

HOMOMORFİK FİLTRELEME İLE

EKG ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Hüseyin HIZ

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 12 Haziran 1995

Tezin Savunulduğu Tarih : 29 Haziran 1995

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Mehmet KORÜREK

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Sait TÜRKÖZ

Prof. Dr. İnci AKKAYA

ÖNSÖZ

İkinci dünya savaşından sonra gelişmeye başlayan biyomedikal mühendisliğinin incelediği konulardan birisi de kalp işaretleridir (EKG). Kalbin iletim sisteminin yanlış çalışmasından dolayı EKG işaretinde bir takım değişiklikler meydana gelir. Bu değişiklikleri saptamak her ne kadar oldukça kolaysada sebeplerini saptamak hiçte kolay değildir. Bundan dolayı, uzun zamandır bu sahada çalışanlar, bu sebepleri saptayacak çeşitli yöntemler geliştirmişler ve geliştirmeyede devam etmektedirler. Her geliştirilen yöntemin kendine göre avantaj ve dezavantajları vardır. Fakat, daha önce ses işareti ve sismik araştırmalarda kullanıldığında çok başarılı sonuçlar vermiş olan homomorfik filtreleme yönteminin EKG işaretinin analizinde de başarılı bir sonuç verebileceği düşüncesinden hareketle bu yöntemin denenmesine başlanmıştır. İlk sonuçlar oldukça ümit vericidir.

Bu çalışmada gördüğüm yardımlar ve yönlendirmelerden dolayı Doç. Dr. Mehmet KORÜREK'e ve yardımlarından dolayı arkadaşım İsmail ÖZKAN'a sonsuz teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Hüseyin HIZ

Haziran 1995, İstanbul

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
SUMMARY	v
BÖLÜM 1.GİRİŞ	1
BÖLÜM 2.KALBİN ELEKTROFİZYOLOJİK YAPISI	3
2.1.Kalbin Elektriksel İleti Sistemi	3
2.2.Kalp Dalgaları ve Elektrokardiogram	6
2.3.Elektrokardiyogram Ölçüm düzeni	12
BÖLÜM 3.FREKANS DOMENİ ANALİZİ	15
3.1.Tanıtım	15
3.1.1.Frekans Domeni Tanımlaması	15
3.1.2.Fourier Transformunun Bazı Özellikleri	16
3.1.2.1.Konvolüsyon Teoremi	17
3.1.2.2.Parseval Teoremi	18
3.1.2.3.Periodik Sinyallerin Fourier Transformu	19
3.1.3.Ayrık ve Hızlı Fourier Transformu (DFT,FFT)	20
3.2.Kepstral Analiz ve Homomorfik Filtreleme	24
3.2.1.Tanıtım	24
3.2.2.Kepstra	25
3.2.3.Homomorfik Filtreleme	27
BÖLÜM 4.HOMOMORFİK FİLTRELEME	30
4.1.Teori	30
4.2.1.Homomorfik Dekonvolüsyon	30
4.2.1.1.Minimum ve Maksimum Faz Bileşenleri	33
4.2.1.2.Kompleks Kepstrumun Lineer Olarak Filtrenmesi	34
4.2.2.Modelleme	34
4.3.EKG Analizine Uygulama	36
4.3.1.Homomorfik Analiz	36
4.4.Neticeler	53
KAYNAKLAR	54
ÖZGEÇMİŞ	55

ÖZET

Bu yüksek lisans tezinde, EKG işaretlerinin, homomorfik analizi incelenmiştir. Dört tipik EKG işareti ele alınmış ve özelliklerinin belirlenmesi için cepstral filtreleme yolu ile minimum ve maximum faz bileşenlerine ayrılmıştır, işaretlerin kompleks kepsstrumları temel dalga şeklini ve uyarıcı fonksiyonu ortaya çıkarmak için, lineer olarak filtrelendirilir. Genelde, EKG işaretleri, karışık fazlı olduklarından işaretlerin ayrıştırılmasına yardımcı olmak için exponansiyel bölmelendirme yapılır. Normal EKG için temel dalga şekli, kalbin kas fiberlerinin aksiyon potansiyeline benzer. Böylece incelenen kalbin çalışması hakkında doğru bilgi elde etme çalışmaları oldukça başarılı bir sonuç vermiştir.

SUMMARY

Homomorphic analysis of ECG signals are presented in this master thesis. Four typical ECG signals are considered and deconvolved into their minimum and maximum phase components through cepstral filtering. The complex cepstra of the signals are linearly filtered to extract the basic wavelet and the excitation function. The ECG signals are, in general, mixed phase and hence, exponential weighting is done to aid deconvolution of the signals. The basic wavelet for normal ECG approximates the action potential of the muscle fiber of the heart. At the end of the attempt about heart procedure, there had been a successful result.

If we are given a signal that is the sum of two components signal whose Fourier transforms occupy different frequency band, then it is possible to separate the two components with a linear filter. The fact that linear systems are relatively easy to analyze and are useful in separating signals combined by addition is a direct consequence of the property of superposition, which defines the class of linear systems. This observation leads to the consideration of classes of nonlinear systems that obey a generalised principle of superposition. Such systems are represented by algebraically linear transformations between input and output vector spaces and have thus been called homomorphic systems.

In 1963 Bogert, Healy, and Tukey published a paper with a rather unusual title. In this paper they observed that the logarithm of the power spectrum of a signal containing an echo had an additive periodic component due to the echo, and thus the Fourier transform of the log-power spectrum should exhibit a peak at the echo delay. This function they termed the cepstrum, paraphrasing the word spectrum because: "In general, we find ourselves operating on the frequency side in ways customary on the time side and vice versa". Bogert et al. went on to define a whole vocabulary to complement this new signal processing technique; however, only the term "cepstrum" has been widely used. Since the power spectrum is the Fourier transform of the autocovariance function and is always positive, we can think of the cepstrum as being the output of the characteristic system D^* when the input is an autocorrelation. Since the power spectrum is always positive, only the real logarithm is required. In general, we must use the complex logarithm and complex Fourier transforms; so to emphasize the relationship while maintaining the distinction, we call the output of the characteristic system the complex cepstrum. We hasten to add that the complex cepstrum $\hat{x}(n)$ is, of course, real for real inputs $x(n)$. We retain the term "cepstrum" for use when only the real logarithm used.

Previous studies suggest that cepstrum analysis is suited to data which consist of wavelets. This is true even if shapes of the wavelets are not known prior to analysis. For instance, the power cepstrum was successfully applied in radar analysis, where the arrival time of the main wavelet was determined by reducing interference, and in marine exploration where source depth was determined and ocean bottom was mapped. Considerable emphasis is given in this chapter to cepstrum applications in medicine, including diastolic heart sound analysis for the detection of coronary artery disease, ECG pattern classification, and speech signal decomposition for theoretical as well as bandwidth compression application purposes.

The cepstrum method serves as an alternative approach to linear prediction in that it does not make any assumption regarding the characteristics of the data sequences. Bogert et al developed the complex cepstrum approach to find echo arrival times in a composite signal by decomposing the non additive constituents. The term cepstrum represents the power spectrum; it is defined as a function of pseudo-time, t , the spectral ripple frequency or quefrequency. The cepstrum terms defined by bogert et al, are summarized below:

frequency	quefrequency
spectrum	cepstrum
phase	saphe
amplitude	gamnitude
filtering	liftering
harmonic	rahmonic
period	repiod

Throughout the thesis, both terms are used so as not to confuse readers.

Cepstral analysis is applied mainly in cases where the signal contains echoes of some fundamental wavelet. By means of the power cepstrum, the times of the wavelet and the echoes can be determined. The complex cepstrum is used to determine the shape of the wavelet. These techniques have been discussed in the literature with various applications. It has been applied to the analysis of EEG signals, to ECG signals, and to the speech signal.

CEPSTRA

Cepstrum analysis is concerned with the deconvolution of two signal types: the fundamental (basic) wavelet and a train of impulses (excitation function). The composite signal can be represented in terms of power, complex, or phase cepstra.

The basic wavelet $y(nT)$ can be recovered by lowpass filtering the complex cepstrum and taking the inverse z-transform of the resultant sequence. Note that for effective wavelet recovery it is essential that the frequencies of the wavelet and the excitation function can also be recovered by first highpass filtering the complex spectra and then taking the inverse z-transform of the resultant signal.

The recovery process requires that the filtered complex cepstrum be z-transformed, exponentiated, and inverse z-transformed. The $y(nT)$ and $v(nT)$ sequences can be restored since the necessary phase information has been retained. Filters are defined in the pseudo-frequency domain and are analogous to lowpass, highpass filters in the frequency domain.

In summary, the complex cepstrum contains the phase information and therefore allows reconstruction of the composite signal. The power cepstrum can be calculated from the complex cepstrum.

The analysis of ECG signals in the time and frequency domains has been utilized in clinical diagnosis and is well documented in the literature. In the time domain analysis, the amplitudes and duration of the P, QRS and T complexes have been used to construct the feature vector. Pattern recognition techniques were then applied to the feature vector for classification purposes. However, extraction of the feature vector is often complicated by the presence of background noise and other artifacts interfering with the pattern.

In the frequency domain, analysis of the ECG signal has often resulted in unsuccessful discrimination among pathological states. In an effort to produce more conclusive spectral results, Amazeen et al. utilized the phase information for information for distinguishing normal from abnormal ECGs.

Murthy et al. proposed homomorphic filtering and cepstrum analysis. The ECG signal was taken as the output of a system driven by excitation functions. Note that the ECG signal represented the convolution of the basic wavelet and excitatory functions. The complex cepstrum of the ECG signal was filtered to separate the system (basic wavelet) and the excitation functions. In this approach, the basic wavelet represented the action potential generated by the heart, while the excitation function represented the excitation pattern of the heart muscle during the cardiac cycle. In their thesis, analyzed ECG recordings that exhibited normal characteristics and recordings showing left bundle branch block beat, pacemaker and PVC (Premature Ventricular Contraction) beat.

Finally, the basic wavelet of the ECG signal was recovered upon linear filtering of the complex cepstra. Prior to filtering, the complex cepstra were recalculated for an exponentially weighted input data sequence $x_\alpha(n)$. The original input sequence $x(n)$ was multiplied by an appropriate weighting factor α^n , where α represents some constant. This exponential weighting was provided in order for the sequence $x(n)$ to exhibit minimal phase characteristics and ultimately ameliorate the basic wavelet recovered from the reconstructed cepstra. Exponential weighting of a convolution yields a convolution of exponentially weighted sequences.

In summary, Murthy et al. utilized homomorphic filtering and the complex cepstrum method to decompose the input data sequence $x(n)$ into its wavelet and excitatory function components. The results of their analysis reveal that the basic wavelet components closely resemble action potentials in cardiac muscle fibers while

the excitatory functions follow the excitation pattern evident in the heart muscle during the cardiac cycle.

The power cepstrum does not contain information about the phase. If the phase is of interest, we must consider the complex cepstrum of the sequence defined as the inverse z-transform of the complex logarithm of $X(Z)$. If the sequence $x(nT)$ is the convolution of two sequences $u(nT)$ and $h(nT)$, namely,

$$x(nT) = u(nT) * h(nT), \text{ then}$$

$$X(Z) = U(Z) H(Z)$$

$$\log X(Z) = \log U(Z) + \log H(Z)$$

and since the inverse transform is a linear operation, the complex cepstrum is

$$\hat{x}(nT) = \hat{u}(nT) + \hat{h}(nT)$$

Hence the complex cepstrum of the convolution of two sequences equals the sum of their cepstra, the complex cepstrum is thus an operator converting convolution into summation. Its application to deconvolution problems becomes apparent. Assume that $x(nT)$, $u(nT)$, and $h(nT)$ are the output, input, and impulse response sequences of a discrete linear system, respectively. If $\hat{u}(nT)$ and $\hat{h}(nT)$ occupy different quefrency ranges, then the complex cepstrum can be lifted (filtered) to remove one. In the complex cepstrum phase information is retained therefore it can be inverted, to yield the deconvolved $h(nT)$ or $u(nT)$.

The computation of the complex cepstrum has to be carefully considered since the complex logarithm is not single valued. The imaginary part of the complex logarithm is the phase. If it is presented in module 2π form (principal value), then discontinuities will appear in the phase term. This will occur due to the jump from 2π to zero, when the phase is being increased over 2π . Phase unwarping algorithms must be employed to overcome this problem. A simple solution is to compute the relative phase between adjacent samples, add them together in order to get a cumulative, unwrapped phase.

The complex cepstrum can be implemented by means of the DFT replacing the Z transform. This is true since the sequences are of finite length. The region of convergence for the Z transform includes the unit circle allowing the Z transform and its inverse to be evaluated for $Z = \exp(j\omega)$; therefore :

$$\hat{x}(nT) = \text{IDFT}\{\log(\text{DFT}\{x(nT)\})\}$$

This equation is of great computational importance since the DFT and IDFT can be very effectively calculated by the FFT algorithm.

HOMOMORPHIC FILTERING

Let us consider again the example given above. Here the sequence $\{x(nT)\}$ can be samples of a speech signal, the sequence $\{h(nT)\}$ the weighting sequence of the vocal tract, and $\{u(nT)\}$ the samples of the pressure wave exciting the vocal tract during voiced utterance, when the vocal cords are vibrating. The pressure $\{u(nT)\}$ can be modeled as a train of very narrow pulses appearing at a frequency known as the fundamental frequency or the pitch. We are interested both in the

sequence $\{h(nT)\}$ in order to learn about the vocal tract characteristics, and in the sequence $\{u(nT)\}$ in order to estimate the pitch.

Equation above gives the complex cepstrum, as the sum of the cepstra of the input and the vocal tract responses. Assume that in the quefrency range we have :

$$\hat{h}(nT)=0 \quad \text{for } n \geq n_0$$

and

$$\hat{u}(nT)=0 \quad \text{for } n < n_0$$

Therefore these are seperable in the quefrency domain. We now want to transfer $\hat{u}(nT)$ and $\hat{h}(nT)$ from the quefrency back into the time domain. We have to subject the sequences to the inverse operation. This involves first the DFT followed by complex exponentiation. In this thesis homomorphic filtering has been applied to the automatic classification of ECG. Normal, pacemaker, left bundle branch beat, pvc (Premature Ventricular Contraction) have been considered. It has been found that feature selection for diagnostic purposes could be more efficient using homomorphic filtering than by conventional methods. It has been also demonstrated that the basic wavelet of normal ECG signal evaluated by the homomorphic filtering closely approximates the action potential spike in the cardiac muscle fibers.

FOURIER TRANSFORMS

Digital signal processing is concerned with the representation of signals by sequences of numbers or symbols and the processing of these sequences. The purpose of such processing may be to estimate characteristic parameters of a signal or to transform a signal into a form which is in some sense more desirable. The classical numerical analysis formulas, such as those designed for interpolation, integration, and differantation, are certainly digital signal processing algorithms. On the other hand, the availability of high speed digital computers has fostered the development of increasingly complex and sophisticated signal processing algorithms, and recent advances in integrated circuit technology promise economical implementations of very complex digital signal processing systems.

Signal processing, in general, has a rich history, and its importance is evident in such diverse fields as biomedical engineering, acoustics, sonar, radar, seismology, speech communication, data communication, nuclear science, and many others. In many applications, as, for example, in EEG and ECG analysis or in systems for speech transmission and speech recognition, we may wish to extract some characteristic parameters. Alternatively, we may wish to remove interference, such as noise, from the signal or to modify the signal to present it in a form which is more easily interpreted by an expert. As another example, a signal transmitted over a communications channel is generally perturbed in a variety of ways, including channel distortion, fading, and the insertion of background noise. One of the objectives at the receiver is to compensate for these disturbances. In each case, processing of the signal is required.

We consider the finite sequences and linear shift-invariant systems in terms of the Fourier and z-transforms. For the special case in which the sequence to be represented is of finite duration, i.e., has only a finite number of nonzero values, it is possible to develop an alternative Fourier representation, referred to as the Discrete Fourier Transform (DFT). As we shall discuss in this thesis, the DFT is a Fourier representation of a finite-length sequence which is itself a sequence rather than a continuous function, and it corresponds to samples equally spaced in frequency of the Fourier Transform of the signal. In addition to its importance theoretically as a Fourier representation of sequences, the DFT plays a central role in the implementation of a variety of digital signal processing algorithms, as a result of the existence of an efficient algorithm for the computation of the DFT. The direct computation of the DFT requires approximately N^2 complex multiplication and addition operations. In 1965, Cooley and Tukey, in their famous paper presented an efficient method for calculating the DFT. Their method, known as the Fast Fourier Transform (FFT), requires only $N \log_2 N$ operations (where N is a power of 2). For $N=1024$, the number of operations required by the FFT is ten times less than the number required for direct computation.

Many different FFT algorithms have been derived for software and hardware implementations. Two commonly used algorithms are known as the Decimation in time and Decimation in frequency algorithms. The interested reader is referred to the vast literature on this subject.

There are a number of points of view that can be taken toward the derivation and interpretation of the DFT representation of a finite-duration sequence. We have chosen in this thesis finite-length and periodic sequences, so we shall consider first the Fourier series representation of periodic sequences. While the Fourier representation of periodic sequences is important in its own right, we shall also apply those results to the representation of finite-length sequences of this periodic sequence corresponds to the DFT of the finite-length sequence.

This is done by constructing a periodic sequence for which each period is identical to the finite-length sequence. As we shall see, the Fourier series representation

BÖLÜM 1.

GİRİŞ

Yüzey EKG'sinden izlenebilen büyük genlikli dalgalar , hem morfolojik olarak ve hem de ritm analizi açısından , klinik teşhis amacıyla şekil tanıma çalışması olarak geniş bir şekilde incelenmiştir. Zaman domeni analizinde, P, QRS ve T komplekslerinin genlik ve süreleri ile PR, QRS ve T gibi dalga içi süreleri, özellik vektörünü oluşturur. Bunlar, sınıflandırma için verilen bir EKG'den ölçülmelidir. Sınıflandırma ve teşhis teknikleri, çoğunlukla ya heuristik lojiği ya da formal istatistik metodları izlerler. Bununla birlikte, P, QRS ve T dalgalarının algılanması ve sınırlarının genişletilmesi, özellik belirleme aşamasında önemli bir problem oluşturur. Şu kadarı bilinir ki, bu problemlerin üstesinden gelmek ve parametreleri, özellikle verilen EKG işareti, gürültü ve kas kasılması gibi diğer artefaktlar tarafından bozulmuşken doğru bir şekilde ölçmek hemen hemen imkansızdır.

Dolayısıyla bırakın yalnız başına en iyi neticeyi vermeyi, en iyi çıkarım ve sınıflandırma prosedürleri bile iyi neticeler vermekte yetersiz kalabilirler. Diğer taraftan, frekans domeni teknikleri, patolojik durumları belirleyebilecek spektral özellik çeşitliliğinin eksikliğinden dolayı analiz ve teşhis için uygun değildir. Bununla beraber, normal ve anormal EKG işaretlerinin sınıflandırılmasında faz bilgisinden yararlanılmıştır. Kaynaklardan anlaşılmaktadır ki, homomorfik filtreleme, EKG işaretleri, konuşma ve sismik işaretlerin modellenmesi ve analizi gibi çeşitli uygulamalarda büyük bir başarı ile pratik olarak kullanılmaktadır. Aynı zamanda, homomorfik filtreleme tekniğinin gürültü ile bozulmuş işaretlerde aynı şekilde uygulanabileceği de anlaşılmaktadır.

