

2258

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ✱ İNŞAAT FAKÜLTESİ

**SINIRLANDIRILMIŞ YOL - HIZ - ZAMAN UZAYINDA
LINEER BİR KATAR SEVİR MODELİ İÇİN
OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN
BELİRLENMESİ**

İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesince
«Doktor»
ünvanının verilmesi için kabul edilen tezdır.

Yük. Müh. Halûk GERÇEK

Tezin Dekanlığa Verildiği Tarih : 20 Mayıs 1977

Tezin Savunulduğu Tarih : 8 Eylül 1977

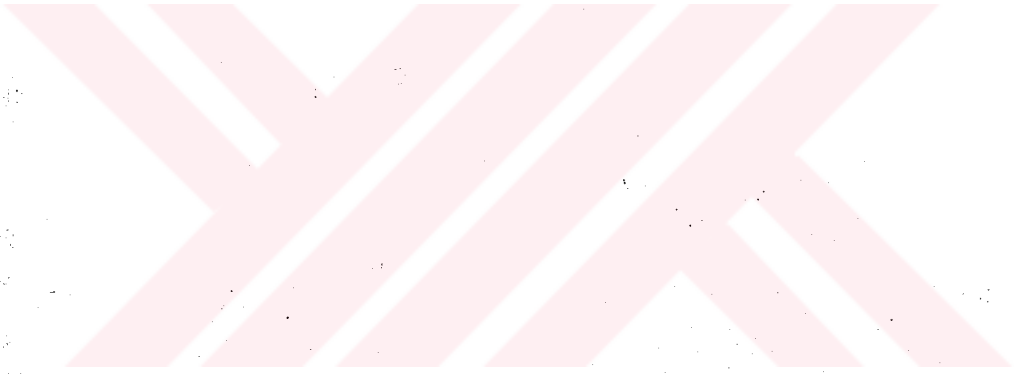
Doktorayı Yöneten Profesör : Prof. Enver BERKMEN

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Faruk UMAR
Prof. Mehmet BOZKURT

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
İNŞAAT FAKÜLTESİ MATBAASI

1 9 7 7

**T. C.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi**



Bana bu çalışmayı yapma olanağı veren, ilgi ve desteğini esirgemeyen Prof. Enver BERKMEN' e, Prof. Mehmet BOZKURT'a, Demiryollar ve Toprak İşleri Kürsüsü'nün tüm üyelerine teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	IX
SUMMARY	XIII
NOTASYONLAR	XXI
BÖLÜM I : Giriş	1
1.1. DEMİRYOLLARDA ENERJİ TÜKETİMİ	3
1.2. ENERJİ TÜKETİMİNİ ETKİLEYEN FAKTÖRLER	3
1.2.1. Yol karakteristikleri	3
1.2.1.1. Boykesit düzeni ve eğim	4
1.2.1.2. Kurbalar ve tüneller	4
1.2.1.3. İstasyonlar	5
1.2.2. Çekim karakteristikleri	6
1.2.2.1. Çekim türü ve çekici aracın gücü	6
1.2.2.2. Hız	8
1.2.2.3. Katar ağırlığı	10
1.2.2.4. Çeken ve çekilen araçların yapısal nitelikleri	11
1.3. DEMİRYOLLARDA ENERJİ OPTİMİZASYONU	
SORUNUNA GENEL BAKIŞ	15
1.4. KATARLARIN ENERJİ OPTİMİZASYONUNDA	
OPTİMAL SÜREÇLER KURAMININ KULLANILMASI	20
1.5. ÇALIŞMANIN AMACI, SINIRLARI ve YÖNTEMİ	24
BÖLÜM II: OPTİMİZASYON YÖNTEMİNİN KURAMSAL İLKELERİ	27
2.1. PONTRYAGIN'ın MAKSİMUM İLKESİ	27
2.2. SINIRLANDIRILMIŞ DURUM UZAYINDA OPTİMİZASYON	27

BÖLÜM III : OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN	
TEMEL DENKLEMLERİ	35
3.1. KATAR SEYİR MODELİNİN SEÇİMİ ve	
PERFORMANS ÖLÇÜSÜNÜN BELİRLENMESİ	35
3.1.1. Çekim ve direnir kuvveti	
bağıntılarının lineerleştirilmesi	36
3.1.2. Lineerleştirilmiş katar	
seyir modelinin diferansiyel	
denklemleri	39
3.1.3. Performans ölçüsünün belir-	
lenmesi	41
3.2. PONTYAGIN'ın MAKSİMUM İLKESİ YAR-	
DIMIYLA OPTİMAL KONTROL DİZİSİNİN	
BELİRLENMESİ	42
3.3. OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN	
ANALİTİK DENKLEMLERİNİN BELİRLENMESİ	44
3.3.1. Regüler çözümler	47
3.3.1.1. Maksimal ivmeyle	
frenleme	48
3.3.1.2. Frenlemeye hazırlık	50
3.3.1.3. Maksimal ivmeyle	
hızlanma	52
3.3.1.4. Minimum süreli yö-	
netim	64
3.3.1.5. $b < 0$ olması duru-	
munda regüler çözümler	70
3.3.2. Singüler çözümler	84
3.3.2.1. $p_2 = 0$ için çözüm	85
3.3.2.2. $p_2 = x_2/u_B$ için çözüm	85
3.3.2.3. Kritik yörünge	98
3.3.2.4. b katsayısının işa-	
retine göre singüler	
çözümlerin ortaya	
çıkma koşulları	104
3.3.3. Hız sınırı üzerinde opti-	
masyon sorunu	112
3.3.3.1. Optimal yörünge-	
nin sınıra değmesi	113
3.3.3.2. Optimal yörünge-	
nin sınır üzerinde iler-	
lemesi	115
3.3.3.3. Optimal yörünge-	
nin izin verilen alana	
sapması	118

BÖLÜM IV: BELİRLİ YOL, ÇEKİM ve İŞLETME KOŞULLARINDA OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN BELİRLENMESİ ve KATARLARIN İŞLETİLMESİNDE UYGULANMASI	127
4.1. $b > 0$ OLMASI DURUMUNDA OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGESİNİN BELİRLENMESİ	130
4.1.1. Minimum seyir süresinin saptanması	130
4.1.2. Kritik sürenin saptanması	133
4.1.3. Optimal yörüngenin belirlenmesi	137
4.2. $b < 0$ OLMASI DURUMUNDA OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGESİNİN BELİRLENMESİ	148
4.2.1. Singüler çözümlerin ortaya çıkması için yol alt sınırının belirlenmesi	149
4.2.2. Kritik sürelerin saptanması	150
4.2.3. Optimal yörüngenin belirlenmesi	155
4.3. OPTİMAL ÇEKİM ENERJİSİNİN HESABI	164
4.3.1. Hızlanma evresinde tüketilen çekim enerjisi	164
4.3.2. Sabit hızla hareket evresinde tüketilen çekim enerjisi	166
4.4. OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN BİLGİSAYARLA BELİRLENMESİ İÇİN GENEL AKIŞ DİYAGRAMI	169
4.5. OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN KATARLARIN İŞLETİLMESİNDE UYGULANMASI	171
4.5.1. Katarların optimal enerjili yönetimi	171
4.5.2. İstasyonlarla ayrılan birbirini izleyen kesimlerden oluşan güzergâhlarda enerji optimizasyonu sorunu	174
BÖLÜM V : SAYISAL UYGULAMALAR	178
5.1. BELİRLİ BİR GÜZERGAH KESİMİ ve SEYİR SÜRESİ İÇİN OPTİMAL YÖRÜNGE	181
5.2. OPTİMAL YÖRÜNGELERİN ve OPTİMAL ENERJİ TÜKETİMİNİN SEYİR SÜRESİYLE DEĞİŞİMİ	183
5.3. OPTİMAL YÖRÜNGELERİN ve OPTİMAL ENERJİ TÜKETİMİNİN EĞİMLE DEĞİŞİMİ	192
5.4. İKİ KESİMLİ BİR GÜZERGAHTA TOPLAM SEYİR SÜRESİNİN OPTİMUM DAĞITIMI	197

VIII

BÖLÜM VI : SONUÇLAR	201
EK I	204
EK II	208
KAYNAKLAR	226
ÖZGEÇMİŞİ	232



ÖZET

Demiryollarda yüksek hızların uygulanmasıyla katarların enerji tüketimleri artmış ve enerji giderleri, üzerlerine dikkatle eğilmeyi gerektirecek boyutlara ulaşmıştır.

Nitelikleri bakımından enerji verimliliği yüksek bir taşın türü olan demiryollarda yolun, diğer sabit tesislerin ve araçların tasarımlarına ilişkin önlemlerin yanı sıra katarların işletilmesiyle ilgili düzenlemeler yardımıyla da önemli ölçüde enerji tasarrufları sağlanabilir.

Bu çalışmada, bir katarın verilen kalkış ve varış istasyonları arasındaki sabit direnimli bir güzergâh kesimi üzerinde önceden belirlenen seyir süresine ve hız kısıtlamasına uyarak, lineer bir seyir modeline göre, minimum çekim enerjisiyle hareketini sağlayan optimal hız yörüngelelerinin belirlenmesi sorunu incelenmiştir.

Çalışma altı bölüm ve iki ekten oluşmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde demiryollarda enerji tüketimine etki eden faktörler gözden geçirilmiş, enerji optimizasyonu konusunda daha önce yapılan çalışmalar ve kullanılan yöntemler açıklanarak çalışmanın amacı ve kapsamı tanımlanmıştır.

İkinci bölümde, incelenen optimizasyon sorununun çözümünde kullanılan Pontryagin'in Maksimum İlkesi'nin temel bağıntıları verilmiştir.

Ayrıca, çalışmada kontrol değişkeni olarak alınan çekim kuvvetinin hıza bağlı olması nedeniyle, sınırlandırılmış durum uzayında optimizasyon sorunu için Ichikawa ve Tamura tarafından verilen "süreklilik" ve "sapma" koşullarını tanımlayan matematik bağıntıların değiştirilmesi gerekmektedir.

Üçüncü bölümde optimal enerjili hız yörüngelerinin belirlenmesi için gerekli bağıntılar çıkarılmıştır.

Bunun için, öncelikle çekim ve direnimsel kuvvetleri için hıza göre lineer bağıntılar kullanılarak, t_f öngörülen seyir süresi olmak üzere lineerleştirilmiş katar seyir modelinin $T = t_f - t$ "geri zamanı" na bağlı diferansiyel denklemleri verilmiş ve seyir sırasında tüketilen çekim enerjisini gösteren performans ölçüsü belirlenmiştir.

Daha sonra Pontryagin'in Maksimum İlkesi'ne göre Hamilton fonksiyonunu maksimum yapan optimal kontrol dizisi elde edilmiştir.

Optimal kontrol değişkeninin herbir değerine optimal yörüngenin bir evresi karşı gelmektedir. Lineer katar seyir modelinin diferansiyel denklem takımının belirlenen optimal kontrol dizisine göre çözümüyle, önce, maksimal ivmeyle hızlanma, frenlemeye hazırlık ve maksimal ivmeyle frenleme evrelerinden oluşan üç evreli optimal "regüler" yörüngelerin parametrik denklemleri elde edilmiş; daha sonra sabit hızla hareket evresine karşı gelen "singüler çözüm" ün ortaya çıkması koşulları incelenerek, maksimal ivmeyle hızlanma ve frenlemeye hazırlık evreleri arasında sabit hızla hareket evresini içeren dört evreli optimal "singüler yörüngeler" in parametrik denklemleri çıkarılmıştır.

Bölümün sonunda, hız sınırına ulaşan ve $x_2 = V_m$ sınırı boyunca ilerledikten sonra yeniden izin verilen V_m alana sapan geri zamanlı optimal yörüngeler, Bölüm II de tanımlanan "süreklilik" ve "sapma" koşulları yardımıyla incelenerek parametrik denklemleri çıkarılmıştır.

