

46299

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇIKIK KUTUPLU SENKRON GENERATÖRLERDE UYARMA

ALANLARI VE ALAN HARMONİKLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Laie TÜKENMEZ

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 12 Haziran 1995

Tezin Savunulduğu Tarih : 28 Haziran 1995

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Nurdan GÜZELBEYOĞLU

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. R. Nejat TUNÇAY

: Prof. Dr. Falk MERGEN

**Y.G. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN YASAK MERKEZİ**

HAZİRAN 1995

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanması esnasında üstün yardımlarını esirgemeyen çok değerli hocam Sayın Prof.Dr.Nurdan Güzelbeyoğlu'na, değerli meslektaşım Elk.Müh.Levent Ergene'ye, gösterdikleri sabır ve anlayıştan dolayı sevgili aileme teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 1995

Lâle TÜKENMEZ



İÇİNDEKİLER

	<u>SAYFA</u>
ÖZET.....	v
SUMMARY.....	vi
BÖLÜM 1. GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2. SENKRON MAKİNALARDA UYARMA ALAN ŞEKLİNİN DEĞİŞİMİ.....	4
2.1. Yuvarlak Rotorlu Senkron Makinalarda Uyarma Alan Şekli.....	4
2.1.1. Yuvarlak Rotorlu Senkron Generatörlerde Uyarma Alan Şeklini Sinüs Formuna Yaklaştırmak İçin Alınan Önlemler.....	7
2.2. Çıkık Kutuplu Senkron Makinalarda Uyarma Alan Şekli.....	8
2.2.1. Çıkık Kutuplu Senkron Generatörlerde Uyarma Alan Şeklini Sinüs Formuna Yaklaştırmak İçin Alınan Önlemler	11
BÖLÜM 3. ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİNDE SONLU ELEMANYÖNTEMİ.....	18
3.1. Laplace ve Poisson Denklemleri.....	18
3.2. Sonlu Elemanlar Yönteminin Adımları.....	20
3.2.1. Ayırıklaştırma.....	20
3.2.2. Bir Elemana Ait Temel Denklemlerin Yazılması.....	22
3.2.3. Çözüm Bölgesindeki Elemanların Birleştirilmesi.....	26
3.2.4. Elde Edilen Denklemlerin Çözümü.....	28
BÖLÜM 4. SONLU ELEMANYÖNTEMİNE GÖRE HAZIRLANMIŞ FLD13 PAKET PROGRAMI.....	30
4.1. Sonlu Elemanlar Yönteminin Program Akışı.....	30
4.2. Elektromagnetik Alana İlişkin Sonlu Elemanlar Denklemlerinin Yazılması.....	30
4.3. FLD13 Paket Programı.....	37
BÖLÜM 5. ÖRNEK ALINAN SENKRON GENERATÖRDE DEĞİŞİK KUTUP AYAĞI ŞEKİLLERİNE GÖRE UYARMA ALANLARI VE UYARMA HARMONİKLERİNİN İNCELENMESİ.....	41
5.1. Farklı Kutup Ayağı Modelleri İçin Hava Aralığı Akı Dağılımı, Uyarma Alan Dağılımı ve Uyarma Alan Harmonikleri.....	42

5.1.1. Model 1.....	42
5.1.2. Model 2.....	45
5.1.3. Model 3.....	48
5.1.4. Model 4.....	51
5.1.5.Model 5.....	54
BÖLÜM 6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	57
KAYNAKLAR.....	61
ÖZGEÇMİŞ.....	63



ÖZET

Son yıllarda elektrik enerjisine olan ihtiyacın artması sonucunda, yapılan çalışmaların büyük çoğunluğu enerji üretim sistemlerinin tasarımında en yüksek verime ulaşmaya yönelik olmuştur. Elektrik enerjisi üretiminin ayrılmaz bir parçası olan senkron generatörler; yuvarlak rotorlu ve çıkık kutuplu olmak üzere ikiye ayrılabilirler. Çıkık kutuplu senkron generatörlerde hava aralığının değişken olması sonucunda endüklenen gerilimin şekli de hava aralığının şekline bağlı olarak değişmektedir. Bir senkron generatör için standartlarda istenen en önemli özellik çıkış geriliminin sinüs formunda olmasıdır.

Çıkık kutuplu senkron generatörlerde hava aralığındaki uyarma alan şekli kutup ayaklarına form verilerek değiştirilebilir. Bu sonuç, senkron generatör tasarımında kutup ayaklarına form vermenin önemini ortaya koymaktadır.

Bu tez çalışmasında konvansiyonel yolla hesabı yapılan bir çıkık kutuplu senkron generatörün hava aralığındaki uyarma alan şekli beş farklı kutup ayağı modeli için incelenmiştir. Modellere ait hava aralığı akı dağılımı sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak hazırlanmış FLD13 paket programı kullanılarak çıkarılmış ve modellere ait harmonik analizi yapılarak alan harmonikleri çizdirilmiştir.

SUMMARY

THE FIELD HARMONIC ANALYSIS AND EXCITATION FIELDS IN SALIENT POLE SYNCHRONOUS GENERATORS

The basic aim of this work is to observe the excitation fields for air gaps in synchronous generators and to determine the measures to come close to sinusoidal form designing level. Another aim will be to determine the most ideal method by applying the proposed methods for a salient pole synchronous generators having conventional calculations.

As it is known, synchronous generator is one of the most fundamental parts of the electrical power systems. These machines used for converting mechanical energy to electrical energy have an important portion (like %99) in industry as a generator.

As we head towards to produce more powerful synchronous generators to cover the increasing energy demand, also the rise at power bring additional problems during designing level in the same way. E.g., as it is not very important for the shape of the pole tip either it is straight or in the shape of the segment of a circle, it causes very serious problems in high powered machines.

The most important feature proposed in standards for synchronous machines is that the wave form of the generator voltage to be sinusoidal. Naturally, different methods to make the wave form to come close to sinusoidal form is used due to difference in construction of salient pole generators and generators with cylindrical rotor.

The most significant difference between the generators with cylindrical rotor and the salient pole generators is air gap. As the air gap in generator with cylindrical rotor is uniform and constant, it is varying in salient pole synchronous generators.

According to Faraday's Law, to make voltage wave form sinusoidal, the wave form of the air gap field must be sinusoidal. Faraday's Law given by Equation (1) is a result of the flux change[1]

$$e = \left(\vec{B} \wedge \vec{v} \right) \vec{l} \quad (1)$$

If synchronous machines are observed, I and v are constant in Faraday's Law, so the wave form of the induced e.m.f. is affected by the shape of B . The analysis of the wave form of air gap field gives the shape of induced voltage directly in both the synchronous generators with cylindrical rotor and salient pole synchronous generators.

During this work, FLD13 packet program is used to get the air gap field belonging to the sample salient pole synchronous generator. FLD13 packet program is prepared by using Finite Element Method. This program works as a sub program of FLD11; a program to draw the field form in electrical machines prepared by using the same method. This field program is prepared for synchronous machines and it is written in Fortran. The program wants 22 entry datas belonging the problem that is taken into account. The program gives the air gap field form for four different conditions of a synchronous machine.[12] This can be done by changing a code in data. Excitation forms and the codes of them are:

- 1.Field winding excited.
- 2.Armature winding excited in the d-axis.
- 3.Armature winding excited in the q-axis.
- 4.Amortisseur bar nearest the pole centerline excited in the q-axis.

Harmonic analysis is done for the air gap field in the output of the program. The harmonic analysis is important for both predicting the wave form of induced voltage and the core loss at the teeth. The effect of the shape change of the pole tip on the wave form can be seen by the help of this analysis. This work is based on this fundamental.

The reason for using a program depending on Finite Element Method is this, the method is highly practical tool for electromagnetic field calculations by digital computers. It is well suited for automatic grid generation, which greatly simplifies the preparation of the program input. Complicated shapes of electrical machines and the other boundaries can be handled easily. The Finite Element Method offers significant advantages over other methods, which have been used for this purpose. It is fast, reliable, easy to use, gives sufficient details, boundary conditions and curvature are properly accounted for, and both numerical representation of the result can be provided. For considerable two dimensional field applications have been given to Finite Element Method in recent years.[9][13] The field region is covered by a grid and magnetic vector potentials are calculated at the nodes giving a numerical solution for the flux densities.

In the first chapter of this work, a general view over problem and the steps that the work will follow is given. The constructive features of synchronous machines are mentioned. The main differences between synchronous generators with cylindrical rotor and salient pole synchronous generators are shown and the cross sections of four pole machines are given.

In the second chapter of this work, the change of excitation field in synchronous machine is observed. During this observation the form of the excitation field for synchronous generators with cylindrical rotor and salient pole synchronous generators is dealt one by one. First the measures to make the excitation fields to come close to sinusoidal form in synchronous generators with cylindrical rotor is given in a short way. After this the measures to make the excitation fields to come close to sinusoidal form in salient pole synchronous generators is dealt.

In salient pole synchronous generators a form is given to the pole tips to change the excitation field in air gap. Here, the air gap excitation fields for different pole tip forms are given. These forms of the excitation fields are obtained by five different methods. At the end of the this chapter, for one of the these methods that is to make pole tips eccentric with the armature's cylinder, the relationship is obtained with equations.

In the thirth chapter, Finite Element Method is presented. This method depends on writing the unknown variables that are finite in the system in the name of the known variables. First, the fundamentals and then the steps of the method is given. The steps of the method are discretization, writing the basic equations for one element, combining all the elements and solving the equation system, respectively.

In the fourth chapter, FLD13 packet program written in Fortran programming language by Finite Element Method is presented. The input data of the program is given by a table. The equations of the electromagnetic field used in the program is derived in polar coordinates. The reason to write the equations in polar coordinates is that the structure of the synchronous machine is more suitable for polar coordinates than the cartesian coordinates.

In the fifth chapter, the calculation results belonging to the sample salient pole synchronous generator which were calculated by using conventional method are given.[2] These calculation results are :

Number of poles	$2p=40$
Inside stator diameter	$D_i=3710\text{ mm}$
Minimum air gap (actual)	$\delta_0=4.3\text{ mm}$
Carter's coefficient	$k_c=1.164$
Depth of pole tip at centerline	$h_{p1}=35\text{ mm}$
Width of pole tip	$b_p=200\text{ mm}$

Depth of the pole body	$h_{p\zeta} = 143 \text{ mm}$
Width of the pole body	$b_{p\zeta} = 150 \text{ mm}$
Width of the field winding	$b_u = 25 \text{ mm}$
Maximum air gap	$\delta_{\max} = 9.1 \text{ mm}$
Pole face radius(inner)	$R = 1850.7 \text{ mm}$
Pole face radius (outer)	$R = 1845.9 \text{ mm}$

For the sample salient pole synchronous generator, five different pole tip models are improved. In this chapter, these five different models are introduced one by one. By using FLD13 packet program, shapes of pole tips are plotted in real dimension for every model. And then, shapes of the excitation fields in air gap are plotted by using MAT-LAB program. For this, output datas of the FLD13 packet program are used. By using MAT-LAB program again, excitation field harmonics are plotted for every model.

In MODEL 1, the air gap was taken constant along all the pole tip.

In MODEL 2, shaping of the air gap is to be got a cosinus function from the pole centerline to each x distance. This variation of the air gap is given by Equation 2. (δ_0 :Minimum air gap, δ_x :Air gap at x distance)

$$\delta_x = \frac{\delta_0}{\cos \frac{\pi \cdot x}{\tau_p}} \quad (2)$$

In MODEL 3, the air gap was taken constant (at minimum value) below the middle of the pole up to $0.4 \tau_p$ and after that the air gap was widened to $2\delta_0$ at the end of the pole tip.

In MODEL 4, pole tips were taken eccentric in respect of the armature centerline. In other words, the center of the armature cylinder and the center of the circle forming the pole arc is not congruent.

In MODEL 5, the air gap was taken constant (at minimum value) below the middle of the pole up to $1/3 \tau_p$. After that the air gap was widened to $\delta_{\max}$ at the end of the pole tip.

In the sixth chapter, the harmonic analysis results belonging the models were given and curves of the excitation fields were demonstrated in collected form. The differences among the models were considered. By using these output datas belonging the models, the ideal pole tip shape was determined.



BÖLÜM 1

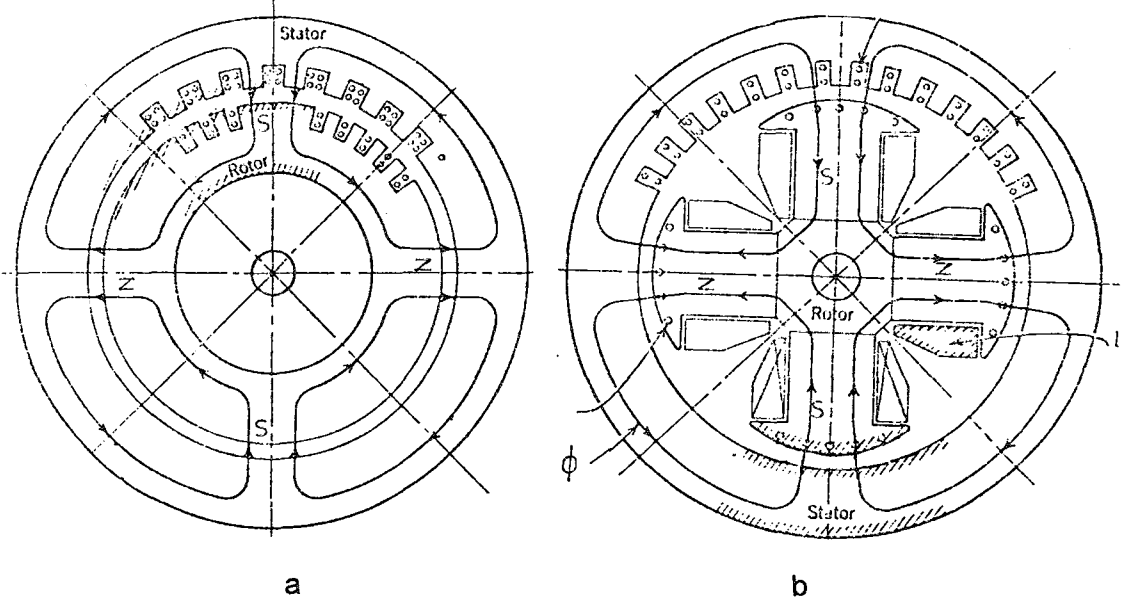
GİRİŞ

Bu çalışmada, elektrik enerjisi üretiminin ayrılmaz bir parçası olan senkron generatörlerin hava aralığı uyarma alanları, örnek çıkık kutuplu senkron generatöre uygulanan farklı kutup ayağı modelleri için karşılaştırılmış, bu modellere ait uyarma alan harmonikleri incelenmiş ve senkron generatör tasarımında büyük bir önem taşıyan, standartlara en uygun gerilim formunu verecek kutup ayağı şeklinin bulunması amaçlanmıştır.

Senkron makinalar genellikle elektrik santrallerinde generatör olarak kullanılırlar. Bu yüzden daha çok senkron generatör veya alternatör olarak adlandırılırlar. Generatör anlamında endüstride egemendirler ve payları yaklaşık olarak %99 dur. Senkron generatör mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren bir düzendir. Bu makinalar; su, nükleer ve ısı gücü santrallerinde elektrik enerjisi üreten büyük makinalardır ve güçleri bugün nükleer güç santrallerinde 2500 MVA ya kadar çıkmıştır. Günümüzde elektrik enerji sistemlerinin en temel enerji dönüşüm aygıtlarıdır.

Senkron generatörler rotor yapılarına göre yuvarlak rotorlu ve çıkık kutuplu olmak üzere iki kısma ayrılabilirler. Yuvarlak rotorlu ve çıkık kutuplu $2p=4$ olan senkron generatörlere ait makina kesitleri Şekil 1.1a ve 1.1b de gösterilmiştir.

Yuvarlak rotorlu senkron generatörlere turbogeneratörler de denir. Kutup sayıları 2,4,6 gibi düşük sayıda olan bu tip generatörlerin senkron hızları yüksektir. Bunun sonucunda rotor çapları küçük, rotor uzunlukları ise büyüktür. Yuvarlak rotorlu senkron generatörler Şekil 1.1a da görüldüğü gibi temelde düzgün bir hava aralığına sahiptir. Rotor sargıları ise tüm rotor boyunca dağılmıştır.



Şekil 1.1.a: $2p=4$ için yuvarlak rotorlu senkron generatör kesiti.
b: $2p=4$ için çıkık kutuplu senkron generatör kesiti

Çıkık kutuplu senkron generatörler ise yuvarlak rotorlunun aksine kutup sayıları fazla ve senkron hızları düşük makinalardır. Kutuplara toplanmış sargılara sahiptirler ve hava aralığı bütün endüvi çevresi boyunca sabit değildir.

Çıkık kutuplu senkron generatörlerde hava aralığının düzgün olmadığı Şekil 1.1b de görülmektedir. Senkron makinalarda endüklenen gerilimin şeklinde uyarma alan şeklinin birinci etken olması, tasarımcıları uyarma alan şeklini en mükemmele yaklaştırmaya zorunlu kılmıştır. Temel amaç, uyarma alan şeklini sinüs formuna yaklaştırmaktır.

Kutup ayaklarına uygun şekiller vermek suretiyle hava aralığı uyarma alan şekli sinüs formuna yaklaştırılabilir. Dolayısıyla statorda endüklenen e.m.k. da aynı formu alacaktır. Bu çalışmada kutup ayaklarına değişik şekiller vermek suretiyle uyarma alanının değişimi incelenecektir.

Kutup ayaklarına form verme işlemi ve uyarma alan şeklinin incelenmesi konvansiyonel yolla hesabı yapılan orta güçlü çıkık kutuplu bir senkron generatör üzerinde uygulanmıştır.

Bu çalışmada öncelikle yuvarlak rotorlu ve çıkık kutuplu senkron generatörlerin hava aralığındaki uyarma alan şekilleri genel olarak verilmiş ve sonra çıkık kutuplu senkron generatöre ait hava aralığındaki alan dağılımı sonlu elemanlar yöntemi ile hazırlanmış bir paket programla inceleneceğinden, sonlu elemanlar yöntemi ve paket program hakkında bir açıklama yazılmıştır.

Sonuçta kutup ayağı formları farklı modeller için elde edilen uyarma alanı harmonikleri MAT-LAB paket programında yazılan program yardımıyla çizdirilmiş, kutup ayağı şeklinin uyarma alanı ve harmonikler üzerine etkisi gösterilerek en ideal kutup ayağı şekli saptanmıştır.



BÖLÜM 2

SENKRON MAKİNALARDA UYARMA ALAN ŞEKLİNİN DEĞİŞİMİ

Senkron makinaların tamamında, standartlarda öngörülen en önemli özellik, generatör geriliminin sinüs formunda olmasıdır. Gerilimin sinüs formunda olması için Faraday Yasasına göre hava aralığı alan şeklinin sinüs formunda olması gerekir. (2.1) bağıntısı ile verilen Faraday Yasası, magnetik akı değişiminin bir sonucudur.

$$e=(\vec{B} \wedge \vec{v}).\vec{I} \quad (2.1)$$

Senkron makinalar gözönüne alındığında, I ve v sabit olduğundan B nin şekli endüklenen emk nin şekline etkir. Hava aralığı alan şeklinin incelenmesi, yuvarlak rotorlu ve çıkık kutuplu senkron makinalarda doğrudan doğruya endüklenen gerilimin şeklini verecektir.[1]

2.1.Yuvarlak Rotorlu Senkron Makinalarda Uyarma Alan Şekli

Yuvarlak rotorlu senkron makinalarda hava aralığı bütün stator çevresi boyunca aynı olduğundan, hava aralığının magnetik iletkenliğinin de stator çevresi boyunca sabit olduğu kabul edilebilir. Magnetik akı, F akının geçtiği yüzey, B de magnetik alan şiddeti olmak üzere

$$\Phi = \int \vec{B}.d\vec{F} \quad (2.2)$$

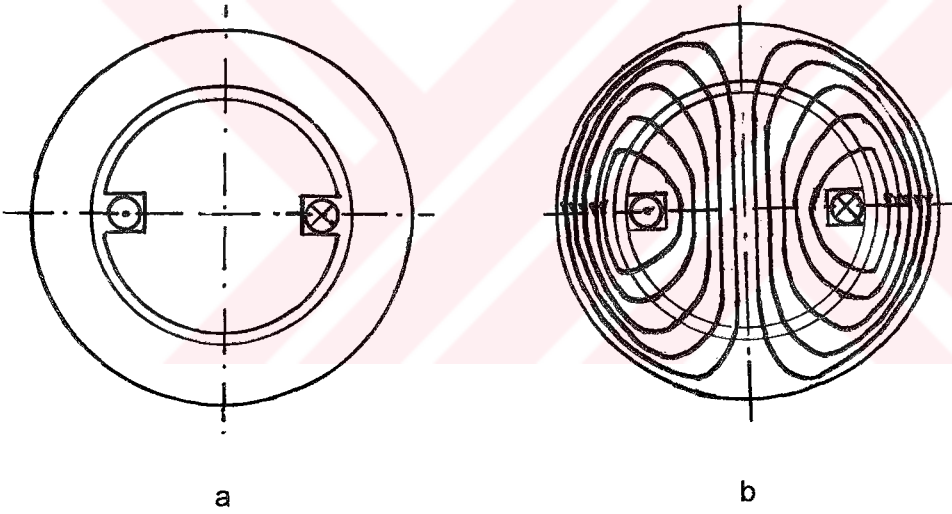
bağıntısı ile verilebilir. Hava aralığının küçük olması dolayısıyla kuvvet çizgilerinin birbirine dik oldukları kabul edilir.[4] Burada magnetik iletkenlik ve akının geçtiği yüzey sabit olduğundan (2.2) bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$B = \frac{\Phi}{F} = \frac{\Theta \cdot \Lambda}{F} = \frac{\Theta}{F \cdot R} \quad (2.3)$$

Hava aralığında stator çevresi boyunca uyarma alan şeklinin değişimi, ilkönce uyarma sargısının bir çift oluğa yerleştirildiği durum için gözönüne alınacaktır. Şekil 2.1a da $2p=2$ olması halinde yuvarlak rotorlu makinaya ait kesit gösterilmiştir. Rotordaki w sarımlı sargıyı doğru akımla besleyecek olursak, I sargıdan geçen akım olmak üzere toplam ampersarım

$$\Theta = I \cdot w \quad (2.4)$$

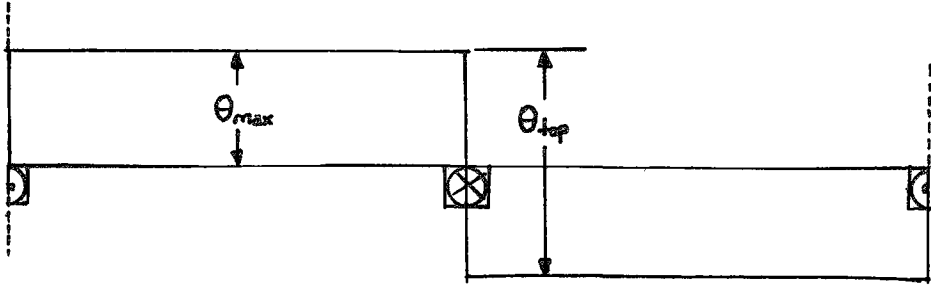
olacaktır. Şekil 2.1b de kuvvet çizgilerinin takip edeceği yol gösterilmiştir.



