

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**HILBERT TRANSFORMUNDAN YARARLANARAK EKG
İŞARETLERİNİN ANALİZİ VE SINIFLANMASI**

126627

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Hakkı Anıl ŞEKER
(504981123)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 4 Şubat 2002
Tezin Savunulduğu Tarih : 11 Mart 2002

Tez Danışmanı : Doç.Dr. Mehmet KORÜREK

Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Ertuğrul YAZGAN (İTÜ)

Prof.Dr. Yekta ÜLGEN (B.Ü.)

MART 2002

126627

ÖNSÖZ

Bu tezin hazırlığında benden özverili yardımlarını esirgemeyen saygıdeğer hocam Doç. Dr. Mehmet KORÜREK'e, yüksek lisans öğrenimim süresince beni teşvik eden ve sürekli desteğini hissettiğim sevgili annem Aynur ŞEKER ve arkadaşım Deniz ALAY'a gönülden teşekkürlerimi sunarım.

Şubat 2002

Hakkı Anıl ŞEKER



İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	vi
TABLO LİSTESİ	vii
ŞEKİL LİSTESİ	viii
SEMBOL LİSTESİ	x
ÖZET	xi
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
1.1 Konunun Tanıtılması	3
1.2 Çalışmanın Amacı	4
1.3 Elektrokardiyografi	4
2. KALBİN FİZYOLOJİSİ VE ÇALIŞMASI	6
2.1 Kalbin Anatomisi	6
2.2 Miyokard Dokusu	8
2.2.1 Miyokard Hücresinin Membranı	10
2.2.2 Membran Potansiyeli	12
2.3 Kalbin Elektriksel İletim Sistemi	17
3. ELEKTROKARDİYOĞRAFI	19
3.1 Temel Tanımlar	19
3.2 Kalbin Uyarı İletim Yolları	21
3.3 Elektrokardiyogram Ölçüm Düzeni	23
3.4 Elektrokardiyogram Düzlemleri	24
3.5 Derivasyonlar	25
3.5.1 Bipolar Derivasyonlar	25
3.5.2 Unipolar Derivasyonlar	26
3.6 Kardiyak Vektörü	27
3.7 Vektörkardiyografi	29
3.8 QRS Dalgasının Detaylı İncelenmesi	30
3.8.1 P Dalgası	30
3.8.2 PR Aralığı	31
3.8.3 Q Dalgası	31
3.8.4 ST Aralığı	32
3.8.5 T Dalgası	32

3.8.6	U Dalgası	32
3.8.7	QT Aralığı	33
3.9	Hastalık Teşhisinde EKG'nin Yeri	33
4.	ARİTMİLER	34
4.1	Normal Sinüs Ritmi	34
4.2	Aritmilerin Oluşum Mekanizmaları	34
4.3	Erken Karıncık Kasılması (PVC)	36
4.4	Aritmi Teşhis Algoritması	36
4.5	Bilgisayarlı Aritmi Sezme Sistemleri	37
5.	BİYOLOJİK İŞARETLERİN SINIFLANDIRILMASI	38
5.1	Sınıflamanın Temel İlkeleri	38
5.2	Genel Sınıflayıcı Yapısı	39
5.3	Öznitelik Uzayında Sınıfların Gösterilmesi	41
5.4	Sınıflama Sonucunun Değerlendirilmesi	42
6.	HILBERT TRANSFORMU	43
6.1	Hilbert Transformunun Teorisi	43
6.1.1	Hilbert ve Fourier Transformları	43
6.1.2	Analitik Fonksiyonlar	45
6.1.3	Analitik Fonksiyonun Cauchy İntegral Gösterilimi: Analitik İşaret	46
6.1.4	Hilbert Dönüşümünün Fourier Dönüşümü	47
6.1.5	Hilbert Transformunun Özellikleri	48
6.1.6	Fourier Transform Yardımıyla Hilbert Transformunun Türetilmesi	50
6.1.6.1	Gaussian Darbesinin Hilbert Transformu	50
6.1.7	Periyodik İşaretlerin Hilbert Transformu	51
6.1.7.1	Woodward Tanımına Dayalı Metot	51
6.1.7.2	Periyodik İşaretin Hilbert Transformunun Kotanjant Formu	52
6.1.7.3	Periyodik Fonksiyonunun Fourier Serileri Açılımının Hilbert Transformu	52
6.1.7.4	Direkt Olarak Zaman Domeni Hilbert İntegrali Üzerinden Periyodik İşaretin Hilbert Transformunun Türevi	53
6.2	Hilbert Transformasyonunun Özellikleri	53
6.2.1	Giriş	53
6.2.2	Lineerlik	55
6.2.3	Lineerlik: Fonksiyonun Örneklerini Kullanarak Hilbert Transform Üretme Metodu	56
6.2.4	Lineerlik: Hiperbolik Fonksiyonların Hilbert Transformu	58
6.2.5	İterasyon	58
6.2.6	Türev İşlemi	59
6.2.7	Konvolüsyonun Türetilmesi	60
6.2.8	t ile Çarpım ve Türetme	61

6.2.9	Özkonvolüsyon, Özilişki ve Enerji	61
6.3	Ayrık Hilbert Dönüşümü	62
6.3.1	Giriş	62
6.3.2	Ayrık Fourier Dönüşümü (DFT)	63
6.3.2.1	Çiftlik ve Teklik	65
6.3.2.2	Dizinin Doğru ve Değişken Parçalar	65
6.3.3	Z Dönüşümü	66
6.3.4	DFT ve Z Dönüşümünün Temel Özellikleri	67
6.3.4.1	Lineerlik	67
6.3.4.2	Enerji Eşitliği (Parseval Teoremi)	67
6.3.4.3	Çevresel Konvolüsyon: Konvolüsyondan Çarpma Teoremi	67
7.	HILBERT TRANSFORMU YARDIMIYLA EKG İŞARETLERİNİN ANALİZİ VE PVC SEZİMİ	69
7.1	Giriş	69
7.2	Metot ve İşaret İşleme	69
7.3	Sonuçlar	71
8.	SONUÇLAR VE TARTIŞMA	74
	KAYNAKLAR	75
	EKLER	77
	ÖZGEÇMİŞ	134

KISALTMALAR

ac	: Alternative Current
ADC	: Analog Digital Converter
AV	: Atrioventricular
AVCG	: Artificial Vectorcardiogram
aVF	: Augmented Voltage Foot
aVL	: Augmented Voltage Left
aVR	: Augmented Voltage Right
dc	: Direct Current
DHT	: Discrete Hilbert Transform
ECG	: Electrocardiogram
EEG	: Elektroensefalogram
EKG	: Elektrokardiyogram
FFT	: Fast Fourier Transform
FN	: False Negative
FP	: False Positive
IFFT	: Inverse Fast Fourier Transform
MIT/BIH	: Massachusetts Institute of Technology / Beth Israel Hospital
mm	: milimeter
ms	: Millisecond
mV	: mili Volt
PVC	: Premature Ventricular Contraction
SA	: Sinoatrial
sn	: Second
THR	: Threshold
TN	: True Negative
TP	: True Positive
VF	: Ventricular fibrillation
VF	: Voltage Foot
VL	: Voltage Left
VR	: Voltage Right
VT	: Ventricular Tachycardia

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 4.1. Oluşum nedenlerine göre aritmi türleri	35
Tablo 5.1. Sınıflayıcının pozitif negatif yüzdeleri	42
Tablo 5.2. Sınıflama sonucunun performans ölçüleri	42
Tablo 6.1. Hilbert transformasyonunun özellikleri	54
Tablo 7.1. MIT/BIH veritabanından elde edilen EKG işaretlerinin sınıflama sonuçları.....	73



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1:	Kalbin anatomik yapısı	6
Şekil 2.2:	Miyokard hücresinin membran potansiyelinin evreleri ve membran potansiyelinin iyon devinimleri ile ilgisi	9
Şekil 2.3:	Eksitasyon-kontraksiyon eşlenmesi (H: Hücre dışı, Hİ: Hücre içi).....	10
Şekil 2.4:	Hücre membranında yerleşik iyon geçitleri	10
Şekil 2.5:	Uyarı üreten otomatik hücre ile uyarı üretmeyen sıradan miyokard hücresine ilişkin membran potansiyel eğrileri (EP=eşik potansiyeli).....	14
Şekil 2.6:	Membran potansiyel eğrisi üzerinde ventrikül miyokard hücresinin refrakter dönemleri (EP=eşik potansiyeli, MRD=mutlak refrakter dönem, GRD=görelî refrakter dönem, APS=Aksiyon potansiyeli).....	16
Şekil 2.7:	Elektrokardiyogram üzerinde ventrikül miyokard hücresinin refrakter dönemleri (MRD=mutlak refrakter dönem, GRD=görelî refrakter dönem, DD=duyarlı dönem)	16
Şekil 2.8:	Kalbin iletim sistemi	17
Şekil 2.9:	Kalbin iletim sistemi (1= Ön internodal yol, 1a= Sol atriyumda dağılan interatriyal yol, 2=Orta internodal yol, 3= Arka internodal yol)	18
Şekil 3.1:	Normal elektrokardiyogram kalıbı, tipik dalga şekilleri ve aralıkları.....	20
Şekil 3.2:	Elektrokardiyogramda yer alan dalgaların ve aralıkların kalbin elektriksel etkinliğine ilişkin karşılıkları	20
Şekil 3.3:	Kalbin uyarı iletimi	21
Şekil 3.4:	Aksiyon potansiyelleri ve EKG	23
Şekil 3.5:	Tipik bir elektrokardiyografi cihazının blok diyagramı.....	24
Şekil 3.6:	Kardiyak vektörünün iz düşürüldüğü eksenlerin bulunduğu düzlemler .	24
Şekil 3.7:	Bipolar/standart ekstremite derivasyonlar	25
Şekil 3.8:	Unipolar ekstremite (çevre) derivasyonları.....	26
Şekil 3.9:	Prekordiyal derivasyonlarda araştırıcı elektrotun uygulandığı noktalar .	27
Şekil 3.10:	Kardiyak vektörünün değişimi.....	28
Şekil 3.11:	Kardiyak (kalp) vektörünün zamana bağlı olarak değişimi	29
Şekil 3.12:	Vektörkardiyogram işaretinin elde edilmesinde yararlanılan EKG işaretlerinin elde edildiği doğrultular	29
Şekil 3.13:	PR aralığı.....	31
Şekil 5.1:	Sınıflama işleminin genel blok diyagramı	38
Şekil 5.2:	Sınıflayıcının genel yapısı.....	39
Şekil 5.3:	Sınıflama işleminin safhaları	40
Şekil 5.4:	Öznitelik uzayında sınıf kümelerinin gösterilişi	41
Şekil 6.1:	İki kare dalganın toplamı olan işaret dalga şekli.....	56
Şekil 6.2:	Merdiven fonksiyonu ile bir fonksiyona yaklaşma.....	57
Şekil 7.1:	$x(n)$ EKG dizisinin ayrık Hilbert transformu ($\hat{x}(n)$) blok diyagramı	70
Şekil 7.2:	EKG işareti, işaretin Hilbert transformu, analitik işaret ve suni vektörkardiyogram (AVCG)	70
Şekil 7.3:	Vektörkardiyogram analizi sistem blok diyagramı	71

Şekil A.1: Matlab programı akış diyagramı (1/2)	79
Şekil A.2: Matlab programı akış diyagramı (2/2)	80



SEMBOL LİSTESİ

β	:	Beta
ω	:	Omega
Ω	:	Ohm
Γ	:	Lambda
Ca	:	Calcium
CO₂	:	Carbon dioxide
Na	:	Sodium



HILBERT TRANSFORMUNDAN YARARLANARAK EKG İŞARETLERİNİN ANALİZİ VE SINIFLANMASI

ÖZET

Ani, kalp nedenli ölümlerin her yıl beşyüzbinden fazla kurban aldığı gözönüne alındığında kalp ile ilgili sorunların zamanında teşhisinin ve tedavisinin önemi anlaşılmaktadır. Kalp hastalıklarının teşhisinde kullanılan yollardan en temeli elektrokardiyografi çekimidir. EKG işareti P, QRS ve T dalgalarından oluşmaktadır. Bu dalgaların biçimleri, süreleri ve birbirleriyle ilişkileri hastalık teşhisinde büyük önem taşımaktadır. Kalbin normal atım düzeni dışındaki bütün düzensizlikler aritmi olarak adlandırılmakta ve bu aritmilerin bazıları da hasta için büyük tehlike oluşturmaktadır. Aritmilerin zamanında teşhis edilmesi için bilgisayar tabanlı yorumlayıcı sistemler geliştirilmektedir. Böyle sistemlerde aritmi sezimi için değişik yöntemler kullanılmaktadır. Bu çalışmada, Hilbert transformundan yararlanılarak oluşturulan bir yöntem aritmi sezimi için önerilmiştir.

EKG’de aritmileri, spesifik olarak ön karıncık kasılmalarını (PVC), hızlı ve doğru olarak tanıma amacıyla yapılan bu tez çalışmasına konu alınan teknik, sadece EKG işareti ve işaretin Hilbert fonksiyonunun suni bir vektörkardiyogram elde etmek için kullanılmasını değil aynı zamanda da Fourier transformunu içermektedir. Aritmi sezimi yapabilmek için MIT/BIH Arrhythmia Database’den yararlanılmıştır. EKG işaretindeki normal ve anormal kalp atışlarını sınıflayabilmek için lineer bir eşitlik elde edilmiştir.

Önerilen model için Matlab V5.3 programı kullanılarak bir uygulama geliştirilmiştir. Bu uygulama; filtreleme, QRS dalgalarının seçilmesi, önerilen modelin uygulanması, sonuçların gösterimi, grafiklerin çizdirilmesi ve elde edilen bilgilerin depolanmasını içermektedir. Çalışma göstermektedir ki, önerilen aritmi sezme metodu PVC sezimini MIT/BIH veritabanından alınan işaretler için %99 başarı ile sağlamaktadır.

HILBERT TRANSFORM TO ECG SIGNAL ANALYSIS AND CLASSIFICATION

SUMMARY

The importance of diagnosis and medical treatment of heart diseases in time is understood when sudden cardiac death, the toll of which is over 500,000 per year, is considered. The basic way to diagnose heart diseases is to use electrocardiogram signals. ECG signals are formed of P, QRS, and T waves. The shape, duration, and interrelations of these waves are very important in diagnosis. All of the irregularities, which are different from normal heartbeat, are called arrhythmia and some of them are quite dangerous. Computer-based interpreter systems are currently being developed to diagnose arrhythmia. Various methods are applied in these systems. In this work, a method created using Hilbert transform is suggested for arrhythmia detection.

Technique to instantly and correctly detect arrhythmia, specifically PVC, from ECG that is subject to this thesis study covers ECG signal, its AVCG resulted from its Hilbert transform and Fourier descriptors. ECG signals from MIT/BIH arrhythmia database is used in the study. Consequently, a linear equation is created for ECG classification.

To implement the foundations of the study an application has been developed by using Matlab V5.3. This application includes filtering, selection of QRS waves, application of the proposed model, displaying outputs, drawing graphics, and storage of gathered information. The results show that the total sensitivity of arrhythmia detection has 99% for the MIT/BIH arrhythmia database.

1. GİRİŞ

Yüzonbeş sene önce Augustus D. Waller'ın ilk EKG kaydını yapmasıyla başlayan bu alandaki çalışmalar günümüzde de olanca hızıyla sürmektedir [1]. Yirminci yüzyılın ikinci yarısında hayatın her alanında kendine yer edinen bilgisayarlar tıpta ve özellikle EKG ile ilgili çalışmalarda kendini göstermeye başlamıştır. 1960'lı yıllar bilgisayarların tıp uygulamalarında yer almaya başladığı ilk dönemlerdir. Bu dönemlerde kalpten alınan EKG ve beyinden alınan EEG işaretleri bilgisayar yardımıyla analiz edilmeye başlanmıştır. 1970'li yıllar mikrobilgisayarların tıp elektroniğinde kullanılmaya başlandığı yıllardır. Günümüzde tıp elektroniğinde bilgisayarlardan, veri toplama, sıkıştırma, saklama, yorumlama ve değerlendirmeye kadar her aşamada yararlanılmaktadır.

Bu çalışma, anormal kalp ritimlerinin elektrokardiyogramlardan sayısal işaret analizi yoluyla belirlenmesini konu almaktadır. Çalışma konusu, her yıl 500,000'den fazla kurban alan ani kalp nedeni ölümleri adresleyen biyomedikal işaret işlemenin önemli bir uygulamasıdır. Bu ölümlerin enfarktüs geçirmekten, tam adıyla miyokardial enfarktüstən dolayı olduğu yönünde yaygın bir yanlışlık mevcuttur. Aslında ani kalpsel ölümlerin tahminen %80-90'lık kısmında gerçek "sanık" kendiliğinden baş gösteren anormal kalp ritimleri, özellikle de ventrikül fibrilasyonudur (VF) [2]. Bu ritim kaotik ve sürekli düzensiz elektriksel olaylardan oluşmakta ve kalbin kan pompalamasını bloke etmektedir. Bu durum hemen müdahale edilmemesi durumunda ölümcüldür. Yaygın olarak VF öncesinde daha organize bir aritmi olan ventrikül taşikardi (VT) kendini göstermektedir.

Tıbbi tanılarda objedeki işaret büyüklüğünün bilinmesi ve ölçümü önemlidir. Ölçümü yapılacak işaret birden fazla değişkene bağlı olabilir. Gürültü işaretinin şiddeti, ölçme hatası, kullanılan dönüştürücünün sınır aralığı ve sistem transfer fonksiyonu ölçülmesi istenen sinyal üzerinde etkilidir. Bir tür yarı-deterministik biyolojik sinyal olan elektrokardiyografik (EKG) işaret klinik uygulamalarda rutin olarak kullanılır. Çok miktarda EKG traselerinin analizi, uzman kişiler açısından

zaman alıcı, usandırıcı ve belli bir süre sonra yorucu olmaktadır. Bu analiz işlemini daha kısa sürede, yorulmadan ve doğru yapmak gerekir. EKG işaretinin analizi çalışmaları yüz yıla yakın bir geçmişe sahip olup günümüzde incelenmesinde bilgisayar tabanlı sistemlerin kullanımı yaygınlaşmıştır. Birçok tıbbi karar verme ve teşhis destek araçlarında da bilgisayar tabanlı sistemlerin kullanımı giderek yaygınlaşmaktadır.

EKG’de aritmileri, spesifik olarak ön karıncık kasılmalarını (PVC), hızlı ve doğru olarak tanıma amacıyla yapılan bu tez çalışması sekiz bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, konunun genel tanıtımı yapılarak tıp açısından elektrokardiyografinin önemi vurgulanmıştır.

İkinci bölümde, insanın hayati organlarından biri olan kalbin anatomik yapısı ve çalışma mekanizması gözden geçirilmiştir. Miyokard dokusu, miyokard hücresinin membranı, iyon geçişleri, membran potansiyeli, aksiyon potansiyeli ve fazlarının EKG’deki yansımaları irdelenmiştir. Kalbin önemli özellikleri ele alınarak uyarı sinyallerinin oluşumu ve kalbin elektriksel sistemi açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde, kalbin çalışması esnasında EKG işaretinin oluşumu, vücut yüzeyinden EKG işaretinin ölçülmesinde ölçme yöntemleri, ölçüm düzlemleri ve derivasyon bağlantıları, ölçme düzenekleri, EKG cihazında bulunan temel bölümler ve bunların sahip olması gereken önemli özellikleri irdelenmiştir. Normal bir EKG işaretinin sahip olduğu özellikleri detaylı olarak gözden geçirilmiştir. Zaman domeni analizinde, P, QRS ve T komplekslerinin genlik ve süreleri ile PR, QRS, ve T gibi dalga içi süreleri üzerinde durulmuştur.

Dördüncü bölümde, herhangi bir kalp hastalığından kaynaklanan EKG işaretinde görülen anormal sapmalar ve değişiklikler şeklinde ifade edilen aritmilerin oluşmasından sorumlu mekanizmalar ve aritmi çeşitleri incelenmiştir.

Beşinci bölümde, biyolojik işaretlerin sınıflanması kavramı teorik olarak ele alınmıştır. Daha sonra çalışmada ele alınan model bu teorik kavramlar üzerine inşa edilecektir.

Altıncı bölümde, bu tez çalışmasında önerilen sınıflama metodunda yararlanılan Hilbert dönüşümü ve bu dönüşümün özellikleri açıklanmıştır.

Yedinci bölümde, Hilbert transformundan yararlanarak EKG işaretlerinin analizi ve sınıflanması konusu irdelenmiş, oluşturulan model anlatılarak MIT/BIH ECG Arrhythmia Database'den edinilen çeşitli PVC'li ve normal EKG işaretlerinin önerilen model ile sınıflanması yapılarak PVC deteksiyonu gerçekleştirilmiştir.

Sekizinci bölümde de önerilen model kullanılarak edinilen sonuçlar ve modelin başarısı tartışılmıştır.

1.1 Konunun Tanıtılması

Bilgisayar aracılığıyla EKG yorumuna modern yaklaşımlar temel olarak iki tiptir. Birincisi, bir bilgisayara değişik teşhis kriterlerinin programlandığı deterministik metottur. İkincisi ise, istatistiksel yaklaşımdır.

Bilindiği gibi elektrokardiyogram kalbin elektriksel potansiyelinin kayıt edilmesini anlatır. Kalp hastalığı teşhisinde standart bir yöntem olarak kullanılan EKG, insan vücuduna cerrahi müdahale olmaksızın (noninvasive) takılan elektrotlar ve EKG cihazıyla kayıt edilir. Hastada, gün boyunca az miktarda anormal EKG periyotlarını bulmak amacıyla hastanın ambulatuvar EKG'si gözlemlenir. EKG'de P dalgası, QRS kompleksi, T dalgası ve varsa U dalgasında ölçüm noktalarına bakılır. Bu dalga ve komplekslerin şekilleri yorumlanır. EKG gösteriminde hastalık olup olmadığına karar vermede parametreler hesaplanır. RR intervali, PP intervali, QT intervali, PR segmenti, ST segmenti, TP segmenti, QRS kompleksinin genişliği gibi süre ve şekil bilgileri; R veya r, S veya s, Q veya q, gibi dalgaların genlik bilgileri; aks, eksen sapmaları gibi bu parametrelere örnek olarak verilebilir.

Bu tez çalışmasında EKG aritmilerinin tanınması ve sınıflanması amacıyla Hilbert transformundan faydalanılmıştır. EKG sinyalinin oluşumu, kalp yapısı ve çalışma sistemi, ritmik bozukluk ve şekil bozukluğu konuları ele alındıktan sonra, Hilbert transformundan faydalanılarak geliştirilen model detaylarıyla irdelenmiş ve bu metodun PVC deteksiyonundaki uygulaması üzerinde durulmuştur. Modelde bir PVC kalıbı seçilmiş ve ele alınan diğer EKG kayıtlarında PVC olup olmadığı incelenmiştir.

1.2 Çalışmanın Amacı

Son yıllarda literatürde EKG yorumu için birçok kriter önerilmektedir. Enfarktüs, dal bloğu, atrial ve ventriküler hipertrofi gibi temel teşhisleri tanımlayabilme, miyokardial enfarktüste lezyonun nedenini tahmin gibi, küçük alt dönemlere ilave kriter tanımlama gibi EKG araştırmaları yoğunlaşmaktadır. Kalp atış oranı değişiminin analizi, ST-T segmenti görüntülenmesi, takılabilir pacemaker defibrillatörler için otonom yorumlayıcı sistemlerin gelişimi gibi yeni tekniklere girilmektedir.

Parametrelerin hesaplanması ve ölçüm noktalarının tanınması doktorlar için usandırıcı bir işlemdir. Örneğin, Holter cihazı ile bir günde hastanın 100,000 EKG periyodu kayıt edilir. Anormal periyotları bulmak için bu miktardaki EKG verisinin yorumunu yapmaya yardımcı olmada otomatik bir EKG yorumlayıcı sisteme mutlaka ki ihtiyaç vardır. Doktorların bu kadar geniş verileri yorumlarken birçok anormal periyodu gözden kaçırmaları kaçınılmazdır. Birkaç hastanın EKG'sini yorumladıktan sonra yapılacak diğer yorumlamalarda yorgunluktan kaynaklanan hatalar artacaktır. Otomatik bir EKG yorumlayıcı sistem yardımıyla gözden kaçan anormallikler önlenebilir. Bazı otomatik yorumlayıcı sistemlerde önce referans noktalar tanımlanır, sonra parametreler hesaplanır. Daha sonra hesaplanan bu parametreler kullanılarak kalp hastalığı saptanır.

Bu çalışmada, EKG işaretinde aritmi tanıma ve sınıflamada geleneksel olmayan bir model incelenecek, Hilbert ve Fourier dönüşümlerinin EKG'ye uygulanmasını baz alan bir metot tanıtılacaktır.

1.3 Elektrokardiyografi

İnsan vücudu üzerinden algılanan ve kalbin elektriksel aktivitesinin sonucu olarak ortaya çıkan belli tipteki işaretlere, elektrokardiyogram, elektrokardiyografik işaret, EKG işareti veya kısaca EKG adı verilir. EKG işaretlerinin elde edilmesini, gösterilmesini veya kaydedilmesini sağlayan cihazlara elektrokardiyograf ve EKG ile ilgili sistemlere de genel olarak elektrokardiyografi denir. İnsan ölümlerinin büyük bir yüzdesini, kalp ve buna bağlı rahatsızlıklar oluşturmaktadır. Bu yüzden, kalbin

alışması sırasında oluşan bozuklukların bir göstergesi olan EKG işaretleri, işlenmeleri ve yorumlanmaları açısından büyük önem taşımaktadır [3], [4].

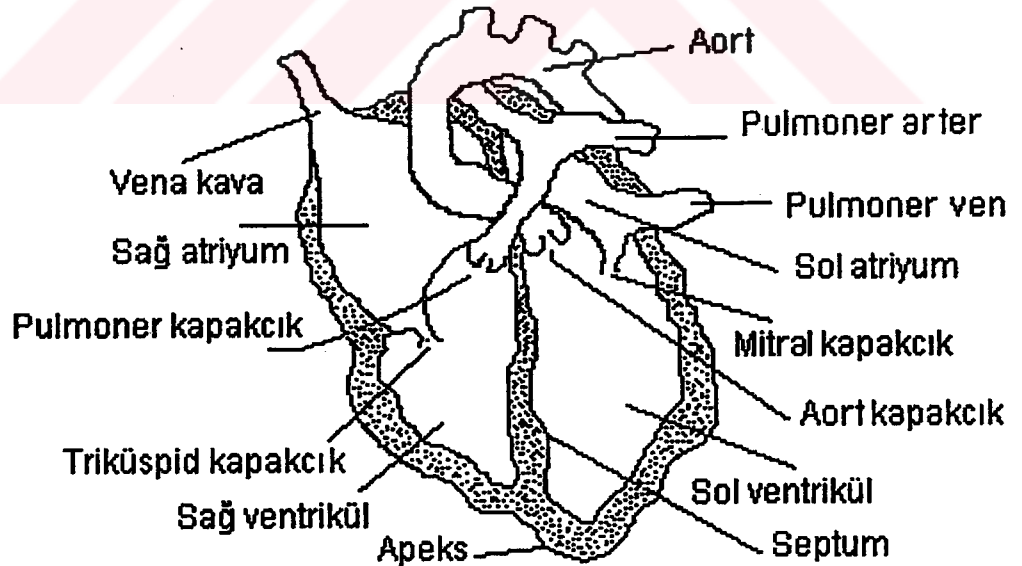


2. KALBİN FİZYOLOJİSİ VE ÇALIŞMASI

Kalp, birbirini izleyen dönemler boyunca hiç durmadan belirli bir elektrik potansiyel üreten ve bu etkinliğin ardından kontraksiyon olarak da adlandırılan mekanik işi yapan bir organdır. Bu yüzden kalbin bir elektromotor kuvvet kaynağı olduğundan söz edilebilir [5].

2.1 Kalbin Anatomisi

Kalp, göğüs kafesi içinde ters çevrilmiş bir koni şeklindedir. Damarların girdiği üst kısmına taban, ventriküllerin bulunduğu uç kısmına ise apex denir (Şekil 2.1). Sistemik dolaşımda, arterlerle (atardamarlar) venler (toplardamarlar) arasında büyük bir basınç gradyanı vardır. Dolayısıyla sol kalp bir basınç pompası gibi düşünülebilir [6]. Pulmoner dolaşımda ise arterlerle venler arasındaki basınç farkı az olup, sağ kalp bir hacim pompası olarak düşünülür.



Şekil 2.1: Kalbin anatomik yapısı

Sistemik dolaşım yüksek basınca ihtiyaç gösterdiğinden, sol kalpte daha geniş ve kuvvetli bir kas kütlesi vardır. şayet uzun bir zaman aralığındaki ortalamalar göz önüne alınırsa, her iki tarafın da pompaladıkları ortalama kan hacmi birbirine eşittir. Sol ventrikülde vücudun en uç noktalarına kadar kanın ulaşmasını sağlayacak bir basınç oluşur. Kan pompalama işlemi, kalbin odacıklarının etrafını eviren kalp kaslarının kasılması ile olur. Bu kaslar, kalbi bir elenk gibi ren koroner arterlerle beslenir. Koroner arter sistemi, sistemik dolaşımın özel bir parçasıdır.

Sağ atriyum dolduğunda (erken hızlı dolum fazı), kalp kasılarak kanın triküspid ( parçalı) kapakçık yolu ile sağ ventriküle geçmesini sağlar. Ventriküldeki basınç atriyum basıncının üzerine çıktığında triküspid kapak kapanır. Sağ ventrikülün kasılması ile yarım ay şeklindeki pulmoner kapak açılır ve kan pulmoner artere pompalanır. Ana pulmoner arter iki artere (sağ ve sol pulmoner arter) ayrılıp akciğerlere ulaşır. Akciğerlerde ise gittikçe küçülen kollara bölünerek kesit alanları son derece küçük olan arteriollere ayrılır. Akciğerlerdeki gaz değişimi alveol denilen hava keseciklerinde olur. Bu arterioller, alveollerin etrafını ren kılcal damarları beslerler.

Diğer taraftan, temizlenmiş kan bu kılcal damarlar yolu ile çok ince venüllere ve oradan da gittikçe büyüyerek pulmoner venlere (4 adet) ve sol kalbe ulaşır. Pulmoner venlerden sol atriyuma giren kan, sol atriyum kaslarının kasılması ile mitral kapakçık üzerinden diyastol süresince sol ventriküle pompalanır. Ventriküldeki volümün artması sonucu mitral kapakçığı kapanır. Sol ventrikül kasları kasıldığında oluşun basınç sonucu aort kapakçığı açılır ve kan aorta pompalanır. Bu olayla senkron olarak pulmoner kapakçık da açılır ve sağ ventrikül içindeki venöz kan pulmoner artere pompalanır.

Kalbin pompalama fonksiyonu, sistol ve diyastol olmak üzere iki kısma ayrılır. Sistol; kalp kaslarının, özellikle sol ventrikül kaslarının, kasılarak kanın pulmoner arter ve aorta pompalanması zamanıdır. Diyastol ise kalp odacıklarının gevşeyerek kanla dolduğu zamandır. Kan, arter sistemine pompalandıktan sonra kalp, dinlenme durumuna geçer ve çıkış kapakları kapanır; kısa bir süre sonra giriş kapakçıkları açılarak diyastol ve yeni bir kalp çevrimi başlar. Arterlerden ayrılarak çeşitli kollardan geçen kan, beyne, uzuvlara ve diğer organlara ulaşır.

Arteriyel sistemin son basamağında, damarların kesit alanları küçülür ve sayıları artarak en ince damarlara kadar devam ederler. Bu ince damarlar hücrelere oksijenin geçtiği ve hücrelerin içindeki CO₂'in kana geçtiği kılcal damarları beslerler. Bundan sonra büyük venlere ve onlarda superior ve inferior vena kavalara bağlanırlar. Kalbin kendisini beslemesi, aorttan ayrılan koroner arterler yolu ile olur. Bu arterler de kılcal damar sistemine benzer bir sisteme dönüşürler ve kardiyak venlerine bağlanırlar. Kalbi besleyen kan, kalbe koroner sinüs yolu ile döner.

Sağlıklı büyüklerde (erişkin) kalp vuruş hızı 60-120 vuruş/dak. arasındadır. Kalp vuruş hızı, ayağa kalkıldığında artar, oturulduğunda ise düşer. Bir bebekte normal koşullarda kalp vuruş hızı 140 vuruş/dakikaya çıkabilir. Bunlardan başka, birçok psikolojik, fizyolojik ve çevresel etkenler kalp vuruş hızını etkiler. Kalp, dakikada ortalama 5 litre kan pompalar. Ağır egzersiz sırasında bu miktar çok artabilir. Herhangi bir anda, toplam kan hacminin %75'i venlerde, yaklaşık %20'si arterlerde ve geri kalanı da kılcal damarlarda bulunur.

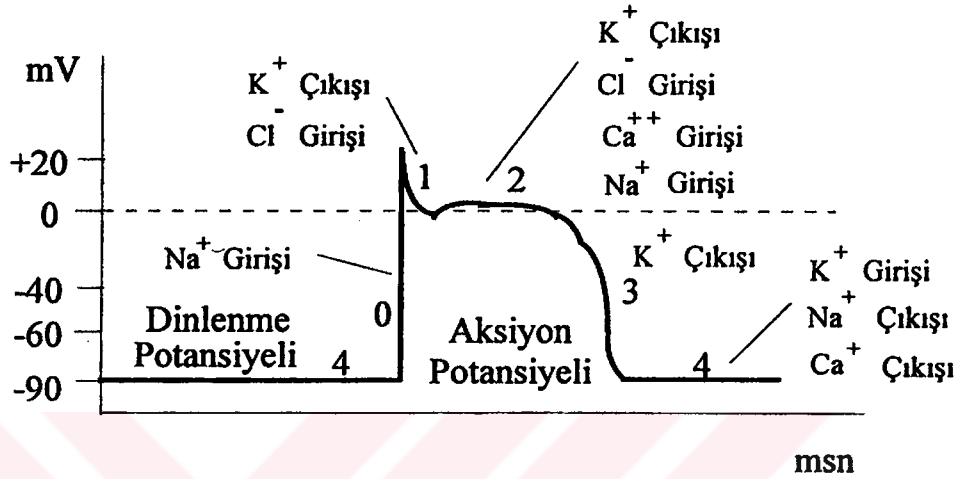
Kan basıncının maksimum değerine sistolik kan basıncı, en düşük değerine de diyastolik kan basıncı denir ve genellikle "sistolik basınç/diyastolik basınç" şeklinde gösterilir. Ölçü birimi olarak mmHg kullanılır. Büyüklerde, normal koşullarda koldaki atardamardan ölçülen sistolik basınç 90 ile 140 mmHg arasında değişir ve ortalama değeri 120 mmHg'dir. Normal diyastolik basıncın ortalama değeri ise 85 mmHg'dir.

2.2 Miyokard Dokusu

Miyokard, çok sayıda ince uzun hücreden oluşan bir dokudur. Yan uzantılarının yardımıyla yer yer birleşen miyokard hücreleri, bir takım diskler aracılığı ile uç uca bağlanarak dizilirler. Hücrelerin içinde miyofibril adı verilen ve kontraksiyon işlevini üstlenen öğeler yer alırlar. Miyofibrillerin bir araya gelmesi ile kontraksiyon aygıtı olarak nitelendirilen birim oluşur.

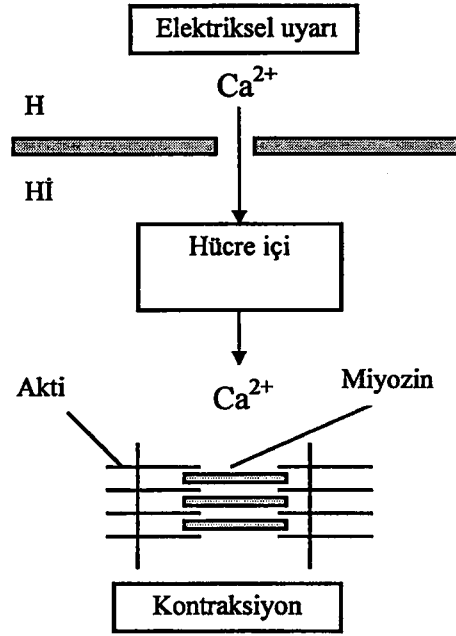
Miyokardın kasılması için ön koşul, hücre membranının elektriksel anlamda uyarımıdır (eksitasyon). Elektriksel anlamda uyarımı mekanik harekete dönüştüren ana etmen Ca iyonudur.

Dinlenme durumundaki miyokard hücresinde belirli uyarım tarafından başlatılan elektrokimyasal içerikli etkinliğe aksiyon potansiyeli yada elektriksel sistol adı verilir. Aksiyon potansiyeli, depolarizasyon ve repolarizasyon aşamalarından oluşur. Hücrenin repolarizasyonu izleyerek başlangıç durumundaki özelliklerine dönmesi ile dinlenme potansiyeli diğer adı ile elektriksel diyastol gelişimi Şekil 2.2'de gösterilmiştir [3].



Şekil 2.2: Miyokard hücresinin membran potansiyelinin evreleri ve membran potansiyelinin iyon devinimleri ile ilgisi

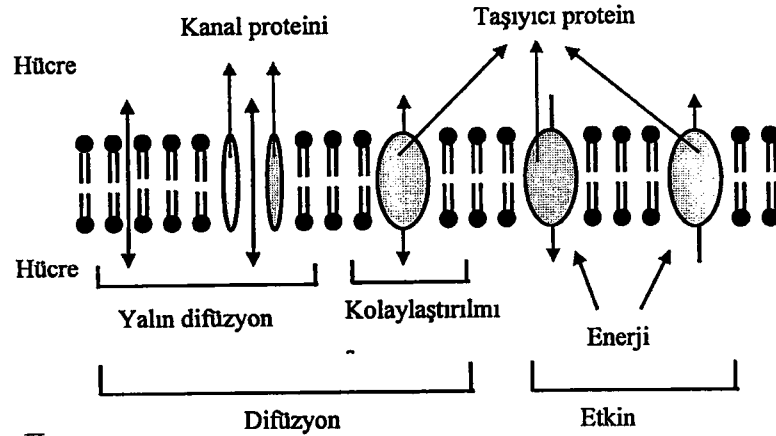
Depolarizasyon sırasında, membran dinlenme potansiyelinin -90 mV düzeyinden -40 mV seviyesine ulaşması ile açılan ve bu nedenle "depolarizasyon aracılığı ile işleyen kanal (depolarization-operated channel)" ya da "voltaj aracılığı ile işleyen kanal (voltage-operated channel)" olarak nitelendirilen özel geçitlerden hücreye giren Ca, öncelikle biriktiği hücre içi Ca deposundan salıverilerek, aktin ile miyozin arasındaki etkileşimi baskılayan tropomiyozinin bu işlevini ortadan kaldırıp kontraksiyonu başlatır (Şekil 2.3).



Şekil 2.3: Eksitasyon-kontraksiyon eşlenmesi (H: Hücre dışı, Hİ: Hücre içi)

2.2.1 Miyokard Hücresinin Membranı

Miyokard hücresinin membranı fosfolipid moleküllerden oluşan iki katmanlı bir kılıf görünümündedir (Şekil 2.4). Membranın elektrofizyolojik açıdan temel özelliği iyonların bir yanından diğer yanına iletilmelerini sağlayan geçiş yerleri içermesidir. Bu iyon geçitleri ya kanal adı verilen açıklıklar biçiminde yada protein bileşiklikleri niteliğinde yapılanmışlardır.



Şekil 2.4: Hücre membranında yerleşik iyon geçitleri

İyonları yüksek yoğunlukta oldukları yerden düşük yoğunlukta yere ileten ve böylece yalın difüzyonlarını gerçekleştiren kanallar seçici olarak geçirdikleri iyon türüne göre Na kanalı, Ca kanalı, K kanalı olarak adlandırılırlar. Kanallar genellikle birden çok kapı ile denetlenen geçiş aralıklarıdır. Protein yapısında kapıları membran potansiyelinin belirli bir düzeye ulaşması ile açılan kanala voltaj aracılığı ile işleyen kanal denir. Na kanallarının, -90 mV dolayındaki membran potansiyelinin -65 mV dolayına ulaşması ile açılmalarına karşın Ca kanallarının çoğu -40mV dolayında etkinleşirler. Voltaj değişikliği ile açılan kanallar yine voltaj değişikliği ve zamana bağımlı olarak kapanırlar.

Kanallar, iyon akımına elverişli duruma geçmeleri için gereken süreye bakılarak hızlı kanal ve yavaş kanal olarak ikiye ayrılırlar. Na kanallarının hızlı olmasına karşılık, K ve özellikle Ca kanalları yavaş kanallardır. Hızlı Na kanalları atriyum, ventrikül ve Purkinje hücrelerinde, yavaş Ca kanalları ise sinüs-atriyum düğümü ile atriyum-ventrikül düğümünde etkinlik gösterirler.

Membrana yerleşik protein bileşikleri iyonların devinimi yönünden değişik davranırlar. Bir bölümü iyonları çok yoğun oldukları taraftan az yoğun olduklara tarafa yoğunluk gradyanı uyarınca geçiren edilgen difüzyon öğeleridir. Bu nitelikteki iyon geçişi taşıyıcı aracılığı ile difüzyon yada kolaylaştırılmış difüzyon olarak adlandırılır. Taşıyıcı protein bileşikleri yarı seçici olan özellikleri nedeni ile bazı iyonları az bazılarını ise çok geçiren birimlerdir.

Miyokard hücresinin membranından iyon geçişi, yalın kanal difüzyonu, taşıyıcı aracılığı ile edilgin difüzyon ve enerjiye dayalı etkin taşıma yollarından biri ile olur.

Bir iyonun, sürgit hücre dışından hücre içine ya da hücre içinden hücre dışına geçişi kesinlikle söz konusu değildir. Kalbin elektriksel dolayısıyla mekanik etkinliğinin belirli bir düzen içinde ard arda yinelenmesi için, elektriksel çevrimin bir döneminde hücreye giren yada hücreden çıkan iyonun o çevrim içinde yerine dönmesi gereklidir. Depolarizasyon evresinde kendine özgü kanallar içinden geçerek hücreye giren Na iyonu, Na-K pompası tarafından yeniden hücre dışına çıkarılır.

Yalın kanal difüzyonunun hızı, bu konuda hiç bir sınırlama olmaksızın, iyon yoğunluğu ile doğru orantılı olarak artar. Söz konusu bağıntı, sınırlı bir iyon değerine kadar da olsa, taşıyıcı aracılığı ile difüzyon içinde geçerlidir. Belirli bir

iyon yoğunluğunun karşılığı olan kanal difüzyonunun hızı, taşıyıcı aracılığı ile difüzyonun hızından daha yüksektir. Bir iyonun difüzyon yönünü ve hızını belirleyen başlıca etmenler, kanalların ya da taşıyıcı protein bileşiklerinin sayıları ve nitelikleri, membranın iki yanındaki iyon yoğunlukları arasındaki farkı (yoğunluk gradyanı), membrandan geçemeyen öbür iyonların oluşturdukları elektriksel potansiyel ve iki yandaki basınç farkı olarak sıralanabilir.

Bir iyon, yoğunluk gradyanı ile elektriksel gradyanın cebirsel toplamı sıfır oluncaya kadar hücre dışına akar. Dengenin kurulduğu ve difüzyonun durduğu andaki elektrokimyasal gerilime, denge potansiyeli ya da Nernst potansiyeli denir. 37 °C'lık normal vücut sıcaklığı için Nernst eşitliği (2.1)'de gösterildiği şekilde ifade edilir. Buna göre Denge Potansiyeli E'nin değeri:

$$E(\text{mV}) = \pm 61 \log (Y_{\text{ic}} / Y_{\text{dis}}) \quad (2.1)$$

olarak bulunur. Bu eşitlikte Y_{ic} hücre içi yoğunluğu, Y_{dis} hücre dışı yoğunluğu göstermektedir. Denge potansiyeli, konu edilen iyonun yükünün negatif olduğu durumlarda pozitif, iyonun yükünün pozitif olduğu durumlarda ise negatiftir.

Denge potansiyelinin gelişebilmesi ve Nernst eşitliğinin geçerli sayılabilmesi için gerekli ön koşullar, membranın yalnız bir iyon için seçici geçirgen olması ve iyonun iç ve dış yoğunlukları arasında fark bulunmasıdır.

Membranın birden çok, örneğin iki iyon birden geçirgen olduğu durumlarda, denge potansiyelinin bulunmasında aşağıda gösterilen Goldman-Hodgkin-Katz denkleminde yararlanılır. Bu eşitlikte, G geçirgenlik değeridir.

$$E(\text{mV}) = -61 \log \left(\frac{G \cdot Y_{\text{ic}} + G' \cdot Y'_{\text{ic}}}{G \cdot Y_{\text{dis}} + G' \cdot Y'_{\text{dis}}} \right) \quad (2.2)$$

2.2.2 Membran Potansiyeli

İnsan bedeninde yer alan tüm hücrelerin iç ve dış ortamları arasında transmembran potansiyel yada kısaca membran potansiyeli adı verilen elektriksel bir gerilim farkı vardır. Hücrelerin bir bölümünün dıştan uyarılmaları koşulu ile potansiyel oluşturabilmelerine karşılık kimi hücreler, dış uyarıya gerek duymadan, kendiliklerinden potansiyel üretebilirler. Atriyum ve ventrikül miyokardında yer alan

ve kontraksiyon işlevi ile yükümlü olan hücreler potansiyel üretme konusunda dış uyarıya bağımlıdır. Buna karşılık, sinüs-atriyum düğümünde, atriyum-ventrikül kavşağında ve Purkinje sisteminde bulunan hücreler kendi etkinlikleri ile potansiyel üreten birimlerdir.

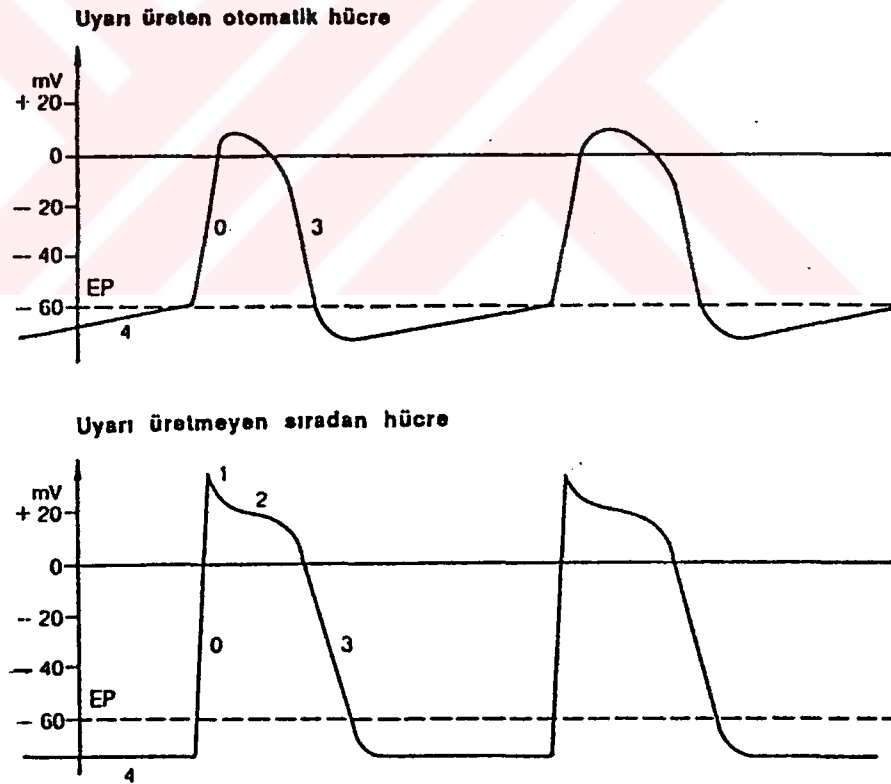
Kontraksiyon işlevi yapan sıradan bir atriyum ya da ventrikül hücresinin dinlenme durumundaki membran potansiyeline "membran dinlenme potansiyeli," dıştan uyarıldığında oluşturduğu membran potansiyeline ise "membran aksiyon potansiyeli" adları verilir (Şekil 2.2). Aksiyon potansiyeli, depolarizasyon ile onu izleyen repolarizasyon dönemlerini içerir. Sinüs-atriyum düğümünün, atriyum-ventrikül düğümünün yada Purkinje hücresinin kendiliğinden depolarizasyon oluşturması ise uyarının üretimi anlamına gelen bir etkinliktir. Böylece üretilen aksiyon potansiyelinin gerçek bir uyarı görevi yaparak çevredeki sıradan hücrelere yayılması ve hücreden hücreye iletilerek tüm miyokardı etkilemesi doğal bir sonuçtur.