Geri zamanlı optimal yörüngelerin maksimal ivmeyle hızlanma evreleri iki bölümde incelenmiştir.

Hızlanma evresine karşı gelen u_{max} optimal kontrolü; geçiş hızının altında aderans çekim kuvvetine, üstünde ise lineerleştirilmiş çekim kuvveti-hız bağıntısına göre belirlenmiştir. Böylece, sabit direnimsel ve istasyonlar arasındaki uzaklıkları büyük olan güzergâh kesimlerinde geçiş hızının üstünde seyreden katarlar için de geçerli olan optimal yörüngeler elde edilebilmektedir.

Dördüncü bölümde, yol, çekim ve işletme koşullarına bağlı olarak optimal yörüngelerin belirlenmesi için uygulanacak işlemler dizisi açıklanmıştır. Bu amaçla lineerleştirilmiş özgül direnım kuvveti bağıntısındaki b katsayısının işaretine, istasyonlar arasındaki uzaklığa ve seyir süresine göre ortaya çıkabilecek tüm durumlar incelenmiştir. Bu durumların herbirinde optimal yörüngelerin karakteristik değerlerinin ve optimal enerji tüketiminin hesaplanmasını sağlayan bir bilgisayar programının temelini oluşturan bir genel akış diyagramı verilmiştir.

Bölümün sonunda katarların optimal enerjili işletilmesi sorunu ana çizgileriyle incelenmiştir.

Sayısal uygulamalar beşinci bölümde toplanmıştır. Bu bölümde; optimal yörünge yerine aynı seyir süresine karşı gelen değişik yörüngelerin izlenmesi durumunda enerji tüketimindeki artışlar, optimal yörüngelerin ve optimal enerji tüketiminin seyir süresi ve eğimle değişimi incelenmiş ve iki kesimden oluşan bir güzergâh üzerinde seyir süresinin kesimlere optimal dağıtımını sorunu sayısal olarak irdelenmiştir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar son bölümde özetlenmiştir.

Çekim ve direnım kuvveti bağıntılarının lineerleştirilmesi konusundaki sayısal incelemeler ve kullanılan regresyon programı Ek I de, Bölüm IV de verilen genel akış diyagramı temel alınarak hazırlanan, optimal yörüngelerin karakteristik değerlerini ve optimal enerji tüketimini hesaplayan bilgisayar programı ise Ek II de verilmiştir.

SUMMARY

Railways are inherently more efficient than other modes of transport in terms of energy consumption. Many factors, such as steel wheels on steel rails, low gradients, mass transport facilities for freight and passenger traffic, etc. contribute substantially to a high operating efficiency in energy terms.

The ratio of the energy to total operating costs, which did not amount a large number at the beginning of the last decade, has been clearly increased by the use of high speeds and it deserves a careful consideration.

Detailed studies done on the energy consumption have shown that the energy economies which the railways themselves can make in their internal operations, are not negligible at all.

In this work the problem of determining the optimal speed trajectory (optimum speed program, optimum speed schedule) which minimizes the traction energy of a train is studied. It is considered that the train runs on a track portion having a constant slope and a constant maximum speed limit between two adjacent stations in a specified running time.

The work consists of six main sections and two appendices :

In the first section, primarily, the factors affecting energy consumption on railways, are examined. These factors are the characteristics of the track, traction and the constructional features of the vehicles.

Secondly, works concerning the optimization of energy on railways are analyzed and, the aim as well as the extent of the study is explained.

Part of the research done on this subject is based on empirical data and experimental results.

In the research, based on the mathematical theory of optimal processes, two approaches are used :

- Dynamic Programming.
- Pontryagin's Maximum Principle.

Although the dynamic programming approach gives a general numerical solution including all kinds of constraints, it also brings some difficulties concerning the use of computers.

Pontryagin's Maximum Principle is used to obtain analytically the optimal controls in forms of open and closed-loops for the linearized running models of trains.

In the previous studies carried out by means of Maximum Principle, the running models of trains are rather simplified in order to obtain the solution of problem easily. One of the detailed studies in this field belongs to Horn. In his work the tractive effort at the rim of drivers, being independent of the speed, is assumed to be constant; because of this particularity the optimal control law stated by Horn is valid only for commuter and underground trains. Since on the main lines the distance between two successive stations is usually large, generally trains run over their transition speeds which indicate the adhesion limits of the tractive effort curves versus speed and in some cases, they even reach their maximum speeds. However, in this study the available tractive effort, which is in reality represented by a second order function of the speed over the adhesion limit, is taken into account as a linear function of the speed. In the same way, a linear relation is used for the specific train resistance. Thus, the optimal trajectories, which are also valid for the trains running over the transition speed, on the track portions having constant slope between two successive stations can be determined.

By examined the tractive effort-speed curves of the electrical trains and locomotives it is demonstrated that the tractive effort at the rim of drivers over the adhesion limit can be linearized with a sufficient correlation.

In the second section, Pontryagin's Maximum Principle, which is used in this study, is defined by its basic equations.

It is assumed that the speed of train is restricted by a maximum speed limit, V_m , for a station-to-station run, so that the three dimensional state space in which the speed trajectories lie has a boundary.

In the bounded state space, the optimal trajectories on the boundary are determined with the aid of two conditions given by Ichikawa and Tamura as "continuity condition" and "branch-off condition".

In this study, the tractive effort taken as a control variable is not independent of the speed, therefore the mathematical equations of the above mentioned conditions are developed according to this fact.

In the third section, the fundamental equations determining the optimal speed trajectories are set up. The differential equations related to the backward time, $T = t_f - t$, where t_f is specified running time, of the linearized running model of train are given and the performance measurement representing the consumed traction energy during a station-to-station run is determined. Then the optimal controls which maximize Hamiltonien

$$H(\underline{p}, \underline{x}, \underline{u}) = \sum_{i=1}^n p_i f_i(\underline{x}, \underline{u}) - f_0(\underline{x}, \underline{u})$$

are obtained according to the Pontryagin's Maximum Principle. Where $\underline{x}, \underline{u}, \underline{p}$ respectively, are the state, control and supplementary vectors.

The solutions corresponding to the optimal controls, $u^* = -1, 0$ and $u_{\max}$, are called "regular" solutions.

Optimal regular backward time trajectories emanating from terminal point (origin) at the time $T = 0$ ($t = t_f$) consist of three regimes :

- braking with maximum allowable effort.
- coasting
- accelerating with maximum available tractive effort

By solving the differential equations of the linear running model according to the above optimal regular controls, the parametrical equations of these trajectories are obtained as

$$x_1 = f_1(T, T_1, T_2)$$

$$x_2 = f_2(T, T_1, T_2)$$

T_1 and T_2 are the times where the control variable changes sign.

The solutions corresponding to

$$u^* = [-1, 0] \quad \text{for} \quad p_2 = 0$$

$$u^* = [0, u_{\max}] \quad \text{for} \quad p_2 = x_2/u_B$$

controls, are "singular" solutions. There is no practical meaning of the first singular solution. The singular solution, $p_2 = x_2/u_B$, corresponds to the regime of running with constant speed. Thus the optimal singular backward time trajectories consist of the following four regimes :

- braking with maximum allowable effort
- coasting
- running with constant speed
- accelerating with maximum available tractive effort

The trajectory, consisting of three regimes, that satisfies the singular solution, $p_2 = x_2/u_B$, only at the time $T = T_s$ is called "critical trajectory". T_s is the time where the optimal control changes from $u^* = -1$ to $u^* = (ax_{2s} + b)/u_B$. Optimal trajectories above the critical trajectory are regular and under the critical trajectory are singular. Then the critical trajectory is a boundary between the optimal regular and singular trajectories.

At the end of section, the optimal backward time trajectories reaching the maximum speed limit, continuing on the boundary, V_m , and moving into the admissible region are examined by means of continuity and branch-off conditions and their parametrical equations are set up.

The acceleration with maximum available traction is studied in two separate sections :

Under the transition speed the optimal control, u , corresponding to the acceleration regime is equal to the u^{max} , adhesive tractive effort and beyond the transition speed it is defined by the linearized tractive effort-speed function.

In the fourth section, the solution processes used for the determination of optimal trajectories subject to track, traction and operational conditions are explained in details. All of the cases that may occur subject to the sign of coefficient, b , of linearized specific train resistance, to the distance between the stations and to the running time are studied.

In order to determine the position of optimal trajectory on the distance-speed (x_1, x_2) plane for a given track portion it is necessary to calculate the critical

XVIII

time separating the optimal regular and singular trajectories.

A critical trajectory always occurs on the up graded tracks. On the other hand for occurrence of the critical trajectories and therefore the singular solutions on the down graded tracks, the distance between the successive stations should be larger than a lower limit determined by the grade.

The solution processes used for determining optimal trajectories are summarized in a flow-chart.

At the end of section the principles of operating the trains with minimum traction energy are briefly explained.

Numerical examples are given in the fifth section. First, the increase in energy consumption in case of using different trajectories corresponding to the same running time, instead of optimal trajectory, is analyzed; then variations of the optimal trajectories and of the optimal energy consumption subject to the running time and to the grade are discussed. Finally, the graphical solution of the problem of optimal distribution of specified running time to the sections on a two-portioned track is numerically verified.

The analysis of the variation of optimal energy consumption subject to the running time shows that it is possible to save a considerable amount of energy by small increases of the running time of high-speed trains. This important result points out that the relationship between the time saving and the energy consumption should be carefully examined and the high speeds on the railways should be restricted by economically determined limits.

The results obtained are presented in the last section.

XIX

The numerical examples and the regression program used for the linearization of tractive effort and of train resistance are given in Appendix I. A computer program calculating the characteristics of optimal trajectories and the optimal energy consumption is developed on the basis of the flow-chart given in the fourth section and it is presented in Appendix II.



NOTASYONLAR

E, e	enerji tüketimi
f	birim enerji tüketiminin ortalama seyir hızına göre esnekliği
r	geri kazanma (rejenerasyon) oranı
$\tilde{x}$	durum vektörü
x_1	yol değişkeni
x_2	hız değişkeni
t	zaman değişkeni
T	geri zamanlı hız yörüngesinde zaman değişkeni
u	kontrol vektörü
u^*	optimal kontrol
$\tilde{p}$	yardımcı değişken vektörü
μ_1, μ_2	yardımcı değişken vektörü bileşenlerinin belirsiz uç değerleri
H	Hamilton fonksiyonu
G	katar ağırlığı
ξ	kütle faktörü
Z	bandaj çekim kuvveti
Z_a	aderans çekim kuvveti

F_B	maksimum fren kuvveti
M, N	lineerleştirilmiş çekim kuvveti bağıntısı katsayıları
A, B	lineerleştirilmiş özgül direnime kuvveti bağıntısı katsayıları
u_T, u_B	birim katar kütlesi başına maksimum çekim ve fren kuvvetleri
ω_o	özgül katar direnimi
s	eğim
γ_h, γ_f	maksimum hızlanma ve frenleme ivmeleri
V_g	geçiş hızı
V_m	sınır hızı
V_u	minimum süreli yörüngenin tepe hızı
x_{2s}	şingüler yörüngenin sabit hızı
x_a	istasyonlar arasındaki uzaklık
x_{kr}	kritik uzaklık
t_f	seyir süresi
t_{min}	minimum seyir süresi
t_{kr}	kritik süre
T_d	negatif eğimli güzergâhlarda şingüler çözümlerin ortaya çıkması için zaman alt sınırı
x_d	negatif eğimli güzergâhlarda şingüler çözümlerin ortaya çıkması için yol alt sınırı

BÖLÜM I

G İ R İ Ş

Enerji kullanımı, nicelik ve niteliği ile ulusların gelişme düzeylerinin en önemli göstergelerinden biridir. Uluslar zenginleştikçe, halkın gönenci arttıkça kullanılan enerji hem nicel olarak artar, hem de daha çağdaş türlere yönelir. Ekonomik gelişme, kalkınmanın gerektirdiği enerjinin zamanında, yeterli ölçüde, ucuz olarak sağlanmasına ve ülke ekonomisine en yararlı biçimde kullanılmasına bağlıdır.