Şekil 2.1a: $2p=2$ olması durumunda yuvarlak rotorlu senkron makinaya ait kesit.

b: $2p=2$ olması durumunda yuvarlak rotorlu senkron makinanın uyarma sargısına ait kuvvet çizgileri.

(2.3) bağıntısından görüldüğü gibi magnetik iletkenlik ve akının geçtiği yüzey sabit olduğundan ampersarımın şekli magnetik alanın şekline eşit olacaktır. Şekil 2.1 deki iki kutuplu makinaryı bir oluğun ortasından kesip açarsak elde edeceğimiz alan şekli şekil 2.2 deki gibi olacaktır.



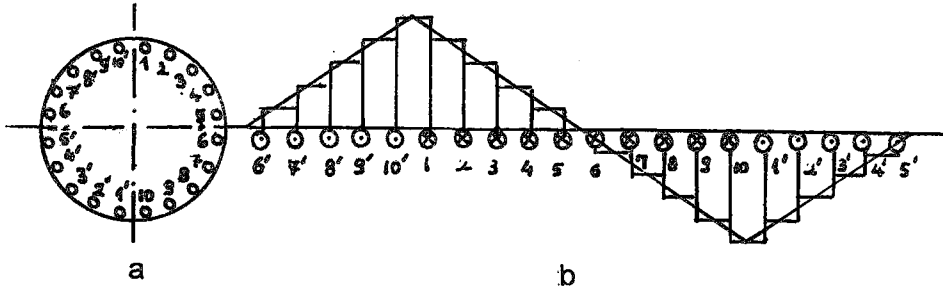
Şekil2.2: Bir çift oluğa yerleştirilmiş uyarma sargısına ait ampersarım (MMK) şekli

Θ_{max} bir kutba karşılık gelen ampersarımdır. Toplam ampersarım ile aralarındaki bağıntı

$$\Theta_{max} = \frac{\Theta_{top}}{2} \quad (2.5)$$

şeklindedir. Kuvvet çizgileri bir kutuptan statora girdiğinde buna ait MMK pozitif, diğerinin ki ise negatiftir. İki kutuplu makinada (+) dan (-) ye geçiş şekil 2.2 de görüldüğü gibi ani olur, rotor çevresine yayılmış sargılarda ise bu geçiş basamak şeklinde olacaktır. Şekil 2.2 , belirli bir ölçek farkı ile aynı zamanda magnetik alan eğrisi de olacaktır.

Bundan sonraki inceleme rotor çevresine yayılmış sargılar için yapılacaktır. Bu sargılarda bobinler çift oluklara yerleştirilmiştir. Bu çift olukların alan şeklinin dikdörtgen olduğu iki kutuplu makina için yapılan incelemede gösterilmiştir. Kutup tekerleği uyarıldığı taktirde bu dikdörtgen alanlar aynı zamanda varolacaklarından, kutup tekerleğine ait uyarma alan şekli, bu dikdörtgen alanların süperpoze edilmesiyle elde edilecek eğriye eşit olacaktır. Örnek olarak, uyarma sargısının bütün kutup tekerleği çevresi boyunca yerleştirilmesi durumunda, bir senkron generatöre ait makina kesiti ve bu makinaya ait alan eğrisi sırasıyla Şekil 2.3a ve 2.3b de gösterilmiştir.



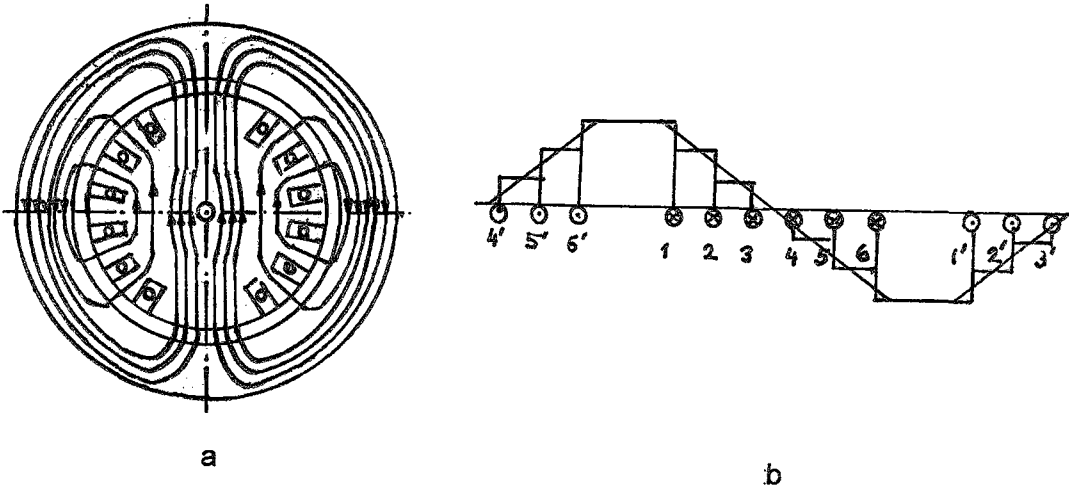
Şekil 2.3a: Bütün rotor (kutup tekerleği) çevresini kapsayan uyarma sargısına ait makina kesiti.

b: Aynı makinaaya ait ampersarım (MMK) eğrisi.

Şekil 2.3b den görüleceği gibi alan eğrisi, basamak sayısı ve basamak yüksekliği oluk sayısına bağlı trapez şeklindedir.

2.1.1. Yuvarlak Rotorlu Senkron Generatörlerde Uyarma Alan Şekli Sinüs Formuna Yaklaştırmak İçin Alınan Önlemler

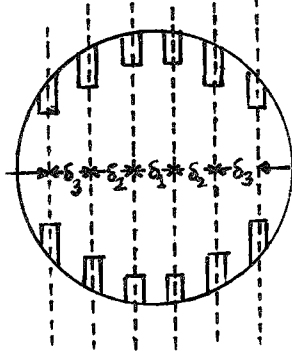
Yuvarlak rotorlu senkron generatörlerde uyarma alan şeklini sinüs formuna yaklaştırmak için Şekil 2.3b de görülen alan şeklini geometrik şekil olarak trapezden uzaklaştırmak gerekir. Bunun için alınması gereken önlemlerden biri sargıların sarılması ile ilgilidir. Buna göre bir kutup altına düşen olukların $\frac{2}{3}$ ü sarılır, $\frac{1}{3}$ ü boş bırakılır. Bu yapılırken amaç Şekil 2.4b de gösterildiği gibi alan eğrisini, sinüs eğrisine en yakın geometrik şekle yani yamuğa yaklaştırmaktır. Örnek olarak Şekil 2.4a da 2 kutuplu, 18 oluklu bir yuvarlak rotorlu senkron generatör gözönüne alınmıştır. Şekil 2.4b de ise aynı makina için alan eğrisi çıkarılmıştır.



Şekil 2.4a: Rotorda $\frac{2}{3}$ oranında sarılmış oluklar ve uyarma sargısına ait kuvvet çizgilerinin dağılımı.

b: Aynı makinaaya ait ampersarım (MMK) eğrisi.

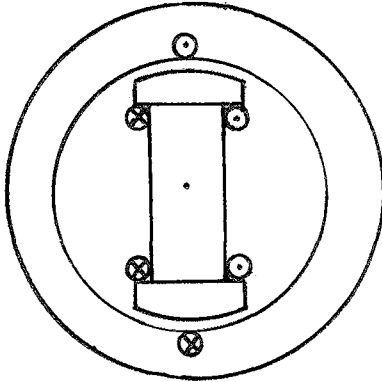
Diğer bir yöntem ise oluklar arasındaki uzaklıkları birbirinden farklı yapmaktır.[4] Böyle bir kutup tekerleğinde uyarma sargısı birbirine paralel şekilde açılmış oluklara yerleştirilir. Olukların ortalarından geçen düzlemler hep birbirine paraleldir, ortaya doğru bu düzlemler arasındaki aralıklar küçülür. Şekil 2.5 de böyle bir yuvarlak rotorlu senkron makinaya ait rotor kesiti gösterilmiştir.



Şekil2.5:Uyarma sargısı paralel oluklara yerleştirilmiş bir yuvarlak rotorlu senkron makinenin rotor kesidi($\delta_1, \delta_2, \delta_3$)

2.2. Çıkık Kutuplu Senkron Makinalarda Uyarma Alan Şekli

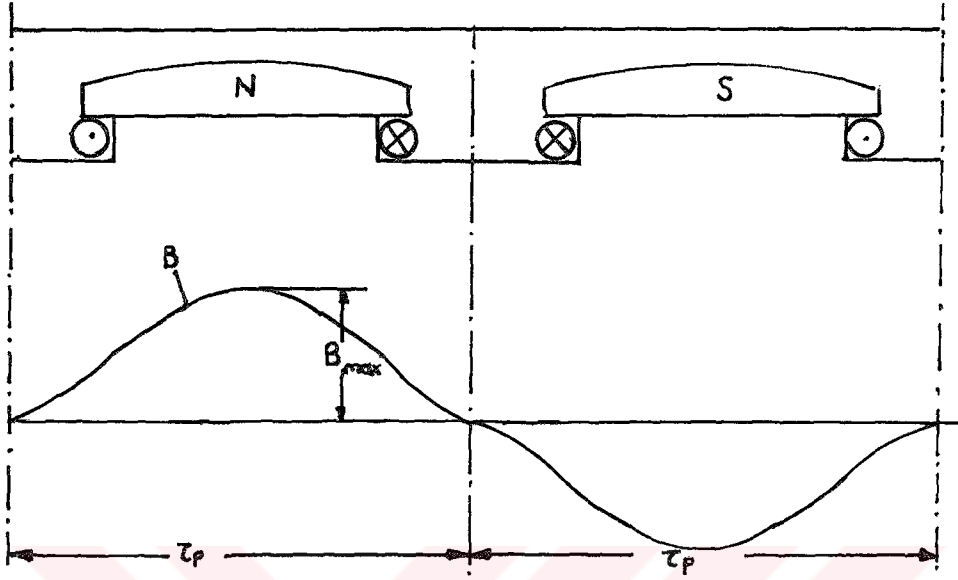
İki kutuplu bir çıkık kutuplu senkron makinaya ait kesit Şekil 2.6 da gösterilmiştir. Burada hava aralığının sabit olmaması ve kutup ortasından ayrıldıkça hava aralığının büyümekte olması dolayısıyla magnetik iletkenlik kutup ortasından kutup ayağı uçlarına doğru devamlı olarak küçülür ve iki kutup ortasında en küçük değerini alır. Bunun sonucu, magnetik alan eğrisi de şekil olarak yuvarlak rotorlu makinadan farklılık gösterir.



Şekil 2.6:Çıkık kutuplu senkron makina kesiti($2p=2$).

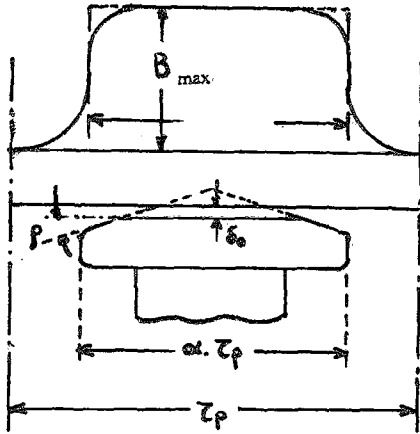
Çıkık kutuplu senkron makinada uyarma sargısı toplam ampersarımı, toplam sarım sayısı w ile sargıdan geçen I akımının çarpımına eşittir. Bir kutba

yerleştirilen ampersarım iki kutuplu makina için toplam ampersarımın yarısı olacaktır. Hava aralığının düzgün olmaması sonucu oluşacak uyarma alan eğrisinin şekli Şekil 2.7 deki gibi olacaktır.



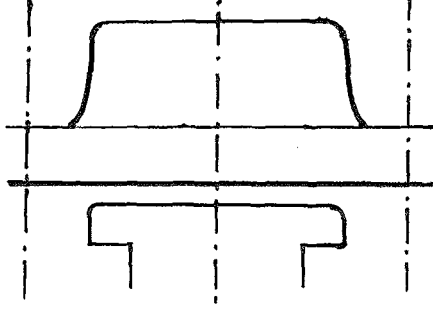
Şekil 2.7:Çıkık kutuplu senkron makinada hava aralığındaki magnetik alan şekli.

Kutup başlarına değişik şekiller vermek suretiyle alan eğrisinin şeklini değiştirmek mümkündür.[1] Şekil 2.8, Şekil 2.9 ve Şekil 2.10 da değişik kutup başı şekilleri için alan eğrisinin değişimi gösterilmiştir. Şekil 2.8 de kutup ayağı uçları ρ kadar yatık yapılmış bir kutup ve böyle kutupları bulunan makinada meydana gelen hava aralığı uyarma alan eğrisi gösterilmiştir.[4]



Şekil2.8:Kutup ayağı uçları ρ açısı kadar yatık yapılmış bir kutup ve ona ait magnetik alan şekli.

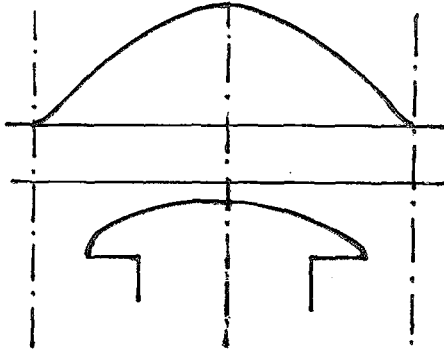
Kutup ayağı uçlarına doğru hava aralığının büyümeyip sabit kalması halinde, elde edilecek uyarma alan şekli Şekil 2.9 daki gibi tam dikdörtgen olacak.[6]



Şekil2.9:Hava aralığının kutup ayağı boyunca sabit kalması halinde elde edilen magnetik alan şekli.

Kutup ayağı kutup ortasından itibaren açılırsa kutba ait uyarma alan eğrisi Şekil 2.10 daki gibi olacaktır.[6]

Sinüs formuna en yakın alan eğrisi Şekil 2.10 daki gibidir. Öyleyse kutup başlarına form verilerek alan sinüs formuna iyice yaklaştırılabilir. Burada bu amaçla kullanılan yöntemlerden bahsedilecektir.



Şekil 2.10:Kutup ayağının kutup ortasından itibaren kutup ayağı uçlarına kadar açılması sonucu oluşan kutup şekli ve kutba ait magnetik alan şekli.

2.2.1.Çıkık Kutuplu Senkron Generatörlerde Uyarma Alan Şeklini Sinüs Formuna Yaklaştırmak İçin Alınan Önlemler

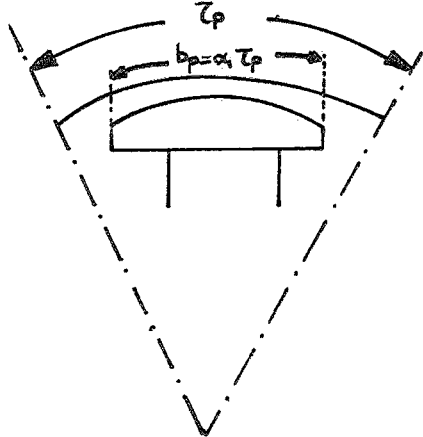
Çıkık kutuplu senkron generatörlerde kutup ayağına form verilerek alan şekli sinüs formuna yaklaştırılabilir. Fakat bu şekillendirme yapılırken bir takım toleranslar gözönüne alınmalıdır. Kutup adımı, tüm rotor çevresi üzerinde bir kutba düşen uzunluktur ve (2.6) bağıntısı ile hesaplanır.

$$\tau_p = \frac{\pi . D_a}{2p} \quad (2.6)$$

Kutup ayağı, kutup adımının sadece bir bölümünü kapsar.Bunu belirleyen α , kutup örtme faktörüdür.Fiktif kutup tekerleği çapına indirgenmiş kutup ayağı yay uzunluğu

$$b_p = \alpha . \tau_p \quad (2.7)$$

bağıntısı ile verilebilir. Kutup ortasındaki belirli bir hava aralığı endüksiyonu B_δ için, temel dalgadaki $B_{\delta 1}$ endüksiyonu, kutup örtme faktörü ile dolayısıyla kutup ayağı yay uzunluğu ile büyür. Uyarma sargısının yer ihtiyacı kutup örtme faktörünün sınırlandırılmasını gerektirir. Kutup örtme faktörünün büyük seçilmesi, kutup ayaklarını birbirine yaklaştıracığından kutup dağılmasının artmasına yolaçar. Bu nedenle α , 0.75 den büyük yapılmaz. Şekil 2.11 de kutup adımı τ_p ve kutup ayağı genişliği b_p bir kutup için gösterilmiştir.



Şekil2.11:Kutup adımı τ_p ve kutup ayağı genişliği b_p büyüklüklerinin bir kutup yayı üzerinde gösterimi.

Kutup örtme faktörünün kutup sayısına bağlı olarak alabileceği değerler Tablo2.1 de verilmiştir.

Tablo 2.1:Kutup örtme faktörünün kutup sayısına bağlı alabileceği değerler.

P	2	3	4	5	6 ve daha büyük
α	0.55	0.6	0.6...0.65	0.65...0.7	0.7...0.75

Burada öncelikle hava aralığının minimum değeri δ_0 'nın saptanması gerekir. Çok kutuplu senkron makinalar hariç, hava aralığı genişliğini alan eğrisi şeklinin yükteki bozulması tayin eder. Kutup ayağı sinüs biçimli olan bir çıkık kutuplu senkron makinada, kutup ortasındaki hava aralığı genişliği δ_0 ile kutup adımı τ_p arasındaki oran (2.8) bağıntısını gerçekleyecek şekilde olursa, yükteki alan üzerindeki bozulma müsaade edilen sınırı aşmaz.[2]

$$\frac{\delta_0}{\tau_p} = 0.3 \frac{A_a}{B_{\delta_0}} 10^{-4} \quad (2.8)$$

Bu bağıntıda A_a A/cm biriminde kutup başına stator özgül ampersarımı, ise T biriminde boşa en büyük hava aralığı endüksiyonudur. (2.8) bağıntısındaki δ_0/τ_p değerleri, kutupları saç paketlerinden oluşturulmuş ve statorları ağız açık oluklu olan çıkık kutuplu senkron generatörler için pratikte elde edinilmiştir. Sinüs biçimli alan eğrisine sahip kutuplarda bu oran

$$\frac{\delta_0}{\tau_p} = 0.01...0.015...0.02 \quad (2.9)$$

değerleri arasındadır. Zaten hava aralığı endüksiyonu kutup boşluğunda azalacak ve alan eğrisi sadece kutup yayı b_p bölgesinde sinüs eğrisi ile gerçekte çakışacaktır.