Şekil 2.2 de -90 mV'luk membran dinlenme potansiyeline faz-4 adı verilir. Polarizasyon durumundaki (dinlenme konumundaki) hücrenin doğal yada yapay yollardan uyarılması ile depolarizasyon evresi başlar. Pozitif yüklü Na iyonunun hızla hücre içine girişi sonucunda oluşan depolarizasyon Şekil 2.2 de faz-0 olarak isimlendirilir. Faz-0 döneminde membran potansiyeli +20 mV civarındadır. Faz-0 döneminin oluşması yani depolarizasyonun başlayabilmesi için membran potansiyelinin -60 mV'luk seviyeye ulaşması gerekir. Burada -60 mV'luk membran potansiyel seviyesine eşik potansiyeli denir.

Depolarizasyonu, yeniden polarizasyon durumuna dönüş süreci anlamına gelen repolarizasyon evresi izler. Repolarizasyon başlangıcında beliren hızlı duruma faz-1, repolarizasyonun plato yapan kısmına faz-2, repolarizasyonun yavaşladığı kısmına ise faz-3 denir. Faz-0,1,2,3 olarak gösterilen membran potansiyeli değişikliklerinin tümü aksiyon potansiyeli olarak adlandırılır. Faz-3'ün bitimi ile tamamlanan repolarizasyonu, yeniden dinlenme dönemi anlamına gelen faz-4 izler.

Sinirsel bir desteğe gerek olmadan, kendiliğinden vurum üreterek belirli bir ritmi başlatıp sürdürme yetisine sahip olan kalbin bu özelliğine otomatiklik yada ritmiklik özelliği adı verilir. Vurum ve dolayısıyla ritim oluşturabilen özel hücreler, otomatik hücreler yada uyarı üreten {pacemaking} hücreler olarak nitelendirilirler.

Otomatik hücreler; başlıca sinüs-atriyum (SA) düğümünde, büyük venlerin sağ atriyum ile yaptıkları kavşakların çevrelerinde, koroner sinüsün ağzına yakın yörelerde, özelleşmiş atriyum dokularında, atriyum septumunda, atriyum-ventrikül (AV) düğümünün His dalı ile birleştiği kesimde, His dalında, pulmoner venin sol atriyuma girdiği yörede, sol atriyum-ventrikül halkasını çevreleyen bölgede, His dalının sağ ve sol ventriküllerin içinde yayılan uzantılarında ve Purkinje ağında bulunurlar. Normal koşullarda, otomatiklik düzeyi en yüksek olan ve belirli bir zaman biriminde en çok sayıda uyarı üretebilen hücreler SA düğümünde yer alanlardır. SA düğümünden çevreye doğru gidildikçe uyarı odaklarının otomatikliklerinin azaldığı ve odakların yavaşladığı görülür. Kalbin uyarımı konusunda odaklar arasında yarışkanlık özelliği bulunduğu ve kural olarak hızlı odak yavaş odağı bastırıp susturduğundan kalbin doğal ve primer uyarı odağı SA düğümüdür. Kendiliğinden aksiyon potansiyeli üreten otomatik hücre ile uyarı üretemeyen sıradan bir hücrenin membran potansiyeli eğrileri arasındaki temel fark faz-0 ve faz-4 ile ilişkilidir (Şekil 2.5).



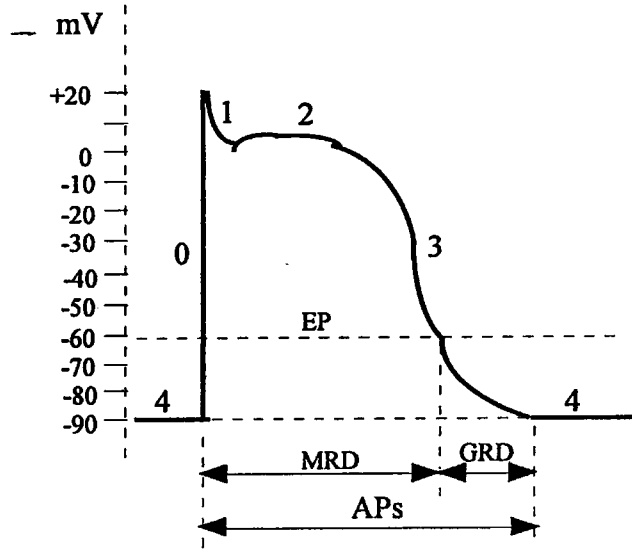
Şekil 2.5: Uyarı üreten otomatik hücre ile uyarı üretmeyen sıradan miyokard hücresine ilişkin membran potansiyel eğrileri (EP=eşik potansiyeli)

Uyarı üretebilsin yada üretemesin, tüm miyokard hücrelerinin, doğal yada yapay uyarıları depolarizasyon sürecine girerek yanıtlayabilme özelliği bulunmaktadır. Miyokard hücrelerinin bu nitelikleri kalbe uyarılabilirlik özelliğini sağlamaktadırlar.

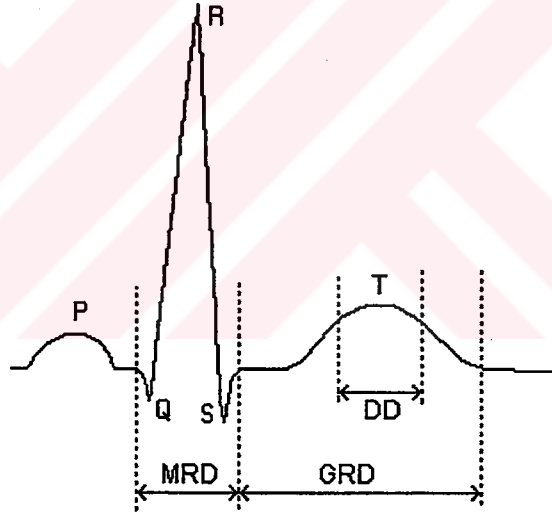
Uyarının, hücrenin bir ucundan öbür ucuna ve bir hücreden diğerine yayılabilme özelliğine kalbin iletkenliği denir. İletim hızı en yüksek olan kalp dokusu Purkinje sisteminde yerleşiktir. Buna karşılık AV düğümü uyarıyı en yavaş ileten kesimdir. Uyarının hücre içinde yada hücreden hücreye iletimini sağlayan etmen Na iyonu akımıdır. Depolarizasyon sürecini daha önce tamamlamış olan komşu hücrenin içinde yoğunlaşan pozitif Na iyonu, aradaki diski aşp henüz dinlenme durumundaki bitişik hücreye sızarak membran potansiyelini hızlı Na kanallarının açılması için gerekli eşik potansiyeli düzeyine ulaştırır. Açılan kanallardan hücre içine Na iyonu bir yandan depolarizasyonu oluştururken öbür yandan komşu hücreye sızarak aynı olaylar zinciri devam eder. Uyarının otomatik hücreler arasındaki iletiminden ya da otomatik hücreden otomatik olmayan hücreye geçişinden pozitif Ca iyonu sorumludur.

Kalp hücresinin belirli bir depolarizasyon ile yanıtlayabilmesinin ön koşulu, Na kanallarının açılmaya elverişli bir durumda olmasıdır. Na kanallarının açılıp kapanmaları voltaj ve zaman ile ilişkilidir. Depolarizasyon sonunda membran potansiyelinin pozitif bir değere ulaşması ile en çok 1 msn açık kaldıktan sonra kapanan hızlı Na kanallarının tümünün yeniden açılabilir nitelik gösterebilmeleri için aradan belirli bir süre geçmesi ve özellikle membran potansiyelinin -90 mV düzeyine inmesi gereklidir. Depolarizasyon aşamasında oluşan +20 mV dolayındaki pozitif membran potansiyeli izleyen süre içinde -60 mV düzeyindeki eşik potansiyeli sınırına dönmedikçe hücrenin uyarılması olanaksızdır. Faz-1'i, faz-2'yi ve faz-3'ün bir kesimini kapsayan yanıtsızlık devresine mutlak refrakter dönem adı verilir (Şekil 2.6).

Faz-3'ün geride kalan kesimini içeren ve membran potansiyelinin -60 mV ile -90 mV değerleri arasındaki süreç ise görece refrakter dönem olarak nitelendirilir. Görece refrakter dönemin özelliği, bu evrede ancak olağandan güçlü uyarıların yanıtlanabilmesidir.



Şekil 2.6: Membran potansiyel eğrisi üzerinde ventrikül miyokard hücresinin refrakter dönemleri (EP=eşik potansiyeli, MRD=mutlak refrakter dönem, GRD=görel refrakter dönem, APS=Aksiyon potansiyeli)



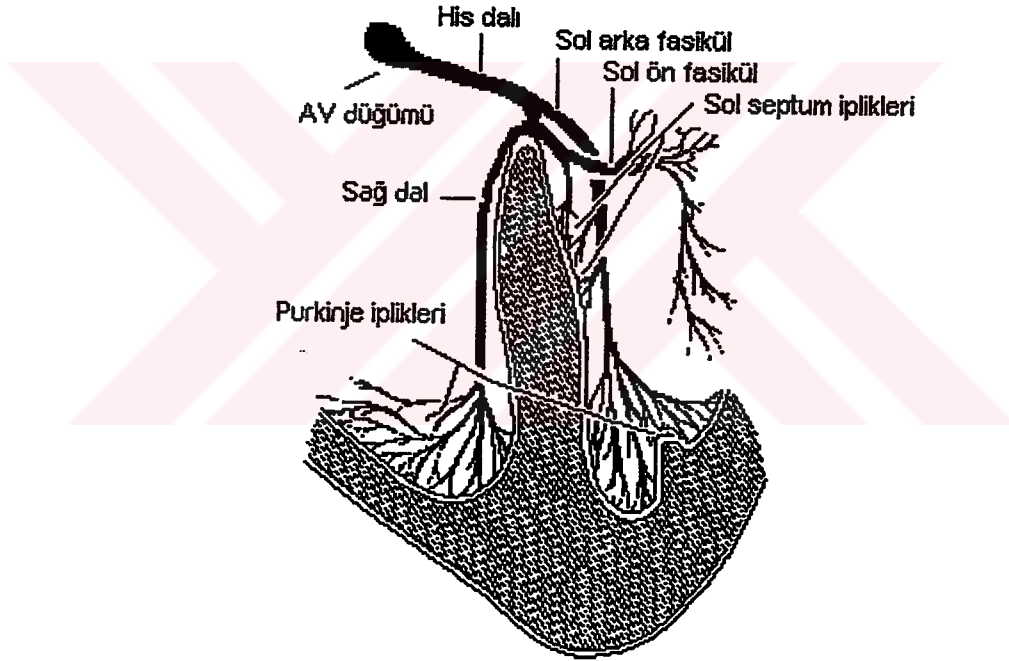
Şekil 2.7: Elektrokardiyogram üzerinde ventrikül miyokardi hücresinin refrakter dönemleri (MRD=mutlak refrakter dönem, GRD=görel refrakter dönem, DD=duyarlı dönem)

Refrakter dönem, AV düğümünde en uzun, atriyum miyokardında en kısadır. Mutlak refrakter dönemin EKG’de karşılığı QRS bileşiği, görel refrakter dönemin karşılığı ise S dalgasından T dalgasının sonuna kadar uzanan aralıktır (Şekil 2.7) Görel refrakter dönemin bir bölümünü kapsayan ve T dalgasının doruğuna denk düşen duyarlı döneme rastlayan uyarılar, ventrikül fibrilasyonu gibi çekinceli ritim

bozuklukları oluşturabilirler. Duyarlı dönemin nedeni, o sırada kimi miyokard kesimlerinin refrakter dönemde olmaları, kimi miyokard kesimlerinin ise refrakter dönemden çıkıp uyarılmaya elverişli bir evreye geçmeleridir.

2.3 Kalbin Elektriksel İletim Sistemi

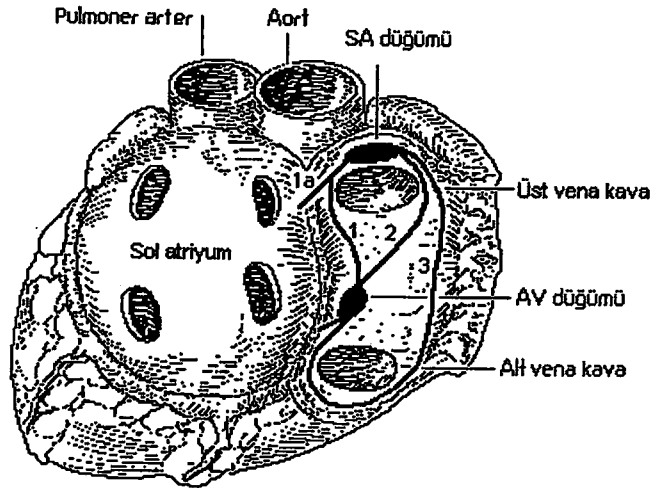
İletim sistemi, sinoatriyal düğüm (sinüs düğümü, sinoatrial node-SA), atrioventriküler düğüm (atrioventricular node, AV), His demeti (bundle of His), demet kolları (bundle branches) ve Purkinje liflerinden oluşur. SA düğümü, kalbin vuru düzenleyicisi (pacemaker) olarak çalışır. Pacemaker, hareketi başlatan, hareketin hızını belirleyen anlamına gelmektedir. SA düğümünde kendi kendine oluşan aksiyon potansiyeli, depolarizasyon dalgası halinde tüm kalbe yayılır. Şekil 2.8 ve Şekil 2.9’da kalbin elektriksel iletim sistemi gösterilmektedir.



Şekil 2.8: Kalbin iletim sistemi

Kalp hücreleri arasındaki geçiş ise hücreler arası alçak direnç bölgelerini oluşturan geçit bölgeleri üzerinden olur. SA düğümü sağ atriumun arka duvarında yer alan (3x10 mm boyutunda) özelleşmiş kalp hücrelerinden oluşmuştur. SA düğümünün oluşturduğu aksiyon potansiyelinin frekansı değişen koşulların ihtiyacını karşılamak üzere Merkez Sinir Sistemi tarafından da kontrol edilmektedir. SA düğümünde

oluşan aksiyon potansiyeli atriyumlar üzerindeki iletim yolları üzerinden hızlı bir şekilde yayılarak atriyumların kasılmasını sağlar ve buradaki kan ventriküllere basılır.



Şekil 2.9: Kalbin iletim sistemi (1= Ön internodal yol, 1a= Sol atriyumda dağılan interatriyal yol, 2=Orta internodal yol, 3= Arka internodal yol)

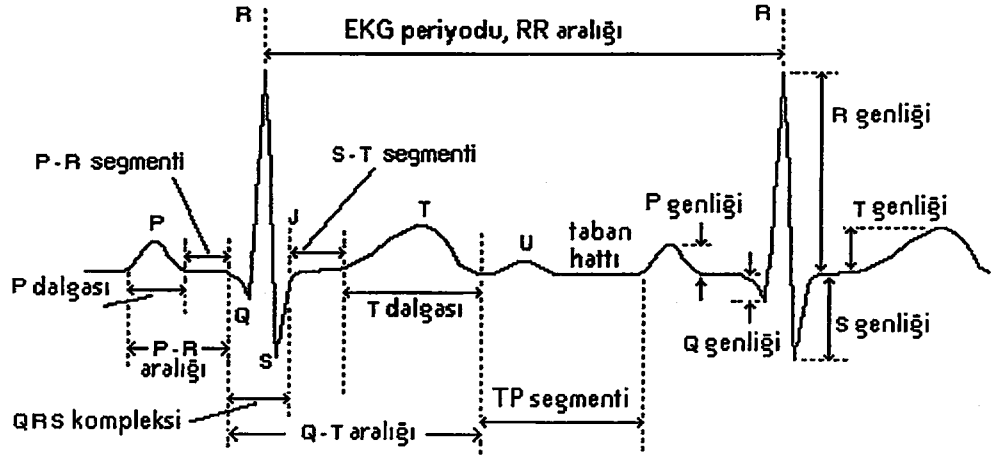
SA düğümünde oluşan aksiyon potansiyeli 30-50 ms sonra AV düğümüne ulaşır. Bu süre atriyumların içlerindeki kanı tümüyle ventriküllere doldurmaları için yeterli değildir. Bu nedenle ventriküllerin kasılmasının bir süre sonra yapılması gereklidir. Bu işlem bir geciktirme elemanı gibi çalışan AV düğümünde, aksiyon potansiyelinin 110 ms kadar geciktirilmesi ile sağlanır. Atriyumlarla ventriküller arasındaki yağlı septum bölgesi elektriksel izolasyonu sağlar ve kalbin bu iki bölgesi arasında iletim, sadece iletim sistemi üzerinden yapılır. Ventriküllerin uyarılması Purkinje lifleri ile olur. Purkinje lifleri yardımı ile uyarılan miyokardiyum kasılır ve buradaki kan arterlere pompalanır.

3. ELEKTROKARDİYOĞRAFI

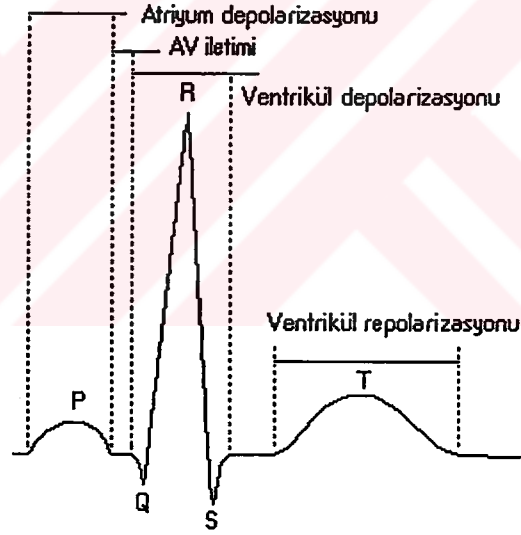
3.1 Temel Tanımlar

Bölüm 1.3’de açıklandığı gibi insan vücudu üzerinden algılanan ve kalbin elektriksel aktivitesinin sonucu olarak ortaya çıkan belli tipteki işaretlere elektrokardiyogram, elektrokardiyografik işaret, EKG işareti veya kısaca EKG adı verilir. EKG işaretlerinin elde edilmesini, gösterilmesini veya kaydedilmesini sağlayan cihazlara elektrokardiyograf ve EKG ile ilgili sistemlere de genel olarak elektrokardiyografi denir [3], [4]. İlk EKG 1887 yılında Augustus D. Waller tarafından kaydedilmiştir[1]. Yirminci yüzyılın başlarında Wilhelm Einthoven vücut yüzeyindeki elektriksel potansiyel farklarını telli galvanometre ile kaydedebilmek için bir metot önerdi [7]. Önerdiği sistem elektrot çiftleri arasındaki potansiyel farklarını ölçen üç çift elektrottan oluşuyordu. Bir çift elektrot kollar üzerine yerleştirildi, diğer bir çift elektrot sağ kol ve sol bacak üzerine ve diğer çift de sol kol ve sol bacak üzerine yerleştirildi [7]. Elektrokardiyografinin gelişmesine büyük katkıda bulunan bu olaydan sonra EKG işaretinin kalp hastalıklarına tanı koymadaki yeri ve önemi giderek artmıştır. Metabolizması anormal nitelikler almış bir kalpte elektriksel kuvvetlerin doğuş ve yayılış biçiminde, depolarizasyon ve repolarizasyon işleminin oluşumundaki bozulmaların EKG’de yansımalarından dolayı, bazı kalp hastalıklarının teşhisinde endirek bir şekilde EKG’den yararlanılabilir [8].

Normal EKG işareti, kalbin dinlenme durumundaki izoelektrik seviyesi {taban seviyesi, taban hattı} üzerinde sıralanan belli başlı P, Q, R, S ve T adları verilen dalgalardan oluşur. Bazen T dalgasını takiben küçük genlikli bir U dalgası da olabilir [5]. Şekil 3.1’de normal bir elektrokardiyogram bileşiği, Şekil 3.2’de ise elektrokardiyogramda yer alan dalgaların ve aralıkların kalbin elektriksel etkinliğine ilişkin karşılıkları gösterilmiştir.



Şekil 3.1: Normal elektrokardiyogram kalıbı, tipik dalga şekilleri ve aralıkları

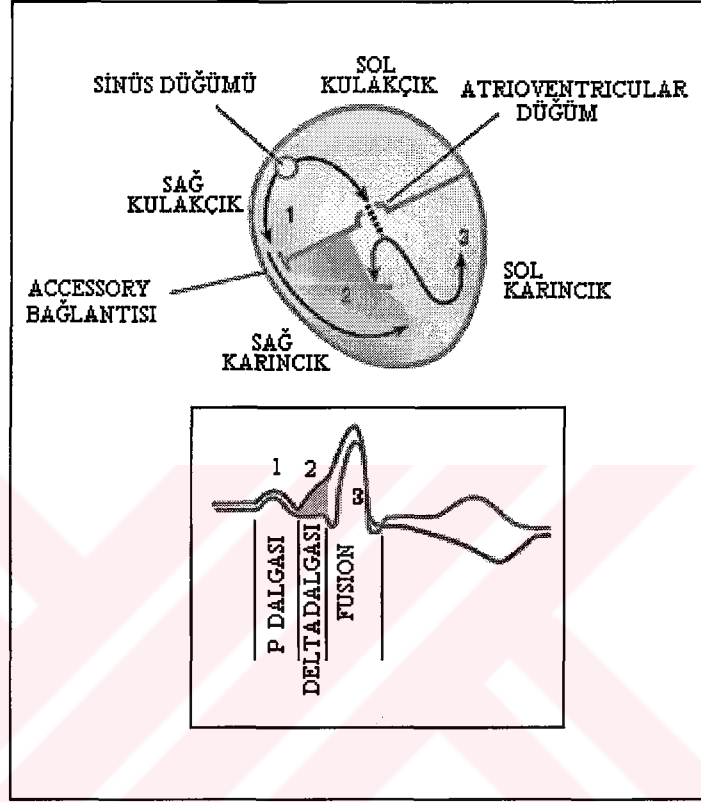


Şekil 3.2: Elektrokardiyogramda yer alan dalgaların ve aralıkların kalbin elektriksel etkinliğine ilişkin karşılıkları

Bu bölümde ilk olarak QRS dalgasının genel incelenmesi yapılacak daha sonra elektrokardiyogramı oluşturan P,Q,R,S,T dalgaları hakkında detaylı bilgi verilecektir. Genel bir inceleme yapabilmek için de kalbin uyarı iletim yolları ve derivasyon kavramları incelenecektir.

3.2 Kalbin Uyarı İletim Yolları

Kalbin doğal yada primer uyarı odağı üst ven ile sağ atriyum kavşağı dolayındaki terminal sinüs - atriyum (SA) düğümüdür. Kalp, kulakçık ve karıncıklarıyla, SA düğümü kontrolünde kasılır. SA düğümü, ön, orta ve arka internodal yollar aracılığı ile atriyum - ventrikül (AV) düğümüne bağlanır.



Şekil 3.3: Kalbin uyarı iletimi

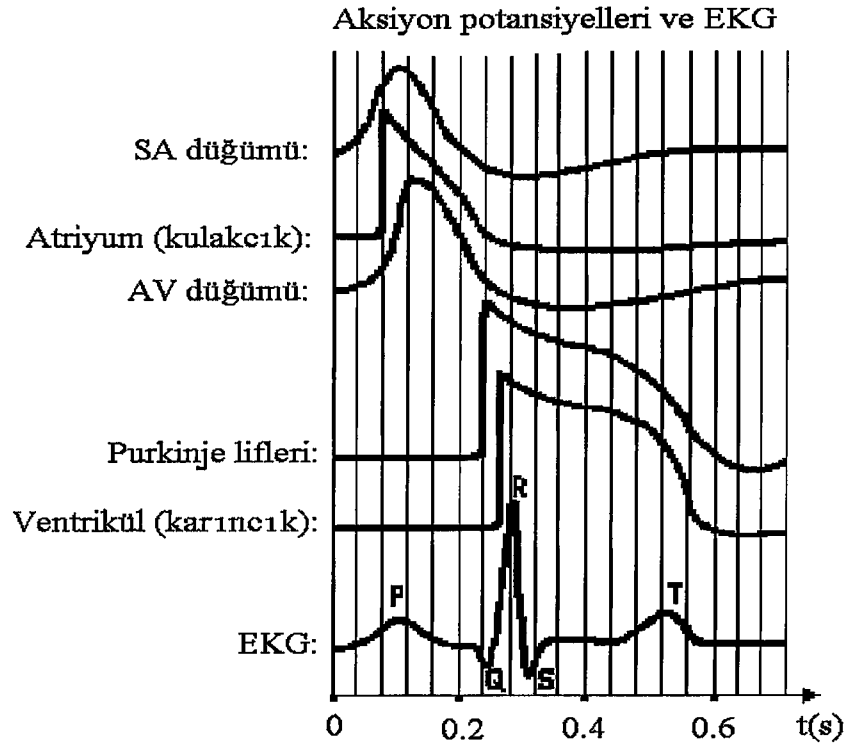
SA düğümü tarafından üretilen doğal uyarı, ön, orta ve arka internodal yollar aracılığı ile önce sağ atriya, ardından atriyum septumuna ve son olarak sol atriya yayılır. Buna göre sol atriyumun depolarizasyonu, sağ atriyumun depolarizasyonundan daha sonra oluşur. Atriyum depolarizasyonunun elektrokardiyogramdaki karşılığı P dalgasıdır. 0,12 sn kadar süren P dalgasının genliği, kulakçık (atriyum) kasının aktivitesi hakkında bilgi verir. Atriyum repolarizasyonunu yansıtan T dalgası, genellikle QRS içine giren ve açık seçik görülemeyen bir oluşumdur.

Atriyum depolarizasyonunu gerçekleştirerek internodal yollar aracılığı ile AV kavşağına ulaşan uyarı önce AV düğümüne girer. AV düğümünün üst kesiminde

yavaşlayan uyarı iletimi, düğümün orta kesiminde en düşük hıza iner ve düğümün alt kesiminde yeniden hızlanmaya başlayarak purkinje ipliklerinde en yüksek değere ulaşır.

AV düğümü ile His dalını aşan SA uyarısı, izleyen dönemde, sağ ve sol dallara girerek ventriküllerde yayılır. Uyarı yada depolarizasyonu, ventrikül duvarında, endokard yüzünden epikard yüzüne doğru ilerler. Ventrikül depolarizasyonunu yansıtan elektrokardiyografi dalgaları QRS bileşimini oluştururlar. Karıncıkların kasılması sırasında EKG işaretinde 0,1 sn kadar süren QRS kompleksi gözlenir. QRS aralığı, uyarının ventriküllerde yayılma süresini yansıtır. Q, R ve S dalgalarından oluşan QRS kompleksinin 0,1 sn den daha uzun sürmesi karıncıkların eşzamanlı olarak uyarılmadıklarını gösterir. Karıncık kaslarının kulakçık kaslarından daha çok ve güçlü olması nedeniyle QRS kompleksindeki R dalgası, P dalgasından genlik olarak oldukça büyüktür. Bunun yanında R dalgasının genliğinin normalden büyük olması, hipertansiyonda kalp kası büyümesinin artış göstergesi olabilir. S dalgasından sonra, karıncık kasları aynı potansiyeldedir ve bu nedenle T dalgasına kadar EKG işareti izoelektrik seviyededir. Bu seviye ST segmenti olarak bilinmektedir. Karıncık kaslarının hızlı repolarizasyonu sonucunda T dalgası oluşur. Kalbin çeşitli kısımlarındaki aksiyon potansiyelleri ve bu potansiyellerin EKG dalgası ile ilişkisi Şekil 3.4’de verilmiştir.

P dalgasının başlangıcından QRS kompleksinin başlangıcına kadar olan elektrokardiyogram bölümüne PR aralığı denir. Bu aralık, uyarının sinüs düğümünden ventriküllere iletilmesi için geçen süreyi gösterir. Atrial aktivasyon zamanı çoğunlukla değişmediğinden PR aralığının süresini belirleyen esas faktör AV iletim zamanıdır. ST aralığı, özel olarak ST segmenti diye isimlendirilir. ST segmentinin izoelektrik seviyeden olan sapmaları ve anormal uzunluğu da kalbin normal çalışmayışının göstergesi olarak kullanılmaktadır. İki R dalgası arası uzaklığa RR aralığı veya bir kalp periyodu adı verilir. RR aralığı kalbin dakikadaki vuru hızının bir göstergesidir ve özellikle kalp ritim bozukluklarının teşhisinde kullanılan parametrelerden biridir.

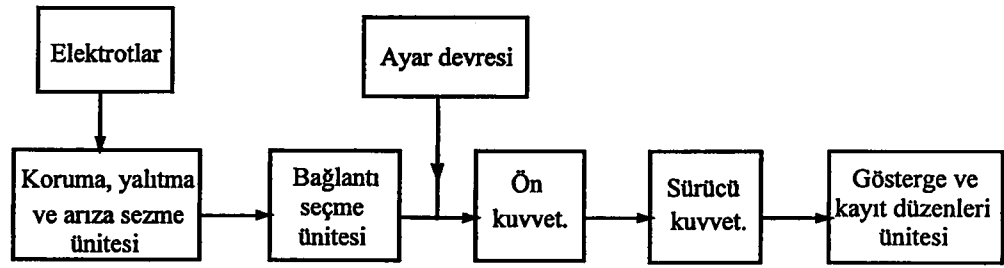


Şekil 3.4: Aksiyon potansiyelleri ve EKG

3.3 Elektrokardiyogram Ölçüm Düzeni

Vücut yüzeyinden elde edilen EKG işaretleri, frekans bandı 0,02-150 Hz arasında değişen ve genlikleri en çok 1-2 mV olan elektriksel işaretler şeklindedir. Kullanılacak olan sistemin bu frekans bandında işareti kuvvetlendirmesi, iskelet kaslarının hareketinden oluşacak daha yüksek frekanslı (200-1000 Hz) elektromiyografik işaretleri, solunum sırasındaki hareketlerden oluşan çok düşük frekanslı (0,1 -0,3 Hz) işaretleri ve şebekeden kaçak olarak karışabilecek (50 Hz) işaretleri filtreler yardımıyla bastırması gerekir. Ayrıca hasta açısından; EKG cihazlarının elektriksel emniyete sahip olmaları oldukça önemli özelliklerden biridir.

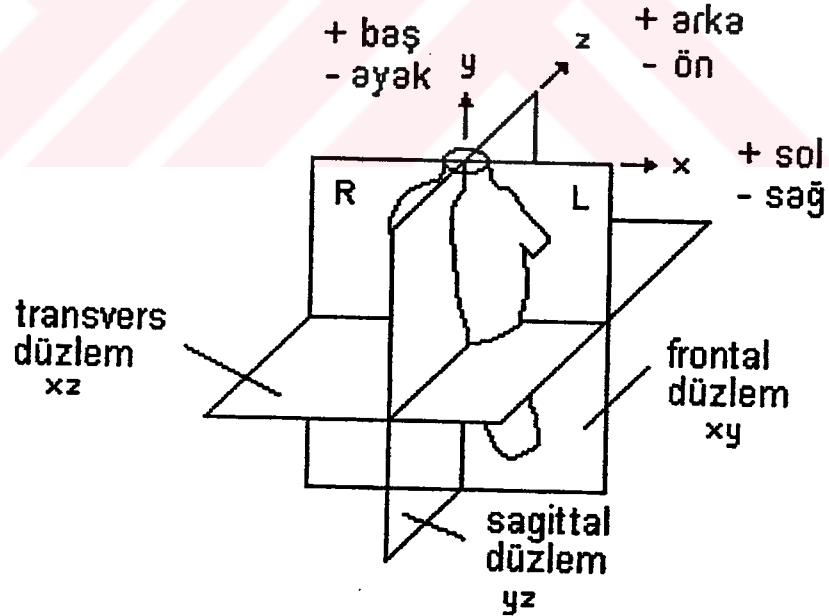
EKG ölçüm düzeni, elektrokardiyograf olarak isimlendirilir. Elektrokardiyograf yardımıyla kaydedilen grafiğe elektrokardiyogram (EKG) denir. Kayıtlar kağıt şeritler üzerinde yapılabildiği gibi, bir manyetik bant üzerine veya bir bilgisayara da yapılabilir. Kayıt edilen EKG'lerin normal EKG'ler ile karşılaştırılmasından kalbin çalışması ile ilgili bazı normal dışı durumlar belirlenebilir. Şekil 3.5'de tipik bir EKG cihazının blok diyagramı gösterilmiştir [6].



Şekil 3.5: Tipik bir elektrokardiyografi cihazının blok diyagramı

3.4 Elektrokardiyogram Düzlemleri

Kalbi, gövde (torso) içinde bir elektrik üretici olarak düşünebiliriz [6]. Bu üreticin tamamen gövde içinde gömülü olması nedeniyle üreteç çıkışının direkt ölçümü, ancak bir ameliyatla mümkün olabilir. EKG'de, bir hacimsel iletken olan gövde yüzündeki çeşitli noktalar arasında yapılan potansiyel farkı ölçümleri yardımıyla kalbin durumu belirlenebilir. Böylece kardiyak vektörü, istenilen referans düzlemlerdeki eksenler üzerine iz düşürülebilir. Uygulamada referans düzlem olarak alınan "Frontal, Transverse ve Sagittal" düzlemler Şekil 3.6'da gösterilmiştir.



Şekil 3.6: Kardiyak vektörünün iz düşürüldüğü eksenlerin bulunduğu düzlemler

3.5 Derivasyonlar

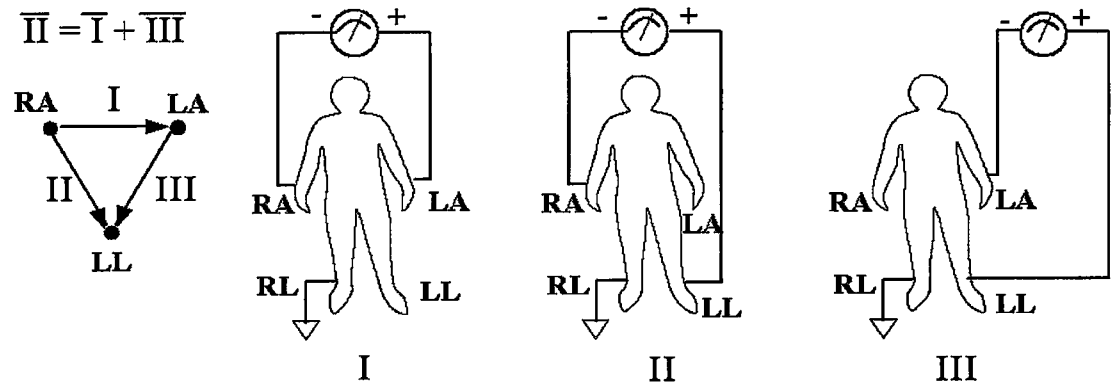
Kalpde oluşan elektriksel kuvvetler, iletken vücut sıvıları aracılığıyla organizmanın her yanına yayılırlar. Kalbin elektriksel aktivitesi; vücudun belirli yerlerine konulan elektrotlar ile alınıp bir amplifikasyon işleminden geçirildikten sonra kaydedilebilir. Bu kayıtlardan elde edilen traselerin standardize edilebilmesi ve birbirleriyle kıyaslanabilir nitelikte olması için elektrotların hep aynı yerlere bağlanması gerekir. İşte vücudun belirli noktaları arasındaki potansiyel farkını kayıt etmeye yarayan elektrotların oluşturduğu, biri pozitif diğeri negatif ikili komplekslere veya tek bir arayıcı elektrotun çeşitli yerlere konması ile oluşan kayıt biçimlerine derivasyon adı verilir [8]. Klinikte kullanılan derivasyonlar iki ana grupta toplayabiliriz :

- Bipolar derivasyonlar: I, II, III adları ile anılan standart ekstremité derivasyonlar
- Unipolar derivasyonlar: aVR, aVL, aVF adları ile anılan unipolar ekstremité derivasyonları ile $V_1, \dots, V_6$ unipolar prekordial derivasyonlar

3.5.1 Bipolar Derivasyonlar

İlk defa Einthoven tarafından tarif edilmiş ve Romen harfleriyle (I, II, III) gösterilen üç adet bipolar derivasyonlardır (Şekil 3.7). Bu derivasyonlar standart ekstremité derivasyonlar da denir.

Bu derivasyon bağlantılarında; I-sol kol ile sağ kol arasındaki potansiyel farkını; II-sağ kol ile sol bacak arasındaki potansiyel gerilim farkını; III-sol kol ile sol bacak arasındaki potansiyel farkını kaydeder.

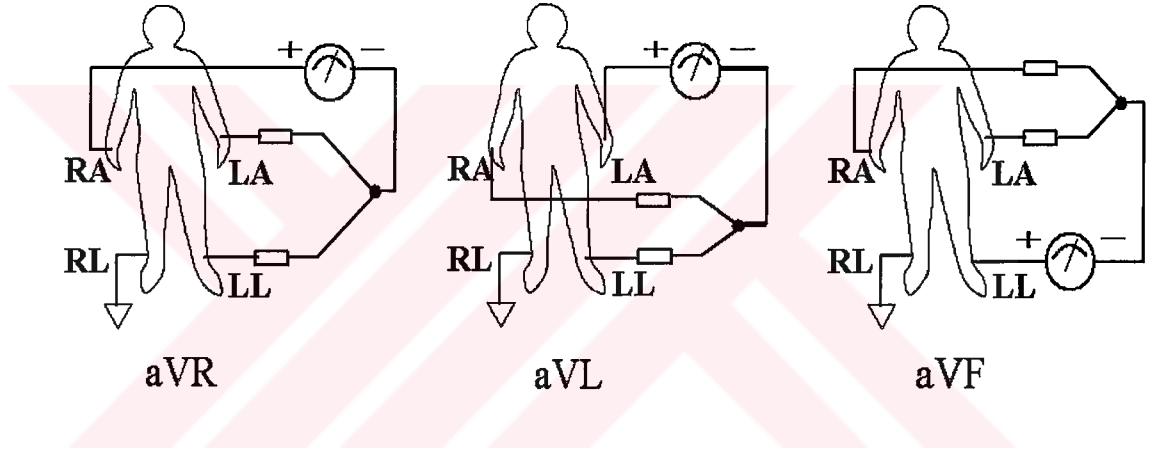


Şekil 3.7: Bipolar/standart ekstremité derivasyonlar

3.5.2 Unipolar Derivasyonlar

3.5.2.1 Unipolar Ekstremit (Çevre) Derivasyonlar

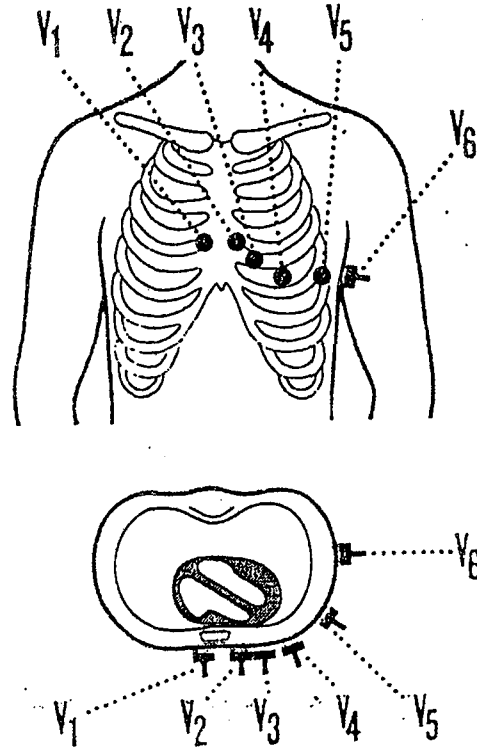
Voltmetrenin (+) kutbuna bağlanan araştırmacı elektrot, sol kola bağlanırsa sol kol potansiyeli (VL:Voltage Left), sağ kola bağlanırsa sağ kol potansiyeli (VR:Voltage Right) ve sol bacağına bağlanırsa sol bacak potansiyeli (VF:Voltage Foot) elde edilir. EKG kayıtlarında VL, VR ve VF genlikleri küçük olduğundan analizleri zordur. Bu nedenle bu derivasyonların şekilleri değişmeksizin, potansiyellerini artıracak bir metot tarif edilmiştir. Bu derivasyonlara "augmented unipolar ekstremit (çevre) derivasyonları" adı verilir. Bunlar aVL (augmented voltage left), aVR (augmented voltage right) ve aVF (augmented voltage foot) şeklinde gösterilir (Şekil 3.8).



Şekil 3.8: Unipolar ekstremit (çevre) derivasyonları

3.5.2.2 Unipolar Prekordiyal (Göğüs) Derivasyonları

Horizontal düzlem üzerinde bulunan bu derivasyonlar, prekordiyumda bulunan belirli noktaların gerçek potansiyellerini gösterirler [8]. Bu belirli prekordiyal noktalar Şekil 3.9'da görülmektedir. Bu derivasyonlara klinikte göğüs derivasyonları da denilmektedir.



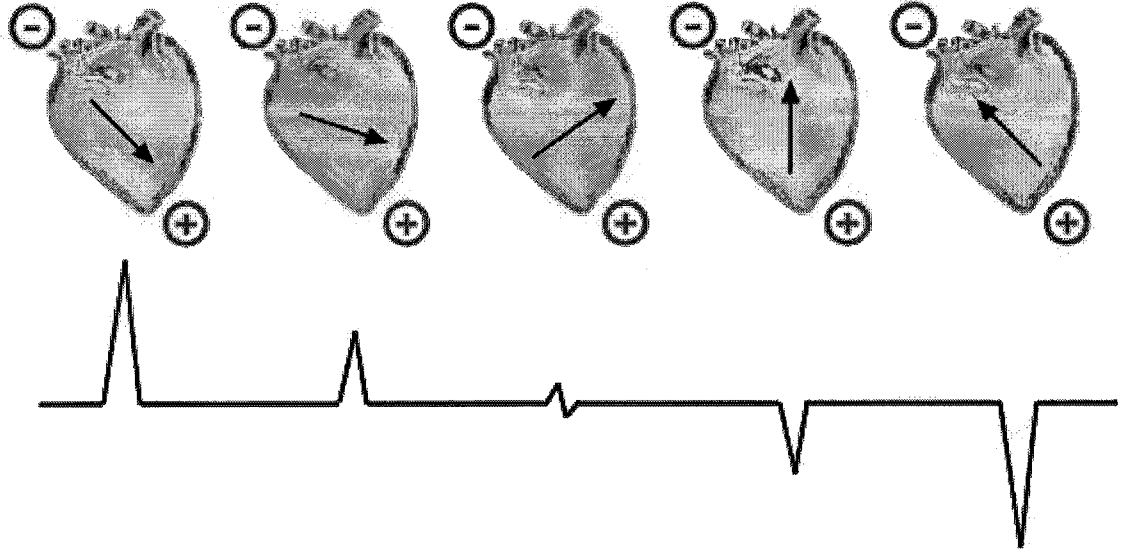
Şekil 3.9: Prekordiyal derivasyonlarda araştırıcı elektrotun uygulandığı noktalar

3.6 Kardiyak Vektörü

Elektrokardiyogram örneklerinin oluşumunu kavrayabilmek için vektör kavramından söz edilmesi gerekmektedir. Kardiyak (kalp) vektörünün değişimi Şekil (3.10)'da gösterilmiştir.

Elektrik akımının çıktığı pozitif bir uç ile akımın girdiği negatif bir ucun, iletken bir ortamda, birbirine yakın olarak yerleştirilmesine dipol denir. Eş değerli ama ters yüklü iki uç anlamına gelen dipol elektriksel etkinliği en küçük birim sayılabilir. Dipolün iki ucunu birleştiren çizgiye dipol eksen denir. Dipolün yerleştirildiği ortamın ileri derecede iletken yani dirençsiz olduğu durumlarda akım pozitif uçtan negatif uca düz bir çizgi biçiminde akar. Ortamın iletken ama dirençli olduğu durumlarda (hacimli iletken ortamı) akım pozitif ve negatif uçlar arasında uzun, eğik ama düzenli çizgiler oluşturarak ilerler. Akım çizgileri tarafından belirlenen bölge akım alanı olarak adlandırılır. Akım alanındaki birbirine eş değerdeki potansiyel noktaları, akım çizgilerine yaklaşık dikey konumdaki eş potansiyel çizgilerini oluştururlar. Eş potansiyel çizgilerinin dağılımına göre, dipol orta noktasında dik olan doğru boyunca ve dolayısıyla eksenin tam ortasında potansiyel değeri sıfırdır.

Sıfır potansiyel çizgisinin, dipolün pozitif ucuna doğru olan yanında gittikçe artan pozitif potansiyel değerleri, dipolün negatif ucuna doğru bakan yanında ise gittikçe artan potansiyel değerleri sıralanırlar.



Şekil 3.10: Kardiyak vektörünün değişimi

Potansiyelin ölçümü için, voltmetre olarak düzenlenmiş bir galvanometrenin ucunun, dipolü çevreleyen hacimli iletkenin yüzeyindeki bir noktaya yerleştirilmesi yeterlidir.

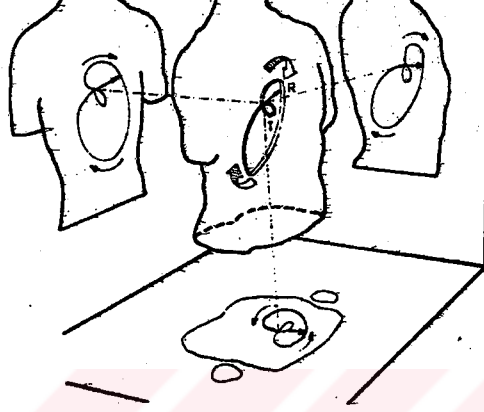
Dipolün çevresinde saptanan potansiyel değerleri, temelde dipol momenti (dipol değeri) denilen vektörel bir niceliğin ürünüdür. Dipolün yüklerinden biri q , yükler arasındaki uzaklık d ise dipol momenti $p=2dq$ olur. Dipol vektörü, dipol ekseninde yerleştirilen ve eksenin orta noktasından başlatılan bir okla belirtilir. Dipol vektörünün ucu pozitif yüke bakmalıdır.

Volümlü iletken yüzeyinin belirli bir noktasına unipolar derivasyona ilişkin pozitif araştırıcı elektrotun yerleştirildiği varsayıldığında, elektrodur bulunduğu nokta ile dipol ekseninin merkezini birleştiren doğru çizilerek o derivasyonun eksenini elde edilebilir.

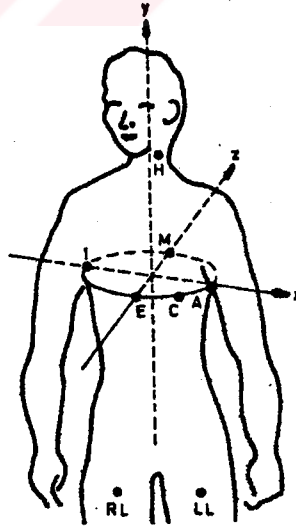
Volümlü iletkenin yüzeyinin iki simetrik noktasına, bipolar bir derivasyonun pozitif ve negatif uçları yerleştirildiğinde iki uç arasındaki potansiyel farkını kabaca ve vektörel anlamda gösterebilmek için dipol vektörünün derivasyon ekseninde izdüşümü alınabilir.

3.7 Vektörkardiyografi

Kardiyak (kalp) vektörü ucunun zaman fonksiyonu olarak çizdiği eğri ve bu eğrinin frontal, sagittal ve transvers düzlemlerdeki izdüşümleri Şekil 3.11’de gösterilmiştir. Herhangi bir derivasyonda elde edilen EKG işareti skaler bilgi kapsar. Aynı anda x, y, z doğrultularında elde edilecek EKG işaretleri yardımıyla kardiyak vektörü elde edilebilir (Şekil 3.12) [6].



Şekil 3.11: Kardiyak (kalp) vektörünün zamana bağlı olarak değişimi



Şekil 3.12: Vektörkardiyogram işaretinin elde edilmesinde yararlanılan EKG işaretlerinin elde edildiği doğrultular

Birbirine dik derivasyonlarda alınan bu üç EKG işareti, skop ekranında kardiyak vektörünün uygun bir şekilde görüntülenmesi amacıyla kullanılabilir. Bu amaç için kullanılan düzene vektörkardiyograf ve elde edilen görüntülere de vektörkardiyogram adı verilir. Bu görüntüler frontal, sagittal ve transvers düzlemlerde elde edilir [6].

Normal bir vektörkardiyogramda, P, QRS(R) ve T dalgalarına karşılık düşen üç çevrim vardır. En belirgin çevrim, ventriküllerin depolarizasyonuna karşılık olan QRS kompleksidir. Bu çevrim, sola, arkaya ve aşağıya doğrudur. Ventriküllerin repolarizasyonu, arka-aşağı karına doğru olan T çevrimini oluşturur ve QRS çevrimi ile 0-30°'lik bir açı yapar. Patolojik durumlarda bu çevrimlerin karakteristik şekillerinde bozulmalar olur.

