

NERVÖRLÜ DAİRESEL SİLİNDİRİK KABUKLARIN ÇÖZÜMÜ İÇİN BİR YÖNTEM

(DOKTORA TEZİ)

126094

Yük. Müh. Sıddık ŞENER

TÜRKİYE
BİLİMSEL ve TEKNİK
ARAŞTIRMA KURUMU
KÜTÜPHANESİ

Tezin Dekanlığa Verildiği Tarih : 17 Kasım 1982
Tezin Savunulduğu Tarih : 4 Nisan 1983

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof. Dr. Nahit KUMBASAR
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Rifat YARAR
: Doç. Dr. Antonio L. TRUPIA

İÇİNDEKİLER

ÖZET	IV
SUMMARY	VI
SİMGELER	XI
BÖLÜM 1. GİRİŞ	
1.1. Konu	1
1.2. Konu ile ilgili çalışmalar	1
1.2.1. Boyuna doğrultuda nervürlü (kirişli) kabuklar	2
1.2.2. Çembersel doğrultuda nervürlü (halkalı) kabuklar	2
1.2.3. Çembersel ve boyuna doğrultuda nervürlü kabuklar	3
1.2.4. Fourier analizini nervürlü kabuk çözümüne uygulayan çalışmalar	4
BÖLÜM 2. DAİRESEL SİLİNDİRİK KABUKLARIN GENEL BAĞINTILARI	
2.1. Varsayımlar	6
2.2. Diferansiyel denge denklemleri	6
2.3. Şekil değiştirme - yer değiştirme bağıntıları	9
BÖLÜM 3. SERİ YAKLAŞIMI İLE NERVÜRLÜ KABUKLARIN ÇÖZÜMÜ	
3.1. Yöntem, tanımlar	13
3.2. Boyuna doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk	14
3.3. Çembersel doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk	17
3.4. Boyuna ve çembersel rijitleştiricili kabuk	19
BÖLÜM 4. KABUKTA İÇETKİLEŞİM YÜKLERİNİN OLUŞTURDUĞU YERDEĞİŞTİRME VE KUVVET BİLEŞKELERİ	
4.1. Boyuna doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk	25
4.2. Çembersel doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk	35

II

4.2.1. Basit mesnetli kabuk	37
4.2.2. Uçları sonsuzda dairesel silindirik kabuk	45
4.3. Her iki doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk	47
4.4. Kabukta dış yükün oluşturduğu yerdeğiştirme, kuvvet bileşkesi	47

BÖLÜM 5. KIRIŞ, HALKADA İÇETKİLEŞİM YÜKLERİNİN DOĞURDUĞU YERDEĞİŞTİRME, KUVVET BİLEŞKELERİ

5.1. Kiriş yüklemeleri	50
5.1.1. Kirişte radyal yükler etkisinde yerdeğiştirme ve kuvvet bileşkesi	50
5.1.2. Kirişte teğetsel yükler etkisinde yerdeğiştirme ve kuvvet bileşkesi	52
5.2. Çember yüklemeleri	53
5.2.1. Radyal yük	53
5.2.2. Teğetsel yük	58
5.2.3. Çember düzleminde etkiyen dış momentler	59
5.2.4. Çember düzleminde etkiyen dışmerkez teğetsel yük	60

BÖLÜM 6. NERVÜRLÜ KABUK ÖRNEKLERİ

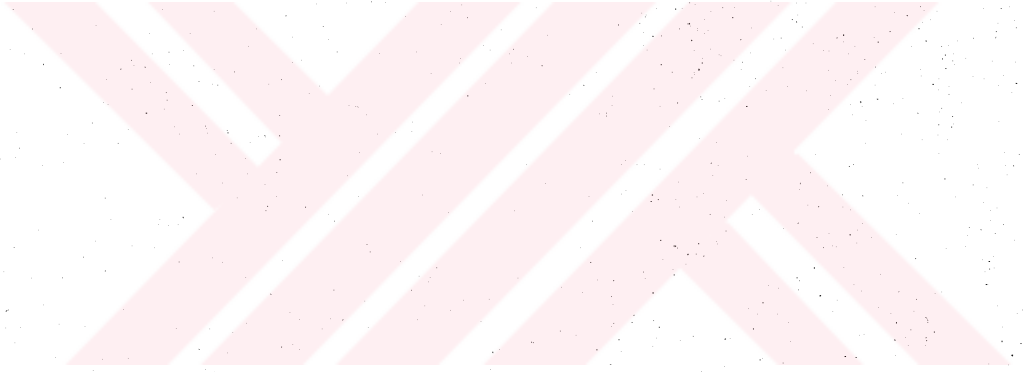
6.1. Boyuna doğrultuda nervürlü kabuklar	64
6.2. Çembersel doğrultuda nervürlü kabuklar	64
6.2.1. Örnek	64
6.3. Boyuna ve çembersel doğrultuda nervürlü kabuklar	66
6.3.1. Örnek	66

BÖLÜM 7. ELEKTRONİK HESAP MAKİNASI PROGRAMLARI

7.1. Genel bilgiler	74
7.2. Programın yapısı	75
7.3. Programın kullanılması	79

III

7.3.1. Uygulama sınırları	79
7.3.2. Giriş bilgileri	80
7.3.3. Çıkış bilgileri	81
BÖLÜM 8. SONUÇLAR	82
KAYNAKLAR	84
ÖZGEÇMİŞ	



IV

ÖZET

Mühendisler, denizaltı, roket, uçak, basınç kaplarının tasarımında rijitleştirilmiş kabuğu çok fazla kullandıklarından, bu alanda araştırmalar sürekli ilgi çeker. Bu yüzden nervürlü kabuğun gerilme analizi problemi tasarım açısından önemlidir.

Rijitleştirilmiş kabukların çözümü için yapılan teorik, deneysel çalışmalar bilgisayarların kullanımı ile birlikte artmış ve sürekli gelişim içine girmiştir.

Nervürlü kabuk çözümünün konu edildiği bu çalışmada Fourier serisi yaklaşımı kullanılarak nervür, kabuk ayrı düşünülmüştür. Değişik sınır koşulları, rijitleştirme doğrultusu, dış yük için çözüm elde edilmiştir.

İki doğrultuda nervürlü kabuk için ~~burada~~ verilen çözüm yoluna benzer çalışmaya rastlanılmamıştır. Ayrıca bu çalışmada nervür, kabuk ayrı düşünüldüğü için dışmerkez rijitleştirilmiş olması kolayca gözönüne alınabilir.

Sekiz bölümden oluşan bu çalışmanın birinci bölümünde nervürlü kabuk problemi ile ilgili çalışmalar, çözümlerinde kullanılan yöntemler kısaca anlatılmıştır.

İkinci bölümde, ince, elastik dairesel silindirik kabuk teorisinin temel bağıntıları çıkarılmıştır.

Üçüncü bölümde, boyuna doğrultuda, çembersel doğrultuda, her iki doğrultuda nervürlü kabuk için seri yaklaşımı kullanılarak çözüm yolu anlatılmış, gerekli ifadeler elde edilmiştir. Ayrıca kullanılan büyüklüklerin tanımları yapılmıştır.

Dördüncü bölümde, boyuna doğrultuda, çembersel doğrultuda, her iki doğrultuda nervürlü kabuk için sınır koşulları yazılarak, üçüncü bölümde anlatılan içetkileşim yükleri etkisinde, çözümler bulunmuştur. Ayrıca dış yükün kabukta oluşturduğu yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri bu bölümde verilmiştir.

Beşinci bölümde, kiriş, halkanın radyal, teğetsel içetkileşim yükleri etkisinde yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri çeşitli yapıtlardan yararlanılarak elde edilmiş, bulunan sonuçlar tabloda gösterilerek karşılaştırma yapılmıştır.

Altıncı bölümde, boyuna, çembersel, her iki doğrultuda nervürlü kabuklar için çözüm yapılmış sonuçlar tablo, grafikler ile gösterilmiştir.

Yedinci bölümde, sayısal uygulamalar için hazırlanan Fortran 1V dilinde kodlanmış bilgisayar programı hakkında genel bilgi verilerek akış diağramları, program yapısı ve kullanılması anlatılmaktadır. Bu programlar yardımıyla değişik rijitleştirme doğrultuları, mesnetlenme biçimleri için çeşitli dış yük etkisindeki kabuklar çözülebilmektedir.

Sekizinci ve son bölümde, sonuçlar verilmektedir.

SUMMARY

Engineers designing submarines, missiles, aircrafts, pressure vessels, etc. use reinforced shells so extensively that investigations in this area are of continuing interest. In this connection, the problem of stress analysis for a circular cylindrical shell stiffened by longitudinal stringers and rings (ribs) which is externally loaded is important in design considerations.

Theoretical and experimental studies on the reinforced shells have increased with the use of the computers and are in the process of continuous development.

In this thesis, the problem of computing the stress-strain states of ribbed shells using Fourier series methods which take into account the discrete disposition of ribs is considered. The solutions are obtained for different support conditions, reinforcing directions and loads.

According to the knowledge of the author such a solution for shells reinforced with ribs in two directions, does not exist. Furthermore, since the formulation takes the discrete disposition of ribs into account, the effect of eccentricity between shell median surface and rib centerline may be investigated for cylindrical shells subjected to external loads.

In this study three different types of reinforcement are considered.

Firstly, a closed circular cylindrical shell having longitudinal stringers subjected to statical loads is inves-

VII

tigated. In this case the cylindrical shell is assumed to be simply supported or infinitely long.

In the second case, a closed circular cylindrical shell having a single ring at its midlength subjected to statical loads is investigated. The circular cylindrical shell is assumed to be simply supported or infinitely long.

In the third case, a closed circular cylindrical shell having longitudinal stringers and rings subjected to statical loads is investigated. The circular cylindrical shell is assumed to be simply supported.

For the first case, the author was not able to find a comparable solution. Therefore no numerical result is given.

The result of second and third cases are in agreement with the previously given data. In these cases maximum deflection of the shell does not occur under the load. The reason for a behaviour of this nature can be explained by considering the bending stresses. The eccentricity of the rib median line with respect to the shell median surface plays a significant role in determining the response of the structure to the applied loads.

This thesis has eight sections. In the first section previous theoretical and experimental studies have been given for the ribbed shells are summarized. Also methods of solution are explained briefly.

In the second section, the assumptions for the theory of thin, elastic circular cylindrical shells, the governing equations, the internal forces and the equilibrium equations

VIII

are summarized in accordance with Flügge's equations.

In the third section, shells reinforced in the longitudinal direction, circumferential direction and the both directions are analyzed using Fourier series and the governing equations of the problem are obtained. Additionally the notation used in this section is explained.

In the fourth section, boundary conditions are written for a shell ribbed in the longitudinal direction, circumferential direction and the both directions, and solution of the shell subjected to interaction loads, which are mentioned in third section, are obtained.

Under the influence of the external loads for smooth shell the governing equations, the internal forces are obtained in terms of Fourier series.

In the fifth section, the stringer and the ring are investigated under the influence of radial and circumferential interaction loads. Displacements and stress resultants are obtained for the ring in three different ways as they were carried out by Langhaar, Inan and Flügge. They are summarized in a table. In this way it has been possible to compare them easily with each other.

After the analyses of the ring, stringer and the shell have each been completed, the solution of the ribbed shell can be obtained. Since all quantities regarding the ring and the stringer are obtained using Fourier series, it is convenient to use the same formulation for the shell. Thus, the radial and circumferential rib-shell interaction loads

are represented by such series with unknown harmonics a_n and b_n . The equations of equilibrium are used to determine the solutions for a shell under the line loadings, which comes into the problem through the boundary conditions. The analysis yields the displacements as a function of a_n and b_n . Similarly, rib displacements are determined as a function of a_n , b_n and external loads.

Having completed the analysis of the rib and the shell problem, it is necessary to impose the compatibility conditions along the line of contact so that the radial and circumferential displacements of the rib and shell are respectively equal. These conditions yield infinite number of pairs of simultaneous equations for the interaction load harmonics a_n and b_n . After these quantities have been obtained, the solution procedure can be continued for the displacements and stresses for the ribbed shell.

Since, in general, rib axes are not in the shell middle surface, an eccentricity effect is thus introduced which has a pronounced influence on the bending stresses in the shell.

In the sixth section, numerical results for the solution of shell ribbed in the longitudinal direction, circumferential direction and the both directions are given in tables and in graphs.

In the seventh section, the logic and the flow charts of the computer program are presented. This program is coded in Fortran IV and numerical computations are carried out in Burroughs 3700 computer. The program is explained and related

X

general information is given. By means of this program the solution of closed circular cylindrical shell with different stiffening directions, support conditions, subjected to various external loads can be analyzed. At the end of this section the input data and output information of the program is explained.

In the eighth and the last section conclusions are presented.



SİMGELER

$[]$	: Matris gösterinimi
$\{ \}$	: Kolon vektör gösterinimi
a	: Silindir yarıçapı
t	: Kabuk kalınlığı
x, ϕ, z	: Kabuk ortalama yüzeyinin eksenel, çevresel, dışarı doğru radyal koordinatları
u, v, w	: Eksenel, çevresel, radyal dışarı doğru yerdeğiştirmeler.
$\sigma_x, \sigma_\phi, \tau_{x\phi}$	: Eksenel, çevresel, kayma gerilmeleri
$\epsilon_x, \epsilon_\phi, \gamma_{x\phi}$	: Kabuk ortalama yüzeyinin herhangi bir noktasında eksenel, çevresel, düzlemde kesme uzamaları
E, ν	: Elastisite modülü, poisson oranı
$M_x, M_\phi, M_{x\phi}$	: Eksenel, çevresel, kabuk düzleminde eğilme momentleri
$N_x, N_\phi, N_{x\phi}$	: Eksenel, çevresel, kayma gerilme bileşkeleri
Q_x, Q_ϕ	: Eksenel, çevresel enine kesme kuvvetleri
D, K	: Uzama, eğilme rijitliği
P_x, P_ϕ, P_r	: Dış yük bileşenleri
l	: Kabuk boyu
m, n, η	: Tam sayı
e	: Nervür dışmerkezliği
f	: $\frac{P}{Et}$

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1. KONU

Uygulamada, çoğunlukla uçak gövdeleri, denizaltılar, uzaya gönderilen roketlerde karşılaşılan ortotrop silindirik kabuk probleminde ortotropluk düzgün kalınlıklı silindirik kabuğa boyuna rijitleştirici (kiriş), çembersel rijitleştirici (çember) konarak elde edilir.

Yapı biçiminin karmaşıklığı yüzünden geçmişte bu tür kabuklar etkin eğilme ve uzama rijitlikli eşdeğer homogen ortotrop kabuk düşünülerek analiz edilmiştir. Nervürlerin ayrı e-laman olarak işlemlere sokulması, teorik çözümlerin güçlüğü, deneysel yöntemlerin sınırlı olması nedeniyle oldukça güçtür. Ancak, son yıllarda elektronik hesap makinalarının kullanılması olanağının yaygınlaşması sonucu bu tür problem çözümleride kolaylaşmış, önceleri yaklaşık çözülebilen problemler daha gerçekçi çözülmüştür.

Nervürlerin sık, dışmerkezliklerinin sıfır (nervür kabuk ortalama yüzeyinde) olduğu problemlerde, rijitleştiricileri yayarak etkin rijitlikli yada ayrı düşünmek sonuçları pek etkilemeyebilir. Fakat rijitleştiricilerin az, dışmerkez yerleştirildiği örneklerde rijitleştiricileri ayrı olarak düşünmemiz gerekir.

1.2. KONU İLE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Elastik rijitleştiriciler ile kuvvetlendirilen silindirik kabukların tasarım hesapları Timoshenko [1], Makeev [2], Maksimenko [3], Dlugach [4], Wang [5], Novozhilov [6], Flügge [7],

Khitrov [8], Galkin [9] ve diğerleri tarafından incelenmiştir. Bununla birlikte, rijitleştiricilerle kuvvetlendirilen değişken yükler etkisindeki bu çeşit kabuklar için hesaplar hâla çok karmaşıktır. Amaç çözüm için uygulanması kolay yöntem geliştirmektir.

1.2.1. Boyuna doğrultuda nervürlü (kirişli) kabuklar

Geometrik, mekanik karakteristikleri eşit olan birbirlerinden eşit uzaklıkta yerleştirilen kirişlerle rijitleştirilen kapalı dairesel silindirik kabuğun gerilme-uzama durumu [11] de incelenmiştir. Kabukların değişken kenar ve yüzey yükleri altında düşünüldüğü V.A.Zarutskii'nin çalışmasında [10], dış yükler, homogen olmıyan denklem sisteminin genel çözümü için çift trigonometrik seri kullanılmıştır.

F.J.Fischer'in [12] çalışması gerilme problemi'dir. Kabuk sonsuz uzun dairesel silindir olarak düşünülmüş. Silindir bütün uzunluğu boyunca bir veya daha fazla eşit aralıklı, sürekli bağlı eksenel kirişler ile kuvvetlendirilmiştir. Kirişlerin tarafsız eksenel kabuk ortalama yüzeyindedir. Her kirişin yeri, yönü, şiddeti aynı olan eksenel tekil kuvvetler uygulanmıştır. Yüklü kirişten kabuğa iletilen membran kesme gerilmeleri ve kirişteki eksenel gerilmeler aranmıştır. Verilen örnekte dış yük dengesi anlaşılamamıştır.

1.2.2. Çembersel doğrultuda nervürlü (halkalı) kabuklar

A.Allentuch, K.Brady, J.Kempner [13] ortasından tek bir çemberle kuvvetlendirilen sonsuz uzun dairesel silindirde gerilme ve yerdeğiştirmeleri bulmuştur. Çember çapı uçlarına,

kendi içinde dengede, radyal kuvvetler ve momentler etkilmiştir. Çözümler Donnell, Love-Reissner, Flügge denklemleri kullanılarak elde edilmiş. Sayısal sonuçlarda üç çözümün uygunluğu gösterilmiştir.

W.P.Vafakos [14] Donnell denklemleri kullanarak radyal yük etkisinde çember ile kuvvetlendirilen sonsuz silindirin içetkileşim problemi için açık çözüm elde etmiştir. Hakim gerilmelerin işaretinin, kabuğun içden veya dışdan çember ile kuvvetlendirilmesine bağlı olduğu, kesin çözüme tekil yük durumunda düşük harmoniklerle bile erişilebileceği gösterilmiştir.

A.Allentuch, K.Brady, E.Golub, J.Kempner [15] ortasından tek bir çemberle kuvvetlendirilen sonsuz uzun dairesel silindirik kabuk probleminin daha önce elde edilen çözümünü deneysel olarak sağlamışlardır.

1.2.3.Çembersel ve boyuna doğrultuda nervürlü kabuklar

Nervürlü kabuğun gerilme-uzama hesabında nervürleri ayrı hesaplıyan yöntemler pek çok incelemenin temelidir. Bununla birlikte bu incelemeler genellikle bir doğrultuda nervürlü kabuk problemleri ile ilgilidir. İki doğrultuda nervürlü kabuk için varolan çözümler yaklaşıktır veya sınırlı sayıda yapılmıştır [16].

V.N.Khitrov [8] çalışmasında iki doğrultuda nervürlü kabuğun teorik çözümünü ardışık yaklaşımla elde etmiştir. Kesin çözüm istendiği kadar yaklaşılabılır. Çökme için güvenli rakam birkaç yaklaşımla sağlanır, eğilme momentleri için aynı güvenli

sonuç çok sayıda yaklaşım gerektirir. Nervür rijitliğinin yöntemin yakınsama hızını etkilemediği belirtilmiştir.

I.V.Andrianov, V.V.Loboda, L.I.Manevich [17] ortotrop kabuklarda asimtotik yöntemleri kullanmıştır. Yükleme, rijitleştirici biçimi belli olmıyan yarısonsuz ankastre mesnetli kabuk örneği verilmiştir.

V.A.Zarutskii [18] çift trigonometrik seri kullanarak çember ve kiriş ile kuvvetlendirilen kapalı dairesel silindirik kabuğu incelemiştir.

V.N.Maksimenko, L.A.Fil'shtinskii [19] değişken kesitli kiriş ile kuvvetlendirilen kabuğun elastik davranışını incelemiştir.

Yu I.Kaplan [20] değişken yük altında silindirik kabuğun gerilme durumunu incelemiş, boyuna rijitleştiricili konsol kabuk örneği vermiştir.

1.2.4.Fourier analizini nervürlü kabuk çözümüne uygulayan çalışmalar

[13] nolu çalışmada içetkileşim yükleri, dış yük Fourier serisi ile tanımlanmıştır. [14] de benzer yolla çemberli kabuk problemi için açık çözüm bulunmuştur.

[5] de kiriş ve çemberle rijitleştirilen dairesel silindirik kabuğun iç basınç etkisinde çözümü seri kullanılarak yapılmıştır.

[10] da denge denklemleri, dış yük çift trigonometrik seri ile tanımlanmıştır.

[16] da sınır koşullarında seri tipi çözümler sağlatılmaya çalışılmıştır.

[18] de nervürlü silindirik kabuğun gerilme durumunu bulmak için çift trigonometrik seri kullanılmıştır. Aynı seri yaklaşımının kullanıldığı [10] nolu çalışma kesin [11] nolu çalışma yaklaşık çözüm vermişlerdir.

[8] nolu çalışmadada çift Fourier serisi kullanılmıştır.



BÖLÜM 2

DAİRESEL SİLİNDİRİK KABUKLARIN GENEL BAĞINTILARI

Dairesel silindirik kabukların eğilmeli teorisine ait bağıntılar Flügge [7] denklemleri temel alınarak kısaca gözden geçirilecektir.

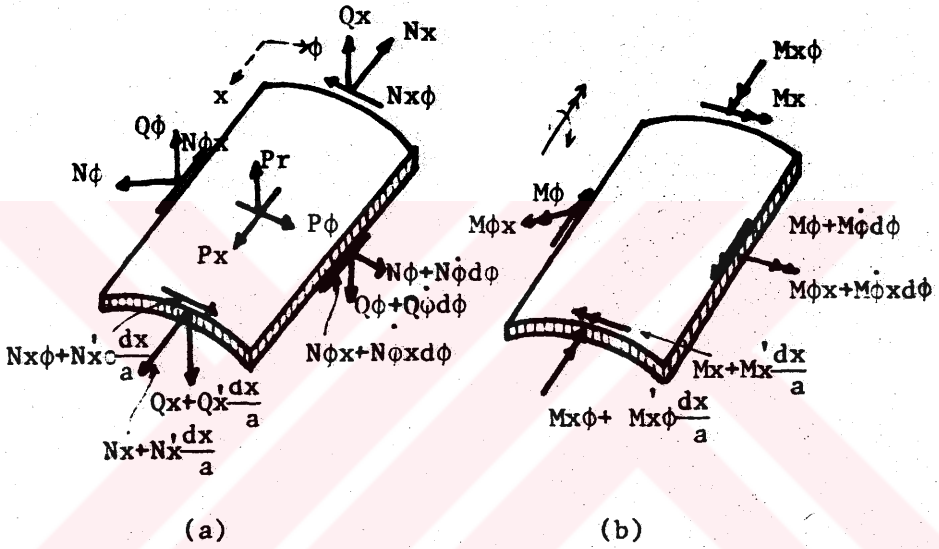
2.1. VARSAYIMLAR

- a) Kabuk kalınlığı diğer boyutlara göre küçüktür ($a/t \gg 1$).
- b) Şekil değişiminden önce kabuk ortalama yüzeyine normal olan doğru parçası şekil değişiminden sonra gene ortalama yüzeye normal kalır (Kirchoff-Love Hipotezi). Şekil değişimi sırasında bu doğru parçasının boyu değişmez.
- c) Kabuk ortalama yüzeyine dik doğrultudaki normal gerilmeler diğer gerilmeler yanında ihmal edilebilecek kadar küçüktür.
- d) Bütün yerdeğiştirmeler küçüktür. Yani, yerdeğiştirmeler ortalama yüzey eğrilik yarıçapı ile karşılaştırıldığında, birinci türev (eğimler) bir ile karşılaştırıldığında ihmal edilir.
- e) Gerilme-şekil değiştirme bağıntılarında Hooke kanunu geçerlidir.

2.2. DİFERANSİYEL DENCE DENKLEMLERİ

Boyuna doğrultu x , herhangi anadoğrudan itibaren daireSEL uzaklık ise ϕ ile ölçülecek, boyutsuz büyüklüklere (x/a , ϕ) göre türevler u s ve nokta ile gösterilecektir.

$$a \frac{\partial ()}{\partial x} = ()', \quad \frac{\partial ()}{\partial \phi} = ()'$$



Şekil 2.1. Kabuk elemanı

Şekillerden ilki elamana etkiyen iç ve dış kuvvetleri, ikincisi ise bilinen ok işareti ile momentleri içermektedir. Bu büyüklüklerin üçü kuvvet izdüşüm denklemi diğer üçü moment izdüşüm denklemi olan 6 denge koşulunu sağlar.

x doğrultusunda kuvvetlerin dengesi mambran teori ile aynıdır.

$$N_x + N_\phi \frac{dx}{a} + a P_x = 0$$

(2.1a)

ϕ doğrultusunda denge membran teoriden farklı olarak $Q\phi$ nin katkısını içerir.

$$N\dot{\phi} + N_x\dot{\phi} - Q\phi + aP\phi = 0 \quad (2.1b)$$

Üçüncü denklem kuvvetlerin radyal bileşenini gösterir. Membran teoride basit olan bu ifade burda her iki kesmenin katkısını içerir.

$$Q\dot{\phi} + Q_x\dot{\phi} + N\phi - aPr = 0 \quad (2.1c)$$

Moment denge denklemleride kolayca bulunabilir. P_x vektörü doğrultusunda, $M\phi$ momenti, $M_x\phi$ burulma momenti ile $Q\phi$ kuvvetlerinin momenti vardır.

$$M\dot{\phi} + M_x\dot{\phi} - aQ\phi = 0 \quad (2.1d)$$

$P\phi$ vektörü doğrultusundaki momentler

$$M_x + M\phi_x - aQ_x = 0 \quad (2.1e)$$

Silindir yarıçapına göre moment dengesi

$$aN_x\phi - aN\phi_x + M\phi_x = 0 \quad (2.1f)$$

(2.1b,c) denklemlerinde (2.1d,e) aracılığı ile Q_x , $Q\phi$ yok edildiğinde aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$N_x + N\phi_x + aP_x = 0$$

$$aN\dot{\phi} + aN_x\dot{\phi} - M\dot{\phi} - M_x\dot{\phi} + P\phi a^2 = 0 \quad (2.2a-d)$$

$$M\dot{\phi} + M_x\dot{\phi} + M\phi_x + M_x\phi + aN\phi - Pra^2 = 0$$

$$aN_x\phi - aN\phi_x + M\phi_x = 0$$

Bu dört denklem sistemi 8 bilinmiyen içerdiğinden problem statikçe belirli değildir. Bu yüzden kabuğun deformasyonlarını incelemek gereklidir.