Çok kutuplu makinalarda bazen mekanik nedenlerden (mil burulması, montaj vs.) hava aralığının biraz daha büyütülmesi gerekir. Bu nedenle genel olarak

$$\frac{\delta_0}{D} \geq 0.001 \quad (2.10)$$

eşitsizliğinin sağlanması istenir.[2] Fakat hava aralığının çok büyütülmesi de makinanın işletme karakteristiklerini etkiler. Hava aralığının büyütülmesi sonucunda, senkron reaktans küçülecek, makinanın stasyonere yüklenme yeteneği artacaktır. Bunun yanında nominal akıma oranla boşta uyarma akımındaki sürekli kısadevre akımı (I_{k0}/I_n) büyüyecektir.

Kutup ortasından itibaren kutup ayağı uçlarına doğru hava aralığı büyümesi, hava aralığındaki her noktada bir cosinüs fonksiyonunu sağlayacak şekilde olmalıdır. δ_0 kutup ortasındaki hava aralığı, τ_p kutup adımı olmak üzere, kutup ortasından itibaren kutup adımı cinsinden x kadar uzaklıktaki hava aralığı genişliği

$$\delta_x = \frac{\delta_0}{\cos \frac{\pi \cdot x}{\tau_p}} \quad (2.11)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.

Çıkık kutuplu bir generatörün hava aralığındaki gerilimin büyümesini gözönüne almak için yuvarlak rotorluya indirgenir. Gerçek hava aralığı yerine fiktif hava aralığı alınır. Fiktif hava aralığı, hava aralığının elektriksel büyüklüğe dönüştürülmesinin bir sonucudur. Burada Carter faktörünün önemi ortaya çıkar. Fiktif hava aralığı, hava aralığı büyüklüğü ile Carter faktörünün çarpılması sonucu elde edilir. δ' fiktif hava aralığı

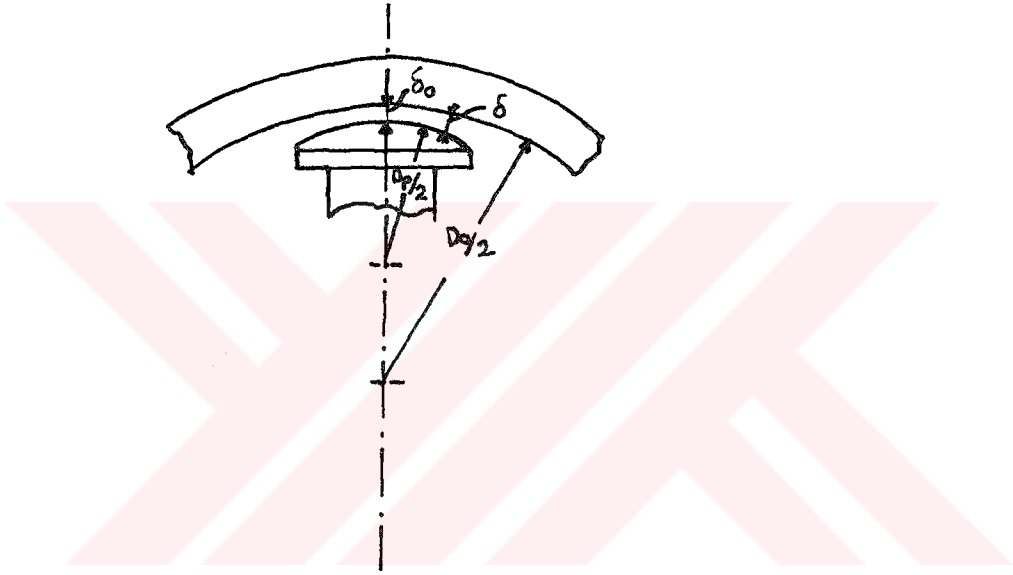
$$\delta' = k_c \cdot \delta \quad (2.12)$$

dır. Burada τ_0 oluk adımı, b_0 oluk genişliği, δ_0 hava aralığının minimum değeri olmak üzere Carter faktörü

$$k_c = \frac{\tau_0}{\tau_0 - \frac{(b_0/\delta_0)^2}{5+b_0/\delta_0} \cdot \delta} \quad (2.13)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

Uyarma alanını sinüs formuna yaklaştırmak için uygulanan yöntemlerden bir diğeri kutup ayaklarına eksantrik şekil verilmesidir.[5] Şekil 2.12 de yöntemin prensibine dayalı kutup ve stator yarıçapları gösterilmiştir.



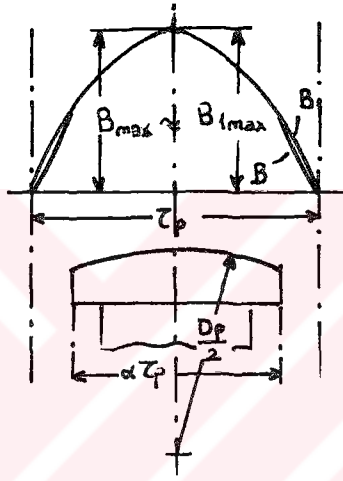
Şekil2.12:Kutup tabanlarının endü silindiri ile eksantrik olarak yapılması durumunda kutup ve endü(stator) yarıçapları.

Şekil 2.12 de görüldüğü gibi, endü daire merkezi ile bir daire yayından oluşan kutup ayağına ait daire merkezi birbiri üzerine düşmemektedir. Kutup tabanı dairesinin daha küçük yarıçaplı yapılmasından dolayı, hava aralığı kutup ortasında minimum olup, buradan her iki yana doğru uzaklaştıkça büyümektedir.

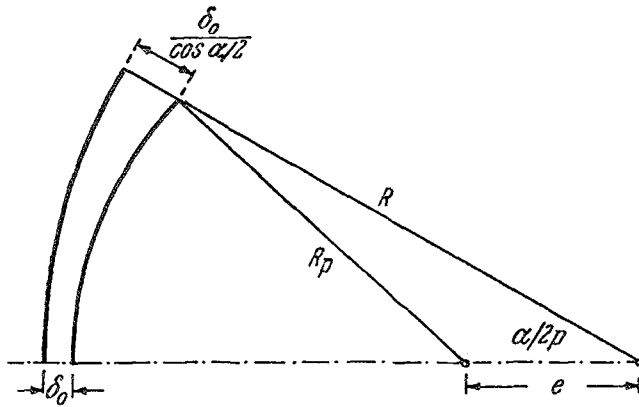
Şekil 2.13 de kutup ayaklarına bu şekilde form verildiğinde oluşacak uyarma alanı gösterilmiştir.

Kutup yayı bölgesinde pratik olarak sinüs biçimli bir alan eğrisine ulaşılırken kutup boşluklarında bir girinti oluşur. Küçük makinalarda bazen hava aralığı kutup yayı boyunca sabit tutulurken, bundan önceki yöntemde hava aralığının magnetik

iletkenlik değeri, kutup ortasından olan uzaklık x olmak üzere (2.11) bağıntısına göre bir cosinüs eğrisi çizmek zorundadır. Büyük makinalarda çoğunlukla trapez biçimli uyarma alan eğrileri görülür. Ve bundan sonra kutup ortası altında $0.4\tau_p$ kadar bir bölgede hava aralığı sabit tutulur, bu bölgeden sonra kutup ayağı sonuna kadar hava aralığı $2\delta_0$ değerine lineer olarak büyütülür. Oysa kutup tabanlarının endü silindiri ile eksantrik olarak yapılması halinde kutup ayağı $D_p/2$ yarıçaplı bir dairenin parçası olacağından hava aralığı kutup ortasından itibaren hemen büyümeye başlayacaktır. Şekil 2.14 de stator eğrilik yarıçapı R ve kutup ayağının üst yüzeyinin yarıçapı R_p ile gösterilmiştir. [5]



Şekil2.13:Kutup tabanlarının endü silindiri ile eksantrik olarak yapılması halinde meydana gelecek uyarma alanının şekli.



Şekil2.14:Stator eğrilik yarıçapı R ile kutup ayağı üst yüzey yarıçapı R_p nin, kutup tabanlarının endü silindiri ile eksantrik olarak yapılması halinde birbirlerine göre konumları.

Kutup ortasındaki hava aralığı δ_0 kadardır. Kutup sonundaki hava aralığının en büyük değeri $\delta_0/\cos(\alpha/2)$ olup, α burada kutup örtme faktörüdür. Çıkık kutuplu senkron makinalarda α nın aldığı değer genelde 0.6 ile 0.75 arasındadır. Şekil 2.14 den hava aralığının en büyük değerine ilişkin 2.14 bağıntısı çıkarılabilir.

$$\delta_0/\cos \alpha/2 = R - \sqrt{R_p^2 - e^2 \sin^2 \alpha/2p} - e \cos \alpha/2p \quad (2.14)$$

Şekilde e ile gösterilen büyüklük

$$e = R - R_p - \delta_0 \quad (2.15)$$

eşitliği ile verilebilir. Çok küçük olan bazı terimleri ihmal ederek (2.15) bağıntısı (2.14) de yerleştirilip bu eşitlikten R_p çözüldüğünde

$$R_p \approx \frac{1 - \frac{\delta_0}{R} \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha/2}\right)}{1 - \frac{\delta_0}{R} \cdot \frac{\cos \alpha/2 - \cos \alpha/2p}{(1 - \cos \alpha/2p) \cos \alpha/2}} \cdot R \quad (2.16a)$$

elde edilir.

$p \geq 2$ olduğu tüm durumlarda $\cos(\alpha/2p)$ yaklaşık olarak $1 - \alpha^2/8p^2$ ye eşit alınabilir. (2.16a) bağıntısında bu kabulün ardından yapılacak düzeltme bağıntıyı

$$R_p \approx \frac{1 - \frac{\delta_0}{R} \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha/2}\right)}{1 + \frac{\delta_0}{R} \cdot \frac{8p^2 (1 - \cos \alpha/2 - \alpha^2/8p^2)}{\alpha^2 \cos \alpha/2}} \cdot R \quad (2.16b)$$

haline dönüştürecektir.[5]

Kutup ayağı yarıçapı, bağıntı (2.16b) ye göre kutup örtme faktörü α ya bağlıdır. Bunun anlamı, sinüs biçimli bir alanın elde edilmesi için gerekli kutup ayağı formu bir daire yayı ile yapılacaksa bu sadece bir nokta için geçerlidir.

Pratikte elde edinilmiş değerlerden $\alpha /2p$ açısındaki α değeri 120° olduğunda kutup yayı, uyarma alanını sinüs eğrisine yaklaştırmaktadır. α değerleri de bu yaklaşıklıkla yerleştirildikten sonra kutup ayağı yarıçapı en son halini almaktadır.

$$R_p \approx \frac{1-3\delta_0/R}{1+(1.83p^2-2)\delta_0/R} \cdot R \quad (2.16c)$$

Örnek olması açısından $\delta_0/R=0.0125$ içindeğişik kutup sayılarına karşılık gelen (2.16c) bağıntısına göre hesaplanmış R_p/R oranları Tablo 2.2 de verilmiştir.

Tablo2.2:(2.16c) Bağıntısına göre hesaplanmış R_p/R oranları.

p	R_p/R
2	0.99
3	0.97
4	0.96
6	0.92
8	0.87
12	0.76
20	0.52

Bu tip kutupların eldesi ise; gerektiği şekilde torna edilmiş olan kutup çekirdeği tabanlarına eksantrik kesilmiş olan saç levha paketlerinin yerleştirilip perçinlenmesi ile olmaktadır.

BÖLÜM 3

ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİNDE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Sonlu elemanlar yöntemi, bütün denklem sistemlerinde olduğu gibi sistemdeki sonlu sayıdaki bilinmeyen büyüklüklerin bilinenler cinsinden yazılmasına dayanır. Elektrik ve magnetik alan teorisinin geliştiği ilk günden beri, başlangıç ve sınır değer problemlerinin çözümü temel amaç olmuştur. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle beraber; sonlu farklar, sonlu elemanlar gibi sayısal çözüm yöntemleri hızla analitik çözüm yöntemlerinin yerini almıştır. Sonlu elemanlar yöntemi sınır değer problemleri ve onlara ait kısmi diferansiyel denklemlerin çözülmesinde büyük kolaylık sağlamaktadır.

3.1. Laplace ve Poisson Denklemleri

Bölgesel yöntemlerde, temel bağıntıların yazılmasında varyasyonel yaklaşımdan faydalanılır. Varyasyonel yaklaşıma göre, yöntem için geçerli fonksiyonel bir bağıntının tanımlanması gerekir. Varyasyonları araştıran hesap yöntemleri; fonksiyonların maksimum veya minimumlarının bulunmasını sağlar. Fiziğin birçok uygulamasında, sözkonusu problemi kesin bir fonksiyon haline getirmek için, verilen işlemde maksimum veya minimum değerlere ulaşmak zorunludur. Elektrik mühendisliğine ilişkin sonlu elemanlar yönteminde fonksiyonel bağıntı enerji bağıntısıdır. Problemin çözümü de enerji bağıntısını minimuma indirgeyecek şekilde olmalıdır.

Poisson denklemi, düzgün, doğrusal ve izotropik malzemeler için (3.1), (3.2) ve (3.3) ile verilen temel elektromagnetik bağıntılar kullanılarak elde edilebilir. [8]

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (3.1)$$

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (3.2)$$

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (3.3)$$

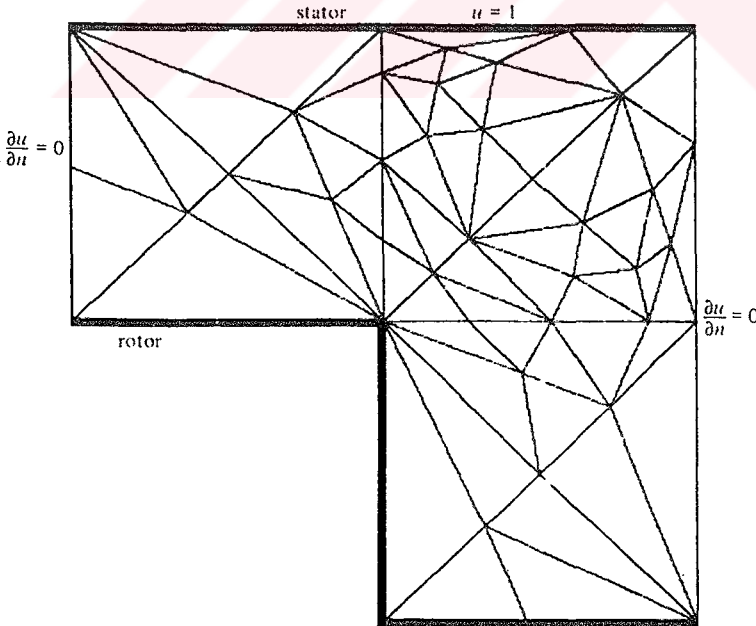
(2.2) ve (2.3) bağıntılarının (2.1) bağıntısında kullanılmasıyla Poisson denklemi

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (3.4)$$

şeklinde bulunur. Yüksüz ortamlarda yük yoğunluğu 0 olduğundan dolayı (3.4) bağıntısı Poisson denkleminin özel bir durumu olan

$$\nabla^2 V = 0 \quad (3.5)$$

Laplace denklemine dönüşür. Elektrik mühendisliğinde problemlerin büyük çoğunluğu iki boyutlu Laplace denkleminin çözümünü gerektirir. Örneğin, Elektrik makinalarında hava aralığındaki magnetik skaler potansiyel dağılımını belirleyebilmek için, bölgenin iç kısımlarında Laplace denklemi gözönüne alınır. Şekil 3.1 de bir elektrik makinasındaki oluk adımının yarısı gösterilmiştir. [9]



Şekil 3.1: Bir elektrik makinasındaki oluk adımının yarısı ve sonlu elemanlar modeli

Bu tip problemler için iki çeşit sınır koşulu vardır: İletken metal yüzey boyunca sabit potansiyel değerleri ile tanımlanan Dirichlet Koşulları ve simetrik yüzeyler boyunca normale göre alınan türevlerin sıfıra eşit olduğu Neumann Koşulları. Şekil 3.1 de bu koşulların sağlandığı bölgeler gösterilmiştir.

Alan problemlerinin çözümünde iki tip yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi Laplace veya Poisson denkleminin değişkenlere ayrılarak çözülmesidir. İkinci yaklaşım ise basit fonksiyonların bileşimi olarak verilen ve katsayıları henüz belli olmayan bir $V(x,y)$ potansiyelinin olduğu varsayımı ile depo edilen enerji $W(V)$ için oluşturulabilir. İki boyutlu bir alan için bölgede biriktirilen statik elektrik enerjisi

$$W(V) = \frac{1}{2} \iint |\nabla V|^2 dS \quad (3.6)$$

şeklinde verilebilir. $W(V)$ bağıntısını minimum yapan potansiyeller bulunur. Çünkü, enerji bağıntısını minimum yapan potansiyeller, Laplace denklemini de sağlayacaktır.

3.2.Sonlu Elemanlar Yönteminin Adımları

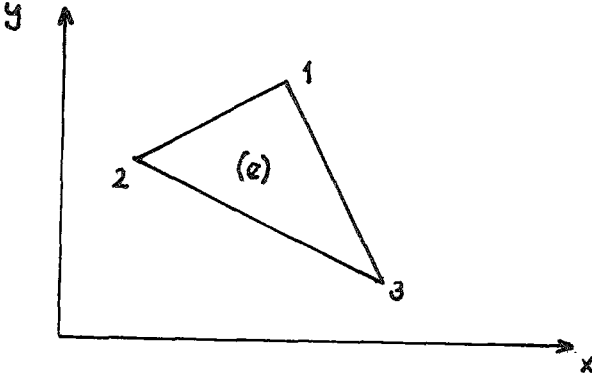
Herhangi bir problemin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü temelde dört adımdan oluşur:

- 1)Ayrıklaştırma denilen çözüm bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi
- 2)Bir elemana ait temel denklemlerin yazılması
- 3)Tüm elemanları birleştirilmesi
- 4)Elde edilen denklem sisteminin çözülmesi

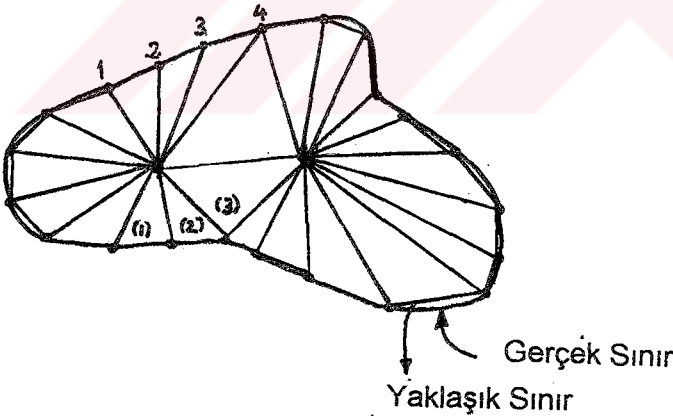
3.2.1.Ayrıklaştırma

Sonlu elemanlar yöntemi, kapalı bölgelere veya yapay olarak kapanmış bölgelere uygulanabilir. Çözüm bölgesinde kullanılan elemanlar üçgen veya dörtgen eleman olabilir. Genellikle sınırlara uyum sağlamasından dolayı üçgen elemanlar tercih edilir. Şekil 31 de söz konusu çözüm bölgesi sonlu elemanlara ayrılmıştır. Ele alınan problemin özelliğine göre çözüm bölgesi farklı büyüklükteki

elemanlara ayrılabilir. İsteğe göre bölge içindeki eleman yoğunluğu artırılarak çözümün doğruluğu artırılabilir. Şekil 3.2 de düğüm noktaları belirlenmiş x-y düzleminde tipik bir üçgensel sonlu eleman görülmektedir. Şekil 3.3 de ise herhangi bir bölgenin üçgensel elemanlarla alt bölgelere ayrılması gösterilmiştir.



Şekil 3.2: x-y düzleminde tipik bir üçgensel sonlu eleman.



Şekil 3.3: Bir bölgenin sonlu elemanlara ayrılması.

Şekil 3.3 te görüldüğü gibi, sınır üzerinde seçilen düğümlerin sıklaştırılması halinde yaklaşık sınır, gerçek sınıra yakınsayacak ve böylece sınırlar daha doğru belirlenecektir. Çözüm bölgesini sonlu elemanlara bölerek ağ oluşturma, bilgisayarlarda bu amaçla hazırlanmış otomatik ağ üretme programları ile yapılmaktadır.

