

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DİK ÜÇGEN KESİTLİ KANALLARDA DOĞAL  
TAŞINIMIN SAYISAL İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Mak. Müh. Ercan ASMAZ**

**Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**

**Programı : ISI-AKIŞKAN**

**HAZİRAN 2006**

**DİK ÜÇGEN KESİTLİ KANALLARDA DOĞAL  
TAŞINIMIN SAYISAL İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Mak. Müh. Ercan ASMAZ  
503021102**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 8 Mayıs 2006  
Tezin Savunulduğu Tarih : 12 Haziran 2006**

**Tez Danışmanı : Doç.Dr. E. Fuad KENT  
Diğer Jüri Üyeleri Y.Doç.Dr. Necmi KAPTAN (İTÜ)  
Y.Doç.Dr. Zehra YUMURTACU (YTÜ)**

**HAZİRAN 2006**

## ÖNSÖZ

Doğal taşınım konusunda bugüne kadar yapılan araştırmalarda dik üçgen geometriye sahip kesitler çok fazla incelenmemiştir. Bu çalışmada, binaların çatı katlarının ısınması, elektronik ekipmanların soğutulması ve güneş enerjisi sistemleri gibi uygulamalarda yer alan dik üçgen kesitli kanallarda doğal taşınım olayı incelenmiştir.

Çalışmam süresince benden desteğini ve hoşgörüsünü esirgemeyen, çalışmamın her aşamasında beni yönlendiren Sayın Doç.Dr. E. Fuad KENT'e, bana her koşulda destek veren Erta Elektromekanik İmalat Sanayi ve Tic. Ltd. Şti.'ne ve aileme teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2006

Ercan ASMAZ

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                                             |             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>ÖNSÖZ</b>                                                                                                | <b>ii</b>   |
| <b>TABLO LİSTESİ</b>                                                                                        | <b>v</b>    |
| <b>ŞEKİL LİSTESİ</b>                                                                                        | <b>vi</b>   |
| <b>SEMBOL LİSTESİ</b>                                                                                       | <b>ix</b>   |
| <b>ÖZET</b>                                                                                                 | <b>xiii</b> |
| <b>SUMMARY</b>                                                                                              | <b>xiv</b>  |
| <br>                                                                                                        |             |
| <b>1. GİRİŞ</b>                                                                                             | <b>1</b>    |
| 1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı                                                                              | 1           |
| 1.2. Kaynak Taraması                                                                                        | 1           |
| <br>                                                                                                        |             |
| <b>2. MATEMATİKSEL MODEL</b>                                                                                | <b>7</b>    |
| <br>                                                                                                        |             |
| <b>3. FİZİKSEL MODEL</b>                                                                                    | <b>10</b>   |
| <br>                                                                                                        |             |
| <b>4. SAYISAL MODEL</b>                                                                                     | <b>13</b>   |
| 4.1. Sonlu Hacimler Yöntemi                                                                                 | 15          |
| 4.2. Akış Yönü Farklar Yöntemi                                                                              | 17          |
| 4.3. SIMPLE Algoritması                                                                                     | 18          |
| <br>                                                                                                        |             |
| <b>5. SAYISAL SONUÇLAR VE GRAFİKLER</b>                                                                     | <b>22</b>   |
| 5.1. Çözüm Yönteminin Doğrulanması                                                                          | 24          |
| 5.2. Durumların İncelenmesi                                                                                 | 25          |
| 5.2.1. Durum-1 (Dik Üçgen, H: Sıcak, A: Adyabatik, D: Soğuk, YGO:1)                                         | 25          |
| 5.2.2. Durum-2 (Dik Üçgen, H:Soğuk, A:Adyabatik, D:Sıcak, YGO:1)                                            | 28          |
| 5.2.3. Durum-3 (Dik Üçgen, H:Adyabatik, A:Sıcak, D:Soğuk, YGO:1)                                            | 30          |
| 5.2.4. Durum-4 (Dik Üçgen, H:Adyabatik, A:Soğuk, D:Sıcak, YGO:1)                                            | 32          |
| 5.2.5. Durum-5 (Dik Üçgen, H:Sıcak, A:Soğuk, D:Adyabatik)                                                   | 34          |
| 5.2.5.1. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 1)                                                                        | 34          |
| 5.2.5.2. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 2)                                                                        | 37          |
| 5.2.5.3. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 4)                                                                        | 39          |
| 5.2.5.4. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 0.5)                                                                      | 40          |
| 5.2.5.5. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 0.25)                                                                     | 42          |
| 5.2.5.6. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 0.1)                                                                      | 43          |
| 5.2.5.7. Durum-5 Sınır Koşullarında Ortalama Nusselt Sayısının<br>Yükseklik Genişlik Oranına Bağlı Değişimi | 44          |
| 5.2.6. Durum-6 (Dik Üçgen, H:Sıcak, A:Soğuk, D:Adyabatik)                                                   | 45          |
| 5.2.6.1. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 1)                                                                        | 46          |



|                                                                                                             |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 5.2.6.2. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 2)                                                                        | 49        |
| 5.2.6.3. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 4)                                                                        | 50        |
| 5.2.6.4. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 0.5)                                                                      | 52        |
| 5.2.6.5. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 0.25)                                                                     | 54        |
| 5.2.6.6. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 0.1)                                                                      | 55        |
| 5.2.6.7. Durum-6 Sınır Koşullarında Ortalama Nusselt Sayısının<br>Yükseklik Genişlik Oranına Bağlı Değişimi | 57        |
| 5.2.7. Durum-7 (Dik Üçgen, H: Soğuk, A: Sıcak, D: Sıcak, YGO: 1)                                            | 58        |
| 5.2.8. Durum-8 (Çeyrek Daire, Y: Soğuk, A: Adyabatik, D: Sıcak, YGO: 1)                                     | 60        |
| 5.2.9. Durum-9 (Çeyrek Daire, Y: Sıcak, A: Soğuk, D: Adyabatik, YGO: 1)                                     | 62        |
| 5.2.10. Durum-10 (Dik Yamuk, Sol: Sıcak, Üst: Adyabatik, Sağ: Soğuk,<br>Alt: Adyabatik, Aç: 60°, YGO: 1)    | 63        |
| <b>6. AĞDAN BAĞIMSIZLIK</b>                                                                                 | <b>66</b> |
| <b>7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA</b>                                                                              | <b>68</b> |
| <b>KAYNAKLAR</b>                                                                                            | <b>71</b> |
| <b>ÖZGEÇMİŞ</b>                                                                                             | <b>73</b> |

## TABLO LİSTESİ

|                                                                                                                                                                                                                                             | <b><u>Sayfa No</u></b> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>Tablo 1.1.</b> Çeşitli Geometrilere Doğal Taşınımı İnceleyen Çalışmalar.....                                                                                                                                                             | 6                      |
| <b>Tablo 3.1.</b> Doğal Taşınımı İncelenen Çeşitli Durumların Isıl Koşul ve Geometrilere.....                                                                                                                                               | 11                     |
| <b>Tablo 5.1.</b> İncelenen Durumlarda Çözümün Yakınsaması İçin Yapılan İterasyon Sayıları.....                                                                                                                                             | 23                     |
| <b>Tablo 6.1.</b> Durum-6 Koşulları İçin Hesaplanan, Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısı, Kesit İçindeki Maksimum Akım Fonksiyonu ve Bu Akım Fonksiyonunun X, Y Koordinatlarındaki Yerinin Farklı Ağlarda Karşılaştırılması..... | 66                     |

## ŞEKİL LİSTESİ

|                                                                                                                                                                                 | <u>Sayfa No</u> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>Şekil 4.1</b> : Ayrıklaştırma denklemleri için kontrol hacmi.....                                                                                                            | 14              |
| <b>Şekil 4.2</b> : Düzgün dağılımlı bir ağ yapısı.....                                                                                                                          | 16              |
| <b>Şekil 4.3</b> : Akış Yönü Farklar Yöntemi.....                                                                                                                               | 17              |
| <b>Şekil 5.1</b> : Kare Kesitte, Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4, 10^5$ ve $10^6$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....                                         | 24              |
| <b>Şekil 5.2</b> : Kare Kesitte, Sırasıyla $Ra=10^5$ ve $10^6$ Değerleri İçin Völker ve diğ [13] Tarafından Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri...                         | 24              |
| <b>Şekil 5.3</b> : Durum-1 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....              | 26              |
| <b>Şekil 5.4</b> : Durum-1 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi.....                                   | 27              |
| <b>Şekil 5.5</b> : Durum-2 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....              | 28              |
| <b>Şekil 5.6</b> : Durum-2 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi.....                                   | 29              |
| <b>Şekil 5.7</b> : Durum-3 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....              | 30              |
| <b>Şekil 5.8</b> : Durum-3 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi.....                                   | 31              |
| <b>Şekil 5.9</b> : Durum-4 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....              | 32              |
| <b>Şekil 5.10</b> : Durum-4 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi.....                                  | 33              |
| <b>Şekil 5.11</b> : Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri..... | 34              |
| <b>Şekil 5.12</b> : Durum-5 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi (YGO=1) .....                         | 35              |
| <b>Şekil 5.13</b> : Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 2 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri..... | 37              |
| <b>Şekil 5.14</b> : Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 4 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri..... | 39              |

|                   |                                                                                                                                                                    |    |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Şekil 5.15</b> | : Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.5 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....    | 40 |
| <b>Şekil 5.16</b> | : Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.25 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....   | 42 |
| <b>Şekil 5.17</b> | : Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....    | 43 |
| <b>Şekil 5.18</b> | : Durum-5 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitlerde Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının Yükseklik Genişlik Oranına Bağlı Değişimi.....               | 44 |
| <b>Şekil 5.19</b> | : Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....      | 46 |
| <b>Şekil 5.20</b> | : Durum-6 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi (YGO=1).....                               | 47 |
| <b>Şekil 5.21</b> | : Durum-3 ve Durum-6 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayılarının Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimlerinin Karşılaştırılması.....   | 48 |
| <b>Şekil 5.22</b> | : Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 2 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....      | 49 |
| <b>Şekil 5.23</b> | : Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 4 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....      | 51 |
| <b>Şekil 5.24</b> | : Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.5 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....    | 52 |
| <b>Şekil 5.25</b> | : Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.25 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....   | 54 |
| <b>Şekil 5.26</b> | : Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....    | 56 |
| <b>Şekil 5.27</b> | : Durum-6 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitlerde Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının Yükseklik Genişlik Oranına Bağlı Değişimi.....               | 57 |
| <b>Şekil 5.28</b> | : Durum-7 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi (YGO=1).....                               | 58 |
| <b>Şekil 5.29</b> | : Durum-7 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi.....                                       | 59 |
| <b>Şekil 5.30</b> | : Durum-8 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.1 Olan Çeyrek Daire Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri..... | 60 |
| <b>Şekil 5.31</b> | : Durum-8 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi.....                                       | 61 |

|                   |                                                                                                                                                                    |    |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Şekil 5.32</b> | : Durum-9 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.1 Olan Çeyrek Daire Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri..... | 62 |
| <b>Şekil 5.33</b> | : Durum-10 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.1 Olan Dik Yamuk Kesitte Sırasıyla $Ra=10^3, 10^4$ ve $10^5$ Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri.....   | 64 |
| <b>Şekil 5.34</b> | : Durum-10 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi.....                                      | 65 |
| <b>Şekil 6.1</b>  | : Çalışmada kullanılan 60x60'lık ağ.....                                                                                                                           | 67 |

## SEMBOL LİSTESİ

|           |                                                                    |
|-----------|--------------------------------------------------------------------|
| $a$       | : Ayrıklaştırılmış korunum denklemlerinde değişkenlerin katsayısı  |
| $a_B$     | : Batı tarafı kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı           |
| $a_D$     | : Doğu tarafı kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı           |
| $a_G$     | : Güney tarafı kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı          |
| $a_K$     | : Kuzey tarafı kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı          |
| $a_M$     | : Merkez kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı                |
| $A$       | : Alan ( $m^2$ )                                                   |
| $A_u$     | : Yatay hız kontrol hacminin alanı ( $m^2$ )                       |
| $A_v$     | : Dikey hız kontrol hacminin alanı ( $m^2$ )                       |
| $c_p$     | : Özgül ısı ( $J/kg\ K$ )                                          |
| $d_B$     | : Batı tarafı kontrol hacmi katsayısı alan oranı ( $m^3/Ns$ )      |
| $d_D$     | : Doğu tarafı kontrol hacmi katsayısı alan oranı ( $m^3/Ns$ )      |
| $d_G$     | : Güney tarafı kontrol hacmi katsayısı alan oranı ( $m^3/Ns$ )     |
| $d_K$     | : Kuzey tarafı kontrol hacmi katsayısı alan oranı ( $m^3/Ns$ )     |
| $\bar{g}$ | : Yer çekimi ivmesi ( $m/s^2$ )                                    |
| $Gr$      | : Grashof sayısı                                                   |
| $h$       | : Kesit yüksekliği ( $m$ )                                         |
| $k$       | : Akışkanın ısıl iletim katsayısı ( $W/mK$ )                       |
| $p$       | : Basınç ( $N/m^2$ )                                               |
| $p_B$     | : Batı tarafı kontrol hacmi basıncı ( $N/m^2$ )                    |
| $p_D$     | : Doğu tarafı kontrol hacmi basıncı ( $N/m^2$ )                    |
| $p_G$     | : Güney tarafı kontrol hacmi basıncı ( $N/m^2$ )                   |
| $p_K$     | : Kuzey tarafı kontrol hacmi basıncı ( $N/m^2$ )                   |
| $p_M$     | : Merkez kontrol hacmi basıncı ( $N/m^2$ )                         |
| $p^*$     | : Başlangıç tahmini basıncı ( $N/m^2$ )                            |
| $p_B^*$   | : Batı tarafı kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini ( $N/m^2$ )  |
| $p_D^*$   | : Doğu tarafı kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini ( $N/m^2$ )  |
| $p_G^*$   | : Güney tarafı kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini ( $N/m^2$ ) |
| $p_K^*$   | : Kuzey tarafı kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini ( $N/m^2$ ) |
| $p_M^*$   | : Merkez kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini ( $N/m^2$ )       |
| $p'$      | : Basınç düzeltmesi ( $N/m^2$ )                                    |
| $p'_G$    | : Güney tarafı kontrol hacmi basınç düzeltmesi ( $N/m^2$ )         |
| $p'_D$    | : Doğu tarafı kontrol hacmi basınç düzeltmesi ( $N/m^2$ )          |
| $p'_K$    | : Kuzey tarafı kontrol hacmi basınç düzeltmesi ( $N/m^2$ )         |

|            |                                                                       |
|------------|-----------------------------------------------------------------------|
| $p'_B$     | : Batı tarafı kontrol hacmi basınç düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )     |
| $p'_M$     | : Merkez kontrol hacmi basınç düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )          |
| $p^{yeni}$ | : Yeni basınç değeri (N/m <sup>2</sup> )                              |
| $P$        | : Boyutsuz basınç değeri                                              |
| $P_M$      | : Merkezdeki boyutsuz basınç değeri                                   |
| $Pr$       | : Prandtl sayısı                                                      |
| $Ra$       | : Rayleigh sayısı                                                     |
| $Ra_h$     | : Karakteristik uzunluğun yükseklik olduğu Rayleigh sayısı            |
| $T$        | : Sıcaklık (K)                                                        |
| $T_a$      | : Ortam sıcaklığı (K)                                                 |
| $u$        | : Yatay hız (m/s)                                                     |
| $u_B$      | : Batı tarafı kontrol hacmi yatay hızı (m/s)                          |
| $u_D$      | : Doğu tarafı kontrol hacmi yatay hızı (m/s)                          |
| $u_G$      | : Güney tarafı kontrol hacmi yatay hızı (m/s)                         |
| $u_K$      | : Kuzey tarafı kontrol hacmi yatay hızı (m/s)                         |
| $u_M$      | : Merkez hacimdeki yatay hız (m/s)                                    |
| $u^{eski}$ | : Eski yatay hız değeri (m <sup>2</sup> )                             |
| $u^{yeni}$ | : Yeni yatay hız değeri (m <sup>2</sup> )                             |
| $u^*$      | : Yatay hız başlangıç tahmini (m/s)                                   |
| $u^*_B$    | : Batı tarafı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)         |
| $u^*_D$    | : Doğu tarafı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)         |
| $u^*_G$    | : Güney tarafı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)        |
| $u^*_K$    | : Kuzey tarafı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)        |
| $u^*_M$    | : Merkez kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)              |
| $u'$       | : Yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )                            |
| $u'_B$     | : Batı tarafı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )  |
| $u'_D$     | : Doğu tarafı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )  |
| $u'_G$     | : Güney tarafı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> ) |
| $u'_K$     | : Kuzey tarafı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> ) |
| $u'_M$     | : Merkez kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )       |
| $U$        | : Boyutsuz yatay hız                                                  |
| $U_B$      | : Batı yönündeki boyutsuz yatay hız                                   |
| $U_D$      | : Doğu yönündeki boyutsuz yatay hız                                   |
| $U_G$      | : Güney yönündeki boyutsuz yatay hız                                  |
| $U_M$      | : Merkezdeki boyutsuz yatay hız                                       |
| $U_K$      | : Kuzey yönündeki boyutsuz yatay hız                                  |
| $v$        | : Dikey hız (m/s)                                                     |
| $v_B$      | : Batı tarafı kontrol hacmi dikey hızı (m/s)                          |
| $v_D$      | : Doğu tarafı kontrol hacmi dikey hızı (m/s)                          |
| $v_G$      | : Güney tarafı kontrol hacmi dikey hızı (m/s)                         |
| $v_K$      | : Kuzey tarafı kontrol hacmi dikey hızı (m/s)                         |
| $v_M$      | : Merkez kontrol hacimdeki dikey hız (m/s)                            |

|            |                                                                       |
|------------|-----------------------------------------------------------------------|
| $v^{eski}$ | : Eski dikey hız değeri (m/s)                                         |
| $v^{yeni}$ | : Yeni dikey hız değeri (m/s)                                         |
| $v^*$      | : Yatay hız başlangıç tahmini (m/s)                                   |
| $v_B^*$    | : Batı tarafı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)         |
| $v_D^*$    | : Doğu tarafı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)         |
| $v_G^*$    | : Güney tarafı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)        |
| $v_K^*$    | : Kuzey tarafı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)        |
| $v_M^*$    | : Merkez kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)              |
| $v'$       | : Yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )                            |
| $v_B'$     | : Batı tarafı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )  |
| $v_D'$     | : Doğu tarafı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )  |
| $v_G'$     | : Güney tarafı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> ) |
| $v_K'$     | : Kuzey tarafı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> ) |
| $v_M'$     | : Merkez kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m <sup>2</sup> )       |
| $V$        | : Boyutsuz dikey hız                                                  |
| $V_K$      | : Kuzey yönündeki boyutsuz dikey hız                                  |
| $V_G$      | : Güney yönündeki boyutsuz yatay hız                                  |
| $V_D$      | : Doğu yönündeki boyutsuz dikey hız                                   |
| $V_B$      | : Batı yönündeki boyutsuz yatay hız                                   |
| $V_M$      | : Merkezdeki boyutsuz yatay hız                                       |
| $x$        | : Yatay koordinat (m)                                                 |
| $X$        | : Boyutsuz yatay koordinat                                            |
| $y$        | : Dikey koordinat (m)                                                 |
| $Y$        | : Boyutsuz dikey koordinat                                            |
| $YGO$      | : Yükseklik genişlik oranı                                            |
| $\alpha$   | : Düzeltme parametresi                                                |
| $\beta$    | : Isıl genişleme katsayısı (1/K)                                      |
| $\Gamma$   | : Genel difüzyon katsayısı                                            |
| $\theta$   | : Boyutsuz sıcaklık                                                   |
| $\theta_B$ | : Batı tarafı kontrol hacmi boyutsuz sıcaklığı                        |
| $\theta_D$ | : Doğu tarafı kontrol hacmi boyutsuz sıcaklığı                        |
| $\theta_G$ | : Güney tarafı kontrol hacmi boyutsuz sıcaklığı                       |
| $\theta_K$ | : Kuzey tarafı kontrol hacmi boyutsuz sıcaklığı                       |
| $\kappa$   | : Termal Difüzivite (m <sup>2</sup> /s)                               |
| $\eta$     | : Dinamik viskozite (kg/ms)                                           |
| $\rho$     | : Akışkanın yoğunluğu (kg/m <sup>3</sup> )                            |
| $\Phi$     | : Genel bağımlı değişken                                              |
| $\Phi_D$   | : Doğu tarafı kontrol hacmi genel bağımlı değişkeni                   |
| $\Phi_B$   | : Batı tarafı kontrol hacmi genel bağımlı değişkeni                   |
| $\Phi_K$   | : Kuzey tarafı kontrol hacmi genel bağımlı değişkeni                  |
| $\Phi_G$   | : Güney tarafı kontrol hacmi genel bağımlı değişkeni                  |
| $\Phi_M$   | : Merkez kontrol hacmi genel bağımlı değişkeni                        |



$\nu$  : Kinematik viskozite ( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 $\Delta()$  : Gradyan operatörü

## DİK ÜÇGEN KESİTLİ KANALLARDA DOĞAL TAŞINIMIN SAYISAL İNCELENMESİ

### ÖZET

Bu çalışmada, dik üçgen kesitli kanallarda doğal taşınımın sayısal incelemesi yapılmıştır. Literatürde kare ve silindirik kesitli kanallarda birçok çalışma yapılmış olmasına rağmen üçgen kesitlerde doğal taşınım, sınırlı sayıda çalışmanın konusu olmuştur. Dik üçgen geometrisine sahip kanallarda gerçekleşen doğal taşınımın temsil ettiği uygulamalar arasında, binaların çatı katlarının ısınması, elektronik ekipmanların soğutma sistemleri ve güneş enerjisi sistemleri sayılabilir.

Kartezyen koordinatlarda, iki boyutlu, sıkıştırılamaz, daimi Navier Stokes denklemlerinin Sonlu Hacimler yöntemi kullanılarak sayısal çözümü ele alınmıştır. Kullanılan çözüm algoritması öncelikle literatürde birçok çalışmanın bulunduğu kare kesitli bir kanalda uygulanmış, bulunan sonuçlar daha önce aynı sınır koşullarında yapılmış bir başka çalışma ile karşılaştırılarak çözüm yöntemi doğrulanmıştır. Ayrıca, farklı hücre sayılarına sahip ağ sistemlerinde tekrarlanan çözüm yönteminin, ağıdan bağımsızlığı kanıtlanmıştır.

Çeşitli sınır koşullarına sahip dik üçgenlerde yapılan hesaplamalar sonrasında değişik Rayleigh sayılarında oluşan akım ve eş sıcaklık çizgileri çıkartılmıştır. Rayleigh sayısının ve sınır koşullarının doğal taşınımına yaptığı etkilerin araştırıldığı bu bölümlerde, sıcak kenarlar üzerindeki ortalama Nusselt sayıları da hesaplanarak durumlar arası karşılaştırma yapılmıştır.

Bir çatı katı odasının yaz günü soğutma ve kış günü ısıtma koşullarını temsil eden iki ayrı durum için çözümler farklı yükseklik genişlik oranlarında tekrarlanmış ve boyut oranlarının doğal taşınımına etkisi incelenmiştir.

Bu çalışmada, dik üçgenin haricinde bu geometriye çok benzeyen dik yamuk ve çeyrek daire kesitlerinde de incelemeler yapılmış ve şekil değişikliğinin ısı transferi üzerindeki etkileri de araştırılmıştır. Hesaplamalarda bulunan sonuçlar, daha önce benzer kesitlerde ve sınır koşullarında yapılan çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

# **NUMERICAL ANALYSIS OF NATURAL CONVECTION IN RIGHT TRIANGULAR ENCLOSURES**

## **SUMMARY**

In this study, natural convection in right triangular enclosures is numerically analyzed. Although, a great number of works, in which numerical methods were used, are concerned with the investigation of convection in rectangular and cylindrical cavities, natural convection in triangular enclosures have been the subject of a limited number of studies. The triangular cavity problem has been looked into in order to understand heat transfer in attics, electronic equipments and solar energy systems.

The solution of two dimensional, incompressible, steady-state Navier Stokes equations are numerically solved in cartesian coordinates by Finite Volumes Method. In order to verify its reliability, the solution algorithm is applied to a square cavity which has been the subject of many other studies. The results are compared with another square cavity work which has the same boundary conditions and the accuracy of the solution method is confirmed. Also, the solution algorithm is proved to be grid independent by repeating it for different mesh systems with various number of elements.

Streamlines and isotherms are presented for different triangular enclosures with different boundary conditions and Rayleigh numbers. Also, mean Nusselt numbers on hot walls are calculated in order to make comparisons between different cases.

The solutions are repeated for different aspect ratios where boundary conditions represent the summer time cooling and winter time heating of an attic space. So, the effect of aspect ratio on natural convection could be investigated.

In this study, right trapezoidal and quarter circular enclosures which are very similar to right triangles are also examined. Consequently, we had the opportunity to analyze how shape changes affect the heat transfer. The results of the calculations are compared with the corresponding previous studies which use the similar enclosures and boundary conditions.

## 1. GİRİŞ

### 1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı

Bugüne kadar doğal taşınım konusunda yapılan çalışmaların önemli bir çoğunluğunda dikdörtgen veya silindirik geometriye sahip kesitler incelenmiştir. Bunun sebebi, bu kesitlerin uygulamalarda daha çok kullanılmasından ileri gelmektedir. Doğal taşınımın incelendiği binalar, ısı yalıtım sistemleri ve güneş enerjisi uygulamalarında, çoğunlukla karşılaşılan kesitler kare ve benzeri geometrilere sahip olduğundan, bu kesitlerde değişik sınır koşulları ve boyutlarda çok çeşitli çalışmalar literatürde yer almaktadır.

Fakat uygulamalarda karşılaşılan her kesitin düzgün dikdörtgen veya silindirik yapıda olmaması, diğer geometrilere de doğal taşınımın incelenmesini zorunlu kılmıştır. Farklı zamanlarda ve farklı kişiler tarafından bugüne kadar yapılmış çalışmalar mevcut olmasına rağmen dikdörtgen olmayan kesitlerde gerçekleşen doğal taşınım konusu, düzgün kesitlere göre çok daha az miktardadır. Üzerinde çok fazla deneysel ve sayısal inceleme yapılmamış geometrilere biri bu çalışmanın da ana konusu olan dik üçgen kesitlerdir. Bunlara uygulamada verilecek örnekler arasında binaların çatı katlarının ısınması, elektronik ekipmanların soğutma sistemleri ve güneş enerjisi sistemleri sayılabilir. Bu gibi uygulamalarda, çeşitli sınır koşullarına sahip üçgen kesitli kanallarda bulunan havanın doğal taşınımı bu çalışmada incelenmiştir. Doğal taşınımı etkileyen birçok faktör olduğu için değişik sınır koşulları, taban açıları ve boyut oranlarında hesaplamalar tekrarlanarak akışkan hareketinin modellenmesi sayısal olarak yapılmıştır.

## 1.2. Kaynak Taraması

Üçgen kesitlerde doğal taşınımı inceleyen ilk çalışmalardan biri Flack ve diğ. [1] tarafından 1979 yılında yapılmıştır. Sadece deneysel araştırma yapılan bu çalışmadan sonra 1982 yılında Akinsete ve Coleman [2] dik üçgen bir kesitte bulunan havanın iki boyutlu laminar doğal taşınımını sayısal teknikler kullanarak araştırmıştır. Yükseklik genişlik oranının 0.0625 ile 1 arasında ve Grashof sayısının 800 ile 64000 arasında değiştiği durumlar için daimi hal çözümleri çıkartılmıştır. Sonuçlar, alt kenardaki ısı transferinin hipotenüs-alt kenar kesişimine doğru gittikçe arttığını ve bunun sonucunda da alt kenarın bu noktaya en yakın 1/3'lük kısmında oluşan ısı transferinin alt kenarda oluşan ısı transferinin %60'ına denk geldiğini göstermiştir. Yapılan incelemeler iki ana durum için yapılmıştır. Her iki durumda da alt kenar soğuk, dik kenar adyabatik, hipotenüs ise sıcaktır. Fakat ilk durumda hipotenüsün sabit sıcaklıkta olduğu belirtilmesine karşılık, ikinci durumda hipotenüste sabit bir ısı akısı olduğu kabul edilmiştir. Yapılan hesaplamalarda bu iki durumun çoğu durumda birbirleriyle yakın benzerlikler oluşturduğu görülmüştür.

Poulikakos ve Bejan [3] dik üçgen kesitli kanallarda çalışmalar yaparak üst kenarın soğuk ve alt kenarın sıcak olduğu durumlar için incelemeler yapmışlardır. Yükseklik genişlik oranının sıfıra doğru gittiği durumlar üzerinde analiz yapılmış ve Rayleigh 10 ile  $10^5$  arasında değiştirilmiştir. Kesitlerdeki akış ve sıcaklık grafikleri çıkartılmıştır. 41x41 ağ yapısı ile yapılan hesaplamalarda ikinci dereceden hassas sonlu farklar yöntemi kullanılmış ve sonuçta bütün yükseklik genişlik oranlarında tek hücreli akış tespit edilmiştir.