Bugünlerde teorik bir sistem olarak gözönüne alındığında, kalbin elektriksel aktivitesinin, normal ve patolojik durumlarda, modelinin çıkarılması için çalışmalar yapılmaktadır. Eğer EKG işaretleri, bir uyarı zinciri tarafından tetiklenen bir sistemin çıkışı olarak düşünülürse, sistem fonksiyonunun, kompleks kepstrogramlarını, lineer olarak filtreleyerek, uyarının da ayrılabilmesi gösterilmiştir. Homomorfik filtreden elde edilen

sistem fonksiyonu (daha sonra temel dalga şekli olarak adlandırılmıştır), uyarı dizisi ve işaret bileşenleri, EKG işaretlerinin sınıflandırılması için kullanılır. Analiz için normal EKG işareti, ön karıncık kasılması (PVC), sol dal bloğu ve pacemaker dalgaları gözönüne alınmıştır.

Buradaki işaretler MIT-BIN veri tabanında olup 1975-1979 yılları arasında Beth-Israel Hospital Aritmi Laboratuvarında 32-89 yaşlarında 25 erkek ve 23-89 yaşlarında 22 kadından alınan örnekler arasından seçilmiştir. Her bir işaret 360 Hz ile örneklenmiştir ve +2,-2 mV genlik aralığındadır, 0.01-150 Hz band geçiren 5. dereceden Butterworth filtreden geçirilmiştir. Daha sonra işaretler önce homomorfik sonra lineer filtreden geçirilmiştir.



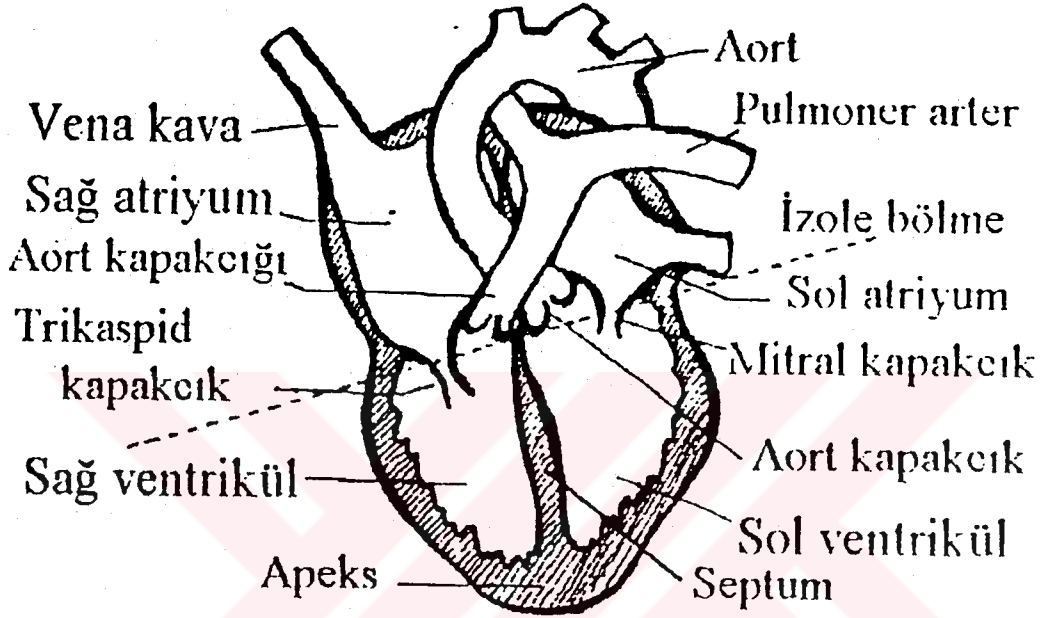
BÖLÜM 2.

KALBİN ELEKTROFYOLOJİK YAPISI

İnsan vücudundaki tüm kaslar biyoelektrik uyarılarla kasılmaktadır. Uyarılan kasın yakınına konan bir çift elektrot aracılığıyla, kasın kasılmasını sağlayan elektriksel işaretlerin izlenmesi mümkündür. İnsan kalbi de, belirli bir ritimde, kendi içindeki sinüs düğümü (SA düğümü) tarafından üretilen elektriksel işaretlerle uyarılmakta, bu uyarı sonucunda da periyodik olarak kasılıp gevşeyerek vücudun ihtiyaç duyduğu kanı pompalamaktadır. Kalpteki elektriksel değişikliklerin kaydedilmesi işlemine Elektrokardiyografi (EKG), kaydedilen (ve/veya görüntülenen) değişime Elektrokardiyogram ve kaydedici cihazlara da Elektrokardiyograf adı verilir. Elektrokardiyografi işleminin nasıl gerçekleştirildiği incelenmeden önce aşağıda kalbin elektriksel iletim sistemi açıklanmıştır.

2.1. Kalbin Elektriksel İletim Sistemi

Şekil-2.1'de kalbin elektriksel iletim sistemi görülmektedir. İletim sistemi sinoatriyal düğüm ("sinoatrial node", SA), his demeti ("bundle of his"), atriyoventriküler düğüm ("atrioventricular node", AV), demet kolları ("bundle branches") ve purkinje fiberlerinden oluşur [3].



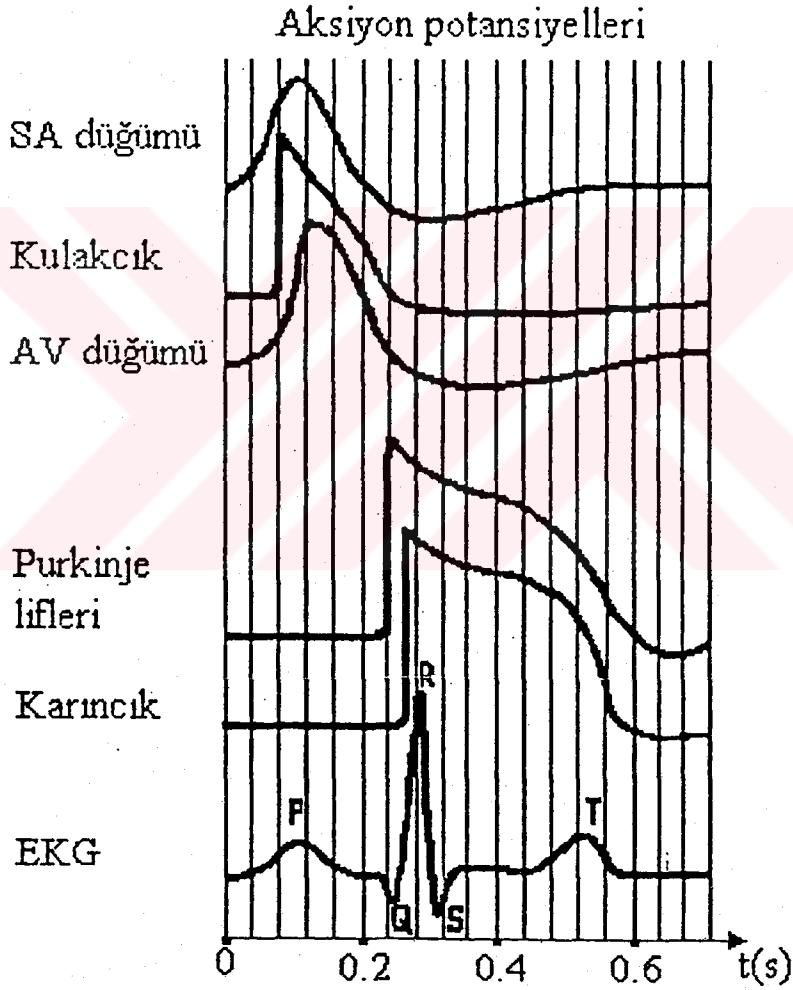
Şekil-2.1 Kalbin elektriksel iletim sistemi [2]

Superior vena-kava'nın sağ kulakçığa açıldığı yerde, kulakçığın iç tarafında (sağ atriyum'un arka duvarında) yer alan, kendi kendine aksiyon potansiyeli üreten (3x10 mm boyutunda) özelleşmiş kalp hücrelerinden oluşmuş olan bir sinoatrial düğüm (sinüs düğümü, SA düğümü) mevcuttur. S-A düğümü, kalbin peysmeykırılarından (kendi kendine uyarım yapan hücrelerinden, "pacemaker") biri olarak çalışır. "Pacemaker", hareketi başlatan, hareketin hızını belirleyen anlamına gelmektedir.

S-A düğümünde kendi kendine oluşan aksiyon potansiyeli, depolarizasyon dalgası halinde tüm kalbe yayılır.

S-A düğümünün oluşturduğu aksiyon potansiyellerinin frekansı, değişen koşulların gereksinimini sağlamak üzere merkezi sinir sistemi tarafından da kontrol edilmektedir.

Şekil-2.2'de kalbin çeşitli bölgelerindeki aksiyon potansiyellerinin zamana göre değişim şekilleri görülmektedir. S-A düğümü, bu potansiyellerin kaynağı olduğundan bu düğüme ait aksiyon potansiyeli zaman ekseninde en solda görülmektedir.



Şekil-2.2 Kalpdeki aksiyon potansiyelleri

S-A düğümünde meydana gelen depolarizasyon dalgası, atriyumlar üzerindeki iletim yolları üzerinden hızla yayılarak her iki atriyum'un kasılmasını sağlar ve buradaki kan ventriküllere basılır. Atriyumlardaki aksiyon potansiyeli hızı 30 cm/s kadardır. Şekil-2.2'de görülen, tüm aksiyon potansiyellerinin bileşkesi olan ve kalbin elektriksel aktivitesini temsil eden, elektrotlarla vücut yüzeyinden algılanan EKG (Elektrokardiyogram) işaretinde, kalbin istirahat durumundaki izoelektrik seviyesi üzerinde P dalgası oluşur. 0,1 saniye kadar süren P dalgasının genliği, atriyum kasının aktivitesi hakkında bilgi verir.

Sağ kulakçıkta ("right atrium") (kulakçıklar arası bölmeye ve sağ karıncığa yakın bir yerde) kendi kendine uyarım yapabilen, S-A düğümü gibi ince lifli (Şekil-2.1) ikinci bir düğüm daha vardır ki buna A-V düğümü, atriyo-ventriküler düğüm adı verilir. Bunun kendi kendini uyarma hızı S-A düğümünün uyarı hızından daha düşüktür [3].

"Pacemaker" hücrelerinin (S-A düğümü, A-V düğümü gibi) ve kalp kası hücrelerinin kendiliklerinden aktivite göstermelerine kateşolaminlerin (epinefrin, norepinefrin vb) neden olduğu sanılmaktadır. Kateşolaminler, hücre içine Ca^{++} girişini kolaylaştırmaktadırlar. Hücre içine Ca^{++} girişi ise, kateşolaminlerin hücreden çıkmasına neden olur (depolarizasyon). Bütün kateşolaminlerin hücre dışına çıkması hücre içine Ca^{++} girişini durdurur ve böylece depolarizasyon sona erer. Aktif pompa ile kalsiyum hücreden dışarı pompalanır ve hücre yeniden polarize (repolarize) duruma geçer. Yavaş yavaş kateşolaminler şekillenerek yeter düzeye erişince depolarizasyon yeniden başlar.

Sino-atriyal ve atriyo-ventriküler düğümler arasında özelleşmiş bir ileti sistemi bulunmaz ve uyarılar, A-V düğüm lifleri arasına kadar uzanan atriyum kas lifleri tarafından iletilir. A-V düğümünde iletim hızı 45 cm/s kadardır. S-A düğümünde oluşan aksiyon potansiyeli, 30-50 milisaniye sonra A-V düğümüne ulaşır. Bu süre atriyumların içindeki tüm kanın ventriküllere boşaltılabilmesi için yeterli değildir. A-V düğümü, içindeki ileti hızının (5 cm/s) düşük olması nedeniyle, bir gecikme elemanı gibi görev yapar ve aksiyon potansiyelinin, ventriküllere 110 ms sonra ulaşmasına neden olur. Atriyumlarla ventriküller (kulakçıklarla karıncıklar) arasında bulunan, elektriksel uyarıları geçirmeyen yalıtkan ve yağlı bir tabakanın varlığı da, uyarının sadece iletim sistemi (AV düğümü) üzerinden gecikerek geçmesini sağlar. Bu şekilde geciktirilen aksiyon potansiyeli sayesinde

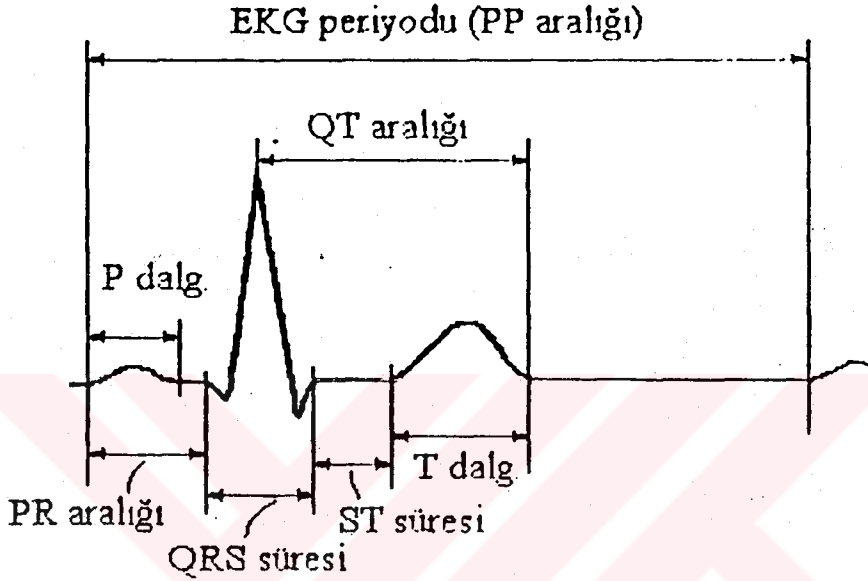
karıncıklar, kulakçıklardan yeterince bir süre sonra kasılırlar. Aksi halde kulakçık ve karıncıklar aynı anda kasılacak ve bunun sonucunda karıncıklar, tam dolmadan kasılmaya çalışacaktı.

İleti sisteminin A-V düğümünden sonraki elemanı olan His demeti, uyarıyı "apex" bölgesine (kalp ucu bölgesine) kadar çok hızlı bir şekilde (3 m/s) iletir. His demetinin sağ ve sol kolları apeks bölgesinden sonra, miyokardiyum (kalp kası) içinde kalbin yukarı taraflarına doğru uzanır ve ince dallara ayrılarak purkinje sisemini (ağı'nı) oluştururlar. Ventriküllerin uyarılması Purkinje sistemi ile olur. Kasılan miyokardiyum, ventriküllerdeki kanı arterlere (atar damarlara) pompalar.

2.2 Kalp Dalgaları ve Elektrokardiyogram

Kalp kaslarının aynı anda kasılması sonucu büyükçe bir elektriksel işaret oluşur. Hastanın vücudu üzerinden algılanabilen bu işaretin zamana göre değişimine de Elektrokardiyogram adı verilir.

EKG eğrisi üzerinde değişik özellikler gösteren kısımlar harflerle karakterize edilir. P dalgası olarak isimlendirilen kısım, atriyumların kasılması sonucu oluşur. Uyarı A-V düğümüne geldiğinde kulakçık kasları kasılma durumundadır. P dalgasının süresi, Aksiyon potansiyelinin S-A düğümünden A-V düğümüne geçişini belirtir. P dalgasından Q dalgasına kadar EKG işareti izoelektrik seviyede kalır [4]. PR aralığı, his demeti iletim zamanını gösterir. P dalgasının başlangıcından Q'ya kadar geçen en çok 0.2 sn'lik süre içinde uyarı dalgası, sinüs düğümünden itibaren kulakçıklardan, A-V düğümünden ve his demetinden geçerek kalp ucuna (apekse) gelir. Bu ileti zamanının (Şekil-2.3) veya PR aralığının 0.2 sn'den uzun olması, his demetinde bir ileti bozukluğunu belirtir.



Şekil-2.3 EKG işareti [4]

QRST dalgaları, Ventriküler Kompleks olarak isimlendirilir. A-V düğümünden his demetine geldiğinde kalp ucuna henüz uyarı gelmemiştir ve kalp ucu tabana (yalıtkan plakaya) göre daha negatiftir (Q dalgası). Uyarı kalp ucuna geldiğinde ise o bölgedeki kas hücreleri depolarize olur ve apeks tabana göre oldukça fazla pozitif olur (R dalgası). Uyarı bütün karıncığa yayılırken potansiyel farkı azalır, hatta bilinmeyen nedenlerle, S çıkıntısına uyarı süresi içinde uç, tabana göre daha negatif olur. Buna göre QRS kompleksi ventriküllerin depolarize olmasını temsil eder ve 0.1 sn sürer. QRS kompleksinin 0.1 sn'den daha uzun sürmesi karıncıkların hem zaman olarak uyarılmadıklarını gösterir. Karıncık kaslarının, kulakçık kaslarından daha fazla ve güçlü olması nedeniyle R dalgası P

dalgasından genlik olarak oldukça büyüktür. Bunun yanında R dalgasının genliğinin çok yüksek olması hipertansiyonda kalp büyümesinin bir göstergesi olabilir. S dalgasından sonra karıncık kasları aynı potansiyeldedir ve bu nedenle T dalgasına kadar EKG, izoelektrik seviyededir (ST segmenti). Karıncık kaslarının hızlı repolarizasyonu sonucu T dalgası oluşur. T dalgasının pozitif olmasının nedeni repolarizasyona önce, en son depolarize olan, tabana yakın kas hücrelerinin başlamasıdır. Q dalgasından, T dalgasının sonuna kadar karıncık sistolü (kasılması) devam eder. T dalgasından sonra karıncıklar dinlenmeye geçer ve EKG izoelektrik seviyede kalır. Şekil-2.2'de kalbin çeşitli bölümlerindeki aksiyon potansiyellerinin değişimleri gösterilmiştir [4]. Görüldüğü gibi EKG işaretinde dalgalar, aksiyon potansiyellerinin hızlı değişimlerinde ortaya çıkar. Buna göre EKG işareti, aksiyon potansiyellerinin türevleri ile ilgilidir.

