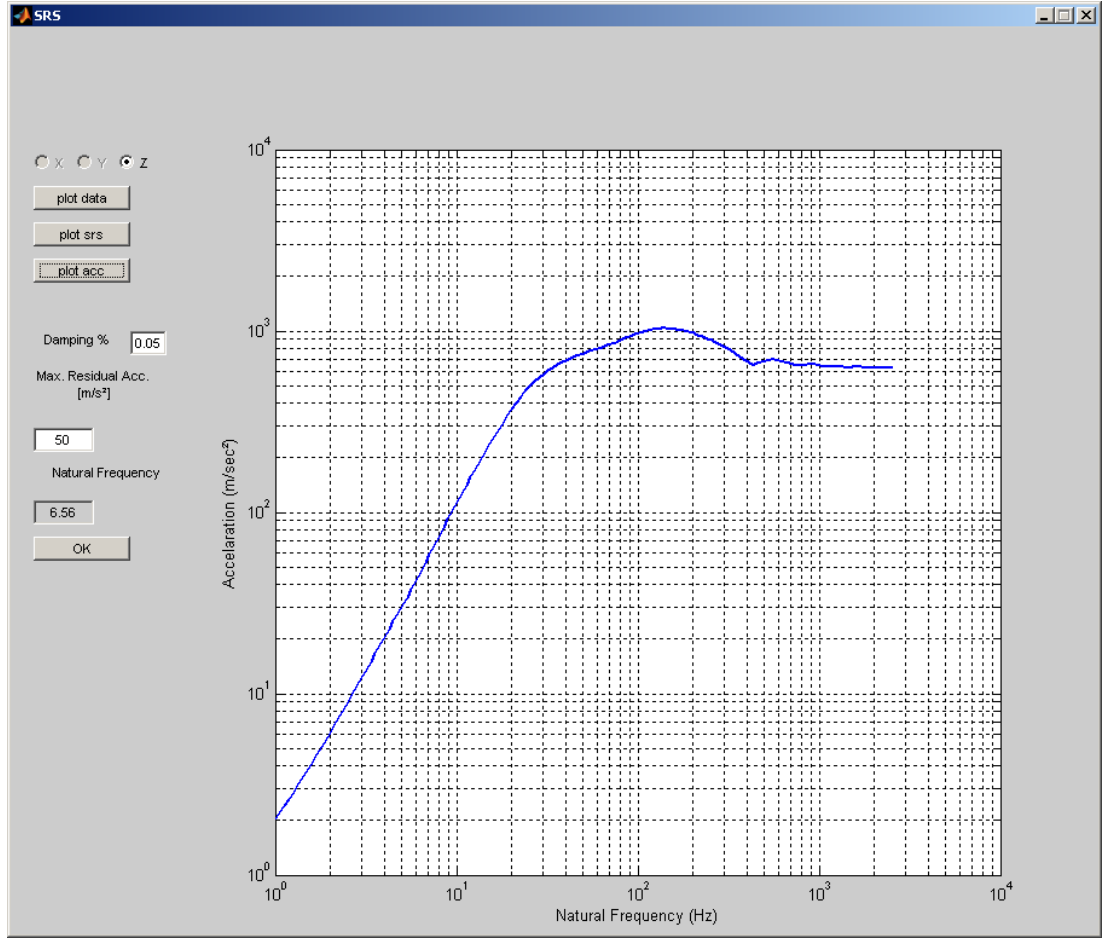
SRS butonuna basıldığında Şok cevabı spektrumu dikey eksen pseudo hız olacak şekilde grafiğe aktarılır. Bu grafik ekrandayken fare imleci grafik üzerinde dolaştırılarak bulunan noktanın deplasman, pseudo velocity ivme ve frekans değerleri görülebilir.

Normal ayarlar ile şok cevabı spektrumu ilk olarak %5 sönümleme oranı için hesaplanır. Sönümleme oranı değiştirilmek isteniyorsa 5 numaralı alana istenilen sönümleme oranı yazılırsa SRS yeniden hesaplanarak çizilecektir Şekil 3.5.

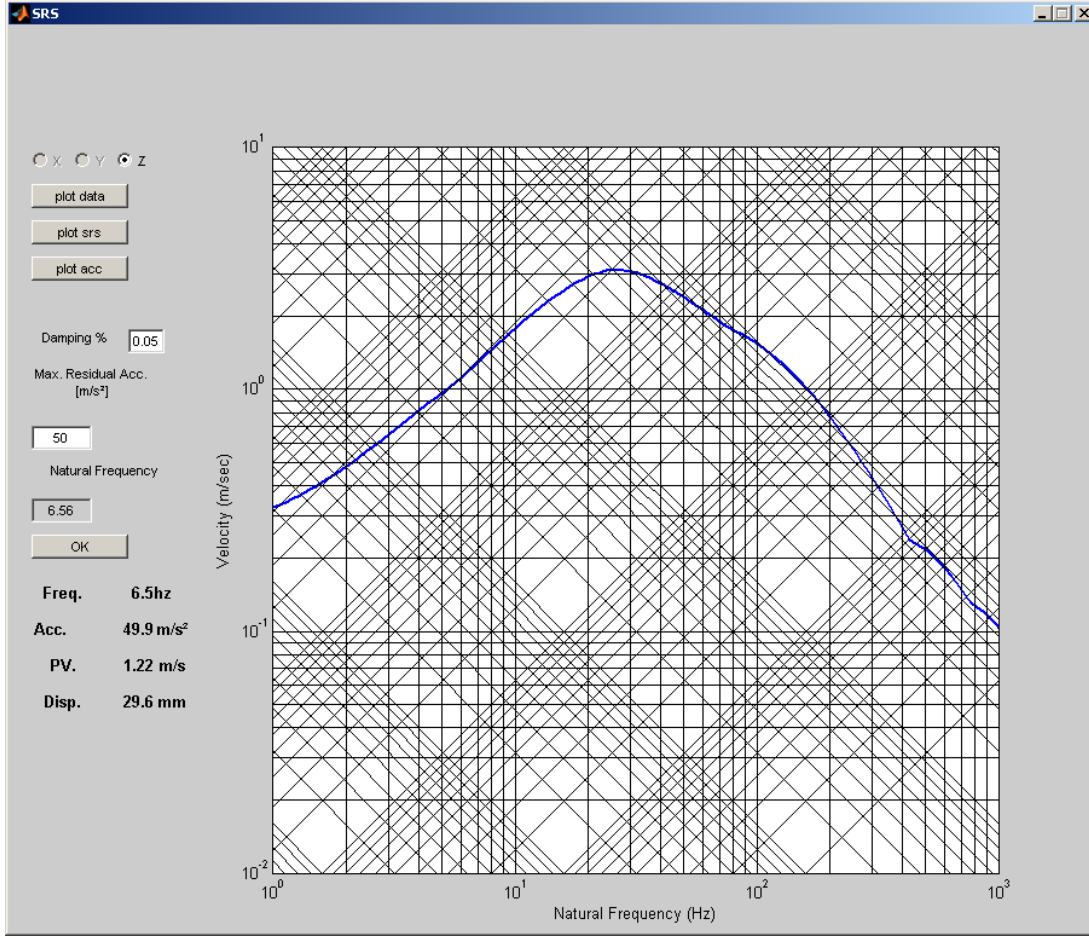


Şekil 3.5 : Sönümlleme oranı %1 için şok cevabı spektrumu

Eğer yatay ekseninde pseudo hız yerine ivme olması istenirse plot acc butonuna basılarak istenilen grafik çizdirilebilir Şekil 3.6.