3.2.2. Bir Elemana Ait Temel Denklemlerin Yazılması

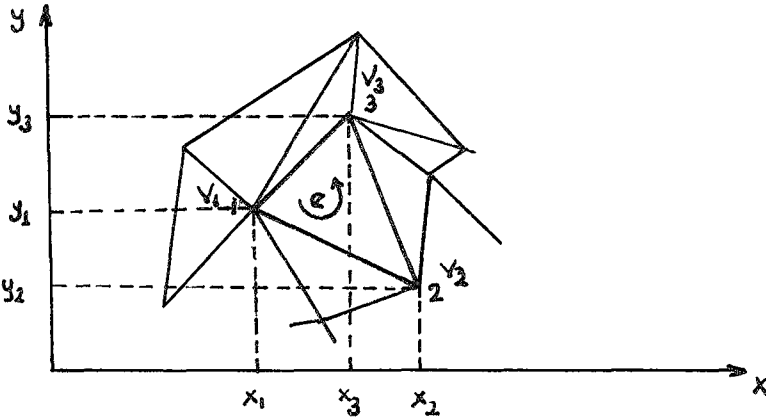
Eleman içindeki V potansiyelinin değişimi için bir yaklaşım işlevi tanımlanmalıdır. Karmaşık durumların tanımlanması için V potansiyeli polinom şeklinde tanımlanır. Bir boyutlu genel bir polinom

$$V = a_1 + xa_2 + x^2a_3 + \dots + x^ma_n \quad (3.7)$$

şeklindedir. Burada $a_1 \dots a_n$ polinomun katsayılarını, x de koordinat elemanlarını göstermektedir. İki boyutlu bir üçgen eleman için 1. dereceden yaklaşım işlevi

$$V^{(e)}(x,y) = a + bx + cy \quad (3.8)$$

ile gösterilebilir. Derece üçgen üzerindeki düğüm sayısı artar. $V^{(e)}$, e. elemanın potansiyeli eleman içinde sıfırdan farklı, eleman dışında sıfır değerindedir. Üçgen eleman içinde potansiyelin doğrudan değiştiği ve alan dağılımının düzgün olduğu varsayılır. Şekil 3.4 de üçgen eleman ve elemana ait düğüm koordinatları gösterilmiştir.



Şekil 3.4: Bir üçgen elemana ait düğüm koordinatları ve potansiyelleri

Her düğüme ait potansiyelleri

$$V_1 = a + bx_1 + cy_1 \quad (3.9)$$

$$V_2 = a + bx_2 + cy_2 \quad (3.10)$$

$$V_3 = a + bx_3 + cy_3 \quad (3.11)$$

şeklinde yazılıp matrisel forma getirilirse, a, b, c katsayılarına ait bağıntılar elde edilebilir.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

3.12 denkleminde a, b, c değerleri

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

bulunabilir. A üçgen elemanın alanı olmak üzere

$$2A = (x_2y_3 - x_3y_2) + (x_1y_2 - x_1y_3) + (x_3y_1 - x_2y_1) \quad (3.14)$$

bağıntısı yardımıyla üçgen elemanın yaklaşım işlevi

$$V(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} (x_2y_3 - x_3y_2) & (x_3y_1 - x_1y_3) & (x_1y_2 - x_2y_1) \\ (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

şeklinde olacaktır. Köşelerindeki potansiyel değerleri bilinen üçgensel bir elemanın içindeki herhangi bir (x,y) noktasındaki (3.15) bağıntısı ile bulunur. V(x,y) bağıntısı yeni bir fonksiyon olarak tek bir indis altında birleştirilirse

$$V(x,y) = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + \alpha_3 V_3 = \sum_{i=1}^3 \alpha_i V_i \quad (3.16)$$

α_i şekil fonksiyonlarına bağımlı (3.16) bağıntısı elde edilir. Şekil fonksiyonlarının en belirgin özelliği, bir elemana ait toplamalarının daima bir olmasıdır. Üçgen eleman için

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i(x,y) = 1 \quad (3.17)$$

olacaktır. Bir üçgen eleman içindeki enerji ise

$$W^{(e)} = \frac{1}{2} \int \varepsilon |E|^2 ds = \frac{1}{2} \int \varepsilon |\nabla V^{(e)}|^2 ds \quad (3.18)$$

şeklindedir. (3.19) bağıntısı ile verilen $\nabla V^{(e)}$ nin açık ifadesi (3.18) bağıntısına yerleştirilirse enerji bağıntısı

$$\nabla V^{(e)} = \sum_{i=1}^3 V_i \cdot \nabla \alpha_i \quad (3.19)$$

$$^{(e)} = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 V_i \left| \int \nabla \alpha_i \nabla \alpha_j ds \right| V_j \quad (3.20)$$

haline dönüşür. (3.20) bağıntısındaki parantez içindeki terim, eleman katsayılar matrisinin terimlerini oluşturacaktır.

$$C_{ij}^{(e)} = \int \nabla \alpha_i \nabla \alpha_j ds \quad (3.21)$$

olarak katsayılar matrisi belirtilirse, (3.20) bağıntısı matrisel olarak

$$\nabla V^{(e)} = \frac{1}{2} \varepsilon [V^{(e)}]^T [C^{(e)}] [V^{(e)}] \quad (3.22)$$

şeklinde yazılabilir. T üst indisi matrisin transpozisini göstermektedir.

$$[V^{(e)}] = \begin{bmatrix} V_1^{(e)} \\ V_2^{(e)} \\ V_3^{(e)} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$[C^{(e)}] = \begin{bmatrix} C_{11}^{(e)} & C_{12}^{(e)} & C_{13}^{(e)} \\ C_{21}^{(e)} & C_{22}^{(e)} & C_{23}^{(e)} \\ C_{31}^{(e)} & C_{32}^{(e)} & C_{33}^{(e)} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

olarak gösterilen katsayılar matrisinin $C_{ij}^{(e)}$ elemanı i ve j düğümleri arasında bir bağlantı olduğunu belirtir. Şekil fonksiyonlarından ve alan bağıntısından bu katsayılar elde edilebilir. Örneğin

$$\begin{aligned} C_{12}^{(e)} &= \int \nabla \alpha_1 \nabla \alpha_2 ds \\ C_{12}^{(e)} &= \frac{1}{4A^2} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] \int ds \\ C_{12}^{(e)} &= \frac{1}{4A} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] \end{aligned} \quad (3.25a)$$

Benzer şekilde

$$C_{13}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_2)(x_2 - x_1)] \quad (3.25b)$$

$$C_{23}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_3 - y_1)(y_1 - y_2) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_1)] \quad (3.25c)$$

$$C_{11}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_2 - y_3)^2 + (x_3 - x_2)^2] \quad (3.25d)$$

$$C_{22}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_3 - y_1)^2 + (x_1 - x_3)^2] \quad (3.25e)$$

$$C_{33}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_1 - y_2)^2 + (x_2 - x_1)^2] \quad (3.25f)$$

Ayrıca katsayılar matrisinin simetrik olmasından dolayı

$$C_{12}^{(e)} = C_{21}^{(e)}, C_{13}^{(e)} = C_{31}^{(e)}, C_{23}^{(e)} = C_{32}^{(e)} \quad (3.26)$$

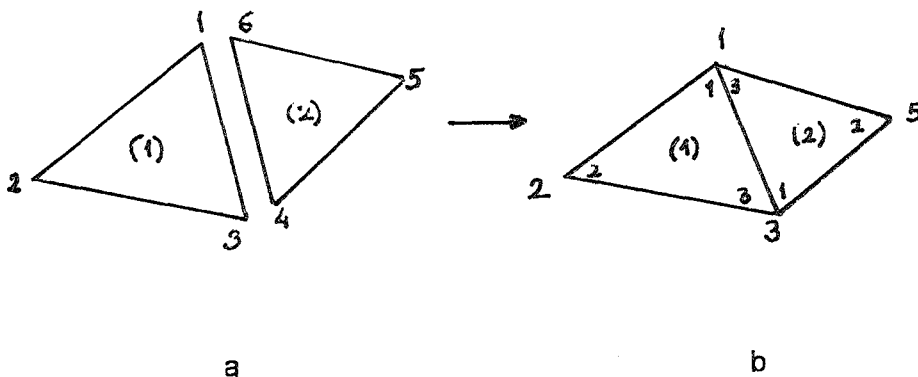
3.2.3.Çözüm Bölgesindeki Elemanların Birleştirilmesi

Elemanlara ait bağıntıların yazılmasının ardından gelecek adım, çözüm bölgesindeki tüm elemanların birleştirilmesidir. n düğüm sayısı, N eleman sayısı, $[C]$ ise tüm bölgenin eleman katsayılar matrisi olmak üzere, toplam enerji bütün eleman enerjilerinin toplamına eşittir. Enerji denklemi

$$\mathbf{W} = \sum_{e=1}^N \mathbf{W}^{(e)} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}[\mathbf{V}]^T [\mathbf{C}] [\mathbf{V}] \quad (3.27)$$

şeklinde elde edilir.

Bölgenin genel katsayılar matrisini elde etmek için tek tek elemanların katsayılar matrisinin birleştirilmesi gerekir. Bu birleştirme Şekil 3.5 da verilen örnek üzerinde açıklanacaktır.



Şekil3.5.a: Bitişik üçgen elemanların elektriksel olarak ayrı varsayıldığı durum.

b: Ayrık üçgen elemanların düğümlerinin birleştikten sonraki yeni durumu.

Henüz elemanların birleştirilmediği durum için potansiyeller

$$[V]_a^T = [V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5 \ V_6] \quad (3.28)$$

bölgenin enerjisi ise

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon [V]_a^T [C]_a [V]_a \quad (3.29)$$

şeklindedir. $[C]_a$ elemanları ayrıık bölgenin katsayılar matrisi olmak üzere

$$[C]_a = \begin{bmatrix} C_{11}^1 & C_{12}^1 & C_{13}^1 & 0 & 0 & 0 \\ C_{21}^1 & C_{22}^1 & C_{23}^1 & 0 & 0 & 0 \\ C_{31}^1 & C_{32}^1 & C_{33}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^2 & C_{45}^2 & C_{46}^2 \\ 0 & 0 & 0 & C_{54}^2 & C_{55}^2 & C_{56}^2 \\ 0 & 0 & 0 & C_{64}^2 & C_{65}^2 & C_{66}^2 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

olarak yazılabilir. (1) ve (2) elemanları birleştirildiğinde, $V_1 = V_6$ ve $V_3 = V_4$ olacaktır. a indisi, ayrıık durumdaki potansiyelleri, b indisi, birleşmiş durumdaki potansiyelleri ve $[B]$ de bağlantı matrisini göstermektedir. Yeni durumda potansiyel ifadesi

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix}_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_5 \end{bmatrix}_b \quad (3.31)$$

Bölgedeki toplam enerji değişmeyeceğinden

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon [V]_a^T [C]_a [V]_a = \frac{1}{2} \varepsilon [V]_b^T [C]_b [V]_b \quad (3.32)$$

yazılabilir. Bölgenin elemanları birleşmiş durudaki katsayılar matrisi

$$[C]_b = [B]^T [C]_a [B] \quad (3.33)$$

bağıntısından bulunabilir. Şekil 3.5 da üçgen elemanların içindeki sayılar yerel düğüm numaralarını, dışındaki sayılar ise genel düğüm numaralarını göstermektedir. Buna göre yeni katsayılar matrisi

$$[C]_b = \begin{bmatrix} C_{11}^1 + C_{33}^2 & C_{12}^1 & C_{13}^1 + C_{31}^2 & C_{32}^2 \\ C_{12}^1 & C_{22}^1 & C_{23}^1 & 0 \\ C_{13}^1 + C_{31}^2 & C_{32}^1 & C_{33}^1 + C_{11}^2 & C_{12}^2 \\ C_{23}^2 & 0 & C_{21}^2 & C_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

haline gelecektir. Katsayılar matrisinin bazı elemanlarında düğümlerin ortak kullanılmaları nedeniyle kesişmeler olacaktır. $C_{ij} = 0$ ifadesi i ve j düğümleri arasında bağlantı olmadığını gösterir. Katsayılar matrisi simetrik ve tekil bir matristir.

3.2.4.Elde Edilen Denklemlerin Çözümü

Gözönüne alınan problemin çözümü enerji bağıntısını minimuma indirgeyecek şekilde olmalıdır. Toplam enerji minimum olduğunda Laplace (ya da Poisson) denklemi sağlanmaktadır. Öyleyse enerjinin her bir düğüm noktasındaki kısmi türevi sıfır olmalıdır.

$$\frac{\partial W}{\partial V_1} = \frac{\partial W}{\partial V_2} = \dots = \frac{\partial W}{\partial V_n} = 0 \quad (3.35)$$

Örneğin Şekil 3.6 da $\partial W / \partial V_1 = 0$ olması için sonlu elemanlar grubunun genel katsayılar matrisini 3.27 bağıntısında kullanarak W nın $1^{(e)}$ ye göre türevi alınmalıdır. Bu durumda

$$\frac{\partial W}{\partial V_1} = 2V_1 C_{11} + V_2 C_{12} + V_3 C_{13} + V_4 C_{14} + V_2 C_{21} + V_3 C_{31} + V_4 C_{41} = 0 \quad (3.36)$$

olmalıdır. Genel olarak $\partial W / \partial V_k = 0$ ve n gruptaki eleman sayısı olmak üzere

$$\sum_{i=1}^n V_i \cdot C_{ik} = 0 \quad (k=1,2,3,\dots,n) \quad (3.37)$$

bağıntısı bütün düğümler için yazılır ve $[V]^T = [V_1, V_2, \dots, V_n]$ çözümünün elde edilebileceği bir denklem sistemi oluşturulur. Bu denklem sistemi bilgisayarlarda çok fazla kullanılan iterasyon yöntemi ile çözülmektedir.



BÖLÜM 4

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNE GÖRE HAZIRLANMIŞ FLD13 PAKET PROGRAMI

Elektrik mühendisliğinde magnetik alan teorisinin geliştiği ilk günden beri, başlangıç ve sınır değer problemlerinin çözümü temel amaç olmuştur. Pratikte her mühendislik uygulamasında sınır değer problemleri ile karşılaşilmektedir. Bu problemler farklı koşullarda kendini gösterir: Örneğin; yapısal analiz, ısı transferi, sıvı akışkan mekaniği, elektromagnetik alan vb.

Sonlu Elemanlar Yöntemi, probleme ilişkin denklem parametreleri doğru seçildiği takdirde bu sınır değer problemlerinin hepsine uygulanabilir. Bu denklemlerin hızlı ve kesin çözümü ancak bilgisayarlar yardımıyla olmaktadır. Gözönüne alınan çözüm bölgesinde her bir düğüme ait denklemlerin yazılması ve bu denklemlerin çözülmesi, bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle beraber mühendislik uygulamalarına büyük kolaylık getirmiştir.

4.1.Sonlu Elemanlar Yönteminin Program Akışı

Sonlu Elemanlar Yönteminin bilgisayara uygulanabilmesi için altprogramlara ihtiyaç vardır. Bunlardan biri çözüm bölgesini örten ağın oluşturulmasıdır. Ardından temel denklemlerin problemin yapısına uygun olarak seçilmiş koordinat sisteminde verilmesi gerekir. Yöntemin adımlarına uygun olarak tüm elemanların birleştirilmesi program içinde ayrı bir altprogramda yapılabilir. Son aşamada bilgisayarın elde edilen bu denklemleri çözmesiyle program tamamlanır.

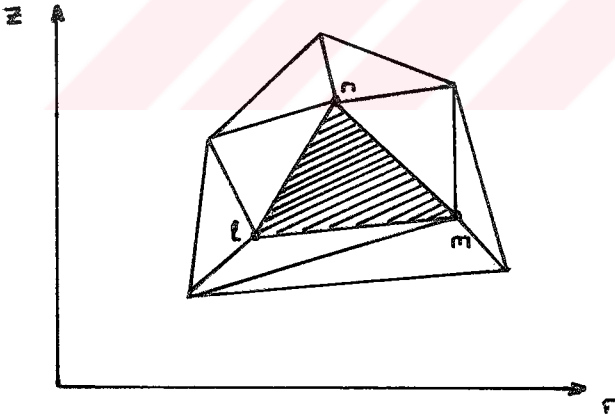
4.2.Elektromagnetik Alana İlişkin Sonlu Elemanlar Denklemlerinin Yazılması

Sonlu Elemanlar Yönteminde program yaparken polar ya da kartezyen koordinatlarda veya her ikisi ile birden çalışmak mümkündür. Örneğin problemin

çözümünde bir makinaya ait akı dağılımı inceleniyorsa, makinanın yapısına en uygun koordinat sistemi seçilmelidir. Kartezyen koordinatlarda transformatör gibi yatay, düşey ve diagonal düz çizgilere sahip şekillerin akı dağılımı çıkarılabilirken, polar koordinatlarda senkron makinalar gibi daireler ve dairesel yaylarla radyal çizgilerden oluşmuş şekillerin akı dağılımı incelenebilmektedir.

Bu çalışmada kullanılacak FLD13 paket programı, senkron makinalarda hava aralığına ait akı dağılımını sonlu elemanlar yöntemi ile çıkarmaktadır. Program, örnek olarak seçilmiş ve hesap sonuçları Bölüm 5 te verilmiş olan çıkık kutuplu senkron generatöre uygulanacaktır. Programda hava aralığına ait akı dağılımının çıkarılmasında kullanılan denklemler polar koordinatlarda yazıldığından burada iki boyutlu elektromagnetik alana ait bağıntılar polar koordinat sistemi için elde edilecektir.[13]

Polar koordinatlarda sözkonusu olan aksiyal ve radyal yönler Şekil 4.1 de gösterilmiştir. z-ekseni simetri eksenidir, pozitif yüzeysel yönü aşağıya doğrudur. Vektörel magnetik potansiyel A da pozitif yönünde olacaktır.



Şekil 4.1: Üçgensel elemanlar.

Magnetik akı yoğunluğu B ile vektörel magnetik potansiyel A arasında (4.1) bağıntısı ile verilen ilişki vardır.

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A} \quad (4.1)$$

Magnetik akı yoğunluğunun polar koordinatlarda eksenel ve radyal bileşenleri (4.2) ve (4.3) bağıntılarıyla verilmiştir.

$$B_z = \frac{A}{r} + \frac{\partial A}{\partial r} \quad (4.2)$$

$$B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad (4.3)$$

Magnetik akı yoğunluğunun hesaplanacağı bölge yöntem gereği küçük üçgensel elemanlara bölünür. Her eleman içindeki vektörel magnetik potansiyel A'nın lineer olarak değiştiği gözönüne alınmaktadır. Buna göre vektörel magnetik potansiyel A ya ait yaklaşım işlevi (4.4) bağıntısındaki gibi verilebilir.

$$A = a + br + cz \quad (4.4)$$

Magnetik akı yoğunluğunun radyal bileşeni, her üçgen eleman içinde sabitken, eksenel bileşen r'ye bağımlıdır. Bu sonuç (4.5) ve (4.6) bağıntılarından görülmektedir.

$$B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} = -c \quad (4.5)$$

$$B_z = \frac{A}{r} + \frac{\partial A}{\partial r} = \frac{A}{r} + b \quad (4.6)$$

Fakat sayısal çözüm yapılırken, üçgenler mümkün olduğunca küçük elemanlara bölünerek elemanın denge merkezindeki eksenel alan bileşeni, üçgenin bütünü için alınmaktadır. Öyleyse eksenel bileşen

$$B_z = \frac{A_c}{r_c} + b \quad (4.7)$$

bağıntısı ile verilebilir. r_c üçgen elemanın denge merkezindeki koordinatıdır. Eleman içindeki vektörel magnetik potansiyel lineer değiştiğinden dolayı, denge

merkezindeki vektörel magnetik potansiyel A_c , üçgenin üç düğümündeki vektörel magnetik potansiyel değerlerinin ortalamasıdır.

$$A_c = \frac{1}{3}(A_l + A_m + A_n) \quad (4.8)$$

Toplam akı yoğunluğu; akı yoğunluğu bileşenleri cinsinden

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_z^2} \quad (4.9)$$

şeklinde olacaktır. (4.5) ve (4.7) bağıntılarının (4.9) bağıntısında yerine konulmasıyla toplam akı yoğunluğu (4.10) bağıntısına dönüşecektir.

$$B = \sqrt{b^2 + c^2 + \frac{2A_c b}{r_c} + \frac{A_c^2}{r_c^2}} \quad (4.10)$$

Her üç düğüm için de (4.4) bağıntısı yazılabilir. Her düğümün vektörel magnetik potansiyeli için r ve z koordinatları değişirken üçgen eleman için a, b, c katsayıları değişmeyecektir. Şekil 4.1 de verilen üçgen eleman için elde edilen üç bilinmeyenli üç denklem matrisel halde (4.11) bağıntısında gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} A_l \\ A_m \\ A_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_l & z_l \\ 1 & r_m & z_m \\ 1 & r_n & z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Bu denklem takımındaki a, b, c katsayıları, denklemler çözülerek

$$a = \frac{1}{2S} [(r_m z_n - r_n z_m) A_l + (r_n z_l - z_n r_l) A_m + (r_l z_m - r_m z_l) A_n] \quad (4.12a)$$

$$b = \frac{1}{2S} [(z_m - z_n) A_l + (z_n - z_l) A_m + (z_l - z_m) A_n] \quad (4.12b)$$

$$c = \frac{1}{2S} \left[(r_n - r_m) A_l + (r_l - r_n) A_m + (r_m - r_l) A_n \right] \quad (4.12c)$$

biçiminde elde edilir. Burada S üçgen elemanın alanıdır. Eğer l, m, n düğümleri saat yönünün aksi yönde işaretlenirse S pozitifdir. Aksi halde alan değeri negatif çıkar. Bütün bir R bölgesi için toplam enerji fonksiyonu

$$= \iint_R \left(\int_0^R \frac{1}{\mu} b db \right) r dr dz - \iint_R J A r dr dz \quad (4.13)$$

bağıntısı ile verilebilir. Burada μ , ortamın magnetik geçirgenliği olup boşluğun magnetik geçirgenliği μ_0 ile bağıl magnetik geçirgenlik μ_r in çarpımına eşittir.