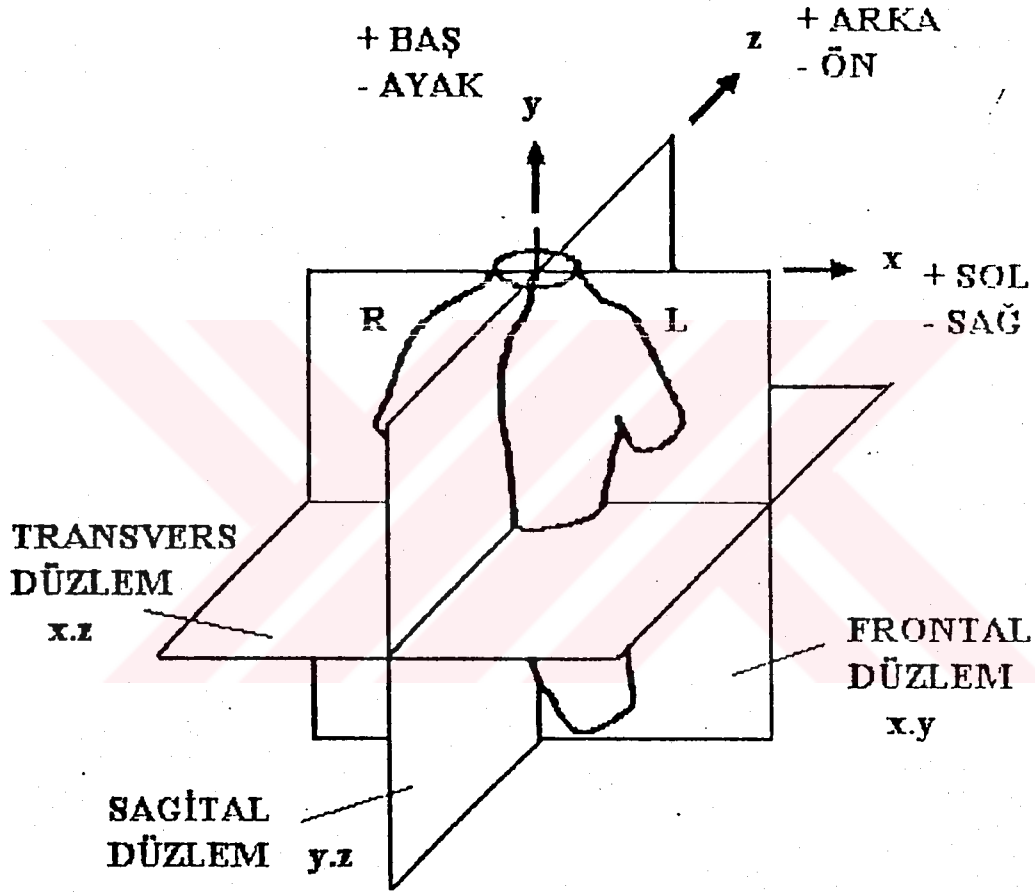
Kalp kasının diğer bir özelliği de, iskelet kasından daha uzun refrakter (cevap vermeme, tesirsiz kalma) süreye sahip olmasıdır. Kalp, sistol süresince uyarılara cevap vermez ki bu süreye mutlak refrakter devir adı verilir. Kalp kası diyastol (gevşeme) süresinde (fazında) uyarılabilir, ancak diyastol başlangıcında (relatif refrakter fazda) uyarılabilmesi için kuvvetli uyaranlar gereklidir. Diyastol başlangıcında tatbik edilen etkili uyaranla kalpte vaktinden evvel meydana gelen sistole, ekstrasistol denir. Ekstrasistolden sonra gelen dinlenme devri (diyastol süresi), önceki diyastol süresini kompanze edecek şekilde daha uzundur. Çünkü kalbin normal ritmik faaliyetini sağlayan uyarı, ekstrasistolün mutlak refrakter fazına rastladığı için etkisiz kalır ve bundan sonra yeni doğacak uyarıya kadar, kalpte uzun bir dinlenme devri görülür.

Kalbin ritmik faaliyeti durdurulduktan sonra eşik değerden daha zayıf elektriksel bir uyaran uygulanırsa cevap alınamaz; uyaran eşik değere ulaşırsa, kalp maksimal bir kasılma ile cevap verir. Eşik değerden daha şiddetli uyaranlarla hep aynı maksimal kasılma elde edilir ki buna "Ya Hep Ya Hiç" yasası adı verilir. Bu sayede, kalpte bir kas lifinin uyarılmasıyla bütün lifler faaliyete geçirilerek kısa zamanda toplu kas kasılması elde edilebilir.

Kalpdeki elektriksel değişikliklerin kaydedilmesi işlemine ve bu işlemle ilgili sisteme elektrokardiyografi (EKG) denildiği yukarıda belirtilmişti. Bir elektrik üretici gibi çalışan

kalbin gövde içine tamamen gömülü olması nedeniyle üreteç çıkışı ancak bir ameliyatla doğrudan ölçülebilir. Bir hacimsel iletken olan gövdenin yüzeyindeki çeşitli noktalar arasında yapılan potansiyel ölçümleri aracılığı ile kalbin durumu belirlenebilir. Böylece kardiyak vektörü istenilen referans düzlemlerindeki eksenler üzerine izdüşürülebilir.

Uygulamada referans düzlem olarak, "Frontal", "Transverse" ve "Sagittal" düzlemler alınır (Şekil-2.4) [3].

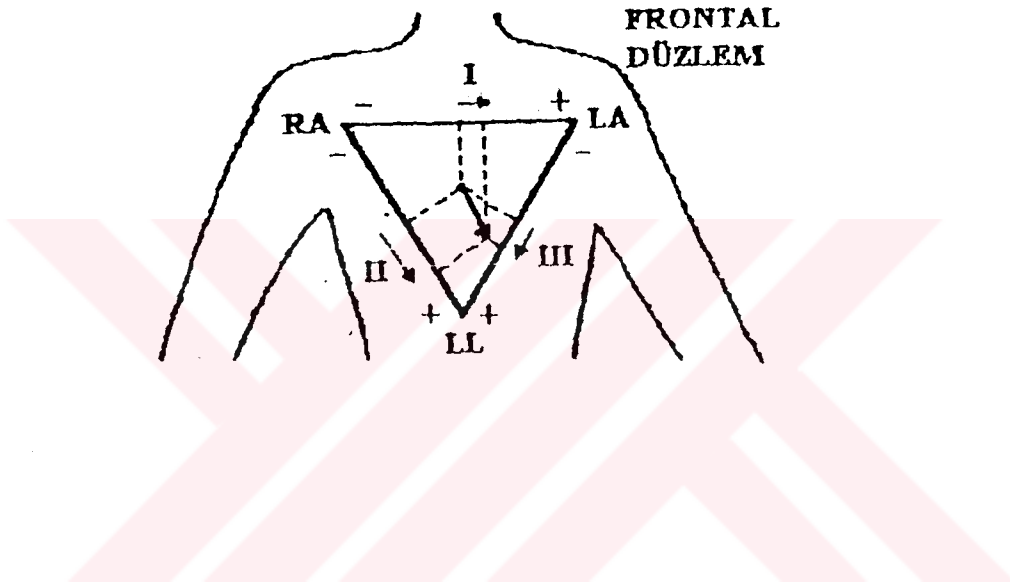


Şekil-2.4 Referans düzlemler [3]

Einthoven Üçgeni

Elektrokardiyografin elektrotları sol kol, sağ kol ve sol bacağı bağlanarak (sağ bacak referans noktası alınmak üzere) Şekil-2.5'de gösterilen Einthoven üçgeni oluşturulur. Bu üçgenin merkezinde kalp bulunur. Burada kalp tabanı ile ucu (apex) arasında bağlı olan

ve şekilde bir vektörle gösterilen bir biyoelektrik gerilim kaynağı ile temsil edilmektedir. Bu vektörün, Einthoven üçgeninin kanarları üzerindeki izdüşümleri, standart bipolar derivasyonlar olarak bilinir [4]:



Şekil-2.5 Einthoven üçgeni

Derivasyon I : sağ kol, sol kol

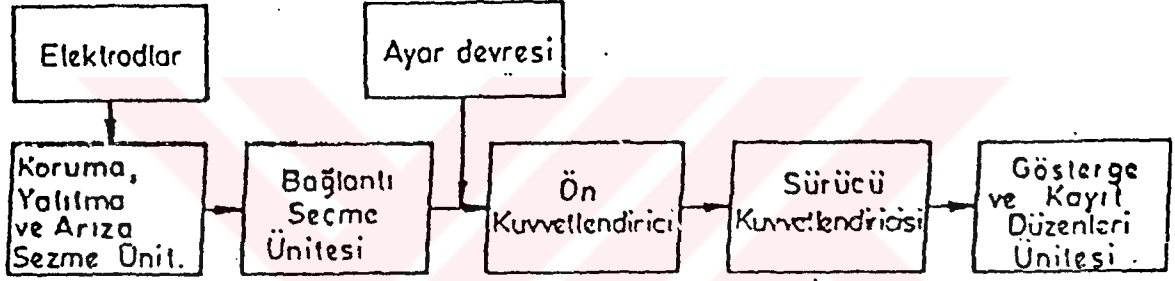
Derivasyon II : sağ kol, sol bacak

Derivasyon III : sol kol, sol bacak

Üç elektroddan ikisi derivasyon seçici (komutator) ile elektrokardiyografa bağlanabilmektedir. Ayrıca unipolar göğüs derivasyonları (V1'den V6'ya kadar) ve unipolar kol ve ayak derivasyonları (aVR, aVL, aVF) da mevcuttur.

2.3 Elektrokardiyogram Ölçüm Düzeni

EKG ölçüm düzeni, kalbin elektriksel faaliyetlerini kaydeden düzendir. Bu düzen yardımıyla kaydedilen grafiğe elektrokardiyogram denildiği yukarda açıklanmıştı. Kayıtlar kağıt şeritler üzerine yapılabildiği gibi bir teybe veya video teybe de yapılabilir. Günümüzde gelişmiş teknoloji ürünü cihazlar kullanılarak, bilgisayar hafızasına (Hard-Disk, floppy disket vb.) da kayıt yapılabilmektedir. Kaydedilen EKG lerin normal EKG ler ile karşılaştırılmasıyla kalbin çalışması ile ilgili bazı hastalıklar belirlenebilir. Şekil-2.6 da tipik bir elektrokardiyograf cihazının blok diyagramı görülmektedir.



Şekil-2.6 Elektrokardiyograf cihazının blok diyagramı

a) Elektrodlar:

Kalbin elektriksel aktivitesi sonucunda oluşan iyon akımını elektrik akımına dönüştüren çeviricilerdir. Bu amaçla üç tür elektrod kullanılır. Doğrudan temaslı (Direct-contact) elektrodlarda elektrodun metal yüzeyi ile deri doğrudan temaslıdır. Uzun süreli kullanılmaları halinde deride tahrişe neden olurlar. Metal yüzeyli ve emme kaplı olmak üzere iki tipe ayrılırlar. Diğer ikisi dolaylı temaslı ve iğne elektrodlarıdır [3].

b) Koruma, yalıtım ve arıza sezme ünitesi:

Bu üç işlem tek bir ünite de gerçekleştirilebilir- diğ i gibi birden fazla ünite de de gerçekleştirilebilir. Koruma ve yalıtım devresinin yalıtım kısmı EKG cihazında oluşabilecek ve hasta için tehlikeli olabilecek akımlardan hastayı korur. Kısaca elektrodlarla cihaz ve enerji kabloları arasında izolasyon sağlar. Koruma kısmı ile hasta üzerinde oluşabilecek yüksek gerilimin EKG cihazına zarar vermemesini sağlar. Arıza sezme kısmı ise elektrodların bağlantı kablolarında oluşacak bir kopmayı veya elektrodların uygulandığı noktalardan kaymalarını sezerek ilgili kişilere bildirir.

c) Bağlantı seçici ünite:

Hasta üzerine uygulanmış tüm elektrodlar bu üniteni girişine uygulanmıştır. Bu ünite yardımı ile istenilen elektrodlar EKG cihazına uygulanır. Yani istenilen derivasyonun seçilmesini sağlar.

d) Ayar devresi:

1 mV' luk darbe şeklinde işaret bu devre yardımıyla gerekli ayarların yapılabilmesini sağlamak amacıyla cihazın girişine uygulanır.

e) Ön kuvvetlendirici:

Bu ünite EKG işaretlerini kuvvetlendirir. Giriş empedansının çok büyük, ortak moddaki işareti reddetme oranının (CMRR) yüksek olması gerekir. Enstrümantasyon kuvvetlendiricisi tipindeki bir kuvvetlendirici bu amaç için kullanılabilir.

Sürücü kuvvetlendirici ünitesi:

Bu ünite EKG işaretlerini gösterge ve kayıt düzenlerinin bulunduğu üniteyi sürecekt e seviyeye kadar kuvvetlendirir. Ön kuvvetlendiricinin çıkışındaki D.C. kaymadan etkili olmaması için girişı A.C. kuplajlı olarak gerçekleştirir. Cihaz için gerekli frekans band genişliği bu kat tarafından belirlenir. Kayıt düzenindeki kalemin pozisyonunu

ayarlamak amacıyla bir sıfır kayma (zer  - offset) kontrol ayarı vardır. Bu kontrol yardımıyla ünitenin çıkışındaki D.C. seviye ayarlanır.

Gösterge ve kayıt düzenleri  nitesi:

Bu  nitede EKG işaretleri bir kağıt  eride kayıt edilir ve varsa bir monitör yardımı ile de izlenebilir. İstenirse  zel düzenler yardımı ile bir manyetik bant üzerine de kayıt yapılabilir.

Kroner yoğun bakım merkezlerinde EKG işaretleri monitörler yardımı ile izlenir. Hasta başında bulunan monitöre ilaveten her hastaya ait monitörler, merkezi hasta izleme konsolunda bulunmaktadır.



BÖLÜM 3

FREKANS DOMENİ ANALİZİ

3.1 TANITIM

3.1.1. Frekans Domeni Tanımlaması

İşaretler genellikle zamanın fonksiyonu olarak verilir. Genlik ve fazın frekansa bağlı olduğu durumlarda işareti frekans domeninde tanımlamak gerekir. Frekans domeninde tanımlama filtreleme gibi bir çok uygulamada avantajlıdır.

Fourier transform (yada Fourier integral) (FT) ve inverse Fourier Transform (IFT) önemli iki tanımlamadır. $X(t)$ nin zaman domeninde verildiğini farz edelim. Bunun frekans domenindeki tanımlaması $X(\omega)$ Fourier integrali ile verilir.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt$$

Bu denklemi sembolik olarak

$$X(\omega) = F\{x(t)\}$$

şeklinde yazabiliriz.

Frekans domeninden zaman domenine ters transformasyon Inverse Fourier transformu ile verilir.

(3.1)

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(w) \exp(jwt) dw \quad (3.2)$$

Son denklem sembolik olarak $x(t) = F^{-1}\{x(w)\}$ şeklinde verilir. Biz zaman domenindeki işareti reel olarak düşünürüz. Ancak Frekans domeninde genel olarak $X(w)$ simgesi w nin kompleks değeridir. $X(w)$ şöyle de yazılabilir.

$$X(w) = |X(w)| \exp(j\theta(w)) \quad (3.3)$$

Burda frekans domeni simgelemesinde $|X(w)|$ genlik $\theta(w)$ fazdır. (3.1) nolu denklem ile bütün reel fonksiyonlar frekans domenine çevrilemeyebilir. $X(w)$ nin elde edilmesi için gerekli koşullar Dirichlet koşulları ile verilir.

1- $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$ durumunda $x(t)$ entegre edilebilir.

2- $x(t)$ nin sonlu sayıda süreksizlik noktası vardır ve sonlu aralıkta sonlu sayıda ekstreum noktası vardır.

Dirichlet koşullarına uymayan impuls (delta) fonksiyonu basamak fonksiyonu, sinüs, kosinüs fonksiyonları gibi çok faysalı fonksiyonlar vardır. Bu fonksiyonların Fourier transformları yoktur, ancak sınırlar içinde transformu alınabilir. Biz bu fonksiyonların limitlerinin olduğu yerde Fourier Transformundan bahsedebiliriz.

3.1.2. Fourier Transformunun Bazı Özellikleri

Fourier Transformu lineer operatördür. Şayet $X_1(w) = F\{x_1(t)\}$ ve $X_2(w) = F\{x_2(t)\}$ ise herhangi keyfi a_1 ve a_2 sabitleri için;

$$F\{a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)\} = a_1 X_1(w) + a_2 X_2(w) \quad \text{dir.} \quad (3.4)$$

Fourier Transformunun ileri ve ters transformun hesaplanmasında yardımcı olan birçok ilginç özelliği vardır. Bir burada sadece bazı önemli özellikleri kullanacağız.

3.1.2.1. Konvolüsyon Teoremi:

Konvolüsyon Teoremi Frekans domeni analizinde önemli rol oynar. $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ gibi iki tane stasyonier fonksiyonunun konvolüsyon integrali şöyle tanımlanır.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau \quad (3.5.A)$$

Konvolüsyon integrali sembolik olarak şöyle yazılır.

$$x(t) = x_1(t)*x_2(t) \quad (3.5.B)$$

(3.5) Nolu denklemin önemi, giriş işaretinin impulse fonksiyonu ile konvolüsyonu olan lineer sistemin çıkışının analizinde ortaya çıkar. $x(t)$ nin Fourier Transformu şöyledir.

$$F\{x(t)\} = F\{x_1(t)*x_2(t)\} = X_1(w).X_2(w) \quad (3.6)$$

Burada $X_1(w) = F\{x(t)\}$ dir. Başka bir deyişle zaman domeninde zor ve karışık olan konvolüsyon işlemi frekans domeninde basit bir çarpım işlemine dönüşür.

Şimdi frekans domeninde $X_1(w)$ ve $X_2(w)$ olan iki fonksiyonun konvolüsyonunu ele alalım:

$$X(w) = \int_{-\infty}^{\infty} X_1(u)X_2(w-u)du = X_1(w)*X_2(w) \quad (3.7)$$

$X(w)$ nin Inverse Fourier Transformu şöyle gösterilebilir.

$$x(t) = F^{-1}\{X(w)\} = 2\pi.x_1(t).x_2(t) \quad (3.8)$$

Dolayısıyla Frekans domenindeki iki fonksiyonun konvolüsyonu, zaman domeninde iki fonksiyonun çarpımının 2π katı olarak verilir.

3.1.2.2. Parseval Teoremi

Zamana bağılı $x(t)$ fonksiyonunun enerjisi E yi ele alalım.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt \quad (3.9)$$

$x(t)$ yerine $F^{-1}\{X(w)\}$ koyalım (3.9) nolu denklemde.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(w) \exp(jwt) dw \right) dt \quad (3.9.A)$$

İntegrasyon sırasını değiştirirsek

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(w) \cdot X(-w) dw \quad (3.9.B)$$

Reel $x(t)$ için $X(w) = X^*(-w)$ (* kompleks eşlenik anlamına gelmektedir.) olur. Burdan;

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(w)|^2 dw \quad (3.10)$$

(3.10) Nolu denklem Parseval Teoremi olarak bilinir. Parseval Teoremine göre bir sinyalin toplam enerjisi zaman domeninde ve frekans domeninde integral alınarak hesaplanabilir. Şayet $w_1 \leq w \leq w_2$ frekans bandında enerji bulunacaksa bu band üstünden integral alırız. Sonuç olarak $|X(w)|^2$, w ' ya göre düzenlenerek şu hale gelir.

$$E_{w_1-w_2} = 2 \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{w_1}^{w_2} |X(w)|^2 dw \quad (3.11)$$

Enerji spektrum yoğunluğu $\tilde{S}(w)$ yı şöyle tanımlarız.

$$\tilde{S}(w) = \frac{1}{\pi} |X(w)|^2 \quad (3.12)$$

(3.11) nolu denklem şöyle yazılabilir.

$$E_{w_1-w_2} = \int_{w_1}^{w_2} \tilde{S}(w) dw \quad (3.13)$$

ve toplam işaret enerjisi de şöyle yazılır.

$$E = \int_0^{\infty} \tilde{S}(w) dw \quad (3.14)$$

3.1.2.3. Periyodik Sinyallerin Fourier Transformu

Periyodik sinyal için Dirichlet koşulları yeterli olmaz ve Fourier Transformu alınamaz. Ancak işaretin sonlu zaman aralığı $(-\tau/2, \tau/2)$ nda var olduğunu kabul edersek Fourier Transformu alınabilir. O zaman τ limiti altında Fourier Transformu bulunabilir.

Ancak periyodik bir sinyalin Fourier Transformunu başka bir yoldanda bulabiliriz. İşaretin kompleks Fourier serisini ele alalım.

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(jn\omega_0 t) \quad (3.15)$$

Burda $T = 2\pi/\omega_0$ işaretin periyodu ve a_n açılım katsayısıdır. Fourier Transformunu (3.15) nolu denkleme uygulayalım:

$$X(w) = F\left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(jn\omega_0 t) \right\} = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(w - n\omega_0) \quad (3.16)$$

Dolayısıyla periyodik işaretin Fourier Transformu temel frekans ω_0 'ın harmoniklerine yerleştirilmiş impuls fonksiyonunun fourier serisinin ilgili katsayılarıyla ve 2π ile çarpımının toplamına eşittir.