Şekil 3.6 : İvme ekseninde şok cevabı spektrumu



Şekil 3.7 : Şok optimizasyonu

Verilen ivme girişi için sistemimizin optimizasyonunu sağlamak istenirse donanımın maksimum dayanabileceği ivme max residual acc bölümüne yazılır. Natural frequency bölümünde verilen ivme girişinin, donanımın dayanabileceği maksimum ivme sınırına düşürülebilmesi için maksimum ivme hesaplanır.

3.2.4 Konfigürasyon ve optimizasyon

Ana ekranda 2 numaralı *configuration & optimization* butonuna basıldığında sistemin konfigürasyonunun hazırlanacağı ve sistemin titreşim veya şok için optimizasyonunu yapılacağı alt ekranı açılır.

configuration

File Edit View Insert Tools Desktop Window Help

M [kg] 1000 (1)

(2) DIMENSIONS (3) CENTER OF GRAVITY

X [mm] Y [mm] Z [mm] X [mm] Y [mm] Z [mm]

200 400 100 100 200 50

SHOCK MOUNT LOCATIONS (4)

Coord.	#1	#2	#3	#4
X [mm]	100	-100	-100	100
Y [mm]	200	200	-200	-200
Z [mm]	-50	-50	-50	-50
Shock M.	SM7 40...	SM7 40...	SM7 40...	SM7 40...
max disp. [mm]	50	50	50	50
Target K [N/mm]	424.7	424.7	424.7	424.7
Target B [Ns/m]	824.4	824.4	824.4	824.4

(5) (6) (7)

(8) Target freq [Hz] 6.56 (9) Target Damp. Ratio 4 (10) optimize natural frequency

(11) Forcing freq. [Hz] 25 (12) Isolation % 99.5 (13) optimize isolation ratio

☒ Use Shock Mount ☐ Use Calculated Values

(14) Solve

(15) OK

Şekil 3.8 : Konfigürasyon ve optimizasyon Menüsü

Konfigürasyon menüsünde 1 numaralı alana sistemin ağırlığı girilir. 2 numaralı dimensions bölümüne sistemin boyutları tanımlanır. Bu bölüme değer girildiğinde 3 numaralı bölümdeki ağırlık merkezinin pozisyonu otomatik olarak geometrik merkezde olacak şekilde hesaplanır Şekil 3.8. Sistemin boyutları girildikten sonra ağırlık merkezinin pozisyonu 3 numaralı bölümde değiştirilebilir. Sistemin boyutları

ve ağırlık merkezi tanımlandığında izolatörlerin pozisyonları ağırlık merkezine göre donanımın alt köşelerinde olacak şekilde 4 numaralı alanda gösterilir. Elastik elemanların pozisyonları değiştirilmek istenirse bu bölümdeki değerler değiştirilerek elastik elemanların konumları istenildiği gibi değiştirilebilir.

Konumlar belirlendikten sonra programın içerisinde daha önceden tanımlı elastik elemanlar arasından seçim yapmak için 5 numaralı alandaki çoktan seçmeli menüler kullanılarak yapılabilir. Bu alandan elastik eleman seçimi yapılırsa 6 numaralı alanda önceden tanımlanmış olan maksimum deplasman değerleri görülebilir.

İzolatör seçimi yerine titreşim izolasyonu bölümünden optimizasyon yapılarak devam edilmek istenebilir. Bunun için 8 numaralı target freq. Alanına hedef doğal frekans ve 9 numaralı target damping ratio alanına istenen sönümleme oranı girilerek 10 numaralı optimize natural frequency butonuna basılırsa program bölüm 2.4.1 de bahsedildiği gibi istenen doğal frekansın sağlanması için gerekli yay sabitlerini ve sönümleme oranını hesaplayacak ve daha önceden tanımlanmış izolatörlerden en yakın değere sahip olanı seçecektir. Ayrıca seçilen doğal frekanstaki sönümleme oranı hesaplanarak 12 numaralı bölüme yazılacaktır.

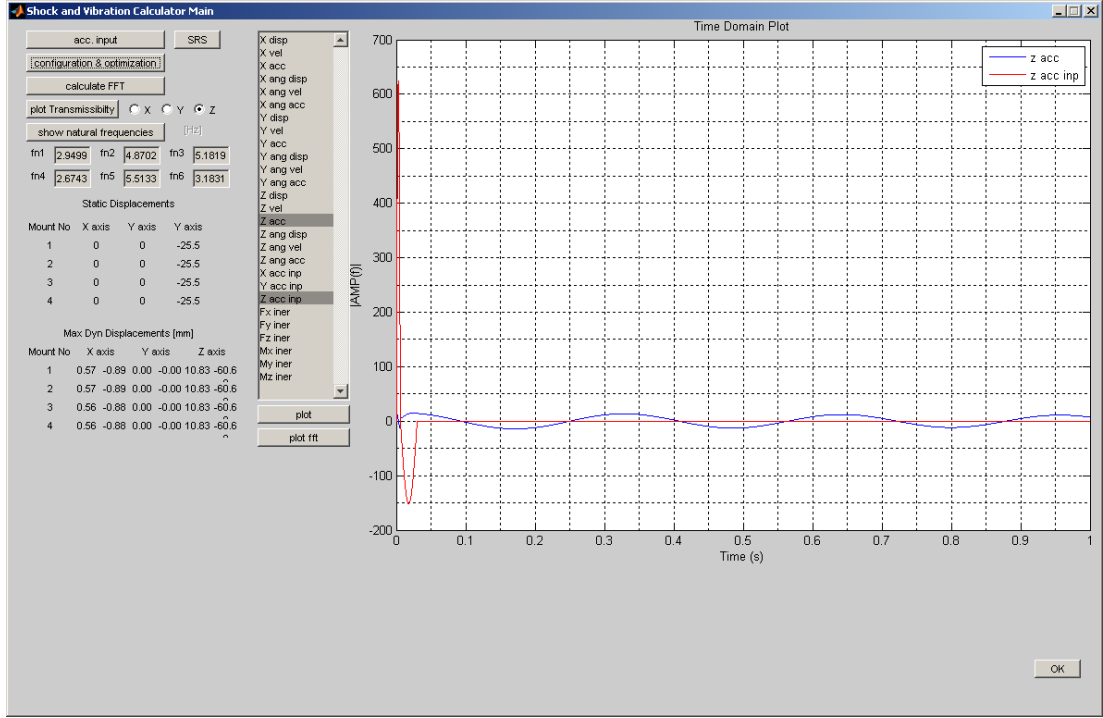
Benzer şekilde 11 numaralı forcing freq. bölümüne sistemin zorlama frekansını ve 12 numaralı isolation bölümüne yüzde olarak istenen sönümleme oranı yazılarak 13 numaralı optimize isolation ratio butonuna basıldığında yine bölüm 2.4.1 de bahsedildiği üzere uygun yay sabitleri ve sönümleme oranı hesaplanacak ve en uygun izolatörler seçilecektir. İzolasyon oranına göre optimizasyon yapıldığında sistemin sahip olması gereken doğal frekans hesaplanarak 8 numaralı target freq. Bölümüne yazılacaktır.

Titreşim optimizasyonu tamamlandıktan sonra sistemin çözülmesi istenirse 14 numaralı solve butonuna basılarak çözüm yapılabilir. Çözüm bittikten sonra 15 numaralı OK butonuna basılarak ana ekrana dönülerek sonuçlar incelenebilir.

3.2.5 Sistem cevabının incelenmesi

Konfigürasyon ve optimizasyon ekranı ile sistemin çözümü elde edildikten sonra ana ekrana dönülerek elde edilen çözüm detaylı olarak incelenebilir. Çözüm yapıldıktan sonra ana ekrana döndüğünde 9 numaralı plot fft butonu dışında bütün butonların aktif olduğu görülür. Sistemin cevabının frekans bazında incelenmesi için 3 numaralı

calculate fft butonuna basılabilir. Bu buton aracılığı ile sistemin hızlı fourier dönüşümü hesaplandıktan sonra 9 numaralı plot fft butonu ktif hale gelecektir. Hızlı fourier dönüşümü hesaplandıktan sonra grafiğin solundaki datalardan istenilenler tek tek ya da birlikte seçilerek grafik üzerine çizdirilebilir.