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad (4.14)$$

J magnetik akım yoğunluğu olmak üzere toplam enerji fonksiyonu minimuma sahip olduğu zaman Poisson denklemi sağlanacaktır. Bu durum

$$\frac{\partial W}{\partial A} = 0 \quad (4.15)$$

enerjinin bütün düğümlerdeki vektörel magnetik potansiyellere göre kısmi türevlerinin alındığı durumdur. Bir üçgen eleman içindeki enerji iki kısımda yazılabilir.

$$\bar{W} = W_1 + W_2 \quad (4.16)$$

$$W_1 = \iint_t \left(\int_0^R \frac{1}{\mu} b db \right) r dr dz \quad (4.16a)$$

$$W_2 = \iint_t -J A r dr dz \quad (4.16b)$$

W_1 in l düğümündeki vektörel magnetik potansiyele göre kısmi türevi alındığında

$$\begin{aligned}
\frac{\partial W_1}{\partial A_L} &= \iint_i \left(\frac{\partial}{\partial B} \int_0^R \frac{1}{\mu} b db \frac{\partial B}{\partial A_i} \right) r dr dz \\
&= \iint_i \left(\frac{1}{\mu} B \frac{\partial B}{\partial A_i} \right) r dr dz
\end{aligned} \tag{4.17}$$

bağıntısı elde edilir. (4.8) ve (4.10) bağıntıları kullanılarak

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B}{\partial A_i} &= \frac{1}{2B} \frac{\partial (B^2)}{\partial A_i} \\
&= \frac{1}{2B} \left(2b \frac{\partial b}{\partial A_i} + 2c \frac{\partial c}{\partial A_i} + \frac{2b}{3r_c} + \frac{2A_c}{r_c} \frac{\partial b}{\partial A_i} + \frac{2A_c}{3r_c^2} \right)
\end{aligned} \tag{4.18}$$

(4.12b), (4.12c) ve (4.18) bağıntıları kullanılarak da

$$\frac{1}{\mu} B \frac{\partial B}{\partial A_i} = \frac{1}{\mu} \left[b \frac{z_m - z_n}{2S} + c \frac{r_n - r_m}{2S} + \frac{1}{3r_c} \left(b + 3A_c \frac{z_m - z_n}{2S} + \frac{A_c}{r_c} \right) \right] \tag{4.19}$$

kısmi türev ifadesi yazılabilir. Üçgenin alanı S

$$S = \iint dr dz \tag{4.20}$$

bağıntısına eşit olduğundan (4.19) bağıntısı (4.17) bağıntısında yerleştirilirse kısmi türevin son hali

$$\frac{\partial W_1}{\partial A_i} = \frac{1}{\mu} \frac{r_c}{2} \left[b(z_m - z_n) + c(r_n - r_m) + \frac{1}{3r_c} \left(2Sb + 3A_c(z_m - z_n) + 2S \frac{A_c}{r_c} \right) \right] \tag{4.21}$$

şeklinde olacaktır. W_2 bağıntısında alan yerine konulduğunda (4.16b) bağıntısı (4.22) bağıntısına dönüşecektir.

$$W_2 = -J A_c r_c S \tag{4.22}$$

(4.8) ve (4.22) bağıntılarından enerjinin ikinci parçasına ait kısmi türev

$$\frac{\partial W_2}{\partial A_l} = -\frac{J r_c S}{3} \quad (4.23)$$

haline dönüşecektir. Toplam enerjinin I düğümündeki vektörel magnetik potansiyele göre kısmi türevi hesaplandığı zaman, yalnız I düğümüne bağlı üçgenlerin içindeki enerjilerinin toplamının gözönüne alınması gerekir. Öyleyse toplam türev ifadesi

$$\sum_T \frac{\partial (W_1 + W_2)}{\partial A_l} = 0 \quad (4.24)$$

olmalıdır. I düğümüne ait toplam ifadesi (4.21), (4.12b) ve (4.12c) bağıntıları gözönüne alınırsa W_1 için

$$\begin{aligned} \sum_T \frac{\partial W_1}{\partial A_l} = & A_l \sum_T \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{r_c}{4S} \left[(z_m - z_n)^2 + (r_n - r_m)^2 \right] + \frac{1}{3} (z_m - z_n) + \frac{2S}{18r_c} \right\} - \\ & + A_m \sum_T \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{r_c}{4S} \left[(z_m - z_n)(z_n - z_l) + (r_n - r_m)(r_r - r_n) \right] + \frac{1}{6} (z_m - z_l) + \frac{2S}{18r_c} \right\} \\ & + A_n \sum_T \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{r_c}{4S} \left[(z_m - z_n)(z_l - z_m) + (r_n - r_m)(r_m - r_l) \right] + \frac{1}{6} (z_l - z_n) + \frac{2S}{18r_c} \right\} \end{aligned} \quad (4.25)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı, koordinatlara bağımlı köşeli parantez değerlerinin sabit olarak alınmasıyla

$$\sum_T \frac{\partial W_1}{\partial A_l} = A_l \sum_T \frac{1}{\mu} k_{1l} + \sum \left(A_m \frac{1}{\mu} k_{2l} + A_n \frac{1}{\mu} k_{3l} \right) \quad (4.26)$$

şeklini alır. k_{1t}, k_{2t}, k_{3t} grup içinde her üçgen için farklı sabitlerdir.

Enerjinin W_2 kısmı ise (4.23) bağıntısından

$$\sum_T \frac{\partial W_2}{\partial A_t} = -\frac{1}{3} \sum_T J r_c S = k_T \quad (4.27)$$

bir sabite atanır. (4.24), (4.26) ve (4.27) bağıntılarından I düğümüne ait vektörel magnetik potansiyel

$$A_t = -\frac{1}{\sum_T \frac{1}{\mu} k_{1t}} \left[\sum_T \left(A_m \frac{1}{\mu} k_{2t} + A_n \frac{1}{\mu} k_{3t} \right) + k_T \right] \quad (4.28)$$

olacaktır. Bir düğümdeki vektörel magnetik potansiyel, çevresindeki düğümlerin vektörel magnetik potansiyelinin bir fonksiyonudur. Bütün bölge için çözüm iterasyon yöntemi ile yapılabilir.

4.3.FLD13 Paket Programı

Her ne kadar önceki bölümde prensibi açıklanmış olan Sonlu Elemanlar Yöntemi ile çıkık kutuplu bir senkron generatörde hava aralığı uyarma alan şeklini elde etmek için bir program yazılabilirse de çalışmanın amacı, konvensiyonel yolla hesabı yapılan çıkık kutuplu bir senkron generatörün değişik uyarma alanlarının birbiri ile mukayesesi olduğundan, bu yöntem kullanılarak yazılmış hazır bir paket program kullanılmıştır.

FLD13 Paket programı, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak hazırlanmış senkron makina programıdır. Aynı yöntem kullanılarak hazırlanmış elektrik makinalarında hava aralığı akı dağılımının çiziminde kullanılan FLD11 programının bir alt programı olarak çalışmaktadır. Senkron makinalarda hava aralığı akı dağılımının çıkarılmasını sağlayan bu program Fortran programlama dilinde yazılmıştır. Programın çalıştırılabilmesi için gözönüne alınan probleme ait 22 tane giriş bilgisi gerekmektedir. Program senkron makinanın dört farklı uyarma durumu için makinaya ait hava aralığı akı dağılımını çıkarabilmektedir. Giriş bilgisinde

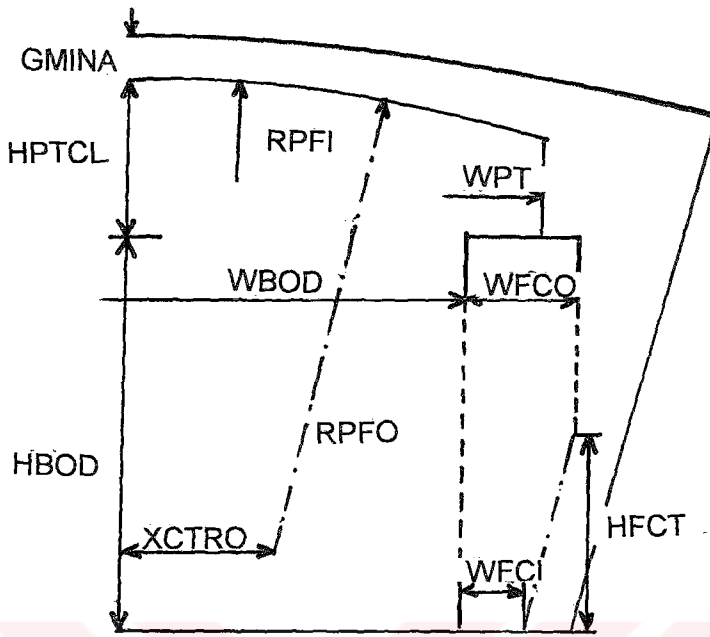
uyarma kodunu değiştirmek suretiyle bu yapılabilir.[12] Uyarma şekilleri ve onlara ait kodlar

- 1.Uyarma sargısı tarafından uyarma
- 2.Endüi sargısı tarafından d-ekseni boyunca uyarma
- 3.Endüi sargısı tarafından q-ekseni boyunca uyarma
- 4.Kutup eksenine en yakın amortisör sargısı tarafından q-ekseni boyunca uyarma

şeklindedir. Program çıkışları; kutup şekil faktörlerini, kutuplar arası kaçak akının geçirgenlik faktörlerini, hava aralığındaki akı yoğunluğunun geçirgenlik faktörlerini içermektedir. Hava aralığındaki akı yoğunluğunun harmonik analizi gerilimin dalga şeklinin bilinmesi için önemlidir. Kutup ayağının şeklinin değiştirilmesinin dalga şekli üzerindeki etkisi de bu analiz yardımıyla görülebilmektedir. Sonlu elemanlar yönteminin uygulanabilmesi için gereken ağ yapısı program tarafından otomatik olarak üretilmektedir. Programın çalıştırılabilmesi için gereken 22 tane giriş bilgisi Tablo 4.1 de tanımlanmıştır. Program senkron makinanın silindirik yapısından dolayı, hesaplamaları polar koordinatlarda yapmaktadır. Giriş bilgisindeki büyüklüklerin kutup üzerindeki yerleri şekil 4.2 de gösterilmiştir.

Tablo 4.1:FLD13 Programının çalıştırılabilmesi için gereken giriş bilgileri.

1	Uyarma kodu	1(Alan uyarmalı)
2	Akı çizgilerinin sayısı	50
3	Kutup sayısı	2p
4	Stator iç çapı	D_a
5	Minimum hava aralığı	GMINA
6	Carter faktörü	k_c
7	Kutup başına amortisör çubuk sayısı	Amortisör sargısı kullanılmadı
8	Kutup yüzeyinde amortisör çubukları arasındaki uzaklık	Amortisör sargısı kullanılmadı
9	Kutup eksenine en yakın amortisör çubuk uzaklığı	Amortisör sargısı kullanılmadı
10	Amortisör çubuk üstünde oluk genişliği	Amortisör sargısı kullanılmadı
11	Amortisör çubuk üzerinde oluk derinliği	Amortisör sargısı kullanılmadı
12	Amortisör çubuk çapı	Amortisör sargısı kullanılmadı
13	Kutup ekseninde kutup başı derinliği	HPTCL
14	Kutup başı genişliği	WPT
15	Kutup yüzey yarıçapı (iç)	RPFI
16	Kutup yüzey yarıçapı (dış)	RPFO veya δ_{max}
17	Dış yarıçapın kutup ekseninden x uzaklığı	XCTRO
18	Kutup gövde derinliği	HBOD
19	Kutup gövde genişliği	WBOD
20	Uyarma bobininin kalınlığı (dış)	WFCO
21	Uyarma bobininin kalınlığı (iç)	WFCI
22	Uyarma bobininde incelen kısım derinliği	HFCT



Şekil 4.2: Tablo 4.1. de tanımlanan büyüklüklerin kutup üzerindeki yerleri

FLD13 paket programında tüm hesaplamalar birim ampersarım üzerinden yapılmaktadır. Boyutlar mm cinsinden girilmelidir. Program çıkışındaki bilgilerde magnetik akı yoğunlukları T (tesla) birimindedir. Magnetik akı yoğunluğuna ait harmonik analizinde temel bileşen T biriminde, diğer bileşenler ise per-unit olarak verilmiştir.

BÖLÜM 5

ÖRNEK ALINAN SENKRON GENERATÖRDE DEĞİŞİK KUTUP AYAĞI ŞEKİLLERİNE GÖRE UYARMA ALANLARI VE UYARMA HARMONİKLERİNİN İNCELENMESİ

Plaka değerleri 3 MVA, 6300 V, 150 min^{-1} , $\cos\varphi=0.8$ olan bir çıkık kutuplu senkron generatörün hesabı konvansiyonel yolla yapılmıştır.[2] Hava aralığı uyarma alan şeklinin FLD13 paket programında incelenebilmesi için gereken giriş büyüklükleri aşağıda verilmiştir.

Kutup sayısı	$2p=40$
Kutup adımı	$\tau_p=291 \text{ mm}$
Stator iç çapı	$D_i=3710 \text{ mm}$
Hava aralığının minimum değeri	$\delta_0=4.3 \text{ mm}$
Kutup ayağı genişliği	$b_p=200 \text{ mm}$
Kutup ekseninden kutup ayağı yüksekliği	$h_{p1}=35 \text{ mm}$
Kutup gövde yüksekliği	$h_{p\varphi}=143 \text{ mm}$
Kutup gövde genişliği	$b_{p\varphi}=150 \text{ mm}$
Uyarma sargısının genişliği	$b_u=25 \text{ mm}$
Hava aralığının maksimum değeri	$\delta_{\max}=9.1 \text{ mm}$
Kutup yüzey yarıçapı	$R=1850.7 \text{ mm}$
Carter faktörü	$k_c=1.164$

Senkron generatöre ait tasarım yapılırken hava aralığındaki magnetik akı dağılımı sinüs formunda olacak şekilde kutup ayaklarına form verilmiştir. Bu form kutup ekseninden itibaren her x mesafesinde (Şekil 5.5.)

$$\delta_x = \frac{\delta_0}{\cos \frac{\pi \cdot x}{\tau_p}} \quad (5.1)$$

bağıntısını sağlayacak şekildedir.[2]

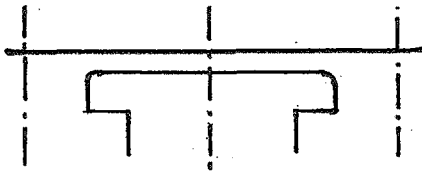
5.1.Farklı Kutup Ayağı Modelleri İçin Hava Aralığı Akı Dağılımı, Uyarma Alan Dağılımı ve Uyarma Alan Harmonikleri

Faraday yasasına göre statorda endüklenen gerilimin şekli, senkron makinalarda $v=sbt.$, $I=sbt.$ olduğundan hava aralığı alan şekline bağlı olacaktır. Yani statorda endüklenen e.m.k. nın şekli ile hava aralığı alan şekli ölçek farkı ile birbirinin aynısıdır.

Hava aralığı alan şeklinin sinüs formuna yakın olması, endüklenen e.m.k.nın da sinüs formunda olmasını sağlar. Standartlarda endüklenen gerilimin toleranslar dahilinde sinüs formunda olması istenir. Bu nedenle tasarım aşamasında kutup ayaklarına şekiller verilir. Çalışmada, ele alınan küçük güçlü çıkık kutuplu senkron generatörün kutup ayaklarına beş ayrı şekilde form verilerek hava aralığı uyarma alan şekilleri elde edilmiştir.

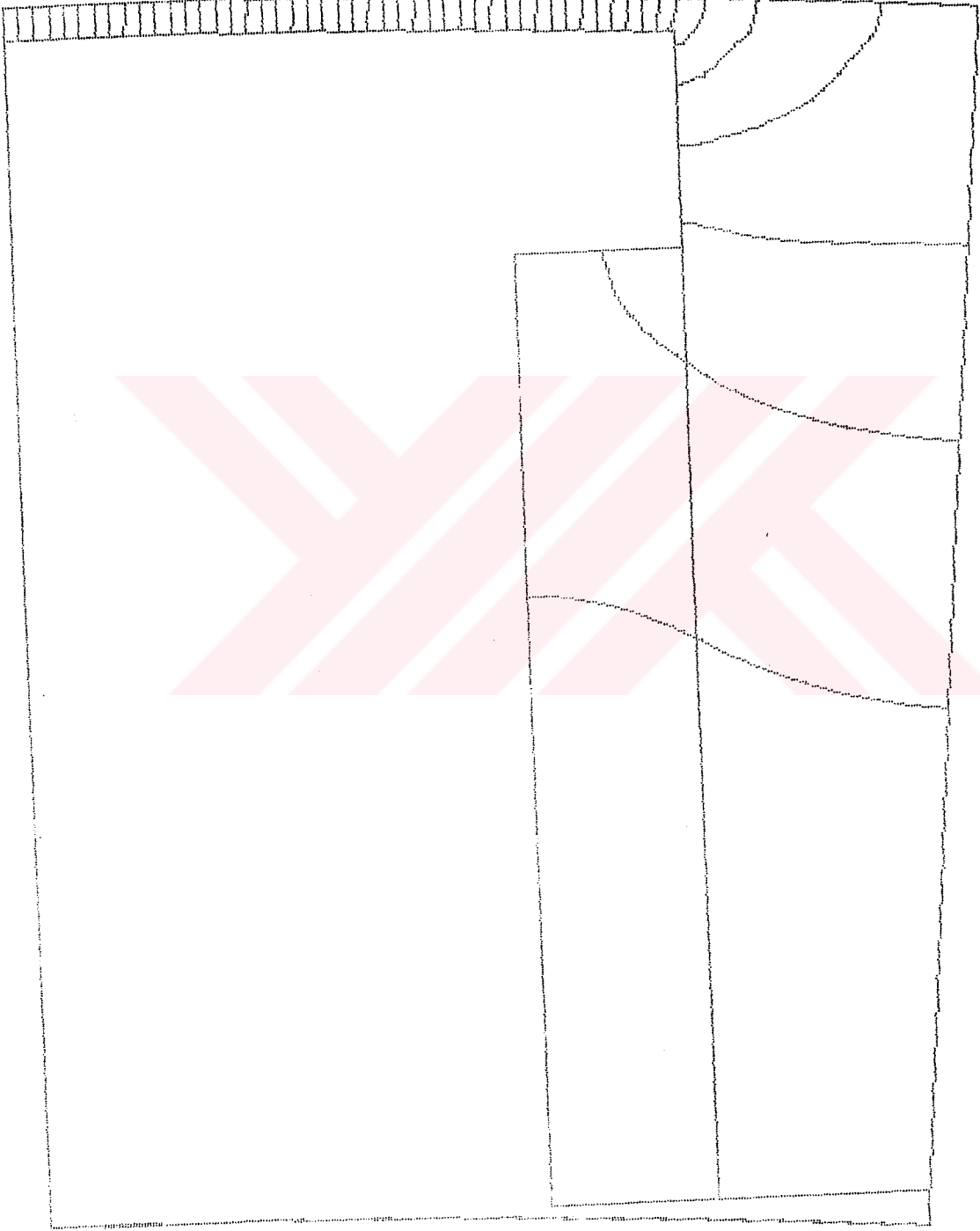
5.1.1.Model 1

Bu modelde hava aralığı tüm kutup yayı boyunca sabittir, dolayısıyla alan şekli dikdörtgene yakın olacaktır. Modele ait prensip kutup şekli Şekil 5.1. de verilmiştir.



