

**SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MAKİNELERİN
SİMÜLASYONU İÇİN FOURIER SERİSİ VE RELÜKTANS DEVRESİ
YAKLAŞIMIYLA BİR KARMA MODELİN GELİŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Savaş ALKAN
(504001127)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 26 Nisan 2004
Tezin Savunulduğu Tarih: 21 Mayıs 2004

Tez Danışmanı :

Yrd.Doç.Dr. Levent OVACIK

Diğer Jüri Üyeleri

Doç.Dr. Tayfun GÜNEL (İ.T.Ü.)

Yrd.Doç.Dr. Özgür ÜSTÜN (İ.T.Ü.)

Levent Ovacik
Tayfun Günel
Özgür Üstün

MAYIS 2004

ÖNSÖZ

Günümüzde teknolojinin gelişmesine paralel olarak elektrik motorları çeşitliliğe sahip olmuş ve geniş kapsamlı kullanım alanları bulmuştur. Özellikle verim ve güç katsayısı üstünlüğü, kontrol kolaylığı nedeniyle sürekli mıknatıslı motorlar baskın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Yüksek enerji yoğunluklu mıknatısları geliştirme çabaları daha yüksek verim ve çalışma güvenilirliğinde, daha düşük hacimde elektrik motorlarının tasarlanmasına neden olmaktadır. Bunun sonucu olarak elektrik motorları çok değişik çeşitlilikte ve kullanım alanlarında genişleyerek gelişimini sürdürmektedir.

Bilgisayarların gelişmesiyle beraber modelleme metotları da her geçen gün gerçek uygulamaya daha fazla yaklaşmaktadır. Modelleme metotlarının gelişmesi ile daha yüksek verimli ve daha sessiz çalışan makineler tasarlanabilecek bunun yanında yeni tasarımların daha kısa sürede ve düşük maliyetlerde yapılması mümkün olabilecektir. Bu çalışmada, sürekli mıknatıslı senkron makinelerin dinamik simülasyonuna temel teşkil edecek statik bir model olan Karma Model geliştirilmiştir. Bu modelde, stator ve rotora relüktans devresi ile yaklaşılmış, hava aralığına ise Fourier serisi yaklaşımı yapılmıştır.

Bana bu çalışmayı yapma olanağı veren, çalışmanın hazırlanmasında büyük destek ve katkılarını gördüğüm tez danışmanım Sayın Yrd.Doç.Dr. Levent OVACIK'a, katkılarından dolayı Sayın Doç.Dr. Özcan KALENDERLİ'ye, Sayın Doç.Dr. Deniz YILDIRIM'a, sabır ve desteklerinden ötürü aileme, arkadaşlarıma içten teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2004

Savaş ALKAN

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	V
TABLO LİSTESİ	VI
ŞEKİL LİSTESİ	VII
SEMBOL LİSTESİ	IX
ÖZET	XII
SUMMARY	XIV
1. GİRİŞ	1
1.1. Genel Bakış	1
1.2. Çalışmanın Amacı	3
1.3. Çalışmanın Kapsamı	5
2. SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MAKİNELER	7
2.1. Giriş	7
2.2. Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorların Çalışma Prensipleri	8
2.3. Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorların Avantaj ve Dezavantajları	8
2.4. Sürekli Mıknatıslı Senkron Motor Tasarımları	9
2.4.1. Rotor Yüzeyine Yerleştirilmiş Mıknatıslı Motor	10
2.4.2. Rotor İçine Yerleştirilmiş Mıknatıslı Motor	12
3. MIKNATISLAR VE MANYETİK DEVRE ANALİZİ	15
3.1. Sürekli Mıknatıslar Hakkında Bilgi	15
3.2. Sürekli Mıknatısların Çeşitleri	17
3.2.1. Alnico Mıknatıslar	18
3.2.2. Ferit (Seramik) Mıknatıslar	18
3.2.3. Nadir-Toprak Elementli Mıknatıslar	19
3.3. Histerisiz ve Doyma	19
3.4. Geri Dönüş Doğrusu	22
3.5. Öz (intrinsic) Demanyetizasyon	23
3.6. Maksimum Enerji Çarpanı	24
3.7. Mıknatısın Statik Çalışması	25
3.8. Mıknatısın Dinamik Çalışması	26
3.9. Histerisiz ve Fuko Kayıpları	28
4. SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MAKİNEİN MODELLENMESİ	30
4.1. Giriş	30
4.2. Karma Modelin Esası	31
4.3. Stator ve Rotorun Manyetik Eşdeğer Devre ile Modellenmesi	32
4.4. Hava Aralığının Fourier Serileri ile Modellenmesi	40
4.4.1. Hava Aralığının Fourier Serisine Açılması	40
4.4.2. Hava Aralığının Fourier Serisi Katsayıları ile İfade Edilmesi	46
4.5. Oluşturulan Karma Modelin Çözümü	50

5. ÖRNEK UYGULAMA	57
5.1. Giriş	57
5.2. Denenecek SMSM Hakkında Genel Bilgiler	57
5.3. FEMM3.3 Programı ile Modelleme	59
5.4. Karma Modelden Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması	62
6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	70
KAYNAKLAR	73
EKLER	75
ÖZGEÇMİŞ	87



KISALTMALAR

DA	: Doğru Akım
AA	: Alternatif Akım
SMSM	: Sürekli Mıknatıslı Senkron Makine
DGY	: Düğüm Gerilimleri Yöntemi
pc	: İletkenlik Katsayısı (Permeance Coefficient)
mmk	: Manyeto Motor Kuvvet
SEY	: Sonlu Elemanlar Yöntemi
SYDS	: Stator Yüzeyine Bakan Düğüm Sayısı
RYDS	: Rotor Yüzeyine Bakan Düğüm Sayısı
MED	: Manyetik Eşdeğer Devre
NDS	: Stator Düğüm Sayısı
NDR	: Rotor Düğüm Sayısı



TABLÖLAR LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 3.1. Çeşitli mıknatısların yaklaşık keşif tarihleri.....	16
Tablo 3.2. Bazı sürekli mıknatısların özellikleri.....	18
Tablo 5.1. Sürekli mıknatıslı motorun geometrik parametreleri.....	58



ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 : Rotor yüzeyine yerleştirilmiş mıknatıslı motor tasarımı çeşitleri...	11
Şekil 2.2 : Dairesel gömülü tip mıknatıslı rotor yapısı.....	12
Şekil 2.3 : Radyal gömülü tip mıknatıslı rotor yapısı.....	13
Şekil 2.4 : Sincap kafesli mıknatıslı rotor yapısı.....	13
Şekil 3.1 : Dünya manyetik alanı yönünde dövme	16
Şekil 3.2 : Bazı mıknatısların 20°C'deki normal mıknatıslanma eğrileri	17
Şekil 3.3 : Manyetik domenlerin a) gelişigüzel yönlenmiş hali b) dış manyetik alan tesiri ile yönlenmiş hali.....	20
Şekil 3.4 : Mıknatıslanma eğrisinin doyum bölgesindeki durumu.....	21
Şekil 3.5 : Sert ve yumuşak manyetik malzemelerin mıknatıslanma eğrileri...	22
Şekil 3.6 : Geri dönüş doğrusu.....	23
Şekil 3.7 : Normal ve öz (intrinsic) demanyetizasyon eğrileri.....	24
Şekil 3.8 : Maksimum enerji çarpanı $(BH)_{max}$ çevrimi.....	24
Şekil 3.9 : Mıknatıs ve hava aralığına sahip manyetik devre.....	26
Şekil 3.10 : Mıknatıs ile hava aralığında bobine sahip manyetik devre.....	27
Şekil 3.11 : Mıknatısın çalışma noktası.....	27
Şekil 3.12 : Girdap akımları a) Klasik model b) Domen model.....	29
Şekil 3.13 : Lycore-140 tipi sacdaki nüve kayıpları.....	29
Şekil 4.1 : Manyetik eşdeğer devre.....	32
Şekil 4.2 : Akı tüpü.....	33
Şekil 4.3 : a) Bobin ve nüve b) Bobin ve nüvenin manyetik thevenin eşdeğer devresi c) Norton eşdeğer devresi.....	34
Şekil 4.4 : Stator dış geometrisi.....	36
Şekil 4.5 : a) Mıknatıs b) Mıknatısın norton eşdeğeri.....	37
Şekil 4.6 : Rotor geometrisi.....	39
Şekil 4.7 : Analitik çözüm için silindirik bölge.....	42
Şekil 4.8 : Amper-sarımların lineerleştirilmesi.....	44
Şekil 4.9 : Hava aralığına analitik yaklaşımlı manyetik eşdeğer devre modeli	53
Şekil 4.10 : PMSM programının akış diyagramı.....	56
Şekil 5.1 : Test edilen SMSM'nin geometrisi.....	59
Şekil 5.2 : SMSM'nin FEMM3.3 Programı ile oluşturulan ağ modeli.....	60
Şekil 5.3 : SMSM'nin FEMM3.3'den elde edilen akı çizgileri.....	61
Şekil 5.4 : SMSM'nin FEMM3.3'den elde edilen akı yoğunluğu.....	62
Şekil 5.5 : Seyrek bir yapıda olan A matrisinin sıfırdan farklı elemanları.....	64
Şekil 5.6 : (a) FEMM3.3 (b) Karma Model ile elde edilen hava aralığı akı yoğunluğu normal bileşeni.....	65
Şekil 5.7 : (a) FEMM3.3 (b) Karma Model ile elde edilen manyetik vektör potansiyeli.....	66

Şekil 5.8 : (a) FEMM3.3 (b) Karma Model ile elde edilen manyetik alanda
depo edilen enerji..... **68**

Şekil 5.9 : (a) FEMM3.3 (b) Karma Model ile elde edilen moment değişimi.. **69**



SEMBOL LİSTESİ

$\bar{A}$	: Manyetik vektör potansiyeli vektörü
A	: İndirgenmiş manyetik iletkenlik matrisi
A	: Manyetik vektör potansiyeli
A_d	: Stator dış alanı
A_g	: Hava aralığı alanı
A_m	: Mıknatıs alanı
A_n	: Nüvenin alanı
a_n, b_n, c_n, d_n	: Fourier serisi katsayıları
$A_{s\sigma}$	: Stator kaçak manyetik direncinin gördüğü alan
A_{sb}	: Stator sırtı manyetik direncinin gördüğü alan
$A_{r\sigma}$	: Rotor kaçak manyetik direncinin gördüğü alan
A_{rb}	: Rotor sırtı manyetik direncinin gördüğü alan
A_{r-en}	: Rotor mıknatısı enine manyetik direncinin gördüğü alan
A_x	: Akının geçtiği alan
$\bar{B}$	: Manyetik akı yoğunluğu vektörü
B	: Manyetik akı yoğunluğu
B_d	: Optimum çalışmadaki manyetik akı yoğunluğu
B_g	: Hava aralığındaki manyetik akı yoğunluğu
BH_{max}	: Mıknatısın maksimum enerli çarpanı
B_m	: Mıknatısın manyetik akı yoğunluğu
B_{max}	: Malzemeye uygulanan maksimum akı yoğunluğu
B_n	: Hava aralığı yüzeyindeki akı yoğunluğunun normal bileşeni
B_{ni}^S	: Stator yüzey düğümündeki akı yoğunluğunun normal bileşeni
B_r	: Artık manyetik akı yoğunluğu
B_{sat}	: Doyum manyetik akı yoğunluğu
c	: Keyfi sabit
C_m	: Mıknatısın üretim maliyeti
C	: Fourier serisi katsayılarının oluşturduğu matris
d_1, d_2, d_3, d_s	: Stator oluğu derinlikleri
f	: Frekans
F	: Amper-sarım
F_i	: i. düğüme karşılık gelen amper-sarım
F^S	: Stator düğümleri amper-sarımlarının oluşturduğu matris
F^R	: Rotor düğümleri amper-sarımlarının oluşturduğu matris
$\bar{H}$	: Manyetik alan şiddeti vektörü
H	: Manyetik alan şiddeti
H_c	: Koerzif manyetik alan şiddeti
H_d	: Optimum çalışmadaki manyetik alan şiddeti
H_g	: Hava aralığındaki manyetik alan şiddeti
H_m	: Mıknatısın manyetik alan şiddeti
H_{sat}	: Doyum manyetik alan şiddeti
H_θ	: Hava aralığı yüzeyindeki manyetik alanın teğetsel bileşeni

$\vec{H}_0$	: Hava aralığı yüzeyindeki manyetik alanın teğetsel bileşeni vektörü
$\vec{J}$	: Akım yoğunluğu vektörü
J	: Akım yoğunluğu
k_e	: Fuko sabiti
k_{ex}	: Kayıp fuko faktörü
k_h	: Histerisiz sabiti
k_1	: Kayıp faktörü
k_2	: Kaçak faktörü
ℓ	: Motorun aksiyel uzunluğu
ℓ_g	: Hava aralığı uzunluğu
ℓ_m	: Mıknatıs uzunluğu
ℓ_n	: Nüvenin boyu
$\ell_{r\sigma}$	: Rotor kaçak manyetik direncinin gördüğü uzunluk
ℓ_{rb}	: Rotor sırt manyetik direncinin gördüğü uzunluk
ℓ_{r-en}	: Rotor mıknatısı enine manyetik direncinin gördüğü uzunluk
m	: Faz sayısı
$\vec{M}$	: Mıknatıslanma vektörü
M_{SS}, M_{RR}	: Stator ve rotor yüzey düğümlerinden çıkan akılara karşılık gelen Fourier serisi katsayılarının çarpanlarının oluşturduğu matris
N	: Bir bobinin sarım sayısı
NH	: Fourier serisinde kullanılan en yüksek harmonik derecesi
N_s	: Statordaki diş sayısı
p	: Çift kutup sayısı
P	: Manyetik iletkenlik matrisi
P	: Manyetik iletkenlik (Permeance)
P_e	: Fuko kaybı
P_{ex}	: Artık fuko kaybı
P_h	: Histerisiz kaybı
P_n	: Nüvenin manyetik iletkenliği
$P_{nüve}$	: Toplam nüve kaybı
P_{SS}	: Stator manyetik iletkenlik matrisi
P_{RR}	: Rotor manyetik iletkenlik matrisi
r_1	: Rotor yarıçapı
r_2	: Stator iç yüzeyi yarıçapı
r_b	: Rotor boyunduruğu (sırtı) yarıçapı
r_{sh}	: Rotor mili yarı çapı
R	: Manyetik direnç veya relüktans (Reluctance)
R_d	: Stator dişleri manyetik direnci
R_m	: Mıknatıs manyetik direnci
R_{rb}	: Rotor boyunduruğu (sırt) manyetik direnci
R_{r-en}	: Rotor mıknatısı enine manyetik direnci
$R_{r\sigma}$	: Rotor nüvesi kaçak manyetik direnci
$R_{s\sigma}$	: Stator kaçak manyetik direnci
R_{sb}	: Stator boyunduruğu manyetik direnci
Q, R	: Stator ve rotor yüzey düğümleri amper-sarımlarına karşılık gelen Fourier serisi katsayılarının çarpanlarının oluşturduğu matris
S	: Statordaki toplam oluk sayısı
T	: Fourier serisi katsayılarının çarpanlarının oluşturduğu matris

T_c	: Mıknatısın curie sıcaklığı
T_m	: Moment
T_{max}	: Mıknatısın maksimum çalışma sıcaklığı
v_{in}^R, u_{in}^R	: Rotor trigonometrik değişkenleri
v_{in}^S, u_{in}^S	: Stator trigonometrik değişkenleri
w_{bi}	: Stator boyunduruğunun uzunluğu
w_s, w_{sb}	: Stator oluğu genişlikleri
w_t, w_{tb}	: Stator dış genişlikleri
$W_{hava_araligi}$	: Hava aralığında depo edilen manyetik enerji
$W_{kaynaklar}$	: Kaynaklardaki manyetik enerji
W_{mag}	: Manyetik alanda depo edilen enerji
W_{rotor}	: Rotor manyetik alanında depo edilen enerji
W_{stator}	: Stator manyetik alanında depo edilen enerji
W_{toplam}	: Sistemdeki toplam enerji
W_{toplam}	: Sistemdeki toplam enerjinin oluşturduğu matris
x	: Akının geçtiği uzunluk
ϕ	: Manyetik akı
ϕ_{Si}^Y	: Stator manyetik devresindeki i. yüzey düğümünden çıkan akı
ϕ_{Ri}^Y	: Rotor manyetik devresindeki i. yüzey düğümünden çıkan akı
Φ_S^K	: Stator sargılarını ürettiği akıların oluşturduğu matris
Φ_S^Y	: Stator manyetik devresindeki yüzey düğümlerinden çıkan akıların oluşturduğu matris
Φ_R^K	: Rotordaki mıknatısların ürettiği akıların oluşturduğu matris
Φ_R^Y	: Rotor manyetik devresindeki yüzey düğümlerinden çıkan akıların oluşturduğu matris
μ	: Manyetik geçirgenlik
μ_0	: Havanın manyetik geçirgenliği ($4\pi 10^{-7}$ (H/m))
μ_m	: Mıknatısın manyetik geçirgenliği
μ_n	: Nüvenin manyetik geçirgenliği
μ_r	: Bağlı manyetik geçirgenlik (recoil permeance)
θ_i	: Stator veya rotor yüzeyinde belirlenmiş iki düğüm arasındaki açı
θ_r	: Rotorun konum açısı
ν	: Manyetik özdirenç
τ_s	: Stator oluk adımı
τ_p	: Rotor kutup adımı açısı
ξ^n	: Stator yüzeyi yarıçapının rotor yarıçapına oranı

SÜREKLİ MİKNATISLI SENKRON MAKİNELERİN SİMÜLASYONU İÇİN FOURIER SERİSİ VE RELÜKTANS DEVRESİ YAKLAŞIMIYLA BİR KARMA MODELİN GELİŞTİRİLMESİ

ÖZET

Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) alanında yapılan gelişmelere ve SEY analizi için geliştirilen yazılımları destekleyen hesap öncesi işlem (pre-processing) ve hesap sonrası işlem (post-processing) yazılımlarındaki gelişmelere paralel olarak, durağan bir elektrik makinesi içindeki manyetik alanların modellenmesi artık zor bir iş olmaktan çıkmıştır.

Bununla birlikte, elektrik makinelerinin ve elektro-mekanik cihazların dinamik benzeşimi (simülasyonu), bu cihazların hareketli parçalarının zaman-domeni çözümü sırasında rotorun pozisyon değiştirmesi ile yeniden bir sonlu elemanlar ağ modeli oluşturulmasına ihtiyaç duyulması nedeniyle, hala aşılması gereken problemleri içeren bir araştırma alanı olarak kalmaktadır. Ayrıca, manyetik eşdeğer devre kullanılması durağan problemler için çekici bir alternatif gibi görünebilir. Bununla birlikte, makinenin rotorunun hareket etmesiyle, hava aralığındaki rotor ve stator manyetik devresini birbirine bağlayan relüktans elemanlarının her rotor pozisyonu değişimi için tekrar hesaplanması oldukça zor bir işlem olup, manyetik eşdeğer devre yaklaşımının dinamik simülasyonlar için tek başına kullanılmasına engel teşkil etmektedir.

Bu çalışmada, hava aralığındaki manyetik alanın modellenmesi için bu bölgedeki manyetik alanın analitik çözümünden yararlanılması önerilmiştir. Hava aralığındaki manyetik vektör potansiyeli ifadesine, Laplace denkleminin değişkenlerine ayrıştırma yöntemi ile analitik çözümünden elde edilen Fourier serisi ile yaklaşılmaktadır. Stator-hava aralığı ve rotor-hava aralığı sınırları üzerindeki manyetik akılar Fourier serisinin katsayılarının bir fonksiyonu olarak elde edilmiştir. Daha sonra, bu akı ifadeleri rotor ve stator eşdeğer manyetik devre modellerinin sınır koşulları olarak denklem sistemlerine uygulanmıştır. Bunun sonucunda, elde edilen doğrusal denklem sistemlerinin çözülmesi ile, bilinmeyen amper-sarım dağılımı ve Fourier serisi katsayıları hesaplanabilmektedir. Bu sayede, makine içindeki manyetik alanı temsil eden bir model oluşturulabilmektedir. Geliştirilen bu karma modelde, makinenin rotor ve statorunda kullanılan manyetik eşdeğer devre modeli ve hava aralığında kullanılan analitik modelin avantajlarının her ikisini de içermektedir. Nispeten daha basit bir formülasyon ile makine içindeki manyetik alanın dağılımı belli bir rotor pozisyonu için hızlı bir şekilde modellenebilmektedir. Bu çalışma, aynı zamanda ileri aşamalarda geliştirilmesi planlanan bir zaman-domeni simülasyon programı için de temel teşkil edecektir.

Ayrıca, makine oluklarının, dişlerinin, sargılarının ve rotorda kullanılan sürekli mıknatısların matematiksel modellerinin kurulması da açıklanmıştır. Geliştirilen karma model MATLAB yazılım dilinde programlanmıştır. Yapılan çalışma 4-kutuplu, 24-oluklu ve rotorunda NdFeB tipi sürekli mıknatıslar olan bir senkron motor üzerinde denenerek, değişik rotor pozisyonları için hesaplanan hava aralığı

akısı ve üretilen moment değişimi bir SEY programı olan FEM3.3 sonuçları ile karşılaştırılmıştır.



DEVELOPMENT OF A HYBRID FOURIER SERIES AND RELUCTANCE NETWORK MODEL FOR SIMULATION OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MACHINES

SUMMARY

Today, modeling of magnetic field in a stationary electrical machine is a straightforward job due to highly advanced finite element methods (FEM) and pre- and post-processing software packages developed so far. The work presented in this thesis deals with the development of a hybrid mathematical model for analysis and simulation of round-rotor permanent magnet synchronous machines.

Dynamic simulation of electrical machines and electromechanical devices, however, is still a challenging field of research since movable parts of these devices require a new mesh model whenever the model geometry changes during time-domain solution of the governing differential equations. Alternatively using magnetic equivalent circuit (MEC) model seems to be very attractive for only stationary problems. As the rotor starts to move, however, the air gap reluctance elements coupling the rotor and stator reluctance circuits have to be recalculated after each step change of the rotor position. Developing a model for air gap reluctances as a function of rotor position is a very difficult job, preventing the use of MEC in dynamic simulations.

This study suggests a new approach to the magnetic field in the air gap by analytical solution. Magnetic vector potential representing the magnetic flux in the air gap is approached by Fourier series expansion obtained from solution to the Laplace's equation by the method of separation of variables. The fluxes along the stator-to-air gap and rotor-to-air gap interface boundaries are derived in terms of the coefficients of the Fourier series representing the vector potential in the air gap. Then, the fluxes on the boundaries are injected into the reluctance network model representing the rotor and the stator regions as the boundary conditions. The solution of the combined equations obtained from the discrete and continuous models result in unknown ampere turns and Fourier coefficients describing the entire magnetic phenomenon inside the electrical machine. The model developed herein combines the advantages of equivalent magnetic circuit model and analytical solution of the vector potential of the governing field within the air gap of the electrical machine. Implementation of the new method requires relatively simple formulation and provides quick solution of magnetic field distribution within the machine for a given rotor position. This study will be the basis of a time-domain simulation program intended to be developed in the future studies.

In addition, modeling of stator slots, teeth, windings, rotor magnets used in the hybrid model are presented. The hybrid model of permanent magnet synchronous motors has been implemented in MATLAB program. A 4-pole, 24-slot, NdFeB permanent magnet synchronous motor is modeled and air gap magnetic field and

generated torque variation for different rotor positions is compared with the results obtained from a finite element computer program called FEMM3.3.



1. GİRİŞ

1.1. Genel Bakış

Günlük hayatımızda kullandığımız ve yaşamımızı kolaylaştıran bir çok sistemin sürülmesinde, artık elektrik motorları daha yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunun en önemli nedeni, elektrik motorlarının çevreyi kirletmemesi, daha az gürültü kirliliğine neden olması ve değişik boyutlarda üretilibilmeleridir. Diğer bir neden ise, elektrik motorlarının mW seviyelerinden MW'lara kadar çok değişik güç seviyelerinde üretilibilmeleridir. Ayrıca, elektrik motorlarının istenildiği anda devreye alınabilmesi, devir sayısı ve yönünün basit ek düzenekler yardımı ile değiştirilebilmesi, dört bölgede çalıştırılabilmesi, fosil yakıt ile çalışan motorlara göre üstünlükler sağlamakta ve bir çok uygulamada tercih edilmektedirler [1].

Elektrik motorlarını fosil yakıtla çalışan motorlara göre bazı dezavantajları da mevcuttur. Birim ağırlık başına ürettiği çıkış gücü oranının (Power to weight ratio) düşük olması sebebiyle daha ağır olması belli başlı nedenlerden biridir. Diğer bir neden ise, elektrik enerji kaynağının sınırlı olduğu ve depo edilmesi gereken elektrikli taşıt ve uzay teknolojileri gibi uygulamalarda, enerji depolama sistemlerinin yüksek verimli piller, aküler, ultra kapasiteler, mekanik enerji depoları, süper iletkenli enerji depolama sistemleri, yakıt hücreleri gibi sistemlerin henüz yüksek maliyetli olmaları, elektrik motorlarının daha yaygın olarak kullanılmasını sınırlamaktadır. Son yıllarda elektrik enerjisini depo edilmesi üzerine yapılan araştırmalar sonucunda bu sistemlerin gelecekte daha ekonomik olarak üretilbileceği beklenmektedir [2].

Elektrik motoru ile tahrik edilen uygulamalar, çok değişik güç ve devir sayısına ihtiyaç duymaktadır. Bu uygulamalarda uygun makine tipinin seçilmesi de uygulamanın maliyeti ve verimini büyük ölçüde etkilemektedir. Bilindiği gibi, doğru akım (DA) motorları devir sayısı kontrol kolaylığının yanında fırça ve kolektör düzeneği yüzünden düzenli bakıma ihtiyaç duyması ve hacim olarak çok yer kaplaması nedeniyle son yıllarda yetersiz kalmışlardır. Asenkron motorlar ise doğru

akım motorlarına göre, hacim ve bakım avantajlarına sahip olmalarına rağmen, doğrusal olmayan karakteristiğe sahip olmaları sebebiyle kontrol edilmesi zor olan motorlardır. Yarı iletken malzemelerin ve dolayısıyla mikro işlemci kontrollü sürücü sistemlerinin gelişmesi, asenkron motorların kontrolünü kolaylaştırdıysa da yüksek verim gerektiren çalışma durumlarında kontrol zorluğunun olması yeni makinelere gereksinim doğurmuştur [3].

Son 20 yıl içinde özellikle yüksek enerji yoğunluklu (Nadir-Toprak Elementli mıknatıslar-NdFeB) mıknatısların geliştirilmesi, çok farklı yapı ve güce sahip sürekli mıknatıslı motorların gelişmesine yol açmıştır. Güç faktörünün bire çok yakın olması, veriminin diğer motorlara nazaran yüksek olması ve kontrol kolaylığı bu tip makinelerin belli başlı üstünlükleridir [4].

Elektrik makinelerinin dinamik simülasyonu için gerekli teoremin geliştirilmesi 1929 yılında Park [5] tarafından yayınlanan orijinal makale ile başlamasına karşın, bilgisayar teknolojilerinin henüz var olmadığından dolayı, o yıllarda sadece akademik bir ilgi alanı olarak kalmıştır. Elektrik makinelerinin rotor ve stator yapılarının toplu parametre (lumped parameter) modellerinden faydalanılarak, rotor ve stator eşdeğer elektrik devre denklemlerinin motorun mekanik denklemleri ile birleştirilmesi sonucunda oluşan diferansiyel denklemlerin çözümü ile elde edilebileceği uzun zaman önce bilinmekteydi [5, 6]. Bilgisayar teknolojilerindeki 1970'li yıllarda başlayan hızlı gelişmeler ile birlikte, elektrik makinelerinin sayısal bilgisayarlar yardımıyla hızlı bir şekilde dinamik simülasyonunun yapılabileceği anlaşılmış ve bu konudaki çalışmalar sürat kazanmıştır.

Son 30 yıldır gelişmeye başlayan yarı iletken kontrollü güç çeviricilerinin elektrik motorlarının beslemesinde ve kontrolünde kullanılmaya başlamasıyla birlikte, bu motorların sinüzoidal olmayan kaynaklardan beslenmesi sonucunda oluşacak asimetrik koşullar altındaki davranışları gittikçe önem kazanmıştır. Bu koşullar altında çalışan motorların dinamik simülasyonu, ancak bu motorların asimetriklerinin de modellenmesi ile mümkündür. Bu konuda Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) [7] ve Manyetik Eşdeğer Devre (MED) [8] modelleri yardımıyla oluşturulacak dinamik simülasyon modelleri, bilinen başlıca iki önemli yöntemdir.

Sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan modelleri kullanarak zaman domeninde yapılan simülasyonlarda, her zaman adımı için alan probleminin bir kez çözülmesi ve

sonucun bir sonraki zaman adımında kullanılması gerekir. İki zaman adımı arasında rotor hareket edeceğinden, yeni zaman domeninde problemin geometrisi de değişecektir. Bu durumda, sonlu elemanlar için gerekli ağı (FEM, mesh) tekrar kurulması gerekir [9]. Ağı bu yeni geometri için tekrar kurulması ve gerekli koordinatların düzenlenerek bir dosyaya yazılması zaman alan ve karmaşık bir işlemdir. Bu karmaşık yapıdan mümkün olduğunca kurtularak, rotor pozisyonundan bağımsız modellerin geliştirilmeye çalışılmaktadır [7, 10, 11].

Manyetik eşdeğer devre ile yapılan modellemeler de, sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan modellemelerdekine benzer sorunlar ile karşı karşıyadır. Hava aralığı bölgesinin zaman içinde değişmesinden dolayı hava aralığı relüktans değerlerinin hesaplanması karmaşık motor geometrisi nedeniyle mümkün değildir. Ayrıca, motorun manyetik devresini temsil eden oluk, diş, sırt (boyunduruk), oluk amper-sarımları gibi elemanların parametreleri toplu olarak hesaplandığından yaklaşık bir yöntemdir. Bu büyüklüklerin hesaplanması bilgi ve tecrübe ister. Bununla birlikte MED’de kullanılan devredeki düğüm sayısı dolayısıyla bilinmeyen sayısı SEY’de ki bilinmeyen sayısına göre çok küçük olduğundan, simülasyon süresini büyük oranda kısaltmak mümkündür. Bilinmeyen sayısı birkaç yüzü geçmeyen makine modellerinde saatler hatta dakikalar süresinde simülasyonlar yapmak mümkün olabilecektir. Sonlu elemanlar ile yapılan aynı doğrulukta dinamik simülasyonlarda, bilinmeyen sayısı on binler hatta daha fazla olması nedeniyle simülasyon süreleri günler hatta haftalar alabilmektedir.