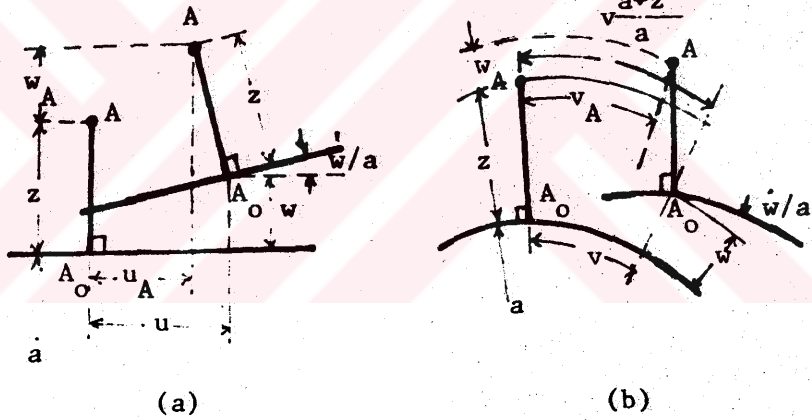
2.3. ŞEKİL DEĞİŞTİRME-YER DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

Kabuk yerdeğiştirmesi kabuk ortalama yüzeyinin üç bileşeni ile tanımlanır (Şek.2.2).

u_A : anadoğru boyunca yerdeğiştirme, x 'in artan yönü ile pozetif.

v_A : $a+z$ yarıçaplı daire boyunca yerdeğiştirme, ϕ 'nin artışı yönünde pozetif.

w_A : radyal yerdeğiştirme, dışarı doğru pozetif.



Şekil 2.2. A, A₀ noktalarının yerdeğiştirmeleri

Şekil 2.2 den

$$u_A = u - \frac{z}{a} w' \quad (2.3a)$$

$$v_A = \frac{a+z}{a} v - \frac{z}{a} \dot{w} \quad (2.3b)$$

$$w_A = z + \frac{w}{\cos \dot{w}/a} \text{ dır. } \cos \dot{w}/a = 1 \text{ olduğundan} \quad (2.3c)$$

A noktasının uzamaları

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_A}{\partial x} = \frac{u'_A}{a} \quad (2.4a)$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{1}{a+z} \left(-\frac{\partial v_A}{\partial \phi} + w_A \right) = \frac{\dot{v}_A + w_A}{a+z} \quad (2.4b)$$

$$\gamma_{x\phi} = \frac{\partial v_A}{\partial x} + \frac{1}{a+z} \frac{\partial u_A}{\partial \phi} = \frac{v'_A}{a} + \frac{\dot{u}_A}{a+z} \quad (2.4c)$$

Burda (2.3) bağıntıları kullanılırsa A yerdeğiştirmesi A_0 cinsinden bulunur.

$$\varepsilon_x = \frac{u'}{a} - z \frac{\dot{w}'}{a^2} \quad (2.5a)$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{\dot{v}}{a} - \frac{z}{a} \frac{\dot{w}'}{a+z} + \frac{w}{a+z} \quad (2.5b)$$

$$\gamma_{x\phi} = \frac{\dot{u}}{a+z} + \frac{a+z}{a^2} \dot{v} - \frac{\dot{w}'}{a} \left(\frac{z}{a} + \frac{z}{a+z} \right) \quad (2.5c)$$

Bu ifadeler Hooke kanunlarında kullanılır.

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_\phi) \quad (2.6a)$$

$$\sigma_\phi = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_\phi + \nu \varepsilon_x) \quad (2.6b)$$

$$\tau_{x\phi} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{x\phi} \quad (2.6c)$$

(2.5) uzamaları burda yerine yazılır, gerilme bileşkeleri N, M' in tanımları kullanılırsa aşağıdaki değerler elde edilir.

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \quad N_\phi = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_\phi dz \quad (2.7a-d)$$

$$N_{x\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{x\phi} \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \quad N_{\phi x} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\phi x} dz$$

$$M_x = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{a}\right) z dz \quad M_\phi = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_\phi z dz \quad (2.7d-h)$$

$$M_{x\phi} = - \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{x\phi} \left(1 + \frac{z}{a}\right) z dz \quad M_{\phi x} = - \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\phi x} z dz$$

Gerilmeler (2. 6) dan, uzamalar (2. 5) den alınıp (2.7) de kullanılırsa aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\begin{aligned} N_\phi &= \frac{D}{a} (\dot{v} + w + v\dot{u}) + \frac{K}{a^3} (w + \dot{w}') \\ N_x &= \frac{D}{a} (\dot{u} + v\dot{v} + v\dot{w}) - \frac{K}{a^3} \ddot{w} \\ N_{\phi x} &= \frac{D}{a} \frac{1-v}{2} (\dot{u} + \dot{v}) + \frac{K}{a^3} \frac{1-v}{2} (\dot{u} + \dot{w}') \\ N_{x\phi} &= \frac{D}{a} \frac{1-v}{2} (\dot{u} + \dot{v}) + \frac{K}{a^3} \frac{1-v}{2} (\dot{v} - \dot{w}') \\ M_\phi &= \frac{K}{a^2} (w + \dot{w}' + v\ddot{w}) \\ M_x &= \frac{K}{a^2} (\ddot{w} + v\dot{w}' - \dot{u} - v\dot{v}) \\ M_{\phi x} &= \frac{K}{a^2} (1-v) (\dot{w}' + \frac{1}{2}\dot{u} - \frac{1}{2}\dot{v}) \\ M_{x\phi} &= \frac{K}{a^2} (1-v) (\dot{w}' - \dot{v}) \\ Q_\phi &= \frac{K}{a^3} (\dot{w} + \dot{w}' + \ddot{w} - (1-v)\ddot{v}) \\ D &= \frac{Et}{1-v^2} \quad , \quad K = \frac{Et^3}{12(1-v^2)} \quad \text{olarak alınmıştır.} \end{aligned} \quad (2.8a-i)$$

Eğer K'lı terimleri kaldırırsak membran teorideki basit formüller elde edilir.

(2.2) deki denge koşulları ile (2.8) deki elastik kanun

11 bilinmiyen için 12 denklem verir. Bilinmiyenler, 8 gerilme bileşkesi 3 yer değiştirmedir. İlk bakışta bir fazla denklem varmış gibi görünür, problem çok bilinenlidir. Fakat fazlalık doğru değildir, (2.2d) deki denge koşulu $\tau_{x\phi} = \tau_{\phi x}$ bağıntısının sonucu olup kendiliğinden sağlanır, yeni bir denklem değildir. (2.8) denklemleri (2.2) de yazılırsa yerdeğiştirmeler cinsinden 3 diferansiyel denge denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned} \ddot{u} + \frac{1-\nu}{2} \dot{u} + \frac{1+\nu}{2} \dot{v}' + \nu \dot{w}' + k \left[\frac{1-\nu}{2} \dot{u} - \ddot{w}' + \frac{1-\nu}{2} \dot{w} \right] + \frac{P x a^2}{D} &= 0 \\ \frac{1+\nu}{2} \dot{u}' + \dot{v} + \frac{1-\nu}{2} \ddot{v} + \dot{w} + k \left[\frac{3}{2}(1-\nu) \ddot{v} - \frac{3-\nu}{2} \ddot{w} \right] + \frac{P \phi a^2}{D} &= 0 \quad (2.9a-c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu \dot{u} + \dot{v} + \dot{w} + k \left[\frac{1-\nu}{2} \dot{u} - \ddot{u} - \frac{3-\nu}{2} \ddot{v} + \frac{\nu}{\dot{w} + 2\ddot{w}} + \ddot{w} + 2\dot{w} + w \right] - \frac{P r a^2}{D} &= 0 \\ k = \frac{K}{D a^2} = \frac{t^2}{12 a^2} & \quad (2.10) \end{aligned}$$

(2.9) denklemleri dairesel silindirik kabuğun eğilmeli teorisinin diferansiyel denklemleridir.

BÖLÜM 3

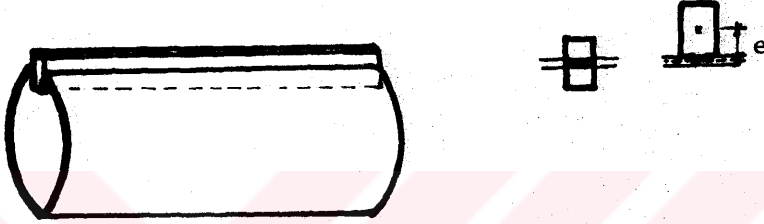
SERİ YAKLAŞIMI İLE NERVÜRLÜ KABUKLARIN ÇÖZÜMÜ

3.1. YÖNTEM, TANIMLAR

Boyuna, çembersel yada her ikisi kiriş, çember beraber kullanılarak rijitleştirilen dairesel silindirik kabukdan kiriş veya çemberi ayırdığımızda içetkileşim yükleri diyebileceğimiz radyal, teğetsel bağ kuvvetleri doğar. Bağ kuvvetleri biçimleri belirli değildir, süreklilik sağlayacak şekilde iç-etkileşim yüklerinin süperpozisyonundan elde edilirler. Dış yük, içetkileşim yükleri periyodik fonksiyonlar ile ifade edilebileceğinden, Fourier serilerini kullanmak uygundur. Böylece nervür-kabuk arasındaki radyal, teğetsel içetkileşim yük biçimleri bilinmeyen a_n , b_n genlikleri ile verilir. Yerdeğiştirmeler, dış yük'te a_n , b_n 'in fonksiyonudur. Nervür ve kabuk analizinden sonra değme çizgisinde (kabuk ortalama yüzeyinde) uygunluk koşulları olan, kabuk radyal yerdeğiştirmesinin nervür radyal yerdeğiştirmesine, kabuk teğetsel yerdeğiştirmesinin nervür eksen boyunca yerdeğiştirmesine eşitliği yazılır. Bu koşullar a_n , b_n içetkileşim yük harmonikleri için sonsuz sayıda aynı anda çözülebilen denklem çifti verir. Bu büyüklükler hesaplandıktan sonra nervürlü kabukta gerilme, yerdeğiştirme için hesaplara devam edilir.

Nervürlerin kabuk ortalama yüzeyine genişliği sıfır fakat yüksekliği kabuk kalınlığının yarısı kadar (alanı sıfır) bir parça ile sürekli birleştiği varsayılır. Dışmerkez nervür durumunda nervür tek parçalı, dışmerkezlik sıfır olduğunda ner-

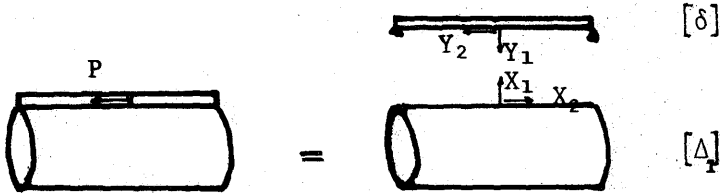
vür iki parçalı varsayılmalıdır. Çünkü kabuk çözümü, kapalı kabuktan alınacaktır. Eğer nervür tek parçalı düşünülürse, nervür ve kabuğun ortak kısmı işlemlerimize hatalı olarak iki defa katılmış olur (Şek.3.1'de taralı kısım).



Şekil 3.1. Dışmerkezlik (e) sıfır

3.2. BOYUNA DOĞRULTUDA RİJİTLEŞTİRİLMİŞ KABUK

Kirişler ile rijitleştirilen kabuk boyu sonlu yada sonsuz olabilir. Her iki çözümde elde etmek mümkündür. Kabuk ve kirişler ayrı elaman düşünülerek çözüm yapılacaktır. (Şek.3.2)



Şekil 3.2

Nervür, kabuk ayrılarak iç kuvvetler (X, Y) etkisinde süreklilik ve denge koşulları yazılır.

$$[\delta] \{Y\} = [\Delta_1] \{X\} \quad (3.1)$$

$$\{X\} + \{Y\} = \{P\} \quad (3.2)$$

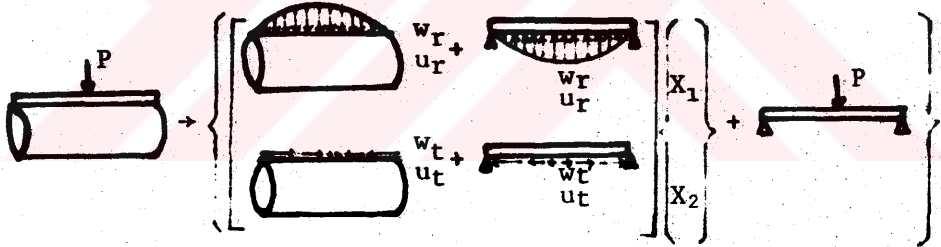
Bilinmeyen iç kuvvetler aşağıdaki gibi bulunur.

$$\{Y\} = \{P\} - \{X\}$$

$$[\delta] [\{P\} - \{X\}] = [\Delta_P] \{X\}$$

$$[\delta] \{P\} = [[\delta] + [\Delta_P]] \{X\} \quad (3.3)$$

Nervür ve kabuk birim deplasman matrislerinden yararlanılarak (3.3) denkleminden bulunacak içtekleşim yük harmoniklerinin genlikleri ile yerdeğiştirme, kuvvet bileşkesi bulunabilir. Bu çözüm yolu, içtekleşim yükleri trigonometrik fonksiyon seçildiğinde, aşağıdaki biçimde uygulanır (Şek.3.3).



Şekil 3.3. Nervürlü kabuk çözümü ($n=1$)

Kabuk, kiriş yine ayrı düşünülür. Ayırma sonucu doğan radyal, teğetsel içtekleşim yükleri etkisinde kabuk, kiriş çözümleri yapılır. Dış yük, kabuk yada kirişe etkitilebilir, burdaki gibi kirişten sonuç almak daha süratli olacağından yeğlenmelidir.

Süreklilikte kullanacağımız yerdeğiştirmeler kabuk, kiriş ortasındaki çökmelerin eşitliği ile kabuk, kiriş mesnetindeki eksenel yerdeğiştirmelerdir.

$$[\Delta]_n \{X\}_n = \{X_0\}_n \quad (3.4)$$

$$[[\Delta] + [\delta]]_n \{X\}_n = \{X_0\}_n \quad (3.5)$$

$$\left[\begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kab} + \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kir} \right]_n \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} w_0 \\ u_0 \end{Bmatrix}_{kir.n} \quad (3.6)$$

Bilinmeyenler (3.6) dan bulunduktan sonra aranan yerde yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri bulunabilir. Yerdeğiştirmeler ya kabuktan yada nervürden elde edilebilir, kuvvet bileşkeleri ise sadece kabuktan elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_n = \sum_n \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kab.n} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_n = \sum_n \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kir.n} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_n + \begin{Bmatrix} w_0 \\ u_0 \end{Bmatrix}_n \quad (3.7)$$

$$\begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix} = \sum_n \begin{bmatrix} Mx_r & Mx_t \\ M\phi_r & M\phi_t \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ Q\phi_r & Q\phi_t \\ N\phi x_r & N\phi x_t \end{bmatrix}_n \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_n \quad (3.8)$$

Matris elemanları şunlardır.

$[\Delta]$: Sistem birim deplasman matrisi

$[\delta]$: Kiriş " " "

$[\Delta_1]$: Kabuk " " "

$\{X\}$: Bilinmeyen içetkileşim yük harmoniklerinin genlikleri

$\{X_0\}$: Dış yükün oluşturduğu yer değiştirme vektörü

w_r : Radyal yüklerden kabuk yada kiriş ortasında çökme

w_t : Teğetsel " " " " " "

u_r : Radyal " " " " mesnetinde yerdeğiştirme

tirme

u_t : Teğetsel yüklerden kabuk yada kiriş mesnetinde yerdeğiştirme

X_1 : Radyal içetkileşim yüklerinin genliği

X_2 : Teğetsel " " "

w_0 : Dış yüklerin kabuk yada kirişte oluşturduğu çökme

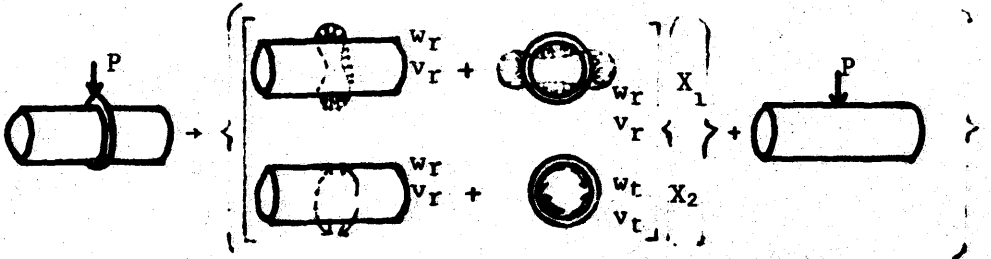
u_0 : " " " " " " " aksenal yerdğiştirme

n : Boyuna doğrultuda harmonik sayısı.

Her n için geçerli olan bu ifadelerde harmonik sayısı (n) arttıkça gerçek çözüme yaklaşım o ölçüde artar. Kabuk yada kiriş matrislerine birim deplasman matrisleri olarak da bakılabilir. Çünkü aranan hiperstatik bilinmiyen içetkileşim yük harmoniklerinin genliği bir seçilmiştir.

3.3. ÇEMBERSEL DOĞRULTUDA RİJİTLEŞTİRİLMİŞ KABUK

Çemberle rijitleştirilen kabuk sonlu yada sonsuz uzunlukta olabilir. Çözüm bölüm 3.2'e benzer yapılacaktır. Kabuk, çember ayrılır. Ayırma sonucu çembersel doğrultuda doğan radyal (normal), teğetsel içetkileşim yükleri etkisinde çözümler elde edilir. Dış yük, aşağıdaki örnek için, halka dengede olamayacağından kabuğa etkitilir (Şekil 3.4).



Şekil 3.4. Nervürlü basit mesnetli kabuk çözümü ($n=2$)

$$[\Delta]_m \{X\}_m = \{X_0\}_m \quad (3.9)$$

$$[[\Delta_1] + [\Psi]] \{X\}_m = \{X_0\}_m \quad (3.10)$$

$$\begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix}_{kab} + \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix}_{hal} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} w_0 \\ v_0 \end{Bmatrix}_{kab.m} \quad (3.11)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_m = \sum_{\infty} \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix}_{kab} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_m - \begin{Bmatrix} w_0 \\ v_0 \end{Bmatrix}_{kab} = \sum_{\infty} \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix}_{hal} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_m \quad (3.12)$$

Yerdeğiştirmeler görüldüğü gibi kabuk ve halkadan elde edilebilir (3.12).

$$\begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix}_m = \sum_{\infty} \begin{bmatrix} Mx_r & Mx_t \\ M\phi_r & M\phi_t \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ Q\phi_r & Q\phi_t \\ N\phi x_r & N\phi x_t \end{bmatrix}_m \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_m - \begin{Bmatrix} Mx_0 \\ M\phi_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi_0 \\ N\phi x_0 \end{Bmatrix}_m \quad (3.13)$$

Kullanılan matris elemanları şunlardır.

$[\Delta_1]$: Kabuk birim deplasman matrisi

$[\Psi]$: Halka " " "

$[\Delta]$: Sistem " " "

$\{X\}$: Bilinmiyen içetkileşim yük harmoniklerinin genlikleri

$\{X_0\}$: Dış yükün oluşturduğu yerdeğiştirme vektörü

w_r : Radyal yükden kabuk yada çember ortasında çökme

w_t : Teğetsel " " " " " "

v_r : Radyal " " " çember'de teğetsel yerdeğiştirme

v_t : Teğetsel " " " " " "

X_1 : Radyal içetkileşim yüklerinin genliği

X_2 : Teğetsel içetkileşim yüklerinin genliği

w_0 : Dış yüklerin kabuk yada çemberde oluşturduğu çökme

v_0 : " " " " " " " " teğetsel yerdeğiştirme.

m : Çembersel doğrultuda harmonik sayısı

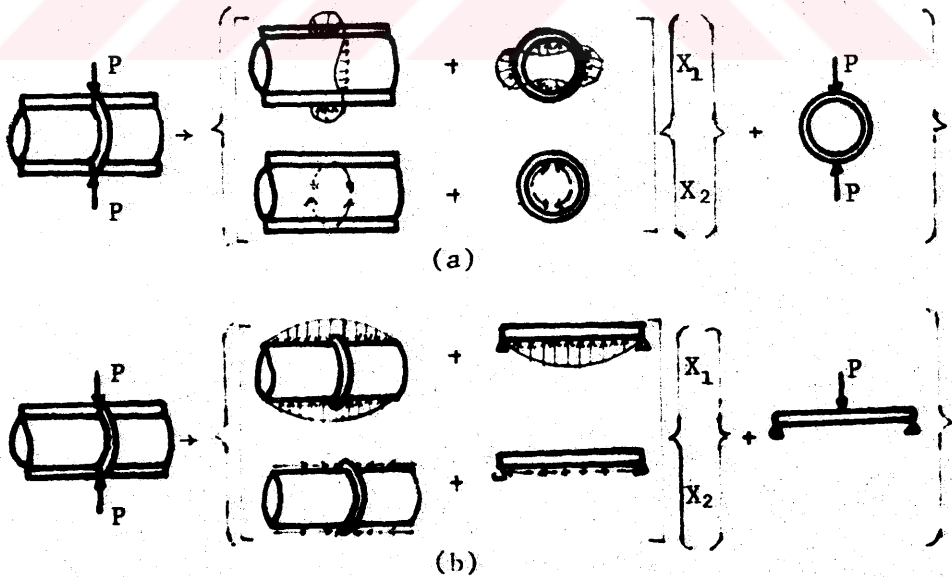
Harmonik sayısı (m) arttıkça kesin çözüme yaklaşım o ölçüde artar.

$m=1$ halkada dengede olmıyan yükleme doğurduğundan kullanılmaz

$m=0$ 'ın teğetsel bileşeni içinde ifadeler geçersizdir. Yalnız radyal bileşeni gözönüne alınır.

3.4. BOYUNA VE ÇEMBERSSEL RİJİTLEŞTİRİCİLİ KABUK

Her iki doğrultuda nervürlü kabuk çözümünde bir doğrultudaki nervür ayrılarak çözüm öncekilerden birine (Bölüm 3.2, 3.3) dönüştürülür.



Şekil 3.5. İki doğrultuda nervürlü kabuk ($m=2, n=1$)

Çift doğrultuda nervürlü kabuk için örnek Şek.3.5'de gösterilmiştir. Bu özel problem için çözüm iki türlü (a, b) yapılabilir. Çember ve boyuna doğrultuda nervürlü kabuk ayrı düşünülür (Şek.3.5a). İçetkileşim yükleri etkisinde nervürlü kabuğun, halkanın çözümü yapılır. Dış yük halkadadır. İçetkileşim yüklerinin dış yük alınacağı nervürlü kabuk çözümü Böl.3.2'de yapılmıştır. Buradan bulunan değerler ile halka çözümleri birleştirilerek problem çözümü tamamlanır.

Diğer çözüm yolunda ise (Şek.3.5b) kiriş ve çembersel doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk ayrı düşünülür. Dış yük kirişe etkitilmiş olup içetkileşim yükleri etkisinde nervürlü kabuk, kirişin çözümleri yapılır. İçetkileşim yüklerinin dış yük alınacağı nervürlü kabuk çözümü Böl.3.3'de yapılmıştır. Oradan bulunacak değerler ile kiriş çözümleri birleştirilerek iki doğrultuda nervürlü kabuk çözümü elde edilir.