Şekil 3.9 : Sistem cevabının incelenmesi

4. PARAMETRİK ÇALIŞMALAR

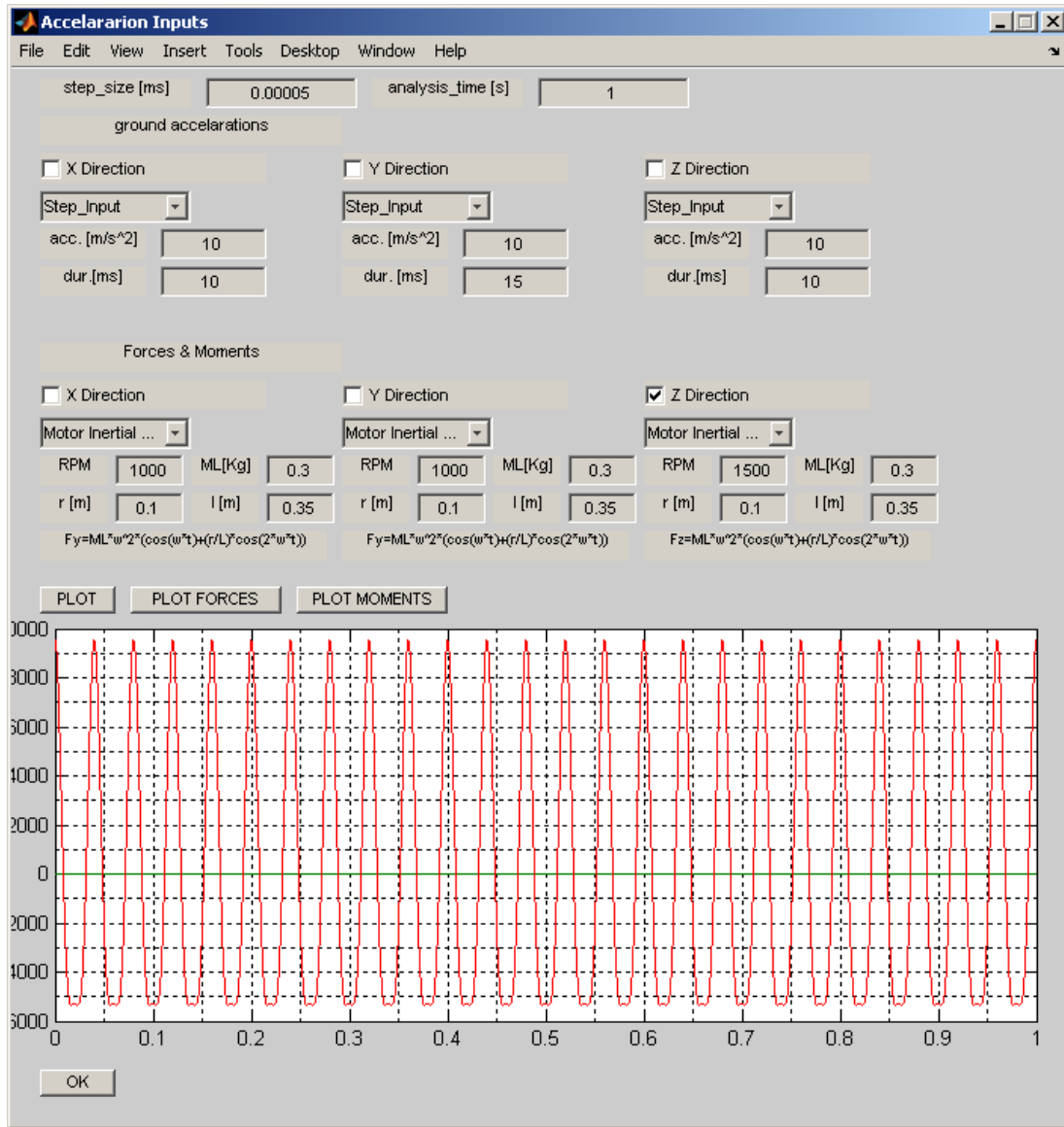
Bu bölümde bir önceki bölümde ortaya konulan program aracılığı ile örnek olarak oluşturan konfigürasyonların çeşitli parametrelerle çözümleri araştırılacaktır.

4.1 Örnek Bir Motorun Titreşim Optimizasyonu

Aktif bir donanımın titreşim optimizasyonunu temsil etmek üzere 1000 kg ağırlığında 4 silindirli bir motor seçilmiştir. Söz konusu motorun piston kütlesi 0.3 kg, biyel kolu uzunluğu 0.1 m piston kolu uzunluğu 0.3 m olarak seçilmiştir.

Düşük rölanti devirleri titreşim açısından en önemli problem olduğu için motorun rölanti devri olarak seçilen 1500 devir/dakika civarında hesaplama yapılacaktır.

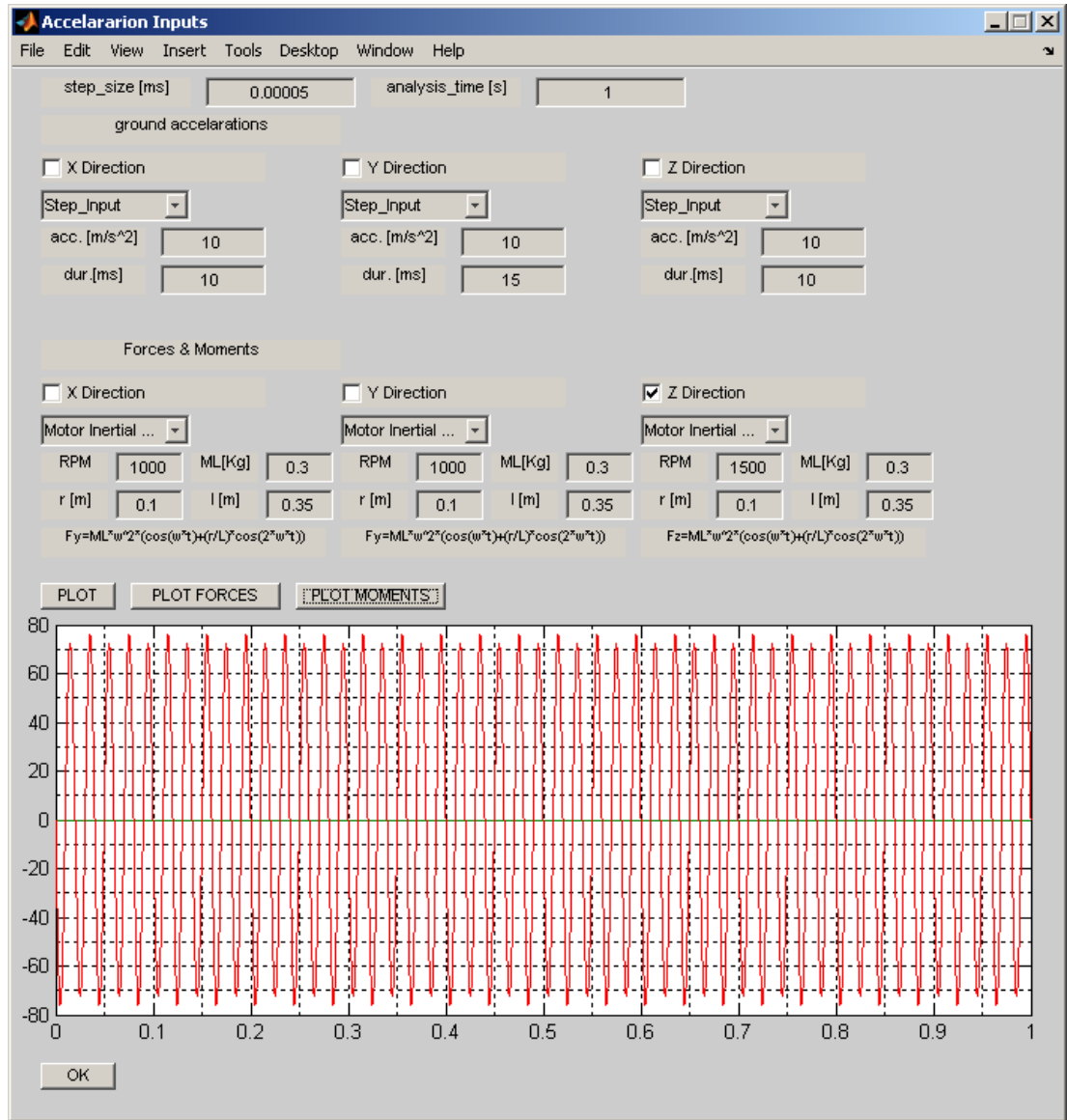
Sistem girişi olarak motorun özelliklerinin girilmesi için *acc. input* menüsü açılır.