Son yıllarda, petrol sorunu ile ortaya çıkan enerji bunalımı karşısında birçok ülke, değişik kesimlerdeki enerji harcamalarını yeniden gözden geçirerek kısıtlı enerji kaynaklarını en verimli biçimde kullanma yollarını ararken, büyük ölçüde enerji-daha çok petrol- tüketicisi olan ulaştırma kesimi öncelikle önem kazandı. Ulaştırma uzmanları, gelecekte çok daha etkili sorunlarla karşılaşmamak için, kendi ulaştırma sistemlerinde enerji verimliliğini arttıracak çözümler aramak gereğini duydular.

Ulaştırma/enerji ilişkilerinde ana özellik, belirli bir taşın işinin değişik taşın türleriyle (demiryolu, karayolu, hava, deniz ve akarsu ulaşımı, borulu taşın) yapılması durumunda enerji tüketiminde görülen niceliksel ayrımdır. Taşın türlerinin yapısal ve işletme niteliklerinden doğan bu ayrım, bunların değişik oranlarda kullanılmasıyla oluşan ulaşım sisteminin ekonomik yapısını da etkiler. Bu açıdan bakıldığında, çelik raylar üzerinde çelik tekerlekli araçların hareketiyle, oldukça küçük bir sürtünme direnimine sahip olan ve gerek yolcu, gerekse yük taşınmada kitlesel taşın olanağı veren demiryolları enerji verimliliği çok yüksek bir taşın türüdür [1,2,3,4].

Genel plânda ulaşım/enerji verimi yüksek bileşimlere gitmenin yanında, taşın türlerinin kendi içlerinde yapılacak düzenlemelerle de küçümsenmiyecek enerji tasarrufu sağlanabilir.

Demiryollarında enerji maliyeti, toplam işletme giderleri içersinde büyük bir oran tutmamakla birlikte mutlak değer olarak giderek artmakta ve üzerine dikkatle eğilmeyi gerektirmektedir.¹

Demiryolu ulaşımında enerji tasarrufu amacıyla yapılabilecek düzenlemelerin bir bölümü yolun, diğer sabit tesislerin ya da çeken ve çekilen araçların tasarımlarıyla, diğer bölümü ise doğrudan doğruya katarların işletilmesiyle ilgilidir. Burada, işletmeye ilişkin düzenlemeler deyimi ile mevcut bir demiryolu üzerinde, mevcut tesisler ve araçlarla belirli bir trafiği taşıırken enerji tüketimini azaltmak amacıyla işletici tarafından yapılabilecek düzenlemeler belirtilmektedir.

Bu çalışmanın asıl konusunu oluşturan ve enerji tasarrufu amacıyla işletici tarafından yapılabilecek düzenlemelerin en önemlisi olan, "katarların optimal enerjili hız yörüngelerinin belirlenmesi" sorunu dışında kalan, demiryollarda enerji tasarrufuna yönelik, diğer önlemler Bölüm 1.2 de kısaca gözden geçirilecektir.

-
- 1) 1973 yılında, "London Transport" demiryollarında toplam işletme giderleri içersinde enerji maliyetinin oranı %11 olarak saptanmıştır [16]. Federal Alman Demiryollarında ET 403 ototreninden ve elektrikli E 103 lokomotifleri tarafından çekilen dört vagonluk bir diziden, 160 ve 200 km/sa hızları için, elde edilen sonuçlar enerji maliyetinin toplam çekim giderlerinin %8.4 ile %10.2 si arasında değiştiğini göstermektedir [15]. 1969 yılında, SCNF de elde edilen sonuçlara göre toplam çekim giderleri içersinde enerji maliyetinin payı elektrikli çekimde %27, dizelli çekimde %15 olmuştur [17,18]

1.1. DEMİRYOLLARDA ENERJİ TÜKETİMİ

Çekim türü ne olursa olsun katarların seyir sırasındaki enerji tüketimleri başlıca iki bölümde incelenebilir :

1. Çekim enerjisi,
2. Yardımcı birimlerin enerji tüketimi.

Enerji tüketiminin ana ögesini, katarların hareketi sırasında çekici aracın-ya da ototrenin- motris tekerlek çevresindeki çekim kuvvetinin yaptığı çekim işi oluşturur. Çekim enerjisi, katarı durma anından belirli bir hıza ivmelendirme, sabit bir hızla hareketi sürdürme ya da seyir sırasında daha yüksek hızlara çıkma evrelerinde tüketilir. Hızlanma evrelerinde yapılan iş kinetik enerjiye dönüşür.

Tekerlek çevresindeki mekanik işe karşı gelen kaynaktaki enerji tüketimini elde edebilmek için, çekim türüne bağlı olarak, enerji kaynağı ile tekerlek çevresi arasındaki kayıpları hesaba katmak gerekir.

Katarların ısıtma, aydınlatma, havalandırma v.b.gereksinmelerini karşılamak için tüketilen enerjiler çok sayıda nedene bağlı olarak değiştiğinden genellikle uygun ortalama değerlerle hesaba katılırlar ve önceden belirlenmiş bir seyir süresi için sabit kabul edilebilirler [5,26].

1.2. ENERJİ TÜKETİMİNİ ETKİLEYEN FAKTÖRLER

Enerji tüketimini etkileyen faktörler çok ve değişiktir. Bunların bir bölümü kısmen ya da tümüyle işletici tarafından kontrol edilebilir; bazıları ise işleticinin kontrolü dışındadır. Bu faktörler başlıca üç bölümde toplanabilir :

1.2.1. Yol karakteristikleri

Boykesit düzeni ve eğim, kurbalar, tüneller, istasyonların sayısı ve yol boyunca dağılımı gibi faktörler bu bölüme sokulabilir.

İşletilmekte olan bir demiryolunda yolun kendisi, işleticinin kontrolü dışındaki faktörlere girer; fakat yeni yapılacak güzergâhların tasarımları sırasında yol karakteristiklerinde, arazi ve trafik koşullarının olanak verdiği ölçüde, değişiklikler yaparak enerji tüketimini azaltacak çözümler elde edilebilir [4]. Bu amaçla yol karakteristikleri üzerinde yapılabilecek düzenlemelerin ana çizgisini, harekete karşı koyan direnimlerin azaltılması oluşturur.

1.2.1.1. Boykesit düzeni ve eğim

Eğim direnimi, eğimin dikliği ile doğru orantılıdır. Katarın hareketi yönünde pozitif bir s (%) eğimi, harekete karşı yönde s kg/ton luk bir direnim doğurur. İniş eğimleri ise kuşkusuz harekete yardımcı bir kuvvet oluştururlar. Tasarımı yapılan güzergâhlarda, düzenli bir işletme olanakları sağlayan "sabit direnim" ilkesine uyulmak istenir [6]. Eğimin işaret değiştirdiği topoğrafik zorunlu noktalar arasında çok eğim yerine tek eğim uygulamanın ve boykesiti, olanakların elverdiği ölçüde, daha fazla eş direnimli kesimlerden oluşturmanın çekim işini azalttığı kanıtlanmıştır [7].

Gerçekte, güzergâhların değişik eğimli iniş ve çıkış kesimlerinden oluşmasına ve bunların dağılımının enerji tüketimi üzerinde farklı etkiler yapmasına karşın güzergâh eğiminin sabit alınması durumunda enerji tüketimiyle eğim arasında hemen hemen lineer bir bağıntı bulunduğu gösterilmiştir [41].

1.2.1.2. Kurbalar ve tüneller

Kurbalarda ortaya çıkan direnimler değişik nedenlere bağlıdır ve kurba yarıçapıyla ters orantılı olarak değişir [9].

Tünellerde, katarlar bir hava kolonu içersinde hareket ettiklerinden hava direnimi açık havadaki seyirden daha fazladır ve bu sırada tüketilen enerji, direnimle orantılı olarak artar. Bunun değeri, tünelin ve katarın uzunluğuna,

katarın aerodinamik yapısına, tünel ve katar kesitleri arasındaki orana ve tünel duvarlarının przllg gibi faktörlere bağlıdır[9]. Bundan başka kurba ve tünellerin, bazı durumlarda katarların hız kısıtlamalarını gerektirmeleri bakımından da enerji tüketimi üzerinde olumsuz etkileri vardır. Bununla birlikte eş direnimli kesimlerden oluşan güzergâhlarda kurba ve tünellerde ortaya çıkan ek direnimler, bu kesimlerde eğimin düşürülmesiyle giderilebilmektedir.

1.2.1.3. İstasyonlar

%100 verimli geri kazanmalı (regenerative) frenler kullanılmadıkça, genel bir kural olarak, güzergâh üzerinde istasyon sayısının artmasının, katarların duruş ve kalkışlarının sıklaşması nedeniyle, enerji tüketimini arttırdığı söylenebilir. Böyle güzergâhlarda, katarların enerji tüketimlerinde önemli ekonomi sağlayan "sırt istasyonları"ndan kısaca söz etmek gerekir.

Sırt istasyonları, hızlı transit/metro sistemlerinde uzun süredir kullanılmaktadır. İstasyona giriş ve çıkıştaki yüksek çıkış ve iniş eğimleri, dizinin ivmelendirme ve frenlemesinde yerçekimi ivmesinden yararlanılmasına olanak vererek çekim ve fren kuvvetinde ekonomi sağlamaktadır.

Bu tür istasyonlar, gerçekten, yeraltı demiryolu sistemlerinde çok yaygındır. Çünkü gerekli düzey değişiklikleri, yeraltında, pahalı mühendislik işleri yapılmaksızın gerçekleştirilebilir; fakat bu ilke, aynı zamanda, yer üstü demiryollarına da uygulanabilir. Ancak, sırt istasyonlarına yaklaşım eğimlerinin katarların, aderans çekim kuvvetlerine göre, harekete geçmelerine olanak veren eğim sınırını aşmaları gerekir.

Geri kazanmalı frenlerin kullanıldığı yerler dışında sırt istasyonlarının önemli oranda enerji tutumu sağladığı kesin olarak saptanmıştır [4].

1.2.2. Çekim karakteristikleri

Çekim türü, çekici aracın gücü, hız, katar ağırlığı, çeken ve çekilen araçların yapısal nitelikleri bu bölümde düşünülebilir.

1.2.2.1. Çekim türü ve çekici aracın gücü

Katarın hareketi sırasında doğrudan doğruya çekici aracın-ya da ototrenin- motris tekerlek çevresinde elde edilen çekim kuvvetinin yaptığı iş enerji tüketimine temel alındığında, enerjinin minimizasyonu üzerinde çekim türünün bir etkisi yoktur. Çekimin buharlı, dizelli ya da elektrikli olması, bu durumda, kaynaktaki enerji tüketimini etkiler.

Güç, enerji tüketiminin bir göstergesidir. Lokomotifin bandaj gücü ile motris tekerlek çevresindeki çekim kuvveti ve katarın hızı arasında, k bir katsayı olmak üzere,

$$N = \frac{Z.V}{k} \quad (1.1)$$

biçiminde bir bağıntı vardır¹⁾. Bir katarın T seyir süresindeki enerji tüketimi

$$E = \int_0^T N \cdot dt \quad (1.2)$$

biçiminde belirlenebilir.

1) Z (kg), V (km/sa) olmak üzere $N(Bb)$ için $k=270$, $N(kW)$ için $k=367$ olur.

Buharlı ve dizelli çekimde güç, çekici aracın kendi üzerindeki bir enerji kaynağından elde edildiğinden tekerlek çevresi ile enerji kaynağı arasındaki toplam verim, çekici aracın kendi iç kayıplarına bağlıdır.