Her iki çözüm yolu için ortak ifadeler şunlardır.

$$[\Delta] \{X\} = \{X_0\} \quad (3.14)$$

$$[[\Delta_1] + [\delta]] \{Y\} = \{Y_0\} \quad (3.15)$$

$$[[\Delta_2] + [\Psi]] \{X\} = \{X_0\} \quad (3.16)$$

Şek.3.4a için çözüm yolu

Radyal doğrultuda içetkileşim yükü için

$$\begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kab} + \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kir} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,n} = \begin{Bmatrix} w_0 \\ u_0 \end{Bmatrix}_{r,n} \quad (3.17)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_r = \sum_n \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kir} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,n} = \sum_n \left\{ \begin{Bmatrix} w_0 \\ u_0 \end{Bmatrix}_{r,n} - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kab} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,n} \right\} \quad (3.18)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_r = \sum_n \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{kir} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,n} = \sum_n \left\{ \begin{Bmatrix} w_o \\ v_o \end{Bmatrix}_{r,n} - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{kab} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,n} \right\} \quad (3.19)$$

$$\begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ . \\ . \\ Q\phi \\ N\phi x_r \end{Bmatrix} = \sum_n \left\{ \begin{Bmatrix} Mx_r & Mx_t \\ M\phi_r & M\phi_t \\ . & . \\ . & . \\ Q\phi_r & Q\phi_t \\ N\phi x_r & N\phi x_t \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,n} + \begin{Bmatrix} Mx_o \\ M\phi_o \\ . \\ . \\ Q\phi_o \\ N\phi x_o \end{Bmatrix}_{r,n} \right\} \quad (3.20)$$

Teğetsel içetkileşim yükü için şunlar bulunur.

$$\left\{ \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix} \text{kab} + \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix} \text{kir} \right\}_n \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,n} = \begin{Bmatrix} w_o \\ u_o \end{Bmatrix}_{t,n} \quad (3.21)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_t = \sum_n \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix} \text{kir} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,n} = \sum_n \left\{ \begin{Bmatrix} w_o \\ u_o \end{Bmatrix}_{t,n} - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix} \text{kab} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,n} \right\} \quad (3.22)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_t = \sum_n \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{kir} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,n} = \sum_n \left\{ \begin{Bmatrix} w_o \\ v_o \end{Bmatrix}_{t,n} - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{kab} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,n} \right\} \quad (3.23)$$

$$\begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ . \\ . \\ Q\phi \\ N\phi x_t \end{Bmatrix} = \sum_n \left\{ \begin{Bmatrix} Mx_r & Mx_t \\ M\phi_r & M\phi_t \\ . & . \\ . & . \\ Q\phi_r & Q\phi_t \\ N\phi x_r & N\phi x_t \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,n} + \begin{Bmatrix} Mx_o \\ M\phi_o \\ . \\ . \\ Q\phi_o \\ N\phi x_o \end{Bmatrix}_{t,n} \right\} \quad (3.24)$$

Buraya kadar (3.14-3.24) tek doğrultuda nervür (kiriş) için çözüm yapıldı, diğer doğrultuda nervürde (çember) hesaplarda gözönüne alınırsa şu ifadeler elde edilir.

$$\left[\begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_r \quad \begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_t \end{bmatrix} \text{ kab} + \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{ hal} \right]_m \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} w_o \\ v_o \end{Bmatrix}_m \quad (3.25)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_r = \sum_m \left[\begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_r \quad \begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_t \end{bmatrix} \text{ kab} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_m - \sum_m \left\{ \begin{Bmatrix} w_o \\ v_o \end{Bmatrix}_m - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{ hal} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_m \right\} \right] \quad (3.26)$$

$$\begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix}_r = \sum_m \left\{ \begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix}_r \quad \begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix}_t \right\} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_m \quad (3.27)$$

Şek.3.4b' için çözüm yolu

Radyal içetkileşim yükü için

$$\left[\begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{ kab} + \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{ hal} \right]_m \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,m} = \begin{Bmatrix} w_o \\ v_o \end{Bmatrix}_{r,m} \quad (3.28)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_r = \sum_m \left[\begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{ hal} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,m} - \sum_m \left\{ \begin{Bmatrix} w_o \\ v_o \end{Bmatrix}_{r,m} - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix} \text{ kab} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,m} \right\} \right] \quad (3.29)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_r = \sum_m \left[\begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix} \text{ hal} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,m} - \sum_m \left\{ \begin{Bmatrix} w_o \\ u_o \end{Bmatrix}_{r,m} - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix} \text{ kab} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,m} \right\} \right] \quad (3.30)$$

$$\begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix}_r = \sum_m \left\{ \begin{Bmatrix} Mx_r & Mx_t \\ M\phi_r & M\phi_t \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ Q\phi_r & Q\phi_t \\ N\phi x_r & N\phi x_t \end{Bmatrix}_m \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{r,m} - \begin{Bmatrix} Mx_o \\ M\phi_o \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi_o \\ N\phi x_o \end{Bmatrix}_{r,m} \right\} \quad (3.31)$$

Teğetsel içetkileşim yükü için

$$\begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix}_{kab} + \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix}_{hal} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,m} = \begin{Bmatrix} w_o \\ v_o \end{Bmatrix}_{t,m} \quad (3.32)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix}_t = \sum_m \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix}_{hal} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,m} = \sum_m \left\{ \begin{Bmatrix} w_o \\ v_o \end{Bmatrix}_{t,m} - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ v_r & v_t \end{bmatrix}_{kb} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,m} \right\} \quad (3.33)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_t = \sum_m \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{hal} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,m} = \sum_m \left\{ \begin{Bmatrix} w_o \\ u_o \end{Bmatrix}_{t,m} - \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kb} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,m} \right\} \quad (3.34)$$

$$\begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix}_t = \sum_m \left\{ \begin{bmatrix} Mx_r & Mx_t \\ M\phi_r & M\phi_t \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ Q\phi_r & Q\phi_t \\ N\phi x_r & N\phi x_t \end{bmatrix}_m \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}_{t,m} + \begin{Bmatrix} Mx_o \\ M\phi_o \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi_o \\ N\phi x_o \end{Bmatrix}_{t,m} \right\} \quad (3.35)$$

İkinci doğrultudaki nervürde gözönüne alınırsa

$$\begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_r \\ \begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_t \end{bmatrix}_{kab} + \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kir} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} w_o \\ u_o \end{Bmatrix}_n \quad (3.36)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix} = \sum_n \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_r \\ \begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix}_t \end{bmatrix}_{kab} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_n = \sum_n \left\{ \begin{bmatrix} w_r & w_t \\ u_r & u_t \end{bmatrix}_{kir} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_n + \begin{Bmatrix} w_o \\ u_o \end{Bmatrix}_n \right\} \quad (3.37)$$

$$\begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix} = \sum_n \begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix}_r \begin{Bmatrix} Mx \\ M\phi \\ \cdot \\ \cdot \\ Q\phi \\ N\phi x \end{Bmatrix}_t \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_n \quad (3.38)$$

Matris içindeki elaman tanımları şunlardır

$[\Delta_1]$: Kabuk birim deplasman matrisi

$[\Delta_2]$: Nervürlü kabuk birim deplasman matrisi

$[\delta]$: İçetkileşimin etkidiği nervür birim deplasman matrisi

$[\psi]$: Dış yükün " " " " "

$\{X\}$: Nervürlü kabukta bilinmeyen vektör

$\{X_0\}$: Dış yükün oluşturduğu yerdeğiştirme vektörü

$\{Y\}$: Kabukta bilinmeyen vektör

$\{Y_0\}$: İçetkileşimin dış yük alındığı kabukta yerdeğiştirme vektörü

w_r : Radyal yükden kabuk, halka, kiriş ortasındaki çökme

w_t : Teğetsel " " " " " "

v_r : Radyal yükden kabuk yada halkada teğetsel yerdeğiştirme

v_t : Teğetsel " " " " " "

u_r : Radyal " " " kirişte eksenel "

u_t : Teğetsel " " " " " "

y_1 : Radyal içetkileşim yükünün genliği

y_2 : Teğetsel " " " "

X_1 : Nervürlü kabukta radyal içetkileşim yükünün genliği

X_2 : " " teğetsel " " "

w_0 : Dış yükün kabuk, halka, kirişte oluşturduğu çökme

v_0 : " " " yada halkada oluşturduğu teğetsel yerdeğiştirme

u_0 : Dış yükün kabuk " kirişte " eksenel yerdeğiştirme

n, m : Boyuna, çembersel harmonik sayısı

Kesin çözüme yaklaşım harmonik sayısı arttıkça artar.

BÖLÜM 4

KABUKTA İÇETKİLEŞİM YÜKLERİNİN OLUŞTURDUĞU YERDEĞİŞTİRME VE KUVVET BİLEŞKELERİ

4.1. BOYUNA DOĞRULTUDA RİJİTLEŞTİRİLMİŞ KABUK

Yerdeğiştirme ve kuvvet bileşkeleri için Flügge'den [7] yararlanılmıştır.

Kabuk boyu sonlu yada sonsuz olabilir. Burda boyu sonlu olan basit mesnetli dairesel silindirik kabukta yerdeğiştirme ve kuvvet bileşkeleri elde edilecektir.

Bütün kuvvetler x 'in 2ℓ periyodu ile periyodik fonksiyonu seçilir.

$$u = \sum_n u_n \cos \frac{n\pi x}{\ell}, \quad v = \sum_n v_n \sin \frac{n\pi x}{\ell}, \quad w = \sum_n w_n \sin \frac{n\pi x}{\ell}$$

Burada u_n , v_n , w_n sadece ϕ 'nin fonksiyonudur. (2.9) diferansiyel denklemlerinde kullanarak, yük terimleri alınmadığında yerdeğiştirmelerin n 'inci harmonikleri u_n , v_n , w_n için üç adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{n\pi a}{\ell} \\ -\lambda^2 u_n + \frac{1-\nu}{2} \ddot{u}_n + \frac{1+\nu}{2} \lambda \dot{v}_n + \nu \lambda w_n + k \left[\frac{1-\nu}{2} \ddot{u}_n + \lambda^3 w_n + \frac{1-\nu}{2} \lambda \dot{w}_n \right] &= 0 \\ -\frac{1+\nu}{2} \lambda \dot{u}_n + \dot{v}_n - \frac{1-\nu}{2} \lambda^2 v_n + \dot{w}_n + k \left[-\frac{3}{2} (1-\nu) \lambda^2 v_n + \frac{3-\nu}{2} \lambda^2 \dot{w}_n \right] &= 0 \quad (4.1) \\ -\nu \lambda u_n + \dot{v}_n + w_n + k \left[-\frac{1-\nu}{2} \lambda \ddot{u}_n - \lambda^3 u_n + \frac{3-\nu}{2} \lambda^2 \dot{v}_n + (\lambda^4 + 1) w_n - 2(\lambda^2 - 1) \dot{w}_n + \ddot{w}_n \right] &= 0 \end{aligned}$$

Çözüm fonksiyonları

$$u_n = A e^{m\phi}, v_n = B e^{m\phi}, w_n = C e^{m\phi} \quad (4.2)$$

Burada m tamsayı olmayıp bilinmiyendir. (4.2)'i (4.1)'de kullanarak A, B, C sabitleri için 3 lineer denklem elde edilir

$$\begin{aligned} [\lambda^2 - \frac{1-\nu}{2} m^2 (1+k)] A + [-\frac{1+\nu}{2} \lambda m] B + [-\nu \lambda - k(\lambda^3 + \frac{1-\nu}{2} \lambda m^2)] C &= 0 \\ [-\frac{1+\nu}{2} \lambda m] A + [m^2 - \frac{1-\nu}{2} \lambda^2 - \frac{3}{2} (1-\nu) k \lambda^2] B + [m + \frac{3-\nu}{2} k \lambda^2 m] C &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$[-\nu \lambda - k(\lambda^3 + \frac{1-\nu}{2} \lambda m^2)] A + [m + \frac{3-\nu}{2} k \lambda^2 m] B + [1+k(\lambda^4 - 2\lambda^2 m^2 + m^4 + 2m^2 + 1)] C = 0$$

m bilinmeyen λ bilinendir. A, B, C'nin sıfırdan farklı çözümü katsayılar determinantının sıfıra eşitlenmesi ile elde edilir. Bu m için denklem verir.

$$\begin{aligned} m^8 - 2(2\lambda^2 - 1)m^6 + [6\lambda^4 - 2(4-\nu)\lambda^2 + 1]m^4 - 2\lambda^2 [2\lambda^4 - 3\lambda^2 + (2-\nu)]m^2 \\ + [\frac{1-\nu^2}{k} \lambda^4 + \lambda^6 (\lambda^2 - 2\nu)] = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Bu denklemin 8 köküde karmaşıktır ve aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} m_1 &= \kappa_1 + i\mu_1 & m_5 &= \kappa_1 + i\mu_1 \\ m_2 &= \kappa_1 - i\mu_1 & m_6 &= \kappa_1 - i\mu_1 \\ m_3 &= \kappa_2 + i\mu_2 & m_7 &= \kappa_2 + i\mu_2 \\ m_4 &= \kappa_2 - i\mu_2 & m_8 &= \kappa_2 - i\mu_2 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Sekiz m_j 'nin herbiri (4.1) diferansiyel denkleminin çözümüdür.

$$u_n = A_j e^{m_j \phi}, v_n = B_j e^{m_j \phi}, w_n = C_j e^{m_j \phi}$$

(4.3)'de determinant sıfır olduğunda verilen C_j için A_j, B_j üç denklemin herhangi çiftinden bulunur.

$$A_j = \alpha_j C_j, B_j = \beta_j C_j$$

Burada α_j, β_j (4.3)'ün katsayılarından çıkarılan karmaşık katsayılardır.

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \alpha_6 = \bar{\alpha}_1 + i\bar{\alpha}_2 & \alpha_3 &= \alpha_8 = \bar{\alpha}_3 + i\bar{\alpha}_4 \\ \alpha_2 &= \alpha_5 = \bar{\alpha}_1 - i\bar{\alpha}_2 & \alpha_4 &= \alpha_7 = \bar{\alpha}_3 - i\bar{\alpha}_4 \\ \beta_1 &= \beta_6 = \bar{\beta}_1 + i\bar{\beta}_2 & \beta_3 &= \beta_8 = \bar{\beta}_3 + i\bar{\beta}_4 \\ \beta_2 &= \beta_5 = \bar{\beta}_1 - i\bar{\beta}_2 & \beta_4 &= \beta_7 = \bar{\beta}_3 - i\bar{\beta}_4\end{aligned}$$

Yerdeğiştirmelerin herhangi biri için tam çözüm 8 özel çözümün toplamı olarak elde edilir.

$$\begin{aligned}w_n &= e^{-\kappa_1 \phi} (C_1 e^{i\mu_1 \phi} + C_2 e^{-i\mu_1 \phi}) + e^{-\kappa_2 \phi} (C_3 e^{i\mu_2 \phi} + C_4 e^{-i\mu_2 \phi}) \\ &+ e^{\kappa_1 \phi} (C_5 e^{i\mu_1 \phi} + C_6 e^{-i\mu_1 \phi}) + e^{\kappa_2 \phi} (C_7 e^{i\mu_2 \phi} + C_8 e^{-i\mu_2 \phi})\end{aligned}$$

Sınır koşullarında bulunacak 8 sabit problemin yapısına göre 4'e düşürülebilir.

Kabuk $\phi = \pm \bar{\phi}$ de aynı sınırlara sahipse $\phi = 0$ anadoğrusuna göre gerilme sistemi simetrik olacaktır. Bu özel durumdan yararlanabilmek için üstel fonksiyonlar trigonometrik-hiperbolik olarak yazılmalıdır.

$$\begin{aligned}w_n &= (C_1 + C_2 + C_5 + C_6) \text{Ch} \kappa_1 \phi \text{Cos} \mu_1 \phi + i(-C_1 + C_2 + C_5 - C_6) \text{Sh} \kappa_1 \phi \text{Sin} \mu_1 \phi + \\ &(-C_1 - C_2 + C_5 + C_6) \text{Sh} \kappa_1 \phi \text{Cos} \mu_1 \phi + i(C_1 - C_2 + C_5 - C_6) \text{Ch} \kappa_1 \phi \text{Sin} \mu_1 \phi + \\ &(C_3 + C_4 + C_7 + C_8) \text{Ch} \kappa_2 \phi \text{Cos} \mu_2 \phi + i(-C_3 + C_4 + C_7 - C_8) \text{Sh} \kappa_2 \phi \text{Sin} \mu_2 \phi + \\ &(-C_3 - C_4 + C_7 + C_8) \text{Sh} \kappa_2 \phi \text{Cos} \mu_2 \phi + i(C_3 - C_4 + C_7 - C_8) \text{Ch} \kappa_2 \phi \text{Sin} \mu_2 \phi\end{aligned} \quad (4.6)$$

Simetriden, antimetrik çözümlerin katsayılarının sıfır olması gerekir. Bu $C_1 = C_6$, $C_2 = C_5$ bağıntılarını verir. Ortak çarpan 2,

her yerde götürülerek ve şu bağıntılar (4.7-8) yardımıyla u_n, v_n, w_n bulunur.

$$C_1 + C_2 = \bar{C}_1, \quad i(C_1 - C_2) = \bar{C}_2, \quad C_3 + C_4 = \bar{C}_3, \quad i(C_3 - C_4) = \bar{C}_4 \quad (4.7)$$

(4.7) yardımıyla (4.8) elde edilir.

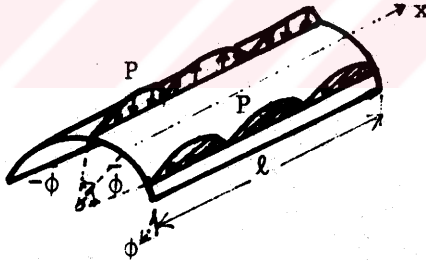
$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= \bar{\alpha}_1 \bar{C}_1 + \bar{\alpha}_2 \bar{C}_2, \quad i(A_1 - A_2) = \bar{\alpha}_1 \bar{C}_2 - \bar{\alpha}_2 \bar{C}_1 \\ B_1 + B_2 &= \bar{\beta}_1 \bar{C}_1 + \bar{\beta}_2 \bar{C}_2, \quad i(B_1 - B_2) = \bar{\beta}_1 \bar{C}_2 - \bar{\beta}_2 \bar{C}_1 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Benzer dört bağıntı 3, 4 indisleri için vardır.

$$\begin{aligned} u_n &= (\bar{\alpha}_1 \bar{C}_1 + \bar{\alpha}_2 \bar{C}_2) \text{Ch} \kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi - (\bar{\alpha}_1 \bar{C}_2 - \bar{\alpha}_2 \bar{C}_1) \text{Sh} \kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi \\ &\quad + (\bar{\alpha}_3 \bar{C}_3 + \bar{\alpha}_4 \bar{C}_4) \text{Ch} \kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi - (\bar{\alpha}_3 \bar{C}_4 - \bar{\alpha}_4 \bar{C}_3) \text{Sh} \kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi \\ v_n &= (\bar{\beta}_1 \bar{C}_1 + \bar{\beta}_2 \bar{C}_2) \text{Sh} \kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi + (\bar{\beta}_1 \bar{C}_2 - \bar{\beta}_2 \bar{C}_1) \text{Sh} \kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi \\ &\quad - (\bar{\beta}_3 \bar{C}_3 + \bar{\beta}_4 \bar{C}_4) \text{Sh} \kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi + (\bar{\beta}_3 \bar{C}_4 - \bar{\beta}_4 \bar{C}_3) \text{Sh} \kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$w_n = \bar{C}_1 \text{Ch} \kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi - \bar{C}_2 \text{Sh} \kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi + \bar{C}_3 \text{Ch} \kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi - \bar{C}_4 \text{Sh} \kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi$$

Boyuna doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk için sınır koşulları şunlardır.



Şekil 4.1. $\phi = \pm \bar{\phi}$ doğruları boyunca radyal yük

Radyal yük $P = P_n \sin \frac{n\pi x}{l}$ biçimindedir (Şek.4.1).

$$\phi = -\bar{\phi} \quad Q_\phi = -\frac{P}{2}$$

$$\dot{w} = 0$$

$$v = 0$$

$$N_{x\phi} = 0$$

Sınır koşullarındaki kuvvet bileşkeleri ifadeleri (4.9), (2.8)'de kullanılarak elde edilir.

$$\dot{w} = [\bar{C}_1 (\kappa_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi - \mu_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi) - \bar{C}_2 (\kappa_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi + \mu_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi) + \bar{C}_3 (\kappa_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi - \mu_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi) - \bar{C}_4 (\kappa_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi + \mu_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi)] \sin \frac{\lambda x}{a}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{K}{a^3} \bar{C}_1 [\text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi (\kappa_1 + \kappa_1^3 - 3\kappa_1 \mu_1^2 - \kappa_1 \lambda^2 - \lambda^2 \bar{\beta}_1 + \nu \lambda^2 \bar{\beta}_1) \\ & + \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi (-\mu_1 - 3\kappa_1^2 \mu_1 + \mu_1^3 + \lambda^2 \mu_1 - \lambda^2 \bar{\beta}_2 + \lambda^2 \bar{\beta}_2 \nu)] \\ & - \bar{C}_2 [\text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi (\kappa_1 + \kappa_1^3 - 3\kappa_1 \mu_1^2 - \kappa_1 \lambda^2 - \bar{\beta}_1 \lambda^2 + \nu \lambda^2 \bar{\beta}_1) \\ & + \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi (\mu_1 + 3\kappa_1^2 \mu_1 - \mu_1^3 - \lambda^2 \mu_1 + \lambda^2 \bar{\beta}_2 - \lambda^2 \bar{\beta}_2 \nu)] \\ & + \bar{C}_3 [\text{Sh}\kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi (\kappa_2 + \kappa_2^3 - 3\kappa_2 \mu_2^2 - \lambda^2 \kappa_2 + \bar{\beta}_3 \lambda^2 - \lambda^2 \bar{\nu} \bar{\beta}_3) \\ & + \text{Ch}\kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi (-\mu_2 - 3\kappa_2^2 \mu_2 + \mu_2^3 + \lambda^2 \mu_2 - \lambda^2 \bar{\beta}_4 + \lambda^2 \bar{\beta}_4 \nu)] \\ & - \bar{C}_4 [\text{Ch}\kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi (\kappa_2 + \kappa_2^3 - 3\kappa_2 \mu_2^2 - \kappa_2 \lambda^2 - \bar{\beta}_3 \lambda^2 + \nu \lambda^2 \bar{\beta}_3) \\ & + \text{Sh}\kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi (\mu_2 + 3\kappa_2^2 \mu_2 - \mu_2^3 - \lambda^2 \mu_2 + \lambda^2 \bar{\beta}_4 - \lambda^2 \bar{\beta}_4 \nu)] \} \sin \frac{\lambda x}{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_x \phi &= \frac{1-\nu}{2} \frac{D}{a} [[\bar{\alpha}_1 \kappa_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi - \bar{\alpha}_1 \mu_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi + \bar{\alpha}_2 \kappa_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi \\ & + \bar{\alpha}_2 \mu_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi - \lambda (\bar{\beta}_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi + \bar{\beta}_2 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi \\ & + k \bar{\beta}_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi + k \bar{\beta}_2 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi + k \kappa_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi \\ & - k \mu_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi)] \bar{C}_1 + [\bar{\alpha}_2 \kappa_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi - \bar{\alpha}_2 \mu_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi \\ & - \bar{\alpha}_1 \kappa_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi - \bar{\alpha}_1 \mu_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi + \lambda (\bar{\beta}_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi \\ & - \bar{\beta}_2 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi + k \bar{\beta}_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi - k \bar{\beta}_2 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi \\ & + k \kappa_1 \text{Ch}\kappa_1 \phi \sin \mu_1 \phi + k \mu_1 \text{Sh}\kappa_1 \phi \cos \mu_1 \phi)] \bar{C}_2 + [\bar{\alpha}_3 \kappa_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi \\ & - \bar{\alpha}_3 \mu_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi + \bar{\alpha}_4 \kappa_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \sin \mu_2 \phi + \bar{\alpha}_4 \mu_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \cos \mu_2 \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\lambda(\bar{\beta}_3 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Cos}\mu_2 \phi + \bar{\beta}_4 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Sin}\mu_2 \phi + k\bar{\beta}_3 \text{Sh}\kappa_2 \phi \text{Cos}\mu_2 \phi \\
& + k\bar{\beta}_4 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Sin}\mu_2 \phi + k\kappa_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \text{Cos}\mu_2 \phi - k\mu_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Sin}\mu_2 \phi)] \bar{C}_3 \\
& + [\bar{\beta}_4 \kappa_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \text{Cos}\mu_2 \phi - \bar{\alpha}_4 \mu_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Sin}\mu_2 \phi - \bar{\alpha}_3 \kappa_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Sin}\mu_2 \phi \\
& - \bar{\alpha}_3 \mu_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \text{Cos}\mu_2 \phi + \lambda(\bar{\beta}_3 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Sin}\mu_2 \phi - \bar{\beta}_4 \text{Sh}\kappa_2 \phi \text{Cos}\mu_2 \phi \\
& + k\bar{\beta}_3 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Sin}\mu_2 \phi - k\bar{\beta}_4 \text{Sh}\kappa_2 \phi \text{Cos}\mu_2 \phi + k\kappa_2 \text{Ch}\kappa_2 \phi \text{Sin}\mu_2 \phi \\
& + k\mu_2 \text{Sh}\kappa_2 \phi \text{Cos}\mu_2 \phi)] \bar{C}_4] \text{Cos} \frac{\lambda x}{a}
\end{aligned}$$

Sınır koşulları,

$$1. \quad \phi = \bar{\phi} \quad Q\phi = -\frac{P}{2}$$

$$\begin{aligned}
& \bar{C}_1 [[\kappa_1 (\lambda^2 - 1 - \kappa_1^2 + 3\mu_1^2) + (1-\nu)\lambda^2 \bar{\beta}_1] \text{Sh}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_1 \bar{\phi} + [\mu_1 (1 - \lambda^2 + 3\kappa_1^2 - \mu_1^2) \\
& + (1-\nu)\lambda^2 \bar{\beta}_2] \text{Ch}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_1 \bar{\phi}] + \bar{C}_2 [[\mu_1 (1 - \lambda^2 + 3\kappa_1^2 - \mu_1^2) + (1-\nu)\lambda^2 \bar{\beta}_2] \\
& \cdot \text{Sh}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_1 \bar{\phi} - [\kappa_1 (\lambda^2 - 1 - \kappa_1^2 + 3\mu_1^2) + (1-\nu)\lambda^2 \bar{\beta}_1] \text{Ch}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_1 \bar{\phi}] \\
& + \bar{C}_3 [[\kappa_2 (\lambda^2 - 1 - \kappa_2^2 + 3\mu_2^2) + (1-\nu)\lambda^2 \bar{\beta}_3] \text{Sh}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_2 \bar{\phi} + [\mu_2 (1 - \lambda^2 + 3\kappa_2^2 - \mu_2^2) \\
& + (1-\nu)\lambda^2 \bar{\beta}_4] \text{Ch}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_2 \bar{\phi}] + \bar{C}_4 [[\mu_2 (1 - \lambda^2 + 3\kappa_2^2 - \mu_2^2) + (1-\nu)\lambda^2 \bar{\beta}_4] \\
& \cdot \text{Sh}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_2 \bar{\phi} - [\kappa_2 (\lambda^2 - 1 - \kappa_2^2 + 3\mu_2^2) + (1-\nu)\lambda^2 \bar{\beta}_3] \text{Ch}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_2 \bar{\phi}] \\
& = \frac{Pa^3}{Et^3} 6(1-\nu^2)
\end{aligned}$$

$$2. \quad \phi = -\bar{\phi} \quad \dot{w} = 0$$

$$\begin{aligned}
& \bar{C}_1 [-\kappa_1 \text{Sh}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_1 \bar{\phi} + \mu_1 \text{Ch}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_1 \bar{\phi}] + \bar{C}_2 [\mu_1 \text{Sh}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_1 \bar{\phi} \\
& + \kappa_1 \text{Ch}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_1 \bar{\phi}] + \bar{C}_3 [-\kappa_2 \text{Sh}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_2 \bar{\phi} + \mu_2 \text{Ch}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_2 \bar{\phi}] \\
& + \bar{C}_4 [\mu_2 \text{Sh}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_2 \bar{\phi} + \kappa_2 \text{Ch}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_2 \bar{\phi}] = 0
\end{aligned}$$

$$3. \quad \phi = -\bar{\phi} \quad v = 0$$

(4.10)

$$\bar{C}_1 [\bar{\beta}_1 \text{Sh}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_1 \bar{\phi} + \bar{\beta}_2 \text{Ch}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_1 \bar{\phi}] + \bar{C}_2 [\bar{\beta}_2 \text{Sh}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_1 \bar{\phi}$$

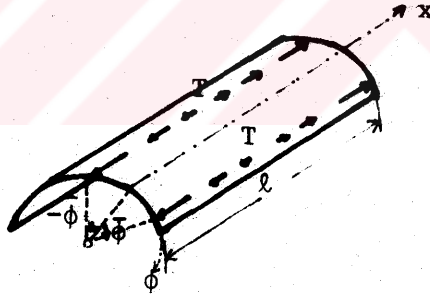
$$-\bar{\beta}_1 \text{Ch}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_1 \bar{\phi}] + \bar{C}_3 [\bar{\beta}_3 \text{Sh}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_2 \bar{\phi} + \bar{\beta}_4 \text{Ch}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_2 \bar{\phi}]$$

$$+ \bar{C}_4 [\bar{\beta}_4 \text{Sh}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_2 \bar{\phi} - \bar{\beta}_3 \text{Ch}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_2 \bar{\phi}] = 0$$

$$4. \quad \phi = -\bar{\phi} \quad N_x \phi = 0$$

$$\begin{aligned} & \bar{C}_1 [[-(\kappa_1 \bar{\alpha}_1 + \mu_1 \bar{\alpha}_2) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_1 + k \lambda \kappa_1] \text{Sh}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_1 \bar{\phi} + [-(\kappa_1 \bar{\alpha}_2 - \mu_1 \bar{\alpha}_1) \\ & + (1+k) \lambda \bar{\beta}_2 - k \lambda \mu_1] \text{Ch}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_1 \bar{\phi}] + \bar{C}_2 [[-(\kappa_1 \bar{\alpha}_2 - \mu_1 \bar{\alpha}_1) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_2 - k \lambda \mu_1] \\ & \cdot \text{Sh}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_1 \bar{\phi} - [-(\kappa_1 \bar{\alpha}_1 + \mu_1 \bar{\alpha}_2) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_1 + k \lambda \kappa_1] \text{Ch}\kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_1 \bar{\phi}] \\ & + \bar{C}_3 [[-(\kappa_2 \bar{\alpha}_3 + \mu_2 \bar{\alpha}_4) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_3 + k \lambda \kappa_2] \text{Sh}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_2 \bar{\phi} + [-(\kappa_2 \bar{\alpha}_4 - \mu_2 \bar{\alpha}_3) \\ & + (1+k) \lambda \bar{\beta}_4 - k \lambda \mu_2] \text{Ch}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_2 \bar{\phi}] + \bar{C}_4 [[-(\kappa_2 \bar{\alpha}_4 - \mu_2 \bar{\alpha}_3) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_4 - k \lambda \mu_2] \\ & \cdot \text{Sh}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos}\mu_2 \bar{\phi} - [-(\kappa_2 \bar{\alpha}_3 + \mu_2 \bar{\alpha}_4) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_3 + k \lambda \kappa_2] \text{Ch}\kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin}\mu_2 \bar{\phi}] = 0 \end{aligned}$$

olarak yazılabilir.