1.2. Çalışmanın Amacı

Bilgisayarlardaki hesaplama gücünün artmasıyla, elektrik makinelerinin sayısal yöntemlerle bilgisayarda analizini yapan programlara olan talep inanılmaz bir hızla artmaktadır. Bu talebi karşılamak üzere makine içindeki manyetik alanın daha doğru ve daha hızla analizinin yapılabilmesi için gerekli araştırmalar da aynı oranda hızlanmıştır [12]. Dünyadaki çeşitli ülkelerde, elektrik makineleri üzerine her yıl düzenlenen sayısız konferansta alan analizi ve dizayn optimizasyonu ile ilgili oturumlara yer ayrılmaktadır. Bu bağlamda, elektrik makinelerinin tasarımı, optimizasyonu, öngörülü bakım, onarımı, hatta elektrik makinelerinin denetimi ile ilgili alanlarda daha hızlı alan analizi ve modellemeye yönelik yapılacak yenilikler,

elektrik makineleri ve elektro-mekanik hareketlendiriciler teknolojilerinde yeni ufuklar açacaktır.

Bu çalışmanın amacı, stator ve rotor devrelerini birbirinden bağımsız birer manyetik devre olarak düşünerek, aralarındaki bağlantıyı hava aralığındaki manyetik alanın analitik çözümünden elde edilen alan bağıntıları yardımıyla oluşturabilen basit bir modeli kurabilmektir. Böylece sürekli mıknatıslı senkron makinelerin zaman domenindeki simülasyonu için basit ve hızlı bir model geliştirilebilecektir. Bu çalışma, zaman domeni modelinin ilk aşaması olan, statik hal modelinin oluşturulmasını kapsamaktadır.

Elde edilen bu model sayesinde, elektriksel ve geometrik olarak simetrik olmayan koşullarda çalışan elektrik makinelerinin simülasyonu ile bu asimetriler sonucunda makinede oluşacak mekanik titreşimlerin analizi yapılabilecektir. Bu analizlerin yapılması ile elde edilen sonuçlar incelenerek, simülasyonu yapılan makinenin tasarımında eksiklikler tespit edilip, bir sonraki aşamada üretilecek makinenin tasarımında yeni değişiklikler önerilerek, daha sessiz çalışan ve daha az kayıplı makinelerin geliştirilmesi mümkün olacaktır.

Bu tez çalışmasında geliştirilen model yardımıyla bir makine tasarımcısı tasarladığı makineyi simüle edip, gerekli düzeltmeleri saptayarak makinenin bir prototipini gerçekleştirmeden önce tasarımında gerekli değişiklikleri yapabilecektir. Böylece hem zaman hem de ekonomik olarak önemli miktarda kazanç sağlamak mümkün olacaktır.

Ayrıca, aynı şartlar altında çalışan gerçek bir motor üzerinden uygun duyurga (sensör) ve elektronik düzenekler yardımıyla toplanan akım, gerilim, hız, pozisyon gibi büyüklüklerin modelden elde edilen büyüklükler ile karşılaştırılması sonucunda üretiminde yada zaman içinde motorda oluşabilecek anormallikler tespit edilebilecektir. Böylece, çok kritik yerlerde kullanılan motorlardaki bu tür anormallikler arıza oluşmadan önce tespit edilebilecek, dolayısıyla hem tasarımın güvenilirliği arttırılacak, hem de tesisin devre dışı kalması nedeniyle oluşacak iş gücü kaybı engellenebilecektir.

İleriki çalışmalarda oluşturulacak zaman domeni modelindeki yapılacak geliştirmelerle simülasyon süresi hızlandırılması sonucunda, fırçasız doğru akım ve

sürekli mıknatıslı senkron motor uygulamalarında sensörsüz moment ve hız denetimi için gerekli bir model olarak da kullanılması mümkün olacaktır.

1.3. Çalışmanın Kapsamı

Bu tez çalışması beş bölümden oluşmaktadır. 1.Bölüm’de çalışma hakkında genel bakış, çalışmanın amacı ile kapsamı hakkında görüş ve düşünceleri aktaran bir giriş bölümü yer almaktadır.

2.Bölüm’de sürekli mıknatıslı senkron motorların kullanım alanları, çalışma prensipleri, konstrüksiyonu ve çeşitleri, bunların avantaj ve dezavantajları hakkında bilgiler verilmiştir.

3.Bölüm’de, mıknatısların özellikleri, çeşitleri, mıknatıslanma, mıknatısların dinamik ve statik çalışması, karakteristikleri, elektrik makinelerinde oluşacak kayıplar, bu kayıpların hesaplanması için gerekli yöntemler ve formüller verilmiştir.

4.Bölüm’de, sürekli mıknatıslı senkron makinenin (SMSM) karma modeli tanıtılmış, stator ve rotorun manyetik eşdeğer devre modeli ile bu modellere ilişkin formülasyonların elde edilmesi açıklanmıştır. Eşdeğer stator ve rotor devresindeki relüktansların hesaplanması için gerekli formülasyonlar ve gerekli bilgiler verilmiştir. Hava aralığı içerisindeki manyetik vektör potansiyeli, Laplace denkleminin tespit edilen sınır koşulları altında analitik çözümünden elde edilen Fourier serisi ile ifade edilmiştir ve gerekli formülasyonların türetilmesi gösterilmiştir. Hava aralığı bölgesinin stator ve rotor sınırları üzerindeki akıların vektör potansiyeli cinsinden ifade edilmesi ile ortaya Fourier serisinin katsayılarına sahip akı ifadeleri çıkmıştır. 4.Bölüm’de, bu akı ifadeleri ile Fourier katsayıları arasındaki ilişkinin kurulması da açıklanmıştır. Fourier serileri yardımı ile analitik olarak bağlanan stator ve rotor relüktans devreleri düğüm gerilimleri yöntemi (DGY) ile çözülerek karma model oluşturulmuştur.

5.Bölüm’de, geometrik, malzeme ve elektriksel özellikleri verilen sürekli mıknatıslı bir senkron motor, karma model ile MATLAB programlama dilinde hazırlanan program yardımı vasıtasıyla modellenmiştir. Aynı motorun sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ile modellenmesi için FEMM3.3 adlı SEY yazılım programı kullanılmıştır. Sonlu elemanlar metodu için gerekli ağ kurulmuştur ve akı çizgileriyle akı yoğunluğu hesaplatılmıştır. Karma model ile SEY’den elde edilen hava aralığındaki

vektör potansiyeli, akı yoğunluğu, enerji ve moment ifadeleri sonuçları karşılaştırılmıştır.

6.Bölüm’de, SEY ile Karma Modelin karşılaştırılmasından elde edilen sonuçlar incelenerek, yapılan bu çalışmanın zayıf ve kuvvetli yanları tartışılıp, ilerideki aşamalarda yapılacak çalışmaları yönlendirecek önerilerde bulunulmuştur.



2. SÜREKLİ MİKNATISLI SEKRON MAKİNELER

2.1. Giriş

Mıknatısların elektrik makinelerinde uyarma sargıları yerine kullanılma fikri oldukça eskilere dayanmaktadır. 1940'larda Alnico alaşımlı mıknatısların geliştirilmesine paralel olarak, 1953'de F.W. Merrill [13] uyarma sargıları yerine sürekli mıknatıs kullanılan senkron motoru geliştirmiştir. Bilindiği gibi Alnico mıknatıslarının koerzif alan şiddetinin düşüklüğü nedeniyle, kolay demanyetize olmaları 1950'lerin ikinci yarısında Ferit mıknatısların geliştirilmesine neden oldu. Bu gelişime paralel olarak, 1962'de W.Volkradt [13] tarafından Ferit mıknatısla uyarılan senkron makine geliştirilmiştir. Ferit mıknatıslar Alnico'lardan daha ucuz ve daha yüksek koerzif alan şiddetine sahip olmasına rağmen, düşük artık akı yoğunluğuna sahip olması nadir-toprak elementli mıknatısların geliştirilmesine neden olmuştur. Bu tip mıknatısların ilk nesli olan SmCo'lar 1970'ler de ve ikinci nesil NdFeB tipi mıknatıslar ise 1980'li yıllarda geliştirilmeye başlanmıştır. Bu gelişime paralel olarak Nadir-toprak elementli mıknatıs ile yapılan senkron makine tasarımları ortaya çıkmıştır [4].

Yakın zamanlara kadar, sürekli mıknatıslı makineler, mıknatısların kolay elde edilememesi ve enerji yoğunluklarının düşüklüğü nedeniyle sınırlı bir şekilde kullanılıyorlardı. Son 20 yılda, mıknatıslardaki gelişim ile beraber (NdFeB tipi mıknatıslar) sürekli mıknatıslı makineler, geleneksel doğru akım ve alternatif akım (AA) makinelerinden daha yüksek performansa ve geniş kapsamlı kullanım alanlarına sahip oldular. Sürekli mıknatıslı makinelerin kullanım alanlarının bazıları aşağıda verilmiştir [4].

- Endüstride: fan, pompa, robotik uygulamaları, iplik makineleri
- Otomotiv sektöründe: klima motoru, yakıt pompası, silecek motoru
- Bilgisayar sektöründe: yazıcı, disk sürücülerinde
- Elektrikli otomobillerde,
- Biyomedikal sistemlerde,
- Uçak ve uzay teknolojisinde kullanılmaktadırlar.

2.2. Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorların Çalışma Prensipleri

Sürekli mıknatıslı senkron makine ile geleneksel senkron makine arasındaki tek fark rotorda buluna uyarma sargılarının oluşturduğu uyarma alanının mıknatıslar tarafından sağlanmasıdır. Bilindiği gibi senkron motorun çalışma prensibi, statorda akan AA nedeniyle oluşan döner alan ile mıknatısların oluşturduğu sabit rotor alanın kilitlenmesidir. Bu kilitlenme sonucunda rotor stator döner alanı ile frekansa ve kutup sayısına bağlı olarak belli bir hızda döner. SMSM'larda yol verme iki şekilde yapılabilir. Birincisi, sincap kafes yardımıyla senkron motora asenkron motor gibi direk yol vermektir. Rotor içine yerleştirilmiş mıknatıslı motor bölümünde bu konuda daha fazla bilgi verilecektir. İkinci tip yol verme ise, rotorun konumunu algılayan duyargalar (Sensör) ve eviriciler yardımı ile yapılır. Sensörlerden edinilen rotor konum bilgisi işlenerek eviriciler aracılığı ile statora uygun gerilim ve frekans değerine sahip işaret verilir. Bu durum rotorun senkronizmadan ayrılması halinde de geçerlidir [4, 14].

2.3. Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorların Avantaj ve Dezavantajları

Sürekli mıknatıslı senkron motorun avantajları aşağıda sıralanmıştır [13, 15].

- Rotorda herhangi bir sargının olmaması bakır kayıplarının oluşmamasına neden olur. Böylece rotorda bakır kayıpların nedeniyle oluşan ısınma problemi de ortadan kalkmış olur.
- Güç faktörü bire yakın değerdedir.
- Fırça sistemleri yoktur. Bu yüzden bakıma ihtiyaç duymazlar.
- Geleneksel motorlara göre hacim başına daha yüksek güç yoğunluğuna sahiptir. Yani aynı güçteki geleneksel motordan daha az yer kaplarlar.
- Yüksek verimli makinelerdir.
- Asenkron makineye nazaran hız kontrolü daha kolay yapılır.

Sürekli mıknatıslı senkron motorun dezavantajları aşağıda sıralanmıştır.

- Bu tür makinelerin maliyetleri, mıknatısların maliyetleri ve çeşitli rotor tasarımlarından oluşan maliyetler nedeniyle geleneksel makinelere nazaran daha yüksektir.

- Uyarma akımı olmadığı için generatör çalışmada gerilim ayarı yapılamaz. Fakat modern güç elektroniği kontrol elemanlarıyla bu dezavantajın etkileri azaltılabilir.
- Yüksek stator akımları mıknatısları demanyetize edebilir. Motor, demanyetizasyon probleminden korunmak için stator akımı kontrol sistemine ihtiyaç duyabilir.
- Zaman faktörü uzun vadede mıknatıslığı zayıflatıcı bir etkidir. Ayrıca termik sınırlamalar hem dizaynda hem de çalışma sırasında sorunlar yaratır.
- Mıknatıslar kapatılamadığı için, motorun enerjisi kesildiğinde üzerlerine manyetik parçacıklar toplayabilir.
- Yüksek hızlarda mıknatısları yerinde tutmak zorlaşır.

Yukarıda listelenen avantaj ve dezavantajlar incelendiğinde, tasarımda ortaya konulacak bazı kriter ve geliştirmeler sayesinde, bu dezavantajların büyük bir kısmı ortadan kısmen de olsa kaldırılabilir. Bunun da ancak kullanılan malzeme ve tasarım yöntemlerinde ortaya çıkarılacak gelişmeler ile yapılabilmesi mümkün olacaktır.

2.4. Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorların Tasarımları

Bu tür motorlar değişik şekillerde tasarlanabilirler. Motor tasarımı için maliyet faktörü önemli rol oynar. Kullanılacak mıknatısların çeşitleri ve rotora yerleştirilme şekillerinin maliyete büyük etkisi vardır. Bu yüzden daha ucuz rotor tasarımı, daha düşük performans sağlasa bile tercih nedeni olabilir. Mıknatıslı motorlar mıknatısların rotora yerleştirilme şekline göre genel olarak iki ana grupta incelenebilir. Bunlar,

- 1- Rotor yüzeyine yerleştirilmiş mıknatıslı senkron motor (Exterior Permanent Magnet Synchronous Motor)
- 2- Rotor içine yerleştirilmiş mıknatıslı senkron motor (Interior Permanent Magnet Synchronous Motor)

olarak tanımlanabilir.

2.4.1. Rotor Yüzeyine Yerleştirilmiş Mıknatıslı Motor

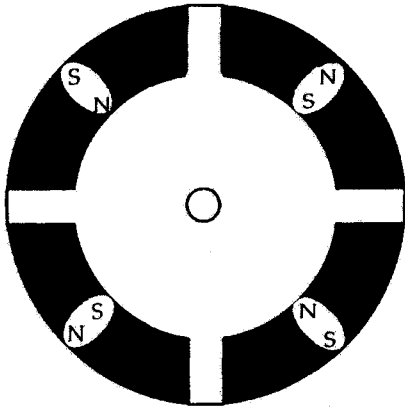
Rotor yapıları oldukça basittir. Mıknatıslar Şekil 2.1'de gösterildiği gibi rotor yüzeyine monte edilirler ya da yapıştırılırlar. Mıknatısların hava aralığında ürettikleri akı yoğunluğu ile çalışma noktasında ürettikleri akı yoğunluğu yaklaşık olarak eşittir. Çoğu mıknatısın elektriksel geçirgenliğe sahip olması, mıknatıslarda manyetik alan altında girdap (Faucault, Fuko) kayıplarına yol açar. Bu durumda kayıpları azaltmak için mıknatıslar yalıtılmış küçük parçacıklar halinde rotor yüzeyine yerleştirebilirler. Yüzey tip tasarımların genel dezavantajı, yüksek savrulma kuvvetlerine maruz kaldıkları için düşük devirde çalışmak zorunda olmalarıdır [15].

Şekil 2.1.a'da mıknatıslar, rotor nüvesinde açılan oyuklara yerleştirilirler. Mıknatıslar arasında çelik nüve parçacıklarının olmasının amacı motora bir relüktans momenti eklemektir. Eğer dizayn gerektiği şekilde yapılırsa, motor performansında önemli bir artış sağlanabilir. (Sebastian Selman 1987) Mıknatıslar manyetizasyon yönüne dik doğrultuda düşük anizotropik iletkenliğe sahip olduğu için mıknatıstan çıkan manyetik akı hava aralığına yönelir [15].

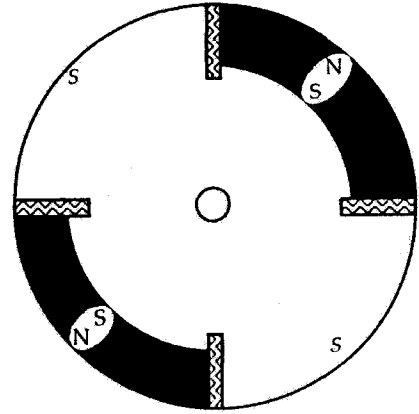
Şekil 2.1.b'de ki rotor yüzeyinde, S kutbu olarak rotor nüvesi kullanılmıştır. N kutbu mıknatıstır ve kutuptan çıkan akı önce hava aralığına daha sonra stator üzerinden geçerek rotorda ki S kutbuna ulaşır. Bunu sağlamak için N ve S kutbu arasında ferromanyetik olmayan parçalar yerleştirilir. Ferromanyetik olmayan parçalar rotor kutuplarının kısa devre olmasını engeller. Daha az mıknatıs kullanılan dizaynda, yeterli iletkenlik sabitini (permeans coefficient, μ) sağlamak için mıknatıslar daha uzun yapılırlar. (Hendershot,1991) Bu rotor şekli performansı artırmaz ama mıknatıs sayısı az olduğundan maliyeti düşürür. En önemli farklılığı ise S kutuplarının manyetik iletkenliği mıknatısların (N kutuplarının) iletkenliğinden büyük olduğu için, hava aralığı endüktansının pozisyonun fonksiyonu olmasıdır. Bu ise büyük relüktans momentine neden olur [13, 15].

Şekil 2.1.c'de tek parça halinde farklı manyetize edilmiş mıknatıslar bulunur. Tek avantajı çok ucuz mal edilmesidir. Düşük performans elde edilir.

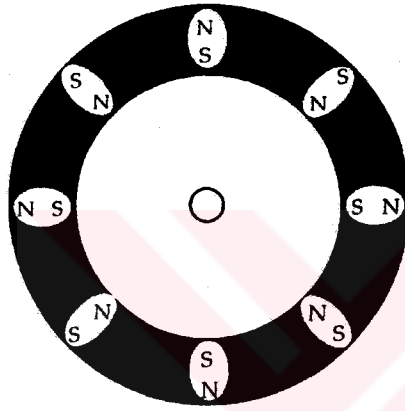
Şekil 2.1.d' ve e'de sıkça rastlanan yüzey mıknatıslı dizaynlardandır. Bu dizaynın avantajı ucuza mal edilmesidir. Rotorda çıkık kutupluluk vardır. Şekil 2.1.2.d'de mıknatısın relüktansı sinüzoidal forma benzetilmeye çalışılmıştır. Bunun nedeni ise hava aralığındaki akı yoğunluğunu sinüzoidal yapıya yaklaştırmaktır [16].



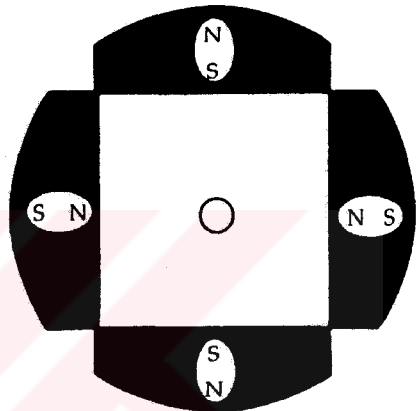
(a)



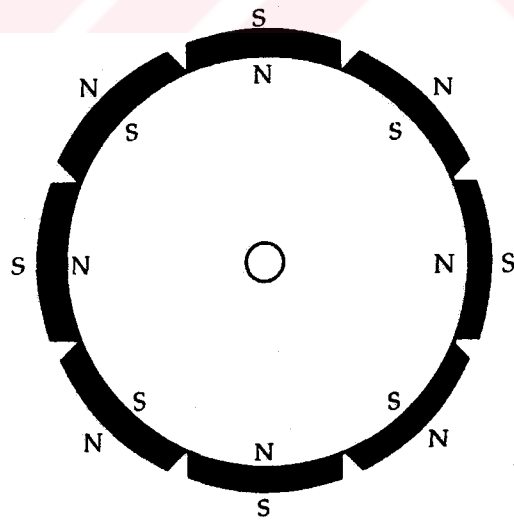
(b)



(c)



(d)



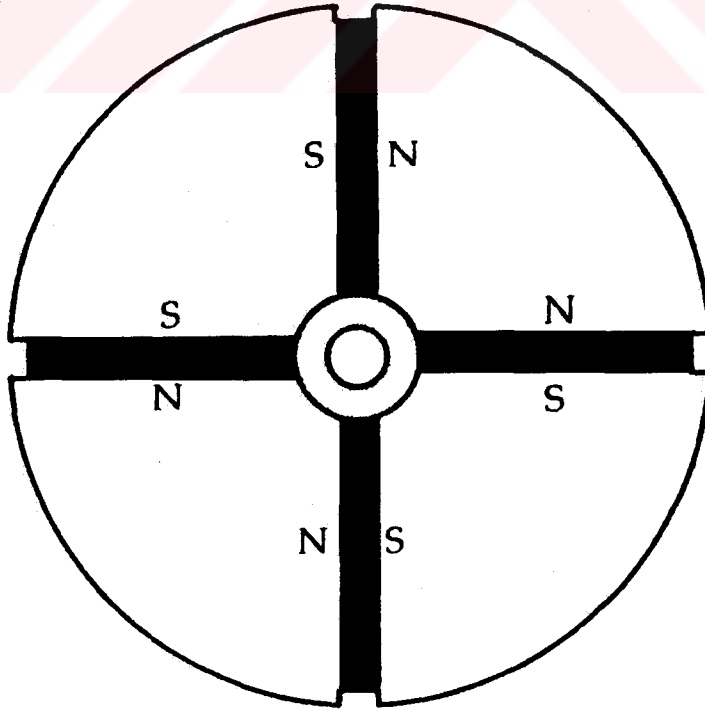
(e)

Şekil 2.1: Rotor yüzeyine yerleştirilmiş mıknatıslı motor tasarımı çeşitleri

2.4.2. Rotor İçine Yerleştirilmiş Mıknatıslı Motor

Bu tür motorlarda genellikle mıknatıslar rotor nüvesinin içine şekil 2.2’de olduğu gibi yarıçap doğrultusunda (dairesel gm tip) yada şekil 2.3’de olduğu gibi buna dik doğrultuda (radyal gömülü tip) yerleştirilirler. Fakat daha farklı tasarımlarda mevcuttur. Direkt yol almayı sağlamak için rotora asenkron motorlardaki gibi sincap kafes yerleştirilebilir. Bu tip tasarım şekli şekil 2.4’de görülmektedir. Rotor içine yerleştirilmiş mıknatıs dizaynı mekanik sağlamlık yani yüksek hızda çalışabilme ve daha küçük hava aralığı avantajlarını sağlar. Bu özelliklere ek olarak mıknatıslar gömülü olması mıknatısların yüksek derecede harmonik alanlardan korunmalarını sağlar.

şekil 2.2’deki tasarım, gömülü mıknatıslı motorlar arasında en popüler dizayn şeklidir. Akı rotor nvesinden geçtikten sonra hava aralığına ulaşır. Yüksek verim istenen yerlerde kullanılırlar. Mıknatıs olarak ucuz Feritlerin seçilmesi durumunda bu yapı oldukça avantajlıdır. Hava aralığı endüktansı rotor pozisyonuna düşük oranda bağımlıdır. Ayrıca bu tip dizaynda hava aralığında ki bir kutupta, bir mıknatıs yüzeyinden daha büyük akı yoğunluğu retmek mümkündür [15].



şekil 2.2: Dairesel gömülü tip mıknatıslı rotor yapısı



Şekil 2.3: Radyal gömülü tip mıknatıslı rotor yapısı

The diagram illustrates the internal structure of a synchronous motor. At the center is the rotor, which is a solid black rectangle with 'S' at the top and 'N' at the bottom. Surrounding the rotor is the stator, represented by a semi-circular arc. The stator is divided into two main parts: the 'Akı Köprüleri' (Magnetic Bridges) at the top, which are hatched rectangular blocks, and the 'Sincap Kafes' (Squirrel Cage) at the bottom, which is a semi-circular arc. The 'Mıknatıs' (Magnet) is indicated by the labels 'N' and 'S' at the bottom of the stator, corresponding to the rotor's poles. The diagram is labeled with 'N' and 'S' at the bottom, 'S' and 'N' in the center, and 'Akı Köprüleri', 'Sincap Kafes', and 'Mıknatıs' on the right side.

13

Şekil 2.4’de sincap kafesli rotor içine yerleştirilmiş mıknatıslı senkron motor gösterilmektedir. Bu tip SMSM’lar asenkron motor gibi yol alır. Rotor hızı senkron hıza yaklaştığında kilitlenme sağlanır ve motor artık senkron motor gibi çalışır. Herhangi bir kısa devre ve ani yük momenti değişimlerinde senkronizasyondan ayrılan rotor, sincap kafesin varlığı nedeni ile yeniden senkron hıza çıkar. Ayrıca, sincap kafesin varlığı mıknatısların demanyetize olması engeller. Bu tür motorlar asenkron motorlara nazaran çok daha kolay sürülebilir motorlardır ve ayrıca güç faktörleri ile verimleri daha yüksektir [18].



3. MIKNATISLAR VE MANYETİK DEVRE ANALİZİ

3.1. Sürekli Mıknatıslar Hakkında Bilgi

Sürekli mıknatıslar, üzerlerinde herhangi bir uyarma amper-sarımı (mmk) yok iken, bir manyetik alanı muhafaza etme özelliği olan malzemeler olarak tanımlanabilir. M.Ö. 600'lü yıllarda, "Loadstone" olarak adlandırılan manyetik malzemelerden ilk kez yunan filozofu Tales söz etmiştir. Mıknatıslar "magnesia" denen bir bölgede bulunduğu için "magnes" adını almıştır. Loadstone aslında doğada serbest olarak bulunabilen manyetik bir mineral olup, Magnetit (Fe_3O_4) olarak da adlandırılır.

İlk yapay mıknatıslar, Magnetit tarafından mıknatıslanan (etkilenen) iğnelerdi. İnsanlığın mıknatıslığı ilk pratik kullanımı pusulalarda olmuştur. M.S. 1200 yıllarında Fransız şair Guyot de Provins, "La Bible" adlı şiirinde mıknatıslanmış iğneden yapılan bir tür pusuladan bahsetmiştir. Diğer kaynaklar mıknatıslanmış çeliğin M.S.500'lü yıllarda Çin de mevcut olduğundan bahseder.

Mıknatıslanmış malzemeler hakkında ilk büyük sistematik çalışma William Gilbert tarafından yapılmıştır. "De Magnete Magneticisque Corporibus et de Magno Magnete Tellure Physiologia Nova" adlı bu çalışması M.S. 1600 yılında yayınlanmıştır. Şekil 3.1'de bu çalışmadan alınan bir resim görülmektedir. Resimde demir çubuk dünya manyetik alanının yönüne göre dövülerek mıknatıslanma sağlanmaya çalışılmaktadır. Daha sonraki ilerleme Surgeon tarafından 1825 de icat edilen elektromıknatıs olmuştur [19].

1867 yılında Alman Kitapları ferromanyetik alaşımların ferromanyetik olmayan malzemelerden ve ferromanyetik malzemelerin oluşturduğu ferromanyetik olmayan alaşımlarından yapılabildiğinden söz eder. Örneğin, 1901 yılında geliştirilen Heusler alaşımının daha önce geliştirilen mıknatıslardan daha iyi niteliklere sahip olduğu belirlenmiştir. Bu alaşımda %10-30 manganez, %15-19 alüminyum bulunmaktaydı.



Şekil 3.1: Dünya manyetik alanı yönünde dövme
(septentrio, kuzey; auster, güney)

1917’de kobalt çelik alaşımı ve 1931’de Alnico (Alüminyum, Nikel, Kobalt, Demir) alaşımı Japonya da geliştirilmiştir. 1938’de yine Japonya’da Kato ve Takei toz halindeki oksitlerden yapılan bir mıknatıs geliştirmiştir. Bu buluş modern Feritlerin öncüsü olmuştur [4]. Son yıllarda Araştırmalar nadir-toprak elementli mıknatıslar üzerine yoğunlaşmıştır. Tablo 2.1’de çeşitli mıknatısların yaklaşık keşif tarihleri verilmektedir [20].

Tablo 3.1: Çeşitli mıknatısların yaklaşık keşif tarihleri

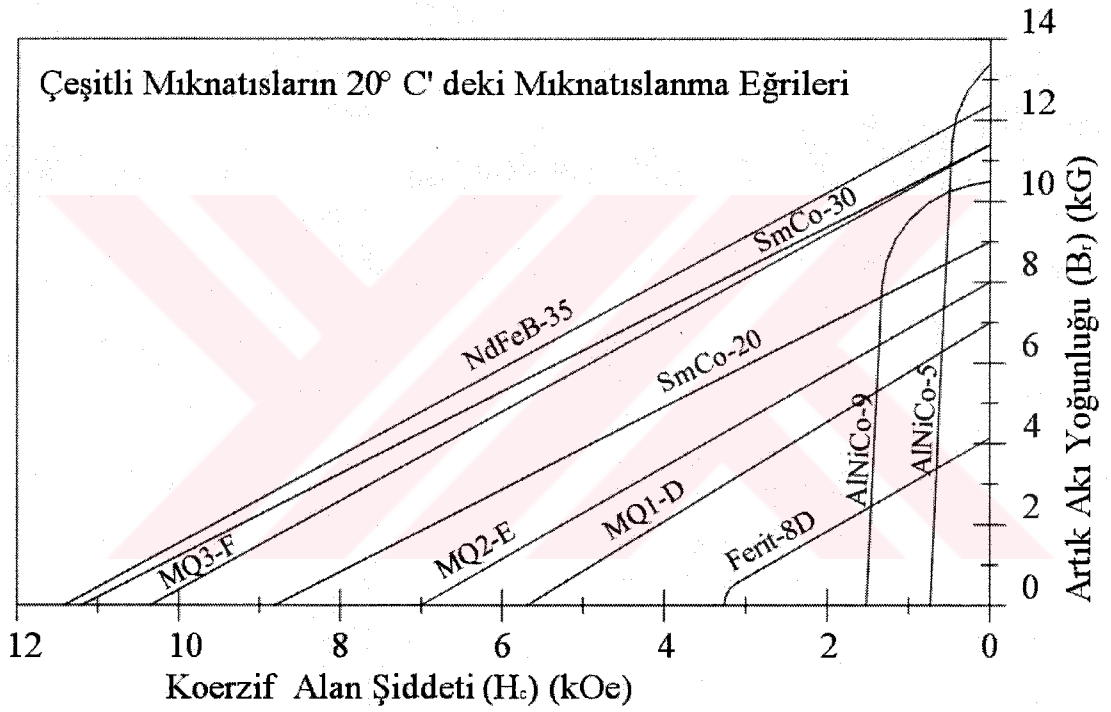
Mıknatıs	Tarih
Magnetit	M.Ö. 200-600
Toz Demir oksit	M.S. 1750
Alnico(izotropik)	M.S. 1935
Alnico(anizotropik)	M.S. 1940
Baryum ve Stronsiyum Ferit	M.S. 1957
Sarmanyum-Kobalt	M.S. 1974
Neodyum-Demir-Boron	M.S. 1985

3.2. Sürekli Mıknatısların Çeşitleri

Elektrik makinelerinde üç tip mıknatıs kullanılır.