Elektrikli çekimde ise güç, çekici araca -ya da ototrene- kendi dışındaki termik ya da hidro-elektrik bir enerji üretim merkezinden geldiğinden toplam verim, çekici aracın kendi verimi ile birlikte enerji kaynağından araca dek oluşan kayıpları da içerir. Dış enerji kaynağının kapasitesi çok yüksek olabileceğinden, çekici araç tarafından uygulanabilecek maksimum güç, motoris tekerleklerle ray arasındaki adezyon, çekim motorunun ısınması ve güç iletim düzeninin verimiyle sınırlıdır [19].

Elektrikli çekimde, katener gerilimi de enerji tüketimini etkiler. Ancak, Japonya'da doğru akımlı hatlar üzerinde yapılan deneyler katener gerilimindeki küçük değişikliklerin enerji tüketiminde önemli etkiler yapmadığını göstermiştir [41].

Toplam verim, buharlı lokomotiflerde 0.06-0.08 dolayındadır ve en çok 0.12 ye çıkabilmektedir. Bununla birlikte, günümüzde, dünyanın pek çok ülkesinde 30.000 kadar buharlı lokomotif düzenli olarak çalışmakta olduğundan, bunların verimlerini arttırmak için yapılan araştırmalar son yirmi yıldır aralıksız sürdürülmektedir.¹

- 1) Bunlar arasında en önemlisi, bugün buharlı lokomotiflerde geniş ölçüde kullanılmaya başlanan, Dr. Giesl tarafından geliştirilen ve kendi adıyla anılan "Giesl püskürtücü"dür. Yüksek vakumlu püskürtücü pompası ilkesine göre çalışan ve duman kutusu içine boylamasına yerleştirilen yedi pompadan oluşan bu aygıt, kızgın buhar destekleyicisi denilen bir yardımcıyla birlikte kullanıldığında geleceksel ekzost düzenlerinden doğan güç kayıplarını azaltarak %20'nin üstünde yakıt ekonomisi sağlamaktadır [10].

Dizel lokomotiflerde toplam verimin 0.25-0.35 arasında değişmesine karşılık elektrikli çekimde bu değer 0.15-0.25 dolayındadır ve elektriğin hidro-elektrik santrallarda üretilmesi halinde 0.50 ye varabilmektedir [2,11].

1.2.2.2. Hız

Hız, işletici tarafından kontrol edilebilen ve enerji tüketimine egemen olan önemli bir faktördür. Yüksek hızların ortaya çıkması, birim taşın işi başına daha fazla enerji tüketimine neden olmuş ve bugüne dek çekim giderleri içersinde, göreceli olarak, büyük bir yer tutmayan enerji maliyeti önem kazanmıştır.

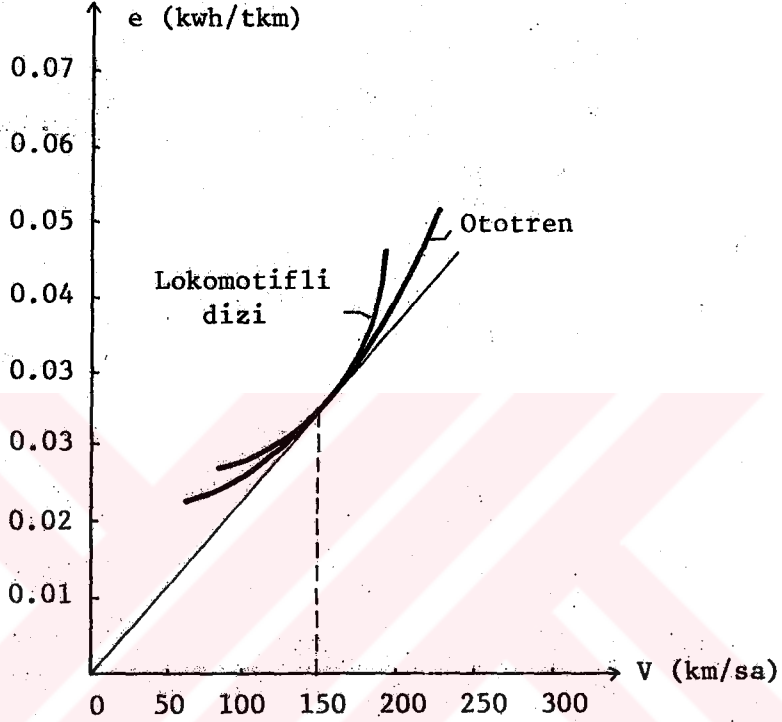
Katarların seyir hızlarının artmasıyla enerji tüketiminde görülen artış, kısmen katarları daha yüksek hızlara ivmelendirmek için gerekli kinetik enerjiden, fakat daha çok hızın karesiyle orantılı olarak artan hava direniminden ileri gelmektedir. Bunun sonucu olarak, enerji tüketimi de hızın karesiyle orantılı biçimde artmakta ve ortalama seyir hızına bağlı olarak birim enerji tüketimini gösteren eğrilerin karakteristik yapısı Şekil 1.1 de görüldüğü gibi olmaktadır [9,15,17,20].

Görüldüğü gibi, birim enerji tüketiminin hıza bölümünü belirten e/V oranı, küçük hızlarda hız arttıkça azalmakta, ortalama seyir hızının belirli bir V_k değeri için minimum olmakta ve bundan daha büyük hızlarda giderek artmaktadır.

Birim enerji tüketiminin ortalama seyir hızına göre esnekliği açısından da V_k hızının özel bir yeri vardır.(1.3)

$$f = \frac{\frac{\Delta e}{e}}{\frac{\Delta V}{V}} \quad (1.3)$$

bağıntısıyla belirlenen esneklik V_k hızında 1 e eşit olmakta, diğer bir deyimle ancak bu hız değeri için hızdaki artış oranı enerji tüketimindeki artış oranına eşit olmaktadır.



Şekil 1.1

Daha büyük hızlarda ise, $f > 1$ olduğundan, enerji tüketimindeki artış oranı hızdaki artış oranına göre hızlı biçimde büyümektedir.¹

- 1) Bu açıdan bakıldığında, ototrenlerin ve lokomotif tarafından çekilen dizilerin eğrileri farklı esnekliktedir. Lokomotif tarafından çekilen dizide birim enerji tüketiminin, değme noktasından sonra küçük bir hız aralığı içerisinde önemli ölçüde artmasına karşılık ototrende bu eğri, teğete daha yakın biçimde yayılmıştır [20].

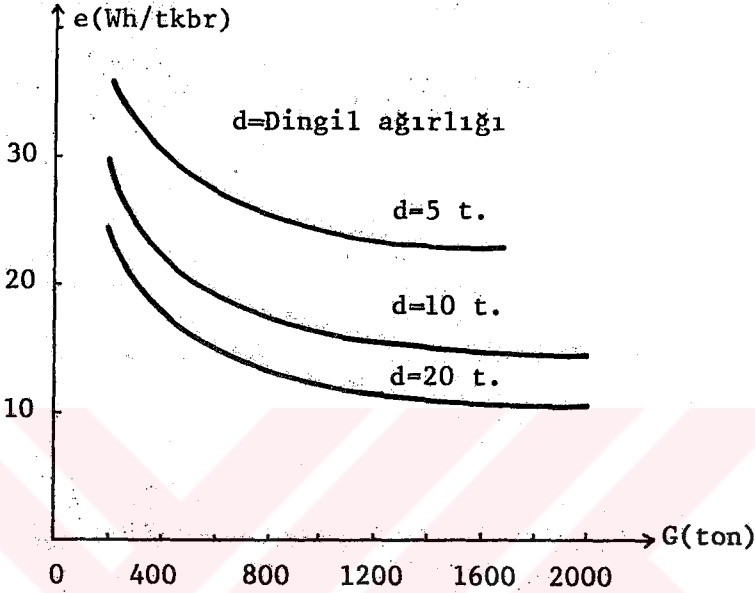
Öte yandan, ortalama seyir hızının arttırılmasıyla kazanılan seyir zamanı yüzdesi giderek azalmaktadır. Örneğin 1 km lik birim bir güzergâh kesimi üzerinde hızın 50 km/sa ten 100, 150 ve 200 km/sa te çıkarılması durumlarında $\Delta V = 50$ km/sa lik sabit hız artımlarına karşı gelen seyir zamanındaki azalma yüzdeleri sırasıyla %50, 33 ve 25 olmaktadır |20|.

Yüksek hızlara gidildikçe seyir zamanı kazancının azalmasına karşılık enerji tüketiminin belirli bir hız değerinden sonra hızla artması, enerji sorunu karşısında, demiryollarda hızların sürekli artışına uygun sınırlar konulmasını gerekli kılmaktadır.

1.2.2.3. Katar ağırlığı

Belirli bir dingil yükü için katar ağırlığının artması, çekilen yük birimi başına enerji tüketimini azaltmaktadır. Ancak, kataara yeni vagonların eklenmesiyle direnimler de arttığından, belirli bir değerden sonra katar ağırlığı ne denli arttırılırsa arttırılsın birim enerji tüketiminde önemli bir değişiklik olmamaktadır. Japonya'da 59 km lik elektrikli bir hat kesimi üzerinde, 250-500 tonluk katarlarla yapılan deneyler birim yük başına enerji tüketiminin sabit kaldığını göstermiştir |41|.

Buna karşılık, dingil sayısı değiştirilmeksizin araçların uzunluklarını arttırarak, diğer bir deyimle dingil başına düşen yükü büyülterek, çekilen ağırlık birimi başına yuvarlanma direnimini azaltmak ve önemli ölçüde enerji tasarruf etmek olasıdır |15|. Şekil 1.2, 25 kV-50 Hz monofaze akımlı elektrikli çekimde, katar ağırlığı ve dingil yüküne bağlı olarak ikincil (tâli) merkezlerin yüksek gerilim girişindeki birim enerji tüketimini göstermektedir |17|.



Şekil 1.2

1.2.2.4. Çeken ve çekilen araçların yapısal nitelikleri

a) Ağırlık

Çeken ve çekilen araçların yapısal nitelikleriyle ilgili olarak ilk akla gelen faktör ağırlıktır. Araç ağırlıklarının fazla oluşu, harekete karşı koyan direnimi arttıracığından, çekilen birim faydalı yük başına daha fazla enerji tüketilmesine neden olur. Öte yandan ağırlıkların azaltılması, araçların tasarımları sırasında hem hafif ağırlıklı geçrelerin kullanılmasını hem de daha karmaşık yapım tekniklerini gerektirdiğinden yapım maliyetinin büyümesine yol açmaktadır [4, 12].

b) Aerodinamik yapı

Demiryollarda yüksek hızların uygulanmasıyla hızın karesiyle orantılı olarak artan hava direnimi¹ enerji tüke-

1) Yapılan deneyler, bu bağıntının, istenen doğruluk derecesine bağlı olarak, ses hızının 0.3-0.5 katına dek geçerli olduğunu göstermiştir [9].

timini etkileyen ana faktörlerden biri olmuştur. Aeorodina mik baş ve kuyruk yapısı, düzgün tavan ve gövde yanları, gövde yüzeyinin dışındaki öğelerin olabildiğince azaltılması ve vagonlar arasında uygun yapısal düzenlemelerle hava direnimini belirli ölçüde azaltmak olasıdır [9,15].

c) Elektrikli frenler

Elektrikli frenler, frenleme sırasında sürtünme nedeniyle ısıya dönüşerek kaybolan enerjinin bir bölümünün yeniden kullanılmasına olanak verdiklerinden, enerji tasarrufu bakımından oldukça önemlidirler. Hareket sırasında katarlarda biriktirilmiş enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren, böylece fren çarıkları ve tekerleklerin ısınmasını ve sürtünme nedeniyle aşınmalarını azaltan elektrikli frenler başlıca iki türdür :

Dinamik fren ya da reostatik fren diye bilinen ilkinde tekerleklerdeki mekanik enerji, motorlar jeneratör olarak çalıştırılarak, elektrik enerjisine dönüştürülür ve bu akım dirençlerden geçirilerek ısıya çevrilir [19]. Reostatik frenleme ile kinetik enerjinin herhangi bir bölümünü yerine koyma olanağı yoktur. Ancak, dirençlerde üretilen ısı, katarların ısıtma gereksinimlerini karşılamakta kullanılabilir. Böylece, ısıtma amacıyla hattan daha az enerji çekileceğinden dolayı biçimde enerji tasarrufu sağlanmış olur¹[4].