Şekil 4.2. $\phi = \pm \bar{\phi}$ doğruları boyunca teğetsel yük

Teğetsel yük $T = T_n \cos \frac{n\pi x}{l}$ biçimindedir (Şek.4.2).

$$\phi = -\bar{\phi}$$

$$Q_\phi = 0$$

$$\dot{w} = 0$$

$$v = 0$$

$$N_x \phi = \frac{T}{2}$$

Teğetsel yük için sınır koşulları, radyal yük için olan sınır koşullarında (4.10) çok az değişiklik yapılarak elde edilir. Değişen birinci denklem sıfıra eşitlenir, dördüncü denklem ise şu biçimi alır.

$$4. \quad \phi = -\bar{\phi} \quad N_x \phi = \frac{T}{2}$$

$$\begin{aligned} & \bar{C}_1 [[-(\kappa_1 \bar{\alpha}_1 + \mu_1 \bar{\alpha}_2) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_1 + k \lambda \kappa_1] \text{Sh} \kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos} \mu_1 \bar{\phi} + [-(\kappa_1 \bar{\alpha}_2 - \mu_1 \bar{\alpha}_1) \\ & + (1+k) \lambda \bar{\beta}_2 - k \lambda \mu_1] \text{Ch} \kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin} \mu_1 \bar{\phi}] + \bar{C}_2 [[-(\kappa_1 \bar{\alpha}_2 - \mu_1 \bar{\alpha}_1) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_2 - k \lambda \mu_1] \\ & \cdot \text{Sh} \kappa_1 \bar{\phi} \text{Cos} \mu_1 \bar{\phi} - [-(\kappa_1 \bar{\alpha}_1 + \mu_1 \bar{\alpha}_2) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_1 + k \lambda \kappa_1] \text{Ch} \kappa_1 \bar{\phi} \text{Sin} \mu_1 \bar{\phi}] \\ & + \bar{C}_3 [[-(\kappa_2 \bar{\alpha}_3 + \mu_2 \bar{\alpha}_4) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_3 + k \lambda \kappa_2] \text{Sh} \kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos} \mu_2 \bar{\phi} + [-(\kappa_2 \bar{\alpha}_4 - \mu_2 \bar{\alpha}_3) \\ & + (1+k) \lambda \bar{\beta}_4 - k \lambda \mu_2] \text{Ch} \kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin} \mu_2 \bar{\phi}] + \bar{C}_4 [[-(\kappa_2 \bar{\alpha}_4 - \mu_2 \bar{\alpha}_3) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_4 - k \lambda \mu_2] \\ & \cdot \text{Sh} \kappa_2 \bar{\phi} \text{Cos} \mu_2 \bar{\phi} - [-(\kappa_2 \bar{\alpha}_3 + \mu_2 \bar{\alpha}_4) + (1+k) \lambda \bar{\beta}_3 + k \lambda \kappa_2] \text{Ch} \kappa_2 \bar{\phi} \text{Sin} \mu_2 \bar{\phi}] \\ & = -\frac{T_n}{E t} a (1-\nu) \end{aligned}$$

Diğer kuvvet bileşkeleride (2.8)'den bulunursa şu biçimde oldukları görülür (4.11).

Simetrik grup

$$f = c [(a_1 \bar{C}_1 + a_2 \bar{C}_2) \text{Ch} \kappa_1 \phi \text{Cos} \mu_1 \phi - (a_1 \bar{C}_2 - a_2 \bar{C}_1) \text{Sh} \kappa_1 \phi \text{Sin} \mu_1 \phi + (a_3 \bar{C}_3 + a_4 \bar{C}_4) \text{Ch} \kappa_2 \phi \text{Cos} \mu_2 \phi - (a_3 \bar{C}_4 - a_4 \bar{C}_3) \text{Sh} \kappa_2 \phi \text{Sin} \mu_2 \phi] \frac{\text{Cos} \frac{\lambda x}{a}}{\text{Sin} \frac{\lambda x}{a}} \quad (4.11a)$$

Antimetrik grup

$$f = -c [(a_1 \bar{C}_1 + a_2 \bar{C}_2) \text{Sh} \kappa_1 \phi \text{Cos} \mu_1 \phi - (a_1 \bar{C}_2 - a_2 \bar{C}_1) \text{Ch} \kappa_1 \phi \text{Sin} \mu_1 \phi + (a_3 \bar{C}_3 + a_4 \bar{C}_4) \text{Sh} \kappa_2 \phi \text{Cos} \mu_2 \phi - (a_3 \bar{C}_4 - a_4 \bar{C}_3) \text{Ch} \kappa_2 \phi \text{Sin} \mu_2 \phi] \frac{\text{Cos} \frac{\lambda x}{a}}{\text{Sin} \frac{\lambda x}{a}} \quad (4.11b)$$

a_1, a_2 katsayıları c çarpanı Tablo 4.1'de verilmiştir. a_3, a_4 ü bulmak için κ, μ 'nün indislerini 1'den 2'ye, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 'nin 1, 2 den 3, 4'e değiştirilir.

Tablo 4.1. Boyuna doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk [7]

f	c	a_1	a_2	simetrik çarp.
u	1	$\bar{\alpha}_1$	$\bar{\alpha}_2$	sim. Cos
v	1	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	anti. Sin
w	1	1	0	sim. Sin
$\dot{w}$	1	$-\kappa_1$	μ_1	anti. Sin
N ϕ	D/a	$1+k-(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)-v\lambda\bar{\alpha}_1+k(\kappa_1^2-\mu_1^2)$	$-(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)-v\lambda\bar{\alpha}_2-2k\kappa_1\mu_1$	sim. Sin
Nx	D/a	$-\lambda\bar{\alpha}_1+v-v(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)+k\lambda^2$	$-\lambda\bar{\alpha}_2-v(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)$	sim. Sin
N ϕ x	$\frac{D(1-v)}{2a}$	$-(1+k)(\kappa_1\bar{\alpha}_1+\mu_1\bar{\alpha}_2)+\lambda\bar{\beta}_1-k\lambda\kappa_1$	$-(1+k)(\kappa_1\bar{\alpha}_2-\mu_1\bar{\alpha}_1)+\lambda\bar{\beta}_2+k\lambda\mu_1$	anti. Cos
Nx ϕ	$\frac{D(1-v)}{2a}$	$-(\kappa_1\bar{\alpha}_1+\mu_1\bar{\alpha}_2)+(1+k)\lambda\bar{\beta}_1+k\lambda\kappa_1$	$-(\kappa_1\bar{\alpha}_2-\mu_1\bar{\alpha}_1)+(1+k)\lambda\bar{\beta}_2-k\lambda\mu_1$	anti. Cos
M ϕ	K/a ²	$1+(\kappa_1^2-\mu_1^2)-v\lambda^2$	$-2\kappa_1\mu_1$	sim. Sin
Mx	K/a ²	$-\lambda^2+\lambda\bar{\alpha}_1+v(\kappa_1^2-\mu_1^2)+v(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)$	$\lambda\bar{\alpha}_2-2v\kappa_1\mu_1+v(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)$	sim. Sin
M ϕ x	$\frac{K(1-v)}{2a^2}$	$-2\lambda\kappa_1-(\kappa_1\bar{\alpha}_1+\mu_1\bar{\alpha}_2)-\lambda\bar{\beta}_1$	$2\lambda\mu_1-(\kappa_1\bar{\alpha}_2-\mu_1\bar{\alpha}_1)-\lambda\bar{\beta}_2$	anti. Cos
Mx ϕ	$K(1-v)/a^2$	$-\lambda(\kappa_1+\bar{\beta}_1)$	$\lambda(\mu_1-\bar{\beta}_2)$	anti. Cos
Q ϕ	K/a ³	$\kappa_1(\lambda^2-1-\kappa_1^2+\mu_1^2)+(1-v)\lambda^2\bar{\beta}_1$	$\mu_1(1-\lambda^2+3\kappa_1^2-\mu_1^2)+(1-v)\lambda^2\bar{\beta}_2$	anti. Sin
Qx	$\frac{K}{2a^3}$	$-2\lambda^3+2\lambda(\kappa_1^2-\mu_1^2)+2\lambda^2\bar{\alpha}_1+(1-v)[\kappa_1^2-\mu_1^2]\bar{\alpha}_2$ $\mu_1^2\bar{\alpha}_1+2\kappa_1\mu_1\bar{\alpha}_2+(1-v)\lambda(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)$	$-4\lambda\kappa_1\mu_1+2\lambda^2\bar{\alpha}_2+(1-v)[\kappa_1^2-\mu_1^2]\bar{\alpha}_2$ $-2\kappa_1\mu_1\bar{\alpha}_1+(1+v)\lambda(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)$	sim. Cos

Problem çözümü için önce kabuğun boyutlarından (a , t , l) k , λ parametrelerini hesaplıyarak incelemek istenen n harmoniğinin mertebesi seçilir. (4.4)'den κ_1 , μ_1 , κ_2 , μ_2 ve C_{j-1} ile A_j , B_j 'yi (4.3)'ün ilk ikisinden çözerek α_j , β_j ($j=1,..,A$) bulunur. $\bar{\alpha}_j$, $\bar{\beta}_j$ 'nin sayısal değerleri kullanılarak, sınır koşullarında görünen kuvvet bileşikleri ve yerdeğiştirmelerin ifadeleri tablodan (Tab. 4.1) alınıp $\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$, $\bar{C}_3$, $\bar{C}_4$ için 4 lineer denklem elde edilir. Bu denklemler çözüldüğünde bulunacak bilinmeyenler ile ($\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$, $\bar{C}_3$, $\bar{C}_4$) istediğimiz bütün gerilme bileşikleri için sayısal değerler elde edilebilir.

4.2. ÇEMBERSEL DOĞRULTUDA RİJİTLEŞTİRİLMİŞ KABUK

Kabukta, çembersel doğrultuda radyal, teğetsel yüklerden yerdeğiştirme ve kuvvet bileşkeleri Flügge'den [7] yararlanılarak Böl.4.1'e benzer yolla bulunacaktır.

Silindir etrafında x =sabit dairesince ilerlediğimizde sonunda başladığımız noktaya döneriz fakat ϕ , $2\pi=360^\circ$ kadar büyümüş olur. Nokta değişmediği için uzama, gerilme ve yerdeğiştirmeler aynı bulunmalıdır. Yani ϕ 'nin 2π periyodu ile periyodik fonksiyonu olmalı, bu yüzden Fourier serileri kullanılabilir. $\phi=0$ çap düzlemine göre kabuğun simetrisinden denklemlerin aşağıdaki biçimde seçimi uygundur.

$$\begin{aligned}
 u &= \sum u_m \cos m\phi & , \quad v &= \sum v_m \sin m\phi & , \quad w &= \sum w_m \cos m\phi \\
 N\phi &= \sum N\phi_m \cos m\phi & \quad N_x &= \sum N_x_m \cos m\phi \\
 N\phi x &= \sum N\phi x_m \sin m\phi & \quad N_x \phi &= \sum N_x \phi_m \sin m\phi \\
 M\phi &= \sum M\phi_m \cos m\phi & \quad M_x &= \sum M_x_m \cos m\phi \\
 M\phi x &= \sum M\phi x_m \sin m\phi & \quad M_x \phi &= \sum M_x \phi_m \sin m\phi \\
 Q\phi &= \sum Q\phi_m \sin m\phi & \quad Q_x &= \sum Q_x_m \cos m\phi
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Seri katsayıları u_m , v_m , w_m , Q_x_m sabit olmayıp x 'in fonksiyonlarıdır. Yerdeğiştirmeler (2.9) da yerine yazılır. Sınır koşulu yazılacağından $P_x = P_\phi = P_r = 0$ konur. $\sin m\phi$, $\cos m\phi$ çarpımları gider x bağımsız değişkenine bağlı 3 tane diferansiyel denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned}
 u_m'' - \frac{1-\nu}{2} m^2 u_m + \frac{1+\nu}{2} m v_m' + v_m' w_m - k \left(\frac{1-\nu}{2} m^2 u_m + w_m'' + \frac{1-\nu}{2} m^2 w_m \right) &= 0 \\
 - \frac{1+\nu}{2} m u_m' - m^2 v_m + \frac{1-\nu}{2} v_m'' - m w_m + k \left(\frac{3}{2} (1-\nu) v_m'' + \frac{3-\nu}{2} m w_m'' \right) &= 0 \\
 v_m' u_m + m v_m' + w_m + k \left(- \frac{1-\nu}{2} m^2 u_m - u_m'' - \frac{3-\nu}{2} m v_m' + w_m'' - 2 m^2 w_m + m^4 w_m - 2 m^2 w_m + w_m \right) &= 0
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Bu denklemler sabit katsayılı, üstel fonksiyonlar ile çözülebilir.

$$u_m = Ae^{\lambda x/a}, \quad v_m = Be^{\lambda x/a}, \quad w_m = Ce^{\lambda x/a}$$

Çözüm fonksiyonları (4.13) de yerine yazılarak 3 lineer denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned} [\lambda^2 - \frac{1-\nu}{2}m^2(1+k)]A + [\frac{1+\nu}{2}\lambda m]B + [\nu\lambda - k(\lambda^3 + \frac{1-\nu}{2}\lambda m^2)]C &= 0 \\ [\frac{1+\nu}{2}\lambda m]A + [-\frac{1-\nu}{2}\lambda^2 + m^2 - \frac{3}{2}(1-\nu)k\lambda^2]B + [m - \frac{3-\nu}{2}k\lambda^2 m]C &= 0 \\ [\nu\lambda - k(\lambda^3 + \frac{1-\nu}{2}\lambda m^2)]A + [m - \frac{3-\nu}{2}k\lambda^2 m]B + [1+k(\lambda^4 - 2\lambda^2 m^2 + m^4 - 2m^2 + 1)]C &= 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

m tamsayı λ bilinmiyendir.

Denklemler homogen olduğundan A, B, C'nin sıfırdan farklı çözümü katsayılar determinantının sıfıra eşitlenmesi ile bulunur. Determinantı açarak birin yanında k ihmal edildiğinde λ 'ya göre şu denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} \lambda^8 - 2(2m^2 - \nu)\lambda^6 + [\frac{1-\nu^2}{k} + 6m^2(m^2 - 1)]\lambda^4 - 2m^2[2m^4 - (4-\nu)m^2 + (2-\nu)]\lambda^2 \\ + m^4(m^2 - 1)^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Bu λ^2 için 4'cü derece denklemdir. Sekiz kök aşağıdaki biçimdedir.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\kappa_1 + i\mu_1 & \lambda_5 &= \kappa_1 + i\mu_1 \\ \lambda_2 &= -\kappa_1 - i\mu_1 & \lambda_6 &= \kappa_1 - i\mu_1 \\ \lambda_3 &= -\kappa_2 + i\mu_2 & \lambda_7 &= \kappa_2 + i\mu_2 \\ \lambda_4 &= -\kappa_2 - i\mu_2 & \lambda_8 &= \kappa_2 - i\mu_2 \end{aligned}$$

λ_j 'lerin her biri (4.13)'ün çözümünü verir, tam çözüm A_j, B_j, C_j sabitlerinin 8 bağımsız takımının toplamıdır.

$$\begin{aligned}
u_m &= e^{-\kappa_1 x/a} (A_1 e^{i\mu_1 x/a} + A_2 e^{-i\mu_1 x/a}) + e^{-\kappa_2 x/a} (A_3 e^{i\mu_2 x/a} + A_4 e^{-i\mu_2 x/a}) \\
&\quad + e^{\kappa_1 x/a} (A_5 e^{i\mu_1 x/a} + A_6 e^{-i\mu_1 x/a}) + e^{\kappa_2 x/a} (A_7 e^{i\mu_2 x/a} + A_8 e^{-i\mu_2 x/a}) \\
v_m &= e^{-\kappa_1 x/a} (B_1 e^{i\mu_1 x/a} + B_2 e^{-i\mu_1 x/a}) + e^{-\kappa_2 x/a} (B_3 e^{i\mu_2 x/a} + B_4 e^{-i\mu_2 x/a}) \\
&\quad + e^{\kappa_1 x/a} (B_5 e^{i\mu_1 x/a} + B_6 e^{-i\mu_1 x/a}) + e^{\kappa_2 x/a} (B_7 e^{i\mu_2 x/a} + B_8 e^{-i\mu_2 x/a}) \\
w_m &= e^{-\kappa_1 x/a} (C_1 e^{i\mu_1 x/a} + C_2 e^{-i\mu_1 x/a}) + e^{-\kappa_2 x/a} (C_3 e^{i\mu_2 x/a} + C_4 e^{-i\mu_2 x/a}) \\
&\quad + e^{\kappa_1 x/a} (C_5 e^{i\mu_1 x/a} + C_6 e^{-i\mu_1 x/a}) + e^{\kappa_2 x/a} (C_7 e^{i\mu_2 x/a} + C_8 e^{-i\mu_2 x/a})
\end{aligned} \tag{4.16}$$

(4.14) lineer denklemleri her j için A_j , B_j , C_j sabitini birbirine bağlar. Bu denklemlerin her hangi ikisinde λ_j 'nin karşı gelen değerleri kullanılırsa

$$A_j = \alpha_j C_j, \quad B_j = \beta_j C_j$$

elde edilir. α_j , β_j karmaşık sayıları kabuk boyutlarına bağlıdır. x sabit kenarlarının herbirinde 4, toplam 8 sınır koşulundan problemin C_j sabitleri bulunur.

4.2.1. Basit mesnetli kabuk

Sonlu uzunlukta basit mesnetli kabukta çembersel sınır için yerdeğiştirme fonksiyonları olan eksenel yerdeğiştirme simetrik, teğetsel yerdeğiştirme, çökme antimetrik fonksiyonlar olmalı. Bunları sağlatabilmek için (4.16) daki üstel fonksiyonlar trigonometrik, hiperbolik fonksiyonlara ayrılır.

$$\begin{aligned}
w_m &= \text{Ch}\kappa_1 x/a \cos \mu_1 x/a (C_1 + C_2 + C_5 + C_6) + \text{Ch}\kappa_1 x/a \sin \mu_1 x/a i (C_1 - C_2 + C_5 - C_6) \\
&\quad + \text{Sh}\kappa_1 x/a \cos \mu_1 x/a (-C_1 - C_2 + C_5 + C_6) + \text{Sh}\kappa_1 x/a \sin \mu_1 x/a i (-C_1 + C_2 + C_5 - C_6) \\
&\quad + \text{Ch}\kappa_2 x/a \cos \mu_2 x/a (C_3 + C_4 + C_7 + C_8) + \text{Ch}\kappa_2 x/a \sin \mu_2 x/a i (C_3 - C_4 + C_7 - C_8) \\
&\quad + \text{Sh}\kappa_2 x/a \cos \mu_2 x/a (-C_3 - C_4 + C_7 + C_8) + \text{Sh}\kappa_2 x/a \sin \mu_2 x/a i (-C_3 + C_4 + C_7 - C_8)
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Çökme antimetrik olacağından simetrik ifadelerin katsayıları sıfıra eşitlenir. Bu $C_1 = C_6$, $C_2 = C_5$, $C_3 = C_8$, $C_4 = C_7$ bağıntılarını verir. Ortak çarpan 2, her yerde sabitlerin içinde düşünülerek ve şu bağıntılar (4.18-19) yardımıyla u_m , v_m , w_m bulunur.

$$C_1 + C_2 = \bar{C}_1, \quad i(C_1 - C_2) = \bar{C}_2, \quad C_3 + C_4 = \bar{C}_3, \quad i(C_3 - C_4) = \bar{C}_4 \quad (4.18)$$

(4.18) yardımıyla,

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= \bar{\alpha}_1 \bar{C}_1 + \bar{\alpha}_2 \bar{C}_2, & i(A_1 - A_2) &= \bar{\alpha}_1 \bar{C}_2 - \bar{\alpha}_2 \bar{C}_1 \\ B_1 + B_2 &= \bar{\beta}_1 \bar{C}_1 + \bar{\beta}_2 \bar{C}_2, & i(B_1 - B_2) &= \bar{\beta}_1 \bar{C}_2 - \bar{\beta}_2 \bar{C}_1 \end{aligned} \quad (4.19)$$

elde edilir. Benzer dört bağıntı 3,4 indisleri için vardır. Sonuç olarak yerdeğiştirmeler şu biçimde elde edilir (4.20).

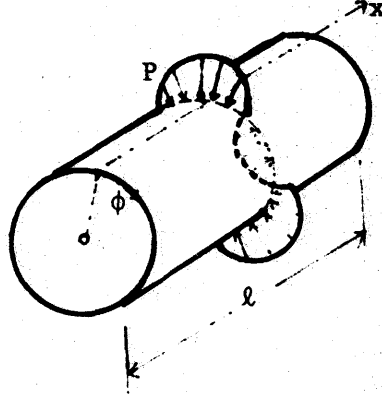
$$\begin{aligned} w_m &= \bar{C}_2 \text{Ch}\kappa_1 x/a \sin \mu_1 x/a - \bar{C}_1 \text{Sh}\kappa_1 x/a \cos \mu_1 x/a + \bar{C}_4 \text{Ch}\kappa_2 x/a \sin \mu_2 x/a \\ &\quad - \bar{C}_3 \text{Sh}\kappa_2 x/a \cos \mu_2 x/a \\ v_m &= (\bar{\beta}_1 \bar{C}_2 - \bar{\beta}_2 \bar{C}_1) \text{Ch}\kappa_1 x/a \sin \mu_1 x/a - (\bar{\beta}_1 \bar{C}_1 + \bar{\beta}_2 \bar{C}_2) \text{Sh}\kappa_1 x/a \cos \mu_1 x/a \\ &\quad + (\bar{\beta}_3 \bar{C}_4 - \bar{\beta}_4 \bar{C}_3) \text{Ch}\kappa_2 x/a \sin \mu_2 x/a - (\bar{\beta}_3 \bar{C}_3 + \bar{\beta}_4 \bar{C}_4) \text{Sh}\kappa_2 x/a \cos \mu_2 x/a \\ u_m &= (\bar{\alpha}_1 \bar{C}_1 + \bar{\alpha}_2 \bar{C}_2) \text{Ch}\kappa_1 x/a \cos \mu_1 x/a - (\bar{\alpha}_1 \bar{C}_2 - \bar{\alpha}_2 \bar{C}_1) \text{Sh}\kappa_1 x/a \sin \mu_1 x/a \\ &\quad + (\bar{\alpha}_3 \bar{C}_3 + \bar{\alpha}_4 \bar{C}_4) \text{Ch}\kappa_2 x/a \cos \mu_2 x/a - (\bar{\alpha}_3 \bar{C}_4 - \bar{\alpha}_4 \bar{C}_3) \text{Sh}\kappa_2 x/a \sin \mu_2 x/a \end{aligned} \quad (4.20)$$

Bu ifadelerden diğer kuvvet büyüklükleri (2.8) yardımıyla bulunabilir.

Çembersel doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk için sınır koşulları şunlardır.