- 1- Alnico (Alüminyum, Nikel, Kobalt, Demir)
- 2- Seramik (Ferit), Baryum Ferit; $BaOxFe_2O_3$ ve Stronsiyum Ferit; $SrOxFe_2O_3$
- 3- Nadir-Toprak Elementleri, Sarmanyum-kobalt; SmCo ve Neodyium-demir-boron; NdFeB

Yukarıdaki mıknatısların demanyetizasyon eğrileri Şekil 3.2 de verilmiştir. Ayrıca Tablo 3.2’de bazı mıknatısların özellikleri verilmiştir [21].



Şekil 3.2: Bazı mıknatısların 20°C’deki normal mıknatıslanma eğrileri

Tablo 3.2: Bazı sürekli mıknatısların özellikleri

Malzemeler	Artık Akı Yoğunluğu B_r , kG	Koerzif Alan Şiddeti H_c , kOe	Mak. Enerji Çarpanı BH_{max} , MgOe	Curie Sıcaklığı T_c , °C	Maksimum Çalışma Sıcaklığı T_{max} , °C	Maliyet C_m \$/lb
Seramikler						
Seramik1	2.20	3.25	1.05	450	300	2
Seramik5	3.95	2.45	3.50	450	300	3
Seramik8	3.90	3.25	3.50	450	300	4
Seramik10	4.20	3.05	4.20	450	300	8
Alnico						
Alnico5	12.50	0.64	5.5	860	540	40
Alnico5-7	13.50	0.74	7.5	860	540	55
Alnico8	8.20	1.65	5.3	860	550	48
Alnico8 HC	7.20	1.90	5.0	860	550	48
Alnico9	10.60	1.50	10.5	860	540	100
Magnequench						
MQ1-C9H(NdFeB)	6.30	5.60	9.0	470	125	90
MQ2-E 15(NdFeB)	8.25	7.20	15.0	335	180	-
MQ3-F 12(NdFeB)	13.10	12.30	42.0	370	180	-
Sarmanyum-Kobalt						
SmCo18 SmCo22	8.60	7.20	18.0	775	250	110
SmCo26 HS	9.85	8.75	22.0	820	250	120
SmCo28	10.60	9.80	27.0	820	380	150
SmCo32	10.70	10.30	28.0	820	350	150
	11.60	9.50	32.0	820	350	160
Neodiyum-Demir-Boron						
NdFeB-24	10.00	9.60	24.0	310	210	80
NdFeB-24 UH	9.80	7.50	24.0	300	80	60
NdFeB-28	10.80	10.10	28.0	310	150	90
NdFeB-28 UH	10.90	10.40	28.0	310	190	80
NdFeB-32 SH	11.60	11.10	32.0	310	180	90
NdFeB-38	12.55	11.70	38.0	365	130	70
NdFeB-42 H	13.30	12.70	42.0	310	120	80
NdFeB-48	14.10	12.90	48.0	310	80	80

3.2.1. Alnico Mıknatıslar

Alnico'ların ana avantajı yüksek manyetik artık akı yoğunluğuna (B_r) ve düşük sıcaklık katsayısına sahip olmasıdır. Maksimum çalışma sıcaklığı 550 °C dir. Ne yazık ki, koerzif alan şiddeti (H_c) oldukça düşüktür ve demanyetizasyon eğrisi aşırı derecede nonlinerdir. Bu yüzden manyetize olması çok kolay değildir. Buna karşın demanyetize olması oldukça kolaydır. Alnico'lar 1940'ların ortalarından itibaren 1970'e kadar çoğu uygulamada baskın bir şekilde kullanıldılar [4, 19].

3.2.2. Ferit (Seramik) Mıknatıslar

Baryum ve Stronsiyum Ferit 1950'li yıllarda geliştirildi. Feritler Alnico'lardan daha yüksek koerzif alan şiddetine, fakat aynı zamanda daha düşük artık akı yoğunluğuna sahiptirler. Maksimum çalışma sıcaklıkları 300 °C civarındır. Feritlerin ana avantajı

düşük fiyat ve yüksek elektrik direncine sahip olmalarıdır. Bu da mıknatıs hacminde fuko kayıplarının çok düşük olmasına yol açar [4, 19].

3.2.3. Nadir-Toprak Elementli Mıknatıslar

Son 20 yılda, enerji yoğunluğundaki (BH_{max}) büyük artış, nadir-toprak elementli mıknatısların gelişimi ile olmuştur. Nadir-toprak elementleri aslında yaygın elementlerdir. Fakat içinde bulundukları doğal mineraller geniş kapsamlı bir şekilde karışık bileşiklerden ibarettir. Özel nadir-toprak elementini rafine etmek ticari bir uygulama değildir. Bu da nadir-toprak elementlerinin elde edilebilirliğini sınırlar.

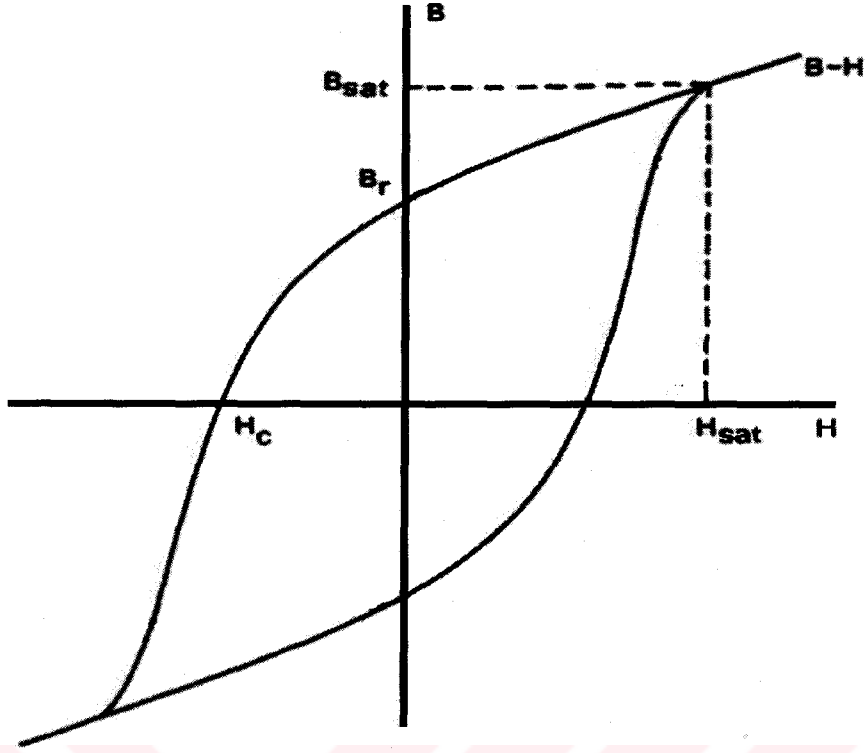
Yeni alaşımın ilk jenerasyonu $SmCo_5$ bileşimine dayanır. 1960 da icat edilen bu yeni jenerasyon 1970'ler den beri ticari olarak üretilmektedir. Yüksek artık akı yoğunluğuna, yüksek koerzif alan şiddetine, yüksek enerji yoğunluğuna ve lineer demanyetizasyon eğrisine sahiptir. Maksimum çalışma sıcaklığı 250 ile 350 °C civarındır. Bu tür mıknatıslar kullanılarak düşük hacimde yüksek güçte ve düşük atalet momentine sahip motorlar yapılabilir. Buna karşın diğer tip mıknatıslardan daha yüksek maliyetlidirler.

İkinci tip nadir-toprak mıknatısı nesli ise nispeten daha ucuz olan Neodyum ve demire dayanır. Bu tip mıknatıslar 1983 de, Pittsburg'da 29. yıllık manyetizim ve manyetik materyaller konferansında Japon Sumitomo Özel Metalleri Şirketi tarafından ilan edilmiştir. Neodyum elementi Sarmanyum elementinden daha çok bulunan bir elementtir. $NdFeB$ mıknatısı $SmCo$ 'a nazaran daha iyi manyetik özelliklere sahiptir. Ama ne yazık ki, 80 °C ile 210 °C arasında değişen düşük bir maksimum çalışma sıcaklığına sahiptir. Korozyona karşı son derece dayanıksızdır [4].

3.3. Histerisiz ve Doyma

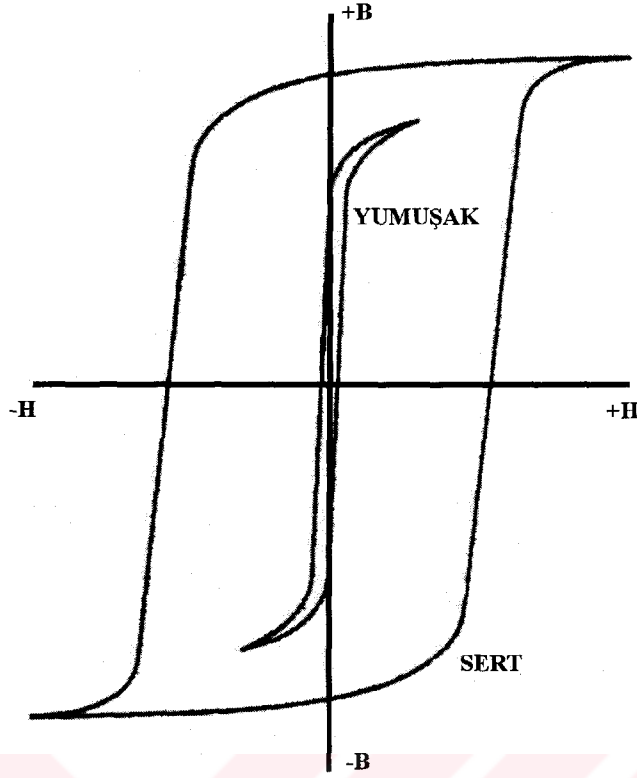
Atom içindeki elektronlar hem atom yörüngelerinde hem de kendi eksenleri etrafında dönerler. Kendi etraflarında dönmelerinden dolayı spin manyetik alanı, atomlar etrafında dönmelerinden dolayı orbital manyetik alanlarını oluştururlar. Aslında bu dönme hareketlerini atomik boyutta bir elektromıknatıs gibi düşünebiliriz. Çoğu malzemelerde, bu tür manyetik alanları engelleyen başka elektronlar da mevcuttur. Yani bir yörüngenin alt basamaklarında normal olarak birbirine eşit sayıda pozitif ve negatif spinler oluşmuştur. Dolayısıyla manyetik momentleri de sıfırdır. Ancak





Şekil 3.4: Mıknatıslanma eğrisinin doyum bölgesindeki durumu

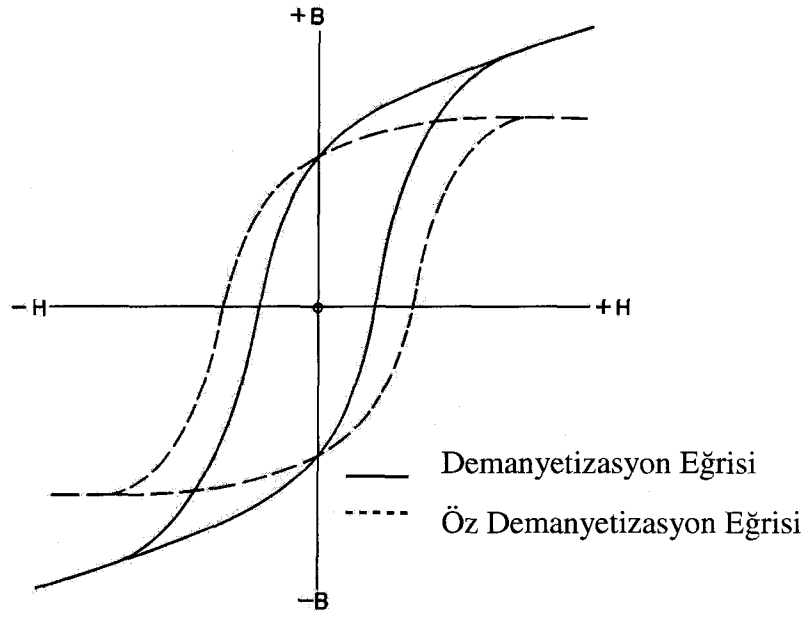
Domen dizilişinin dış alan etkisinin ortadan kalkmasıyla ilk haline göre az yada çok değişiklik göstermesi malzemenin manyetik özelliğine bağlıdır. Bu farklılık sert ve yumuşak manyetik malzemelerin tanımında kullanılır. Yumuşak manyetik malzemeler kolay manyetize ve demanyetize olurlar. Yani koerzif alan şiddetleri küçüktür. Bu yüzden yüksek manyetik iletkenliğe ve düşük kayıplara sahiptirler. Sert manyetik malzemeler ise zor manyetize ve demanyetize olan malzemelerdir. Dolayısıyla koerzif alan şiddetleri büyüktür. Sürekli mıknatıslar bu tür malzemelerin özelliklerini gösterirler. Şekil 3.5’de sert ve yumuşak manyetik malzemelerin mıknatıslanma eğrileri görülmektedir [21, 24].



Şekil 3.5: Sert ve yumuşak manyetik malzemelerin mıknatıslanma eğrileri

3.4. Geri Dönüş Doğrusu

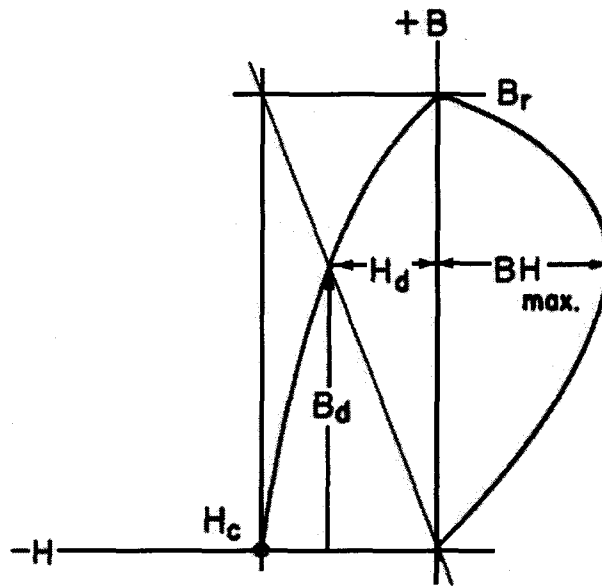
Şekil 3.6’de mıknatıslanma eğrisi görülmektedir. C noktasında alan şiddeti azaltılırsa, mıknatıslanma grafiği A noktası üzerinden D noktasına ulaşacaktır. D noktasından başlayarak manyetik alan şiddetini arttırsak, grafik B noktası üzerinden tekrar C noktasına dönecektir. Bu E ve F noktaları içinde geçerlidir. Oluşan küçük çevrimlerin uç noktalarından geçen doğruya, geri dönüş doğrusu (recoil line) denir ve eğimi μ_r (Bağıl manyetik geçirgenlik) dir. Mıknatıslanma eğrisinin her noktasında geri dönüş doğrusunun eğimi aynıdır. Bu doğru mıknatısların çalışma noktasını belirlemede önemli bir rol oynar [23].



Şekil 3.7: Normal ve öz demanyetizasyon eğrileri

3.6. Maksimum Enerji Çarpanı

Maksimum B ve H çarpanı, $(BH)_{max}$, mıknatısların akı üretme yeteneğini belirleyen önemli bir ölçü noktasıdır. Aslında bu büyüklük birim hacimden alınabilecek enerjiyi simgelemektedir. Şekil 3.8'deki tipik BH çevriminde koordinat sisteminin sol kısmında yer alır. $(BH)_{max}$ eğrisinin maksimum noktasının mıknatıslanma eğrisi ile çakıştığı nokta, optimum çalışma noktasıdır. Mıknatıs bu noktada, hava aralığında istenen akıyı üretmek için gerekli en küçük hacme sahiptir [19].



Şekil 3.8: Maksimum enerji çarpanı $(BH)_{max}$ çevrimi

3.7. Mıknatısın Statik Çalışması

Manyetik devreden akan akıyı hesaplayabilmek için Maxwell eşitliklerinden iki tanesi kullanılır. Bunlar elektromanyetizmanın temel denklemleridir. İlki diferansiyel formda Ampere yasası olarak türetilir [23].

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{H} \quad (3.2)$$

Burada $\vec{J}$ akım yoğunluğu vektörü $\vec{H}$ ise manyetik alan şiddeti vektörüdür. Manyetik tasarım için bu denklemi integral forma çevirmemiz gerekir. Bu yüzden denklemin her iki tarafını yüzey elemanı $d\vec{s}$ üzerinden integre edersek,

$$\int \nabla \times \vec{H} d\vec{s} = \int \vec{J} d\vec{s} = i \quad (3.3)$$

olur. Stokes Teoremi vasıtasıyla denklemler,

$$\int \nabla \times \vec{H} d\vec{s} = \oint \vec{H} d\vec{l} = \sum i \quad (3.4)$$

olacaktır. İkinci eşitlik ise,

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{s} \quad (3.5)$$

gibi yazılabilir. Burada B manyetik akı yoğunluğu, Φ ise akıdır. Şekil 3.9'deki devreye Ampere yasasını uygularsak,

$$\int_{mıknatıs} \vec{H} d\vec{l} + \int_{havaaralığı} \vec{H} d\vec{l} = 0$$

$$H_m l_m + k_l H_g l_g = 0 \quad (3.6)$$

olur. Burada k_l kayıp faktörü olarak tanımlanır. Devredeki demirin ve manyetik olmayan hava aralığının etkisinden dolayı mıknatısın manyetik potansiyelinde bir azalmayı karşılamak için sisteme eklenir. (k_l ; mıknatısın manyetik potansiyelinin hava aralığı manyetik potansiyeline oranıdır) Devreden akan akılar ise,

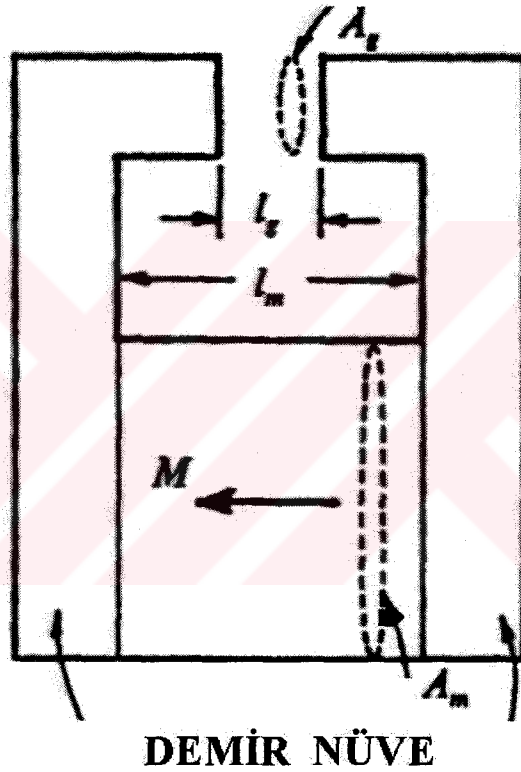
$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{s} = B_m A_m = k_2 B_g A_g \quad (3.7)$$

$$B_g = \mu_0 H_g \quad (3.8)$$

$$B_m = -\mu_0 \left(\frac{k_2}{k_l} \right) \frac{A_g l_m}{A_m l_g} H_m \quad (3.9)$$

$$pc = -\mu_0 \left(\frac{k_2}{k_1} \right) \frac{A_g l_m}{A_m l_g} \Rightarrow B_m = pc H_m \quad (3.10)$$

çıkar. Burada k_2 kaçak faktörü olarak tanımlanır. Mıknatısın ürettiği akının tamamı demire geçmez bir kısmı kaçak akı olarak hava üstünden devresini tamamlar. k_2 , bu kaybın etkisini karşılamak için sisteme sokulur. (k_2 ; hava aralığı akısının mıknatısın ürettiği akıya oranıdır) 'pc' (permeance coefficient) ise yük doğrusunun eğimi olarak tanımlanır. Çalışma noktası demanyetizasyon eğrisi ile yük doğrusunun kesiştiği noktadır. Şekil 3.9'da ki sistemin çalışma noktası şekil 3.11'de A noktası olarak gösterilmektedir [23].



Şekil 3.9: Mıknatıs ve hava aralığına sahip manyetik devre

3.8. Mıknatısın Dinamik Çalışması

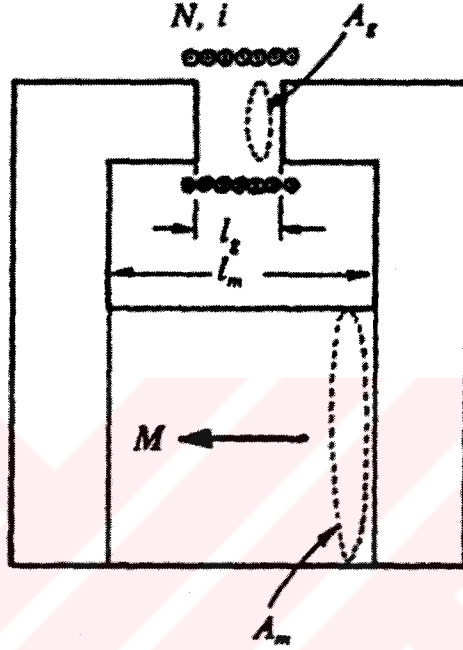
Şekil 3.9'daki sisteme Şekil 3.10'daki gibi bir amper-sarım eklenmesi durumunda çalışma noktaları Şekil 3.11'de gösterilmiştir. Eğer amper-sarımın yönü mıknatısın yönüne ters ise, yeni çalışma noktası B olacaktır. Amper-sarımın yönü mıknatısın yönü ile aynı ise, yeni çalışma noktası C olacaktır. Sistemde hava aralığı büyürse manyetik direnç artacağından yük doğrusunun eğimi değişecektir. Dolayısıyla yeni çalışma noktasının D olabileceği gözden kaçırılmamalıdır [23].

Sisteme Ampere yasasını yeniden uygularsak,

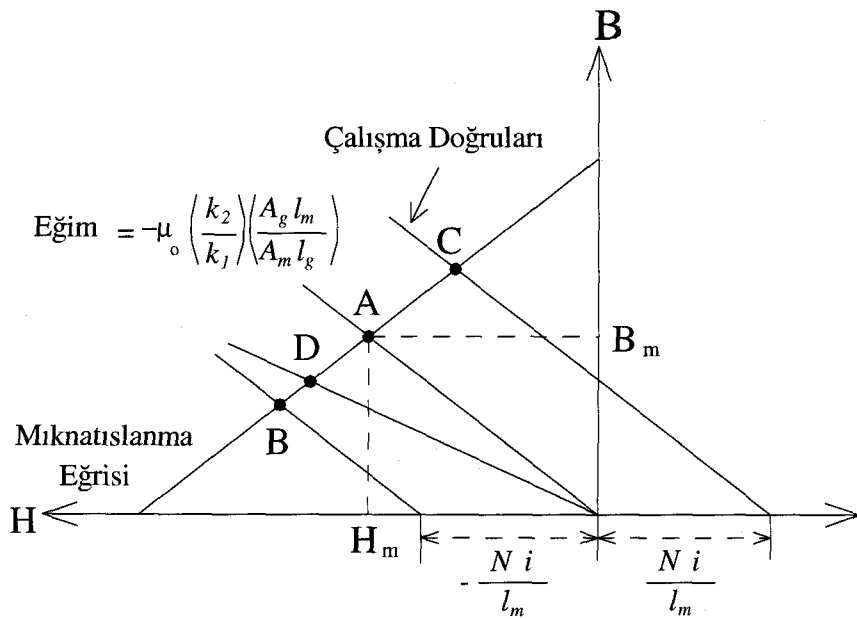
$$H_m l_m + k_f H_g l_g = N i \quad (3.11)$$

olur. N , bobinin sarım sayısıdır. Denklem aşağıdaki hali alır.

$$B_m = -\mu_0 \left(\frac{k_2}{k_1} \right) \frac{A_g l_m}{A_m l_g} \left(H_m - \frac{N i}{l_m} \right) \quad (3.12)$$



Şekil 3.10: Mıknatıs ile hava aralığında bobine sahip manyetik devre



Şekil 3.11: Mıknatısın çalışma noktası

3.9. Histerisiz ve Fuko Kayıpları

Ferromanyetik malzemelere zamana göre değişen bir uyarma yapıldığında, malzemelerde fuko ve histerisiz (hysteresis) denen kayıplar oluşur. Bu kayıpları deneysel olarak birbirinden ayırmak oldukça güçtür. Histerisiz kayıpları manyetik malzemedeki domenlerin yön değiştirmesinden meydana gelmektedir. Bu kayıp histerisiz çevriminin büyüklüğü ile direk orantılıdır. Buradan histerisiz çevrimi dar olan malzemelerin kaybı küçüktür sonucunu çıkartabiliriz. Genel olarak aşağıdaki formüle göre hesaplanır [25].

$$P_h = k_h f B_{max}^n \quad (\text{W/kg}) \quad (3.13)$$

k_h , malzemenin tipine ve boyutuna bağlı sabittir. B_{max} malzemeye uygulanan maksimum akı yoğunluğudur. f uygulanan uyarımın frekansıdır. n değeri ise malzemeye bağlı bir sabittir ve 1,5 ile 2,5 arasında değişir.

Zamanla değişen manyetik akı nüve üstünde akan akımlar indükler. Bu akımlara girdap (eddy) akımları denir ve malzemenin direncinden dolayı fuko (eddy) kayıplarına neden olur. Kaybolan enerji miktarı girdap akımlarının izledikleri yola bağlıdır. Nüvedeki kayıpları azaltmak için, ya kullanılan nüvenin manyetik direnci yükseltilir yada akan girdap akımının yolunu kısaltmak için, nüve ince lamine saclardan yapılır ve bu saclar arasına yalıtkan bir tabaka yerleştirilir. Fuko kaybı genel olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P_e = k_e f^2 B_{max}^2 \quad (\text{W/kg}) \quad (3.14)$$

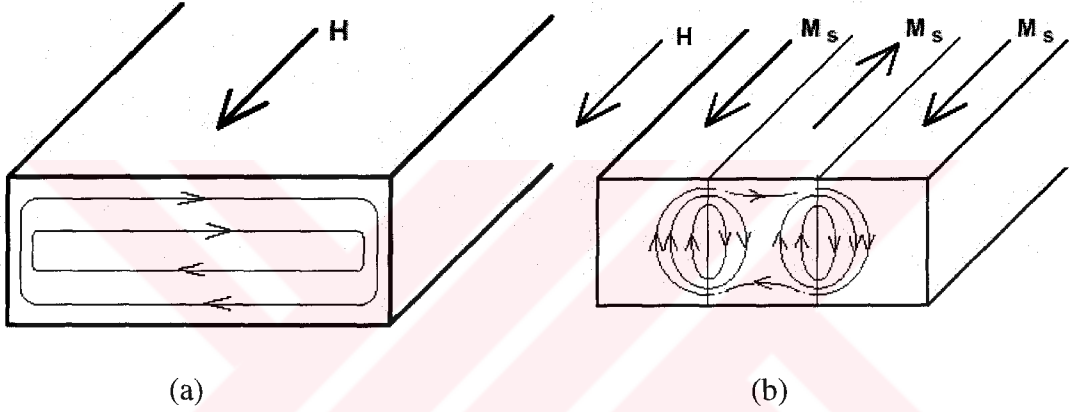
k_e , malzemenin iletkenliğine bağlı bir sabittir. Denklem (3.14), global girdap akımlarının aktığı durum için geçerlidir. Fakat lokal girdap akımlarının aktığı kabul edilen durum için bu formül gerçek sonucu vermeyebilir. Uyarma alanının şiddeti değiştiğinde, domen duvarları uyarıma göre hareket eder. Şekil 3.12’de gösterildiği gibi domen duvarlarının hareket etmesi lokal akı yoğunluğunun değişmesine neden olur. Bunun sonucu olarak da lokal girdap akımları indüklenir. Global girdap akımları tarafından oluşturulan toplam fuko kaybı, genellikle lokal girdap akımlarının kabullüyle elde edilen toplam fuko kaybından daha küçüktür. Bu farklılığa artık fuko kaybı (excess loss) adı verilen bir kayba neden olur ve denklem (3.15)’deki formül ile hesaplanır [25].

$$P_{ex} = k_{ex} (f B_{max})^{3/2} \text{ (W/kg)} \quad (3.15)$$

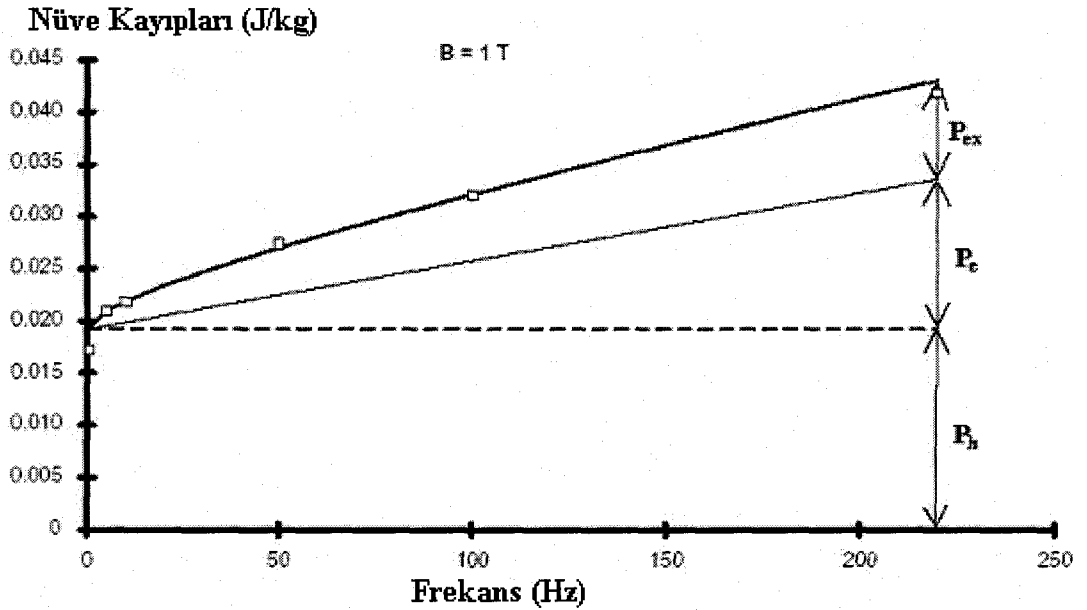
k_{ex} , malzemeye bağı bir sabittir. Toplam nüve kayıpları aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir.

$$P_{nüve} = P_h + P_e + P_{ex} \text{ (W/kg)} \quad (3.16)$$

Ayrıca denklem (3.16) kullanılarak 1 (Tesla) akı yoğunluğunda, Lycore-140 tipi sacda oluşan nüve kayıpları şekil 3.13’de verilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı gibi, histerisiz kaybı frekans ile değişmemekte, buna karşın fuko kaybı frekans ile artmaktadır [25].