Bazı araştırmacılar üçgen kesitlerde hava yerine suyun doğal taşınımını incelemişlerdir. Lei ve Patterson'un [4] üstten soğutulan bir üçgen kesitte yaptıkları daimi olmayan doğal taşınım araştırması buna bir örnektir. Rayleigh sayısı ile yükseklik genişlik oranı arasında bağlantılar kurulan çalışmada bu iki değer çeşitli oranlarda değiştirilerek ısı transferinin iletim, geçiş ya da taşınım ağırlıklı olduğu durumlar incelenmiştir.

Salmun [5], araştırmasında üçgen kesitlerde tek hücreli daimi haldeki çözümün kararlılığını incelemiştir. Teorik ve sayısal olarak yapılan çalışmada dik üçgen kesidi kullanılmıştır. Üçgenin yükseklik genişlik oranı değiştirilerek çeşitli Rayleigh

sayılarında akış çizgileri çıkartılmış ve tek hücreli yapıdan çok hücreliye geçişteki kritik Rayleigh sayıları belirlenmiştir.

Salmun [6], daha sonraki bir çalışmada dik üçgen geometrilerdeki doğal taşınımı incelerken akışkan olarak hava ve suyu kullanmış, Rayleigh sayısını  $10^2$  ile  $10^5$  aralığında değiştirmiş ve yükseklik genişlik oranı 0.1 ile 10 arasında değişim gösteren durumların sayısal incelemesini yapmıştır.

Lam ve diğ. [7] doğal taşınımı deneysel ve sayısal yöntemlerle dik üçgen, yamuk ve dikdörtgen kesitler üzerinde incelemişlerdir. Tüm durumlarda alt kenarın sıcak, üst kenarın soğuk ve yan kenarların adyabatik olduğu çalışmada ortalama yükseklik genişlik oranı 4'te sabit tutulurken dik olmayan kenarların açıları  $0^\circ$  ile  $25^\circ$  arasında değiştirilerek, dik üçgenden dikdörtgene kadar birçok dik yamuk kesiti üzerinde deneysel ve sayısal incelemeler yapılmıştır. Sayısal hesaplamaların sonunda bulunan sonuçlar deneysel sonuçlarla çok yakın çıkmıştır. Çalışmada kesit farklılıkları nedeniyle oluşan farklı çok hücreli yapılar, yüksek Rayleigh sayılarında karşılaşılan durumlar ve açı değişikliği ile kesitlerin iletim ağırlıklı ve taşınım ağırlıklı bölgelerinin analizi yapılmıştır.

Hasani [8] yaptığı tez çalışmada dik üçgen kesitli kanallarda birleştirilmiş doğal taşınım ve radyasyonu incelemiştir. Yapılan incelemelerde yüksek Rayleigh sayılarının akışı kararsız hale getirdiği ve ısı transferini artırdığı, buna karşılık büyük yükseklik genişlik oranlarının akış kararsızlıklarını azalttığı gözlemlenmiştir. Bu çalışma sırasında, alt kenarın sıcak olduğu durumlarda Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak Benard tipi hücreler [9] oluştuğu ve ortalama Nusselt sayısının arttığı da görülmüştür.

Tabbarok ve Lin [10] çeşitli geometrilerde serbest taşınımın analizini deneysel ve sonlu elemanlar yöntemiyle sayısal olarak yapmıştır. Bu çalışmada kare ve çeyrek daire incelenen geometriler arasında yer almıştır. Farklı Rayleigh sayılarında yapılan analizler sonucunda yapılan değerlendirmeler, bulunan sonuçların önceki araştırmalarla yakınlık içerisinde olduğunu göstermiştir.

Holtzman ve diğ. [11] çeşitli yükseklik genişlik oranlarına sahip ikizkenar üçgenler üzerindeki doğal taşınımı incelemiştir. Sıcak alt ve soğuk üst kenarlara sahip bu üçgen kesitler bir çatı katında geceleri oluşan sınır koşullarını temsil etmektedir. Bu çalışmada 0.2 ile 1.0 arasındaki yükseklik genişlik oranları ve  $10^3$  ile  $10^5$  arasında

değişen Grashof sayılarındaki farklı durumlar için hesaplamalar tekrarlanmıştır. Bulunan belli bir kritik Grashof sayısından sonra ikizkenar üçgende akış çizgilerinin asimetrik olduğu gözlemlenmiştir. Ağdan bağımsızlığın kanıtlanabilmesi için 80, 160, 200 ve 260 bölümlük ağ yapılarıyla hesaplamalar yapılmış ve sonuçta ortalama Nusselt sayısının değişiminin çok küçük olduğu gösterilmiştir.

İkizkenar üçgen kesidinde yapılan bir başka çalışma da Del Campo ve diğ [12] tarafından yapılmıştır. Çeşitli Grashof sayılarında ve yükseklik genişlik oranlarında yapılan incelemelerde soğuk, sıcak ve adyabatik kenarların tüm kombinasyonlarında hesaplamalar yapılmış, akım ve eş sıcaklık çizgileri gösterilmiştir. Bunun sonucunda en yüksek taşınım ısı transferi değerleri 1 ile 3 arasındaki yükseklik genişlik oranlarında ve yüksek Grashof sayılarında bulunmuştur.

Völker ve diğ. [13] sonlu hacimler yöntemini kullanarak dikdörtgen, yarı eliptik ve üçgen kesitlerdeki serbest taşınım incelemiştir. Çoklu ağ tekniğiyle, çeşitli Rayleigh sayılarında yinelenen bu hesaplamaların sonucunda bulunan değerler diğer benzer çalışmalarla uyum içindedir.

Karyakin ve diğ. [14] çalışmalarında ikizkenar üçgen kesitli bir kanalda laminar doğal taşınımı incelemiştir. Yatay kenarın adyabatik, diğer iki kenarın sıcak ve soğuk, ve tüm kenarların sıcak veya soğuk olduğu iki durum için hesaplamalar yapılmıştır. Navier Stokes denklemlerini çözmek için sonlu farklar metodunun kullanıldığı bu çalışmada Grashof sayısı  $10^3$  ile  $10^8$  arasında, yükseklik genişlik oranı 0.25 ile 2 arasında değiştirilmiştir. Yüksek Grashof sayılarında eş sıcaklık çizgilerinin yatay bir hal aldığı görülen bu çalışmada diğer yazarların deneysel çalışmalarıyla benzer sonuçlar bulunmuştur.

Periç [15] araştırmasında ikizkenar yamuk kesitlerdeki doğal taşınımı araştırmıştır. Alt ve üst kenarların adyabatik, sol kenarın soğuk ve sağ kenarın sıcak olduğu bu çalışmada yerçekimi ivmesinin değişik yönlerde olduğu durumlar incelenmiştir. Yerçekimi ivmesinin dört ana yönde değiştirildiği bu durumlarda akım ve eş sıcaklık çizgilerinin değişimi grafiklerle gösterilmiştir.

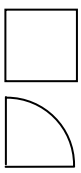
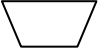
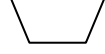
Asan ve Namlı [16,17] bir çatı katında kış ve yaz günü sınır koşullarında meydana gelen doğal taşınım olayını incelemiştir. Sonlu hacimler yönteminin kullanıldığı bu çalışmada Rayleigh sayısının  $10^3$  ile  $10^6$  arasında, yükseklik genişlik oranının da 0.25 ile 1 arasında değiştiği durumlar için incelemeler yapılarak bu değişkenlerin

ısı transferine olan etkileri araştırılmıştır. Alttan ısıtmanın olduğu kış günü şartlarında Rayleigh sayısının  $10^6$  değerini aldığı tüm kesitlerde çoklu hücre yapısı oluşmuştur. Ayrıca yükseklik genişlik oranının düşürülmesiyle birlikte çoklu hücre yapısına daha düşük Rayleigh sayılarında ulaşıldığı gözlemlenmiştir. Yaz günü sınır koşullarında yüksek Rayleigh sayılarında ise çok hücreli yapı yerine kararsız tek hücreli yapı görülmüştür. Rayleigh sayısının artmasıyla birlikte akım çizgileri grafiklerinde merkez hücrelerin konumu da değişim göstermiştir.

Kent ve diğ. [18,19] yaptıkları çalışmalarda dik üçgen kesitli kanallarda doğal taşınımı incelemişlerdir. İki ayrı sınır koşulu için yapılan hesaplamalar sonucunda akım ve eş sıcaklık çizgileri grafikleri çıkartılmıştır. Dik kenarın sıcak, hipotenüsün soğuk ve alt kenarın adyabatik olduğu durumda Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak sıcak kenarlara yakın bölgelerdeki akış hızının arttığı ve akım hücrelerinin sıcak bölgelere doğru yer değiştirdiği görülmüştür. Ayrıca bu sınır koşullarında Rayleigh artışına bağlı olarak eş sıcaklık çizgilerinin aktif olduğu bölgeler azalmıştır. Bulunan sonuçlar diğer çalışmalarla karşılaştırıldığında uyum gözlemlenmiştir.



**Tablo 1.1:** Çeşitli Geometrilere Doğal Taşınımı İnceleyen Çalışmalar

| Araştırmacı        | Yıl  | Geometri                                                                            | Rayleigh Sayısı                 | Yükseklik Genişlik Oranı |
|--------------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------|
| Akinsete & Coleman | 1982 |    | $5 \times 10^2 - 5 \times 10^4$ | 0.0625-1                 |
| Poulikakos & Bejan | 1983 |    | $10^3 - 10^5$                   | 0.2-1                    |
| Salmun             | 1995 |    | $2 \times 10^3 - 4 \times 10^3$ | 0.2-1                    |
| Lam ve diğ.        | 1989 |    | $4 \times 10^3 - 10^7$          | $0^\circ - 25^\circ$     |
| Hasani             | 1998 |    | $10^3 - 10^5$                   | 0.1-1                    |
| Tabarrok & Lin     | 1977 |   | $10^3 - 10^4$                   | 1                        |
| Holtzman ve diğ.   | 1998 |  | $10^3 - 10^5$                   | 0.2-1                    |
| Del Campo ve diğ.  | 1988 |  | $10^3 - 10^6$                   | 0.1-10                   |
| Peric              | 1993 |  | $10^5$                          | 1                        |
| Asan ve Namlı      | 2001 |  | $10^3 - 10^6$                   | 0.25-1                   |
| Kent ve diğ.       | 2005 |  | $10^3 - 10^5$                   | 0.5-1                    |

## 2. MATEMATİKSEL MODEL

Doğal taşınımına bağlı olarak gerçekleşen ısı transferi ve akışkan hareketi, kütle, momentum ve enerjinin korunumu yasalarıyla ifade edilir. Bu yasalar matematiksel olarak kısmi diferansiyel denklemler olarak gösterilebilirler. [20]

Sabit ısı ve fiziksel özelliklerde, zamandan bağımsız ısı transferinde, laminar, daimi ve sıkıştırılmaz akış için kısmi diferansiyel denklemler aşağıdaki gibidir:

Süreklilik denklemi,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.1)$$

Momentum denklemi,

$$\rho(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = \mu \nabla^2 \vec{V} - \vec{\nabla} p - \rho \vec{g} \quad (2.2)$$

Enerji denklemi,

$$\rho c_p (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})T = k(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})T \quad (2.3)$$

Bu kısmi diferansiyel denklemlerin kartezyen koordinatlardaki iki boyutlu formülasyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

Süreklilik denklemi,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

x yönündeki momentum denklemi,

$$\frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial y} = \eta \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.5)$$

y yönündeki momentum denklemi, Boussinesq yaklaşımı ile,

$$\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = \eta \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \beta (T - T_{ref}) \quad (2.6)$$

Enerji denklemi,

$$\rho c_p \left( \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.7)$$

Bu çalışmadaki korunum denklemlerinin boyutsuz halleri aşağıdaki gibidir:

Süreklilik denklemi,

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.8)$$

x yönündeki momentum denklemi,

$$\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial X} \quad (2.9)$$

y yönündeki momentum denklemi, Boussinesq yaklaşımı ile,

$$\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial Y} + Ra \text{ Pr } \theta \quad (2.10)$$

Enerji denklemi,

$$\left( \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} \right) = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.11)$$

Bu denklemlerde kullanılan, akışa ait boyutsuz parametreler Rayleigh sayısı (Ra) ve Prandtl sayısı (Pr) aşağıdaki gibi tanımlanır.

Prandtl sayısının genel denklemi,

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa} \quad (2.12)$$

Buradaki kinematik viskozite ifadesi yerine,

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (2.13)$$

Termal difüzivite ifadesi yerine,

$$\kappa = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2.14)$$

yazılabilir. Bu ifadeler (2.12) denkleminde yerlerine konulursa Prandtl sayısı aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$Pr = \frac{\eta c_p}{k} \quad (2.15)$$

Karakteristik uzunluğun yükseklik olduğu Rayleigh sayısının denklemi,

$$Ra_h = \frac{g\beta\Delta Th^3}{\nu\kappa} \quad (2.16)$$

(2.13) ve (2.14) eşitlikleri bu denklemde yerlerine konduğunda Rayleigh sayısı aşağıdaki şekli alır.

$$Ra_h = \frac{g\beta\Delta Th^3 \rho^2 c_p}{k\eta} \quad (2.17)$$

Bundan ayrı olarak Rayleigh sayısı, Prandtl ve bir başka boyutsuz ifade olan Grashof sayılarının çarpımı ile de bulunabilir.

$$Ra = Gr Pr \quad (2.18)$$

### 3. FİZİKSEL MODEL

Bu çalışmada dik üçgen temel alınmak üzere çeşitli geometrilerdeki kanallardaki iki boyutlu doğal taşınım incelenmiştir. Hesaplamalarda kesidin içinde daimi, laminar ve sıkıştırılamaz hava bulunduğu kabul edilmiştir. Hesaplamalarda kullanılan değişkenlerin yoğunluk hariç hepsi sabit olarak alınmıştır. Yoğunluk, kesit içinde aşağıda formülü verilen Boussinesq yaklaşımıyla değişkenlik göstermektedir.

$$\rho = \rho_{ref} [1 - \beta(T - T_{ref})] \quad (3.1)$$

Sonlu hacimler yöntemi ile ayrıklaştırılan Navier Stokes korunum denklemlerinin (çözümünde SIMPLE ve akış yönü farklar Upwind Differencing) yöntemleri kullanılmıştır. 60x60'lık bir ağ yapısında yapılan iterasyonlar tüm değişkenlerde yakınsama olana kadar devam ettirilmiştir. Yakınsama kriterleri olarak, süreklilik, x yönündeki hız ve y yönündeki hız değerlerinin artanlarının (rezidülerinin)  $10^{-4}$ , enerji denkleminin artanının  $10^{-6}$  değerinin altına düşmesi belirlenmiştir.

Çalışmada ağırlıklı olarak dik üçgen kesitli kanallarda Prandtl sayısı 0.71559 olan havanın doğal taşınım incelenmiştir. Sıcak, soğuk ve adyabatik duvarlardan oluşan mümkün olan tüm 6 farklı sınır şartının analiz edildiği dik üçgen kesitlerinde Rayleigh sayısının  $10^3$  ile  $10^5$  arasında değiştiği durumlar için akım ve eş sıcaklık çizgilerinin değişiminin etkileri grafiksel ve sayısal olarak verilmiştir. Ayrıca sıcak kenarlar üzerindeki ortalama Nusselt sayılarının değişimleri de durumlar için gösterilmiştir. Bu 6 farklı durumdan 2 tanesi için problem, farklı yükseklik genişlik oranlarında tekrar çözülmüş ve bu değişikliğin etkisi ayrıca incelenerek literatürdeki benzerleriyle karşılaştırılmıştır. Ayrıca adyabatik kenarın mevcut olmadığı farklı bir durum için sadece sıcak ve soğuk kenarlara sahip dik üçgen kesitli bir kanalda doğal taşınım incelenmiştir.

Bu çalışmada, dik üçgen haricinde, çeyrek daire ve  $60^\circ$  taban açısında dik yamuk geometrileri de, bu tip kanallarda oluşan doğal taşınımın dik üçgenden farklılıklarını göstermek amacı ile incelenmiştir.

**Tablo 3.1:** Doğal Taşınımı İncelenen Çeşitli Durumların Isıl Koşul ve Geometrilere

| Durum No | Kesit Geometrisi                                                                    | Sınır Koşulları                                | Rayleigh Sayısı    | Yükseklik Genişlik Oranı        |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------|---------------------------------|
| 1        |    | a- Sıcak b- Adyabatik<br>c- Soğuk              | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1                               |
| 2        |    | a- Soğuk b- Adyabatik<br>c- Sıcak              | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1                               |
| 3        |    | a- Adyabatik b- Sıcak<br>c- Soğuk              | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1                               |
| 4        |    | a- Adyabatik b- Soğuk<br>c- Sıcak              | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1                               |
| 5        |   | a- Sıcak b- Soğuk<br>c-Adyabatik               | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1 – 2 – 4 – 0.5 –<br>0.25 – 0.1 |
| 6        |  | a- Soğuk b- Sıcak<br>c-Adyabatik               | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1 – 2 – 4 – 0.5 –<br>0.25 – 0.1 |
| 7        |  | a- Soğuk b- Sıcak<br>c- Sıcak                  | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1                               |
| 8        |  | a- Soğuk b- Adyabatik<br>c- Sıcak              | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1                               |
| 9        |  | a- Sıcak b- Soğuk<br>c-Adyabatik               | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1                               |
| 10       |  | a- Sıcak b- Adyabatik<br>c- Soğuk d- Adyabatik | $10^3, 10^4, 10^5$ | 1 (60°)                         |

YGO 1 olan tüm kesitlerde 60x60'lık bir ağ yapısı kullanılmıştır. Problemin ağdan bağımsızlığını kanıtlamak için hesaplamalara başlamadan önce daha geniş aralıklı 30x30 ve 45x45 boyutlarında ağ yapılarıyla hesaplamalar tekrarlanmış ve bir kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayıları, maksimum akım çizgisi değerleri ve bu değerlerin kesit içindeki koordinatları parametrelerinin ağ yapısının değişimine bağlı

olarak çok düşük miktarlarda değiştikleri görülmüştür. (Bölüm 6) Yüksek Rayleigh sayılarında daha hassas grafikler elde edebilmek için bu çalışmada daha seyrek ağ yapıları yerine 60x60 boyutlarındaki ağ yapıları kullanılmıştır.

Bu çalışmada incelenen tüm kesit geometrileri, bu kesitlerin sahip oldukları sınır koşulları ve yükseklik genişlik oranları Tablo 3.1’de gösterilmektedir.

#### 4. SAYISAL MODEL

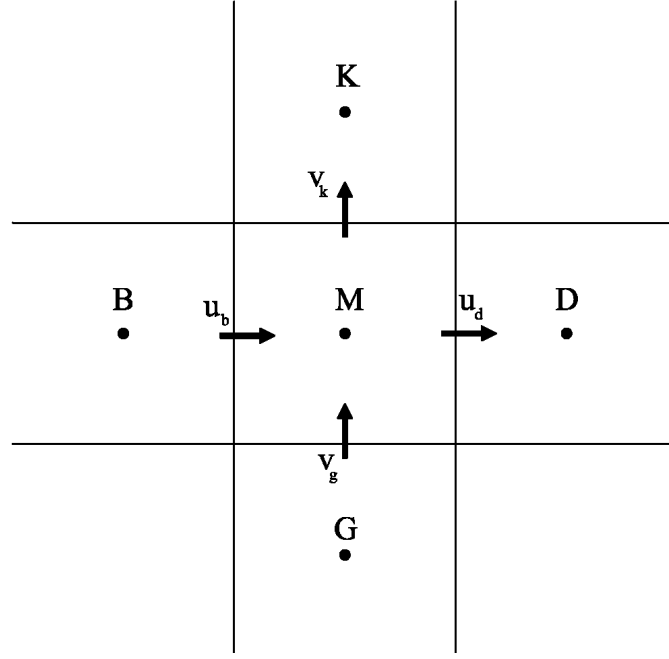
Akışkan hareketinin kısmi diferansiyel denklemlerini çözmek için ilk olarak denklemlerin cebirsel denklemlere dönüştürülmesi gerekmektedir. Bir başka deyişle ayrıklaştırma (discretization) olarak bilinen bu prosedür, bu çalışmada Sonlu Hacimler Yöntemi ile yapılmıştır. [21] Bu yöntemin temeli, hesaplama alanını birbiri üstüne gelmeyen küçük kontrol hacimlerine bölmeye dayanmaktadır.

Akışkanlar dinamiğinde karşılaşılan problemler, taşınım terimleri sonucu ortaya çıkan doğrusal olmayan değerleri içeren momentum denkleminin çözümünü gerekir. Doğrusal olmayan bu denklemleri çözmek için birkaç metot vardır. Bu çalışmada bu denklemleri çözmek için SIMPLE ( Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) metodu kullanılmıştır [22].

Korunum denklemlerinin ayrıklaştırılmasından ve doğrusal hale getirilmesinden sonra uygun bir sayısal yöntem kullanılması ile çözüm sağlanabilir. Bu çalışmada basınç-hız çiftini çözmek için SIMPLE metodu kullanılırken, momentum ve enerji denklemlerini çözmek için akış yönü farklar yöntemi kullanılmıştır. Fluent yazılım programı ile yapılan iterasyonlar sonucunda süreklilik, hız ve enerji değerlerinin yakınsama kriterlerine uymasıyla birlikte her durum için akış çizgisi ve eş sıcaklık çizgisi grafikleri çıkartılmıştır.

Bir önceki bölümde hesaplanan korunum denklemlerinin boyutsuz halleri (2.8), (2.9), (2.10) ve (2.11) denklemleri ile gösterilmiştir. Bu denklemlere sonlu hacimler ayrıklaştırmasının uygulanmasıyla birlikte korunum denklemleri aşağıdaki formu alır.





**Şekil 4.1.** Ayırıklaştırma Denklemleri İçin Kontrol Hacmi

Süreklilik denklemi,

$$(U_D - U_B)\Delta Y + (V_K - V_G)\Delta X = 0 \quad (4.1)$$

X yönündeki momentum denklemi,

$$\begin{aligned} [(UU)_D - (UU)_B]\Delta Y + [(UV)_K - (UV)_G]\Delta X = \text{Pr} \left[ \frac{U_D - U_M}{\Delta X} - \frac{U_M - U_B}{\Delta X} \right] \Delta Y \\ + \text{Pr} \left[ \frac{U_K - U_M}{\Delta Y} - \frac{U_M - U_G}{\Delta Y} \right] \Delta X + (P_B - P_D)\Delta Y \end{aligned} \quad (4.2)$$

Y yönündeki momentum denklemi,

$$\begin{aligned} [(UV)_D - (UV)_B]\Delta Y + [(VV)_K - (VV)_G]\Delta X = \text{Pr} \left[ \frac{V_D - V_M}{\Delta X} - \frac{V_M - V_B}{\Delta X} \right] \Delta Y \\ + \text{Pr} \left[ \frac{V_K - V_M}{\Delta Y} - \frac{V_M - V_G}{\Delta Y} \right] \Delta X + Ra \text{Pr} \theta \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (4.3)$$

Enerji denklemi,

$$\begin{aligned} [(U\theta)_D - (U\theta)_B] \Delta Y + [(V\theta)_K - (V\theta)_G] \Delta X = \text{Pr} \left[ \frac{\theta_D - \theta_M}{\Delta X} - \frac{\theta_M - \theta_B}{\Delta X} \right] \Delta Y \\ + \left[ \frac{\theta_K - \theta_M}{\Delta Y} - \frac{\theta_M - \theta_G}{\Delta Y} \right] \Delta X \end{aligned} \quad (4.4)$$

Yukarıdaki denklemlerde bulunan,

$$\frac{\Phi_D - \Phi_M}{\Delta Y} \text{ ve } \frac{\Phi_K - \Phi_M}{\Delta Y}$$

ifadeleri  $\Phi$  bağımsız değişkeninin X ve Y türevlerini temsil etmektedir.

Ayrıştırma denklemleri için kontrol hacmi çizimi Şekil 4.1’de gösterilmektedir. Yukarıdaki denklemlerin çözülmesi ile belirtilen sınır koşullarında bulunan kesit içindeki akış alanı ve sıcaklık dağılımı bulunabilmektedir.

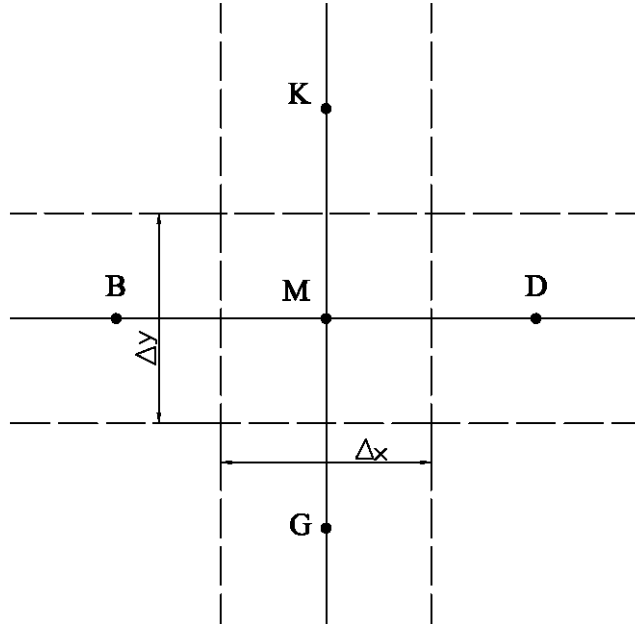
#### 4.1. Sonlu Hacimler Yöntemi

Bu çalışmada boyutsuz korunum denklemlerini ayrıklaştırmak için Sonlu Hacimler Yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemin temeli, hesaplama alanını, birbiri üstüne gelmeyen küçük kontrol hacimlerine bölmeye dayanmaktadır. Bir kontrol hacmi her bir ağ hücrelerini çevrelemektedir. Korunum diferansiyel denklemleri her bir kontrol hacminde integre edilir. İntegrasyondan sonra ayrıklaştırılacak denklemler elde edilmiş olur.

Bu metodun en önemli avantajı bir değerin integrasyon korunumunun belirlenen ağ hücresi sayısı kadar kontrol hacminde sağlanmasıdır. Bu yapıyı anlatmak için akış içindeki genel bir değişken  $\Phi$ ’nın iki boyutlu daimi taşınım denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\Gamma \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4.5)$$

Bu denklemi Sonlu Hacimler Yöntemi ile ayrıklaştırmak için ilk olarak uygun bir ağ hücre noktası yapısı oluşturmalıyız. Oluşturulacak bu yapıda her bir ağ noktası bir kontrol hacmi tarafında çevrelenmelidir.



**Şekil 4.2.** Düzgün Dağılımlı Bir Ağ Yapısı

Ağ hücresi yapısını oluşturduktan sonra oluşturduğumuz modelin denklemi her bir kontrol hacminde integre edilmelidir.

$$\Gamma \left[ \int_{\Delta V} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dV + \int_{\Delta V} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} dV \right] = 0 \quad (4.6)$$

Bu denklemden sonra  $\Phi$  teriminin türevini doğrusal bir yaklaşım ile göstermek mümkündür.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\Phi_D - \Phi_B}{\Delta x} \quad (4.7)$$

Yukarıdaki (4.7) denkleminin integrasyonundan ve gradyan teriminin (4.3) denklemi ile değiştirilmesinden sonra ifade aşağıdaki hali alır.

$$\Gamma \Delta y \left[ \frac{\Phi_D - \Phi_B}{\Delta x} - \frac{\Phi_M - \Phi_B}{\Delta x} \right] + \Gamma \Delta x \left[ \frac{\Phi_K - \Phi_M}{\Delta y} - \frac{\Phi_M - \Phi_G}{\Delta y} \right] = 0 \quad (4.8)$$

Yukarıdaki denklem ilk çıkarttığımız denklemin Sonlu Hacimleri Yöntemi ile ayrıklaştırılmış halidir ve aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$a_M \Phi_M = a_D \Phi_D + a_B \Phi_B + a_K \Phi_K + a_G \Phi_G \quad (4.9)$$

Bu formüldeki terimler aşağıdaki ifadelere eşittir.

$$a_M = 2\Gamma \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) \quad (4.9a)$$

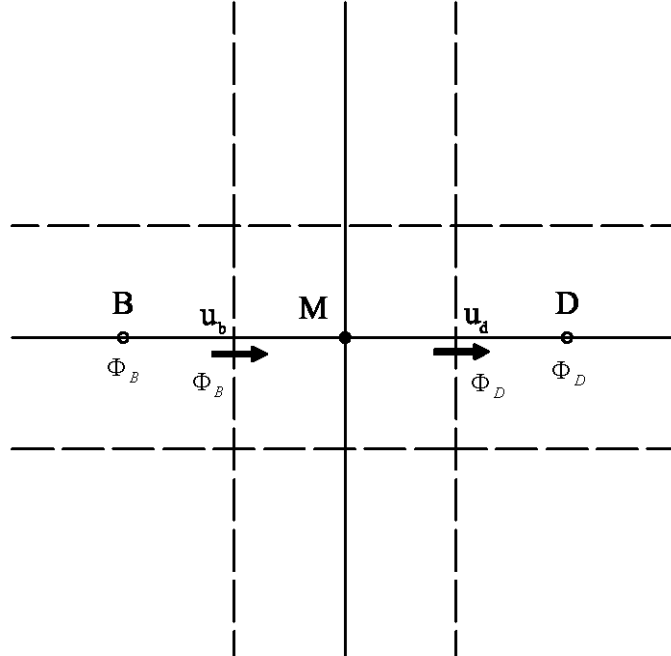
$$a_D = a_B = \Gamma \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (4.9b)$$

$$a_K = a_G = \Gamma \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (4.9c)$$

Düzgün dağılımlı bir ağ yapısı Şekil 4.2’de gösterilmektedir.