Şekil 4.1 : Motorun özelliklerinin girilmesi ve kuvvet-zaman diyagramı

Bölüm 3’te tarif edildiği üzere motorun kuvvet ve momentlerinin etki yönü için Z eksenini seçilir. RPM, ML[Kg], r[m] ve l[m] parametreleri girilerek motor parametreleri tanımlanabilir.

Motor parametreleri tanımlandıktan sonra Plot forces veya Plot Moments butonuna basılarak parametreleri girilen motordan kaynaklanan kuvvet ve moment bileşenleri Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 de olduğu gibi incelenebilir.



Şekil 4.2 : Seçilen motorun moment-zaman diyagramı

Motorun ağırlık ve boyutlarının tanımlanabilmesi için *configuration & optimization* menüsüne geçilir.

configuration

File Edit View Insert Tools Desktop Window Help

M [kg]

DIMENSIONS **CENTER OF GRAVITY**

X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
800	1200	600	400	600	300

SHOCK MOUNT LOCATIONS

Coord.	#1	#2	#3	#4
X [mm]	400	-400	-400	400
Y [mm]	600	600	-600	-600
Z [mm]	-300	-300	-300	-300
Shock M.	SM10 5...	SM10 5...	SM10 5...	SM10 5...
max disp. [mm]	50	50	50	50
Target K [N/mm]	560.8	560.8	560.8	560.8
Target B [Ns/m]	947.2	947.2	947.2	947.2

Vibration Optimization

Target freq [Hz] Target Damp. Ratio %

Forcing freq. [Hz] Isolation %

☒ Use Shock Mount ☐ Use Calculated Values

Shock Optimization

Maximum Frequency [Hz] Step Size [Hz]

optimized max disp. [mm]	#1	#2	#3	#4
	-2.64	-2.64	-2.64	-2.64
optimized min disp. [mm]	-6.71	-6.71	-6.71	-6.71

Optimization is Succesful at 7.5 Hz

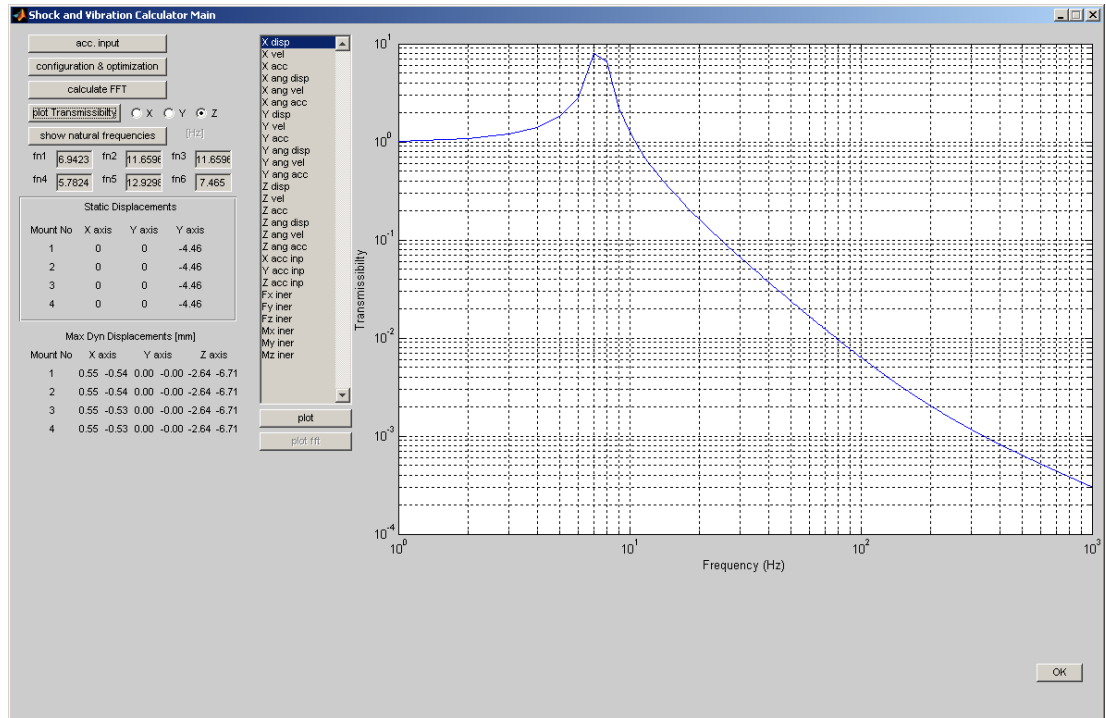
Şekil 4.3 : Konfigürasyon ve optimizasyon menüsü

Konfigürasyon menüsünde motorun ağırlığı ve boyutları bölüm 3 'te tarif edildiği üzere tanımlanabilir (**Şekil 4.3**). *Vibration optimization* bölümü aracılığı ile sisteminizin titreşim optimizasyonu gerçekleştirilebilir. Bu örnek uygulamada seçilen uyarım frekansı için yalıtım yüzdesi belirtilerek optimizasyon yapılmaya çalışılacaktır.

Bir önceki menüde motor rölanti devrini 1500 RPM olarak tanımlamıştık. Bu sebeple *forcing frequency* değerini 25Hz olarak girilebilir. Bu parametreler ile optimizasyonu gerçekleştirmek için optimize *isolation ratio* butonuna basıldığında program tarafından sistemin hedef doğal frekansı ve optimum yay sabitleri hesaplanır ve optimum yay sabitine en yakın sönümleyiciler seçilerek konfigürasyon tamamlanır. Artık sistemin çözümü için *solve* butonuna basarak çözüm yapılabilir.

Şimdi ana ekrana dönerek sistem cevabını incelenebilir. (Şekil 4.4)'te görülebileceği gibi öncelikle ekranın sol alt köşesinde izolatörlerin statik ve dinamik deplasmanları incelenebilir. Statik deplasmanlar incelendiğinde, elastik elemanların donanımın ağırlığı altında 4.46mm statik çökme yaptığı görülebilir. Doğal frekanslar incelendiğinde z eksenindeki doğal frekansın 6 numaralı doğal frekans alanında 7.465Hz olarak hesaplandığı görülebilir.