Şekil 3.12: Girdap akımları (a) Klasik Model (b) Domen Model



Şekil 3.13: Lycore-140 tipi sacdaki nüve kayıpları

4. SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MAKİNEİN MODELLENMESİ

4.1. Giriş

Manyetik alanın matematik ifadesi diferansiyel denklem takımlarından oluşur. Bu durumda herhangi bir elektrik makinesini modellemek için aslında diferansiyel denklem takımlarının çözümüne ulaşılması gereklidir. O halde, amacımız bu diferansiyel eşitliklere uygulanabilir bir çözüm bulmaktır.

Genel anlamda alan çözüm yöntemlerini analitik ve sayısal olarak ikiye ayırabiliriz. Sayısal tekniklerle karşılaştırıldığında analitik yöntemler diferansiyel eşitliklerin tam çözümlerini bulabilmeye elverişlidir. Analitik yaklaşımlara örnek olarak değişkenlerine ayrıştırma ya da Laplace dönüşümleri gibi yöntemleri verebiliriz. Analitik yaklaşımlar, sadece geometrisi, malzeme özellikleri ve sınır koşulları çok basit olan problem formülasyonlarına uygulanabilir. Yani analitik yaklaşımlar problemin çok iyi bilindiği ve bu yüzden gerekli basitleştirmelerin yapılabildiği yerlerde kullanılması uygundur.

Oysa, elektrik makineleri, hem geometrisi, hem de sınır koşulları oldukça karmaşık olan ve değişik tip malzemelerden oluşan, analizi zor makinelerdir. Ayrıca, elektrik makinelerinde rotor ve statoru oluşturan manyetik çekirdeğin lineer olmayan özellikte (manyetik doyması mevcut) saclardan yapılmış olması, bu özelliklerin etkilerinin de analiz sonuçlarına etkimesi nedeniyle göz önünde bulundurulması zorunluluğu, analitik yöntemlerden çok sayısal yöntemlere yönelmeyi gerektirir.

Teknik alan problemlerini sayısal yollarla çözmek için uygun yöntemler seçilmesi zorunludur. En önemli sayısal yöntemler aşağıda verilmiştir [12].

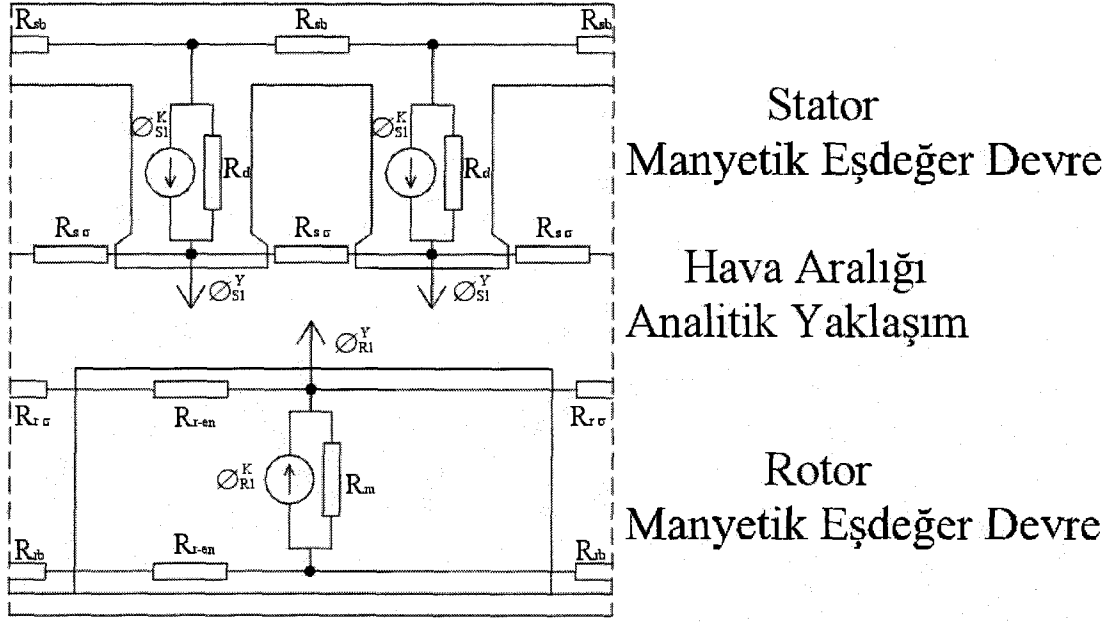
- Sonlu elemanlar metodu (Finite Element Method, FEM)
- Sonlu farklar metodu (Finite Difference Method, FDM)
- Sınır elemanları metodu (Boundary Element Method, BEM)
- Manyetik eşdeğer devre metodu (MED) (Magnetic Equivalent Circuit Method, MEC)

- Nokta yansıtma metodu (Point Mirroring Method, PMM)

Sayısal yöntemlerden SEY ve MED daha önce BÖLÜM 1’de anlattığımız nedenlerden dolayı son yıllarda oldukça sık olarak gerçek mühendislik problemlerinin analizinde kullanılmaya başlanmıştır.

4.2. Karma Modelin Esası

Bu çalışmada geliştirilen karma model, elektrik makinesinin oluşturduğu manyetik sistemin, bu sisteme verilen bağımsız amper-sarım ya da akı kaynaklarının ve bu kaynakların manyetik iç dirençlerinin hesaplanıp oluşturulan manyetik eşdeğer devreye bağlanmasıyla elde edilen bir modeldir. Bağımsız kaynak amper-sarım kaynağı olarak düşünülürse, bu kaynağın Thevenin eşdeğer devresi oluşturulmalıdır. Eğer bağımsız kaynaklar akı kaynağı olarak düşünülürse, bu durumda da kaynağın Norton eşdeğeri oluşturularak MED modeline bağlanmalıdır. Hem Thevenin hem de Norton eşdeğeri aynı sonucu verecektir. Rotor devresinde kullanılacak sürekli mıknatısların kaynak modeli oluşturulurken, kaynak eşdeğer devre parametreleri, kullanılacak mıknatısın koerzif alan şiddeti ve artık akı yoğunluğundan yararlanılarak hesaplanmalıdır. Hava aralığına ise analitik yaklaşım yapılarak hava aralığı akısı Fourier serisine açılmıştır. Böylece stator ve rotor eşdeğer devresi Şekil 4.1’de görüldüğü gibi analitik olarak birbirine bağlanmıştır. Daha sonrada oluşan sistem, düğüm gerilimleri metoduna benzetilerek çözüme gidilmiştir. Bu yüzden yukarıda bahsi geçen yöntemlerde manyetik eşdeğer devre metodu ve hava aralığı için Fourier analizi hakkında bilgi verilecek ve oluşturulan karma model tanıtılacaktır.



Şekil 4.1: Manyetik eşdeğer devre

4.3. Stator ve Rotorun Manyetik Eşdeğer Devre ile Modellenmesi

Bu bölümde stator ve rotorun manyetik direnç, amper-sarım ve akı kaynakları ile modellenmesi hakkında bilgi verilecektir. Manyetik eşdeğer devre ile elektrik eşdeğer devre arasında büyük benzerlikler vardır. Manyetik alanlar Şekil 4.2’de görüldüğü gibi akı tüplerine bölünebilir. Şekil 4.2’de u_1 ve u_2 noktaları arasındaki manyetik potansiyel fark, tüpten bir akı akmasına neden olur. Akan akı, tüpün geometrisine ve karakteristiğine bağlı olarak bir dirence maruz kalır [8]. Bu tanımdan faydalanarak manyetik direncin ifadesi,

$$R = \int_0^l \frac{dx}{\mu(x)A(x)} \quad (4.1)$$

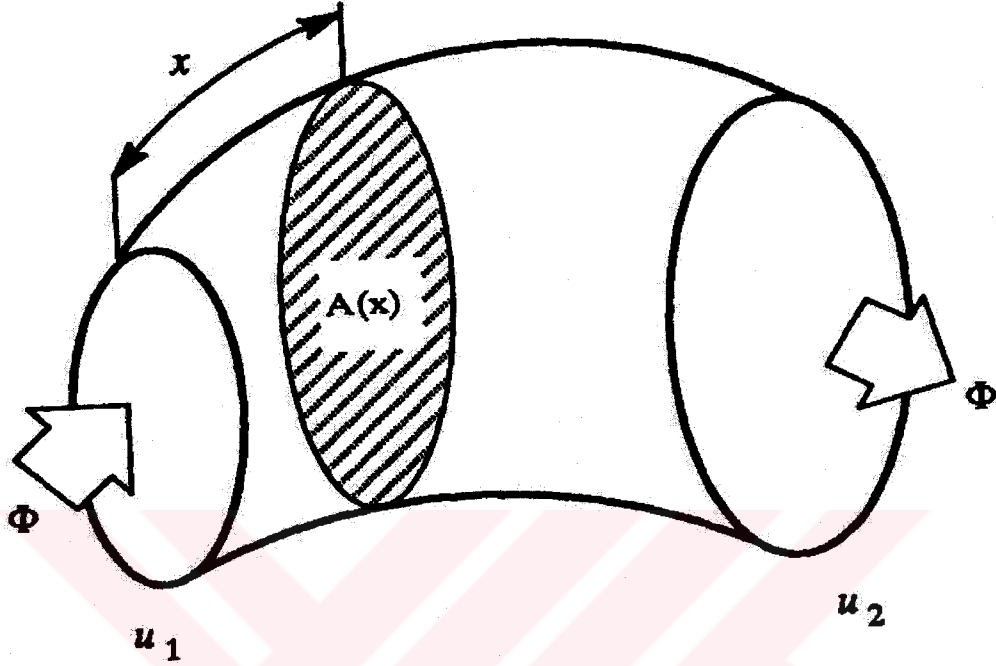
gibi yazabiliriz. Manyetik iletkenlik ise direncin tersi olarak bilinir ve bu tanımdan faydalanılarak,

$$P = \frac{I}{R} = \frac{\mu A_x}{x} \quad (4.2)$$

olarak yazılabilir. Burada x , akının geçtiği uzunluktur. A_x , akının geçtiği alandır, μ ise malzemenin manyetik geçirgenliğidir. Modelin çözümünü kolaylaştırmak için sistemdeki elemanların lineer olduğunu kabul edilebilir. Böylece μ değeri sabit olarak kabul edilebilir ve denklem (4.3)’teki gibi yazılabilir.

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (4.3)$$

Burada μ_0 havanın manyetik geçirgenliğidir ve değeri $4\pi 10^{-7}$ (H/m)'dir. μ_r ise geri dönüş bağıl manyetik geçirgenliğidir ve her malzeme için farklı değerdedir [8].



Şekil 4.2: Akı tüpü

Şekil 4.3.a'daki nüve, bir amper-sarım kaynağı ve ona seri bağlı manyetik direnç (relüktans) elemanı Şekil 4.3.b'deki gibi (Thevenin Eşdeğeri) modellenebilir. Şekil 4.3.b'deki devre, Şekil 4.3.c'deki gibi bir akı kaynağı ve ona paralel bağlı manyetik iletkenlik elemanı ile de (Norton Eşdeğeri) modellenebilir. Manyetik direnç denklem (4.1)'e benzer şekilde, [15]

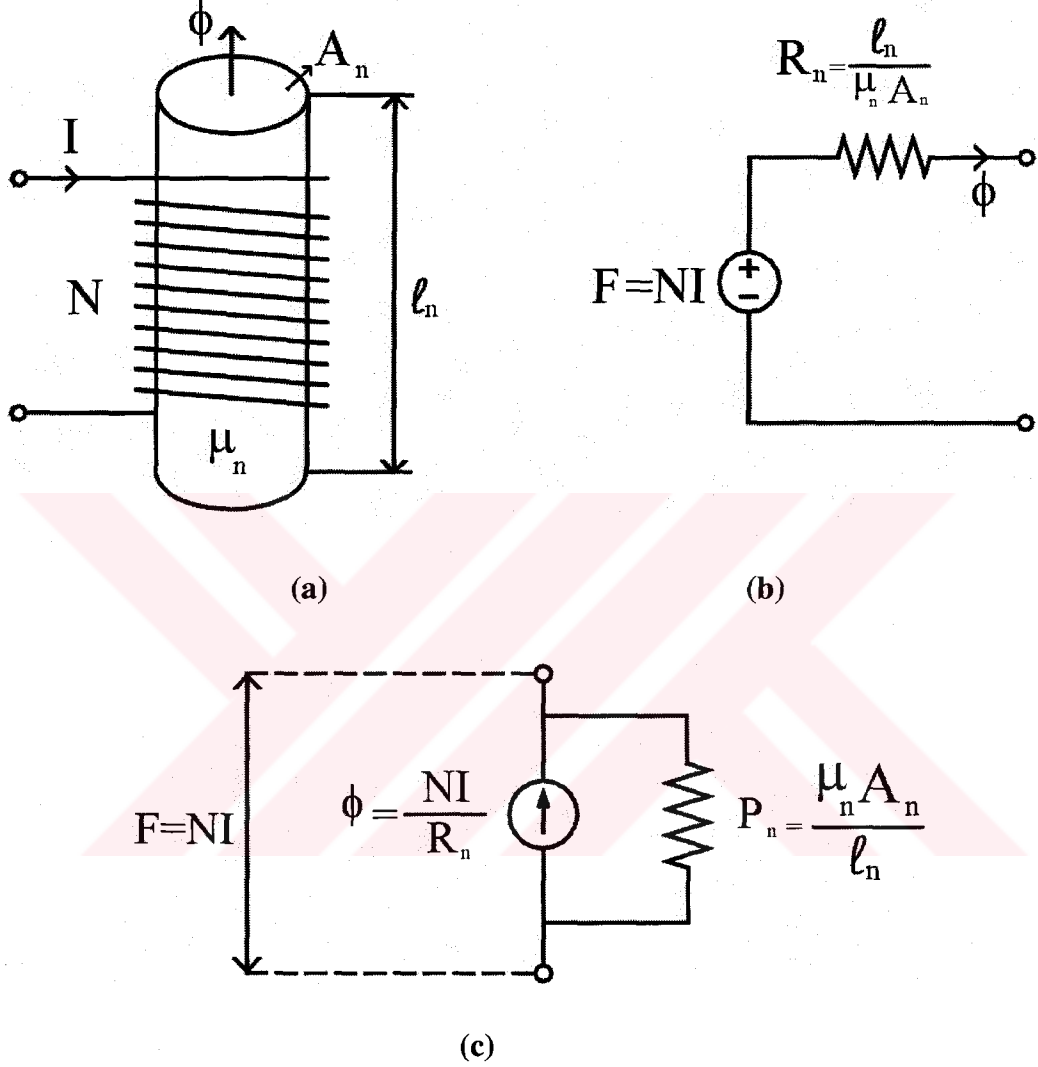
$$R_{nüve} = \int_0^l \frac{dx}{\mu(x)A(x)} = \frac{\ell_n}{\mu_n A_n} \quad (4.4)$$

gibi yazılabilir. Burada ℓ_n nüvenin boyu, A_n nüvenin alanı, μ_n ise nüvenin manyetik geçirgenliğidir. Manyetik devre ile elektrik devre arasında benzerliği nedeniyle, elektrik devredeki potansiyel fark ile manyetik devredeki amper-sarım, elektrik devredeki akım ile manyetik devredeki akı, elektrik devresindeki direnç ile manyetik devredeki manyetik direnç birbirine benzer yapıdadır. Bu durumda, elektrik devresindeki Kirchhoff'un gerilimler ve akımlar yasasını, manyetik devreye uygulayabiliriz. O halde, manyetik devredeki amper-sarımlar ve akılar,

$$\sum_k F_k = \sum R_k \phi_k$$

$$\sum_k \phi_k = 0$$
(4.5)

olarak yazılabilir.



Şekil 4.3: (a) Bobin ve nüve (b) Bobin ve nüvenin manyetik thevenin eşdeğer devresi (c) Norton eşdeğer devresi

Yukarıdaki bilgilerden ve Şekil 4.4'deki oluk geometrisinden yararlanarak stator dış, sırt (boyunduruk) ve kaçak relüktansları (manyetik dirençleri) aşağıda hesaplanmıştır [15]. Stator dışlarının manyetik direncini hesaplamak için gerekli alanlarının hesabı,

$$A_{d1} = w_t \ell$$
(4.6)

$$w_{ort} = \frac{w_t + w_{th}}{2}$$
(4.7)

$$A_{d2} = w_{ort} \ell$$
(4.8)

$$A_{d3} = w_{tb} \ell \quad (4.9)$$

dir. Burada ℓ motorun uzunluğudur. Yukarıdaki formüllerin yardımıyla dişin relüktansı,

$$R_{d1} = \frac{d_1}{\mu A_{d1}} \quad (4.10)$$

$$R_{d2} = \frac{d_2}{\mu A_{d2}} \quad (4.11)$$

$$R_{d3} = \frac{d_3}{\mu A_{d3}} \quad (4.12)$$

$$R_d = R_{d1} + R_{d2} + R_{d3} \quad (4.13)$$

olarak yazılabilir. Stator dişleri arasından geçen akının gördüğü manyetik direnci hesaplamak için gerekli alanlar ve bunların yardımı ile dişler arası manyetik direncin hesabı aşağıda verilmiştir.

$$A_{s\sigma 1} = d_3 \ell \quad (4.14)$$

$$R_{s\sigma 1} = \frac{w_{sb}}{\mu_0 A_{s\sigma 1}} \quad (4.15)$$

$$A_{s\sigma 2} = d_2 \ell \quad (4.16)$$

$$R_{s\sigma 2} = \frac{\frac{(w_{sb} + w_s)}{2}}{\mu_0 A_{s\sigma 2}} \quad (4.17)$$

$$A_{s\sigma 3} = d_1 \ell \quad (4.18)$$

$$R_{s\sigma 3} = \frac{w_s}{\mu_0 A_{s\sigma 3}} \quad (4.19)$$

$$\frac{1}{R_{s\sigma}} = \frac{1}{R_{s\sigma 1}} + \frac{1}{R_{s\sigma 2}} + \frac{1}{R_{s\sigma 3}} \quad (4.20)$$

Stator sırtından (boyunduruk) geçen akının gördüğü direnç ise,

$$A_{sb} = w_{bi} \ell \quad (4.21)$$

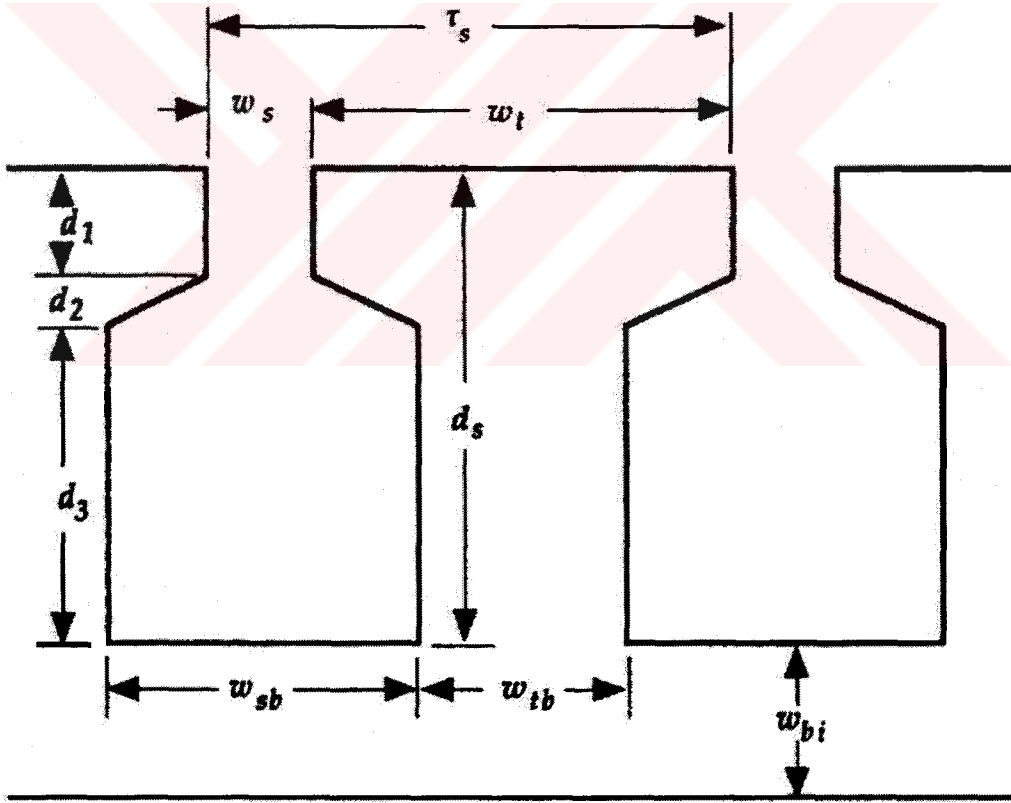
$$R_{sb} = \frac{(w_{sb} + w_{tb})}{\mu_0 A_{sb}} \quad (4.22)$$

olarak bulunur. Diş akı kaynağının hesaplanmasında, i oluştundan geçen akıma I_{Ni} ve $i+1$ oluştundan geçen akıma I_{Ni+1} kabulü yapıldığında, i numaralı dişteki akı kaynağının değeri,

$$F_{Si}^K = N \frac{(I_{Ni} + I_{Ni+1})}{2} \quad (4.23)$$

$$\phi_{Si}^K = \frac{F_{Si}^K}{R_{di}} \quad (4.24)$$

olarak yazılabilir. Burada F_{Si}^K , i numaralı diş üzerinde, sargıların oluşturduğu amper-sarımıdır. R_{di} ise i numaralı dişin relüktansıdır. Oluşturulacak modelde, diş amper-sarım kaynaklarının değeri kullanılan sargı şekline göre değişmektedir. Tek tabakalı sargı durumunda yani her bir diş yanına bir bobin kenarı geldiği durumda, kaynağın değeri geçen akımın ve sargıların yönüne göre değişiklik gösterecektir. Eğer bir dişin her iki kenarından geçen akımın yönü ters ise amper-sarımlar birbirlerini destekleyecek yöndedir. Bu yüzden diş mmk'larının değerini bulurken, her iki yandaki amper-sarımlar toplanmalıdır. Aksi halde tam tersi işlemler yapılması gerektiği unutulmamalıdır.

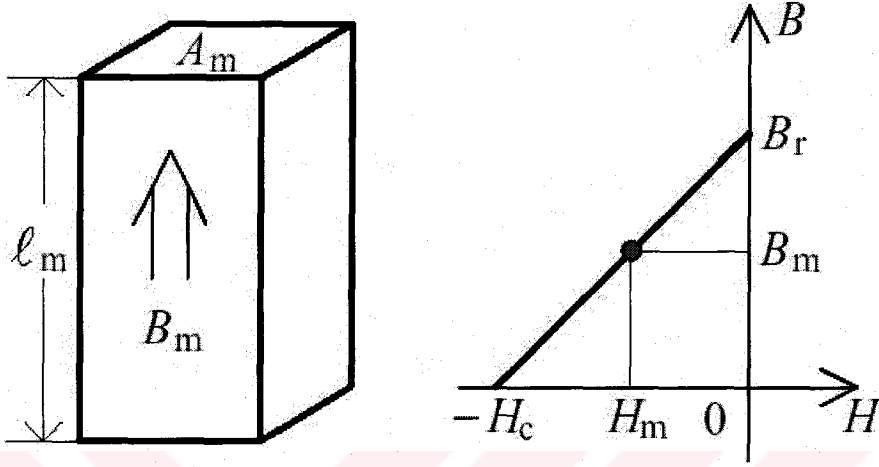


Şekil 4.4: Stator diş geometrisi

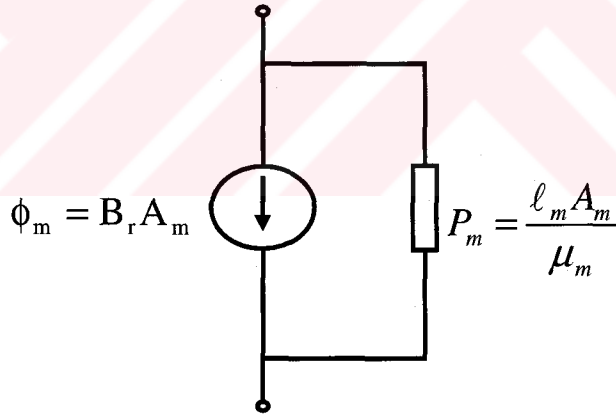
Şekil 4.5.a'daki mıknatıs bir akı kaynağı ve ona bağlı manyetik iletkenlik elemanı olarak şekil 4.5.b'deki gibi modellenebilir [15]. Mıknatıs manyetik direnci,

$$R_m = \int_0^{\ell_m} \frac{dx}{\mu(x)A(x)} = \frac{\ell_m}{\mu_m A_m} \quad (4.25)$$

gibi yazılabilir. Burada ℓ_m mıknatısın boyu, A_m mıknatısın alanı, μ_m ise mıknatısın manyetik geçirgenliğidir.



(a)



(b)

Şekil 4.5: (a) Mıknatıs (b) Mıknatısın norton eşdeğeri

Şekil 4.6'deki rotor geometrisi kullanılarak rotor kaçak ve nüve manyetik dirençleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir. Rotor mıknatısları manyetik direnci,

$$A_m = 2\pi \left(\frac{r_l + r_b}{2} \right) \frac{\tau_p}{360^\circ} \ell \quad (4.26)$$

$$\ell_m = r_l - r_b \quad (4.27)$$

$$R_m = \frac{\ell_m}{\mu_0 \mu_r A_m} \quad (4.28)$$

olarak bulunabilir. Burada ℓ motorun uzunluğu, τ_p ise mıknatısın kutup adımı açısıdır ve birimi derecedir. İki mıknatıs arasındaki kaçak manyetik direnç ise,

$$A_{r\sigma} = (r_l - r_b) \ell \quad (4.29)$$

$$\ell_{r\sigma} = 2\pi \left(\frac{r_l + r_b}{2} \right) \frac{\left(\frac{360^\circ}{2p} - \tau_p \right)}{360^\circ} \ell \quad (4.30)$$

$$R_{r\sigma} = \frac{1}{2} \frac{\ell_{r\sigma}}{\mu_0 A_{r\sigma}} \quad (4.31)$$

olarak bulunur. Burada $2p$ kutup (mıknatıs) sayısıdır. Rotor sırtı (boyunduruk) manyetik direnci ise yaklaşık olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$A_{rb} = (r_b - r_{sh}) \ell \quad (4.32)$$

$$\ell_{rb} = 2\pi \left(\frac{r_b - r_{sh}}{2} \right) \frac{\tau_p}{360^\circ} \quad (4.33)$$

$$R_{rb} = \frac{\ell_{rb}}{\mu_0 \mu_r A_{rb}} \quad (4.34)$$

Rotor mıknatısları enine manyetik direnci ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$A_{r-en} = (r_l - r_b) \ell \quad (4.35)$$

$$\ell_{r-en} = 2\pi \left(\frac{r_l + r_b}{2} \right) \frac{\tau_p}{360^\circ} \quad (4.36)$$

$$R_{r-en} = \frac{\ell_{r-en}}{\mu_0 \mu_r A_{r-en}} \quad (4.37)$$

Mıknatıs enine relüktansının $1/2$ ile çarpılmasının nedeni, mıknatısı modelleyen eşdeğer devrede, mıknatıs kaynağının bağlı olduğu üst ve alt düğümlere enine relüktansın etkisini Şekil 4.1'deki gibi eşit şekilde ekleyebilmektir. Bu şekilde model daha gerçekçi sonuçlar verebilmektedir. Mıknatısın ürettiği akı ise, denklem (4.26)'nın yardımı ile aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

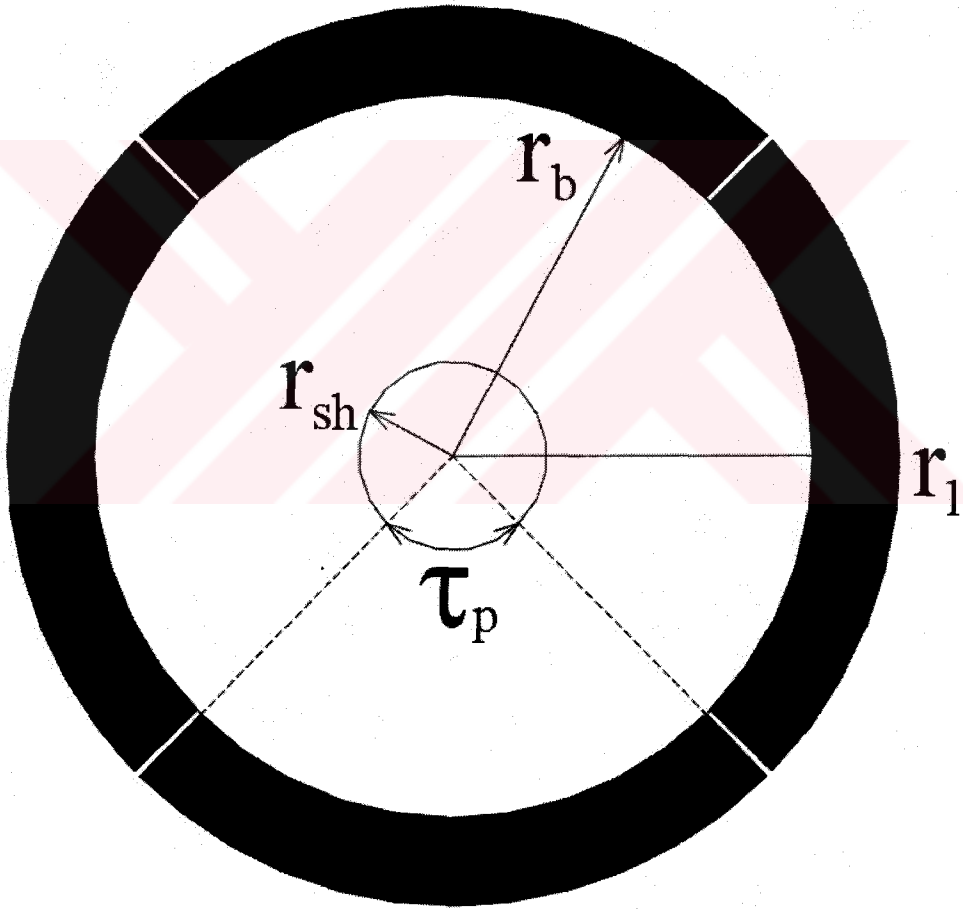
$$\phi_m = B_r A_m \quad (4.38)$$

Rotordaki mıknatısları, tek bir eleman değil de gerçek çözüme yaklaşmak ve rotor yüzeyindeki düğüm sayılarını arttırmak için birden fazla eleman ile modellemek gerekebilir. Bu durumda rotordaki mıknatısların relüktans ve akı değerleri değişecektir. Mıknatısı a adet parçaya böldüğümüzde yeni relüktans değerleri denklem (4.39), (4.40) ve (4.41)'de verilmiştir.

$$\Phi_{Ri}^K = \frac{\phi_m}{a} \quad (4.39)$$

$$R_{mi} = a R_m \quad (4.40)$$

$$R_{(r-en)i} = \frac{R_{r-en}}{a} \quad (4.41)$$



Şekil 4.6: Rotor geometrisi

4.4. Hava Aralığının Fourier Serileri ile Modellenmesi

4.4.1. Hava Aralığının Fourier Serisine Açılması

Elektrik makinelerinin hava aralığının modellenmesi gayret gerektiren bir iştir. İyi bir çözümün bulunması için hava aralığında elementlerin birkaç katmanının incelemesinin gerekli olduğunu düşünürsek, çözüme ulaşmak için elementleri gerçeğe yakın biçimleme veya çok fazla sayıda bilinmeyen arasında bir ortak nokta bulmamız gerekir [7].