#### 4.2. Akış Yönü Farklar Yöntemi

Akış yönü farklar yöntemi (upwind differencing scheme), bağımlı  $\Phi$  değişkenini hücre yüzey değerlerine yaklaştırmak için kullanılır. Güçlü taşınımsal akışların etki ettiği ağ hücrelerinde, taşınımın uğrayan özellik  $\Phi$ , hücrenin etkisini beraberinde götürür ve bu bir hücreden diğer hücreye zincirleme aktarılır. Akış yönü farklar yönteminin yapısı Şekil 4.3 üzerinde daha iyi anlaşılabilir.



Şekil 4.3. Akış Yönü Farklar Yöntemi

Eğer, akış pozitif x eksenini yönünde olursa akış yönü farklar yöntemi,  $\Phi_d$  doğu hücre yüzey değerinin  $\Phi_M$  merkez hücre yüzey değerine eşit olacağını, akış negatif x eksenini yönünde iolursa  $\Phi_d$  değerinin  $\Phi_D$  değerine eşit olacağı varsayılır. Bu sayede  $\Phi$  değişkeninin hücre yüzey değerlerine daha hassas yaklaşılmış olur.

#### 4.3. SIMPLE Algoritması

SIMPLE kelimesinin açılımı Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations - Basınç ile Bağlantılı Denklemler için Yarı Örtülü Metot'tur. Bu algoritma momentum denklemlerindeki basınç hız ikilisini çözmek için kullanılmaktadır. SIMPLE algoritması, bu çalışmada kullanıldığı şekli anlatan bir örnek ile açıklanmıştır.

(2.5) ve (2.6) X ve Y momentum denklemlerini ayrıklaştırdığımızda, denklemler aşağıdaki gibi ayrıklaştırılmış hallerini almaktadır.

$$a_M u_M = a_D u_D + a_B u_B + a_K u_K + a_G u_G + (p_B - p_M) A_u \quad (4.10)$$

$$a_M v_M = a_D v_D + a_B v_B + a_K v_K + a_G v_G + (p_G - p_M) A_v \quad (4.11)$$

Yukarıdaki denklemlerde bulunan a değerleri hız bileşenlerinin katsayıları, p sıcaklık gradyanlarından doğan kaynak terimi ve  $A_u$  ve  $A_v$  ise u ve v hız bileşenlerine dik olan hücre yüzey alanlarını ifade etmektedir.

SIMPLE hesaplama prosedürü, basınç ve hız bileşenlerinin x ve y yönleri için tahmin yapılması ile başlar. Tahmin edilen bu değerler sırasıyla  $p^*$ ,  $u^*$  ve  $v^*$  değerleriyle gösterilir. Ayrıklaştırılmış momentum denklemlerini bu tahmini ifadeler ile tekrar yazılması halinde denklemler aşağıdaki şekli alırlar.

$$a_M u_M^* = a_D u_D^* + a_B u_B^* + a_K u_K^* + a_G u_G^* + (p_B^* - p_M^*) A_u \quad (4.12)$$

$$a_M v_M^* = a_D v_D^* + a_B v_B^* + a_K v_K^* + a_G v_G^* + (p_G^* - p_M^*) A_v \quad (4.13)$$

İlk tahmin edilen değerlerin gerçek değerlerden farklı olacağı açıktır. Gerçek değerlerden tahmini değerleri çıkartılarak ve denklemler yeniden yazılırsa,

$$p' = p - p^* \quad (4.14)$$

$$u' = u - u^* \quad (4.15)$$

$$v' = v - v^* \quad (4.16)$$

eşitlikleri göz önüne alınarak (4.10) denkleminde (4.12)'yi, (4.11) denkleminde de (4.13)'ü çıkartmamız halinde aşağıdaki ifadeler ulaşırız.

$$a_M u'_M = a_D u'_D + a_B u'_B + a_K u'_K + a_G u'_G + (p'_B - p'_M) A_u \quad (4.17)$$

$$a_M v'_M = a_D v'_D + a_B v'_B + a_K v'_K + a_G v'_G + (p'_G - p'_M) A_v \quad (4.18)$$

(4.17) ve (4.18) denklemlerindeki komşu noktalar ihmal edilirse basınç düzeltmeleri için gerekli denklemler elde edilir.

$$u'_M = \frac{A_U}{a_M} (p'_B - p'_M) \quad (4.19)$$

$$v'_M = \frac{A_V}{a_M} (p'_G - p'_M) \quad (4.20)$$

Eğer (4.17) ve (4.18) denklemlerinde yukarıdaki ifadeleri kullanırsak eşitlikler aşağıdaki hali alır.

$$u_M = u^*_M + \frac{A_U}{a_M} (p'_B - p'_M) \quad (4.21)$$

$$v_M = v^*_M + \frac{A_V}{a_M} (p'_G - p'_M) \quad (4.22)$$

(4.21) ve (4.22) denklemlerini ağ hücresi noktaları Batı (B), Doğu (D), Kuzey (K) ve Güney (G) için tekrar yazarsak ve aşağıdaki (4.23) ayrıklaştırılmış süreklilik denklemindeki  $u_D$ ,  $u_B$ ,  $v_K$  ve  $v_G$  ile değiştirirsek,

$$A_U (u_D - u_B) + A_V (v_K - v_G) = 0 \quad (4.23)$$

Aşağıdaki eşitliklerin göz önüne alındığı,

$$d_D = \frac{A_u}{a_D} \quad (4.24)$$

$$d_B = \frac{A_u}{a_B} \quad (4.25)$$

$$d_K = \frac{A_v}{a_K} \quad (4.26)$$

$$d_G = \frac{A_v}{a_G} \quad (4.27)$$

basınç düzeltmesi denklemini elde ederiz.

$$A_U \left[ (u_D^* + d_D(p'_M - p'_D)) - (u_B^* + d_B(p'_B - p'_M)) \right] + A_V \left[ (v_K^* + d_K(p'_M - p'_K)) - (v_G^* + d_G(p'_G - p'_M)) \right] = 0 \quad (4.28)$$

(4.28) denklemini çözmek için ilk olarak ayrıklaştırılmış momentum denklemleri (4.12) ve (4.13) çözülmelidir. Bu iki denklemin çözümleri yeni  $u^*$  ve  $v^*$  değerlerini verecektir. Bu yeni  $u^*$  ve  $v^*$  değerleri ile ayrıklaştırılmış basınç düzeltme denklemleri çözülebilir.

Basınç düzeltme denklemlerinin çözümünün kullanılması sayesinde hız bileşenlerinin ve basıncın tahmin edilen değerleri (4.14), (4.19) ve 4.20 denklemleri ile düzeltilebilir. İşlemin bu aşamasında yakınsamayı hızlandırmak için bir düzeltme parametresi (under relaxation parameter) kullanılabilir.

$$p^{yeni} = p^* + \alpha_p p' \quad (4.29)$$

$$u^{yeni} = \alpha_u u^* + (1 - \alpha_u) u^{eski} \quad (4.30)$$

$$v^{yeni} = \alpha_v v^* + (1 - \alpha_v) v^{eski} \quad (4.31)$$

Yukarıdaki denklemlerde bulunan  $u^{yeni}$  ve  $v^{yeni}$  değerleri düzeltme parametresinin uygulanmasından sonraki hız değerleridir.  $u^{eski}$  ve  $v^{eski}$  değerleri ise bir önceki iterasyon sonucu elde edilen hız değerleridir.  $\alpha_p$ ,  $\alpha_u$  ve  $\alpha_v$  değerleri  $p$ ,  $u$ , ve  $v$  için sırasıyla düzeltme parametreleridir.

Düzeltilen değişken değerler ayrıklaştırılmış enerji denklemini çözmede kullanılabilir. Bütün değişkenler hesaplandıktan sonra, yakınsama kontrol edilmektedir.

Bütün bu adımlar sadece bir iterasyon döngüsünü ifade etmektedir. Eğer yaklaşım kriteri sağlanmamışsa, iterasyon döngüsü yeni hesaplanan değerlerin denklemde eskileriyle değiştirilmesiyle devam eder.



## 5. SAYISAL SONUÇLAR VE GRAFİKLER

Bu bölümde, farklı sınır koşulları ve geometrilerde yapılan hesaplamalar sonrasında bulunan sonuçlar yer almaktadır. Kanallar içinde meydana gelen doğal taşınım olaylarının yeteri kadar incelenebilmesi için her duruma ait akım ve eş sıcaklık çizgileri grafiksel olarak gösterilmiş ve değişkenlerin, oluşan ısı transferine etkilerine dair yorumlarda bulunulmuştur.

Ana çalışma konumuz olan dik üçgen kesitlerde hesaplama yapmaya başlamadan önce, çözüm yöntemimiz, literatürde en sık incelenen geometrilerden biri olan kare kesit üzerinde denenmiş ve ortaya çıkan sonuçların başka bir çalışmayla yapısal uyumluluğu kontrol edildikten sonra asıl hesaplamalara geçilmiştir.

Üçgen kesitlerde incelenen ilk 6 durumda (Bölüm 5.5.1-Bölüm 5.5.6), kenar sınır koşulları sıcak, soğuk ve adyabatik olan dik üçgenlerin mümkün olan her kombinasyonda doğal taşınım olayı incelemesi yapılmıştır. Bu 6 durumda da yükseklik genişlik oranı 1 olarak alınmıştır. Bir çatı katının yaz günü sınır koşullarını temsil eden Durum-5 ve kış günü sınır koşullarına benzeyen Durum-6 için yükseklik genişlik oranı 0.1 ile 4 arasında değişen değerler için de inceleme yapılmış, bu oranın doğal taşınım etkileri ortalama Nusselt sayıları temel alınarak yorumlanmıştır. (Bölüm 5.2.5.7 ve Bölüm 5.2.6.7)

Dik üçgen geometrisinde bu 6 sınır koşulundan farklı olarak, adyabatik duvarın bulunmadığı, dik kenarların sıcak, hipotenüsün soğuk olduğu bir sınır koşulu Bölüm 5.2.7’de incelenmiştir.

Dik üçgen geometrisiyle yoğun benzerlik gösteren çeyrek daire geometrisi iki farklı sınır koşuluyla Bölüm 5.2.8 ve Bölüm 5.2.9’da incelenerek, buradaki doğal taşınımın önceki durumlarla karşılaştırması yapılmıştır.

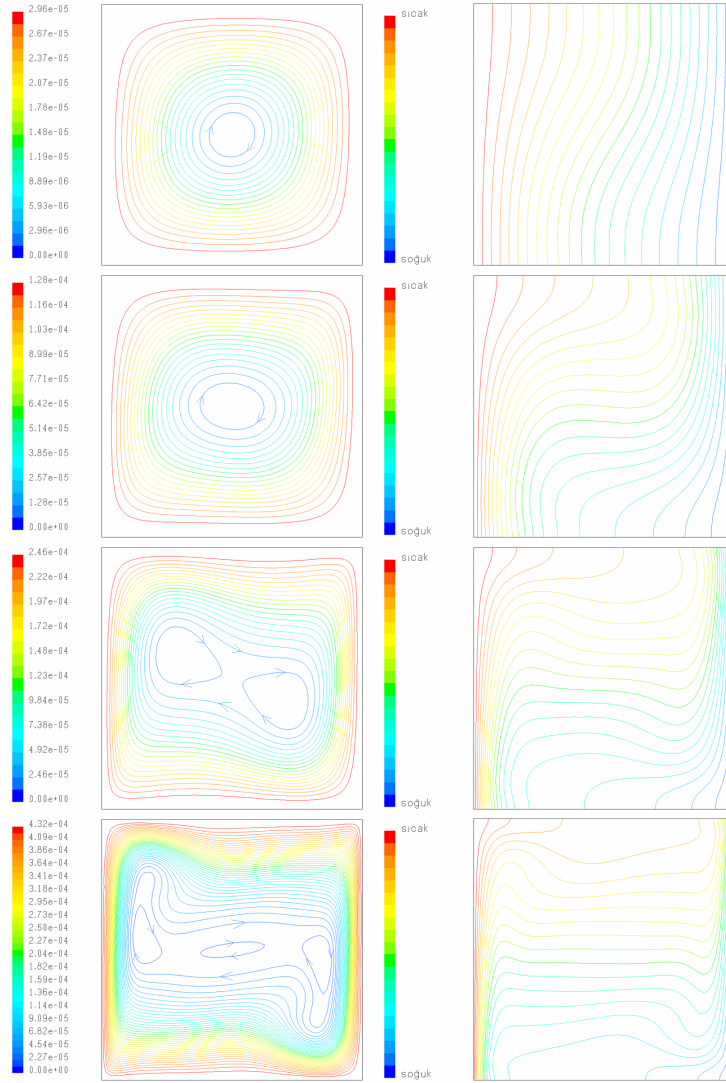
Bunlardan ayrı olarak, yükseklik genişlik oranı 1 olan bir dik üçgen kesidin, yüksekliği sabit tutulmak kaydıyla  $45^\circ$  olan taban açısı  $60^\circ$ ’ye çıkartılarak elde edilen dik yamuk kesitteki doğal taşınım da Bölüm 5.10’da incelenmiştir. Bu bölümde bulunan sonuçlar benzer sınır koşullarına sahip dik üçgenle karşılaştırılarak

dik üçgenle dik yamuk kesit arasındaki geometri farklılıklarının doğal taşınımına etkisi incelenmiştir.

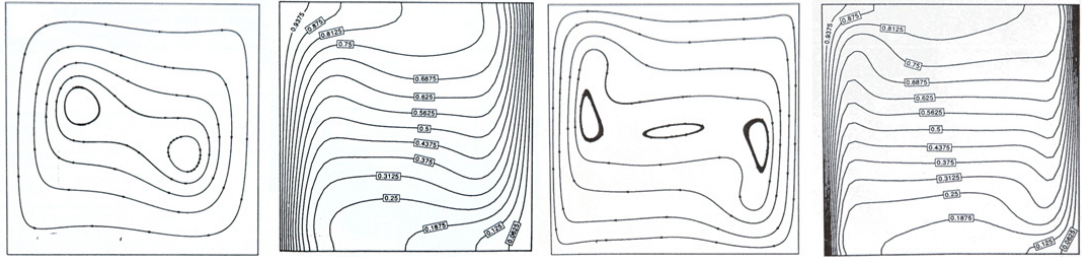
**Tablo 5.1:** İncelenen Durumlarda Çözümün Yakınsaması İçin Yapılan İterasyon Sayıları

| Sınır Koşulu      | Rayleigh= $10^3$ | Rayleigh= $10^4$ | Rayleigh= $10^5$ |
|-------------------|------------------|------------------|------------------|
| Durum-1           | 382              | 306              | 197              |
| Durum-2           | 485              | 341              | 184              |
| Durum-3           | 413              | 423              | 273              |
| Durum-4           | 346              | 254              | 113              |
| Durum-5 YGO: 1    | 232              | 164              | 78               |
| Durum-5 YGO: 2    | 207              | 178              | 102              |
| Durum-5 YGO: 4    | 100              | 92               | 73               |
| Durum-5 YGO: 0.5  | 349              | 240              | 121              |
| Durum-5 YGO: 0.25 | 220              | 183              | 112              |
| Durum-5 YGO: 0.1  | 181              | 176              | 136              |
| Durum-6 YGO: 1    | 277              | 511              | 237              |
| Durum-6 YGO: 2    | 226              | 278              | 239              |
| Durum-6 YGO: 4    | 101              | 105              | 163              |
| Durum-6 YGO: 0.5  | 386              | 864              | 828              |
| Durum-6 YGO: 0.25 | 221              | 1259             | 544              |
| Durum-6 YGO: 0.1  | 182              | 186              | 1088             |
| Durum-7           | 372              | 411              | 264              |
| Durum-8           | 344              | 271              | 182              |
| Durum-9           | 1065             | 675              | 363              |
| Durum-10          | 576              | 319              | 126              |

## 5.1. Çözüm Yönteminin Doğrulanması



Şekil 5.1: Kare Kesitte, Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri



Şekil 5.2: Kare Kesitte, Sırasıyla  $Ra=10^5$  ve  $10^6$  Değerleri İçin Völker ve diğ. [13] Tarafından Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

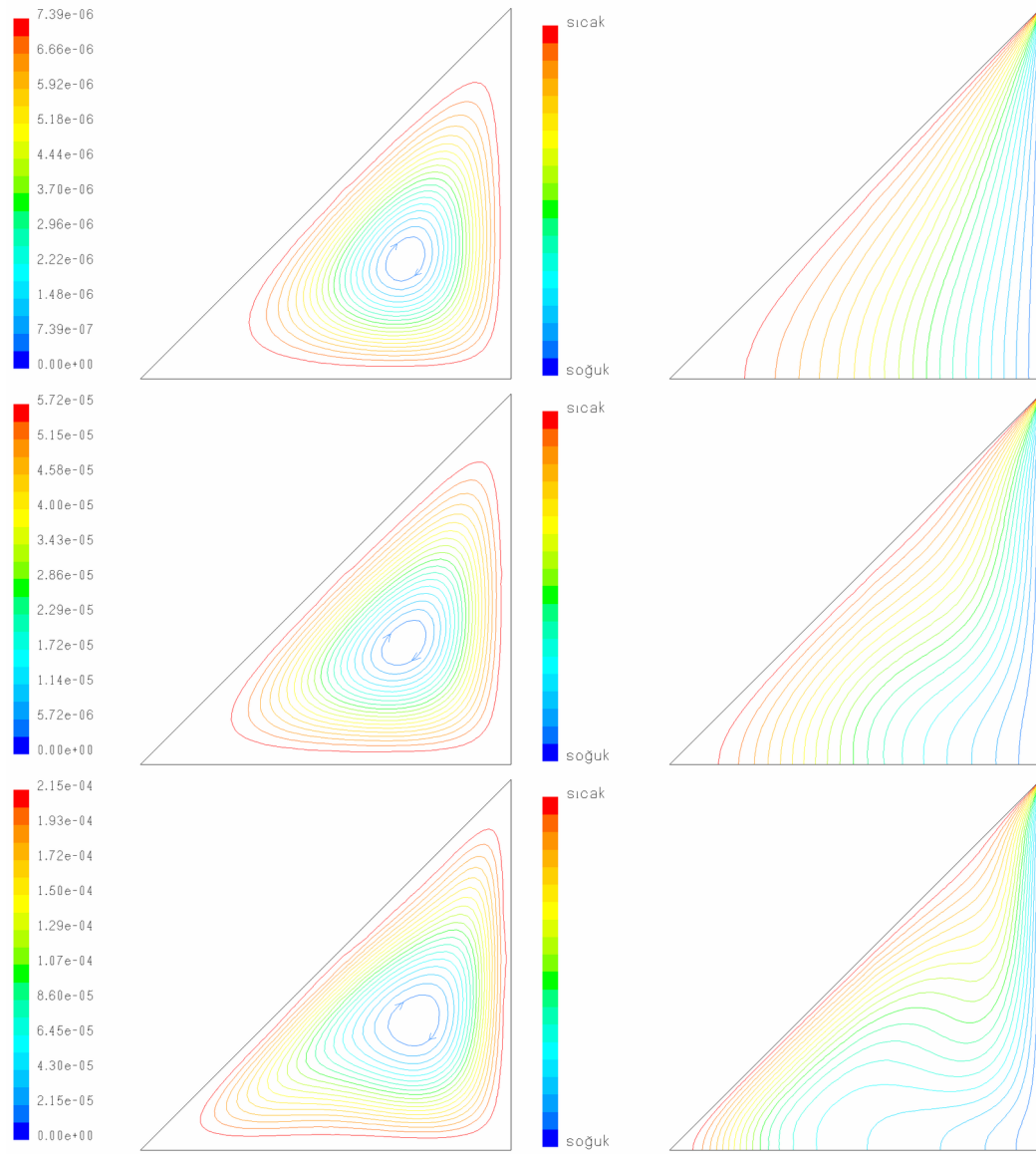
Bu çalışmanın ana konusu olan dik üçgen kesitli kanallarda iki boyutlu doğal taşınım incelenirken kullanılacak olan çözüm yöntemlerinin doğruluğunu sınamak için, ilk önce kare kesitte hesaplamalar yapılmıştır. Sol kenarın sıcak, sağ kenarın soğuk ve yatay kenarların adyabatik olduğu içi hava dolu bir kare kesitte uyguladığımız çözüm yöntemimiz sonucu farklı Rayleigh sayılar için ortaya çıkan akım ve eş sıcaklık çizgileri Şekil 5.1’de gösterilmektedir. Aynı sınır koşullarına sahip kare kesitte Völker ve diğ. [13] tarafından yapılan çalışma sonucunda bulunan grafikler ise Şekil 5.2’de gösterilmektedir. Yapılan karşılaştırma sonunda, hem Rayleigh  $10^5$ ’te hem de Rayleigh  $10^6$ ’da grafik yapılarının birbirine çok benzer oldukları görülmüştür.

## **5.2. Durumların İncelenmesi**

### **5.2.1. Durum-1 (Dik Üçgen, H: Sıcak, A: Adyabatik, D: Soğuk, YGO:1)**

Durum-1’de hipotenüsü sıcak, alt kenarı adyabatik ve dik kenarı soğuk olan dik üçgen kesitli bir kanal içindeki doğal taşınım incelenmiştir. Bu sınır koşulları için hesaplanan akım ve eş sıcaklık çizgisi grafikleri Şekil 5.3’te gösterilmektedir. Burada, sıcak kenar olan hipotenüse yakın bölgelerdeki havanın yoğunluğu diğer bölgelerdeki akışkanlara göre daha düşük olduğu için, bu bölgedeki akışkan tanecikleri kesit içinde yukarı doğru bir ilerleme gösterirler. Hipotenüse göre daha düşük bir sıcaklıkta bulunan dik kenara yakın bölgedeki hava tanecikleri, diğer bölgelere göre daha ağır olduğu için aşağıya doğru düşerler. Aşağı doğru düşen akışkan taneciklerinin dik kenarın alt bölgelerine yakın kısımlarda hızları azalmaktadır. Kesidin alt bölgelerine düşen hava taneciklerinin tekrar sıcak duvara doğru yönelmeleriyle birlikte kesit içinde saat yönünde, tek hücreli bir akım meydana gelmektedir.

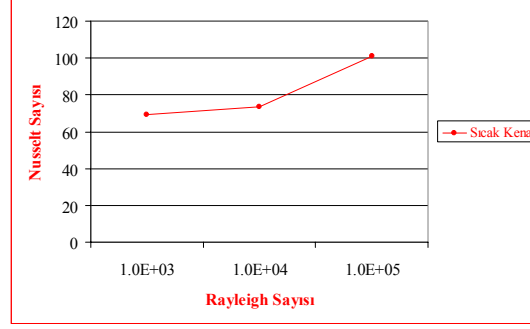
Kesit içerisinde, akım çizgilerinin en sık olduğu bölgeler akış hızının en yüksek olduğu bölgeleri göstermektedir. Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak çeşitli bölgelerde akım çizgilerinin sıklığının artması, kesit içindeki maksimum hızın da Rayleigh sayısıyla orantılı olduğunu göstermektedir.



**Şekil 5.3:** Durum-1 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Adyabatik alt kenara dik olarak gelen eş sıcaklık çizgileri, incelenen en düşük Rayleigh sayısında düzenli şekilde dağılmış ve Rayleigh  $10^4$ 'e çıkartıldığında da sadece hafif bozulmalar göstermiştir. Fakat Rayleigh sayısının  $10^5$ 'e çıkartılmasıyla birlikte düzensiz bir yapıya dönüşen eş sıcaklık çizgileri bu durumda ısı transferinin taşınım ağırlıklı olarak gerçekleştiğini göstermektedir. Akım fonksiyonlarının kesit içinde ulaştıkları maksimum değerlerini incelediğimizde, Rayleigh sayısının  $10^3$ 'ten  $10^4$ 'e çıkartılmasıyla birlikte yaklaşık 8 katına çıktığı görülen bu değer, Rayleigh  $10^5$ 'te büyük bir değişim göstererek 30 katına çıkmıştır. Bunun nedeni, Rayleigh sayısının  $10^3$ 'ten  $10^4$ 'e çıkartılması sırasında eş sıcaklık çizgilerinin çok fazla düzensizleşmemesi ve dolayısıyla iletim ağırlıklı bir ısı transferi halinin devam

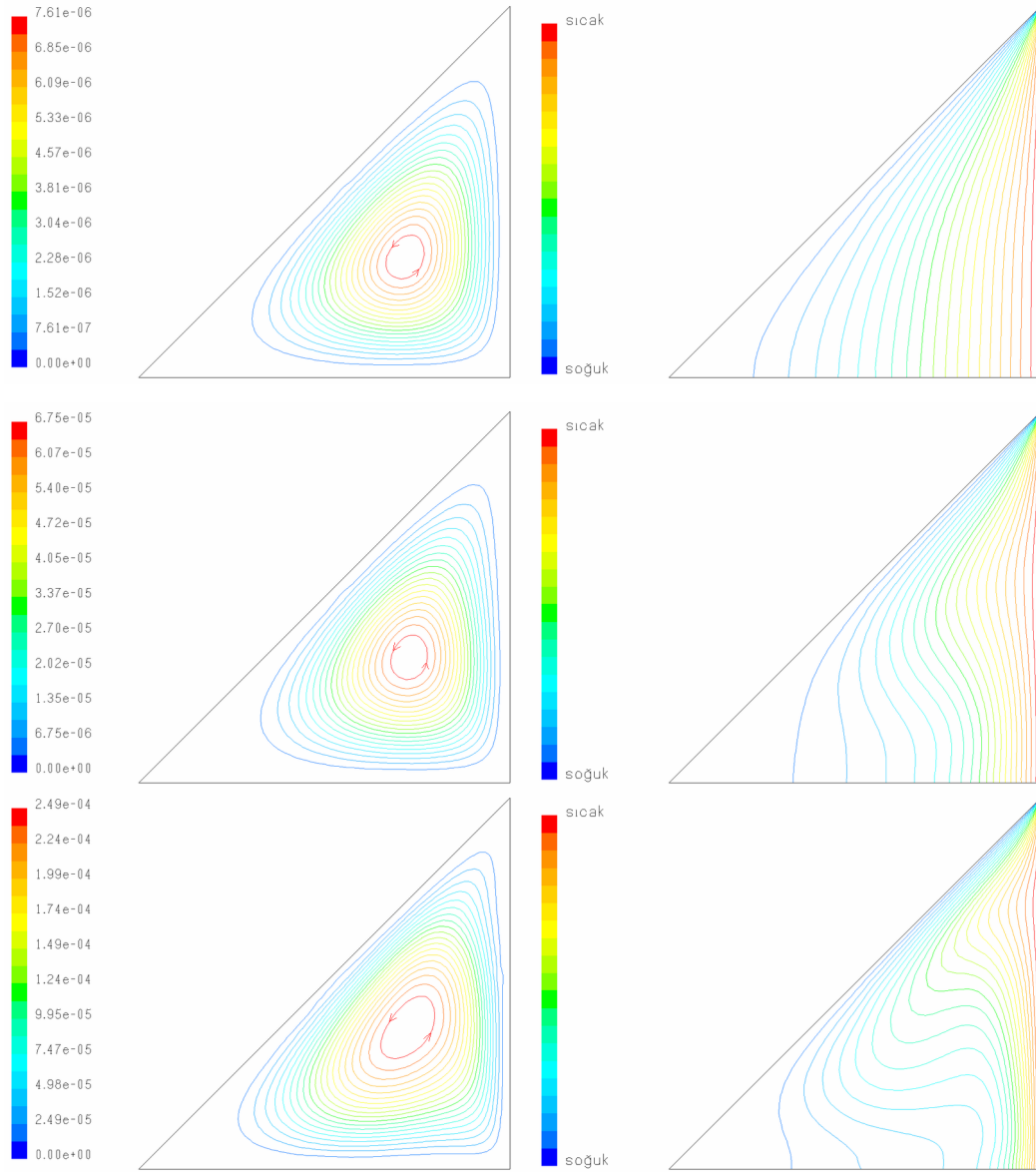
etmesidir. Rayleigh  $10^5$ 'e çıkartıldığında taşınım ağırlıklı hale dönüşen ısı transferi, kesit içindeki maksimum akım çizgisi değerinin de yüksek oranlarda artmasına sebep olmaktadır. Akım çizgileri grafiklerinde yapılan diğer incelemelerde, artan Rayleigh değerlerine bağlı olarak akım çizgilerinin genel yapılarının bozulmamasına karşılık merkez akım hücresinin üçgen kesit içindeki konumunda %3.57 oranında küçük bir değişme meydana gelmiştir.