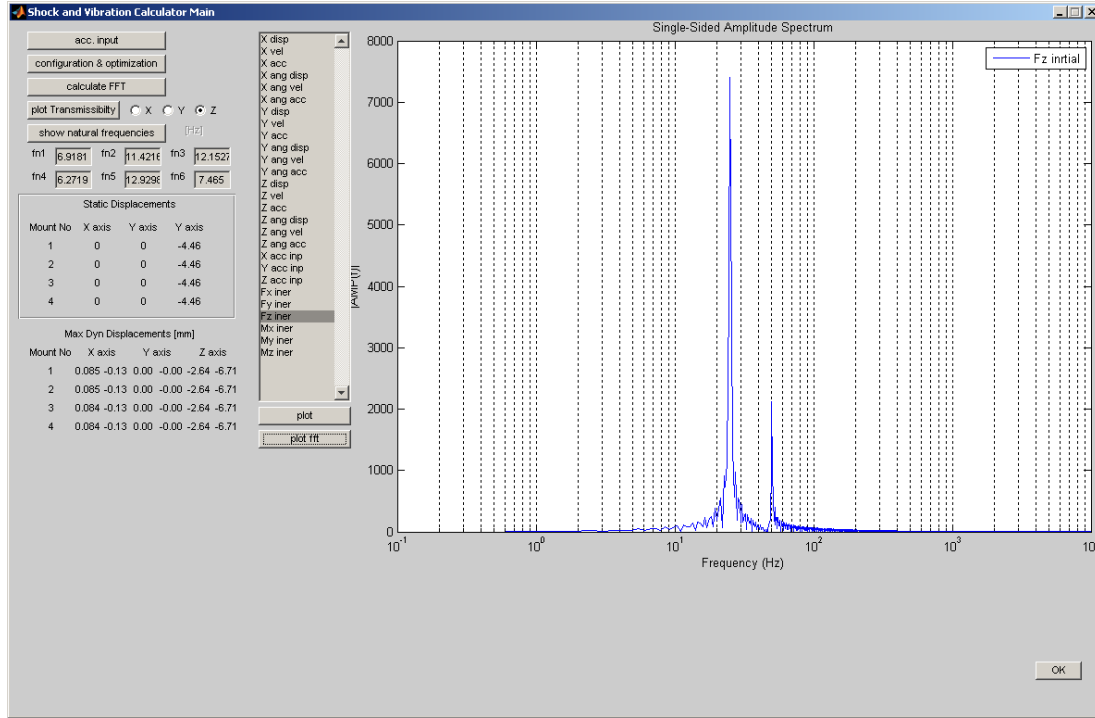
Bu değer başlangıçtaki hedefimize çok yakındır. Dinamik deplasmanlar incelendiğinde belirtilen kuvvet ve momentler altında izolatörlerin 4 mm genliğe ulaştığı görülür.



Şekil 4.4 : Elastik elemanlara ait deplasmanlar ve geçirgenlik

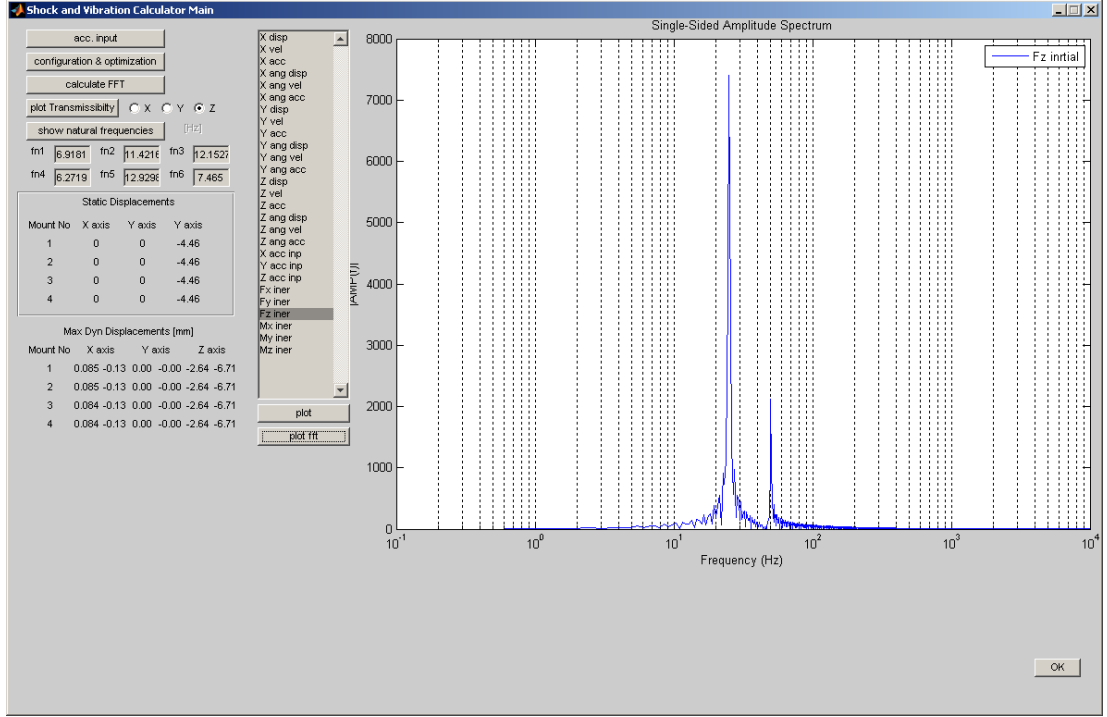
Z eksenini seçilip *plot transmissibility* butonuna basıldığında sistemin hesaplanan doğal frekansına bağlı olarak geçirgenlik eğrisi görülebilir.

Sistemin cevabını frekans bazında incelemek için öncelikle *calculate fft* butonuna basılır. Daha sonra istenen parametreler teker teker ya da birlikte seçilerek sistem cevabının fourier dönüşümü eğrileri incelenebilir.



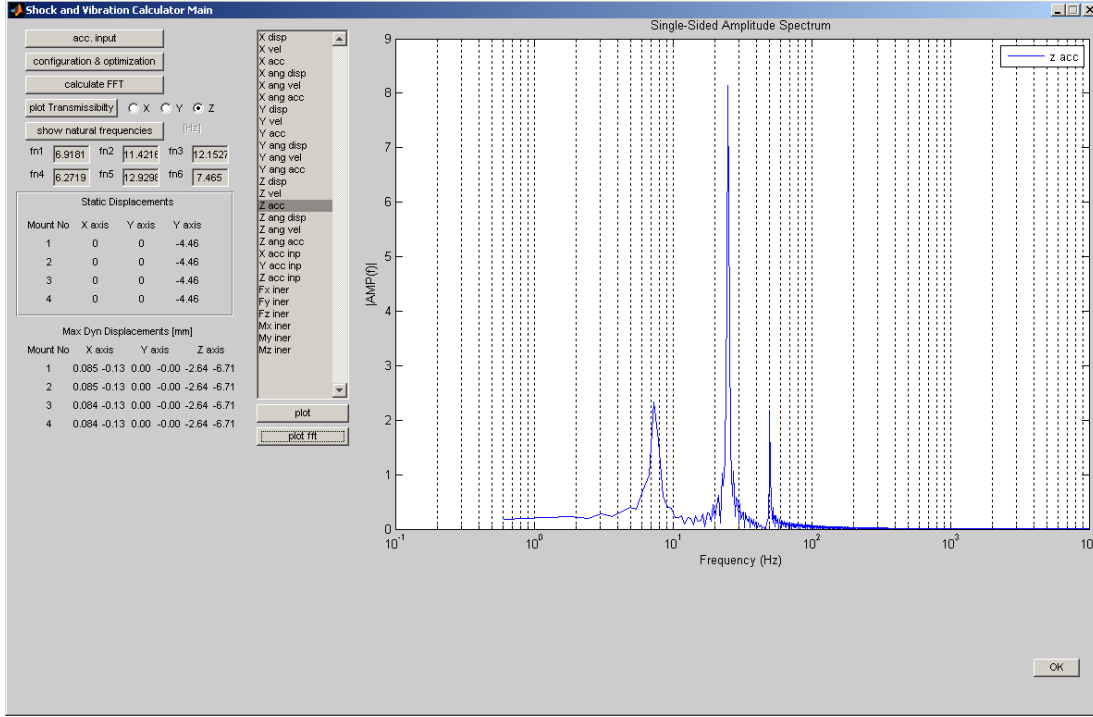
Şekil 4.5 : Motor atalet kuvvetleri

(Şekil 4.5)'te motor atalet kuvvetleri frekans bazında incelendiğinde, motor çalışma frekansının yarısında terimler bulunması sebebi ile 12 Hz civarındaki kuvvet değerlerinin daha yüksek olduğu görülebilir. Buradan da anlaşılabileceği gibi optimizasyon sırasında tahrik frekansının 25 Hz'in yarısı olan 12.5 Hz girerek daha iyi bir optimizasyon sağlanabilir.



