

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ELEKTRİK ENERJİ SİSTEMLERİNİN
ÜÇ FAZLI ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Elek. Müh. Aydın GÜNEL
(504960320011)**

98455

İTÜ YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN TAYIN MERKEZİ

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 31 Mayıs 1999
Tezin Savunulduğu Tarih : 21 Haziran 1999**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Adnan KAYPMAZ
Diğer Jüri Üyeleri Prof. Dr. R. Nejat TUNÇAY
Prof. Dr. Ergül AKÇAKAYA**

Shaypmaz 13.10.1999
14.10.1999
E. Akçakaya 24/10/99

HAZİRAN 1999

ÖNSÖZ

Elektrik enerji sistemlerinin üç fazlı analizi üzerine, yapmış olduğum bu çalışmayı yönlendiren ve her zaman yakın destek ve ilgilerini gördüğüm değerli hocam sayın Prof. Dr. Adnan Kaypmaz'a ve Araş. Gör. Ömer Gül'e tez çalışmam sırasında, hiçbir yardımlarını esirgemeyen aileme burada en içten teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 1999

Elek. Müh. Aydın GÜNEL



İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
SEMBOL LİSTESİ	vii
ÖZET	viii
SUMMARY	ix
1. GİRİŞ	1
1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı	1
2. ÜÇ FAZLI ENERJİ SİSTEMLERİNİN ÇOK-UÇLU ELEMAN KAVRAMI YOLUYLA MODELLENMESİ	9
2.1. Çok-Uçlu Eleman Kavramı	9
2.2. Üç Fazlı İletim Hattının Modellenmesi	12
2.2.1. Üç Fazlı İletim Hattının Faz Bileşenleriyle Modellenmesi	12
2.2.2. Üç Fazlı İletim Hattının Simetrik Bileşenlerle Modellenmesi	19
2.3. Üç Fazlı Transformatörün Modellenmesi	22
2.3.1. Üç Fazlı Transformatörün Faz Bileşenleriyle Modellenmesi	22
2.3.1.1 Yıldız(t)/Üçgen Bağlı Transformatörün Uç Denklemlerinin Faz Bileşenleri Yöntemiyle Elde Edilmesi	25
2.3.1.2 Yıldız(t)/Üçgen Bağlı Transformatörün Uç Denklemlerinin Simetrik Bileşenler Yöntemiyle Elde Edilmesi	27
2.4. İki Bara Arasına Bağlı Üç Fazlı Seri Elemanın Modellenmesi	29
2.5. Bir Baraya Bağlı Üç Fazlı Elemanın Modellenmesi	32
2.6. Üç Fazlı Şebekenin Modellenmesi	34
2.6.1. Üç Fazlı İletim Hattı ve Üç Fazlı Trafodan Oluşan Üç Fazlı Şebekenin Faz Bileşenleriyle Modellenmesi	34
2.6.2. Üç Fazlı İletim Hattı ve Üç Fazlı Trafodan Oluşan Üç Fazlı Şebekenin Simetrik Bileşenlerle Modellenmesi	41
3. KISADEVRE ANALİZİ	44
3.1. Giriş	44
3.2. Bara Empedans Matrisi Kullanılarak Yapılan Kısadevre Analizi	45
3.3. Kısadevre Analizi Hesaplarında Simetrik Bileşenler Yöntemi	49
3.4. Çok-Uçlu Kavramıyla Genel Bir Hata Admitans Matrisinin Bulunması	52
3.4.1. Simetrik Bileşen Hata Admitans Matrisinin Bulunması	55

4. ÖRNEK PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ	59
5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	66
KAYNAKLAR	71
ÖZGEÇMİŞ	72



TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1. Farklı yapıdaki bara empedans matrislerinin simetrik bileşenler dönüşümleri	3
Tablo 1.2. Yıldız/Üçgen bağlı üç fazlı bir transformatörün bağlantı tablosu	5
Tablo 2.1. En çok kullanılan transformatör bağlantı grupları için q_d ve q matrisleri tablosu	25
Tablo 3.1. Faz bileşenleri için çeşitli hata durumlarına ait matematiksel modeller	57
Tablo 3.2. Simetrik bileşenler için çeşitli hata durumlarına ait matematiksel modeller	58
Akış Diy. 1. Bara empedans matrisinin bulunmasına ilişkin akış diyagramı ..	68
Akış Diy. 2. Faz bileşenleriyle kısadevre analizine ilişkin akış diyagramı	70

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Üç fazlı iletim hattının üç fazlı kompund admitans matrisli eşdeğer devresi.....	4
Şekil 1.2 : Faz koordinatlarında yıldız-üçgen bağlantılı üç fazlı bir transformatörün üç fazlı eşdeğer devresi	5
Şekil 2.1 : Üç fazlı iletim hattının pi-eşdeğer devresi	12
Şekil 2.2 : Üç fazlı iletim hattının	14
a) Çok-uçlu gösterimi	
b) Uç-grafi	
Şekil 2.3 : Gerilim kaynaklarıyla uyarılmış iletim hattının grafi.....	16
Şekil 2.4 : Üç fazlı iletim hattına ait bara admitans matrisinin uç-grafi	19
Şekil 2.5 : Üç fazlı transformatörün gösterimi	22
Şekil 2.6 : Yıldız(t)/üçgen bağlı transformatörün bağlantı diyagramı	25
Şekil 2.7 : İki bara arasına bağlı üç fazlı seri elemanın gösterimi	29
Şekil 2.8 : Üç fazlı seri elemanın	30
a) Çok-uçlu gösterimi	
b) Uç-grafi	
Şekil 2.9 : Bir baraya bağlı üç fazlı elemanın gösterimi	32
Şekil 2.10 : Üç fazlı paralel elemanın	32
a) Çok-uçlu gösterimi	
b) Uç-grafi	
Şekil 2.11 : Üç fazlı iletim hattı ve üç fazlı trafodan (yıldız(t)/üçgen) oluşan sistemin gösterimi	34
Şekil 2.12 : Üç fazlı iletim hattı ve üç fazlı trafodan (yıldız(t)/üçgen) oluşan sistemin	35
a) Çok-uçlu gösterimi	
b) Uç-grafi	
Şekil 3.1 : Kısadevre analizi için üç fazlı bir sistemin gösterimi	45
Şekil 3.2 : p barasında hata kabul edilen üç fazlı güç sisteminin gösterimi	47
Şekil 3.3 : Üç faz-toprak kısadevresine ilişkin	52
a) Empedans devresi	
b) Uç-graf	

SEMBOL LİSTESİ

α	: Transformatörün birinci kompleks dönüştürme oranı
β	: Transformatörün ikinci kompleks dönüştürme oranı
I	: Akım
$I_{p(F)}^{abc}$	: Hatalı p barasının faz bileşen akımı
$I_{p(F)}^{012}$	: Hatalı p barasının simetrik bileşen akımı
$I_{ij(F)}$	: Hatalı durumda i barasından j barasına akan akım
Q	: Bir faza ait temel kesitleme matrisi
T_s	: Simetrik bileşen dönüşüm matrisi
T_{sg}	: Genişletilmiş simetrik bileşen dönüşüm matrisi
U	: Birim matris
E	: Gerilim
$E_{p(F)}^{abc}$	: Hatalı durumda p barasının faz bileşen gerilimi
$E_{p(F)}^{012}$	: Hatalı durumda p barasının simetrik bileşen gerilimi
Q_d	: Transformatörlerde yıldız noktasının topraklı olması durumunda ortaya çıkan bağlantı matrisi
Y	: Admitans matrisi
Y_p^{abc}	: Faz bileşen primitif admitans matrisi
Y_F^{abc}	: Faz bileşen hata admitans matrisi
Y_F^{012}	: Simetrik bileşen hata admitans matrisi
Y_{bara}^{abc}	: Faz bileşen bara admitans matrisi
Y_{bara}^{012}	: Simetrik bileşen bara admitans matrisi
Z	: Empedans matrisi
Z_p^{abc}	: Faz bileşen primitif empedans matrisi
Z_F^{abc}	: Faz bileşen hata empedans matrisi
Z_F^{012}	: Simetrik bileşen hata empedans matrisi
Z_{bara}^{abc}	: Faz bileşen bara empedans matrisi
Z_{bara}^{012}	: Simetrik bileşen bara admitans matrisi
Z_{ip}^{abc}	: i. ve p. baralardan görünen, faz bileşen empedans matrisi
Z_{ip}^{012}	: i. ve p. baralardan görünen, simetrik bileşen empedans matrisi
Z_g	: Toprak geçiş empedansı

ELEKTRİK ENERJİ SİSTEMLERİNİN ÜÇ FAZLI ANALİZİ

Üç fazlı elektrik enerji sistemleri analizinde, sistemin dengeli veya dengesiz; simetrik veya asimetrik olması durumlarına göre çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Eğer,

a) Sistem, üç fazlı, simetrik ve dengeli yüklüyse;

Simetrik bileşenlerle analiz yapıldığında, dönüşüm sonucu, sadece doğru bileşen ortaya çıkmakta ve sistemin bir fazlı olarak incelenme olanağı elde edilmektedir. Bu nedenle simetrik ve dengeli yüklü üç fazlı sistemler bir fazlı olarak analiz edilirler.

b) Sistem, üç fazlı, simetrik ve dengesiz yüklüyse;

Simetrik bileşenler yöntemi uygulandığında, dönüşüm sonucu, doğru, ters ve sıfır sistem bileşenleri denilen, dengeli yüklü ve üç fazlı sistemler elde edilir, bu durumda sistemin analizi dengeli 3 adet bir fazlı sistem analizine dönüşür.

c) Üç fazlı sistem yapısal olarak simetrik değilse, dengeli veya dengesiz yük durumunda;

Simetrik bileşenler yöntemi uygulandığında, dönüşüm sonucu, sıfır, doğru ve ters sistem bileşenlerini içeren, blok diagonal matris yerine tamamiyle dolu bir matris elde edilir. Yani dönüşüm bir fazlı analize imkan vermez. Bu nedenle boşu boşuna dönüşüm yapılmayıp sistem doğrudan faz bileşenleriyle çözülür.

Bu çalışmada, üç fazlı şebekelerde, elektrik enerji sistemi elemanlarının modellenmesi çok-uçlu eleman kavramıyla verilmiştir. Tüm fazların aynı topolojiye ve grafa sahip olduğunu kabul eden bu yaklaşım yeni bir şebeke modeli sağlamaktadır. Bu model faz bileşenleri ve simetrik bileşenler için verilmiştir. Ayrıca bu çalışmada kısıadevre analizi için, önce sistemin bara admitans matrisi bulunup, ters alma suretiyle bara empedans matrisinin eldesi ve verilen kısıadevre algoritmasının uygulanması suretiyle hata hesabı yapılmıştır.

THREE-PHASE ANALYSES OF ELECTRICAL ENERGY SYSTEMS

Electrical energy systems that is symmetrical or non-symmetrical are analyzed by various methods

- a) If three-phase system is symmetrical and balanced;

When it is analyzed by the symmetrical components, it has only positive sequence element. This gives possibility with one phase examination. That's why single phase analyses is sufficient per the symmetrical and balanced three-phase systems

- b) If three-phase system is symmetrical and unbalanced;

When it's analyzed by the symmetrical components, it has positive, negative and zero sequence elements which are balanced and three-phase.

- c) If three-phase system is a-symmetrical, that is either balanced or unbalanced;

When it's analyzed by the symmetrical, it has not only positive, negative and zero sequence elements but also other elements. That's why it's not necessary to analyze the system by the symmetrical components and in this situation it's used phase components method.

In this study the models of the electrical energy system elements in three-phase networks is given with multi-terminal concept. This approach which assumes that all phases have similar topologies and graphs provides a new network model. This model is given both the phase components and the symmetrical components. Moreover here the bus impedance matrix is got by the inverse of the bus admittance matrix.

1. GİRİŞ

1.1 Giriş ve Çalışmanın Amacı

Bir elektrik şebekesinde herhangi bir kısadevre halinde, sistemin gerilim ve akımlarının bilinmesi, sisteme uygun koruma düzeninin kurulması ve kesicinin seçilmesi açısından büyük önem taşımaktadır.

Önceleri bilgisayar kullanılarak yapılan kısadevre uygulamaları, yük akışı kullanılarak iteratif yolla çözüme gitme şeklinde yapılmaktaydı. Bu işlem bir çok hata türü ve hata noktası için akım ve gerilim değerlerinin bilinmesini gerekli kıldığından hesaplama zamanı açısından bir hayli kayıp sözkonusu idi. Zamanla gelişen teknik bara empedans matrisini bilgisayarda kullanılabilir duruma getirdiğinden bara empedans matrisinin kullanımı yaygınlaştı.

Şebekelerin boyutlarının artması çeşitli basitleştirici yöntem arayışlarını da beraberinde getirdi. Üç fazlı güç sistemleri, sistemin dengeli veya dengesiz yüklenmelerine ve sistemin simetrik veya asimetrik olmasına göre çeşitli yöntemlerle incelenir.

Simetrik üç fazlı enerji sistemlerinin dengeli yüklenmeleri halinde, üç fazlı analiz yerine bir fazlı analiz yapılarak daha kolay sonuca ulaşılır. Bu durumda herhangi bir faz için, devre teorisinden bilinen yöntemler kullanılarak analiz yapıldığında çıkan sonuç, sistemin simetrik ve dengeli olması dolayısıyla diğer fazlar için de aynı olacaktır.

Simetrik ve dengesiz yüklü sistemlerde ise Fortesque'nun simetrik bileşenler yöntemi kullanılır. Simetrik bileşenler yöntemi sistemin simetrik yapıda olması durumunda,

$$a = \cos(120^\circ) + j \cdot \sin(120^\circ) \quad (1.1)$$

olmak üzere simetrik bileşenler dönüşüm matrisi olarak adlandırılan

$$T_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

matrisinin kullanılmasıyla sistemin bara admitans veya empedans matrisini, birbirinden bağımsız, tek kutuplu, sıfır, doğru ve ters sistem elemanlarından oluşan ve diğer elemanları sıfır olan simetrik bileşenler admitans ve empedans matrisine dönüştürür. Faz bileşen değeri bilinen bir elemanın simetrik bileşen bara empedans matrisi,

$$Z_{\text{bara}}^{012} = [T_s]^{-1} \cdot [Z_{\text{bara}}^{abc}] [T_s] \quad (1.3)$$

simetrik bileşen bara admitans matrisi ise

$$Y_{\text{bara}}^{012} = [T_s]^{-1} \cdot [Y_{\text{bara}}^{abc}] [T_s] \quad (1.4)$$

formülleriyle elde edilir. Simetrik bileşenler dönüşümüyle elde edilen elemanlardan ters sistem eleman değeri, dengesiz yüklenmelerde generatörleri korumada; doğru sistem eleman değeri, generatör gerilim regülatörlerine duyarlı gerilim sağlamada ve sıfır sistem eleman değeri ise koruyucu topraklama ağlarında kullanılırlar. Tablo 1.1 Z empedans matrisinin yapısına göre elde edilen simetrik bileşen sonuçlarını göstermektedir. [1]

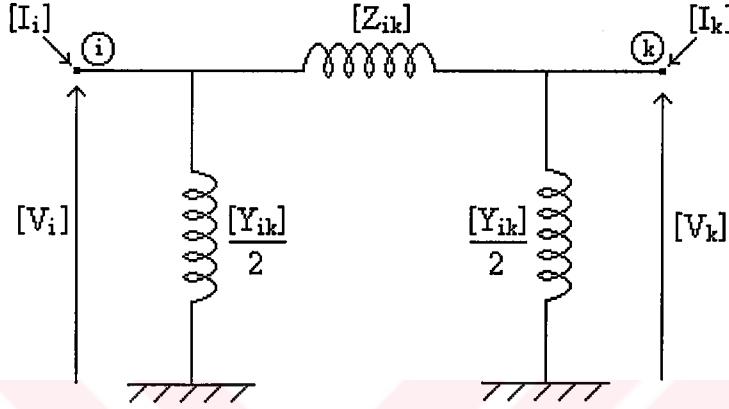
Tablo 1.1 den görüleceği üzere simetrik yapıda olmayan sistemlerin simetrik bileşenler dönüşümünde sadece sıfır sistem, doğru sistem ve ters sistemden oluşan bir yapı elde edilememekte, tamamiyle dolu yapıda bir matris yapısı oluşmakta bu da simetrik bileşen dönüşümünün avantajını ortadan kaldırmaktadır. Bu durumda yapılan dönüşümle bulunan sonuç faz bileşenleriyle yapılan çözümden daha basit olmadığından, bu yöntemin kullanılması anlamını yitirir ve bu durumda çözüm için faz bileşenleri kullanılabilir.

Tablo 1.1 Farklı yapıdaki bara empedans matrislerinin simetrili bileşenler dönüşümleri [1]

Faz bileşen bara Empedans matrisi	Simetrili bileşen bara empedans matrisi
$\begin{bmatrix} Z & Z & Z \\ Z & Z & Z \\ Z & Z & Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} Z_0 &= 3Z \\ Z_1 &= 0 \\ Z_2 &= 0 \end{aligned}$
$\begin{bmatrix} Z & 0 & 0 \\ 0 & Z & 0 \\ 0 & 0 & Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} Z_0 &= Z \\ Z_1 &= Z \\ Z_2 &= Z \end{aligned}$
$\begin{bmatrix} Z & Z_{m1} & Z_{m1} \\ Z_{m1} & Z & Z_{m1} \\ Z_{m1} & Z_{m1} & Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} Z_0 &= Z + 2Z_{m1} \\ Z_1 &= Z - Z_{m1} \\ Z_2 &= Z - Z_{m1} \end{aligned}$
$\begin{bmatrix} Z & Z_{m1} & Z_{m2} \\ Z_{m2} & Z & Z_{m1} \\ Z_{m1} & Z_{m2} & Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} Z_0 &= Z + Z_{m1} + Z_{m2} \\ Z_1 &= Z + a^2 Z_{m1} + a Z_{m2} \\ Z_2 &= Z + a Z_{m1} + a^2 Z_{m2} \end{aligned}$
$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix}$

Faz bileşenleriyle üç fazlı bir güç sistemi, üç fazlı bir şebekeyle veya dengeli, tek fazlı bir şebekeyle sunulabilir. İlk durumda herbir bileşen, empedans ve admitanslarla birleştirilmiş çok fazlı olarak tanımlanır. Bu yaklaşım güç elemanlarının çok fazlı karakteristiklerinin koşulsuz modellenmesine izin verir. Örneğin bir iletim hattının toprak teli gibi. Fakat üç fazlı analizde hem düğüm sayısı hem de eleman sayısı üç kat artmaktadır. Özellikle büyük boyutlu şebekelerin analizinde ise bu daha büyük bir problemdir. Bu nedenle, bilgisayar bellek ve işlem sayısında, dolayısıyla bilgisayar zamanından ekonomi yapmak amacı ile çeşitli yöntemler geliştirilmeye çalışılmıştır.

Bunlardan biri de kompund eleman kavramıdır. Kompund eleman kavramı, analiz sırasında daha başlangıçta üç fazlı olan tüm elemanların, bir fazlı bir eleman eşdeğeri ile gösterimi sonucu, üç fazlı sistemin bir fazlı gibi analizine olanak veren çalışmadır. Örneğin üç fazlı bir iletim hattının pi-eşdeğeri üç fazlı kompund admitanslar kullanılarak şekil 1.1 deki gibi gösterilir.