**Şekil 5.4:** Durum-1 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi

Isı transferi olayını etkileyen değerlerden biri de Nusselt sayısıdır. Şekil 5.4'te Durum-1 sınır koşullarındaki dik üçgen kesidin sıcak kenarı üzerindeki ortalama Nusselt sayısının, Rayleigh'in değişimine bağlı olarak çizilen grafiği gösterilmektedir. Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak ortalama Nusselt belirgin bir artış göstermektedir. Bu artış, Rayleigh  $10^4$ 'ten  $10^5$ 'e artarken daha şiddetli bir biçimde yaşanmıştır. Bunun sebebi, bu esnada eş sıcaklık çizgilerinin yapısının bozularak ısı transferinin iletim ağırlıklıdan taşınım ağırlıklı bir yapıya dönüşmesidir. Nusselt sayısı arttıkça ısı transferindeki taşınım etkisi de artmaktadır.

### 5.2.2. Durum-2 (Dik Üçgen, H:Soğuk, A:Adyabatik, D:Sıcak, YGO:1)

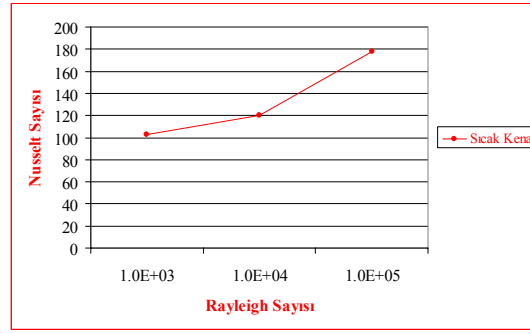


**Şekil 5.5:** Durum-2 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Hipotenüsü sıcak ve dik kenarı soğuk olan bir dik üçgenin incelendiği Durum-2’de alt kenar Durum-1’de olduğu gibi adyabatiktir. (Şekil 5.5) Hipotenüsün sıcak ve dik kenarın soğuk olması sebebiyle Durum-1’in aksine akım çizgileri saat yönünde dönmektedirler. Bunun nedeni, sıcak dik kenara yakın hava taneciklerinin diğer bölgelerdeki taneciklere göre hafif olmaları sebebiyle yükselmeleri ve üst köşede soğuk kenara yaklaşımlarıyla birlikte hipotenüs boyunca aşağı doğru düşmeleridir. Oluşan tek hücreli akım çizgilerinin maksimum değeri Rayleigh sayısı arttıkça

yükselmektedir. Bu yükselmeye birlikte akım fonksiyonunun genel yapısı çok bozulmamış, fakat merkez hücrenin dönüş şekli hipotenüse paralel bir elips halini almıştır. Akım fonksiyonunun en yüksek değerini aldığı bu hücrenin merkezinin x ve y koordinatlarındaki konumu %5.55 değişim göstermiştir.

Rayleigh sayısının artmasıyla birlikte eş sıcaklık çizgilerindeki bozulma bu durumda daha net olarak görülmektedir. Maksimum akış fonksiyonu değerinin Durum-1'den daha yüksek bir artış göstermesi de bunu kanıtlamaktadır. Ayrıca sıcak ve soğuk kenarların kesişimine en uzak bölge olan alt köşede, Rayleigh  $10^5$  değerine sahipken eş sıcaklık çizgileri aktif olmamaktadır. Bunun sebebi akım çizgilerinin de bu bölgede aktif olmamasından kaynaklanmaktadır.

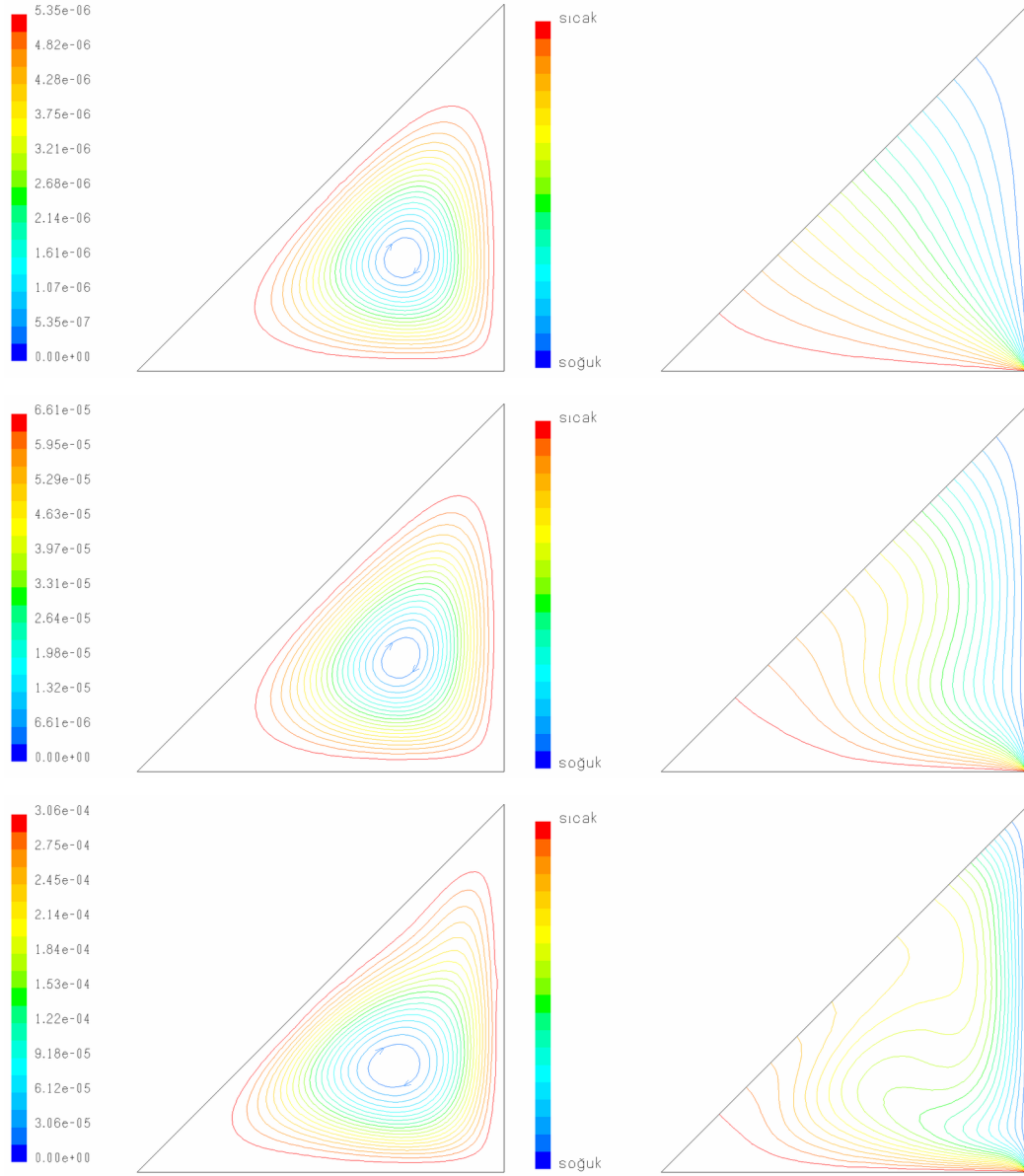


**Şekil 5.6:** Durum-2 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi

Bu sınır koşullarında, dik kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısının, Rayleigh'e bağlı olarak değişimi Şekil 5.6'da gösterilmektedir. Nusselt sayısının burada Durum-2'ye göre daha şiddetli artması, bu sınır koşullarında yüksek Rayleigh sayılarında taşınım etkisinin daha fazla olduğunu doğrulamaktadır.



### 5.2.3. Durum-3 (Dik Üçgen, H:Adyabatik, A:Sıcak, D:Soğuk, YGO:1)

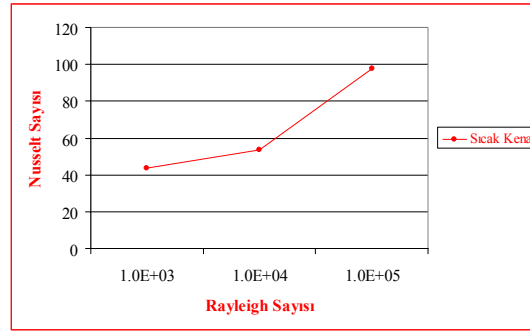


**Şekil 5.7:** Durum-3 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Alt kenarı sıcak, dik kenarı soğuk ve hipotenüsü adyabatik olan bir dik üçgendeki ısı transferinin incelendiği bu duruma ait akım fonksiyonu ve eş sıcaklık çizgisi grafikleri Şekil 5.7’de gösterilmektedir. Rayleigh sayısının  $10^3$ ’e eşit olduğu durumda eş sıcaklık çizgileri dik kenarlarla tam bir simetri halindedir. Isı transferinin iletim ağırlıklı olarak gerçekleştiği bu durum Rayleigh sayısının incelenen en üst değerine gelmesiyle birlikte son bulmuş ve eş sıcaklık çizgilerinin kararlılığı bozulmuştur. Rayleigh’in  $10^5$ ’e eşit olduğu bu durumda taşınım ağırlıklı ısı transferi

gerçekleşmektedir. Buna karşılık, her ne kadar eş sıcaklık çizgileri düzensiz hale geçmiş olsa da bu çizgiler bütün durumlarda adyabatik duvara dik olarak gelmektedir.

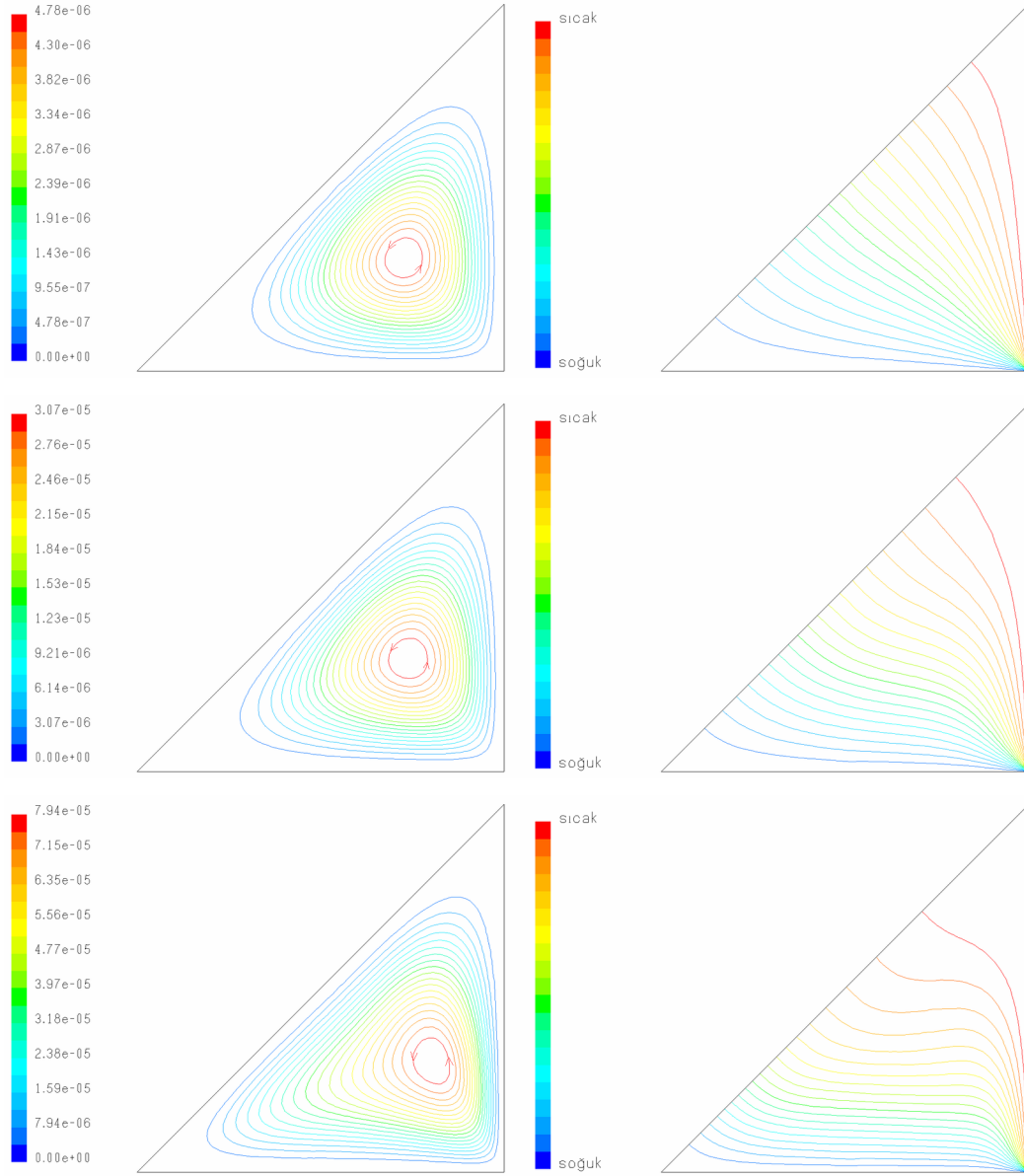
İncelenen bu durumda Rayleigh  $10^3$  iken üçgenin her iki köşesinde de aktif olmayan alanlar bulunmaktadır. Rayleigh sayısının artmasına bağlı olarak sıcaklık gradyanlarının da üst köşede artmasıyla beraber bu bölge aktif hale gelmiştir. Bunun sonucu olarak Rayleigh  $10^5$  iken akım fonksiyonu grafiğindeki hücreler de üst köşeye doğru yönelmişlerdir. Durum-3 için incelenen üç koşulda da tek hücreli akım saat yönünde hareket etmiştir. En düşük değerdeki akım çizgisine sahip merkez hücrenin konumu, Rayleigh sayısı maksimuma ulaştığında %3.77 kadar yer değiştirmiştir. Ayrıca, akım fonksiyonunun maksimum değeri, Rayleigh'in değişmesine bağlı olarak yaklaşık 57 katına çıkmıştır.



**Şekil 5.8:** Durum-3 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi

Durum-3'te de önceki durumlarda olduğu gibi, Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak sıcak kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısı da artmıştır. (Şekil 5.8) Nusselt sayısı arttıkça ısı transferi üzerindeki taşınım etkisinin de arttığı Şekil 5.7'deki eş sıcaklık grafiklerinden görülmektedir.

#### 5.2.4. Durum-4 (Dik Üçgen, H:Adyabatik, A:Soğuk, D:Sıcak, YGO:1)

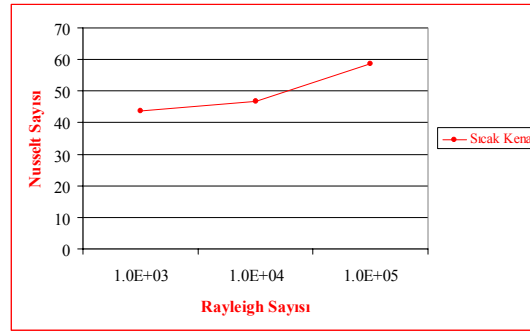


**Şekil 5.9:** Durum-4 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Yine hipotenüsün adyabatik olduğu bu durumda alt kenar soğuk ve dik kenar sıcaktır. (Şekil 5.9) Saat yönünün tersi yönünde tek hücreli yapıda dönen akım çizgileri Rayleigh sayısının  $10^5$ 'e yükseltilmesiyle birlikte sıcak ve soğuk kenarların kesişimine doğru yoğunlaşarak sıklaşmıştır. Eş sıcaklık çizgilerinin gradyanlarının da bu bölgede en üst seviyeye geldiği gözlemlenerek bu bölgedeki taneciklerin kesitteki maksimum akış hızına ulaştıkları söylenebilir. Rayleigh sayısının  $10^3$  seviyesinden  $10^5$ 'e çıkartılmasıyla birlikte simetrisi bozulan fakat önceki durumlardaki gibi

düzensizleşmeyen eş sıcaklık çizgileri bu sınır koşullarında ısı transferinin iletim ağırlıklı olarak gerçekleştiğini göstermektedir. Şekil 5.10'da görülen dik kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısı, Rayleigh'in artışına bağlı olarak büyük bir değişim göstermeyerek bu görüşü doğrulamaktadır.

Önceki durumlarda olduğu gibi Durum-4'te de Rayleigh sayısının yükselmesiyle birlikte kanal içindeki akım fonksiyonunun maksimum değeri artmıştır. Bu artış Rayleigh  $10^3$ 'ten  $10^4$ 'e yükselirken yaklaşık 6 kat,  $10^5$ 'e yükselirken 17 kat olarak gerçekleşmiştir. Merkez akım hücresinin şekli Rayleigh'in ilk arttırımıyla birlikte belirgin bir değişme göstermezken, Rayleigh en yüksek halini aldığında sağ alt köşeye doğru uzayarak belli bir miktar bozulmuştur. Merkez hücrenin orta noktasının konumu ise Rayleigh artışına bağlı olarak kanal boyuna göre %8.76 mertebesinde sıcak ve soğuk kenarların birleşimine doğru kaymıştır. Rayleigh artışının bir başka sonucu da eş sıcaklık çizgilerinin soğuk kenara doğru kayarak, üçgen kanalın sol alt köşesinde ısı transferini etkin hale getirmesidir.



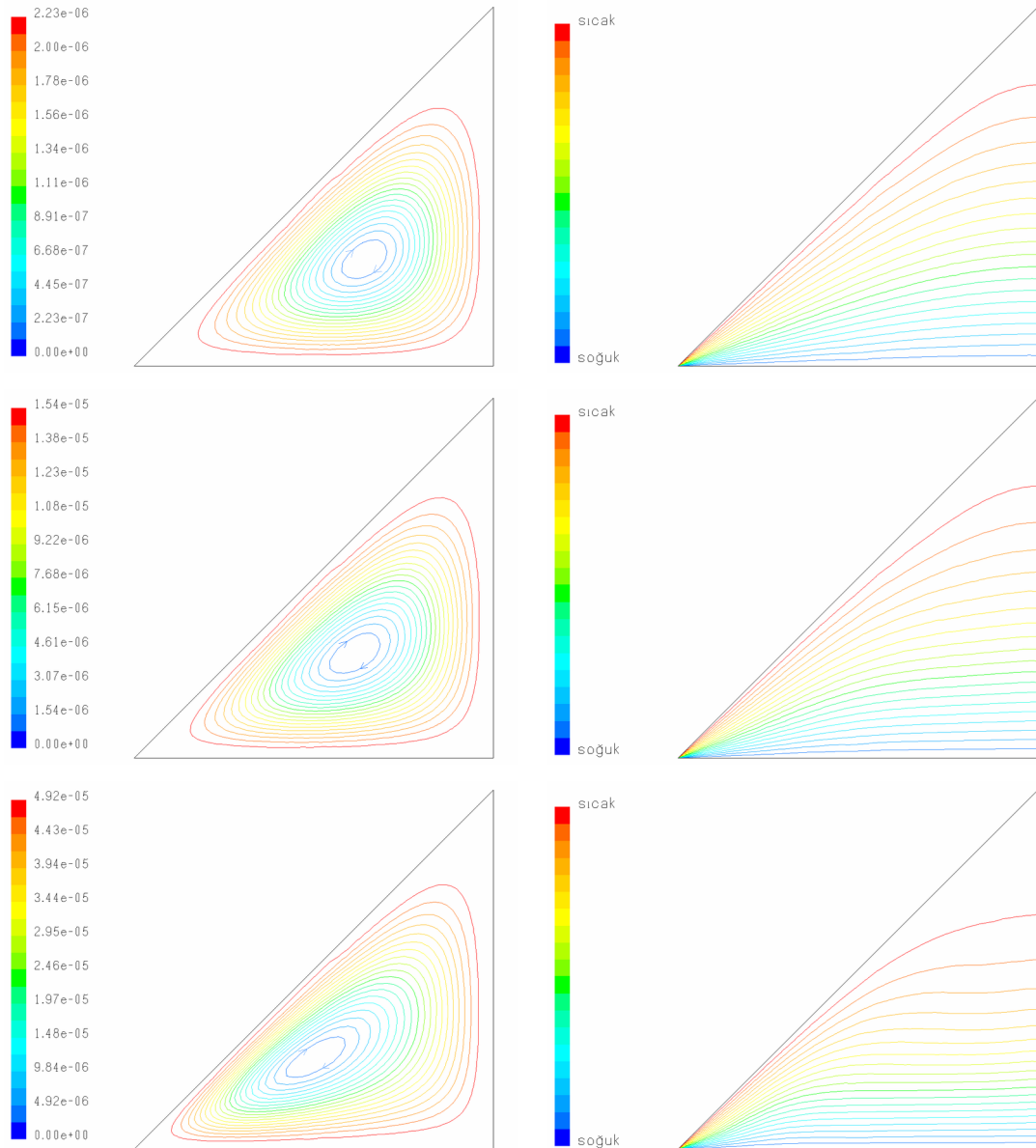
**Şekil 5.10:** Durum-4 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi

Durum-4'ü, yine dik kenarın sıcak olduğu bir başka durum olan Durum-2 ile karşılaştıracak olursak, Şekil 5.6 ve Şekil 5.10'den de görülebileceği gibi Durum-4'te sıcak kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısı Durum-2'dekinden daha düşük olarak görülmektedir. Ortalama Nusselt sayısının azalması taşınımın da azaldığını gösterdiği için Durum-2'de taşınımın gerçekleşen ısı transferinin Durum-4'e göre daha yüksek miktarda olduğu söylenebilir. Durum-2 sınır koşullarında eş sıcaklık çizgilerinin de Rayleigh artışına bağlı olarak Durum-4'ten çok daha fazla bozulması bu görüşü doğrulamaktadır.

### 5.2.5. Durum-5 (Dik Üçgen, H:Sıcak, A:Soğuk, D:Adyabatik)

Hipotenüsün sıcak, alt kenarın soğuk ve dik kenarın adyabatik olduğu bu durum için hesaplamalar çeşitli yükseklik genişlik oranlarında tekrarlanmıştır. Yaz günü çatı katı ısınmasını temsil eden bu durumda yükseklik genişlik oranının doğal taşınım etkisi ayrıntılı olarak incelenmiştir.

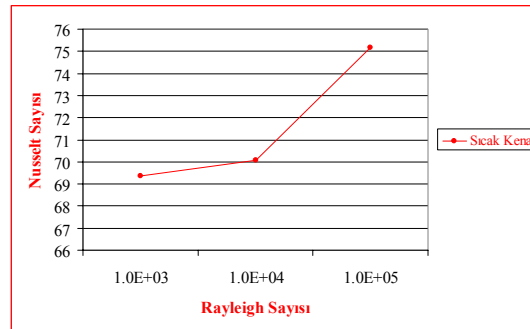
#### 5.2.5.1. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 1)



**Şekil 5.11:** Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Yükseklik genişlik oranının 1 olduğu bu durumda saat yönünde tek hücreli akış gözlemlenmektedir. (Şekil 5.11) Diğer bölgelere göre daha hafif taneciklerin bulunduğu sıcak hipotenüs boyunca yükselen hava tanecikleri üçgenin üst köşesinde adyabatik kenarla karşılaşarak aşağı doğru düşmeye başlar. Bu da saat yönünde bir akım dönüşüne neden olur. Doğal taşınımın incelendiği Durum-5 sınır koşullarında akım fonksiyonlarının maksimum değeri Rayleigh sayısının ilk arttırılışında yaklaşık 7 kat, ikinci arttırılışında 22 kat artmıştır. Merkez akış hücresinin şekli de yine Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak özellikle incelenen en yüksek Rayleigh sayısında bozulma göstermiş ve yüksekliği hipotenüse paralel bir elips halini almıştır. Aynı zamanda bu hücrenin merkezinin konumu da sıcak ve soğuk kenarların birleşimine doğru yaklaşık %15’lik bir yaklaşma göstermiştir. Kesit içindeki akış hızının en yüksek olduğu bölge akım çizgilerinin en yoğun olduğu bölgedir. Bu bölgedeki akım çizgilerinin, Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak daha da sıklaşması akış hızının arttığını göstermektedir.

Adyabatik duvara dik gelen eş sıcaklık çizgileri Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak alt kenara doğru hafif bir kayma gösterse de bozulmamıştır. [16] Bu da ısı transferinin her üç durumda da iletim ağırlıklı olarak gerçekleştiğini ifade etmektedir. Eş sıcaklık çizgilerinin alt tarafa doğru kayması yüksek Rayleigh sayılarında üst bölgelerde aktif olarak ısı transferinin gerçekleşmediği alanın arttığını göstermektedir.



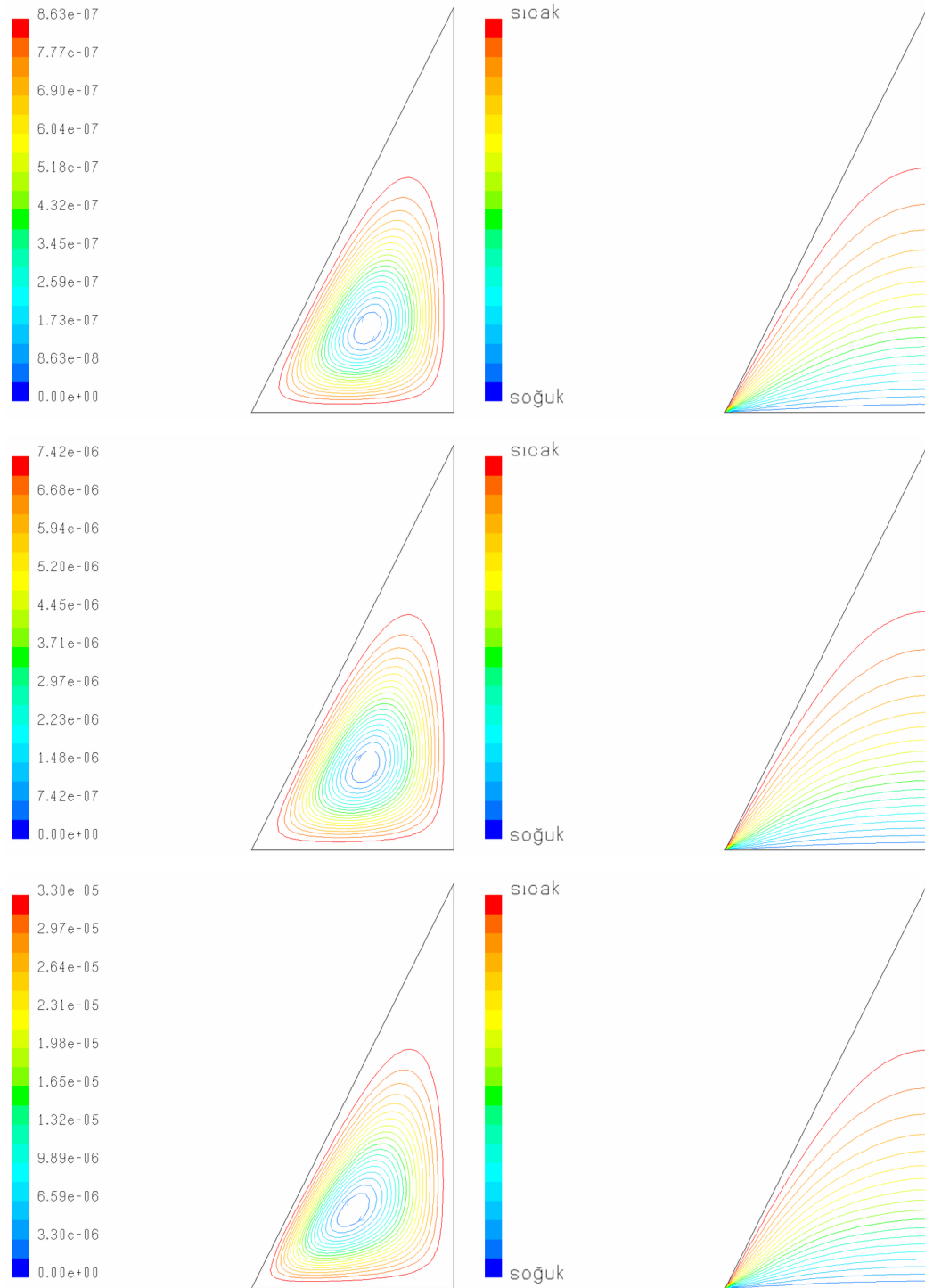
**Şekil 5.12:** Durum-5 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi (YGO=1)

Şekil 5.12’de Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak, sıcak kenar hipotenüs boyunca değişen ortalama Nusselt sayısının grafiği görülmektedir. Bu grafikte Nusselt sayısının, Rayleigh sayısının  $10^3$ ’ten  $10^5$ ’e kadar arttırılmasında sadece %8 arttığı görülmektedir. Bunun sebebi Durum-5 sınır koşullarında tüm Rayleigh sayılarında

gerçekleşen ısı transferinin iletim ağırlıklı olmasından ileri gelmektedir. Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak çizilen eş sıcaklık grafiklerinin (Şekil 5.11) her koşulda düzenli olması bunu doğrulamaktadır.