Hava aralığı iletken olmayan bir bölge olduğundan, en genel haldeki Poisson denklemi ile bu bölge tanımlanabilir.

$$\nabla \times v \nabla \times \vec{A} = \vec{J} \quad (4.42)$$

İki boyutlu probleme sahip olduğumuzda $\partial/\partial z = 0$ 'dır. Denklem (4.42)'de; $\vec{A}$ manyetik vektör potansiyeli vektörünü, $\vec{J}$ akım yoğunluğu vektörünü, v manyetik öz direnci göstermektedir. Elektrik makinesi daire biçimli olduğundan, denklem (4.42)'deki ifadeyi silindirik koordinatlarda yazarsak Laplace Denklemini (4.43)'ü buluruz. Hava aralığında akım yoğunluğu sıfır ($J=0$) olduğuna göre,

$\nabla^2 A(r, \theta) = -\mu J(r, \theta)$ ve hava aralığında $J(r, \theta) = 0$, $\nabla^2 A(r, \theta) = 0$ olur. Bu durumda,

$$\nabla^2 A(r, \theta) = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0 \quad (4.43)$$

gibi yazılabilir. Denklem (4.43) eşitliği değişkenlerine ayrılırsa,

$$r^2 \frac{\partial A}{\partial r^2} + r \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0 \quad (4.44)$$

elde edilir. Denklem (4.44) eşitliğinin çözümünün, r ve θ değişkenlerine bağlı iki fonksiyondan oluştuğunu kabul edersek,

$$A(r, \theta) = R(r)T(\theta) \quad (4.45)$$

yazabiliriz. Bu çözümü denklem (4.44)'de yerine koyarsak (4.46)'deki eşitliği elde ederiz [7].

$$\frac{1}{R} \left(r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} \right) - \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{d\theta^2} = 0 \quad (4.46)$$

Görüldüğü gibi ilk terim θ 'dan bağımsız ve ikinci terim r 'den bağımsızdır. Çözümüne ulaşmak için r ve θ değişkenlerine bağımlı fonksiyonları n^2 denen bir sabit ile ifade ettiğimizde,

$$\left(r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} \right) - n^2 R = 0 \quad (4.47)$$

ve

$$\frac{d^2 T}{d\theta^2} + n^2 T = 0 \quad (4.48)$$

olur. Bu diferansiyel sisteminin çözümü ise,

$$R = c_1 r^n + c_2 r^{-n} \quad (4.49)$$

ve

$$T = c_3 \cos n\theta + c_4 \sin n\theta \quad (4.50)$$

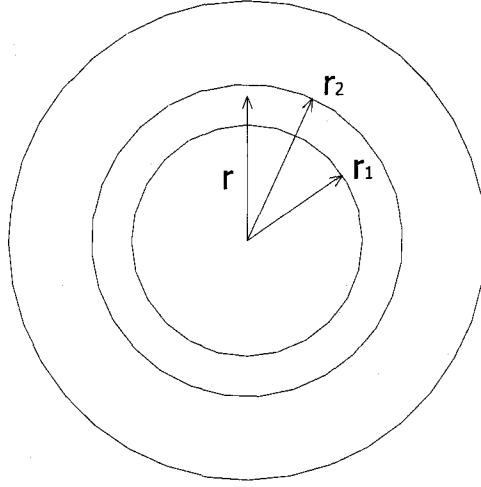
olarak tanımlanır. Burada θ yönünde bir periyodiklik kabulü yapabiliriz. Bu kabul tipik elektrik makineleri çalışmaları için doğrudur [7].

c sabitleri, keyfi sabitlerdir. Sonsuz sayıda mümkün çözüm olduğuna göre ve her bir çözümüm toplamı da bir çözüm olduğuna göre, daha geniş bir çözüm ifadesi yazabilir.

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (k_{1n} r^n + k_{2n} r^{-n}) (k_{3n} \cos n\theta + k_{4n} \sin n\theta) \quad (4.51)$$

Sonlu elemanlar yöntemiyle bağlantı kurarak çözümü aşağıdaki hale getirilebilir ve bu şekilde hava aralığındaki manyetik vektör potansiyeli denklem (4.52)'deki gibi yazılabilir [7].

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{r}{r_2} \right)^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) + \left(\frac{r_1}{r} \right)^n (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \right] \quad (4.52)$$



Şekil 4.7: Analitik çözüm için silindirik bölge

Şekil 4.7'den de anlaşılacağı gibi stator yüzeyi üzerindeki manyetik vektör potansiyelini bulmak için denklem (4.52)'de $r = r_2$ yazılmalıdır.

$$A(r_2, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{r_2}{r_2} \right)^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^n (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \right] \quad (4.53)$$

Denklem (4.53)'de $\xi^n = \frac{r_1}{r_2}$ olarak kabul edersek, stator yüzeyindeki manyetik vektör potansiyeli,

$$A(r_2, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[(a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) + \xi^n (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \right] \quad (4.54)$$

olarak yazılabilir. Aynı şekilde rotor yüzeyindeki manyetik vektör potansiyeli ise denklem (4.52)'de $r = r_1$ yazılarak bulunabilir.

$$A(r_1, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{r_1}{r_2} \right)^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) + \left(\frac{r_1}{r_1} \right)^n (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \right] \quad (4.55)$$

$$A(r_1, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\xi^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) + (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \right] \quad (4.56)$$

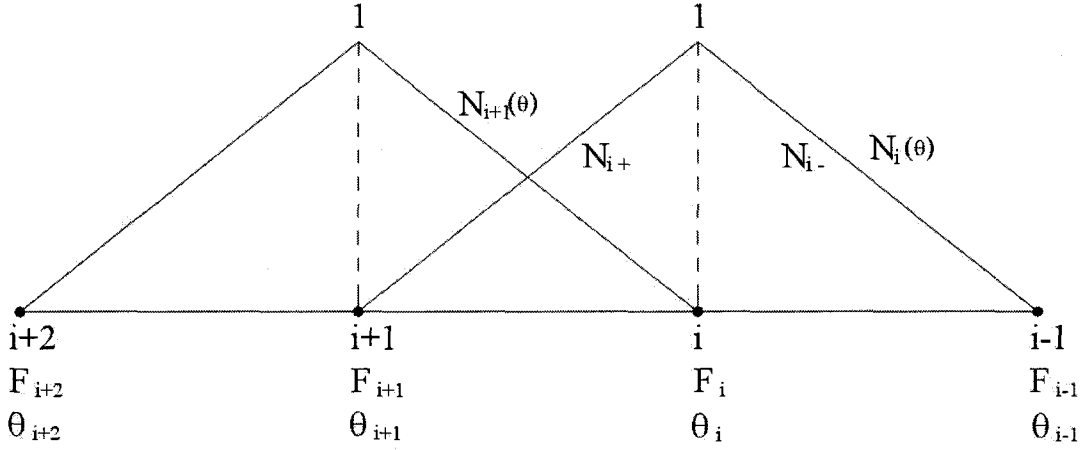
Makinedeki hava aralığı, statordaki manyetik devre ile rotordaki manyetik devre arasındaki manyetik akı alışverişini belirleyen bir ortamdır. Bu akı alışverişi, yani rotor yüzeyinden ve stator yüzeyinden hava aralığına geçen manyetik akını rotorun pozisyonuna ve dolayısıyla rotor ve stator yüzeylerindeki amper-sarım dağılımına bağlıdır. Rotor ve stator yüzeyi üzerindeki amper-sarım dağılımının nasıl olduğu

henüz bilinmemektedir. Bu dağılıma ilişkin bir fonksiyon manyetik alan probleminin çözümü olmadan bilinmesi mümkün değildir.

Bu bilinmeyen fonksiyona rotor yada stator yüzeyi üzerinde belirlenmiş iki nokta arasında bir fonksiyon gibi yaklaşabiliriz. Bu durumda rotor yada stator üzerinde belli sayıda düğüm noktası alıp, bu düğümlerin arasındaki yay parçaları üzerinde amper-sarım değişimine parça parça doğrusal ya da daha yüksek mertebeden bir $F_i(\theta)$ fonksiyonu ile yaklaşabiliriz. Bu çalışmada stator ve rotor yüzeyleri üzerindeki düğümlerin sayısı için sırasıyla SYDS ve RYDS sembolü kullanılmıştır. Örneğin S oluklu bir stator devresinde bulunan dişlerin sayısı oluk sayısına (N_s : diş sayısı) eşit olacağından, bu yüzey N_s tane noktadan ve N_s tane yay parçasından oluşur. Rotordaki her bir mıknatısın boyutu ise kutup sayısına bağlı olup, küçük kutup sayılı makinelerdeki büyük boyutlu mıknatıslar da daha küçük alt parçalara ayrılabilirler. Böylece rotor yüzeyindeki nokta sayısı artırılarak, rotor yüzeyindeki noktalar arasına da benzer şekilde parça parça fonksiyonlar ile yaklaşmak mümkün olacaktır. Yüzey üzerindeki amper-sarım fonksiyonunun çözünürlüğünü arttırmak için ya nokta sayısı artırılmalı, veyahut yay parçası üzerindeki $F_i(\theta)$ fonksiyonunun derecesi artırılmalıdır. Bu çalışmada, her aralık için $F_i(\theta)$ fonksiyonu birinci dereceden (doğrusal) bir fonksiyon olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda, stator yüzeyi üzerindeki θ_i ve θ_{i+1} açıları arasında kalan yay parçası boyunca amper-sarım fonksiyonu,

$$F^s(\theta) = N_i^s(\theta) F_i^s + N_{i+1}^s(\theta) F_{i+1}^s \quad (4.57)$$

olarak ifade edilebilir. Burada $N_i^s(\theta)$ i numaralı düğümde 1 değerini alan ve $i+1$ ve $i-1$ numaralı düğümler üzerinde ise sıfır değerini alan bir test fonksiyonudur (bkz Şekil 4.8).



Şekil 4.8: Amper-sarımların lineerleştirilmesi

Manyetik devre içerisinde akının i numaralı düğüm üzerinde hava aralığına aktığını ve bu akı değerini stator yüzeyi için ϕ_{Si}^y ile simgeleyecek olursak, bu akı değerini, yüzeydeki amper-sarımın düğümler arasında Şekil 4.8'deki gibi lineer değiştiği kabulünü yaparak bulmak mümkündür. Bu durumda,

$$\phi_i^S = \ell \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_{i+1}} N_i^S B_{ni}^S r_2 d\theta \quad (4.58)$$

olarak yazılabilir. Bu ifadeyi daha açık biçimde yazarsak,

$$\phi_i^S = \ell \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} N_{i-}^S B_{ni}^S r_2 d\theta + \ell \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} N_{i+}^S B_{ni}^S r_2 d\theta \quad (4.59)$$

gibi elde ederiz. Burada,

$$B_{ni}^S = \frac{1}{r_2} \frac{\partial A}{\partial \theta} = \frac{1}{r_2} \sum_{n=1}^{NH} \left[(-a_n \sin n\theta + b_n \cos n\theta) + \zeta^n (-c_n \sin n\theta + d_n \cos n\theta) \right] \quad (4.60)$$

ve

$$N_{i-}^S = \frac{\theta - \theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \quad \theta_i \leq \theta \leq \theta_{i-1} \quad (4.61)$$

$$N_{i+}^S = \frac{\theta_{i+1} - \theta}{\theta_{i+1} - \theta_i} \quad \theta_{i+1} \leq \theta \leq \theta_i \quad (4.62)$$

olarak yazılabilir. Bu fonksiyonların (4.59)'da yerine konarak, gerekli işlemlerin yapılması sonucunda,

$$\phi_i^S = \ell \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} \frac{\theta - \theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \frac{I}{r_2} \frac{\partial A}{\partial \theta} r_2 d\theta + \ell \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \frac{\theta_{i+1} - \theta}{\theta_{i+1} - \theta_i} \frac{I}{r_2} \frac{\partial A}{\partial \theta} r_2 d\theta \quad (4.63)$$

ve

$$\begin{aligned} \phi_i^S = \ell \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} \frac{\theta}{\theta_i - \theta_{i-1}} \frac{\partial A}{\partial \theta} d\theta + \ell \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} \frac{-\theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \frac{\partial A}{\partial \theta} d\theta \\ + \ell \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \frac{\theta_{i+1}}{\theta_{i+1} - \theta_i} \frac{\partial A}{\partial \theta} d\theta + \ell \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \frac{-\theta}{\theta_{i+1} - \theta_i} \frac{\partial A}{\partial \theta} d\theta \end{aligned} \quad (4.64)$$

olarak elde edilir. Denklem (4.64)'teki sistemin çözülüp, ifadeyi kolaylaştırmak için aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa stator yüzeyinden hava aralığına akan akı bulunabilir.

$$v_{in}^S = \sum_{n=1}^{NH} \frac{I}{n} \left[\frac{\sin n\theta_{i+1} - \sin n\theta_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} - \frac{\sin n\theta_i - \sin n\theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \right] \quad (4.65)$$

$$u_{in}^S = \sum_{n=1}^{NH} \frac{I}{n} \left[\frac{\cos n\theta_i - \cos n\theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} - \frac{\cos n\theta_{i+1} - \cos n\theta_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} \right] \quad (4.66)$$

Burada NH, Fourier serisinde kullanılan en yüksek dereceli harmoniktir. Gerekli düzenlemeler yapıp sistem çözüldüğünde denklem (4.64) aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\phi_i^S = \ell \sum_{i=1}^{SYDS} \left[(a_n v_{in}^S + b_n u_{in}^S) + \zeta^n (c_n v_{in}^S + d_n u_{in}^S) \right] \quad (4.67)$$

Dikkat edilirse, hava aralığına akan akının miktarı Fourier serisinin katsayıları (a_n , b_n , c_n ve d_n) ile yüzey üzerindeki yay parçasının boyutları belirlemektedir. Bu bölümün daha sonraki kısımlarında ise Fourier katsayılarının rotor ve stator yüzeyindeki amper-sarımların fonksiyonu ile değiştiği gösterilecektir. Aynı şekilde rotor yüzeyinden geçen akı gerekli kısaltmalar sonucunda aşağıdaki gibi yazılabilir. Rotor normal vektörü ile rotor düğümünden hava aralığına akan akının yönü ters olduğu için elde edilen akıya bu değişiklik negatif ile çarpılarak eklenmiştir. Ayrıca rotor hareket eden bir eleman olduğu için bu hareketin matematiksel ifadesi; konum açısı θ_r 'yi sisteme enjekte ederek kurulmuştur.

$$v_{in}^R = \sum_{n=1}^{NH} \frac{I}{n} \left[\frac{\sin n(\theta_i + \theta_r) - \sin n(\theta_{i-1} + \theta_r)}{\theta_i - \theta_{i-1}} - \frac{\sin n(\theta_{i+1} + \theta_r) - \sin n(\theta_i + \theta_r)}{\theta_{i+1} - \theta_i} \right] \quad (4.68)$$

$$u_{in}^R = \sum_{n=1}^{NH} \frac{I}{n} \left[\frac{\cos n(\theta_{i+1} + \theta_r) - \cos n(\theta_i + \theta_r)}{\theta_{i+1} - \theta_i} - \frac{\cos n(\theta_i + \theta_r) - \cos n(\theta_{i-1} + \theta_r)}{\theta_i - \theta_{i-1}} \right] \quad (4.69)$$

$$\phi_i^R = \ell \sum_{i=1}^{RYDS} \left[\xi^n (a_n v_{in}^S + b_n u_{in}^S) + (c_n v_{in}^S + d_n u_{in}^S) \right] \quad (4.70)$$

Denklem (4.67) ve (4.70)'i matris formunda ifade edebiliriz. a_n, b_n, c_n ve d_n Fourier katsayılarının oluşturduğu matrise $\mathbf{C}$, bu katsayıların denklem (4.67) ve (4.70)'de ki çarpanlarına ise rotor ve stator için sırasıyla $\mathbf{M}_{SS}, \mathbf{M}_{RR}$ dersek, bu durumda stator ve rotor yüzeyinden hava aralığına geçen akılar

$$\Phi_S^Y = \mathbf{M}_{SS} \mathbf{C} \quad (4.71)$$

$$\Phi_R^Y = \mathbf{M}_{RR} \mathbf{C} \quad (4.72)$$

olarak matrisel biçimde ifade edilebilir. Burada $\mathbf{C}$ matrisinin boyutu $(4NH \times 1)$, $\mathbf{M}_{SS}$ matrisinin boyutu $(NDS \times 4NH)$ ve $\mathbf{M}_{RR}$ matrisinin boyutu $(NDR \times 4NH)$ 'dir. NDS, stator düğüm sayısı ve NDR ise rotor düğüm sayısını ifade etmektedir.

4.4.2. Hava Aralığının Fourier Serisi Katsayıları ile İfade Edilmesi :

Hava aralığındaki manyetik alana ilişkin vektör potansiyeli ifadesi, stator iç yüzeyi için denklem (4.54)'de rotor dış yüzeyi için ise denklem (4.56)'da verilmiştir. Bu denklemleri istediğimiz şekle sokmak için gerekli bazı hatırlatmalar aşağıda verilmiştir.

$$\int_0^{2\pi} \cos n\theta \cos n\theta d\theta = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 + \cos 2n\theta) d\theta = \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{1}{2n} \sin 2n\theta \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi \quad (4.73)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin n\theta \cos n\theta d\theta = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (\sin 2n\theta) d\theta = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2n} \cos 2n\theta \right) \Big|_0^{2\pi} = 0 \quad (4.74)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin n\theta \sin n\theta d\theta = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2n\theta) d\theta = \frac{1}{2} \left(\theta - \frac{1}{2n} \sin 2n\theta \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi \quad (4.75)$$

Ampere yasasını hava aralığına uygularsak; stator veya rotor yüzeyinden hava aralığına geçen manyetik alanın teğetsel bileşeninin çizgisel integrali bize o yüzdeki amper-sarım farkını verecektir. Bu söylediklerimizin matematiksel ifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Sigma I = F = \oint_C \vec{H} d\vec{c} \quad (4.76)$$

$$\Delta F = \int_C \vec{H}_0 d\vec{c} \quad (4.77)$$

$$H_\theta = -\frac{I}{\mu_0} \left(\frac{\partial A}{\partial r} \right) =$$

$$= -\frac{I}{\mu_0 r} \sum_{n=1}^{NH} n \left[\left(\frac{r}{r_2} \right)^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) - \left(\frac{r_1}{r} \right)^n (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \right] \quad (4.78)$$

Yüzeyde iki düğüm arasında manyetik alanın çizgisel integrali bize o düğümler arasındaki amper-sarım farkını verir. Stator veya rotor yüzeyinde, $dc = rd\theta$ kabulü yapılabilir. Bu durumda,

$$\partial F = H_\theta \partial c \quad (4.79)$$

$$H_\theta = \frac{\partial F}{\partial c} = \frac{\partial F}{r \partial \theta} = \frac{\Delta F}{r \Delta \theta} \quad (4.80)$$

$$\frac{\Delta F}{r \Delta \theta} =$$

$$= -\frac{I}{\mu_0 r} \sum_{n=1}^{NH} n \left[\left(\frac{r}{r_2} \right)^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) - \left(\frac{r_1}{r} \right)^n (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \right] \quad (4.81)$$

şeklinde yazılabilir. Stator için, ($r = r_2$) denklem (4.81)'in her iki yanını ' $\cos m\theta$ ' ile çarpıp 0'dan 2π 'ye integre edersek, $m \neq n$ durumu için sonuç sıfır olacaktır. Diğer durumlarda ise yani $m=n$ durumunda, denklem (4.73), (4.74), ve (4.75)'deki sonuçlar elde edilecektir. O halde gerekli işlemler yapıldığında aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$\int_0^{2\pi} \frac{\Delta F^S}{\Delta \theta} \cos n\theta \, d\theta = -\frac{\pi}{\mu_0} n [a_n - \zeta^n c_n] \quad (4.82)$$

Denklem (4.82)'in sol tarafı aslında kurduğumuz karma modelde stator ve rotor relüktans devrelerindeki yüzey düğümleri amper-sarım farkları olarak da yazılabilir. Bu durumda denklem (4.83) ve (4.84)'deki kabuller yapılarak denklem (4.82)'nin sol tarafı,

$$\Delta F_i^S = (F_i^S - F_{i+1}^S) \quad (4.83)$$

$$\Delta \theta_i = (\theta_i - \theta_{i+1}) \quad (4.84)$$

$$\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \sum_{i=1}^{SYDS} \frac{(F_i^S - F_{i+1}^S)}{(\theta_i - \theta_{i+1})} \cos n\theta \, d\theta = -\frac{\pi}{\mu_0} n [a_n - \zeta^n c_n] \quad (4.85)$$

dönüşecektir. Denklem (4.85)'in sol tarafındaki integrale I_j^S dersek,

$$I_1^S = -\frac{\pi}{\mu_0} n [a_n - \xi^n c_n] \quad (4.86)$$

çıkacaktır. Aynı şekilde denklem (4.81)'in her iki yanı 'sin $m\theta$ ' ile çarpılıp 0'da 2π 'ye integre edilirse denklem (4.85) ve (4.86)'ya benzer şekilde,

$$\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \sum_{i=1}^{SYDS} \frac{\Delta F_i^S}{\Delta \theta_i} \sin n\theta \, d\theta = -\frac{\pi}{\mu_0} n [b_n - \xi^n d_n] \quad (4.87)$$

$$I_2^S = -\frac{\pi}{\mu_0} n [b_n - \xi^n d_n] \quad (4.88)$$

çıkacaktır. Aynı işlemler denklem (4.81)'de rotor için tekrarlanırsa ($r = r_l$) aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\int_{\theta_i + \theta_r}^{\theta_{i+1} + \theta_r} \sum_{i=1}^{SYDS} \frac{F_i^R - F_{i+1}^R}{\theta_i - \theta_{i+1}} \cos n\theta \, d\theta = -\frac{\pi}{\mu_0} n [\xi^n a_n - c_n] \quad (4.89)$$

$$I_1^R = -\frac{\pi}{\mu_0} n [\xi^n a_n - c_n] \quad (4.90)$$

$$\int_{\theta_i + \theta_r}^{\theta_{i+1} + \theta_r} \sum_{i=1}^{SYDS} \frac{\Delta F_i^R}{\Delta \theta_i} \sin n\theta \, d\theta = -\frac{\pi}{\mu_0} n [\xi^n b_n - d_n] \quad (4.91)$$

$$I_2^R = -\frac{\pi}{\mu_0} n [\xi^n b_n - d_n] \quad (4.92)$$

Denklem (4.86) ve (4.90)'dan a_n, c_n 'ni aşağıdaki gibi elde edilir.

$$n[1 - \xi^{2n}] a_n = \frac{\mu_0}{\pi} (-I_1^S) + \frac{\mu_0}{\pi} \xi^n I_1^R \quad (4.93)$$

$$n[1 - \xi^{2n}] c_n = \frac{\mu_0}{\pi} \xi^n (-I_1^S) + \frac{\mu_0}{\pi} I_1^R \quad (4.94)$$

Denklem (4.88) ve (4.92)'den b_n, d_n 'ni aşağıdaki gibi elde edilir.

$$n[1 - \xi^{2n}] b_n = \frac{\mu_0}{\pi} (-I_2^S) + \frac{\mu_0}{\pi} \xi^n I_2^R \quad (4.95)$$

$$n[1 - \xi^{2n}] d_n = \frac{\mu_0}{\pi} \xi^n (-I_2^S) + \frac{\mu_0}{\pi} I_2^R \quad (4.96)$$

Denklem (4.85) ve (4.87)'nin sol kısmındaki integrallerin çözümü yapıp elde edilen sonuç $i = 1, 2, 3, 4, \dots$ SYDS'ye kadar yazılıp açıldığında, amper-sarım farklarının yerine trigonometrik fonksiyon farkları geldiği görülecektir. Bunu yapmamızın amacı sistemin çözümünü kolaylaştırmak ve daha uygun bir forma sokmaktır.

Gerekli kısaltmalar ve düzenlemelerden sonra denklemler denklem (4.97) ve denklem (4.98)'deki hali alırlar.

$$I_1^S = - \sum_{i=1}^{SYDS} \sum_{n=1}^{NH} F_i^S \frac{1}{n} \left[\frac{\sin n\theta_{i+1} - \sin n\theta_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} - \frac{\sin n\theta_i - \sin n\theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \right] \quad (4.97)$$

$$I_2^S = - \sum_{i=1}^{SYDS} \sum_{n=1}^{NH} F_i^S \frac{1}{n} \left[\frac{\cos n\theta_i - \cos n\theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} - \frac{\cos n\theta_{i+1} - \cos n\theta_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} \right] \quad (4.98)$$

Denklem (4.97)'de, denklem (4.65)'deki kısaltma ve denklem (4.98)'e, denklem (4.66)'deki kısaltma uygulanırsa bu iki denklemin yeni şekli aşağıdaki gibi olacaktır.

$$I_1^S = - \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S v_{in}^S \quad (4.99)$$

$$I_2^S = - \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S u_{in}^S \quad (4.100)$$

Denklem (4.89) ve (4.91)'in sol kısmındaki integrallerin çözümü yapıp elde edilen sonuç $i = 1, 2, 3, 4, \dots$ RYDS'ye kadar yazılıp açıldığında, amper-sarım farklarının yerine trigonometrik fonksiyon farkları geldiği görülecektir. Gerekli kısaltmalar ve düzenlemelerden sonra denklemler aşağıdaki hali alırlar.

$$I_1^R = \sum_{i=1}^{RYDS} \sum_{n=1}^{NH} \frac{F_i^R}{n} \left[\frac{\sin n(\theta_i + \theta_r) - \sin n(\theta_{i-1} + \theta_r)}{\theta_i - \theta_{i-1}} - \frac{\sin n(\theta_{i+1} + \theta_r) - \sin n(\theta_i + \theta_r)}{\theta_{i+1} - \theta_i} \right] \quad (4.101)$$

$$I_2^R = \sum_{i=1}^{RYDS} \sum_{n=1}^{NH} \left[\frac{F_i^R}{n} \frac{\cos n(\theta_{i+1} + \theta_r) - \cos n(\theta_i + \theta_r)}{\theta_{i+1} - \theta_i} - \frac{\cos n(\theta_i + \theta_r) - \cos n(\theta_{i-1} + \theta_r)}{\theta_i - \theta_{i-1}} \right] \quad (4.102)$$

Denklem (4.101)'e, denklem (4.68)'deki kısaltma ve denklem (4.102)'ye denklem (4.69)'daki kısaltma uygulanırsa bu iki denklemin yeni şekli aşağıdaki gibi olacaktır.

$$I_1^R = \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R v_{in}^R \quad (4.103)$$

$$I_2^R = \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R u_{in}^R \quad (4.104)$$

Denklem (4.99), (4.100), (4.103) ve (4.104); denklem (4.93), (4.94), (4.95) ve (4.96)'da kullanılırsa Fourier katsayıları aşağıdaki halini alacaktır.

$$n[l - \zeta^{2n}] a_n = \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S v_{in}^S + \frac{\mu_0}{\pi} \zeta^n \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R v_{in}^R \quad (4.105)$$

$$n[l - \zeta^{2n}] b_n = \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S u_{in}^S + \frac{\mu_0}{\pi} \zeta^n \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R u_{in}^R \quad (4.106)$$

$$n[l - \zeta^{2n}] c_n = \frac{\mu_0}{\pi} \zeta^n \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S v_{in}^S + \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R v_{in}^R \quad (4.107)$$

$$n[l - \zeta^{2n}] d_n = \frac{\mu_0}{\pi} \zeta^n \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S u_{in}^S + \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R u_{in}^R \quad (4.108)$$

Denklem (4.105), (4.106), (4.107) ve (4.108)'deki parametreleri sol tarafta toplarsak,

$$-\frac{\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S v_{in}^S - \frac{\mu_0}{\pi} \zeta^n \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R v_{in}^R + n[l - \zeta^{2n}] a_n = 0 \quad (4.109)$$

$$-\frac{\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S u_{in}^S - \frac{\mu_0}{\pi} \zeta^n \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R u_{in}^R + n[l - \zeta^{2n}] b_n = 0 \quad (4.110)$$

$$-\frac{\mu_0}{\pi} \zeta^n \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S v_{in}^S - \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R v_{in}^R + n[l - \zeta^{2n}] c_n = 0 \quad (4.111)$$

$$-\frac{\mu_0}{\pi} \zeta^n \sum_{i=1}^{SYDS} F_i^S u_{in}^S - \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^{RYDS} F_i^R u_{in}^R + n[l - \zeta^{2n}] d_n = 0 \quad (4.112)$$

olarak elde ederiz. Yukarıdaki denklemleri matris formunda ifade edebiliriz. a_n, b_n, c_n ve d_n Fourier katsayılarının oluşturduğu matrise **C**, bu katsayıların çarpanlarından oluşan matrise **T**, stator amper-sarımlarının katsayılarından oluşan matrise **Q**, rotor amper-sarımlarının katsayılarından oluşan matrise **R** dersek, bu durumda denklemler,

$$\mathbf{Q} \mathbf{F}^S + \mathbf{R} \mathbf{F}^R + \mathbf{T} \mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (4.113)$$

gibi matris formunda yazılabilir. Burada **T** matrisinin boyutu (4NHx4NH), **Q** matrisinin boyutu (4NHxNDS), **R** matrisinin boyutu (4NHxNDR), $\mathbf{F}^S$ matrisinin boyutu (NDSx1) ve $\mathbf{F}^R$ matrisinin boyutu ise (NDRx1)'dir.

4.5. Oluşturulan Karma Modelin Çözümü

Şekil 4.9'da 4-kutuplu, 24-oluklu, tipik bir sürekli mıknatıslı senkron motor için oluşturulan karma modelde kullanılan stator ve rotor manyetik devre modeli gösterilmiştir. Bu model düğüm gerilimlerine benzer bir devre analiz metodu ile çözülebilir.