Geri kazanmalı (regenerative) fren denilen ikinci fren türünde ise frenleme sırasında, motorlar yine jeneratör olarak çalıştırılarak, elde edilen elektrik enerjisi diğer katarlar tarafından kullanılmak üzere katener ya da üçüncü ray bağlantısıyla şebekeye geri verilebilir. Ancak bunun uygulanabilmesi, katenerin "alma kapasitesine" büyük ölçüde bağlıdır ve bu da katener gerilimindeki değişimler-

1) Yemek vagonlarını da içermek üzere yolcu vagonlarının enerji gereksinimlerinin tek merkezden karşılanması, her vagonda bulunan dönüştürücü kayıplarını ortadan kaldırdığı gibi bataryaların gerekli kapasitelerinde ve dolaylı olarak araçların kütlesinde azalma sağlar [15].

le belirlenir. Bu nedenle, geri kazanmalı fren sistemiyle frenleme enerjisinin tümünün geri alınması olanaksızdır. Elektrikli fren devresindeki kesiciler, katenerin alma kapasitesinin bir ölçüsü olan, ani gerilim değişimlerine yerince uyamazlar. Katenerin alma kapasitesinden en iyi biçimde yararlanabilmek için geri kazanmalı ve reostatik frenleme türlerinin birinden diğerine hızlı biçimde geçme olanakları veren daha geliştirilmiş kesici donatıları kullanılır.

Geri kazanma (rejenerasyon) oranı

$$r = \frac{W_r}{W_t} \cdot 100 (\%) \quad (1.4)$$

bağıntısıyla tanımlanır. Burada W_r frenleme sırasında şebekeye geri verilen enerji, W_t ise geri kazanmalı frenleme dışındaki tüm seyir sırasında çekilen toplam enerjidir. Böylece katar tarafından tüketilen enerji $W_t - W_r$ olur.

İngiltere ve İsveç'te yapılan ölçümler, bu oranın %20-32 arasında değiştiğini ve geri kazanmalı frenleme ile ortalama olarak %25 dolayında enerji tasarrufu sağlanabildiğini göstermiştir [14, 21].

Elektrikli çekimde, frenleme enerjisini yeniden kazanmak amacıyla, geri kazanmalı ve reostatik frenler dışında, fren enerjisinin katar üzerindeki bir volan (flywheel) ya da bataryada depolanması gibi bazı çözümler de düşünülmüştür. Ancak bunlar, pek çok sorunları da birlikte getirdiklerinden, henüz yaygın biçimde kullanılma aşamasına gelmemişlerdir. Örneğin, fren enerjisini depolayan volanların

- 1) Eğer katener, herhangi bir anda, tüm enerjiyi alamıyorsa fren kesicisi, motor akımının bir bölümünün reostatik fren dirençlerinden geçmesini sağlar. Katenerin durumu daha yüksek düzeyde bir rejenerasyona izin verdiğinde dirençlerden geçen akım buna uygun olarak azaltılır. Böylece katenerin alma kapasitesi, her an, mümkün olan en yüksek düzeyde kullanılmış olur.

araçların üzerinde yapılması, araç ağırlıklarının ve maliyetin artmasına neden olmaktadır [21].

d) Tristor kullanımı

Elektrikli çekimde enerji tasarrufuna olanak veren diğer bir aygıt "tristor" (thyristor)lardır.

Elektrikli lokomotiflerde güç dönüşümü için tristorların kullanılmaya başlanması asıl amacı, enerji tasarrufu olmamıştır. Bakımın azalması, hareketli parçaların ortadan kalkmasıyla sağlanan yüksek güvenlik, motor akımının basamaksız değişimi sonucu adezyondan daha iyi yararlanılması gibi etkenler tristor kullanımını çekici kılmıştır.

Adezyonun daha iyi kullanılmasıyla tristorlu lokomotiflerle daha ağır katarlar çekilebilmekte ve çekilen yük birimi başına tüketilen enerji azalmaktadır. Avusturya Federal Demiryollarında, 1043 sınıf tristorlu lokomotifler kullanılarak, geleneksel elektrikli lokomotiflere göre %4-5 dolayında enerji tasarruf edilmiştir [14].

Doğru akımlı (dc) çekimde enerji tasarrufu daha büyük olmaktadır. Kesici kontrollü tristorlu bir katarla, kesicinin hem gerilim hem de akım transformatörü olarak çalışması nedeniyle motorlara sağlanan gerilim, sürekli olarak, kayıplar en az olacak biçimde değiştirilebilmekte ve böylece hızlanma evrelerindeki kayıplar ortadan kalkmaktadır. Tasarruf edilebilen enerji oranı, belirli bir çalışma süresindeki kalkışların, yani istasyonların sayısı ile artmaktadır [4,14].

Elektrikli demiryollarda, tristorların diğer bir kullanma alanı ikincil merkezlerdir (substation). Tristorların ikincil merkezlerde frekans değiştiricisi olarak kullanılmasıyla, işletme türüne bağlı olarak, çok geniş sınırlar içinde değişen bir enerji tutumu sağlamak olanağı vardır. Döner tip frekans değiştiriciler yerine tristorlu statik tip değiştiricilerin uygulamaya sokulması ilk kez 1970 yılında SJ (İsveç Demiryolları) tarafından gerçekleştirilmiştir. Enerji tasarrufu açısından statik değiştirici, daha yük-

sek bir verim üstünlüğüne sahiptir. Eşdeğer bir döner frekans değiştiricisine göre çok daha kısa bir sürede çalışmaya başlayabilmekte, ikincil merkez yükünün azalması durumunda devreden çıkarılarak, yüke bağlı olarak, otomatik biçimde yeniden bağlanabilmektedir. Doğrudan doğruya katenerlere güç sağlayan bir ikincil merkezde statik değiştiricilerin kullanılması, bu nedenle, güç kaybında önemli tasarruf sağlar. 30 MVA lık bir ikincil merkezin, 3x10 MVA lık döner ya da 2 x 15 MVA lık statik frekans değiştiricileriyle donatılması durumlarında ortaya çıkan değiştirici kayıpları SJ (İsveç Demiryolları) tarafından incelenmiş ve statik değiştiricilerin kullanılmasıyla %30-40 dolayında enerji tasarruf edilebildiği anlaşılmıştır [14].

Buraya dek özetlenmeye çalışıldığı gibi elektrikli çekimde tristor donanımı konusundaki gelişmeler ve geri kazanmalı/reostatik fren sistemlerinin kullanılması önemli ölçüde enerji tasarrufuna olanak vermektedir. Ancak bunların yükledikleri ek yatırım giderleri, gelecekteki enerji tasarruflarıyla karşılanmak zorundadır ve bu nedenle henüz yaygın biçimde uygulamaya sokulmamışlardır. Enerji fiyatlarındaki hızlı artış, hiç kuşkusuz, bu alandaki çalışmaların geliştirilerek yakın bir dönemde bu tür donanımların daha ucuza üretilmesini ve geniş ölçüde kullanılmasını gerekli kılacaktır.

1.3. DEMİRYOLLARDA ENERJİ OPTİMİZASYONU SORUNUNA GENEL BAKIŞ

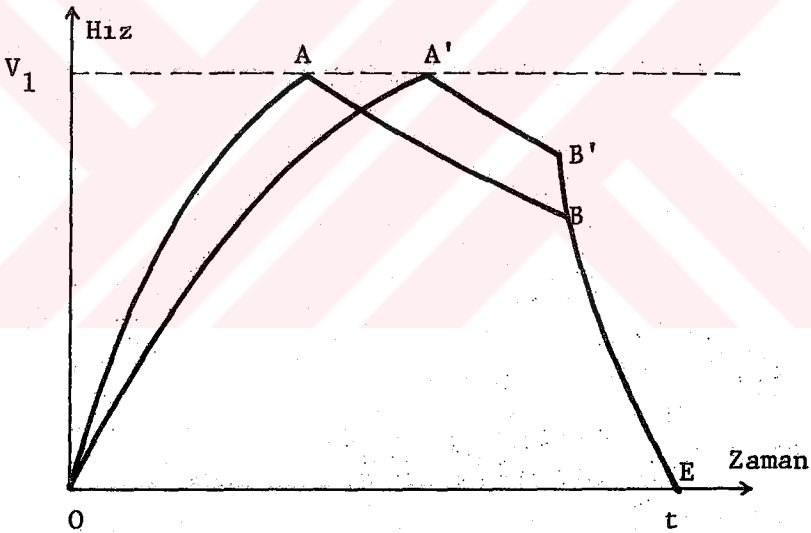
"Karakteristikleri verilmiş bir demiryolu kesimi üzerinde bir katarın, önceden belirlenen seyir süresine uyarak, minimum enerji tüketimiyle hareketini sağlayan yönetim türünün ("mode de conduite" [15,23], "mode of operation" [26]) belirlenmesi", biçiminde tanımlanabilen enerji optimizasyonu sorunu, öteden beri bilimsel araştırmalara konu olmuştur.¹ Bu, hem soruna gösterilen ilgiden hem de genel ve tam

1) İki durak noktası arasında katarın, optimal enerjili yönetimi için "la conduite économique" ya da "la conduite rationnelle" [24] gibi tanımlamalar kullanılmıştır.

bir çözüm elde etmekteki güçlükten ileri gelmektedir.

Kullanılan yöntemler bakımından bu çalışmalar başlıca üç bölümde toplanabilir :

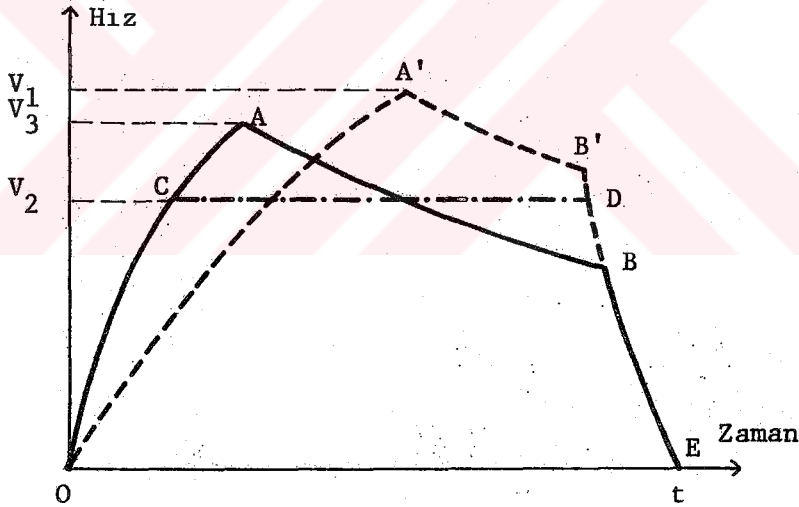
1. Araştırmaların önemli bir bölümü görgül (ampirik) bilgilere ya da deneysel verilere dayanmaktadır. Bunların sonucunda, bir katarın iki durak noktası arasında minimal enerjili seyrinin maksimal ivmeyle hızlanma, frenlemeye hazırlık (çekim ve fren kuvveti uygulanmıyor) ve maksimal ivmeyle frenleme evrelerinden oluştuğu anlaşılmıştır¹ |4,22, 23, 24 |.



Şekil 1.3

- 1) Bu konuda H.Amos (Demokratik Alman Cumhuriyeti, 1970), S. Lehmann (Federal Almanya, 1968), K.Vollenwyder (Federal Almanya, 1972) ve M.Dobrowa-Bajon (Polonya, 1972) nin de çalışmaları olmuştur |32|.