Radyal yük $P = P_m \cos m\phi$ biçimindedir (Şek.4.3).

$$\begin{aligned} x &= \frac{l}{2} & N\phi &= 0 \\ Qx &= \frac{P}{2} \\ u &= 0 \\ \dot{w} &= 0 \end{aligned}$$



Şekil 4.3. Çembersel doğrultuda radyal yüklü kabuk

$x = \frac{l}{2}$ e göre simetrik sınır koşullarına sahip basit mesnetli kabukta kuvvet bileşkeleri, yerdeğiştirmeler yardımı ile elde edilir.

$$\begin{aligned}
 N\phi x = \frac{D(1-\nu)}{2a} \{ & [Sh\kappa_1 x/a \sin\mu_1 x/a (\bar{\beta}_1 \mu_1 - \kappa_1 \bar{\beta}_2 - m(1+k)\bar{\alpha}_2 - k m \mu_1) \\
 & + Ch\kappa_1 x/a \cos\mu_1 x/a (-\bar{\beta}_2 \mu_1 - \bar{\beta}_1 \kappa_1 - m(1+k)\bar{\alpha}_1 + k m \kappa_1)] \bar{C}_1 \\
 & + [Sh\kappa_1 x/a \sin\mu_1 x/a (\bar{\beta}_2 \mu_1 + \bar{\beta}_1 \kappa_1 + m(1+k)\bar{\alpha}_1 - k m \kappa_1) \\
 & + Ch\kappa_1 x/a \cos\mu_1 x/a (\bar{\beta}_1 \mu_1 - \bar{\beta}_2 \kappa_1 - m(1+k)\bar{\alpha}_2 - k m \mu_1)] \bar{C}_2 \\
 & + [Sh\kappa_2 x/a \sin\mu_2 x/a (\bar{\beta}_3 \mu_2 - \bar{\beta}_4 \kappa_2 - m(1+k)\bar{\alpha}_4 - k m \mu_2) \\
 & + Ch\kappa_2 x/a \cos\mu_2 x/a (-\bar{\beta}_4 \mu_2 - \bar{\beta}_3 \kappa_2 - m(1+k)\bar{\alpha}_3 + k m \kappa_2)] \bar{C}_3 \\
 & + [Sh\kappa_2 x/a \sin\mu_2 x/a (\bar{\beta}_4 \mu_2 + \bar{\beta}_3 \kappa_2 + m(1+k)\bar{\alpha}_3 - k m \kappa_2) \\
 & + Ch\kappa_2 x/a \cos\mu_2 x/a (\bar{\beta}_3 \mu_2 - \bar{\beta}_4 \kappa_2 - m(1+k)\bar{\alpha}_4 - k m \mu_2)] \bar{C}_4 \} \sin m\phi \\
 Qx = \frac{K}{a^3} \{ & \bar{C}_1 [Ch\kappa_1 x/a \cos\mu_1 x/a [\kappa_1 (-\kappa_1^2 + \mu_1^2 + \nu m(m + \bar{\beta}_1) - \kappa_1 \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2 \mu_1) \\
 & + \mu_1 (2\kappa_1 \mu_1 + \nu m \bar{\beta}_2 + \mu_1 \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2 \kappa_1) + m(1-\nu)(m\kappa_1 - \frac{1}{2}(m\bar{\alpha}_1 - \bar{\beta}_2 \mu_1 - \bar{\beta}_1 \kappa_1))] \\
 & + Sh\kappa_1 x/a \sin\mu_1 x/a [-\mu_1 (-\kappa_1^2 + \mu_1^2 + \nu m(m + \bar{\beta}_1) - \kappa_1 \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2 \mu_1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\kappa_1(2\kappa_1\mu_1+\nu\bar{\beta}_2+\mu_1\bar{\alpha}_1-\bar{\alpha}_2\kappa_1)+m(1-\nu)(-\mu\mu_1-\frac{1}{2}(m\bar{\alpha}_2-\kappa_1\bar{\beta}_2+\bar{\beta}_1\mu_1)))] \\
& +\bar{C}_2[Ch\kappa_1x/a\cos\mu_1x/a[\kappa_1(2\kappa_1\mu_1+\nu\bar{\beta}_2-\bar{\alpha}_2\kappa_1+\mu_1\bar{\alpha}_1) \\
& +\mu_1(\kappa_1^2-\mu_1^2-\nu m(m+\bar{\beta}_1)+\mu_1\bar{\alpha}_2+\kappa_1\bar{\alpha}_1)+m(1-\nu)(-\mu\mu_1-\frac{1}{2}(m\bar{\alpha}_2+\bar{\beta}_1\mu_1-\bar{\beta}_2\kappa_1))] \\
& +Sh\kappa_1x/a\sin\mu_1x/a[-\mu_1(2\kappa_1\mu_1+\nu\bar{\beta}_2-\bar{\alpha}_2\kappa_1+\mu_1\bar{\alpha}_1)+\kappa_1(\kappa_1^2-\mu_1^2-\nu m(m+\bar{\beta}_1) \\
& +\mu_1\bar{\alpha}_2+\kappa_1\bar{\alpha}_1)+m(1-\nu)(-\mu\kappa_1-\frac{1}{2}(-m\bar{\alpha}_1+\bar{\beta}_1\kappa_1+\bar{\beta}_2\mu_1))] \\
& +\bar{C}_3[Ch\kappa_2x/a\cos\mu_2x/a[\kappa_2(-\kappa_2^2+\mu_2^2+\nu m(m+\bar{\beta}_3)-\kappa_2\bar{\alpha}_3-\bar{\alpha}_4\mu_2)+\mu_2(2\kappa_2\mu_2 \\
& +\nu m\bar{\beta}_4+\mu_2\bar{\alpha}_3-\bar{\alpha}_4\kappa_2)+m(1-\nu)(\mu\kappa_2-\frac{1}{2}(m\bar{\alpha}_3-\bar{\beta}_4\mu_2-\bar{\beta}_3\kappa_2))] \\
& +Sh\kappa_2x/a\sin\mu_2x/a[-\mu_2(-\kappa_2^2-\mu_2^2+\nu m(m+\bar{\beta}_3)-\kappa_2\bar{\alpha}_3-\bar{\alpha}_4\mu_2) \\
& +\kappa_2(2\kappa_2\mu_2+\nu m\bar{\beta}_4+\mu_2\bar{\alpha}_3-\bar{\alpha}_4\kappa_2)+m(1-\nu)(-\mu\mu_2-\frac{1}{2}(m\bar{\alpha}_4-\kappa_2\bar{\beta}_4+\bar{\beta}_3\mu_2))] \\
& +\bar{C}_4[Ch\kappa_2x/a\cos\mu_2x/a[\kappa_2(2\kappa_2\mu_2+\nu m\bar{\beta}_4-\bar{\alpha}_4\kappa_2+\mu_2\bar{\alpha}_3)+\mu_2(\kappa_2^2-\mu_2^2 \\
& -\nu m(m+\bar{\beta}_3)+\mu_2\bar{\alpha}_4+\kappa_2\bar{\alpha}_3)+m(1-\nu)(-\mu\mu_2-\frac{1}{2}(m\bar{\alpha}_4+\bar{\beta}_3\mu_2-\bar{\beta}_4\kappa_2))] \\
& +Sh\kappa_2x/a\sin\mu_2x/a[-\mu_2(2\kappa_2\mu_2+\nu m\bar{\beta}_4-\bar{\alpha}_4\kappa_2+\mu_2\bar{\alpha}_3)+\kappa_2(\kappa_2^2-\mu_2^2-\nu m(m+\bar{\beta}_3) \\
& +\mu_2\bar{\alpha}_4+\kappa_2\bar{\alpha}_3)+m(1-\nu)(-\mu\kappa_2-\frac{1}{2}(-m\bar{\alpha}_3+\bar{\beta}_3\kappa_2-\bar{\beta}_4\mu_2))]] \} \cos m\phi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{w} &= [\bar{C}_2(\kappa_1 Sh\kappa_1x/a\sin\mu_1x/a+\mu_1 Ch\kappa_1x/a\cos\mu_1x/a)-\bar{C}_1(\kappa_1 Ch\kappa_1x/a\cos\mu_1x/a \\
& -\mu_1 Sh\kappa_1x/a\sin\mu_1x/a)+\bar{C}_4(\kappa_2 Sh\kappa_2x/a\sin\mu_2x/a+\mu_2 Ch\kappa_2x/a\cos\mu_2x/a) \\
& -\bar{C}_3(\kappa_2 Ch\kappa_2x/a\cos\mu_2x/a-\mu_2 Sh\kappa_2x/a\sin\mu_2x/a)] \cos m\phi
\end{aligned}$$

Radyal yük için sınır koşulları şunlardır.

$$1. \quad x=\frac{\ell}{2} \quad N_r x=0$$

$$\begin{aligned}
& \bar{C}_1[Sh\kappa_1\frac{\ell}{2a}\sin\mu_1\frac{\ell}{2a}(\bar{\beta}_1\mu_1-\kappa_1\bar{\beta}_2-m(1+k)\bar{\alpha}_2-k\mu\mu_1)+Ch\kappa_1\frac{\ell}{2a}\cos\mu_1\frac{\ell}{2a} \\
& \cdot (-\bar{\beta}_2\mu_1-\bar{\beta}_1\kappa_1-m(1+k)\bar{\alpha}_1+\kappa_1km)]+\bar{C}_2[Sh\kappa_1\frac{\ell}{2a}\sin\mu_1\frac{\ell}{2a}(\bar{\beta}_1\kappa_1+\bar{\beta}_2\mu_1 \\
& +m(1+k)\bar{\alpha}_1-k\mu\kappa_1)+Ch\kappa_1\frac{\ell}{2a}\cos\mu_1\frac{\ell}{2a}(\bar{\beta}_1\mu_1-\bar{\beta}_2\kappa_1-m(1+k)\bar{\alpha}_2-k\mu\mu_1)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\bar{C}_3 \left[\text{Sh}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_2 \frac{\ell}{2a} (-\kappa_2 \bar{\beta}_4 + \bar{\beta}_3 \mu_2 - m(1+k) \bar{\alpha}_4 - k m \mu_2) + \text{Ch}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_2 \frac{\ell}{2a} \right. \\
& \cdot (-\bar{\beta}_4 \mu_2 - \bar{\beta}_3 \kappa_2 - m(1+k) \bar{\alpha}_3 + k m \kappa_2) \left. \right] + \bar{C}_4 \left[\text{Sh}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_2 \frac{\ell}{2a} (\bar{\beta}_3 \kappa_2 + \bar{\beta}_4 \mu_2 \right. \\
& + m(1+k) \bar{\alpha}_3 - k m \kappa_2) + \text{Ch}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_2 \frac{\ell}{2a} (\bar{\beta}_3 \mu_2 - \bar{\beta}_4 \kappa_2 - m(1+k) \bar{\alpha}_4 - k m \mu_2) \left. \right] = 0
\end{aligned}$$

$$2. \quad x = \frac{\ell}{2} \quad Qx = \frac{P}{2}$$

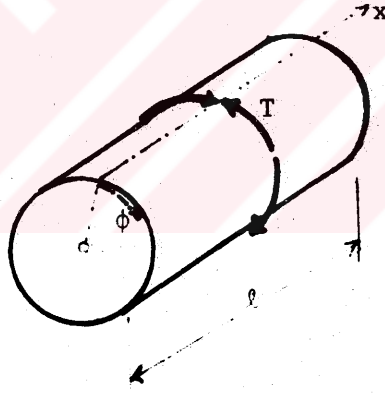
$$\begin{aligned}
& \bar{C}_1 \left[\text{Ch}\kappa_1 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_1 \frac{\ell}{2a} \left[\kappa_1 (-\kappa_1^2 + \mu_1^2 + v m(m + \bar{\beta}_1) - \kappa_1 \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2 \mu_1) + \mu_1 (2\kappa_1 \mu_1 + v m \bar{\beta}_2 \right. \right. \\
& + \bar{\alpha}_1 \mu_1 - \bar{\alpha}_2 \kappa_1) + m(1-v) (m \kappa_1 - \frac{1}{2} (m \bar{\alpha}_1 - \bar{\beta}_2 \mu_1 - \bar{\beta}_1 \kappa_1)) \left. \right] + \text{Sh}\kappa_1 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_1 \frac{\ell}{2a} \\
& \cdot \left[-\mu_1 (-\kappa_1^2 + \mu_1^2 + v m(m + \bar{\beta}_1) - \kappa_1 \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2 \mu_1) + \kappa_1 (2\kappa_1 \mu_1 + v m \bar{\beta}_2 + \mu_1 \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2 \kappa_1) \right. \\
& + m(1-v) (-m \mu_1 - \frac{1}{2} (m \bar{\alpha}_2 - \kappa_1 \bar{\beta}_2 + \bar{\beta}_1 \mu_1)) \left. \right] + \bar{C}_2 \left[\text{Ch}\kappa_1 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_1 \frac{\ell}{2a} \left[\kappa_1 (2\kappa_1 \mu_1 \right. \right. \\
& + v m \bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}_2 \kappa_1 + \mu_1 \bar{\alpha}_1) + \mu_1 (\kappa_1^2 - \mu_1^2 - v m(m + \bar{\beta}_1) + \mu_1 \bar{\alpha}_2 + \kappa_1 \bar{\alpha}_1) + m(1-v) (-m \mu_1 \\
& - \frac{1}{2} (m \bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_1 \mu_1 - \bar{\beta}_2 \kappa_1)) \left. \right] + \text{Sh}\kappa_1 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_1 \frac{\ell}{2a} \left[-\mu_1 (2\kappa_1 \mu_1 + v m \bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}_2 \kappa_1 + \mu_1 \bar{\alpha}_1) \right. \\
& + \kappa_1 (\kappa_1^2 - \mu_1^2 - v m(m + \bar{\beta}_1) + \mu_1 \bar{\alpha}_2 + \kappa_1 \bar{\alpha}_1) + m(1-v) (-m \kappa_1 - \frac{1}{2} (-m \bar{\alpha}_1 + \bar{\beta}_1 \kappa_1 + \bar{\beta}_2 \mu_1)) \left. \right] \left. \right] \\
& + \bar{C}_3 \left[\text{Ch}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_2 \frac{\ell}{2a} \left[\kappa_2 (-\kappa_2^2 + \mu_2^2 + v m(m + \bar{\beta}_3) - \kappa_2 \bar{\alpha}_3 - \bar{\alpha}_4 \mu_2) + \mu_2 (2\kappa_2 \mu_2 + v m \bar{\beta}_4 \right. \right. \\
& + \mu_2 \bar{\alpha}_3 - \bar{\alpha}_4 \kappa_2) + m(1-v) (m \kappa_2 - \frac{1}{2} (m \bar{\alpha}_3 - \bar{\beta}_4 \mu_2 - \bar{\beta}_3 \kappa_2)) \left. \right] + \text{Sh}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_2 \frac{\ell}{2a} \\
& \cdot \left[-\mu_2 (-\kappa_2^2 + \mu_2^2 + v m(m + \bar{\beta}_3) - \kappa_2 \bar{\alpha}_3 - \bar{\alpha}_4 \mu_2) + \kappa_2 (2\kappa_2 \mu_2 + v m \bar{\beta}_4 + \mu_2 \bar{\alpha}_3 - \bar{\alpha}_4 \kappa_2) \right. \\
& + m(1-v) (-m \mu_2 - \frac{1}{2} (m \bar{\alpha}_4 - \kappa_2 \bar{\beta}_4 + \bar{\beta}_3 \mu_2)) \left. \right] + \bar{C}_4 \left[\text{Ch}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_2 \frac{\ell}{2a} \left[\kappa_2 (2\kappa_2 \mu_2 \right. \right. \\
& + v m \bar{\beta}_4 - \bar{\alpha}_4 \kappa_2 + \mu_2 \bar{\alpha}_3) + \mu_2 (\kappa_2^2 - \mu_2^2 - v m(m + \bar{\beta}_3) + \mu_2 \bar{\alpha}_4 + \kappa_2 \bar{\alpha}_3) + m(1-v) (-m \mu_2 \\
& - \frac{1}{2} (m \bar{\alpha}_4 + \bar{\beta}_3 \mu_2 - \bar{\beta}_4 \kappa_2)) \left. \right] + \text{Sh}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_2 \frac{\ell}{2a} \left[-\mu_2 (2\kappa_2 \mu_2 + v m \bar{\beta}_4 - \bar{\alpha}_4 \kappa_2 + \mu_2 \bar{\alpha}_3) \right. \\
& + \kappa_2 (\kappa_2^2 - \mu_2^2 - v m(m + \bar{\beta}_3) + \mu_2 \bar{\alpha}_4 + \kappa_2 \bar{\alpha}_3) + m(1-v) (-m \kappa_2 - \frac{1}{2} (-m \bar{\alpha}_3 + \bar{\beta}_3 \kappa_2 + \bar{\beta}_4 \mu_2)) \left. \right] \left. \right] \\
& = \frac{Pa^3}{2K} \\
& (4.2D)
\end{aligned}$$

$$3. \quad x = \frac{l}{2} \quad u=0$$

$$\begin{aligned} & \bar{C}_1 \left(\bar{\alpha}_2 \text{Sh} \kappa_1 \frac{l}{2a} \sin \mu_1 \frac{l}{2a} + \bar{\alpha}_1 \text{Ch} \kappa_1 \frac{l}{2a} \cos \mu_1 \frac{l}{2a} \right) + \bar{C}_2 \left(-\bar{\alpha}_1 \text{Sh} \kappa_1 \frac{l}{2a} \sin \mu_1 \frac{l}{2a} \right. \\ & \left. + \bar{\alpha}_2 \text{Ch} \kappa_1 \frac{l}{2a} \cos \mu_1 \frac{l}{2a} \right) + \bar{C}_3 \left(\bar{\alpha}_4 \text{Sh} \kappa_2 \frac{l}{2a} \sin \mu_2 \frac{l}{2a} + \bar{\alpha}_3 \text{Ch} \kappa_2 \frac{l}{2a} \cos \mu_2 \frac{l}{2a} \right) \\ & \left. + \bar{C}_4 \left(-\bar{\alpha}_3 \text{Sh} \kappa_2 \frac{l}{2a} \sin \mu_2 \frac{l}{2a} + \bar{\alpha}_4 \text{Ch} \kappa_2 \frac{l}{2a} \cos \mu_2 \frac{l}{2a} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$4. \quad x = \frac{l}{2} \quad \dot{w}=0$$

$$\begin{aligned} & \bar{C}_1 \left(\kappa_1 \text{Ch} \kappa_1 \frac{l}{2a} \cos \mu_1 \frac{l}{2a} - \mu_1 \text{Sh} \kappa_1 \frac{l}{2a} \sin \mu_1 \frac{l}{2a} \right) - \bar{C}_2 \left(\kappa_1 \text{Sh} \kappa_1 \frac{l}{2a} \sin \mu_1 \frac{l}{2a} \right. \\ & \left. + \mu_1 \text{Ch} \kappa_1 \frac{l}{2a} \cos \mu_1 \frac{l}{2a} \right) + \bar{C}_3 \left(\kappa_2 \text{Ch} \kappa_2 \frac{l}{2a} \cos \mu_2 \frac{l}{2a} - \mu_2 \text{Sh} \kappa_2 \frac{l}{2a} \sin \mu_2 \frac{l}{2a} \right) \\ & \left. - \bar{C}_4 \left(\kappa_2 \text{Sh} \kappa_2 \frac{l}{2a} \sin \mu_2 \frac{l}{2a} + \mu_2 \text{Ch} \kappa_2 \frac{l}{2a} \cos \mu_2 \frac{l}{2a} \right) = 0 \end{aligned}$$



Şekil 4.4. Çembersel doğrultuda teğetsel yüklü kabuk

Teğetsel yük $T = T_m \sin m\phi$ biçimindedir (Şek.4.4). Teğetsel yük için sınır koşulları

$$x = \frac{l}{2}$$

$$N_{\phi} x = \frac{T}{2}$$

$$Q_x = 0$$

$$u = 0$$

$$\dot{w} = 0$$

Teğetsel yük için sınır koşulları, radyal yük için olan sınır koşullarında (4.21) ikinci denklemi sıfıra birinci denkleme dış yüke eşitleyerek elde edilir. Değişen birinci denklem şu biçimde bulunur.

$$1. \quad x = \frac{\ell}{2} \quad N\phi x = \frac{T}{2}$$

$$\bar{C}_1 \left[\text{Sh}\kappa_1 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_1 \frac{\ell}{2a} (\bar{\beta}_1 \mu_1 - \kappa_1 \bar{\beta}_2 - m(1+k) \bar{\alpha}_2 - k m \mu_1) + \text{Ch}\kappa_1 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_1 \frac{\ell}{2a} (-\bar{\beta}_2 \mu_1 - \bar{\beta}_1 \kappa_1 - m(1+k) \bar{\alpha}_1 + k m \kappa_1) \right] + \bar{C}_2 \left[\text{Sh}\kappa_1 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_1 \frac{\ell}{2a} (\bar{\beta}_1 \kappa_1 + \bar{\beta}_2 \mu_1 + m(1+k) \bar{\alpha}_1 - k m \kappa_1) + \text{Ch}\kappa_1 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_1 \frac{\ell}{2a} (\bar{\beta}_1 \mu_1 - \bar{\beta}_2 \kappa_1 - m(1+k) \bar{\alpha}_2 - k m \mu_1) \right] + \bar{C}_3 \left[\text{Sh}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_2 \frac{\ell}{2a} (-\kappa_2 \bar{\beta}_4 + \bar{\beta}_3 \mu_2 - m(1+k) \bar{\alpha}_4 - k m \mu_2) + \text{Ch}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_2 \frac{\ell}{2a} . (-\bar{\beta}_4 \mu_2 - \bar{\beta}_3 \kappa_2 - m(1+k) \bar{\alpha}_3 + k m \kappa_2) \right] + \bar{C}_4 \left[\text{Sh}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Sin}\mu_2 \frac{\ell}{2a} (\bar{\beta}_3 \kappa_2 + \bar{\beta}_4 \mu_2 + m(1+k) \bar{\alpha}_3 - k m \kappa_2) + \text{Ch}\kappa_2 \frac{\ell}{2a} \text{Cos}\mu_2 \frac{\ell}{2a} (\bar{\beta}_3 \mu_2 - \bar{\beta}_4 \kappa_2 - m(1+k) \bar{\alpha}_4 - k m \mu_2) \right] = \frac{Pa}{D(1-\nu)}$$

Diğer kuvvet büyüklükleri (2.8)'den bulunursa genel biçimlerinin şöyle olduğu gösterilebilir.

Simetrik grup

$$f = c \left[(a_1 \bar{C}_1 + a_2 \bar{C}_2) \text{Ch}\kappa_1 x / a \text{Cos}\mu_1 x / a - (a_1 \bar{C}_2 - a_2 \bar{C}_1) \text{Sh}\kappa_1 x / a \text{Sin}\mu_1 x / a + (a_3 \bar{C}_3 + a_4 \bar{C}_4) \text{Ch}\kappa_2 x / a \text{Cos}\mu_2 x / a - (a_3 \bar{C}_4 - a_4 \bar{C}_3) \text{Sh}\kappa_2 x / a \text{Sin}\mu_2 x / a \right] \frac{\text{Sin } m\phi}{\text{Cos}}$$

Antimetrik grup

$$f = -c \left[(a_1 \bar{C}_1 + a_2 \bar{C}_2) \text{Sh}\kappa_1 x / a \text{Cos}\mu_1 x / a - (a_1 \bar{C}_2 - a_2 \bar{C}_1) \text{Ch}\kappa_1 x / a \text{Sin}\mu_1 x / a + (a_3 \bar{C}_3 + a_4 \bar{C}_4) \text{Sh}\kappa_2 x / a \text{Cos}\mu_2 x / a - (a_3 \bar{C}_4 - a_4 \bar{C}_3) \text{Ch}\kappa_2 x / a \text{Sin}\mu_2 x / a \right] \frac{\text{Sin } m\phi}{\text{Cos}}$$

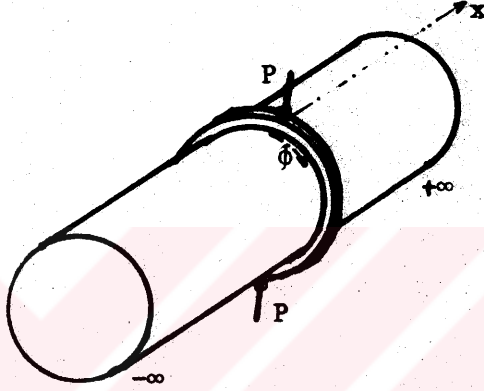
Katsayılar tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2. Cembersel doğrultuda rijitleştirilmiş kabuk [7]

f	c	a_1	a_2	simetri ϕ çarp.
w	1	0		anti. Cos
$\dot{w}$	1	κ_1	μ_1	sim. Cos
u	1	$\bar{\alpha}_1$	$\bar{\alpha}_2$	sim. Cos
v	1	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	anti. Sin
N ϕ	D/a	$1+k-km^2+m\bar{\beta}_1-v(\kappa_1\bar{\alpha}_1+\mu_1\bar{\alpha}_2)$	$m\bar{\beta}_2-v(\kappa_1\bar{\alpha}_2-\mu_1\bar{\alpha}_1)$	anti. Cos
Nx	D/a	$v-(\kappa_1\bar{\alpha}_1+\mu_1\bar{\alpha}_2)+vm\bar{\beta}_1-k(\kappa_1^2-\mu_1^2)$	$-(\kappa_1\bar{\alpha}_2-\mu_1\bar{\alpha}_1)+vm\bar{\beta}_2+2k\kappa_1\mu_1$	anti. Cos
N ϕ x	$\frac{D(1-v)}{2a}$	$-(1+k)m\bar{\alpha}_1-(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)+km\kappa_1$	$-(1+k)m\bar{\alpha}_2-(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)-km\mu_1$	sim. Sin
Nx ϕ	$\frac{D(1-v)}{2a}$	$-m\bar{\alpha}_1-(1+k)(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)-km\kappa_1$	$-m\bar{\alpha}_2-(1+k)(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)+km\mu_1$	sim. Sin
M ϕ	K/a ²	$1-m^2+v(\kappa_1^2-\mu_1^2)$	$-2v\kappa_1\mu_1$	anti. Cos
Mx	K/a ²	$(\kappa_1^2-\mu_1^2)+(\kappa_1\bar{\alpha}_1+\mu_1\bar{\alpha}_2)-vm(m+\bar{\beta}_1)$	$-2\kappa_1\mu_1+(\kappa_1\bar{\alpha}_2-\mu_1\bar{\alpha}_1)-vm\bar{\beta}_2$	anti. Cos
M ϕ x	$\frac{K(1-v)}{2a^2}$	$m(2\kappa_1-\bar{\alpha}_1)+(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)$	$-m(2\mu_1+\bar{\alpha}_2)+(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)$	sim. Sin
Mx ϕ	$\frac{K(1-v)}{a^2}$	$m\kappa_1+(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)$	$-m\mu_1+(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)$	sim. Sin
Q ϕ	K/a ³	$m(m^2-1)-m(\kappa_1^2-\mu_1^2)-(1-v)[(\kappa_1^2-\mu_1^2) \cdot \bar{\beta}_1+2\kappa_1\mu_1\bar{\beta}_2]$	$2m\kappa_1\mu_1-(1-v)[(\kappa_1^2-\mu_1^2)\bar{\beta}_2-2\kappa_1\mu_1\bar{\beta}_1]$	anti. Sin
Qx	$\frac{K}{2a^3}$	$2\kappa_1(m^2-\kappa_1^2+3\mu_1^2)-[(1-v)m^2+2(\kappa_1^2-\mu_1^2) \cdot \bar{\alpha}_1-4\kappa_1\mu_1\bar{\alpha}_2+(1+v)m(\kappa_1\bar{\beta}_1+\mu_1\bar{\beta}_2)]$	$-2\mu_1(m^2-3\kappa_1^2+\mu_1^2)-[(1-v)m^2+2(\kappa_1^2-\mu_1^2) \cdot \bar{\alpha}_2+4\kappa_1\mu_1\bar{\alpha}_1+(1+v)m(\kappa_1\bar{\beta}_2-\mu_1\bar{\beta}_1)]$	sim. Cos

4.2.2. Uçları sonsuzda dairesel silindirik kabuk

Problem, simetri varolduğundan nervür düzlemi başlangıç alınarak, yarı sonsuz kabuk olarak çözülecektir (Şek.4.5).



Şekil 4.5. Uçları sonsuzda çembersel rijitleştiricili kabuk

Yarı sonsuz kabuğun nervür ayrı düşünüldüğünde doğan iç-etkileşim yüklerinden yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleride büyük ölçüde Flügge'den [7] yararlanılarak çıkarılacaktır.