Sistemdeki toplam enerji, stator ve rotor relüktans devresindeki manyetik enerji ile hava aralığında depo edilen enerji ve kaynaklardan sisteme verilen enerjinin toplamına eşittir:

$$W_{topl\text{am}} = W_{stator} + W_{rotor} + W_{hava_aralı\acute{g}ı} + W_{kaynaklar} \quad (4.114)$$

Bu ifadeyi matris formunda yazacak olursak

$$W_{topl\text{am}} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_S^T \mathbf{P}_{SS} \mathbf{F}_S + \mathbf{F}_R^T \mathbf{P}_{RR} \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_S^T \mathbf{\Phi}_S^Y + \mathbf{F}_R^T \mathbf{\Phi}_R^Y - \mathbf{F}_S^T \mathbf{\Phi}_S^K - \mathbf{F}_R^T \mathbf{\Phi}_R^K) \quad (4.115)$$

elde ederiz. (4.115)'deki enerji denklemini minimize eden $\mathbf{F}_S$ ve $\mathbf{F}_R$ değerleri,

$$\frac{\partial W_{topl\text{am}}}{\partial \mathbf{F}_{Si}} = \mathbf{0} \quad i = 1 \dots \text{NDS} \quad (4.116)$$

ve

$$\frac{\partial W_{topl\text{am}}}{\partial \mathbf{F}_{Ri}} = \mathbf{0} \quad i = 1 \dots \text{NDR} \quad (4.117)$$

işlemlerinin sonucunda aşığıdaki denklem sistemi elde edilir.

$$\mathbf{P} \mathbf{F} = \mathbf{\Phi} \quad (4.118)$$

$\mathbf{P}$ matrisi yukarıda anlatılan enerjinin minimizasyonu ve denklem (4.71), (4.72) ve (4.113)'ün yardımı ile aşığıdaki şekle sokulabilir.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{SS} & \mathbf{0} & \frac{1}{2} \mathbf{M}_{SS} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{RR} & \frac{1}{2} \mathbf{M}_{RR} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{R} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (4.119)$$

Burada $\mathbf{P}_{SS}$ statordaki elemanların ve $\mathbf{P}_{RR}$ ise rotordaki elemanların oluşturuğu manyetik iletkenlik (Permeance) matrisidir. Düzüm gerilimleri metoduunda olduğu gibi $\mathbf{P}_{SS}$ ve $\mathbf{P}_{RR}$ matrisleri aşığıdaki gibi yazılabilir.

P_{ii} : i satır ve sütuna; i . düğüme bağlı elemanların manyetik iletkenliklerinin toplamı yazılır.

P_{ij} : i satır , j sütuna; i . düğüm ile j . düğüm arasında bağlı elemanların manyetik iletkenliklerinin toplamının negatif işaretlisi yazılır.

$\mathbf{M}_{SS}, \mathbf{M}_{RR}$: Stator ve rotor yüzeyinden çıkan akılara karşıılık gelen Fourier serisi katsayılarının yani a_n, b_n, c_n, d_n 'lerin çarpanlarından oluşturan matrislerdir.

$\mathbf{Q}, \mathbf{R}$: Denklem (4.109), (4.110), (4.111), (4.112)'deki Fourier ifadelerinde; rotor ve stator amper-sarımlarının çarpanlarından oluşturan matrislerdir.

$\mathbf{T}$: Denklem (4.109), (4.110), (4.111), (4.112)'deki Fourier ifadelerinde; a_n, b_n, c_n, d_n 'lerin sırasıyla katsayılarıdır. Yani birim matrisin “ $(1-\zeta^{2n})$ ” ile çarpılması sonucunda oluşan bir matristir.

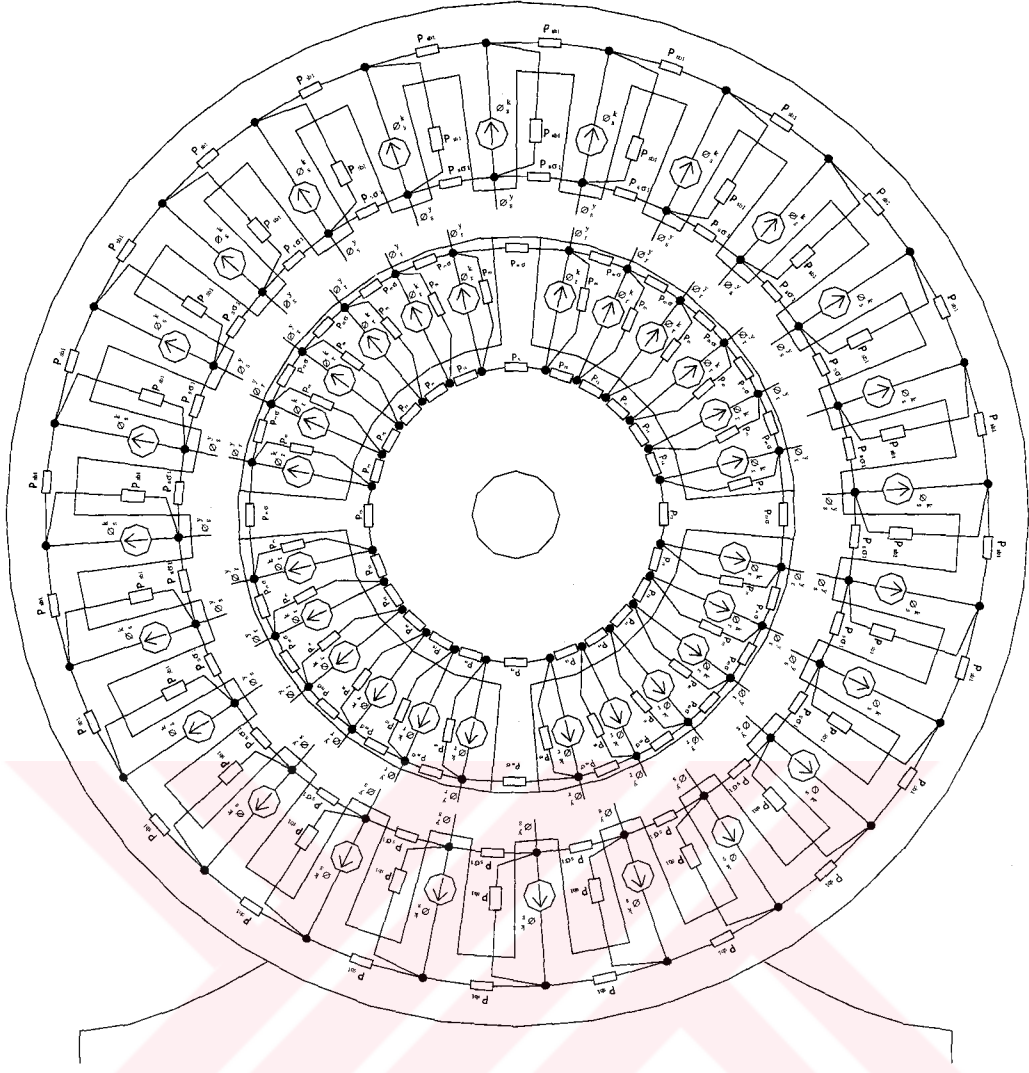
Denklem (4.118)'deki Φ matrisi aslında; rotordaki mıknatısların ürettiği akıyı ifade eden Φ_R^k matrisi ve stator sargılarının ürettiği akıyı ifade eden Φ_S^k matrisinden oluşmaktadır. Enerjinin minimizasyonu kabulü ile Φ matrisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\Phi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Phi_S^k \\ \Phi_R^k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.120)$$

Ayrıca denklem (4.118)'deki $\mathbf{F}$ matrisi; stator ve rotordaki düğümlerin amper-sarımlarının oluşturduğu $\mathbf{F}^S, \mathbf{F}^R$ matrisleri ile Fourier katsayılarından (a_n, b_n, c_n, d_n) oluşan $\mathbf{C}$ matrisinden ibaret bir matristir. Bu ise,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^S \\ \mathbf{F}^R \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (4.121)$$

olarak yazılabilir.



Şekil 4.9: Hava aralığına analitik yaklaşımlı manyetik eşdeğer devre modeli

Verilenlerin ışığında denklem (4.118) düzenlenip denklem (4.122)'deki gibi yeniden yazabiliriz.

$$\begin{bmatrix} P_{SS} & 0 & \frac{1}{2} M_{SS} \\ 0 & P_{RR} & \frac{1}{2} M_{RR} \\ Q & R & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F^S \\ F^R \\ C \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Phi_S^k \\ \Phi_R^k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

Denklem (4.122)'nin çözümünü elde etmek için aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$P_{SS} F^S + \frac{1}{2} M_{SS} C = \frac{1}{2} \Phi_S^k \quad (4.123)$$

$$P_{RR} F^R + \frac{1}{2} M_{RR} C = \frac{1}{2} \Phi_R^k \quad (4.124)$$

$$Q F^S + R F^R + T C = 0 \quad (4.125)$$

Denklem (4.125)'den $\mathbf{C}$ çekilip (4.123) ve (4.124)'ün eklenip sistem tekrar çözülürse, denklem (4.126)'daki matris elde edilir.

$$\mathbf{A} \mathbf{F} = \Phi \quad (4.126)$$

Denklem (4.126) aslında alt matrislerden oluşur ve bunlar aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{A}_{11} = \mathbf{P}_{ss} - \frac{1}{2} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Q} \quad (4.127)$$

$$\mathbf{A}_{12} = -\frac{1}{2} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{R} \quad (4.128)$$

$$\mathbf{A}_{21} = -\frac{1}{2} \mathbf{M}_{rr} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Q} \quad (4.129)$$

$$\mathbf{A}_{22} = \mathbf{P}_{rr} - \frac{1}{2} \mathbf{M}_{rr} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{R} \quad (4.130)$$

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} \Phi_s^k \quad (4.131)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} \Phi_r^k \quad (4.132)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}^s \\ \mathbf{F}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} \quad (4.133)$$

Makinedeki manyetik problemi belli bir rotor pozisyonu , yani belli bir θ_r değeri için rotor ve stator devrelerinin amper-sarımlarını (4.133)'den $\mathbf{A} \mathbf{F} = \Phi$ formundaki lineer denklem sisteminin çözümünden elde edilebilir. Bu çözümünden elde edilen amper-sarım değerlerinin bulunması sonucunda, hava aralığındaki manyetik alanı belirleyen Fourier serisi katsayıları,

$$\mathbf{C} = -\mathbf{T}^{-1} [\mathbf{Q} \mathbf{F}^s + \mathbf{R} \mathbf{F}^r] \quad (4.134)$$

gibi hesaplanır. Görüldüğü gibi a_n, b_n, c_n, d_n Fourier katsayılarından oluşan $\mathbf{C}$ matrisinin elde edilmesi sonucunda denklem (4.67) ve (4.70)'in yardımı ile stator ve rotor yüzeyindeki i numaralı düğümden hava aralığına akan akıları,

$$\phi_i^s = \ell \sum_{i=1}^{SYDS} [(a_n v_{in}^s + b_n u_{in}^s) + \zeta^n (c_n v_{in}^s + d_n u_{in}^s)] \quad (4.67)$$

$$\phi_i^r = \ell \sum_{i=1}^{RYDS} [\zeta^n (a_n v_{in}^s + b_n u_{in}^s) + (c_n v_{in}^s + d_n u_{in}^s)] \quad (4.70)$$

şeklinde bulabiliriz. Manyetik alan vektör potansiyelini denklem (4.52)'nin yardımı ile,

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1}^{NH} \left[\left(\frac{r}{r_2} \right)^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) + \left(\frac{r_1}{r} \right)^n (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \right] \quad (4.52)$$

bulunabilir. Ayrıca hava aralığı yüzeyindeki akı yoğunluğunun normal bileşeni,

$$B_n = \frac{1}{r} \frac{\partial(A(r, \theta))}{\partial \theta} \quad (4.135)$$

$$B_n = \frac{1}{r} \sum_{n=1}^{NH} n \left[\left(\frac{r}{r_2} \right)^n (-a_n \sin n\theta + b_n \cos n\theta) + \left(\frac{r_1}{r} \right)^n (-c_n \sin n\theta + d_n \cos n\theta) \right] \quad (4.136)$$

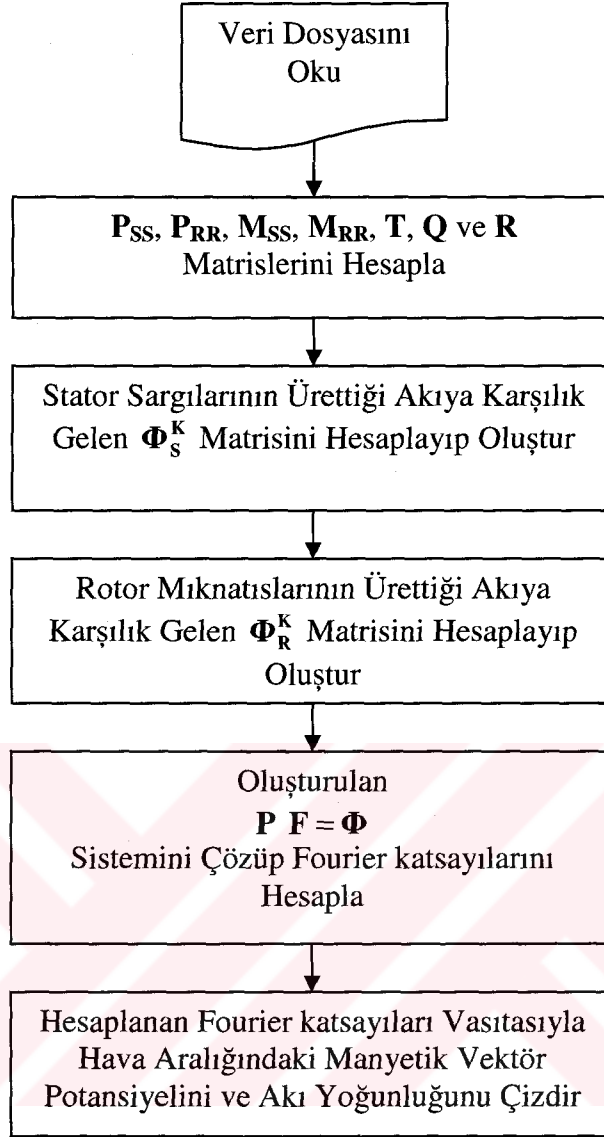
şeklinde hesaplanabilir. Sistemin çözümünden elde edilen Fourier katsayıları ile manyetik alanda depo edilen enerjiyi, buradan da momentini hesaplayabiliriz. Sistemin lineer kabul ettiğimiz için manyetik alanda depo edilen enerji değişimi,

$$W_{mag} = \int_0^{\Phi} F(\Phi) d\Phi = \frac{1}{2} F\Phi \quad (4.137)$$

olarak yazılabilir. Buradan moment,

$$T_m = -\frac{dW_{mag}}{d\theta_r} = -\frac{1}{2} \left(\frac{dF}{d\theta_r} \Phi + \frac{d\Phi}{d\theta_r} F \right) \quad (4.138)$$

şeklinde yazılabilir. Buraya kadar anlatılan hava aralığına analitik yaklaşımlı manyetik eşdeğer devre yöntemi (Karma Model), MATLAB programına aktarılmış (PMSM Programı) ve bu programın dökümü Ek-B'de verilmiştir. Ayrıca PMSM programından elde edilen sonuçların ekranda çizimini sağlamak için MATLAB'de bir program daha yazılmış ve bu programın da dökümü Ek-C'de verilmiştir. Şekil 4.10'da Ek-B ve Ek-C'de anlatılan PMSM programlarının akış diyagramları toplu halde gösterilmektedir. Ayrıca programın çalışması için devre relüktanslarının değerlerini içeren veri dosyasının dökümü ise Ek-A'da sunulmuştur. Ek-A'daki relüktans değerleri, 4.Bölüm'de anlatılan stator ve rotorun manyetik eşdeğer devre ile modellenmesi kısmındaki formüller kullanılarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.10: PMSM programının akış diyagramı

5. ÖRNEK UYGULAMA

5.1. Giriş

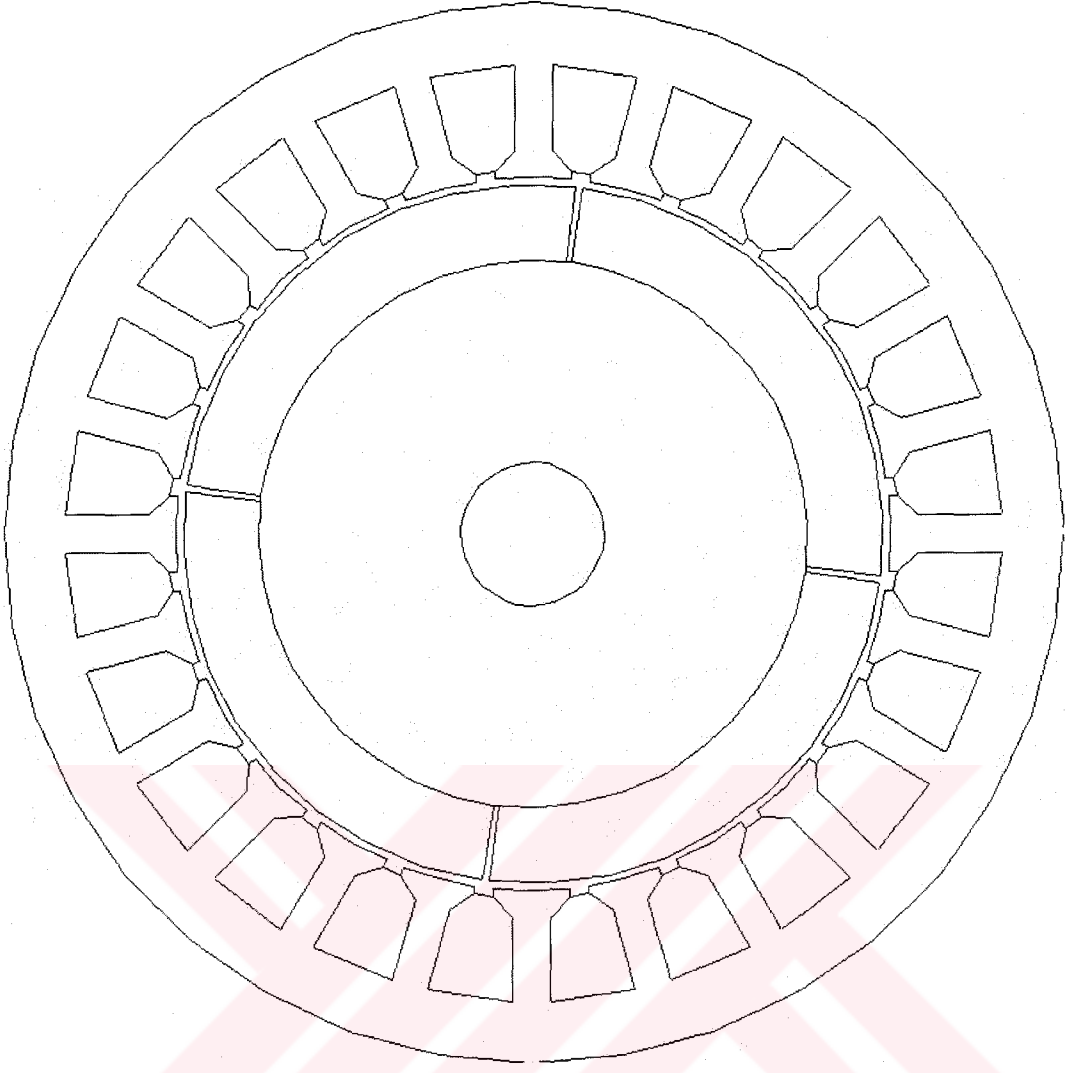
Bu bölümde, 3-fazlı, 4-kutuplu, 24-oluklu, sürekli mıknatıslı bir senkron motorun geliştirilen karma model vasıtasıyla elde edilen hava aralığı manyetik indüksiyonu, vektör potansiyeli, endüklenen moment ve manyetik alanda depo edilen enerji gibi büyüklükleri, FEMM3.3 analiz programından alınan büyüklükler ile karşılaştırılması yapılacaktır.

5.2. Denenecek SMSM Hakkında Genel Bilgiler

Şekil 5.1'deki sürekli mıknatıslı senkron motorun geometrik parametreleri daha önce 4.Bölüm'de (bkz. Şekil 4.4) gösterilen stator geometrisinden ve Şekil 4.6'daki rotor geometrisinden yararlanılarak hesaplanmıştır. Bu kısımda kullanılan SMSM'nin modellemesi için gerekli parametreler Tablo 5.1'de verilmiştir. Bu çalışmada kullanılan SMSM'a ait rotor, stator, oluk ve dış boyutları gibi motorun verimini doğrudan etkileyen parametre değerleri optimize edilmiş olup, bu çalışmada kullanılan SMSM tasarımına ait boyutlar Kaynak [26]'dan alınmıştır. Söz konusu SMSM'un rotorunda kullanılan sürekli mıknatıslar NdFeB-32MGOe olup, mıknatıslanma eğrileri lineere çok yakındır (bkz. 3.Bölüm, Şekil 3.2). Bu yüzden mıknatıslanma eğrileri lineer olarak kabul edilmiştir. Rotor üzerine monte edilmiş sürekli mıknatıslar radyal yönde mıknatıslanmışlardır.

Tablo 5.1: Sürekli mıknatıslı motorun geometrik parametreleri

Parametre	Açıklama	Birim	Değer	
1	τ_s	Stator kutup adımı uzunluğu	mm	9.8
2	ω_s	Stator oluk yüzey uzunluğu	mm	1.96
3	ω_t	Diş adımı uzunluğu	mm	7.84
4	ω_{sb}	Oluk taban uzunluğu	mm	9.05
5	ω_{tb}	Diş taban uzunluğu	mm	3.8
6	ω_{bi}	Stator nüvesi sırt uzunluğu	mm	6.6
7	d_1	Diş uzunluğu	mm	0.84
8	d_2	Diş uzunluğu	mm	1.95
9	d_3	Diş uzunluğu	mm	8.82
10	d_s	Toplam diş uzunluğu	mm	11.61
11	ℓ_g	Hava aralığı uzunluğu	mm	1
12	ℓ	Motorun uzunluğu	mm	100
13	τ_p	Mıknatısın açısı	derece	89
14	r_1	Rotor yarıçapı	mm	37.48
15	r_b	Rotor sırtı yarıçapı	mm	28.75
16	r_{sh}	Rotor şaftı yarıçapı	mm	7.52
17	$2p$	Mıknatıs sayısı (Kutup sayısı)	Adet	4
18	S	Oluk sayısı	Adet	24
19	F	Oluk amper-sarımı	As	150
20	m	Faz sayısı	Adet	3
21	μ_r	Mıknatısın bağıl manyetik geçirgenliği	H/m	1.045
22	B_r	Artık mıknatıslık (NdFeB-32MGOe)	kG	11.6

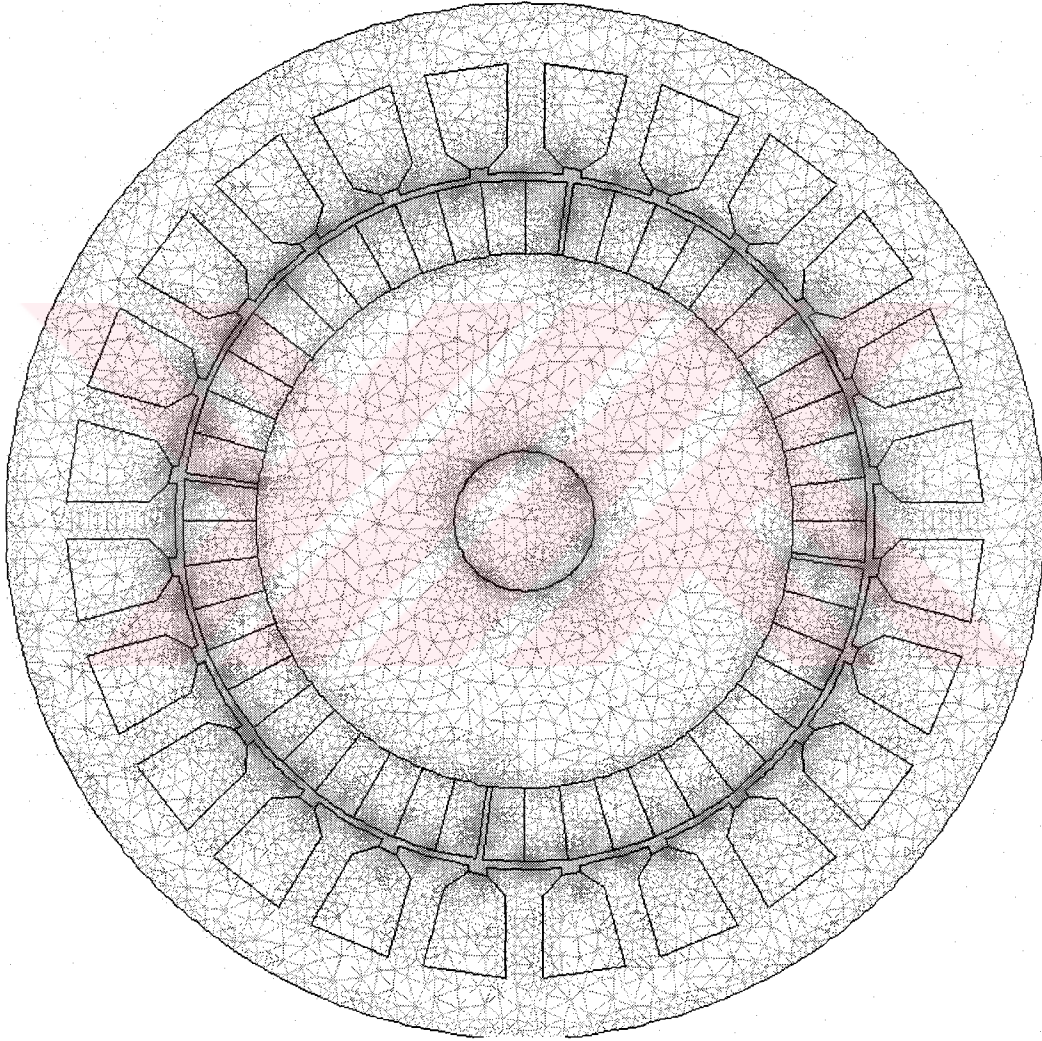


Şekil 5.1: Test edilen SMSM'nin geometrisi (Tablo 5.1)

5.3. FEMM3.3 Programı ile Modelleme

Tablo 5.1'de verilen geometrik parametreleri kullanarak elde edilen sürekli mıknatıslı motorun geometrisi Şekil 5.1'de verilmiştir. Bu geometri kullanılarak FEMM3.3'de sonlu elemanlar yöntemi çözümü için bir veri dosyasının hazırlanması gereklidir. Bu veri dosyası, FEMM3.3 programında bulunan hesap öncesi işleme programı tarafından elde edilir. Şekil 5.2'de SEY için ağ modeli verilmiştir. Bu ağ'da toplam 58992 düğüm ve 117622 üçgen eleman bulunmaktadır. FEMM3.3 Programı'nda problem bölgesi içindeki iki-boyutlu statik manyetik alanı tanımlayan, manyetik vektör potansiyeli ifadesine, her bir üçgen elemanın içinde manyetik vektör potansiyelinin lineer olarak değiştiği parça-parça lineer bir yaklaşım yapılmaktadır.

Makinenin rotor ve statorunda kullanılan elik saclardaki doyma ihmal edilecek şekilde lineer bir mıknaıslama eğrisi seçilmiştir. Rotor ve stator saclarının bağıl manyetik geçirgenliği 7000 olarak kabul edilmiştir. Makine içindeki manyetik akı dağılımının anlık bir değeri hesaplanmıştır. Bu anda stator oluklarındaki akım yoğunlukları A-fazına ait oluklarda 1.0 A/mm^2 ve B- ve C- fazlarına ait oluklardaki akım yoğunluğu ise -0.5 A/mm^2 olacaktır. Modellemede kullanılan FEMM3.3 programında, radyal yönde mıknaıslanmayı sağlayabilmek için, mıknaıslar 12 adet alt parçaya ayrılmışlardır.