Durum-5'i hipotenüsün sıcak olduğu bir başka sınır koşulu olan Durum-1 ile karşılaştıracak olursak Rayleigh  $10^5$  iken hesaplanan ortalama Nusselt sayılarının bu durumda daha düşük olduğunu görebiliriz. Buna karşılık Rayleigh  $10^3$  ve  $10^4$  değerlerine sahipken her iki durumda da birbirine çok yakın Nusselt sayıları bulunmuştur. Bunun sebebi hem Durum-1'de hem de Durum-5'te bu Rayleigh değerlerinde iletim ağırlıklı bir ısı transferi meydana gelmesinden kaynaklanmaktadır. Daha önce de belirtildiği gibi iletimin artmasıyla birlikte artan Nusselt sayısı, Durum-1'de ısı transferinin taşınım ağırlıklı bir hal almasıyla yaklaşık %58'lik keskin bir yükseliş yapmıştır. Bunun aksine bu bölümde incelemiş olduğumuz Durum-5 sınır koşullarındaki sıcak kenar boyunca hesaplanan ortalama Nusselt sayısı, Rayleigh  $10^5$ 'e çıkartıldığında bile ısı transferinin iletim ağırlıklı yapısını sürdürmesinden dolayı yüksek değerlere ulaşamamıştır.

### 5.2.5.2. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 2)



**Şekil 5.13:** Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 2 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

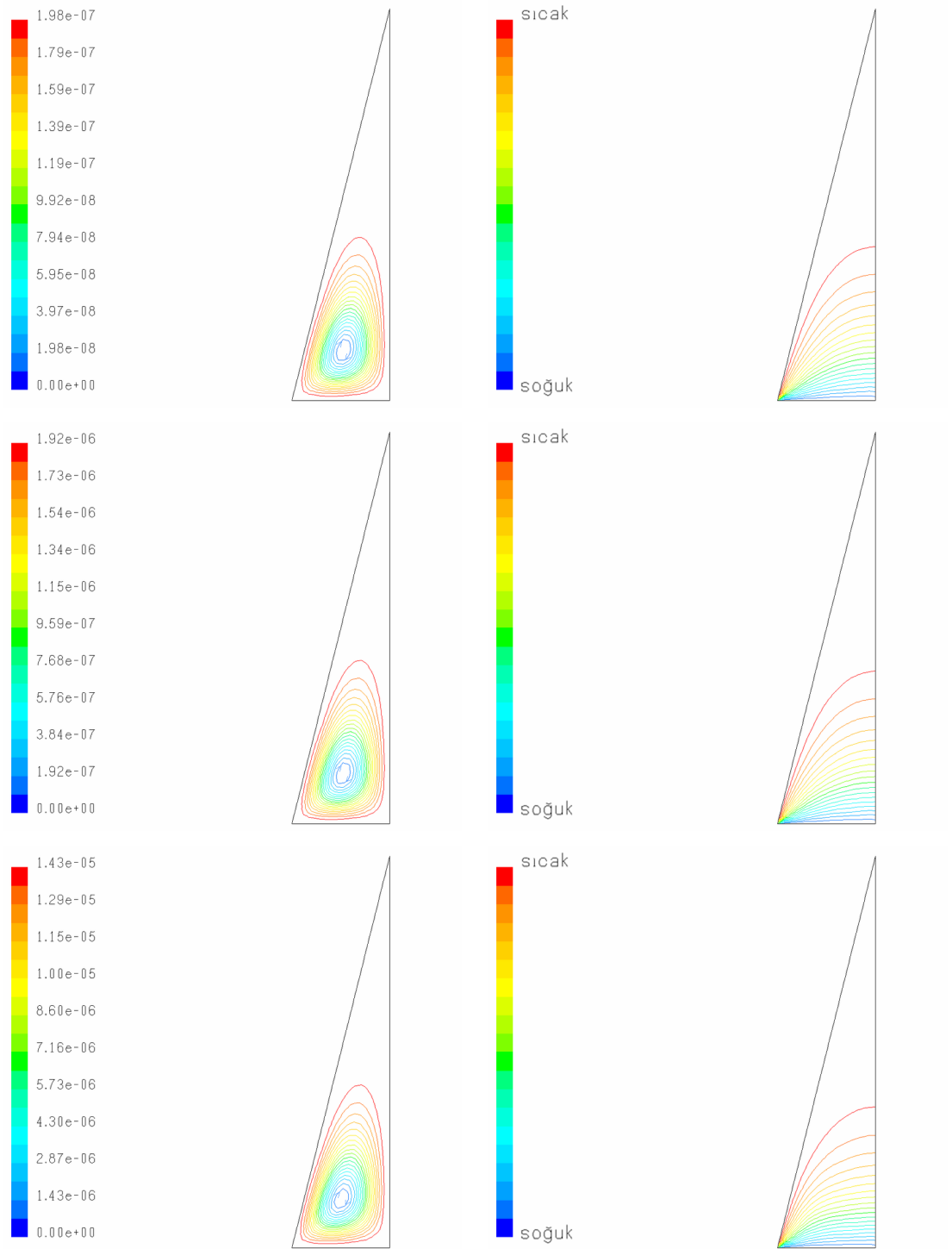
Bir önceki bölümde incelenen dik üçgenin, karakteristik uzunluğu olan yüksekliği sabit tutularak yükseklik genişlik oranı 2'ye çıkartılmıştır. Del Campo ve diğ. [12]



alışmalarında büyük yükseklik genişlik oranlarındaki üçgenleri de incelemişler ve bu kesitlerde akım çizgilerinin maksimum değerlerini daha düşük oranlardaki üçgenlerden düşük bulmuşlardır. Yapılan bu çalışmada da YGO 2 katına çıkarken, Rayleigh  $10^5$  koşulunda, maksimum akım çizgisi değeri %33 civarında bir düşüş göstermiştir. (şekil 5.13) Yükseklik genişlik oranının 1 olduğu Bölüm 5.2.5.1’de olduğu gibi burada da saat yönünde tek hücreli bir akım meydana gelmektedir. Rayleigh sayısının artmasına bağlı olarak değerleri artan akım çizgileri yüksek Rayleigh sayılarında en yüksek akış hızlarına ulaşmışlardır. Yine yükselen Rayleigh sayısı ile birlikte sıcak ve soğuk kenarın birleştiği sol alt köşeye doğru yönelen akış hücrelerinin yapısı bir miktar bozulmuştur.

Bölüm 5.2.5.1’de olduğu gibi burada da yüksek Rayleigh sayılarında eş sıcaklık çizgilerinin düzenliliği hiç bozulmamış ve iletim ağırlıklı bir ısı transferi hali sürekli olmuştur. Fakat buna karşılık yükseklik genişlik oranının artmasına bağlı olarak kanal içindeki aktif olmayan bölge artmıştır. Bunun nedeni kısalan soğuk kenarın ısı transferine katkısının azalmasıyla birlikte üçgenin st kesimlerine etki edememesidir. Sonuç olarak sıcak dik kenar sınır koşulu, kesidin bu bölgelerinde hakim olarak ısı transferinin aktif olmadığı alanın artmasına neden olmuştur.

### 5.2.5.3. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 4)

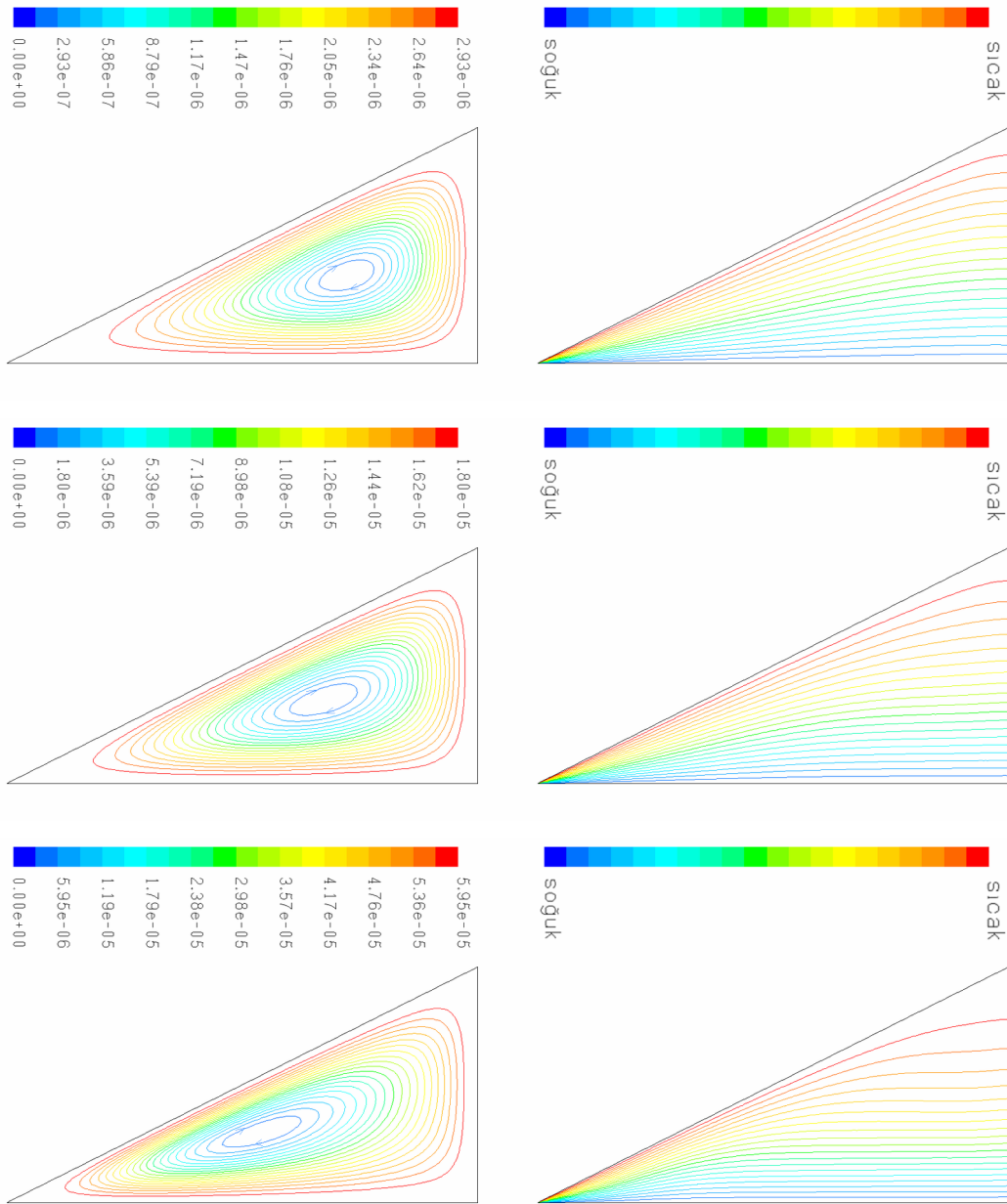


**Şekil 5.14:** Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 4 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Aynı sınır koşullarına sahip fakat YGO 4'e çıkartılmış bu dik üçgen kesitli kanallarda maksimum akım çizgisi değeri yine düşüş göstermiştir. (Şekil 5.14) YGO

1 olan dik üçgene göre yaklaşık %71, YGO 2 olan dik üçgene göre %56'lık bir düşüş meydana gelmiştir. Alt kenarın boyut olarak %75 oranında azalmasıyla birlikte soğuk kenarın ısı transferine etkisi iyice azalmış ve böylece akım ve eş sıcaklık çizgileri üçgen yüksekliğinin yarısından daha üst kısımlarda aktif olamamışlardır. Eş sıcaklık çizgilerinin yapısı yüksek Rayleigh sayılarında bir bozulma göstermemiş ve ısı transferinin iletim ağırlıklı olarak gerçekleşmesini sağlamıştır.

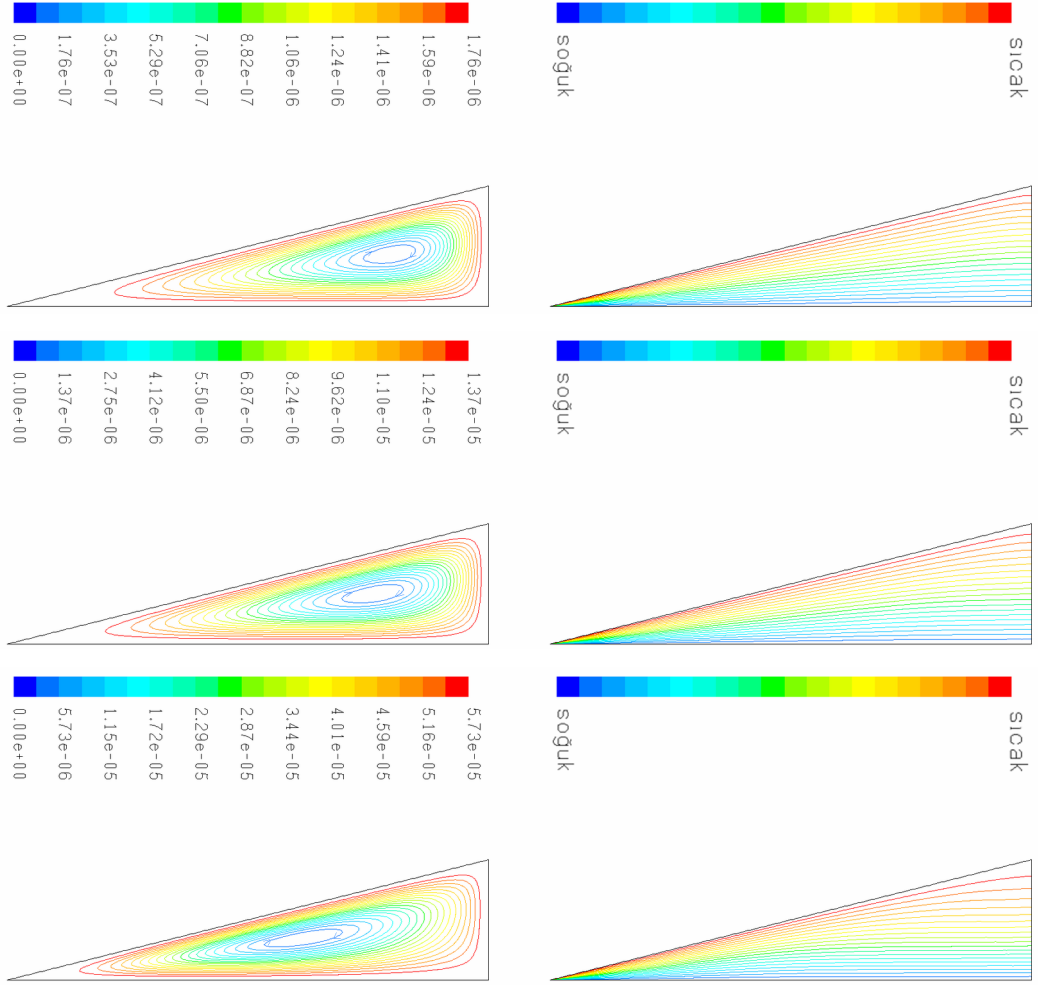
#### 5.2.5.4. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 0.5)



**Şekil 5.15:** Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.5 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Durum 5.5.1’de incelenen dik üçgenin 1’den büyük yükseklik genişlik oranlarında yapılan hesaplamalarından sonra, aynı sınır koşullarında YGO 1’den daha küçük üçgenlerde inceleme yapılmıştır. Şekil 5.15’de YGO 0.5 olan üçgenler için önceki durumlarda kullanılan Rayleigh sayılarıyla yapılan hesaplamalar sonucunda bulunan grafikler gösterilmektedir. Bölüm 5.2.5.1’de incelenen üçgenle karşılaştırıldığında bu iki kesitteki akım çizgilerinin yapılarının birbirine çok benzediği söylenebilir. İkizkenar dik üçgen kesidin alt kenarının 2 katına çıkartılmasıyla oluşan bu kesitte önceki durumdan farklı olarak eş sıcaklık ve buna bağlı olarak da akım çizgileri tüm alana yayılmışlardır. Bunun nedeni genişleyen üçgendeki aktif olmayan bölgelerin azalmasından kaynaklanmaktadır. Yüksek Rayleigh sayılarında bu sınır koşullarındaki önceki durumlara benzer yapıda gerçekleşen iletim ağırlıklı ısı transferi, burada da eş sıcaklık çizgilerinin düzenli hallerini sürdürmeleriyle meydana gelmiştir. Yüksek Rayleigh sayılarında artan maksimum akım çizgisi değerleri Rayleigh  $10^3$ ’ten  $10^5$ ’e çıktığında yaklaşık 20 katı kadar artmıştır.

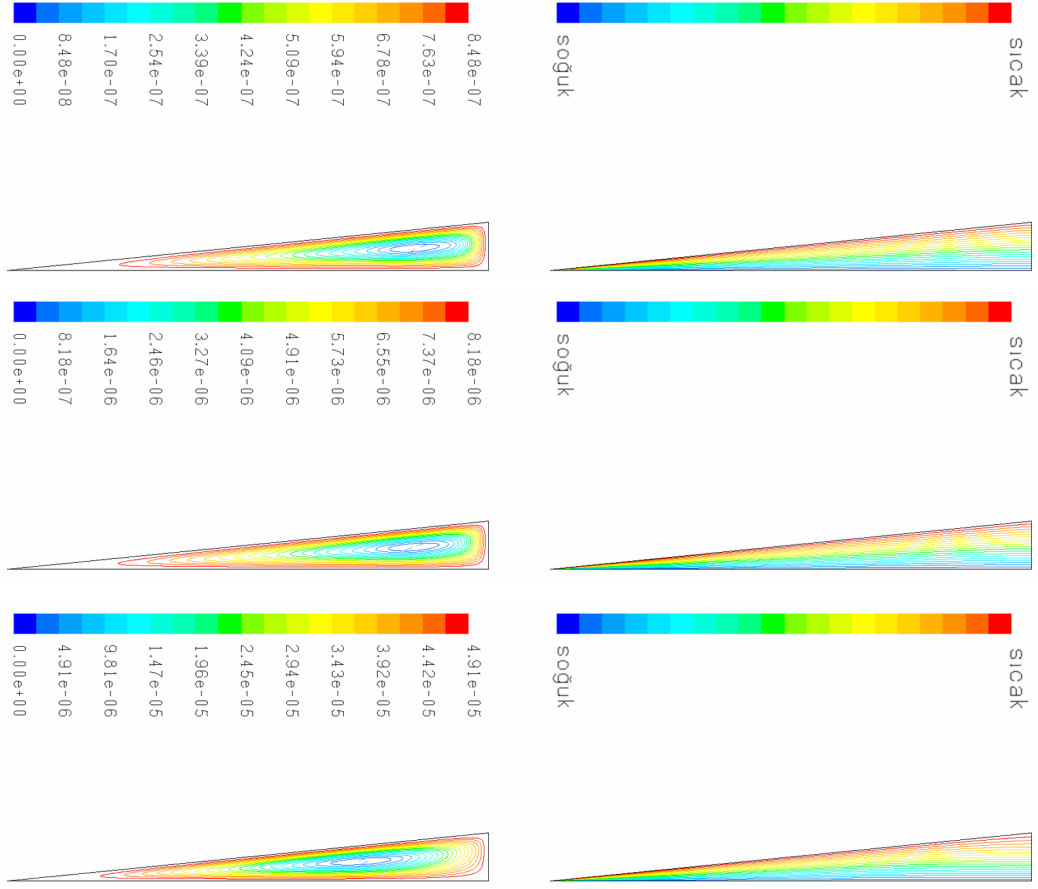
### 5.2.5.5. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 0.25)



**Şekil 5.16:** Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.25 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Yükseklik genişlik oranı 0.25 olan dik üçgenin akım ve eş sıcaklık çizgisi grafikleri Şekil 5.16’da gösterilmiştir. Alt kenarın soğuk, dik kenarın adyabatik ve hipotenüsün sıcak olduğu bu kesitte ısı transferi tüm Rayleigh sayılarında iletim ağırlıklı olarak gerçekleşmektedir. Boyut oranının düşürülmesine bağlı olarak maksimum akım çizgisi değerlerinde de bir düşüş meydana gelmiştir. Üçgen genişliğinin artmasıyla birlikte üçgenin daha büyük bir bölgesinde ısı transferinin aktif olduğu gözlemlenmektedir. Diğer boyut oranlarında olduğu gibi bu kesitte de akış saat yönünde ve tek hücreli olarak gerçekleşmektedir. Rayleigh sayısının  $10^3$ ’ten  $10^5$ ’e çıkmasıyla birlikte maksimum akım fonksiyonlarının değerinde yaklaşık 32 katı kadar bir artış görülmüştür.

### 5.2.5.6. Durum-5 (Dik Üçgen, YGO: 0.1)

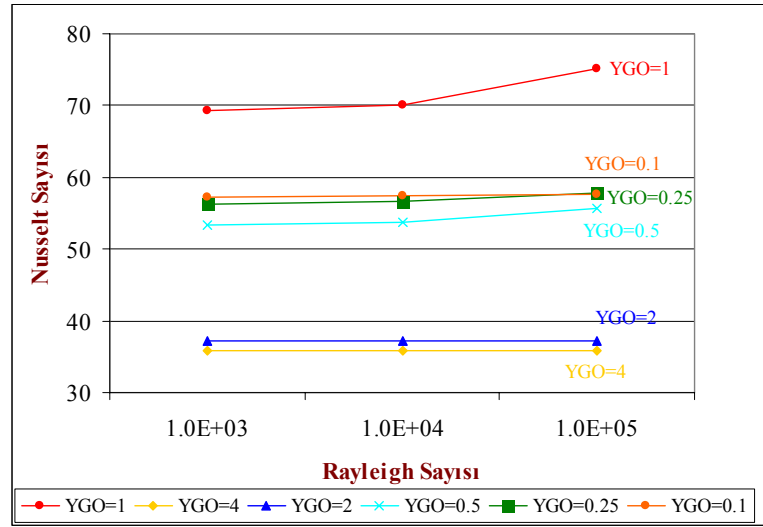


**Şekil 5.17:** Durum-5 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Şekil 5.17’de YGO 0.1 için akım ve eş sıcaklık çizgileri gösterilerek Durum-5 sınır koşulu için incelenen bütün geometriler tamamlanmıştır. Ortaya çıkan akış yapıları Akinsete ve Coleman’ın [2] çalışmalarıyla tam bir uyum içerisinde. Yapılan araştırmalarda en yüksek üçgenden en alçak üçgene kadar bütün kesitlerde saat yönünde dönen akım hücreleri görülmüştür. Buradan, bu sınır koşullarında, yükseklik genişlik oranının akış yönüne hiçbir etkisi olmadığı görülmektedir. Yükseklik genişlik oranının düşmesine bağlı olarak akım çizgisi değerlerinin artışı burada da sürmüştür. Ayrıca üçgen yükseklik genişlik oranı, 40 kat kadar küçültülmesine rağmen akım çizgileri tek hücreli yapılarını korumuşlardır.

### 5.2.5.7. Durum-5 Sınır Koşullarında Ortalama Nusselt Sayısının Yükseklik Genişlik Oranına Bağlı Değişimi

Durum-5 sınır koşullarında, yükseklik genişlik oranı 0.1 ile 4 arasında değişen 6 değişik dik üçgen kesidi incelenmiştir. Bu üçgen geometrilerde bulunan sıcak kenarlar üzerindeki ortalama Nusselt sayıları, incelenen her Rayleigh sayısı için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu veriler sonucunda, dik üçgen kesitli kanallarda yükseklik genişlik oranı değişiminin Nusselt sayısına ve dolayısıyla ısı transferine etkisinin incelenmesi amacıyla Şekil 5.18’de gösterilen grafik çizilmiştir.



**Şekil 5.18:** Durum-5 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitlerde Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının Yükseklik Genişlik Oranına Bağlı Değişimi

Durum-5 sınır koşullarını genel olarak diğer durumlarla karşılaştırdığımızda, alt kenarın soğuk, hipotenüsün sıcak ve dik kenarın adyabatik olduğu bu durumda incelenen tüm yükseklik genişlik oranlarında Rayleigh sayısı maksimum değerini aldığı anda bile iletim ağırlıklı bir ısı transferi gerçekleşmiştir. Bunun sonucu olarak ortalama Nusselt sayıları bu sınır koşullarında, diğer durumlardan daha düşük olarak bulunmuştur. Isı transferindeki iletim ağırlığının yüksek Rayleigh sayılarında belirgin bir artış göstermemesi nedeniyle de Nusselt sayılarındaki artış da sınırlı olmuştur.

Yükseklik genişlik oranının ortalama Nusselt sayısına etkisini araştırmak için Şekil 5.18’i incelediğimizde Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak en büyük yükselişin YGO 1 olan üçgende gerçekleştiği görülmektedir. Fakat Şekil 5.11’deki eş sıcaklık

çizgilerinden de görüldüğü gibi taşınım etkisinin, maksimum Rayleigh sayısında dahi ağırlığını yitirmemesi nedeniyle oluşan değişim %8.3 ile sınırlı kalmıştır.

Yükseklik genişlik oranı 1'den büyük olan iki üçgende de Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak ortalama Nusselt sayısı çok az bir yükseliş göstermiştir. YGO 2 olan üçgende bu oran %0.4 iken, YGO 4 olan üçgende %0.2 olarak gerçekleşmiştir. Boyut oranı 1'den büyük olan üçgenlere baktığımızda da ortalama Nusselt'in YGO 0.5 için %4.2, YGO 0.25 için %2.5 ve YGO 0.1 için %0.6 oranlarında arttığı görülebilir. Bu bilgiler ışığında Durum-5 sınır koşullarındaki dik üçgen kesitlerde ortalama Nusselt sayısının, Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak en büyük değişimi YGO 1 olan üçgende yaptığı belirlenmiştir. YGO 1'den yukarı doğru arttığında ve aşağı doğru azaldığında bu değişim de giderek azalmıştır.

Ortalama Nusselt sayılarının genel büyüklüklerini incelediğimizde de yine en yüksek değere YGO 1 olan dik üçgenin ulaştığını görürüz. Bu oran daha yüksek sayılara çıktıkça Nusselt sayısı da daha düşük değerlere sahip olmuştur. YGO 4 olan üçgen, Durum-5 sınır koşullarında incelenen tüm boyut oranlarındaki en düşük ortalama Nusselt sayısına sahiptir.

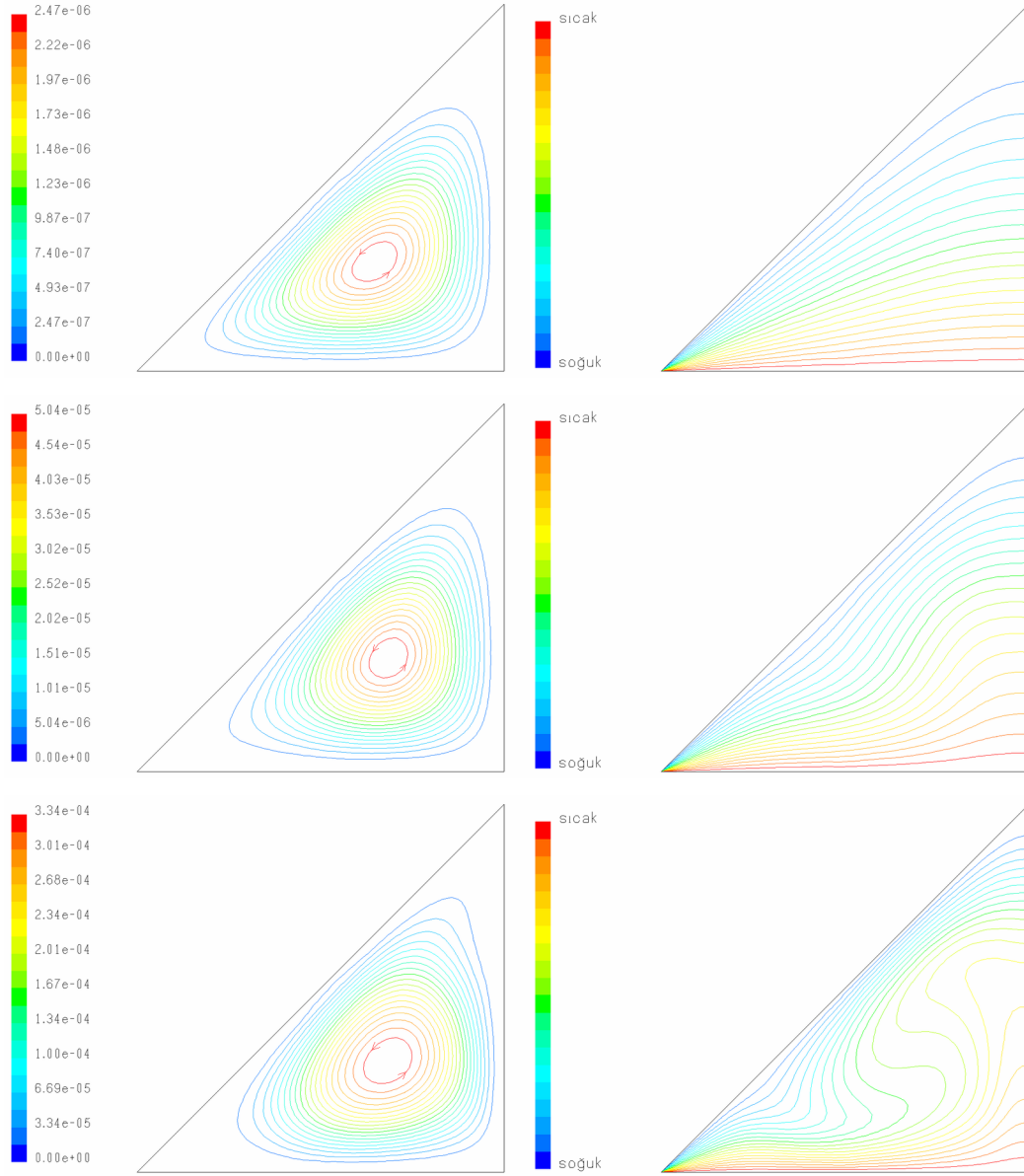
Yükseklik genişlik oranları 1'den küçük olan üçgen kesitlerini incelediğimizde ise en düşük ortalama Nusselt sayısına YGO 0.5 olan üçgenin sahip olduğunu görürüz. YGO 0.5'ten daha düşük seviyelere doğru gittiğindeyse Nusselt sayısında çok hafif bir artış görülmektedir. Bu da Durum-5 koşullarındaki dik üçgen kesitlerde sıcak kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısının YGO 0.5'ten aşağı düştükçe taşınım ağırlığının etkisine bağlı olarak yükseldiğini göstermektedir.