(4.16) formüllerinde $e^{-\kappa x/a}$ çarpanı x artarken az yada çok azalır, diğer dördü ($e^{\kappa x/a}$) ise x artarken sınırsız olarak artar. x doğrultusunda kabuk uzun olabilir ($\ell/a > \pi$). $x=0$ 'a uygulanan yüklerin doğurduğu gerilme, yerdeğiştirmeler x 'ile üstel olarak artmaz, bu yüzden $x=0$ koşulları sağlandığında $j=5,6,7,8$ özel çözümleri atılır. Sanal üstel büyüklükler trigonometrik fonksiyonlara açılır.

$$u_m = e^{-\kappa_1 x/a} [(A_1 + A_2) \cos \mu_1 x/a + i(A_1 - A_2) \sin \mu_1 x/a]$$

$$+ e^{-\kappa_2 x/a} [(A_3 + A_4) \cos \mu_2 x/a + i(A_3 - A_4) \sin \mu_2 x/a]$$

$$v_m = e^{-\kappa_1 x/a} [(B_1 + B_2) \cos \mu_1 x/a + i(B_1 - B_2) \sin \mu_1 x/a]$$

(4.22)

$$+e^{-\kappa_2 x/a} [(B_3+B_4)\cos\mu_2 x/a + i(B_3-B_4)\sin\mu_2 x/a]$$

$$w_m = e^{-\kappa_1 x/a} [(C_1+C_2)\cos\mu_1 x/a + i(C_1-C_2)\sin\mu_1 x/a]$$

$$+e^{-\kappa_2 x/a} [(C_3+C_4)\cos\mu_2 x/a + i(C_3-C_4)\sin\mu_2 x/a]$$

(4.18-19) kullanıldığında

$$u_m = e^{-\kappa_1 x/a} [(\bar{\alpha}_1 \bar{C}_1 + \bar{\alpha}_2 \bar{C}_2)\cos\mu_1 x/a + (\bar{\alpha}_1 \bar{C}_2 - \bar{\alpha}_2 \bar{C}_1)\sin\mu_1 x/a]$$

$$+e^{-\kappa_2 x/a} [(\bar{\alpha}_3 \bar{C}_3 + \bar{\alpha}_4 \bar{C}_4)\cos\mu_2 x/a + (\bar{\alpha}_3 \bar{C}_4 - \bar{\alpha}_4 \bar{C}_3)\sin\mu_2 x/a]$$

$$v_m = e^{-\kappa_1 x/a} [(\bar{\beta}_1 \bar{C}_1 + \bar{\beta}_2 \bar{C}_2)\cos\mu_1 x/a + (\bar{\beta}_1 \bar{C}_2 - \bar{\beta}_2 \bar{C}_1)\sin\mu_1 x/a] \quad (4.23)$$

$$+e^{-\kappa_2 x/a} [(\bar{\beta}_3 \bar{C}_3 + \bar{\beta}_4 \bar{C}_4)\cos\mu_2 x/a + (\bar{\beta}_3 \bar{C}_4 - \bar{\beta}_4 \bar{C}_3)\sin\mu_2 x/a]$$

$$w_m = e^{-\kappa_1 x/a} (\bar{C}_1 \cos\mu_1 x/a + \bar{C}_2 \sin\mu_1 x/a) + e^{-\kappa_2 x/a} (\bar{C}_3 \cos\mu_2 x/a + \bar{C}_4 \sin\mu_2 x/a)$$

(4.11)'deki yerdeğiştirme, gerilme bileşikleri için benzer denklem bulunabilir. Burdaki genel biçim şöyle gösterilebilir (4.24).

$$f = c [e^{-\kappa_1 x/a} ((a_1 \bar{C}_1 + a_2 \bar{C}_2)\cos\mu_1 x/a + (a_1 \bar{C}_2 - a_2 \bar{C}_1)\sin\mu_1 x/a) \quad (4.24)$$

$$+e^{-\kappa_2 x/a} ((a_3 \bar{C}_3 + a_4 \bar{C}_4)\cos\mu_2 x/a + (a_3 \bar{C}_4 - a_4 \bar{C}_3)\sin\mu_2 x/a)] \frac{\sin m\phi}{\cos m\phi}$$

a_1, a_2 katsayıları tablo 4.2'de çeşitli yerdeğiştirme, gerilme bileşkesi için verilmiştir. a_3, a_4 tabloda $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 'nin indislerini 1,2'den 3,4'e κ, μ 'nün indislerini 1'den 2'ye değiştirerek bulunur. Görüldüğü gibi basit mesnetli ve yarı sonsuz kabuk için a_1, a_2 katsayıları aynı bulunmuştur.

İçetkileşim yükleri için kabuktaki çözümü bulmak artık olasıdır. Önce istenen m harmonikleri için karar verilir. Seçilen m için λ 'nın gerçel ve sanal parçaları $\kappa_1, \kappa_2, \mu_1, \mu_2$

yi verecek (4.15) çözülür. Sonra (4.14)'ün ilk ikisinden $C=1$ için A, B'nin $\alpha_1, \alpha_3, \beta_1, \beta_3$ karmaşık sayıları bulunur, $\frac{\lambda}{2}$ yada $\lambda=0$ 'da (Basit mesnetli yada Yarı sonsuz kabuk için) $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3, \bar{C}_4$ 'ün fonksiyonu olarak yazılacak 4 sınır koşullundaki denklemler tablo 4.2'den alınır. Elde edilen 4 bilinmeyenli 4 lineer denklem çözüldüğünde bulunacak bilinmeyenler ile katsayı tablosu (4.2) aranan yerdeğiştirme ve gerilme bileşmelerini verir. m'nin artan değerleri için bu yapıldığında sonuçlar (4.12)'e göre Fourier sentezinden elde edilir.

Uygulanacak yöntem Böl.3'de anlatılmıştır. Kabuk ve halka birim deplasman matrisleri ile bilinmeyenler bulunarak (3.13) ile istenen büyüklükler elde edilir.

4.3. HER İKİ DOĞRULTUDA RİJİTLEŞTİRİLMİŞ KABUK

Boyuna ve çembersel rijitleştirilmiş kabuk çözümü için nervürlerden bir doğrultuda olanı ayrı düşünülür (Şek.3.5a,b). Ayrılan nervür sonucu doğan içetkileşim yükleri etkisinde nervürlü kabuk çözümü Böl.4.1 yada 4.2 de anlatılan çözümlerden birine dönüştürülmüş olur.

4.4. KABUKTA DIŞ YÜKÜN OLUŞTURDUĞU YERDEĞİŞTİRME, KUVVET BİLEŞKESİ

Verilen P_x, P_ϕ, P_r yüzey yükleri için (2.9)'un özel çözümü gereklidir. Eğer yükler aşağıdaki formüllere (4.25) göre dağılı ise kolayca çözüm bulunabilir [7].

$$\begin{aligned} P_x &= P_{xmn} \cos m\phi \cos \lambda x / a \\ P_\phi &= P_{\phi mn} \sin m\phi \sin \lambda x / a \\ P_r &= P_{rmn} \cos m\phi \sin \lambda x / a \end{aligned} \quad , \quad \lambda = \frac{n\pi a}{l} \quad (4.25)$$

Burdaki P_{mn} , $P\phi_{mn}$, $P r_{mn}$ bağımsız üç sabittir. (4.25), (2.9) diferansiyel denklemlerinde kullanılırsa özel çözümlerin şu biçimde olduğu görülür.

$$\begin{aligned} u &= u_{mn} \cos m\phi \cos \lambda x / a \\ v &= v_{mn} \sin m\phi \sin \lambda x / a \\ w &= w_{mn} \cos m\phi \sin \lambda x / a \end{aligned} \quad (4.26)$$

Bilinmeyen üç sabit u_{mn} , v_{mn} , w_{mn} diferansiyel denklemlerden bulunur. (4.26), (2.9)'da yerine yazılırsa trigonometrik çarpanlar düşeceğinden u_{mn} , v_{mn} , w_{mn} için aşağıdaki üç lineer denklem takımı edilir.

$$\begin{aligned} [\lambda^2 + \frac{1-\nu}{2} m^2 (1+k)] u_{mn} + [-\frac{1+\nu}{2} \lambda m] v_{mn} + [-\nu \lambda - k(\lambda^3 - \frac{1-\nu}{2} \lambda m^2)] w_{mn} &= \frac{a^2}{D} P_{mn} \\ [-\frac{1+\nu}{2} \lambda m] u_{mn} + [m^2 + \frac{1-\nu}{2} \lambda^2 (1+3k)] v_{mn} + [m + \frac{3-\nu}{2} k \lambda^2 m] w_{mn} &= \frac{a^2}{D} P\phi_{mn} \quad (4.27) \\ [-\nu \lambda - k(\lambda^3 - \frac{1-\nu}{2} \lambda m^2)] u_{mn} + [m + \frac{3-\nu}{2} k \lambda^2 m] v_{mn} + [1+k(\lambda^4 + 2\lambda^2 m^2 + m^4 - 2m^2 \lambda^2)] w_{mn} &= \frac{a^2}{D} P r_{mn} \end{aligned}$$

Herhangi kabuk için u_{mn} , v_{mn} , w_{mn} 'nin sayısal değerleri bulunabilir. Gerilme bileşkeleride (4.26), (2.8) ve (2.1e) de kullanılarak elde edilir.

$$\begin{aligned} N\phi &= D/a [mv_{mn} + (1+k-km^2)w_{mn} - \nu \lambda u_{mn}] \cos m\phi \sin \lambda x / a \\ N_x &= D/a [-\lambda u_{mn} + \nu mv_{mn} + (\nu + k\lambda^2)w_{mn}] \cos m\phi \sin \lambda x / a \\ N\phi_x &= D(1-\nu)/2a [-(1+k)m u_{mn} + \lambda v_{mn} - k\lambda m w_{mn}] \sin m\phi \cos \lambda x / a \\ N_x \phi &= D(1-\nu)/2a [-m u_{mn} + (1+k)\lambda v_{mn} + k\lambda m w_{mn}] \sin m\phi \cos \lambda x / a \\ M\phi &= K/a^2 (m^2 - 1 + \nu \lambda^2) w_{mn} \cos m\phi \sin \lambda x / a \\ M_x &= K/a^2 [(\lambda^2 + \nu m^2)w_{mn} - \lambda u_{mn} + \nu m v_{mn}] \cos m\phi \sin \lambda x / a \\ M\phi_x &= K(1-\nu)/a^2 [\lambda m w_{mn} + \frac{1}{2} m u_{mn} + \frac{1}{2} \lambda v_{mn}] \sin m\phi \cos \lambda x / a \\ M_x \phi &= K(1-\nu)/a^2 [\lambda m w_{mn} + \lambda v_{mn}] \sin m\phi \cos \lambda x / a \\ Q\phi &= K/a^3 [m(m^2 + \lambda^2 - 1)w_{mn} + (1-\nu)\lambda^2 v_{mn}] \sin m\phi \sin \lambda x / a \\ Q_x &= K/a^3 [\lambda(\lambda^2 + m^2)w_{mn} + (\frac{1-\nu}{2} m^2 - \lambda^2)u_{mn} + \frac{1+\nu}{2} \lambda m v_{mn}] \cos m\phi \cos \lambda x / a \end{aligned} \quad (4.28a-j)$$

Yükler genel olarak serilerle ifade edilebildiklerinden (4.25) her türlü yükleme için yerdeğiştirmeler bulunabilir. Örneğin radyal yük için (4.27a, b) denklemlerinde $P_x=0$, $P_\phi=0$ alınır. Teğetsel yük için ise aynı denge denklemlerinde $P_{\phi_{mn}}$ seri katsayısı kullanılarak $P_x=P_r=0$ alınır.

BÖLÜM 5

KİRİŞ, HALKADA İÇETKİLEŞİM YÜKLERİNİN DOĞURDUĞU
YERDEĞİŞTİRME, KUVVET BİLEŞKELERİ

5.1. KİRİŞ YÜKLEMELERİ

Formüllerde, kiriş açıklığının kiriş yüksekliğinden büyük ($l/h \gg 1$) olduğu, kiriş ekseninin kesit merkezinden geçtiği kabul edilmiştir. Aşağıdaki simgeler kullanılacaktır.

A =Kesit alanı

I_x =Kirişin, ağırlık merkezinden geçen eksenine göre eylemsizlik momenti.

e =Kiriş eksenini ile kabuk ortalama yüzeyi arasındaki uzaklık

5.1.1. Krişte radyal yükler etkisinde yerdeğiştirme ve kuvvet bileşkeleri (Şek.5.1)

Kirişler ile rijitleştirilen kabuk çözümünde kiriş kabuktan ayrıldığında arada doğan bağ kuvvetlerine içetkileşim kuvvetleri denmişti. İçetkileşim yüklerinden kabukta oluşacak yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri önceki bölümde elde edildi (Böl.4). Şimdi aynı biçimli içetkileşim yüklerinin basit mesnetli krişte doğurduğu yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri elde edilecektir.

$$p = p_0 \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (5.1)$$

Görüldüğü gibi dış yük olarak seçilen içetkileşim yükü basit mesnet sınır koşullarını sağlar.



Şekil 5.1. Radyal yük

Kirişin özel çözümü ve diferansiyel denklemi (5.2a-b) şunlardır. [22]

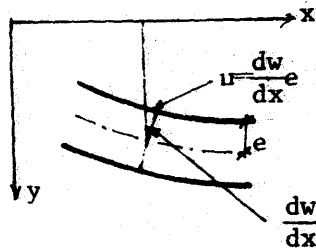
$$w_0 = \frac{p_0 l^4}{n^4 \pi^4 E I_x} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (5.2a)$$

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{p}{E I_x} \quad (5.2b)$$

$$w(0)=0, \quad w(l)=0, \quad w''(0)=0, \quad w''(l)=0 \quad (5.3)$$

$$w(x) = \frac{p_0 l^4}{n^4 \pi^4 E I_x} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (5.4)$$

Süreklilikte kullanılacak dışmerkezlik kadar uzaklıktaki (kabuk ortalama yüzeyi) aksenal yerdeğiştirmeyi bulmak için biçim değiştirmiş kirişten yararlanılır (Şek.5.2).



Şekil 5.2. Biçim değiştirmiş kiriş

$$u = -e \frac{dw}{dx} \quad (5.5)$$

$$u = -e \frac{p_0 l^3}{n^3 \pi^3} \cos \frac{n\pi x}{l} \quad (5.6)$$

5.1.2. Kirişte teğetsel yükler etkisinde yerdeğiştirme ve kuvvet bileşkeleri (Şek.5.3)

Basit mesnetli kabukta teğetsel yük etkisinde yerdeğiştirme kuvvet bileşkeleri elde edilmişti. Aynı içetkileşim yükünün (Kosinüs biçimli) kirişte doğurduğu yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri kiriş dışta varsayılarak bulunacaktır.



Şekil 5.3. Dışmerkez teğetsel yük

$$\begin{aligned} M(x) &= -p_0 e \int_0^x \cos \frac{n\pi x}{l} dx \\ &= -\frac{p_0 e l}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M}{EI_x} \quad (5.8)$$

$$w = -\frac{p_0 e l^3}{n^3 \pi^3 EI_x} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (5.9)$$

$$N(x) = \frac{p_0}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (5.10)$$

Eksenel yerdeğiştirme, dışmerkezlik etkisinden ve eksenel kuvvetten doğmaktadır.

$$u = u_t + u_d \quad (5.11)$$

(2.4a)'dan eksenel kuvvetlerin oluşturdukları yerdeğiştirme

$$u_t = \int \epsilon_x dx + C \quad (5.12)$$

$$\epsilon_x = \frac{p_0 l}{n\pi EA} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (5.13)$$

$$u_t = \frac{p_0 l^2}{n^2 \pi^2 EA} \cos \frac{n\pi x}{l} \quad (5.14)$$

Dışmerkezlikten oluşan yerdeğiştirme (5.5).

$$u_d = \frac{p_0 e^2 \ell^2}{n^2 \pi^2 E I_x} \cos \frac{n\pi x}{\ell} \quad (5.15)$$

$$u = \frac{p_0 \ell^2}{n^2 \pi^2 E} \left(\frac{1}{A} + \frac{e^2}{I_x} \right) \cos \frac{n\pi x}{\ell} \quad (5.16)$$

Bu denklemler kirişin dışta olduğu kabulü ile çıkarılmıştır. Kiriş içde olduğu zaman dışmerkezliğin işareti değiştirilecektir ($e = -e$).

5.2. ÇEMBER YÜKLEMELERİ

Kapalı dairesel silindirik kabuklarda dairesel rijitleştirici olarak çember kullanılır. Bu yüzden kabukta yapıldığı gibi içetkileşim yüklerinden yerdeğiştirme, gerilme bileşke-
lerinin çemberdede bulunması gerekir.

Bütün formüllerde çemberin ince olduğu yani yarıçapının kesit boyutlarından büyük olduğu , çember ekseninin kesit merkezinden geçtiği kabul edilmiştir.

Şekillerde açıklamalar yanında , aşağıdaki simgeler kullanılmıştır.

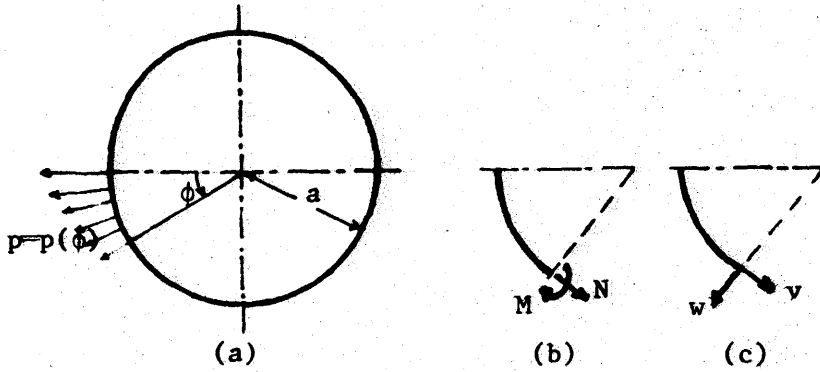
F = Kesit alanı

I = Çember düzlemine normal doğrultuda merkezden geçen eksene göre eylemsizlik momenti.

Çember denklemleri Langhaar'dan [25] yararlanılarak çıkarılacaktır.

5.2.1. Radyal yük (Şek.5.4)

Birim boya etkiyen yük $p = p_m \cos m\phi$ varsayılacaktır.



Şekil 5.4. Radyal yük

$$w = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos n\phi \quad (5.17)$$

$$v = \sum b_n \sin n\phi \quad (5.18)$$

$$Z = \frac{I}{Fa^2} \quad (5.19)$$

Uzama enerjisi

$$U = \int \frac{EF}{2a^2} [(w + av)^2 + Z(w + a^2 \dot{w})^2] ds, \quad ds = a d\phi \quad (5.20a)$$

$$U = \frac{\pi EF}{4a} (1+Z) a_0^2 + \frac{\pi EF}{2a} \sum [(a_n + \eta b_n)^2 + Z(\eta^2 - 1)^2 a_n^2] \quad (5.20b)$$

Dış yüklerin potansiyel enerjisi

$$\Omega = -w p a d\phi \quad (5.21a)$$

$$\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_m \cos m\phi a_0 a d\phi + \sum_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} a_n p_m \cos m\phi \cos n\phi a d\phi \quad (5.21b)$$

$$V = U + \Omega \quad (5.22)$$

Toplam enerjinin (V) minimum olması için a_i , b_i 'ye ait kısmi türevler sıfıra eşit olmalıdır.

$$\frac{\partial V}{\partial a_i} = \frac{\partial V}{\partial b_i} = 0 \quad (5.23)$$

(5.21)'den

$$a_0 = 0 \quad (5.24)$$

$$\eta \neq m, \Omega = 0$$

$$\eta = m, \Omega = -\pi a_{\eta} a p_m$$

$$\frac{\partial V}{\partial a_{\eta}} = \frac{\pi EF}{a} [(a_{\eta} + \eta b_{\eta}) + Z(\eta^2 - 1)^2 a_{\eta}] = 0, \quad \eta \neq m \quad (5.25a)$$

$$\frac{\pi EF}{a} [(a_{\eta} + \eta b_{\eta}) + Z(\eta^2 - 1)^2 a_{\eta}] - \pi p_m a = 0, \quad \eta = m \quad (5.25b)$$

$$\frac{\partial V}{\partial b_{\eta}} = \frac{\pi EF}{2a} [2(a_{\eta} + \eta b_{\eta}) \eta] = 0 \quad (5.26)$$

$$\eta \neq m, a_{\eta} = b_{\eta} = 0$$

$\eta = m$ için a_{η} , b_{η} elde edilir (5.27).

$$a_{\eta} = \frac{p_m a^2}{ZEF(\eta^2 - 1)^2}, \quad b_{\eta} = -\frac{a_{\eta}}{\eta} = -\frac{p_m a^2}{ZEFm(m^2 - 1)^2} \quad (5.27)$$

$$w = \sum \frac{p_m a^2}{ZEF(m^2 - 1)^2} \cos m\phi \quad (5.28)$$

$$v = -\sum \frac{p_m a^2}{ZEFm(m^2 - 1)^2} \sin m\phi \quad (5.29)$$

$$M = EFZ(w + a^2 \ddot{w}) \quad (5.30)$$

$$a \ddot{w} = -\frac{p_m a^2}{ZEF(m^2 - 1)^2} m^2 \cos m\phi \quad (5.31)$$

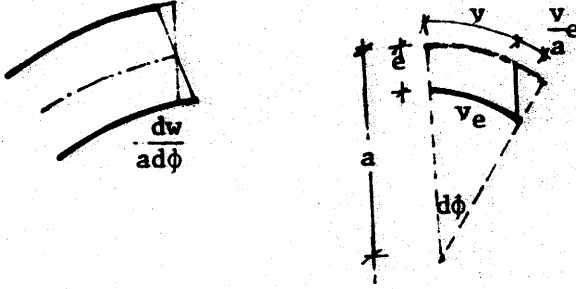
$$w + a^2 \ddot{w} = -\frac{p_m a^2}{ZEF(m^2 - 1)^2} (m^2 - 1) \cos m\phi \quad (5.32)$$

$$M = -\sum \frac{p_m a^2}{m^2 - 1} \cos m\phi$$

$$N = \frac{EF}{a} [(w + a \dot{w}) + Z(w + a^2 \ddot{w})] \quad (5.33a)$$

$$N = \sum \frac{-p_m a}{m^2 - 1} \cos m\phi \quad (5.33b)$$

Kabuk eksenindeki teğetsel yerdeğiştirme (Şek.5.5)'den bulunacaktır.



Şekil 5.5. Halka yerdeğiştirmesi

$$v_e = v - \frac{e}{a} \left(v - \frac{dw}{d\phi} \right) \quad (5.34a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dw}{d\phi} &= \sum m \frac{-P_m a^2}{ZEF(m^2-1)^2} \sin m\phi \\ v - \frac{dw}{d\phi} &= \sum \frac{P_m a^2}{ZEF(m^2-1)^2} \left(m - \frac{1}{m} \right) \sin m\phi \\ v_e &= \sum \frac{-P_m a^3}{EIm(m^2-1)^2} (a + e(m^2-1)) \sin m\phi \end{aligned} \quad (5.34b)$$

Aynı problem İnan'ın yapıtından [24] yararlanılarak da çözülebilir.

Daire eksenli çubuğun diferansiyel denklemi

$$\frac{d^6 U_t}{d\phi^6} + 2 \frac{d^4 U_t}{d\phi^4} + \frac{d^2 U_t}{d\phi^2} = \frac{\rho_0^4}{D_{bb}} \frac{dp_m}{d\phi} \quad (5.35)$$

$$p_m = \bar{p}_m \cos m\phi \quad (5.36)$$

$$U_t = U \sin m\phi \quad (5.37a)$$

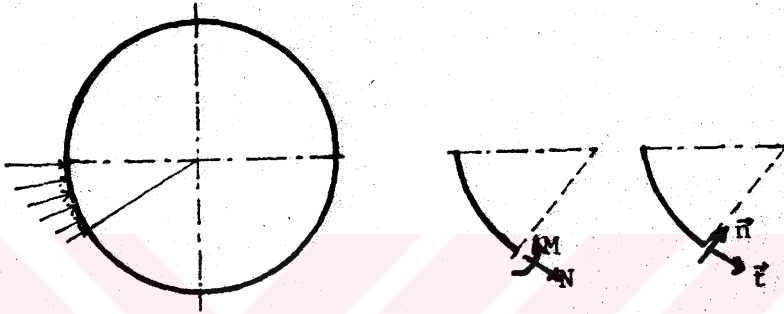
(5.36), (5.37a) ifadeleri, diferansiyel denklemde kullanılırsa U_t ifadesi elde edilir.

$$(-m^6 + 2m^4 - m^2) U \sin m\phi = - \frac{\rho_0^4}{D_{bb}} \bar{p}_m m \sin m\phi$$

$$m^2(m^2-1)^2 U \sin m\phi = \frac{\rho_0^4}{D_{bb}} \bar{p}_m m \sin m\phi$$

$$U = \frac{\rho_0^4}{D_{bb}} \frac{\bar{P}_m}{m(m^2-1)^2} \quad (5.38)$$

$$U_t = \frac{\rho_0^4}{D_{bb}} \frac{\bar{P}_m}{m(m^2-1)^2} \sin m\phi \quad (5.37b)$$



Şekil 5.6. İnan'ın işaret kabulü

Şek.5.6'daki işaret kabulü ile ve

$$\rho_0 = a, \quad D_{bb} = EI, \quad U_t = v$$

$$U_n = w$$

$$M_b = M$$

$$T_t = N$$

(5.39)

olduğu gözönüne alınırsa

$$v = \frac{\bar{P}_m a^4}{EI m(m^2-1)^2} \sin m\phi \quad (5.37c)$$

olur.

$$U_n = \frac{dU_t}{d\phi} \quad (5.40a)$$

$$U_n = \frac{\bar{P}_m \rho_0^4}{D_{bb} (m^2-1)^2} \cos m\phi \quad (5.40b)$$

$$w = \frac{\bar{P}_m a^4}{EI (m^2-1)^2} \cos m\phi \quad (5.40c)$$

$$M_b = \frac{D_{bb}}{\rho_0^2} \left(\frac{d^3 U_t}{d\phi^3} + \frac{dU_t}{d\phi} \right) \quad (5.41a)$$

$$M_b = - \frac{\bar{P}_m \rho_0^2}{m^2-1} \cos m\phi \quad (5.41b)$$

$$M = - \frac{\bar{P}_m a^2}{m^2-1} \cos m\phi \quad (5.41c)$$

$$T_t = \frac{D_{bb}}{\rho_a^3} \left(\frac{d^5 U_t}{d\phi^5} + \frac{d^3 U_t}{d\phi^3} \right) - \rho_0 \bar{p}_m \cos m\phi \quad (5.42a)$$

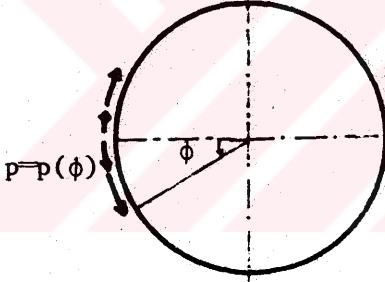
$$T_t = \frac{\bar{p}_m}{m^2 - 1} \rho_a \cos m\phi \quad (5.42b)$$

$$N = \frac{\bar{p}_m a}{m^2 - 1} \cos m\phi \quad (5.42c)$$

Görüldüğü gibi aynı sonuçlar bulunmuştur.