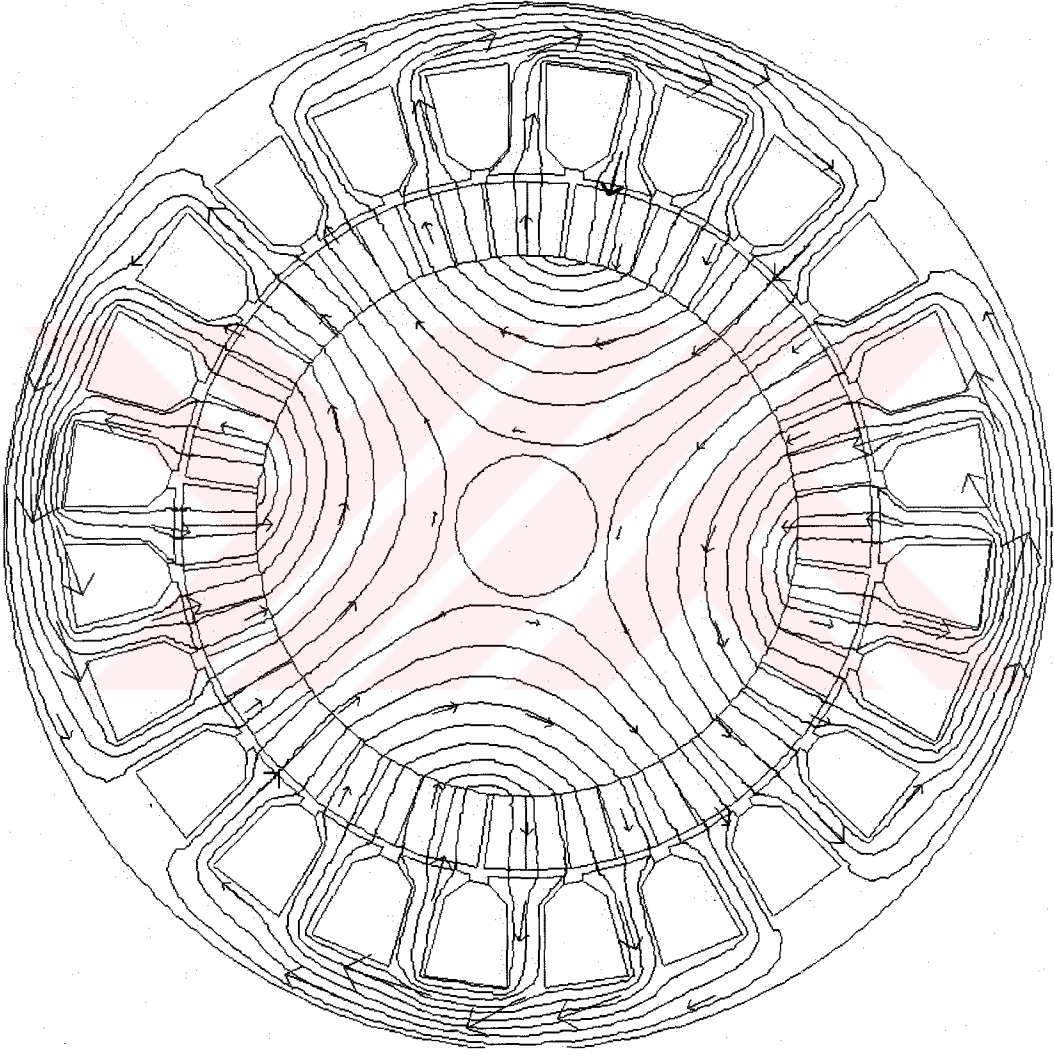


şekil 5.2: SMSM'nin FEMM3.3 Programı ile oluşturulan ağ modeli

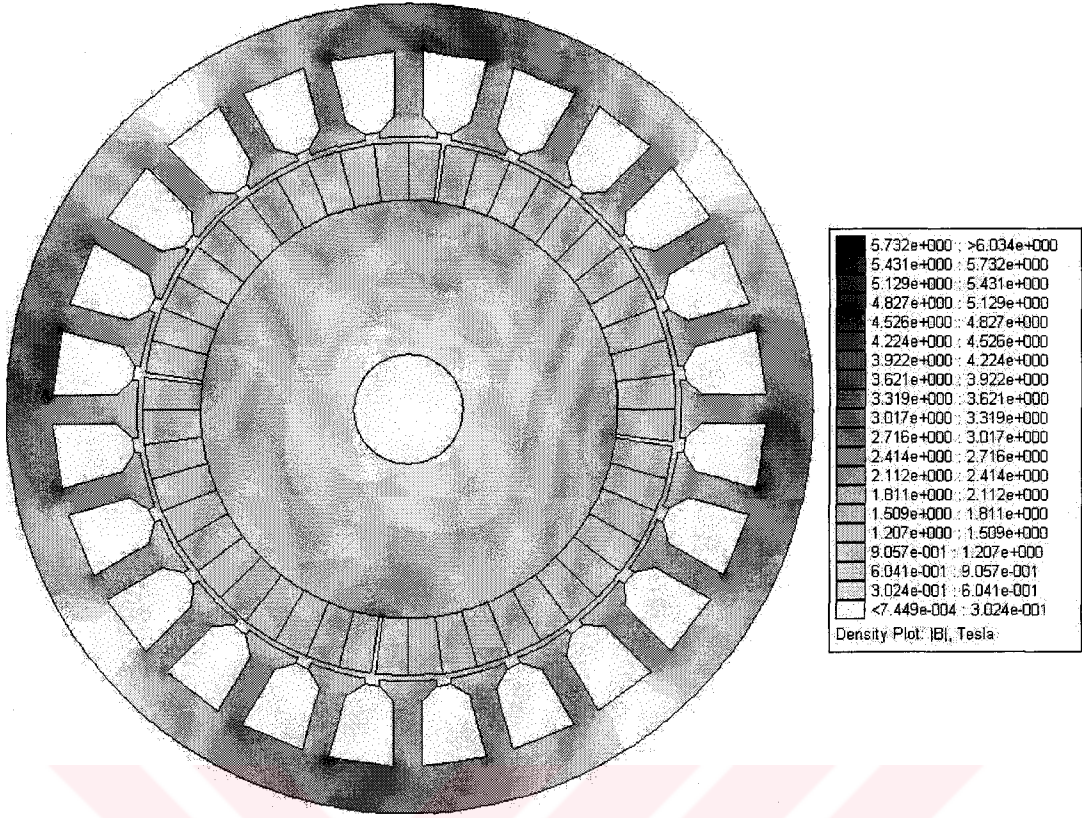
Gerekli malzeme özellikleri, uyarma kaynakları ve sınır koşulları da program içinde tanımlandıktan sonra, manyetik vektör potansiyeli dağılımını elde etmek üzere oluşturulan denklem sisteminin çözüm süresi hızı 2.0 GHz olan bir Pentium IV

mikroişlemciye sahip, 256 Mbyte bellek kapasiteli bir kişisel bilgisayarda 55 saniye sürmektedir.

Hesaplamalar sonucunda elde edilen manyetik vektör potansiyeline ait eş potansiyel çizgiler (akı çizgileri) Şekil 5.3'de verilmiştir. Hesaplanan manyetik vektör potansiyeli dağılımından elde edilen makine içindeki manyetik akı yoğunluğunun dağılımı Şekil 5.4'de görülmektedir.



Şekil 5.3: SMSM'nin FEMM3.3'den elde edilen akı çizgileri



Şekil 5.4: SMSM'nin FEMM3.3'den elde edilen akı yoğunluğu

5.4. Karma Modelden Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması

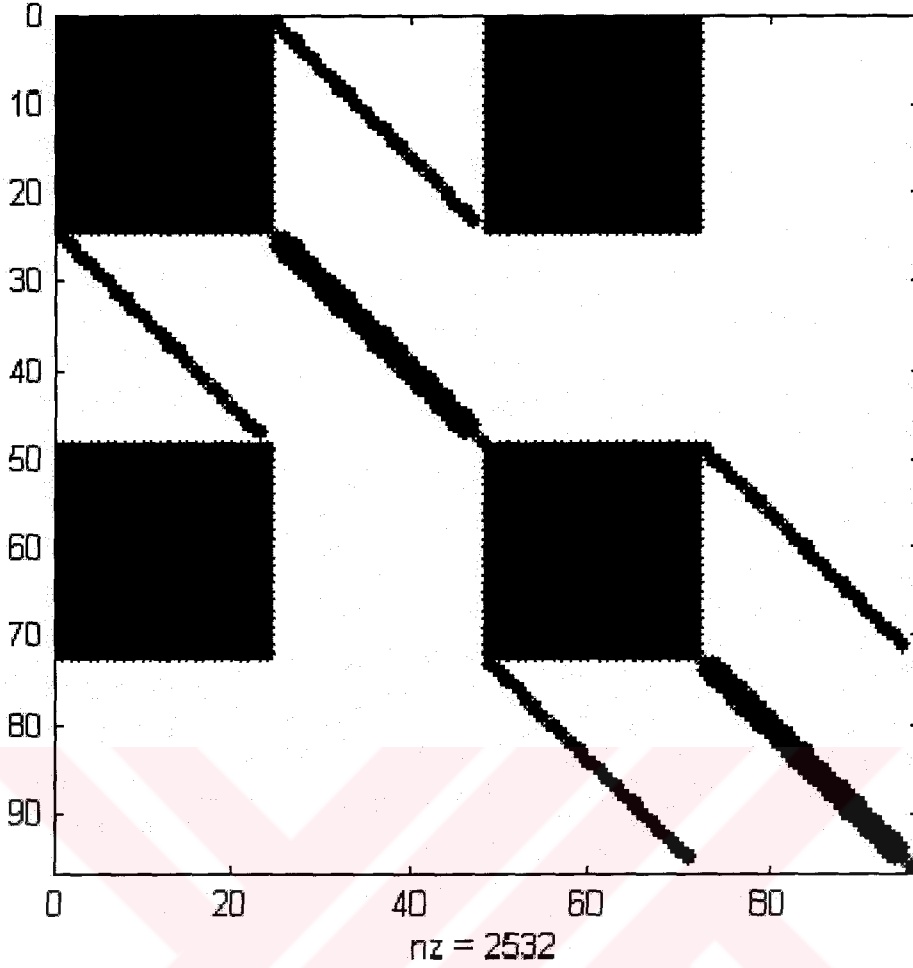
Bu bölümde incelenen SMSM geometrisi kullanılarak tez çalışmasında geliştirilen karma model için gerekli relüktans değerleri, rotor ve stator devresindeki akı kaynaklarının modelleri için gerekli büyüklükler hesaplanarak programın okuyabileceği formatta bir veri dosyası hazırlanmıştır.

Karma modelden elde edilen stator ve rotor devresine ait düğümlerdeki amper-sarım değerleri ile hava aralığındaki manyetik vektör potansiyelini modelleyen Fourier serisine ait katsayıların değerleri hesaplanmıştır. Fourier serisinin mertebesini kontrol eden NH katsayısının değişik değerleri için model denenmiş ve NH=20 değerinden sonra elde edilen sonuçlarda önemli bir değişiklik görülmediği için NH=20 değeri denen bu model için yeterli büyüklükte olduğu anlaşılmıştır. Karma Modelde her bir dişin hava aralığı ile komşu sınırı üzerinde bir düğüm olduğu kabulü yapılmıştır. Buna göre stator devresinin hava aralığı ile olan sınır üzerinde 24 düğüm olmak üzere toplam 48 adet düğüm olacak şekilde stator manyetik devresi oluşturulmuştur. Benzer şekilde rotor devresi için de her bir kutup mıknatıs altı eşit parçaya

bölünerek, yine hava aralığı ile olan sınırı üzerinde 24 düğüm olmak üzere rotor manyetik eşdeğer devresi toplam 48 düğümden oluşacak şekilde kurulmuştur. (bkz. 4.Bölüm, Şekil 4.9) Bu durumda, hazırlanan karma modelde toplam 96 düğüm, dolayısıyla toplam 96 noktanın amper-sarımları bilinmemektedir. Buna ek olarak, Fourier serisi katsayıları da $4 \times 20 = 80$ bilinmeyen katsayıdan oluşmaktadır. Kurulan karma modelde toplam $96 + 80 = 176$ bilinmeyen mevcuttur. Bu bilinmeyenler önce 4.Bölüm’de verilen (4.133) ve daha sonra elde edilen amper sarımların kullanılmasıyla (4.134) yardımıyla iki aşamada çözülebilir. Bu denklem sistemlerinin çözümü MATLAB 6.5 programında gerçekleştirilmiş. Burada verilen boyutlardaki bir problem için hızı 2.0 GHz olan bir Pentium IV mikroişlemciye sahip, 256 Mbyte bellek kapasiteli bir kişisel bilgisayarda işlem süresi yaklaşık olarak 0.1 saniyeden az sürmektedir.

4.Bölüm’de formülasyonu elde edilen Denklem (4.126)’daki A matrisinin rankı, $\text{rank}(A)$, hesaplandığında A matrisin boyutundan iki eksik olduğu görülmüştür. Bu bize elde edilen denklemlerden sadece ikisinin diğer denklemlere ile lineer bağımlı olduğunu göstermiştir. Bu koşullarda, denklem sisteminin tek bir çözümü mevcut değildir. Bu sorunu ortadan kaldıracı olmak üzere, rotor ve stator devrelerinde bulunan birer düğüm referans düğümü olarak tayin edilmiştir. Örneğin, 1 numaralı ve 49 numaralı düğümlerdeki amper sarımlar 0 olacak şekilde denklem sisteminde düzenlemeler yapılmıştır. Bu düzenlemelerin sonucunda, A matrisinin rankı boyutuna eşit yapılabilmektedir.

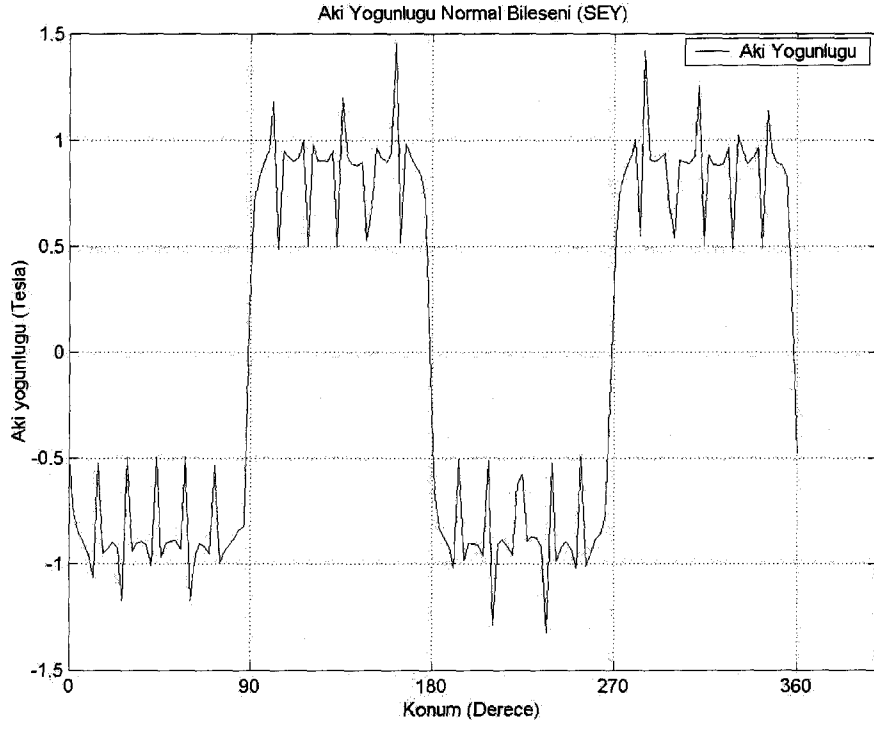
Burada boyutu 96×96 olan A matrisi simetrik ve seyrek (sparse) bir matris olup, sıfır olmayan elemanları yer yer bir bant genişliğinin içerisinde kümelenmiştir (bant genişliğinin daraltılması düğümlerin numaralandırılması ile en aza indirilmiştir). Bu matrisin toplam olarak 2532 tane sıfırdan farklı elemanı vardır. Simetrik olma özelliği kullanılarak, bilgisayar belleğinde ayrılmış bir bölgede sadece üst diyagonal elemanları depolanabileceğinden, daha büyük boyutlu problemler için bilgisayar kaynaklarından büyük ölçüde tasarruf sağlanacaktır. Şekil 5.5’de A matrisinin sıfır olmayan elemanlarının matris üzerinde dağılımı gösterilmiştir.



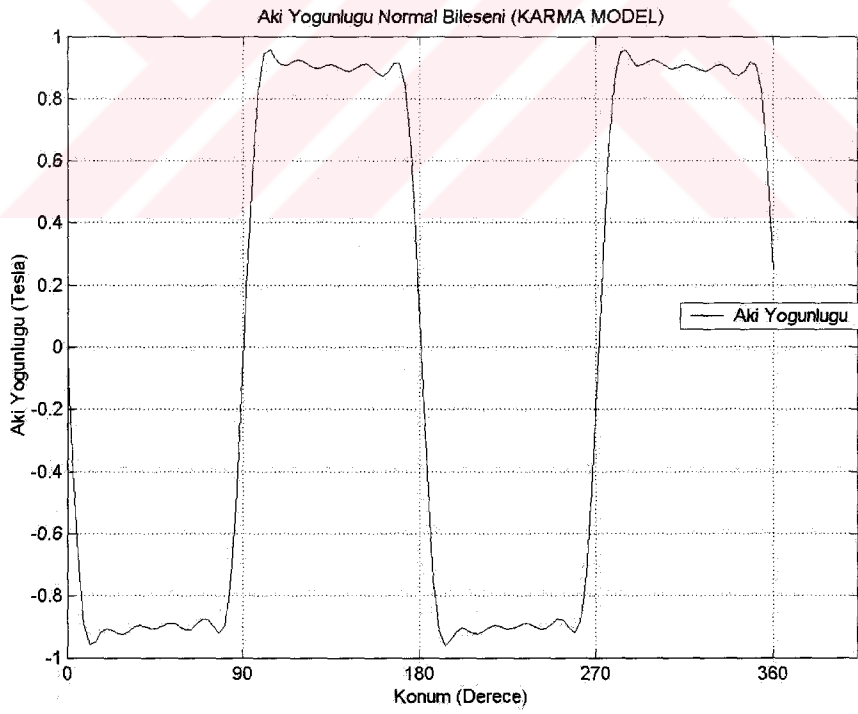
Şekil 5.5: Seyrek bir yapıda olan A matrisinin sıfırdan farklı elemanları

Şekil 5.6.(a)'da FEMM3.3 ve Şekil 5.6.(b)'de Karma Model ile elde edilen hava aralığı ile stator iç yüzeyi arasındaki sınır boyunca manyetik akı yoğunluğunun normal bileşeni değişimi gösterilmiştir. Her iki değişimde karşılaştırıldığında, tepe değerlerini birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. FEMM3.3 modelinden elde edilen eğri üzerindeki oluk etkileri (dalgacıklar) açıkça görülebilmektedir. Aynı etki Karma Model'den elde edilen eğri üzerinde bu kadar açık bir şekilde görülmemektedir.

Şekil 5.7.(a)'da FEMM3.3 ile ve Şekil 5.7.(b)'de Karma Model ile elde edilen manyetik vektör potansiyelinin yine stator iç yüzeyi boyunca değişimi görülmektedir. Bu eğrilerin, hem maksimum değerlerinin , hem de şeklinin birbirlerine oldukça benzediği görülmektedir.

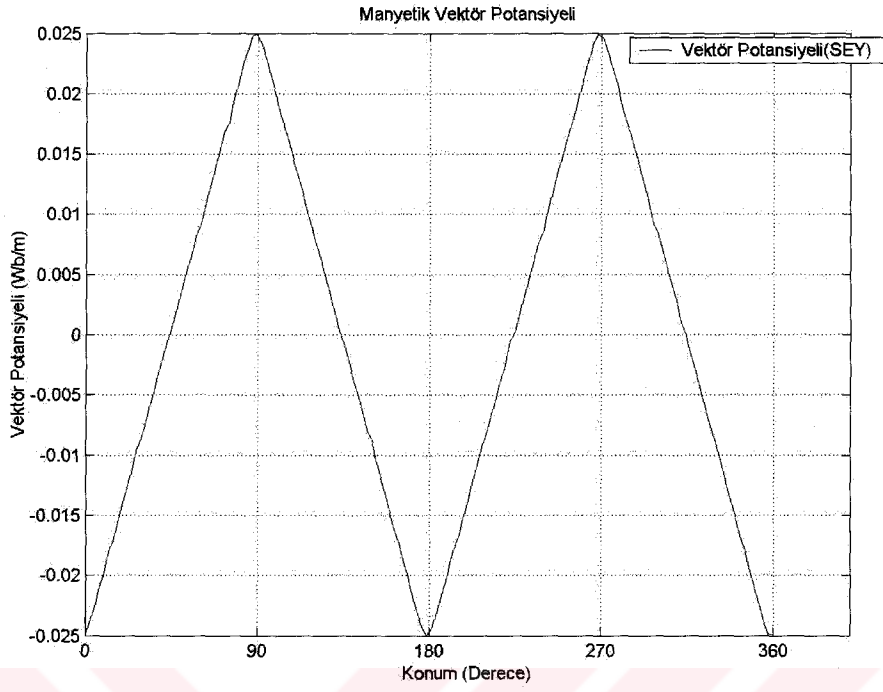


(a)

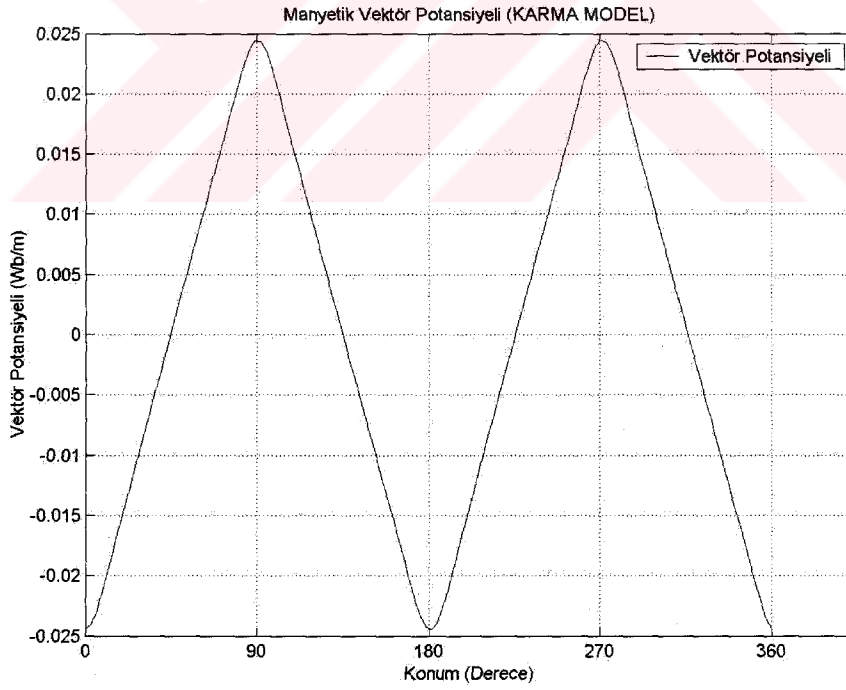


(b)

Şekil 5.6: (a) FEMM3.3 (b) Karma Model ile elde edilen hava aralığı akı yoğunluğu normal bileşeni



(a)



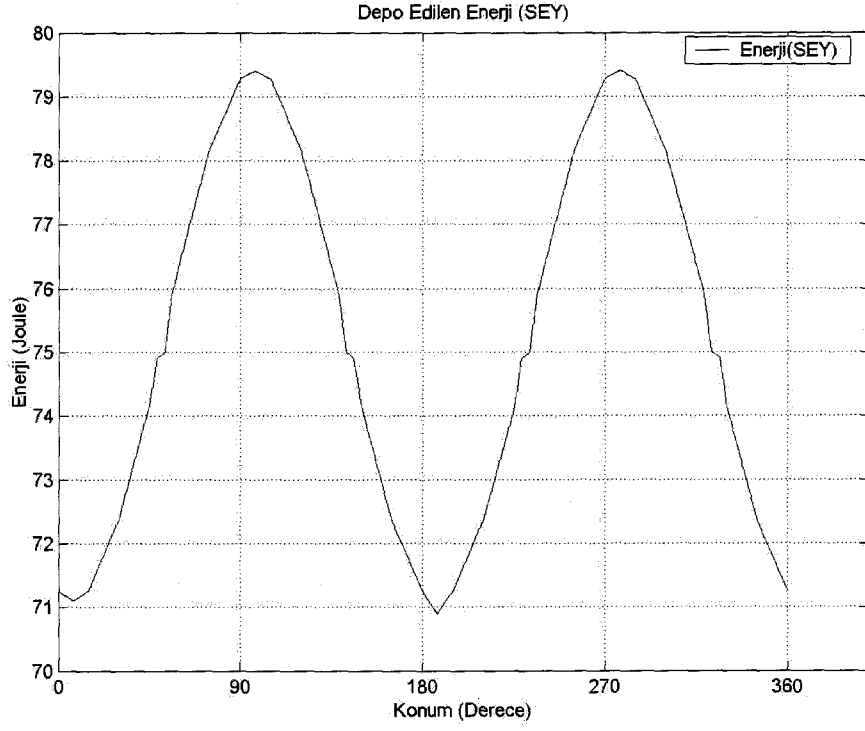
(b)

Şekil 5.7: (a) FEMM3.3 (b) Karma Model ile elde edilen manyetik vektör potansiyeli

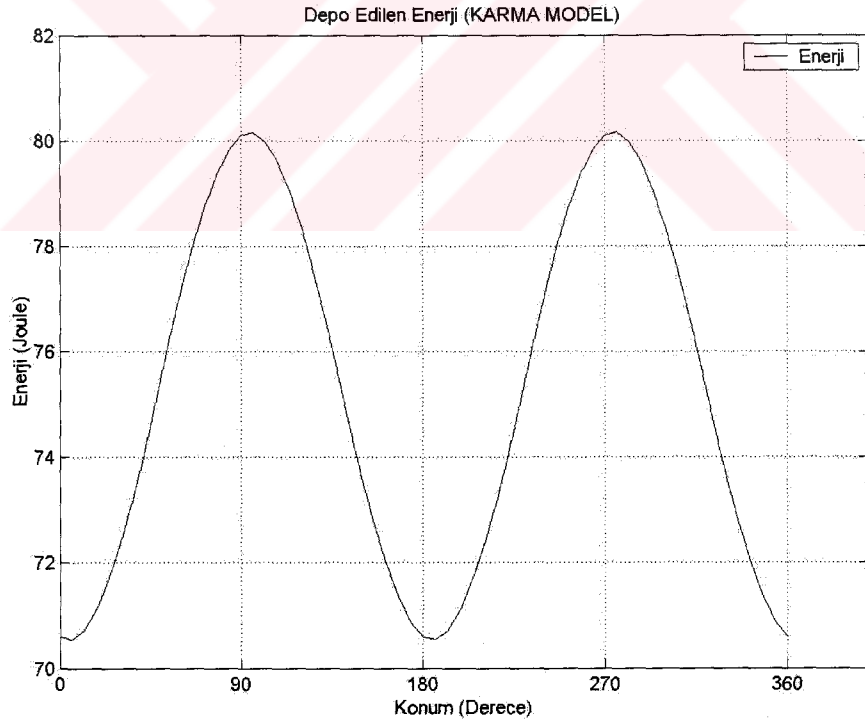
Şekil 5.8.(a)'da FEMM3.3 Modeli kullanarak ve Şekil 5.8.(b)'de Karma Model kullanarak elde edilen manyetik alanda depo edilen enerji değişimi gösterilmiştir. Bu grafiklerde, rotor pozisyonu 0 derecenden başlayarak 5'er derece aralıklar ile 360 dereceye kadar arttırılarak, her pozisyon için depo edilen enerji yoğunluğunun değişimi elde edilmiştir. Rotor pozisyonun değişmesi sırasında, stator sargılarındaki akımın değişmediği kabulünü sağlamak amacıyla, bu sargılardaki akımlar sabit bırakılmıştır. Elde edilen değişimler incelendiğinde, her iki modelden de şekil ve büyüklük olarak çok yakın değerler elde edilmiştir.

Şekil 5.8'dekine benzer şekilde 0 ile 360 derece arasındaki rotor pozisyonları sisteme katılarak PMSM'nin ürettiği momentin değişimi hesaplanmış olup, bu değişimler FEMM3.3 Modeli için Şekil 5.9.(a)'da ve Karma Model için Şekil 5.9.(b)'de gösterilmiştir. Karma Model ile elde edilen moment değişimi FEMM3.3 modeli ile elde edilen sonuçlara çok yakın değerler vermektedir.



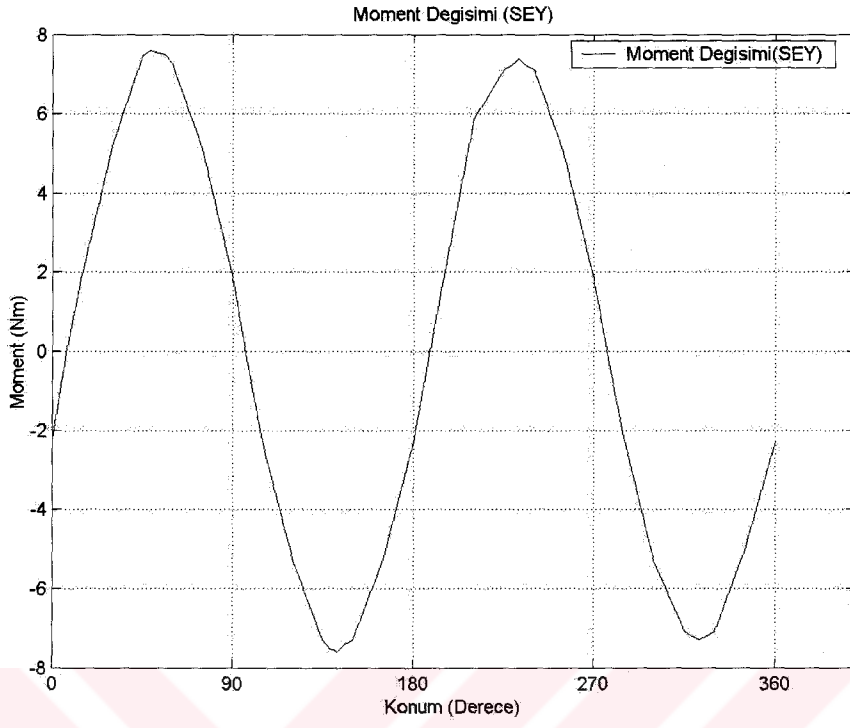


(a)

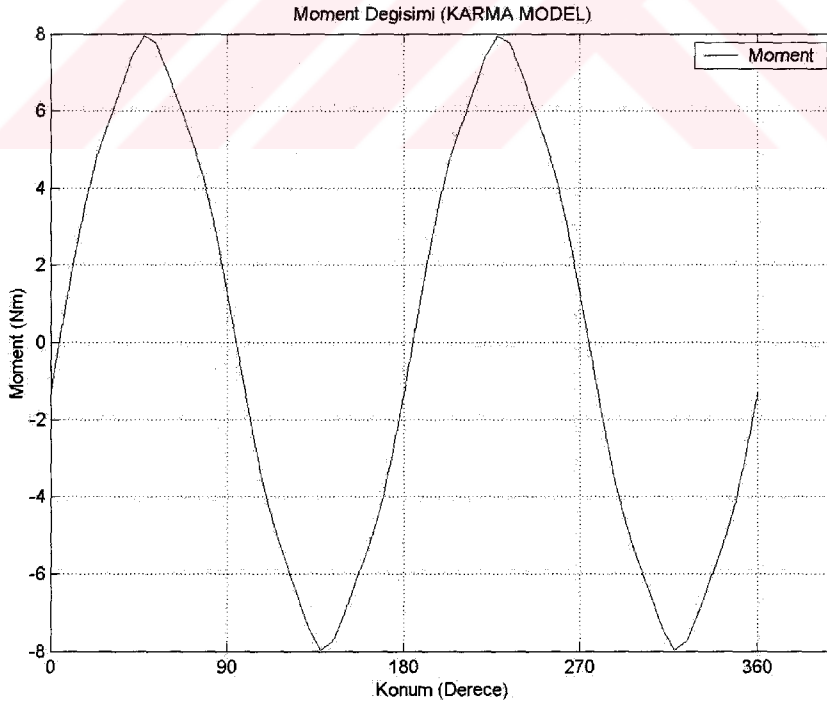


(b)

Şekil 5.8: (a) FEMM3.3 (b) Karma Model ile elde edilen manyetik alanda depo edilen enerji



(a)



(b)

Şekil 5.9: (a) FEMM3.3 (b) Karma Model ile elde edilen moment değişimi

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu tez çalışması sırasında elde edilen yenilikler ve bu alana yapılan katkılar, kısaca şu üç başlık altında özetlenebilir:

1. **Model Geliştirilmesi:** “Elektrik Makinelerinin Bilgisayarda Dinamik Simülasyonu” alanında bilgisayar kaynakları kullanımını en aza indirecek ve dinamik simülasyona temel teşkil edecek statik bir model olan Karma Model, sürekli mıknatıslı senkron makineler için geliştirilmiştir.
2. **Doğrulama ve Değerlendirme:** Geliştirilen Karma Model’in doğruluğunun ve veriminin belirlenebilmesi için bir sonlu elemanlar programı olan FEMM3.3 programı kullanılmıştır. Karma Model’den elde edilen sonuçlar, FEMM3.3 programı ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bu aşamada, eşdeğer bilgisayar kaynakları kullanılarak, mümkün olduğunca eşdeğer koşullar altında bir karşılaştırılmanın yapılmasına özen gösterilmiştir.
3. **Öneriler:** Geliştirilen modelin zayıf ve kuvvetli yanlarının saptanarak, yapılabilecek gerekli iyileştirmeler hakkında önerilerde bulunulmuştur.