Şekil 1.1. Üç fazlı iletim hattının üç fazlı kompund admitans matrisli eşdeğer devresi

Diğer elemanlara ilişkin kompund eleman gösterilimleri [2] kaynağında bulunabilir. Şekil 1.1 deki devreye ilişkin temel denklemler ise

$$\begin{bmatrix} [I_i] \\ [I_k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{ik}]^{-1} + [Y_{ik}]/2 & -[Z_{ik}]^{-1} \\ -[Z_{ik}]^{-1} & [Z_{ik}]^{-1} + [Y_{ik}]/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_i] \\ [V_k] \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

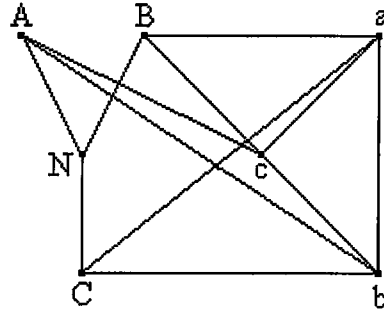
6x1 6x6 6x1

şeklinde verilebilir. [2]

Burada her üç fazlı elemanın gerçekte 3x3 boyutunda olan matematiksel modelleri bir fazlı olan kompund eleman tanımı ile kurulmakta ve sistem kompund elemanlar ile bir fazlı olarak analiz edilmektedir. Çözüm sonunda kompund elemanlardan geri dönüşümle her üç faza ait faz bileşenleri hesaplanmaktadır. Bu kavram enerji sistemlerinde yer alan elemanların hepsine (hatlar, seri ve paralel elemanlar vb.) uygulanabilmesine karşın transformatörlerin bağlama gruplarından ve transformatör çekirdeğindeki doymadan kaynaklanan bir takım sıkıntılar nedeniyle transformatörlerin modellenmesinde geçerliliğini yitirmektedir. Transformatörler de enerji sistemlerinin vazgeçilmez bir parçası olduğu için bu yöntemin kullanım avantajı oldukça azalmaktadır.

Transformatör içeren şebekelerde faz bileşenleri ile yapılan analizde, en etkili yöntemlerden biri olarak bilinen yöntem, faz koordinatları yöntemidir. [3]

Faz koordinatlarında, yıldız-üçgen bağlantılı üç fazlı bir transformatörün eşdeğer devresi şekil 1.2 deki gibi verilebilir. [3]



Şekil 1.2. Yıldız-üçgen bağlantılı üç fazlı bir transformatörün üç fazlı eşdeğer devresi

Şekil 1.2 de verilen yıldız-üçgen bağlantılı transformatörün bağlantı tablosu ise; $\alpha = 1 - i_\alpha$ ve $\beta = \sqrt{3}(1 - i_\beta)$, primer ve sekonder eşdeğer çevirme oranlarını göstermek üzere

Tablo 1.2. Yıldız-üçgen bağlı üç fazlı bir transformatörün bağlantı tablosu [3]

Admitanslar	Bağlı bulundukları fazlar
$\frac{y}{\alpha^2}$	A-N, B-N, C-N
$\frac{y}{\beta^2}$	a-b, b-c, c-a
$\frac{y}{\alpha\beta}$	A-c, B-a, C-b
$\frac{-y}{\alpha\beta}$	A-b, B-c, C-a

şeklinde verilebilir. Transformatörün sadece bir kenarındaki kaçaklar için ya i_α ya da i_β sıfırdır. N nötr noktası yıldız noktasının topraklanmasına veya tabloya ekstra terimlerin eklenip eklenmemesine göre referans olarak toprakla tanımlanabilir. [3]

Diğer bağlantılı transformatörlere ilişkin yapılar da [3] kaynağında bulunabilir. Faz koordinatları yöntemi işlem sayısı ve bellek ekonomisi açısından kullanışlı olmadığından bu sıkıntıyı gidermek için yeni yöntem arayışları geliştirilmeye çalışılmaktadır.

Bunlara ilaveten kısadevre çalışmalarında akım, gerilim ve güç değerlerinin birime indirgenmiş (p.u) değerlere çevrilmesi hesaplamalarda büyük kolaylıklar sağlamaktadır. Bunun için gerilim, akım ve güç değerlerinden herhangi iki tanesi için temel değerler seçilir ve esas değerler bu temel değerlere bölünerek (p.u) değerlere geçilir. Bu büyüklüklerden iki tanesi için temel değerler bilinirse $S_T = V_T I_T$ formülünden geri kalan büyüklük için temel değer bulunur. Ayrıca bu temel değerler kullanılarak empedans ve admitans büyüklükleri için de temel değerler bulunabilir. Kısadevre sonucu bulunan (p.u) değerler, temel değerlerle çarpılarak esas değerler bulunur. [4]

Bu çalışmada, çok-uçlu eleman kavramı yardımı ile enerji sistemlerinin modellenmesi ele alınmış ve bu modellerin kullanılmasının, bilgisayar ortamında yapılan analizlerdeki avantajlarından yararlanılmıştır. Bilindiği gibi, karmaşık yapıdaki bir eleman veya sistem daha basit yapıda eşdeğer devrelerle modellenebilmekte, bu yolla çözümde hız ve bazı kolaylıklar sağlanmaktadır.

Üç fazlı enerji sistemlerinin analizinde, kuplajların da göz önüne alınması durumunda, çok-uçlu ya da çok-kapılı kavramsal devre elemanlarının kullanılması kaçınılmaz olmaktadır. Çok-uçlu eleman tanımında, tek kısıtlama, birbirleri ile kuplajlı elemanların bir çok-uçlu eleman olarak göz önüne alınmaları mecburiyetidir. Bu nedenle, enerji sistemlerinde birbirleri ile kuplajlı olan elemanların bir arada bir çok-uçlu eleman modellenmesi gerekmektedir.

Üç fazlı enerji sistemlerinin, birbirleri ile kuplajlı olmaları ve aynı topolojiye sahip üç ayrı devre olarak tesis edilmesi ve işletilmesi özelliğini de kullanmak üzere, yeni bir şekilde modellenmesi de bu çalışmanın amaçlarındandır. Burada, üç fazlı bir sistemin çok-uçlu olarak elde edilen matematiksel modelinde ortaya çıkan bir özellik kullanılmış ve sanki her bir faz ve fazlar arası kuplaj devreleri aynı topolojiyi taşıyan çok-uçlu modeller olarak kabul edilmiştir. Böylece, n baralı, üç fazlı, bir sistemdeki bara empedans veya bara admitans matrislerinin elde edilmesinde ortaya çıkan $3n \times 3n$ boyutlu matrisel işlemler, $9 \times n \times n$ boyutlu matrisel işlemlerin 9 defa tekrarına dönüştürülmüştür. Bu özellikle matris tersi alınması gereken işlemlerde bunun bilgisayar bellek, işlem süresi ve işlem sayısında da azalma biçiminde, bir avantaj olarak ortaya çıkmaktadır.

Analiz sırasında, sistem, hat, trafo ve generatör gibi alt parçalara veya elemanlara bölünmüş, her bir alt parça bir çok-uçlu olarak modellendikten sonra, devre yapısına uygun olarak birleştirilmiş ve tüm sistem modeli elde edilmiştir. Burada parçalama ve yeniden birleştirme olarak bilinen yöntem uygulanmıştır.

2. bölümde çok-uçlu eleman kavramı ve matematiksel modeli ele alınmıştır. Burada üç fazlı sistem modelinin, 9 adet, bir fazlı devre olarak modellenmesi ile ilgili çalışmalar verilmiştir.

Tezin 3. bölümü kısadevre çalışmalarını içermektedir. Bu bölümde, üç fazlı sistemler için bir kısadevre algoritması, hem simetrik bileşenler yöntemi hem de faz bileşenleri yöntemi için, ayrı ayrı ele alınmıştır. Burada, tüm hata çeşitlerini kapsayan, bir çok-uçlu ve buna ait matematiksel model ile, kısadevre hata admitans matrisi kullanılarak kısadevre analizleri kolaylıkla yapılabilmektedir. Bu yolla, tüm hata durumları için önceden yapılan kabullere gerek kalmadan, sadece denklemlerin çözülmesiyle aynı sonuçlara ulaşılmıştır.

Literatürde genellikle üç fazlı sistemlerin incelenmesinde simetrik bileşenler yöntemi kullanılmaktadır. Bilindiği gibi simetrik olmayan şebekelerde, simetrik bileşenlerle analiz yapmanın yararı yoktur, bu nedenle faz bileşenleri ile analiz yapılmaktadır. Bu çalışmada da, genel durumda da çözüme cevap verdiği için, faz bileşenleriyle analiz yapılmıştır.

3. bölümde, simetrik bileşenler ve faz bileşenleri için verilen analiz algoritması birbirine çok benzer olup, simetrik şebekelerde sadece sistemin bara empedans matrisini elde ederken simetrik bileşenler yönteminin özelliğinden kaynaklanan, sıfırı bol olan (sparse) empedans matrisleri kullanılmaktadır. Fakat çözüm sonunda simetrik bileşenlerden, geri dönüşüm yapılarak, faz bileşen değerlerine geçilmektedir. Faz bileşenleriyle yapılan analizde ise doğrudan sonuca ulaşılmaktadır. Literatürde kullanılan diğer bir yöntem de , doğru, ters ve sıfır sistem bileşen empedanslarının, bir eşdeğer devre yardımıyla, bir fazlı olarak, çözümün yapılmasıdır. Bu yöntem, bilgisayar bellek, işlem sayısı ve zamanından tasarruf sağlayarak önemli bir avantajla ortaya çıkmaktadır.

Son bölümde ise tezde ele alınan yöntem için verilen bir akış diyagramı yardımı ile faz bileşenleriyle kısadevre analizi yapılmıştır. Bu örnekte, a ve b şıkları, sistemdeki simetriden dolayı, simetrik bileşenler yöntemi ile de çözülebilmesine karşın, c şığında yaratılan asimetriden dolayı, simetrik bileşenlerle çözümü yapılamamaktadır. Oysa, faz bileşenleri ile yapılan analiz, verilen basit algoritmanın

uygulanması ile her üç duruma da cevap vermektedir. Bu nedenle faz bileşenleriyle yapılan analizin genel durumu kapsadığını söylemek mümkündür.



2. ÜÇ-FAZLI ENERJİ SİSTEMLERİNİN ÇOK-UÇLU ELEMAN KAVRAMI YOLUYLA MODELLENMESİ

2.1. Çok-Uçlu Elemanı Kavramı

Elektrik enerji sistemleri, üretim, iletim ve dağıtım olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır. Ekonomik ve güvenilir bir işletme elde etmek üzere şebekeler aralarında birleşerek enterkonnekte sistemleri oluşturmakta ve boyutları giderek büyüyen şebekelerin planlanması ve işletilmesi sırasında ortaya çıkan sorunlar da giderek karmaşık bir hale gelmekte ve bu sistemlerin analizinde bilgisayar kullanımı zorunlu olmaktadır. Bu tür problemler genellikle, A büyük boyutlu, kare bir matris olmak üzere $A.x = b$ biçiminde cebrik bir denklem sisteminin çözümünü gerektirmektedir. Şebekelerin boyutlarının büyümesi çeşitli basitleştirici yöntem arayışlarını da beraberinde getirmektedir. Bilindiği gibi bunlardan biri de simetrik bileşenler yöntemidir. Bu yöntemle yapılan analizde, simetrik üç-fazlı enerji sistemlerinin dengesiz yüklenmesi durumunda, birbirinden bağımsız üç dengeli sisteme dönüştürülmekte, bu dengeli sistemlerin analizi ise sadece doğru bileşen analizine dönüşmektedir.

Eğer üretim ve yükler dengeli ya da dengeli sayılabilirse, bu dönüşümde sadece tek fazlı analize karşı düşen doğru bileşen sistemi ortaya çıkmaktadır.

Üç-fazlı sistem simetrik yapıda değilse, simetrik bileşen yönteminin kullanılması ile birbirinden bağımsız olan bu bir fazlı sistemler elde edilememektedir. Bu durumda simetrik bileşenler yöntemi ile çözüm, faz değerleri ile yapılan çözümden daha basit olmadığından, bu yöntemin kullanılması anlamını yitirmekte ve çözüm için faz bileşenlerinin kullanılması daha uygun olmaktadır. Bu yolla faz bileşeni-simetrik bileşen ve simetrik bileşen-faz bileşeni dönüşümü ortadan kalkmaktadır.

Şebekenin üç-fazlı analizinde hem düğüm sayısı hem de eleman sayısı, bir fazlı incelemeye göre, üç kat artmaktadır. Bu durum, özellikle büyük boyutlu şebekelerin analizinde önemli bir problemdir. Bu nedenle üç-fazlı sistemlerin analizinde bilgisayar bellek ve işlem sayısında, dolayısıyla bilgisayar zamanında ekonomi

yapmak amacı ile birtakım yöntemler verilmiştir. Bu çalışmalarda, faz bileşenleri ile yapılan analizde ekonomi yapmak amacıyla üç-fazlı elemanları bir fazlı bir eleman olarak ifade eden kompund eleman kavramı kullanılmaktadır. Bu yöntemle üç-fazlı elemanların matematiksel modeli olan 3x3 boyutundaki ifadeler, sanki bir fazlı elemanmış gibi düşünülerek sistem bir fazlı olarak analiz edilmektedir. Bu şebekenin çözümünden sonra üç fazlı elemanlara tekrar dönüşüm yapılarak analiz tamamlanmaktadır. Ancak kompund eleman kavramı transformatörler için kullanılmadığından, içinde transformatör bulunan sistemlerin çözümünde bu yaklaşımın avantajı önemli miktarda azalmaktadır.

Faz bileşenleri ile yapılan analizde sistemi oluşturan elemanlardan transformatörü faz koordinatları metoduyla ve diğer elemanları kompund eleman kavramı ile modellemek etkili bir yöntem olarak sunulmaktadır.

Ayrıca büyük boyutlu şebekelerin simetrik bileşenler veya faz bileşenleri ile yapılan analizlerinde, Parçalama ve Yeniden Birleştirme “Diakoptics” yöntemi kullanılarak ekonomi yapılabilir.

Diğer bir yaklaşım ise; üç-fazlı sistemlerde her fazın, diğer fazlarla aynı grafa sahip bir devre oluşturduğu ve a,b,c fazlarının aynı topolojide birer devre oldukları gerçeğini esas alan çalışmalardır.

Bu bölümde, üç fazlı enerji sistemlerinin, modern devre teorisinde yaygın olarak kullanılan, çok uçlu eleman kavramıyla modellenmesi ele alınmıştır. Bu modellerin elde edilmesinde, üç fazlı enerji sistemlerinin, her fazının, kendi içinde, topolojisi diğer fazlarla aynı olan, bir devre oluşturması özelliğinden faydalanılarak yeni bir şebeke modeli verilmiştir.

Üç-fazlı enerji sistemlerinin, fazlarının kendi içinde, topolojisi diğer fazlarla aynı olan bir devre oluşturması yaklaşımına uygun olarak primitif admitans matrisi aynı faza ait elemanlar birbirini takip edecek şekilde sıralanmış ve

$$Y_p^{abc} = \begin{bmatrix} Y_p^{aa} & Y_p^{ab} & Y_p^{ac} \\ Y_p^{ba} & Y_p^{bb} & Y_p^{bc} \\ Y_p^{ca} & Y_p^{cb} & Y_p^{cc} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

biçiminde elde edilmiştir. Burada, Y_p^{abc} üç-fazlı elemanın primitif admitans matrisini, Y_p^{aa} , Y_p^{bb} ve Y_p^{cc} alt matrisleri her fazın kendi primitif admitans matrislerini göstermekte olup, Y_p^{ab} , Y_p^{ac} , Y_p^{bc} , Y_p^{ba} , Y_p^{ca} ve Y_p^{cb} alt matrisleri ise fazlar

arasındaki kuplajları(magnetik bağları) gösteren primitif kuplaj admitans matrisleridir.

Önerilen bu yeni yönteme uygun olarak, temel kesitleme matrisi oluşturulurken de aynı faza ilişkin baralar birbirini takip edecek şekilde düzenlenmiş ve temel kesitleme matrisi,

$$Q_t = [Q_{abc}^T \quad U] \quad (2.2)$$

olarak elde edilmiştir. Bara admitans matrisi ise

$$Y_{bara}^{abc} = Q_{abc} Y_p^{abc} Q_{abc}^T \quad (2.3)$$

veya

$$Y_{bara}^{abc} = \begin{bmatrix} Y_{bara}^{aa} & Y_{bara}^{ab} & Y_{bara}^{ac} \\ Y_{bara}^{ba} & Y_{bara}^{bb} & Y_{bara}^{bc} \\ Y_{bara}^{ca} & Y_{bara}^{cb} & Y_{bara}^{cc} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

biçiminde elde edilmektedir. Burada, Y_{bara}^{abc} , üç-fazlı bir elemanın bara admitans matrisi, Y_{bara}^{aa} , Y_{bara}^{bb} ve Y_{bara}^{cc} her fazın kendi bara admitans matrislerini göstermekte, Y_{bara}^{ab} , Y_{bara}^{ac} , Y_{bara}^{bc} , Y_{bara}^{ba} , Y_{bara}^{ca} ve Y_{bara}^{cb} ise fazlar arasındaki magnetik bağları gösteren bara kuplaj admitans matrisleridir.

Bilindiği gibi, faz bileşenleri olarak verilen bu bara admitans matrisinden, enerji sistemlerinin analizinde çok kullanılan, simetrik bileşen bara admitans matrisi de elde edilebilmektedir. Ancak literatürde bilinen haliyle, simetrik bileşenler için kullanılan dönüşüm matrisini kullanmak bu yöntem için mümkün olmamaktadır. Bu nedenle simetrik bileşenlere dönüşüm matrisi bu yaklaşım için, yeniden düzenlenmiştir. Örneğin üç sargılı bir transformatör için dönüşümdeki U birim matrisinin boyutu 3x3 olmak üzere, yeniden düzenlenmiş dönüşüm matrisi,

$$T_{sg} = \begin{bmatrix} U & U & U \\ U & a.U & a^2.U \\ U & a^2.U & a.U \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

biçiminde olmakta ve dönüşüm sonucu simetrik bileşen bara admitans matrisi

$$Y_{bara}^{012} = T_{sg}^{-1} \cdot Y_{bara}^{abc} \cdot T_{sg} \quad (2.6)$$

şeklinde elde edilmektedir. Dönüşüm sonunda simetrik bileşenle ifade edilen bara admitans matrisi simetrik yapıdaki şebekeler için,

$$Y_{\text{bara}}^{012} = \begin{bmatrix} Y^0 & 0 & 0 \\ 0 & Y^1 & 0 \\ 0 & 0 & Y^2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

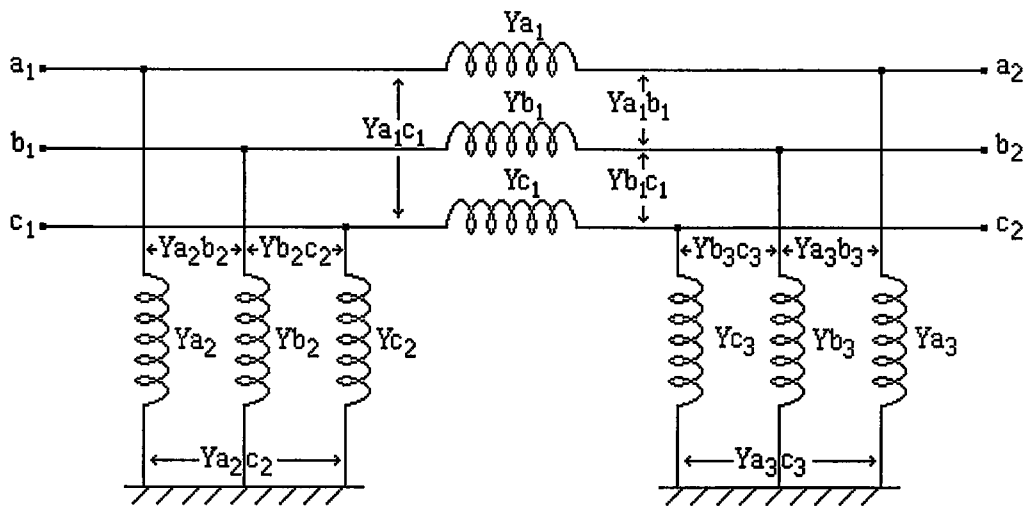
biçiminde blok diagonal bir yapıda elde edilmektedir. [6]

2.2 Üç Fazlı İletim Hattının Modellenmesi

2.2.1 Üç Fazlı İletim Hattının Faz Bileşenleri İle Modellenmesi

Bilindiği gibi, enerji iletim sistemlerinin analizinde, iletim hatları genellikle, toplu parametrelili pi-devreleri ile gösterilmekte olup, parametreler hattın geometrik karakteristiklerinden hesaplanmaktadır. Hesaplanan parametreler ise seri empedans ve şönt admitans olarak birime indirgenmiş (p.u.) değer cinsinden ifade edilmektedir. Toprak akımı ve nötr bağlantıları da bu parametrelerin hesabında göz önüne alınmaktadır. 3-fazlı bir iletim hattının pi-eşdeğer devresi şekil 2.1 de verilmiştir.