3.8 QRS Dalgasının Detaylı İncelenmesi

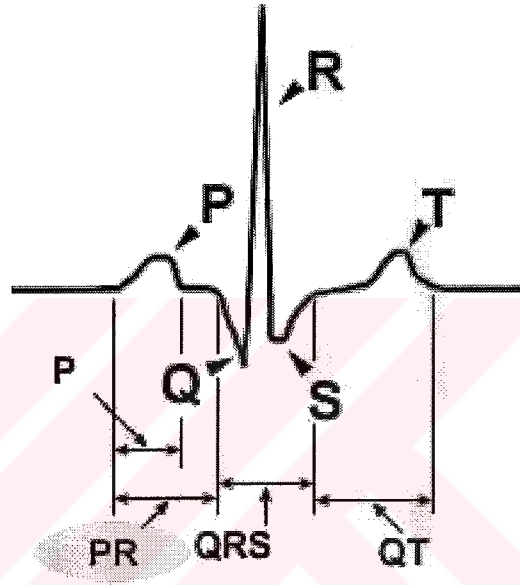
QRS bileşiği (kompleksi) çevre derivasyonlarında ölçülür ve en büyük değeri alınır. Erişkinler için geçerli bir değer olan QRS bileşiğinin süresi 0.10 sn'yi geçmez. QRS bileşiğine ilişkin en büyük dalganın genliği çevre derivasyonlarında 8 mm'den, göğüs derivasyonlarında ise 10 mm'den küçük ise düşük QRS genliğinden söz edilebilir [9].

3.8.1 P Dalgası

Atriyumların depolarizasyonunu yansıtan P dalgasının tepesi yuvarlak, sivri, yada çentikli olabilir. Tepecikler arası 0.03 sn'yi aşmadıkça çentiklenme normal bir görünümdür. Erişkinlerde P dalgasının genişliği en çok 0.10 sn olup genliği 2.5 mm'den küçüktür. En büyük P dalgasına genellikle derivasyon I ve II de rastlanır. Sinüs ritimli kişilerde P dalgası derivasyon I, II ve aVF'de pozitif, aVR'de negatif, aVL de pozitif yada negatif yada iki fazlı, V'de ise genellikle iki fazlı ya da negatiftir. Derivasyon V'de, P dalgasının pozitif kesimini izleyen negatif kesimine P'nin geç kuvveti denir. Negatif kesimin kapsadığı alana eşit olan P'nin geç kuvveti, negatif kesimin mm olarak derinliği ile sn olarak genişliğinin cebirsel çarpımına eşittir ve normal olarak -0.04 (mm x sn)'den küçüktür.

3.8.2 PR Aralığı

SA düğümünden çıkan uyarının ventriküllere ulaşabilmesi için geçen sürenin karşılığı olan PR aralığı Şekil 3.13'te gösterildiği gibi, P dalgasının başlangıç noktasından Q dalgasının başlangıcına, Q dalgasının görülmediği durumlarda ise R dalgasının başlangıç noktasına kadar uzaklık olarak ölçülür. PR aralığı bipolar yada unipolar çevre derivasyonlarında saptanarak en büyük değer alınır. Kalp hızının 70-90 vuruş/dakika olduğunda PR aralığının erişkinlerdeki değeri 0.12-0.20 saniye arasındadır.



Şekil 3.13: PR aralığı

3.8.3 Q Dalgası

Q dalgası, normal olarak derivasyon I ve II de 0.04 sn'den dar, 2 mm'den ve izleyen R dalgasının %25'inden daha az derindir. Buna karşılık derivasyon III'deki Q dalgası sağlıklı kişilerde bile en az 0.04 sn süreli ve 6 mm kadar derin olabilir. Derivasyon III'de yer alan bu nitelikteki Q dalgasının anlamını, diğer derivasyonlardaki Q dalgalarının özelliklerini belirler. Derivasyon aVR'de, normal olarak, 0.04 sn genişliğinde ve değişik derinliklerde Q dalgası yada QS örneği görülebilir. Derivasyon aVL'deki Q dalgası 0.04 sn'den dar, 2 mm'den ve izleyen R dalgasının % 50'sinden daha az derindir. Derivasyon aVF deki Q dalgasının normal kişilerde, genişliği 0.04 sn'den dar, derinliği 2mm'den ve izleyen R dalgasının % 25'inden küçüktür. Göğüs derivasyonlarının V4, V5, V6 gibi sol ventrikülün karşısında yer

alanlarında görülebilen Q dalgası, 0.04 sn'den dar, 2mm'den ve izleyen R dalgasının % 15'inden küçüktür.

Normal olarak derivasyon aVL'de V1'de QS örneği görünebilir. Normal R dalgası genliği derivasyon I de 14 mm'den, aVL de 12 mm'den, aVF de 21 mm'den, V4 de 7 mm'den, V5 de 26 mm'den, V6 da 21 mm'den küçüktür. S dalgasının derinliği ise derivasyon V1'de 21 mm'den, V2 de ise 30 mm'den küçüktür.

QRS bileşiğinin sonlandığı nokta T dalgasının başlangıcını birleştiren aralık ST bölümü olarak adlandırılır. QRS bileşiği ile ST bölümü arasındaki kavşak J harfi ile gösterilir.

3.8.4 ST Aralığı

ST bölümü genellikle taban çizgisi üzerinde uzanır. ST bölümünün yukarıya yada aşağıya kayma derecesini değerlendirmek amacı ile önceki yada sonraki TP aralığı referans çizgisi olarak kullanılır. TP çizgisinin seçilemediği yada taban çizgisi üzerinde yer almadığı durumlarda PR bölümü referans olarak alınır.

ST bölümünün çevre derivasyonlarında 1 mm'den yukarıya yada 0.5 mm'den aşağıya kayması normal bir bulgudur. ST bölümünün daha çok göğüs derivasyonlarında, kimi olgularda ise çevre derivasyonlarında 2 yada 3 mm yukarıya kayması normal olup erken repolarizasyon olarak adlandırılır. Bu durumda ST bölümü açıklığının yukarıya baktığı, izleyen T dalgasının pozitif yüksek ve geniş tabanlı olduğu görülür.

3.8.5 T Dalgası

Ventrikül repolarizasyonunu yansıtan T dalgasının erişkinlerdeki normal süresi 0.10-0.25 sn'dir. Derivasyon I, II, V2-V6'da pozitif, aVR'de genellikle negatif, aVF ve aVL'de pozitif, yassı, iki fazlı yada negatiftir. Otuz yaşın üzerindeki erişkinlerde, derivasyon V'de negatif olabilen T dalgası, otuz yaşın altındaki gençlerde V2 ve V4'de bile negatif görünebilir.

3.8.6 U Dalgası

T dalgasını izleyen ve nasıl oluştuğu kesin olarak bilinmeyen bir dalgadır. Normal kişilerde de görülebilir. Genliği kendisinden önceki T dalgasının genliğinin % 25'ini

geçmez. Derivasyon V2-V4 de 2 mm'yi aşmayan U dalgasına rastlanabilir. T dalgasının pozitif olduğu derivasyonlarda U dalgası da pozitifdir. U dalgasının negatif yada önceki T dalgasından daha büyük genlikli olması normal bir bulgu değildir.

3.8.7 QT Aralığı

Ventriküllerin depolarizasyon ve repolarizasyonu için geçen toplam süreyi yansıtan QT aralığı, QRS bileşiğinin başlangıcından T dalgasının bitimine kadar olan uzaklığı kapsar. Erişkinlerde normal olarak 0.35-0.44 sn arasında değişen QT aralığı, kalp hızı ile olan bağımlılığı nedeni ile düzeltilerek bildirilir. Kalp hızına göre düzeltilmiş QT aralığı, sn olarak ölçülen QT uzaklığı, sn birimi ile RR aralığının kareköküne bölünerek bulunur. Düzeltilmiş QT aralığının üst sınırı 0.425 sn'dir. Değerlendirme aşamasında, kural olarak, 12 derivasyondaki en uzun QT aralığı dikkate alınır. Bununla birlikte T dalgasının iyi seçildiği ve U dalgası ile karışmadığı bir derivasyonu seçmekte yarar vardır.

3.9 Hastalık Teşhisinde EKG'nin Yeri

Hastalıkların teşhis ve tedavisinde yukarıda anlatıldığı şekilde çok büyük öneme sahip olan EKG analizleri kullanılırken aşağıdaki hususlar da göz önünde bulundurulmalıdır.

- İlk EKG'nin tanı koyduruculuk değeri %50'dir. Olguların yaklaşık %50'si ilk EKG ile atlanabilir.
- Olguların peş peşe EKG'lerle takibi EKG'nin tanısal değerini %95'lere kadar yükseltebilmektedir.
- Eski bir EKG'nin varlığı tanıda her zaman yardımcı ve hassasiyeti arttırıcıdır.
- Son olarak EKG'nin normal olması tek başına hiç bir zaman kişinin hasta olmadığını göstermez.

4. ARİTMİLER

Aritmi kelimesi, ritim bozukluğu anlamını taşır ve EKG işaretleri için kullanılan bir terimdir. Kalbin normal atım düzeni (ritmi) dışındaki bütün düzensizliklere aritmi denir [8]. SA düğümünden kaynaklanan, hızı 60-100 vuru/dak sınırları içinde yer alan ve belirli özellikler taşıyan düzenli ritme normal sinüs ritmi adı verilir [5]. Aritmi terimi ile uyarının odağına, hızına, düzenine ve iletimine ilişkin normal dışı nitelikler anlatılmak istenir.

4.1 Normal Sinüs Ritmi

Tanım olarak, P dalgalarının derivasyon II de pozitif, aVR de negatif göründükleri, belirli bir derivasyonda eş biçimli oldukları, her P dalgasının normal QRS bileşiği tarafından izlendiği, PR aralığının 0.12-0.20 sn sınırlarını aşmadığı, RR uzaklığının düzenli olduğu yada 0.16 sn'den (%10) az değiştiği, hızın 60-100 vuru/dak. arasında olduğu durumlarda normal sinüs ritminden söz edilir.

4.2 Aritmilerin Oluşum Mekanizmaları

Aritmileri oluşturan temel etmenler; uyarı oluşumu bozuklukları, uyarı iletimi bozuklukları, uyarı oluşumu bozukluğu ile uyarı iletimi bozukluğunun bir arada olduğu karışık bozukluklardır.

Uyarının oluşumundaki ve iletimindeki bozukluklara bağlı olarak ortaya çıkan aritmiler, kökenlerini aldıkları kalp kesimine bakılarak değişik türlere ayrılırlar (Tablo 4.1) [5].

Tablo 4.1: Oluşum nedenlerine göre aritmi türleri

I- Uyarı oluşumu bozuklukları	A- SA düğümünden kaynaklananlar: 1- Sinüs taşikardisi 2- Sinüs bradikardisi 3- Sinüs aritmisi 4- Gezinen uyarı odağı 5- Sinüs duraklaması 6- Sinüs düğümü disfonksiyonu 7- Sinüs-ventrikül iletimi B- Atriyumdan kaynaklananlar : 1- Atriyum erken vurumu 2- Atriyum taşikardisi 3- Atriyum flatırı 4- Atriyum fibrilasyonu 5- Atriyum kaçış vurumu 6- Atriyum kaçış ritmi	C- AV kavşağından kaynaklananlar: 1-AV kavşağı erken vurumu 2-AV kavşağı taşikardisi 3-AV kavşağı kaçış vurumu 4-AV kavşağı kaçış ritmi 5-Hızlanmış AV kavşağı kaçış ritmi D- Ventrikülden kaynaklananlar: 1- Ventrikül erken vurumu 2- Ventrikül taşikardisi 3- Ventrikül flatırı 4- Ventrikül fibrilasyonu 5- Ventrikül kaçış vurumu 6- Ventrikül kaçış ritmi 7- Hızlanmış ventrikül kaçış ritmi
II- Uyarı iletimi bozuklukları	A- Sinüs-atriyum bloku B- Atriyum içi blok C- Atriyum-ventrikül bloku 1- Birinci derece atriyum ventrikül bloku 2- İkinci derece atriyum ventrikül bloku a) Tip I atriyum ventrikül bloku b) Tip II atriyum ventrikül bloku c) İkiye bir atriyum ventrikül bloku d) İleri atriyum ventrikül bloku 3- Üçüncü derece atriyum ventrikül bloku D- Ventrikül içi blok 1- Tek fasikül bloku a) Sağ dal bloku b) Sol dal bloku c) Sol ön fasikül bloku d) Sol arka fasikül bloku 2- İki fasikül bloku a) Sağ dal bloku ve sol ana dal bloku b) Sağ dal bloku ve tam olmayan sol dal bloku c) Sağ dal bloku ve sol ön fasikül bloku	D- (devam) d) Sağ dal bloku ve sol arka fasikül bloku e) Sol ön fasikül bloku ve sol arka fasikül bloku 3- Üç fasikül bloku a) Sağ dal bloku, sol ön fasikül bloku ve sol arka fasikül bloku b) Sağ dal bloku, sol ön fasikül bloku ve tam olmayan sol arka fasikül bloku c) Sağ dal bloku, sol arka fasikül bloku ve tam olmayan sol ön fasikül bloku d) Sağ dal bloku, tam olmayan sol önfasikül bloku ve tam olmayan sol arka fasikül bloku e) Sağ dal bloku, sol ön fasikül bloku ve tam olmayan sol ana dal bloku f) Sağ dal bloku, sol arka fasikül bloku ve tam olmayan sol ana dal bloku g) Sol ön fasikül bloku, sol arka fasikül bloku ve tam olmayan sağ dal bloku 4- Yaygın ventrikül içi blok.
III- Uyarı oluşumunun ve iletimin karışık bozuklukları	A- Atriyum-ventrikül disosiyasyonu 1- Girişim disosiyasyonu 2- Blok disosiyasyonu B- Ventrikül preeksitasyonu	C- Resiprok vurum, taşikardi D- Parasistol E- Gizli iletim F- Aberasyonlu iletim

4.3 Erken Karıncık Kasılması (PVC)

Bu çalışmada özel olarak EKG işaretlerinden erken karıncık kasılması (PVC) aritmisinin önerilen metot ile sezilmesi modellendiğinden dolayı PVC'lerin özellikleri yakından incelenmiştir.

Eğer RR aralığı, bir önceki ortalama RR aralığının 0.9 katından küçük (erken fazlı) ve sonraki periyotta bunu telafi edici yönde gecikmiş kasılmalar mevcut ise erken karıncık kasılması teşhisi konur. Ancak, sadece ritim analizi kullanılarak yapılan PVC analizinin bir takım sorunları vardır. Bunlardan ilki, erken vurunun gözlemidir. Bir vurunun erken ve ne zaman sinüs tutulmasına konu olacağını bilmek zordur. Eğer erken faz tespit edilirse; bu ortalama ve aralık saklanır ve 1 dakikalık zaman aralığında bu vuruşlardan kaç tane geldiğine bakılır. Eğer bu vuruşların sayısı 10 vuru/dakika'yı geçerse PVC teşhisi konulur.

4.4 Aritmi Teşhis Algoritması

Normal bir EKG trasesinde P dalgası, QRS kompleksi ve T dalgası bulunur: P dalgası, sinüs düğümünden başlayan elektriksel uyarının başlaması ve kalp kaslarına yayılmasıyla; QRS kompleksi, karıncığın kasılması ve T dalgası ise karıncığın gevşemesinin (repolarizasyon) sonucu olarak ortaya çıkmaktadır.

İnsan hareketi veya nefes alıp-vermesi esnasında parazit adı verilen düşük frekanslı bozucu işaretler oluşur. EKG de taban hattı idealde düz olması gerekirken bozucu işaretlerin etkisiyle değişmektedir. Bu nedenle P ve T dalgaları gibi küçük genlikli işaretler, bilgisayar tabanlı teşhis algoritmalarında algılanamayabilir. Bunun yerine nispeten büyük genlikli R dalgalarının varlığı algılanır. Ancak, bu algılamada R dalgalarının genlik bilgisinden ziyade zaman içindeki yeri açısından inceleme yapılır [3]. R dalgalarının zaman içinde akışı incelenerek hastalık teşhisinde kullanılır. Bu şekilde aritmi teşhisi ve sınıflandırma işlemi genellikle mikrobilgisayarlar kullanılarak yapılır.

R dalgalarının zaman içindeki yerinin tespitinin yanında EKG şekil bozukluğu incelenerek de aritmi hastalık teşhisi ve aritmi sınıflaması yapılabilir. Burada öncelikle EKG işaretindeki bozucu işaretler temizlenir, sonra teşhis ve sınıflamaya gidilir. Gürültülerden arındırılmış EKG işareti Hilbert transformundan faydalanılarak

oluşturulan metot ile değerlendirilerek hastalık teşhisi ve aritmi sınıflaması yapılabilir ki bu çalışmada bu yöntem kullanılmıştır.

4.5 Bilgisayarlı Aritmi Sezme Sistemleri

Elektrokardiyogram, sayısal bilgisayarlar tarafından ilk analiz edilen medikal işaretti [10]. İlk alışmalar otomatik dalga formu sezimi ve interval lümleri üzerineydi [10, 11]. Daha sonra yorumlama ve teşhis üzerine çalışmalar yapıldı [12]. 1970’lerde teşhis ve izleme amaçlı sayısız ticari sistemler hayata geçti [13].

1980’li yıllarda, aritmi sistemlerinde yeni metotlar kullanılmaya başlandı; stokastik modelleme [14], sonlu-durum otomasyon yaklaşımı (finite-state automation approach) [15], Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) [16], Karhunen-Loeve Transformu [17], ve ardışıl hipotez testi (multi-dimensional sequential hypothesis testing) [18]. Bazı sistemler de özel amaçlar için dizayn edildiler; elektrofizyolojik çalışmalar [19] ve egzersiz süresince ST analizi [20].

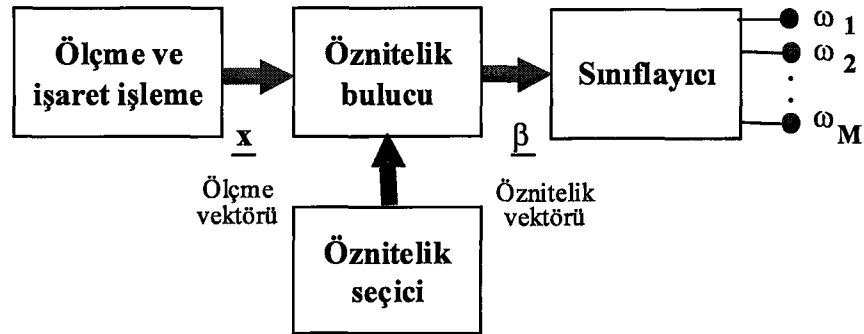
5. BİYOLOJİK İŞARETLERİN SINIFLANDIRILMASI

5.1 Sınıflamanın Temel İlkeleri

Sınıflama, bir çeşit örüntü tanıma (pattern recognition) işlemidir. Örüntü tanıma yaklaşım, kalıp uydurmadır (template matching). Her sınıf için seçilen/ hesaplanan kalıp, sistemin belleğinde saklanır; giriş işareti örneği/örnek parametreleri, bu kalıplarla karşılaştırılır.

Sınıflama işleminin genel blok diyagramı Şekil 5.1’de verilmiştir. Burada, ölçme ve işleme bloğunda, işaret algılanır ve gürültülerden temizlenir, giriş örnek dizisinden $\underline{x}$ ölçme vektörü elde edilir. Burada, veri sayısı çok fazladır; öznitelik bulucuda, uzun veri kayıtlarıyla uğraşmamak için, çeşitli modeller ve dönüşümler kullanılarak işaret sıkıştırılır ve bazı öznitelikler, işareti temsil eden parametreler olarak elde edilir. Buna, öznitelik bulma (feature extraction) işlemi adı verilir. Gerekli algoritma, öznitelik seçiciden alınır.

Sınıflayıcıda, sınıflanacak $\underline{\beta}$ öznitelik vektörü, önceden hesaplanarak saklanmış sınıf öznitelik kalıplarıyla karşılaştırılır; karşılaştırmada, örneğin, belli bir kritere, kurala veya indekse göre, $\underline{\beta}$ vektörü, i. kalıp vektörüne, diğerlerine olduğundan daha iyi uyuyorsa, $\underline{x}$ vektörü i. sınıfa dahil edilir.

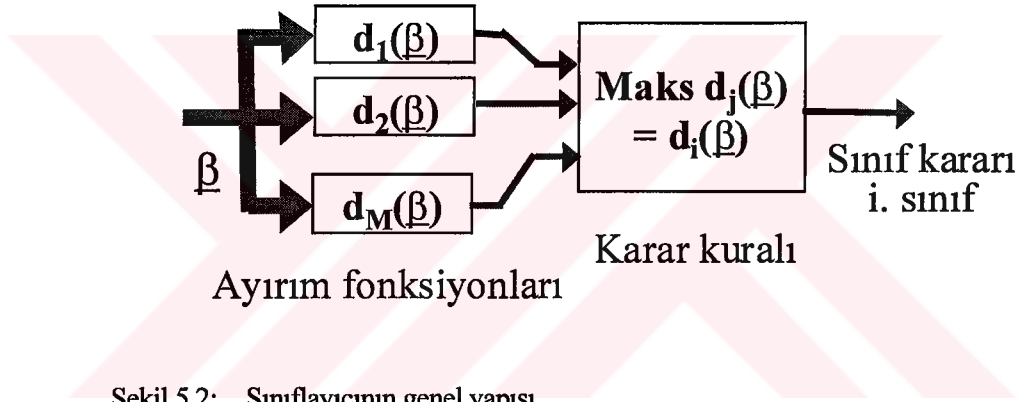


Şekil 5.1: Sınıflama işleminin genel blok diyagramı

5.2 Genel Sınıflayıcı Yapısı

Sınıflayıcı, β öznitelik vektörünü, M adet kalıp öznitelik vektörleriyle karşılaştırır. Karşılaştırma belli bir kurala (karar kuralı) göre yapılır. Karar kuralı, bazı durumlarda bir performans indeksi, bazı durumlarda da bir ayırım fonksiyonu, $d_j(\beta)$ (karar fonksiyonu) kullanır.

Her sınıfın kendi özelliğini taşıyan ayırım fonksiyonu, çoğu durumda bir skalerdir ve karar kuralı, bu fonksiyon değerini, seçilen bir karar eşiği (threshold) ile karşılaştırmaktadır. Karşılaştırma sonucuna göre, giriş vektörü, mesela, hangi ayırım fonksiyonunu maksimum yapmışsa veya hangi ayırım fonksiyonunu seçilen karar eşiğinin üzerine çıkartmışsa, o ayırım fonksiyonunun ait olduğu sınıfa sınıflanır, seçilen sınıflara uymadığı durumda, “ret” sınıfı kullanılabilir (Şekil 5.2).



Şekil 5.2: Sınıflayıcının genel yapısı

Sınıflamanın iki modu vardır:

- 1) Öğrenme (eğitim) modu.

Uzun sürer, zahmetlidir. Eğitim kümesi, tüm sınıfları temsil edebilecek yeterli sayıda örnek (öznitelik vektörü) içermelidir.

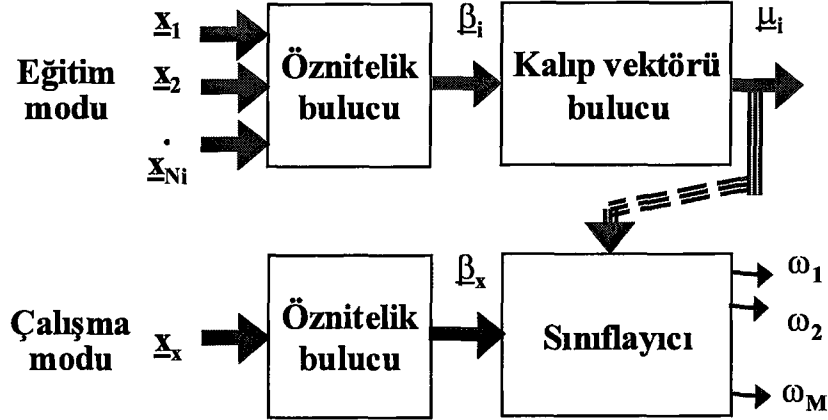
- 2) Çalışma (deneme, test) modu.

Gerçek zamanda çalışmaya uygundur.

Genelde, eğitim modunda, eğitim için kullanılan her sınıfa ait N_i adet giriş vektörünün her birinden elde edilen β_i öznitelik vektörlerinin ortalaması alınarak,

sınıfların μ_i kalıp vektörleri bulunur. Bu, N_i adet bilinen sınıfa ait örneğin işleme sokulması demektir.

Çalışma modunda, sınıflanacak giriş vektörünün β_x öznitelik vektörü hesaplanarak eğitim modunda hesaplanmış ve saklanmış olan sınıflara ilişkin kalıp öznitelik vektörleriyle işleme sokulmak üzere sınıflayıcıya verilir (Şekil 5.3).



Şekil 5.3: Sınıflama işleminin safhaları

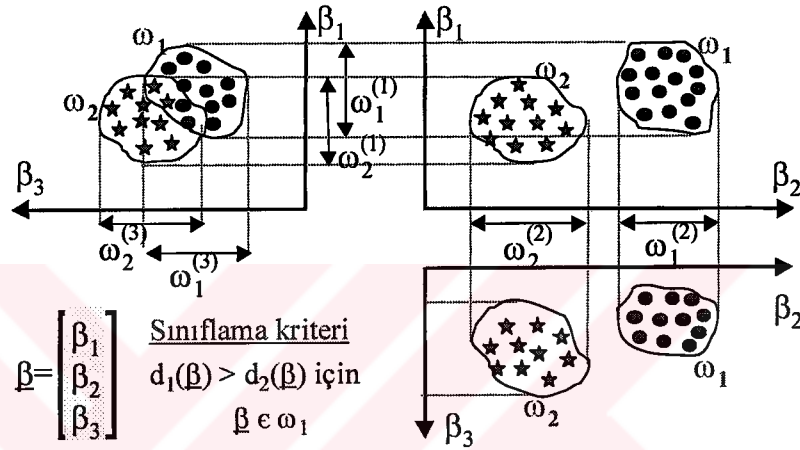
Öznitelik seçiminde dikkat edilmesi gereken hususlar şöyle sıralanabilir:

- Öznitelikler dikkatli seçilmelidir; öyle ki, işarete ait bilginin çoğunu içermelidir (sınıflayıcıya yüksek ayırım gücü vermelidir).
- Sınıflamada etkili olmayan öznitelikler seçilmemelidir.
- Bazı durumlarda, işaret, bu özniteliklerden tekrar elde edilebilmelidir.
- İşaretin herhangi bir lineer veya nonlineer dönüşümü ayırım gücü vermesi şartı ile öznitelik seçiminde kullanılabilecektir.
- Çoğu durumlarda, elde edilen öznitelikler birbirine bağımlıdır, bununla beraber bazı metotlar bağımsız öznitelik sağlarlar.
- Hesaplama boyutunun büyüklüğü ve öznitelik bulmak için geçen zamanın uzunluğu, özniteliklerin sayısını azaltılmaya zorlar. Öte yandan, özniteliklerin sayısının az olması, sınıflamada ya da işareti yeniden oluşturmada doğruluğu azaltır.

- Öte yandan, sınıf özniteliklerinin ağırlık merkezi durumunda olan kalıplardan ne kadar çok bilgi elde edilebilirse, doğru sınıflama yapma olasılığı o kadar artar, ancak bunun yanında işlem külfeti ve maliyeti artar.

5.3 Öznitelik Uzayında Sınıfların Gösterilmesi

Şekil 5.4’de $\underline{\beta}=[\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T$ öznitelik vektörünün boyutu üç olup iki sınıf verilmiştir. Giriş, bu iki sınıf kümesinden biri olarak seçilecektir.



Şekil 5.4: Öznitelik uzayında sınıf kümelerinin gösterilişi

Örüntü kümeleri, özniteliklerin olasılık dağılımı olarak kestirilebilmektedir. Şekilden açıkça görülmektedir ki, sınıflama sadece β_2 üzerinden yapılabilir. Çünkü, β_2 eksenindeki, kümelere ilişkin sınıf aralıkları üst üste düşmez (örtüşmez). Diğer eksenlerde ise bu iki sınıf kümesinin kesiştiği görülmektedir.

İki boyutluda, ancak, (β_1, β_2) veya (β_2, β_3) düzlemlerinde bu iki sınıfı ayırabilecek bir ayırım fonksiyonu bulunabilir.

Örnek olarak, EKG işaretlerinde bir normal, bir de hastalıklı durum ele alınabilir. Üç öznitelik ise, örneğin, nabız, QRS genlik ve genişliği olabilir. Sınıf örnekleri bilinmektedir veya uzun süreli eğitim sonucu eğitim seti (training set) olarak elde edilirler. Bazı durumlarda, sistem kendi kendini eğitir (örneğin, cluster seeking algoritmaları).

5.4 Sınıflama Sonucunun Değerlendirilmesi

Sınıflama Sonucu Tablo 5.1’de olduğu gibi verilebilir. Bu tabloya göre Doğru Pozitif (TP, True Positive), gerçekten sınıfa ait olan denemelerdeki sınıfa doğru sokulanların yüzdesini (sayısını), Sahte Pozitif (FP, False Positive), gerçekte sınıfa ait olmadığı halde sınıfa sokulanların yüzdesini, Doğru Negatif (TN, True Negative), pek kullanılmamakla birlikte, sınıf dışı olanların sınıf dışında tutulmaları yüzdesini, Sahte Negatif (FN, False Negative), gerçekten sınıfa ait olup da sınıf dışı tutulanlarının yüzdesini göstermektedir.

Tablo 5.1: Sınıflayıcının pozitif negatif yüzdeleri

Doğru Pozitif (TP)	Sahte Negatif (FN)
Sahte Pozitif (FP)	Doğru Negatif (TN)

Sınıflama sonucunun değerlendirilmesinde kullanılan diğer parametreler; Duyarlık ve Pozitif Kestirim’dir. Sınıflama sonucunun performans ölçüleri olarak adlandırılan bu değerler Tablo 5.2’de gösterildiği şekilde hesaplanırlar.

Tablo 5.2: Sınıflama sonucunun performans ölçüleri

Sınıflama Duyarlığı	=	$\frac{\text{Sınıfa sokulan gerçek sınıf örnekleri sayısı (TP)}}{\text{Gerçek sınıf örnekleri sayısı (TP + FN)}}$
Doğru Sınıflama Kestirimi	=	$\frac{\text{Sınıfa sokulan gerçek sınıf örnekleri sayısı (TP)}}{\text{Sınıfa sokulanların Tümü (TP + FP)}}$

6. HILBERT TRANSFORMU

6.1 Hilbert Transformunun Teorisi

6.1.1 Hilbert ve Fourier Transformları

Herhangi bir boyutlu integral transform çifti;

$$u(t) \Leftrightarrow U(s) \quad (6.1)$$

notasyonuyla gösterilebilir. Burada, zamanın fonksiyonu olan $u(t)$, reel veya kompleks değişkenin karmaşık fonksiyonuna dönüştürülür. Yukarıdaki ifade aşağıdaki bir çift integralin basitleştirilmiş bir gösterimidir.

$$U(s) = \int_{\Omega} u(t) \varphi(t, s) dt; \quad t \in \Omega \quad (6.2)$$

$$u(t) = \int_{\Gamma} U(s) \Psi(t, s) ds; \quad s \in \Gamma \quad (6.3)$$

$\varphi(s,t)$ fonksiyonu, integral transformun çekirdeği; $\psi(t,s)$ fonksiyonu ise eşlenik çekirdek olarak; $U(s)$, $u(t)$ 'nin transformu; $u(t)$ ise ters transform olarak isimlendirilebilir. Hilbert transform çiftleri aşağıdaki integraller ile tanımlanır.

$$U(s) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(t)}{s - t} dt; \quad -\infty < t < \infty \quad (6.4)$$

$$u(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(s)}{t - s} ds; \quad -\infty < t < \infty \quad (6.5)$$

Hilbert transformu için çekirdek $\varphi(t,s)=1/[\pi(s-t)]$ eşlenik çekirdek ise $\psi(t,s)=1/[\pi(t-s)]$ dir; yani, çekirdekler sadece işaretle birbirlerinden fark edilirler. Eşitliğin sağ tarafı transformun ifadesini (transformasyonu) ve sol taraf ise transformu göstermektedir. s değişkeni de burada bir zaman değişkeni olarak alınabilir. Böylece zaman fonksiyonunun Hilbert Transformu çoğunlukla aşağıdaki biçimde yazılır:

$$v(t) = H[u(t)] = \frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\eta)}{\eta - t} d\eta \quad (6.6)$$

$$u(t) = H^{-1}[v(t)] = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v(\eta)}{\eta - t} d\eta \quad (6.7)$$

(6.6) ve (6.7) eşitliklerindeki integraller uygun olmayan integraller olup örneğin (6.7) eşitliği Cauchy prensibine göre limit olarak

$$u(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0; A \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-A}^{t-\epsilon} (\cdot) d\eta + \int_{t+\epsilon}^A (\cdot) d\eta \right\}$$

şeklinde gösterilebilir.

Hilbert transformları konvolüsyon notasyonu ile ifade edilebilmektedir:

$$v(t) = \frac{1}{\pi t} * u(t) \quad (6.8)$$

$$u(t) = -\frac{1}{\pi t} * v(t) \quad (6.9)$$

Bu şekliyle $u(t)$ ve $v(t)$ Hilbert transform çiftleri olup kısaca aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$u(t) \xleftrightarrow{H} v(t) \quad (6.10)$$

Hilbert Transformu Fourier Transformu ile yakından ilgilidir. Fourier Transformu aşağıdaki integrallerle tanımlıdır.

$$U(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt \quad ; \omega = 2\pi f \quad (6.11)$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} U(f) e^{j\omega t} df \quad (6.12)$$

$u(t)$ ve $U(f)$ fonksiyonları birbirinin Fourier çiftleri olup kısaca aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$u(t) \xleftrightarrow{F} U(f) \quad (6.13)$$

(6.11) ve (6.12) eşitlikleri (6.2) ve (6.3) eşitlikleriyle karşılaştırıldığında çekirdek $\varphi(t, s) = (-j\omega t)$ ve eşlenik çekirdek $\psi(t, s) = \exp(j\omega t)$ olmaktadır.

Dolayısıyla Fourier Transformu bir zaman fonksiyonunu bir frekans fonksiyonuna çevirmektedir. İntegrallerdeki sınırlar genellikle $\pm\infty$ alınmaktadır. Yine de bu sınırlar $u(t)$ ve $U(f)$ fonksiyonlarının desteklediği aralıklarla sınırlıdır. Fourier spektral analizinden iyi bilindiği gibi $u(t)$ 'nin desteği sınırlı ise, $U(f)$ 'nin desteği sınırsızdır veya tam tersidir.

6.1.2 Analitik Fonksiyonlar

Reel kısmının Hilbert Transformu sanal kısmı olan karmaşık işarete analitik işaret adı verilir [21]. “Analitik” terimi, karmaşık $z=t+j\tau$ değişkeninin karmaşık fonksiyonu $\psi(z)$ anlamında kullanılmaktadır. Koordinat eksenleri t ve z olan C düzleminde D bölgesini ele alalım. D bölgesindeki her z noktasına bir w karmaşık sayısını karşı düşüren bir kural (fonksiyon) tanımlansın. Bu fonksiyon iki reel değişkenin karmaşık fonksiyonu olarak ifade edilebilir.

$$\Psi(z) = \Psi(t, \tau) = u(t, \tau) + jv(t, \tau) \quad (6.14)$$

öyle ki DCR (Euclidean uzayı)'dır. $\psi(z)$ fonksiyonunun toplam türevi :

$$d\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial z}dz + \frac{\partial\Psi}{\partial z^*}dz^* \quad (6.15)$$

olup burada $z^*=t-j\tau$ (z 'nin eşleniği) durumundadır. Kısmi türevler:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t} - j\frac{\partial\Psi}{\partial \tau}\right) \quad ; \quad \frac{\partial\Psi}{\partial z^*} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t} + j\frac{\partial\Psi}{\partial \tau}\right) \quad (6.16)$$

$\psi(\tau) = u(t, \tau) + jv(t, \tau)$ fonksiyonu D bölgesinde analitik fonksiyon olarak tanımlıdır, sayet $u(t, \tau)$ ve $v(t, \tau)$ sürekli olarak türevi alınabilir değişkenler ise gösterilebilir ki bu gereklilik $\partial\Psi/d\tau=0$ için sağlanmaktadır. Bu karmaşık fark iki reel eşitliğe ayrılabilir :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial \tau} \quad ; \quad \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\frac{\partial v}{\partial t} \quad (6.17)$$

ki bu eşitliklere Cauchy-Riemann eşitlikleri adı verilir. Bu eşitlikler; $\psi(z)$ fonksiyonu $\tau \in D$ bölgesinde analitik ise sağlanmaktadır.

6.1.3 Analitik Fonksiyonun Cauchy İntegral Gösterilimi: Analitik İşaret

Cauchy tarafından gösterilmiştir ki $C \in D$ kapalı çevriminde z bir nokta iken $\psi(z)$, C 'nin üzerinde ve içinde iken analitik ise ,

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi j} \int_C \frac{\Psi(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta \quad (6.18)$$

yazılabilir. Bu, $(t, j\tau)$ düzleminde bir çevrim integralidir. Bu çevrimi bir yarım çember şeklinde ele alalım. (6.18) eşitliğinde $y = \zeta - z$ alınırsa Cauchy integrali;

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi j} \int_C \frac{\Psi(y + z)}{y} dy \quad (6.19)$$

biçiminde yayılabilir.

Analitik işaret, (6.14) eşitliğinde $\tau=0$ alınarak elde edilen ve bu nedenle t değerlerinin karmaşık fonksiyonu olarak tanımlanabilir:

$$\Psi(t) = u(t, 0) + jv(t, 0) \quad (6.20)$$

Bu nedenle, analitik (karmaşık) işaret, analitik $\psi(z)$ fonksiyonunun reel eksen (t eksen) boyunca alınan değerleri verir. Gösterilebilir ki çevrim integrali $R \rightarrow \infty$ için yarım R çemberi boyunca yok olur. Bu nedenle, analitik işaret aşağıdaki integral ile tanımlıdır:

$$\Psi(t, 0) = \lim_{R \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2\pi j} \int_{-R}^R \frac{\Psi(\eta)}{\eta - t} d\eta \right\} \quad (6.21)$$

t Eksenini boyunca integral (Cauchy esas değeri) aşağıdaki gibi bölümlendirilmelidir:

$$\int_{-R}^R = \int_{-R}^{t-\epsilon} + \int_{t+\epsilon}^R + \int_{\gamma} \quad (6.22)$$

Burada γ , ε yarıçaplı çemberdir. (6.21) ile verilen karmaşık eşitlik, iki eşitliğe bölünebilir :

$$v(t, 0) = -\frac{1}{\pi}P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\eta, 0)}{\eta - t} d\eta \quad (6.23)$$

$$u(t, 0) = \frac{1}{\pi}P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v(\eta, 0)}{\eta - t} d\eta \quad (6.24)$$

Bu eşitlikler, Hilbert Transformunu temsil etmektedir. Sonuç olarak, Gabor analitik işaretinin reel ve sanal parçaları :

$$\psi(t)=u(t)+jv(t) \quad (6.25)$$

bir Hilbert çifti oluştururlar:

$$u(t) \overset{H}{\Leftrightarrow} v(t) \quad (6.26)$$

Bir reel işaret, analitik işaretler cinsinden yazılabilir:

$$u(t) = \frac{\Psi(t) + \Psi^*(t)}{2} \quad (6.27)$$

ve Hilbert transformu :

$$v(t) = \frac{\Psi(t) - \Psi^*(t)}{2j} \quad (6.28)$$

(6.27) ve (6.28) eşitlikleri genelleştirilmiş Euler eşitliklerini verir.

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \quad (6.29)$$

$$\sin(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \quad (6.30)$$

6.1.4 Hilbert Dönüşümünün Fourier Dönüşümü

Fourier Spektral analiz, analitik işaretler ve Hilbert transformlarının teorisi için önemli bir rol oynamaktadır. Fourier transform çifti ;

$$u(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} U(f) \quad (6.31)$$

olup $u(t)$ reel zaman fonksiyonu iken

$$U(f) = A(f) + jB(f) \quad (6.32)$$

şeklinde karmaşık bir fonksiyondur. $u(t)$ fonksiyonunun Hilbert transformu ;

$$v(t) = H[u(t)] = \frac{1}{\pi t} * u(t) \quad (6.33)$$

şeklinde olup çekirdek fonksiyonu $\theta(t) = \frac{1}{\pi t}$ 'nin Fourier transformu;

$$\theta(t) = \frac{1}{\pi t} \Leftrightarrow -j \operatorname{sgn}(f) \quad (6.34)$$

şeklinde olup buradaki $\operatorname{sgn}(f)$ basamak (signum) fonksiyonu ;

$$\operatorname{sgn}(f) = \begin{cases} 1 & f > 0 \\ 0 & f = 0 \\ -1 & f < 0 \end{cases} \quad (6.35)$$

(6.33) eşitliğinin sağ tarafı bir dağılım olduğuna göre sol taraftaki $\theta(t) = \frac{1}{\pi t}$ çekirdeği de bir dağılımdır. Fourier transformu teorisinden bilinmektedir ki, zaman domenindeki konvolüsyonu, Fourier görüntülerinin çarpımına karşı düşmektedir. Bu durumda, $v(t)$ 'nin spektrumu ;

$$v(f) = -j \operatorname{sgn}(f) U(f) \quad (6.36)$$

$-j \operatorname{sgn}(f)$ operatörü, spektrumun genliğini değiştirmez, fakat sadece faz spektrumunu değiştirir. Orijinal işaretin tüm spektral bileşeni $\pi/2$ veya 90° kadar kaydırılmaktadır. $U(t)$ ve $v(t)$ işaretlerinin birbirine dik (quadrature) oldukları ve zaman domeninde ise ortogonal oldukları söylenir yani ;

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t)v(t)dt = 0 \quad (6.37)$$

6.1.5 Hilbert Transformunun Özellikleri

Zaman domenindeki $u(t)$ işareti, çift ve tek terimlerin toplamı olarak yazılabilir ;

$$u(t) = u_e(t) + u_o(t) \quad (6.38)$$

$$\text{Çift terimler} \Rightarrow u_e(t) = \frac{u(t) + u(-t)}{2} \quad (6.39)$$

$$\text{Tek terimler} \Rightarrow u_o(t) = \frac{u(t) - u(-t)}{2} \quad (6.40)$$

Simetri özelliğine göre, bir boyutlu işaret iki dereceli serbestliğe sahiptir. $\cos(\omega t)$ bir çift fonksiyon, $\sin(\omega t)$ ise bir tek fonksiyon olduğuna göre,

$$\begin{aligned} U(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} [u_e(t) + u_o(t)] [\cos(\omega t) - j \sin(\omega t)] dt \\ &= A(f) + jB(f) \end{aligned} \quad (6.41)$$

$$A(f) = \int_{-\infty}^{\infty} [u_e(t)] \cos(\omega t) dt = 2 \int_0^{\infty} [u_e(t)] \cos(\omega t) dt \quad (6.42)$$

$$B(f) = \int_{-\infty}^{\infty} [u_o(t)] \sin(\omega t) dt = -2 \int_0^{\infty} [u_o(t)] \sin(\omega t) dt \quad (6.43)$$

olarak yazılabilecektir.

Sonuç olarak iki Fourier çifti elde edilir:

$$u_e(t) \xleftrightarrow{F} A(f) \quad \text{cosinus veya çift spektrum} \quad (6.44)$$

$$u_o(t) \xleftrightarrow{F} B(f) \quad \text{sinus veya tek spektrum} \quad (6.45)$$

Bu durumda $u(t)$ fonksiyonunun Hilbert transformunun Fourier transformu ;

$$F\{v(t)\} = F\{H[u(t)]\} \Rightarrow V(f) = -j \operatorname{sgn}(f) U(f) \quad (6.46)$$

Burada ‘ $-j \operatorname{sgn}(f)$ ’ operatörü cosinus spektrumunu spektruma (veya tam tersi) çevirmektedir. Bu nedenle, çift fonksiyonu Hilbert transformunun tek fonksiyonu (veya tam tersi) yapmaktadır.

$$V(f) = \operatorname{sgn}(f) [-jA(f) + B(f)] = B'(f) - jA'(f) \quad (6.47)$$

6.1.6 Fourier Transform Yardımıyla Hilbert Transformunun Türetilmesi

$u(t)$ işaretinin Hilbert transformu bu işaretin Fourier transformu $U(f)$ kullanılarak hesaplanabilir.

Hilbert transformu $v(t)$ 'nin Fourier görüntüsü

$$V(f) = -j \operatorname{sgn}(f) U(f) = -j \operatorname{sgn}(f) [A(f) + jB(f)] \quad (6.48)$$

olarak verilmiştir. Bunun Ters Fourier transformu;

$$v(t) = F^{-1}[-j \operatorname{sgn}(f) U(f)] = F^{-1} \{ \operatorname{sgn}(f) [-jA(f) + B(f)] \} \quad (6.49)$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 tek çift

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{\infty} -j [\operatorname{sgn}(f) A(f)] [j \sin(\omega t)] df + \int_{-\infty}^{\infty} [\operatorname{sgn}(f) B(f)] [\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)] df \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} [\operatorname{sgn}(f) A(f)] \sin(\omega t) df + \int_{-\infty}^{\infty} [\operatorname{sgn}(f) B(f)] \cos(\omega t) df \\
 v(t) &= \int_0^{\infty} 2A(f) \sin(\omega t) df + \int_0^{\infty} 2B(f) \cos(\omega t) df \quad (6.50)
 \end{aligned}$$

6.1.6.1 Gaussian Darbesinin Hilbert Transformu

Gaussian darbesi,

$$u(t) = e^{-\pi t^2} \quad (6.51)$$

ve Fourier transformu,

$$U(f) = A(f) = e^{-\pi f^2} \quad (6.52)$$

o halde (6.50) eşitliğine göre

$$v(t) = H[u(t)] = 2 \int_0^{\infty} e^{-\pi f^2} \sin(\omega t) df \quad (6.53)$$

6.1.7 Periyodik İşaretlerin Hilbert Transformu

Periyodik işaretlerin işaret işlemede pek çok uygulaması bulunmaktadır. Aşağıdaki metotlar söz konusudur:

- a) Bir periyodik işaretin Woodward tanımına dayalı bir metot;
- b) Bir periyodik işaretin Hilbert transformunun kotanjant formunu kullanan bir metot;
- c) Fourier serileri açılımının Hilbert transformu;
- d) Hilbert Transformunun zaman domen tanımlarına dayalı bir metot periyodik bir işarettir.