#### **5.2.6. Durum-6 (Dik Üçgen, H:Soğuk, A:Sıcak, D:Adyabatik)**

Hipotenüsün soğuk, alt kenarın sıcak ve dik kenarın adyabatik olduğu bu durum için hesaplamalar çeşitli yükseklik genişlik oranlarında tekrarlanmıştır. Soğuk bir kış günündeki bir çatı katı odasının ısınmasını temsil eden bu durumda çatının sabit düşük sıcaklıkta, tabanın alt kattaki ısıtmaya bağlı olarak sabit yüksek sıcaklıkta, yan duvarın da adyabatik olduğu kabul edilmiştir. Bu sınır koşullarına sahip 6 kesitte, Rayleigh sayısının  $10^3$  ile  $10^5$  arasında değiştiği 3 ayrı model incelenmiştir. Sonuçlar akım ve eş sıcaklık çizgilerinin kesit içindeki grafikleri ile ortalama Nusselt sayılarının grafikleri olarak verilmiştir.



### 5.2.6.1. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 1)

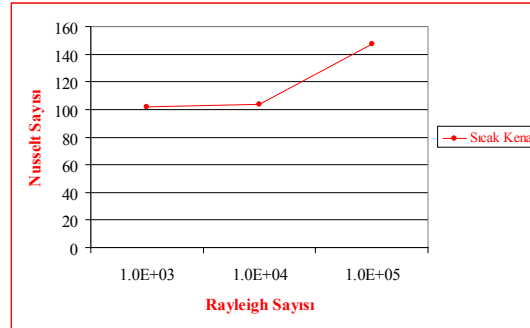


**Şekil 5.19:** Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Yükseklik genişlik oranının 1 olduğu, bir başka deyişle üçgenin alt tabanının dik kenarına eşit olduğu durum için hesaplanan sonuçlar sonrasında çizilen akım ve eş sıcaklık çizgileri Şekil 5.19’da gösterilmiştir. Alt kenarın soğuk olduğu Durum-5’in aksine bu durumda akım hücreleri saat yönünün tersi yönünde dönmektedirler. Akım fonksiyonunun değeri kesidin iç taraflarına gidildikçe artmakta ve tek hücreli merkezde maksimuma ulaşmaktadır. Rayleigh artışına bağlı olarak da yükselen maksimum akım çizgisi değerleri Rayleigh  $10^3$ ’ten  $10^4$ ’e arttırıldığında yaklaşık 20

kat,  $10^5$ 'e arttırıldığında 133 kat artmıştır. Bu durumu yine alt kenarın ısıtıldığı bir başka kenar olan Durum-3 ile karşılaştırmamız halinde, Rayleigh  $10^3$  ve  $10^4$  değerlerinde Durum-6 sınır koşullarındaki dik üçgen kesidinde daha düşük akım fonksiyonu değerlerini görürüz. Buna karşılık Rayleigh değerleri  $10^5$ 'e çıkartıldığında Durum-6 daha yüksek maksimum akım çizgisi değerine ulaşmıştır. Bunun nedenini araştırmak için iki durum arasındaki eş sıcaklık çizgilerini incelersek, Durum-6'da incelenen en yüksek Rayleigh sayısında bu çizgilerin Durum-3'e göre daha düzensiz bir yapıda olduklarını görebiliriz. Bu da bu koşulda oluşan ısı transferi içindeki taşınım ağırlığının Durum-3'ten daha yüksek olduğunu göstermektedir. Taşınım ağırlığı arttıkça akım fonksiyonlarının değeri de düzensizlikten dolayı artmaktadır.

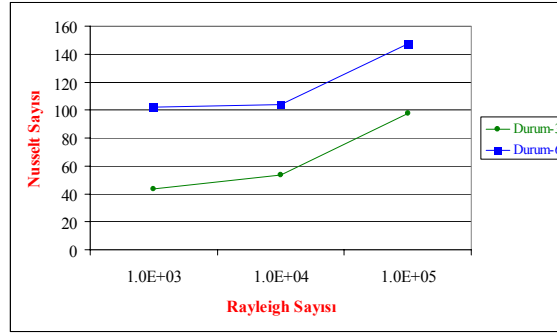
Bu sınır koşullarında, Rayleigh artışına bağlı olarak kesit içinde merkez akım hücresinin şekli ve konumu önceki durumlardan çok daha az değişim göstermiştir. Fakat Rayleigh'in yükseltilmesine bağlı olarak eş sıcaklık çizgilerinin üst taraftaki aktif olmayan bölgelerde de etkinliğini arttırmasıyla birlikte Rayleigh  $10^5$  değerinde akım çizgisi grafiğinde de üçgenin üst köşesine doğru bir uzama görülmektedir. (Şekil 5.19)



**Şekil 5.20:** Durum-6 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi (YGO=1)

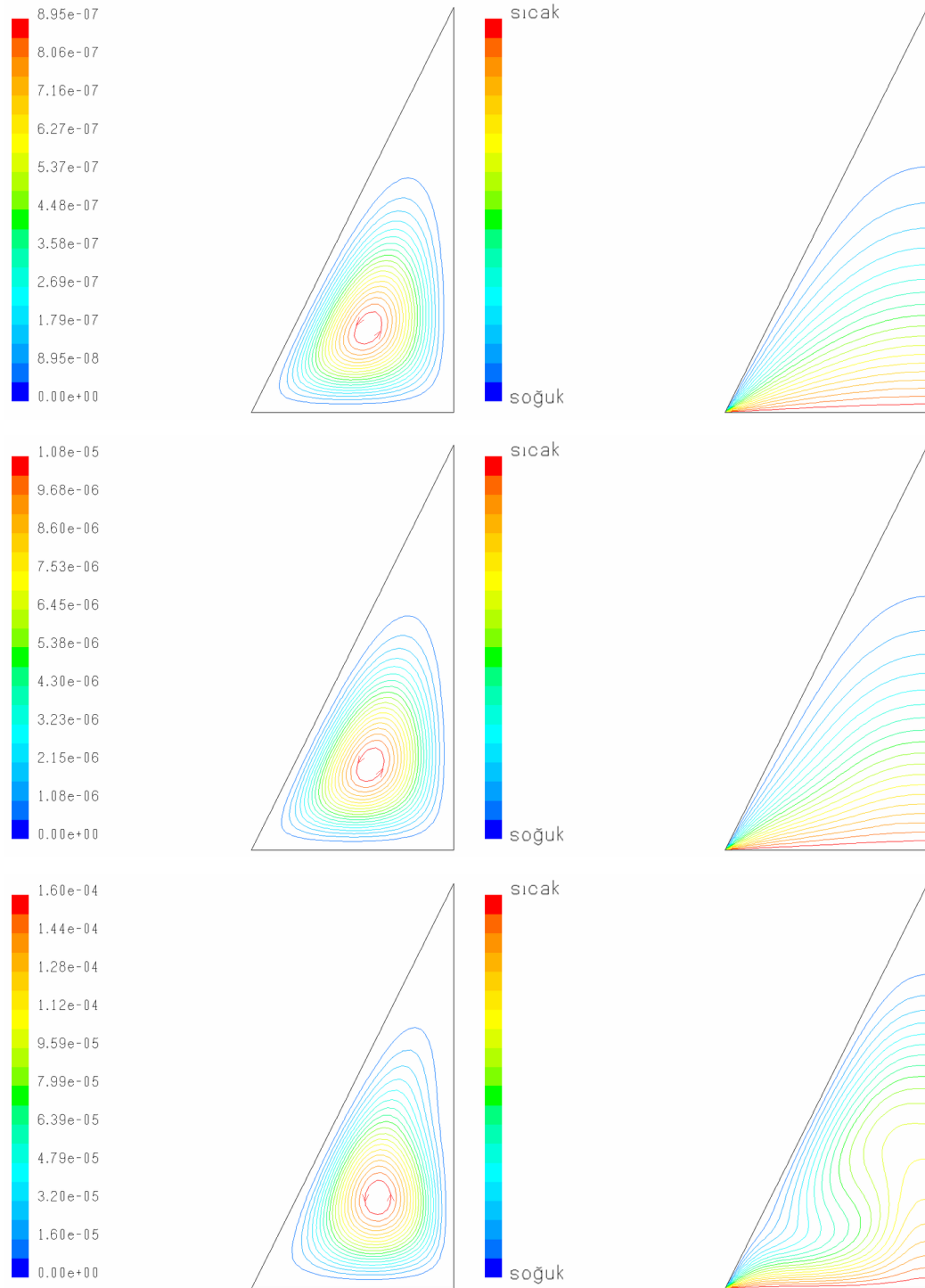
Şekil 5.20'de sıcak alt kenar boyunca hesaplanan ortalama Nusselt sayısının, Rayleigh sayısına bağlı olarak değişiminin grafiği gösterilmiştir. Rayleigh  $10^3$ 'ten  $10^4$ 'e çıktığında eş sıcaklık çizgilerinin düzenliliğini koruması nedeniyle çok düşük bir artış gösteren Nusselt sayısı, önceki durumlarda olduğu gibi burada da Rayleigh sayısının artmasıyla birlikte iletim ağırlıklı bir hal alan ısı transferi dolayısıyla keskin bir artış göstermiştir.

Durum-6 sınır koşullarındaki ortalama Nusselt sayısını, alt kenarın ısıtıldığı bir başka durum olan Durum-3 ile karşılaştırdığımızda yine Durum-6'daki iletim ağırlığının etkisiyle oluşan farkları görebiliriz. (Şekil 5.21) Durum-3 sınır koşullarında gerçekleşen ısı transferinde taşınım ağırlığının daha az olması sebebiyle bu koşullarda, sıcak alt kenar Durum-6'ya göre daha düşük ortalama Nusselt değerlerine sahip olmaktadır.



**Şekil 5.21:** Durum-3 ve Durum-6 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayılarının Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimlerinin Karşılaştırılması

### 5.2.6.2. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 2)



**Şekil 5.22:** Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 2 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Burada Bölüm 5.2.6.1’de incelenen dik üçgen kesitli kanalın alt kenar uzunluğu yarıya indirilerek yükseklik genişlik oranı 0.5 olan üçgen kesitli bir geometride

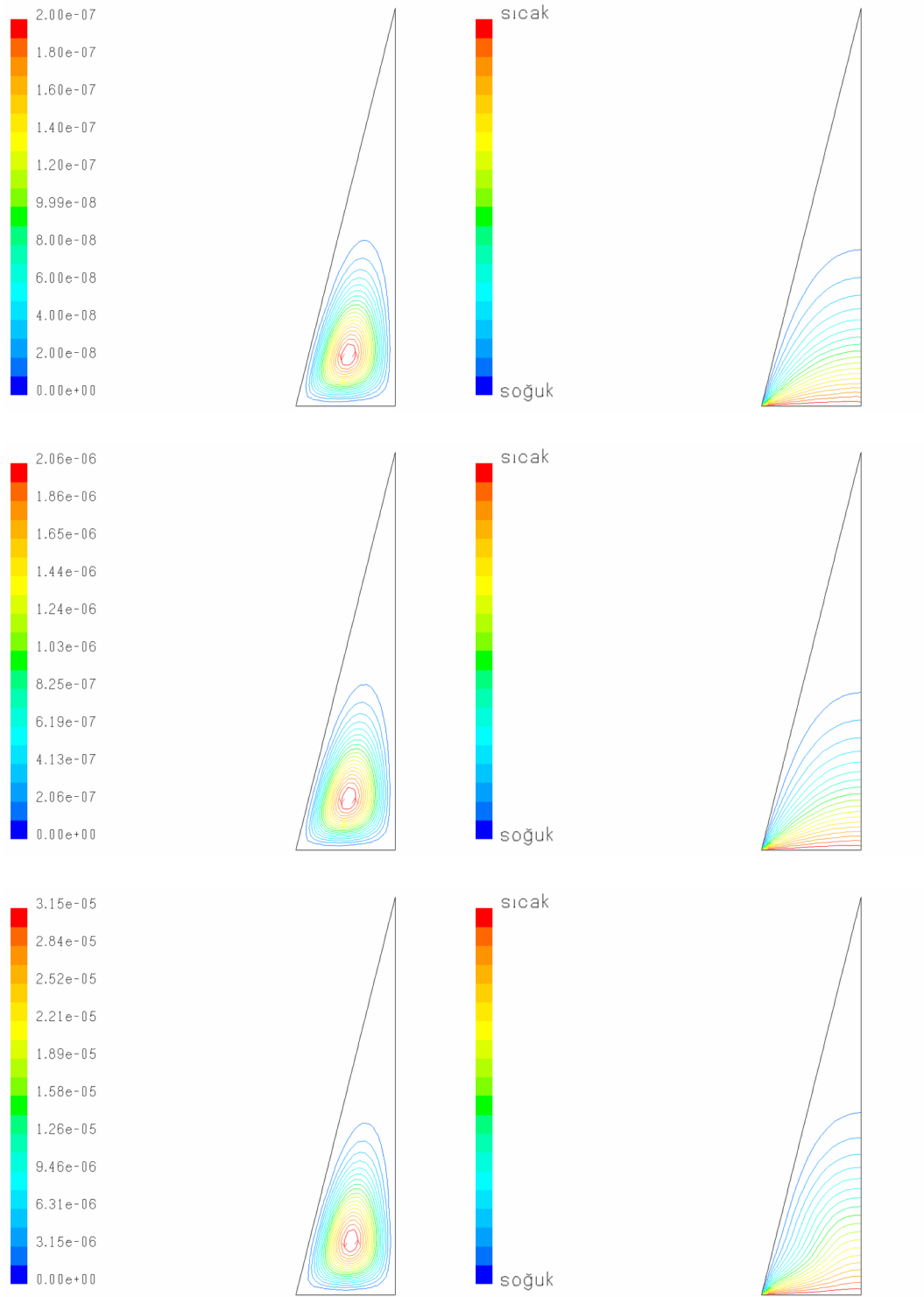
incelemeler yapılmıştır. (Şekil 5.22) Bu duruma genel olarak bakmak gerekirse akım çizgilerinin yine tek hücreli olarak saat yönünün tersinde hareket ettiklerini görebiliriz.

Rayleigh artışına bağlı olarak merkez akım hücresi belirgin bir şekil bozukluğu göstermemiştir. Aynı hücrenin kesit içindeki konumu da önceki bölümde de olduğu gibi kayda değer bir yer değiştirme göstermemiştir. Rayleigh sayısı arttıkça, akım fonksiyonlarının maksimum değeri burada da yükselmiştir. İncelenen en düşük Rayleigh sayısında, eş sıcaklık çizgilerinin düzgün bir dağılım göstermesi iletim ağırlıklı bir ısı transferinin gerçekleşmekte olduğunu belirtmektedir. Fakat Rayleigh sayısının bir kademe arttırılmasıyla birlikte, YGO 1 olan dik üçgenin aksine, iletim ağırlığı etkinliğini hala korumaktadır. Rayleigh maksimum değerine ulaştığındaysa her iki üçgende de taşınım ağırlıklı ısı transferi gerçekleşmektedir. Bunun haricinde eş sıcaklık çizgilerinin kesit içinde aktif olduğu bölgeleri incelersek düşük Rayleigh sayılarında üçgenin üst bölgelerinde ısı transferinin gerçekleşmediğini görürüz. Bunun nedeni sıcak alt kenarın boyunun azalmasıyla birlikte üçgenin üst bölgelerine etki edememesidir. Akım çizgilerinin en sık olduğu bölgeler kesit içindeki hava taneciklerinin en hızlı olduğu kısımları temsil etmektedir. Rayleigh sayısının artmasıyla birlikte hızlanan hava tanecikleri dolayısıyla, üçgen alanının büyük bir kısmında eş sıcaklık çizgileri aktif olarak görülmektedir.

Yükseklik genişlik oranının değişiminin ortalama Nusselt sayısına etkisi Bölüm 5.2.6.7’de incelenmiştir.

#### **5.2.6.3. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 4)**

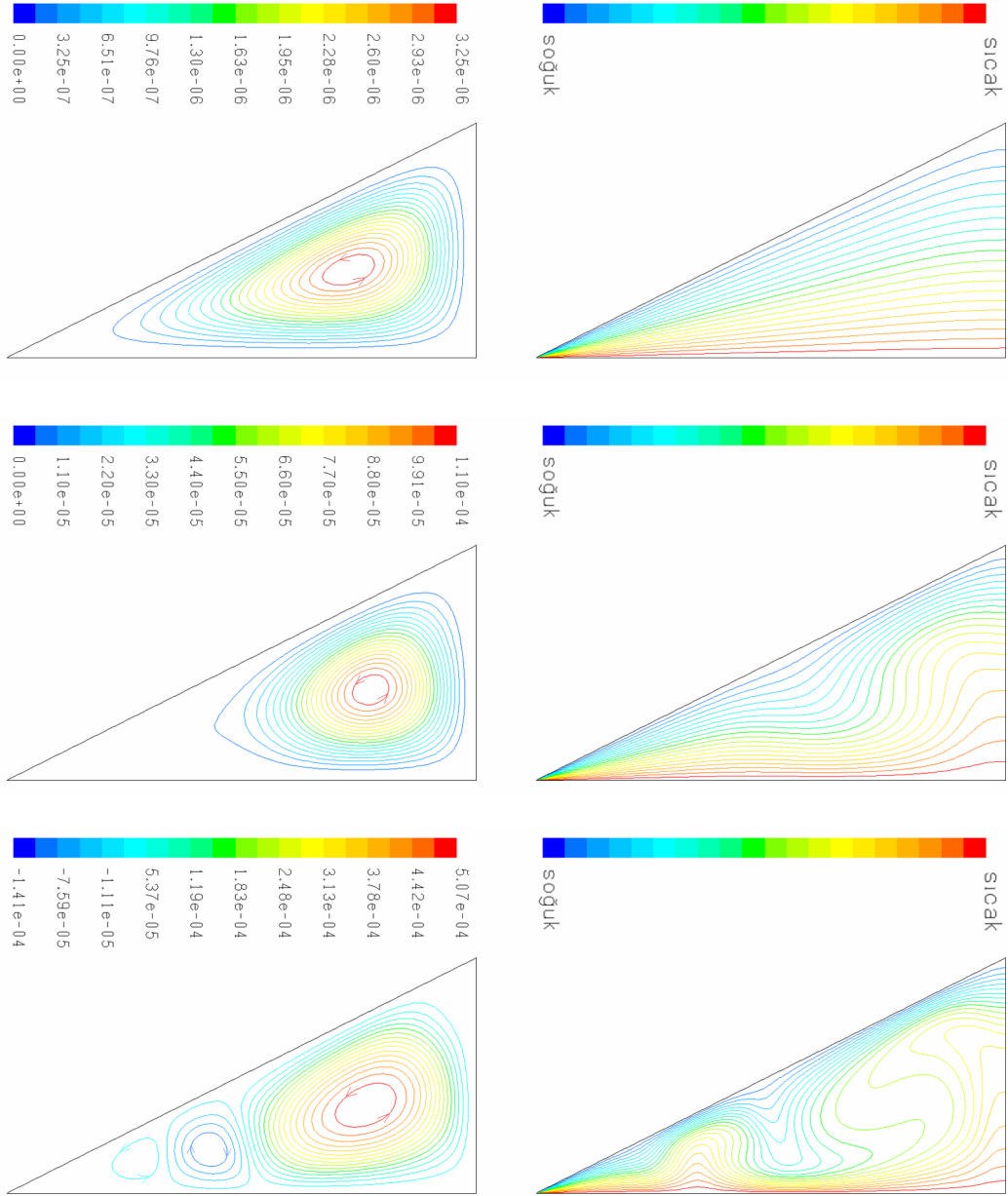
Alt kenarın sıcak, onun 4 katı uzunluğundaki dik kenarın adyabatik ve hipotenüsün soğuk olduğu bu durumda akım çizgileri belirgin bir biçimde sıcak kenar tarafında yoğunlaşmıştır. (Şekil 5.23) Bunun sebebi üçgen kesidin üst taraflarında sıcak kenarın etkin olamayışıdır. Üçgenin üst köşesine doğru gidildikçe sıcak-soğuk karşılaşması iyice azaldığından eş sıcaklık çizgileri burada aktif olamamaktadır. Bölüm 5.2.6.2’de olduğu gibi burada da yükseklik genişlik oranının artmasına bağlı olarak akım çizgilerinin değerleri değişik Rayleigh sayılarıyla yapılan tüm hesaplamalarda düşüş göstermiştir. [5] %75 oranında kısalan sıcak kenarın kesit içindeki toplam ısı transferine etkisi burada iyice düşmüş ve yüksek Rayleigh sayılarında dahi iletim ağırlıklı ısı transferi gerçekleşmiştir.



**Şekil 5.23:** Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 4 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak, merkez akım hücresinin şekli ve konumu çok sınırlı bir değişim gösterebilmiştir. Bunun sebebi iyice daralan üçgen genişliğinin büyük farklara izin vermemesidir.

#### 5.2.6.4. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 0.5)



**Şekil 5.24:** Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.5 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Literatürde üçgen ve dikdörtgen kesitlerde en çok incelenen konulardan biri düşük yükseklik genişlik oranlarında alttan ısıtma problemleridir. [2,3,5,8,17] Poulikakos ve Bejan [3] yaptıkları çalışmada tek hücreli akış yapısı ile karşılaşırlarken, onlardan

sonra yapılan çoğu makalede çok hücreli akış yapısı ile karşılaşmıştır. [2,5,8,17] Bu çalışmada da Rayleigh sayısının  $10^5$ 'e çıktığı ve 1'den daha düşük yükseklik genişlik oranlarında incelenen tüm kesitlerde çok hücreli akım yapısına rastlanmıştır. Bundan ayrı olarak bir kısım alçak üçgen kesitlerde  $Ra$   $10^4$  olduğunda dahi çok hücreli yapı hali görülmüştür.

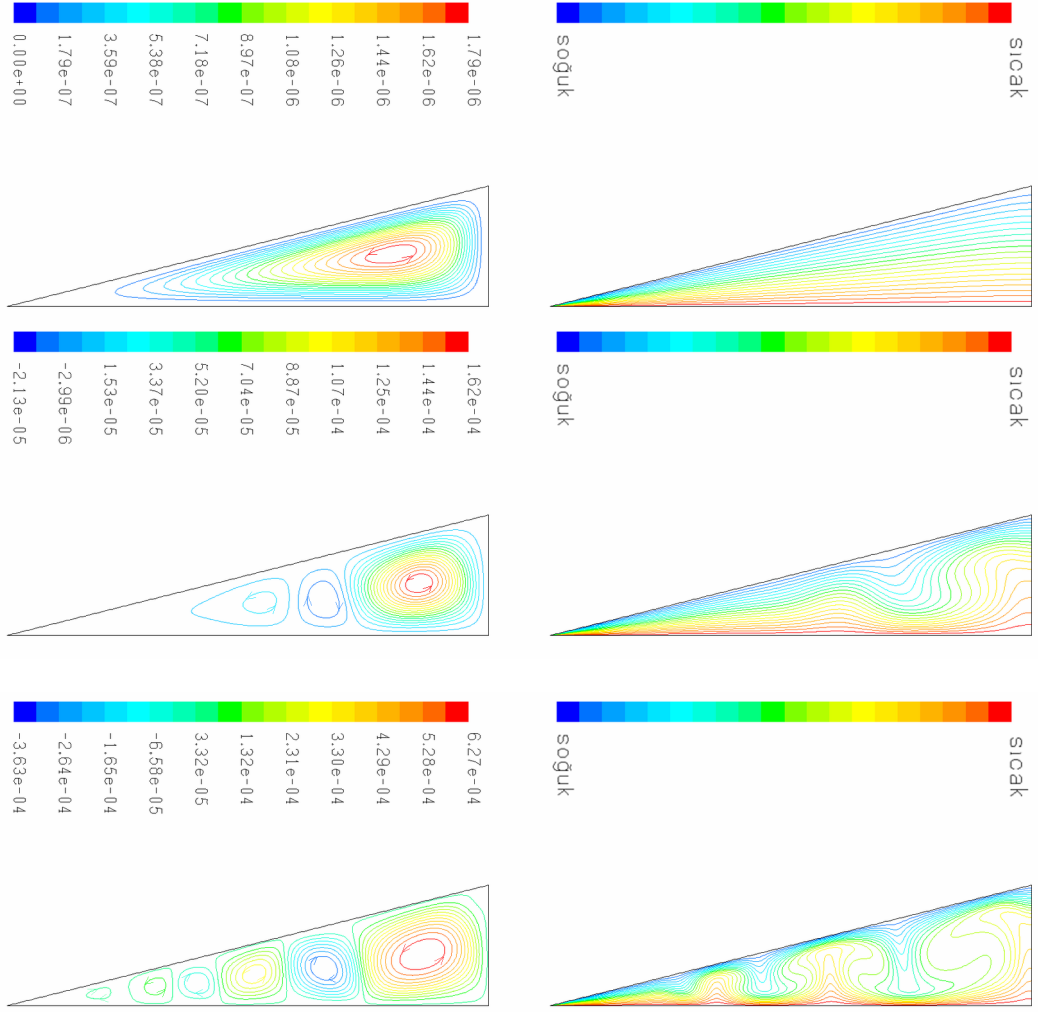
Şekil 5.24'te, alt kenarı sabit yüksek sıcaklıkta, hipotenüsü sabit düşük sıcaklıkta olan YGO 0.5 olan dik üçgen için eş sıcaklık ve akım çizgileri grafikleri gösterilmiştir.  $Ra$   $10^3$  değerindeyken YGO 1 olan dik üçgen ile çok benzer bir akış yapısında olan bu kesit  $Ra$   $10^4$ 'e çıktığında çok hücreli yapıya geçmeden önceki halini almıştır.  $Ra$  sayısı  $10^5$ 'e çıktığında ise diğer kaynaklarda da belirtildiği gibi akım çizgileri çok hücreli yapı halini almışlardır. Bu durumda birbirlerinin tersi yönünde dönen 3 adet akım hücresi oluşmuştur.

Alt kenarın sıcak olmasıyla birlikte bu bölgeye yakın olan hava tanecikleri diğer bölgelere göre daha düşük yoğunluklara sahiptir. Bu nedenle bu kenara yakın tanecikler, hafiflikleri nedeniyle soğuk kenardan en uzak bölge olan sağ alt köşeden yukarı doğru yükselirler. Yukarıda soğuk köşeye karşılaşan hava taneciklerinin yoğunluğu arttığından dolayı hipotenüsten aşağıya doğru düşmeye başlarlar. Eğer yeterli hıza ulaşırsa, bu aşağı düşme sırasında ikiye ayrılan taneciklerden bir kısmı saat yönünün tersinde yaptıkları dönüşü tamamlayarak ana akım hücresini oluştururken, diğer bir kısmı da ters istikamette dönerek üçgenin orta bölümünde ikinci hücre yapısını oluştururlar. Ana hücreler her zaman diğer hücrelerden daha hızlıdır. Yani alt hücrelere geçildikçe tanecik hızları yavaşlar. Bu nedenle hücre genişliğine bağlı olarak, bir yerden sonra alt hücreler oluşmamaya başlar.