3.1.3. Ayrık ve Hızlı Fourier Transformu (DFT, FFT)

T örnekleme aralığında örneklenmiş band sınırlı zamana bağlı $x(t)$ sinyalini ele alalım. Örnekleme frekansı $\omega_s = 2\pi/T_s$ nin örnekleme

teoremine uyduğunu giriş sinyalindeki bütün bilgileri içeren örnekleme yapıldığını varsayalım.

Sonlu örnekleme dizisinin $\{x(nT_s)\}$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ olduğunu belirtelim. Ayrılık Fourier Transformu (DFT). $\{x(nT_s)\}$ dizisi üzerinde lineer operatör olarak şöyle tanımlanır.

$$X\left(k \frac{\omega_s}{N}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_s) \exp\left(-j2\pi k \frac{n}{N}\right); \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.17)$$

$\left\{X\left(k \frac{\omega_s}{N}\right)\right\}$ dizi genelde kompleks bir seridir. Kompleks

$\left\{X\left(k \frac{\omega_s}{N}\right)\right\}$ serisini $\{x(nT_s)\}$ serisine dönüştürecek işleme Ters Ayrık Fourier Transformu (IDFT) denir.

$$x(nT_s) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X\left(k \frac{\omega_s}{N}\right) \exp\left(j2\pi k \frac{n}{N}\right); \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.18)$$

Burada T_s ve ω_s / N sabitlerdir.

Dolayısıyla $x_n = x(nT_s)$ ve $X_k = X\left(k \frac{\omega_s}{N}\right)$ olarak tanımlanabilir. Ve

(3.17) ve (3.18) denklemlerini kısaca;

$$X_k = \text{DFT}\{x_n\} \quad x_n = \text{IDFT}\{X_k\} \quad (3.19)$$

şeklinde yazabiliriz.

Bu aşamada örneklenmiş $\{x(nT_s)\}$ dizisinin, zamana bağlı $x(t)$ sinyali ile ideal örnekleyci $\delta(t)$ nin çarpımı olduğunu düşünelim. Örneklenmiş sinyali $x^*(t)$ ile gösterelim ve şu formülle elde edildiğini belirtelim.

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_s) \delta(t - nT_s) \quad (3.20)$$

$x^*(t)$ sinyalinin Fourier Transformu FT, $x^*(\omega)$ olarak isimlendirilir, ve şu formülden kolayca hesaplanır.

$x^*(t)$ sinyalinin Fourier Transformu FT, $x^*(\omega)$ olarak isimlendirilir, ve şu formülden kolayca hesaplanır.

$$F\{\delta(t-nT_s)\} = \exp(-j\omega nT_s) \quad (3.21)$$

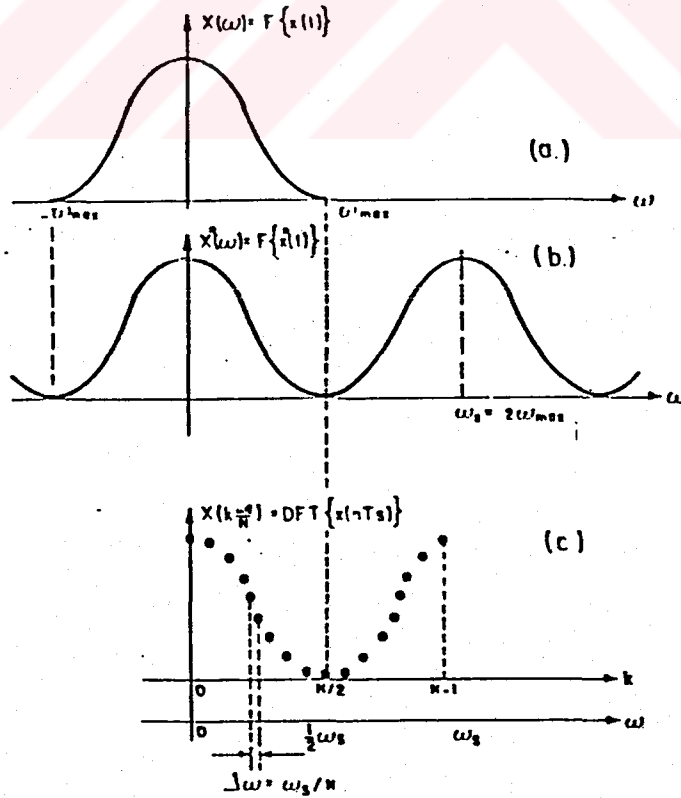
(3.20) nolu denklemi düzenlersek.

$$X^*(\omega) = F\{x^*(t)\} = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_s) \exp(-j\omega nT_s) \quad (3.22)$$

denklemini elde ederiz. (3.22) nolu denklem örneklenmiş sinyalin Fourier Transformunu tanımlar. Bu $X^*(\omega)$, Fourier Transformu ω ya bağlı sürekli fonksiyondur. Şimdi bu sürekli fonksiyonun frekans domeninde $\omega_s/N = 2\pi/NT_s$ frekans aralıklarıyla örneklendiğini düşünelim. Buna göre $\left\{X^*\left(k\frac{\omega_s}{N}\right)\right\}$, $k=\dots, -1, 0, 1, \dots$ Fourier

Transformu örneklerinin serisini şöyle elde edebiliriz.

$$X^*\left(k\frac{\omega_s}{N}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_s) \left(-j2\pi k\frac{n}{N}\right) \quad k=\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (3.23)$$



Şekil 3.1

(3.23) nolu denklemdeki N üyeli $k=0,1,\dots,N-1$, sonsuz dizi, denklem (3.17) nin ayrık Fourier Transformuna eşittir. FT, $X^*(\omega)$, $\ell\omega_s$ frekansında merkezlenmiş $X(\omega)$ sürekli sinyalinin Fourier Transformunun tekrarıdır. Biz Fourier Transformunu $-N/2,\dots,-1,0,1,\dots,(N/2-1)$ örneklerinde örneklersek, Fourier Transformunun örnekleri $\omega=0$ da merkezlenmiş olur. Serinin kalan örnekleri, aynı örneklerin kaydırılmış $(\omega+\ell\omega_s)$, $\ell= \dots-1,1\dots$ hali olduğundan yeni bilgi nakletmez (3.23) nolu denklemde bunu kolayca görürüz. Bizim $\exp\left(-j2\pi k \frac{n}{N}\right)$ fonksiyonumuz N periyotlu periyodik fonksiyondur.

Buradan $X^*\left(k\frac{\omega_s}{N}\right) = X^*\left((k+\ell N)\frac{\omega_s}{N}\right)$, ℓ herhangi bir tamsayı olmak üzere, yazılabilir. Reel işaretin Fourier Transformu simetrik olduğu için Fourier Transformunun örnekleri $X^*\left(k\frac{\omega_s}{N}\right)$ $k=0,1,\dots,N-1$ dizisiyle simgelenebilir.

Sonuç olarak (3.17) Ayrık Fourier Transformunun $x(t)$ işaretinin Ayrık Fourier örneklerinin N 'e göre uniform bir serisi olduğunu söyleyebiliriz. Şekil 3.1'de ki örnek Fourier ve Ayrık Fourier Transformu arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Burda işaret Nyquist oranında örneklenmiştir. Burada Ayrık Fourier Transformu örnekleri $k=0,1,\dots,N/2$ nin Fourier Transformunun pozitif frekanslarının örnekleri olduğunu belirtmeliyiz. Geriye kalan $k=(N/2+1),\dots, N-1$ örnekleri ω_N de merkezlenmiş Fourier Transformunun negatif frekanslarının örnekleridir. Bizim durumumuzda Fourier Transformu simetrik olduğu için, bu örnekler ilave bilgi vermezler. N örnekleli ayrık Fourier Transformu serisinden bize sadece $N/2+1$ ilk örnek yada son örnek lazımdır, geri kalanlar fazlalıktır. Şekil 1'de verilen örnekte $\omega_s=2\omega_{\max}$, ve $k=N/2$ için;

$X\left(k\frac{\omega_s}{N}\right) = X\left(\frac{\omega_s}{2}\right) = X(\omega_{\max})$ tır. Şayet örnekleme frekansı yüksek olursa $\omega_s > 2\omega_{\max}$ $k=N/2$ için frekans Fourier Transformunun sıfır olduğu yerde $\omega_{\max}$ tan daha yüksek olacaktır. Bu durumda Fourier Transformunun iki simetrik değerini ayıran sıfır bandlı Ayırık Fourier Transformu örneklerini elde etmiş oluruz. Ayırık Fourier Transformu doğada Fourier Transformuna benzeyen bazı özellikler taşır.

Ayırık Fourier Transformu bir lineer operatördür. burdan şu denklemi yazabiliriz.

$$\text{DFT}\{a_1x_1(nT) - a_2x_2(nT)\} = a_1\text{DFT}\{x_1(nT)\} + a_2\text{DFT}\{x_2(nT)\} \quad (3.24)$$

İki sinyalin konvolüsyonu (3.5) nolu denklemde gösterilmişti. Benzer bir operasyon iki seri içinde uygulanabilir. $\{x_1(n)\}$ ve $\{x_2(n)\}$ gibi iki seri için tekrarlı konvolüsyonu tanımlayalım.

$$\{x(k)\} = \{x_1(n)\} \otimes \{x_2(n)\} = \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n)x_2(k-n) \quad k, \quad n=0,1,\dots, N-1 \quad (3.25)$$

$\otimes$ sembolü tekrarlı konvolüsyonu gösterir.

Tekrarlı Konvolüsyon teoremini şöyle yazabiliriz.

$$\text{DFT}\{X(k)\} = \text{DFT}\{x_1(n) \otimes x_2(n)\} = \text{DFT}\{x_1(n)\} \cdot \text{DFT}\{x_2(n)\} \quad (3.26)$$

Şimdi Ayırık Parseval teoremini göz önüne alalım. Reel $\{x(n)\}$ serisinin enerjisini şöyle tanımlayalım.

$$E = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)^2 \quad (3.27)$$

Şayet $X(k) = \text{DFT}\{x(n)\}$ ise

$$E = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 \quad (3.28)$$

Ayrık işaret işlemede Ayrık Fourier Transformu, sürekli işaret işlemede Fourier Transformu, aynı sebeplerle çok önemli operatörlerdir. Ayrık Fourier Transformunun direk hesaplaması yaklaşık N^2 adet kompleks çarpım ve toplam işlemi gerektirir. 1965 yılında Cooley ve Tukey Ayrık Fourier Transformunun hesaplanmasında çok verimli bir metod sundular. Bu metoda Hızlı Fourier Transformu (FFT) denir ve $N \log_2 N$ (N , 2'nin kuvveti olmalıdır.) operasyon gerektirir. $N=1024$ için, Hızlı Fourier Transformunu almak için gerekli işlem sayısı direk hesaplama için gerekli olan işlem sayısından 10 kere daha azdır.

Birçok Hızlı Fourier Transformu algoritmaları yazılım ve donanım için geliştirilmiştir. Yaygın olarak kullanılan iki algoritma zamanda desimasyon ve frekansta desimasyondur.

3.2.KEPSTRAL ANALİZ VE HOMOMORFİK FİLTRELEME

3.2.1.Tanıtım:

Kepstrum notasyonu 60'lı yılların başlarında yankılı işaretlerin analizi sırasında ortaya atıldı. Güç spektrumunun logaritmasının güç spektrumu anlamında, Güç Kepstrumu tanımlandı. Daha sonra bu tanım değiştirildi, ve "Güç spektrumunun logaritmasının ters transformu" yapıldı. Kepstrum sözcüğü Spektrum'un ilk dört harfinin sırasını ters çevirerek elde edilir. Frequency den quefrequency (Kufrens) terimi üretildi. İlave olarak filter'den lifter üretildi ama literatürde pek kabul bulmadı.

Kepstral analiz ilk olarak bazı temel yankıları içeren işaretlere uygulandı. Güç kepstrumu ile dalga ve yankılarının çarpımı saptanabilir.

Komplex Kepstrum dalgaının şeklini saptamak için kullanılır. Bu teknikler genellikle, konuşma sinyallerine, akustik sinyallere, kalp işaretlerine (EKG), beyin işaretlerine (EEG) uygulanmaktadır.

3.2.2. Kepstra

$x(t)$ reel işaretinin kompleks kepstrumu $\tilde{x}(\tau)$ şöyle verilir.

$$\tilde{x}(\tau) = F^{-1} \{ \log F \{ x(t) \} \} \quad (3.29)$$

(3.29) nolu denklemdeki logaritmanın argümanı komplekstir ve negatif olabilir; burada kompleks V fonksiyonunun kompleks logaritmasını tanımlamalıyız.

$$\log(V) = \log|V| + j \arg(V) \quad (3.30)$$

Bunun birde ters operasyonuna ihtiyacımız var, bu yüzden kompleks exponansiyel tanımlanmalıdır. V 'nin kompleks exponansiyeli;

$$\exp(V) = \exp(\log|V|) \cdot \exp(j \arg(V)) \quad \text{dir.} \quad (3.31)$$

$\tilde{x}_p(\tau)$; Güç kepstrumu, şöyle tanımlanır.

$$\tilde{x}_p = \left(F^{-1} \left\{ \log |F \{ x(t) \}|^2 \right\} \right)^2 \quad (3.32)$$

Ayrık durumda, data $\{x(nT)\}$ seri olarak sunulursa, kepstra Z transformu vasıtasıyla tanımlanır.

$\{x(nT)\}$ serisinin güç kepstrumu, $X(Z)$ 'nin karesinin genliğinin logaritmasının ters Z transformunun karesidir. Bundan $\tilde{x}_p(nT)$ Güç Kepstrumunu şöyle yazarız.

$$\tilde{x}_p(nT) = \left(Z^{-1} \left\{ \log |X(Z)|^2 \right\} \right)^2 = \left(\frac{1}{2\pi j} \oint_C \log |X(Z)|^2 Z^{n-1} dZ \right)^2 \quad (3.33)$$

(3.32) ve (3.33) nolu denklemlerdeki son kare alma ihmal edilir. Güç kepsstrumu faz bilgisi içermez. Şayet faz ile ilgileniyorsak, $X(Z)$ nin kompleks logaritmasının ters Z transformu olarak tanımlanan kompleks kepsstrumu düşünmeliyiz.

$$\tilde{x}(nT) = Z^{-1} \{ \log(X(Z)) \} = \frac{1}{2\pi j} \oint_C \log X(Z) Z^{n-1} dZ \quad (3.34)$$

Şayet $x(nT)$ serisi $u(nT)$ ve $h(nT)$ serilerinin konvolüsyonu ise, yani $x(nT) = u(nT) * h(nT)$, o zaman

$$X(Z) = U(Z) \cdot H(Z) \quad (3.35.A)$$

$$\log X(Z) = \log U(Z) + \log H(Z) \quad (3.35.B)$$

Ters transform lineer işlem olduğu için kompleks kepsstrum

$$\tilde{x}(nT) = \tilde{u}(nT) + \tilde{h}(nT) \quad (3.35.C)$$

olur. Burdan iki serinin konvolüsyonunun kompleks kepsstrumu, kepsstralarının toplamına eşittir. Diğer bir deyişle kompleks kepsstrumun konvolüsyonu toplamaya çeviren bir operatör olduğunu görmekteyiz. Şimdi $x(nT)$, $u(nT)$, $h(nT)$ nin sırasıyla ayrık lineer sistemin çıkış, giriş ve impuls cevabı serileri olduğunu kabul edelim. Şayet $\tilde{u}(nT)$ ve $\tilde{h}(nT)$ farklı kufranz aralıklarıyla daysa kompleks kepsstrum bir tanesini yok edecek şekilde filtreler. Kompleks kepsstrumda faz bilgisi saklı tutulur, bu yüzden dekonvolüsyona uğramış $h(nT)$ ve $u(nT)$ 'yi verecek şekilde ters çevrilebilir.

(3.34) nolu denklemdeki kompleks kepsstrumun hesaplanması, kompleks logaritma tekil değerli olmadığından dikkatlice düşünülmelidir. (3.30) nolu denklemde kompleks logaritmanın imajiner parçası fazdır. 2π (Prensip değeri) formunda girilirse, faz teriminde süreksizler belirecektir. Faz 2π 'yi geçtiği zaman, 2π 'den sıfıra atlama nedeniyle bu süreksizlikler oluşacaktır. Bu problemin üstesinden gelmek için faz düzeltme algoritmaları uygulanmalıdır. Komşu örnekler arası bağıl fazı hesaplamak için basit bir çözüm, kümülatifini elde etmek için toplamaktır.

Kompleks kepstrum Z transformu yerine Ayırık Fourier Transformu ile tanımlanabilir. Seriler sonlu uzunlukta olduğu için bu yöntem doğrudur. Z transformunun konverjans bölgesi Z transformunun alınmasına ve $Z=\exp(j\omega)$ için tersinin alınmasına izin verecek birim daireyi içerir, buradan;

$$\tilde{x}(nT) = \text{IDFT}\{\log(\text{DFT}\{x(nT)\})\} \quad (3.36)$$

(3.36) nolu denklem Hızlı Fourier Transformu algoritmasıyla Ayırık Fourier Transformu ve Ters Ayırık Fourier Transformu kolayca hesaplandığı için büyük önem taşır.

Şekil 3.2'nin üst kısmı Kompleks kepstrum hesaplamasını tasvir etmektedir.

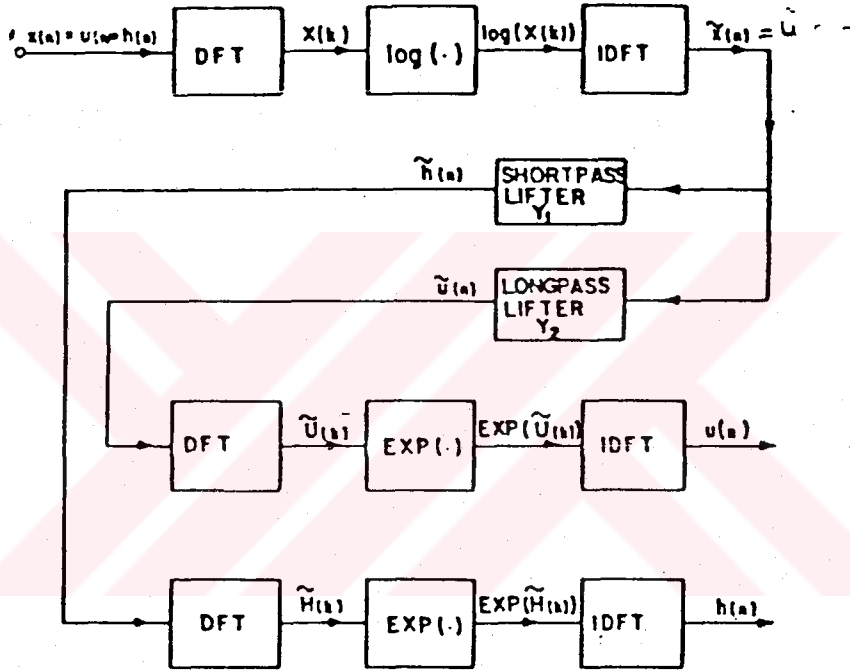
3.2.3.Homomorfik Filtreleme

(3.35) nolu bir daha bakalım. Burada $\{x(nT)\}$ serisi konuşma sinyalinin örneği $\{h(nT)\}$ sesin ağırlık serisi, $\{u(nT)\}$ ses telleri titrerken telaffuz sırasında sesi uyaran basınç dalgasının örneklerinin serisidir. Basınç $\{u(nT)\}$ temel frekansta görülen çok dar pulsların katarıdır. Biz hem sesin karakteristiğini öğrenmek için $\{h(nT)\}$ serisi, hem de gürültüyü tahmin etmek için $\{u(nT)\}$ serisiyle ilgilenmekteyiz.