6.1.7.1 Woodward Tanımına Dayalı Metot

Her $t(-\infty, \infty)$ için ve τ zaman aralığı için $u_p(t)$ reel fonksiyonu için ;

$$u_p(t + \tau) = u_p(t) \quad (6.54)$$

eşitliği geçerli ise fonksiyon periyodiktir denir. Bu eşitliğin geçerli olduğu en küçük τ değeri periyot (T) olarak isimlendirilir. Elbette n tamsayı olmak üzere $\tau = nT$ 'dir. Bir periyodik fonksiyon $u_p(t)$, periyodik olmayan $u(t)$ fonksiyonlarının toplam biçimde ifade edilebilir ;

$$u_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(t - nT) \quad (6.55)$$

Bu eşitliği sağlayan olası bir $u(t)$ fonksiyonu, bir periyot süresi içinde $u_p(t)$ 'ye eşit olan ve bu sürenin dışında ise sıfır olarak seçilebilir. Böyle bir fonksiyon $u_T(t)$ ile gösterelim. (6.55) eşitliği periyodik tekrarı göstermek üzere ;

$$u_p(t) = \text{rep}[u_T(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_T(t - nT) \quad (6.56)$$

$u_T(t)$ fonksiyonu, periyodik $u_p(t)$ fonksiyonunun üretim fonksiyonu olarak isimlendirilir. Hilbert transformasyonu lineer olduğuna göre $u_p(t)$ 'nin Hilbert transformu ;

$$v_p(t) = H[u_p(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H[u_T(t - nT)] \quad (6.57)$$

$v_p(t)$ fonksiyonu üretim fonksiyonu cinsinden yazalım;

$$v_p(t) = H[u_p(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H[u_T(t - nT)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_T(t - nT) \quad (6.58)$$

6.1.7.2 Periyodik İşaretin Hilbert Transformunun Kotanjant Formu

Delta fonksiyonunun öteleme özelliği gereği;

$$u(t-t_0) = u(t) * \delta(t-t_0) \quad (6.59)$$

ifadesi yazılabilir. Buna göre periyodik işaretin konvolüsyon formunda, $u_T(t)$ üretim fonksiyonu olmak üzere ;

$$u_p(t) = u_T(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (6.60)$$

olarak yazılabilir. Bu konvolüsyonun Hilbert transformunu

$$v_p(t) = H[u_p(t)] = H\left\{u_T(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)\right\} \quad (6.61)$$

Konvolüsyonunun Hilbert transformu terimlerden biri ile diğerinin Hilbert transformuna eşittir.

$$v_p(t) = u_T(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} H\{\delta(t - nT)\} = u'_T(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} \cot[\pi(t/T - n)] \quad (6.62)$$

6.1.7.3 Periyodik Fonksiyonunun Fourier Serileri Açılımının Hilbert Transformu

Periyodik işaretin kosinüs Fourier serileri ;

$$u_p(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(2\pi n t / T + \varphi_n) \quad (6.63)$$

U_0 doğru gerilim bileşeninin Hilbert transformu sıfıra eşit olup işaretin Hilbert transformu ;

$$v_p(t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin(2\pi nt/T + \varphi_n) \quad (6.64)$$

6.1.7.4 Direkt Olarak Zaman Domeni Hilbert İntegrali Üzerinden Periyodik İşaretin Hilbert Transformunun Türevi

Periyodik işaretlerin Hilbert transformunun, zaman domenindeki integrali ardışıl periyotlar üzerinden integrallerin sonsuz serileri cinsinden ifade edilebilir. Ancak, sadece basit periyot üzerinden integral Hilbert çekirdeğinin ($1/\pi t$ 'nin) kutbunu ihtiva eder. Örneğin, periyodik kare dalganın Hilbert transformunun türevi ;

$$v_p(t) = \frac{-1}{\pi} \left\{ \dots \int_{-5b}^{-3b} \frac{d\eta}{\eta-t} - \int_{-3b}^{-b} \frac{d\eta}{\eta-t} + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-b}^{t-\epsilon} \frac{d\eta}{\eta-t} + \int_{t+\epsilon}^b \frac{d\eta}{\eta-t} \right] - \int_b^{3b} \frac{d\eta}{\eta-t} + \int_{3b}^{5b} \frac{d\eta}{\eta-t} - \dots \right\} \quad (6.65)$$

Bu türev $b=T/4$ için ;

$$v_p(t) = \frac{2}{\pi} \left\{ \ln \frac{\prod_{m=1}^{\infty} [2m-1 - (-1)^m x]}{\prod_{m=1}^{\infty} [2m-1 + (-1)^m x]} \right\} \quad (6.66)$$

6.2 Hilbert Transformasyonunun Özellikleri

6.2.1 Giriş

Bu bölüm, Hilbert dönüşümünün bazı özelliklerini ve gerektiğinde verilen özelliklerin türevlerini ve bazı yararlı yorum ve uygulamalarını ele alır. Bazı türevler aynı anda iki ya da daha çok özelliği kullanılırken, verilen örnekler Tablo (2.1)'de liste halinde verilen özellikleri tam olarak aynı sırada takip etmez. Şurası kesin ki, Hilbert Transformunun çeşitli özelliklerinin elemanter kullanımı, işaret işlemede yeni algoritmalara ve yeni yeni uygulamalara kapı açabilir.

Tablo 6.1: Hilbert transformasyonunun özellikleri

No	İsim	Asıl İşaret veya Inverse Hilbert Transform	Hilbert Transform
1	Notasyonlar	$u(t)$ ve ya $H^{-1}[v(t)]$	$v(t)$ ve ya $H[u(t)]$ ve ya $\hat{u}(t)$
2	Zaman Domeni Tanımı	$u(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v(\eta)}{\eta - t} d\eta$	$v(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\eta)}{\eta - t} d\eta$
2a	konvolüsyon	$u(t) = \frac{-1}{\pi t} * v(t)$	$v(t) = \frac{1}{\pi t} * u(t)$
3	Fourier Spektrum	$u(t) \xleftrightarrow{F} U(\omega)$	$v(t) \xleftrightarrow{F} V(\omega)$
4	Lineerlik	$U(\omega) = j \operatorname{sgn}(\omega) V(\omega)$	$V(\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) U(\omega)$
5	Ölçekleme	$au_1(t) + bu_2(t)$	$av_1(t) + bv_2(t)$
5a	Zaman Tersli	$u(-at)$	$-v(-at)$
6	Zaman Ötelemesi	$u(t - a)$	$v(t - a)$
7	Çiftlik ve Terslik	$u_{1e}(t) + u_{2o}(t)$	$v_{1o}(t) + v_{2e}(t)$
8	Zaman Türevleri İlk çık İkinci çık	$\dot{u}(t) = -\frac{1}{\pi t} * \dot{v}(t)$ $\dot{u}(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{-1}{\pi t} \right) * v(t)$	$\dot{v}(t) = \frac{1}{\pi t} * \dot{u}(t)$ $\dot{v}(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{-1}{\pi t} \right) * u(t)$
9	Konvolüsyon	$u_1(t) * u_2(t) = -v_1(t) * v_2(t)$	$u_1(t) * v_2(t) = v_1(t) * u_2(t)$
10	Öz Konvolüsyon	$u(t) * u(t) = -v(t) * v(t)$	
11	Enerji	$\int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} v^2(t) dt$	Uyarı: Doğru gerilime ait enerji yok sayılmıştır.
12	T ile çarpma spektrumları	$tu(t)$	$tv(t) - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\eta) d\eta$

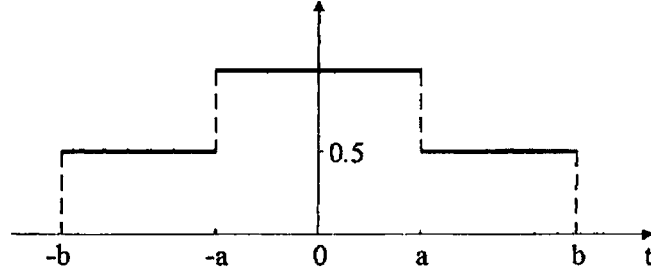
13	Üst üste düşmeyen işaretlerin çarpımı	$u_1(t) \rightarrow$ Alçak geçiren işaret $u_1(t)u_2(t)$	$u_2(t) \rightarrow$ Yüksek geçiren işaret $u_1(t)v_2(t)$
14	Analitik işaret	$\Psi(t) = u(t) + jH[u(t)]$	$H[\Psi(t)] = -j\Psi(t)$
15	Analitik işaretler çarpımı	$\Psi(t) = \Psi_1(t)\Psi_2(t)$	$H[\Psi(t)] = \Psi_1(t)H[\Psi_2(t)] = H[\Psi_1(t)]\Psi_2(t)$
16	İterasyon Yok Tek Çift Üçlü	Operasyon: $H[u(t)] = v(t)$ $H[H[u(t)]] = -u(t)$ $H[H[H[u(t)]]] = -v(t)$ $H[H[H[H[u(t)]]]] = u(t)$	Fourier Görüntüsü: $-j \operatorname{sgn}(\omega)U(\omega)$ $[-j \operatorname{sgn}(\omega)]^2 U(\omega)$ $[-j \operatorname{sgn}(\omega)]^3 U(\omega)$ $[-j \operatorname{sgn}(\omega)]^4 U(\omega)$

6.2.2 Lineerlik

Hilbert transformunu lineerdir ve sayet çapraşık işaret dalga şekli basit dalga şekillerinin toplamı olarak ifade edilebilirse, her bir terimin hilbert transformunun toplamı istenen dönüşünü verir.

Örneğin Şekil (6.1)'deki dalga şekli, iki dikdörtgen dalganın toplamı olarak ifade edilebilir. Böylece, bu dalga şeklinin Hilbert transformu

$$\begin{aligned}
 v(t) = H[\Pi_{2a}(t) + \Pi_{2b}(t)] &= \frac{1}{\pi} \left\{ \ln \left| \frac{t+a}{t-a} \right| + \ln \left| \frac{t+b}{t-b} \right| \right\} \\
 &= \frac{1}{\pi} \ln \left| \frac{(t+a)(t+b)}{(t-a)(t-b)} \right|
 \end{aligned} \tag{6.67}$$



Şekil 6.1: İki kare dalgaının toplamı olan işaret dalga şekli

6.2.3 Lineerlik: Fonksiyonun Örneklerini Kullanarak Hilbert Transform Üretme Metodu

Sık sık örnekler dizisi olarak verilen bir fonksiyonun Hilbert transformu hesap etme gereği duyulur. Örneğin ; minimum fazlı bir transfer fonksiyonunun reel ve sanal parçaları Hilbert çifti oluşturur. Öyleyse, deneysel verinin reel kısmını kullanmak ve sanal kısmını hesaplamak uygun olabilir. Örnekler dizisi şeklinde verilen bir fonksiyonun Hilbert transformunu hesaplama metodu, fonksiyona merdiven tipi bir fonksiyonu yaklaştırmayı ele alır. Bu, Riemann integralinin tanımında kullanılan fonksiyonlarla tam olarak aynıdır. Şekil (6.2)'de gösterildiği gibi merdiven tipi fonksiyon ardışıl kare dalga darbelerinin toplamını kullanarak yapılandırılabilir. O halde, verilen bir fonksiyon aşağıdaki gibi ifade edilebilir ;

$$u(t) = \lim_{a \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(ka) \Pi_a(t - ka) \quad (6.68)$$

ki burada dikdörtgen dalgayı gösteren $\Pi_a(t)$ aşağıdaki eşitlikle tanımlıdır ;

$$\Pi_a(t) = \begin{cases} 1 & |t| < a/2 \\ 0.5 & |t| = a/2 \\ 0 & |t| > a/2 \end{cases} \quad (6.69)$$

$\Pi_a(t)$ dikdörtgen dalgasının Hilbert transformu ;

$$H[\Pi_a(t)] = \frac{1}{\pi} \ln \left| \frac{2t + a}{2t - a} \right| \quad (6.70)$$

O halde, Hilbert Transformunun lineerlik özelliği kullanılarak (6.68)'nin Hilbert transformu ;

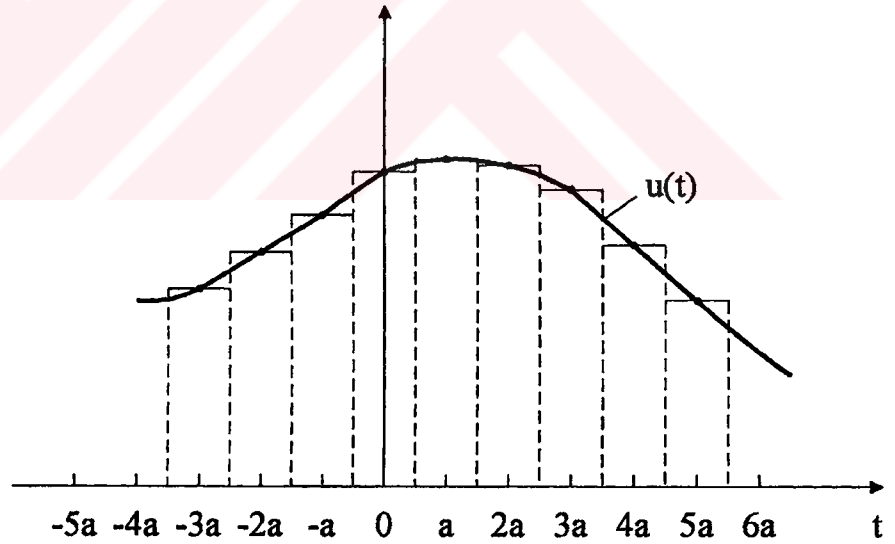
$$v(t) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(ka) \ln \left| \frac{2t - (2k - 1)a}{2t - (2k + 1)a} \right| \quad (6.71)$$

Yukarıdaki eşitlik $\Pi_a(t)$ darbesi sıfır zamanı etrafında merkezlenmişse geçerlidir.

İşaret, sıfır zamanında iki darbenin sınırı olacak şekilde kaydırılırsa aşağıdaki eşitlikler yazılabilir ;

$$u(t) = \lim_{a \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} u[(k + 0.5)a] \Pi_a[t - k + 0.5)a] \quad (6.72)$$

$$v(t) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} u[(k + 0.5)a] \ln \left| \frac{t - ka}{t - (k + 1)a} \right| \quad (6.73)$$



Şekil 6.2: Merdiven fonksiyonu ile bir fonksiyona yaklaşma

6.2.4 Lineerlik: Hiperbolik Fonksiyonların Hilbert Transformu

Bir kotanjant fonksiyonunun Mittag-Leffler kısmi kesirlere ayrımı aşağıdaki biçimdedir;

$$\cot(t) = \frac{1}{t} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{t - n\pi} + \frac{1}{t + n\pi} \right] = \frac{1}{t} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2t}{t^2 - (n\pi)^2} \quad (6.74)$$

$$\coth(t) = j \cot(jt)$$

$$= \frac{e^t + e^{-t}}{e^t - e^{-t}} = \frac{1}{t} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2t}{(n\pi)^2 + t^2} \quad (6.75)$$

Yukarıdaki ifadelerdeki toplam terimleri Cauchy fonksiyonları biçiminde olup bunların Hilbert transformu;

$$H\left[\frac{a}{a^2 + t^2}\right] = \frac{t}{a^2 + t^2} \quad \text{ve} \quad H\left[\frac{t}{a^2 + t^2}\right] = \frac{-a}{a^2 + t^2} \quad (6.76)$$

Bu durumda;

$$\begin{aligned} H[\coth(t)] &= H\left[\frac{1}{t}\right] + \sum_{n=1}^{\infty} H\left[\frac{2t}{(n\pi)^2 + t^2}\right] \\ &= -\pi\delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\pi n}{(n\pi)^2 + t^2} \end{aligned} \quad (6.77)$$

6.2.5 İterasyon

Hilbert transform işleminin tekrarı, $H[H[u(t)]]$, iterasyon olarak isimlendirilir.

Dolayısıyla $H\{H[H[u(t)]]\}$ çift iterasyonu gösterir.

Hilbert transformunun iterasyonu esas işaretin zıt işaretlisini verir, yani;

$$H\{H[u(t)]\} = H[v(t)] = -u(t) \quad (6.78)$$

İspat için frekans domeninde iterasyon, Fourier görüntüsünün çarpımı olarak ortaya çıkar.

$$u(t) \xleftrightarrow{F} U(f) \quad -u(t) \xleftrightarrow{F} -U(f)$$

$$u(t) \xrightarrow{H} v(f)$$

$$v(t) \xrightarrow{F} V(f) = -j \operatorname{sgn}(f) U(f)$$

$$H[v(t)] \xrightarrow{F} H[V(f)] = H[-j \operatorname{sgn}(f) U(f)]$$

$$v(t) = H[u(t)] = (1/\pi t) * u(t)$$

$$u(t) = H^{-1}[v(t)] = (-1/\pi t) * v(t)$$

$$H[v(t)] = (1/\pi t) * v(t) = (1/\pi t) * [(1/\pi t) * u(t)]$$

$$H[v(t)] \xrightarrow{F} F\left\{\frac{1}{\pi t}\right\} F\left\{\frac{1}{\pi t} * u(t)\right\} = [-j \operatorname{sgn}(f)]^2 U(f)$$

$$= -[\operatorname{sgn}(f)]^2 u(f) = -u(f)$$

$$F\left\{\frac{1}{\pi t}\right\} = -j \operatorname{sgn}(f)$$

$$H\{H[u(t)]\} = H[v(t)] = -u(t) \quad (6.79)$$

bulunur.

Analog veya sayısal işaret işlemede Hilbert transformuna $u(t)$ işaretinin geciktirilerek yaklaştırılabilir. n katlı iterasyonda, her bir geciktirme $(n+1)$ Hilbert filtresinin seri olarak (kaskat) bağlı olmasına karşılık gelir.

6.2.6 Türev İşlemi

Türev alma işlemi yeni Hilbert çiftlerinin elde edilmesinde yararlı olan bir araçtır. Verilen bir Hilbert çiftinin her iki tarafının türevi alınarak, yeni bir Hilbert çifti, elde edilir.

$$\dot{u}(t) \xrightarrow{H} \dot{v}(t) \quad (6.80)$$

$$\frac{d^n u(t)}{dt^n} \xrightarrow{H} \frac{d^n v(t)}{dt^n} \quad (6.81)$$

Analitik fonksiyonun terimleri olan $u(t)$ ve $v(t)$ her zaman türetilebilir. Başlangıç olarak aşağıdaki analitik fonksiyonu ele alalım.

$$\psi(t) = \frac{1}{1-jt} = u(t) + jv(t) = \frac{1+jt}{1+t^2} = \frac{1}{1+t^2} + j \frac{t}{1+t^2} \quad (6.82)$$

$$u(t) = \frac{1}{1+t^2} \xleftrightarrow{H} \frac{t}{1+t^2} = v(t) \quad (6.83)$$

$$\dot{u}(t) = \frac{-2t}{(1+t^2)^2} \xleftrightarrow{H} \frac{(1+t^2) - t2t}{(1+t^2)^2} = \frac{1-t^2}{(1+t^2)^2} = \dot{v}(t) \quad (6.84)$$

6.2.7 Konvolüsyonun Türetilmesi

Tanım olarak Hilbert çifti,

$$u(t) = -\frac{1}{\pi t} * v(t) \xleftrightarrow{H} v(t) = \frac{1}{\pi t} * u(t) \quad (6.85)$$

Türetme işlemini sadece bir terime örneğin ilkinde uygulayalım ;

$$\dot{u}(t) = -\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\pi t} \right) * v(t) \xleftrightarrow{H} \dot{v}(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\pi t} \right) * u(t) \quad (6.86)$$

$$\dot{u}(t) = \frac{1}{\pi t^2} * v(t) \xleftrightarrow{H} \dot{v}(t) = -\frac{1}{\pi t^2} * u(t) \quad (6.87)$$

Türetme işlemini ikinci terime uygularsak,

$$\dot{u}(t) = -\frac{1}{\pi t} * \dot{v}(t) \xleftrightarrow{H} \frac{1}{\pi t} * \dot{v}(t) \quad (6.88)$$

Tanım olarak;

$$\dot{v}(t) = \frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} u(\eta) \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\eta-t} \right) d\eta = \frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\eta)}{(\eta-t)^2} d\eta = \frac{1}{\pi t^2} * u(t) \quad (6.89)$$

$$[\quad u(t) = \delta(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\eta) \delta(t-\eta) d\eta \quad] \quad (6.90)$$

Bu sonuç, türetme işleminin Hilbert çiftine ait konvolüsyon ifadesinin ilk terimine uygulanmasıyla elde edilen sonuçla aynıdır. Şimdi türetme işleminin ikinci terime uygulanmasıyla elde edilen sonucu doğrulamaya çalışalım;

$$\dot{v}(t) = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\eta)}{\eta - t} d\eta \right] = \frac{d}{dt} \left[\frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(y+t)}{y} dy \right] = \frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{u}(y+t)}{y} dy = \frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{u}(\eta)}{\eta - t} d\eta = \frac{-1}{\pi} * \dot{u}(t) \quad (6.91)$$

$$y = \eta - t \Rightarrow \eta = y + t \Rightarrow d\eta = dy \quad (6.92)$$

6.2.8 t ile Çarpım ve Türetme

$$u(t) \xleftrightarrow{H} v(t) = H[u(t)] \quad (6.93)$$

$$H[tu(t)] = tv(t) - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\eta) d\eta \quad (6.94)$$

$$H[tu(t)] = \frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(y+t)u(y+t)}{y} dy = \frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{tu(y+t)}{y} dy - \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} u(y+t) dy \quad (6.95)$$

$$= \frac{-t}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\eta)}{\eta - t} d\eta - \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} u(\eta) d\eta \quad (6.96)$$

$$(y = \eta - t \Rightarrow \eta = y + t \Rightarrow d\eta = dy) \quad (6.97)$$

$$H[tu(t)] = tH[u(t)] - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\eta) d\eta \quad (6.98)$$

6.2.9 Özkonvolüsyon, Özilişki ve Enerji

Özkonvolüsyon işlemi, tanım olarak,

$$\rho_{uu}(t) = u(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (6.99)$$

$$u(t) \xleftrightarrow{H} v(t) \quad (6.100)$$

$$u(t) = \frac{-1}{\pi t} * v(t) \quad (6.101)$$

$$F\{\rho_{uu}(t)\} = U(f)U(f) \quad (6.102)$$

$$v(t) = \frac{-1}{\pi} * u(t) \xleftrightarrow{F} -j \operatorname{sgn}(f) U(f) = V(f) \quad (6.103)$$

$$\rho_{vv}(t) = v(t)v(t) \quad (6.104)$$

$$F\{\rho_{vv}(t)\} = V(f)V(f) = [-j \operatorname{sgn}(f)]^2 U(f)U(f) = j^2 \operatorname{sgn}^2(f)U(f)U(f) = -U(f)U(f) = F\{\rho_{uu}(t)\}$$

$$\rho_{uu}(t) = -\rho_{vv}(t) \quad (6.105)$$

Özilişki fonksiyonu ;

$$\rho_{uu}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u(t - \tau)dt \quad (6.106)$$

$$\rho_{uu}(t) = -\rho_{vv}(t) \quad (6.107)$$

$$K_{uv}(t) = -K_{vu}(t) \quad (6.108)$$

$$\text{Enerji} = \rho_{uu}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} v^2(t)dt \quad (6.109)$$

Enerjilerin $u(t)$ ve $v(t)$ ile eşit biçimde hesaplanıyor olması, Hilbert transform türevlerin doğruluğunun test edilmesi açısından yararlı bir metottur.

$$\delta(t) \overset{H}{\Leftrightarrow} \frac{1}{\pi t} \quad \text{ve} \quad \frac{1}{\pi t} \overset{H}{\Leftrightarrow} -\delta(t) \quad (6.110)$$

$$\delta(t) = \delta(t) * \delta(t) \quad (6.111)$$

$$H[u(t)] = v(t) = \frac{1}{\pi t} * u(t) \quad (6.112)$$

$$H\left[\frac{1}{\pi t}\right] = -\delta(t) = \frac{1}{\pi t} * \frac{1}{\pi t} \Rightarrow \delta(t) = \frac{1}{\pi t} * \frac{1}{\pi t} \quad (6.113)$$

6.3 Ayrık Hilbert Dönüşümü

6.3.1 Giriş

Sayısal işaret işlemede, sürekli (analog) işaretlerin Hilbert transformu Ayrık Hilbert transformuna (DHT) dönüşür. Bu alt bölüm DHT'unun basit teorik öz prensiplerini ele alır. Önceki alt bölümlerde Hilbert transform teorisi Fourier transformuna sıkıca bağlanmıştı. Benzer şekilde DHT ile DFT (ve FFT) arasında sıkı ilişki vardır.

6.3.2 Ayırık Fourier Dönüşümü (DFT)

Ayrık zaman işareti, örnekler dizisi şeklindedir. Örnekler bir ADC yardımıyla sayısala çevrilir. Bu çevirme, örnekleme, kuvantalama ve kodlamayı kapsar.

Bu örnekler dizisi örneğin; $u(0), u(1), u(2), \dots, u(i), \dots$ şeklindedir. Burada t zaman değişkeninin yerini i zaman indisi almaktadır; $i=0, 1, 2, \dots, i, \dots$. Örneklenmiş işaretin örnekleme periyodu T iken ayırık zaman momentleri $t(i)=iT$ ilişkisiyle verilir. Tek yanlı örnek dizisi sonlu N değere sahipken, $0 \leq i \leq N-1$ aralığında bu dizi için tanımlanan DFT;

$$U(k) = \sum_{i=0}^{N-1} u(i)e^{-j\omega} ; \omega = 2\pi ik/N \quad (6.114)$$

ki burada k , frekans tamsayı değişkenidir. $0 \leq k \leq N-1$ ve Fourier çekirdeği $\exp(-j\omega t)$ olmaktadır. Ayırık frekanslar $f(k)=k\Delta f$ ilişkisiyle verilmekte olup burada $\Delta f = 1/N$ DFT'nin frekans çözünürlüğünü ifade eder. (6.114) eşitliği ile verilen ayırık spektrum periyodiktir; yani $u(k)=U(k+N)=U(k+2N)=\dots$

Ayrık dizi $u(i)$ ve spektral dizi $U(k)$ bir çift oluştururlar.

$$u(i) \xleftrightarrow{\text{DFT}} U(k) \quad (6.115)$$

Orijinal ayırık zaman $u(i)$ DFT-1 ile gösterilen ters dönüşümle tekrar elde edilebilmektedir,

$$u(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U(k)e^{j\omega}; \omega = 2\pi ik/N \quad (6.116)$$

Bu ters dönüşümle elde edilen ayırık zaman dizisi de periyodiktir ;yani, $u(i)=u(i+N)=u(i+2N)=\dots$. Fourier integraliyle DFT karşılaştırılırsa görülür ki, integrasyonun yerini toplam, üstel çekirdek $\exp(Fj\omega t)$ 'nin yerine $\exp(Fj\omega)$ almaktadır. Genel olarak, $u(i)$ reel dizisi için spektral fonksiyon $U(k)$ karmaşıktır; yani,

$$U(k) = U_{\text{Re}}(k) + jU_{\text{Im}}(k) \quad (6.117)$$

Reel kısım, kosinüs DFT formundadır.

$$U_{\text{Re}}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} u(i) \cos(w), \quad w = 2\pi i k / N \quad (6.118)$$

Sanal kısım da sinüs DFT formundadır.

$$U_{\text{Im}}(k) = - \sum_{i=0}^{N-1} u(i) \sin(w), \quad w = 2\pi i k / N \quad (6.119)$$

Reel kısım çift diziyi, sanal kısım ise tek diziyi oluşturur. Son ifade $k=0$ ve $k=N/2$ için sıfırdır (N tamsayı); yani terim vermemektedir.

Verilen dizi çift ve tek kısımlara ayrılabilir. Çift dizi için DFT reel olup kosinüs DFT ile; tek dizi için ise sanal olup sinüs DFT ile hesaplanır.

$$u(i) = u(0) + u_e(i) + u_o(i) \quad (6.120)$$

Sinüs dönüşümü $u(0)$ değerine bağlı olmadığından $u(0)$ terimi ifadeye eklenmiştir. Dolayısıyla, (6.119) eşitliğindeki toplam $i=1$ 'den $(N-1)$ 'e kadar olan indis aralığında hesaplanır (kapsar).

N 'in çift değerleri için, çift ve tek kısımlar $1 \leq i \leq N-1$ için;

$$u_e(i) = \frac{u(i) + u(N-i)}{2} ; \quad u_o(i) = \frac{u(i) - u(N-i)}{2} \quad (6.121)$$

Kosinüs dönüşümünde $u(i)$ yerine $u_e(i)$ dizisi konursa gene aynı $U_{\text{Re}}(k)$ dizisi elde edilebilir. Kosinüs ters dönüşüm ile çift dizi tekrar elde edilebilir.

$$U_{\text{Re}}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} u_e(i) \cdot \cos(w) \quad w = 2\pi i k / N \quad (6.122)$$

$$u_e(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U_{\text{Re}}(k) \cos(w), \quad w = 2\pi i k / N \quad (6.123)$$

Benzer şekilde, tek dizi sinüs ters dönüşümden elde edilebilir;

$$u_o(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} U_{\text{Im}}(k) \sin(w), \quad w = 2\pi i k / N \quad (6.124)$$

Eğer çift ve tek diye diziyi ikiye ayırmak gerekmiyorsa aşağıdaki ters dönüşümle işaret dizisi tekrar elde edilebilir;

$$u(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [U_{\text{Re}}(k)\cos(kt) - U_{\text{Im}}(k)\sin(kt)] \quad (6.125)$$

$$u(i) = \frac{U(0)}{N} + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} [U_{\text{Re}}(k)\cos(kt) - U_{\text{Im}}(k)\sin(kt)] \quad (6.126)$$

$$U(0) = \sum_{i=0}^{N-1} u(i) \quad (6.127)$$

$U(0)/N$, spektrumda doğru gerilim bileşeni temsil eder.

(6.126) eşitliği yarım toplam aralığı üzerinden Fourier serileri kullanılarak da elde edilebilir.

6.3.2.1 Çiftlik ve Teklik

Hilbert transformunun zaman işaretlerine uyguladığı gibi DHT'nin de çift diziyi tek diziyeye (veya tam tersi) çevirmesi nedeniyle teklik ve çiftlik önem kazanmaktadır.

N örneklik bir diziyi ele alalım, $0 \leq i \leq N-1$.

$u(0)$ örneği çifttir ve bu tüm çift N için geçerlidir. Sadece, bir sonraki örnek $[u(1)]$, çift ve tek kısımların elde edilmesinde kullanılmaktadır. $I=N/2=4$ 'deki örnek $u(4)$ çifttir, $u_e(4)=1$, $u_o(4)=0$. Bu ifade, tüm çift N değerleri için geçerlidir. Diğer iki örnek $i=N/2$ noktasına göre asimetrik ve çift ve tek kısımlara ayrılabilir.

6.3.2.2 Dizin Doğru ve Değişken Parçalar

$k=0$ ve $i=0$ için dönüşümler aşağıdaki şekildedir;

$$U(0) = \sum_{i=0}^{N-1} u(i); \quad u(0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U(k) \quad (6.128)$$

Bu nedenle sıfır noktasındaki $u(0)$, spektral terimler $[U(k)]$ ortalama değerine eşittir. Benzer şekilde $u(i)$ dizisinin ortalama değeri;

$$u_{dc} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u(i) = \frac{U(0)}{N} \quad (6.129)$$

Öyle bir dizi tanımlansın ki $0 \leq i \leq N-1$ aralığındaki tüm i değerleri için eşit olarak u_{dc} değerini alsın; bu dizi, elektrik deyimle dc (doğru gerilim) dizisi olarak isimlendirilir. Dolayısıyla, $u(i)$ dizisi iki dizinin toplam olarak ifade edilebilir,

$$u(i) = u_{dc}(i) + u_{ac}(i) \quad (6.130)$$

ki burada $u_{ac}(i)$, değişken akım dizisidir. Hilbert dönüşümü dc bileşeni yok ettiğinden (6.130)'deki dizi ayrımı önem kazanır.

6.3.3 Z Dönüşümü

Z dönüşümü DHT uygulamaları ve teorisiyle bağlantılı çoğu problemlere uygulanmaktadır. Tek taraflı Z dönüşümü, $i=0$ 'dan $i=\infty$ 'a kadar (sınırlı olması durumunda $i=N-1$ 'e kadar) değişen ayrık zaman değişkeni üzerinden ayrık zaman dizisi $u(i)$ 'ye uygulanır.

$$u(z) = \sum_{i=0}^{N-1} u(i)z^{-i} \quad (6.131)$$

$z=x+jy$ karmaşık frekansı sürekli. z çifti ;

$$u(i) \xleftrightarrow{Z} U(z) \quad (6.132)$$

$u(i)$ dizisi spektrumu olan $U(k)$ periyodiktir. Normalize ayrık frekans,

$$\Psi = 2\pi k/N \text{ (radyan)} \quad (6.133)$$

DFT'nin basit periyodu $0 \leq \psi \leq 2\pi$ aralığında ve diğer periyodu ise $2\pi \leq \psi \leq 4\pi$ frekans aralığındadır.

$$z=e^{j\Psi}$$

eşitliği karmaşık $z=x+jy$ düzleminde çemberi tanımlar.

DFT ve Z dönüşümü karşılaştırılırsa, sürekli Z dönüşümünün birim çember üzerinde eşit aralıklarla dizilmiş ayrık noktalar DFT örnek noktalarına karşı düşer $0 \leq \psi \leq \pi$

yarı periyodu pozitif frekanslar bölgesine $\pi \leq \psi \leq 2\pi$ yarı periyodu (alt yarım çember) ise negatif frekanslar bölgesine karşı düşer.

6.3.4 DFT ve Z Dönüşümünün Temel Özellikleri

Fourier transformun temel özellikleri ayrık dönüşümdeki karşılıkları ile de gösterilebilir.

6.3.4.1 Lineerlik

$U_1(k)$ ve $U_2(k)$, $u_1(i)$ ve $u_2(i)$ dizilerinin DFT'leri olup

$$a u_1(i) + b u_2(i) \xrightarrow{\text{DFT}} a U_1(k) + b U_2(k) \quad (6.134)$$

6.3.4.2 Enerji Eşitliği (Parseval Teoremi)

$u(i)$ ayrık dizisinin enerjisi, tüm terimlerin kareleri olarak tanımlanır. Bu, DFT terimlerinin aynı şekilde kareler toplamına da eşittir.

$$E = \sum_{i=0}^{N-1} |u(i)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |U(k)|^2 \quad (6.135)$$

Bu ilişki, DFT hesap sonucunun test edilmesi için çok kullanışlıdır. Toplam enerji, dc ve ac dizilerinin enerjilerinin toplamına eşittir.

$$E = E_{dc} + E_{ac}$$

$$N[U_{dc}]^2 = E_{dc} = N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u(i) \right]^2 = N \left[\frac{U(0)}{N} \right]^2 = \frac{U^2(0)}{N} \quad (6.136)$$

$$E_{ac} = \sum_{i=1}^{N-1} [u(i) - u_{dc}]^2 \quad (6.137)$$

6.3.4.3 Çevresel Konvolüsyon: Konvolüsyondan Çarpma Teoremi

$u_1(i)$ ve $u_2(i)$ gibi iki N uzunluklu ve periyodik dizilerin konvolüsyonu,

$$v(i) = u_1(i) \otimes u_2(i) = \sum_{j=0}^{N-1} u_1(j)u_2(i-j) \quad (6.138)$$

Her iki tarafın DFT'si alındığında,

$$\begin{aligned} V(k) &= \sum_{i=0}^{N-1} v(i)e^{-jw} = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} u_1(m)u_2(i-m)e^{-jw} ; w = 2\pi ik/N \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} u_1 e^{-j2\pi mk/N} \sum_{i=0}^{N-1} u_2(i-m)e^{-j2\pi(i-m)k/N} = U_1(k)U_2(k) \end{aligned} \quad (6.139)$$

Bu teorem Z dönüşümü için de geçerlidir.



7. HILBERT TRANSFORMU YARDIMIYLA EKG İŞARETLERİNİN ANALİZİ VE PVC SEZİMİ

Bu çalışmada, elektrokardiyogramdaki normal kalp atışları ile anormal kalp atışlarını sınıflayabilmek için bir teknik önerilmektedir. Konu alınan teknik, sadece EKG işareti ve işaretin Hilbert fonksiyonunun suni bir vektörkardiyogram elde etmek için kullanılmasını değil aynı zamanda da Fourier transformunu içermektedir. Aritmi sezimi yapabilmek için MIT/BIH Arrhythmia Database'den yararlanılmıştır. EKG işaretindeki normal ve anormal kalp atışlarını sınıflayabilmek için lineer bir eşitlik elde edilmiştir. Çalışma göstermektedir ki, bu aritmi sezme metodu PVC sezimini %99 başarı ile sağlamaktadır.

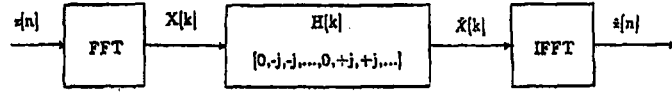
7.1 Giriş

Kalp hakkında sağladığı bilgiler açısından EKG önemli bir araçtır. Doktorlara teşhis için daha fazla bilgi sağlayabilmek amacıyla her geçen gün yeni algoritmalar geliştirmek üzere birçok çalışmalar yapılmaktadır. Vektörkardiyogramlar (VCG) da EKG işaretlerinin sınıflanması için iyi bir yöntem oluşturmaktadır [22].

Bu çalışmada, Hilbert transformunun EKG işaretine uygulanması ile suni vektörkardiyogramların elde edilmesi [23] ve bu vektörkardiyogramlardan Fourier katsayılarının oluşturulmasına dayanan bir metot aritmi sezimi için önerilmiştir. Önerilen modelin performans testleri MIT/BIH aritmi veritabanından yararlanarak yapılmıştır.

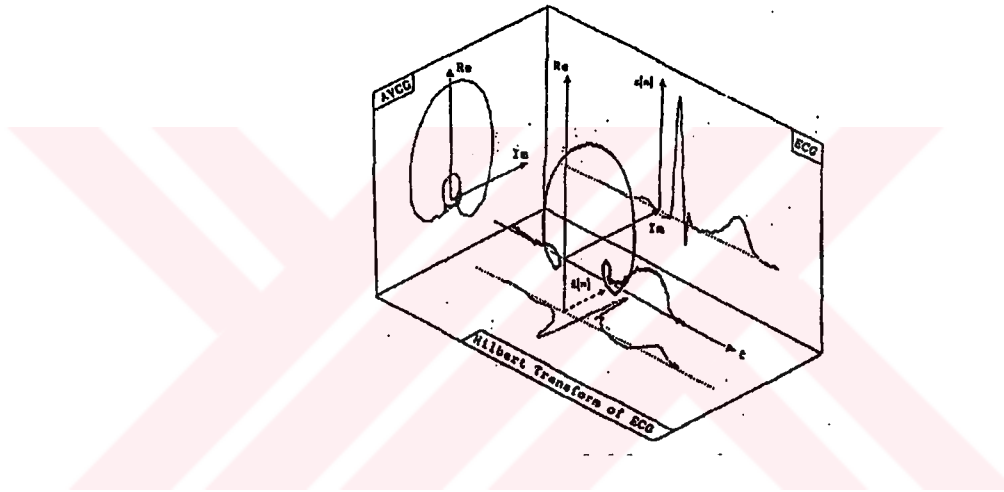
7.2 Metot ve İşaret İşleme

Verilen metotta, Hilbert dönüşümü yoluyla EKG dalgalarından suni vektörkardiyogramlar elde edilebilmektedir. $x(n)$ dizisinin ayrık Hilbert dönüşümü olan $\hat{x}(n)$ 'e hızlı Fourier dönüşümü (FFT) ve ters hızlı Fourier dönüşümü (IFFT) kullanılarak ulaşmak mümkündür [24] (Şekil 7.1).



Şekil 7.1: $x(n)$ EKG dizisinin ayrık Hilbert transformu ($\hat{x}(n)$) blok diyagramı

Burada $H(k)$ Hilbert dönüştürücüsüdür (transformer). Ayrık Hilbert transformundan sonra $g(n) = x(n) + j\hat{x}(n)$ şeklinde gösterilen analitik işaret elde edilebilir (Şekil 7.2). Suni vektörkardiyogramlar, orijinal EKG'nin genliğinin reel eksenindeki değişiminden, ve Hilbert transform çiftlerinin de sanal eksenindeki değişiminden oluşmaktadır.



Şekil 7.2: EKG işareti, işaretin Hilbert transformu, analitik işaret ve suni vektörkardiyogram (AVCG)

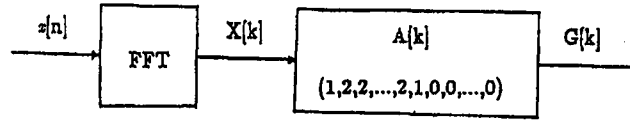
Şekil 7.3'de verilen sistemin girişine EKG işaretinin sadece QRS kompleks segmenti uygulanmaktadır. Hızlı Fourier transformu kullanılarak suni vektörkardiyogramların (AVCG) Fourier descriptorleri, $G(k)$, kolaylıkla orijinal $x(n)$ 'den elde edilebilir. Her bir kalp atışı için suni vektörkardiyogramların Fourier descriptorleri pratik uygulamalarda aritmi sezimi için iyi bir yöntem oluşturmaktadır.

Sınıflama yapmak için AVCG'ların Fourier descriptorlerini kullanmadan önce referans olarak alacağımız işaretlerin QRS örüntüsünün Fourier katsayıları kalıp (template) olarak hesaplanır, $T(k) = T_R(k) + jT_I(k)$. Burada $T_R(k)$ kalıbın Fourier descriptorlerinin reel kısmını, $T_I(k)$ ise sanal kısmını oluşturmaktadır. Böylece sınıflamayı yapabilmek için aşağıda verildiği gibi iki faktör oluşturulabilir:

$$REdiff = \frac{\sum_{k=1}^M |G_R(k) - T_R(k)|}{\sum_{k=1}^M \|T_R(k) + |T_I(k)|\|} \quad (7.1)$$

$$IMdiff = \frac{\sum_{k=1}^M |G_I(k) - T_I(k)|}{\sum_{k=1}^M \|T_R(k) + |T_I(k)|\|} \quad (7.2)$$

Burada, $G(k) = G_R(k) + jG_I(k)$ olarak AVCG giriş işaretlerinin Fourier descriptorlerini temsil etmektedir. Bunlar, EKG aritmi sezimi için iki ortogonal rastgele değişken olarak düşünülebilir.



Şekil 7.3: Vektörkardiyogram analizi sistem blok diyagramı

7.3 Sonuçlar

Normal ve anormal EKG işaretlerini ayırt edebilmek için gerekli ayırım faktörünü elde edebilmek amacıyla MIT/BIH veri tabanından bir eğitim seti oluşturulmuştur. Bu çalışmada sadece PVC deteksiyonu amaçlandığından oluşturulan modelde sadece normal EKG ve PVC işaretleri kullanılmıştır. Böylelikle aşağıda verildiği gibi lineer bir doğru denklemi elde edilir.

$$THR = IMdiff + 0.8REdiff - 0.52 \quad (7.3)$$

Bu fonksiyon normal ve PVC işaretleri ayırt edebilmek için bir karar eşiği oluşturmaktadır. Şöyleki,

$$\begin{aligned} THR &\geq 0 && \text{Normal} \\ THR &< 0 && \text{PVC} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Bu metodun performansını değerlendirmek için, EKG işaretleri standart MIT/BIH Arrhythmia Database'den seçilmiş 360 Hz rnekleme frekanslı işaretlerdir. Sonuçlar Tablo 7.1'de verilmiştir. Burada TN, normal EKG'lerin doğru tespit edilenlerinin sayısını, TP da doğru sezilen PVC'lerin sayısını göstermektedir. FN, PVC olduğu halde normal sınıfına sokulan işaretleri, FP de normal olduğu halde PVC sınıfına sokulan kalp atışlarını göstermektedir. %TN normal işaretlerin sezilme oranını, %TP ise PVC işaretlerinin sezilme yüzdesini temsil etmektedir. Tablo 5.2'de verilen sınıflayıcı performan ölçülerinin formüllerinin yanı sıra toplam doğru sezme yüzdesi de aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\text{TOPLAM DOğRU \%} = \frac{TN + TP}{TP + TN + FP + FN} * 100$$

Toplam 1,756 adet kalp vurusundan, 1,604 adeti normal vuru, 127 adeti de anormal vuru olarak sınıflanmıştır. Önerilen model için toplam PVC sezme hassasiyeti MIT/BIH aritmi veritabanı kullanılarak %99 olarak bulunmuştur. Önerilen model için oluşturulan Matlab programının akış diyagramı Ek A'da, programın uygulandığı işaretler için alınan sonuçlar da Ek B'de verilmiştir.

Tablo 7.1: MIT/BIH veritabanından elde edilen EKG işaretlerinin sınıflama sonuçları

İşaret	Toplam Vuru	Toplam Normal	Toplam PVC	TN	TP	FN	FP	% TN	% TP	Toplam Doğru %	Toplam Yanlış %
m105_0000V	34	32	2	32	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m105_0025V	35	34	1	34	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m105_0050V	34	32	2	32	1	1	0	100.00	50.00	97.06	2.94
m105_0135V	35	34	1	34	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m105_0200V	35	34	1	34	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m105_0315V	35	33	2	33	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m105_0635V	34	33	1	33	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m105_0725V	35	33	2	33	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m105_1135V	34	33	1	33	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m106_0415V	27	26	1	26	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m106_1330V	32	16	16	16	11	5	0	100.00	68.75	84.38	15.63
m106_1355V	30	15	15	15	14	1	0	100.00	93.33	96.67	3.33
m106_1420V	30	15	15	15	10	5	0	100.00	66.67	83.33	16.67
m116_0130V	33	31	2	31	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m116_0220V	33	30	3	30	3	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m116_0320V	34	33	1	32	1	0	1	96.97	100.00	97.06	2.94
m116_0415V	33	30	3	30	3	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m116_0440V	32	30	2	30	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m116_0625V	33	32	1	32	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m116_0817V	33	30	3	30	2	1	0	100.00	66.67	96.97	3.03
m116_1255V	32	30	2	30	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m116_1915V	33	32	1	32	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m116_2417V	35	34	1	34	0	1	0	100.00	0.00	97.14	2.86
m116_2839V	34	33	1	33	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m201_0947V	21	17	4	17	4	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m201_1012V	21	17	4	17	4	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m201_1103V	21	14	7	14	7	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m201_1547V	21	16	5	16	5	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m201_1730V	21	14	7	14	7	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m201_2204V	22	15	7	15	6	1	0	100.00	85.71	95.45	4.55
m202_0017V	22	21	1	21	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m202_0337V	22	21	1	21	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m202_0524V	22	21	1	21	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m202_0702V	22	21	1	21	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m202_1040V	27	25	2	25	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m205_0400V	37	36	1	36	0	1	0	100.00	0.00	97.30	2.70
m205_0509V	38	37	1	37	0	1	0	100.00	0.00	97.37	2.63
m205_0912V	38	37	1	37	0	1	0	100.00	0.00	97.37	2.63
m205_1335V	38	37	1	37	0	1	0	100.00	0.00	97.37	2.63
m205_1953V	35	34	1	34	0	1	0	100.00	0.00	97.14	2.86
m205_2239V	34	33	1	33	0	1	0	100.00	0.00	97.06	2.94
m205_2342V	34	32	2	32	0	2	0	100.00	0.00	94.12	5.88
m215_0045V	47	44	3	44	2	1	0	100.00	66.67	97.87	2.13
m215_0131V	46	43	3	43	3	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m215_0214V	46	45	1	45	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m215_0349V	47	46	1	46	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m215_0414V	46	45	1	45	1	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m215_0521V	47	45	2	45	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m215_0634V	47	45	2	45	2	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m215_0753V	47	44	3	44	3	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m215_1003V	46	43	3	43	3	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
m215_1041V	46	42	4	42	4	0	0	100.00	100.00	100.00	0.00
TOPLAM	1756			1604	127	24	1			98.58	1.42

Sınıflama Duyarlılığı= 0.841

Doğru Sınıflama Kestirimi= 0.992

8. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, AVCG ve Fourier descriptorlerini elde etmek için Hilbert transformuna dayalı bir metod tanımlanmıştır. Çalışmada ayırık Hilbert transformunu elde etmek için hızlı Fourier transformu kullanılmıştır. Elde edilen AVCG'lerden Fourier katsayıları hesaplanmış, buradan da (7.1) ve (7.2) eşitlikleri kullanılarak aritmi sezimine gidilmiştir. Çalışmada aritmilerden sadece PVC sezimine ağırlık verilmiştir. Önerilen modelin sonuçları değerlendirildiğinde aritmi seziminin başarısı %99 olarak bulunmuştur. Çalışmada MIT/BIH aritmi veritabanından alınan veriler kullanılmıştır.

Çalışmada önerilen metodolojinin başarısı R tepelerinin doğru sezilmesine oldukça bağımlılık göstermektedir. Her ne kadar bu durum önerilen model için bir çekince oluştursa da bu model otomatik aritmi sezimi için iyi sonuçlar vermektedir. Sonuç olarak, Hilbert transformundan ve Fourier descriptorlerinden faydalananarak EKG işaretlerinin yüksek doğrulukta sınıflanması ve PVC dışında kalan diğer aritmileri sezme üzere genişletilmesi mümkündür.

KAYNAKLAR

- [1] **Waller AD.**, 1887. A demonstration on man of electromotive changes accompanying the heart's beat, *Journal of Physiology*, **8**, 229-34.
- [2] **Chiang, C.J.**, 1993. Real-time automatic detection of cardiac arrhythmias by rate and morphology analysis of intracardiac electrograms, *PhD Thesis*, The University of Michigan, Michigan.
- [3] **Korürek, M.**,1996. Tıp Elektroniğinde Tasarım İlkeleri, İTÜ.Elektrik-Elektronik Fakültesi Ofset Baskı Atölyesi.
- [4] **Yazgan, E. ve Korürek, M.**, 1996. Tıp Elektroniği, İTÜ.Elektrik-Elektronik Fakültesi Ofset Baskı Atölyesi.
- [5] **Uçak, D.**, 1994. Elektrokardiyografi, Cerrahpaşa Tıp Kitabevi.
- [6] **Korürek M.**, 1988. Tıp Elektroniğinde Kullanılan Kuvvetlendiriciler ve Dönüştürücüler, İTÜ.
- [7] **Einthoven, W., Fahr, G., DeWaart, A.**, 1950. On the direction and manifest size of the variation of the potential in the human heart and on the influence of the position of the heart on the form of the electrocardiogram, *American Heart Journal*, **40**, 163-210.
- [8] **Oktay, S.**, 1986. Pratik Elektrokardiyografi, Güneş Kitabevi, İstanbul.
- [9] **Murthy, J. S. N. and Durga P.**, 1992. Analysis of ECG From-Zero Models, *IEEE Trans. On Biomed. Eng.*, Vol. 37, No. 7, 741-751.
- [10] **Pipberger, H.V., Fries, E.D., Taback, L.**, 1960. Preparation of electrocardiographic data for analysis by digital electronic computer. *Circulation*, **21** 413
- [11] **Caceres, C.A., Stienber, C.A., Abraham, S.**, 1962. Computer extraction of electrocardiographic parameters, *Circulation*, **25**, 356-62.
- [12] **Jenkins, J.M.**, 1983. Progress in Cardiovascular Disease. **25** 366-407.
- [13] **Goetowski, C.R.**, 1977. The Telemed system. Trends in Computer-processed Electrocardiograms, North Holland Publishers Company, Holand.
- [14] **Jarisch, W.R., Mark, R.G.**, 1984. A stochastic modeling approach to Cluster identification with application to arrhythmia detection, *Computers in Cardiology*, IEEE Press, New York, pp. 185-188.