Yukarıda açıklanan üç aşamanın tamamlanması sonucunda, geliştirilen Karma Model için şu yorumlar yapılabilir:

- Bu bölümde sunulan sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde, geliştirilen Karma Model’in tatmin edici doğrulukta sonuçlar verdiği ve bu sonuçların ileride daha da iyileştirmesinin mümkün olabileceği görülmektedir. Tam olarak makinedeki tüm koşulların henüz modellenememesine karşın, ilk aşamada geliştirilen formülasyonların doğruluğu teyit edilmiştir.
- Makine içerisindeki manyetik büyüklükleri temsil eden manyetik vektör potansiyeli, akı yoğunluğu gibi büyüklüklerden, moment gibi makinenin fiziksel performansı doğrudan belirleyen çıkış büyüklüklerinin yeterli bir doğrulukta hesaplanabileceği anlaşılmıştır.

- Geliştirilen, model henüz makinenin statik durumu için geçerlidir. Diğer bir deyişle, stator sargılarındaki akımların zaman içinde değişmesi ile oluşacak etkileri içermemektedir. Fakat, bu eksikliğin giderilmesinin ilerideki çalışmalar ile mümkün olabileceği anlaşılmıştır.
- Geliştirilen Karma Model henüz en ilkel aşamasında olup, elde edilen sonuçların doğruluğunun daha arttırılması da mümkündür. Geliştirilen modelde, tüm kabuller en basit formülasyon yapabilmek amacıyla en ilkel düzeyde tutulmuşlardır. Örneğin, manyetik eşdeğer devre modeli kullanılan bölgeler ile hava aralığındaki analitik bölgelerin arasında kalan sınır yüzeylerdeki amper-sarım değişimini belirleyen lineer bir interpolasyon fonksiyonu yerine, daha yüksek dereceden interpolasyon fonksiyonları (ikinci ve daha üzeri olabilir) kullanılması ile modellemenin doğruluğunun arttırılması mümkündür. Bu interpolasyonlarda Kübik Spline ya da B-Spline yöntemlerinin kullanılması ile çok daha doğru modellemelerin yapılabileceği beklenmektedir.
- Bilgisayardaki hesaplama süreleri kıyaslandığında Karma Model'in dikkate değer derecede hızlı olduğu görülmektedir. İncelenen makinenin belli bir pozisyonundaki makine içindeki alan dağılımının bulunması için gereken süre Karma Model için 0.1 saniyedir. Bu süre, aynı bilgisayar kaynaklarında hesap süresi 55 saniye olan FEMM3.3 modeli ile karşılaştırıldığında 550 kat daha kısadır. Bu yöntemin hızlı bir yöntem olmasına etki eden en önemli faktör de bilinmeyen sayısının çok daha az (yüz binler yerine yüzler civarında) olmasıdır.
- Gelişme aşamasında olan bu modelde, yapılan kabuller ve basitleştirmeler nedeniyle, modelin henüz gerçek mühendislik problemlerine uygulanması ilerideki çalışmalarda yapılacak iyileştirilmelere bağlıdır.

Bu yorumlar ışığı altında, bu çalışmanın devamını teşkil edecek ileriye yönelik araştırmalarda sırasıyla şu hususların göz önünde bulundurulması yararlı olacaktır:

- Daha gerçekçi bir modelleme için manyetik malzemelerin ve sürekli mıknatısların B-H karakteristiklerindeki doymalar da model içine dahil edilmelidir. Makinenin dinamik çalışması sırasında sürekli mıknatıslardaki

demanyetizasyon etkisi ile oluşan fuko kayıpları, manyetik çekirdek ve iletkenlerdeki kayıpların da model içerisine dahil edilmesi mutlaka şarttır.

- Hava aralığının düzgün değiştiği kabulü, bu modeli çok sınırlamakta olup, sadece sınırlı tipteki makinelere uygulanmasına neden olmaktadır. Oysa, hava aralığındaki alanı modelleyen daha genel bir analitik çözüm elde edebilme yoluna gidilmesi şarttır. Böylece eksensel kaçıklık gibi anormal durumlar modellenebilecektir. Bununla beraber, hava aralığı düzgün olmayan, çıkık kutuplu rotora sahip makineler de modellenebilecektir. Bu sayede, modelin kullanım alanı daha da yaygınlaşacaktır.

Bu çalışmada ulaşılacak en son nokta, elde edilen modelin zaman domenini için geliştirilmesidir. Bu da elde edilen manyetik alan denklemlerinin, makinenin mekanik denklemleri ile birleştirilmesinden elde edilen diferansiyel denklem sistemi ile birlikte çözülmesiyle mümkün olacaktır. Bu sayede sürekli mıknatıslı senkron makinenin tam bir dinamik modeli gerçekelecektir. Bugünün bilgisayar teknolojisi göz önünde bulundurulduğunda, dinamik bir modelin hesaplama zamanı günler mertebesinde dakikalar mertebesine indirilmesi mümkündür. Bunu başarmanın bir yolu da yukarıda açıklanan aşamaların gerçekleşmesi ile mümkün olabilecektir.

KAYNAKLAR

- [1] **Leonard, W.**, 1996. Control of Electrical Drivers, Springer-Verlag Inc, Berlin.
- [2] **Ter-Gazarian, A.**, 1988. Energy Storage for Power Systems, Peter Peregrinus Inc, London.
- [3] **Miller, T. and Hendershot, J.R.**, 1994. Design of Brushless Permanent-Magnet Motor , Magna Physics Publishing and Claredon Press, New York.
- [4] **Gieras, J.F. and Wing, M.**, 1997. Permanent-magnet Motor Technology: Design and Applications, Marcel Decker, New York.
- [5] **Park, R.H.**, 1929. Two-Reaction Theory of Synchronous Machines-Generalized Method of Analysis-Part I, *AIEE Trans*, Vol. 48, July 1929, pp 716-727
- [6] **Krause, P.C.**, 1987. Analysis of Electric Machinery, Mc-Graw-Hill Book Inc, Singapore.
- [7] **Salon, S.J.**, 1995. Finite Element Analysis of Electrical Machines, Kluwer Academic Norwell, Massachusetts.
- [8] **Ostovic, V.**, 1989. Dynamics of Saturated Electric Machines, Springer-Verlag New York Inc, New York.
- [9] **Ho, S.L. and Fu, W.N.**, 1998. Review and Future Application of Finite Element Methods in Induction Motors, *Electrical Machines and Power Systems*, Vol. 35, No: 2, February-March 1998, pp 111-126.
- [10] **Lee, K. and De Bortoli, M.J. and Lee, M.J. and Salon, S.J.**, 1991. Coupling Finite Elements and Analytical Solution in the Air gap of Electric Machines, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 27, No: 5, September 1991, pp 3955.
- [11] **Rasmussen, K.F. and Davies, H.J. and Miller, T.J.E.**, 2000. Analytical and Numerical Computation of Air-gap Magnetic Fields in Brushless Motors with Surface Permanent Magnets, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 36, No: 6, November/December 2000, pp 1547-1554.
- [12] **Hameyer, K. and Belmans, R.**, 1999. Numerical Modeling and Design of Electrical Machines and Devices, Wit Press, Southampton.
- [13] **Miller, T. J. E.**, 1989. Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives, Oxford University Press, New York.
- [14] **Rahman, M.A. and Zhou P.**, 1985. Analysis of Permanent Magnet Synchronous Motors, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 43, No: 2, April 1996, pp 256-267.
- [15] **Hanselman, C.D.**, 1994. Brushless Permanent-Magnet Motor Design, Mc-Graw-Hill Inc, New York.

- [16] **Rahman, M.A.**, 1996. Analytical Models for Exterior-Type Permanent Magnet Synchronous Motors, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. Mag-23, No: 5, September 1987, pp 3625-3627.
- [17] **Rahman, M.A. and Selmon, G.R.**, 1985. Analytical Models for Interior-Type Permanent Magnet Synchronous Motors, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. Mag-21, No: 5, September 1985, pp 1741-1743.
- [18] **Consoli, A. and Renna, G.**, 1989 Interior-Type Permanent Magnet Synchronous Motors Analysis by Equivalent Circuits, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 4, No: 4, December 1989, pp 681-689.
- [19] **Parker, R.J. and Studders R.J.**, 1962. Permanent Magnets and Their Application, John Wiley and Sons Inc, New York.
- [20] **Amitava, B.**, 1996. Permanent-Magnet DC Linear Motors, Oxford University Press, New York.
- [21] **Yeadonan, W.H. and Yeadon, A.W.**, 2001. Handbook of Small Electric Motors, Mc-Graw-Hill Inc, New York.
- [22] **Bal, G.**, 2001. Doğru Akım Makinaları ve Sürücüler, Seçkin Yayıncılık San. Tic. A.Ş., İstanbul.
- [23] **Campbell, P.**, 1994. Permanent Magnet Materials and Their Application, Cambridge University Press, New York.
- [24] **Onaran, K. ve Altıntaş, S.**, 1986. Malzemelerin Yapı ve Özellikleri, İTÜ Matbaası, İstanbul.
- [25] **Pearman, R. A.**, 1994. Electrical Machinery and Transformer Technology, Saunders College Publishing, Florida
- [26] **Gillion, F. and Brochet, P.**, 1999. Shape Optimization of a Permanent Magnet Motor using the Experimental Design Method, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 35, No: 3, May 1999, pp 1278-1281.

Ek-A VERİ DOSYASININ DÖKÜMÜ

* KARMA MODEL İÇİN GEREKLİ *
* VERİ DOSYASI *

Stator_Oluk_Sayisi:
24
Stator_Devresi_Dugum_Sayisi:
48
Rotor_Devresi_Dugum_Sayisi:
48
Cift_Kutup_Sayisi:
2
Stator_Yuzeyinde_Hava_Araligina_Bakan_Dugum_Sayisi:
24
Rotor_Yuzeyinde_Hava_Araligina_Bakan_Dugum_Sayisi:
24
Hava_Araligindaki_Fourier_Serisi_Mertebesi:
20
Stator_Oluklari_Kacak_Reluktans_Elemanlarinin_Sayisi:
24
Stator_Disleri_Reluktans_Elemanlarinin_Sayisi:
24
Stator_Boyundurugundaki_Reluktans_Elemanlarinin_Sayisi:
24
Stator_Reluktans_Degerleri: Dugum-1: Dugum-2:
4000000 1 2
4000000 2 3
4000000 3 4
4000000 4 5
4000000 5 6
4000000 6 7
4000000 7 8
4000000 8 9
4000000 9 10
4000000 10 11
4000000 11 12
4000000 12 13
4000000 13 14
4000000 14 15
4000000 15 16
4000000 16 17
4000000 17 18
4000000 18 19
4000000 19 20
4000000 20 21
4000000 21 22
4000000 22 23
4000000 23 24
4000000 1 24
3134.520 1 25
3134.520 2 26

3134.520	3	27
3134.520	4	28
3134.520	5	29
3134.520	6	30
3134.520	7	31
3134.520	8	32
3134.520	9	33
3134.520	10	34
3134.520	11	35
3134.520	12	36
3134.520	13	37
3134.520	14	38
3134.520	15	39
3134.520	16	40
3134.520	17	41
3134.520	18	42
3134.520	19	43
3134.520	20	44
3134.520	21	45
3134.520	22	46
3134.520	23	47
3134.520	24	48
2353.900	25	26
2353.900	26	27
2353.900	27	28
2353.900	28	29
2353.900	29	30
2353.900	30	31
2353.900	31	32
2353.900	32	33
2353.900	33	34
2353.900	34	35
2353.900	35	36
2353.900	36	37
2353.900	37	38
2353.900	38	39
2353.900	39	40
2353.900	40	41
2353.900	41	42
2353.900	42	43
2353.900	43	44
2353.900	44	45
2353.900	45	46
2353.900	46	47
2353.900	47	48
2353.900	25	48

Stator_MMF_Kaynaklari:

Dugum-1:	Dugum-2:
1	25
2	26
3	27
4	28
5	29
6	30
7	31
8	32
9	33
10	34
11	35
12	36

13	37
14	38
15	39
16	40
17	41
18	42
19	43
20	44
21	45
22	46
23	47
24	48

Stator_Oluklari:

Oluk_Sarim_Sayisi: Faz_Numarasi: Faz_Polaritesi:

150	1	1
150	2	-1
150	2	-1
150	3	1
150	3	1
150	1	-1
150	1	-1
150	2	1
150	2	1
150	3	-1
150	3	-1
150	1	1
150	1	1
150	2	-1
150	2	-1
150	3	1
150	3	1
150	1	-1
150	1	-1
150	2	1
150	2	1
150	3	-1
150	3	-1
150	1	1

Rotor_Miknatislarinin_Reluktans_Eleman_Sayisi:

24

Rotor_Sirtindaki_Reluktans_Elemanlarinin_Sayisi:

24

Rotor_Kacak_Reluktans_Elemanlari_Sayisi:

24

Rotor_Elemanlari_Reluktans_Degeri: Dugum-1: Dugum-2:

8022193.0	49	50
8022193.0	50	51
8022193.0	51	52
8022193.0	52	53
8022193.0	53	54
8147729.0	54	55
8022193.0	55	56
8022193.0	56	57
8022193.0	57	58
8022193.0	58	59
8022193.0	59	60
8147729.0	60	61
8022193.0	61	62
8022193.0	62	63
8022193.0	63	64

8022193.0	64	65
8022193.0	65	66
8147729.0	66	67
8022193.0	67	68
8022193.0	68	69
8022193.0	69	70
8022193.0	70	71
8022193.0	71	72
8147729.0	49	72
7638618.940	49	73
7638618.940	50	74
7638618.940	51	75
7638618.940	52	76
7638618.940	53	77
7638618.940	54	78
7638618.940	55	79
7638618.940	56	80
7638618.940	57	81
7638618.940	58	82
7638618.940	59	83
7638618.940	60	84
7638618.940	61	85
7638618.940	62	86
7638618.940	63	87
7638618.940	64	88
7638618.940	65	89
7638618.940	66	90
7638618.940	67	91
7638618.940	68	92
7638618.940	69	93
7638618.940	70	94
7638618.940	71	95
7638618.940	72	96
251.316	73	74
251.316	74	75
251.316	75	76
251.316	76	77
251.316	77	78
251.316	78	79
251.316	79	80
251.316	80	81
251.316	81	82
251.316	82	83
251.316	83	84
251.316	84	85
251.316	85	86
251.316	86	87
251.316	87	88
251.316	88	89
251.316	89	90
251.316	90	91
251.316	91	92
251.316	92	93
251.316	93	94
251.316	94	95
251.316	95	96
251.316	73	96
Rotor_Aki_Degeri:	Dugum-1:	Dugum-2:
0.00105	49	73
0.00105	50	74

0.00105	51	75
0.00105	52	76
0.00105	53	77
0.00105	54	78
-0.00105	55	79
-0.00105	56	80
-0.00105	57	81
-0.00105	58	82
-0.00105	59	83
-0.00105	60	84
0.00105	61	85
0.00105	62	86
0.00105	63	87
0.00105	64	88
0.00105	65	89
0.00105	66	90
-0.00105	67	91
-0.00105	68	92
-0.00105	69	93
-0.00105	70	94
-0.00105	71	95
-0.00105	72	96

Rotor_dis_capi:
0.03668
Stator_ic_capi:
0.03748
Stator_ve_Rotor_Uzunlugu:
0.1



Ek-B PMSM PROGRAMININ DÖKÜMÜ

```
*****
*           SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MOTORUN           *
*           KARMA MODEL İLE MODELLENMESİ                 *
*****
```

```
theta_r=0;
I_Faz(1)= 1.0
I_Faz(2)=-0.5
I_Faz(3)=-0.5
% Veri Dosyasinin Açılması ve verilerin okunması;
fid01=fopen('N24.dat','r'); % !!!!(N24.dat Ek-A'da verilen veri dosyasıdır.)
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
N=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
NDS=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
NDR=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
p=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
SYDS=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
RYDS=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
NH=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
NL=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_line = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
ND=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_line = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
NB=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_line = fscanf(fid01,'%s',[1,3]);
NRELM=NL+ND+NB;
for idum=1:NRELM;
RS=fscanf(fid01,'%f',[1,1]);
DS=fscanf(fid01,'%d',[1,2]);
Stator_Rel(idum,1)=RS;
Stator_Rel_Dugum(idum,1)=DS(1,1);
Stator_Rel_Dugum(idum,2)=DS(1,2);
end
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
dummy_line = fscanf(fid01,'%s',[1,2]);
for idum=1:N;
DS=fscanf(fid01,'%d',[1,2]);
SMMK(idum,1)=DS(1,1);
SMMK(idum,2)=DS(1,2);
end
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
dummy_line = fscanf(fid01,'%s',[1,3]);
for idum=1:N;
```

```

DS=fscanf(fid01,'%d',[1,3]);
Oluk_Sarim(idum,1)=DS(1);
Oluk_Faz(idum,1)=DS(2);
Oluk_Polarite(idum,1)=DS(3);
end
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
Nmo=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
Nrr=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
Nrl=fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
dummy_line = fscanf(fid01,'%s',[1,2]);
NRRE=Nmo+Nrr+Nrl;
for idum=1:NRRE
RR=fscanf(fid01,'%f',[1,1]);
DS=fscanf(fid01,'%d',[1,2]);
Rotor_Rel(idum,1)=RR;
Rotor_Rel_Dugum(idum,1)=DS(1,1);
Rotor_Rel_Dugum(idum,2)=DS(1,2);
end
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,2]);
for idum=1:Nmo
Phi=fscanf(fid01,'%f',[1,1]);
RDS=fscanf(fid01,'%d',[1,2]);
Miknatis_Aki(idum,1)=Phi;
Miknatis_Dugum(idum,1)=RDS(1,1);
Miknatis_Dugum(idum,2)=RDS(1,2);
end
dummy_char = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
r1=fscanf(fid01,'%f',[1,1]);
dummy_line = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
r2=fscanf(fid01,'%f',[1,1]);
dummy_line = fscanf(fid01,'%s',[1,1]);
uzunluk=fscanf(fid01,'%f',[1,1]);
ksi=(r1/r2);
% Genel Denklem Sistemini Kurulmasi
% Pss Matrisinin Kurulmasi
dim=NDS+NDR+4*NH;
CC(1:dim,1:dim)=0.0;
PHI(1:dim,1)=0.0;
ielm_min=1;
ielm_max=NRELM;
for ielm=ielm_min:ielm_max
PIJ=1/Stator_Rel(ielm);
SATIR=Stator_Rel_Dugum(ielm,1);
SUTUN=Stator_Rel_Dugum(ielm,2);
CC(SATIR,SUTUN)=CC(SATIR,SUTUN)-PIJ;
CC(SATIR,SATIR)=CC(SATIR,SATIR)+PIJ;
CC(SUTUN,SUTUN)=CC(SUTUN,SUTUN)+PIJ;
end
% Prr Matrisinin Kurulmasi
ielm_min=1;
ielm_max=NRRE;
for ielm=ielm_min:ielm_max
PIJ=1/Rotor_Rel(ielm);
SATIR=Rotor_Rel_Dugum(ielm,1);

```

```

SUTUN=Rotor_Rel_Dugum(ielm,2);
CC(SATIR,SUTUN)=CC(SATIR,SUTUN)-PIJ;
CC(SATIR,SATIR)=CC(SATIR,SATIR)+PIJ;
CC(SUTUN,SUTUN)=CC(SUTUN,SUTUN)+PIJ;
end
% Ust Diagonali Alt diagonale Kopyala
dim=NDS+NDR+4*NH;
for i=1:dim
    for j=1:dim
        CC(j,i)=CC(i,j);
    end
end
% T Matrisinin Kurulmasi
i_min=1;
i_max=NH;
for i=i_min:i_max
    n=i;
    ii=NDS+NDR+(i-1)*4;
    CC(ii+1,ii+1)=(1-ksi^(2*n))*n;
    CC(ii+2,ii+2)=(1-ksi^(2*n))*n;
    CC(ii+3,ii+3)=(1-ksi^(2*n))*n;
    CC(ii+4,ii+4)=(1-ksi^(2*n))*n;
end
% Oluk Dislerinin Adimlarini Hesapla
tau_dis=2*pi/SYDS;
for idum=1:SYDS
    theta_dis(idum)=(idum-1)*tau_dis;
end
% Rotordaki Kutupların Adimlarını Hesapla
tau_kutup=2*pi/RYDS;
for idum=1:RYDS
    theta_kutup(idum)=(idum-1)*tau_kutup;
end
% Mss Matrisinin Kurulmasi
i_min=1;
i_max=SYDS;
j_min=1;
j_max=NH;
for i=i_min:i_max
    i_lokal=i;
    for j=j_min:j_max
        n=j;
        if (i_lokal==1)
            theta0=theta_dis(SYDS)-2*pi;
            theta1=theta_dis(1);
            theta2=theta_dis(2);
        elseif (i_lokal==SYDS)
            theta0=theta_dis(SYDS-1);
            theta1=theta_dis(SYDS);
            theta2=theta_dis(1);
        else
            theta0=theta_dis(i_lokal-1);
            theta1=theta_dis(i_lokal);
            theta2=theta_dis(i_lokal+1);
        end
        del_theta0=theta0-theta1;
        del_theta1=theta1-theta2;
    end
end

```

```

uij=((((cos(n*theta1)-cos(n*theta0))/del_theta0)-((cos(n*theta2)-cos(n*theta1))/del_theta1)))/n;
vij=((((sin(n*theta1)-sin(n*theta0))/del_theta0)-((sin(n*theta2)-sin(n*theta1))/del_theta1)))/n;
j_index=NDS+NDR+(j-1)*4;
CC(i,j_index+1)= vij;
CC(i,j_index+2)= uij;
CC(i,j_index+3)= (ksi^n)*vij;
CC(i,j_index+4)= (ksi^n)*uij;
end
end
% Mrr Matrisinin Kurulmasi
i_min=NDS+1;
i_max=NDS+RYDS;
j_min=1;
j_max=NH;
for i=i_min:i_max
for j=j_min:j_max
i_lokal=i-NDS;
n=j;
if (i_lokal==1)
theta0=theta_kutup(RYDS)-2*pi;
theta1=theta_kutup(1);
theta2=theta_kutup(2);
elseif (i_lokal==RYDS)
theta0=theta_kutup(RYDS-1);
theta1=theta_kutup(RYDS);
theta2=theta_kutup(1);
theta2=2*pi;
else
theta0=theta_kutup(i_lokal-1);
theta1=theta_kutup(i_lokal);
theta2=theta_kutup(i_lokal+1);
end
del_theta0=theta0-theta1;
del_theta1=theta1-theta2;
tc1= (cos(n*(theta1+theta_r))-cos(n*(theta0+theta_r)))/del_theta0;
tc2= (cos(n*(theta2+theta_r))-cos(n*(theta1+theta_r)))/del_theta1;
ts1= (sin(n*(theta1+theta_r))-sin(n*(theta0+theta_r)))/del_theta0;
ts2= (sin(n*(theta2+theta_r))-sin(n*(theta1+theta_r)))/del_theta1;
uij=-(tc1-tc2)/n;
vij=-(ts1-ts2)/n;
j_index=NDS+NDR+(j-1)*4;
CC(i,j_index+1)= (ksi^n)*vij;
CC(i,j_index+2)= (ksi^n)*uij;
CC(i,j_index+3)= vij;
CC(i,j_index+4)= uij;
end
end
% Stator MMK Kaynaklarının Denklem Sistemine Uygulanmasi
OLUKNO1=Oluk_Faz(1);
OLUKNO2=Oluk_Faz(N);
OLUKMMK1=Oluk_Sarim(1)*I_Faz(OLUKNO1)*Oluk_Polarite(1);
OLUKMMK2=Oluk_Sarim(N)*I_Faz(OLUKNO2)*Oluk_Polarite(N);
DISMMK=(OLUKMMK1+OLUKMMK2)/2.0;
DISAKI=DISMMK/Stator_Rel(NL+1);
D1=SMMK(1,1);
D2=SMMK(1,2);
PHI(D1,1)=-DISAKI;
PHI(D2,1)= DISAKI;

```

```

for idum=2:N;
OLUKNO1=Oluk_Faz(idum);
OLUKNO2=Oluk_Faz(idum-1);
OLUKMMK1=Oluk_Sarim(idum)*I_Faz(OLUKNO1)*Oluk_Polarite(idum);
OLUKMMK2=Oluk_Sarim(idum-1)*I_Faz(OLUKNO2)*Oluk_Polarite(idum-1);
DISMMK=(OLUKMMK1+OLUKMMK2)/2.0;
DISAKI=DISMMK/Stator_Rel(NL+idum);
D1=SMMK(idum,1);
D2=SMMK(idum,2);
PHI(D1,1)=-DISAKI;
PHI(D2,1)= DISAKI;
end
% Rotor Aki Kaynaklarının Denklem Sistemine Uygulanması
i_min=1;
i_max=RYDS;
for idum=i_min:i_max
MAKI=Miknatis_Aki(idum);
MDUGUM1=Miknatis_Dugum(idum,1);
MDUGUM2=Miknatis_Dugum(idum,2);
PHI(MDUGUM1,1)=-MAKI;
PHI(MDUGUM2,1)= MAKI;
end
% Olusturulan Sistemin Cözülmesi
BB(1:NDS+NDR,1)=0.0;
PSS=CC(1:NDS,1:NDS);
PRR=CC(NDS+1:NDS+NDR,NDS+1:NDS+NDR);
MSS=CC(1:NDS,NDS+NDR+1:NDS+NDR+4*NH);
MRR=CC(NDS+1:NDS+NDR,NDS+NDR+1:NDS+NDR+4*NH);
TT=CC(NDS+NDR+1:NDS+NDR+4*NH,NDS+NDR+1:NDS+NDR+4*NH);
PHIS=PHI(1:NDS,1);
PHIR=PHI(NDS+1:NDS+NDR,1);
k1=0.5*uzunluk;
k2=-(4*pi*1.0e-7)/pi;
kk=k1*k2;
TTINV=inv(TT);
AA(1:NDS+NDR,1:NDS+NDR)=0.0;
A11=PSS-kk*MSS*TTINV*MSS';
A22=PRR-kk*MRR*TTINV*MRR';
A12=-kk*MSS*TTINV*MRR';
A21=-kk*MRR*TTINV*MSS';
AA(1:NDS,1:NDS)=A11;
AA(NDS+1:NDS+NDR,NDS+1:NDS+NDR)=A22;
AA(1:NDS,NDS+1:NDS+NDR)=A12;
AA(NDS+1:NDS+NDR,1:NDS)=A21;
BB(1:NDS)=0.5*PHIS;
BB(NDS+1:NDS+NDR)=0.5*PHIR;
AA(1:(NDS+NDR),1)=0.0;
AA(1,1:(NDS+NDR))=0.0;
AA(1,49)=1.0;
BB(1)=0.0;
AA(1:(NDS+NDR),49)=0.0;
AA(49,1:(NDS+NDR))=0.0;
AA(49,49)=1.0;
BB(49)=0.0;
XX=inv(A)*BB;
FS=XX(1:NDS);
FR=XX(NDS+1:NDS+NDR);
FC=-k2*TTINV*(MSS'*FS+MRR'*FR);

```

Ek-C ÇİZİM PROGRAMININ DÖKÜMÜ

```
*****
*           PMSM PROGRAMINDAN ELDE EDİLEN           *
*           SONUÇLARIN EKRANDA ÇİZİMİNİN YAPILMASI   *
*****
```

%Denklem Sisteminin Çizimi

```
an=FC(1:4:4*NH);
bn=FC(2:4:4*NH);
cn=FC(3:4:4*NH);
dn=FC(4:4:4*NH);
ii=1;
for tet=0:.05:2*pi
    TETA(ii,1)=tet;
    ii=ii+1;
end
imax=ii-1;
AV(1:imax)=0.0;
BR(1:imax)=0.0;
BT(1:imax)=0.0;
for jij=1:imax
    theta=TETA(jij);
    for nnn=1:NH
        PH1= an(nnn)*cos(nnn*theta);
        PH2= bn(nnn)*sin(nnn*theta);
        PH3= (ksi^nnn)*cn(nnn)*cos(nnn*theta);
        PH4= (ksi^nnn)*dn(nnn)*sin(nnn*theta);
        AV(jij)=AV(jij)+PH1+PH2+PH3+PH4;
    end
end
for jij=1:imax
    theta=TETA(jij);
    for nnn=1:NH
        PH1= -an(nnn)*nnn*sin(nnn*theta);
        PH2= bn(nnn)*nnn*cos(nnn*theta);
        PH3= -ksi^nnn*cn(nnn)*nnn*sin(nnn*theta);
        PH4= ksi^nnn*dn(nnn)*nnn*cos(nnn*theta);
        BR(jij)=BR(jij)+(PH1+PH2+PH3+PH4);
    end
end
figure(1)
plot(TETA,BR/r2,'k')
set(gca,'XTick',0:1.5625:6.2500)
set(gca,'XTickLabel',{'0','90','180','270','360'})
ylabel('Aki Yogunlugu (Tesla)')
xlabel('Konum (Derece)')
title('Aki Yogunlugu (KARMA MODEL)')
legend('Aki Yogunlugu')
grid on
figure(2)
plot(TETA,AV,'k')
set(gca,'XTick',0:1.5625:6.2500)
set(gca,'XTickLabel',{'0','90','180','270','360'})
```

```
xlabel('Konum (Derece)')
ylabel('Vektör Potansiyeli (Wb/m)')
title('Manyetik Vektör Potansiyeli (KARMA MODEL)')
legend('Vektör Potansiyeli')
grid on
```



ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında Rize’de doğdu. 1995 yılında Maçka Akif Tunçel Teknik Lisesi Elektrik bölümünden mezun oldu. Lisans eğitimini 1996-2000 yılları arasında, Yıldız Teknik Üniversitesi Elektrik-Elektronik Fakültesi Elektrik Mühendisliği Bölümünde tamamladı. 2001 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik Mühendisliği Ana Bilim Dalı’nda yüksek lisans eğitimine başladı.



ez Sahibinin Numarası:.....SD4001127

Adı, Soyadı:.....Sondur AULAN

ezin Kendisi☒

ezin Türkçe Özeti.....☒

ezin İngilizce Özeti.....☒

ez Veri Giriş Formu.....☒

ez Öneri Formu.....☐

ez Çalışma Raporu/Raporları.....☐

Kontrol Edilme Tarihi: 03./06./2024

Kontrol Edenin Adı Soyadı: Ali Serdar Demirel

İmzası:.....