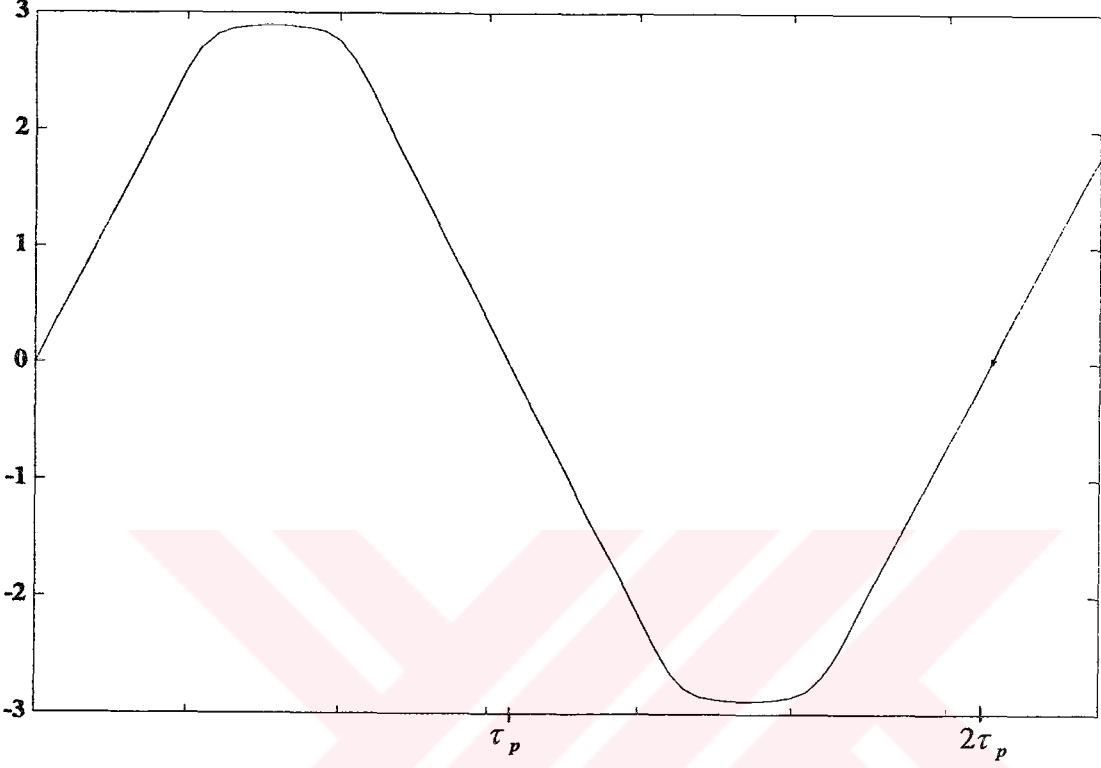
Şekil 5.1: Model 1 e ait kutup prensip şekli.

Bu modelin örnek senkron generatöre uygulanmasında, hava aralığı 4.3 mm de sabit tutulmaktadır. Generatöre ait hava aralığı akı dağılımı ise Şekil 5.2. deki gibidir. Hava aralığındaki bu akı dağılımı, gerçek kutup boyutlarında bir kutup için elde edilmiştir.

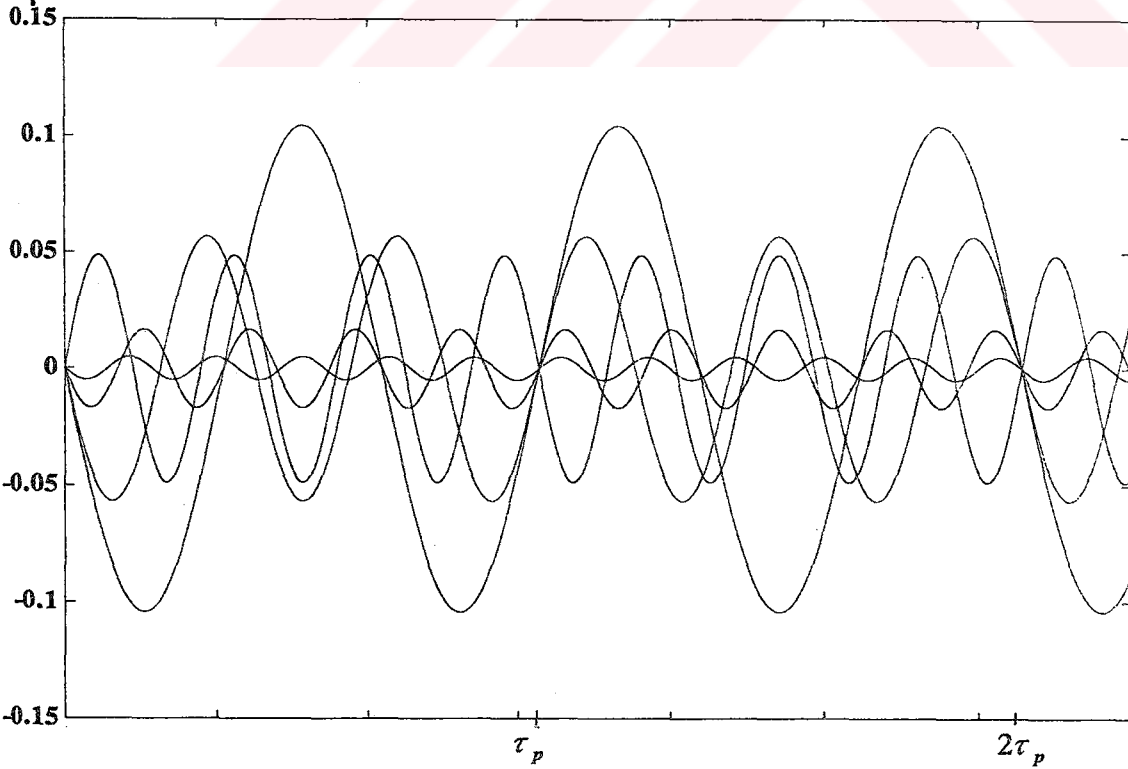


Şekil 5.2: Model 1 in hava aralığındaki akı dağılımı ve kutup şekli.

Uyarma alanına ait harmonikler FLD13 programı çıkışında elde edilmiştir. Model 1 e ait hava aralığı uyarma alanı iki kutup için Şekil 5.3 te gösterilmiş, Şekil 5.4 te ise bu uyarma alanına ait harmonikler çizdirilmiştir.



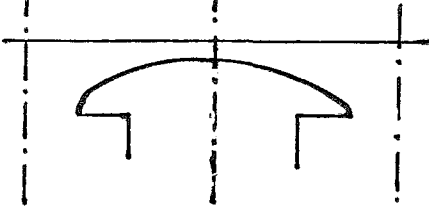
Şekil 5.3: Model 1 e ait hava aralığı uyarma alanı .



Şekil 5.4: Model 1 e ait uyarma alanının harmonikleri.

5.1.2.Model 2

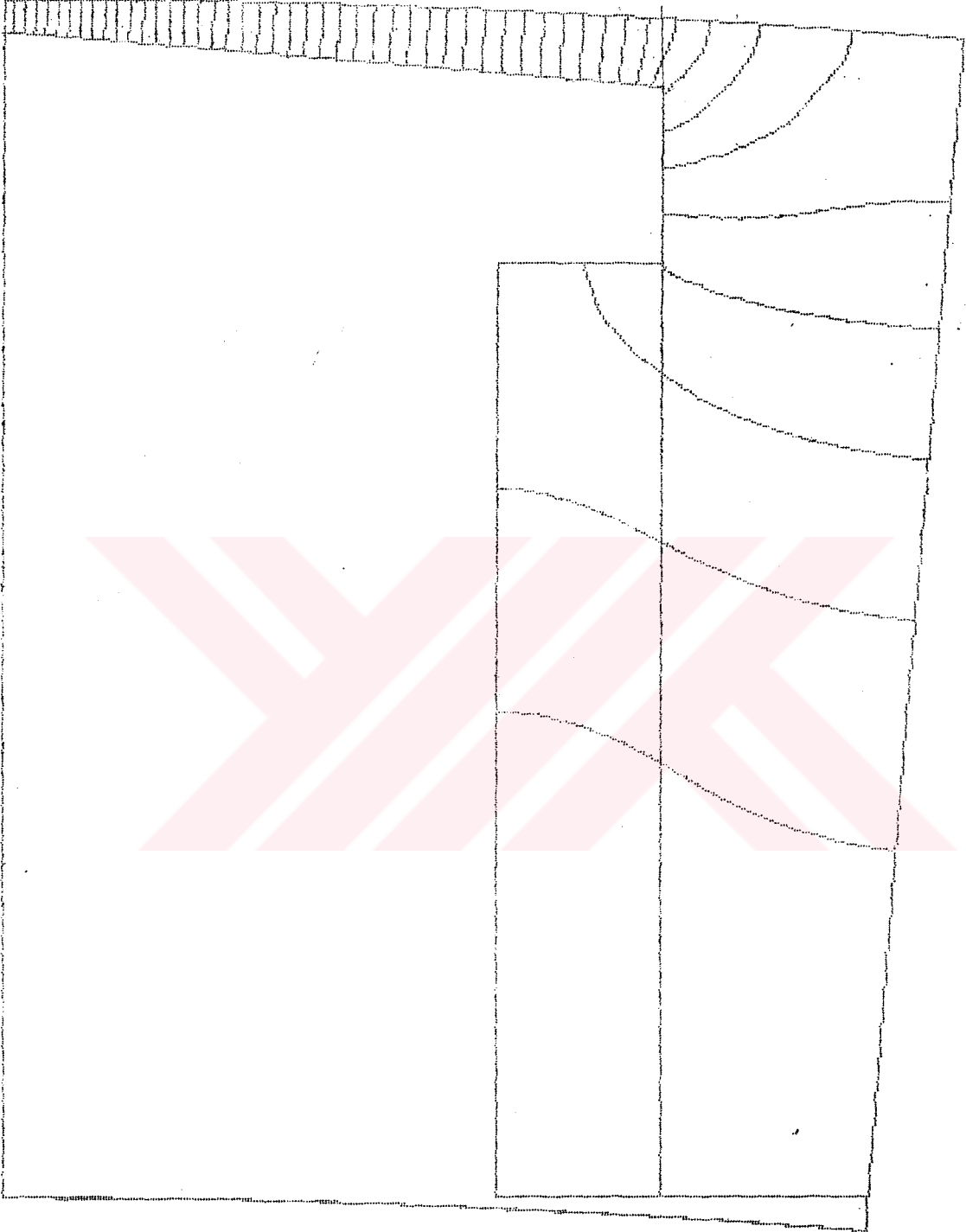
Bu kutup ayağı modelinde, hava aralığındaki büyüme kutup ekseninden itibaren her noktada sinüs fonksiyonunu sağlayacak şekilde olmalıdır. Modele ait prensip kutup şekli Şekil 5.5. te gösterilmiştir.



Şekil 5.5: Model 2 ye ait kutup prensip şekli.

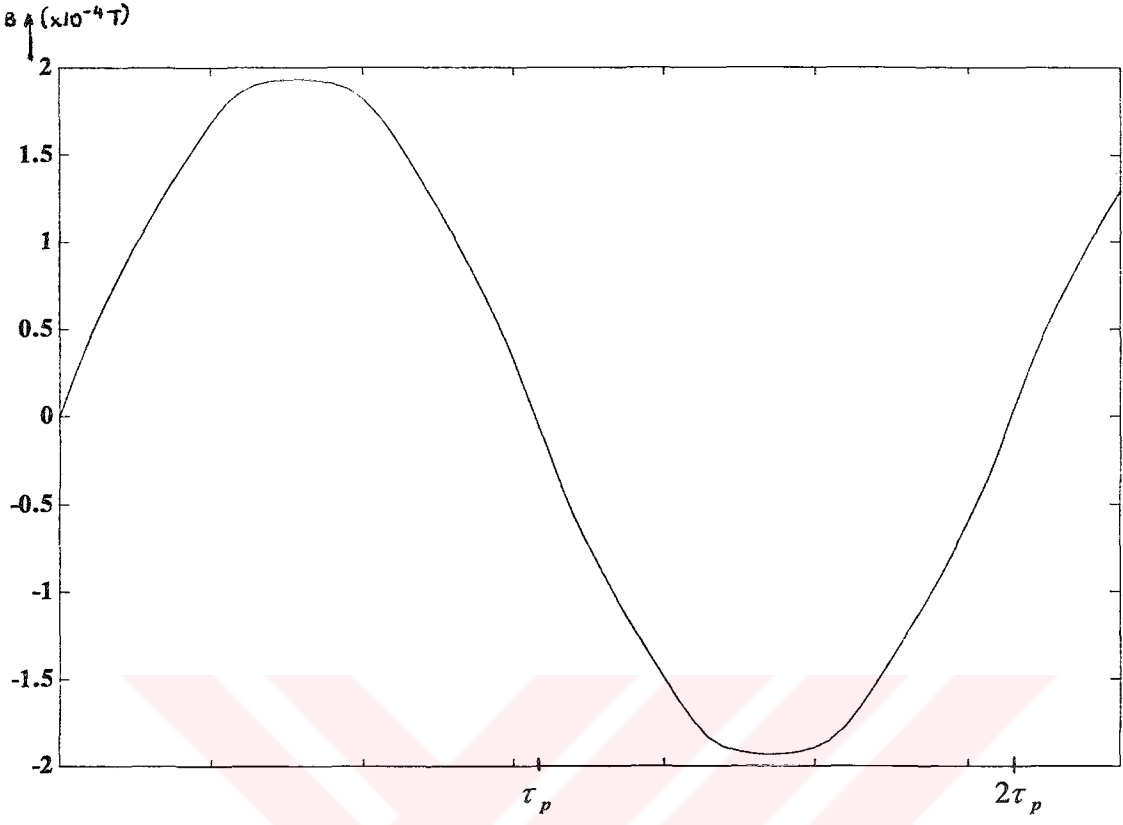
Bu modelde kutup ayağı alan şekli (5.1) bağıntısını gerçekleyecek şekilde olmalıdır. Buna göre gözönüne alınan örnek senkron generatör için kutup sonunda maksimum hava aralığı 9.1 mm olmalıdır. Minimum hava aralığı ise gene 4.3 mm dir.

Bu kutup ayağı şekline karşı elde edilen hava aralığı akı dağılımı Şekil 5.6 daki gibi olacaktır.

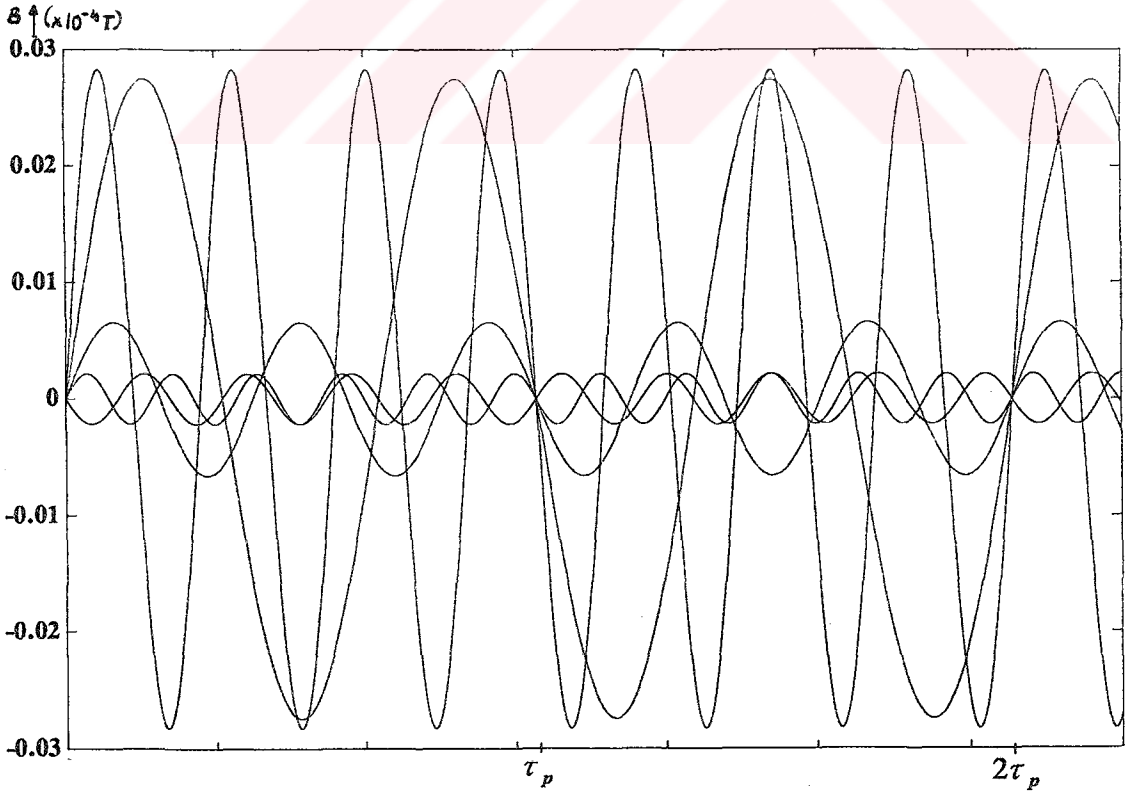


Şekil 5.6:Model 2 ye ait hava aralığı akı dağılımı ve kutup ayağı şekli

Model 2 ye ait uyarma alanı Şekil 5.7 de, uyarma alanı harmonikleri ise Şekil 5.8 de verilmiştir.



Şekil 5.7: Model 2 ye ait uyarma alanı.



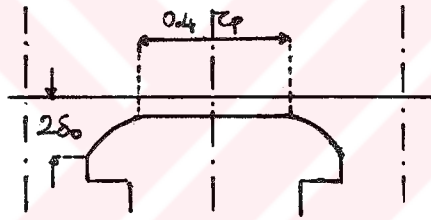
Şekil 5.18: Model 2 ye ait uyarma alan harmonikleri.

5.1.3.Model 3

Bu kutup ayağı şekli, hava aralığının belli bir bölgede sabit tutulduğu kutup ayağı şeklindedir. Kutup ortası altında $0.4\tau_p$ kadar bir bölgede hava aralığı sabit yani minimum değerinde tutulur ve bundan sonra kutup ayağı sonuna kadar hava aralığı $2\delta_0$ değerine kadar büyütülür.

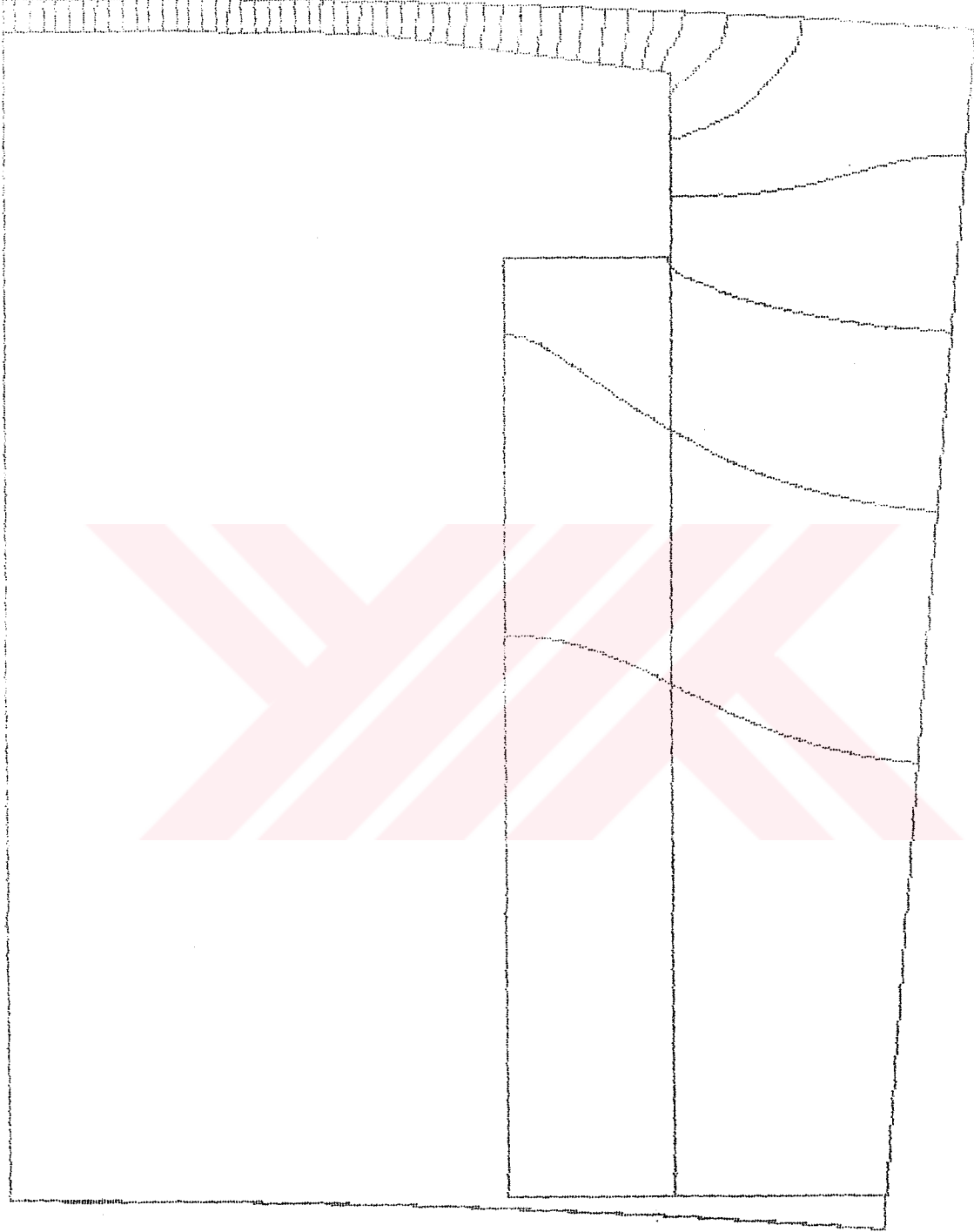
Gözönüne alınan örnek senkron generatör için minimum hava aralığı 4.3 mm, maksimum hava aralığı ise 8.6 mm olacaktır.

Hava aralığının $0.4\tau_p$ kadar bir bölgede sabit tutulmasına ilişkin prensip kutup şekli Şekil 5.9 da verilmiştir.