Burada, her fazın diğer fazlarla aynı topolojiye sahip, bir devre oluşturması, elemanların faz-faz gruplanması ve primitif admitans matrisinin sırasıyla a,b,c fazlarına ait elemanların birbirini takip edecek biçimde sıralanmasını gerektirmektedir. [5]



Şekil 2.1. Üç-fazlı iletim hattının pi-eşdeğer devresi

a fazının primitif admitans matrisi,

$$Y_p^{aa} = \begin{bmatrix} Y_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{a3} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

b fazının primitif admitans matrisi,

$$Y_p^{bb} = \begin{bmatrix} Y_{b1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{b2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{b3} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

ve c fazının primitif admitans matrisi,

$$Y_p^{cc} = \begin{bmatrix} Y_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{c2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{c3} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Fazlar arasındaki kuplajları gösteren primitif admitans matrisleri ise

$$Y_p^{ab} = \begin{bmatrix} Y_{a1b1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{a2b2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{a3b3} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$Y_p^{ac} = \begin{bmatrix} Y_{a1c1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{a2c2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{a3c3} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$Y_p^{bc} = \begin{bmatrix} Y_{b1c1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{b2c2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{b3c3} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$Y_p^{ba} = \begin{bmatrix} Y_{b1a1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{b2a2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{b3a3} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

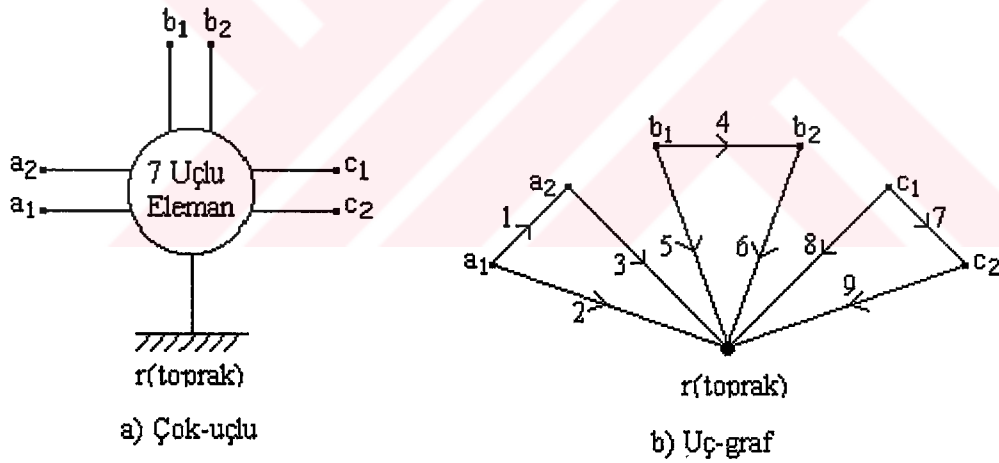
$$Y_p^{ca} = \begin{bmatrix} Y_{cla1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{c2a2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{c3a3} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$Y_p^{cb} = \begin{bmatrix} Y_{c1b1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{c2b2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{c3b3} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

şeklindedir.

Enerji sistemlerinin analizinde, tüm ölçümlerde referansın toprak olarak alınması, çok-uçlunun uç denklemlerinin referans olarak toprağı alan bir yıldız uç-grafa göre elde edilmesini gerektirir.

Bara admitans matrisini elde etmek üzere, DGY'ne göre, sistemin gerilim kaynakları ile uyarılması gerekmektedir.



Şekil 2.2. a) Üç fazlı iletim hattının çok-uçlu gösterimi

b) Üç fazlı iletim hattının uç-grafı

$$\begin{bmatrix} I^{a1} \\ I^{a2} \\ I^{b1} \\ I^{b2} \\ I^{c1} \\ I^{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{bara}^{aa} & Y_{bara}^{ab} & Y_{bara}^{ac} \\ Y_{bara}^{ba} & Y_{bara}^{bb} & Y_{bara}^{bc} \\ Y_{bara}^{ca} & Y_{bara}^{cb} & Y_{bara}^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^{a1} \\ V^{a2} \\ V^{b1} \\ V^{b2} \\ V^{c1} \\ V^{c2} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

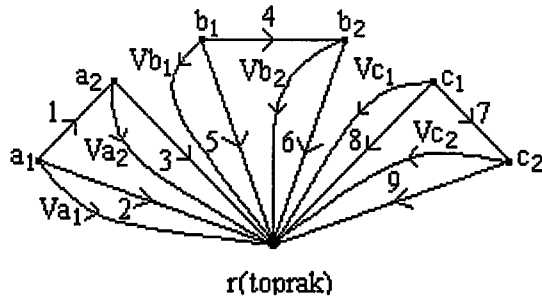
Bu çok uçluya ait primitif admitans matrisi

$$Y_p = \begin{bmatrix} Y_p^{aa} & Y_p^{ab} & Y_p^{ac} \\ Y_p^{ba} & Y_p^{bb} & Y_p^{bc} \\ Y_p^{ca} & Y_p^{cb} & Y_p^{cc} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

olmak üzere,

$$Y_p = \begin{array}{c|cccccc|ccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \hline 1 & Y_{a1} & 0 & 0 & Y_{a1b1} & 0 & 0 & Y_{a1c1} & 0 & 0 \\ 2 & 0 & Y_{a2} & 0 & 0 & Y_{a2b2} & 0 & 0 & Y_{a2c2} & 0 \\ 3 & 0 & 0 & Y_{a3} & 0 & 0 & Y_{a3b3} & 0 & 0 & Y_{a3c3} \\ \hline 4 & Y_{b1a1} & 0 & 0 & Y_{b1} & 0 & 0 & Y_{b1c1} & 0 & 0 \\ 5 & 0 & Y_{b2a2} & 0 & 0 & Y_{b2} & 0 & 0 & Y_{b2c2} & 0 \\ 6 & 0 & 0 & Y_{b3a3} & 0 & 0 & Y_{b3} & 0 & 0 & Y_{b3c3} \\ \hline 7 & Y_{c1a1} & 0 & 0 & Y_{c1b1} & 0 & 0 & Y_{c1} & 0 & 0 \\ 8 & 0 & Y_{c2a2} & 0 & 0 & Y_{c2b2} & 0 & 0 & Y_{c2} & 0 \\ 9 & 0 & 0 & Y_{c3a3} & 0 & 0 & Y_{c3b3} & 0 & 0 & Y_{c3} \end{array} \quad (2.16)$$

Uç grafın, a1, a2, b1, b2, c1, c2 noktalarından gerilim kaynaklarıyla uyarılması ve uygun ağaç seçimi nedeni ile bu gerilim kaynaklarının ağaç olarak seçilmesi sonucu, uyarılmış devreye ait graf şekil 2.3 deki gibi olacaktır.



Şekil 2.3. Gerilim kaynakları ile uyarılmış devrenin grafı

Bu uç-grafa ait temel çevre denklemleri önce a fazına ilişkin baralar sonra b ve c fazına ilişkin baralar birbirini takip edecek şekilde matrissel biçimde düzenlenirse

$$\begin{array}{c|cccccc|cccccccc}
 & a1 & a2 & b1 & b2 & c1 & c2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\
\hline
1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
7 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
8 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
\end{array}
\begin{array}{c}
V_{a1} \\
V_{a2} \\
V_{b1} \\
V_{b2} \\
V_{c1} \\
V_{c2} \\
V_1 \\
V_2 \\
. \\
V_9
\end{array}
= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} Q_a^T & & & U \\ & Q_b^T & & U \\ & & Q_c^T & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

biçiminde elde edilir. Burada,

$$[Q_a]^T = [Q_b]^T = [Q_c]^T = [Q]^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

ve

$$[Q_a] = [Q_b] = [Q_c] = [Q] = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

biçiminde olup, bara admitans matrisi

$$[Y_{bara}^{abc}] = [Q_{abc}] [Y_p^{abc}] [Q_{abc}]^T \quad (2.21)$$

biçiminde elde edilecektir. Bu çarpım yapılacak olursa bara admitans matrisi,

$$[Y_{bara}^{abc}] = \begin{bmatrix} Q \cdot Y_p^{aa} \cdot Q^T & Q \cdot Y_p^{ab} \cdot Q^T & Q \cdot Y_p^{ac} \cdot Q^T \\ Q \cdot Y_p^{ba} \cdot Q^T & Q \cdot Y_p^{bb} \cdot Q^T & Q \cdot Y_p^{bc} \cdot Q^T \\ Q \cdot Y_p^{ca} \cdot Q^T & Q \cdot Y_p^{cb} \cdot Q^T & Q \cdot Y_p^{cc} \cdot Q^T \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

olacaktır. Burada Q ve Q^T her alt matris çarpımlarında aynı kalmakta, sadece primitif alt matrisler değişmektedir.

a fazına ait bara admitans matrisi

$$Y_{bara}^{aa} = [Q][Y_p^{aa}][Q]^T = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{a3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$Y_{bara}^{aa} = \begin{bmatrix} Y_{a1} + Y_{a2} & -Y_{a1} \\ -Y_{a1} & Y_{a1} + Y_{a3} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

b fazına ait bara admitans matrisi

$$Y_{bara}^{bb} = [Q][Y_p^{bb}][Q]^T = \begin{bmatrix} Y_{b1} + Y_{b2} & -Y_{b1} \\ -Y_{b1} & Y_{b1} + Y_{b3} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

c fazına ait bara admitans matrisi

$$Y_{bara}^{cc} = [Q][Y_p^{cc}][Q]^T = \begin{bmatrix} Y_{c1} + Y_{c2} & -Y_{c1} \\ -Y_{c1} & Y_{c1} + Y_{c3} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

a-b fazı arasındaki kuplaj admitansı

$$Y_{bara}^{ab} = [Q][Y_p^{ab}][Q]^T = \begin{bmatrix} Y_{a1b1} + Y_{a2b2} & -Y_{a1b1} \\ -Y_{a1b1} & Y_{a1b1} + Y_{a3b3} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

a-c fazı arasındaki kuplaj admitansı

$$Y_{bara}^{ac} = [Q][Y_p^{ac}][Q]^T = \begin{bmatrix} Y_{a1c1} + Y_{a2c2} & -Y_{a1c1} \\ -Y_{a1c1} & Y_{a1c1} + Y_{a3c3} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

b-c fazı arasındaki kuplaj admitansı

$$Y_{bara}^{bc} = [Q][Y_p^{bc}][Q]^T = \begin{bmatrix} Y_{b1c1} + Y_{b2c2} & -Y_{b1c1} \\ -Y_{b1c1} & Y_{b1c1} + Y_{b3c3} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

b-a fazı arasındaki kuplaj admitansı

$$Y_{bara}^{ba} = [Q][Y_p^{ba}][Q]^T = \begin{bmatrix} Y_{b1a1} + Y_{b2a2} & -Y_{b1a1} \\ -Y_{b1a1} & Y_{b1a1} + Y_{b3a3} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

c-a fazı arasındaki kuplaj admitansı

$$Y_{bara}^{ca} = [Q][Y_p^{ca}][Q]^T = \begin{bmatrix} Y_{c1a1} + Y_{c2a2} & -Y_{c1a1} \\ -Y_{c1a1} & Y_{c1a1} + Y_{c3a3} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

c-b fazı arasındaki kuplaj admitansı

$$Y_{bara}^{cb} = [Q][Y_p^{cb}][Q]^T = \begin{bmatrix} Y_{c1b1} + Y_{c2b2} & -Y_{c1b1} \\ -Y_{c1b1} & Y_{c1b1} + Y_{c3b3} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

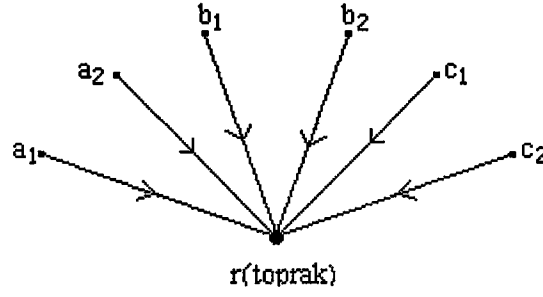
olarak bulunur.

Burada, 3 fazlı iletim hattına ait bara admitans matrisinin hesabı, her seferinde sadece primitif admitans matrisi değişen, $Q.Y_p.Q^T$ çarpımının 9 defa tekrarlanması ile elde edilmektedir. Böylece analiz, 9 defa tekrarlanan bir fazlı analize dönüşmektedir. [5]

$$Y_{bara}^{abc} = \begin{bmatrix} Y_{bara}^{aa} & Y_{bara}^{ab} & Y_{bara}^{ac} \\ Y_{bara}^{ba} & Y_{bara}^{bb} & Y_{bara}^{bc} \\ Y_{bara}^{ca} & Y_{bara}^{cb} & Y_{bara}^{cc} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

		a1	a2	b1	b2	c1	c2
Y_{bara}^{abc}	a1	$Y_{a1} + Y_{a2}$	$-Y_{a1}$	$Y_{a1b1} + Y_{a2b2}$	$-Y_{a1b1}$	$Y_{a1c1} + Y_{a2c2}$	$-Y_{a1c1}$
	a2	$-Y_{a1}$	$Y_{a1} + Y_{a3}$	$-Y_{a1b1}$	$Y_{a1b1} + Y_{a3b3}$	$-Y_{a1c1}$	$Y_{a1c1} + Y_{a3c3}$
	b1	$Y_{b1a1} + Y_{b2a2}$	$-Y_{b1a1}$	$Y_{b1} + Y_{b2}$	$-Y_{b1}$	$Y_{b1c1} + Y_{b2c2}$	$-Y_{b1c1}$
	b2	$-Y_{b1a1}$	$Y_{b1a1} + Y_{b3a3}$	$-Y_{b1}$	$Y_{b1} + Y_{b3}$	$-Y_{b1c1}$	$Y_{b1c1} + Y_{b3c3}$
	c1	$Y_{c1a1} + Y_{c2a2}$	$-Y_{c1a1}$	$Y_{c1b1} + Y_{c2b2}$	$-Y_{c1b1}$	$Y_{c1} + Y_{c2}$	$-Y_{c1}$
	c2	$-Y_{c1a1}$	$Y_{c1a1} + Y_{c3a3}$	$-Y_{c1b1}$	$Y_{c1b1} + Y_{c3b3}$	$-Y_{c1}$	$Y_{c1} + Y_{c3}$

Artık bu bara admitans matrisine ait uç graf da şekil 2.4 deki gibi olacaktır.



Şekil 2.4. Üç fazlı iletim hattına ait bara admitans matrisinin uç grafi

2.2.2 Üç Fazlı İletim Hattının Simetrlili Bileşenlerle Modellenmesi

Faz bileşen admitans matrisi bulunan üç fazlı bir iletim hattının simetrlili bileşen admitans matrisini bulmak için simetrlili bileşenler dönüşüm matrisi kullanılacaktır. Burada simetrlili bileşenler dönüşüm matrisi önerilen yöntemle uygun olarak genişletilmiş olup, bu

$$T_{sg} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} U & U & U \\ U & a^2U & aU \\ U & aU & a^2U \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

biçimindedir. Simetrlili bileşen admitans matrisi ise

$$Y_{bara}^{012} = T_{sg}^{-1} \cdot Y_{bara}^{abc} \cdot T_{sg} \quad (2.36)$$

formülünden bulunur. Üç fazlı bir hattın simetrlili bileşen admitans matrislerini elde edebilmek için Y_{bara}^{abc} admitans matrisinin simetrik yapıda olması gerekir. Aksi takdirde sadece sıfır, doğru ve ters sistemden oluşan simetrlili bileşen admitans matrisi bulamayız.

Simetrik olma koşulları,

$$Y_{a1} = Y_{b1} = Y_{c1} = Y$$

$$Y_{a1b1} = Y_{b1c1} = Y_{c1a1} = Y_{m1} \quad (2.37)$$

$$Y_{a1c1} = Y_{b1a1} = Y_{c1b1} = Y_{m2}$$

olarak verilebilirler. [7]

Kırsadevre analizlerinde şönt elemanlar ihmal edildiğinden

$$Y_{a2} = Y_{a3} = Y_{b2} = Y_{b3} = Y_{c2} = Y_{c3} = 0$$

$$Y_{a2b2} = Y_{a3b3} = Y_{a2c2} = Y_{a3c3} = Y_{b2c2} = Y_{b3c3} = 0$$

$$Y_{b2a2} = Y_{b3a3} = Y_{c2a2} = Y_{c3a3} = Y_{c2b2} = Y_{c3b3} = 0 \quad (2.38)$$

alınabilir. Bunun sonucu,

$$Y_{bara}^{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} U & U & U \\ U & aU & a^2U \\ U & a^2U & aU \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y & -Y & Y_{m1} & -Y_{m1} & Y_{m2} & -Y_{m2} \\ -Y & Y & -Y_{m1} & Y_{m1} & -Y_{m2} & Y_{m2} \\ Y_{m2} & -Y_{m2} & Y & -Y & Y_{m1} & -Y_{m1} \\ -Y_{m2} & Y_{m2} & -Y & Y & -Y_{m1} & Y_{m1} \\ Y_{m1} & -Y_{m1} & Y_{m2} & -Y_{m2} & Y & -Y \\ -Y_{m1} & Y_{m1} & -Y_{m2} & Y_{m2} & -Y & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U & U & U \\ U & a^2U & aU \\ U & aU & a^2U \end{bmatrix}$$

simetrik bileşen admitans matrisi

$$Y_{bara}^{012} = \begin{bmatrix} Y^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & Y^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & Y^{(2)} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

olarak bulunur ki burada sıfır sistem admitansı

$$Y^{(0)} = \begin{bmatrix} Y + Y_{m1} + Y_{m2} & -(Y + Y_{m1} + Y_{m2}) \\ -(Y + Y_{m1} + Y_{m2}) & Y + Y_{m1} + Y_{m2} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

doğru sistem admitansı

$$Y^{(1)} = \begin{bmatrix} Y + a^2Y_{m1} + aY_{m2} & -(Y + a^2Y_{m1} + aY_{m2}) \\ -(Y + a^2Y_{m1} + aY_{m2}) & Y + a^2Y_{m1} + aY_{m2} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

ve ters sistem admitansı

$$Y^{(2)} = \begin{bmatrix} Y + aY_{m1} + a^2Y_{m2} & -(Y + aY_{m1} + a^2Y_{m2}) \\ -(Y + aY_{m1} + a^2Y_{m2}) & Y + aY_{m1} + a^2Y_{m2} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

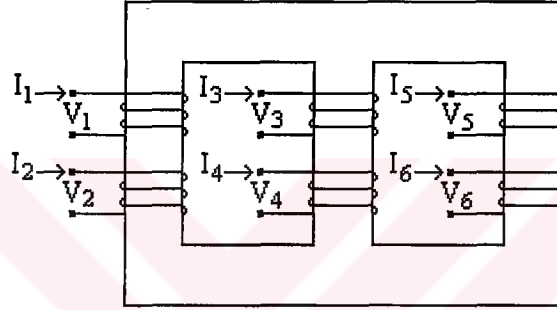
şeklindedir. Sistemin simetrik yapısal olmaması halinde ise sadece sıfır sistem, doğru sistem ve ters sistemden oluşan bir yapı elde edemeyiz.