(3.35.C) denklemi giriş ve ses cevabının kepstralarının toplamı olarak kompleks kepstrumu verir. Kufranz aralığında şunlara sahip olduğumuzu varsayalım.

$$\tilde{h}(nT) = 0 \quad n \geq n_0 \quad \text{için} \quad (3.37.A)$$

$$\tilde{u}(nT) = 0 \quad n < n_0 \quad \text{için} \quad (3.37.B)$$



Sekil 3.2

Bu yüzden bunlar kufranz domeninde ayrılabilir. İki lifteri düşünelim kısa geçiren lifter $Y_1(nT)$, şöyle verilir.

$$Y_1(nT) = \begin{cases} 1; & n < n_0 \\ 0; & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.38.A)$$

uzun geçiren lifter $Y_2(nT)$, şöyle verilir.

$$Y_2(nT) = \begin{cases} 0; & \text{diğer} \\ 1; & n \geq n_o \end{cases} \quad (3.38.B)$$

$\tilde{x}(nT)$ bu iki filtrenin girişine uygulandığı zaman Y_1 çıkışı $\tilde{h}(nT)$ ve Y_2 çıkışı $\tilde{u}(nT)$ olacaktır. Şimdi $\tilde{u}(nT)$ ve $\tilde{h}(nT)$ yi kufranz domeninden zaman domenine çevirmemiz gerekmektedir. Bunu serileri ters operasyona tabi tutarak yapabiliriz. Burda önce Ayrık Fourier Transformu, sonra kompleks logaritma, sonra Ters Ayrık Fourier Transformu alınır. Homomorfik Filtreleme işleminin tümü şekil 3.2’de gösterilmiştir.

BÖLÜM.4.

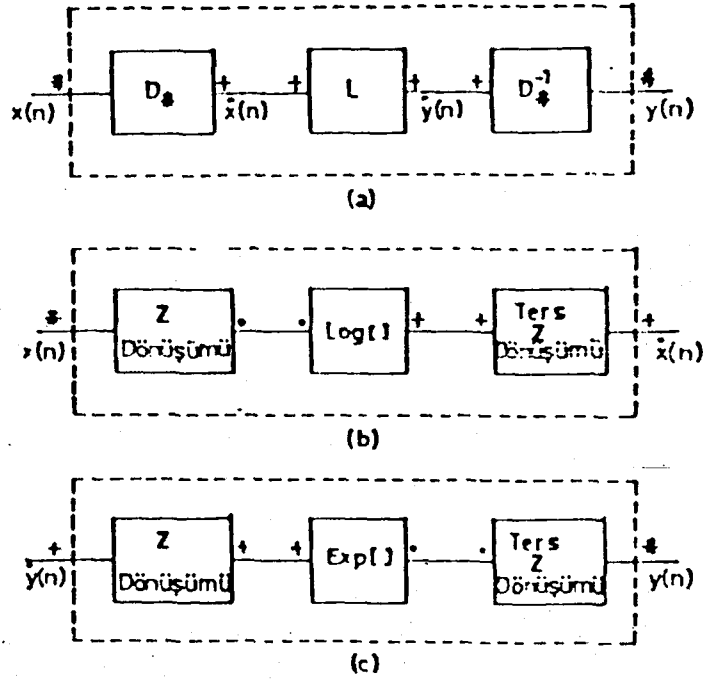
HOMOMORFİK FİLTRELEME

4.1. TEORİ

Konuşma işaretlerinin, homomorfik filtreleme yöntemi kullanılarak analiz edilmesi için temel strateji, girişim periyodları yerine “spike”lar arası alanlar ile uyarı impuls treninden, ses alanı impuls cevabını yeniden elde etmektir. Bu teknik, analiz işlemleri ters çevrilerek aynı zamanda konuşma sentezinde büyük bir başarı ile uygulanabilir. Bu teknik verilen bir işareti minimum ve maksimum faz bileşenlerine ayırmak için de kullanılabilir. Bunlar konvolüsyona uğratıldığında orijinal işareti yeniden oluştururlar ve lineer prediksyonla modellemeye uygundurlar. Bu metod, homomorfik prediksyon olarak adlandırılır ve hem homomorfik işlemin genelliğini ve hem de bir işareti modellemede kullanılan lineer prediksyonun etkinliğini içerir. Aşağıdaki bölüm, tekniğin söz konusu EKG işaretlerinin analizine uygulanmasından önce gözönüne alınması gereken önemli adımları işaret etmektedir.

4.2.1. HOMOMORFİK DEKONVOLÜSYON

Şekil 4.1.(a)'da dekonvolüsyon için homomorfik bir sistemin kanonik form modeli gösterilmiştir. Şekil 4.1.(b)'de gösterilen D^* karakteristik sistemi şu özelliği gösterir:



Şekil 4.1. Dekonvolüsyon için homomorfik sistem. (a) Kanonik form gösterilimi. (b) D_* karakteristik sistemi. (c) D_*^{-1} karakteristik sistemi.

$$D_*[ax_1(n) * bx_2(n)] = aD_*[x_1(n)] + bD_*[x_2(n)] \quad (4.1)$$

Burada a ve b iki sabiti, * konvolüsyonu ve D_* ise tasarlanan dönüşümü temsil etmektedir. Şekil 4.1.(b)'den de görüleceği gibi ayrık zaman dizisi $x(n)$ 'nin z-dönüşümü alınır ve $X(z)$ elde edilir. Bunu takiben de $\hat{X}(z)$ 'yi elde etmek için, $X(z)$ 'nin kompleks logaritması alınır ve $\hat{X}(z)$ 'ye ters z dönüşümü uygulanarak $X(n)$ elde edilir. Kompleks cepstrum olarak adlandırılan $\hat{x}(n)$, giriş işaretini lineer sistem için düzenleyen D_* sisteminin çıkışıdır. $\hat{x}(n)$, şu bağıntı ile verilir.

$$\hat{x}(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} \log[X(z)] Z^{n-1} dz \quad (4.2)$$

burada Γ ; $z = e^{j\omega}$, $-p < \omega < p$ bağıntısı ile verilen çember şeklinde bir eğridir. Şekil 4.1.(c)'de görülen D_*^{-1} sistemi, D_* 'in tersidir ve toplam uzayından konvolüsyon uzayına dönüşümü sağlar. Kompleks cepstrum'un hesaplanmasında gözönüne alınması gereken önemli noktalar şunlardır:

1) Pratik uygulamalarda, giriş dizileri sonlu uzunluklardır. z -dönüşümü için asimptot bölgesi birim çemberi içerir ve bu $X(z)$ 'ye izin verir ve ters z -dönüşümde $z = e^{j\omega}$ için değer alır. Böylece, z -dönüşümü vetersi ayrık Fourier dönüşüm çifti kullanılarak elde edilir.

2) $\hat{x}(n)$ kompleks cepstrum'u, $x(n)$ reel giriş dizileri için gerçeldir. Bu şunları gerektirir.

a-) $\arg [X(z)]$, 2π periyodu ile tekrarlanan, ω 'nın bir tek fonksiyonudur.

b-) $\log [X(z)]$, 2π periyodu ile tekrarlanan, ω 'nın bir çift fonksiyonudur.

3) Faz çözümü: (z) nin tamamındaki kompleks logaritma bir çokdeğerli fonksiyondur. Bunun da ötesinde, argümanının bazı değerleri faz eğrisini süreksiz kılar ve bu sonunda $\log [X(z)]$ 'yi analitik olmaktan çıkarır. Faz eğrisini sürekli yapmak için faz, her işaret örneğinde, temel değerlere 2π 'nin uygun bir çarpanını ekleyerek çözümlenmelidir. Bu c eğrisini içeren dairesel bölgedeki $\log [X(z)]$ 'nin analitik olmasını sağlayacak ve D^* homomorfik sistemi tek olacaktır. Diğer bir deyişle faz, aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır.

$$\arg [X(z)] = \text{Arg} [X(z) + j2\pi k] \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.3)$$

$$-\pi < \text{Arg} [X(z)] < \pi$$

4) Lineer faz bileşeni kaydırma: özel $x(n)$ giriş dizisi için, $X(z)$ 'nin orijinde, fazda büyük bir kayma meydana getiren çok sayıda sıfırı bulunabilir. $\hat{x}(n)$ kompleks cepstrum'u (2)'den hesaplanırken, ilginç bilgileri kompleks cepstrum içinde tutmak için, $\hat{x}(n)$ 'yi elde etmeden önce bu lineer kayma fazdan çıkarılmalıdır. Buna rağmen, bu lineer faz bileşeni kayması, çıkış dizisinde bir değişime neden olur ve değişiklik miktarı, lineer bileşen kayması ile orantılı olur. Bundan dolayı, sonuç dizisi gerçek çıkışı elde etmek için yeniden düzenlenir.

4.2.1.1. Minimum ve Maksimum Faz Bileşenleri

D_{*} karakteristik sistemi, (4.1) eşitliğiyle, giriş dizisi $x(n)$ 'deki $x_{\min}$ ve $x_{\max}$, konvolüsyona uğratılmış minimum ve maksimum faz bileşenleri, çıkışındaki $\hat{x}(n)$ kompleks cepstrumunda toplamalarına dönüştürür.

$$\hat{x}(n) = \hat{x}_{\min}(n) + \hat{x}_{\max}(n) \quad (4.4)$$

$n < 0$ için $\hat{x}_{\min}(n) = 0$ ve $n > 0$ için $\hat{x}_{\max}(n) = 0$ olduğunu gözönüne alırsak Şekil 4.1.(b)'deki L lineer sisteminin, çıkışında bu iki bileşeni ayırmak için seçildiğini ve şu eşitliklerle ifade edildiğini söyleyebiliriz.

$$\hat{y}(n) = \hat{x}_{\min}(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ \frac{1}{2} \hat{x}(0) & n = 0 \\ \hat{x}(n) & n > 0 \end{cases} \quad (4.5a)$$

$$\hat{y}(n) = \hat{x}_{\max}(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ \frac{1}{2} \hat{x}(0) & n = 0 \\ \hat{x}(n) & n > 0 \end{cases} \quad (4.5b)$$

Sonuç olarak; $\hat{x}_{\min}$ ve $\hat{x}_{\max}$ tüzerine D_{*}^{-1} sistemini uygulamak bize, konvolüsyonu alındığında, bir faz farkı ile $x(n)$ orijinal giriş dizisini veren $x_{\min}$ ve $x_{\max}$ oluşturur. İşlem aşağıdaki gibidir:

Böylece; $x(n)$, homomorfik filtreleme yöntemi ile minimum ve maksimum faz bileşenlerine ayrılmış olur.

$$\begin{aligned} D_{*}^{-1}[\hat{x}_{\min}(n)] &= y(n) = x_{\min}(n) \\ D_{*}^{-1}[\hat{x}_{\max}(n)] &= y(n) = x_{\max}(n) \\ x_{\min}(n) * x_{\max}(n) &= x(n) \end{aligned} \quad (4.6)$$

4.2.1.2. Kompleks Cepstrum'un Lineer Olarak Filtrelenmesi

$x(n)$ işaretini, konvolüsyona uğratılan bir sistem impuls cevabının, giriş dizisi olarak gözönüne alalım. Bu iki bileşenin, $\hat{x}(n)$ kompleks cepstrum'a katkıları birbirlerinden ayrılmıştır ve $\hat{x}(n)$ 'nin lineer olarak filtrelenmesi ile geri çevrilebilir. Buna rağmen eğer bu dizi maksimum faz ise $\hat{x}(n)$ 'nin aşağıdaki gibi eksponansiyel olarak ağırlıklandırılması ile bir minimum faz dizisine çevrilebilir.

$$x^1(n) = \alpha^n x(n) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4.7)$$

burada α , giriş dizisinin en uzak sıfırının belirlediği bir veri ile seçilir. $x(n)$, yukarıdaki şartları sağlar ve daha ileri analizler için kullanılır. Buna rağmen, $x(n)$ 'i minimum faz olmaya zorlamak gerekli değildir. Bunun da ötesinde, ağırlıklandırma prosedürünün içerdiği yuvarlatma hatalarının kompleks cepstrum'u etkilemediği ve bileşenlerin anlamlı olarak geri alınabildiği gözlenmiştir.

4.2.2. MODELLEME

Modelleme için, yukarıda elde edilen $x_{\min}$ ve $x_{\max}$ bileşenleri, sırasıyla, nedensel ve nedensel olmayan bir sistemin impuls cevapları olarak gözönüne alınmıştır. Sistem fonksiyonlarının belirlenmesi problemi, sistem modellenmesi ya da sistem tanımlanması olarak bilinir. Çeşitli pratik metodlar içersinde, lineer prediksyon analizi ve Shanks'ın tekniğine dayanan direk bir metod bu amaç için uygun düzenlenmiş görünmektedir. Buna rağmen, ikinci metod, günlük uygulamalarda daha çok kullanılmış ve aşağıda kısaca sözkonusu edilmiştir. Amaç verilen dizinin z -dönüşümü $X(z)$ 'ye iyi bir şekilde yakınsayan bir $f(z)$ sistem fonksiyonu oluşturmaktır.

$$f(z) \cong X(z)$$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot z^n \quad (4.8)$$

$$f(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = f_0 + f_1 z + \dots$$

$$A(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_N z^N \quad (4.9)$$

$$B(z) = 1 + b_1 z + \dots + b_N z^N \quad (4.10)$$

burada N ve M, a_i ve

sayılardır. Modelin $f(n)$ impuls cevabında; $n > N$ için, $x(n)$ 'i en küçük kareler ortalaması anlamına gelen yakınsatmak için, b'nin aşağıdaki eşzamanlı eşitlikleri sağlaması gerektiği gösterilebilir.

$$\sum_{i=1}^M b_i \phi_{ij} = \phi_i \quad j = 1, \dots, M$$

$$\phi_{ij} = \sum_{n=N-1}^K x(n-j)x(n-1)$$

$$\phi_i = \sum_{n=N-1}^K x(n)x(n-i) \quad (4.11)$$

burada K işaret uzunluğudur. En küçük kareler ortalama hata kriteri kullanarak b_i 'lerin belirlenmesinden sonra, a_i 'lerin aşağıdaki eşitlikleri sağlamaları gerektiği gösterilebilir.

$$\sum_{i=0}^N a_i \Psi_{ij} = \Psi_j \quad j = 0, \dots, N$$

$$\Psi_{ij} = \sum_{n=0}^K C(n-i)C(n-j)$$

$$\Psi_j = \sum_{n=0}^K x(n)C(n-j) \quad (4.12)$$

burada $C(n)$, $n=0,1,\dots,K, 1/B(z)$ 'den elde edilir. Bu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{1}{B(z)} = C(0) + C(1)z + \dots + C(K).z^K$$

4.3. EKG ANALİZİNE UYGULAMA

Diğer bütün biyolojik işaretlerde olduğu gibi EKG işaretlerinin analizinde de son hedef klinik teşhis için doğru ve güvenilir bir metod geliştirmektir. Böyle herhangi bir metod, teşhis cevabının etkinliğini sağlayan birçok arzulanan özelliğin gerçekleşmesi yanında, çabuk ve tercihan gerçek zamanda verecektir. EKG'nin klinik teşhisi için uygulamada kullanılan birçok bilgisayar algoritması vardır. En iyi projelerin başarıları dahi sınırlı görünmektedir. Daha önce tanımlanan homomorfik analiz ve modelleme teknikleri, tipik EKG işaretlerine analiz amacıyla uygulanmıştır. Bölümün sonunda, metodun sadece bu işaretlerin teşhis ve analizi için bir vasıta sağlamadığı, aynı zamanda depolama için veri azaltma, transmisyon ve simülasyon amaçlarını da sağladığı kesinleşmektedir.

4.3.1 HOMOMORFİK ANALİZ

İllüstrasyon amaçları için kullanılan örneklerde, dört tipik EKG işareti (bir normal, bir sol dal bloğu bir ön karıncık kasılması ve bir pacemaker) gözönüne alınmıştır. Bu işaretler, Şekil 4.2-5 arasında sırasıyla gösterilmiştir. Seçilen x ve y eksenleri, işaretin gerçek genlik ve sürelerini karşılamaz ama işaretler, bilgisayarda uygun bir eksen takımı üzerinde çizilirler. Bu işaretler için kompleks cepstra, (2) eşitliğinden hesaplanır ve Şekil 4.6-9 'de gösterilmiştir. Her ne kadar Şekil 4.2 ve 4.3'deki işaretler birbirlerine çok benzemekteyseler de kompleks cepstra'ları birbirinden çok farklıdır ve PVC'lerde bu farklılık daha da belirgindir. Bu dört işaret için minimum ve maksimum faz bileşenleri; (2.5) ve (2.6) eşitlikleri kullanılarak kendi kompleks cepstrum'larından hesaplanmış ve Şekil 4.14-17 'de gösterilmiştir.

Bir minimum bileşenin, maksimum karşılığı ile konvolüsyonu orijinal işareti bir zaman gecikmesi ile verir. Şekil 4.2 ve 4.3 'deki orijinal işaretler kolayca ayırtılamadığı halde, bu işaretleri sınıflandırmak, Şekil 4.10-13 ve Şekil 4.14-17

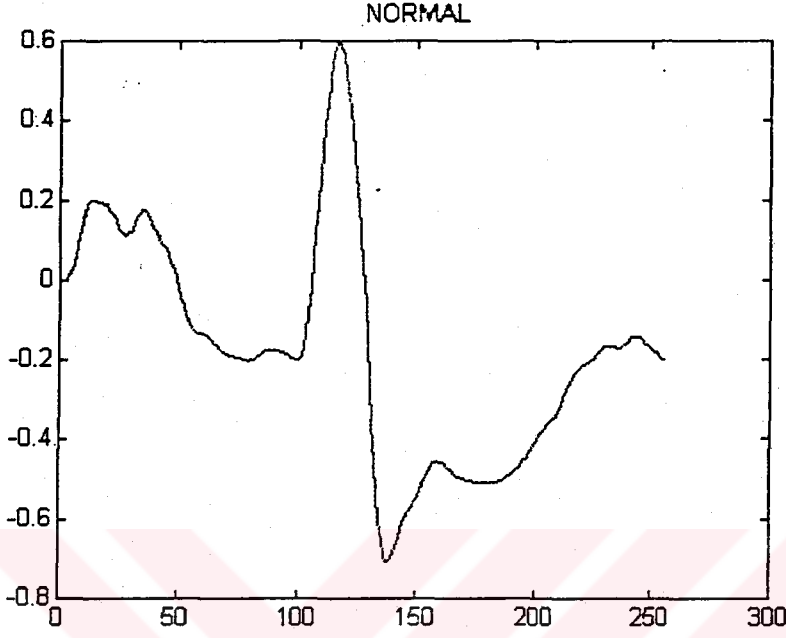
deki işaret bileşenlerinin genlikleri, dalga şekilleri ve süreleri üzerinde yapılan bir çalışma ile nisbeten daha kolay olur. Şekil tanıma açısından, minimum bileşenlerin maksimum karşılıklarına oranla daha iyi belirleyici özellikleri vardır. Direkt EKG işaretlerinin genlik spektrumları üzerinde belirlenen özellikleri, patolojik durumlarla birleşen spektral çeşitliliğin azlığı nedeniyle, sınıflandırma amaçlarına hiçde uygun olmadıkları bilinmektedir. Diğer taraftan Şekil 4.10-13 ve Şekil 4.14-17 'den de açıkça görülmektedir ki, işaret bileşenlerinin spektrumları üzerinde belirlenen özellikler, geniş spektral çeşitlilikleri sebebiyle oldukça kullanışlı olabilmektedirler. Bileşenlerin konvolüsyonunun orijinal işareti vermesinden dolayı, maksimum bileşenlerin genlik spektrumundaki vadilerin, minimum bileşenlerin genlik spektrumundaki tepelere karşılık düştükleri belirtilebilir.