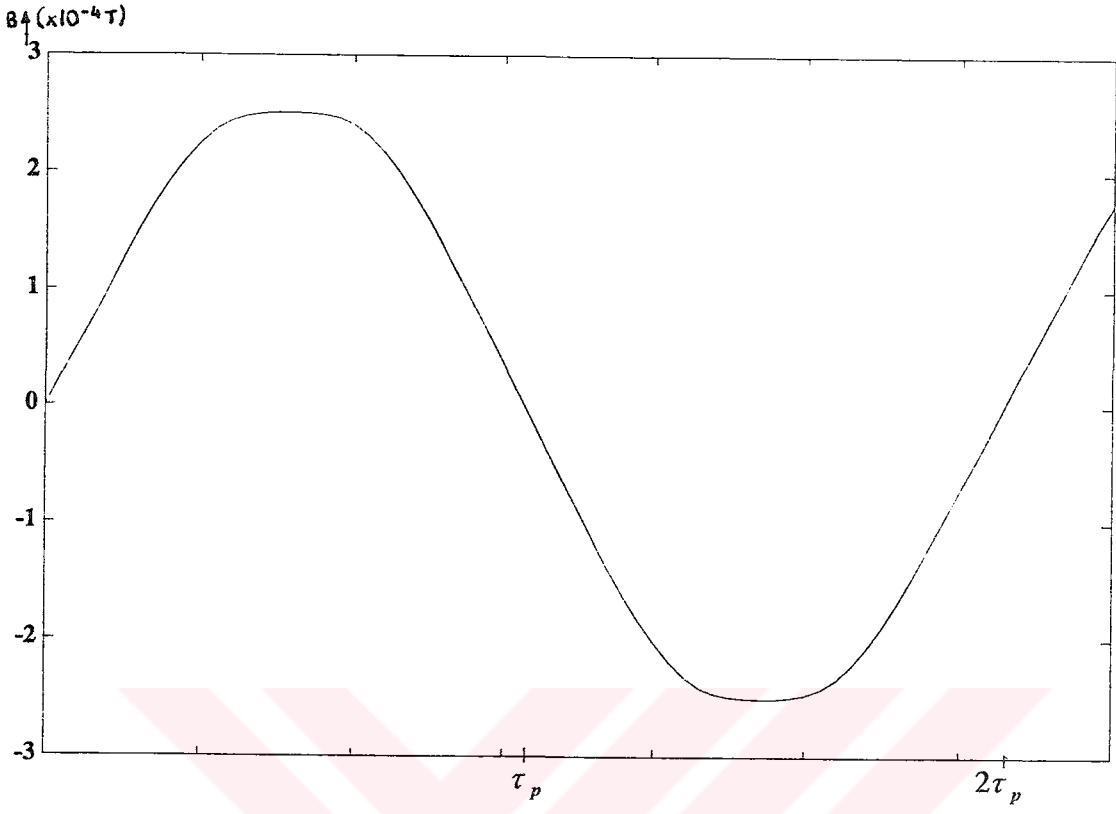
Şekil 5.9: Model 3 e ait kutup prensip şekli.

Bu kutup ayağı şekline karşı elde edilen hava aralığı akı dağılımı Şekil 5.10 daki gibi olacaktır. $0.4\tau_p$ bölgesi, kutup adımı 291mm olduğundan, 58 mm ye karşılık gelecektir.

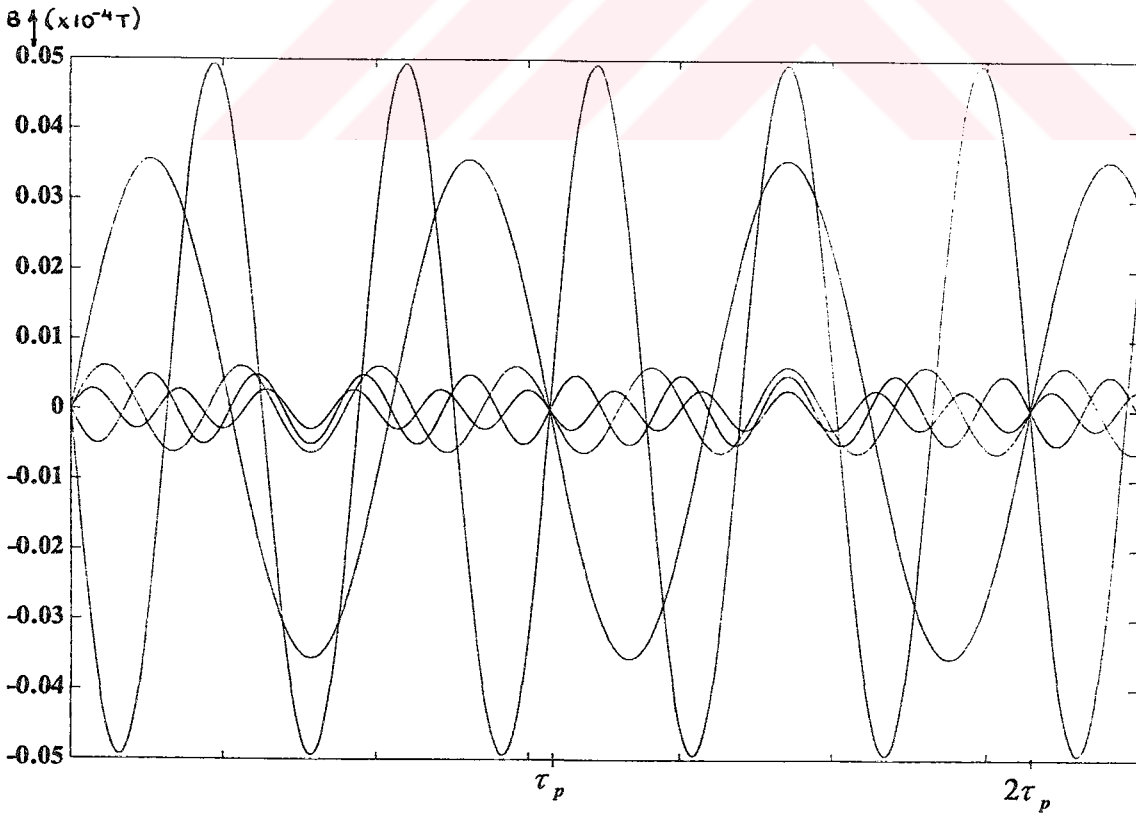


Şekil 5.10: Model 3 e ait hava aralığı akı dağılımı ve kutup ayağı şekli.

Model 3 e ait uyarma alanı Şekil 5.11 de, uyarma alanı harmonikleri ise Şekil 5.12 de verilmiştir.



Şekil 5.11: Model 3 e ait uyarma alanı.

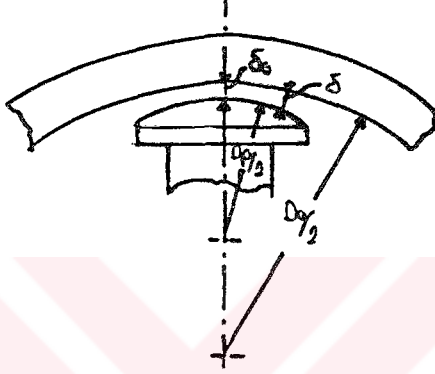


Şekil 5.12: Model 3 e ait uyarma alan harmonikleri.

5.1.4. Model 4

Bu model, kutup ayaklarının endüi eksenine göre eksantrik yapılmasıdır. Yani endüi (stator) yarıçapının merkezi ile kutup yayının oluşturduğu dairenin merkezi birbiri ile çakışmayacaktır. Bölüm 2.2.1. de bu yöntemden detaylı bir şekilde bahsedilip, konuya ilişkin bağıntılar çıkarılmıştır.

Bu modele ait kutup prensip şekli Şekil 5.13 te verilmiştir.



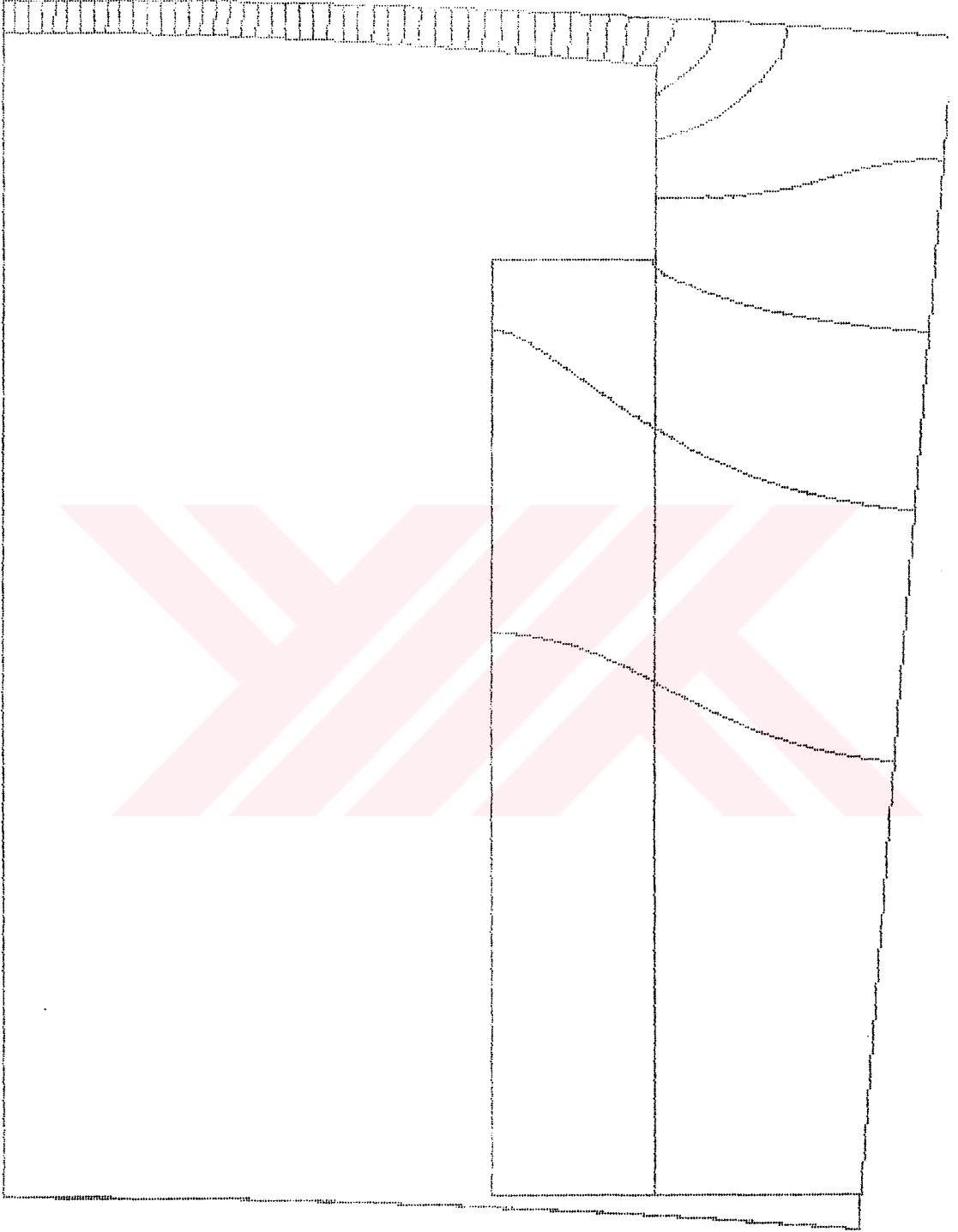
Şekil 5.13: Model 4 e ait kutup prensip şekli.

Gözönüne alınacak olan bağıntı yaklaşık olarak elde edilen

$$R_p \approx \frac{1-3\delta_0/R}{1+(1.83p^2-2)\delta_0/R} R \quad (5.2)$$

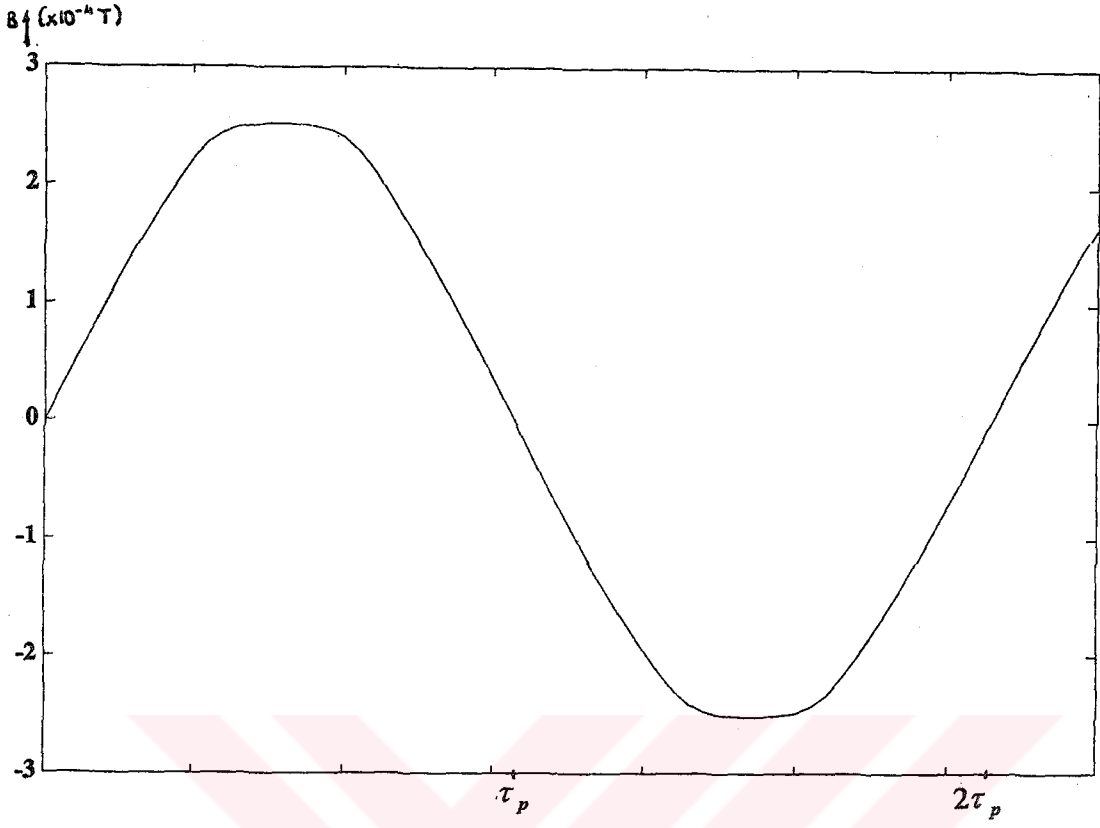
bağıntısıdır. Bu bağıntı $p \geq 2$ için geçerlidir. Örnek senkron generatör için δ_0/R oranı 0.0012 olacaktır. Bölüm 2.2.1 de farklı kutup sayıları için R_p/R oranları elde edilmişti. Burada bu oran 0.52 olacaktır.

Bu kutup ayağı şekline karşı elde edilen hava aralığı akı dağılımı Şekil 5.14 deki gibi olacaktır.

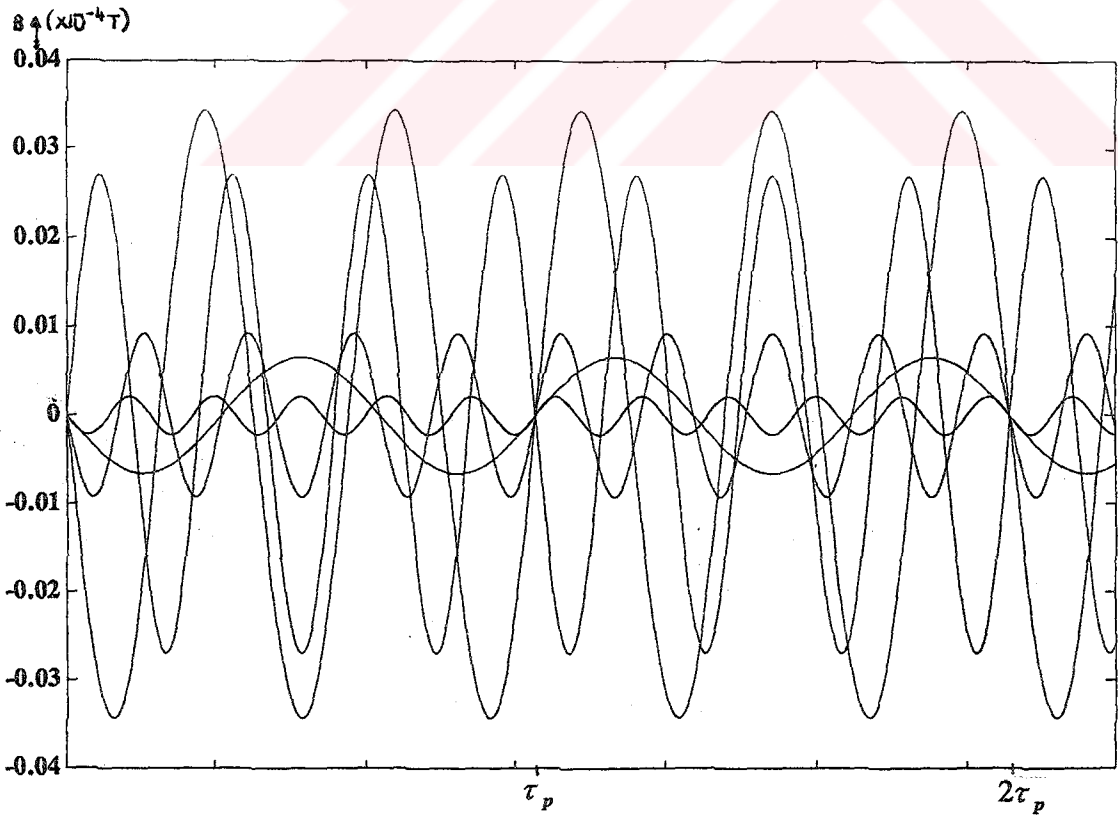


Şekil 5.14:Model 4 e ait hava aralığı akı dağılımı ve kutup ayağı şekli.

Model 4 e ait uyarma alanı Şekil 5.15 de, uyarma alanı harmonikleri ise Şekil 5.16 de verilmiştir.



Şekil 5.15: Model 4 e ait uyarma alanı.

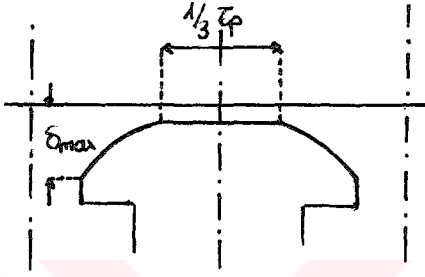


Şekil 5.16: Model 4 e ait uyarma alan harmonikleri.

5.1.5.Model 5

Bu son modelde kutup ayağı, kutup ortasında $1/3$ oranında sabit tutulur. Daha sonra kutup sonuna kadar hava aralığı Model 2 de verilen (5.1) bağıntısını sağlayacak şekilde açılır.

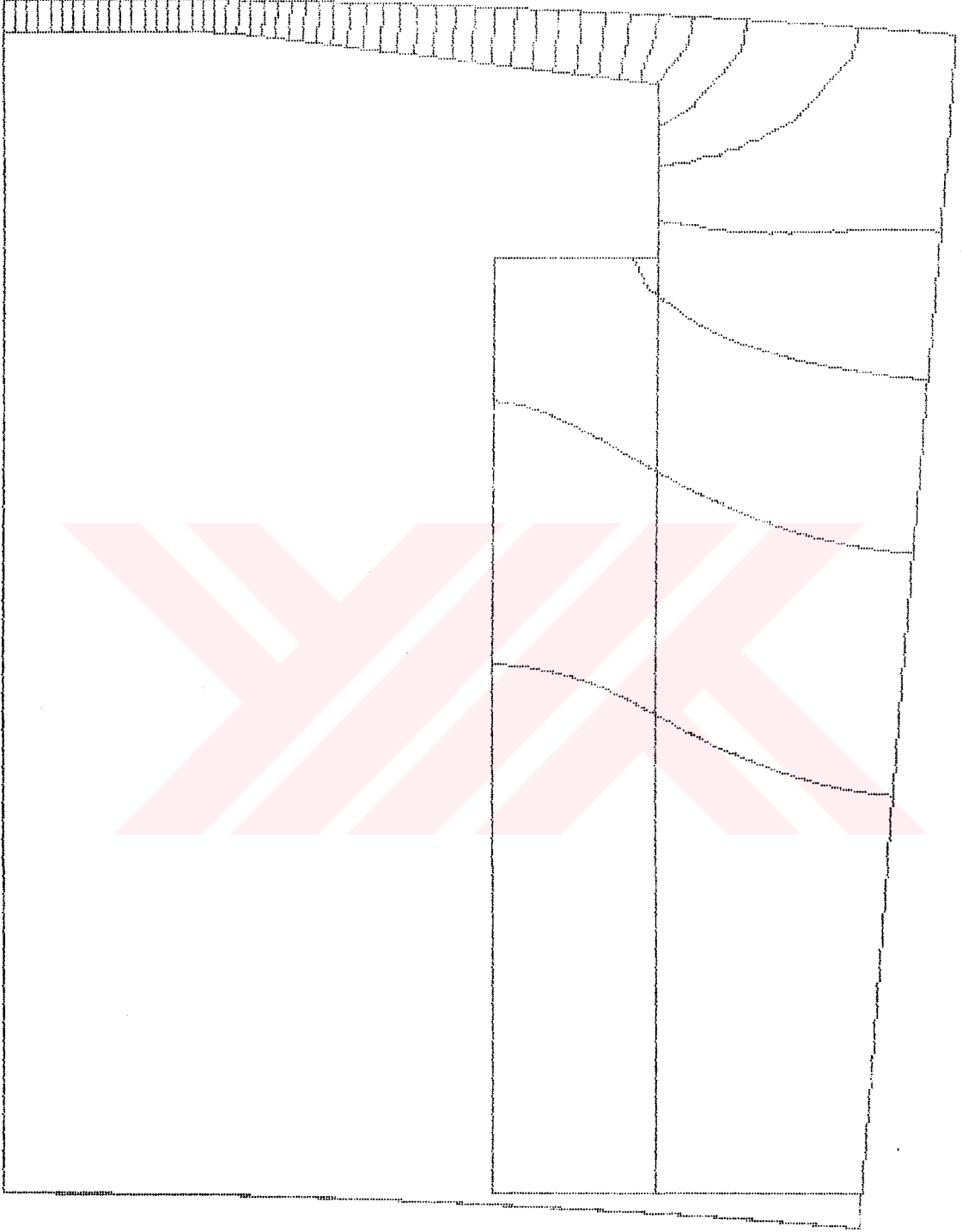
Modele ilişkin kutup prensip şekli Şekil 5.17 te verilmiştir.