Şekil 1.3 de, hız-zaman düzleminde gösterilen iki yönetim türünde de toplam seyir süresi ve durak aralığı (eğriler altındaki alanlar), diğer bir deyimle ortalama seyir hızı aynıdır. Ancak $OA'B'E$ ile gösterilen hız-zaman yörüngesi yerine daha yüksek ivme ile hızlanmaya karşı gelen $OABE$ yönetiminin uygulanması durumunda daha az çekim enerjisi tüketilmektedir. Hızlanmanın, her iki yönetimde de, aynı maksimal hız değerinde bitmesine karşın ivmenin yüksekliği nedeniyle $OABE$ yönetiminde hızlanma ve frenleme evreleri daha kısa, buna karşılık frenlemeye hazırlık evresi daha uzun olmaktadır. Frenlemeye hazırlık evresinde hareket, katarde hızlanma sırasında biriken kinetik enerjiyle sağlandığından bu yönetimde, kinetik enerjiden daha uzun süre yararlanılmakta ve frenleme sırasında kaybolan enerji azalmaktadır.



Şekil 1.4

Katarın daha yüksek bir ivme ile V_1 den daha küçük bir V_2 maksimal hızına hızlandırılmasıyla gerçekleştirilen OCDE yönetiminde de, aynı seyir süresi ve durak aralığına karşı gelen, $OA'B'E$ yönetimine göre enerji ekonomisi sağlanabilir. Bu durumda frenlemeye başlangıç hızı V_{f2} olur

(Şekil 1.4). Ancak OCDE ve OABE yönetimleri karşılaştırıldığında, hızlanma ivmelerinin eşit olmasına karşın, daha yüksek bir maksimal hıza hızlandırılan (V_3) ve frenlemeye hazırlık evresini içeren OABE yönetiminin enerji tüketimi açısından daha ekonomik olduğu görülür. Böylece, aynı seyir süresi ve durak aralığına karşı gelen üç yönetim türü içinde, frenlemeye başlangıç hızı en düşük olan OABE yönetimi minimal enerjili olmaktadır [23].

L.De Koranyi, iki durak arasındaki güzergâh kesimi boyunca farklı hız sınırlarının bulunması durumunda yinelenen hızlanmalardan kaçınmakla çekim enerjisinden tasarruf sağlanabileceğini göstermiştir [22]. Koranyi'ye göre de minimal enerjili yönetim, maksimal ivmeyle hızlanma ve frenleme evreleri arasındaki, frenlemeye hazırlık evresinin olabildiğince uzatılmasıyla elde edilir.

Bu çalışmalarla ortaya konan, üç evreden oluşan, optimal yönetim hız kısıtlamalarının bulunduğu güzergâh kesimlerinde geçerli olmamaktadır. Ayrıca, frenlemeye hazırlık evresinin başlangıç ve bitim noktalarına ait (Şekil 1.3 ve 1.4 de A ve B noktaları) hız, zaman ve yol büyüklüklerinin hesaplanması için bir çözüm verilmemiştir.

2. F. Di Majo da, yine, çekici aracın -ya da ototrenin- motris tekerlek bandajında yapılan çekim işini gözönüne alarak minimal enerjili seyir grafiklerinin elde edilmesi için grafik bir çözüm önermiştir [25].

Majo, iki durak arası için verilen seyir süresinin gerekli minimal süreden büyük olması durumunda, katar kütlesi başına, tekerlek bandajındaki birim enerji tüketiminin zamana göre

$$-\frac{de}{dt} = W_e \left(\frac{\text{watt}}{\text{kg}}, \frac{\text{kWh}}{\text{ton.sa}} \right) \quad (1.5)$$

türevinden yola çıkmakta, m_e (liret/kWh) kWh fiyatı, m_t (liret/yolcu.sa) bir yolcunun saatlik zaman kazancı değeri olmak üzere

$$-\frac{de}{dt} \cdot \frac{m_e}{m_t} = 1 \quad (1.6)$$

eşitliğine karşı gelen W_e değerini "taşının ekonomik sınırının gücü" olarak tanımlamaktadır.¹ Bu eşitliğin gerçekleşmesi durumunda, seyir süresinin 1 saat kısalmasıyla, yolcunun zaman kazancı değeri, artan enerji tüketiminin parasal değerine eşit olmaktadır. Diğer bir deyimle, sürenin daha fazla kısalması durumunda enerji maliyetindeki artış, yolcunun zaman kazancı değerinden daha büyük olmaktadır. Örneğin bir yolcunun saatlik zaman kazancı değeri 600 lîret, kWh fiyatı 20 lîret ise ekonomik sınıra ait güç

$$-\frac{de}{dt} = W_e = 30 \quad (\text{watt/kg})$$

olacaktır.

Majo, basitleştirici bazı varsayımlarla, belirli bir W_e ekonomik gücü için minimal enerjili seyir grafiklerinin maksimal ivmeyle hızlanma, sabit hızla hareket, frenlemeye hazırlık ve frenleme evrelerinden oluştuğunu kanıtlamış; bu W_e gücü ve direnım eğrileri yardımıyla, verilen bir katar, güzergâh kesimi ve seyir süresi için hız kısıtlamalarını da gözönüne alarak minimal enerjili yol-hız eğrilerinin V_r rejim hızıyla V_f frenlemeye başlangıç hızlarını belirleyen grafik bir yöntem ortaya konmuştur. Burada, duraklar arasındaki seyir süresi, öngörülen ekonomik güce göre $-\frac{de}{dt}$ türev

1) Bir yolcu başına 1 tonluk katar kütesinin taşındığı varsayılmaktadır.

eğrisi yardımıyla önceden belirlenmekte ve küçük durak aralarında sabit hızla hareket evresi ortaya çıkmamaktadır.

3. Optimal süreçler kuramı, katarların optimal enerjili seyir programlarının belirlenmesi için 1965 yılında kullanılmaya başlanmıştır. Bu amaçla iki ayrı yöntem uygulanmıştır :

- Dinamik Programlama [27].
- Pontryagin'in Maksimum İlkesi [28].

N.Inada, dinamik programlama yardımıyla katarların optimal enerjili seyir programlarının sayısal hesap makineleleriyle hesaplanmasını sağlayan bir çözüm ortaya koymuştur¹ [26].

Hareketli bir sistemde belirli bir performans ölçüsünü minimum kılan optimal kontrol dizisinin bulunmasının kuramsal temelini oluşturan Pontryagin'in Maksimum İlkesi'nin katarların optimal enerjili kontrolü sorununa uygulanması ise J.F.Coales (İngiltere, 1965), V.G.Schmidt (Federal Almanya, 1969), K.Ichikawa (Japonya, 1968), J.Sedaj (Sovyetler Birliği, 1971) ve P.Horn (Demokratik Alman Cumhuriyeti, 1974) tarafından gerçekleştirilmiştir.

1.4. KATARLARIN ENERJİ OPTİMİZASYONUNDA OPTİMAL SÜREÇLER KURAMININ KULLANILMASI

Görgül bilgilere ya da deneysel verilere dayanan açıklamalarla, "taşının ekonomik sınırının gücü" diye tanımlanan yardımcı bir büyüklüğün önceden belirlenmesini zorunlu kılan ve sayısal hesaplarla tamamlanması gereken grafik çözüm bir yana bırakılırsa matematik yönden kuramsal bir temele otur-

1) Aynı yöntemi : E.V.Erofeev (Sovyetler Birliği, 1968) ve J.P.Petrov (Sovyetler Birliği, 1969) da kullanmışlardır [32].

tulmuş çalışmalarda, yukarıda belirtildiği gibi, başlıca iki yöntem kullanılmıştır.

Inada'nın dinamik optimizasyon yaklaşımında katarın yol-hız düzlemi, uygun büyüklükte, sonlu sayıda aralıklara ($\Delta\lambda, \Delta v$) bölünerek herbir aralık için optimal kontrol $u(t)$, zaman ve enerji değerleri sayısal olarak hesaplanmakta, böylece optimal yörünge, optimal aralıkların toplamı biçiminde elde edilmektedir. Yolun eğimi, direnimler, hız ve kontrol değişkeni kısıtları herbir aralıkta ortalama değerlerle hesaba katılmaktadır.

Bu yaklaşım, bütün sınır koşullarının hesaba katılmasına olanak veren, oldukça genel, sayısal bir çözüm veremekteyse de iki önemli sakınca taşımaktadır: Değişken sayısının fazla olması durumunda yüksek hızlı bilgisayar bellekleri gerekli olmakta, düşük hızlı belleklerin kullanılması hesap süresini önemli ölçüde arttırmaktadır¹ |35|. Hesap süresi, belirli bir $\Delta\lambda$ aralığı için, duraklar arasındaki uzaklıkla doğru orantılıdır. Örneğin, $\Delta\lambda = 100$ m, $\Delta v = 1$ km/sa alınması durumunda 10 km lik bir durak aralığı için CDC - G20 bilgisayarıyla 10 dakikalık bir hesap süresi gerekmiştir |26|.

Diğer sakınca, optimal sentez probleminin uygulanmasıyla ilgilidir. Çekim ve direnim kuvvetlerinin hızın ikinci derece fonksiyonları olarak alınabilmesi ve optimal kontrol yasasının (kapalı-çevrim optimal kontrol)² elde edilebil-

- 1) Bellman, bu güçlüğü "curse of dimensionality" -boyutluluğun çıkmazı- diyor.
- 2) Eğer optimal kontrol, $u(t)$, sistemin belirli bir başlangıç durumunun fonksiyonu olarak yalnız zamana bağlı biçimde tanımlanırsa açık-çevrim(open-loop), başlangıç durumuna bağlı olmaksızın durum değişkenlerinin ve zamanın bir fonksiyonu olarak tanımlanırsa kapalı-çevrim (closed-loop) optimal kontrol adını alır |35,36|. ("Optimal feedback control", "optimal control strategy" ve "optimal control law" deyimleri de kullanılmaktadır.)

mesi dinamik programlamaya bir üstünlük sağlamakla birlikte, katarın, çekici araç üzerine kurulmuş özel amaçlı ya da "on-line" sayısal bir bilgisayar yardımıyla, belirlenen optimal kontrol yasasına göre, yönetilmesi için bu yöntem uygun değildir (Bak.Bölüm 4.5).Durak noktaları arasında durma, bekleme v.b. gibi olağandışı durumların ortaya çıkması halinde, araçtaki bilgisayarın gerçekleştirilemeyecek ölçüde büyük bir bellek kapasitesini gerektirmesi bakımından,otomatik yönetim olanaksızdır [32,35].

Çekim işini minimum yapan optimal kontrol değişkenlerinin bulunması için Pontryagin'in Maksimum İlkesi'nin uygulanmasıyla lineer olmayan, iki noktalı bir sınır değer problemi ortaya çıkar. Bu problem optimal kontrol yasasının,hatta açık-çevrim (open-loop) bir optimal kontrolün elde edilebilmesi için analitik olarak çözülemez ve ardışık sayısal çözüm tekniklerini gerektirir. Bu genel durumda Maksimum İlkesi, optimal kontrol probleminin sayısal çözümlerinin elde edilmesi için bir çıkış noktası olarak düşünülebilir ve dinamik programlama için belirtilen,bilgisayar kullanımına ilişkin sakıncaları da birlikte getirir.Eğer sistemin durum denklemleri lineerse ve kontrol değişkenleri belirli zaman aralıklarında sabit değerler alıyorsa performans ölçüsünü -burada enerji- minimum yapan optimal kontrol yasası analitik olarak belirlenebilir [28,35]. Çözümün analitik biçimde elde edilmesi nedeniyle katarın,bu yasaya göre, otomatik yönetimi kolayca gerçekleştirilebilir.

Lineer olmayan sistemlerde, diferansiyel denklemlerin analitik olarak integrasyonundaki güçlük, Pontryagin'in Maksimum İlkesi'nin kullanıldığı çalışmalarda katarın hareket denkleminin lineerleştirilmesini gerekli kılmıştır.