İncelenen bu durumda Rayleigh  $10^4$  değerini aldığı anda ana akım hücresinin şekli sol tarafa doğru kaymış fakat bir alt hücre oluşturabilecek kadar hıza ulaşamadığı için tek hücreli yapısını korumuştur. Rayleigh  $10^5$ 'e geldiğinde ise 3 hücreli bir akım çizgisi yapısı oluşmuştur. Eş sıcaklık çizgilerine bakıldığında da ısı transferindeki taşınım ağırlığının yüksek seviyelerde olduğu görülmektedir.



### 5.2.6.5. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 0.25)



**Şekil 5.25:** Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.25 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Durum-6 sınır koşullarında alt kenar uzunluğunun, dik kenarın 4 katına çıkartılmasıyla oluşturulan dik üçgenin akım ve eş sıcaklık çizgileri Şekil 5.25'te farklı  $Ra$  sayıları için gösterilmiştir. Yükseklik genişlik oranının 0.5 olduğu önceki durumla karşılaştırıldığında akım çizgilerinin  $Ra 10^4$ 'ten itibaren tek hücreli yapıdan çok hücreli yapıya geçtikleri gözlemlenmiştir.

Rayleigh sayısı  $10^3$  değerini aldığında bu kesitte eş sıcaklık çizgilerinin aktif olmadığı alan miktarı yok denecek kadar azdır. Üçgenin yükseklik genişlik oranının daha büyük bir değer olan 0.5 olduğu önceki bölümde, eş sıcaklık çizgileri daha düşük bir kesimde etkindi. (Şekil 5.24) Rayleigh  $10^3$ 'ten  $10^4$ 'e çıkartıldığında eş sıcaklık çizgileri düzensizleşmiş ve buna bağlı olarak da çok hücreli bir akım

fonksiyonu grafiği ortaya çıkmıştır. Ana hücrenin önceki durumlarda olduğu gibi bu durumda da saat yönünün tersine döndüğü Rayleigh  $10^4$  durumunda ikinci hücre saat yönünde dönerken, üçgenin sol köşesinde kalan en küçük alt hücre yine saat yönünün tersinde dönmektedir. Rayleigh  $10^5$  değerine geldiğinde akış hızının yükselmesine bağlı olarak 6 hücreli bir yapı gözlemlenmektedir. Eş sıcaklık çizgilerinin de buna bağlı olarak düzensizlikleri artmış ve ısı transferi taşınım ağırlıklı olarak gerçekleşmiştir.

Bu bölümde incelenen dik üçgeni, önceki bölümlerde incelediğimiz daha yüksek boyut oranlarına sahip dik üçgenlerle karşılaştırsak burada akım fonksiyonlarının aldığı maksimum değerin daha yüksek olduğunu anlayabiliriz. Maksimum akış hızlarını incelediğimizde de YGO 0.25 olan dik üçgende görülen en yüksek hızın YGO 0.5 olan üçgende yaklaşık %8, YGO 1 olan üçgenden de yaklaşık %33 daha hızlı olduğunu görebiliriz. Bu akış hızları farkı da akım çizgilerinin tek hücreli yapıdan çok hücreli yapıya geçmesinde etkili olmuştur.

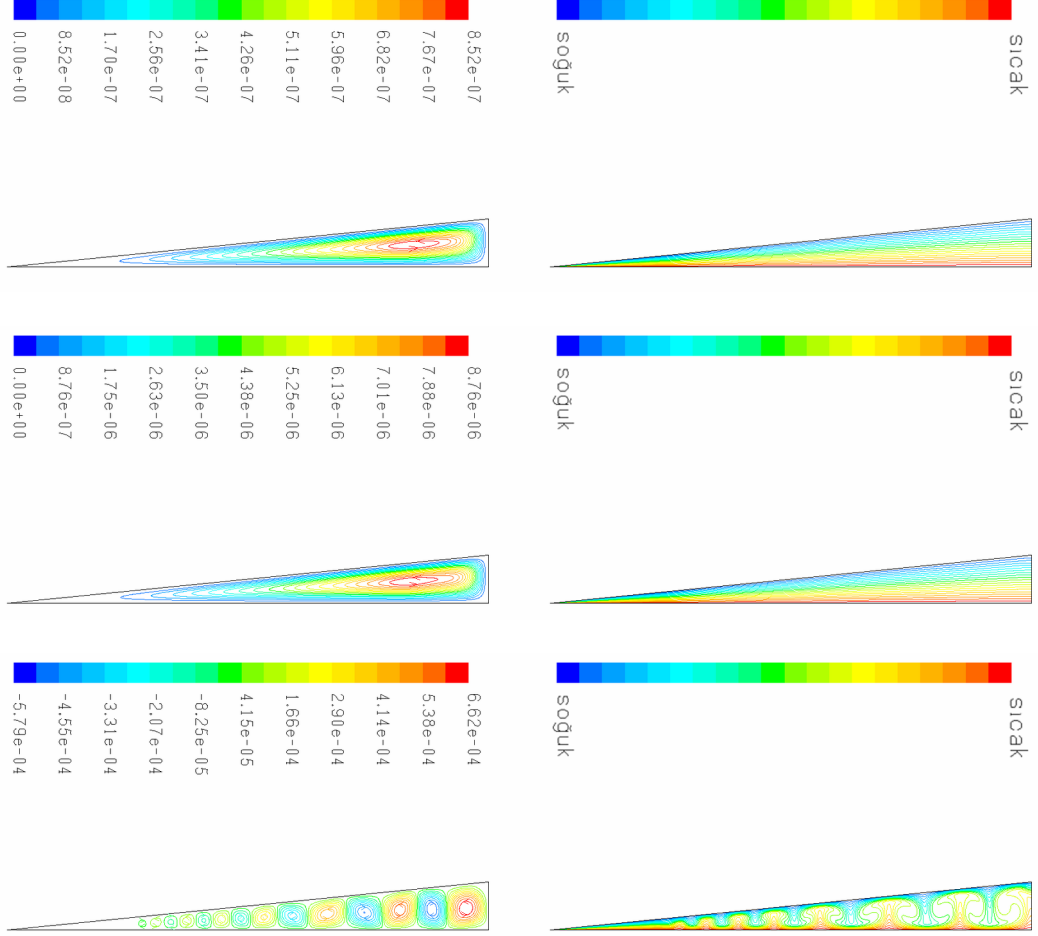
#### **5.2.6.6. Durum-6 (Dik Üçgen, YGO: 0.1)**

Alt kenarın sıcak olduğu Durum-6 sınır koşulları için incelenen en küçük yükseklik genişlik oranına (0.1) sahip dik üçgenin akım ve eş sıcaklık çizgileri Şekil 5.26'da gösterilmektedir. Bu kesitte Rayleigh  $10^3$  ve  $10^4$  değerlerindeyken birbirine çok benzeyen ve saat yönünün tersi yönünde dönen tek hücreli akış yapılarıyla karşılaşmıştır. Yine bu Rayleigh sayılarında, eş sıcaklık çizgilerinin gayet düzgün dağıldığı gözlemlenerek ısı transferinin iletim ağırlıklı olarak gerçekleştiği söylenebilir. Üçgen genişliğinin artmasıyla birlikte, bu çizgiler üçgenin bütün bölgelerinde etkili olmuş ve kesitte aktif olmayan belirgin bir bölge kalmamıştır. Rayleigh sayısının  $10^5$ 'e çıkartılmasıyla birlikte akım çizgileri YGO 0.25 ve 0.5 olan dik üçgenlerde de görüldüğü gibi çok hücreli bir yapıya kavuşmuştur. Sıcak alt kenar uzunluğunun, dik kenar uzunluğunun 10 katında olduğu bu kesit içerisinde birbirine ters yönde dönmekte olan 14 adet akım hücresi görülmektedir. (Şekil 5.26)

Aynı sınır koşullarına sahip daha yüksek üçgenlerle bir karşılaştırma yaptığımızda yükseklik genişlik oranının düşmesinin ana hücrelerin küçülmesine ve alt hücrelerin büyümesine yol açtığı görülmektedir. YGO 0.1 olan bu üçgende bu etki iyice hissedilmiş, ana hücre ile alt hücreler arasındaki büyüklük farkı gözle görülür miktarda düşmüştür. Ayrıca, incelenen bu en geniş üçgen geometride maksimum

akım çizgilerinin büyüklüğü de artmış, Rayleigh  $10^5$  değerini aldığında bu değer YGO 0.25 olan üçgenden %6 oranında daha yüksek olarak hesaplanmıştır.

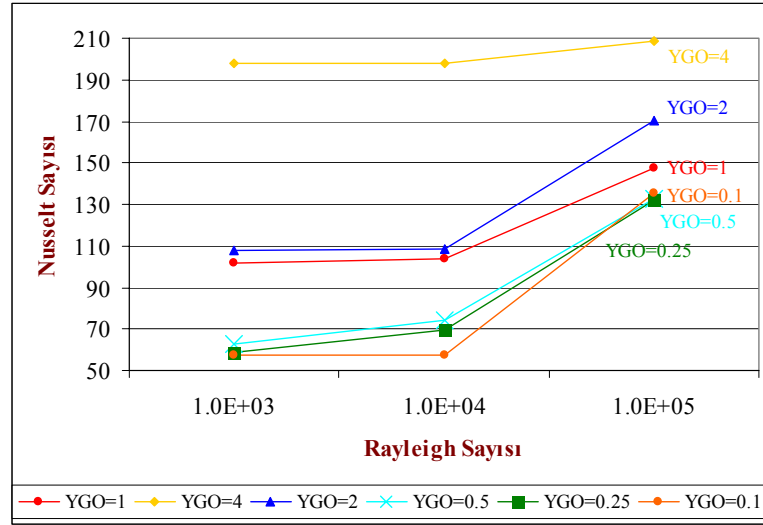
Eş sıcaklık çizgileri incelendiğinde Rayleigh  $10^3$  ve  $10^4$  değerlerinde, gerçekleşen ısı transferinde iletim ağırlığının etkisinin yoğun olduğu gözlenirken, Rayleigh  $10^5$  değerine geldiğinde bu çizgilerin düzensiz bir hal alması nedeniyle taşınım etkisinin arttığı söylenebilir.



**Şekil 5.26:** Durum-6 Sınır Koşullarındaki, YGO 0.1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Alt kenarı sıcak, hipotenüsü soğuk ve dik kenarı adyabatik olan düşük boyut oranlı dik üçgenler üzerinde yapılan bu incelemelerde bulunan sonuçlar, aynı konuda yapılan diğer çalışmalarla [5,8,17] tam bir uyum içerisinde.

### 5.2.6.7. Durum-6 Sınır Koşullarında Ortalama Nusselt Sayısının Yükseklik Genişlik Oranına Bağlı Değişimi



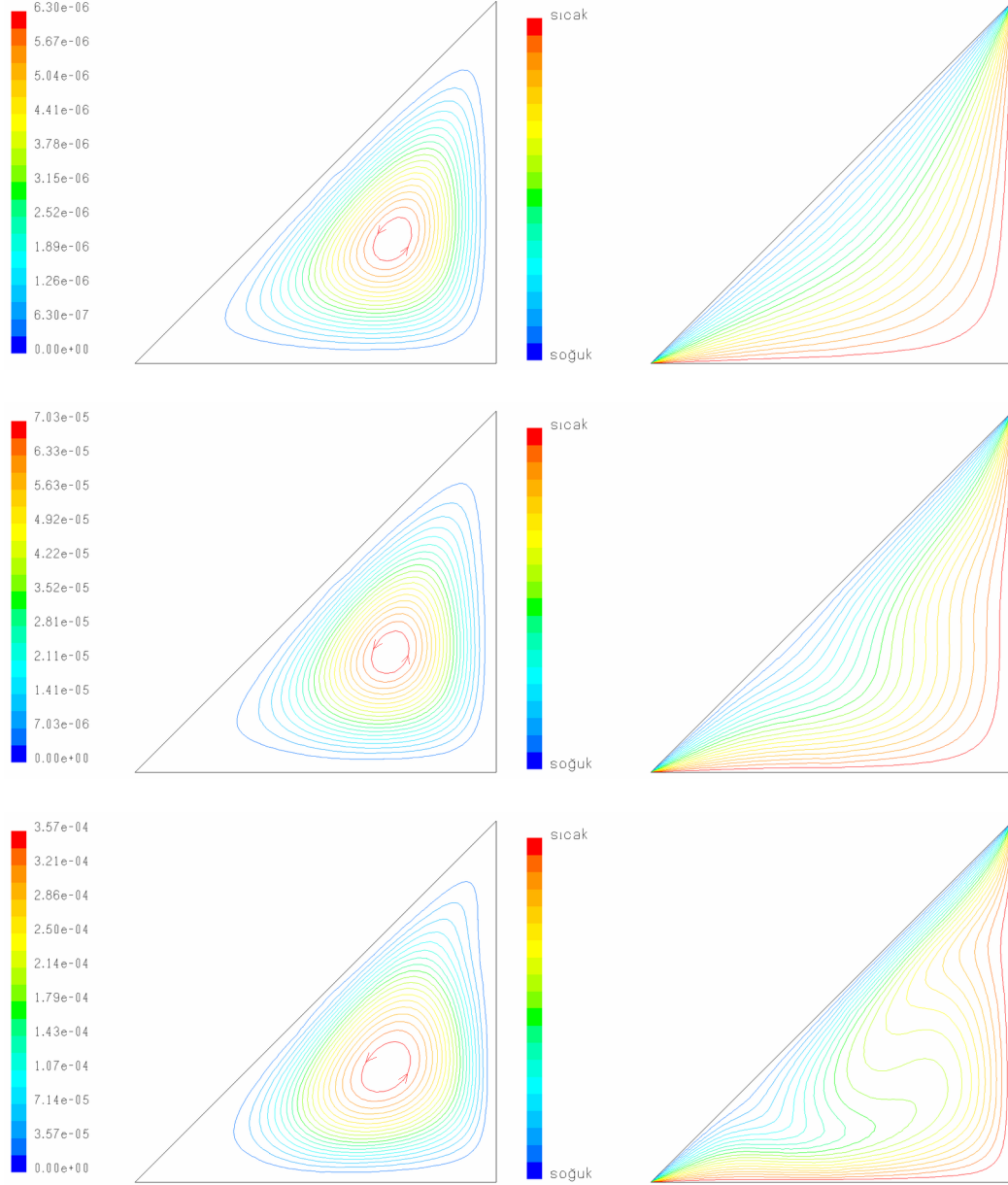
**Şekil 5.27:** Durum-6 Sınır Koşullarındaki Dik Üçgen Kesitlerde Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının Yükseklik Genişlik Oranına Bağlı Değişimi

Alt kenarı sıcak, dik kenarı adyabatik ve hipotenüsü sıcak olan dik üçgenlerdeki doğal taşınımın araştırıldığı Durum-6 sınır koşullarında, yükseklik genişlik oranı 0.1 ile 4 arasında değişen 6 değişik dik üçgen kesidi incelenmiştir. Bu üçgen geometrilerde bulunan sıcak kenarlar üzerindeki ortalama Nusselt sayıları, incelenen her Rayleigh sayısı için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu veriler sonucunda, dik üçgen kesitli kanallarda yükseklik genişlik oranı değişiminin Nusselt sayısına ve dolayısıyla ısı transferine etkisinin incelenmesi amacıyla Şekil 5.27’de gösterilen grafik çizilmiştir.

Grafik genel olarak incelendiğinde yükseklik genişlik oranı artışına bağlı olarak ortalama Nusselt sayılarında da belirgin bir artış görülmektedir. YGO 4 olan üçgende maksimuma ulaşan Nusselt sayıları kesit genişliği arttıkça düşüş göstermiştir. Rayleigh  $10^3$  ve  $10^4$  değerlerindeyken yükseklik genişlik oranının düşmesiyle düzenli bir düşüş gösteren Nusselt sayıları, Rayleigh  $10^5$  değerine geldiğinde bir takım değişiklikler göstermiştir. Düşük Rayleigh sayılarında en düşük ortalama Nusselt’e sahip olan dik üçgen YGO 0.1 olan üçgendir. Fakat Rayleigh sayısı  $10^5$ ’e geldiğinde bu kesidin sıcak kenarı üzerindeki ortalama Nusselt sayısı diğer üçgenlerden daha keskin bir artış göstermiş ve değerini YGO 0.25 ve 0.5 olan üçgenlerde bulunan değerlerin üstüne çıkarmıştır. Bunun nedeni, bu Rayleigh sayısında YGO 0.1 olan dik

üçgende gerçekleşen ısı transferindeki taşınım ağırlığının diğer 2 üçgenden daha fazla olmasıdır.

### 5.2.7. Durum-7 (Dik Üçgen, H: Soğuk, A: Sıcak, D: Sıcak, YGO: 1)

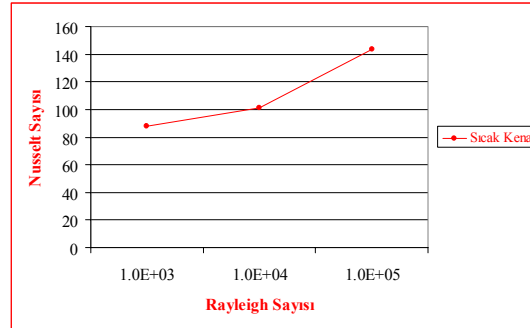


**Şekil 5.28:** Durum-7 Sınır Koşullarındaki, YGO 1 Olan Dik Üçgen Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Herhangi bir kenarın adyabatik olmadığı bu üçgen kesitte birbirine dik olan kenarlar aynı sabit yüksek sıcaklıkta, hipotenüs ise sabit düşük sıcaklıkta bulunmaktadır. Yapılan hesaplamalar sonucunda çizilen akım ve eş sıcaklık çizgileri Şekil 5.28’de gösterilmektedir. Rayleigh sayısı  $10^3$  değerindeyken simetrik ve düzgün dağılmış

olarak görülen eş sıcaklık çizgileri daha yüksek Rayleigh sayılarında bozularak kararsız hale gelmiştir. Bu kararsızlığın görüldüğü üçüncü eş sıcaklık grafiğinde taşınım ağırlığı açıkça gözükmemektedir. İncelenen bu durumda adyabatik sınır koşuluna sahip kenar bulunmadığı için eş sıcaklık çizgileri hiçbir kenara dik gelmemektedir.

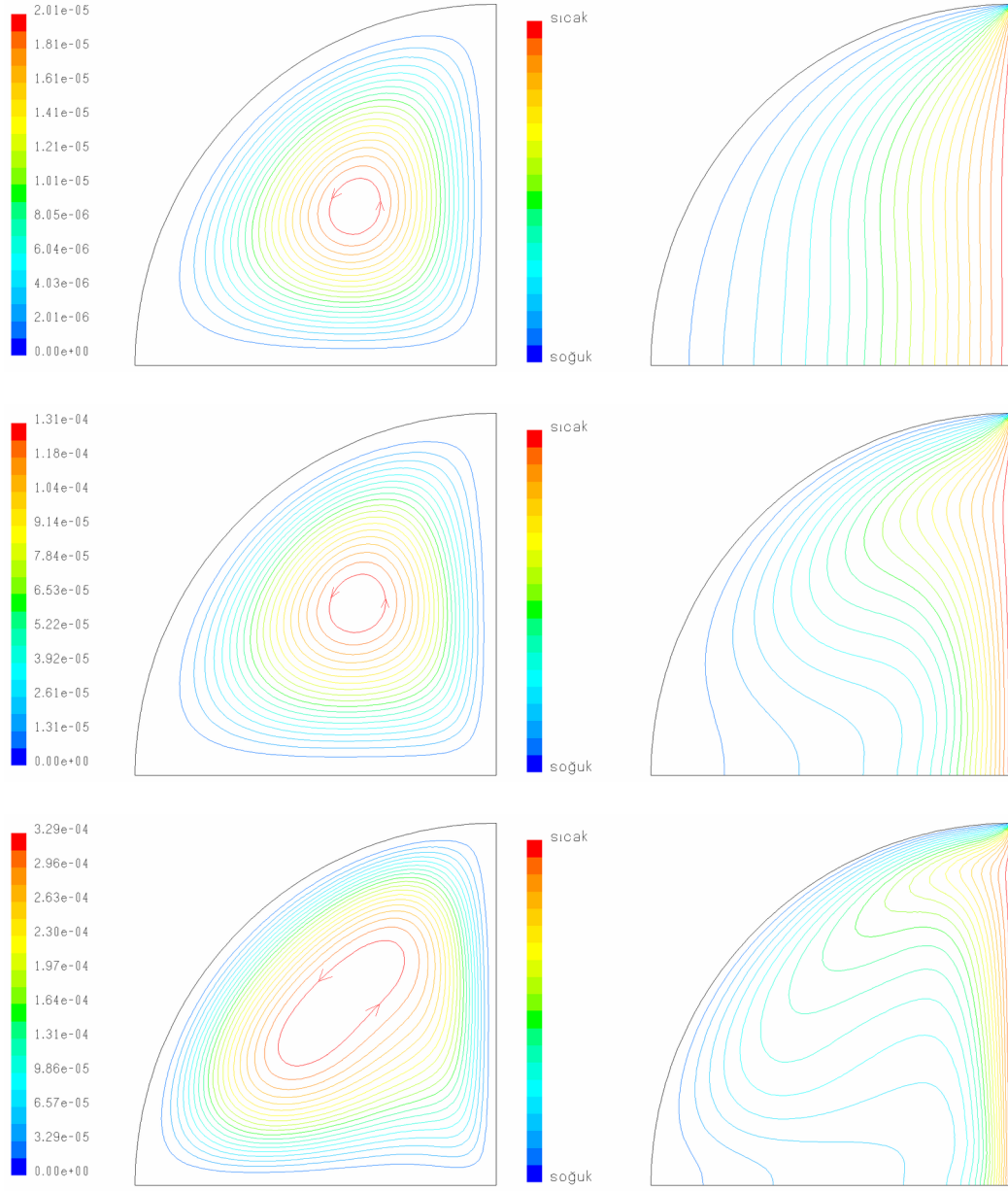
Alt ve dik kenarın sıcak olması nedeniyle bu bölgeye yakın hava tanecikleri düşük yoğunlukları sebebiyle dik kenar boyunca yukarı doğru yükselmektedirler. Üst köşede soğuk kenarla karşılaşan tanecikler bu sefer yerçekiminin ve ağırlıklarının etkisiyle aşağı doğru yönelip saat yönünün tersi yönünde tek hücreli akım çizgilerine sahip olurlar. Akım çizgilerinin büyüklükleri önceki durumlarda da olduğu gibi Rayleigh sayısının artışıyla birlikte yükseliş göstermektedir. Rayleigh  $10^3$ 'ten  $10^4$ 'e yükselirken maksimum akım fonksiyonunun değeri yaklaşık 11 kat,  $10^5$ 'e yükselirken yaklaşık 57 kat artmıştır. Akım çizgisi büyüklükleri sayısal olarak Durum-6 ile karşılaştırıldığında, adyabatik kenara sahip olmayan Durum-7 sınır koşullarındaki akım fonksiyonu büyüklüklerinin Durum-6'dan daha yüksek olduğu görülmektedir. Kesit içindeki maksimum akış hızları karşılaştırıldığında da Durum-7'deki taneciklerin daha hızlı olarak yer değiştirdiği görülmektedir.



**Şekil 5.29:** Durum-7 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi

Alt sıcak kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısının, Rayleigh'e bağlı değişimi Şekil 5.29'da gösterilmiştir. Rayleigh artışıyla birlikte artan Nusselt'in sayısal değerleri Durum-6 ile yakınlık göstermektedir. Rayleigh  $10^5$ 'e geldiğinde ısı transferinin taşınım ağırlıklı olarak gerçekleşmesi sebebiyle ortalama Nusselt sayısında da belirgin bir artış gözlemlenmiştir.

### 5.2.8. Durum-8 (Çeyrek Daire, Yay: Soğuk, A: Adyabatik, D: Sıcak, YGO: 1)

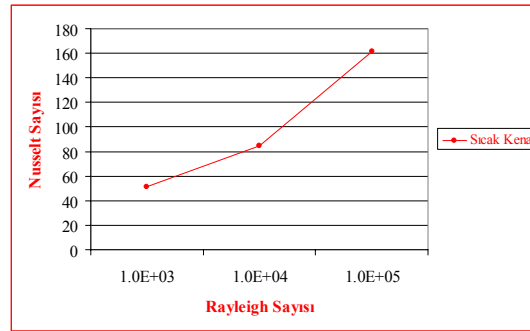


**Şekil 5.30:** Durum-8 Sınır Koşullarındaki, YGO 1 Olan Çeyrek Daire Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Dik üçgen geometrisine çok benzeyen çeyrek daire geometrisi, hipotenüsün bir yay olması halinde ısı transferi üzerinde yaratacağı etkileri araştırmak amacıyla incelenmiştir. Alt kenarın adyabatik, dik kenarın sıcak olduğu bu durumda daire yayının düşük sabit sıcaklıkta olduğu kabul edilmiştir. (Şekil 5.30) Bu sınır koşulları Durum-2’de incelenen dik üçgen kesit ile benzerlik göstermektedir. İki durum arasındaki farklar incelendiğinde eş sıcaklık grafiklerinin iki kesit için de yüksek

oranda benzerlik gösterildiği görülmüştür. Aynı Durum-2’de olduğu gibi çeyrek daire kesidinde de yüksek Ra sayılarına gidildikçe ısı transferi, iletimden ziyade taşınım ağırlıklı olarak gerçekleşmeye başlamıştır. Bunun sonucu olarak Rayleigh  $10^5$  eş sıcaklık çizgileri düzenliliklerini kaybetmişlerdir. Akım çizgileri de genel yapı olarak benzer gözükmeyle birlikte, çeyrek daire kesidinde kanal alanı büyüdüğünden dolayı akım fonksiyonlarının değerleri daha yüksek seviyelere ulaşmıştır.

Durum-2’de olduğu gibi burada da saat yönünün tersi yönünde dönen akım çizgileri tek hücreli bir yapı göstermektedir. Rayleigh  $10^3$ ’ten  $10^4$ ’e çıktığında şekli ve konumu değişmeyen merkez akım hücresi, Rayleigh  $10^5$  değerini bulduğunda Durum-2’den farklı olarak elipse çok benzer bir yapı halini almıştır. Bu değişim sonunda merkez hücrenin x ve y koordinatlarındaki konumu da %9.4 oranında yer değiştirmiştir. Hava taneciklerinin ulaştıkları maksimum hız da Durum-2’den %18 daha yüksek olmuştur.

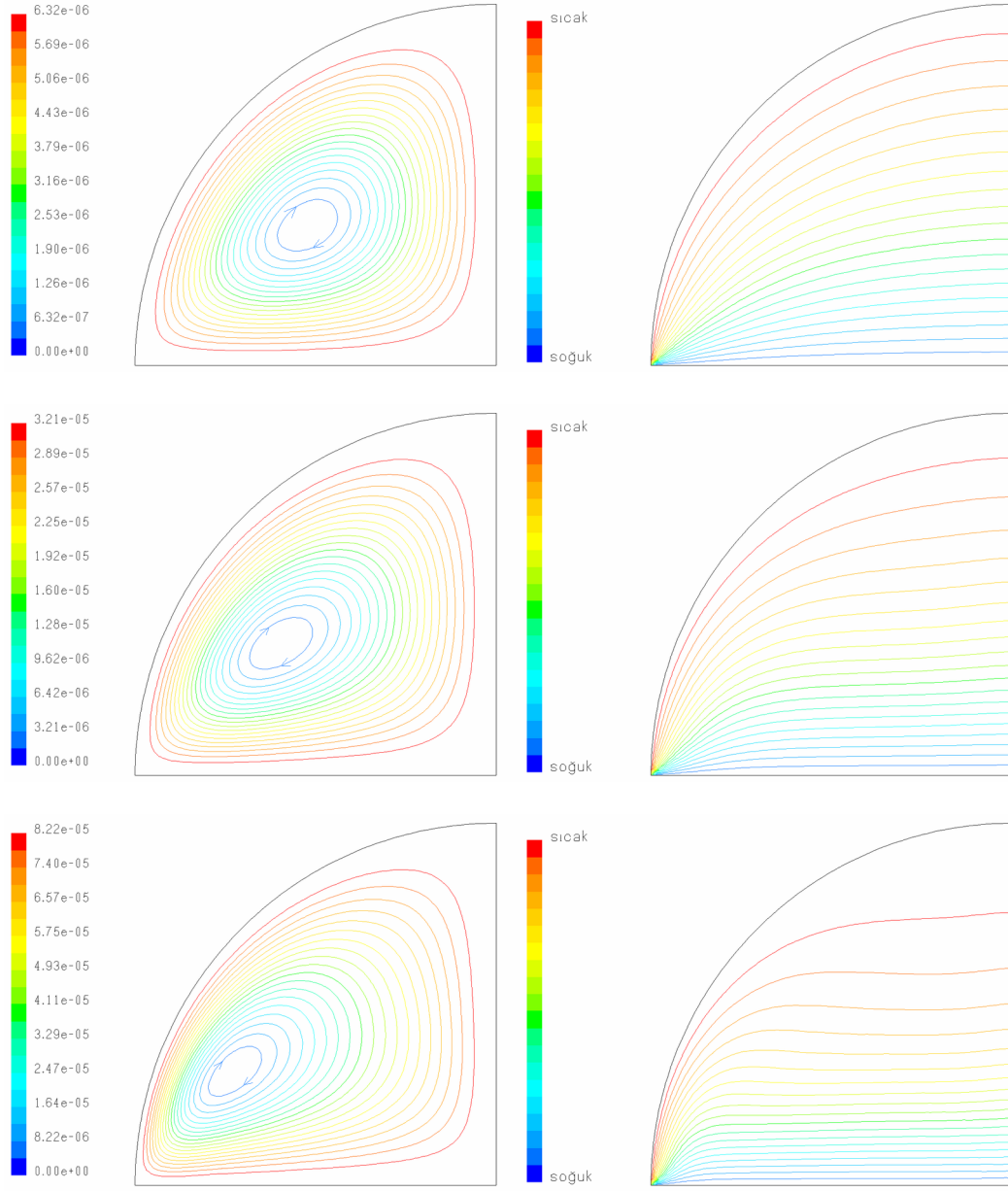


**Şekil 5.31:** Durum-8 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi

Sıcak dik kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısının Rayleigh sayısına bağlı olarak değişimi Şekil 5.31’de gösterilmektedir. Durum-2 ile karşılaştırıldığında ortalama Nusselt sayısının Durum-8’de daha düşük seviyelerde kaldığı görülmektedir. Bu da dik üçgen kesitli bir kanalda ısı transferindeki taşınım ağırlığının çeyrek daireye göre daha yüksek olduğunu göstermektedir.