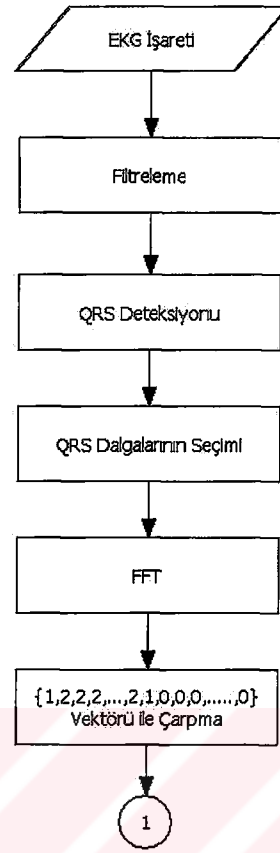
- [15] **Ebele, M.**, 1982. A context-sensitive approach to long-term ECG arrhythmia analysis. *Computers in Cardiology*, IEEE Press, New York, pp. 505-508.
- [16] **Ambos, D.H., Markham, J., Cain, M.E.**, 1984. Use of fast Fourier transform analysis to detect patients prone to sustain ventricular arrhythmias. *Computers in Cardiology*, IEEE Press, New York, pp. 181-184
- [17] **Kao, R., Olson, W.**, 1980. Comparative study of QRS methodology classification for arrhythmia analysis. *Computers in Cardiology*, IEEE Press, New York, pp. 201-204
- [18] **Thakor, N., Natarajan A.**, 1992. A multidimensional algorithm for tachyarrhythmia detection. *Computers in Cardiology*, IEEE Press, New York.
- [19] **Nash, E.**, 1982. A computerized electrophysiology analysis system. *Computers in Cardiology*, IEEE Press, New York, pp. 233-6
- [20] **Jenkins, J., Hsia, P.W.**, 1985. Automated arrhythmia analysis combined with ST analysis for exercise monitor. *Computers in Cardiology*, IEEE Press, New York, pp. 229-32
- [21] **Hahn, S.L.**, 1996. Hilbert Transform in Signal Processing, Artech House, Boston.
- [22] **Benchimol, A.**, 1974. Vectorcardiograph, Williams and Wilkins, M.A.
- [23] **Pei, S.C., Chang, W.H., Lin, K.P.**, 1983. ECG modelling and Hilbert transform display, *Proc. Biomed. Eng. Soc. ROC*, vol.3, No.4, pp. 107-117.
- [24] **Pei, S.C.**, 1980. Two dimensional discrete Hilbert transform and analytic signal, *Proc. Intern. Comput. Sym.* Vol.2, pp. 1062-1073.

EKLER

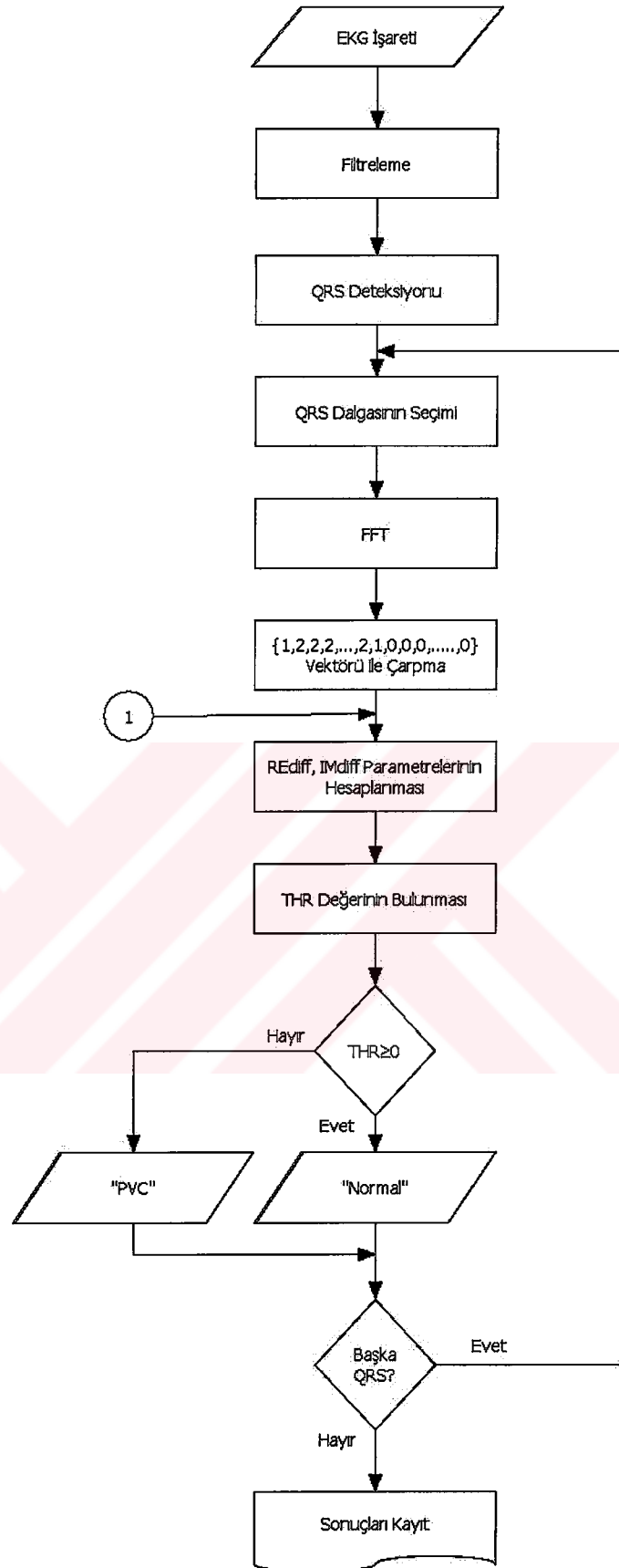


EK A MATLAB PROGRAMI AKIŞ DİYAGRAMI





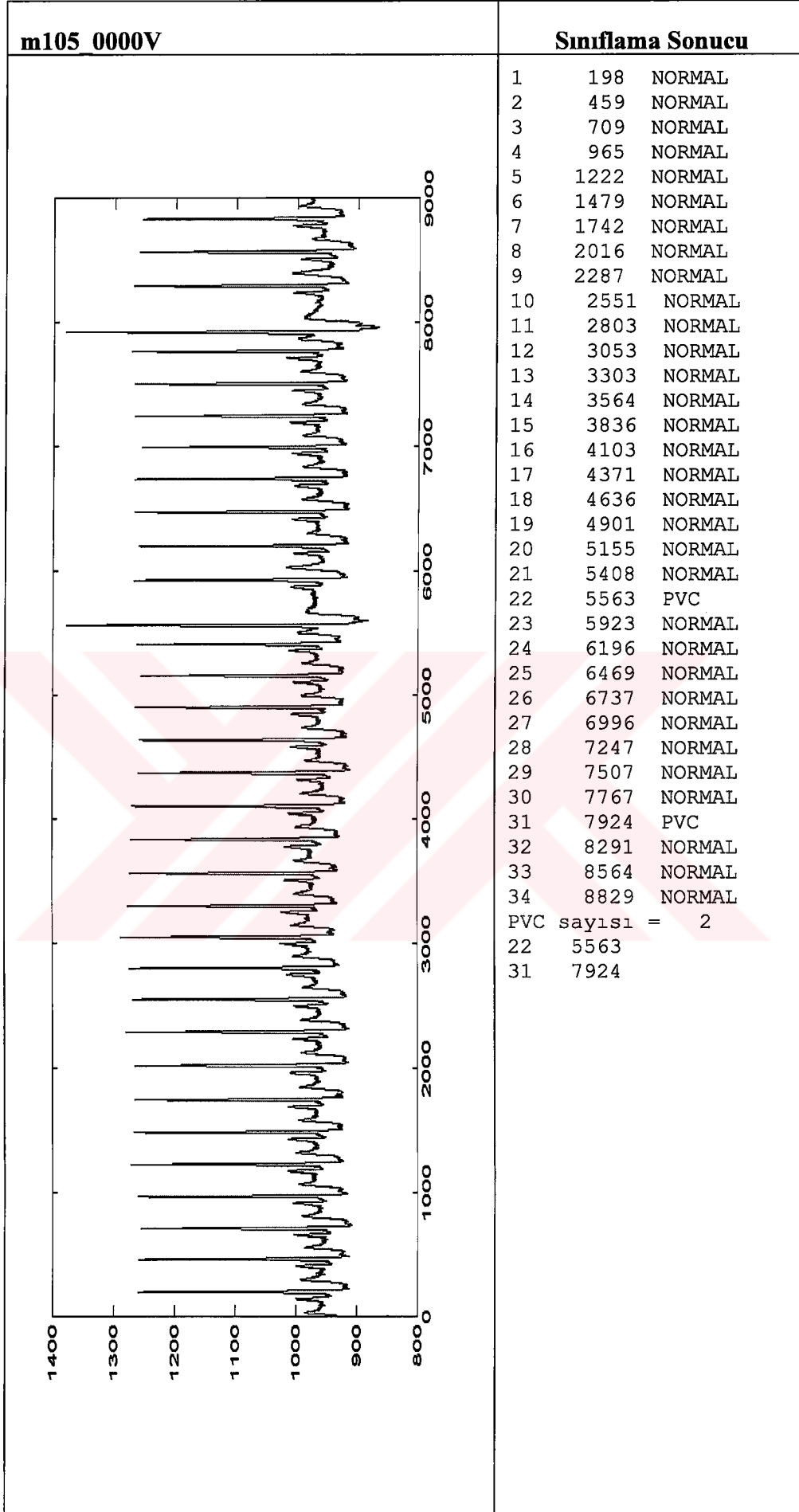
Şekil A.1: Matlab programı akış diyagramı (1/2)

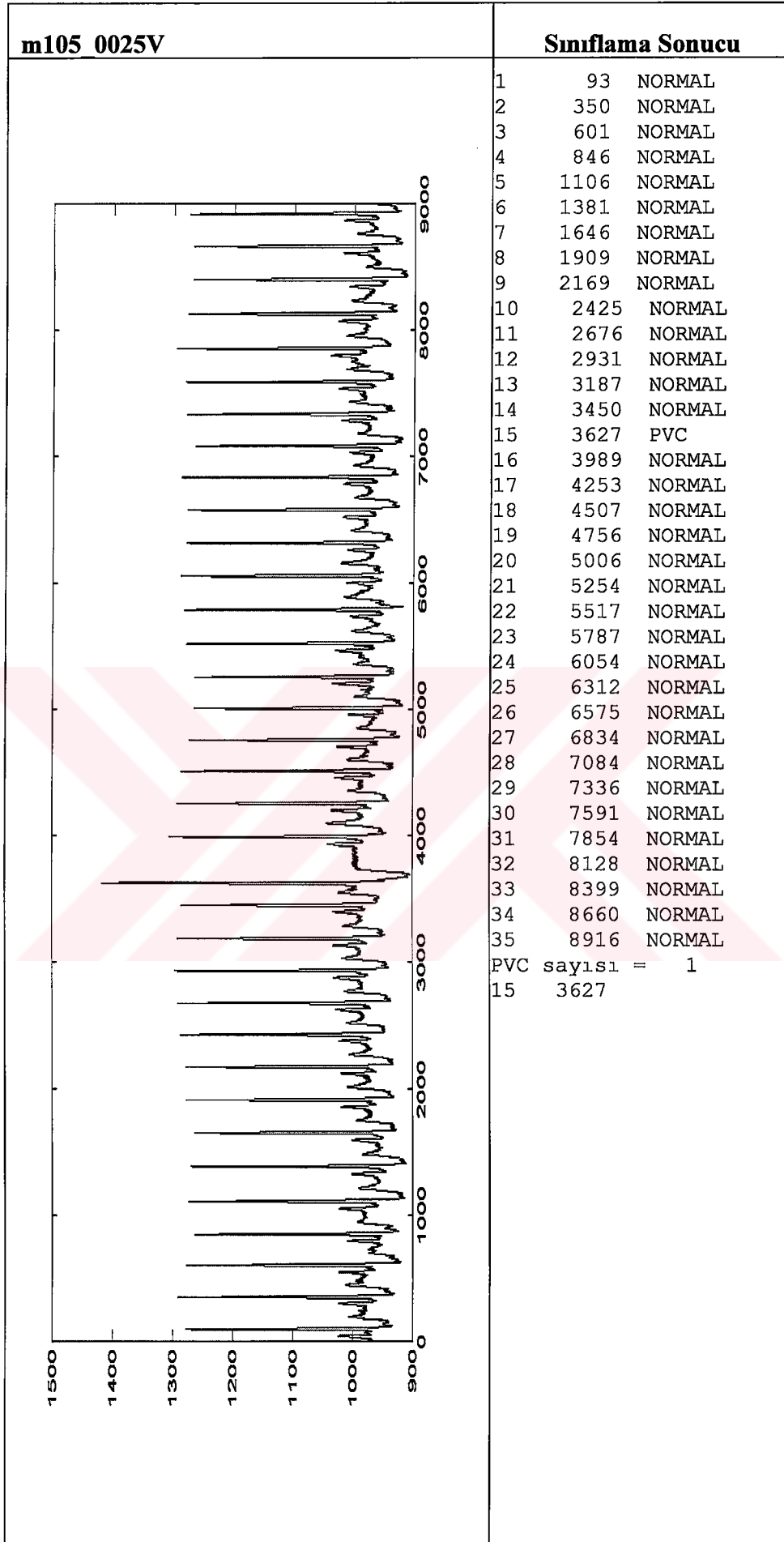


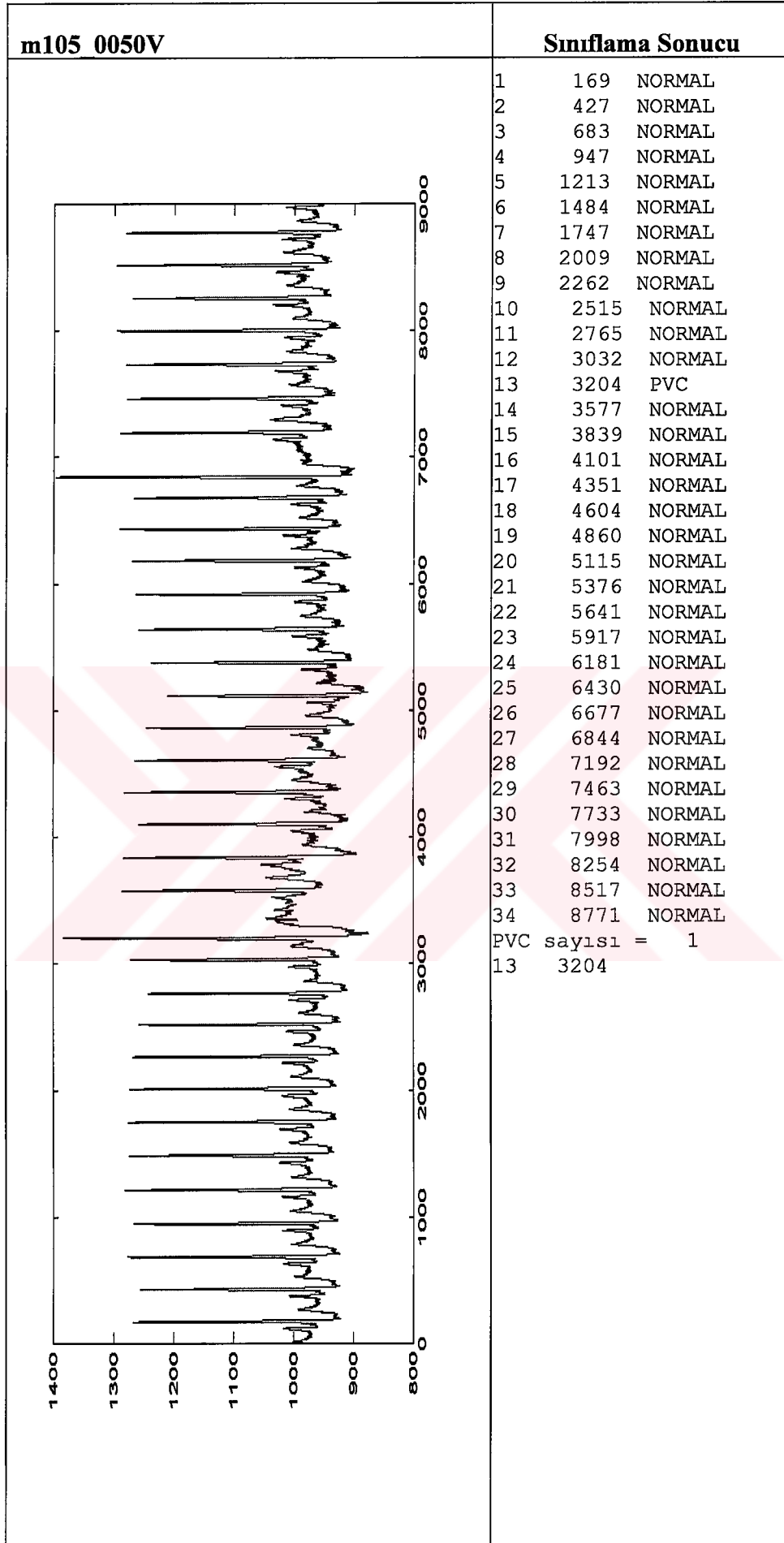
Şekil A.2: Matlab programı akış diyagramı (2/2)