J.F.Coales [29] ve V.G.Schmidt [30], lineerleştirilmiş katar seyir modelleri için, yatay bir güzergâh kesimi üzerinde ve hız kısıtlaması bulunmaması durumunda verilen bir durak aralığı ve seyir süresine karşı gelen optimal enerjili hız yörüngelerinin (yol-hız ya da zaman-hız eğrileri) analitik denklemlerini araştırmışlardır. Her iki çalışmada da harekete karşı koyan direnım, k bir sabit olmak üzere,

$$\omega_0 = k.v \quad (1.7)$$

biçiminde hızın lineer bir fonksiyonu olarak alınmış, çekim ve fren kuvvetleri ise hızdan bağımsız ve mutlak değerce eşit olarak hesaba katılmıştır. Coales, ayrıca, frenlemenin %100 geri kazanmalı (regenerative) olması durumunda optimal yörüngenin maksimal ivmeyle hızlanma, sabit hızla hareket ve maksimal ivmeyle frenleme evrelerinden oluştuğunu ileri sürmüştür [29].

K.Ichikawa [31] ve P.Horn [33], katarların, yine eğimsiz bir güzergâh kesimi üzerinde ve verilen hız kısıtına uyarak minimum enerjiyle hareketlerini sağlayan optimal kontrol yasasının (kapalı-çevrim optimal kontrol) bulunması sorununu incelemiştir.

Bu çalışmalarda; üç boyutlu durum uzayının (yol-hız-zaman) yol-hız düzlemi kontrol değişkeninin işaret değiştirme eğrileriyle kontrol edilebilir alanlara bölünmüştür. Bu alanlardan herbiri kontrol değişkenin belirli bir değerine karşı gelmekte ve katarın ikinci durak noktasına istenen sürede, en az çekim enerjisiyle ulaşabilmesi için uygulanması gereken kontrol (çekim ya da fren kuvveti) hız-yol düzleminde bulunduğu konuma bağlı olarak, bu alanlar yardımıyla belirlenmektedir. Diferansiyel denklemlerin çözümüyle kontrolün işaret değiştirme eğrilerinin kapalı denklemlerinin elde edilebilmesi için her iki çalışmada da çekim ve fren kuvvetleri, hızdan bağımsız, sabit olarak alınmış ve özgül direnimsiz

$$\omega_0 = v \quad (1.8)$$

biçiminde basit bir bağıntıyla hesaba katılmıştır. Horn, daha sonra, aynı problemi direnimsiz

$$\omega_0 = av + b \quad (1.9)$$

biçiminde lineer bir bağıntıyla belirlenmesi ve duraklar arasındaki ortalama eğimin sıfır, pozitif ya da negatif olması durumları için incelemiştir [32,34].

1.5. ÇALIŞMANIN AMACI, SINIRLARI ve YÖNTEMİ

Bu çalışma, bir katarın verilen kalkış ve varış istasyonları arasında önceden belirlenen seyir süresine ve hız kısıtlamasına uyarak, lineer bir seyir modeline göre minimum çekim enerjisiyle hareketini sağlayan optimal hız yörüngelerinin (hız-zaman ya da hız-yol eğrileri) analitik olarak belirlenmesi amacını taşımaktadır.

Bu amaçla, optimizasyon yöntemi olarak Pontryagin'in Maksimum İlkesi kullanılmıştır.

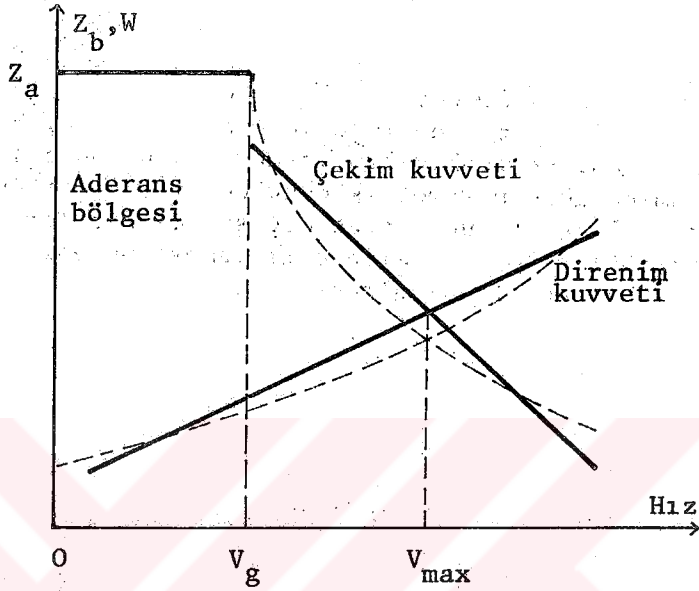
Bugüne dek, bu konuda yapılan çalışmaların tümünde lokomotif ya da ototren tarafından uygulanan çekim kuvveti hızdan bağımsız olarak, sabit bir değerle hesaba katılmıştır. Bu varsayım, ancak, seyir hızının V_g geçiş hızının üstüne çıkmadığı aderans bölgesi için doğru olduğundan (Şekil 1.5) elde edilen sonuçlar da, durak noktalarının birbirlerine oldukça yakın olması nedeniyle, dizilerin geçiş hızını aşmadıkları metro ve banliyö hatları işletmeleri için geçerli olmaktadır.

İstasyonlar arasındaki uzaklıkların büyük olduğu ana hat taşımalarında katarlar, genellikle geçiş hızlarının üstündeki hızlarda, bazı durumlarda uygulanabilecek maksimum hızlarda seyrederekler.

Bu nedenle, gerçekte, aderans bölgesi dışında hızın azalan bir ikinci derece fonksiyonu biçiminde belirlenebilen $|40|$ ve önceki çalışmalarda, hızdan bağımsız olarak, sabit alınan çekici araç-ya da ototren- tarafından uygulanan çekim kuvveti, bu çalışmada iki ayrı bölümde ele alınmıştır:

Aderans bölgesinde, tekerleklerin patinaj yapmaması ilkesine göre belirlenen üst sınır olan, Z_a aderans çekim kuvveti; geçiş hızından büyük hızlar için ise hıza göre lineer bir bağıntı kullanılmıştır (Şekil 1.5).

Özgül katar direnimi de (1.9) biçiminde lineer bir bağıntıyla hesaba katılmıştır.



Şekil 1.5

Ayrıca, frenlemenin hızdan bağımsız sabit bir fren kuvvetiyle gerçekleştirildiği, frenleme sırasında çekim enerjisi tüketilmediği, kalkış ve varış istasyonları arasında hattın sabit direnimli olduğu varsayımları yapılmıştır.

İncelenen güzergâh kesiminde hız sınırı olarak; hattın sınır hızı, araçların maksimum hızları ve sinyalizasyon hızlarıyla katarların fren karakteristikleri gözönüne alınarak belirlenen "uygulanabilir maksimum hız" alınmıştır [13]. Açıktır ki hız sınırı, katara etkiyen çekim ve direnç kuvvetlerinin eşit olduğu rejim evresinde uygulanabilecek en büyük hızın altında olacaktır (Şekil 1.5).

Çalışmada, hız kısıtının hesaba katılması ve çekim kuvvetinin hıza bağlı olması nedeniyle, sınırlandırılmış durum uzayında optimizasyon sorunu için Ichikawa ve Tamura tarafından verilen iki koşula ait matematik bağıntılar üzerinde gerekli değişiklikler yapılmıştır [37].

Aderans bölgesi dışında çekim kuvveti hızın fonksiyonu olduğundan, diğer bir deyimle kontrol değişkeni hıza da bağıllı olduğundan, geçiş hızının üstüne çıkan optimal yörüngeler, ancak zamana göre parametrik denklemlerle belirlenebilmektedir. Optimal kontrolün işaret değiştirme eğrilerinin kapalı analitik bağıntılarının elde edilememesi nedeniyle çözüm, açık-çevrim (open-loop) olmaktadır.



BÖLÜM II

OPTİMİZASYON YÖNTEMİNİN KURAMSAL İLKELERİ

İncelenen optimizasyon sorununun çözümünde kullanılan Pontryagin'in Maksimum İlkesi, bu bölümde kısaca gözden geçirilecek ve çözüm için gerekli temel bağıntılar tanımlanacaktır.

2.1. PONTYAGİN'in MAKSİMUM İLKEİ

Optimal süreçler kuramında, yönetilmesi istenen nesnenin hareketi

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x, u) \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

diferansiyel denklem takımıyla tanımlanır. Burada, t zaman, $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ nesnenin durumunu belirleyen n boyutlu durum vektörü, $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))$ ise nesnenin hareketini yöneten r boyutlu "kabul edilebilir" kontrol vektörüdür. Kontrol vektörü, r boyutlu uzayda U ile gösterilen belirli bir kontrol bölgesiyle sınırlandırılmıştır.

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_r) \in U \quad (2.2)$$

Kabul edilebilir u $u(t)$ kontrolleri arasında, nesneyi $t = t_0$ anında verilen bir $x(t_0) = (x_1(t_0), x_2(t_0), \dots, x_n(t_0))$ başlangıç durumundan $t = t_1$ anında $x(t_1) = (x_1(t_1), x_2(t_1), \dots, x_n(t_1))$ son durumuna

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f_0(\underline{x}(t), \underline{u}(t)) dt \quad (2.3)$$

integrali ile belirlenen bir performans ölçüsü minimum olacak biçimde yöneten $u^*(t)$ kontrolüne "optimal kontrol", başlangıç ve son durumları arasında optimal kontrollarla yönetilen yörüngeye de "optimal yörünge" denir [28,35].

Pontryagin'in Maksimum İlkesi'ne göre bu koşulu sağlayan optimal kontrollar,

$$H(\underline{p}, \underline{x}, \underline{u}) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot f_i(\underline{x}, \underline{u}) - f_0(\underline{x}, \underline{u}) \quad (2.4)$$

Hamilton fonksiyonunu maksimum yapan kontrollardır.

$$H(\underline{p}, \underline{x}, u^*) = \max_{u \in U(t)} H(\underline{p}, \underline{x}, u) \quad (2.5)$$

Bu bağıntılarda $p(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t))$, n boyutlu yardımcı değişken vektörüdür. (2.1) ve (2.4) bağıntıları aşağıdaki Hamiltonian sistemde birleştirilebilir.¹

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H^*}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i &= \frac{dp_i}{dt} = - \frac{\partial H^*}{\partial x_i} \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

1) Bu denklemlere Euler-Hamilton kanonik denklemleri de denir.

Pontryagin'in Maksimum İlkesinde $U = U(t)$ olarak düşünülmüştür. $U = U(x, t)$ olması durumunda Maksimum İlkesi L.D.Berkovitz tarafından geliştirilmiştir [38,39]. Bu durumda (2.6) kanonik denklemleri

$$\dot{x}_i = \frac{\partial H^*(\underline{x}, \underline{p}, u^*, t)}{\partial p_i} - \frac{\partial H(\underline{x}, \underline{p}, u, t)}{\partial u} \cdot \frac{\partial u^*(\underline{x}, \underline{p}, t)}{\partial p_i} \quad (2.7)$$

$$\dot{p}_i = - \frac{\partial H^*(\underline{x}, \underline{p}, u^*, t)}{\partial x_i} + \frac{\partial H(\underline{x}, \underline{p}, u, t)}{\partial u} \cdot \frac{\partial u^*(\underline{x}, \underline{p}, t)}{\partial x_i}$$

biçiminde yazılmalıdır.