### 5.2.9. Durum-9 (Çeyrek Daire, Yay: Sıcak, A:Soğuk, D: Adyabatik, YGO: 1)



**Şekil 5.32:** Durum-9 Sınır Koşullarındaki, YGO 1 Olan Çeyrek Daire Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Alt kenarın soğuk, dik kenarın adyabatik olduğu bu durumda çeyrek daire yayı sıcak olarak kabul edilmiştir. Sınır koşulları Durum-5 ile aynı olan bu durum aynı zamanda Tabarrok ve Lin [10] tarafından da  $Ra 10^5$ 'e yakın bir değer için incelenmiştir. Bir yaz günü çatı katı odasının ısıtılmasını temsil eden bu sınır koşullarında yapılan hesaplamalar sonucunda bulunan sonuçlar (Şekil 5.32) bu çalışma ile paralellik göstermektedir.

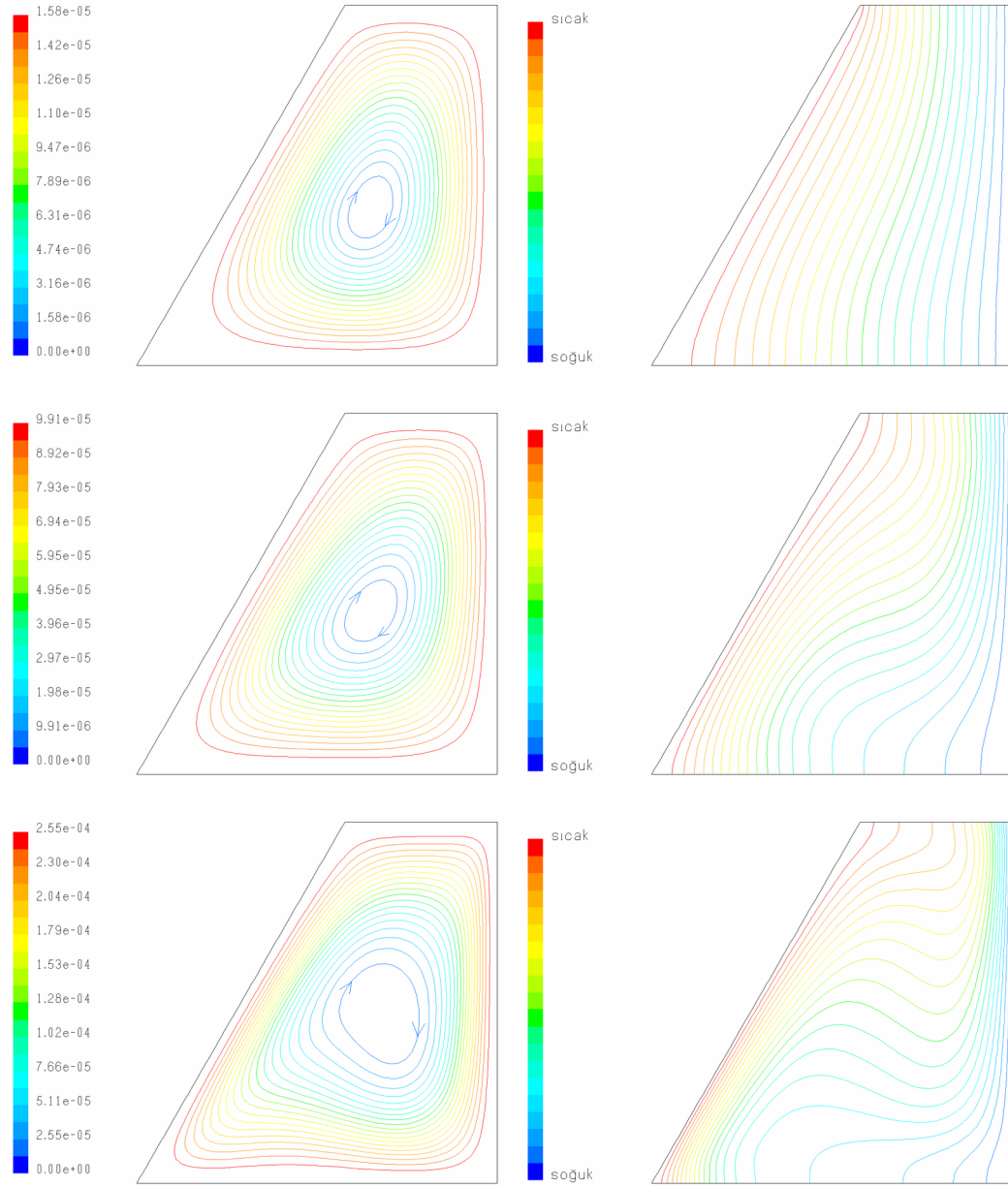
Bu durum aynı sınır koşullarına sahip dik üçgen kesitle (Durum-5) karşılaştırıldığında ise eş sıcaklık çizgilerinin benzer olduğu görülmüştür. Aynı Durum-5 gibi burada da iletim ağırlıklı ısı transferi yapısı, yüksek Rayleigh sayılarına rağmen bozulmamıştır. Saat yönünde dönen akım çizgilerinin merkez hücreleri Rayleigh'in artışına bağlı olarak çeyrek daire kesidinde daha büyük bir bozulma yaşamıştır. Rayleigh  $10^3$ 'ten  $10^5$ 'e arttırıldığında, merkez hücrenin konumu dik üçgende orandan %7.88 kadar daha yüksek bir miktarda yer değiştirmiştir. Ayrıca Durum-9'da Rayleigh  $10^5$  iken incelenen çeyrek daire kesidinde görülen akım fonksiyonlarının maksimum değeri Durum-5'tekinden %67 daha yüksektir.

Eş sıcaklık çizgilerinde Durum-5'te görülen durum burada da tekrarlanmıştır. Rayleigh sayısının artışına bağlı olarak kesidin üst kısımlarındaki aktif olmayan bölge miktarı da artmıştır. Aynı zamanda, çeyrek daire kesidinde de sıcak ve soğuk kenarların birleşim noktasına gidildikçe sıcaklık gradyanlarının da arttığı görülebilir.

#### **5.2.10. Durum-10 (Dik Yamuk, Sol: Sıcak, Üst:Adyabatik, Sağ: Soğuk, Alt: Adyabatik, Aç: 60°, YGO: 1)**

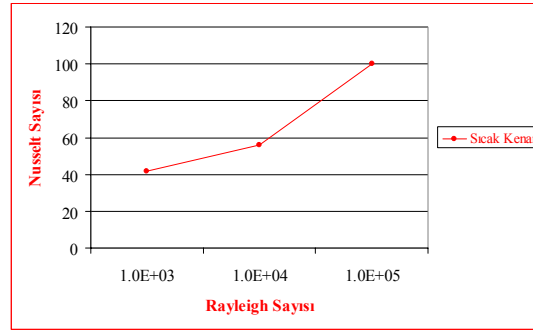
Durum-1 sınır koşullarında incelenen dik üçgenin dik kenar uzunlukları sabit kalmak şartıyla alt köşe açısı 45°'den 60°'ye çıkartılmıştır. Bunun sonucunda kesidin üst tarafında bir kenar daha oluşarak kesit dik yamuk geometrisine dönüşmüştür. Durum-10'da bu kesitteki bir kanalda meydana gelen doğal taşınım incelenmiştir. (Şekil 5.33) Bu yöntemle dik kenar ile dik yamuk arasındaki geometri farklılıklarının ısı transferine etkileri incelenmiştir. Alt ve üst kenarları adyabatik, dik kenarı soğuk olan bu kesidin yamuk kenarı sabit yüksek sıcaklıktadır. Durum-1 ile karşılaştırıldığında dik yamuk kesitli bu kanalda maksimum akım fonksiyonu değerleri bütün Rayleigh sayılarında dik üçgenden yüksektir. Durum-1'de olduğu gibi bu durumda da yüksek Rayleigh sayılarında eş sıcaklık çizgileri düzensizleşmektedir.

Akım çizgileri bütün Rayleigh değerlerinde tek hücreli yapıda saat yönünde dönmektedir. Rayleigh'in artmasıyla birlikte merkez hücrenin orta noktasının x ve y koordinatlarındaki konumu belirgin bir değişim göstermezken, bu hücre Rayleigh  $10^5$  değerindeyken önceki hallerine göre yaklaşık 2 kat bir büyüme göstermiştir.



**Şekil 5.33:** Durum-10 Sınır Koşullarındaki, YGO 1 Olan Dik Yamuk Kesitte Sırasıyla  $Ra=10^3, 10^4$  ve  $10^5$  Değerleri İçin Hesaplanan Akım ve Eş Sıcaklık Çizgileri

Alt ve üst kenarların adyabatik olması nedeniyle eş sıcaklık çizgileri bu kenarlara dik olarak gelmektedir. Bunun dışında eş sıcaklık çizgileri Durum-1 ile büyük benzerlikler taşımaktadır. Durum-10'da incelenen dik yamuk geometrisinde de Rayleigh'in düşük olduğu hallerde ısı transferi iletim ağırlıklı, yüksek olduğu hallerde taşınım ağırlıklı olarak gerçekleşmiştir.



**Şekil 5.34:** Durum-10 Sınır Koşullarında Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısının, Rayleigh Sayısına Bağlı Olarak Değişimi

Sıcak yamuk kenar üzerindeki ortalama Nusselt-Rayleigh grafiği Şekil 5.34'te gösterilmektedir. Rayleigh'in  $10^3$ 'ten  $10^4$ 'e çıkması sırasında eş sıcaklık çizgilerinin de tam olarak düzensiz hale gelmemesi nedeniyle, ortalama Nusselt sayısı hafif bir artış göstermiştir. Rayleigh maksimum değerini aldığı anda ise Nusselt sayısı daha keskin bir artış göstererek yaklaşık 2 katına çıkmıştır. Nusselt sayısının artması kesit içinde taşınım ile olan ısı transferinin artmasının bir sonucu olduğundan eş sıcaklık çizgileri bu hızlı artışı doğrulamaktadır.

Bu bölümde incelenen dik yamuk kesitte bulunan sıcak kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısının değerini benzer sınır koşullarına sahip üçgen kesitle (Durum-1) karşılaştırdığımızda, dik yamukta daha düşük Nusselt sayılarıyla karşılaşmaktayız. Bu da ısı transferindeki taşınım etkisinin burada dik üçgene göre daha düşük olduğunu göstermektedir.

## 6. AĞDAN BAĞIMSIZLIK

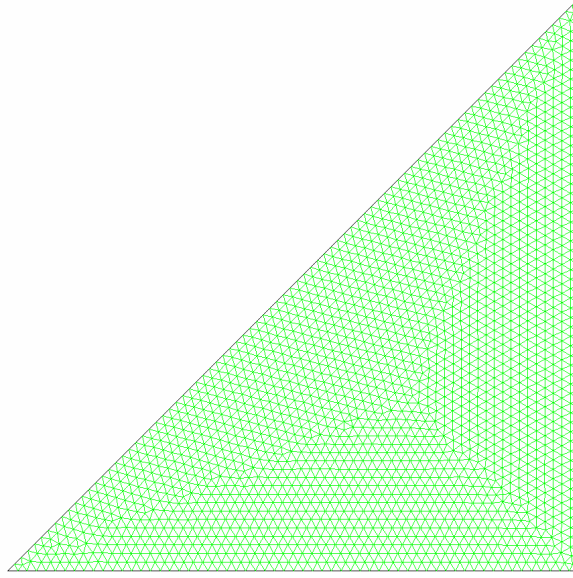
Yapılan hesaplamalarda bulunan değerlerin doğru ve güvenilir olması için ele alınan çözüm yönteminin ağdan bağımsız olması şarttır. Ağ sistemindeki hücre sayısının değişmesi ile çok farklı çözümler bulunması halinde, kullanılan çözüm yönteminin doğruluğundan emin olunamaz. Bu yüzden çeşitli ağ yapılarında çözümlerin tekrarlanıp bazı önemli değerler için bulunan sonuçların karşılaştırılması gerekmektedir.

**Tablo 6.1:** Durum-6 Koşulları İçin Hesaplanan, Sıcak Kenar Üzerindeki Ortalama Nusselt Sayısı, Kesit İçindeki Maksimum Akım Fonksiyonu ve Bu Akım Fonksiyonunun X, Y Koordinatlarındaki Yerinin Farklı Ağlarda Karşılaştırılması

| Rayleigh Sayısı |                   | 30x30 Ağ              | % Değişim | 45x45 Ağ              | % Değişim | 60x60 Ağ              |
|-----------------|-------------------|-----------------------|-----------|-----------------------|-----------|-----------------------|
| $10^3$          | $\overline{Nu}_h$ | 99.177                | 2.8333    | 101.987               | 0.0568    | 102.045               |
|                 | $\Psi_{maks}$     | $2.58 \times 10^{-6}$ | 2.7132    | $2.49 \times 10^{-6}$ | 0.8032    | $2.47 \times 10^{-6}$ |
|                 | $x_{maks}$        | -0.01484              | 0.8760    | 0.01497               | 0.8016    | 0.01509               |
|                 | $y_{maks}$        | 0.01273               | 0.4713    | 0.01279               | 0.3127    | 0.01275               |
| $10^4$          | $\overline{Nu}_h$ | 102.632               | 0.8857    | 103.541               | 0.3621    | 103.916               |
|                 | $\Psi_{maks}$     | $5.16 \times 10^{-5}$ | 1.5504    | $5.08 \times 10^{-5}$ | 0.7936    | $5.04 \times 10^{-5}$ |
|                 | $x_{maks}$        | -0.01339              | 3.5101    | 0.01386               | 0.5772    | 0.01378               |
|                 | $y_{maks}$        | 0.01309               | 2.9030    | 0.01347               | 0.4454    | 0.01341               |
| $10^5$          | $\overline{Nu}_h$ | 150.748               | 1.7612    | 148.093               | 0.5253    | 147.315               |
|                 | $\Psi_{maks}$     | $3.39 \times 10^{-4}$ | 0.5900    | $3.37 \times 10^{-4}$ | 0.8902    | $3.34 \times 10^{-4}$ |
|                 | $x_{maks}$        | -0.01379              | 0.2901    | 0.01383               | 0.7230    | -0.01373              |
|                 | $y_{maks}$        | 0.01316               | 0.3040    | 0.01320               | 0.2272    | 0.01323               |

Bu tez çalışmasında, incelenen geometrilerin alt ve dik kenarları temel alınarak 60x60'luk üçgensel ağ yapısı kullanılmıştır. Hesaplamalara başlamadan önce

problemin ağdan bağımsız olduğunu kanıtlamak için bir durum için 30x30, 45x45 ve 60x60 büyüklüklerinde denemeler yapılarak sonuçların ağa bağımlı olup olmadığı kontrol edilmiştir.



**Şekil 6.1:** Çalışmada kullanılan 60x60'lık ağ

Bu çalışmada alt kenarı sıcak, dik kenarı adyabatik ve hipotenüsü soğuk ve yükseklik genişlik oranı 1 olan Durum-6 sınır koşullarındaki dik üçgen kullanılmıştır. Çözüm yöntemi her 3 ağ sistemine de ayrı ayrı uygulanmış ve bulunan sonuçlar kaydedilmiştir. Isı transferi problemlerinde ağdan bağımsızlığı kanıtlamak için kullanılan önemli değerler, bir kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısı, kesit içindeki maksimum akım fonksiyonu değeri ve kesit içerisinde bu değerin olduğu noktanın x ve y koordinatlarındaki yeridir. Bu çalışmada da bu değerler dikkate alınmış ve 3 farklı ağ yapısında hesaplar yapılarak karşılaştırma yapılmıştır.

Yapılan tüm hesaplamalar sonucunda bulunan, sıcak alt kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}_h$ , üçgen kesit içinde görülen en yüksek akım fonksiyonu değeri, ve bu değere ulaşılan noktanın x ve y koordinatlarındaki yeri Tablo 6.1'de gösterilmektedir. 45x45'lik ağ ile 60x60'lık ağlar arasında yapılan karşılaştırmalar sonucunda bu iki ağ sisteminde önemli kriterlerin değişimleri %1'in altında kalması dolayısıyla çözüm yönteminin 45x45 ve üzeri hücre yapısına sahip ağlardan bağımsız olduğu kanıtlanmıştır. Bu çalışmada yapılan tüm hesaplamalar, daha hassas grafikler elde edilmesi amacıyla üçgen kesidin en sık olarak kaplandığı 60x60'lık ağda (Şekil 6.1) incelenmiştir.

## 7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, dik üçgen kesitli kanallarda, daimi şartlarda, laminar doğal taşınımın iki boyutlu sayısal incelemesi yapılmıştır. Navier Stokes denklemlerini ayrıklaştırma işlemi için Sonlu Hacimler metodu kullanılırken, çözüm yöntemi olarak SIMPLE algoritması ve akış yönü farklar metotları kullanılmıştır. Fluent yazılım programı ile yapılan iterasyon döngüleri, belirlenen yakınsama kriterlerine ulaşıldığında durdurulmuş ve bulunan sayısal değerler incelenerek doğal taşınımın farklı koşullarda araştırılması mümkün olmuştur.

Kullanılan çözüm algoritması öncelikle literatürde birçok çalışmanın bulunduğu kare kesitli bir kanalda uygulanmış, bulunan sonuçlar daha önce aynı sınır koşullarında yapılmış bir başka çalışma ile karşılaştırılarak çözüm yöntemi doğrulanmıştır. Ayrıca farklı hücre sayılarına sahip ağ sistemlerinde tekrarlanan çözüm yönteminin, ağdan bağımsızlığı Bölüm 6’da kanıtlanmıştır.

Temel olarak dik üçgen kesitli kanallarda meydana gelen doğal taşınımın incelendiği bu çalışmada Bölüm 5.2.1’den Bölüm 5.2.6’ya kadar olan bölümlerde YGO 1 olan dik üçgen kesitli kanallarda kenarların her birinin sıcak, soğuk ve adyabatik olduğu mümkün olan 6 sınır koşulu için de incelemeler yapılmıştır. Bu incelemelerde, sıcak bir yaz gününde bir çatı katı odasının soğutulmasını temsil eden Durum-5 ile, soğuk bir kış gününde bir çatı katı odasının ısıtılmasını temsil eden Durum-6 sınır koşulları için farklı yükseklik genişlik oranlarına sahip dik üçgenlerde hesaplamalar tekrarlanmış ve bu boyut oranlarının doğal taşınımına etkisi incelenmiştir.

Dik kenarın adyabatik olmadığı, yüksek veya düşük sabit sıcaklıkta tutulduğu farklı sınır koşullarına sahip üçgenlerin incelendiği ilk 4 durumda da Rayleigh sayısı  $10^3$  değerindeyken düzenli dağılan eş sıcaklık çizgileri, Rayleigh sayısının artışıyla birlikte düzensizleşmekte ve bunun sonucu olarak da ısı transferi taşınım ağırlıklı olarak gerçekleşmeye başlamaktadır.

Dik kenarın adyabatik olduğu yaz günü sınır koşullarında ise farklı bir durumla karşılaşmış ve Rayleigh sayısının artışıyla karşı ısı transferindeki taşınım ağırlığı çok sınırlı miktarda kalmıştır. (Şekil 5.11) Eş sıcaklık çizgileri, yüksek Rayleigh

sayılarında bir düzensizleşme göstermemesine karşın, bu koşullarda üçgen kesitte ısı transferinin gerçekleştiği aktif bölge miktarı azalmıştır. Yüksek boyut oranlarında artış gösteren bu alan, üçgen genişledikçe azalmıştır. Durum-5 sınır koşullarında incelenen farklı üçgen kesitlerde sıcak kenarlar üzerindeki ortalama Nusselt sayıları da Şekil 5.18’de karşılaştırılmıştır. Buna göre maksimum ortalama Nusselt sayısı YGO 1 olan üçgende görülmüş, bu orandan aşağı ve yukarı gidildikçe Nusselt sayıları düşüş göstermiştir.

Aynı üçgen kesitli kanallarda, alttan ısıtma olarak da bilinen kış günü sınır koşullarında gerçekleşen doğal taşınımı incelediğimizde ise daha farklı durumlarla karşılaşmaktayız. YGO 1 ve daha yüksek olan dik üçgenlerde Durum-3’e benzer bir yapı görülmüş ve yüksek Rayleigh sayılarında eş sıcaklık çizgilerinin düzensizleşmesiyle birlikte ısı transferi taşınım ağırlıklı olarak gerçekleşmiştir. Fakat YGO 1’den aşağıda olan dik üçgenlerde bu düzensizleşmeyle birlikte çok hücreli yapıya geçiş olmuştur. Rayleigh sayısı  $10^5$  değerindeyken YGO 0.5, 0.25 ve 0.1 olan tüm kesitlerde çok hücreli yapı meydana gelmiştir. Rayleigh  $10^4$  değerindeyken ise sadece YGO 0.25 olan dik üçgende bu yapıya rastlanmıştır. Boyut oranının sıcak kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısına etkisi incelendiğinde, bu oran azaldıkça Nusselt sayısının da düştüğü görülmüştür. Buna karşın Rayleigh  $10^5$  değerini gösterdiğinde YGO 0.1 olan üçgende sıcak kenar üzerindeki ortalama Nusselt sayısı, oluşan alt hücre sayılarının fazlalığı nedeniyle, YGO 0.25 ve 0.5 olan üçgenlerden daha yüksek olmuştur.

Bölüm 5.2.7’de herhangi bir kenarın adyabatik olmadığı, sadece soğuk ve sıcak kenarlara sahip bir üçgen kesitte meydana gelen doğal taşınım araştırılmıştır. Bu kesitte de Rayleigh artışına bağlı olarak taşınım etkisinin ve dolayısıyla Nusselt sayısının arttığı görülmüştür.

Bu çalışmada, dik üçgen geometrisinin yanı sıra ona çok benzeyen çeyrek daire ve dik yamuk kesitlerde de doğal taşınım incelenmiş (Bölüm 5.2.8 – Bölüm 5.2.10) ve bu kesit farklılıklarının etkileri yorumlanmıştır. Durum-2 ile aynı sınır koşullarına sahip çeyrek daire kesidinde yapılan çalışmalarda, yüksek Rayleigh sayılarında ısı transferindeki iletim ağırlığının dik üçgene göre daha düşük miktarlarda olduğu tespit edilmiştir. Dik kenarın adyabatik ve alt kenarın sıcak olduğu çeyrek daire kesidinde ise dik üçgene benzer bir yapı oluşmuş ve yüksek Rayleigh sayılarında eş sıcaklık çizgilerinde düzensizleşme saptanmamıştır. Buna karşılık Rayleigh  $10^5$



değerindeyken merkez akım hücresinin yer değiştirmesi dik üçgene göre daha yüksek miktarda olmuştur.

Gelecek çalışmalarda, kesit üzerinde sabit yüksek sıcaklıkta bulunan kenarların yerine üzerinden sabit ısı akısı verilen kenarlar kullanılarak, bu farklılığın doğal taşınımına olan etkileri araştırılabilir. Bunun yanı sıra, kesitler içinde doğal taşınımın yanında radyasyon etkileri de göz önüne alınarak, bu yönde çalışmalar yapılabilir.

## KAYNAKLAR

- [1] **Flack D., Konopnicki, T.T. and Rooke J.H.** 1979, The measurement of natural convective heat transfer in triangular enclosures, *ASME J. Heat Transfer*, **101**, 648-654.
- [2] **Akinsete, V.A. and Coleman, T.A.,** 1982. Heat transfer by steady laminar free convection in triangular enclosures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **25**, 991-998.
- [3] **Poulikakos, D. and Bejan, A.,** 1983. The fluid dynamics of an attic space, *J. Fluid Mech.* , **131**, 251-269.
- [4] **Lei C. and Patterson J.C.** 2005, Unsteady natural convection in a triangular enclosure induced by surface cooling, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **26**, 307-321.
- [5] **Salmun H.,** 1995, Convection patterns in a triangular domain, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **38**, 351-362.
- [6] **Salmun H.,** 1995, The stability of a single-cell steady-state solution in a triangular enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **38**, 363-369.
- [7] **Lam S.W., Gani R. and Symons J.G.** 1989, Experimental and numerical studies of Natural Convection in Trapezoidal Cavities, *ASME J. Heat Transfer*, **111**, 372-377
- [8] **Hasani, S.M.F.,** 1998. Combined natural convection and radiation in a triangular enclosure, *PhD Thesis*, University of Akron, OH
- [9] **Benard H.,** 1901, Les tourbillons cellulaires dans un nappe liquide transportant de la chaleur par convection en regime permanent, *Ann. Chim. Phys*, **23**, 62-144.
- [10] **Tabarrok B. and Lin R.C.** 1977, Finite element analysis of free convection flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **20**, 945-952.
- [11] **Holtzman G.A., Will R.W. and Ball K.S.** 1998, Laminar natural convection in isosceles triangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from above, *ASME J. Heat Transfer*, **122**, 485-491.

- [12] **Del Campo E., Sen M. and Ramos E.** 1988, Analysis of laminar natural convection in a triangular enclosure, *Numer. Heat Transfer*, **13**, 353-373.
- [13] **Völker S., Burton T. and Vanka S.P.** 1996, Finite-volume multigrid calculation of natural convection flows on unstructured grids, *Numer. Heat Transfer*, **30**, 1-22.
- [14] **Karyakin Y.E., Sokovishin Y.A. and Martynenko O.G.** 1988, Transient natural convection in triangular enclosures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **31**, 1759-1766.
- [15] **Peric M.**, 1993, Natural convection in trapezoidal cavities, *Numer. Heat Transfer*, **24**, 213-219.
- [16] **Asan H. and Namli L.**, 2000, Laminar natural convection in a pitched roof of triangular cross-section: summer day boundary conditions, *Energy and Buildings*, **33**, 69-73.
- [17] **Asan H. and Namli L.**, 2001, Numerical simulation of buoyant flow in a roof of triangular cross-section under winter day boundary conditions, *Energy and Buildings*, **33**, 753-757.
- [18] **Kent E.F., Asmaz E. and Özerbay S.**, 2005, Finite element solution of natural convection in triangular enclosures, *IV. International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, Paris, 17-20 May, p. 45-47.
- [19] **Kent E.F., Asmaz E. and Özerbay S.**, 2005, Finite element analysis of steady natural convection in triangular enclosures, *ULIBTK'05 15. Ulusal Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi*, Trabzon, 07-09 Eylül, s. 297-301.
- [20] **Bejan, A.**, 1993. *Heat Transfer*, John Wiley & Sons Inc., New York.
- [21] **Versteeg H.K. and Malalasekera W.**, 1995. *An Introduction to computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method*, Addison Wesley Longman Limited, Essex.
- [22] **Hsu C.F., Sparrow E.M. and Patankar S.V.**, 1981, Numerical solution of moving boundary problems by boundary immobilization and a control-volume-based finite-difference scheme, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **24**, 1335-1343.

## **ÖZGEÇMİŞ**

Ercan ASMAZ, 1980 İstanbul doğumludur. 1991 yılında Burak Bora Anadolu Lisesi'ne girerek, 7 senelik ortaokul ve lise eğitim dönemini 1998 yılında tamamlamıştır. Aynı yıl Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümüne girmiş ve 2002 yılında lisans eğitimini tamamlamıştır. 2002 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı Isı-Akışkan programında yüksek lisans öğrenimine başlamıştır.