2.3 Üç Fazlı Transformatörün Modellenmesi

2.3.1 Üç Fazlı Transformatörün Faz Bileşenleriyle Modellenmesi

Transformatör, enerji sistemlerinin en çok kullanılan ve basit elemanlarından biri olmasına rağmen, çekirdekteki doymanın lineer olmayan etkisi, sistemin geçici durum cevabı, bu temel elemanın modellenmesinde bir takım sıkıntılar getirmekte ve modelleme büyük bir problem olarak ortaya çıkmaktadır. Burada, transformatörün sürekli durum analizlerinde kullanılan üç fazlı modeli verilecektir.



Şekil 2.5. Üç fazlı transformatörün gösterimi

Üç fazlı transformatörün önerilen yöntemeye uygun olarak, modellenmesinde primitif admitans matrisi,

$$Y_p^{abc} = \begin{array}{c|cc|cc|cc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & y_p & -y_m & y' & y'' & y' & y'' \\ 2 & -y_m & y_s & y'' & y''' & y'' & y''' \\ \hline 3 & y' & y'' & y_p & -y_m & y' & y'' \\ 4 & y'' & y''' & -y_m & y_s & y'' & y''' \\ \hline 5 & y' & y'' & y' & y'' & y_p & -y_m \\ 6 & y'' & y''' & y'' & y''' & -y_m & y_s \end{array} \quad (2.44)$$

biçiminde düzenlenmiştir. [6]

Burada, literatürde olduğu gibi y_p transformatörün her bir fazının primer admitansını, y_s her bir fazın sekonder admitansını, y_m ise aynı fazların primer ve sekonder sargıları arasındaki kuplajı, y' farklı fazların primer sargıları arasındaki kuplajı, y'' farklı fazların primer ve sekonder sargıları arasındaki kuplajı, y''' ise farklı fazların sekonder sargıları arasındaki kuplajı göstermektedir.

Üç fazlı transformatörlerin genel halde temel kesitleme matrisi,

$$Q_t = [Q^T \mid U] \quad (2.45)$$

biçiminde olup, burada görülen Q kesitleme matrisi üç fazlı transformatörün bağlama grubuna bağlı olarak değişmektedir.

Yıldız noktasının topraksız olması durumunda Q matrisi içinde, Q_d gibi bir matris ortaya çıkmakta olup, Q matrisi genel halde,

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{abc} \\ Q_d \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

biçiminde ifade edilebilmektedir. Q_{abc} üç fazlı transformatörün bağlama grubunun yıldız veya üçgen bağlı olmasına göre değişmekte ve Q_{abc} genel anlamda

$$Q_{abc} = \begin{bmatrix} U & 0 & q \\ q & U & 0 \\ 0 & q & U \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

biçiminde görülmektedir. . Burada , q transformatörün bağlama grubunu (yıldız veya üçgen) yansıtan matris olup, n, üç fazlı transformatörün sargı sayısını göstermek üzere, $n \times n$ boyutundadır. U ise $n \times n$ boyutunda birim matristir. Yıldız noktasının topraksız olması durumunda ortaya çıkan Q_d matrisi genel durumda ise,

$$Q_d = [q_d \quad q_d \quad q_d] \quad (2.48)$$

biçiminde olup burada, q_d yıldız noktalarının topraklı olup olmadığını göstermektedir. n boyutlu topraksız yıldız noktası sayısı, m olmak üzere, q_d matrisinin boyutu $m \times n$ dir.

Transformatörün bara admitans matrisi,

$$Y_{bara}^{abc} = \begin{bmatrix} Q_{abc} \\ Q_d \end{bmatrix} [Y_p^{abc}] [Q_{abc}^T \mid Q_d^T] \quad (2.49)$$

biçiminde elde edilebilir. En genel halde admitans matrisi,

$$Y_{\text{bara}}^{abc} = \begin{bmatrix} Q_{abc} \cdot Y_p^{abc} \cdot Q_{abc}^T & Q_{abc} \cdot Y_p^{abc} \cdot Q_d^T \\ Q_d \cdot Y_p^{abc} \cdot Q_{abc}^T & Q_d \cdot Y_p^{abc} \cdot Q_d^T \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

şeklindedir. Bara admitans matrisi faz baraları ve yıldız noktası dikkate alınarak bölünlenip

$$\begin{aligned} Y_1 &= Q_{abc} \cdot Y_p^{abc} \cdot Q_{abc}^T \\ Y_2 &= Q_{abc} \cdot Y_p^{abc} \cdot Q_d^T \\ Y_3 &= Q_d \cdot Y_p^{abc} \cdot Q_{abc}^T \\ Y_4 &= Q_d \cdot Y_p^{abc} \cdot Q_d^T \end{aligned} \quad (2.51)$$

tanımları yapılacak olursa, topraksız yıldız noktası akımının sıfır olması sonucu, bara admitans matrisinde topraksız yıldız noktası indirgenerek, bara admitans matrisi

$$Y_{\text{bara}} = Y_1 - Y_2 \cdot Y_4^{-1} \cdot Y_3 \quad (2.52)$$

biçiminde verilebilmektedir.

Transformatörün birinci tarafının üçgen bağlı olması durumunda faz kayması ihmal edilerek 1, 3 ve 5'inci sütun ve satır elemanları, transformatörün ikinci tarafının üçgen bağlı olması durumunda ise 2, 4 ve 6'ıncı sütun ve satır elemanları $\alpha = \sqrt{3}$ 'e bölünmektedir.

q matrisinin boyutunu aynı faza ait sargı sayısının (n) belirlediği ve eğer birinci taraf üçgen bağlı ise, matrisin 1.1 elemanının, -1 , yıldız bağlı ise, 0 değerini aldığı ve ikinci taraf üçgen bağlı ise, matrisin 2.2 elemanının, -1 , ikinci taraf topraksız yıldız bağlı ise, 0 değerini aldığı görülmektedir.

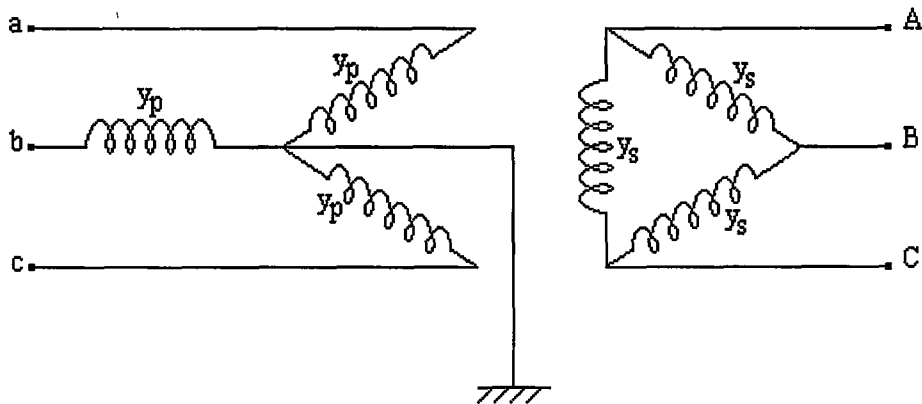
Topraksız yıldız noktası sayısı m ise q_d matrisi $m \times n$ boyutundadır. Birinci taraf topraksız yıldız bağlı ise, q_d matrisinin birinci elemanı, -1 , ikinci taraf da topraksız yıldız bağlı ise 2×2 boyutlu matrisin 1.1 ve 2.2 elemanlarının her ikisi de -1 dir.

Tablo 2.1 en çok kullanılan bağlama grupları için q_d ve q matrislerini q_d göstermektedir. [6]

Tablo 2.1 En çok kullanılan bağlama grupları için q_d ve q matrisleri tablosu

Bağlama Grubu	q	q_d
Yıldız(t)/Yıldız(t)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	-
Yıldız(t)/Yıldız	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$
Yıldız/Yıldız	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Yıldız(t)/Üçgen	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	-
Yıldız/Üçgen	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}$
Üçgen/Üçgen	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	-

2.3.1.1. Yıldız(t) / Üçgen Bağlı Transformatörün Uç Denklemlerinin Faz Bileşenleri Yöntemiyle Elde Edilmesi



Şekil 2.6. Yıldız(t)/Üçgen bağlı trafonun bağlantı diyagramı

Yıldız(t)/Üçgen bağlı bir transformatörün uç denklemlerinin elde edilışinde Q matrisi,

$$Q = \begin{bmatrix} U & 0 & q \\ q & U & 0 \\ 0 & q & U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

biçiminde olup bara admitans matrisi de

$$Y_{\text{bara}}^{abc} = Q \cdot Y_p^{abc} \cdot Q^T \quad (2.54)$$

$$Y_{\text{bara}}^{abc} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_p & -y_m & y^I & y^{II} & y^I & y^{II} \\ y_m & y_s & y^{II} & y^{III} & y^{II} & y^{III} \\ y^I & y^{II} & y_p & -y_m & y^I & y^{II} \\ y^{II} & y^{III} & -y_m & y_s & y^{II} & y^{III} \\ y^I & y^{II} & y^I & y^{II} & y_p & -y_m \\ y^{II} & y^{III} & y^{II} & y^{III} & -y_m & y_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

	a	A	b	B	c	C
a	y_p	$-(y_m + y^{II})$	y^I	$y_m + y^{II}$	y^I	0
A	$-(y_m + y^{II})$	$2(y_s - y^{III})$	0	$-y_s + y^{III}$	$y_m + y^{II}$	$-y_s + y^{III}$
b	y^I	0	y_p	$-(y_m + y^{II})$	y^I	$y_m + y^{II}$
B	$y_m + y^{II}$	$-y_s + y^{III}$	$-(y_m + y^{II})$	$2(y_s - y^{III})$	0	$-y_s + y^{III}$
c	y^I	$y_m + y^{II}$	y^I	0	y_p	$-(y_m + y^{II})$
C	0	$-y_s + y^{III}$	$y_m + y^{II}$	$-y_s + y^{III}$	$-(y_m + y^{II})$	$2(y_s - y^{III})$

biçiminde elde edilmektedir. [6]

Transformatörün ikinci tarafının üçgen bağlı olması durumunda faz kayması ihmal edilerek bara admitans matrisinin 2, 4 ve 6'ncı sütun ve satır elemanları $\alpha = \sqrt{3}$ 'e bölünmektedir.

Bütün kuplajlar ihmal edilip, primer ve sekonder admitansları eşit alınırsa bara admitans matrisi,

$$Y_{\text{bara}}^{abc} = \begin{array}{c|cc|cc|cc} & a & A & b & B & c & C \\ \hline a & y & -y/\sqrt{3} & 0 & y/\sqrt{3} & 0 & 0 \\ A & -y/\sqrt{3} & 2y/3 & 0 & -y/3 & y/\sqrt{3} & -y/3 \\ \hline b & 0 & 0 & y & -y/\sqrt{3} & 0 & y/\sqrt{3} \\ B & y/\sqrt{3} & -y/3 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 & 0 & -y/3 \\ \hline c & 0 & y/\sqrt{3} & 0 & 0 & y & -y/\sqrt{3} \\ C & 0 & -y/3 & y/\sqrt{3} & -y/3 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 \end{array} \quad (2.57)$$

olacaktır.

2.3.1.2 Yıldız(t)/Üçgen Bağlı Transformatörün Uç Denklemlerinin Simetrik Bileşenler Yöntemiyle Elde Edilmesi

Faz bileşenleri yöntemiyle bara admitans matrisi bulunan transformatörün, simetrik bileşenler matrisinin bulunması için simetrik bileşen dönüşüm matrisi ,

$$T_{sg} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} U & U & U \\ U & a^2U & aU \\ U & aU & a^2U \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

olmak üzere

$$Y_{\text{bara}}^{012} = T_{sg}^{-1} \cdot Y_{\text{bara}}^{abc} \cdot T_{sg} \quad (2.59)$$

formülü ile bulunur. Burada n bara sayısını göstermek üzere, U, n*n boyutunda birim matristir. (2.56) daki bara admitans matrisi kullanılıp önerilen yöntemle özgün simetrik bileşen dönüşüm matrisi yardımı ile simetrik bileşenler matrisi

$$Y_{\text{bara}}^{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} U & U & U \\ U & aU & a^2U \\ U & a^2U & aU \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y & Y_{m1} & Y_{m2} \\ Y_{m2} & Y & Y_{m1} \\ Y_{m1} & Y_{m2} & Y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U & U & U \\ U & a^2U & aU \\ U & aU & a^2U \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

olarak elde edilir.

$$Y = \begin{bmatrix} y_p & -(y_m + y'') \\ -(y_m + y'') & 2(y_s - y''') \end{bmatrix},$$

$$Y_{m1} = \begin{bmatrix} y^I & y_m + y^{II} \\ 0 & -y_s + y^{III} \end{bmatrix}$$

ve

$$Y_{m2} = \begin{bmatrix} y^I & 0 \\ y_m + y^{II} & -y_s + y^{III} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

olmak üzere simetrik bileşenler matrisi

$$Y_{bara}^{012} = \begin{bmatrix} Y + Y_{m1} + Y_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & Y + a^2 Y_{m1} + a Y_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Y + a Y_{m1} + a^2 Y_{m2} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

biçiminde yazılabilir

$$Y_{bara}^{012} = \begin{bmatrix} y_p + 2y^I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_p - y^I & (y_m + y^{II})(a^2 - 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (y_m + y^{II})(a - 1) & 3(y_s - y^{III}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_p - y^I & (y_m + y^{II})(a - 1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (y_m + y^{II})(a^2 - 1) & 3(y_s - y^{III}) \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. (2.63) de verilen matriste yer alan $a^2 - 1$ ve $a - 1$ değerleri,

$$a^2 - 1 = \cos 240^\circ + j \sin 240^\circ - 1 = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = -\frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 - 1 = -\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) = -\sqrt{3} \angle 30^\circ \quad (2.64)$$

$$a - 1 = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ - 1 = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = -\frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a - 1 = -\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) = -\sqrt{3} \angle -30^\circ \quad (2.65)$$

dir. Bunlar (2.63) de yerine konulursa, simetrlili bileşenler matrisi

$$Y_{\text{bara}}^{012} = \begin{bmatrix} y_p + 2y^I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_p - y^I & -(y_m + y^{II})\sqrt{3}\angle 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & -(y_m + y^{II})\sqrt{3}\angle -30^\circ & 3(y_s - y^{III}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_p - y^I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(y_m + y^{II})\sqrt{3}\angle 30^\circ & 3(y_s - y^{III}) \end{bmatrix}$$

biçiminde elde edilir.

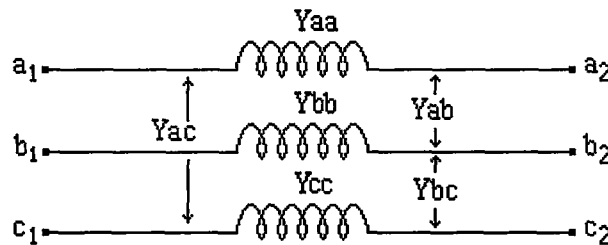
Transformatörün ikinci tarafı üçgen bağlı olduğu için faz kayması değeri ihmal edilerek sekonder tarafın admitansı 3 ile sekonderle primer arasındaki kuplaj admitansı ise $\sqrt{3}$ ile bölünmektedir. [2]

Bu işlemler yapılırsa Yıldız(t)/Üçgen bağlı trafonun simetrlili bileşen admitans matrisi

$$Y_{\text{bara}}^{012} = \begin{bmatrix} y_p + 2y^I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_p - y^I & -(y_m + y^{II})\angle 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & -(y_m + y^{II})\angle -30^\circ & y_s - y^{III} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_p - y^I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(y_m + y^{II})\angle 30^\circ & y_s - y^{III} \end{bmatrix}$$

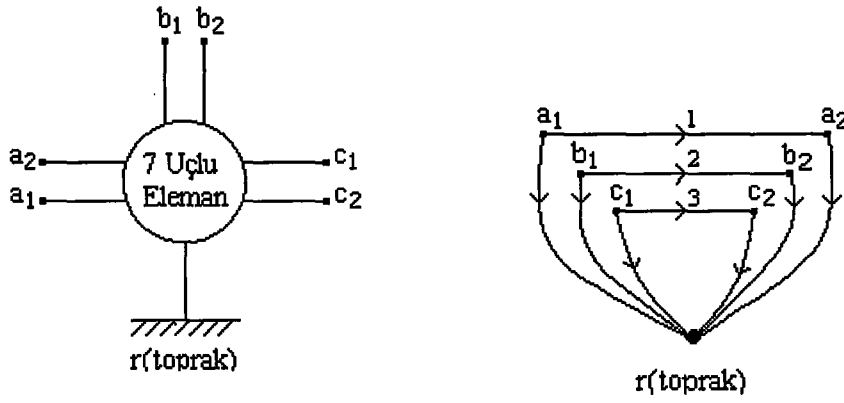
biçiminde elde edilir.

2.4 İki Bara Arasına Bağlı Üç Fazlı Seri Elemanın Modellenmesi



Şekil 2.7. İki bara arasına bağlı üç fazlı seri elemanın gösterimi

Bu seri eleman şönt reaktansları ihmal edilmiş üç fazlı bir iletim hattını ve seri empedansı (veya admitansı) temsil etmektedir.



Şekil 2.8. a) Seri elemanın çok-uçlu gösterimi

b) Seri elemanın uç-graflı

Seri elemanın primitif admitans matrisi,

$$Y_p^{abc} = \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ b & Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ c & Y_{ac} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{array} \quad (2.68)$$

Uç grafa ait temel çevre denklemleri matrisel olarak

$$\begin{array}{c|cccccc|ccc} & a1 & a2 & b1 & b2 & c1 & c2 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \\ V_{b1} \\ V_{b2} \\ V_{c1} \\ V_{c2} \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

$$[Q_{abc}^T \quad U][V] = [0] \quad (2.70)$$

biçiminde verilebilir. Her fazın Q kesitleme matrislerinin aynı olması özelliğinden dolayı

$$Q_a^T = Q_b^T = Q_c^T = Q^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_a = Q_b = Q_c = Q = \begin{bmatrix} -1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

şeklinde. Genel kesitleme matrisi ise

$$Q_{abc} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_{abc}^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

olup bara admitans matrisi

$$Y_{bara}^{abc} = [Q_{abc}] [Y_p^{abc}] [Q_{abc}]^T \quad (2.73)$$

denklemden bulunabilir. Önerilen yöntemin kullanılmasıyla her faza ait bara admitans matrisleri sadece primitif admitans matrisi değişen $[Q][Y_p][Q]^T$ çarpımının 9 defa tekrarlanmasıyla bulunur.

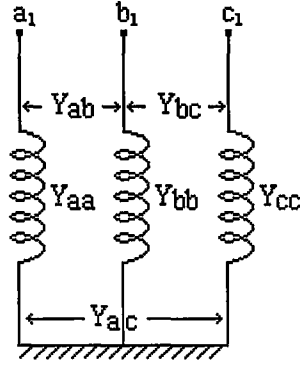
$$Y_{bara}^{aa} = [Q][Y_p^{aa}][Q]^T = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} [Y_{aa}] \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{aa} & -Y_{aa} \\ -Y_{aa} & Y_{aa} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

diğer fazlar için benzer çarpımlar yapıp bara admitans matrisi düzenlenirse

$$Y_{bara}^{abc} = \begin{array}{c|cc|cc|cc} & a1 & a2 & b1 & b2 & c1 & c2 \\ \hline a1 & Y_{aa} & -Y_{aa} & Y_{ab} & -Y_{ab} & Y_{ac} & -Y_{ac} \\ a2 & -Y_{aa} & Y_{aa} & -Y_{ab} & Y_{ab} & -Y_{ac} & Y_{ac} \\ \hline b1 & Y_{ab} & -Y_{ab} & Y_{bb} & -Y_{bb} & Y_{bc} & -Y_{bc} \\ b2 & -Y_{ab} & Y_{ab} & -Y_{bb} & Y_{bb} & -Y_{bc} & Y_{bc} \\ \hline c1 & Y_{ac} & -Y_{ac} & Y_{bc} & -Y_{bc} & Y_{cc} & -Y_{cc} \\ c2 & -Y_{ac} & Y_{ac} & -Y_{bc} & Y_{bc} & -Y_{cc} & Y_{cc} \end{array} \quad (2.75)$$

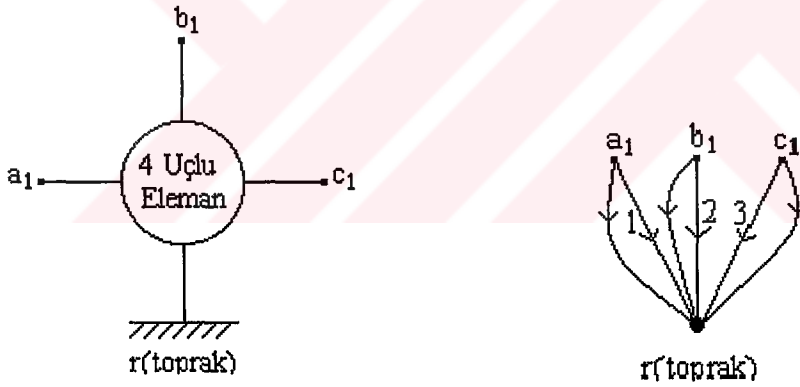
sonucu elde edilir.