Şekil 5:17 Model 5 e ait kutup prensip şekli

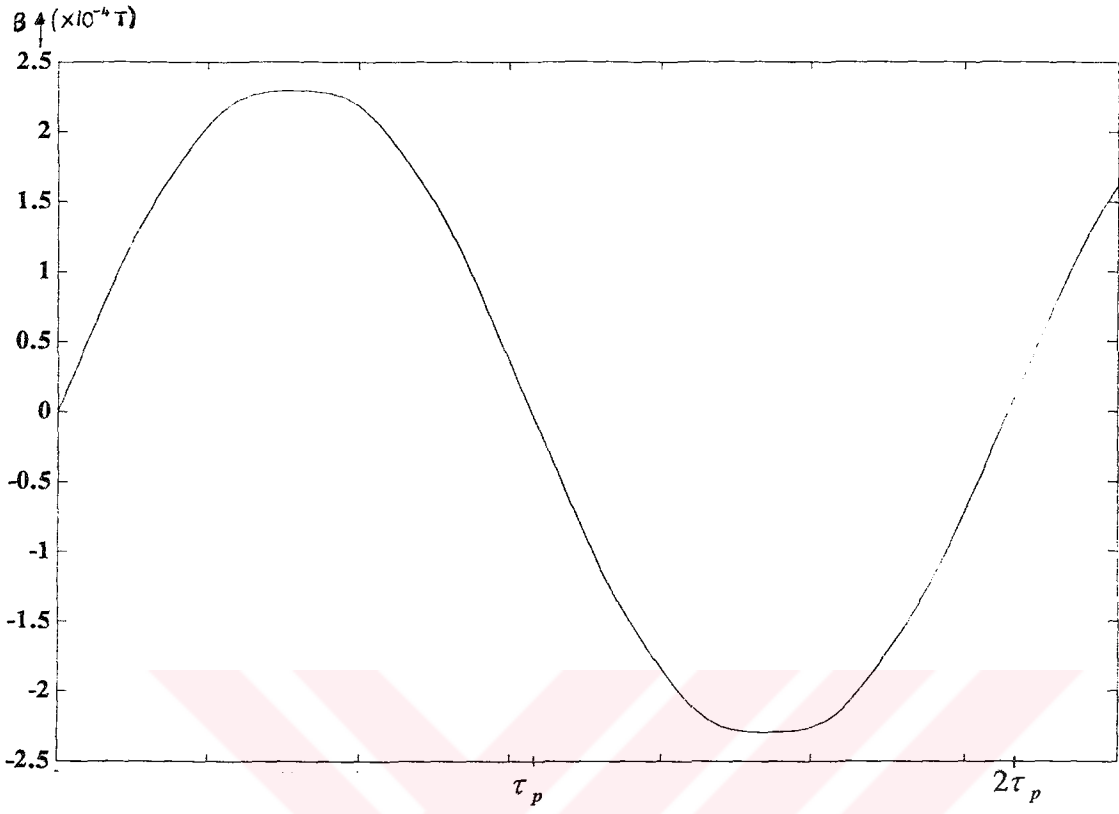
Örnek senkron generatör için hava aralığı, kutup ortasından itibaren 66 mm lik kısımda sabit tutulacak, daha sonra hava aralığının maksimum değeri 9.1 mm olacak şekilde hava aralığı açılacaktır.

Bu kutup ayağı şekline karşı elde edilen hava aralığı akı dağılımı Şekil 5.18 deki gibi olacaktır.

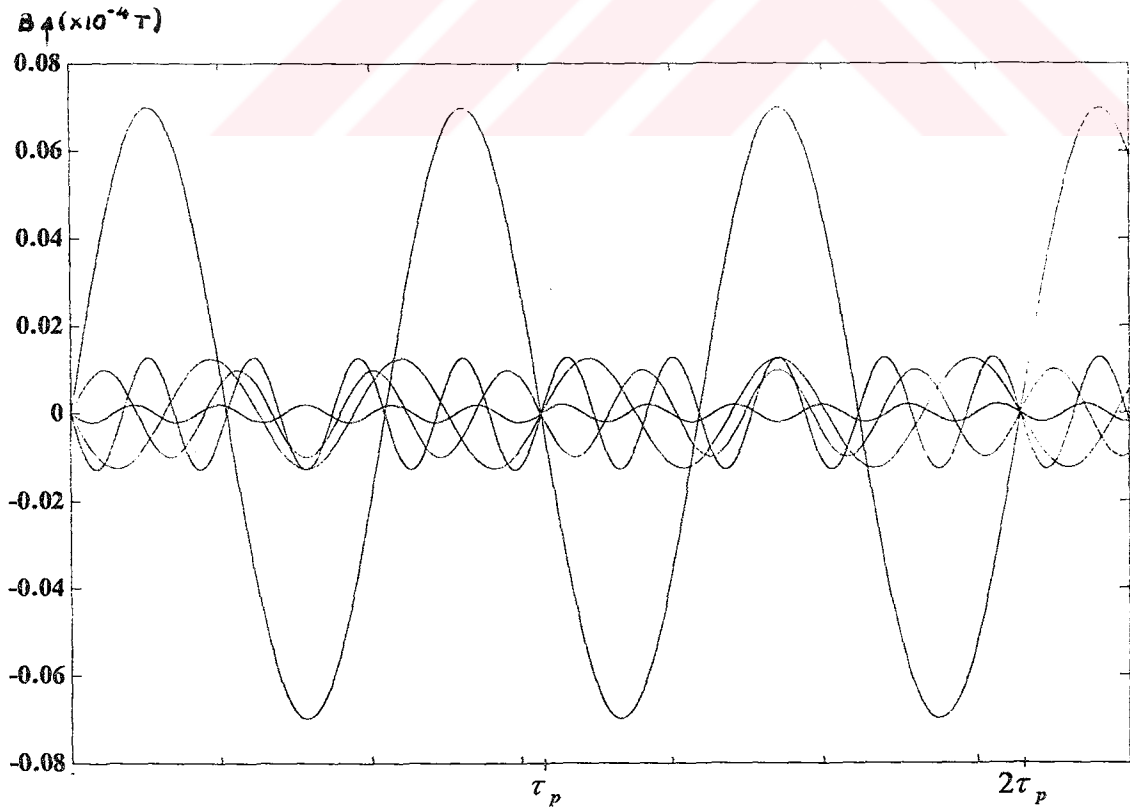


Şekil 5.18:Model 5 e ait hava aralığı akı dağılımı ve kutup ayağı şekli.

Model 5 e ait uyarma alanı Şekil 5.19 da, uyarma alanı harmonikleri ise Şekil 5.20 de verilmiştir.



Şekil 5.19: Model 5 e ait uyarma alanı.

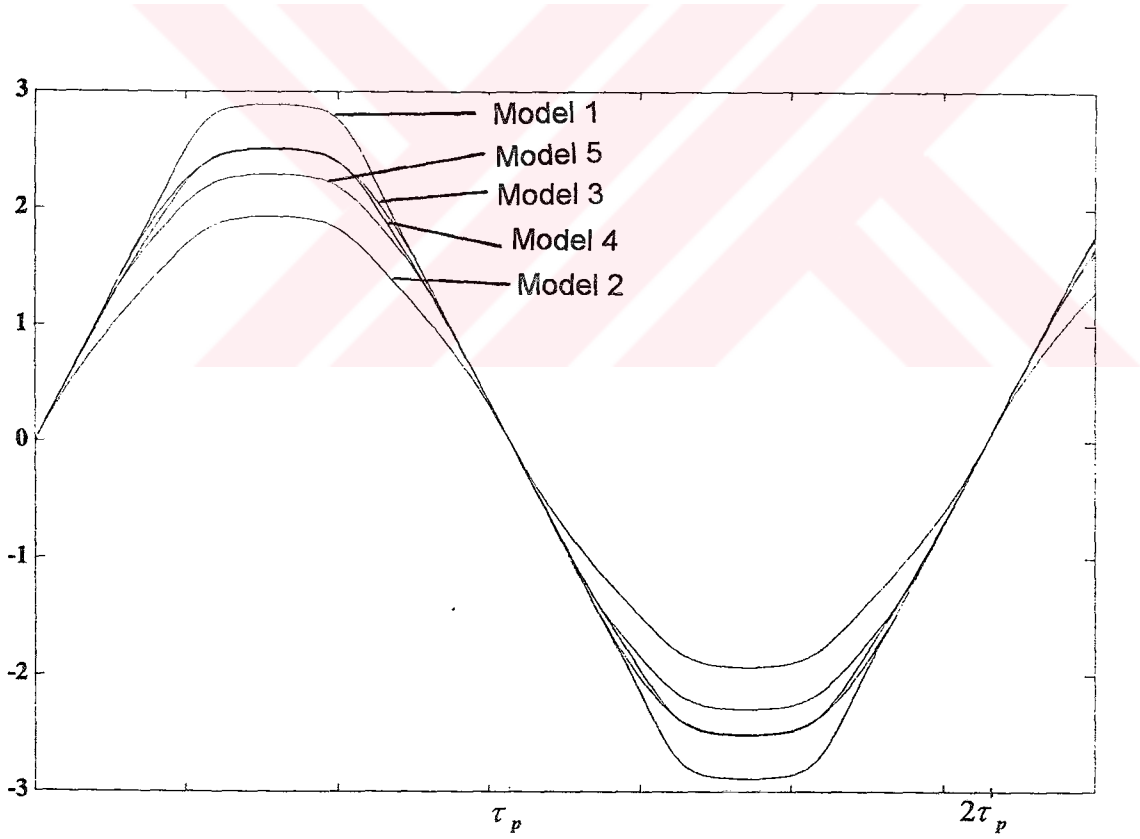


Şekil 5.20: Model 5 e ait uyarma alan harmonikleri.

BÖLÜM 6

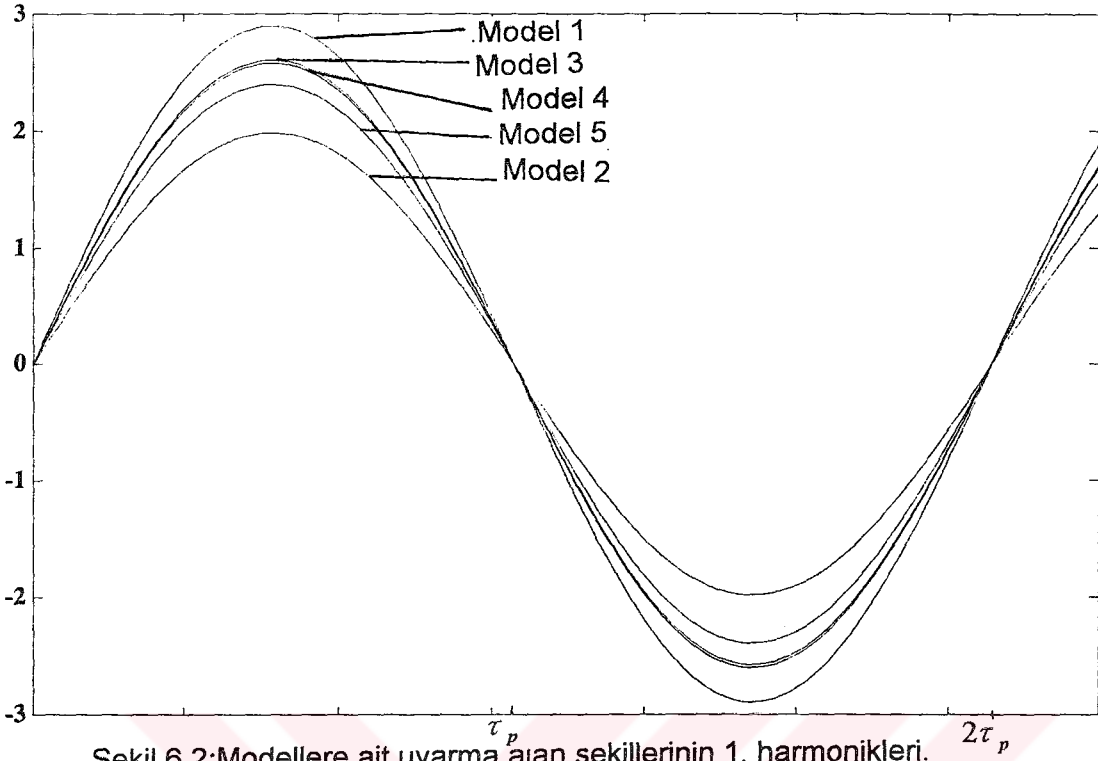
SONUÇ VE ÖNERİLER

Örnek alınan 3 MVA, 6300 V, $150 \text{ min}^{-1} \text{ min}^{-1}$, $\cos\varphi=0.8$ olan bir çıkık kutuplu senkron generatör literatürde önerilen beş farklı kutup ayağı şekli için hava aralığı uyarma alan şekilleri incelenerek sonuçlar toplu halde Şekil 6.1. de verilmiştir.



Şekil 6.1: Modellere ait uyarma alan şekillerinin toplu halde gösterilmesi.

Değişik kutup ayağı şekillerine göre uyarma alanının birinci harmonikleri toplu halde Şekil 6.2. de gösterilmiştir.



Şekil 6.2:Modellere ait uyarma alan şekillerinin 1. harmonikleri.

Elde edilen şekiller ve tablo değerleri senkron generatörün boşa çalışma durumu gözönüne alınarak çıkartılmıştır.

Uyarma alanlarına ait harmonik değerleri her bir model için ayrı ayrı Tablo 6.1.de verilmiştir. Buradaki değerler birim ampersarım için elde edilmiş değerlerdir.

Tablo 6.1: Herbir modele ait uyarma alanı harmonik değerleri (Birim ampersarım için verilmiştir.)

	1.HAR.	3.HAR.	5.HAR.	7.HAR.	9. HAR.	11. HAR.	13. HAR.
MODEL 1	2.897	-0.313	-0.284	0.3406	-0.1521	-0.054	0.1405
MODEL 2	1.983	0.0824	0.0328	0.198	-0.0194	0.0237	0.0592
MODEL 3	2.604	0.1068	-0.247	0.04317	-0.04476	0.0311	0.05528
MODEL 4	2.578	-0.0199	-0.17179	0.189	-0.0835	-0.02418	0.068
MODEL 5	2.396	0.2097	-0.0627	0.0697	-0.115	-0.0219	0.0352

Elde edilen şekiller ve tablodan görüleceği gibi en yüksek birinci harmonik MODEL 1 e aittir. Fakat kutup ayağı boyunca hava aralığının sabit olması nedeniyle diğer harmonikler de çok yüksektir. Bu da etkin birinci harmoniğe nazaran hava aralığındaki uyarma alan şeklinin sinüs formundan uzak, trapez şeklinde olmasına sebep olmaktadır.

MODEL 2 de hava aralığının çok büyümesi hava aralığındaki magnetik direnci arttırmakta bunun sonucunda da magnetik endüksiyon değeri çok düşmektedir. Magnetik alan şiddetinin(magnetik endüksiyon) düşmesi doğal olarak endüklenen gerilim değerinin de düşmesi demektir.

MODEL 3 ve MODEL 4 te uyarma alanının birinci harmonik değerleri birbirine çok yakinken hava aralığının belli bir bölgede sabit tutulması, MODEL 3 te MODEL 4 e oranla kuvvetli bir üçüncü harmonik oluşturmaktadır. Buna karşın elde edilen toplam uyarma alan şekilleri sinüs formuna yakındır.

MODEL 5 te ise alan şekli olarak sinüs formuna yakın olmakla beraber gene hava aralığının büyümesi nedeniyle endüklenen gerilim değeri düşmektedir.

MODEL 3 ve MODEL 4 arasında en ideal kutup ayağı formunu saptayabilmek için yükteki bozulmalarını tayin etmek gerekir. Kutup ayağı şekli sinüs formunda olan senkron generatörlerde, hava aralığı ile boşta magnetik alan şiddeti değeri arasındaki ilişki eğer (6.1) bağıntısını sağlıyorsa yükteki bozulma müsaade edilen sınırı aşmaz.[2]

$$\frac{\delta_0}{\tau_p} = 0.3 \frac{A_a}{B_{\delta 0}} \cdot 10^{-4} \quad (6.1)$$

Bu bağıntıya bağlı olarak yapılan inceleme sonucunda MODEL 4 ün MODEL 3 e oranla yükteki bozulmasının daha düşük olduğu belirlenmiş ve standartlara en uygun gerilim şeklini elde edebilmek için MODEL 4 teki kutup ayağı formunun en uygun kutup ayağı formu olduğu saptanmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] GÜZELBEYOĞLU N., "Elektrik Makinaları I,II", İ.T.Ü. Rektörlüğü, No. 1493, 1992.
- [2] BODUROĞLU T., "Elektrik Makinaları Dersleri", Cilt III, Kısım 2, Senkron Makinalar (Hesap ve Konstrüksiyon), İ.T.Ü. Matbaası, 1980.
- [3] BODUROĞLU T., "Elektrik Makinaları Dersleri", Cilt III, Kısım 1, Senkron Makinalar (Teorik Bilgi), İ.T.Ü. Matbaası, 1976.
- [4] BODUROĞLU T., "Elektrik Makinaları Dersleri", Cilt II, Kısım 1, Döner Alternatif Akım Makinalarına Giriş, 3. Baskı, İ.T.Ü. Matbaası, 1980.
- [5] SCHUISKY W., "Berechnung Elektrischer Maschinen", Springer-Verlag, Wien, 1960.
- [6] KLAMT J., "Berechnung und Bemessung Elektrischer Maschinen", Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1962.
- [7] RİCHTER R., "Elektrische Maschinen", Birkhäuser Verlag, Basel, Stuttgart, 1963.
- [8] ROGERS W.E., "Introduction to Electric Fields", Mc Graw Hill, 1954.
- [9] SILVESTER P.P., FERRARI R.L., "Finite Element for Electrical Engineer", Cambridge University Press, 1983.
- [10] SILVESTER P.P., CHARİ M.V.K., "Finite Elements in Electrical and Magnetic Field Problems", John Wiley & Sons, Ltd, 1980.
- [11] YILDIZ D., "Silindirik Sargılı Transformatörlerde Alan Dağılımının Sonlu Elemanlar Metodu ile Hesabı", Yüksek Lisans Tezi, 1991.

- [12] ANDERSEN O.W., "FLD13 Synchronous Machine Field Program User's Manual" (Elektrik Makinaları Anabilim Dalı Tarafından 1993 yılında O.W.Andersen'den satın alınmıştır.)
- [13] ANDERSEN O.W., "Transformer Leakage Flux Program Based on the Finite Element Method", IEEE J PAS-92, March/April, 1973.



YILDIRIM BEYAZIT ÜNİVERSİTESİ
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN YAYIN KURULU

ÖZGEÇMİŞ

Lale Tükenmez 9 Mayıs 1972 de İstanbul'da doğdu. Orta öğrenimini İstanbul Bağcılar Lisesinde birincilikle tamamladı. 1988 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik Elektronik Fakültesi Elektrik Mühendisliği Bölümü'ne girdi. 1992 yılında aynı bölümden Elektrik Mühendisi ünvanını alarak mezun oldu. 1992 yılında İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik Programı'nda Yüksek Lisans eğitime başladı. 1993 yılında Elektrik Mühendisliği Bölümü, Elektrik Makinaları Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. Halen bu görevine devam etmektedir.