Şekil 4.6 : Motor atalet momentleri

(Şekil 4.6)'da motor atalet kuvvetleri incelenirse az önce belirtildiği gibi çalışma frekansının yarısında yüksek momentler görülecektir.

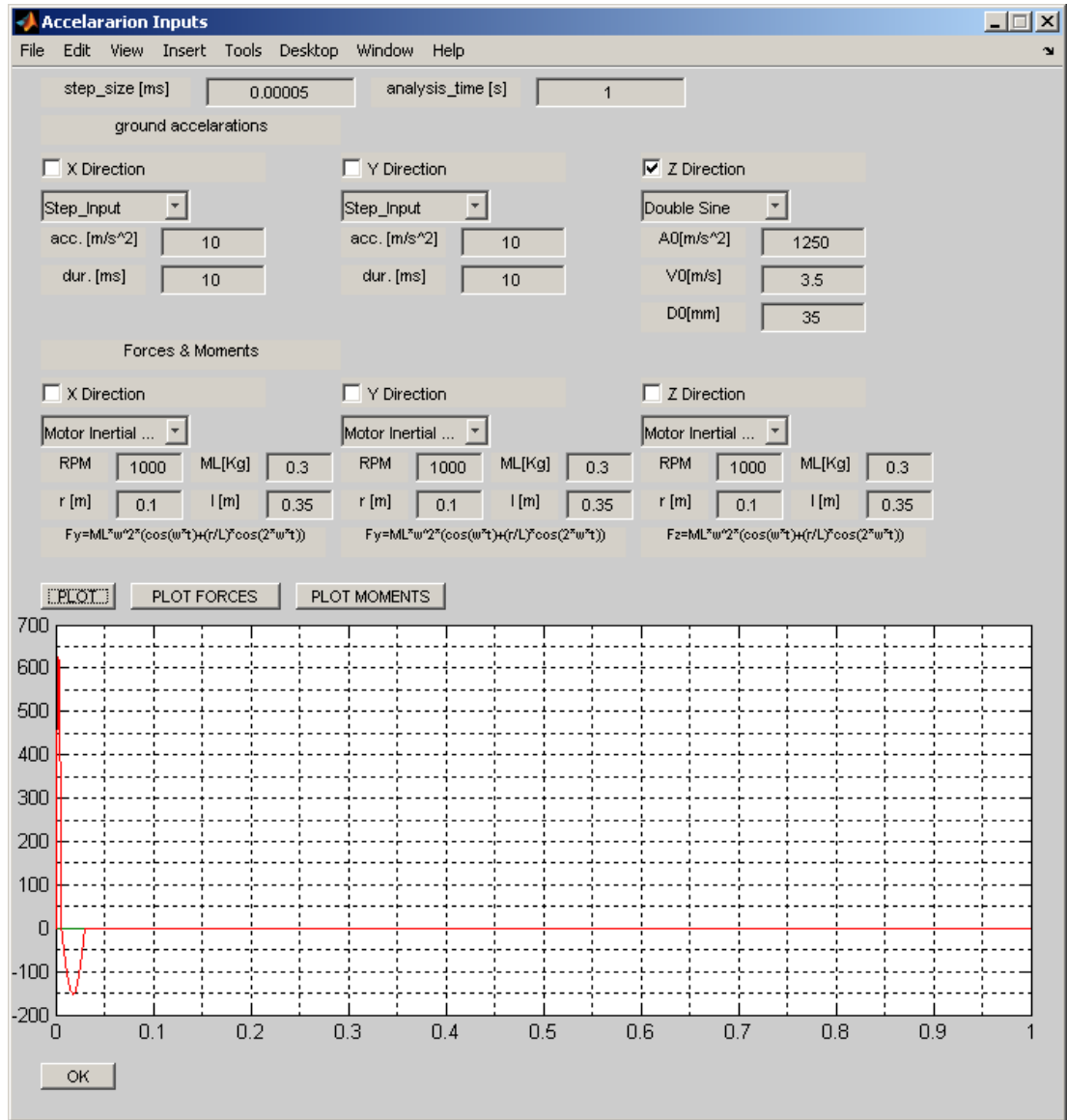


Şekil 4.7 : Frekans bazında sistem cevabı

4.2 Örnek Bir Sistemin Şok Optimizasyonu

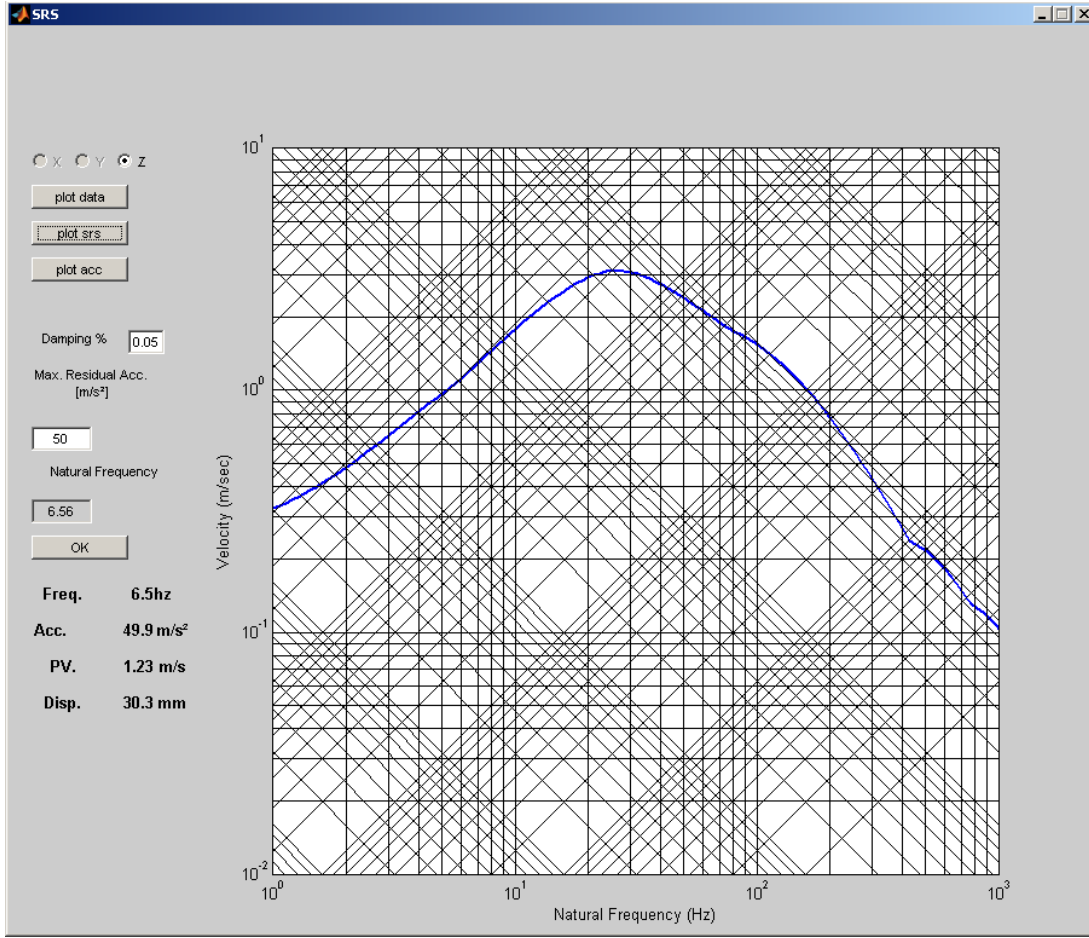
Bir önceki çalışmada örnek bir sistemin titreşim optimizasyonu sağlandığı gibi istenilen konfigürasyondaki sistemlerin şok optimizasyonu gerçekleştirilebilir. Bu bölümde parametrik çalışma olarak örnek bir sistemin çok optimizasyonu yapılacaktır. İvme girişi olarak BV43'e göre A0: 1250 m/s² V0: 3.5 m/s D0: 35 değerinde bir şok girişi tanımlanacaktır.