5.2.2. Teğetsel yük (Şek.5.7)

Birim uzunlukta eksen yükü $p = p_m \sin m\phi$ varsayılacaktır.



Şekil 5.7. Teğetsel yük

Radyal yükteki (5.17-20) ifadeleri aynen geçerlidir. Dış yüklerin doğurduğu iş yazılırsa

$$\Omega = -v p a d\phi \quad (5.43a)$$

$$\Omega = -\int_0^{2\pi} b_\eta \sin \eta \phi p_m \sin m\phi a d\phi \quad (5.43b)$$

elde edilir. Toplam enerjinin minimum olması koşulu yazılırsa (5.23) a_η , b_η için denklemler bulunur.

$$\frac{\partial V}{\partial a_\eta} = \frac{\pi E F}{2a} [2(a_\eta + \eta b_\eta) + 2Z(\eta^2 - 1)^2 a_\eta] = 0 \quad (5.44)$$

$\eta \neq m$ için $a_\eta = b_\eta = 0$ dır.

$$\frac{\partial v}{\partial b_n} = \frac{\pi EF}{2a} [2(a_n + nb_n)\eta] = 0 \quad \eta \neq m \quad (5.45a)$$

$$= \frac{\pi EF}{2a} [2(a_n + nb_n)\eta] - \pi p_m a = 0 \quad \eta = m \quad (5.45b)$$

$$a_n + nb_n = \frac{p_m a^2}{EF\eta} \quad (5.46)$$

$$\frac{\pi EF}{a} \left[\frac{p_m a^2}{EF\eta} + Z(\eta^2 - 1)^2 a_n \right] = 0 \quad (5.47)$$

Bu iki denklemden (5.46-47) katsayılar bulunur ($\eta = m$).

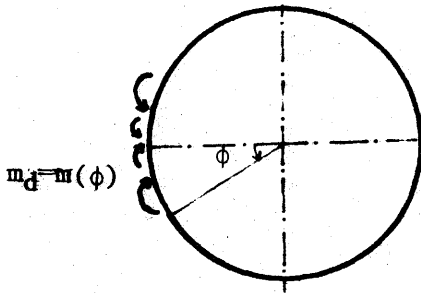
$$a_n = -\frac{p_m a^2}{ZEF\eta(\eta^2 - 1)^2}, \quad nb_n = \frac{p_m a^2}{ZEF\eta(\eta^2 - 1)^2} + \frac{p_m a^2}{EF\eta} \quad (5.48)$$

$$v = \sum \frac{p_m a^2}{EFm^2} \left[\frac{1}{Z(m^2 - 1)^2} + 1 \right] \sin m\phi \quad (5.49)$$

$$w = -\sum \frac{p_m a^2}{ZEFm(m^2 - 1)^2} \cos m\phi \quad (5.50)$$

5.2.3. Çember düzleminde etkiyen dış momentler (Şek.5.8)

Birim uzunlukta çember eksenine gelen kuvvet çifti $m_d = m_m \sin m\phi$ varsayılacaktır.



Şekil 5.8. Çember düzleminde moment

(5.17-20) ifadeleri burdada geçerlidir.

$$\Omega = \int_0^{2\pi} \left(\frac{v}{a} - \frac{dw}{ds} \right) m_d ds \quad (5.51)$$

$$\Omega = (b_n + na_n) \pi m_n$$

Toplam enerjinin minimum olması koşulu kullanılacaktır.

$$\frac{\partial V}{\partial a_\eta} = \frac{\pi EF}{2a} \Sigma [2(a_\eta + \eta b_\eta) + 2Z(\eta^2 - 1)^2 a_\eta] + \eta m_\eta \pi = 0 \quad (5.52)$$

$$\frac{\partial V}{\partial b_\eta} = \frac{\pi EF}{2a} \Sigma [2(a_\eta + \eta b_\eta)] \eta + m_\eta \pi = 0 \quad (5.53)$$

$$a_\eta + \eta b_\eta = \frac{-m_\eta a}{\eta EF} \quad (5.54)$$

(5.54) eşitliği (5.52)'de kullanılırsa a_η elde edilir.

$$a_\eta = -\frac{m_\eta a}{EFZ(\eta^2 - 1)\eta}, \quad b_\eta = \frac{m_\eta a}{\eta^2 EF} \left(\frac{1}{Z(\eta^2 - 1)} - 1 \right) \quad (5.55)$$

(5.55)'deki değerler (5.17-18)'de yerlerine yazılır.

$$w = -\Sigma \frac{m_m a}{EFZ(m^2 - 1)m} \cos m\phi \quad (5.56)$$

$$v = \Sigma \frac{m_m a}{m^2 EF} \left(\frac{1}{Z(m^2 - 1)} - 1 \right) \sin m\phi \quad (5.57)$$

(5.33a)'dan

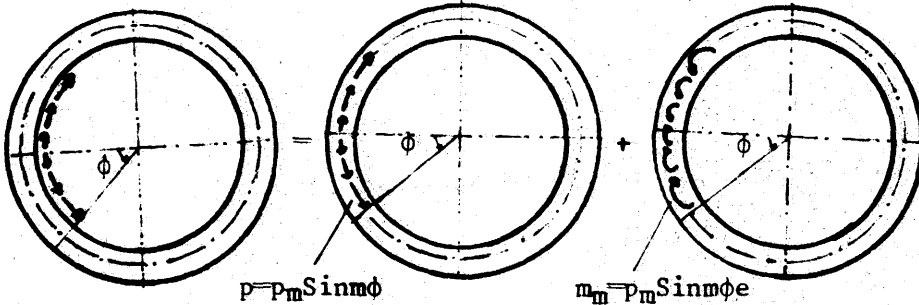
$$N = 0 \quad (5.58)$$

(5.30)'dan

$$M = \Sigma \frac{m_m a}{m} \cos m\phi \quad (5.59)$$

bulunur.

5.2.4. Çember düzleminde etkiyen dışmerkez teğetsel yük



Şekil 5.9. Dışmerkez teğetsel yük

Şekil 5.9'da gösterildiği gibi süperpozisyon ilkesi kullanılarak Böl.5.2.2-3'den elde edilecektir. Süperpozisyon uygulandığında aşağıdaki sonuçlar bulunur.

$$w = \sum \frac{-Pma^3}{EI(m^2-1)^2} (a+e(m^2-1)) \cos m\phi \quad (5.60)$$

$$v = \sum \frac{Pma^2}{Em^2} \left[\frac{a^2}{I(m^2-1)^2} + \frac{1}{F} + \frac{e}{a} \left(\frac{a^2}{I(m^2-1)} - \frac{1}{F} \right) \right] \sin m\phi \quad (5.61)$$

$$M = \sum \frac{Pma}{m} \left(\frac{a}{m^2-1} + e \right) \cos m\phi \quad (5.62)$$

$$N = \sum \frac{mpma}{m^2-1} \cos m\phi \quad (5.63)$$

Burdaki teğetsel yerdeğiştirme (5.61) çember eksenindedir. Eğer şekildeki gibi halka dışmerkez yerleştiriliyorsa kabuk eksenindeki yerdeğiştirmenin bilinmesi gerekir. (çember dışta) Bunun için (5.34a) ifadesi kullanılacaktır.

$$\begin{aligned} \frac{dw}{d\phi} &= \sum \frac{Pma^3}{(m^2-1)^2 EI} (a+e(m^2-1)) \sin m\phi \\ v - \frac{dw}{d\phi} &= \sum \frac{Pma^2}{Em^2} \left[-\frac{a}{I} \left(\frac{a}{m^2-1} + e \right) + \frac{1}{F} \left(1 - \frac{e}{a} \right) \right] \sin m\phi \\ v - \frac{dw}{d\phi} &= \sum \frac{Pma^2}{Em^2} \left\{ \frac{a^2}{I(m^2-1)} \left[\frac{1}{m^2-1} + \frac{2e}{a} + \frac{e^2}{a^2} (m^2-1) \right] + \frac{1}{F} \left(1 - \frac{e}{a} \right)^2 \right\} \sin m\phi \end{aligned} \quad (5.64)$$

Eğer çember içde ise $e = -e$ alınacaktır. Bulunan değerlerde Karşıtlık teoremi (Betti) [22] sağlanmalı, yani radyal yüklerden kabuk ortalama yüzeyindeki teğetsel yerdeğiştirme değeri teğetsel yüklerden ortalama yüzeyindeki radyal yerdeğiştirmeye eşit olmalıdır. (5.34b)'nin (5.60)'a eşitliği bunun sağlandığını göstermektedir.

M.İnan'a göre yalnız radyal yükler için verilen (Böl.5.-2.1) halka ifadeleri diğer tür yüklemeler içinde elde edilmiştir. Bulunan sonuçlar Flügge [7] ile karşılaştırılmış bazı

büyüklikler az da olsa fark etmiştir (Tablo 5.1).

Radyal yük etkisindeki halkada Langhaar'dan [25] enerji yöntemiyle bulunan sonuç İnan'ın [24] çubuk teorisi ile bulunan sonucu aynen vermekte yalnız Flügge'de [7] verilen teğetsel yerdeğiştirme değeri bunlardan çok az değişmektedir.

Teğetsel yük için teğetsel yerdeğiştirme dışında Langhaar, İnan'dan bulunan sonuçlar Flügge'de verilen sonuçları tutmaktadır. Langhaar'dan bulunan teğetsel yerdeğiştirme İnan'dan fark etmekte ve her ikisi Flügge'deki ifadelerden farklı olmaktadır.

Halka düzleminde etkiyen moment yükü Flügge'de verilmiştir. Langhaar, İnan teğetsel yerdeğiştirme dışında aynı sonuçları vermektedir.

Teğetsel yerdeğiştirme (v) için bulunan sonuçların farklı olmasının nedeni yapılan kabullerdir.

$$\text{İnan} \quad v = \int -w d\phi$$

$$\text{Flügge} \quad v = \int \left(-w + \frac{Na}{EF} \right) d\phi$$

$$\text{Langhaar} \quad v = \int \left[\frac{Na}{EF} - w - Z(w + a^2 \ddot{w}) \right] d\phi$$

Teğetsel yerdeğiştirme dışında sonuçlar üç çalışmada aynı olmaktadır.

Halka ifadeleri olarak daha doğru olduğu düşünülen Langhaar'dan bulunan sonuçlar kullanılacaktır.

YÜKLEME	LANGHAAR [25]	İNAN [24]	FLÜGGE [7]
Radyal  $P = P_m \cos \phi$	$w = \frac{P_m a^4}{EI(m^2-1)} 2 \cos \phi$ $v = -\frac{P_m a^4}{EI(m^2-1)} 2 \sin \phi$ $M = -\frac{P_m a^2}{m^2-1} \cos \phi$ $N = -\frac{P_m a^2 \cos \phi}{m^2-1}$	Ayn1 Ayn1 Ayn1 Ayn1	Ayn1 $v = -\frac{P_m a^2}{Em(m^2-1)} \left(\frac{a^2}{I(m^2-1)} + \frac{1}{F} \right) \sin \phi$ Ayn1 Ayn1
Tegetsel  $P = P_m \sin \phi$	$w = -\frac{P_m a^4}{EI(m^2-1)} 2 \cos \phi$ $v = \frac{P_m a^2}{Em^2} \left(\frac{a^2}{I(m^2-1)} 2 + \frac{1}{F} \right) \sin \phi$ $M = \frac{P_m a^2}{m(m^2-1)} \cos \phi$ $N = \frac{m P_m a^2 \cos \phi}{m^2-1}$	Ayn1 $v = \frac{P_m a^4}{m^2(m^2-1)^2 EI} \sin \phi$ Ayn1 Ayn1	Ayn1 $v = -\frac{P_m a^2}{E(m^2-1)} \left(\frac{a^2}{m^2(m^2-1)} + \frac{1}{F} \right) \sin \phi$ Ayn1 Ayn1
Moment  $M = m_m \sin \phi$	$w = -\frac{m_m a^3}{EI(m^2-1)} \cos \phi$ $v = \frac{m_m a^3}{m^2 E} \left(\frac{a^2}{I(m^2-1)} - \frac{1}{F} \right) \sin \phi$ $M = \frac{m_m a}{m} \cos \phi$ $N = 0$	Ayn1 $v = \frac{m_m a^3}{m^2(m^2-1)EI} \sin \phi$ Ayn1 Ayn1	— — — —

Tablo 5.1. Halka çözümleri

BÖLÜM 6

NERVÜRLÜ KABUK ÖRNEKLERİ

6.1. BOYUNA DOĞRULTUDA NERVÜRLÜ KABUKLAR

Şimdiye kadar basit mesnetli kapalı dairesel silindirik kabukta çeşitli içetkileşim (radyal, teğetsel) yükleri altında yerdeğiştirme ve kuvvet bileşkeleri bulundu. Aynı içetkileşim yüklerinin kirişte doğurduğu yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri elde edildi.

Bölüm 3.2'de anlatıldığı biçimde kabuk, kiriş birim deplasman matrisleri kurularak yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri (3.8)'den bulunur.

Boyuna doğrultuda nervürlü anlaşılabilir bir örneğe rastlanılmadığı için karşılaştırılmalı örnek verilememiştir.

6.2. ÇEMBERSEL DOĞRULTUDA NERVÜRLÜ KABUKLAR

Kabuk, çember birim deplasman matrisleri elde edilip Böl.3'deki denklemler ile aranan büyüklükler elde edilir.

6.2.1.Örnek

Kendi düzlemi içinde dengede tekil yükler etkisinde çember sel rijitleştirilen uçları sonsuzda dairesel silindirik kabuğun çözümü aranmıştır (Şek.4.5). Kabukta çift simetri olduğundan 1/8'i ile hesap yapılacaktır.

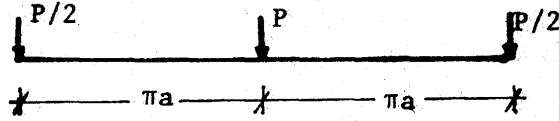
Sistem büyüklükleri

$$a/t=400, (a+e)/a=1,1, \nu=0,3, (a+e)^4/I=160000, (a+e)^2/P=1000 \cdot \pi$$

Dış yük, kolay çözüm elde edilsin diye halkaya etkitil-

* I: Nervür eksenine göre eylemsizlik momenti.

miştir. Halkada dış yükün oluşturduğu yerdeğiştirmeler, iç-etkileşim yüklerinin halkadaki yerdeğiştirmelerinden yararlanılarak elde edilecektir. Bunun için dış yükün Kosinüs serisi gereklidir (Şek.6.1).



Şekil 6.1. Tekil yükün Kosinüs açılımı

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum a_m \cos mx/a + \sum b_m \sin mx/a \quad 2\pi a > x > 0$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{P}{\pi a}, \quad a_m = \frac{2P}{\pi a}, \quad b_m = 0$$

$$P = \frac{P}{\pi a} + \sum \frac{2P}{\pi a} \cos m\phi \quad m=2,4,6,\dots \quad (6.1)$$

Dış yükün halkadaki çökme değeri genliği bir olan iç-etkileşim yükünün doğurduğu çökmenin $\frac{2P}{\pi a}$ ile çarpımlarının toplamı olarak alınır. Sıfırıncı harmonik için çarpım $\frac{P}{\pi a}$ dır. ϕ yük altından ölçülmüştür.

$\frac{e}{t} = 40$ için v 'nin x boyunca değişimi w 'nin x, ϕ boyunca değişimi Tablo 6.1'de ($m=0,2,4,6,8,10$ için) verilmiştir.

x/a	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\phi=45^\circ \frac{v}{f}$	12,84	12,82	12,81	12,79	12,78	12,77	12,75	12,74
$\phi=0 \frac{w}{f}$	22,61	28,57	28,34	28,20	28,07	27,95	27,82	27,69
$\phi=45^\circ \frac{w}{f}$	-0,19	-1,57	-1,55	-1,54	-1,54	-1,53	-1,52	-1,51
$\phi=90^\circ \frac{w}{f}$	-19,61	-24,52	-24,40	-24,36	-24,33	-24,31	-24,28	-24,26

Tablo 6.1.Yerdeğiştirmeler

$e=0$, $\phi=0, \pi/4, \pi/2$ için $\frac{w}{f}$ 'in değışimi (Tab.6.2).

$\phi \backslash \frac{x}{a}$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,9
0	20,82	20,17	20,17	20,15	20,13	20,11	20,05	19,98
$\pi/4$	-0,12	-0,74	-0,73	-0,72	-0,72	-0,72	-0,71	-0,70
$\pi/2$	-17,87	-18,56	-18,56	-18,56	-18,55	-18,55	-18,53	-18,52

Tablo 6.2. $\frac{w}{f}$ 'in değışimi

Sonuçlar [13]'de verilen değerler ile uyusmaktadır.

6.3. BOYUNA VE ÇEMBERSEL DOĞRULTUDA NERVÜRLÜ KABUKLAR

Dış yükün etkidığı nervür ayrılır. Ayrılan nervür ile diğer nervürlü kabuk içetkileşim yükleri altında Böl.4-5'deki ifadeler ile çözülür. Böylece önce bir rijitleştiricili kabuğun içetkileşim yükleri altında çözümü yapılır sonra dış yükün etkitildiği nervür ile birleştirilir.

6.3.1. Örnek

V.N.Khitrov'un [8] yaklaşımlar ile çözdüğü problem burada anlatılan yöntemle çözmeye çalışılacaktır.

Kabuk bir kirişli, bir çemberli, sonlu uzunlukta, basit mesnetli, rijitleştiricilerin kesim noktasında yayılı p yükü etkisindedir (Şek.6.2). Rijitleştiriciler dışmerkez ve kabuk ortalama yüzeyine ($e=0$) yerleştirilerek iki ayrı sonuç verilmiştir.

Sistem büyüklükleri şunlardır ($e=0$).

$$I_1/(b_1 t a^2) = I_2/(b_2 t a^2) = 0,0115$$

$$a/t = 30$$

$$l/a = 1,5$$

$$F/(b_1 t) = A/(b_2 t) = 5,0$$

$$S_1/(b_1 t a) = S_2/(b_2 t a) = 0,0$$

b_1, S_1, I_1 : Çember genişliği, kabuk ortalama yüzeyine teğet eksene göre statik moment, eylemsizlik momenti.

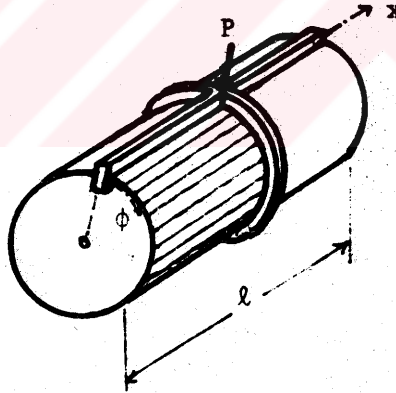
b_2, S_2, I_2 : Kiriş için aynı değerler.

$\xi = \frac{x}{a}$: boyutsuz boyuna koordinat

$\frac{l}{a} > \xi > 0$: x , koordinat merkezi olarak seçilen kabuk kenarından uzaklık.

ϕ , merkezi kiriş ekseni olan boyutsuz dairesel koordinat

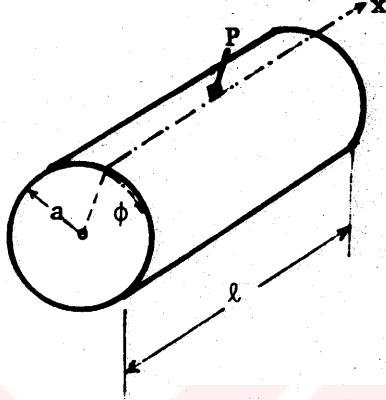
Çalışmada b_1, b_2, ν için bilgi verilmemiştir. $\frac{b_1}{t} = \frac{b_2}{t} = 1,0$ seçilmiştir.



Şekil 6.2. İki doğrultuda nervürlü kabuk

Boyuna ve çembersel simetri olduğundan kabuğun 1/4'ü için çözüm yapılacaktır (Şek.6.2).

Tekil yükün önce izotrop (nervürsüz) kabukta doğurduğu büyüklükler bulunmuştur. Bunun için tekil yükün iki doğrultudaki seri açılımı kullanılmıştır (Şek.6.3).



Şekil 6.3. İzotrop kabuk

$$q(x) = \frac{2P}{l} \sum \sin \frac{n\pi x}{l} \quad n=1,3,5... \quad (6.2)$$

$$g(\phi) = \frac{1}{2\pi a} + \frac{1}{\pi a} \sum \cos m\phi \quad (6.3)$$

$$f(x, \phi) = \sum \frac{P}{\pi a l} + \frac{2P}{\pi a l} \sum \sum \sin \frac{n\pi x}{l} \cos m\phi \quad (6.4)$$

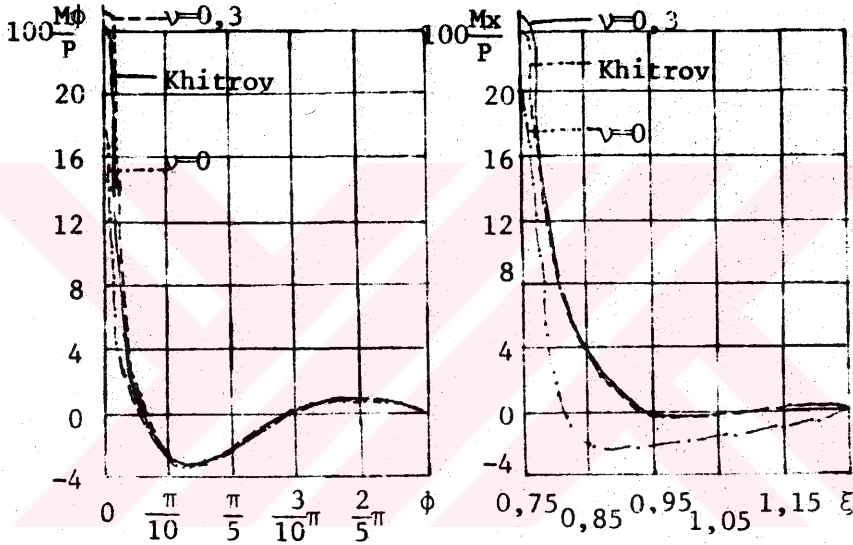
(4.27)'de $p_{r\theta} = f(x, \phi)$ (6.4) yazılarak $\nu=0$, $\nu=0,3$ için çözüm yapıp [8] ile karşılaştırılmıştır ($m \times n = 41 \times 41$).

	$\frac{w}{f}$	$\frac{M_x}{P}$	$\frac{M_\phi}{P}$	$\frac{tN_x}{P}$	$\frac{tN_\phi}{P}$
Khitrov	3102	0,2378	0,2460	0,1513	0,2043
$\nu=0$	-33,22	0,1998	0,1811	-0,1622	-0,2120
$\nu=0,3$	-31,32	0,2565	0,2428	-0,1533	-0,2025

Tablo 6.3. İzotrop kabuk sonuçları

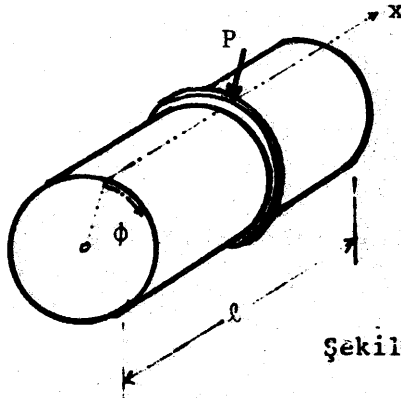
Tab.6.3'den görüldüğü gibi sadece w 'de uyumsuzluk var, o da çalışmada yalnis verilmiş olabilir. Çünkü N_ϕ , N_x , M_ϕ , M_x

büyüklikleri u , v , w cinsinden bulunuyor, yani $N\phi$, N_x , $M\phi$, M_x doğru ise u , v , w doğru olmak zorundadır. Khitrov'daki sonuçlara özellikle $v=0,3$ 'ün uyması örneğimizde belirtilmeyen v 'nün $0,3$ alındığını gösterir. Bu durum M_x 'de daha belirgin olmak üzere bütün büyükliklerde göze çarpar (Şek.6.4).



Şekil 6.4. $M\phi$, M_x 'in çembersel, boyuna değişimi

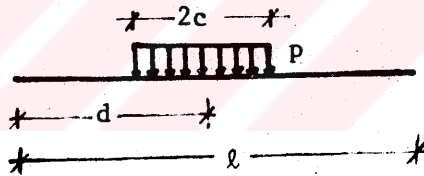
$v=0,3$ alınarak tekil yük etkisinde yalnız çemberle rijitleştirilen kabuk çözümü yapılacaktır (Şek.6.5).



Şekil 6.5.

Burada dış yük, kabuğa etkitilecektir. Çünkü tekil yük etkisinde halka dengede değildir. Bu çözüme benzer örnek uçları sonsuzda kabuk için yapılmış ve doğru sonuçlar elde edilmiştir. Bu, basit mesnetli kabuk için de işlemlerimize güvenilebileceğini gösterir. Bulunan sonuçlar Tab.6.4'de verilmiştir.

Asıl problemimizin (iki doğrultuda nervürlü) çözümünde tekil yükün yalnız boyuna doğrultuda serisi gereklidir. Ayrıca Khitrov'da yapıldığı gibi dış yük nervür (çember) genişliğince yayılı varsayılacaktır. O zaman kısmi yayılı yükün seriye açılmış biçimi kullanılmalıdır (Şek.6.6). Böylece seri yaklaşımının daha süratli olması sağlanmış olur.



Şekil 6.6. Kısmi yayılı yük

$$f(x) = \frac{4p}{\pi} \sum \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi d}{l} \sin \frac{n\pi c}{l} \quad (6.5)$$

Böl.3-4'de anlatıldığı biçimde çözüm yapılacaktır. İçetkileşim yükünün çembersel doğrultuda seriye açınımında (6.3), m 'in her harmoniğinin işlemlere gireceği görülmektedir. $m=0$ ın katkısı $m=2, 3, 4$ 'de yapıldığı gibi sınır koşulu ile işlemlere sokulacaktır.