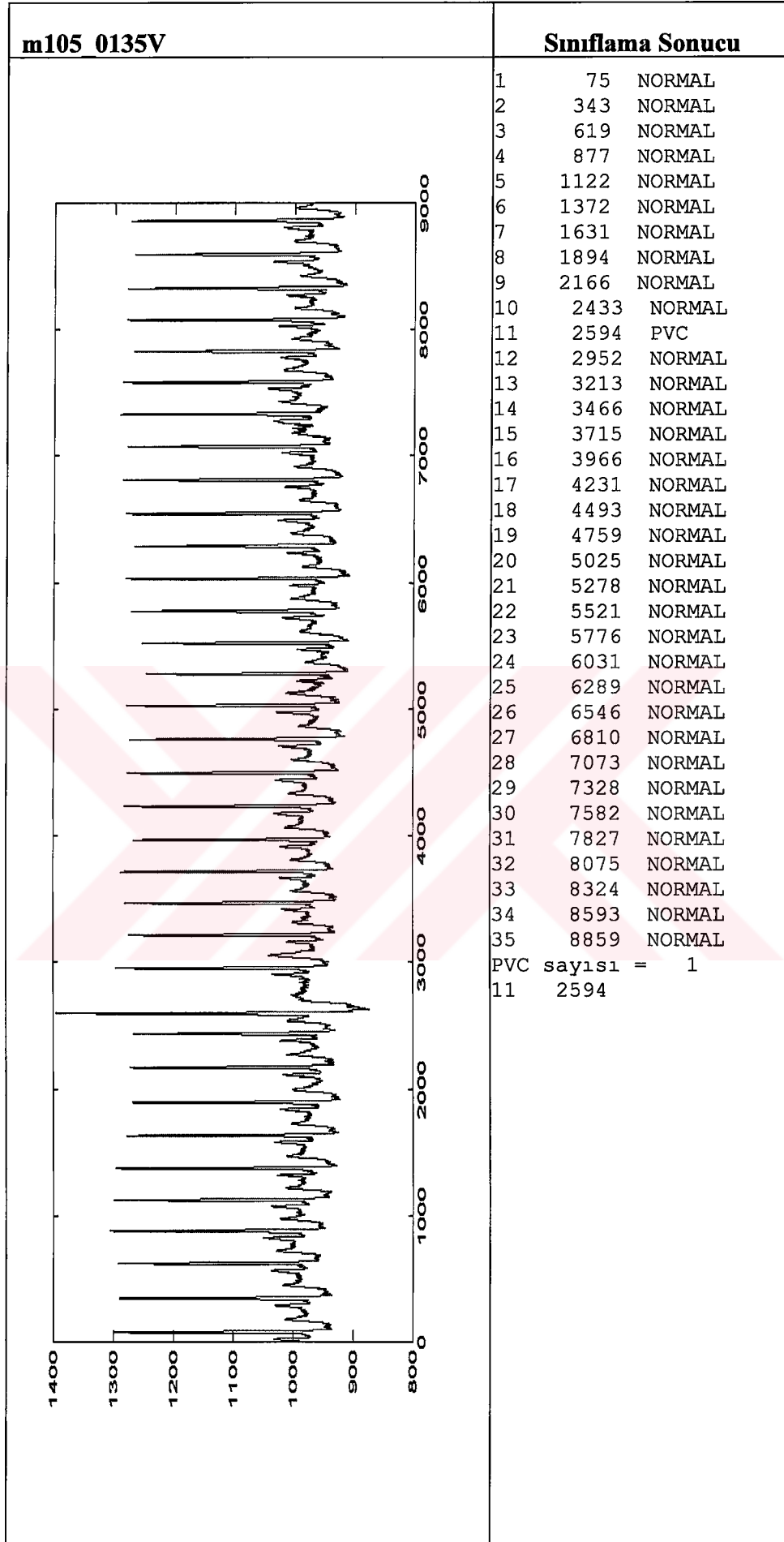
EK B UYGULAMA SONUÇLARI

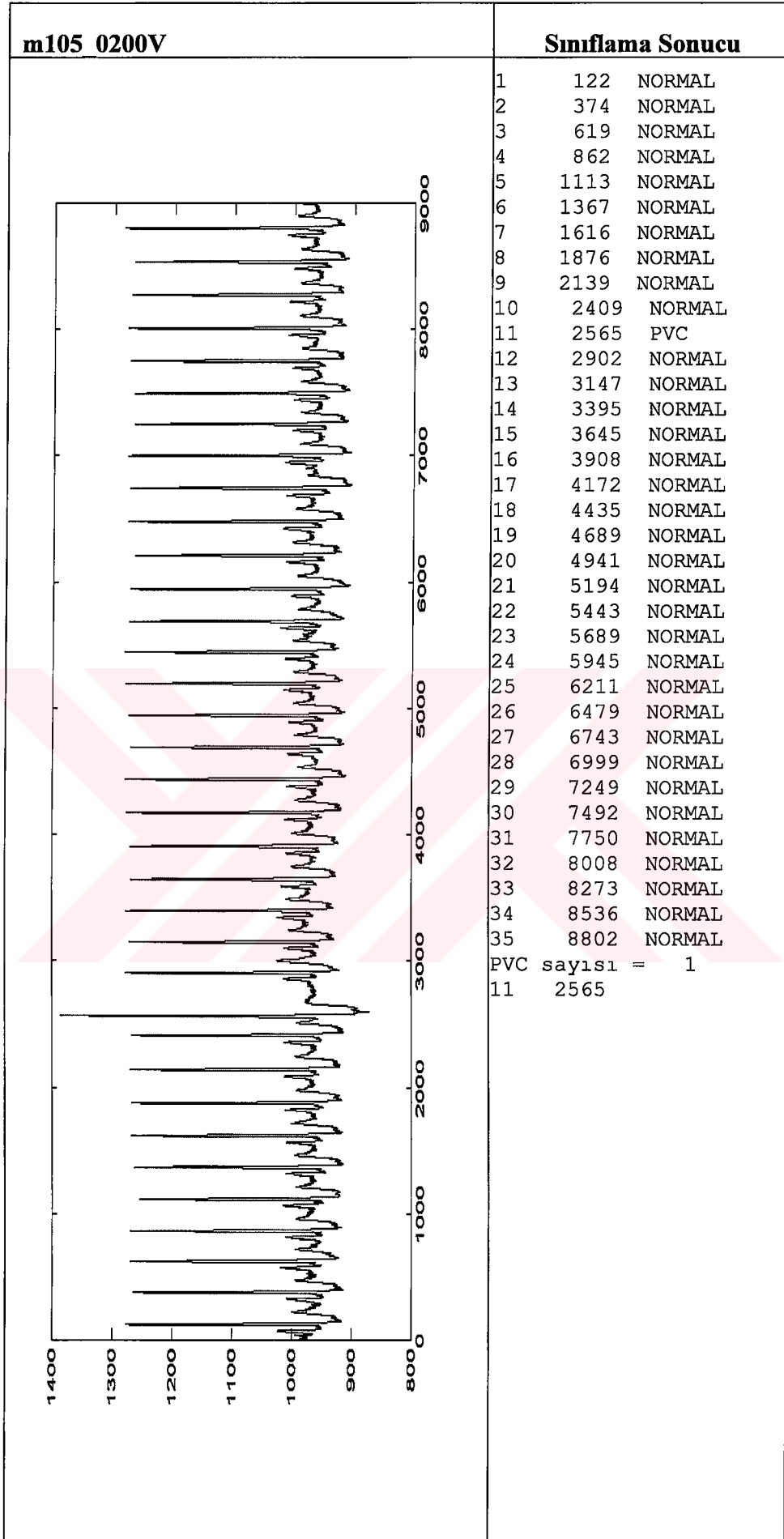


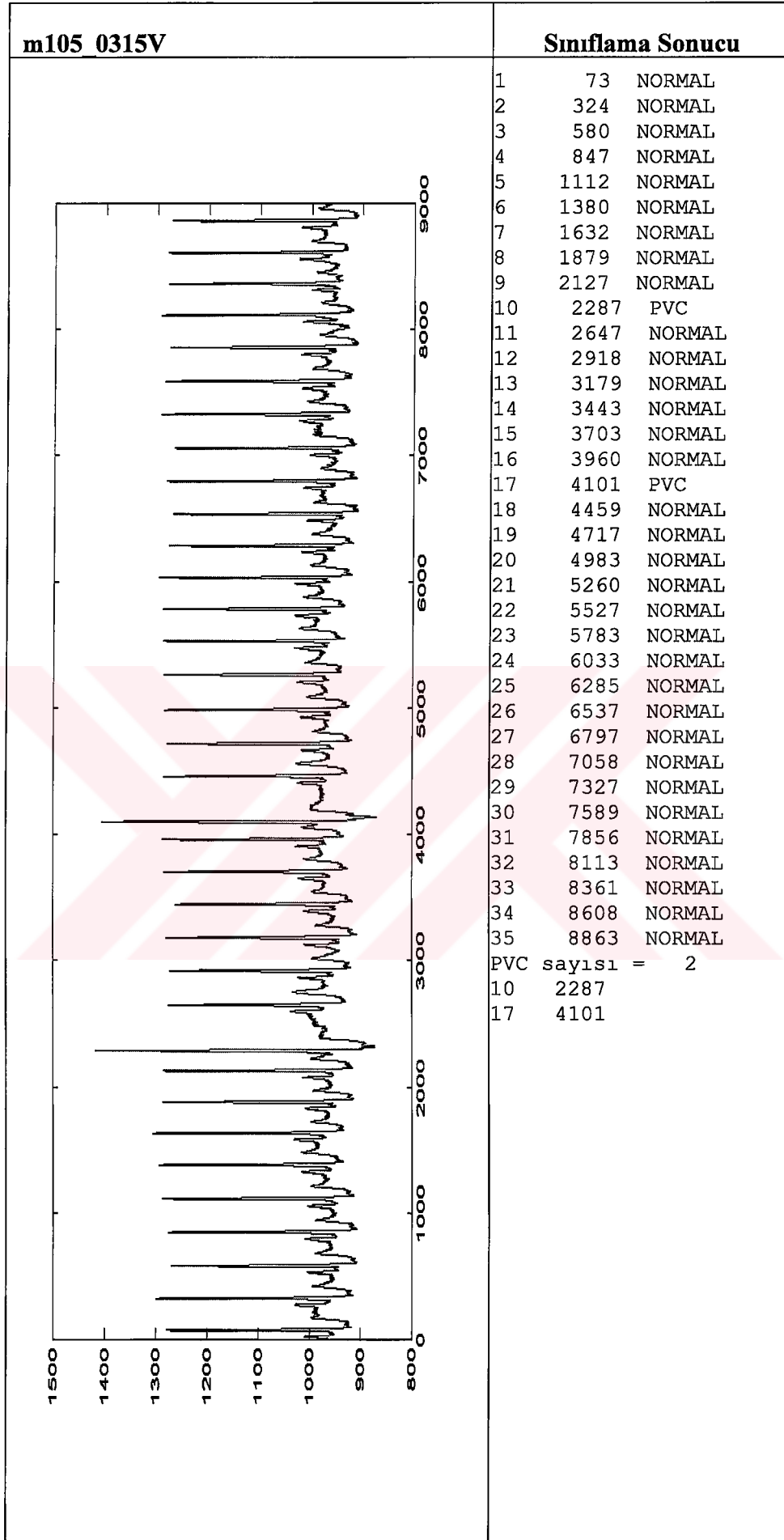


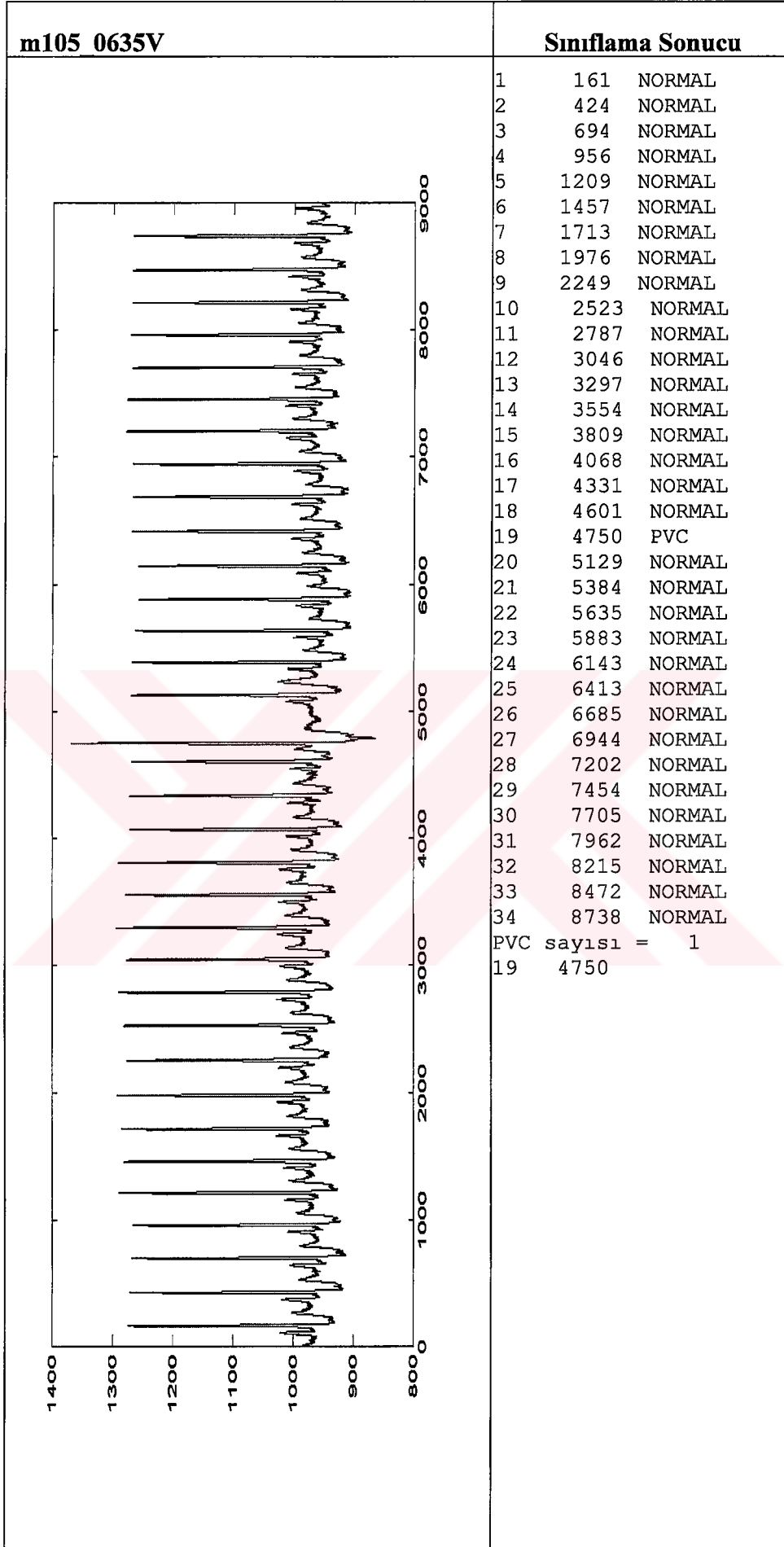


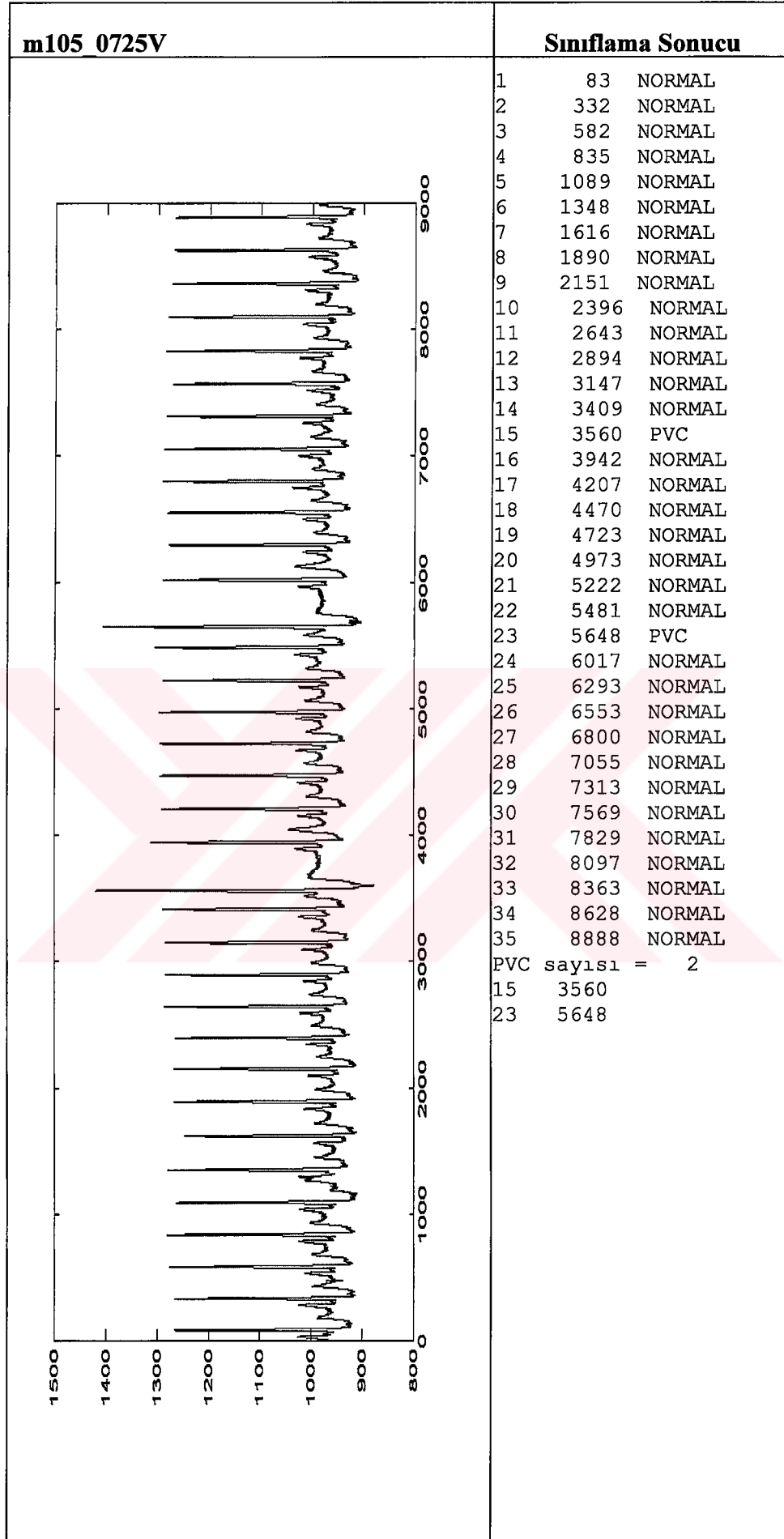


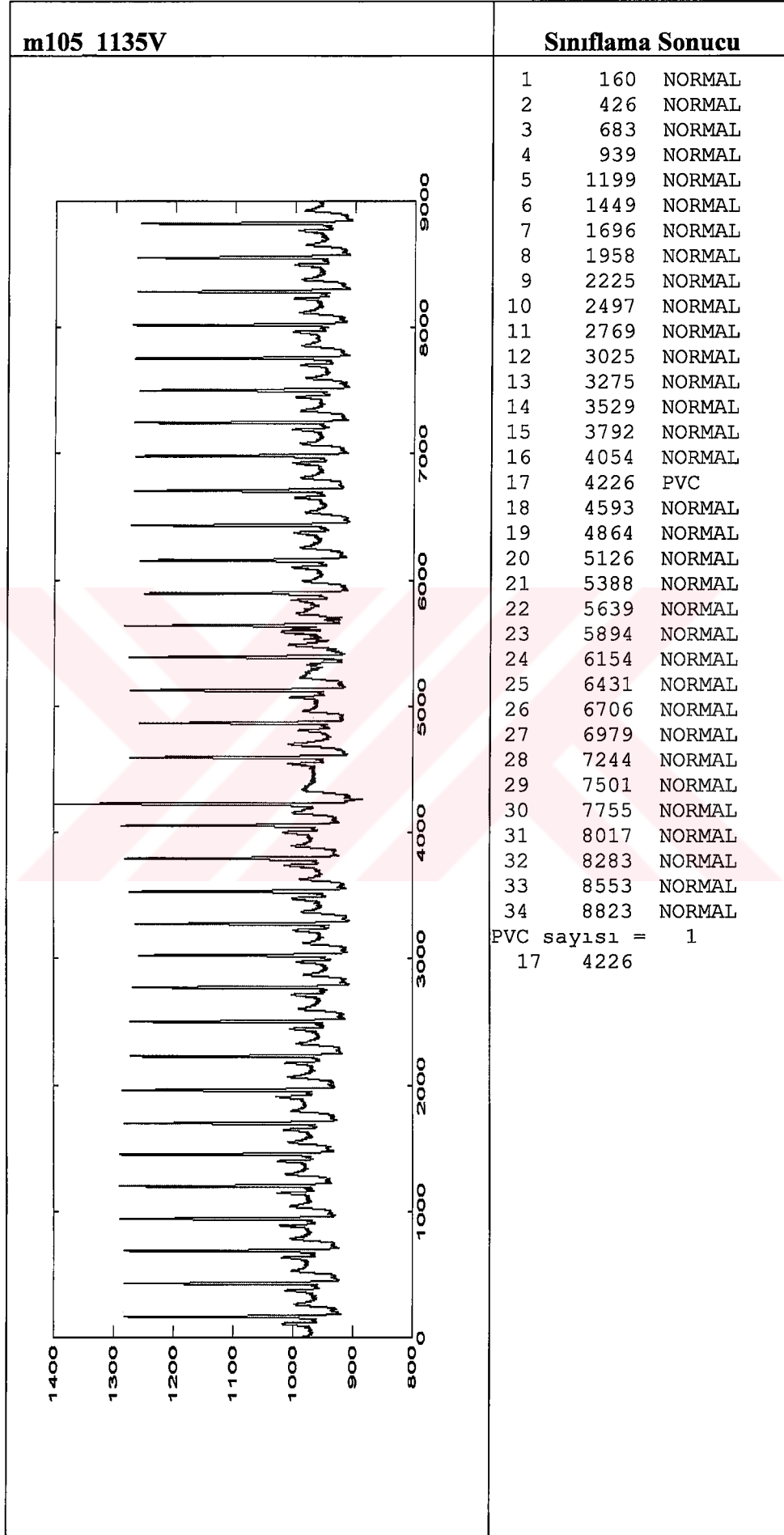


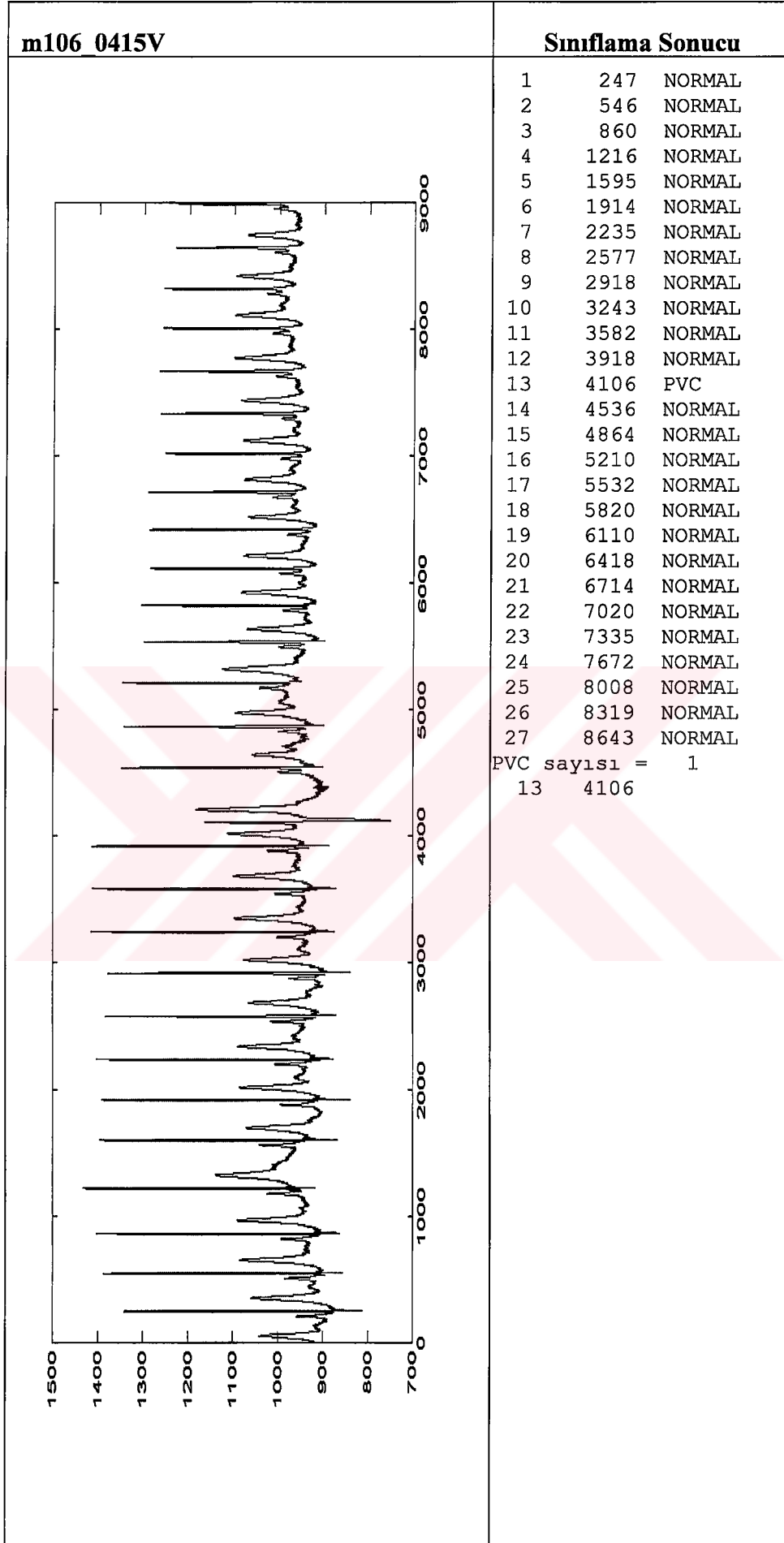


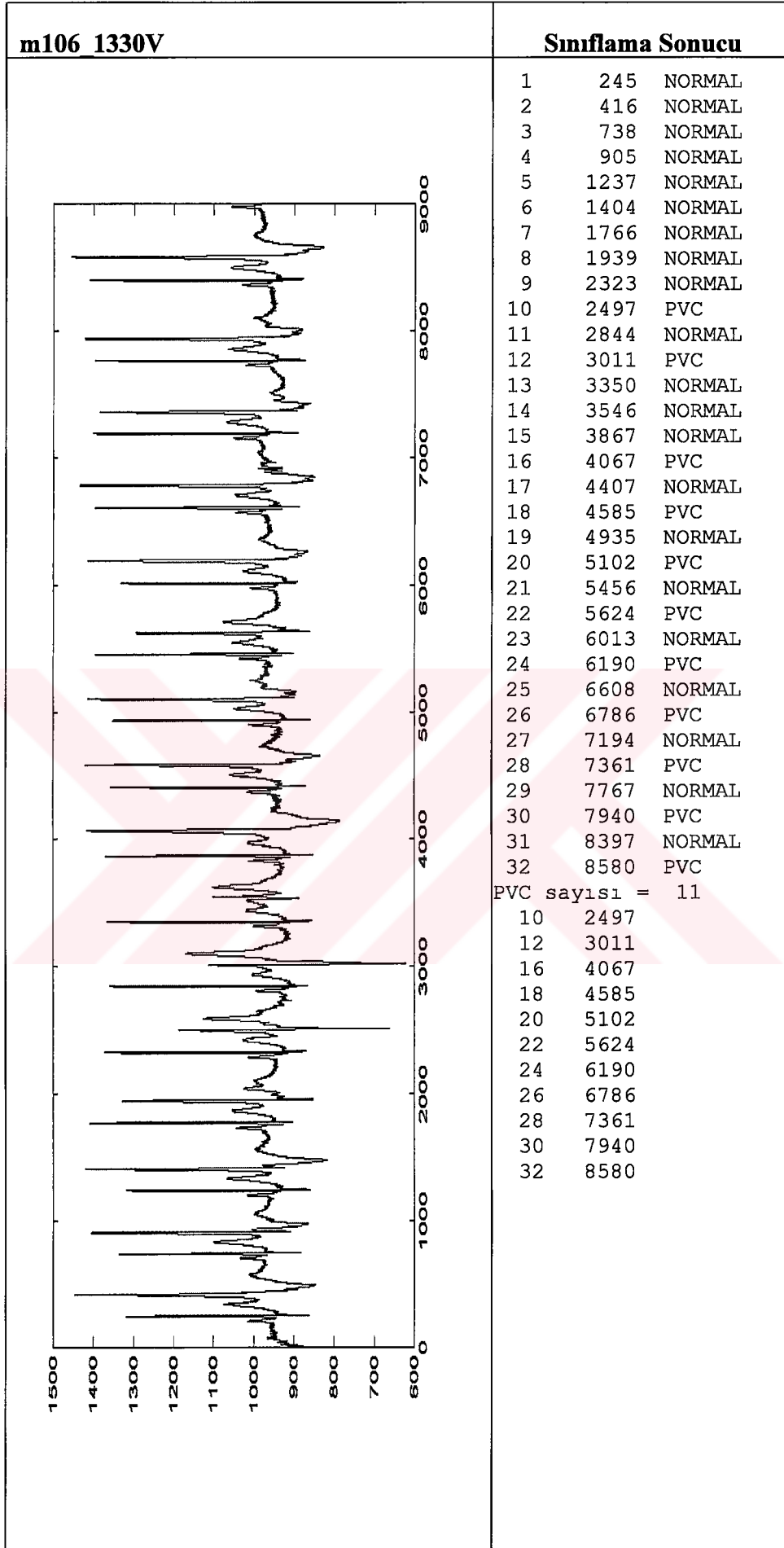






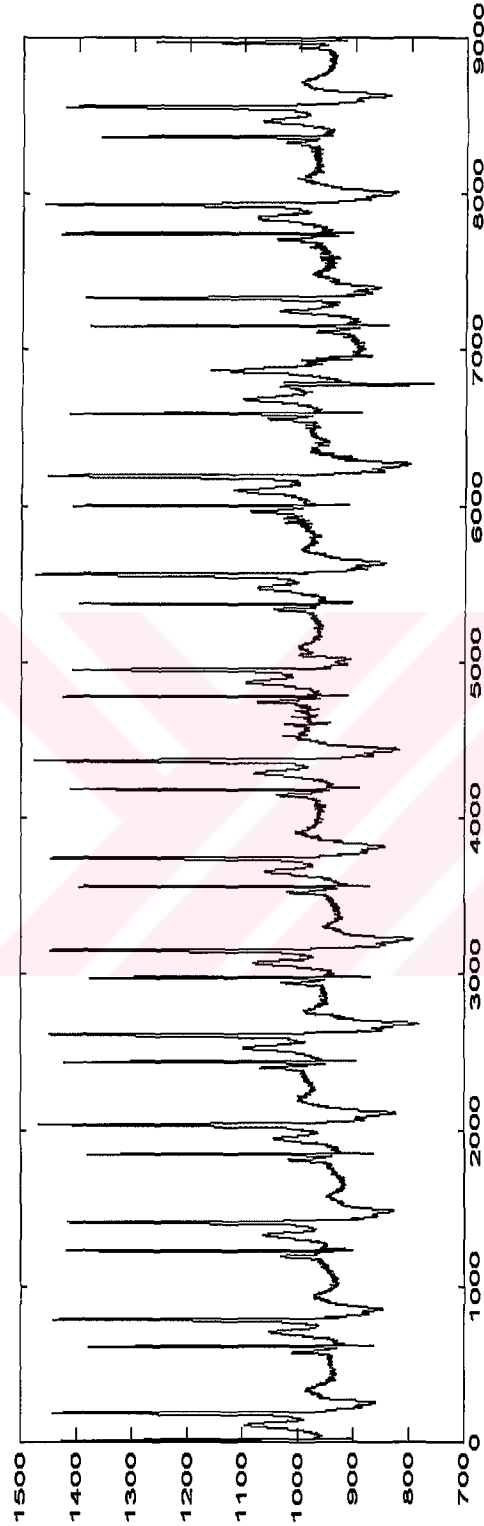






m106 1355V

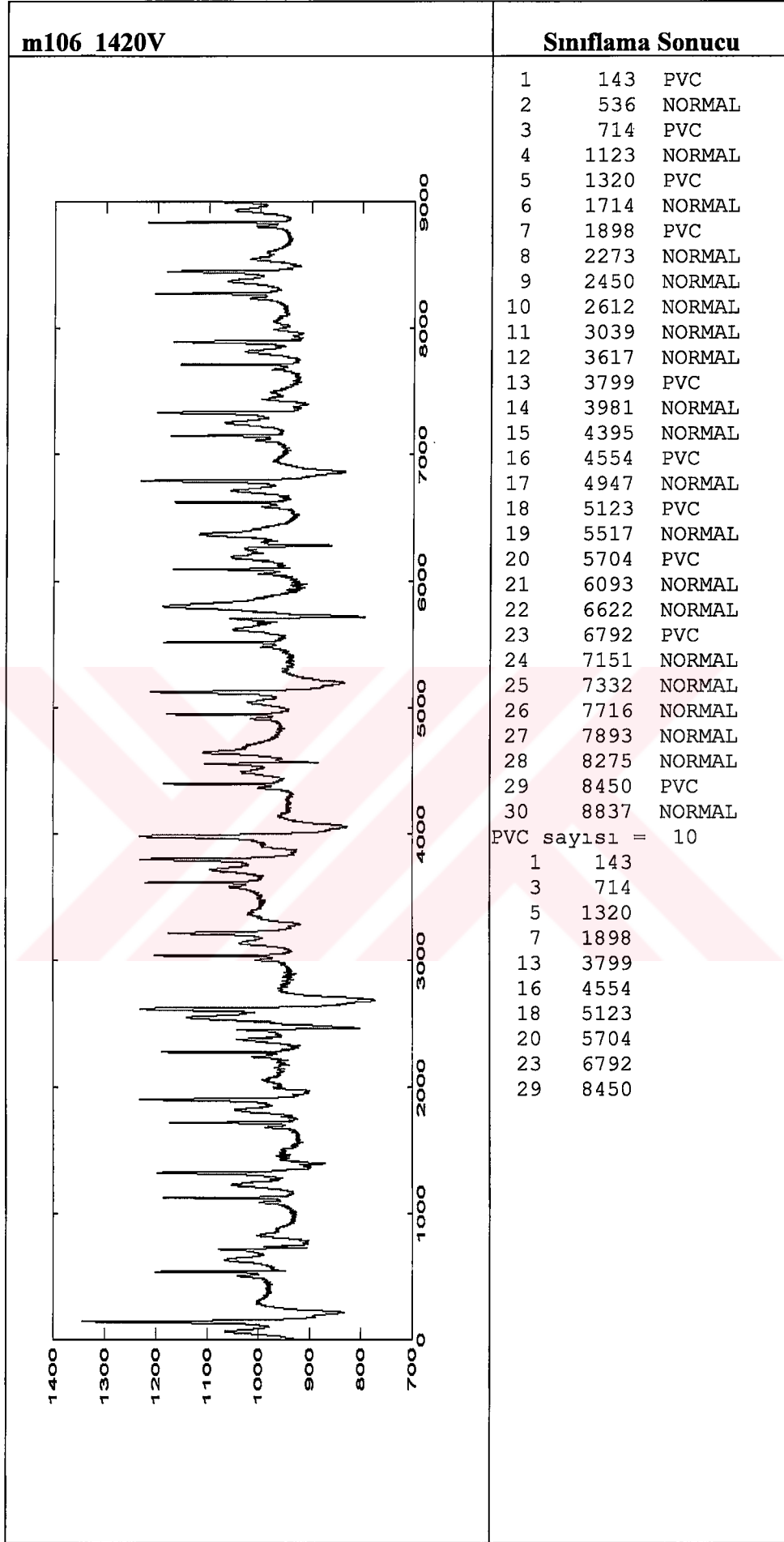
Sınıflama Sonucu

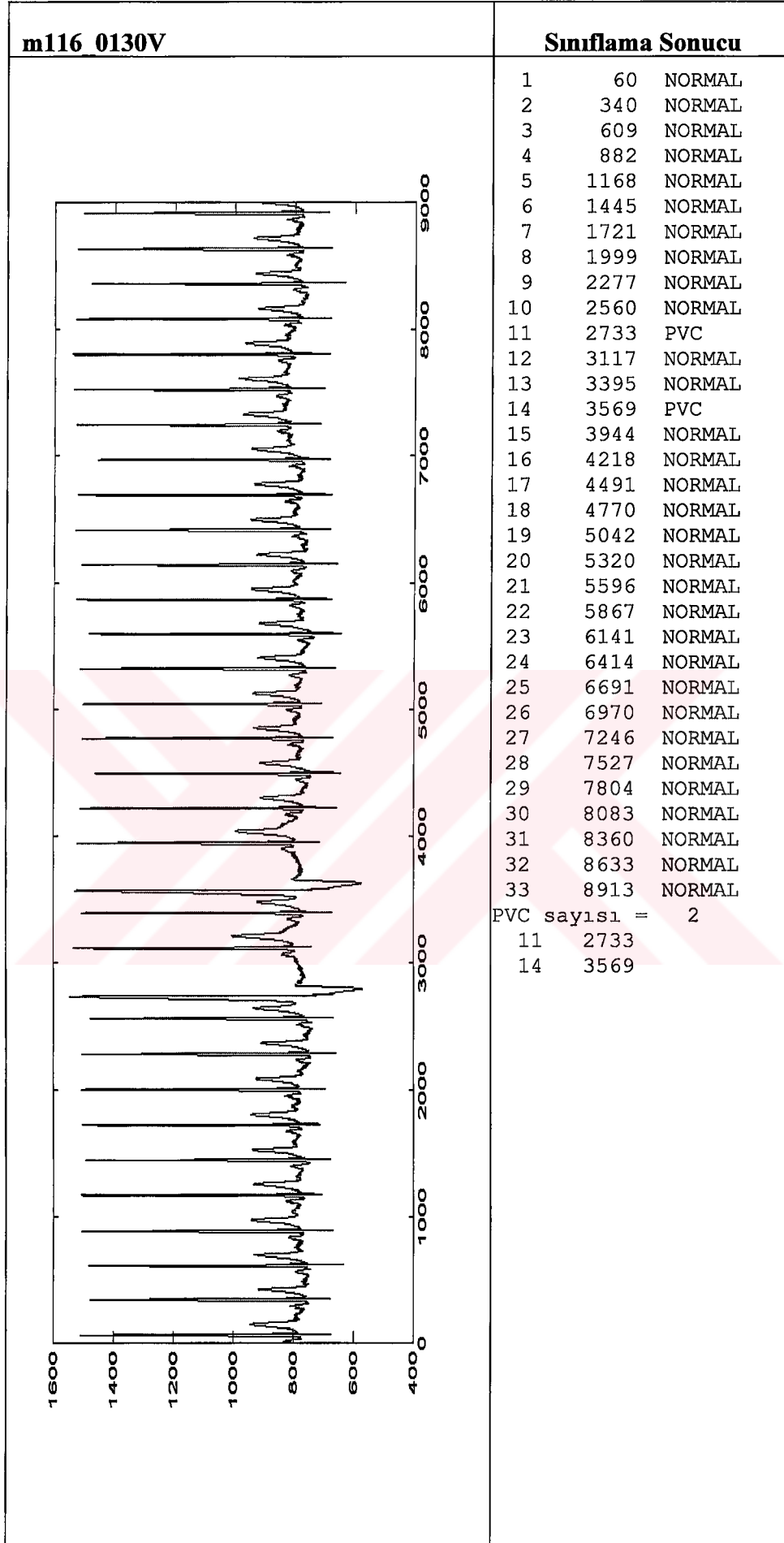


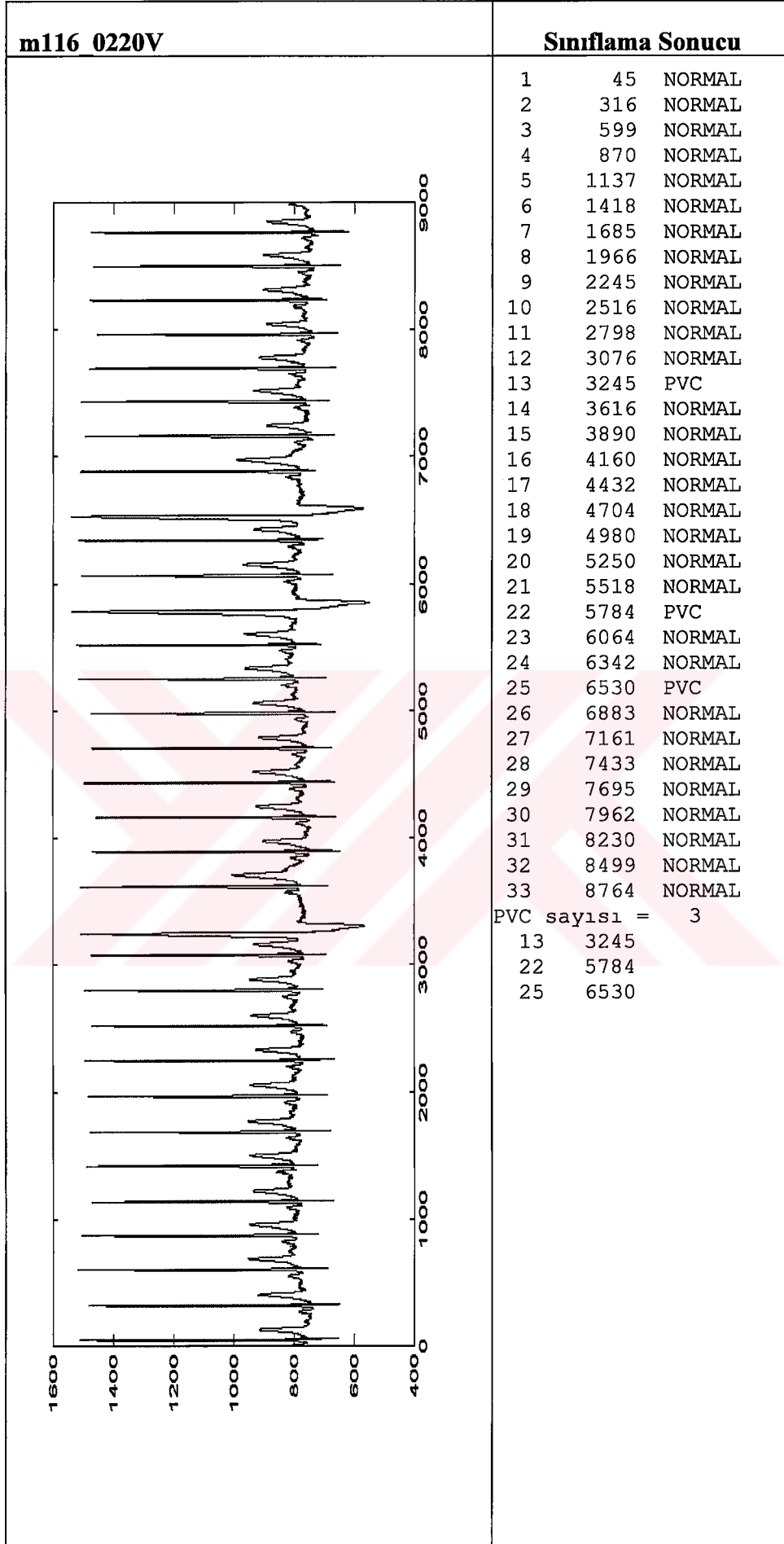
1	187	PVC
2	613	NORMAL
3	788	PVC
4	1228	NORMAL
5	1410	PVC
6	1843	NORMAL
7	2033	PVC
8	2434	NORMAL
9	2611	PVC
10	2977	NORMAL
11	3153	PVC
12	3560	NORMAL
13	3744	PVC
14	4184	NORMAL
15	4368	PVC
16	4780	NORMAL
17	4950	PVC
18	5374	NORMAL
19	5564	PVC
20	6000	NORMAL
21	6193	PVC
22	6589	NORMAL
23	6760	NORMAL
24	7152	NORMAL
25	7332	PVC
26	7745	NORMAL
27	7931	PVC
28	8363	NORMAL
29	8557	PVC
30	8966	NORMAL

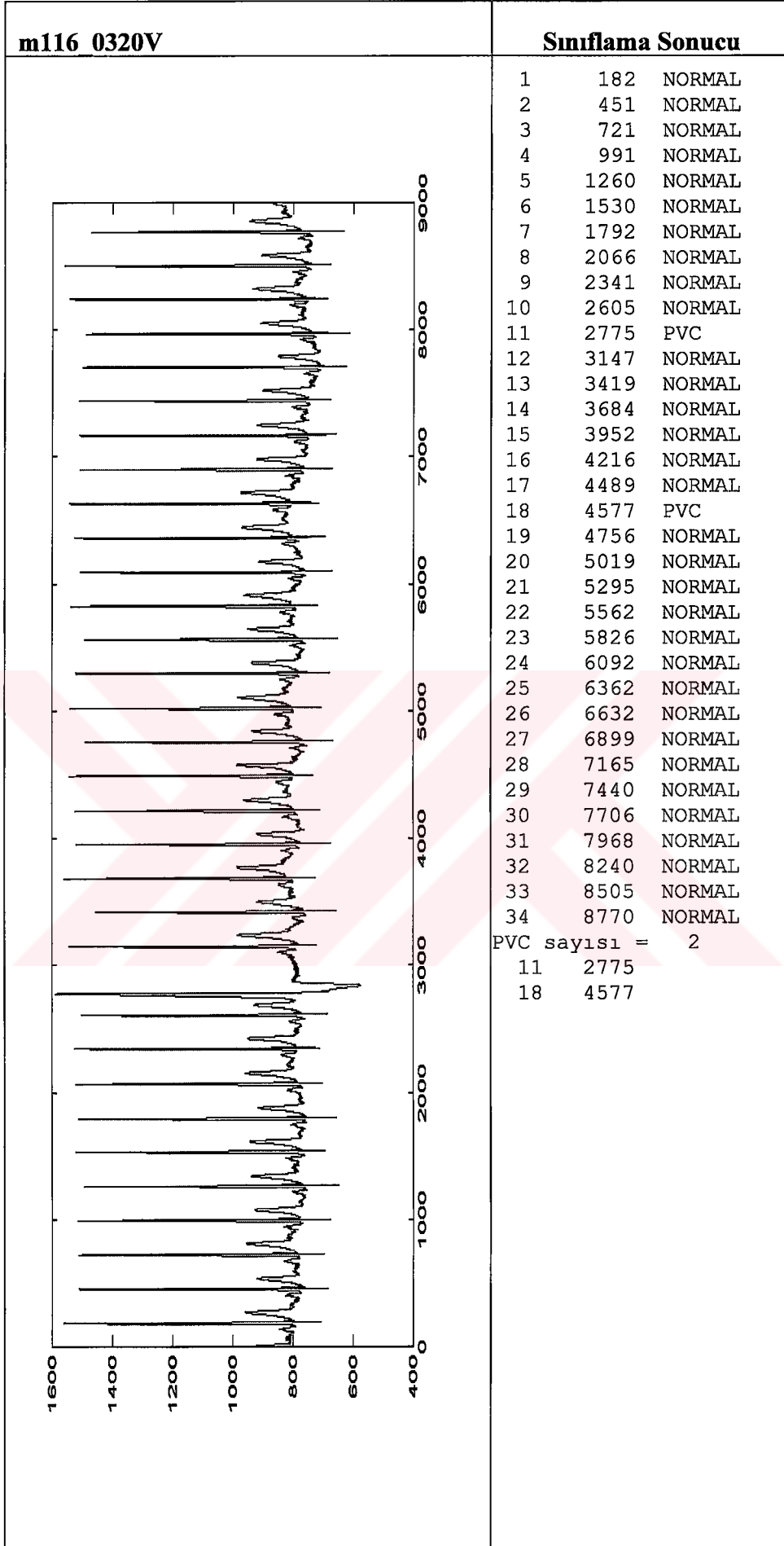
PVC sayısı = 14

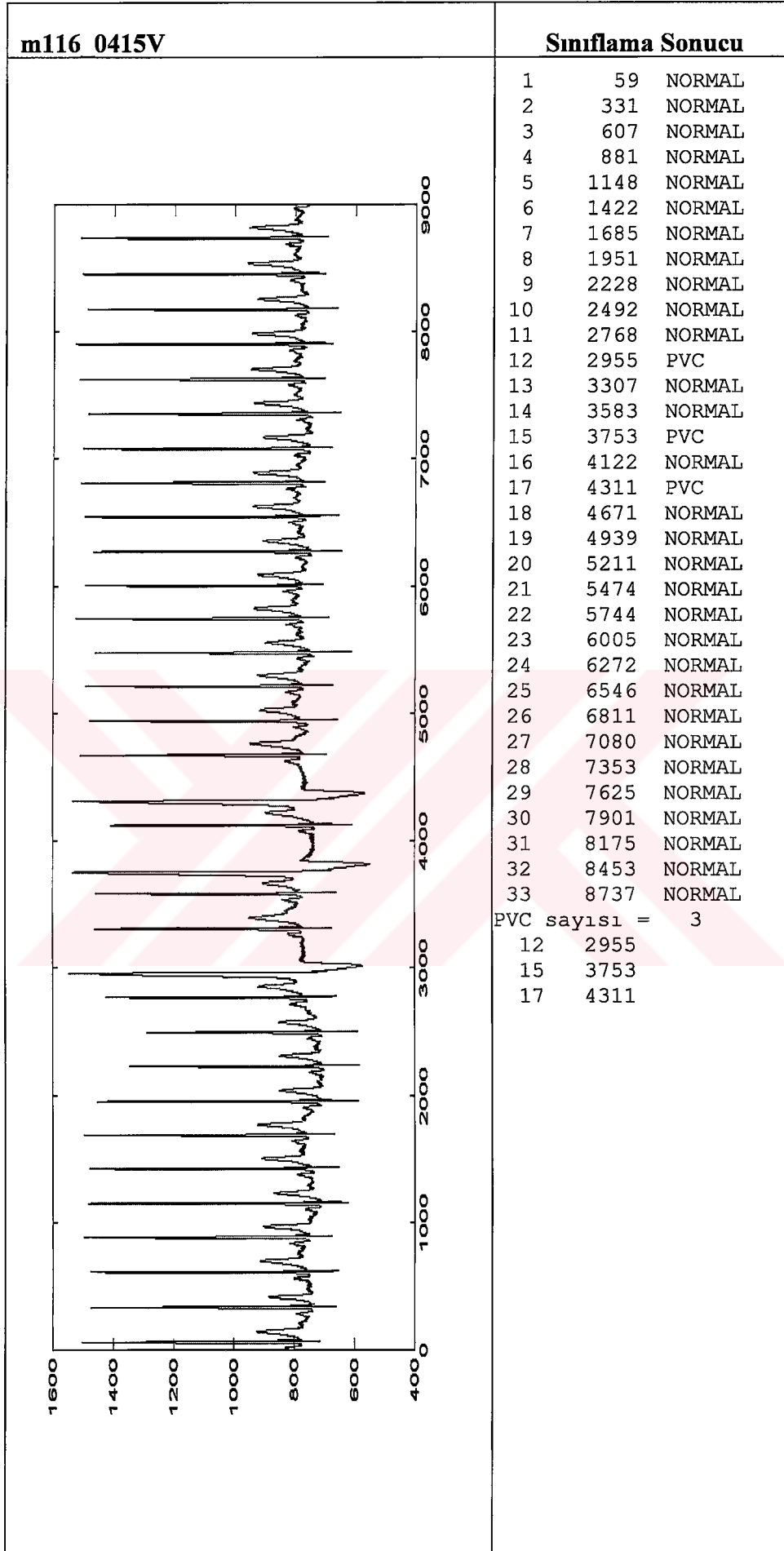
1	187
3	788
5	1410
7	2033
9	2611
11	3153
13	3744
15	4368
17	4950
19	5564
21	6193
25	7332
27	7931
29	8557

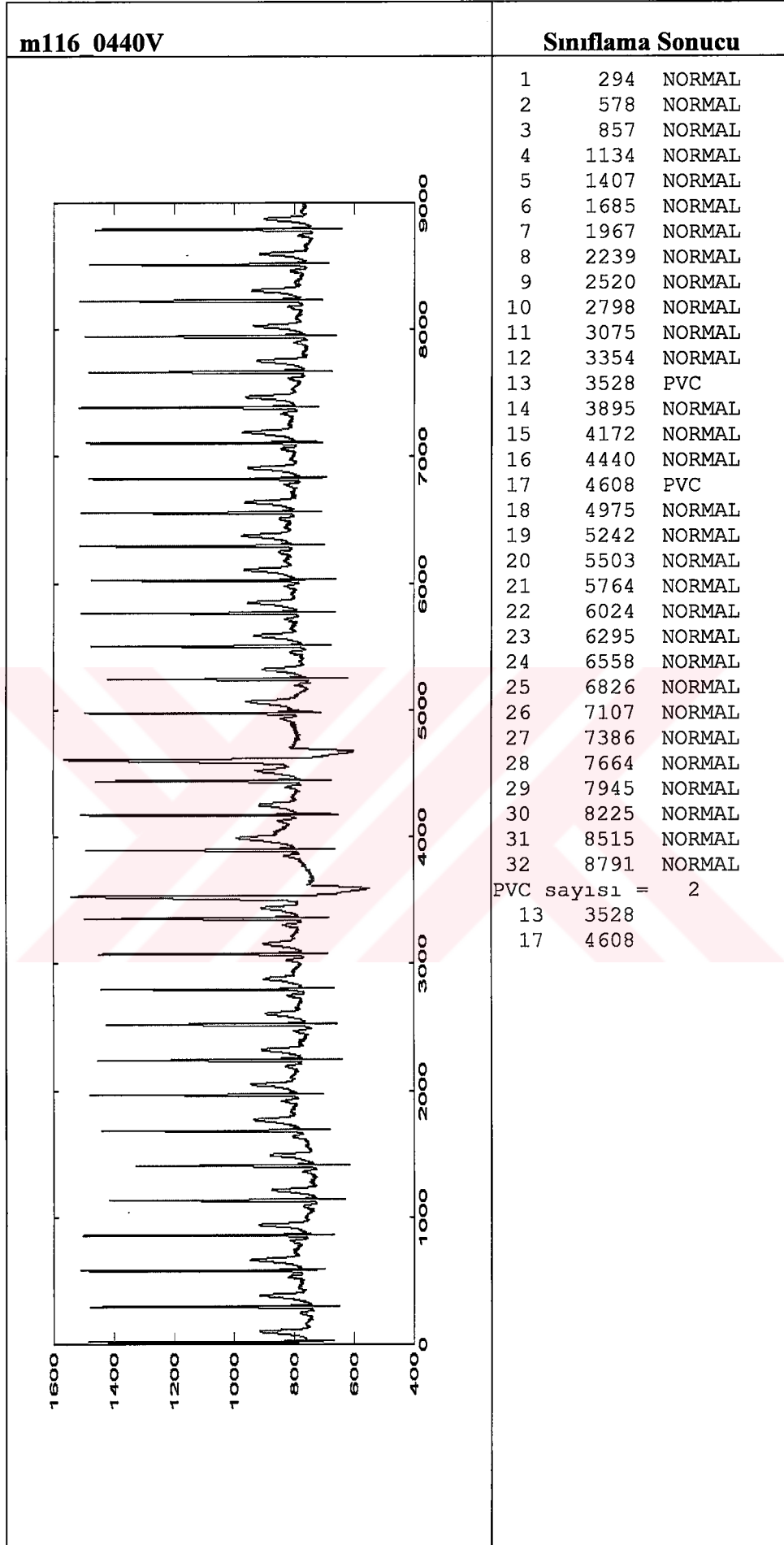




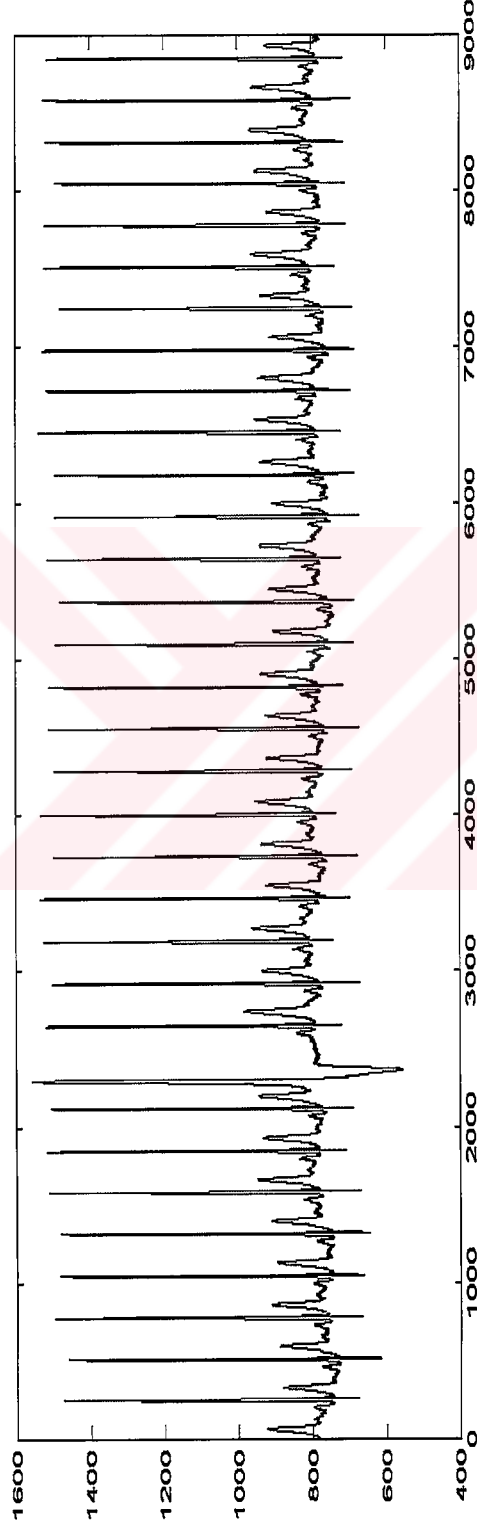








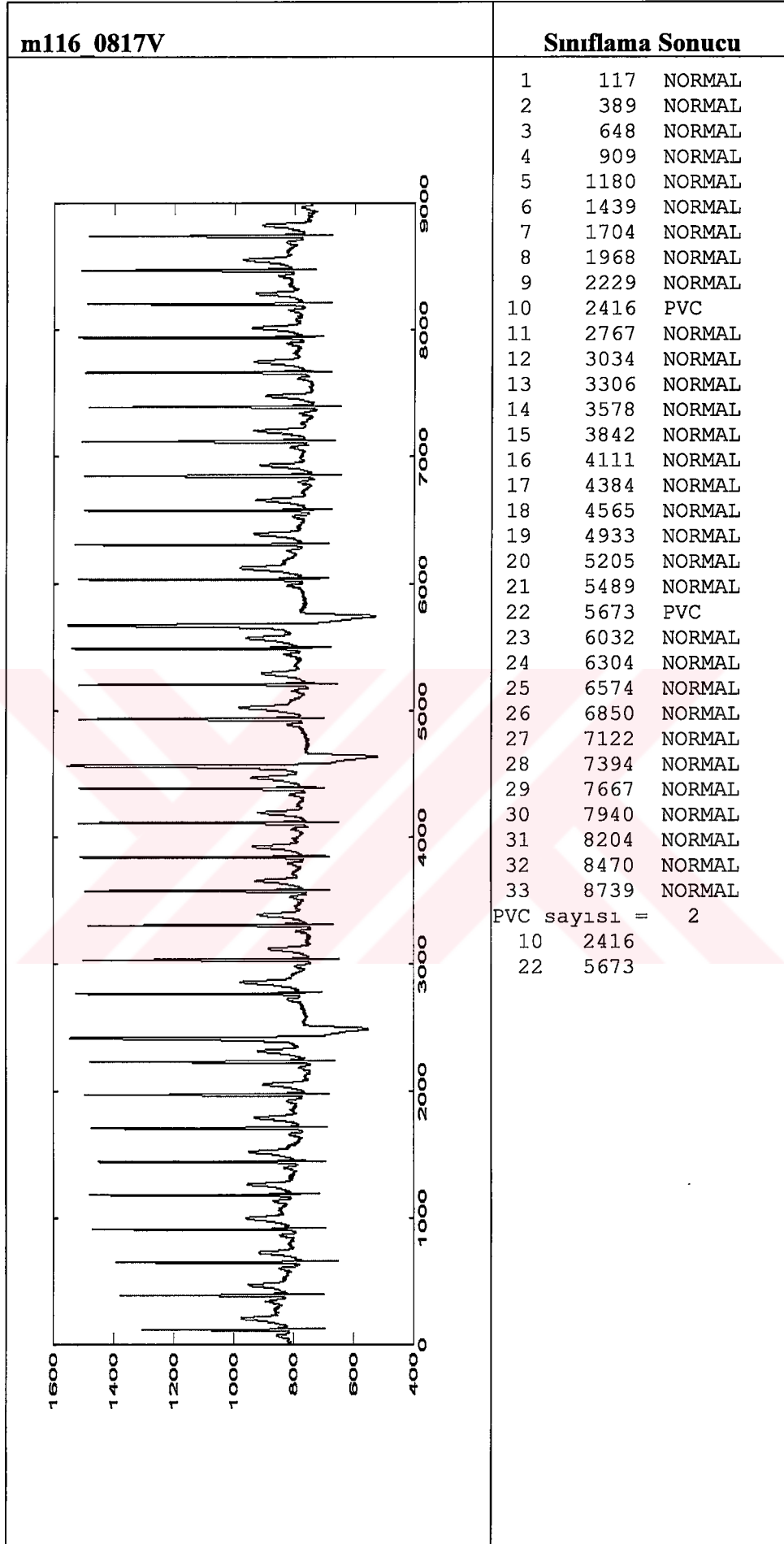
m116 0625V

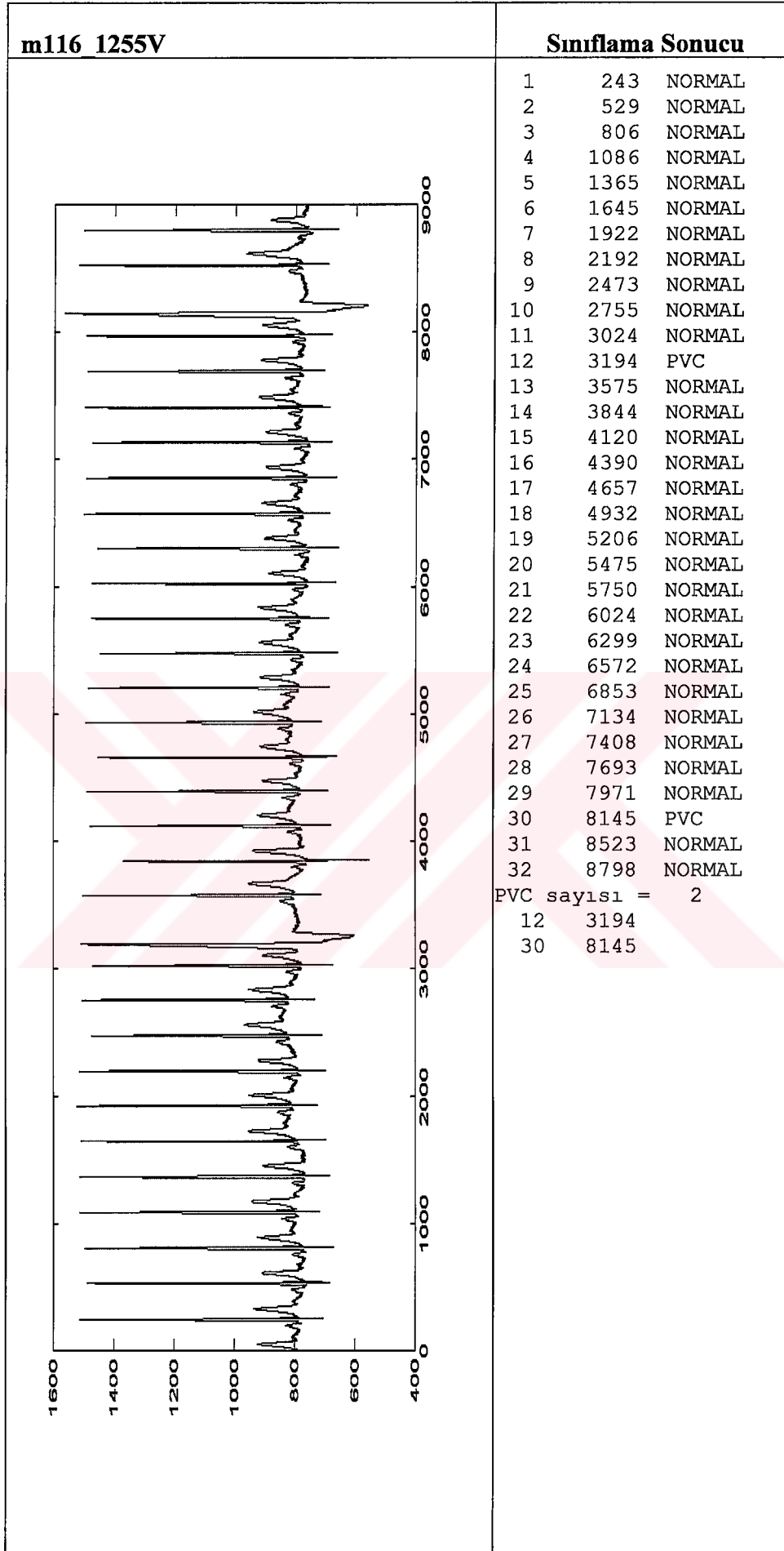


Sınıflama Sonucu

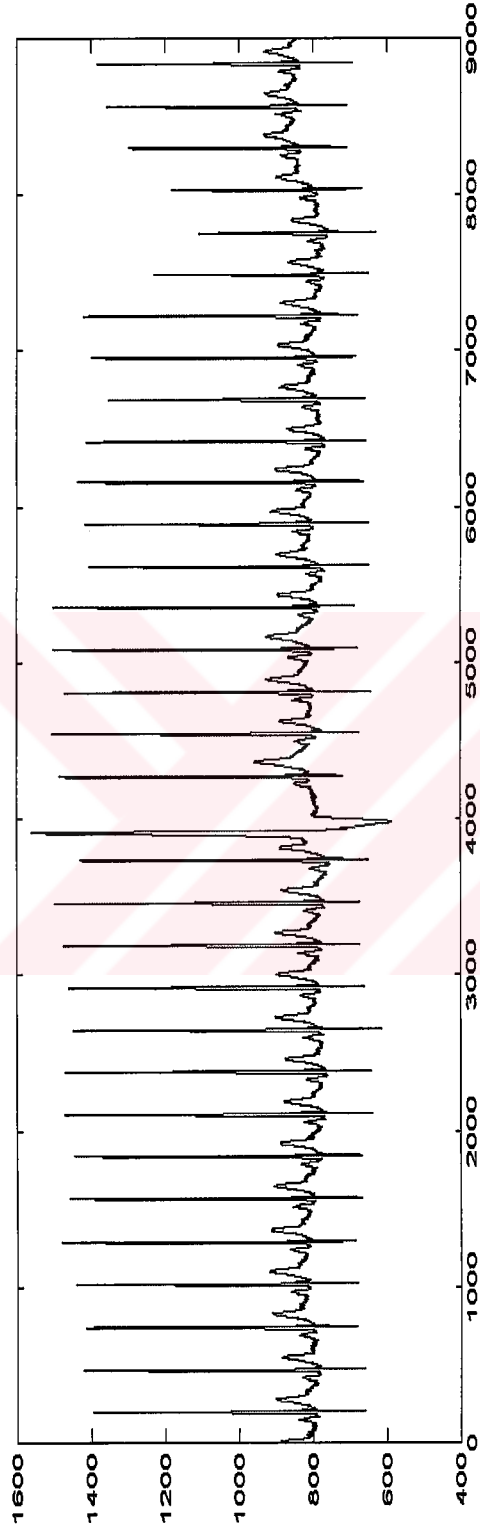
1	251	NORMAL
2	510	NORMAL
3	777	NORMAL
4	1043	NORMAL
5	1314	NORMAL
6	1579	NORMAL
7	1844	NORMAL
8	2117	NORMAL
9	2295	PVC
10	2649	NORMAL
11	2919	NORMAL
12	3188	NORMAL
13	3463	NORMAL
14	3731	NORMAL
15	4000	NORMAL
16	4282	NORMAL
17	4555	NORMAL
18	4821	NORMAL
19	5095	NORMAL
20	5365	NORMAL
21	5640	NORMAL
22	5911	NORMAL
23	6178	NORMAL
24	6454	NORMAL
25	6719	NORMAL
26	6980	NORMAL
27	7247	NORMAL
28	7511	NORMAL
29	7779	NORMAL
30	8046	NORMAL
31	8309	NORMAL
32	8580	NORMAL
33	8848	NORMAL

PVC sayısı = 1
9 2295





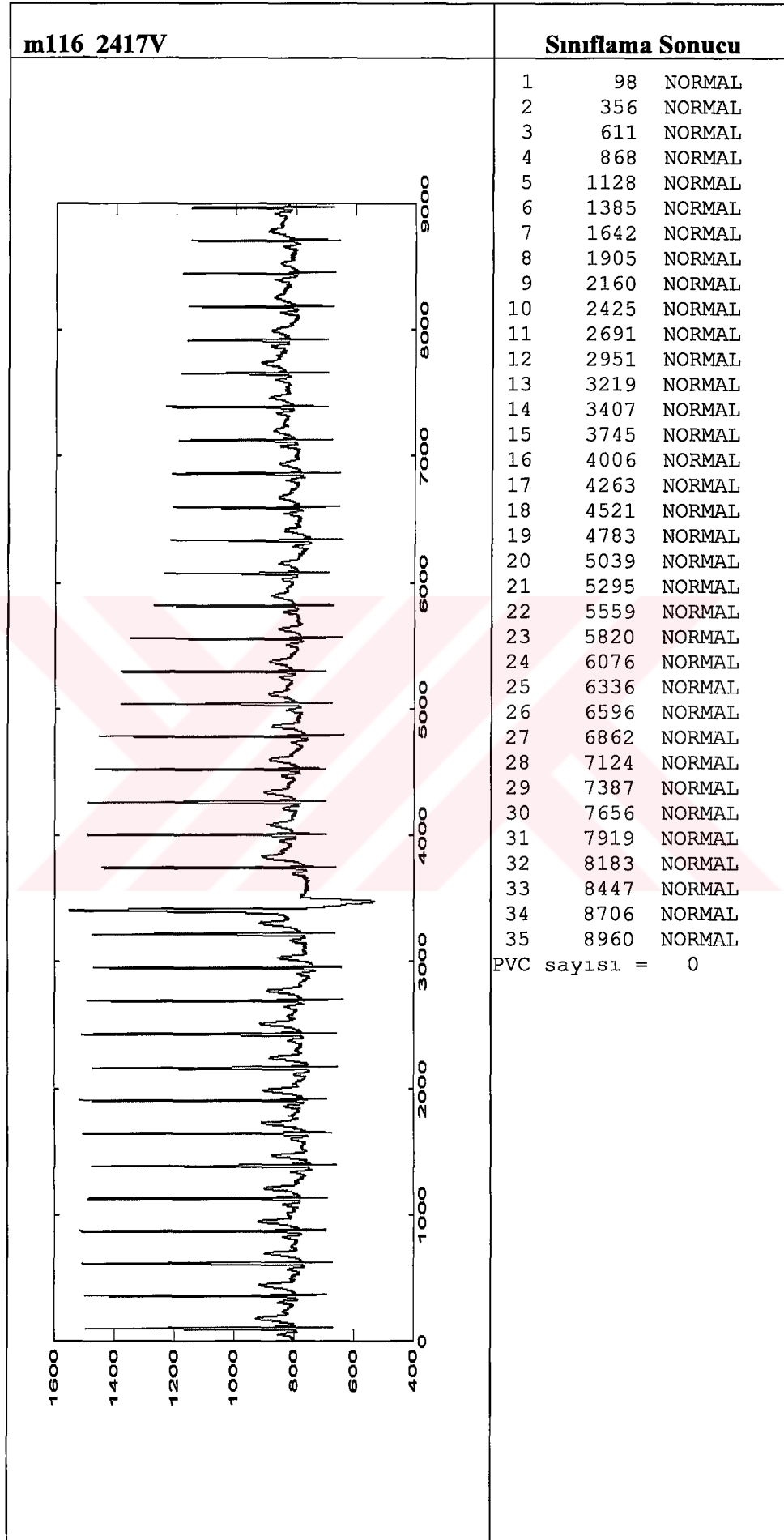
m116 1915V

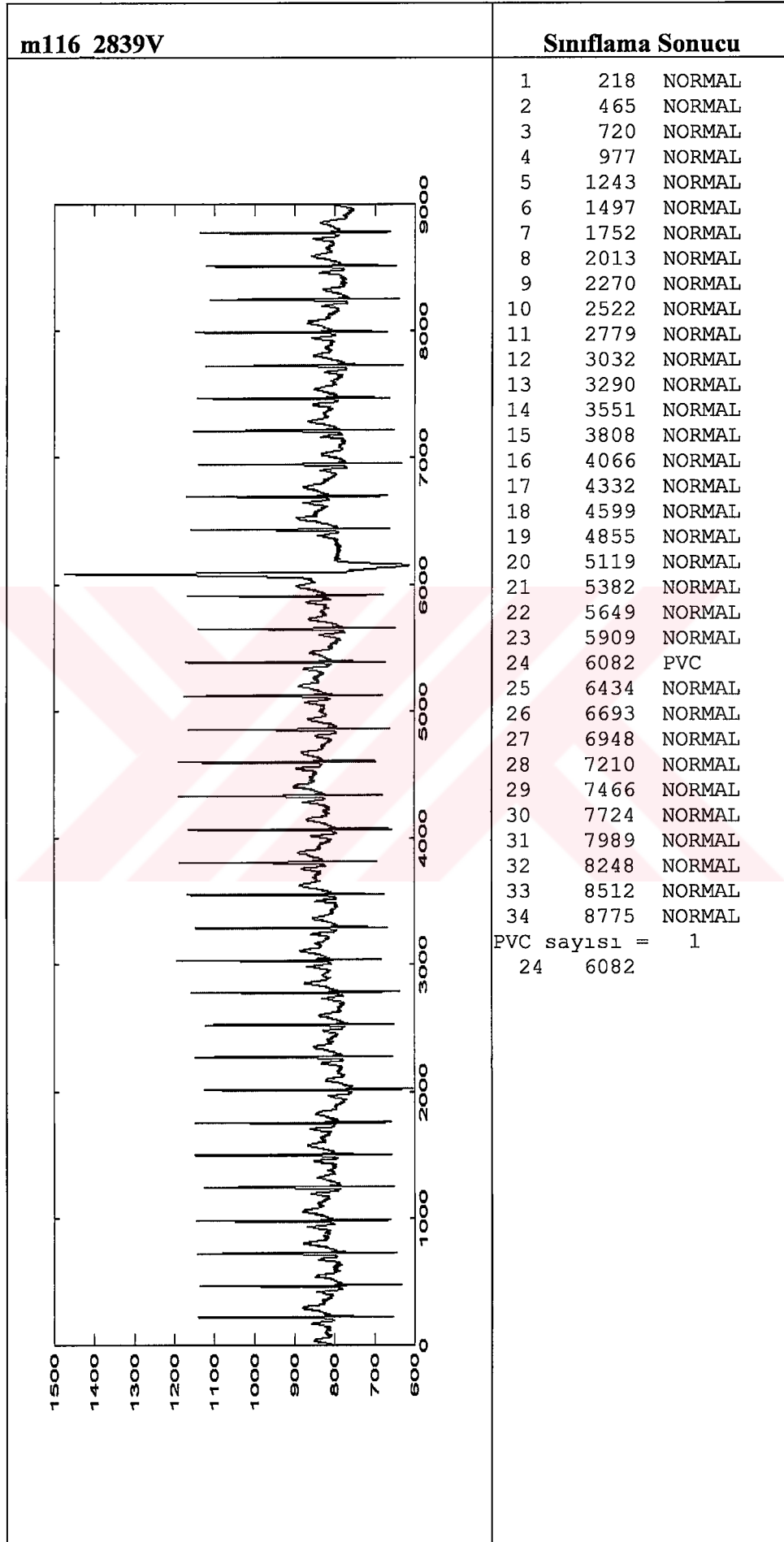


Sınıflama Sonucu

1	194	NORMAL
2	464	NORMAL
3	741	NORMAL
4	1017	NORMAL
5	1286	NORMAL
6	1566	NORMAL
7	1838	NORMAL
8	2103	NORMAL
9	2375	NORMAL
10	2644	NORMAL
11	2917	NORMAL
12	3189	NORMAL
13	3459	NORMAL
14	3735	NORMAL
15	3913	PVC
16	4269	NORMAL
17	4543	NORMAL
18	4809	NORMAL
19	5083	NORMAL
20	5355	NORMAL
21	5618	NORMAL
22	5891	NORMAL
23	6159	NORMAL
24	6417	NORMAL
25	6686	NORMAL
26	6953	NORMAL
27	7222	NORMAL
28	7489	NORMAL
29	7754	NORMAL
30	8030	NORMAL
31	8298	NORMAL
32	8563	NORMAL
33	8837	NORMAL