2.5 Bir Baraya Bağlı Üç Fazlı Elemanın Modellenmesi



Şekil 2.9. Bir baraya bağlı üç fazlı elemanın gösterimi

Bu üç fazlı eleman şönt kapasitörü ve generatörü temsil etmektedir.



Şekil 2.10. a) Üç fazlı paralel elemanın çok-uçlu gösterimi

b) Üç fazlı paralel elemanın uç grafi

Bu elemana ait primitif admitans matrisi,

$$Y_p^{abc} = \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ 2 & Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ 3 & Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{array} \quad (2.76)$$

şeklinde olup temel çevre denklemleri matrisel olarak,

$$\begin{array}{c|ccc|ccc} & a1 & b1 & c1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{b1} \\ V_{c1} \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

$$[Q_{abc}^T \mid U][V] = [0] \quad (2.78)$$

biçiminde ifade edilebilir. Bara admitans matrisi ise

$$Y_{bara}^{abc} = [Q_{abc}] [Y_p^{abc}] [Q_{abc}]^T \quad (2.79)$$

işleminin yapılmasıyla

$$Y_{bara}^{abc} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{ac} \\ Y_{ac} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

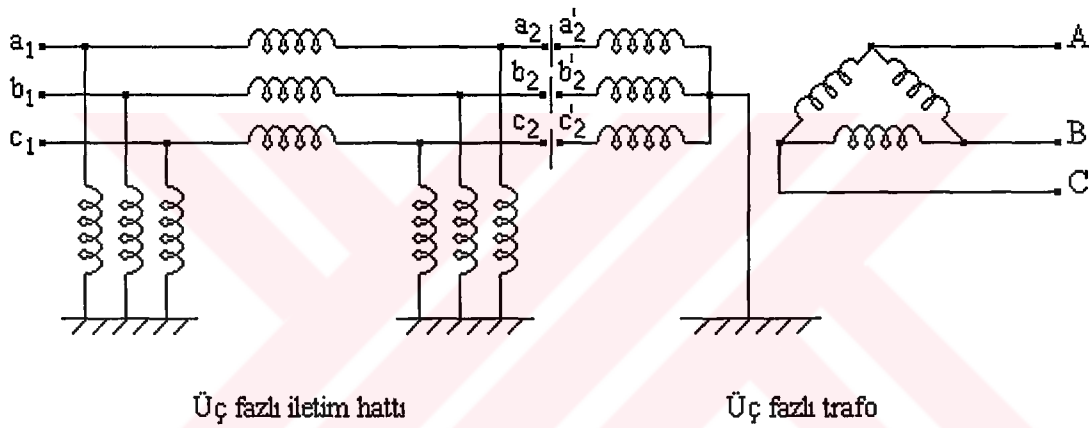
$$Y_{bara}^{abc} = \begin{array}{c|ccc} & a1 & b1 & c1 \\ \hline a1 & Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ b1 & Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ c1 & Y_{ac} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{array} \quad (2.81)$$

şeklinde elde edilir.

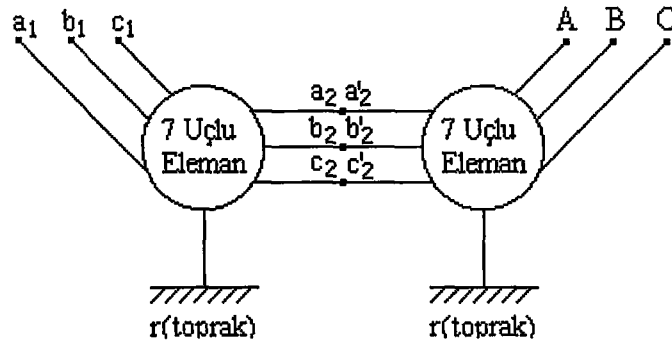
2.6 Üç Fazlı Şebekenin Modellenmesi

2.6.1 Üç Fazlı İletim Hattı ve Üç Fazlı Trafodan Oluşan Üç Fazlı Şebekenin Faz Bileşenleriyle Modellenmesi

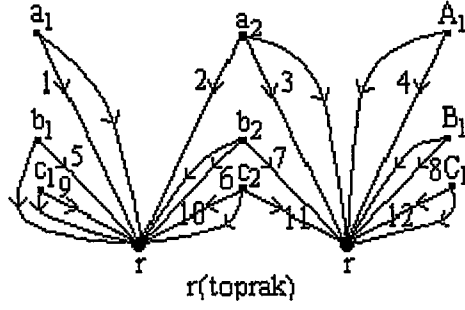
Transformatörler ve hatlardan oluşan üç fazlı bir enerji sistemi, yukarıda modellenmeleri açıklanan çok-uçlu elemanların kendi aralarında bağlanmalarından oluşmaktadır. Bu enerji sistemini de çok-uçlu eleman olarak görmek mümkün olup, şebekenin modeli çok-uçlu eleman modelleri yardımı ile elde edilebilmektedir. Burada, yine fazların kendi aralarında, aynı topolojiye sahip, devre oluşturmaları göz önüne alınmış ve matematiksel model buna uygun olarak elde edilebilmektedir.



Şekil 2.11. Üç fazlı iletim hattı ve üç fazlı trafodan (yıldız(t)/üçgen) oluşan sistemin gösterimi



Şekil 2.12 a) Üç fazlı sistemin çok-uçlu gösterimi



Şekil 2.12 b) Üç fazlı sistemin uç-grafi

Hat ve transformatörden oluşan sistemin a, b, c fazlarına ait primitif admitans matrisleri sırasıyla

$$Y_p^{aa} = \begin{array}{c|cccc} & a_1 & a_2 & a_2' & A_1 \\ \hline a_1 & Y_{a1} + Y_{a2} & -Y_{a1} & 0 & 0 \\ a_2 & -Y_{a1} & Y_{a1} + Y_{a3} & 0 & 0 \\ a_2' & 0 & 0 & y & -y/\sqrt{3} \\ A_1 & 0 & 0 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 \end{array} \quad (2.82)$$

$$Y_p^{bb} = \begin{array}{c|cccc} & b_1 & b_2 & b_2' & B_1 \\ \hline b_1 & Y_{b1} + Y_{b2} & -Y_{b1} & 0 & 0 \\ b_2 & -Y_{b1} & Y_{b1} + Y_{b3} & 0 & 0 \\ b_2' & 0 & 0 & y & -y/\sqrt{3} \\ B_1 & 0 & 0 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 \end{array} \quad (2.83)$$

$$Y_p^{cc} = \begin{array}{c|cccc} & c_1 & c_2 & c_2' & C_1 \\ \hline c_1 & Y_{c1} + Y_{c2} & -Y_{c1} & 0 & 0 \\ c_2 & -Y_{c1} & Y_{c1} + Y_{c3} & 0 & 0 \\ c_2' & 0 & 0 & y & -y/\sqrt{3} \\ C_1 & 0 & 0 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 \end{array} \quad (2.84)$$

biçiminde olup fazlar arasındaki kuplajları gösteren primitif admitans matrisleri de

$$Y_p^{ab} = \begin{array}{c|cccc} & b_1 & b_2 & b_2' & B_1 \\ \hline a_1 & Y_{a1b1} + Y_{a2b2} & -Y_{a1b1} & 0 & 0 \\ a_2 & -Y_{a1b1} & Y_{a1b1} + Y_{a3b3} & 0 & 0 \\ a_2' & 0 & 0 & 0 & y/\sqrt{3} \\ A_1 & 0 & 0 & 0 & -y/3 \end{array} \quad (2.85)$$

$$Y_p^{ac} = \begin{array}{c|ccc|c} & c_1 & c_2 & c_2' & C_1 \\ \hline a_1 & Y_{alc1} + Y_{a2c2} & -Y_{alc1} & 0 & 0 \\ \hline a_2 & -Y_{alc1} & Y_{alc1} + Y_{a3c3} & 0 & 0 \\ \hline a_2' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline A_1 & 0 & 0 & y/\sqrt{3} & -y/3 \end{array} \quad (2.86)$$

$$Y_p^{ba} = \begin{array}{c|ccc|c} & a_1 & a_2 & a_2' & A_1 \\ \hline b_1 & Y_{b1a1} + Y_{b2a2} & -Y_{b1a1} & 0 & 0 \\ \hline b_2 & -Y_{b1a1} & Y_{b1a1} + Y_{b3a3} & 0 & 0 \\ \hline b_2' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline B_1 & 0 & 0 & y/\sqrt{3} & -y/3 \end{array} \quad (2.87)$$

$$Y_p^{bc} = \begin{array}{c|ccc|c} & c_1 & c_2 & c_2' & C_1 \\ \hline b_1 & Y_{b1c1} + Y_{b2c2} & -Y_{b1c1} & & \\ \hline b_2 & -Y_{b1c1} & Y_{b1c1} + Y_{b3c3} & & \\ \hline b_2' & & & 0 & y/\sqrt{3} \\ \hline B_1 & & & 0 & -y/3 \end{array} \quad (2.88)$$

$$Y_p^{ca} = \begin{array}{c|ccc|c} & a_1 & a_2 & a_2' & A_1 \\ \hline c_1 & Y_{c1a1} + Y_{c2a2} & -Y_{c1a1} & 0 & 0 \\ \hline c_2 & -Y_{c1a1} & Y_{c1a1} + Y_{c3a3} & 0 & 0 \\ \hline c_2' & 0 & 0 & 0 & y/\sqrt{3} \\ \hline C_1 & 0 & 0 & 0 & -y/3 \end{array} \quad (2.89)$$

$$Y_p^{cb} = \begin{array}{c|ccc|c} & b_1 & b_2 & b_2' & B_1 \\ \hline c_1 & Y_{c1b1} + Y_{c2b2} & -Y_{c1b1} & 0 & 0 \\ \hline c_2 & -Y_{c1b1} & Y_{c1b1} + Y_{c3b3} & 0 & 0 \\ \hline c_2' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline C_1 & 0 & 0 & y/\sqrt{3} & -y/3 \end{array} \quad (2.90)$$

olarak yazılabilir. Burada Y_p^{ab} , a fazı ile b fazı arasındaki primitif kuplajı ifade etmektedir.

Uç-grafta, baralara bağladığımız gerilim kaynakları ağaç olarak seçilirse temel çevre denklemleri matrisel olarak

	a_1	a_2	A_1	b_1	b_2	B_1	c_1	c_2	C_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	-1	0	0							1												V_{a1}
2	0	-1	0								1											V_{a2}
3	0	-1	0									1										V_{A1}
4	0	0	-1										1									V_{b1}
5				-1	0	0								1								V_{b2}
6				0	-1	0									1							V_{B1}
7				0	-1	0										1						V_{c1}
8				0	0	-1											1					V_{c2}
9							-1	0	0									1				V_{C1}
10							0	-1	0										1			V_1
11							0	-1	0											1		V_2
12							0	0	-1												1	V_{12}

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [Q_a]^T & & & U & & \\ & [Q_b]^T & & & U & \\ & & [Q_c]^T & & & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

biçiminde verilebilir.

$$Q_a^T = Q_b^T = Q_c^T = Q^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

$$Q_a = Q_b = Q_c = Q = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

$$Q_{abc} = \begin{bmatrix} [Q] & & \\ & [Q] & \\ & & [Q] \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

fazlara ait temel kesitleme matrisleri her faz için eşit olup bara admitans matrisi

$$Y_{bara}^{abc} = [Q_{abc}] [Y_p^{abc}] [Q_{abc}]^T \quad (2.96)$$

olmak üzere önerilen yöntem uygulanırsa, fazlara ait bara admitans matrisleri, Q kesitleme matrisleri üç faz için de aynı kaldığından her faz için sadece primitif admitans matrisi değişen $Y_{\text{bara}} = [Q][Y_p][Q]^T$ çarpımının 9 defa tekrarlanmasıyla bulunur. [5]

$$Y_{\text{bara}}^{aa} = [Q][Y_p^{aa}][Q]^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{a1} + Y_{a2} & -Y_{a1} & 0 & 0 \\ -Y_{a1} & Y_{a1} + Y_{a3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y & -y/\sqrt{3} \\ 0 & 0 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

yukarıda bahsedilen çarpımlar yapıldığında a, b, c fazlarına ilişkin bara admitans matrisleri

$$Y_{\text{bara}}^{aa} = [Q][Y_p^{aa}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & a_1 & a_2 & A_1 \\ \hline a_1 & Y_{a1} + Y_{a2} & -Y_{a1} & 0 \\ a_2 & -Y_{a1} & Y_{a1} + Y_{a3} + y & -y/\sqrt{3} \\ \hline A_1 & 0 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 \end{array} \quad (2.98)$$

$$Y_{\text{bara}}^{bb} = [Q][Y_p^{bb}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & b_1 & b_2 & B_1 \\ \hline b_1 & Y_{b1} + Y_{b2} & -Y_{b1} & 0 \\ b_2 & -Y_{b1} & Y_{b1} + Y_{b3} + y & -y/\sqrt{3} \\ \hline B_1 & 0 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 \end{array} \quad (2.99)$$

$$Y_{\text{bara}}^{cc} = [Q][Y_p^{cc}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & c_1 & c_2 & C_1 \\ \hline c_1 & Y_{c1} + Y_{c2} & -Y_{c1} & 0 \\ c_2 & -Y_{c1} & Y_{c1} + Y_{c2} + y & -y/\sqrt{3} \\ \hline C_1 & 0 & -y/\sqrt{3} & 2y/3 \end{array} \quad (2.100)$$

biçiminde olup fazlar arasındaki kuplajları gösteren bara admitans matrisleri de

$$Y_{\text{bara}}^{ab} = [Q][Y_p^{ab}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & b_1 & b_2 & B_1 \\ \hline a_1 & Y_{a1b1} + Y_{a2b2} & -Y_{a1b1} & 0 \\ a_2 & -Y_{a1b1} & Y_{a1b1} + Y_{a3b3} & y/\sqrt{3} \\ \hline A_1 & 0 & 0 & -y/3 \end{array} \quad (2.101)$$

$$Y_{\text{bara}}^{ac} = [Q][Y_p^{ac}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & c_1 & c_2 & C_1 \\ \hline a_1 & Y_{a1c1} + Y_{a2c2} & -Y_{a1c1} & 0 \\ a_2 & -Y_{a1c1} & Y_{a1c1} + Y_{a3c3} & 0 \\ \hline A_1 & 0 & y/\sqrt{3} & -y/3 \end{array} \quad (2.102)$$

$$Y_{\text{bara}}^{ba} = [Q][Y_p^{ba}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & a_1 & a_2 & A_1 \\ \hline b_1 & Y_{b1a1} + Y_{b2a2} & -Y_{b1a1} & 0 \\ b_2 & -Y_{b1a1} & Y_{b1a1} + Y_{b3a3} & 0 \\ \hline B_1 & 0 & y/\sqrt{3} & -y/3 \end{array} \quad (2.103)$$

$$Y_{\text{bara}}^{bc} = [Q][Y_p^{bc}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & c_1 & c_2 & C_1 \\ \hline b_1 & Y_{b1c1} + Y_{b2c2} & -Y_{b1c1} & 0 \\ b_2 & -Y_{b1c1} & Y_{b1c1} + Y_{b3c3} & y/\sqrt{3} \\ \hline B_1 & 0 & 0 & -y/3 \end{array} \quad (2.104)$$

$$Y_{\text{bara}}^{ca} = [Q][Y_p^{ca}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & a_1 & a_2 & A_1 \\ \hline c_1 & Y_{c1a1} + Y_{c2a2} & -Y_{c1a1} & 0 \\ c_2 & -Y_{c1a1} & Y_{c1a1} + Y_{c3a3} & y/\sqrt{3} \\ \hline C_1 & 0 & 0 & -y/3 \end{array} \quad (2.105)$$

$$Y_{\text{bara}}^{cb} = [Q][Y_p^{cb}][Q]^T = \begin{array}{c|cc|c} & b_1 & b_2 & B_1 \\ \hline c_1 & Y_{c1b1} + Y_{c2b2} & -Y_{c1b1} & 0 \\ c_2 & -Y_{c1b1} & Y_{c1b1} + Y_{c3b3} & 0 \\ \hline C_1 & 0 & y/\sqrt{3} & -y/3 \end{array} \quad (2.106)$$

olarak elde edilir. Bu sisteme ait bara admitans matrisi Y_{bara}^{abc} , her faza ait bara admitans matrislerinin kullanılmasıyla (2.107) deki gibi düzenlenebilir.

	a_1	a_2	A_1	b_1	b_2	B_1	c_1	c_2	C_1
a_1	$Y_{a1} + Y_{a2}$	$-Y_{a1}$	0	$Y_{a1b1} + Y_{a2b2}$	$-Y_{a1b1}$	0	$Y_{a1c1} + Y_{a2c2}$	$-Y_{a1c1}$	0
a_2	$-Y_{a1}$	$Y_{a1} + Y_{a3} + y$	$-y/\sqrt{3}$	$-Y_{a1b1}$	$Y_{a1b1} + Y_{a3b3}$	$y/\sqrt{3}$	$-Y_{a1c1}$	$Y_{a1c1} + Y_{a3c3}$	0
A_1	0	$-y/\sqrt{3}$	$2y/3$	0	0	$-y/3$	0	$y/\sqrt{3}$	$-y/3$
b_1	$Y_{b1a1} + Y_{b2a2}$	$-Y_{b1a1}$	0	$Y_{b1} + Y_{b2}$	$-Y_{b1}$	0	$Y_{b1c1} + Y_{b2c2}$	$-Y_{b1c1}$	0
b_2	$-Y_{b1a1}$	$Y_{b1a1} + Y_{b3a3}$	0	$-Y_{b1}$	$Y_{b1} + Y_{b3}$	$-y/\sqrt{3}$	$-Y_{b1c1}$	$Y_{b1c1} + Y_{b3c3}$	$y/\sqrt{3}$
B_1	0	$y/\sqrt{3}$	$-y/3$	0	$-y/\sqrt{3}$	$2y/3$	0	0	$-y/3$
c_1	$Y_{b1c1} + Y_{b2c2}$	$-Y_{b1c1}$	0	$Y_{c1b1} + Y_{c2b2}$	$-Y_{c1b1}$	0	$Y_{c1} + Y_{c2}$	$-Y_{c1}$	0
c_2	$-Y_{b1c1}$	$Y_{b1c1} + Y_{b3c3}$	$y/\sqrt{3}$	$-Y_{c1b1}$	$Y_{c1b1} + Y_{c3b3}$	0	$-Y_{c1}$	$Y_{c1} + Y_{c3}$	$-y/\sqrt{3}$
C_1	0	0	$-y/3$	0	$y/\sqrt{3}$	$-y/3$	0	$-y/\sqrt{3}$	$2y/3$

$$Y_{abc} = Y_{b\bar{a}\bar{c}} \quad (2.107)$$

2.6.2 Üç Fazlı İletim Hattı ve Üç Fazlı Trafodan Oluşan Üç fazlı Şebekenin Simetrik Bileşenlerle Modellenmesi