Normal ve patolojik şartlardaki EKG işaretlerinin, genel olarak z-düzleminin orijinindeki bir miktar sıfırın varlığını işaret eden geniş bir lineer faz bileşeni ile karışık fazlı olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte şu noktayı belirtmek gerekir ki, maksimum faz bileşeninin bir impuls olması işaretin kendisinin minimum bileşen olduğunu gösterir.

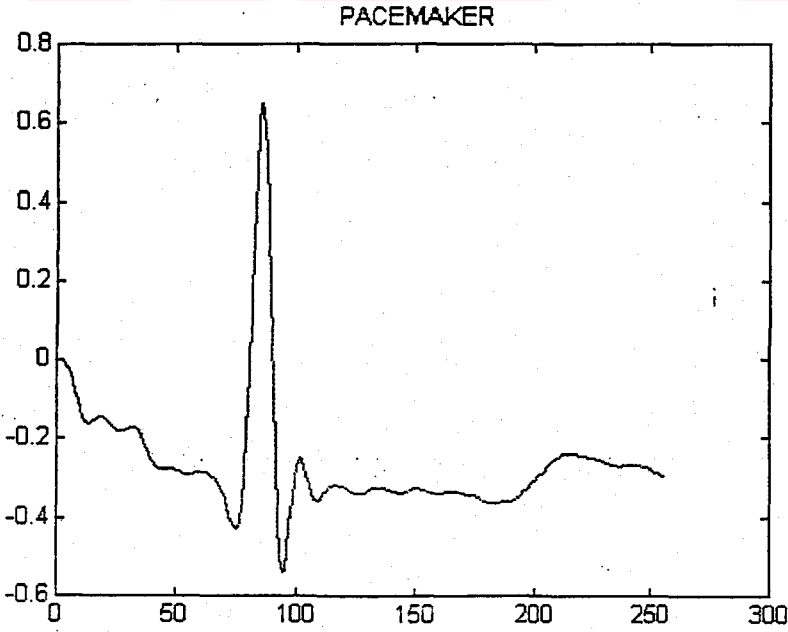
Temel dalga şeklini yeniden elde etmek için, EKG işaretine, daha önce açıklandığı gibi (kompleks cepstrum'un lineer olarak filtrelenmesi bölümü) uygun exponansiyel ağırlıklandırma uygulanır. Sonuçta elde edilen kompleks cepstra'lar Şekil 4.18-21 'de gösterilmiş ve her durum için kullanılan ağırlıklandırma katsayıları burada belirtilmiştir.

Şekil 4.22-25 ve 4.26-29 'daki cepstrumlar karşılaştırılarak, işaretin exponansiyel ağırlıklandırılmasının uyarı fonksiyonu ve dalga şekli katkılarının ayırdedilmesine etki ettiği görülebilir. Bu ağırlıklandırma, aynı zamanda işareti, her zaman gerçekleşmesi gerekmeyen minimum faza dönüştürür. Bunlar daha sonra, D^{-1} sistemi kullanılarak orijinde merkezlenmiş, 256 örnek genişliğinde bir pencere ile alçak geçiren filtrelenmiş olur. Bu işlem, Şekil 4.26-29 'da gösterilen temel dalga şekillerini verir. Normal ekg işareti durumuna ait temel dalga şeklinin kalp kas fiberlerinde oluşturulan bir aksiyon potansiyelini andırdığını ve tek olduğunu belirtmek

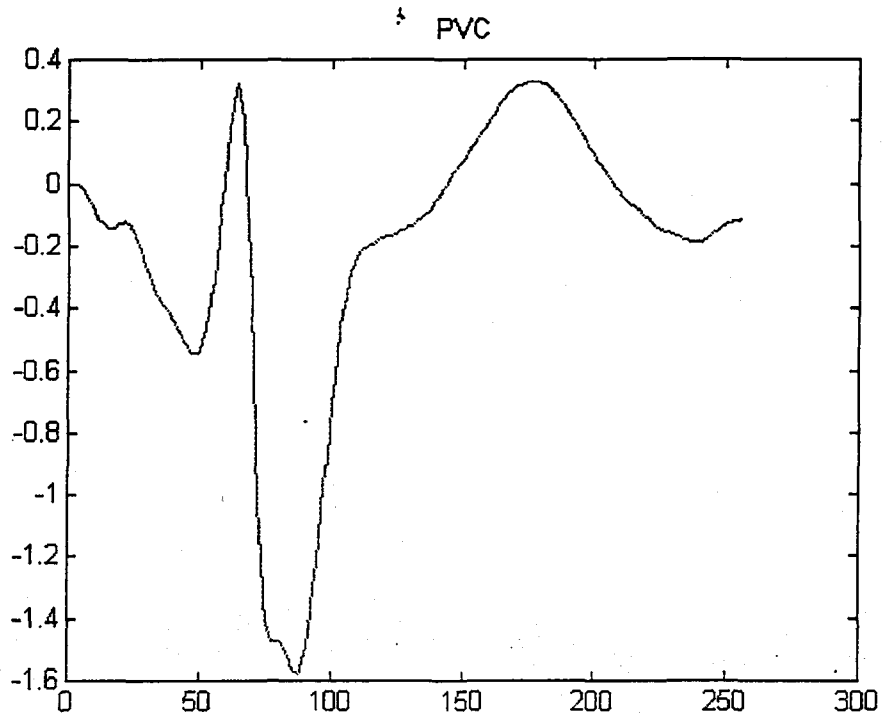
gerekir. Kompleks cepstrumun yüksek geçiren tarzda filtrelenmesinden sonra benzer bir işlem Şekil 4.22-25 'de gösterilen uyarma fonksiyonlarını verir.