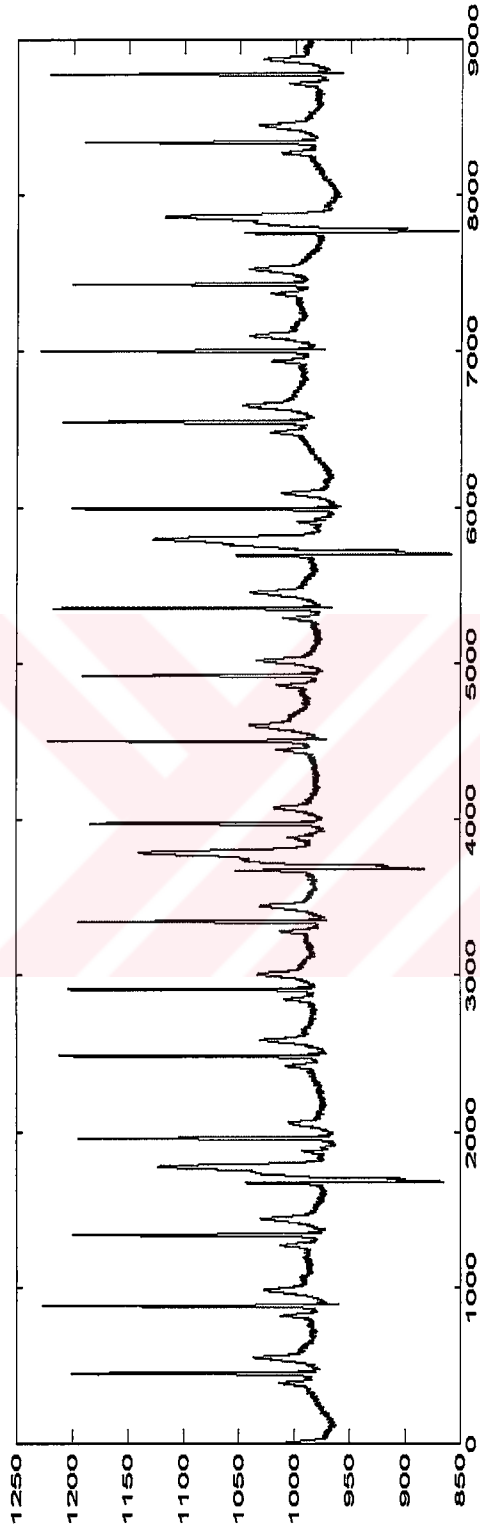
PVC sayısı = 1
15 3913





m201 0947V

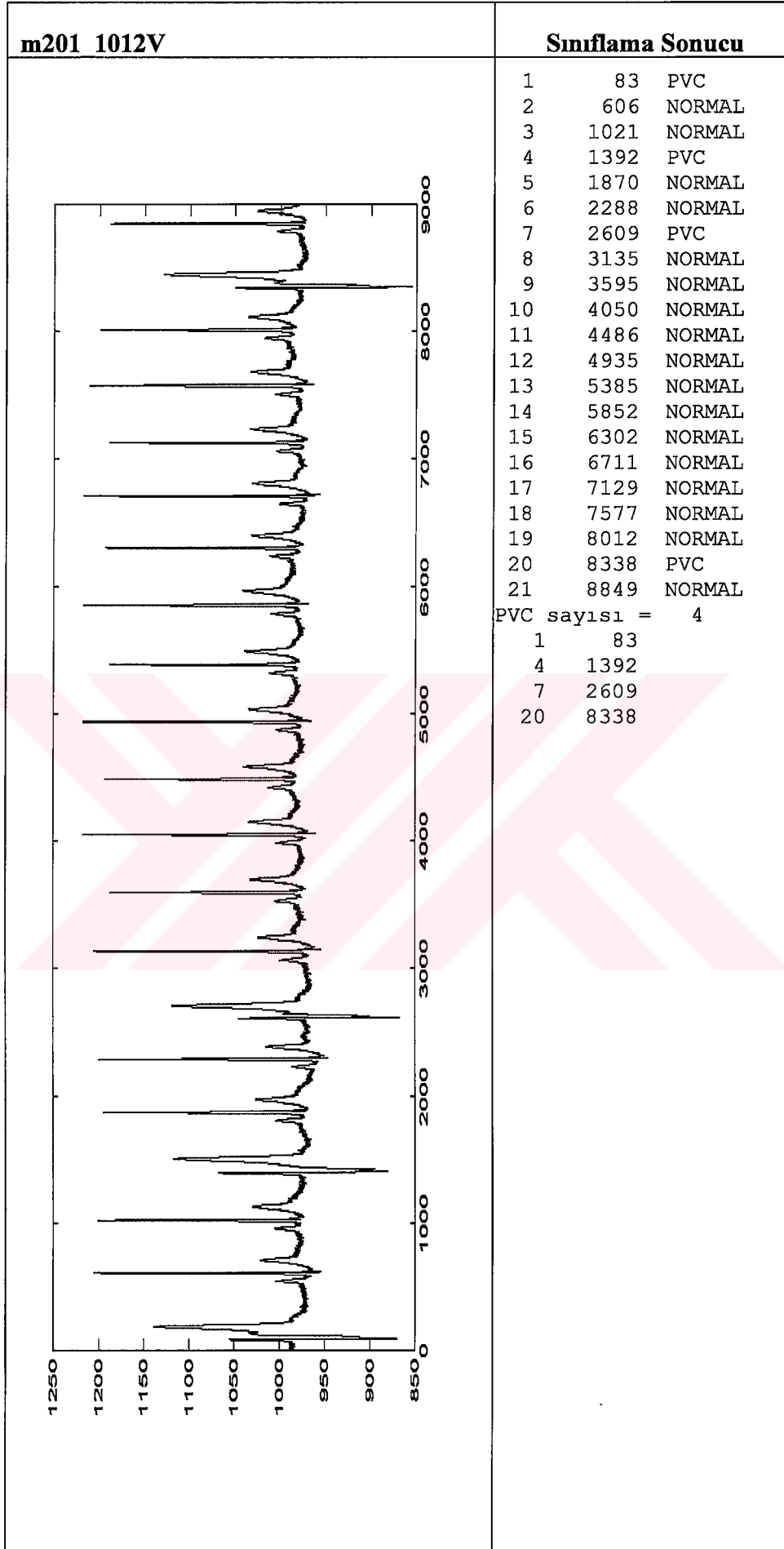
Sınıflama Sonucu

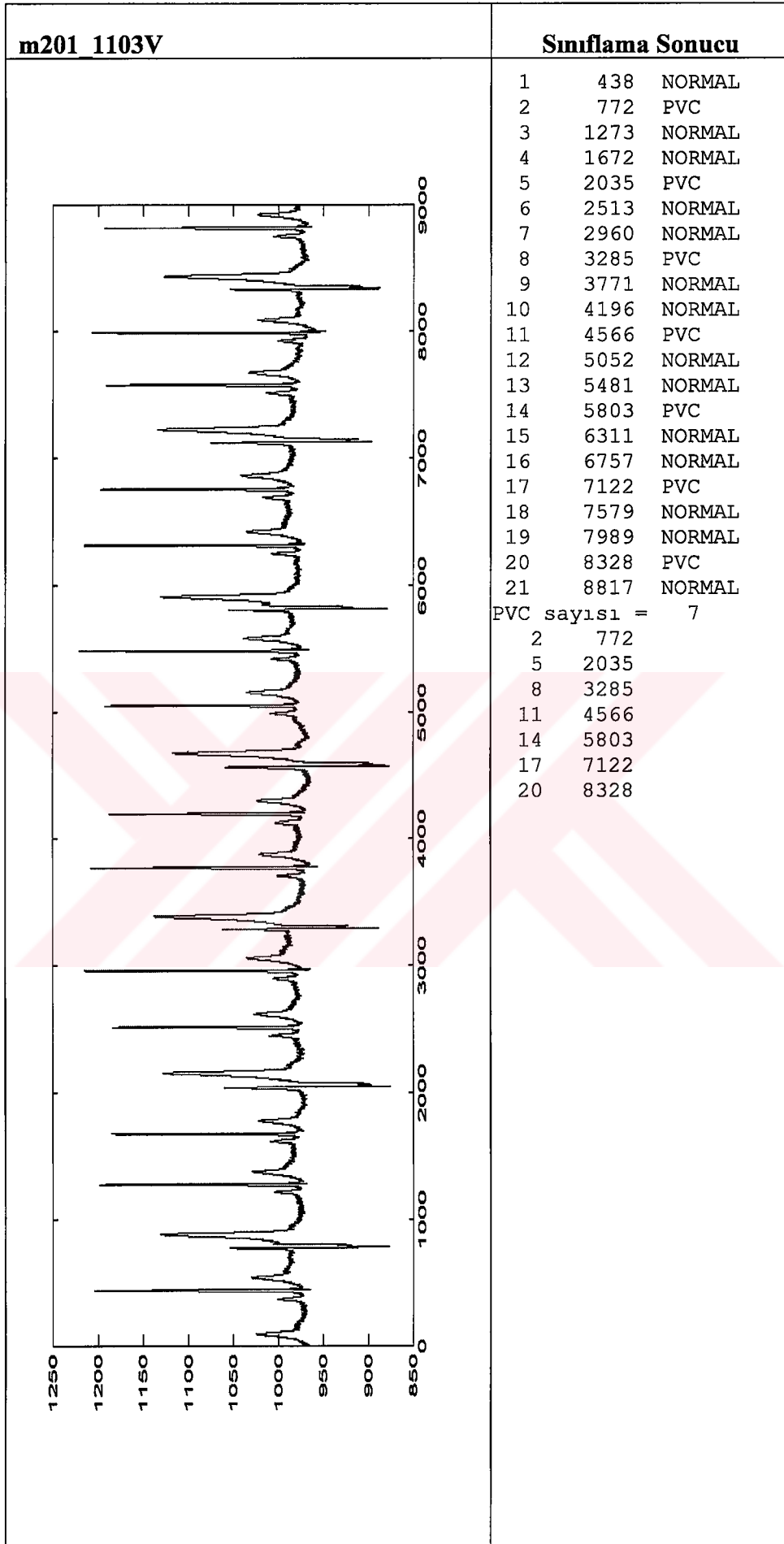


1	449	NORMAL
2	881	NORMAL
3	1337	NORMAL
4	1672	PVC
5	1958	NORMAL
6	2486	NORMAL
7	2912	NORMAL
8	3344	NORMAL
9	3673	PVC
10	3975	NORMAL
11	4504	NORMAL
12	4924	NORMAL
13	5352	NORMAL
14	5692	PVC
15	5993	NORMAL
16	6551	NORMAL
17	7005	NORMAL
18	7432	NORMAL
19	7757	PVC
20	8342	NORMAL
21	8780	NORMAL

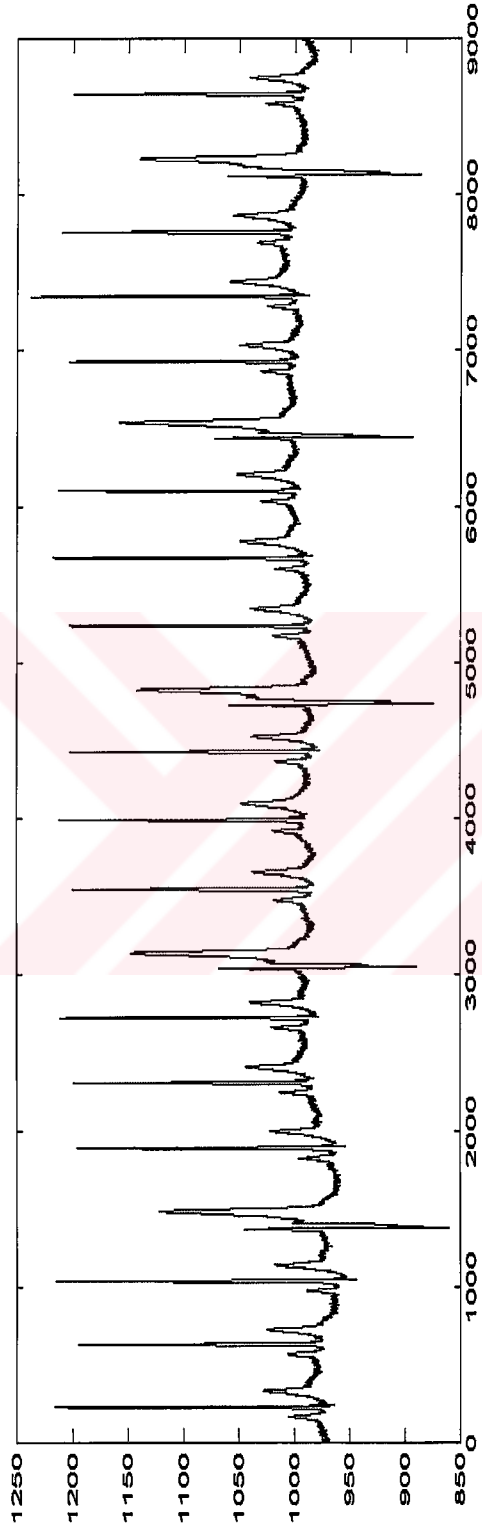
PVC sayısı = 4

4	1672
9	3673
14	5692
19	7757





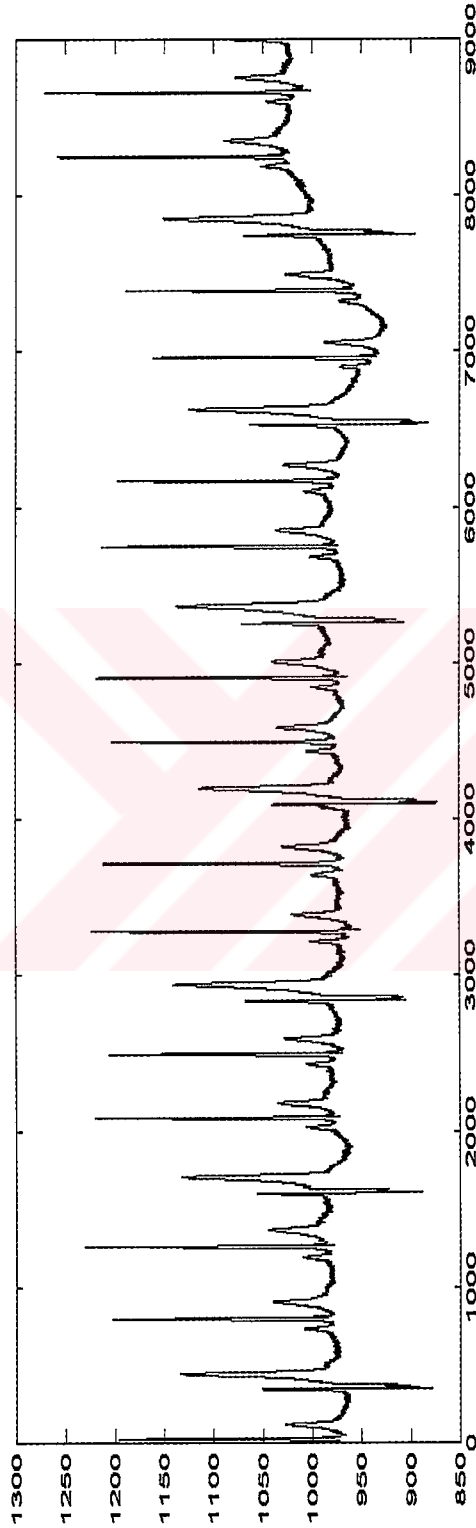
m201 1547V



Sınıflama Sonucu

1	229	NORMAL
2	631	NORMAL
3	1037	NORMAL
4	1368	PVC
5	1888	NORMAL
6	2307	NORMAL
7	2727	NORMAL
8	3041	PVC
9	3547	NORMAL
10	3991	NORMAL
11	4428	NORMAL
12	4727	PVC
13	5237	NORMAL
14	5673	NORMAL
15	6101	NORMAL
16	6435	PVC
17	6931	NORMAL
18	7348	NORMAL
19	7761	NORMAL
20	8119	PVC
21	8644	NORMAL
PVC sayısı =		5
4	1368	
8	3041	
12	4727	
16	6435	
20	8119	

m201 1730V

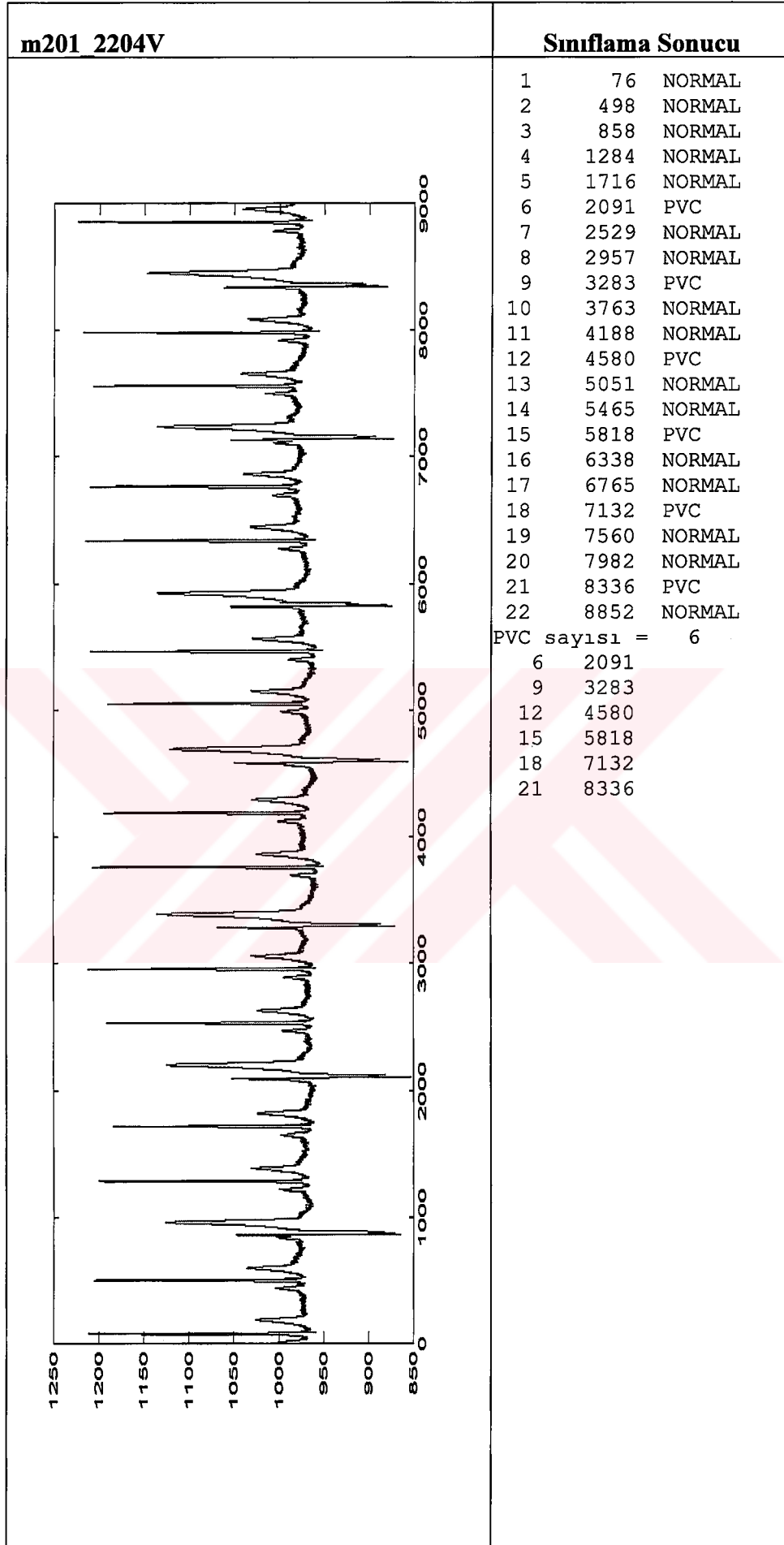


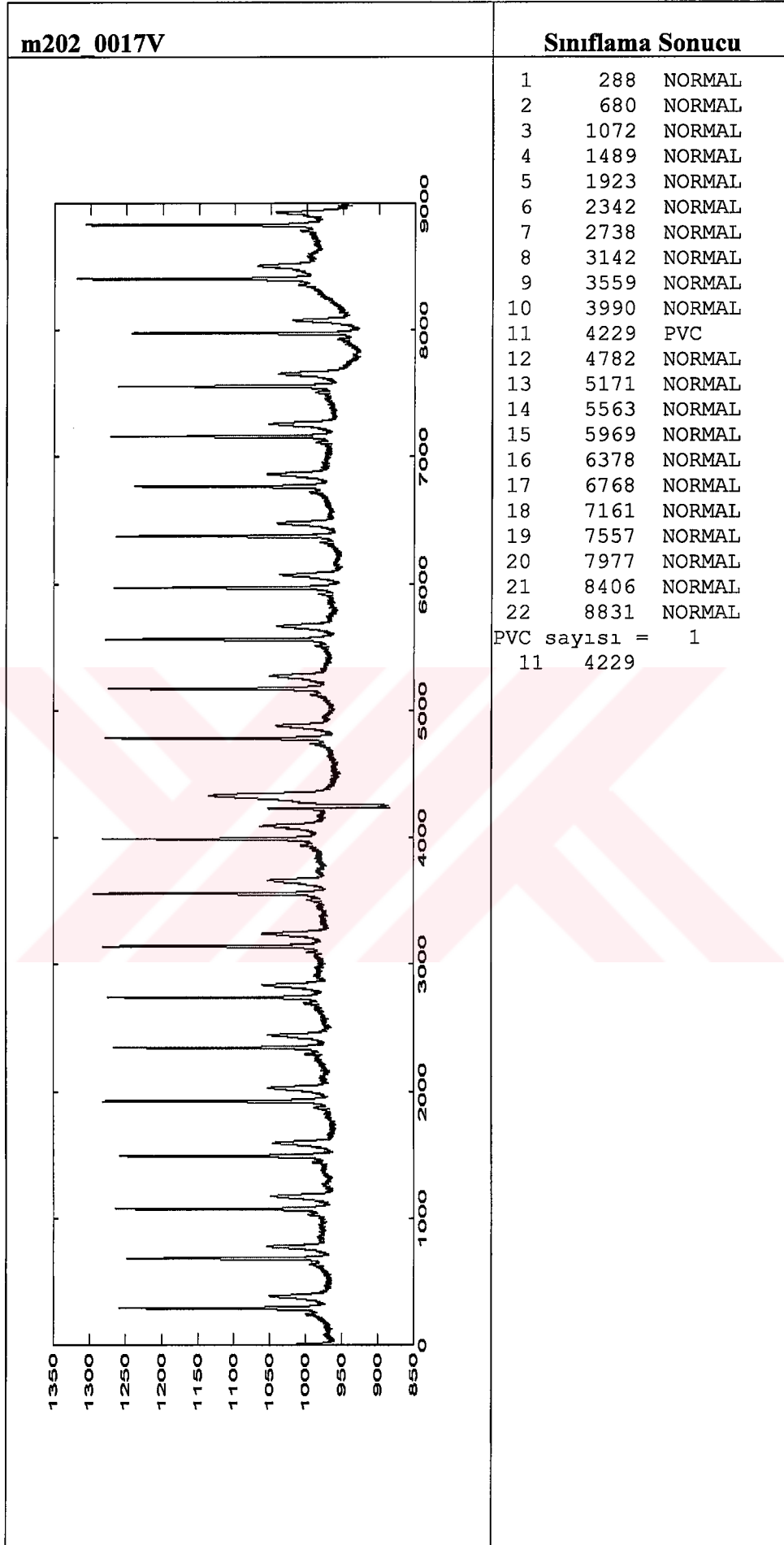
Sınıflama Sonucu

1	344	PVC
2	796	NORMAL
3	1260	NORMAL
4	1597	PVC
5	2082	NORMAL
6	2492	NORMAL
7	2833	PVC
8	3282	NORMAL
9	3715	NORMAL
10	4093	PVC
11	4492	NORMAL
12	4906	NORMAL
13	5253	PVC
14	5748	NORMAL
15	6169	NORMAL
16	6527	PVC
17	6960	NORMAL
18	7391	NORMAL
19	7742	PVC
20	8250	NORMAL
21	8659	NORMAL

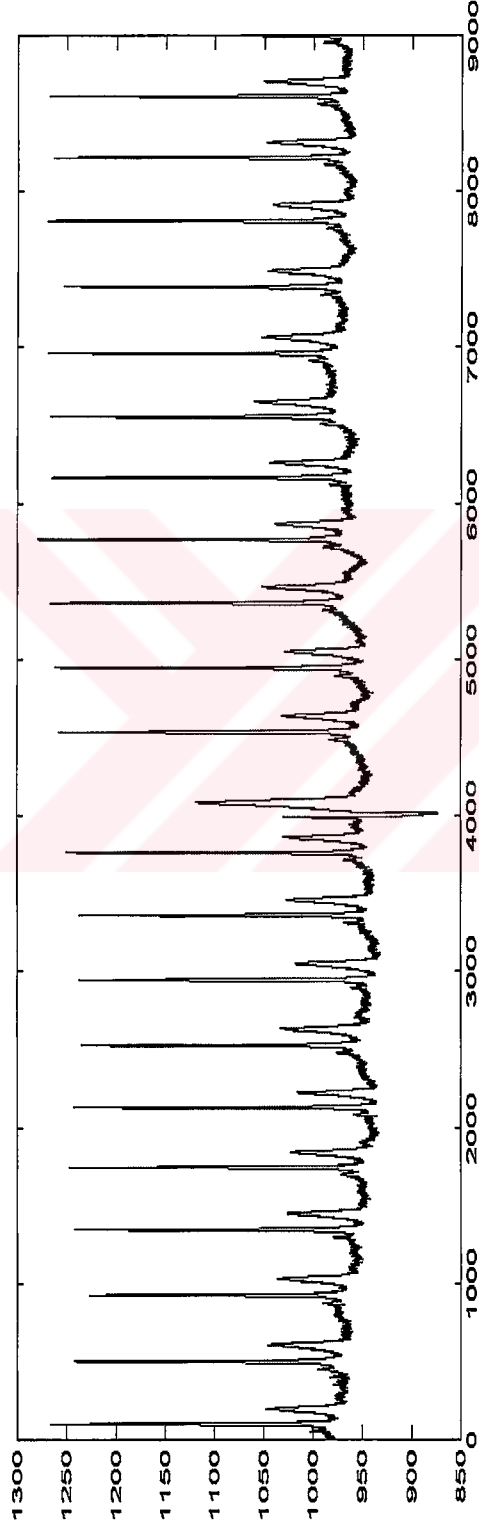
PVC sayısı = 7

1	344
4	1597
7	2833
10	4093
13	5253
16	6527
19	7742





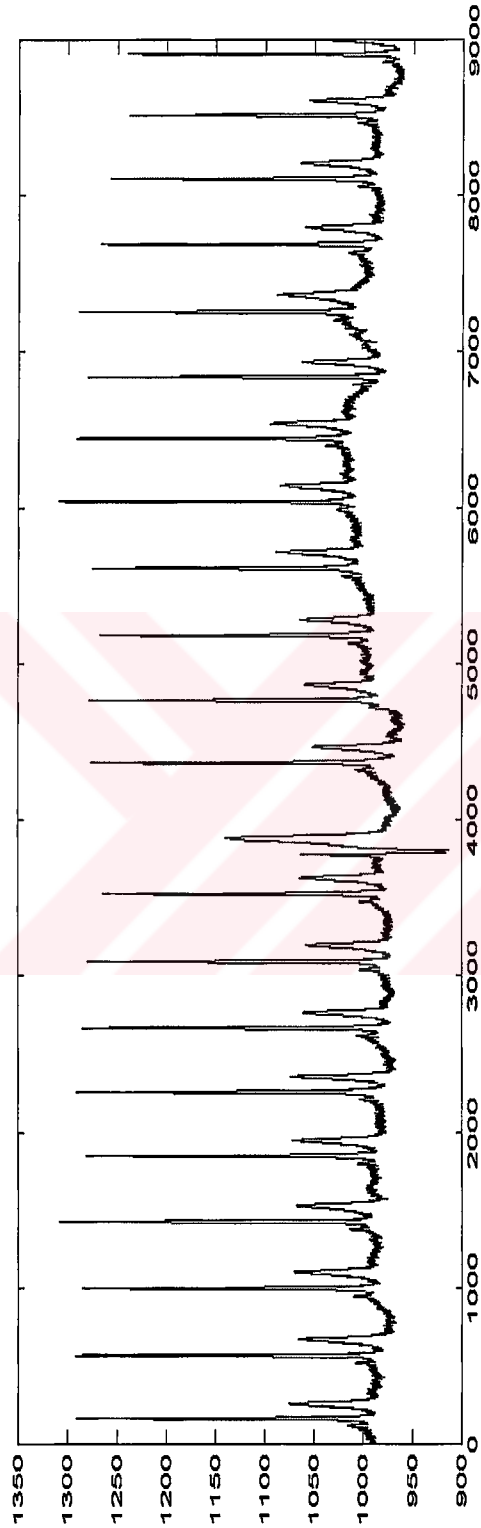
m202 0337V



Sınıflama Sonucu

1	100	NORMAL
2	499	NORMAL
3	924	NORMAL
4	1345	NORMAL
5	1745	NORMAL
6	2129	NORMAL
7	2526	NORMAL
8	2946	NORMAL
9	3361	NORMAL
10	3765	NORMAL
11	3989	PVC
12	4535	NORMAL
13	4946	NORMAL
14	5361	NORMAL
15	5770	NORMAL
16	6166	NORMAL
17	6557	NORMAL
18	6963	NORMAL
19	7388	NORMAL
20	7812	NORMAL
21	8219	NORMAL
22	8612	NORMAL
PVC sayısı =		1
11	3989	

m202 0524V

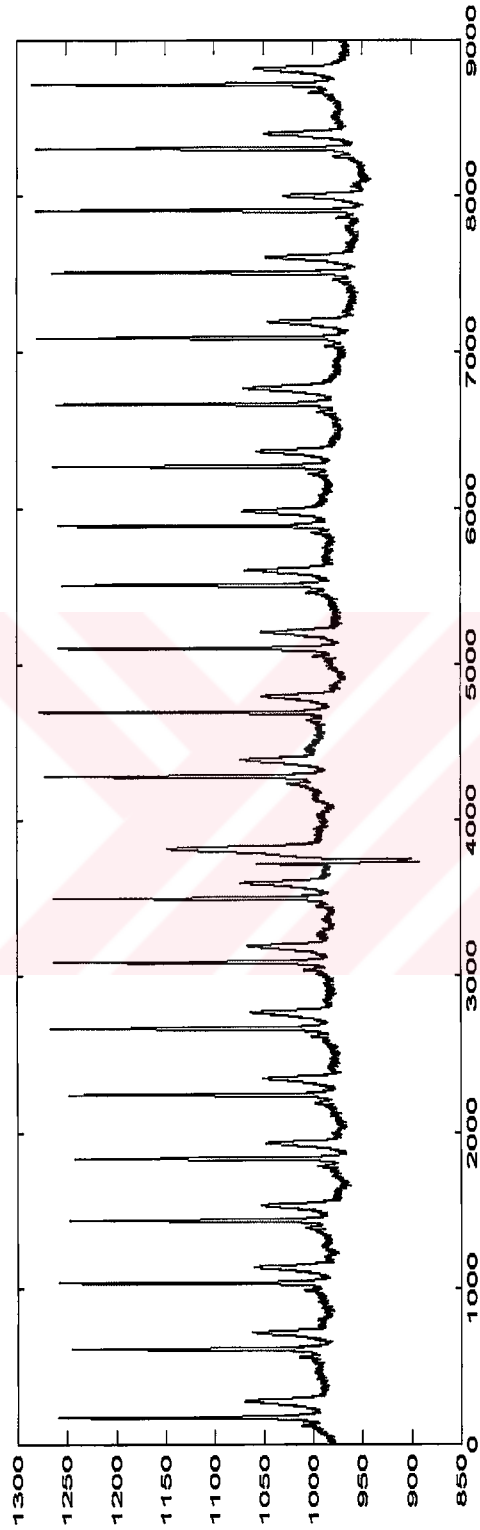


Sınıflama Sonucu

1	163	NORMAL
2	566	NORMAL
3	997	NORMAL
4	1425	NORMAL
5	1849	NORMAL
6	2257	NORMAL
7	2667	NORMAL
8	3092	NORMAL
9	3524	NORMAL
10	3777	PVC
11	4368	NORMAL
12	4767	NORMAL
13	5181	NORMAL
14	5612	NORMAL
15	6041	NORMAL
16	6447	NORMAL
17	6841	NORMAL
18	7257	NORMAL
19	7688	NORMAL
20	8107	NORMAL
21	8517	NORMAL
22	8909	NORMAL

PVC sayısı = 1
10 3777

m202 0702V



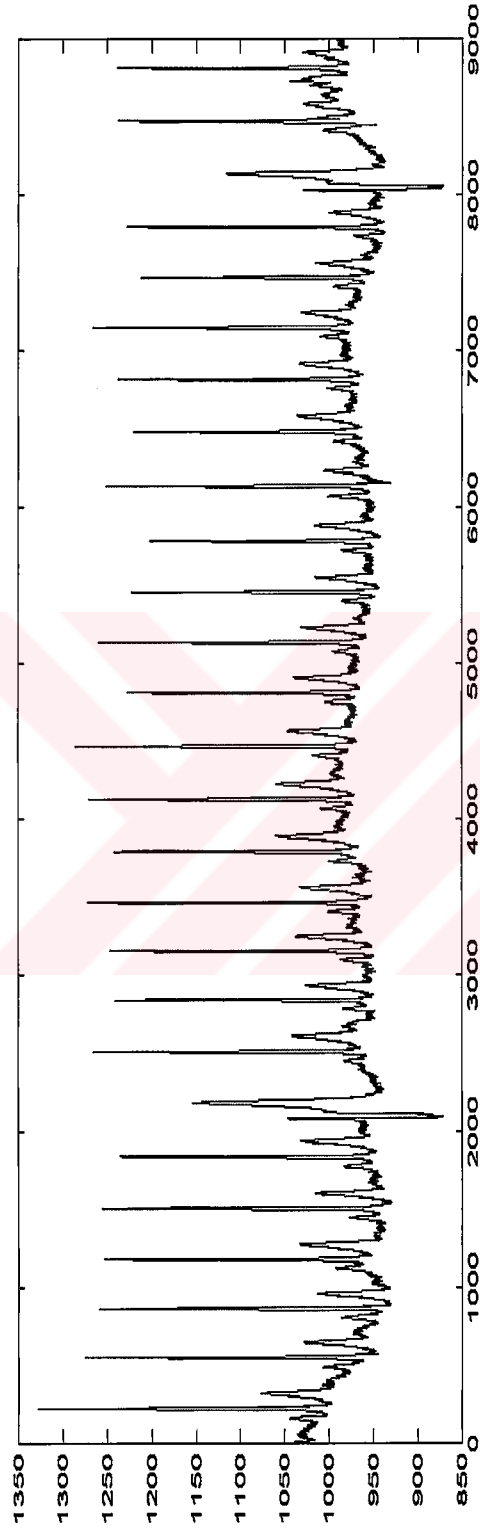
Sınıflama Sonucu

1	172	NORMAL
2	610	NORMAL
3	1033	NORMAL
4	1434	NORMAL
5	1832	NORMAL
6	2241	NORMAL
7	2665	NORMAL
8	3089	NORMAL
9	3498	NORMAL
10	3719	PVC
11	4282	NORMAL
12	4694	NORMAL
13	5102	NORMAL
14	5505	NORMAL
15	5887	NORMAL
16	6269	NORMAL
17	6669	NORMAL
18	7093	NORMAL
19	7511	NORMAL
20	7908	NORMAL
21	8304	NORMAL
22	8717	NORMAL

PVC sayısı = 1

10 3719

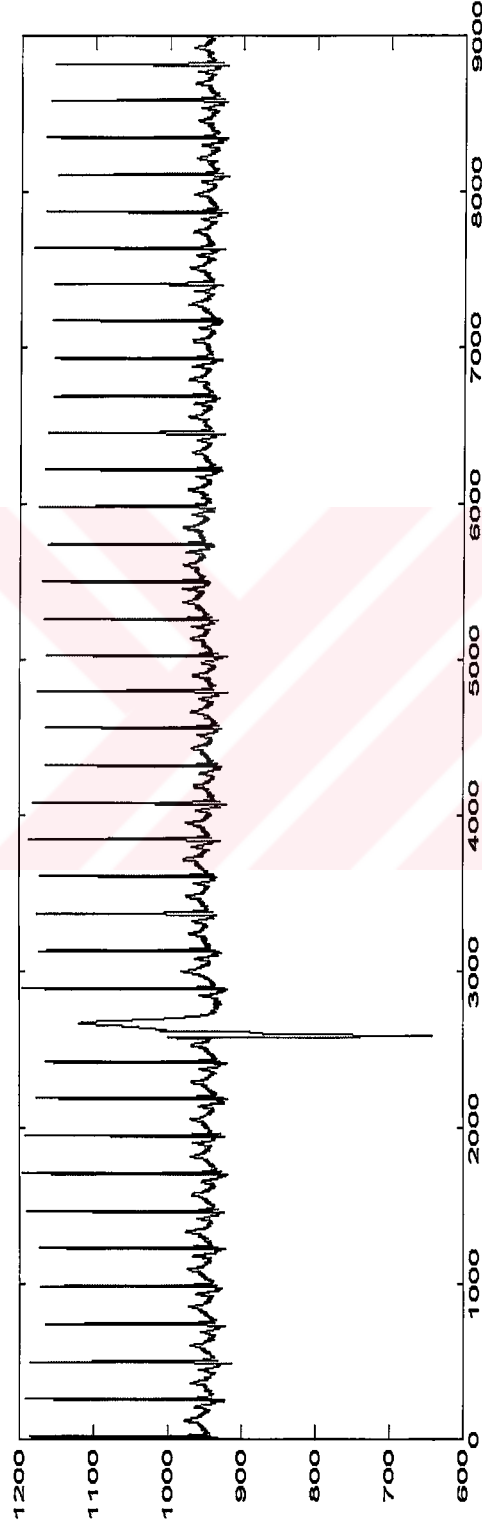
m202 1040V



Sınıflama Sonucu

1	224	NORMAL
2	552	NORMAL
3	865	NORMAL
4	1179	NORMAL
5	1504	NORMAL
6	1836	NORMAL
7	2079	PVC
8	2509	NORMAL
9	2842	NORMAL
10	3156	NORMAL
11	3465	NORMAL
12	3791	NORMAL
13	4127	NORMAL
14	4467	NORMAL
15	4812	NORMAL
16	5134	NORMAL
17	5456	NORMAL
18	5782	NORMAL
19	6133	NORMAL
20	6481	NORMAL
21	6819	NORMAL
22	7150	NORMAL
23	7471	NORMAL
24	7795	NORMAL
25	8029	PVC
26	8474	NORMAL
27	8814	NORMAL
PVC sayısı = 2		
7	2079	
25	8029	

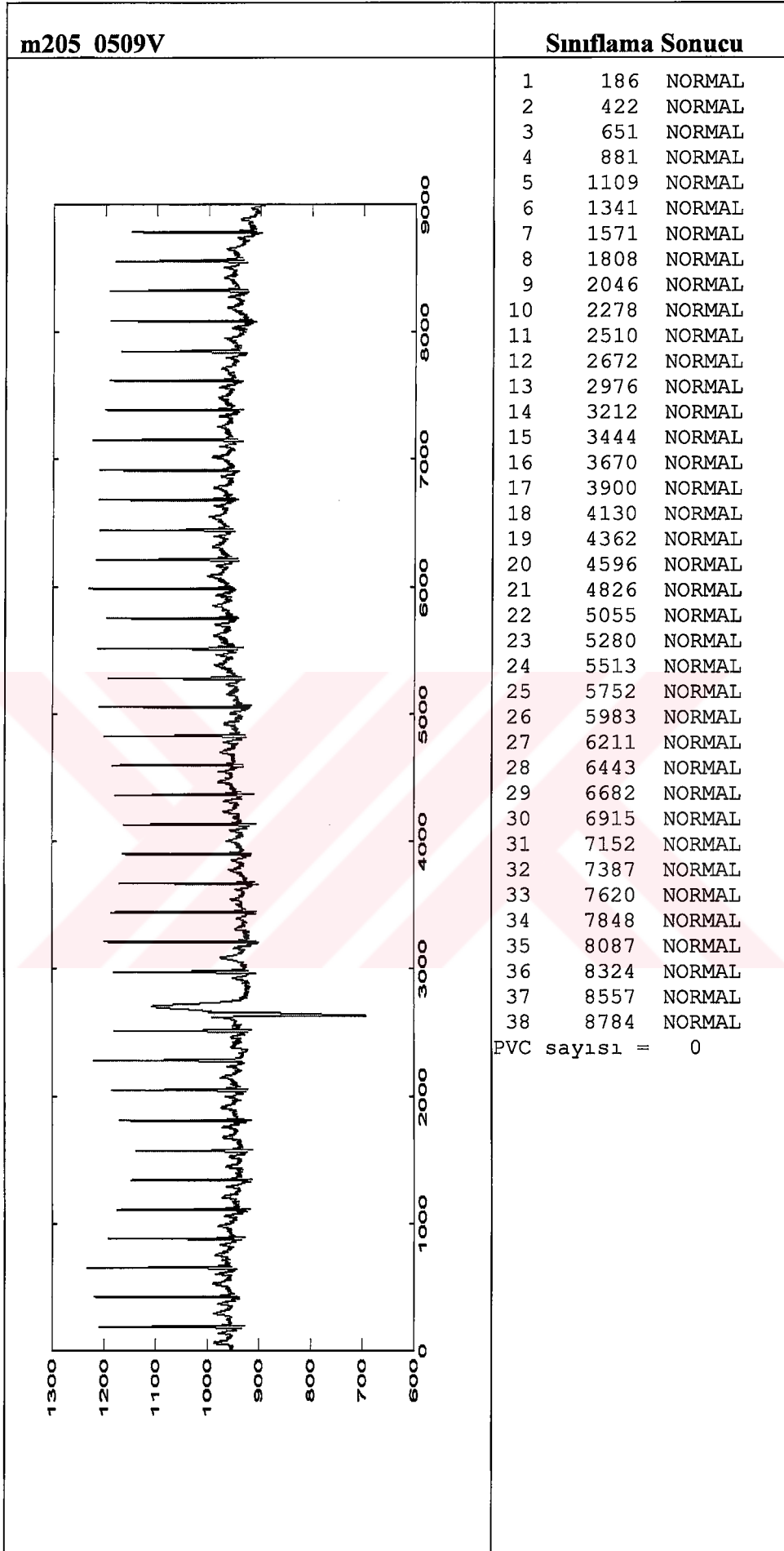
m205 0400V

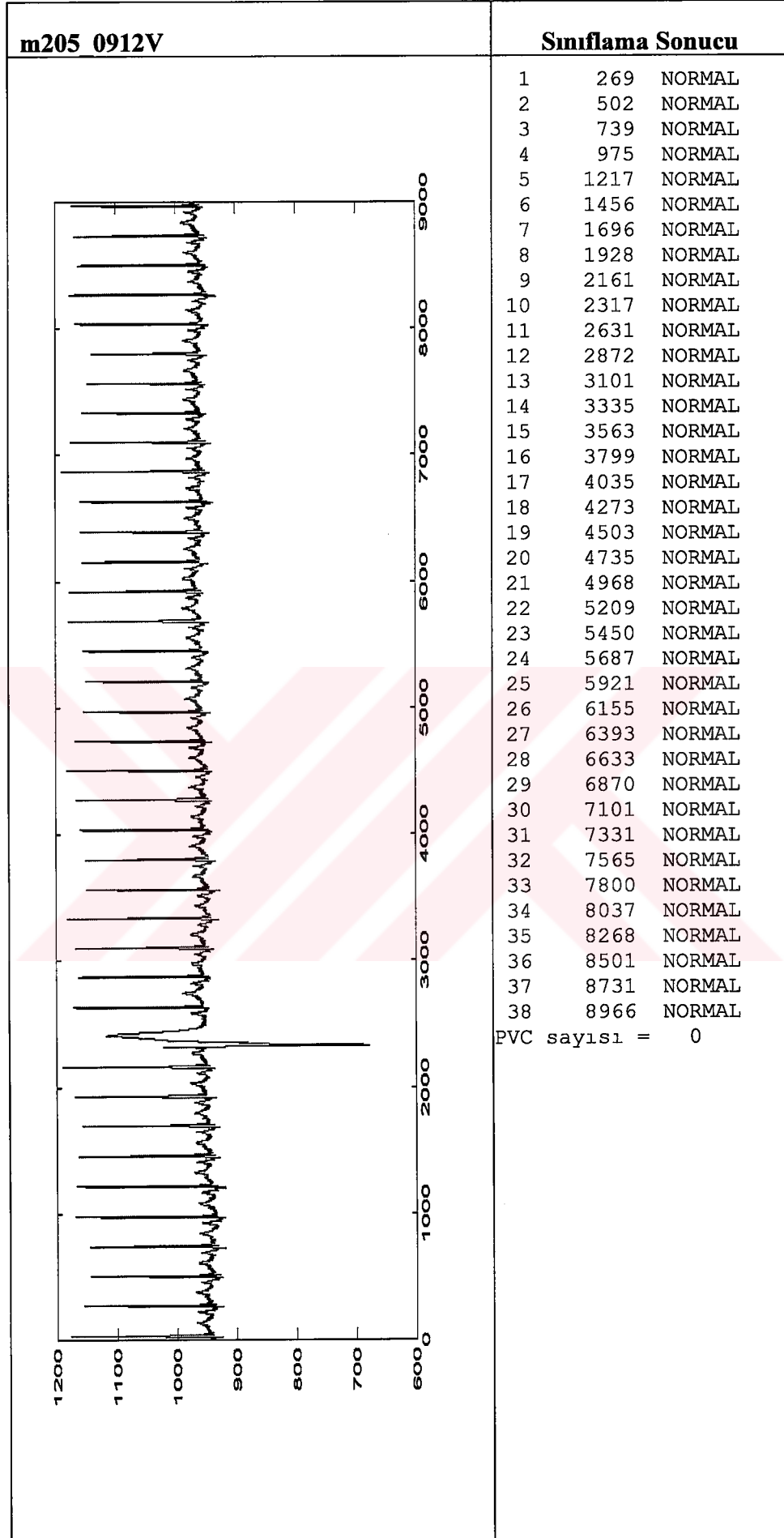


Sınıflama Sonucu

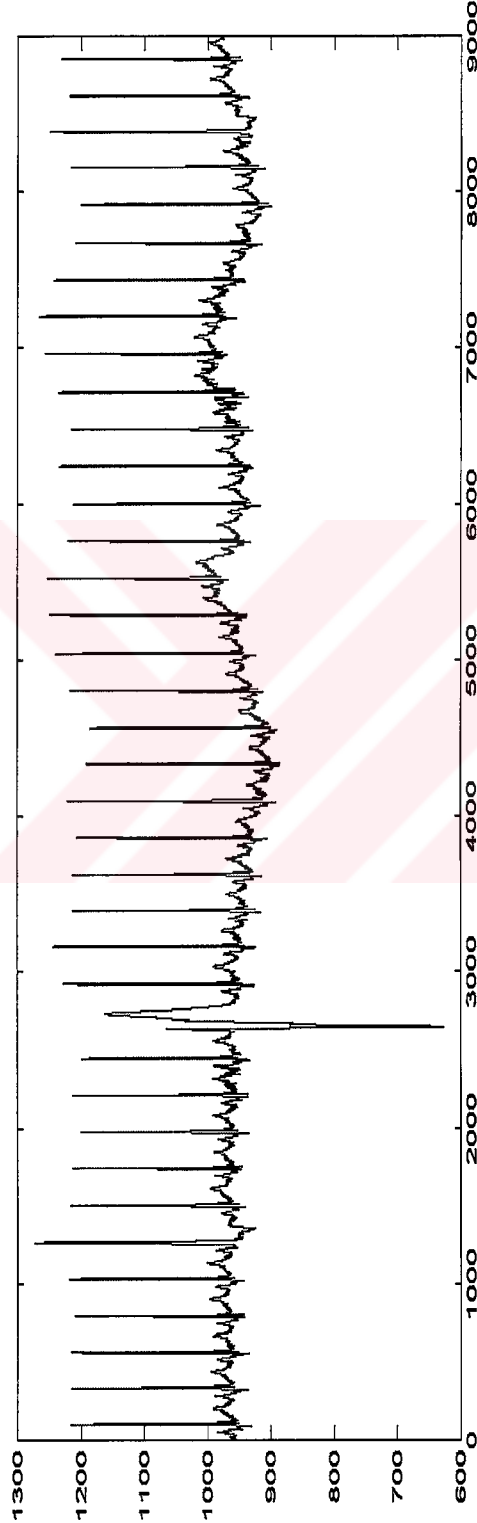
1	258	NORMAL
2	496	NORMAL
3	739	NORMAL
4	982	NORMAL
5	1227	NORMAL
6	1461	NORMAL
7	1702	NORMAL
8	1946	NORMAL
9	2186	NORMAL
10	2418	NORMAL
11	2629	NORMAL
12	2893	NORMAL
13	3134	NORMAL
14	3372	NORMAL
15	3611	NORMAL
16	3848	NORMAL
17	4078	NORMAL
18	4318	NORMAL
19	4561	NORMAL
20	4797	NORMAL
21	5026	NORMAL
22	5259	NORMAL
23	5499	NORMAL
24	5740	NORMAL
25	5980	NORMAL
26	6217	NORMAL
27	6453	NORMAL
28	6689	NORMAL
29	6932	NORMAL
30	7176	NORMAL
31	7412	NORMAL
32	7642	NORMAL
33	7875	NORMAL
34	8111	NORMAL
35	8348	NORMAL
36	8586	NORMAL
37	8816	NORMAL