Önerilen yöntemin uygulanmasıyla faz bileşenleri bara admitans matrisi bulunan sistemin, simetrik bileşen admitans matrisini bulmak için bu yöntemle özgün simetrik bileşen dönüşüm matrisi kullanılmalıdır. Burada U $n \times n$ boyutunda birim matris olmak üzere ve n bara sayısını göstermek üzere

$$T_{sg} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} U & U & U \\ U & a^2 U & aU \\ U & aU & a^2 U \end{bmatrix} \quad (2.108)$$

biçimindedir. Buradan simetrik bileşen admitans matrisi

$$Y_{bara}^{012} = T_{sg}^{-1} \cdot Y_{bara}^{abc} \cdot T_{sg} \quad (2.109)$$

formülü ile bulunur. Simetrik halde hat için

$$\begin{aligned} Y_{alb1} &= Y_{blcl} = Y_{clal} = Y_{m1} \\ Y_{alc1} &= Y_{blal} = Y_{clbl} = Y_{m2} \end{aligned} \quad (2.110)$$

ve

$$\begin{aligned} Y_{a2b2} &= Y_{b2a2} = Y_{a2c2} = Y_{c2a2} = Y_{b2c2} = Y_{c2b2} = 0 \\ Y_{a3b3} &= Y_{b3a3} = Y_{a3c3} = Y_{c3a3} = Y_{b3c3} = Y_{c3b3} = 0 \end{aligned} \quad (2.111)$$

olarak verilmişti. Buradan üç fazlı iletim hattı ve üç fazlı trafodan oluşan sistemin bara admitans matrisi

	a_1	a_2	A	b_1	b_2	B	c_1	c_2	C
a_1	Y	$-Y$	0	Y_{m1}	$-Y_{m1}$	0	Y_{m2}	$-Y_{m2}$	0
a_2	$-Y$	$Y+y$	$-y/\sqrt{3}$	$-Y_{m1}$	Y_{m1}	$y/\sqrt{3}$	$-Y_{m2}$	Y_{m2}	0
A	0	$-y/\sqrt{3}$	$2y/3$	0	0	$-y/3$	0	$y/\sqrt{3}$	$-y/3$
b_1	Y_{m2}	$-Y_{m2}$	0	Y	$-Y$	0	Y_{m1}	$-Y_{m1}$	0
b_2	$-Y_{m2}$	Y_{m2}	0	$-Y$	$Y+y$	$-y/\sqrt{3}$	$-Y_{m1}$	Y_{m1}	$y/\sqrt{3}$
B	0	$y/\sqrt{3}$	$-y/3$	0	$-y/\sqrt{3}$	$2y/3$	0	0	$-y/3$
c_1	Y_{m1}	$-Y_{m1}$	0	Y_{m2}	$-Y_{m2}$	0	Y	$-Y$	0
c_2	$-Y_{m1}$	Y_{m1}	$y/\sqrt{3}$	$-Y_{m2}$	Y_{m2}	0	$-Y$	$Y+y$	$-y/\sqrt{3}$
C	0	0	$-y/3$	0	$y/\sqrt{3}$	$-y/3$	0	$-y/\sqrt{3}$	$2y/3$

biçiminde düzenlenirse simetrik bileşen matrisi

$$Y_{\text{bara}}^{012} = T_{\text{sg}}^{-1} \cdot Y_{\text{bara}}^{\text{abc}} \cdot T_{\text{sg}} \quad (2.113)$$

$$Y_{\text{bara}}^{012} = \begin{bmatrix} [Y^{(0)}] & [0] & [0] \\ [0] & [Y^{(1)}] & [0] \\ [0] & [0] & [Y^{(2)}] \end{bmatrix} \quad (2.114)$$

olup sıfır sistem bileşeni

$$Y^{(0)} = \begin{bmatrix} Y + Y_{m1} + Y_{m2} & -(Y + Y_{m1} + Y_{m2}) & 0 \\ -(Y + Y_{m1} + Y_{m2}) & Y + Y_{m1} + Y_{m2} + y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

doğru sistem bileşeni

$$Y^{(1)} = \begin{bmatrix} Y + a^2 Y_{m1} + a Y_{m2} & -(Y + a^2 Y_{m1} + a Y_{m2}) & 0 \\ -(Y + a^2 Y_{m1} + a Y_{m2}) & Y + a^2 Y_{m1} + a Y_{m2} + y & -\sqrt{3} \cdot y \cdot \angle 30^\circ \\ 0 & -\sqrt{3} \cdot y \cdot \angle -30^\circ & 0 \end{bmatrix} \quad (2.116)$$

ve ters sistem bileşeni ise

$$Y^{(2)} = \begin{bmatrix} Y + a Y_{m1} + a^2 Y_{m2} & -(Y + a Y_{m1} + a^2 Y_{m2}) & 0 \\ -(Y + a Y_{m1} + a^2 Y_{m2}) & Y + a Y_{m1} + a^2 Y_{m2} + y & -\sqrt{3} \cdot y \cdot \angle -30^\circ \\ 0 & -\sqrt{3} \cdot y \cdot \angle 30^\circ & 0 \end{bmatrix} \quad (2.117)$$

olarak elde edilir.

*** Buraya kadar olan bölümde elemanların admitans modelleri verildi. Bara admitans matrisleri yük akışı analizinde kullanılmasına karşın, kısadevre analizi için elemanların empedans matrisleri kullanılmaktadır. Dolayısıyla bu sıkıntıyı gidermek için kısadevre analizinde, önce sistemin (bölüm 2’de anlatılan yöntemlerle) bara admitans matrisi bulunup

$$\left[Z_{\text{bara}}^{\text{abc}} \right] = \left[Y_{\text{bara}}^{\text{abc}} \right]^{-1}$$

ters alma işlemi ile bara empedans matrisini bulma sonucuna gidilecektir. Daha sonra 3. bölümde anlatılan kısadevre algoritması kullanılarak kısadevre analizi yapılacaktır.***



3. KISADEVRE ANALİZİ

3.1 Giriş

Her sistemde olduğu gibi, enerji sistemlerinde de hataların oluşması kaçınılmazdır. Bu bölümde yapılacak çalışmanın amacı, enerji sistemlerindeki tüm hata türlerini içeren genel modeli vermektir.

Kısadevre hesaplamaları herhangi bir güç sisteminde oluşabilecek herhangi bir hata durumunda güç sisteminin akım ve gerilimlerinin bilinmesini sağlar. Bu bilgi güç sistemlerinin korunması ve güvenli işletilmesi için gereklidir.

Bilgisayar kullanılarak yapılan ilk kısadevre hesabı uygulamaları yük akışı sonuçları kullanılarak, iteratif yolla çözüme gitme şeklinde yapılmıştır. Bu yöntemde birçok hata türü ve hata yeri için akım ve gerilim değerlerinin bilinmesini gerektirdiğinden, hesaplama zamanı açısından bir hayli kayıp söz konusu olmaktadır. Zamanla gelişen teknik, bara empedans matrisini bilgisayarda kullanılabilir duruma getirdiğinden bara empedans metodu denen bu metot yaygınlaşmıştır.

Genelde kısadevre çalışmalarında basitlik getiren bir takım kabullerden yola çıkılmaktadır. Bu kabuller,

- Tüm makina gerilimlerinin sabit olduğu ve bu makinalara ait başlangıç ve geçici empedanslarının şebeke tarafından gösterildiği,

- Tüm arızasız baraların gerilimlerinin 1 p.u. ve akımlarının sıfır değerinde oldukları,

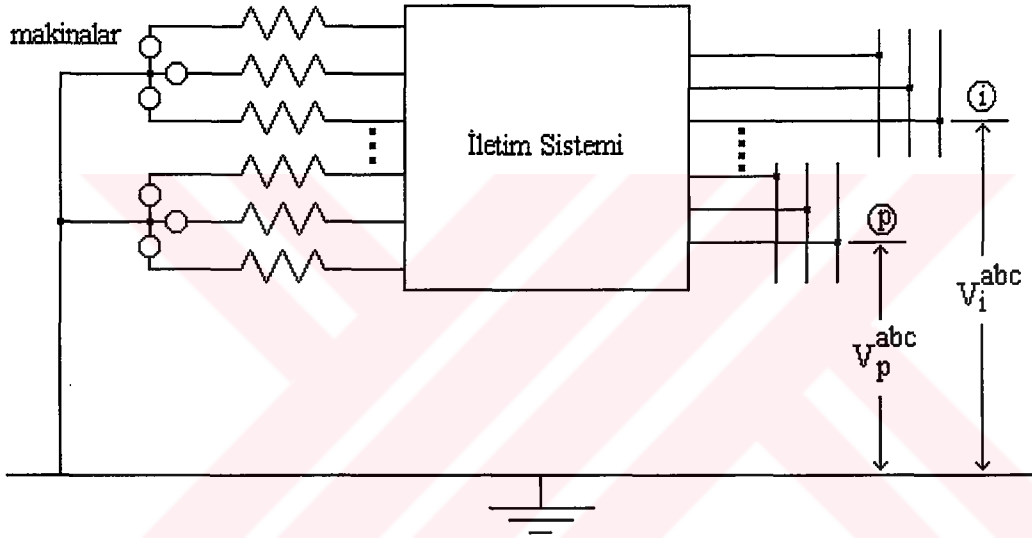
- Pozitif ve negatif bileşen devrelerinin aynı olduğu,

- Transformatörlerin nominal çevirme oranlarında olduğu

kabul edilir ve hatların paralel empedansları ile trafoların π eşdeğerlerindeki şönt empedanslar gibi paralel elemanlar ihmal edilir. Ayrıca tüm kısadevre hesaplarında toprak referans olarak alınır. Fazların hata durumları için ise burada R fazı referans alınmıştır. [7]

3.2. Bara Empedans Matrisi Kullanılarak Yapılan Kısadevre Analizi

Bu hesaplamalarda, üç fazlı bir enerji sisteminin sürekli sünisoidal haldeki gösterilimi şekil 3.1 de verildiği gibidir. Burada kısadevre hesabı için basitleştirmeler yapılmıştır. Yükler ve hatların paralel admitansları gibi şönt elemanlar ihmal edilmiş ve toprak referans seçilerek bara empedans matrisinin oluşturulması sağlanmıştır. Bu empedans matrisinin elemanları kullanılarak herbir hata durumundaki akım ve gerilimleri kolaylıkla bulunabilir. [7]



Şekil 3.1. Kısadevre analizi için üç fazlı bir sistemin gösterimi [7]

Herhangi bir hata durumunda sistemin gerilim eşitliği

$$E_{\text{bara}(F)}^{abc} = E_{(0)}^{abc} - Z_{\text{bara}}^{abc} \cdot I_{\text{bara}(F)}^{abc} \quad (3.1)$$

dir. Burada (0) alt indisi hata öncesi koşulları; (F) alt indisi ise hata sonrası koşulları göstermekte olup bilinmeyen gerilim vektörü $E_{\text{bara}(F)}^{abc}$,

$$E_{\text{bara}(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} E_{1(F)}^{abc} \\ \vdots \\ E_{p(F)}^{abc} \\ \vdots \\ E_{n(F)}^{abc} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Hata öncesi bilinen gerilim vektörü ise $E_{bara(0)}^{abc}$,

$$E_{bara(0)}^{abc} = \begin{bmatrix} E_{l(0)}^{abc} \\ \vdots \\ E_{p(0)}^{abc} \\ \vdots \\ E_{n(0)}^{abc} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

şeklindedir. Sistemde p barasında bir arıza olması durumunda bilinmeyen bara akım vektörü $I_{bara(F)}^{abc}$,

$$I_{bara(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_{p(F)}^{abc} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Üç fazlı bara admitans matrisi Z_{bara}^{abc} ise

$$Z_{bara}^{abc} = \begin{bmatrix} Z_{l1}^{abc} & \cdot & Z_{lp}^{abc} & \cdot & Z_{ln}^{abc} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{p1}^{abc} & \cdot & Z_{pp}^{abc} & \cdot & Z_{pn}^{abc} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{n1}^{abc} & \cdot & Z_{np}^{abc} & \cdot & Z_{nn}^{abc} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

biçiminde olup, sistemin hata öncesi hesaplanan üç fazlı empedans matrisini göstermektedir. Yukarıda verilen bağıntılar ve daha önce verilen kabuller altında, hatayı içeren sistemin üç fazlı gösterimi şekil 3.2. de verilmiştir.

$$E_{p(F)}^{abc} = Z_F^{abc} \cdot I_{p(F)}^{abc} \quad (3.8)$$

biçiminde ifade edilebilmektedir. Burada, Z_F^{abc} hata türüne bağlı olarak hata empedanslarını gösteren 3*3 boyutunda bir matristir. (3.8) eşitliği, (3.7) eşitliğinde yerine konursa hata akımı $I_{p(F)}^{abc}$,

$$I_{p(F)}^{abc} = (Z_F^{abc} + Z_{pp}^{abc})^{-1} E_{p(0)}^{abc} \quad (3.9)$$

• olarak elde edilir. (3.9) eşitliği (3.8) de yerine konursa hatalı p barasının gerilimi,

$$E_{p(F)}^{abc} = Z_F^{abc} (Z_F^{abc} + Z_{pp}^{abc})^{-1} E_{p(0)}^{abc} \quad (3.10)$$

biçiminde verilebilmektedir. Diğer baralardaki üç fazlı gerilim ise (3.9) eşitliğinin (3.7) eşitliğinde yerine konulmasıyla elde edilir

$$E_{i(F)}^{abc} = E_{i(0)}^{abc} - Z_{ip}^{abc} (Z_F^{abc} + Z_{pp}^{abc})^{-1} E_{p(0)}^{abc} \quad (3.11)$$

Hata admitans matrisi Y_F^{abc} kullanılacak olursa (3.8) eşitliği

$$I_{p(F)}^{abc} = Y_F^{abc} E_{p(F)}^{abc} \quad (3.12)$$

olacaktır. (3.12) eşitliği, (3.7)'nin p. eşitliğinde yerine konacak olursa

$$E_{p(F)}^{abc} = E_{p(0)}^{abc} - Z_{pp}^{abc} Y_F^{abc} E_{p(F)}^{abc} \quad (3.13)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemin çözülmesiyle

$$E_{p(F)}^{abc} = (U + Z_{pp}^{abc} Y_F^{abc})^{-1} E_{p(0)}^{abc} \quad (3.14)$$

elde edilir. (3.14) denkleminin (3.12) eşitliğinde yerine konulmasıyla hatalı p barasındaki akım ise

$$I_{p(F)}^{abc} = Y_F^{abc} (U + Z_{pp}^{abc} Y_F^{abc})^{-1} E_{p(0)}^{abc} \quad (3.15)$$

olarak bulunur. (3.15) eşitliği (3.7) eşitliğinde yerine konursa diğer baralardaki üç fazlı gerilimler

$$E_{i(F)}^{abc} = E_{i(0)}^{abc} - Z_{ip}^{abc} Y_F^{abc} (U + Z_{pp}^{abc} Y_F^{abc})^{-1} E_{p(0)}^{abc} \quad (3.16)$$

olarak hata admitans matrisi kullanılarak bulunur. Hatalı baraya bağlı dallardaki akım ise

$$i_{ij(F)}^{abc} = y_{ij,p\sigma}^{abc} V_{p\sigma(F)}^{abc} \quad (3.17)$$

olarak bulunur ki burada $y_{ij,p\sigma}^{abc}$ elemanların primitif admitans matrisi; $V_{ij(F)}^{abc}$ elemanların gerilim vektörü olmak üzere

$$y_{ij,p\sigma}^{abc} = \begin{bmatrix} y_{ij,p\sigma}^{aa} & y_{ij,p\sigma}^{ab} & y_{ij,p\sigma}^{ac} \\ y_{ij,p\sigma}^{ba} & y_{ij,p\sigma}^{bb} & y_{ij,p\sigma}^{bc} \\ y_{ij,p\sigma}^{ca} & y_{ij,p\sigma}^{cb} & y_{ij,p\sigma}^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

ve

$$V_{p\sigma(F)}^{abc} = E_{p(F)}^{abc} - E_{\sigma(F)}^{abc} \quad (3.19)$$

biçiminde olup hatalı baraya bağlı dallardaki akım,

$$i_{ij,p\sigma}^{abc} = y_{ij,p\sigma}^{abc} (E_{p(F)}^{abc} - E_{\sigma(F)}^{abc}) \quad (3.20)$$

eşitliği ile bulunur.

Bu bölümde oluşturulan akım ve gerilim formülleri tüm dengeli ve dengesiz kısadevre durumları için geçerlidir. [7]

3.3 Kısadevre Analizi Hesaplarında Simetrik Bileşenler Yöntemi

Simetrik şebekelerde, dengeli ve dengesiz tüm arıza durumlarının analizinde simetrik bileşenler yöntemi kolaylık getirdiği için eskiden beri kullanılmakta olan bir yöntemdir. Bu analize başlarken sistem elemanlarının her birinin 0, 1, 2 ile verilen sıfır, doğru ve ters bileşen değerleri primitif değer olarak verilmelidir. [7]

Simetrik olan üç fazlı bir elemanın primitif empedans matrisi de simetriktir. Böylece bir elemanın primitif empedans matrisinin simetrik bileşenler yöntemine göre elde edilmiş olan eşdeğeri,

$$Z^{012} = T_s^{-1} \cdot Z^{abc} \cdot T_s \quad (3.21)$$

$$Z^{012} = \begin{bmatrix} Z^0 & & \\ & Z^1 & \\ & & Z^2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

şeklindedir. Sinüsoidal sürekli halde arıza öncesinde tüm baraların gerilimleri 1 p.u. değerinde ise i. baranın gerilimi $E_{i(0)}^{abc}$,

$$E_{i(0)}^{abc} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

biçimindedir. Bu gerilimin simetrik bileşenler cinsinden ifadesi ise

$$E_{i(0)}^{012} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

biçiminde olacaktır.

Faz değerleri ve simetrik bileşenlerle yapılan kısıadevre analizinde algoritmalar benzerdir. Dolayısıyla, simetrik bileşenler cinsinden sisteme ilişkin gerilim denklemleri,

$$\begin{aligned} E_{1(F)}^{012} &= E_{1(0)}^{012} - Z_{1p}^{012} \cdot I_{p(F)}^{012} \\ E_{2(F)}^{012} &= E_{2(0)}^{012} - Z_{2p}^{012} \cdot I_{p(F)}^{012} \\ &\dots\dots\dots \\ E_{p(F)}^{012} &= E_{p(0)}^{012} - Z_{pp}^{012} \cdot I_{p(F)}^{012} \\ &\dots\dots\dots \\ E_{n(F)}^{012} &= E_{n(0)}^{012} - Z_{np}^{012} \cdot I_{p(F)}^{012} \end{aligned} \quad (3.25)$$

biçiminde verilebilir. p barasındaki üç fazlı gerilim vektörü ise

$$E_{p(F)}^{012} = Z_F^{012} I_{p(F)}^{012} \quad (3.26)$$

olup Z_F^{012} hata empedansı ve hata türüne bağlı 3*3 boyutunda simetrik bileşen hata empedans matrisidir.

(3.26) eşitliği (3.25) eşitliğinde yerine konursa hata akımı, $I_{p(F)}^{012}$

$$I_{p(F)}^{012} = (Z_F^{012} + Z_{pp}^{012})^{-1} E_{p(0)}^{012} \quad (3.27)$$

Arızalı p barasındaki üç fazlı gerilim,

$$E_{p(F)}^{012} = Z_F^{012} (Z_F^{012} + Z_{pp}^{012})^{-1} E_{p(0)}^{012} \quad (3.28)$$

Diğer baralardaki üç fazlı gerilim

$$E_{i(F)}^{012} = E_{i(0)}^{012} - Z_{ip}^{012} (Z_F^{012} + Z_{pp}^{012})^{-1} E_{p(0)}^{012} \quad (3.29)$$

olarak bulunur.