Yukarda belirttiğimiz ivme girişinin tanımlanması için ivme giriş ekranında ivmenin Z yönünde olduğunu belirten seçim kutusunu işaretlenir. Daha sonra A0,V0 ve D0 değerleri yelerine yazılarak ivme fonksiyonu oluşturulur. İvme girişini grafik ekranda görmek için *plot* düğmesine basıldığında tanımladığımız ivme datası görüntülenebilir (Şekil 4.8).



Şekil 4.8 : Sistemin ivme girişi

Sisteme etkiyen ivme tanımlandıktan sonra bu ivmenin şok cevabı spektrumu hesaplanırsa aşağıdaki grafik elde edilecektir.



Şekil 4.9 : Verilen ivmenin şok cevabı spektrumu

Örnek sistemin dayanacağı ivme daha önceden testler yardımı ile 50m/s^2 olarak belirlenmiş olsun. SRS penceresinden görülebileceği üzere donanımına gelecek ivmenin 50m/s^2 'ye düşürülebilmesi için sistemin doğal frekansının 6.56Hz olması gerekmektedir.

Örnek sistem (**Şekil 4.10**) da olduğu gibi 1000Kg ağırlığında $800 \times 1200 \times 600\text{mm}$ boyutlarında katı bir cisim olarak configuration & optimization ekranından tanımlanabilir. Şok cevabı spektrumu penceresinde hesaplanan doğal frekans değeri hedef frekans olarak bu pencereye aktarılmıştır.

Sistem konfigürasyonu yapıldıktan sonra önce hedeflenen doğal frekans olan 6.56Hz 'e göre titreşim optimizasyonu yaparak programın uygun elastik elemanları seçmesi sağlanabilir. Bu aşamada eğer istenirse elastik elemanların seçimi manüel olarak yapılabilir.

configuration

File Edit View Insert Tools Desktop Window Help

M [kg]

DIMENSIONS **CENTER OF GRAVITY**

X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
200	400	100	100	200	50

SHOCK MOUNT LOCATIONS

Coord.	#1	#2	#3	#4
X [mm]	100	-100	-100	100
Y [mm]	200	200	-200	-200
Z [mm]	-50	-50	-50	-50
Shock M.	SM7 40...	SM7 40...	SM7 40...	SM7 40...
max disp. [mm]	50	50	50	50
Target K [N/mm]	424.7	424.7	424.7	424.7
Target B [Ns/m]	824.4	824.4	824.4	824.4

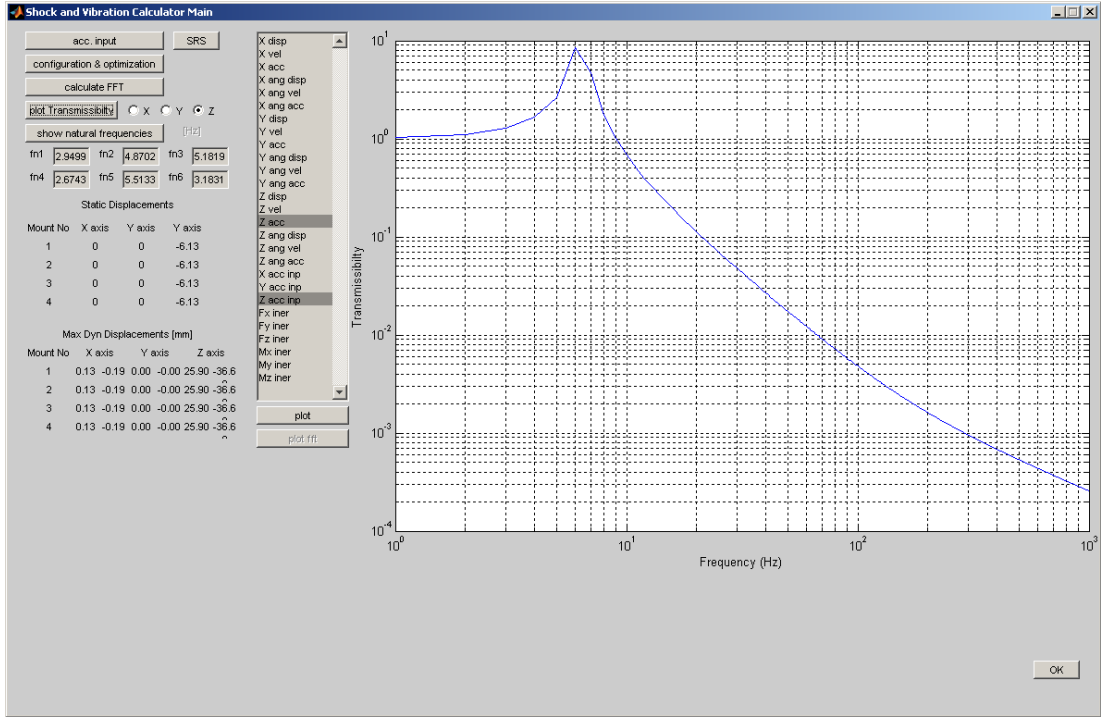
Target freq [Hz] Target Damp. Ratio

Forcing freq. [Hz] Isolation %

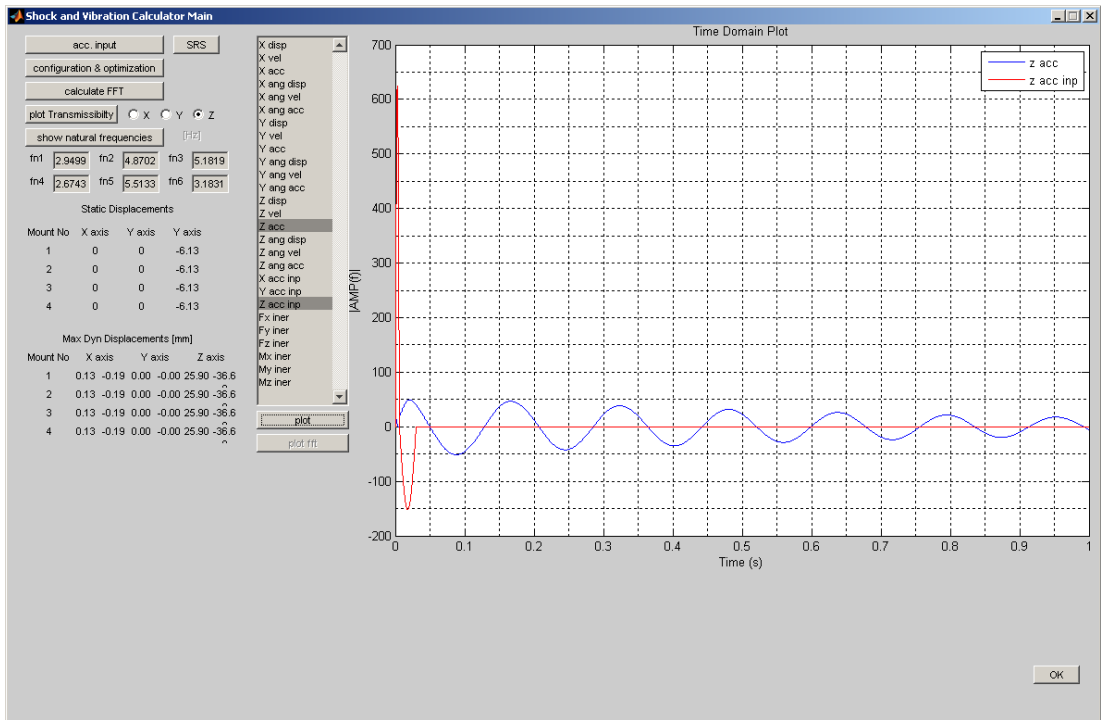
☒ Use Shock Mount ☐ Use Calculated Values