PVC sayısı = 0





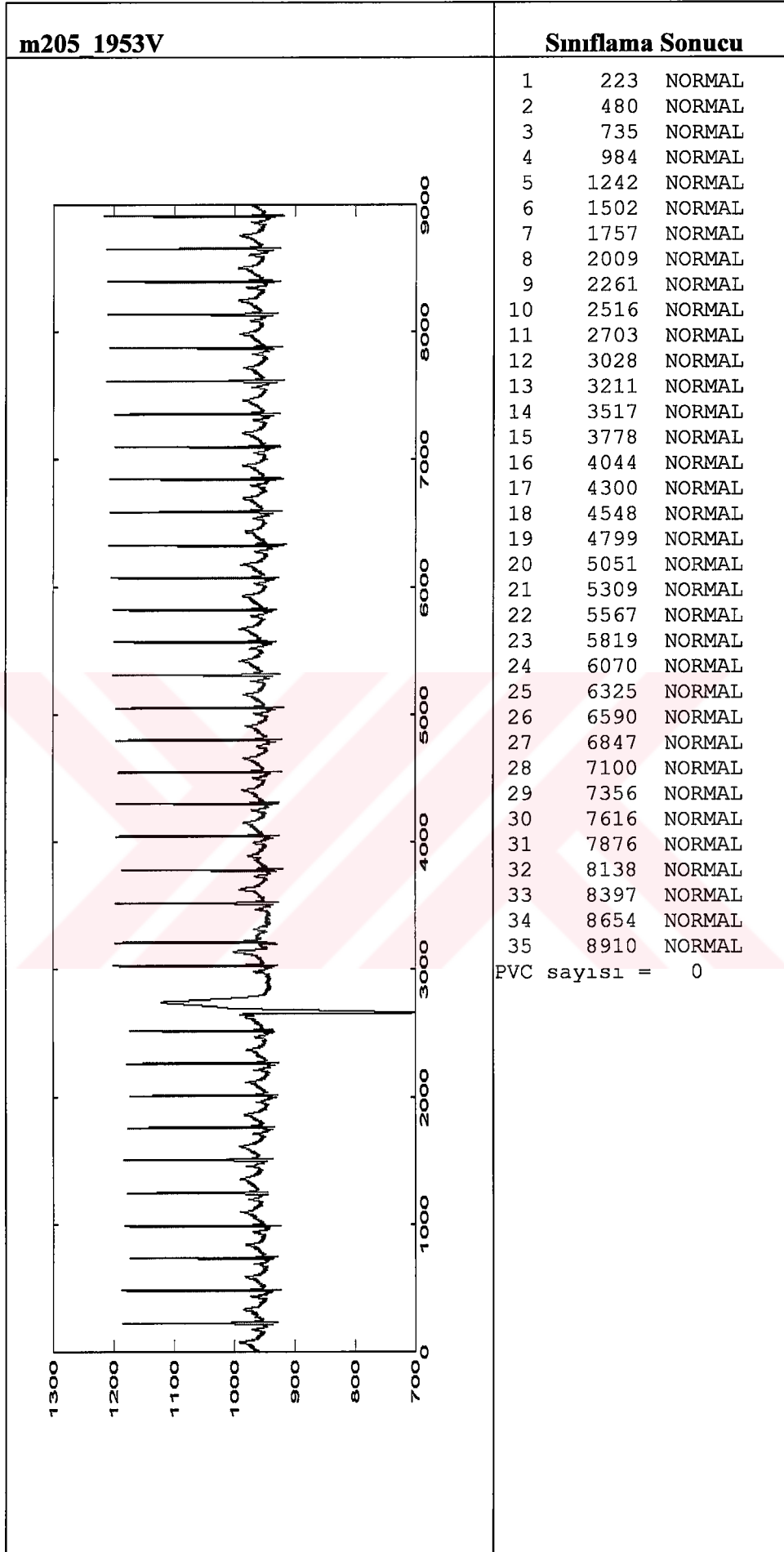
m205 1335V

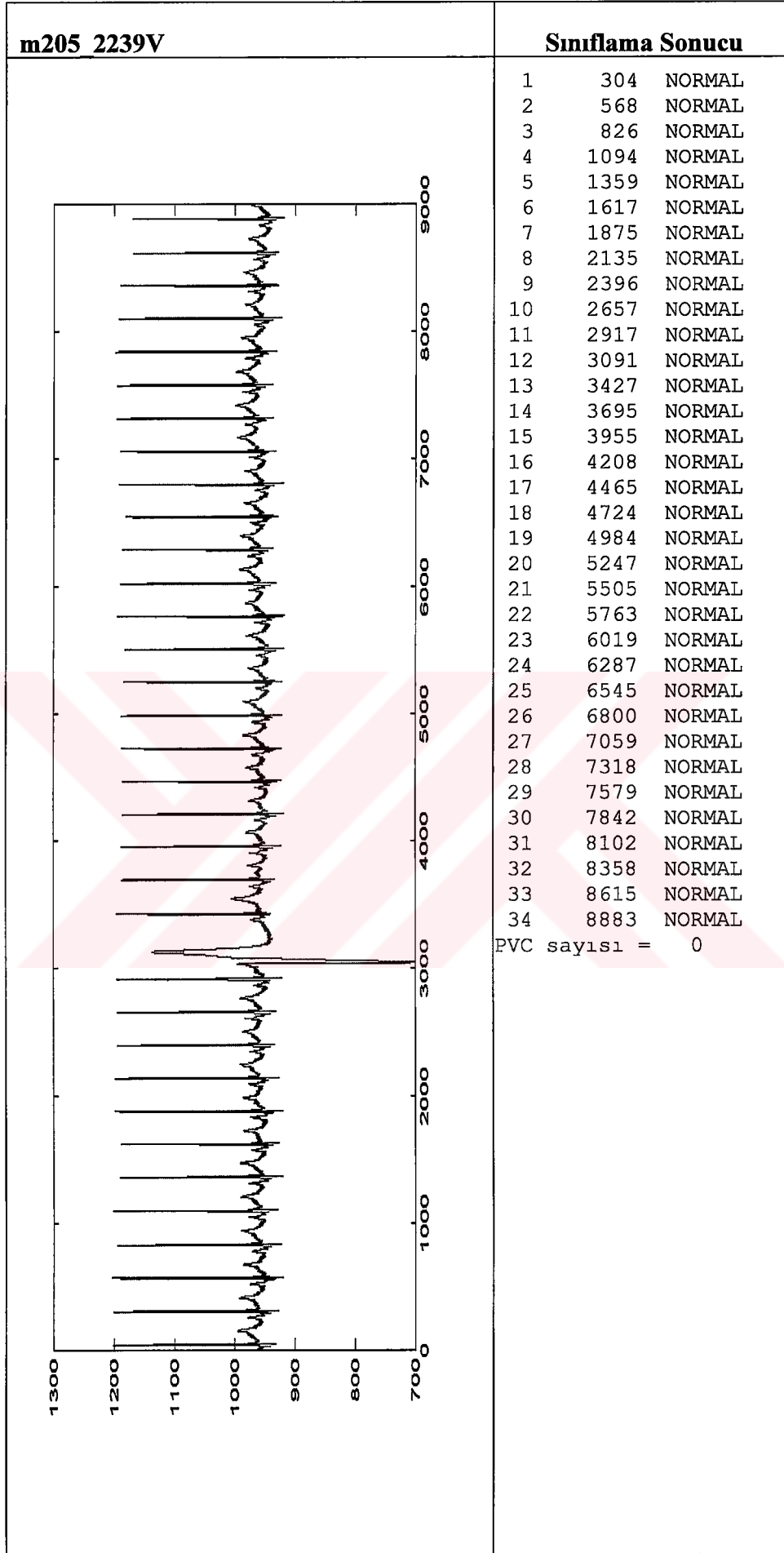


Sınıflama Sonucu

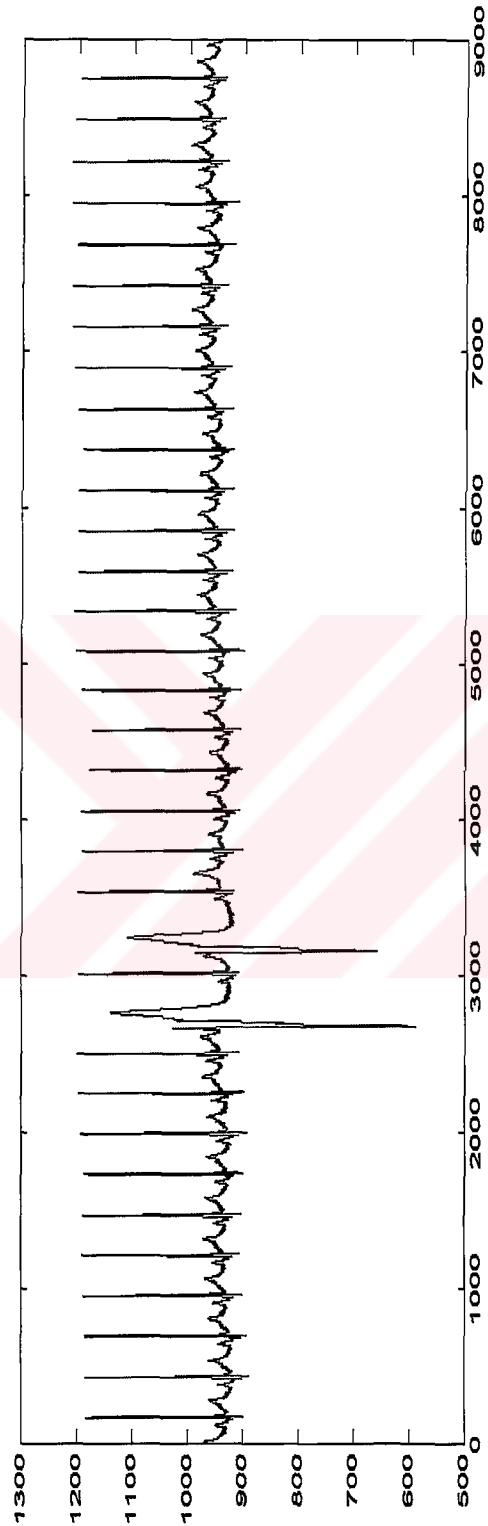
1	100	NORMAL
2	332	NORMAL
3	559	NORMAL
4	793	NORMAL
5	1030	NORMAL
6	1263	NORMAL
7	1502	NORMAL
8	1742	NORMAL
9	1977	NORMAL
10	2210	NORMAL
11	2446	NORMAL
12	2634	NORMAL
13	2922	NORMAL
14	3163	NORMAL
15	3392	NORMAL
16	3625	NORMAL
17	3863	NORMAL
18	4098	NORMAL
19	4336	NORMAL
20	4567	NORMAL
21	4805	NORMAL
22	5041	NORMAL
23	5286	NORMAL
24	5522	NORMAL
25	5762	NORMAL
26	5999	NORMAL
27	6243	NORMAL
28	6482	NORMAL
29	6718	NORMAL
30	6964	NORMAL
31	7202	NORMAL
32	7435	NORMAL
33	7671	NORMAL
34	7918	NORMAL
35	8159	NORMAL
36	8386	NORMAL
37	8617	NORMAL
38	8854	NORMAL

PVC sayısı = 0





m205 2342V

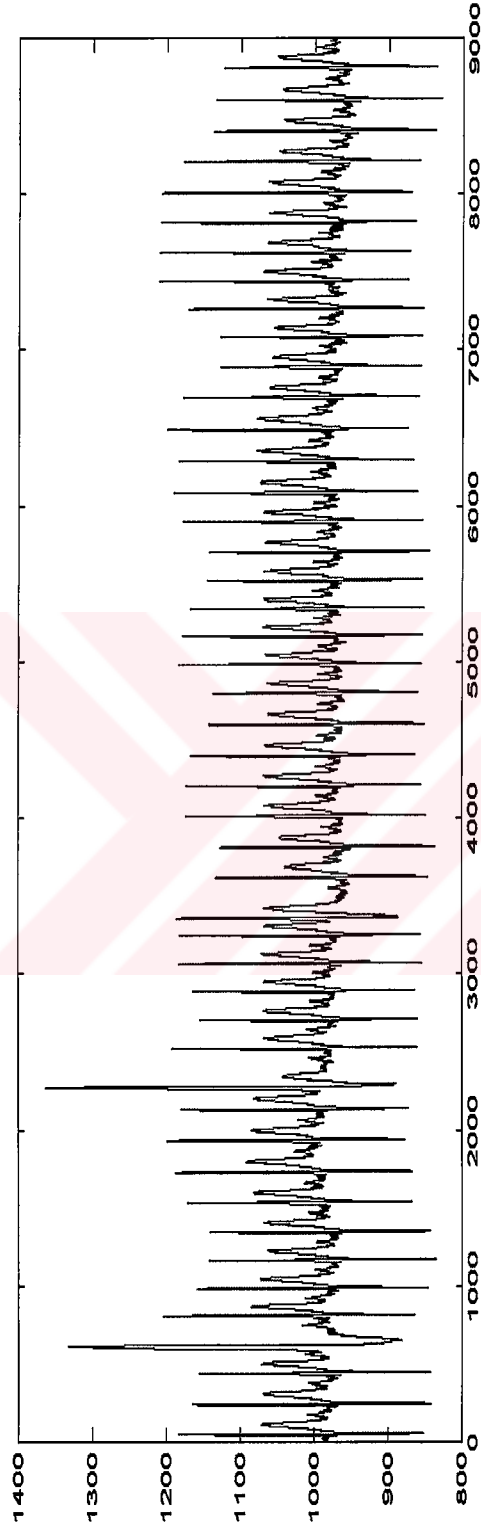


Sınıflama Sonucu

1	169	NORMAL
2	428	NORMAL
3	692	NORMAL
4	952	NORMAL
5	1211	NORMAL
6	1465	NORMAL
7	1730	NORMAL
8	1988	NORMAL
9	2246	NORMAL
10	2500	NORMAL
11	2665	NORMAL
12	3016	NORMAL
13	3201	NORMAL
14	3539	NORMAL
15	3799	NORMAL
16	4054	NORMAL
17	4317	NORMAL
18	4575	NORMAL
19	4831	NORMAL
20	5083	NORMAL
21	5339	NORMAL
22	5593	NORMAL
23	5853	NORMAL
24	6112	NORMAL
25	6371	NORMAL
26	6629	NORMAL
27	6898	NORMAL
28	7161	NORMAL
29	7423	NORMAL
30	7687	NORMAL
31	7953	NORMAL
32	8218	NORMAL
33	8489	NORMAL
34	8751	NORMAL

PVC sayısı = 0

m215 0045V

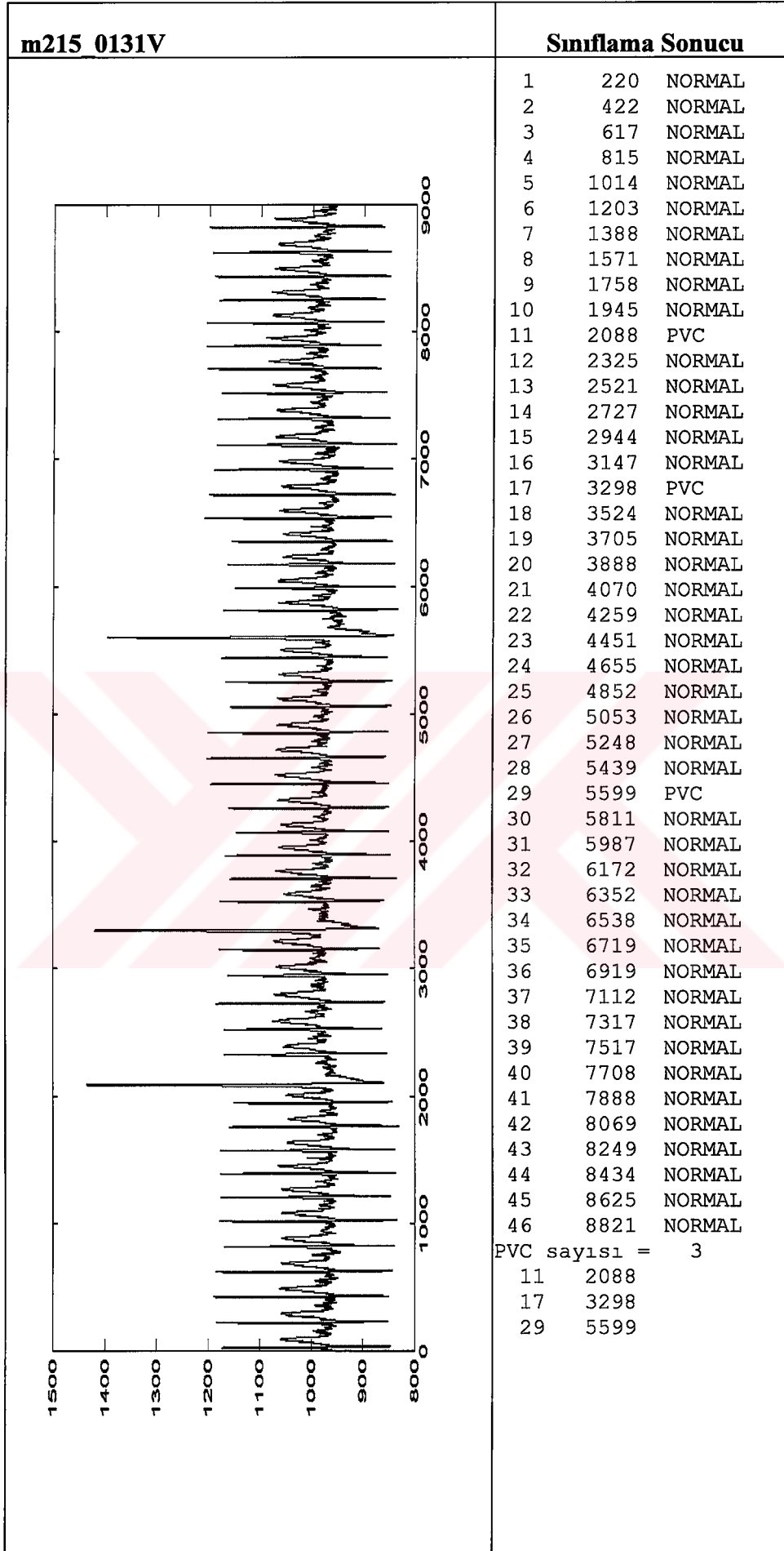


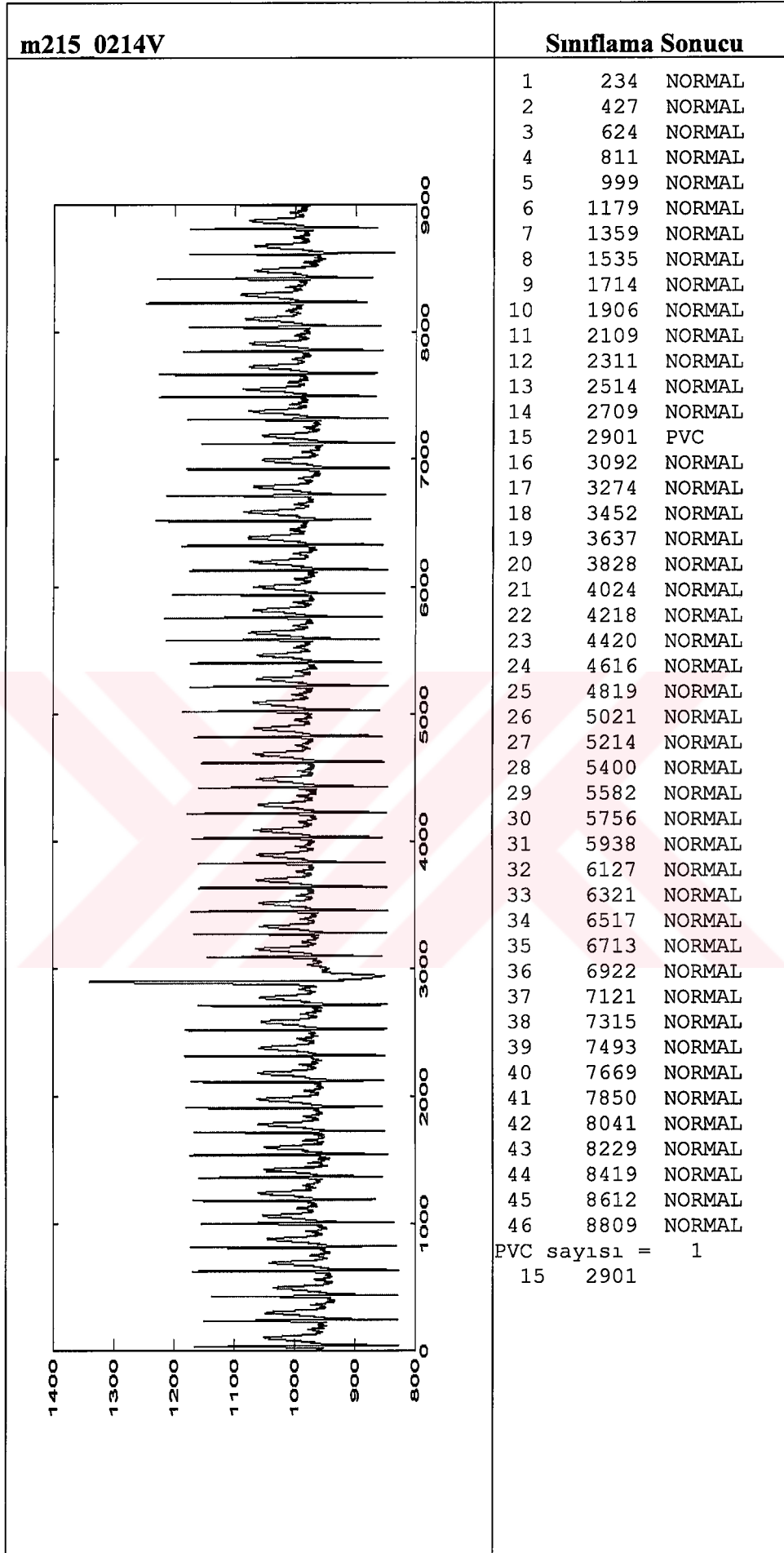
Sınıflama Sonucu

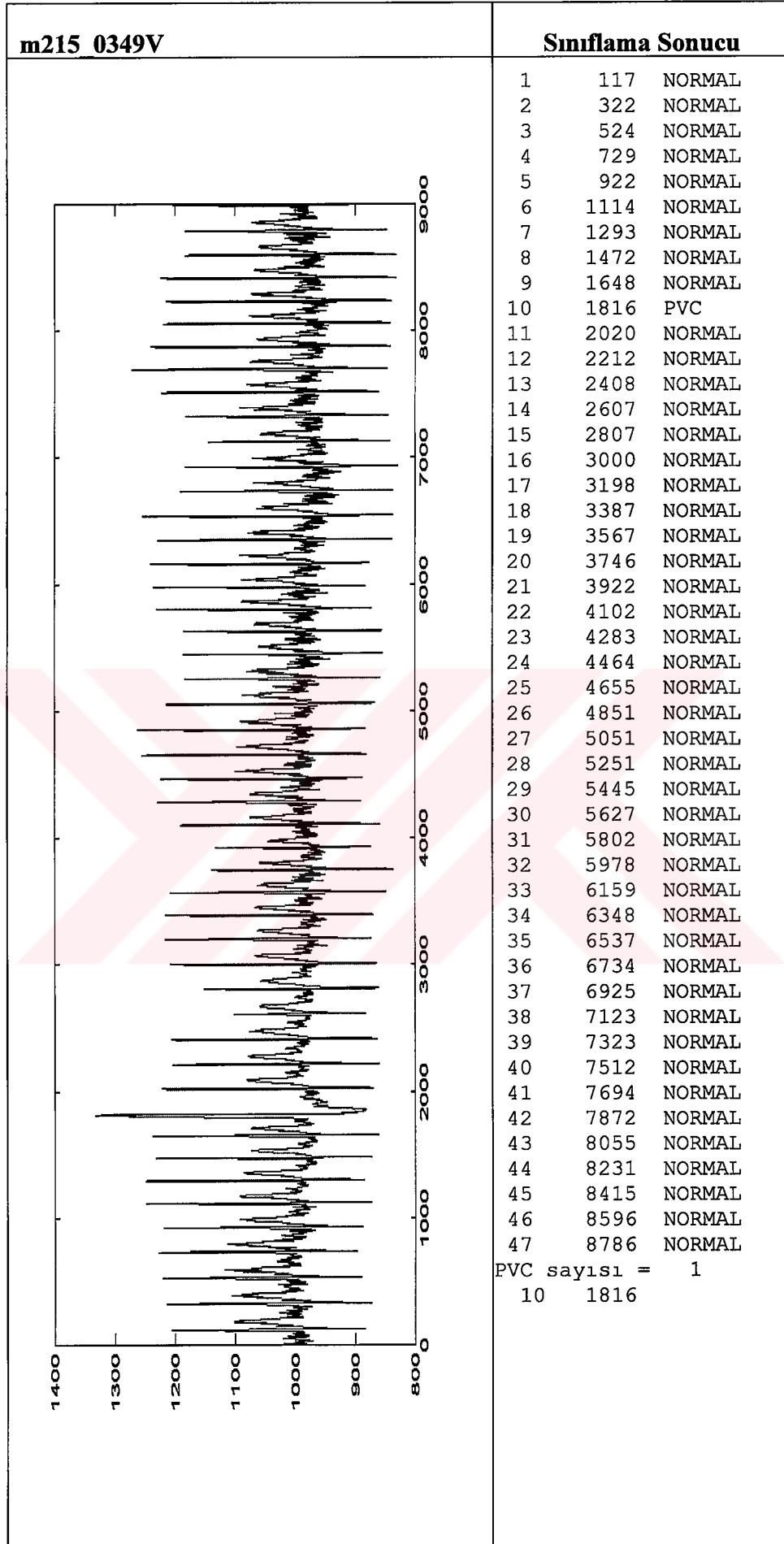
1	46	NORMAL
2	238	NORMAL
3	437	NORMAL
4	612	PVC
5	807	NORMAL
6	982	NORMAL
7	1163	NORMAL
8	1344	NORMAL
9	1532	NORMAL
10	1728	NORMAL
11	1931	NORMAL
12	2129	NORMAL
13	2269	PVC
14	2518	NORMAL
15	2702	NORMAL
16	2886	NORMAL
17	3065	NORMAL
18	3244	NORMAL
19	3356	NORMAL
20	3618	NORMAL
21	3812	NORMAL
22	4012	NORMAL
23	4204	NORMAL
24	4396	NORMAL
25	4596	NORMAL
26	4798	NORMAL
27	4982	NORMAL
28	5162	NORMAL
29	5339	NORMAL
30	5521	NORMAL
31	5704	NORMAL
32	5900	NORMAL
33	6085	NORMAL
34	6288	NORMAL
35	6489	NORMAL
36	6696	NORMAL
37	6889	NORMAL
38	7081	NORMAL
39	7261	NORMAL
40	7440	NORMAL
41	7624	NORMAL
42	7816	NORMAL
43	8006	NORMAL
44	8208	NORMAL
45	8403	NORMAL
46	8602	NORMAL
47	8809	NORMAL

PVC sayısı = 2

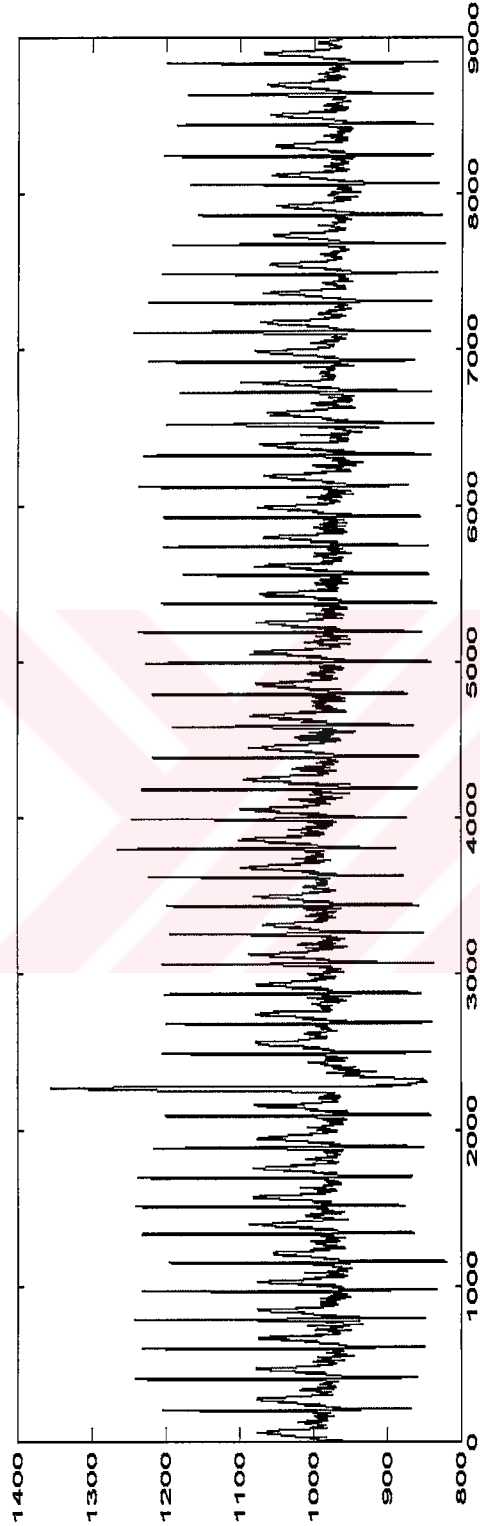
4 612
13 2269





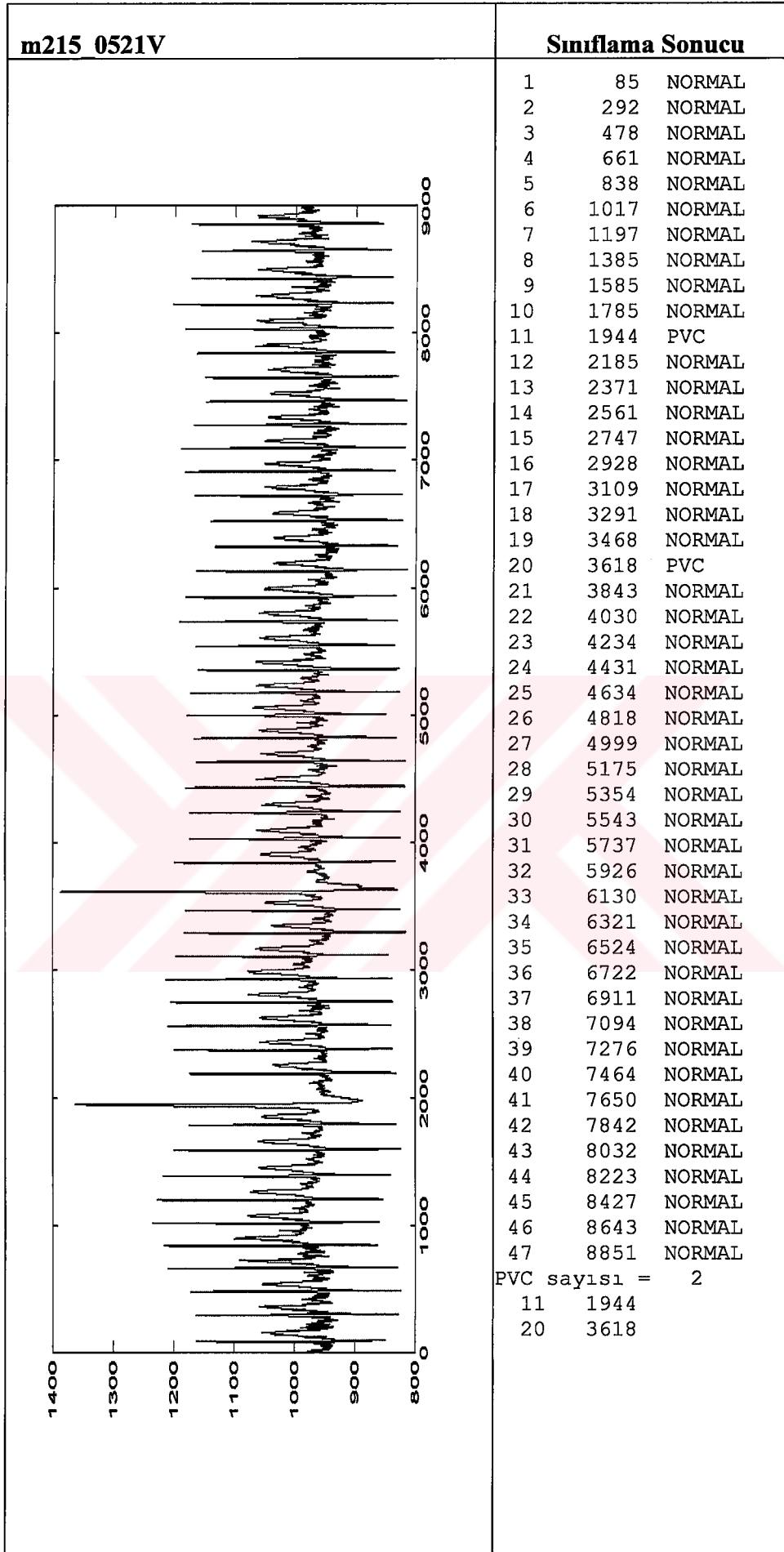


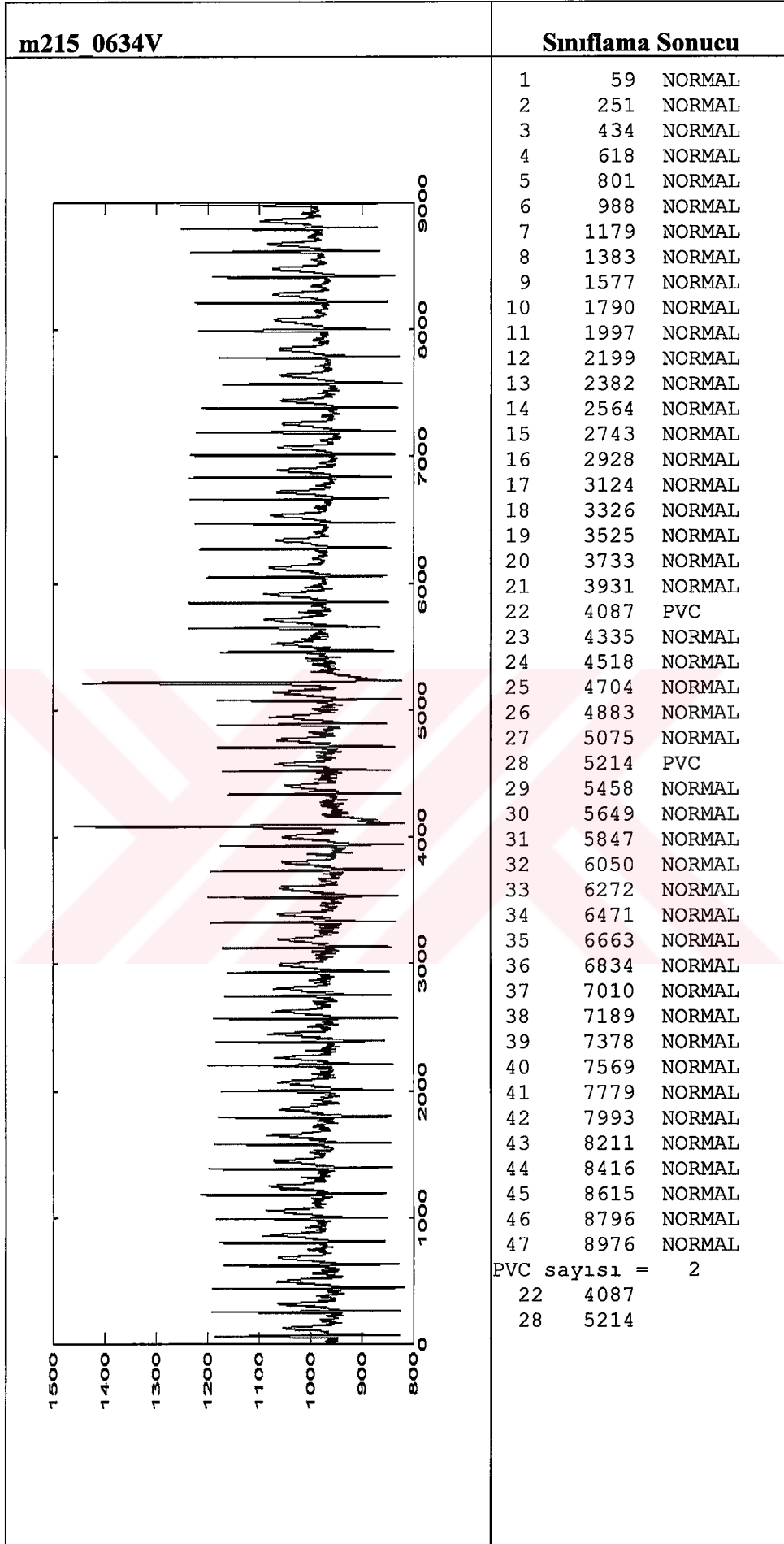
m215 0414V

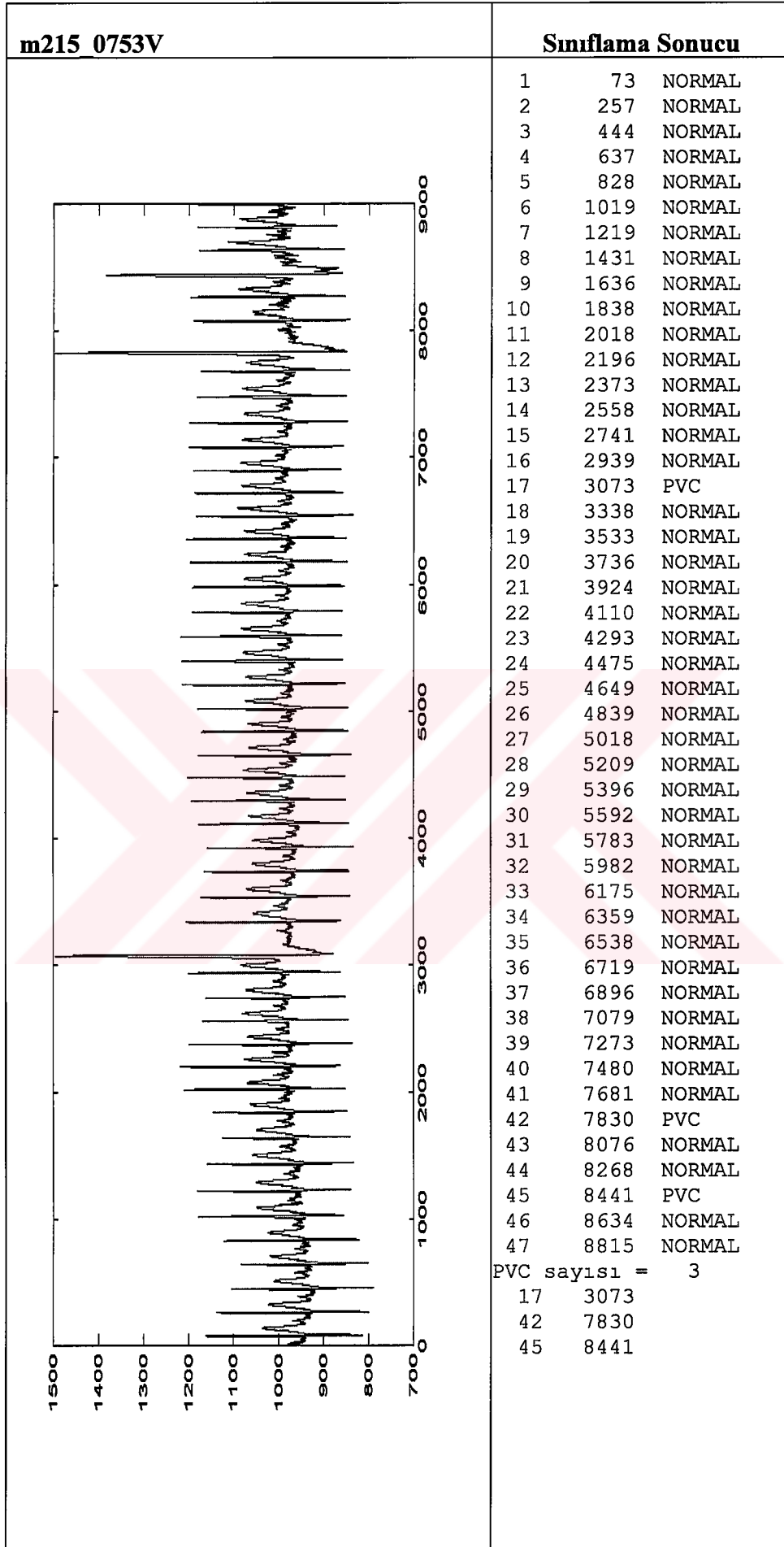


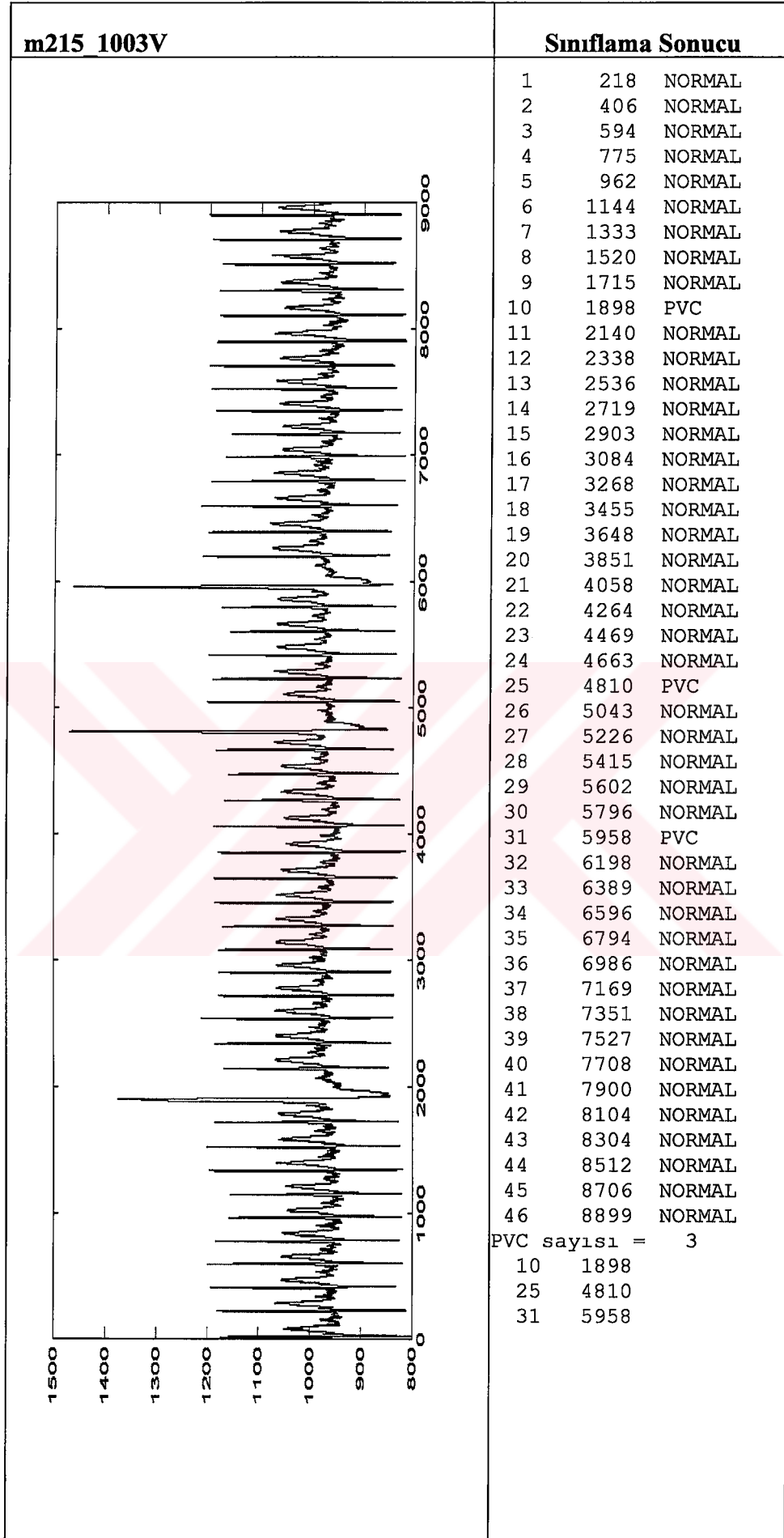
Sınıflama Sonucu

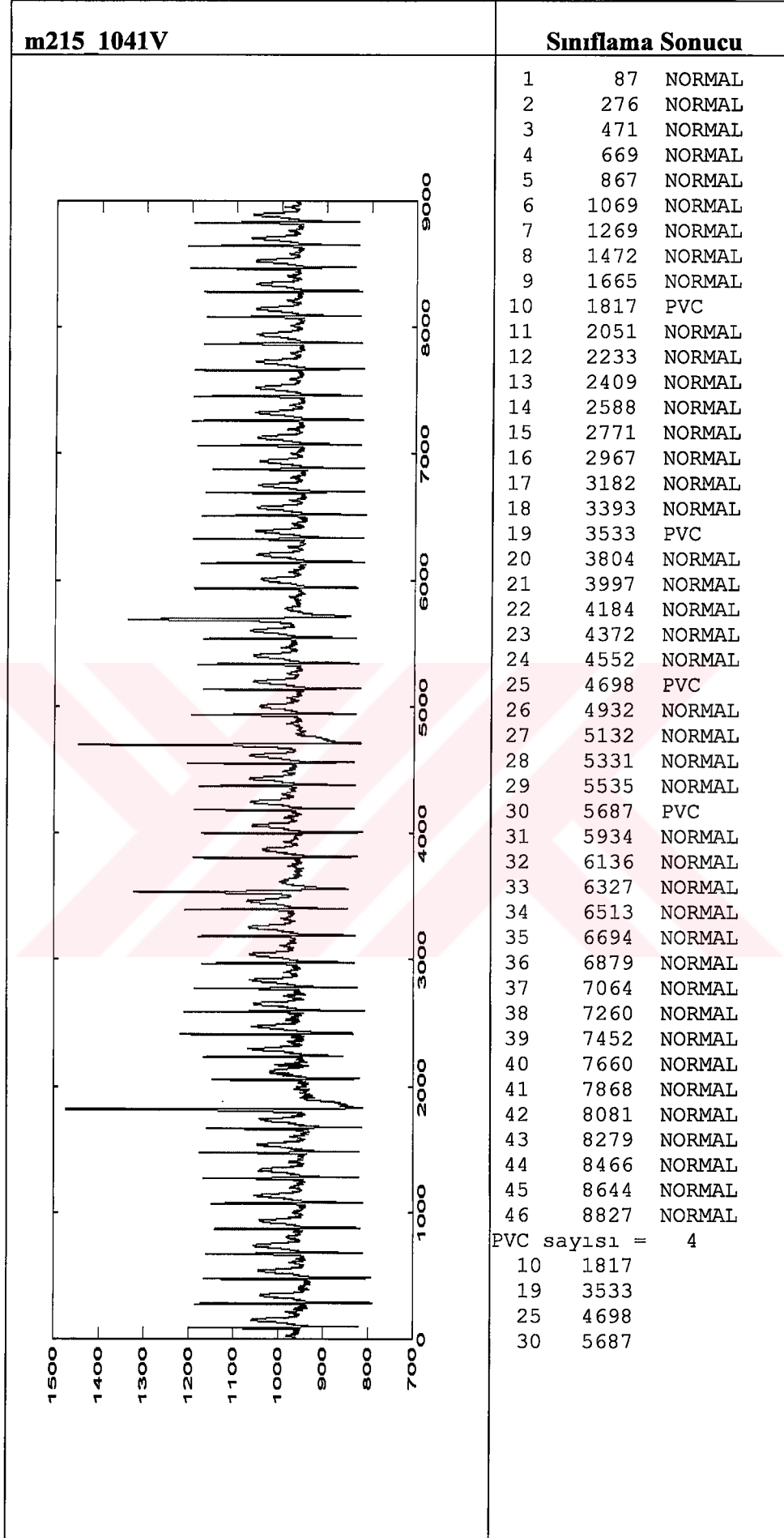
1	202	NORMAL
2	404	NORMAL
3	598	NORMAL
4	785	NORMAL
5	967	NORMAL
6	1149	NORMAL
7	1332	NORMAL
8	1507	NORMAL
9	1692	NORMAL
10	1882	NORMAL
11	2088	NORMAL
12	2269	PVC
13	2487	NORMAL
14	2681	NORMAL
15	2872	NORMAL
16	3063	NORMAL
17	3255	NORMAL
18	3435	NORMAL
19	3623	NORMAL
20	3801	NORMAL
21	3992	NORMAL
22	4181	NORMAL
23	4384	NORMAL
24	4584	NORMAL
25	4791	NORMAL
26	4993	NORMAL
27	5188	NORMAL
28	5372	NORMAL
29	5558	NORMAL
30	5739	NORMAL
31	5925	NORMAL
32	6119	NORMAL
33	6320	NORMAL
34	6521	NORMAL
35	6726	NORMAL
36	6924	NORMAL
37	7113	NORMAL
38	7304	NORMAL
39	7487	NORMAL
40	7675	NORMAL
41	7862	NORMAL
42	8060	NORMAL
43	8241	NORMAL
44	8441	NORMAL
45	8634	NORMAL
46	8834	NORMAL
PVC sayısı =		1
12	2269	











ÖZGEÇMİŞ

1976 yılında İstanbul'da doğdu. Sultanahmet Teknik Lisesi Elektrik bölümündeki öğrenimini 1993 yılında tamamlayarak aynı sene yüksek öğrenimine başladı. 1997 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi'nden Elektronik ve Haberleşme Mühendisi unvanını aldı. Aynı yıl Koç Üniversitesi'nde İşletme Yüksek Lisans ve 1998 yılında da İstanbul Teknik Üniversitesi'nde Elektronik ve Haberleşme yüksek lisans öğrenimine başladı ve 2000 yılında Koç Üniversitesi'nden MBA derecesine sahip oldu.