Simetrik bileşen hata empedans matrisinin yerine simetrik bileşen hata admitans matrisi kullanılacak olursa p barasındaki hata akımı (3.26) eşitliğinden

$$I_{p(F)}^{012} = Y_F^{012} E_{p(F)}^{012} \quad (3.30)$$

olarak elde edilir. Bu denklemin (3.25) te yerine konmasıyla p barasının üç fazlı simetrik bileşen gerilimi

$$E_{p(F)}^{012} = E_{p(0)}^{012} - Z_{pp}^{012} Y_F^{012} E_{p(F)}^{012} \quad (3.31)$$

olarak elde edilecektir. Bu denklemin yeniden düzenlenmesiyle

$$E_{p(F)}^{012} = (U + Z_{pp}^{012} Y_F^{012})^{-1} E_{p(0)}^{012} \quad (3.32)$$

diğer baralardaki gerilimler ise

$$E_{i(F)}^{012} = E_{i(0)}^{012} - Z_{ip}^{012} Y_F^{012} (U + Z_{pp}^{012} Y_F^{012})^{-1} E_{p(0)}^{012} \quad (3.33)$$

olarak bulunur.

Hatalı baraya bağlı dallardaki akım $i_{ij(F)}^{012}$ ise elemanların primitif admitans matrisi $y_{ij,p\sigma}^{012}$,

$$y_{ij,p\sigma}^{012} = \begin{bmatrix} y_{ij,p\sigma}^0 & & \\ & y_{ij,p\sigma}^1 & \\ & & y_{ij,p\sigma}^2 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

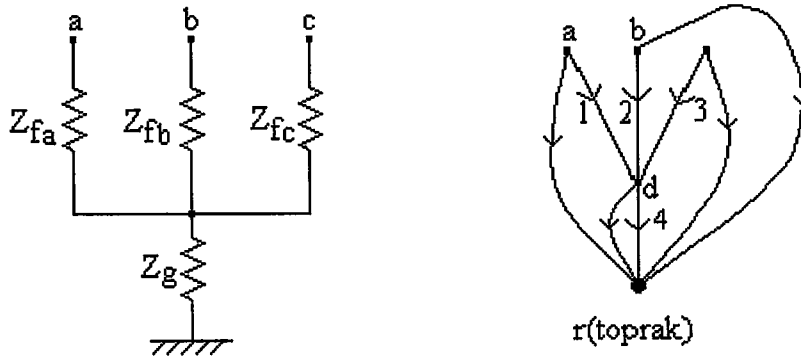
olmak üzere

$$i_{ij(F)}^{012} = y_{ij,p\sigma}^{012} (E_p^{012} - E_\sigma^{012}) \quad (3.35)$$

biçimindedir. [7]

3.4 Çok-Uçlu Eleman Kavramıyla Genel Bir Hata Admitans Matrisinin Bulunması

Üç faz toprak kısıdevresi için hata durumunu gösteren admitans matrisini çok uçlu eleman kavramıyla bulunmasında hataya ilişkin empedans devresi ve uç-graf şekil 3.3'te verilmiştir.



Şekil 3.3. a) Üç faz toprak kısıdevresine ilişkin empedans devresi

b) Üç faz toprak kısıdevresine ilişkin uç-graf

1, 2, 3 nolu elemanlar dal; a, b, c, d'ye bağlanan akım kaynakları giriş olarak seçilirse, temel kesitleme denklemleri matrisel biçimde

$$\begin{array}{c|cccc|cccc}
& a & b & c & d & 1 & 2 & 3 & 4 \\
\hline
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$[Q : U][I] = [0] \quad (3.37)$$

verilebilir.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Hata durumuna ait primitif admitans matrisi,

$$\begin{array}{c|cccc}
& 1 & 2 & 3 & 4 \\
\hline
1 & y_{fa} & 0 & 0 & 0 \\
\hline
2 & 0 & y_{fb} & 0 & 0 \\
\hline
3 & 0 & 0 & y_{fc} & 0 \\
\hline
4 & 0 & 0 & 0 & y_g
\end{array} \quad (3.39)$$

$$y_{fa} = \frac{1}{z_{fa}}, \quad y_{fb} = \frac{1}{z_{fb}}, \quad y_{fc} = \frac{1}{z_{fc}}, \quad y_g = \frac{1}{z_g} \quad (3.40)$$

$$Y_f^{abc} = [Q][Y_p^{abc}][Q]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{fa} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{fb} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{fc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$Y_f^{abc} = \begin{array}{c|ccc|c} & a & b & c & d \\ \hline a & y_{fa} & 0 & 0 & y_{fa} \\ \hline b & 0 & y_{fb} & 0 & y_{fb} \\ \hline c & 0 & 0 & y_{fc} & y_{fc} \\ \hline d & y_{fa} & y_{fb} & y_{fc} & y_{fa} + y_{fb} + y_{fc} + y_g \end{array} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$y = y_{fa} + y_{fb} + y_{fc} + y_g \quad (3.43)$$

olmak üzere d düğümü yok edilirse

$$Y_F^{abc} = [Y_1] - [Y_2][Y_4]^{-1}[Y_3] = \begin{bmatrix} y_{fa} & 0 & 0 \\ 0 & y_{fb} & 0 \\ 0 & 0 & y_{fc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{fa} \\ y_{fb} \\ y_{fc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{fa} & y_{fb} & y_{fc} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$Y_F^{abc} = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} y_{fa}(y - y_{fa}) & -y_{fa}y_{fb} & -y_{fa}y_{fc} \\ -y_{fa}y_{fb} & y_{fb}(y - y_{fb}) & -y_{fb}y_{fc} \\ -y_{fa}y_{fc} & -y_{fb}y_{fc} & y_{fc}(y - y_{fc}) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

olarak bulunur.

$z_{fa} = z_{fb} = z_{fc} = z_f$ olması durumunda üç fazlı toprak kısadevresine ilişkin hata admitans matrisi

$$Y_F^{abc} = \frac{1}{3y_f + y_g} \begin{bmatrix} y_f(2y_f + y_g) & -y_f^2 & -y_f^2 \\ -y_f^2 & y_f(2y_f + y_g) & -y_f^2 \\ -y_f^2 & -y_f^2 & y_f(2y_f + y_g) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

biçiminde olup

$$\frac{1}{3y_f + y_g} = \frac{1}{\frac{3}{z_f} + \frac{1}{z_g}} = \frac{z_f z_g}{z_f + 3z_g}, \quad 2y_f + y_g = \frac{2}{z_f} + \frac{1}{z_g} = \frac{2z_g + z_f}{z_f z_g} \quad (3.47)$$

olarak düzenlenirse hata admitans matrisi

$$Y_F^{abc} = \frac{z_f z_g}{z_f + 3z_g} \begin{bmatrix} (2z_g + z_f)/z_f^2 z_g & -1/z_f^2 & -1/z_f^2 \\ -1/z_f^2 & (2z_g + z_f)/z_f^2 z_g & -1/z_f^2 \\ -1/z_f^2 & -1/z_f^2 & (2z_g + z_f)/z_f^2 z_g \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

olarak elde edilir. Gerekli işlemler yapılırsa

$$y_0 = \frac{1}{z_f + 3z_g} \quad (3.49)$$

olmak üzere üç faz toprak kısıdevresine ilişkin hata admitans matrisi

$$Y_F^{abc} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} y_0 + 2y_f & y_0 - y_f & y_0 - y_f \\ y_0 - y_f & y_0 + 2y_f & y_0 - y_f \\ y_0 - y_f & y_0 - y_f & y_0 + 2y_f \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

olarak elde edilir.

3.4.1. Simetrlili Bileşen Hata Admitans Matrisinin Bulunması

Simetrlili dönüşüm matrisi T_s olmak üzere;

$$T_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

simetrlili bileşen hata admitans matrisi

$$Y_F^{012} = [T_s]^{-1} \cdot [Y_F^{abc}] [T_s] \quad (3.52)$$

şeklinde bulunur.

Üç faz-toprak kısıdevresine ait ($z_{fa} = z_{fb} = z_{fc} = z_f$) simetrlili bileşen hata admitans matrisi,

$$Y_F^{012} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{3} \begin{bmatrix} y_0 + 2y_f & y_0 - y_f & y_0 - y_f \\ y_0 - y_f & y_0 + 2y_f & y_0 - y_f \\ y_0 - y_f & y_0 - y_f & y_0 + 2y_f \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

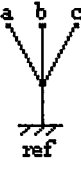
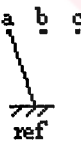
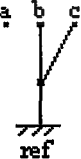
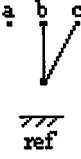
$$Y_F^{012} = \begin{bmatrix} y_0 & 0 & 0 \\ 0 & y_f & 0 \\ 0 & 0 & y_f \end{bmatrix}, y_0 = \frac{1}{z_f + 3z_g} \quad (3.54)$$

olarak elde edilir.

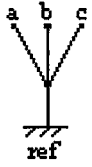
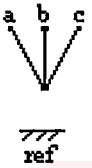
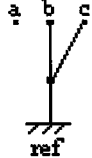
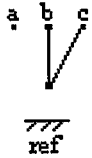
Diğer hata türlerine karşı düşen simetrik bileşen hata admitansları ve empedansları tablo 3.1. ve tablo 3.2. de verilmiştir.



Tablo 3.1. Faz bileşenleri için çeşitli hata durumlarına ait matematiksel modeller [7]

Hata tipleri	Z_F^{abc}	Y_F^{abc}
 Üç faz-toprak kısadevresi	$\begin{bmatrix} Z_f + Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_f + Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_f + Z_g \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} y_0 + 2y_f & y_0 - y_f & y_0 - y_f \\ y_0 - y_f & y_0 + 2y_f & y_0 - y_f \\ y_0 - y_f & y_0 - y_f & y_0 + 2y_f \end{bmatrix}$ $y_0 = \frac{1}{Z_f + 3Z_g}$
 Üç faz kısadevresi	Tanımsız	$\frac{y_f}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$
 Bir faz-toprak kısadevresi	$\begin{bmatrix} Z_f & 0 & 0 \\ 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & \infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
 İki faz-toprak kısadevresi	$\begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & Z_f + Z_g & Z_g \\ 0 & Z_g & Z_f + Z_g \end{bmatrix}$	$\frac{1}{Z_f^2 + 2Z_f \cdot Z_g} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_f + Z_g & -Z_g \\ 0 & -Z_g & Z_f + Z_g \end{bmatrix}$
 İki faz kısadevresi	Tanımsız	$\frac{y_f}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

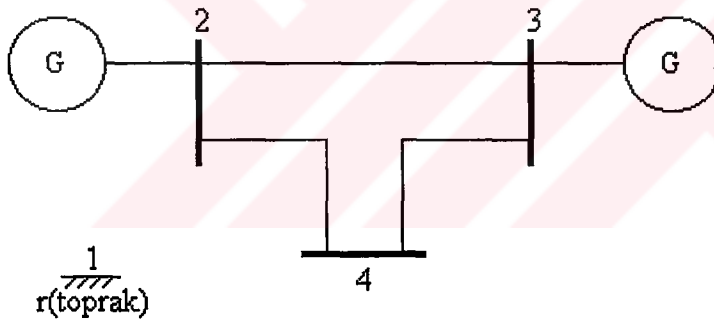
Tablo 3.2. Simetrik bileşenler için çeşitli hata durumlarına ait matematiksel modeller [7]

Hata tipleri	Z_F^{012}	Y_F^{012}
 Üç faz-toprak kısadevresi	$\begin{bmatrix} z_f + 3z_g & 0 & 0 \\ 0 & z_f & 0 \\ 0 & 0 & z_f \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_0 & 0 & 0 \\ 0 & y_f & 0 \\ 0 & 0 & y_f \end{bmatrix}$ $y_0 = \frac{1}{z_f + 3z_g}$
 Üç faz kısadevresi	$\begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & z_f & 0 \\ 0 & 0 & z_f \end{bmatrix}$	$y_f \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 Bir faz-toprak kısadevresi	Tanımsız	$\frac{y_f}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
 İki faz-toprak kısadevresi	Tanımsız	$\frac{1}{3(z_f^2 + 2z_f \cdot z_g)} \begin{bmatrix} 2z_f & -z_f & -z_f \\ -z_f & 2z_f + 3z_g & -(z_f + 3z_g) \\ -z_f & -(z_f + 3z_g) & 2z_f + 3z_g \end{bmatrix}$
 İki faz kısadevresi	Tanımsız	$\frac{y_f}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

4.1 Yöntemin Uygulandığı Bir Örnek

Aşağıda şekli ve dataları verilen üç fazlı sistem için

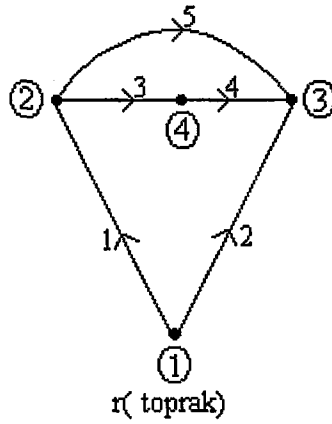
- 4 nolu barada üç fazlı metalik kısıadevre olması durumunda tüm baraların akımının, geriliminin ve hatalı baraya bağlantılı hatlardaki akımların bulunması. [7]
- 4 nolu barada bir fazlı kısıadevre olması durumunda akım ve gerilimlerin bulunması.
- Hatlardan birisinin simetrik olmaması durumunda akım ve gerilimlerin bulunması.



Burada 1 nolu bara referans(toprak) olmak üzere tabloda verilen 1 ve 2 nolu elemanlar 2 ve 3 nolu baralara bağlı generatörleri, 3, 4 ve 5 nolu elemanlar 2,3 ve 4 baraları arasındaki üç fazlı iletim hatlarını diğer elemanlar ise hatlar arasındaki kuplajları göstermektedir.

Eleman No	Bara Kodu p-q	Öz Empedans $Z_{pq,pq}^{abc}$	Bara Kodu r-s	Kuplaj Empedans $Z_{pq,rs}^{abc}$
1	1-2	$\begin{bmatrix} .08 & -.025 & -.02 \\ -.02 & .08 & -.025 \\ -.025 & -.02 & .08 \end{bmatrix}$	-	-
2	1-3	$\begin{bmatrix} .08 & -.025 & -.02 \\ -.02 & .08 & -.025 \\ -.025 & -.02 & .08 \end{bmatrix}$	-	-
3	2-3	$\begin{bmatrix} 1.5 & .5 & 1.5 \\ .5 & 1.5 & .5 \\ .5 & .5 & .5 \end{bmatrix}$	-	-
4	2-4	$\begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$	2-3	$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$
5	4-3	$\begin{bmatrix} 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 \end{bmatrix}$	2-3	$\begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$

Bu devreye ilişkin uç-graf



şeklinde verilebilir.

(bkz. sayfa 43 ***)

Akış diy. 1'deki işlemler uygulanırsa sisteme ait bara admitans matrisi Y_{234}^{abc} bulunur.

	2a	3a	4a	2b	3b	4b	2c	3c	4c
2a	18.7168	- 0.7	- 2	5.7151	0.3	0.5	5.24	0.3	0.5
3a	- .7	18.0496	- 1.3333	0.3	5.8818	0.3333	0.3	5.4067	0.3333
4a	- 2	- 1.3333	3.3333	0.5	0.3333	- 0.8333	0.5	0.3333	- 0.8333
2b	5.24	0.3	0.5	18.7163	- 0.7	- 2	5.7151	0.3	0.5
3b	0.3	5.4067	0.3333	- 0.7	18.0496	- 1.3333	0.3	5.8818	0.3333
4b	0.5	0.3333	- 0.8333	- 2	- 1.3333	3.3333	0.5	0.3333	- 0.8333
2c	5.7151	0.3	0.5	5.24	0.3	0.5	18.7163	- 0.7	- 2
3c	0.3	5.8818	0.3333	0.3	5.4067	0.3333	- 0.7	18.0496	- 1.3333
4c	0.5	0.3333	- 0.8333	0.5	0.3333	- 0.8333	- 2	- 1.3333	3.3333

Bara empedans matrisi Z_{234}^{abc} de

	2a	3a	4a	2b	3b	4b	2c	3c	4c
2a	0.0699	0.0101	0.046	- 0.0196	- 0.0054	- 0.0139	- 0.0159	- 0.0041	- 0.0112
3a	0.0101	0.0699	0.034	- 0.0054	- 0.0196	- 0.0111	- 0.0041	- 0.0159	- 0.0088
4a	0.046	0.034	0.4012	- 0.0139	- 0.0111	0.1072	- 0.0112	- 0.0088	0.1098
2b	- 0.0159	- 0.0041	- 0.0112	0.0699	0.0101	0.046	- 0.0196	- 0.0054	- 0.0139
3b	- 0.0041	- 0.0159	- 0.0088	0.0101	0.0699	0.034	- 0.0054	- 0.0196	- 0.0111
4b	- 0.0112	- 0.0088	0.1098	0.046	0.034	0.4012	- 0.0139	- 0.0111	0.1072
2c	- 0.0196	- 0.0054	- 0.0139	- 0.0159	- 0.0041	- 0.0112	0.0699	0.0101	0.046
3c	- 0.0054	- 0.0196	- 0.0111	- 0.0041	- 0.0159	- 0.0088	0.0101	0.0699	0.034
4c	- 0.0139	- 0.0111	0.1072	- 0.0112	- 0.0088	0.1098	0.046	0.034	0.4012

olarak elde edilir.

a) 4 barasında üç fazlı kısadevre olması durumu

Üç fazlı metalik kısadevre olması durumunda $z_F = 0$ olduğu için $y_F = \infty$ olacaktır.