Sınır koşulları şunlardır (Şek.4.3).

$$\begin{aligned}
 x &= -\frac{\ell}{2} & N\phi x &= 0 \\
 Qx &= \frac{P}{2} \\
 u &= 0 \\
 \dot{w} &= 0
 \end{aligned}$$

Eksenel yerdeğiştirme ve çökme değeri

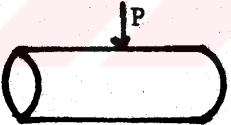
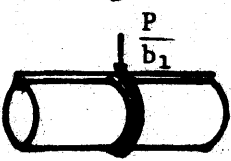
$$w = C_1 \text{Ch}\kappa_1 x / a \sin \mu_1 x / a + C_2 \text{Sh}\kappa_1 x / a \cos \mu_1 x / a \quad (6.6)$$

$$u = A_1 \text{Ch}\kappa_1 x / a \cos \mu_1 x / a + A_2 \text{Sh}\kappa_1 x / a \sin \mu_1 x / a + A_3 \quad (6.7)$$

$$A_3 = -A_1 \text{Ch}\kappa_1 \ell / 2a \cos \mu_1 \ell / 2a - A_2 \text{Sh}\kappa_1 \ell / 2a \sin \mu_1 \ell / 2a \quad (6.8)$$

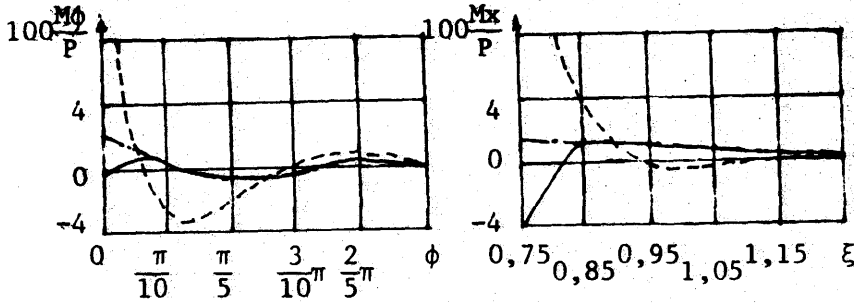
(6.6-8) değerleri ile $m=0$ diğer m harmoniklerinin katkısı gibi gözönüne alınmış olur.

Yükün altında bulunan yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri aşağıda verilmiştir (Tab.6.4). (mxn=4lx4l)

Yerdeğiştirme, Kuvvet bileşkeleri	$\frac{w}{F}$	$\frac{Mx}{P}$	$\frac{M\phi}{P}$	$\frac{tNx}{P}$	$\frac{tN\phi}{P}$
	-31,32 (31,02)	0,257 (0,238)	0,243 (0,245)	-0,153 (0,151)	-0,203 (0,204)
	-11,67	0,035	0,030	-0,065	-0,106
	-9,39 (9,71)	-0,048 (0,015)	-0,000 (0,021)	-0,041 (0,047)	-0,050 (0,062)

Tablo 6.4. Kabuk sonuçları

Parentez içindeki değerler [8]'de verilen sonuçlardır. Görüldüğü gibi yükün altında Mx , $M\phi$ dışında uyum vardır.



Şekil 6.7. $M\phi$, Mx değişimi

İki doğrultuda nervürlü kabuk için $M\phi$, Mx değişimi Şekil 6.7'de gösterilmiştir. Kesik çizgi ile gösterilen izotrop kabuğun $M\phi$, Mx değişimidir, noktalı kesik çizgi Khitrov'un verdiği büyüklüklerdir, sürekli çizgi ise yöntemimizin verdiği sonuçtur. Yükün dışında Khitrov'la uyuşum vardır, yük altında az da olsa farklı sonuç bulunmuştur.

İkinci örnek olarak aynı boyutlara sahip kabuk dışmerkez olarak rijitleştirilmiştir. Kiriş içde ($\frac{e_2}{t} = -3,0$), çember dıştadır ($\frac{e_1}{t} = 3,0$).

Aşağıdaki büyüklükler kullanılmıştır.

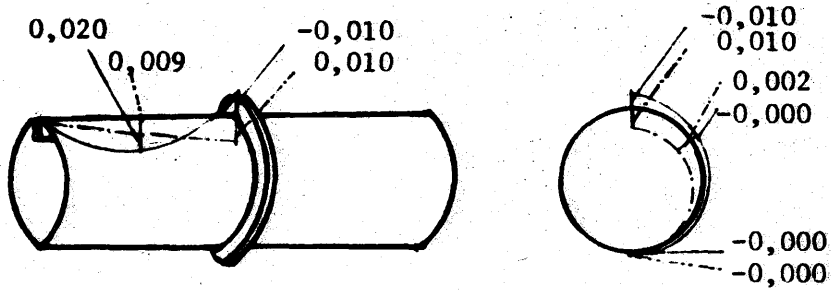
$$\frac{I_1}{b_1 t a^2} = \frac{I_2}{b_2 t a^2} = 0,0615$$

$$\frac{F}{b_1 t} - \frac{A}{b_2 t} = 5,0$$

$$\frac{S_1}{b_1 t a} = 0,5$$

$$\frac{S_2}{b_2 t a} = -0,5$$

$M\phi$ momentinin çeşitli noktalardaki değerleri Şekil 6.8'de gösterilmiştir.



Şekil 6.8. Dışmerkez kabukta $\frac{M}{P}$ değişimi

Şekil 6.8'den yük dışında Khitrov'la uyuşum olduğu, yük altında farklı sonuç bulunduğu görülmektedir.

BÖLÜM 7

ELEKTRONİK HESAP MAKİNASI PROGRAMLARI

7.1. GENEL BİLGİLER

Önceki bölümlerde geliştirilen kapalı dairesel silindirik kabuk programlarının programlama dili FORTRAN IV dür.

*Program uygulamalarında üniversitemizin Burroughs 3700 hesap makinası kullanılmıştır.

Bu programlar yardımıyla,

1- Boyuna doğrultuda rijitleştirilen (kirişli) basit mesnetli, sonsuz uzun dairesel silindirik kabuğun dış yükler altında yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri

2- Çembersel doğrultuda rijitleştirilen (çemberli) basit mesnetli, sonsuz uzun dairesel silindirik kabuğun dış yükler altında yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri

3- Boyuna ve çembersel rijitleştiricili dairesel silindirik kabuğun dış yükler altında benzer statik çözümü yapılabilir.

Rijitleştiricilerin dışmerkez olması durumu programlarda gözönüne alınmıştır. Simetrinin olduğu örneklerde kabuk yarısı yada çembersel doğrultuda kabuk parçası işlemlere kolayca sokulabilir.

Tab.7.1'den görülebileceği gibi MN, MN2 değişkenlerinin değerlerine bağlı olarak rijitleştiricilerin herhangi bir dog-

*Programların geliştirilmesi, uygulanması için İ.T.Ü. Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsü olanaklarından yararlanılmıştır.

rultuda olması durumunda problem çözülebilir.

Rijitleştirme biçimi	MN	MN2
Boyuna doğrultuda rijitleştirilen silindirik kabuk	$MN \neq 0$	$MN2 = 0$
Çembersel doğrultuda rijitleştirilen silindirik kabuk	$MN = 0$	$MN2 \neq 0$
Boyuna, çembersel doğrultuda rijitleştirilen silindirik kabuk	$MN \neq 0$	$MN2 \neq 0$

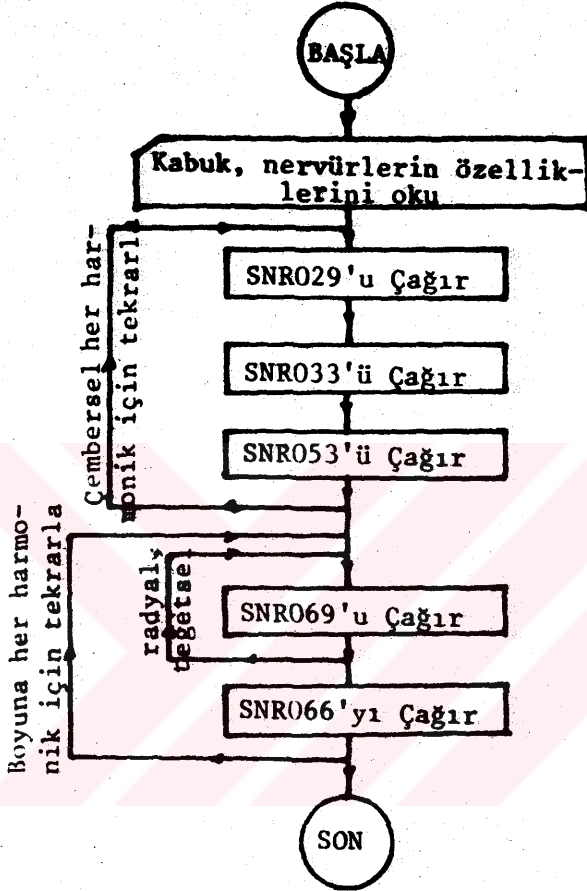
Tablo 7.1. Rijitleştirme biçimini belirleyen sayılar

7.2. PROGRAMIN YAPISI

Ana programın akış diagramı Şek.7.1'de gösterilmiştir. Burdaki alt programların yaptıkları çözümler açıklanacak ve bazılarının akış diagramları verilecektir.

SNR029 : Okutulan kabuk boyutları yardımıyla 4'cü derece (çift sayıda üslü 8. derece) cebrik denklem çözümünü yapar. 4. derece denklem çözümünün kare kökleri alınarak 8. derece denklem çözümü elde edilmiş olur. Kuvvet bileşkeleri, yerdğiştirmeler için gerekli α_j , β_j katsayıları da bu programla elde edilir. α_j , β_j değerleri $A_j = \alpha_j C_j$, $B_j = \beta_j C_j$ olup üç kabuk izdüşüm denkleminin herhangi ikisinde yerine koyarak $C_j = 1$ için α_j , β_j bulunur. α_j 'nin gerçel ve sanal kısımları $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}_2$, $\bar{\alpha}_3$, $\bar{\alpha}_4$, β_j 'nin ise $\bar{\beta}_1$, $\bar{\beta}_2$, $\bar{\beta}_3$, $\bar{\beta}_4$ dır. m,n çembersel, boyuna harmonik olup κ_1 , κ_2 , μ_1 , μ_2 8. derece cebrik denklem köklerinin gerçel ve sanal kısımlarıdır.

SNR033 : Radyal, teğetsel içetkileşim yükü için (çembersel) ayrı ayrı sınır koşullarından bilinmeyenleri elde eder. Kabuğun basit mesnetli yada uçları sonsuzda olması katsayıları

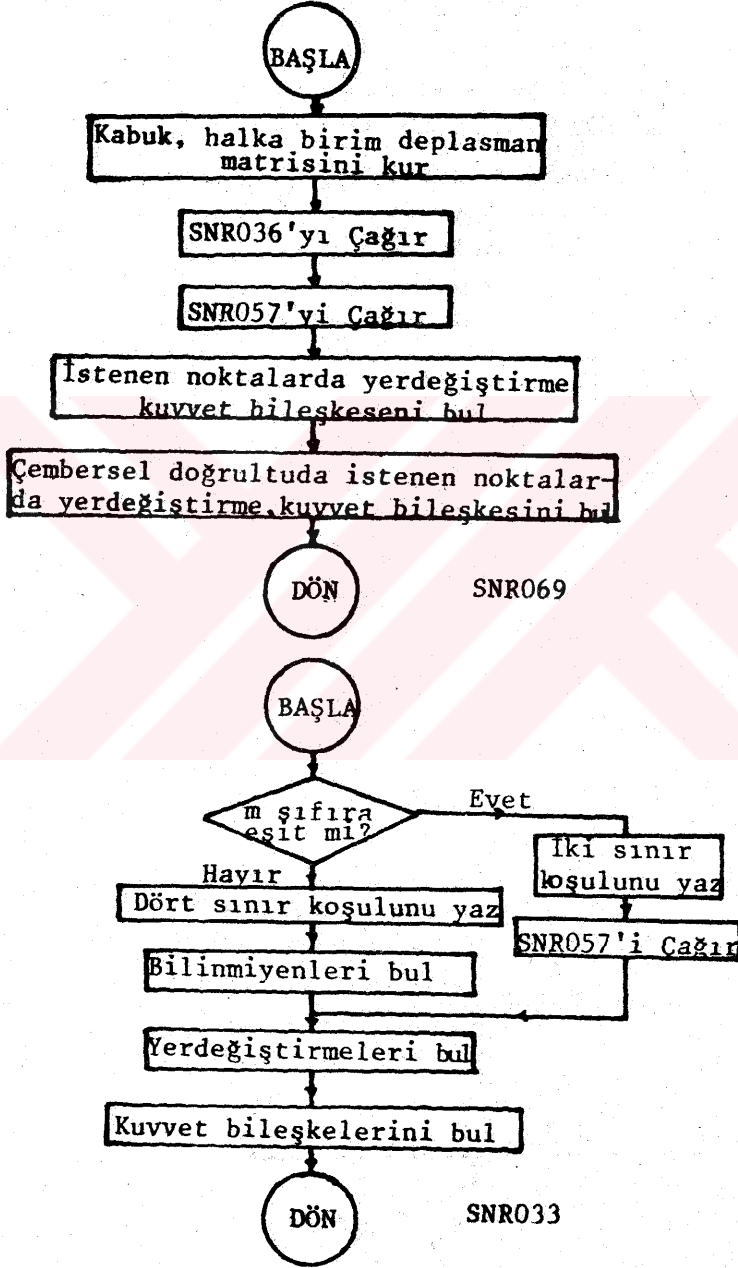


Şekil 7.1. Ana program akış diagramı (SNR060)

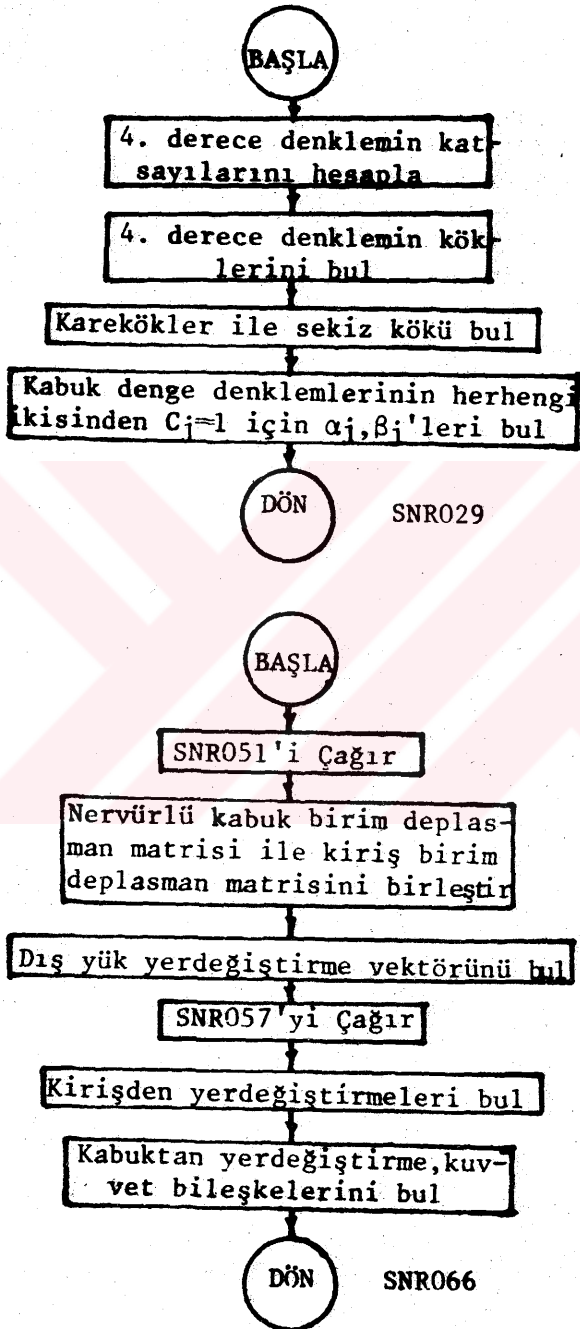
değiştirmes, yalnız trigonometrik çarpımlar yanına hiperbolik çarpımlarda gelir. Bilinmeyenler ile SNR064 çağrılır.

SNR064 : Önceki programlarda sınır koşullarından bulunan bilinmeyenler ile kabukta istenen yerde gerilme, yerdeğiştirme, boyuna ve çembersel moment, kesme kuvvetlerini bulur.

SNR053 : Halkada radyal, teğetsel yükler etkisinde yerdeğiştirmeleri verir.



Şekil 7.2. SNR069, SNR033 alt programları



Şekil 7.3. SNR029, SNR066 alt programları

SNR069 : Kabukta, çembersel içetkileşim yükünden bulunan yerdeğiştirme, kuvvet bileşkeleri halkadaki yerdeğiştirme ile birleştirilip bulunan bilinmiyenler ile nervürlü kabukta içetkileşim dış yükü için gerilme, yerdeğiştirmeleri bulur (Şek.7.2).

SNR036 : Ana ve alt programlarca çağrılır. Kabukta dış yük (radyal, teğetsel) için kabuk denge denklemlerini yazarak yerdeğiştirmeleri bulur. SNR061'i çağırır.

SNR061 : SNR036'da bulunan yerdeğiştirmelerden yararlanıp istenen yerde kuvvet bileşkelerini bulur.

SNR066 : İçetkileşimin dış yük alındığı nervürlü kabuk için bulunan yerdeğiştirme kuvvet bileşkelerini diğer rijitleştirici (kiriş) ile birleştirip verilen dış yük için yerdeğiştirme , kuvvet bileşkelerini elde eder (Şek.7.3).

SNR051 : İçetkileşim yükleri (radyal, teğetsel) etkisinde kirşte yerdeğiştirmeleri bulur. Dış yük için yerdeğiştirmeler, içetkileşim yüklerinin doğurduğu yerdeğiştirmelerden yararlanılarak elde edilebilir. Bunun için dış yük seriye açılır, seri elemanları Sinüs yada Cosinüs fonksiyonlarının toplamı olarak bulunur. İçetkileşim yükleride aynı biçimli fonksiyonlar olduğundan dış yük etkisinde yerdeğiştirmeler kolayca elde edilir.

SNR057 : Cramer'le bilinmiyenleri bulur.

7.3. PROGRAM KULLANILMASI

7.3.1. Uygulama sınırları

Burroughs 3700'de SNR060 programı kullanıldığında boyuna,

çembersel doğrultuda rijitleştirilmiş kabukta çökme, teğetsel yerdeğiştirmenin uygunlukta kullanılması alınacak terim sayısını kısıtlamaktadır. Örneğın $m=41$ terim alındığında program bellekte 250000 Digits yer işgal ederek 12 dakika çalışmaktadır. Eger terim sayısı arttırılmak istense makinanın 500000 Digit'lik belleğı zorlanmakta, ayrıca çok fazla süre almaktadır. Bunlar program uygulamasını olumsuz etkiler. Tek rijitleştiricili kabukta yer işgali ve süre doğal olarak düşer.

7.3.2. Giriş bilgileri

Kabuk özellikleri poisson oranı (ν), elastisite modülü (EE), kabuk yarıçapı (AT), kabuk kalınlığı (ET), kabuk boyu (LA) okutulur. Sonra kiriş özellikleri elastisite modülü (E), kiriş eylemsizlik momenti (EI), kiriş kesiti (F), kiriş dışmerkezliğı (DM), çembere ait büyüklükler elastisite modülü (E2), çember eylemsizlik momenti (I2), çember kesiti (A2), çember dışmerkezliğı (DM2) okutulur.

MN, MN2 : Boyuna, çembersel harmonik sayısı

LS, KB : Boyuna doğrultuda istenen noktaları kontrol eder.

NK : Çembersel doğrultuda çözümü yapılacak kabuk parçasını belirler.

LB : Dış yükün yerini belirler. Dış yük ortada ise kabuk yarı-sı alınacaktır ($LB=2$).

NA : Çembersel doğrultuda çözümü istenen noktaların yerini kontrol eder.

AA : Dış yük yada içetkileşim yükünün seriye açınımindan gelecek katsayı.

Al : Dış yük yada içetkileşim yükünün $m=0$ 'ıncı harmoniğı için

(çembersel doğrultuda) gelen katsayı.

Son iki değer diğerleri gibi okutulmayıp hesaplanmaktadır.

7.3.3. Çıkış bilgileri

Kabuğun, nervürün birim deplasman matrisleri ile bunların toplam matrisleri oluşturulup M_x , M_ϕ , Q_x , u , N_ϕ , N_x , w , Q_ϕ , $N_\phi x$ büyüklükleri kabuk çembersel ve anadoğrusu boyunca elde edilir.

Radyal yerdeğiştirme (w) nervür ve kabuk birim deplasman matrislerinden ayrı ayrı elde edilip kontrol amacıyla yazdırılırlar.

BÖLÜM 8

SONUÇLAR

Nervürlü dairesel silindirik kabukların çözümü nervür, kabuk ayrı düşünülerek elde edilmiştir. Nervürlerin burulması ve kabuk ortalama yüzeyine teğet düzleme göre eğilmesi göz önüne alınmamıştır. Çeşitli tip nervürlü kabuklar için şu özellikler gözlenmiştir.

Çembersel doğrultuda nervülü kabuklar

- 1- Gerilmelerin işareti tamamıyla kabuğun içden yada dıştan çemberle kuvvetlendirilmesine bağlıdır.
- 2- Dışmerkez çember için kabuğun enbüyük çökmesi çemberde oluşmaz. Bu davranışın nedeni eğilme gerilmelerinin etkisindendir.
- 3- Radyal, teğetsel yerdeğiştirme bileşenleri aynı mertebede bulunmuştur.
- 4- Dışmerkezlik değiştirildiğinde radyal yerdeğiştirmelerde önemli değişiklik beklenir.

Boyuna, çembersel doğrultuda nervürlü kabuklar

- 1- Çökme için birkaç terim yeterli iken eğilme momentleri için aynı güvenilirlikli sonuç büyük sayıda terim gerektirmiştir. Çözülen örnekte çökme için 11×11 terim, moment için 41×41 terim yeterlidir.
- 2- Nervür rijitliğinin artması yaklaşım hızını çok az etkiler.
- 3- Tekil yük etkisinde düzgün kabuk çözümü için gerekli terim sayısı nervürlü kabuk çözümü için gerekli terim sayı-

sından fazla olmuştur. Nervür varlığı kabukta gerilme, uzamaların düzenlenmesini önemli ölçüde etkilemektedir. Bu etki nervür rijitliği ile artar.

- 4- Dışmerkez nervürlü kabuk için radyal yerdeğiştirme çember dışında (yük dışında) enbüyük olmuştur.



KAYNAKLAR

- [1] Timoshenko, S. P., Woinowsky-Krieger, S., "Theory of Plates and Shells ", McGraw-Hill. New York, 1959.
- [2] Makeev, E. M., "Transverse Bending of a Reinforced Cylindrical Shell with a View to the Rigidity of Local Insertions", Problemy Prochnosti, No.11, 1978.
- [3] Maksimenko, V. P., "Uniformly Stressed Cylindrical Shell Under the Action of Locally Applied Longitudinal Forces ", Prikladnaya Mekhanika, Vol. 15, No. 12, 1979.
- [4] Dlugach, M. I., "Cylindrical Rib-Reinforced Shell Resting on Semicircles in Intermediate Sections", Prikl. Mekhan., Vol. 16, No. 2, 1980.
- [5] Wang, J. T. S., "Orthogonally Stiffened Cylindrical Shells Subjected to Internal Pressure", AIAA, Vol. 8, No. 3, 1970.
- [6] Novozhilov, V. V., "Thin Shell Theory", P. Noordhoff, Gröningen, Netherlands, 1970.
- [7] Flügge, W., "Stresses in Shells", Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin 1973.
- [8] Khitrov, V. N., "Determination of Strains and Stresses in a Shell Reinforced with Stiffeners in two Directions", Prikl. Mekhan., Vol. 7, No. 1, 1971.
- [9] Galkin, S. I., "Calculation of a Cylindrical Shell Reinforced by Elastic Stiffeners Under the Action of a Concentrated Force", in Proceeding of Plates and Shells, Everanda, 1962.

- [10] Zarutskii, V. A., "On the Analysis of Ribbed Cylindrical Shells Subjected to Arbitrary Loads", Prikl. Mekh., Vol. 2, No. 4, 1966.
- [11] Zarutskii, V. A., Priadko, A. A., "Analysis of Reinforced Shells", Prikl. Mekhan., Vol. 1, No. 7, 1965.
- [12] Fischer, F. J., "Stress Diffusion from Axially Loaded Stiffeners into Cylindrical Shells", Int. J. Solids Structures, Vol. 4, 1968.
- [13] Allentuch, A., Brady, K., Kempner, J., "Long Cylindrical Shell Under Loads Applied to a Reinforcing Ring", AIAA, Vol. 5, No. 10, 1967.
- [14] Vafakos, W. P., "Asymptotic Solution for Infinite Cylinder Reinforced by Radially Loaded Ring", Journal of App. Mech., Vol. 34, No. 1, 1967.
- [15] Allentuch, A., Brady, K., Golub, E., Kempner, J., "Tests of Cylindrical Shell Under Concentrated Loads Applied to a Reinforcing Ring", AIAA, Vol. 9, No. 10, 1971.
- [16] Varvak, A. P., Kal'meier, A. F., "Determination of the Stress-Deformation Pattern of a Sloping Ribbed Shell", Prikl. Mekhan., Vol. 5, No. 9, 1969.
- [17] Andrianov, I. V., Loboda, V. V., Manevich, L. I., "Formulation of Boundary-Value Problems for Simplified Equations of the Theory of Eccentrically Reinforced Cylindrical Shells", Prikl. Mekhan., Vol. 11, No. 7, 1975.
- [18] Zarutskii, V. A., "Using Double Trigonometric Series to

Compute Ribbed Cylindrical Shells", Prikl. Mekhan., Vol. 2, No. 6, 1966.

- [19] Maksimenko, V. P., Fil'shtinskii, L. A., "Transmission of Stresses from Stringer of Variable Stiffness to Reinforced Shell", Prikl. Mekhan., Vol. 12, No. 7, 1976.
- [20] Kaplan, Yu. I., "Axisymmetric Problems for Cylindrical Shells Reinforced with Elastic Stiffeners", Prikl. Mekhan., Vol. 11, No. 6, 1975.
- [21] Roark, R. J., "Formulas for Stress and Strain", McGraw-Hill Book Comp. Inc. New York, 1943.
- [22] Inan, M., "Cisimlerin Mukavemeti", Arı Kitapevi, 1967.
- [23] Timoshenko, S. P., Gere, J. M., "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill Book Comp. Inc. New York, 1961.
- [24] Inan, M., "Elastik Çubukların Genel Teorisi", Berksoy Matbaası, İstanbul, 1966.
- [25] Langhaar, H. L., "Energy Methods in Applied Mechanics", John Wiley and Sons, Inc. New York, 1962.

Bu çalışmayı yöneten ve her zaman büyük desteğini gördüğüm Sayın Hocam Prof. Dr. Nahit KUMBASAR'a, çalışmalarım süresince ilgi ve yardımlarını esirgemeyen Sayın Doç. Dr. Zekâi CELEP'e ayrıca İ.T.Ü. Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsü personeline teşekkürü borç bilirim.