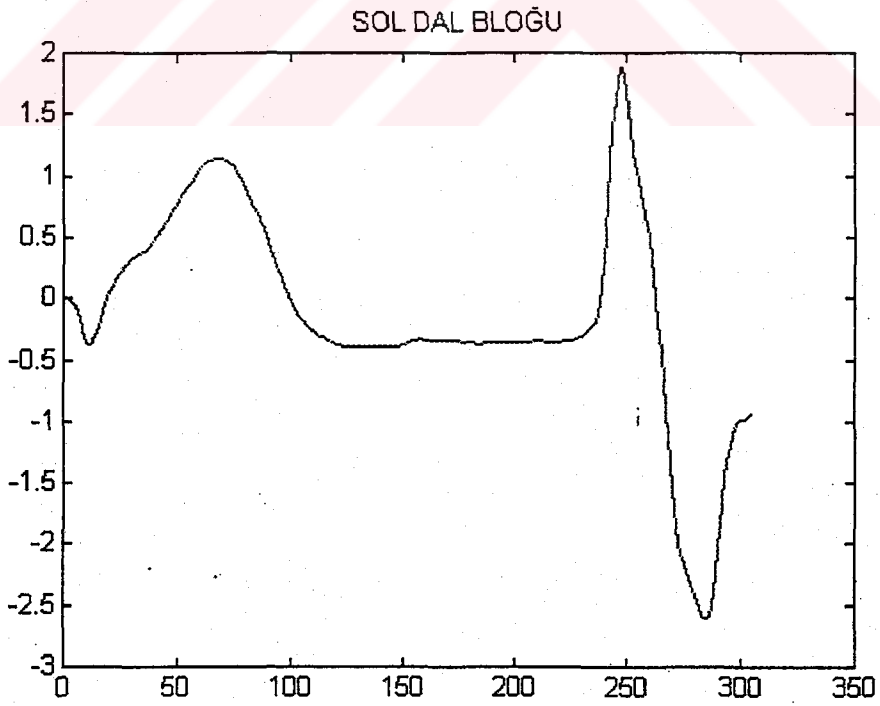
Şekil 4.2



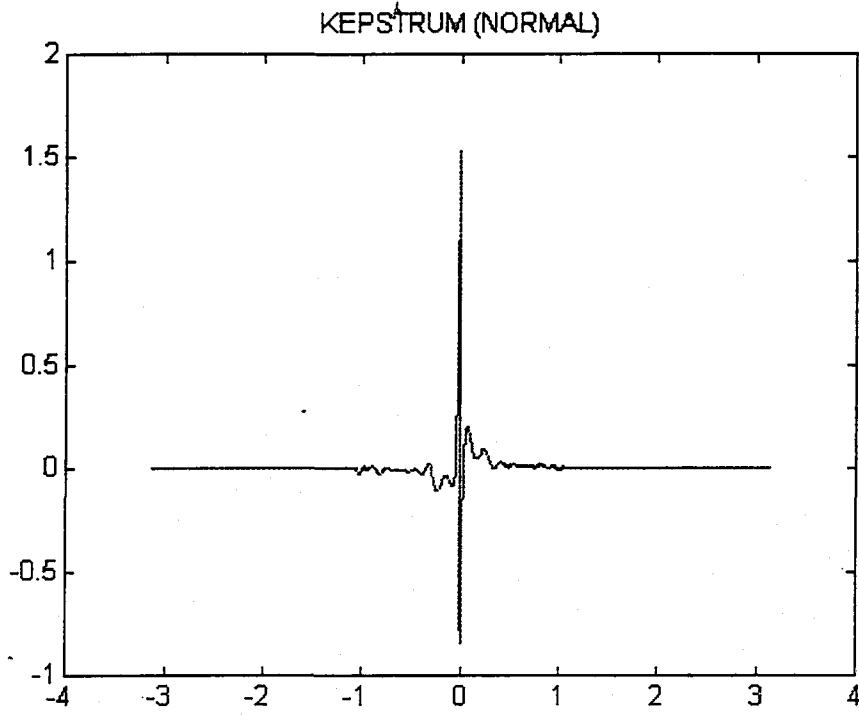
Şekil 4.3



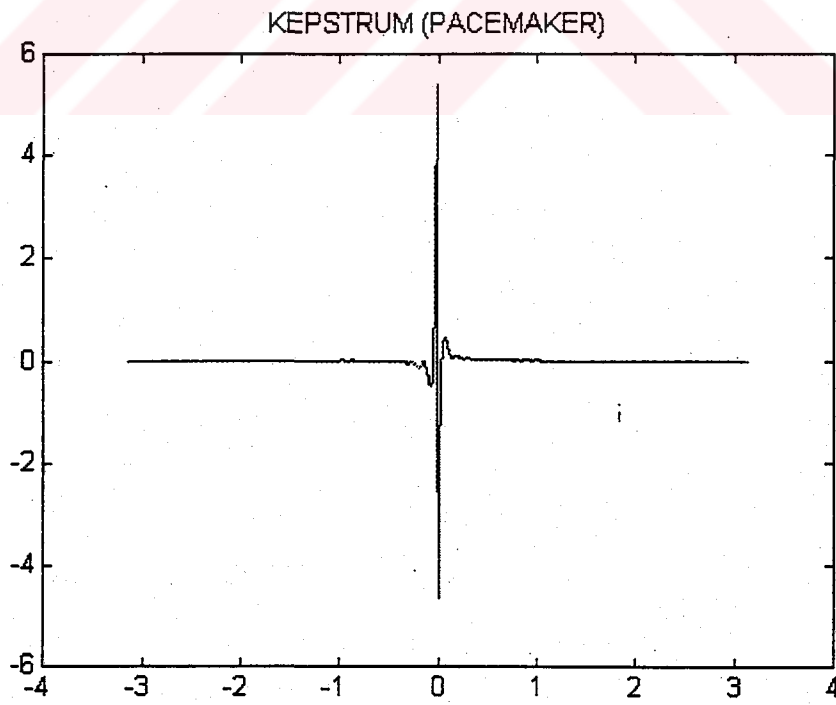
Şekil 4.4



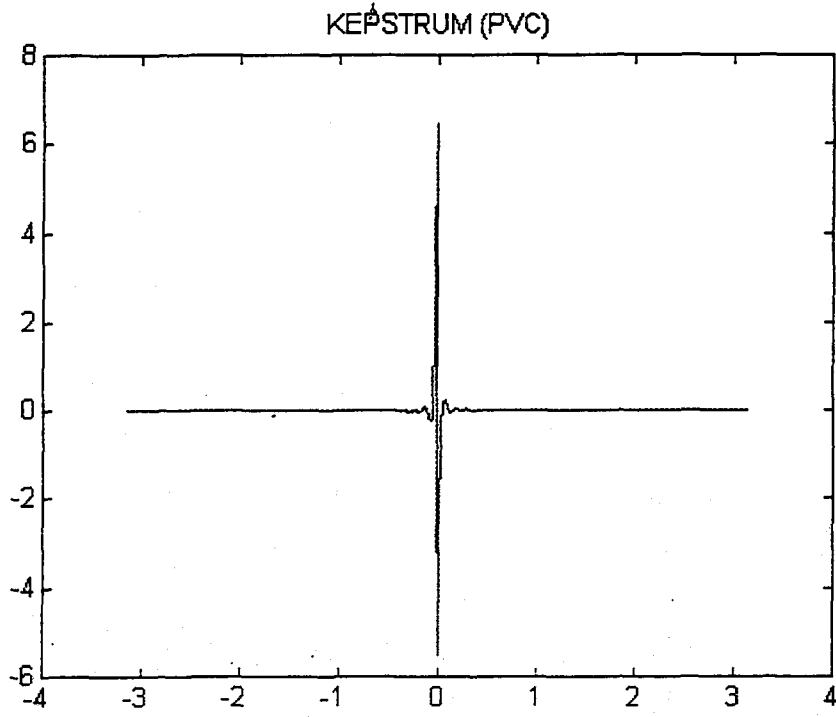
Şekil 4.5



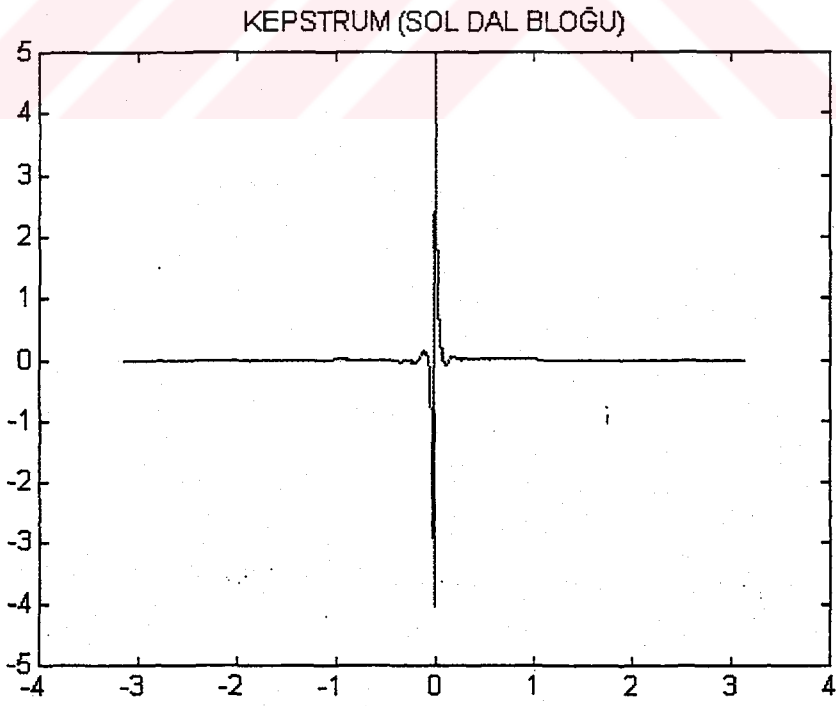
Şekil 4.6



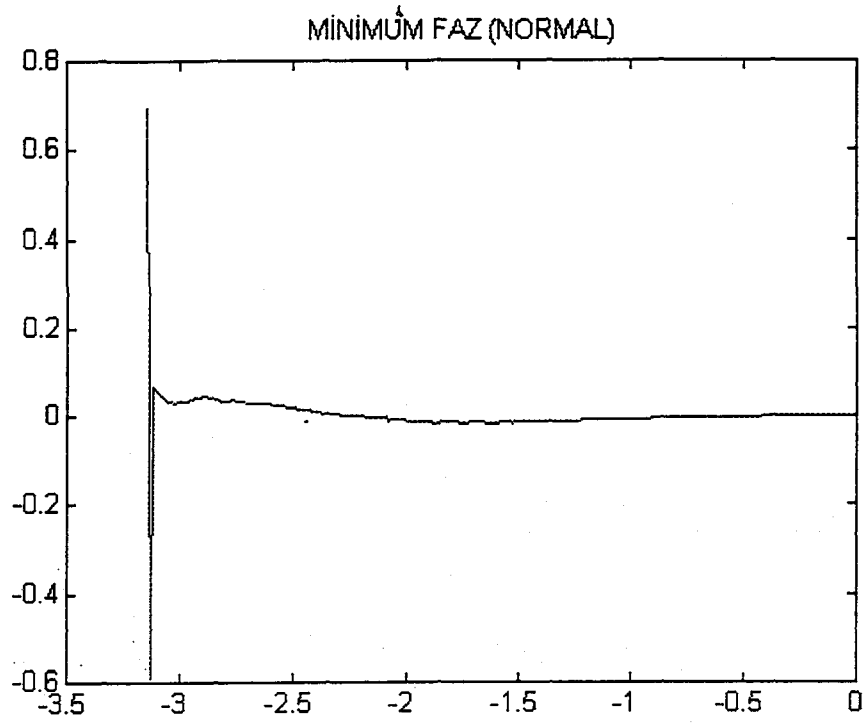
Şekil 4.7



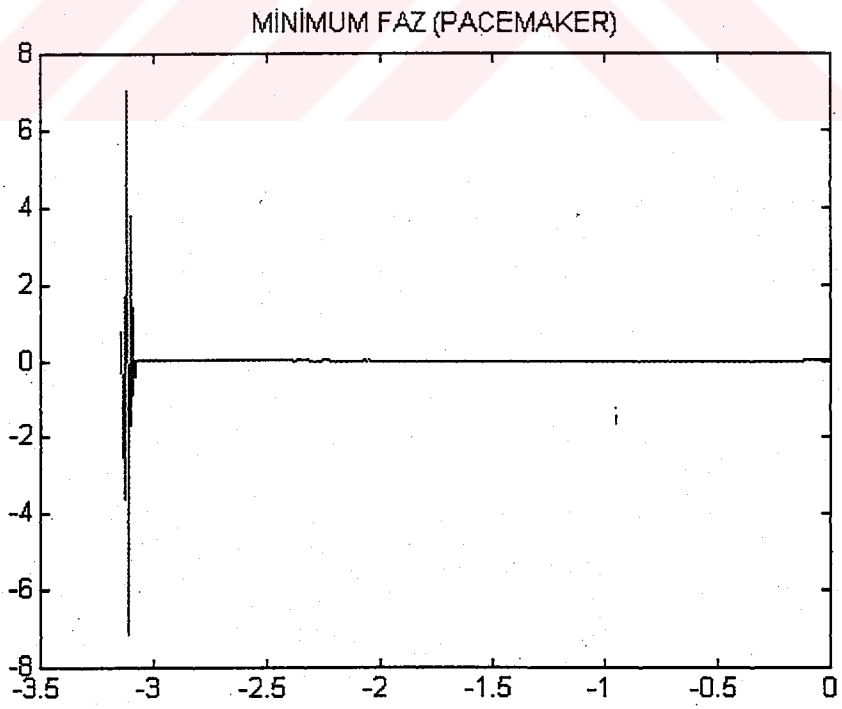
Şekil 4.8



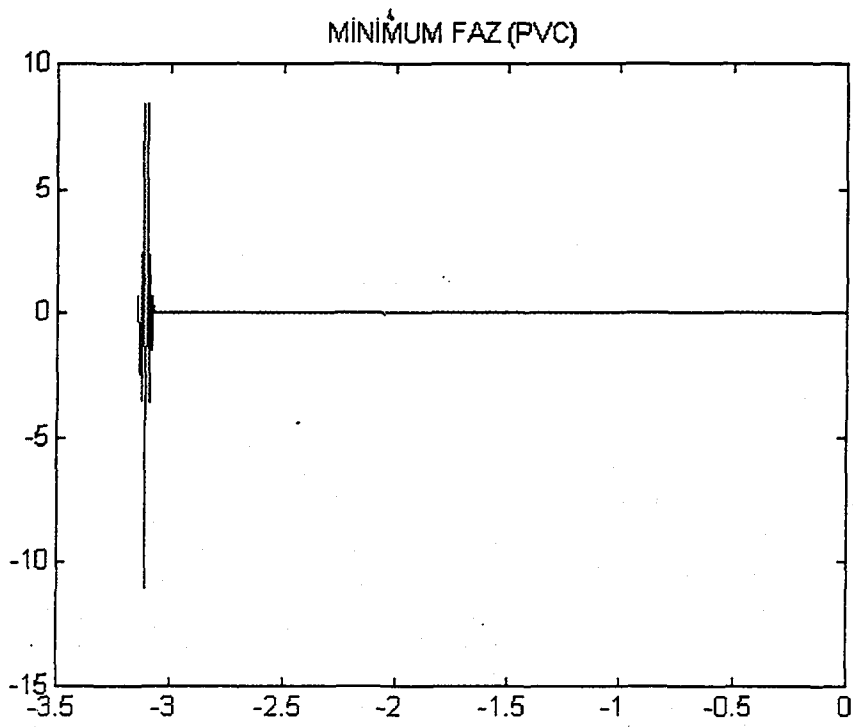
Şekil 4.9



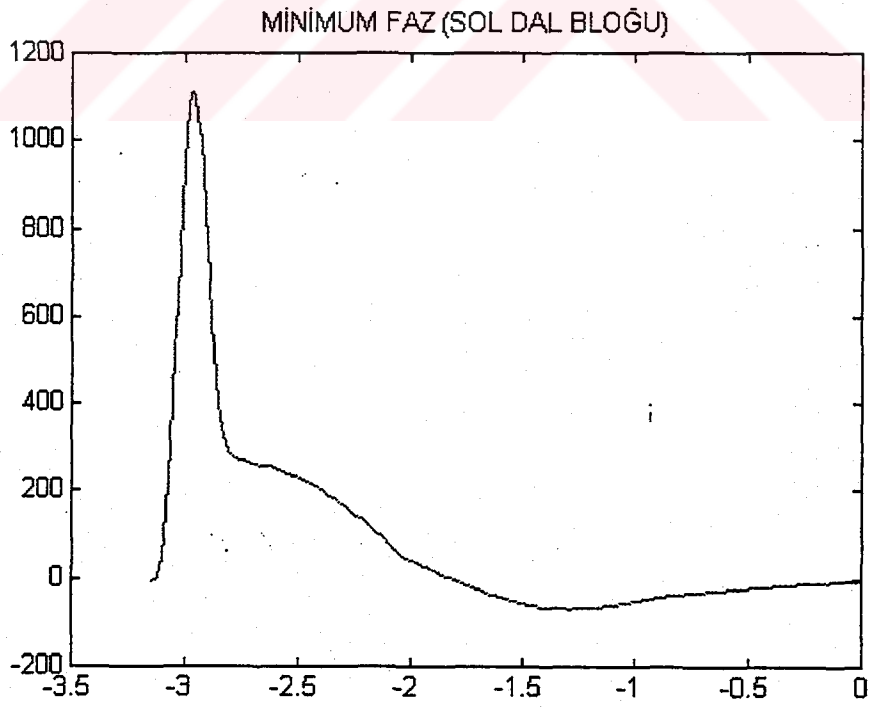
Şekil 4.10



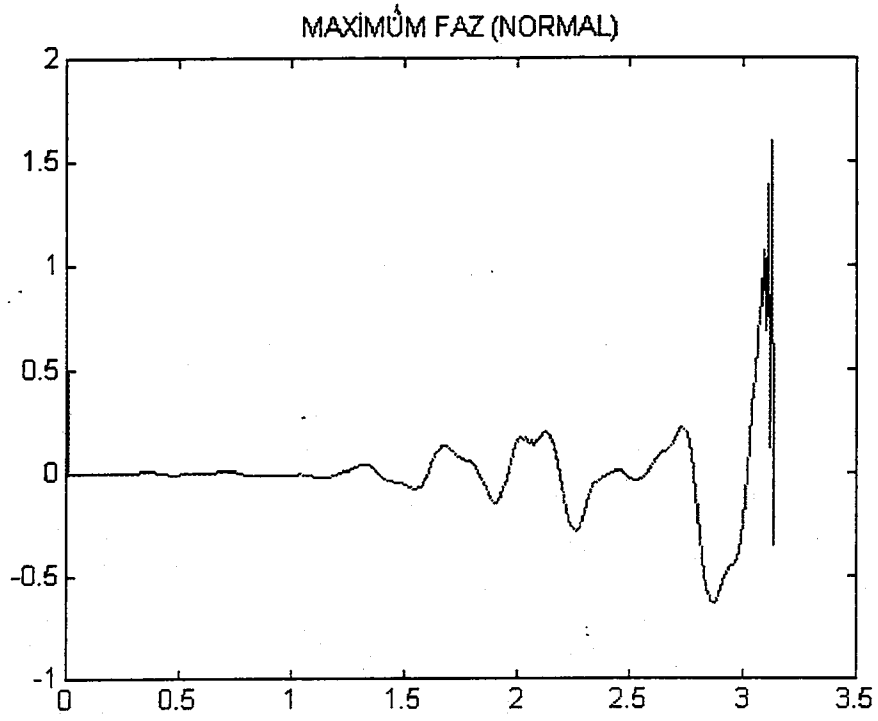
Şekil 4.11



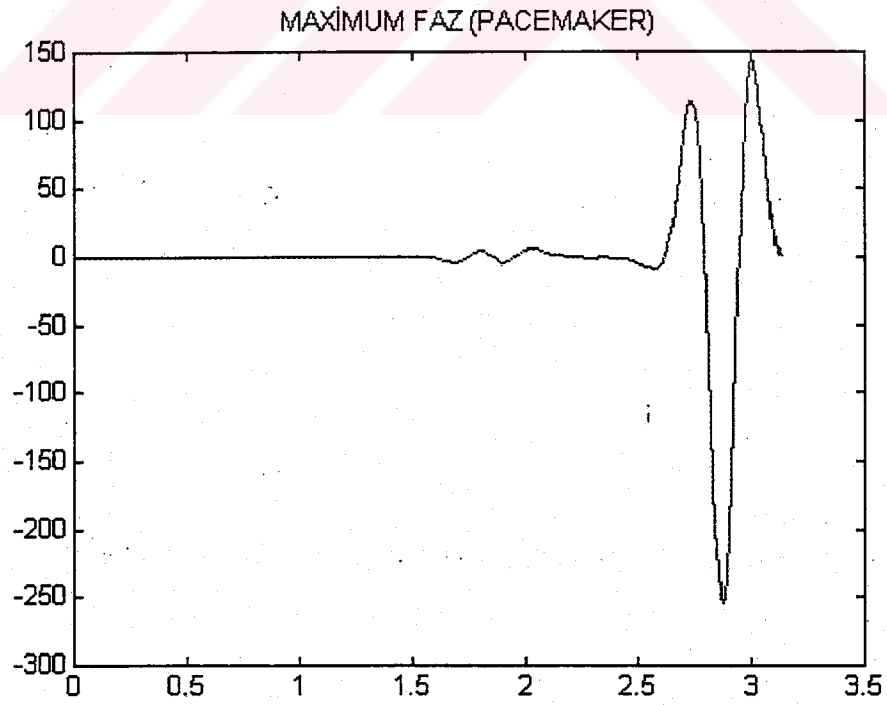
Şekil 4.12



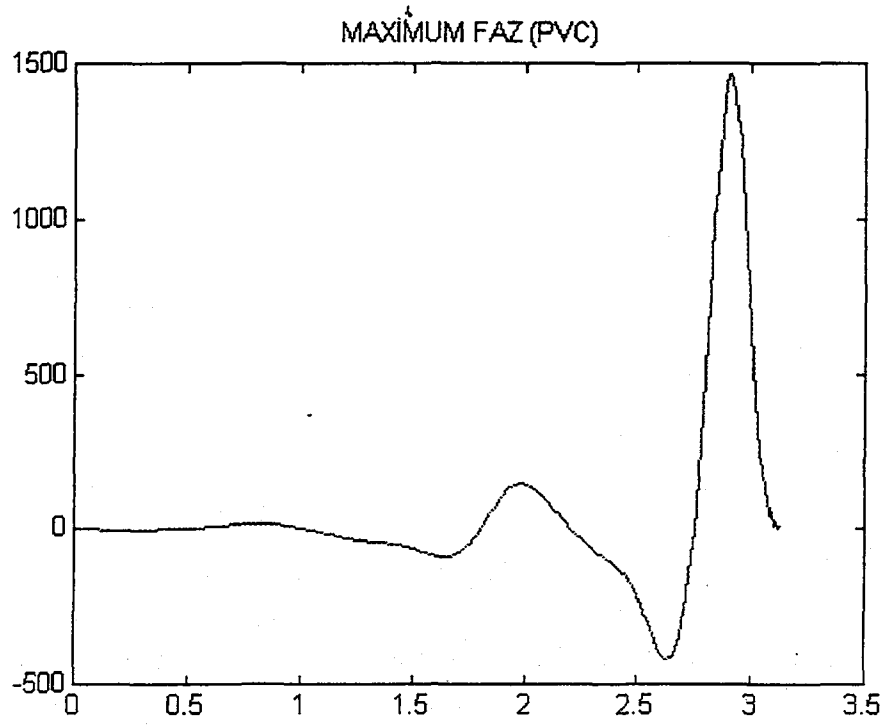
Şekil 4.13



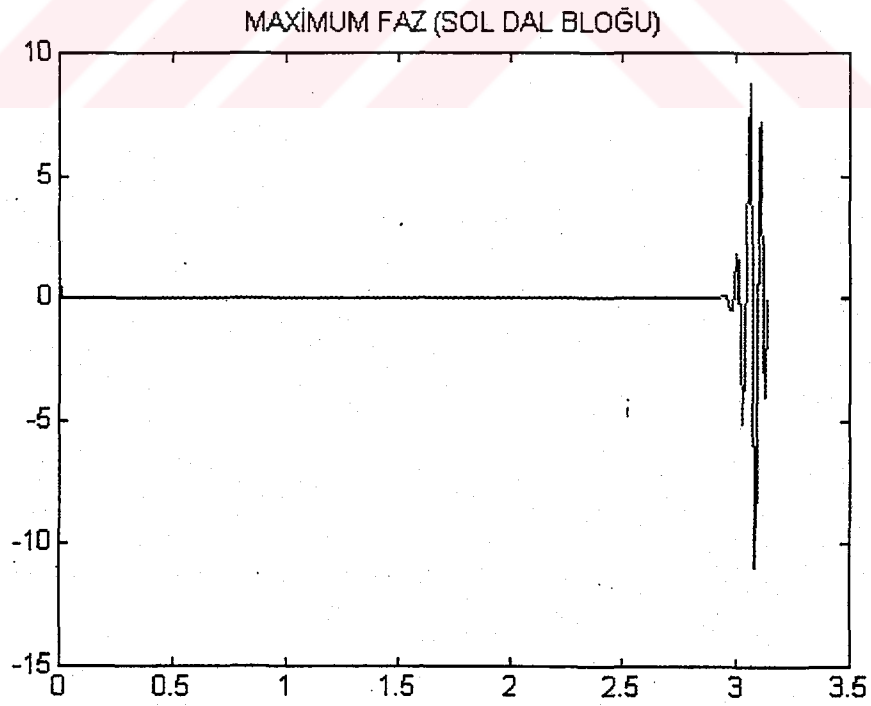
Şekil 4.14



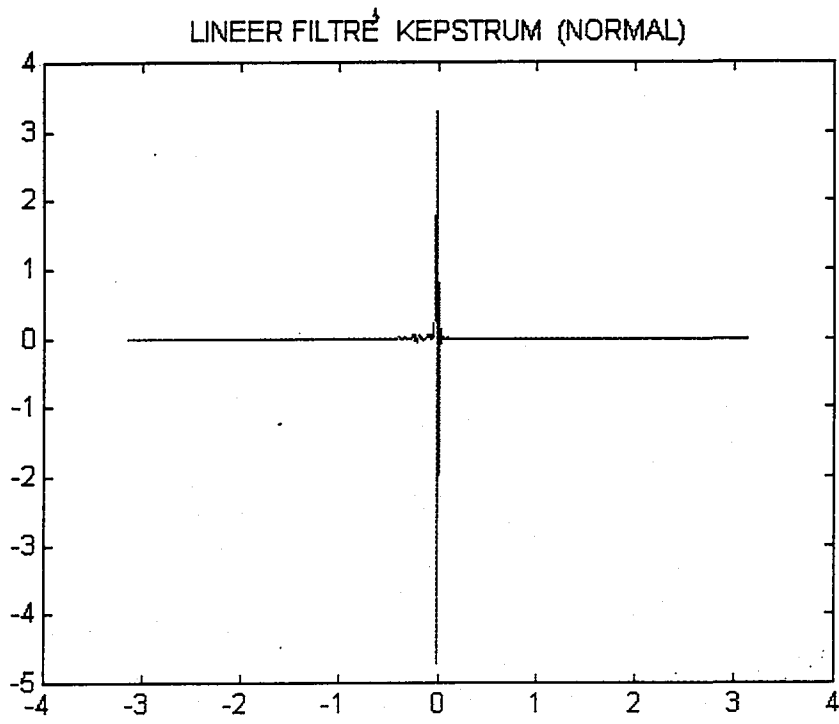
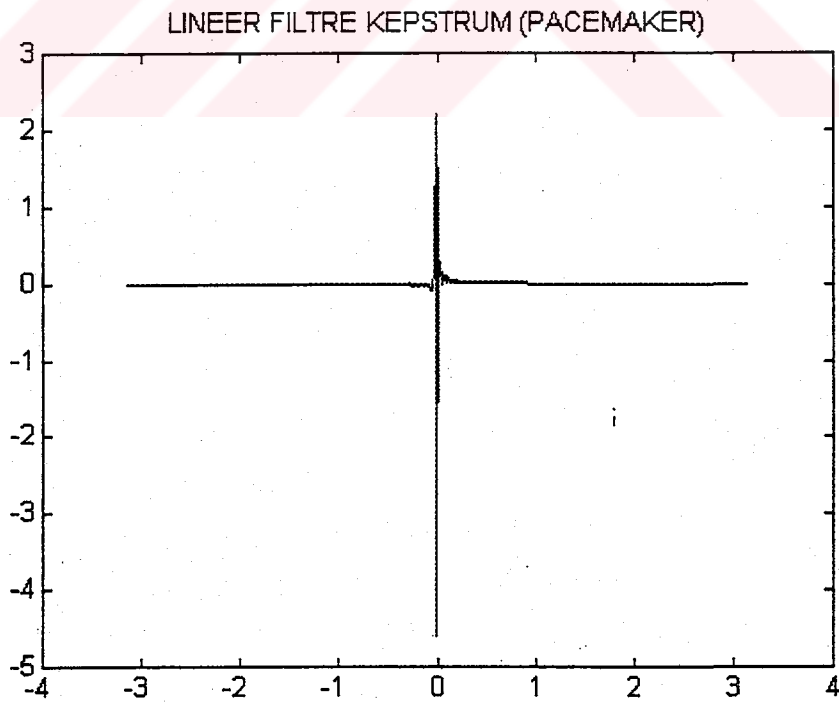
Şekil 4.15

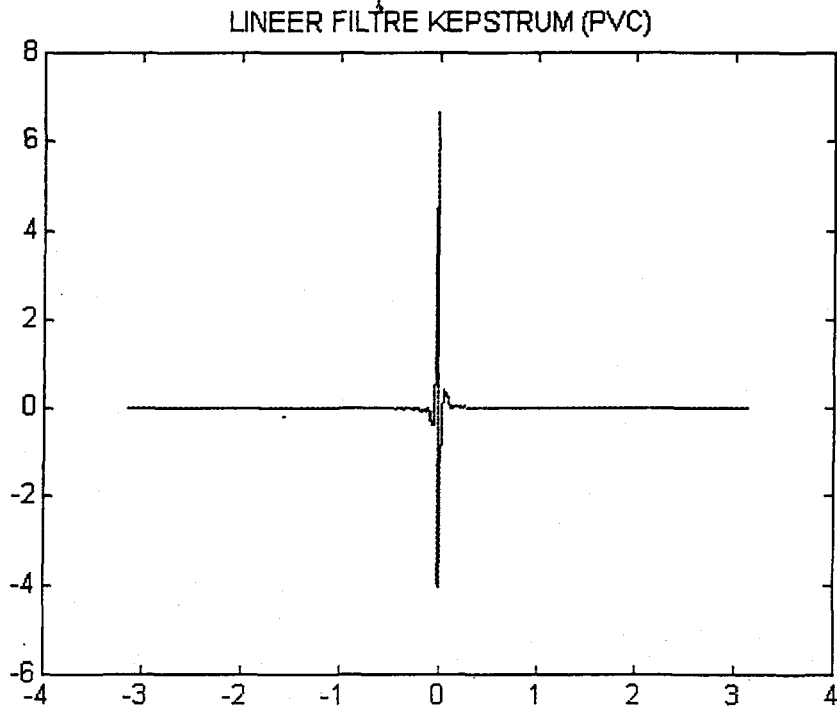


Şekil 4.16

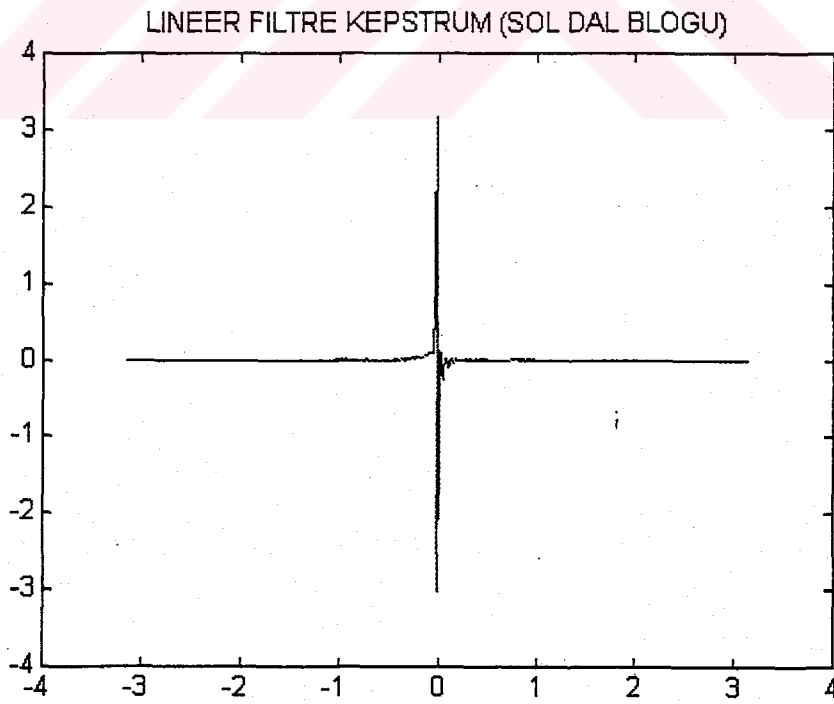


Şekil 4.17

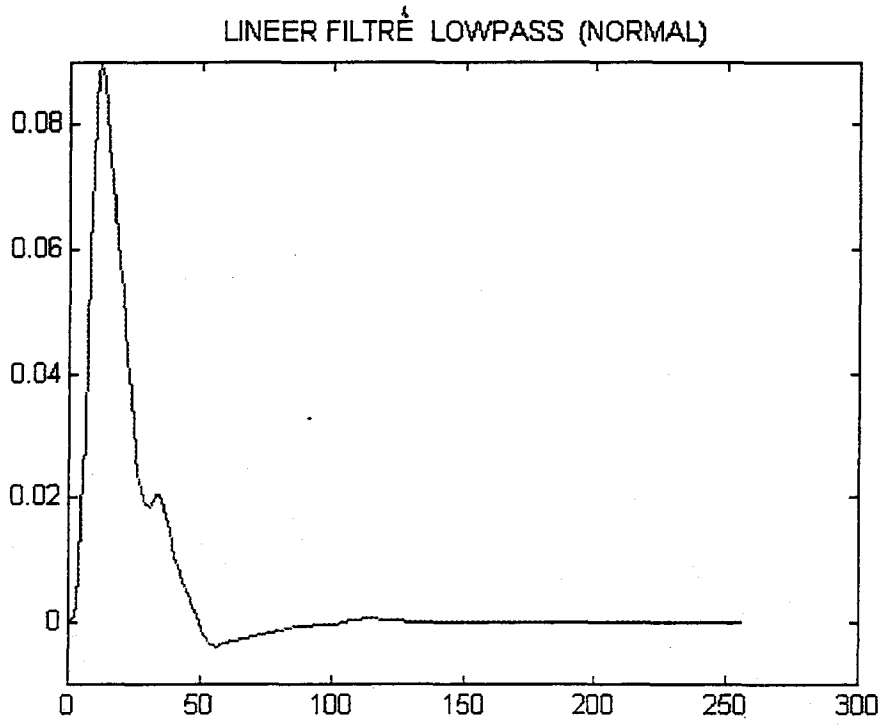
Şekil 4.18 $\alpha = 0.94$ Şekil 4.19 $\alpha = 0.95$