Yapılan işlemlerde $y_F = 10^6$ alınıp akış diyagramı 2 uygulanırsa

hatalı 4 barasının gerilimi

$$E_{4(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

olarak bulunur. Diğer baraların gerilimi ise

$$E_{2(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0.799 - 0.0064j \\ -0.4055 - 0.6895j \\ -0.3944 + 0.696j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 \angle -0.45^\circ \\ 0.8 \angle 239.54^\circ \\ 0.8 \angle 119.54^\circ \end{bmatrix} \cong 0.8 \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$E_{3(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0.8498 - 0.0056j \\ -0.4298 - 0.7331j \\ -0.42 + 0.7388j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.85 \angle -0.38^\circ \\ 0.85 \angle 239.62^\circ \\ 0.85 \angle 119.62^\circ \end{bmatrix} \cong 0.85 \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

olarak bulunur. Hatalı baranın akımı $I_{4(F)}^{abc}$ ise

$$I_{4(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 3.4163 - 0.0263j \\ -1.7309 - 2.9454j \\ -1.6854 + 2.9717j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.4164 \angle -0.44^\circ \\ 3.4163 \angle 239.56^\circ \\ 3.4163 \angle 119.56^\circ \end{bmatrix} \cong 3.416 \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

şeklinde olup hatalı baraya bağlı hatlardaki akımlar ise

$$i_{43(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} -1.4163 + 0.0094j \\ 0.7163 + 1.2219j \\ 0.7 - 1.2313j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.4163 \angle -0.38^\circ \\ -1.4163 \angle 239.62^\circ \\ -1.4163 \angle 119.62^\circ \end{bmatrix} \cong -1.4163 \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

ve

$$i_{24(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.9998 - 0.016j \\ -1.0138 - 1.7238j \\ -0.986 + 1.74j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \angle -0.45^\circ \\ 2 \angle 239.62^\circ \\ 2 \angle 119.62^\circ \end{bmatrix} \cong 2 \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

olarak bulunur ki bu sonuçlar [7] kaynağındaki sonuçlarla karşılaştırıldığında yapılan işlemin doğru olduğu görülür.

b) 4 nolu barada bir fazlı kısadevre olması durumunda yine akış diyagramı 2 deki işlemler yapılırsa hatalı 4 barasının gerilimi $E_{4(F)}^{abc}$

$$E_{4(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.7737 - 0.866j \\ -0.7672 + 0.866j \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

olarak bulunur. Diğer baraların gerilimi ise

$$E_{2(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0.8853 \\ -0.4721 - 0.866j \\ -0.4654 + 0.866j \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

ve

$$E_{3(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0.9153 \\ -0.4781 - 0.866j \\ -0.4723 + 0.866j \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

olarak elde edilir. Hatalı 4 barasının akımı $I_{4(F)}^{abc}$

$$I_{4(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 2.4925 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

ve hatlardan akan akımlar $i_{43(F)}^{abc}$ ve $i_{24(F)}^{abc}$ ise

$$i_{43(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} -1.0235 \\ 0.7975 \\ 0.7967 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$i_{24(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.469 \\ 0.0096 \\ 0.0102 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

olarak bulunurlar.

c) Simetrik bileşenlerle çözülemeyecek bir durum için (hatlardan birisinde simetrisizlik olduğu varsayıp) 4 barasında üç faz kısıdevresi için gerekli hesaplamalar yapılırsa

3 nolu elemanla 4 nolu eleman arasındaki kuplaj admitansının

	a	b	c
a	0.2	0.3	0.5
b	0.4	0.2	0.7
c	0.6	0.2	0.2

(4.13)

olarak simetrisiz bir şekilde ele alınıp akış diyagramı 1'in uygulanmasıyla sisteme ilişkin bara admitans matrisi

	2a	3a	4a	2b	3b	4b	2c	3c	4c
2a	19.1025	-0.7015	-2.3846	5.5436	0.2985	0.6731	4.9992	0.2985	0.7423
3a	-1.0862	18.0512	-0.9487	0.4715	5.8833	0.1603	0.5408	5.4082	0.091
4a	-2	-1.3333	3.3333	0.5	0.3333	-0.8333	0.5	0.3333	-0.8333
2b	5.26	0.28	0.5	18.9863	-0.72	-2.25	5.0851	0.28	1.15
3b	0.28	5.4267	0.3333	-0.97	18.0696	-1.0833	0.93	5.9018	-0.3167
4b	0.5	0.3333	-0.8333	-2	-1.3333	3.3333	0.5	0.3333	-0.8333
2c	5.1013	0.2985	1.1154	5.3185	0.2985	0.4231	19.2255	-0.7015	-2.5077
3c	0.9138	5.8833	-0.2821	0.2215	5.4082	0.4103	-1.2092	18.0512	-0.8256
4c	0.5	0.3333	-0.8333	0.5	-0.3333	-0.8333	-2	-1.3333	3.3333

ve bara empedans matrisi de

	2a	3a	4a	2b	3b	4b	2c	3c	4c
2a	0.691	0.0111	0.0533	-0.0192	-0.0065	-0.0171	-0.0155	-0.0043	-0.0133
3a	0.11	0.0691	0.0268	-0.0059	-0.0195	-0.0084	-0.0044	-0.0154	-0.0067
4a	0.0455	0.033	0.4022	-0.013	-0.0061	0.109	-0.0116	-0.0102	0.1094
2b	-0.0161	-0.0036	-0.0132	0.0691	0.0095	0.0464	-0.0184	-0.0061	-0.0264
3b	-0.0039	-0.0161	-0.0067	0.0107	0.0693	0.0331	-0.0064	-0.0186	0.0013
4b	-0.0115	-0.0099	0.1089	0.0466	0.039	0.4037	-0.0142	-0.0126	0.1048
2c	-0.0186	-0.0072	-0.0231	-0.0156	-0.0015	-0.0087	0.0685	0.0105	0.0558
3c	-0.0067	-0.0187	-0.0022	-0.0039	-0.0149	-0.0095	0.0111	0.0685	0.0243
4c	-0.0147	-0.0157	0.1036	-0.0083	0.0098	0.1189	0.044	0.0293	0.4035

olarak elde edilir. Akış diyagramı 2'nin uygulanmasıyla hatalı 4 barasının gerilimi

$$E_{4(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0.0115 + 0.0136j \\ 0.0115 + 0.0136j \\ 0.0115 + 0.0136j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0178 \angle 49.76^\circ \\ 0.0178 \angle 49.76^\circ \\ 0.0178 \angle 49.76^\circ \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

ve diğer baraların gerilimleri

$$E_{2(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0.7686 - 0.078j \\ -0.4166 - 0.6512j \\ -0.3472 + 0.6723j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7725 \angle -5.79^\circ \\ 0.773 \angle 237.39^\circ \\ 0.757 \angle 117.3^\circ \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$E_{3(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 0.884 - 0.033j \\ -0.4171 - 0.7729j \\ -0.47 + 0.7652j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.885 \angle -2.14^\circ \\ 0.878 \angle 241.65^\circ \\ 0.898 \angle 121.56^\circ \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

olarak bulunur.

Hatalı 4 barasının akımı

$$I_{4(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 3.3736 - 0.0504j \\ -1.7576 - 2.9421j \\ -1.616 + 2.9925j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.374 \angle 0.88^\circ \\ 3.4271 \angle 239.2^\circ \\ 3.4 \angle 118.38^\circ \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

hatalı baraya bağlı hatlardan akan akımlar ise

$$i_{43(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} -1.4667 + 0.0109j \\ 0.7018 + 1.2935j \\ 0.79 - 1.27j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.467 \angle 179.57^\circ \\ 1.472 \angle 61.52^\circ \\ 1.496 \angle -58.12^\circ \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

ve

$$i_{24(F)}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.9076 - 0.0398j \\ -1.0554 - 1.6482j \\ -0.8819 + 1.6605j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.908 \angle -1.2^\circ \\ 1.957 \angle 237.37^\circ \\ 1.88 \angle 117.98^\circ \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

olarak elde edilirler.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada elektrik enerji sistemi elemanlarının matematiksel modelleri admitans matrisleri yardımıyla verilmiş, bu modeller elde edilirken, bugün modern devre teorisinde çok iyi bilinen çok-uçlu eleman kavramından yararlanılmıştır. Ayrıca, üç fazlı enerji sistemlerinde her fazın kendi içinde, topolojisi diğer fazlarla aynı olan, bir devre oluşturması özelliğinden faydalanılarak, her fazı sanki bir çok-uçlu imiş gibi modelleme yaklaşımıyla yeni bir şebeke modeli verilmiştir.

Burada, ele alınan örnek sistemin bara empedans matrisinin bulunmasında, önerilen yönteme uygun olarak oluşturulan bir akış diyagramı kullanılmış ve hata durumlarına ilişkin olarak verilen hata admitans matrislerini kullanarak kısadevre analizleri yapılmıştır.

Tüm hata çeşitleri için geçerli olan ve basit bir algoritmayla sonuç veren bir yöntem olduğu için, kısadevre analizlerinde faz bileşenleri yöntemi kullanılmıştır. Burada elemanların simetrik bileşen modelleri de verilmiş olup, istendiğinde simetrik yapıdaki şebekelerde, simetrik bileşenler yöntemi ile de analiz yapma olanağı vardır.

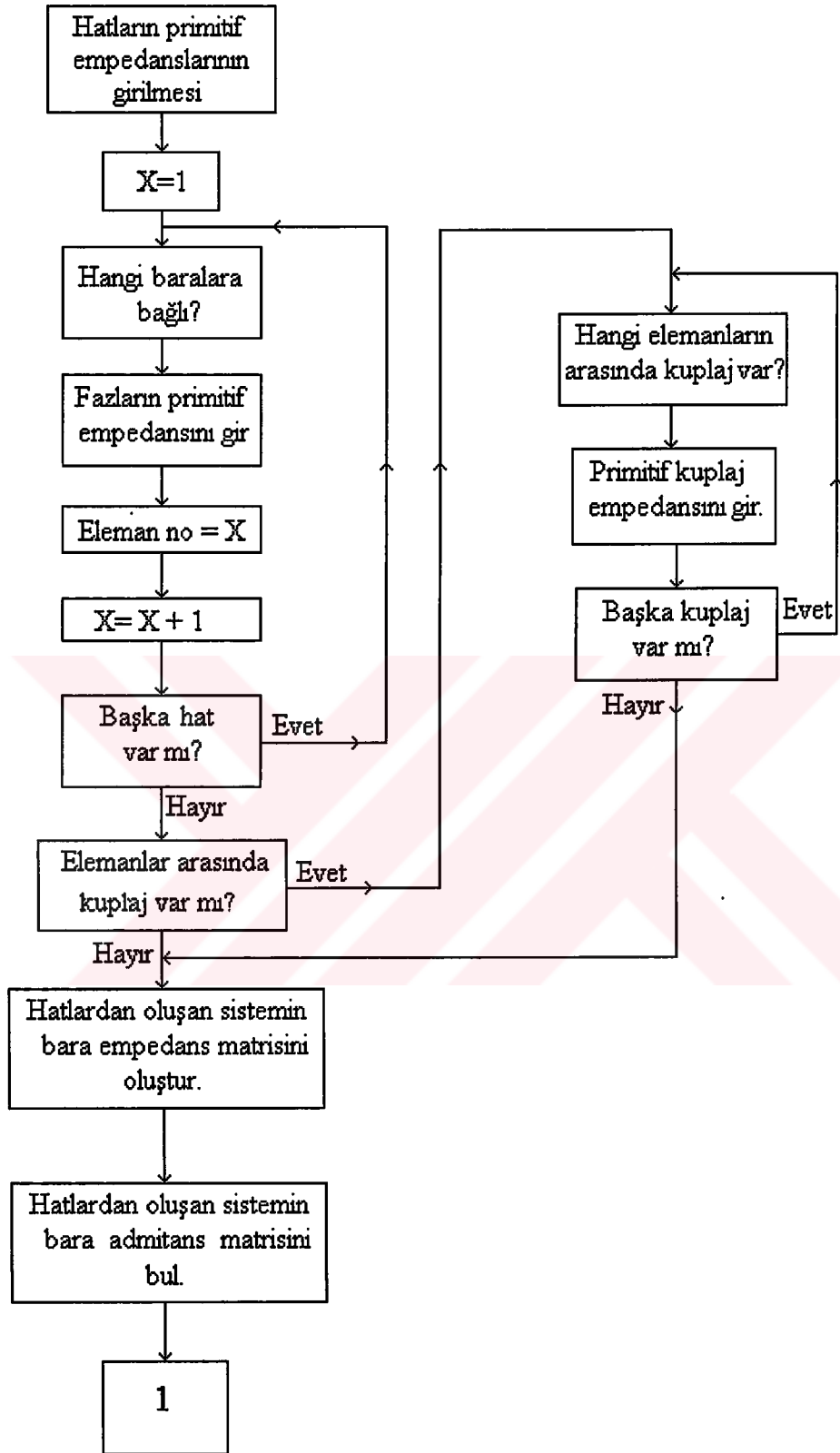
Ele alınan örnek sistemin verileri primitif empedanslar cinsinden verilmiştir. Burada, önce hatlardan oluşan bir sistem ele alınmış ve bara empedans matrisi biçimindeki matematiksel model oluşturulup, tersi alınarak bara admitans matrisine geçilmiştir. Diğer sistem elemanlarının verileri ise, daha başlangıçta primitif admitans parametrelerine dönüştürülmüş ve sistemin bara empedans matrisi bunlara dayalı olarak hesaplanmıştır. Daha sonra da sistemin kısadevre analizleri yapılmıştır.

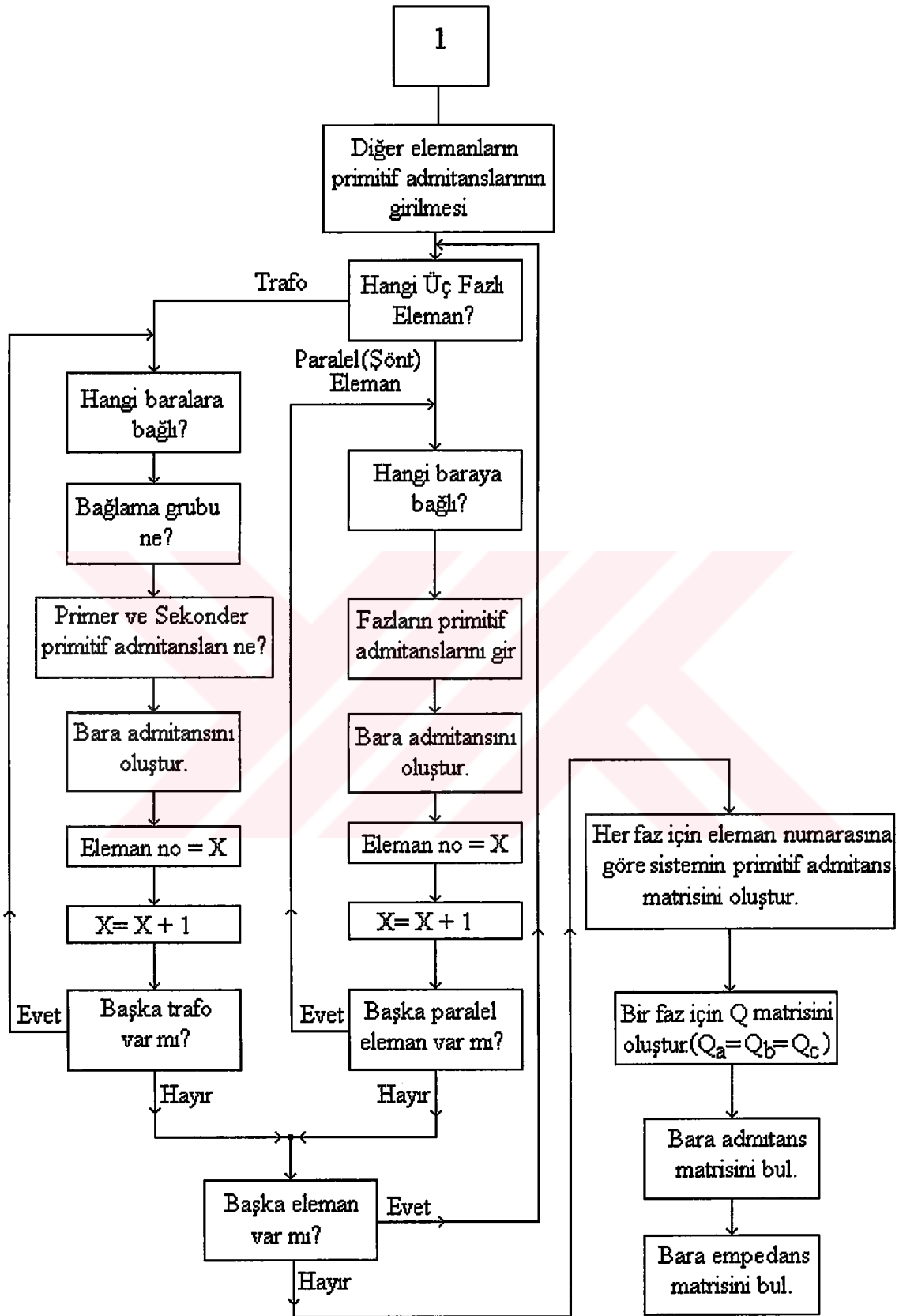
Analiz sonuçları, literatürde [7], diğer yöntemle bulunan sonuçlarla karşılaştırılmış ve her iki çözümün de birbirlerine çok yakın olduğu gözlenmiştir. Daha sonra sistem datalarında suni olarak bir asimetri yaratılarak, yöntemin simetrik olmayan sistemler için de çözüm verdiği gösterilmiştir. Burada bulunan sonuçlar, simetrik duruma yakın değerler olarak hesaplanmıştır.

Eğer sistemin matematiksel modeli, doğrudan empedans matrisi biçiminde (Y_{bara} 'nın tersini almadan) elde edilirse, kısadevre analizi için çözüm daha kolay elde edilecektir. Bu konuda ayrı bir çalışma yapılması çalışmanın devamı olacağı ve yenilikler getireceği umulmaktadır.

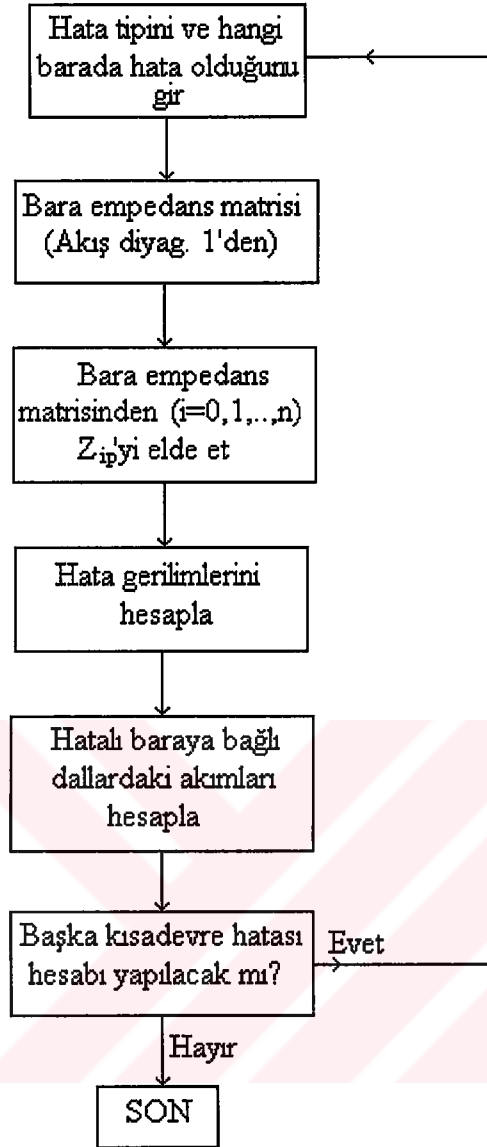
Bu çalışmada, faz bileşenleri verilerinin bulunamaması gibi bir sıkıntı yaşanmıştır. Genellikle transformatör içeren şebekelerde, transformatörlerin verileri simetrik bileşenler cinsinden ve empedans değerleriyle verilmektedir. Bu çalışmada, faz bileşenleri biçimindeki admitans değerleri kullanılarak analiz yapıldığından yöntemin uygulanabilmesinde veri temininde zorlanılmıştır. Bu nedenle, transformatör de içeren uygun bir örnek sistem bulunamamıştır ve sadece hatlardan ve generatörlerden oluşan bir örnek kullanılmıştır. Böyle bir örnek oluşturularak yöntemin denenmesi de yararlı olacaktır.







Akış Diyagramı 1. Bara Empedans Matrisinin Bulunmasına İlişkin Akış Diyagramı



Akış diyagramı 2. Faz bileşenleriyle kısıadevre analizine ilişkin akış diyagramı

KAYNAKLAR

- [1] **Berman, A., Xu, W.**, 1998. Analysis of Faulted Power Systems By Phase Coordinates, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 13, No. 2, April
- [2] **Arrillaga, J., Arnold C.P.**,1983. Computer Modelling of Electrical Power Systems, John Wiley & Sons, New-York
- [3] **Laughton, M.A.**, 1968. Analysis of Unbalanced Polyphase Networks By The Method of Phase Coordinates, Proc. IEEE Vol. 8, August
- [4] **Anderson, P.M.**, 1973. Analysis of Faulted Power Systems, Iowa StateUniversity Press, Iowa
- [5] **Kaypmaz, A., Gül, Ö.**, Çok-Uçlu Devre Elemanı Kullanarak Üç-Fazlı Güç Sistemlerinin Modellenmesi, Prof. Dr. Yılmaz Tokad'ın 70. Yaşgünü dolayısıyla düzenlenen bilimsel toplantı (basılacak), Yer: Işık Üniversitesi, Tarih: 19 Ocak 1998
- [6] **Kaypmaz, A., Gül, Ö.**, Güç Transformatörlerinin Modellenmesine Yeni Bir Bakış, Elektrik-Elektronik Bilgisayar Mühendisliği 7. Ulusal Kongresi 1997, s.500
- [7] **Stagg, G.W. & El-Abiad, A.H.**, 1985. Computer Modelling in Electrical Power Systems Analysis, Mc Graw-Hill Back Company

ÖZGEÇMİŞ

Aydın GÜNEL, 1975 İstanbul doğumlu olup, 1986 yılında mezun olduğu Türkan Şoray İlkokulundan sonra, kaydolduğu Behçet Kemal Çağlar Lisesinden de 1992 yılında mezun olmuştur. Aynı yıl İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektrik Mühendisliği Bölümüne girmeye hak kazanmış ve 1996 yılında buradan mezun olarak, aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans eğitimine başlamıştır. 1996-1997 yılları arasında da Maçka Yabancı Diller Bölümünde İngilizce hazırlık okumuştur.