Şekil 4.10 : Konfigürasyon ve optimizasyon

Bir önceki örnekte olduğu gibi çözüm yapıldıktan sonra ana ekrana dönülerek geçirgenlik eğrisi ve doğal frekanslar incelenebilir (**Şekil 4.11**).

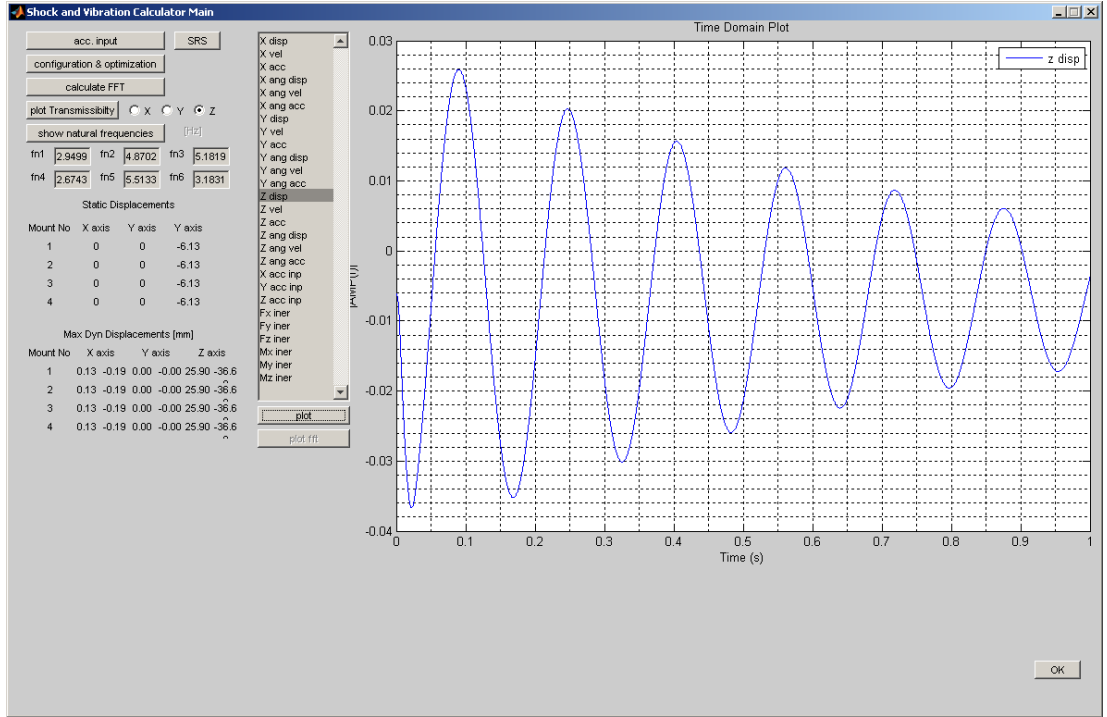


Şekil 4.11 : Geçirgenlik eğrisi



Şekil 4.12 : İvme girişi ve sistemin cevabı

(Şekil 4.13)'te görülebileceği gibi sistemin ağırlık merkezinin deplasmanı çizdirilerek hareketin oluşturacağı maksimum deplasmanlar görülebilir.



Şekil 4.13 : Ağırlık merkezinin deplasmanı

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışması ile çok serbestlik dereceli sistemlerin şok ve titreşim hesaplamaları için çözüm yöntemi ortaya konmuş ve ilgili hesaplamaların gerçekleştirilebilmesi ve optimum yalıtıcıların seçilebilmesi için bir Matlab kodu oluşturulmuştur. Oluşturulan Matlab kodu ile hesaplamaların yapılması için gerekli parametrelerin tanımlanmasını ve elde edilen sonuçların sağlayan bir kullanıcı arayüzü oluşturulmuştur.

Ortaya konulan bu çalışma ile şok ve titreşim hesaplamaları alanında temel ihtiyaçları karşılayacak bir mühendislik aracı elde edilmiştir.

Geliştirilen program aracığı ile giriş ivmelerinin incelenmesi, optimizasyon ve sistem cevabının hesaplanması aynı program üzerinden hızlı bir şekilde gerçekleştirilmektedir. Şok cevabı spektrumu ve optimizasyon hesaplamalarının birlikte sunulması sayesinde optimum parametreler belirlenebilecektir. Böylelikle deneme yanılmanın önüne geçilerek en uygun yalıtıcının seçilmesi sağlanacaktır.

5.1 Öneriler

Bu çalışma kapsamında özel olarak su altı patlamaları ve dört silindirli motor örnekleri üzerinde durulmuştur. Dolayısı ile sistem denklem takımlarında zeminden gelen ivmeye ait bileşen ve rijit cisime etki eden kuvvet ve moment bileşenleri mevcuttur. İncelenmek istenen uygulamaların ihtiyaçlarına göre konfigürasyon menüsüne gerekli eklemeler yapılarak programın uygulama alanı kolaylıkla geliştirilebilir.

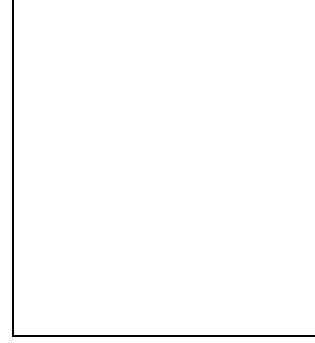
KAYNAKLAR

- [1] **Amirouche, Farid M. L.**, 1992 Computational Methods in Multibody Dynamics
- [2] **Balachandran Balakumar and Magrab, Edward B.**, 2004 Vibrations
- [3] **Dukkipati Ravo V.**, 2009 Matlab for mechanical engineers
- [4] **Eugene I. Rivin.**, 2003 Passive Vibration Isolation
- [5] **Shabana, Ahmed A.**, 1998 Dynamics of Multibody Systems
- [6] **Thorby Douglas.**, 2008 Structural Dynamics and Vibration in Practise
- [7] ISO 18431-4 Mechanical Vibration and Shock – Signal Processing
- [8] MIL-STD-810-G
- [9] [http://en.wikipedia.org/wiki/Shock_\(mechanics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Shock_(mechanics))
- [10] <http://en.wikipedia.org/wiki/Vibration>

EKLER

EK A.1 : MATLAB PROGRAMI

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Volkan ERTEM

Doğum Yeri ve Tarihi: İstanbul/1981

Adres: Atatürk Cad. Taşlıyol Sok NO36/2 Kadıköy İSTANBUL

Lisans Üniversite: İTÜ MAKİNE FAKÜLTESİ MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