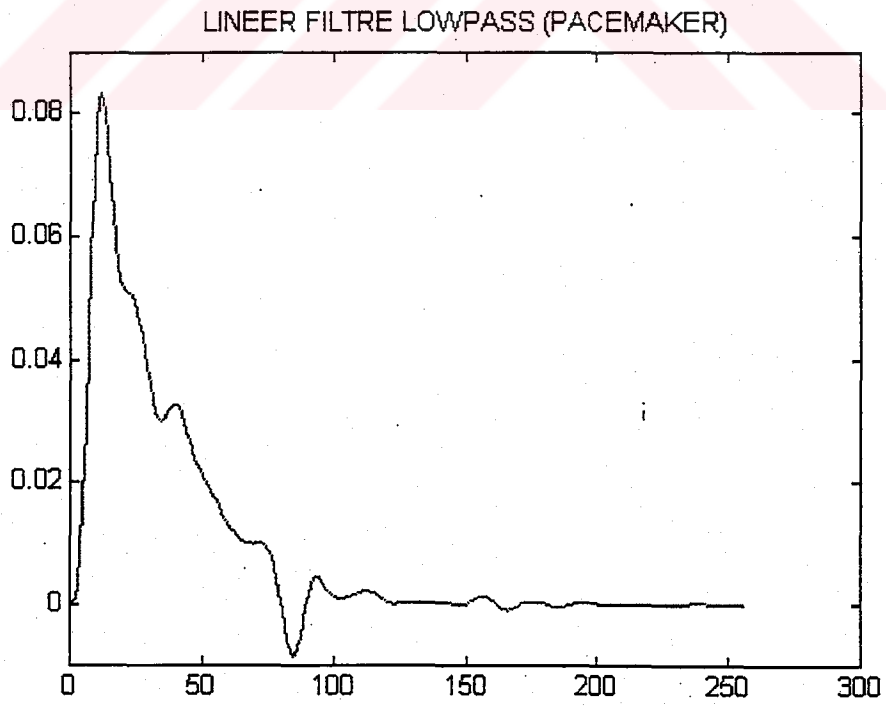
Şekil 4.20 $\alpha = 0.97$



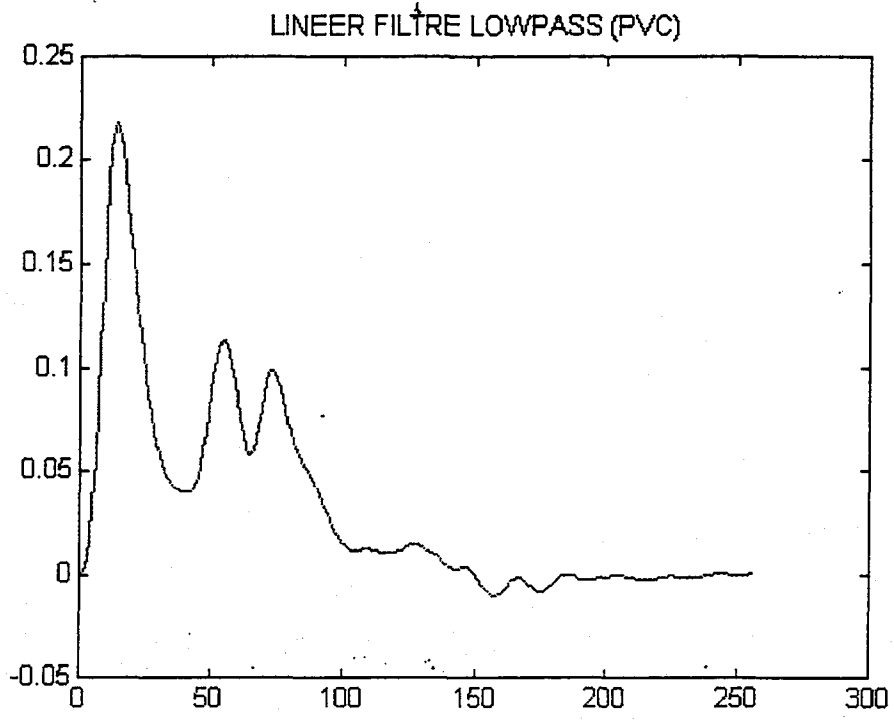
Şekil 4.21 $\alpha = 0.98$



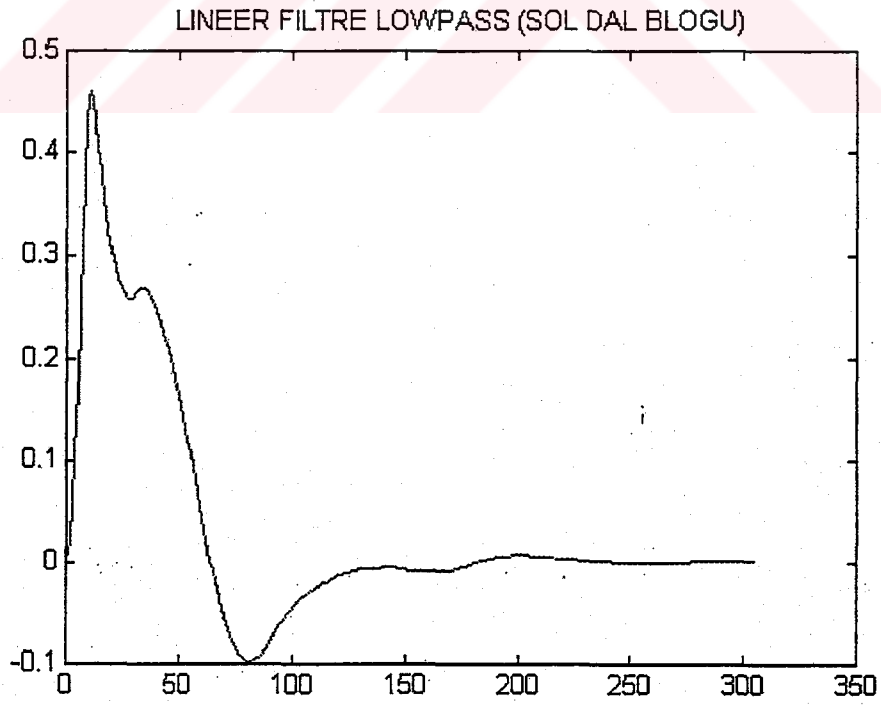
Şekil 4.22



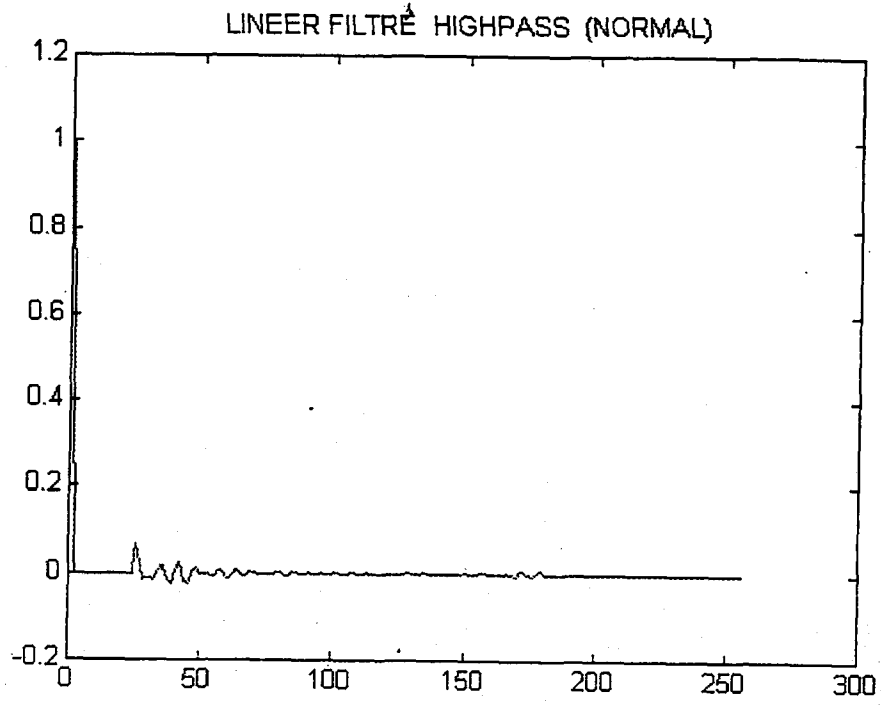
Şekil 4.23



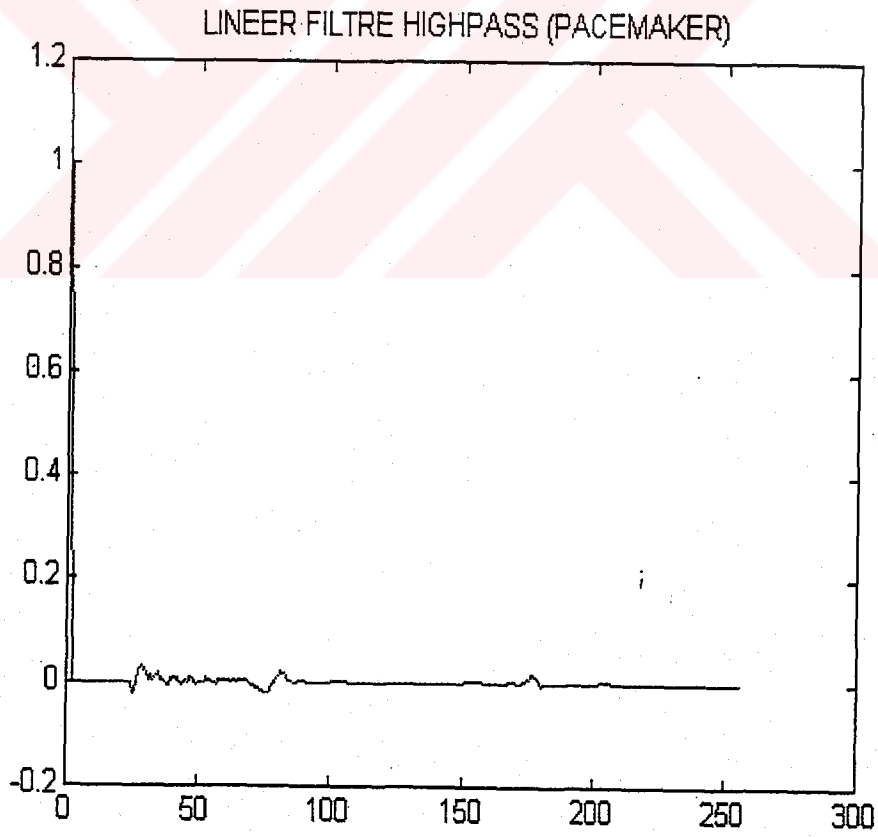
Şekil 4.24



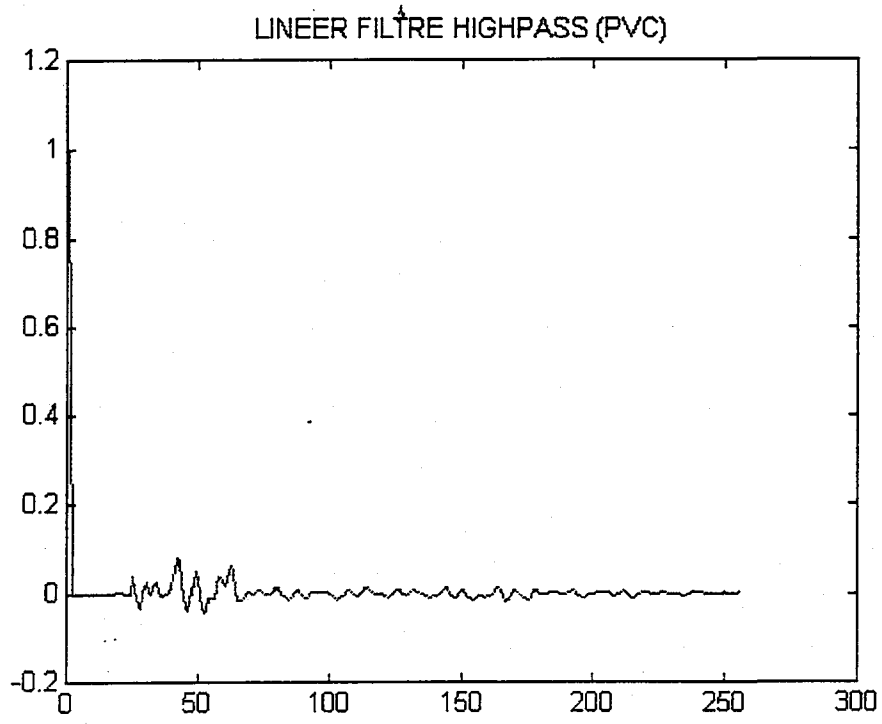
Şekil 4.25



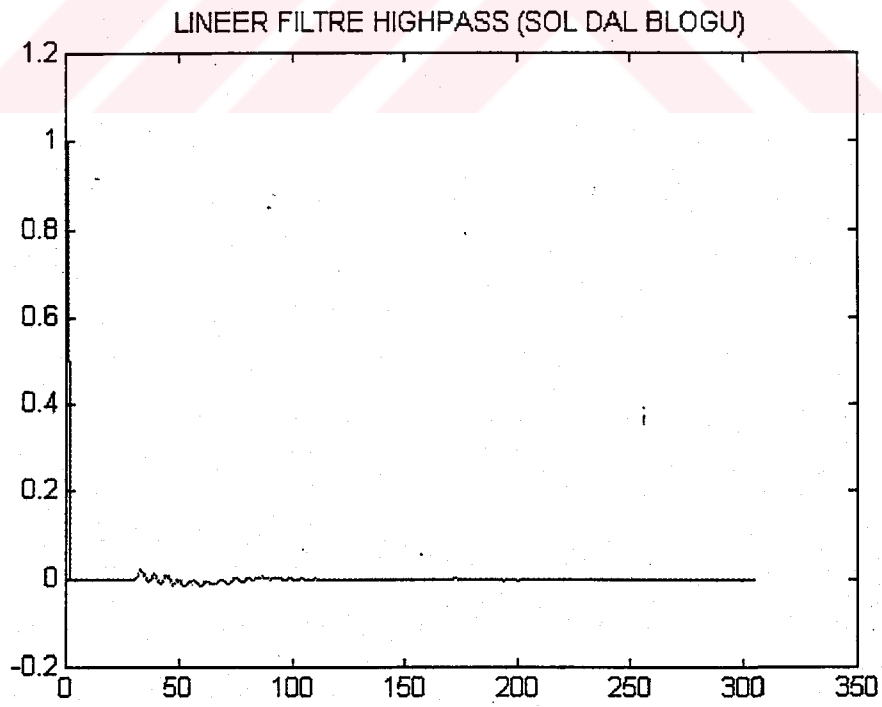
Şekil 4.26



Şekil 4.27



Şekil 4.28



Şekil 4.29

4.4. NETİCELER

Burada, normal, Sol Dal Blogu, pacemaker ve ön karıncık kasılmalı EKG işaretlerinin homomorfik analizi ve modellenmesi incelenmiştir. EKG işaretleri, homomorfik filtreleme yoluyla minimum ve maksimum faz bileşenlerine ayrılmıştır. Teşhis için özellik ayırımının, işaret bileşenlerinin hem zaman ve hem de spektral domenlerinde alışlagelmiş metodlardan daha etkili olabileceği bulunmuştur.

Genelde, EKG işaretleri, geniş bir lineer faz bileşeni ile karışık fazlı görünür. Exponansiyel olarak ağırlıklandırılmış EKG işaretlerinin kompleks cepstrum'ları temel dalga şekillerinin ve uyarı fonksiyonlarının bulunabilmesi için lineer olarak filtrelenmiştir. Normal EKG işaretinin temel dalga şeklinin, kardiyak kas fiberlerindeki aksiyon potansiyeli sıçramasına yakın bir şekilde benzediği ve uyarı fonksiyonunun, kardiyak çevrimi süresince kalp kaslarında bulunan uyarı yapısına aykırı olmadığı bulunmuştur.

KAYNAKLAR

- [1] YAZGAN, E., Tıp Elektronigine Giriş, Ders Notları, İTÜ. Elektrik-Elektronik Fakültesi, 1994.
- [2] KORÜREK, M., Fizyoloji, Ders Notları, İTÜ. Elektrik-Elektronik Fakültesi, 1988.
- [3] COHEN, A., Biomedical Signal Processing, CRC Press, Vol.1, pp.76-80,1986
- [4] CHILDERS, D.G. et.al., The cepstrum: A guide to processing., Proc. IEEE, Vol. 65, pp. 1428-1430, 1977.
- [5] OPPENHEIM, A. V. et.al., Signal analysis by homomorphic prediction, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., Vol. 24.,pp. 327-330, 1976.
- [6] OPPENHEIM, A. V., SCHAFER, R. W., Digital Signal Processing, Prentice Hall, pp. 480-531, 1975.
- [7] AKAY, M., Biomedical Signal Processing, Academic Press, pp.113-136,1994.

ÖZGEÇMİŞ

Hüseyin HIZ, 1968 yılında Aydında doğdu. İstanbulda Maçka Teknik Lisesi Elektrik Bölümünü bitirdikten sonra İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi Elektrik Bölümünde Lisans eğitimi gördü. Yüksek lisans eğitimini İ.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik ve Haberleşme Anabilim dalı Biyomedikal programında yapmaktadır.