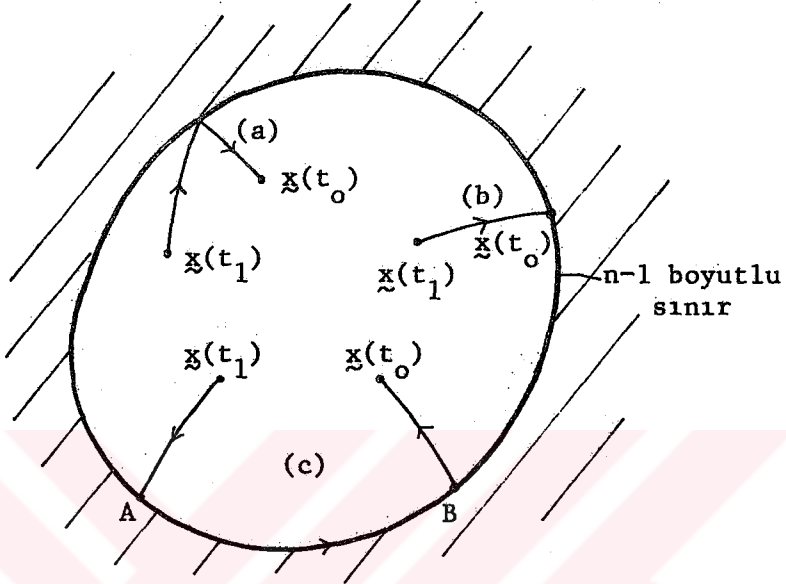
2.2. SINIRLANDIRILMIŞ DURUM UZAYINDA OPTİMİZASYON SORUNU

Buraya dek verilen bağıntılar n boyutlu X durum uzayının sınırlandırılmamış olması durumu için geçerlidir. Optimal yörüngelerin X durum uzayında önceden belirlenen kabul edilebilir bir bölgenin içinde kalması istendiğinde, sınırlandırılmış durum uzayında optimizasyon sorunu söz konusu olur. Durum uzayının sınırlandırılması halinde optimizasyon sorunun çözümü için, Pontryagin tarafından verilen ve "p(t) yardımcı vektörünün atlama koşulu" (jump condition of costate vector) diye tanımlanan koşul yerine, Ichikawa ve Tamura çok daha basit ve uygulama kolaylığı olan bir yöntem geliştirmişlerdir [37].

Bu yöntemde, X durum uzayında $t = t_1$ anında son noktadan (orijinden) geri zamanlı olarak çıkan ve izin verilen bölgenin içinde kalan optimal yörüngeler göz önüne alınır.¹ n boyutlu X durum uzayında $n-1$ boyutlu bir sınır-

- 1) Nesnenin hareketinin, son durumdan başlangıç durumuna doğru incelendiği yörüngeler için "backward time", "time reversed" gibi tanımlamalar kullanılmıştır.

n boyutlu X durum uzayı



Şekil 2.1

la belirlenen kabul edilebilir bölge içindeki son noktadan çıkan ve sınıra değen geri zamanlı optimal yörüngeler için üç durum söz konusu olabilir (Şekil 2.1) :

- Durum noktası n-1 boyutlu sınıra değdikten sonra yeniden izin verilen bölgeye girer.
- Durum noktası hareketini bitirir ve orada kalır.
- Durum noktası n-1 boyutlu sınıra ulaştıktan sonra bir süre bu sınır üzerinde hareket eder ve yeniden izin verilen bölgeye girer.

Geri zamanlı yörünge'nin sınıra değdiği (a) durumu, durum uzayının sınırlı olması açısından önem taşımaz; bu durumda sorun sınırlandırılmamış durum uzayında olduğu gibi çözülebilir.

Durum noktasının sınırdaki hareketi için Ichikawa ve Tamura iki koşul ortaya koymuşlardır. Bu koşulları tanımlayan ve $U = U(t)$ olması durumuna göre verilmiş olan bağıntı-

lar, incelenen sorunda $U = U(\underline{x}, t)$ alınması nedeniyle, (2.7) kanonik denklemleri gözönünde tutularak değiştirilmiştir.

1. Süreklilik koşulu :

İzin verilen bölge içindeki geri zamanlı yörüngenin sınıra değdiği A noktasından sonra sınır boyunca ilerlemesi için

$$f_k(\underline{x}(A), \underline{u}) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \left. \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \right|_{\underline{x} = \underline{x}(A)} \cdot f_i(\underline{x}(A), \underline{u}) \quad (2.8)$$

denklemini sağlayan ve A değme noktasında

$$H(\underline{p}(A), \underline{x}(A), \underline{u}) = \sum_{i=1}^n p_i(A) \cdot f_i(\underline{x}(A), \underline{u}) - f_0(\underline{x}(A), \underline{u}) \quad (2.9)$$

Hamilton fonksiyonunu

$$\begin{aligned} \frac{dp_i}{dt} = & - \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_j(\underline{x}, \underline{u})}{\partial x_i} p_j + \frac{\partial f_0(\underline{x}, \underline{u})}{\partial x_i} \\ & + \left[\sum_{j=1}^n \frac{\partial f_j(\underline{x}, \underline{u})}{\partial u} p_j - \frac{\partial f_0(\underline{x}, \underline{u})}{\partial u} \right] \frac{\partial u}{\partial x_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2.10)$$

denklemlerini gerçekleştirerek maksimum yapan bir u kontrolunun bulunması gerekir. Burada

$$x_k = g(\underline{x}) = g(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n) \quad (2.11)$$

$n-1$ boyutlu sınırın denklemidir.

Durum noktasının sınır boyunca hareketi

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(\underline{x}, g(\underline{x}), u) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad i \neq k \quad (2.12)$$

diferansiyel denklem takımıyla belirlenir ve sınırdaki optimizasyon,

$$\phi_i = p_i + \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \cdot p_k \quad i = 1, 2, \dots, n \quad i \neq k \quad (2.13)$$

olmak üzere,

$$H(\underline{\phi}, \underline{x}, u) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \phi_i \cdot f_i(\underline{x}, g(\underline{x}), u) - f_0(\underline{x}, g(\underline{x}), u) \quad (2.14)$$

Hamilton fonksiyonunun maksimum yapılmasıyla sağlanır. Sınırdaki optimizasyon sorunu için kullanılan

$\underline{\phi} = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{k-1}, \phi_{k+1}, \dots, \phi_n)$ yardımcı değişken vektörü

$$\frac{d\phi_i}{dt} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \frac{\partial f_j(\underline{x}, g(\underline{x}), u)}{\partial x_i} \phi_j + \frac{\partial f_0(\underline{x}, g(\underline{x}), u)}{\partial x_i} \quad (2.15)$$

$$+ \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \frac{\partial f_j(\underline{x}, g(\underline{x}), u)}{\partial u} \phi_j - \frac{\partial f_0(\underline{x}, g(\underline{x}), u)}{\partial u} \right] \frac{\partial u}{\partial x_i}$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$i \neq k$$

koşulunu sağlamalıdır. A değme noktasında ϕ vektörü

$$\phi_i(A) = p_i(A) + \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \bigg|_{\underline{x} = \underline{x}(A)} \cdot p_k(A) \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq k \end{matrix}$$

$$(2.16)$$

diferansiyel denklemleriyle tanımlanır.

2. Sapma koşulu :

Sınır boyunca ilerleyen geri zamanlı optimal yörünge-
nin herhangi bir B noktasında yeniden izin verilen bölgeye
sapabilmesi için u kontrolünün B noktasında

$$H(\phi(B), \rho, \underline{x}(B), u) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \left\{ \phi_i(B) - \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \right\}_{\underline{x} = \underline{x}(B)} \cdot \rho$$

$$\cdot f_i(\underline{x}(B), u) + \rho \cdot f_k(\underline{x}(B), u) - f_0(\underline{x}(B), u) \quad (2.17)$$

Hamilton fonksiyonunu maksimum yapması gerekir. Burada

$$\rho = p_k(B)$$

dir. p yardımcı değişken vektörü B sapma noktasında

$$p_i(B) = \phi_i(B) - \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \Big|_{\underline{x} = \underline{x}(B)} \cdot \rho \quad \begin{matrix} i=1,2,\dots,n \\ i \neq k \end{matrix} \quad (2.18)$$

$$p_k(B) = \rho$$

denklemleriyle belirlenir.

Katarın, gözönüne alınan güzergâh kesimi için öngörülen hız sınırı boyunca hareketi, Ichikawa ve Tamura tarafından ortaya konan bu iki koşul yardımıyla incelenecektir.

BÖLÜM III

OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN
TEMEL DENKLEMLERİ

Bu bölümde, temel ilkeleri Bölüm II de verilen yöntem yardımıyla, bir katarın verilen kalkış ve varış istasyonları arasında önceden belirlenen seyir süresine ve hız kısıtlamasına uyarak minimum çekim enerjisiyle hareketini sağlayan optimal hız yörüngelerinin (hız-zaman ya da hız-yol eğrileri) analitik olarak belirlenmesi için gerekli bağıntılar çıkarılacaktır.¹

3.1. KATAR SEYİR MODELİNİN SEÇİMİ ve PERFORMANS ÖLÇÜSÜNÜN BELİRLENMESİ

Katarın genel hareket denklemi

$$(1+\xi)_m \frac{dv}{dt} = F - (\omega_o \pm s)G \quad (3.1)$$

biçimindedir. Burada

1) Bu eğriler için; optimum hız eğrisi |26| , optimal hız yörüngesi |32| , optimal yörünge |31,32| , optimum hız programı |26| ya da optimal hareket programı |30| gibi deyimler kullanılmıştır.

m : katarın kütlesi ($\text{kg.sn}^2/\text{m}$)

ξ : araçlardaki dönen kısımlardan ileri gelen kütle artışını belirleyen katsayı,

$\frac{dv}{dt}$: ivme (m/sn^2),

F : tekerlek bandajındaki çekim ya da fren kuvveti(kg),

ω_0 : doğru ve düzlükteki özgül katar direnimi(kg/ton),

s : eğim direnimi ($\%$, kg/ton),

G : toplam katar ağırlığı(ton) dır.

İvme, (km/sa^2) birimine dönüştürülür ve

$$\rho = \frac{1 + \xi}{9,81 \times 3.6^2} \left(\frac{\text{kg.sa}^2}{\text{ton.km}} \right) \quad (3.2)$$

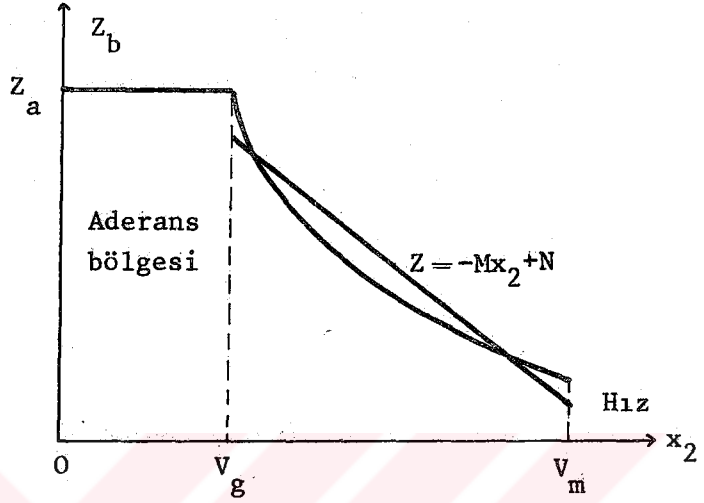
ile gösterilirse (3.1) denklemi

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{\rho G} - \frac{1}{\rho} (\omega_0 \pm s) \quad (\text{km/sa}^2) \quad (3.3)$$

biçiminde yazılabilir.

3.1.1. Çekim ve direnım kuvveti bağıntılarının lineerleştirilmesi

Bölüm 1.5 de belirtildiği gibi çekici araç ya da ototren tarafından uygulanabilecek maksimum bandaj çekim kuvveti, aderans bölgesinde aderans çekim kuvvetiyle sınırlanmak üzere, Şekil 3.1 de görülen eğriyle karakterize edilebilir.



Şekil 3.1

V_g geçiş hızıyla, V_m gözönüne alınan güzergâh kesimi üzerindeki hız sınırı arasında, çekim kuvveti,

$$Z = -Mx_2 + N \quad (3.4)$$

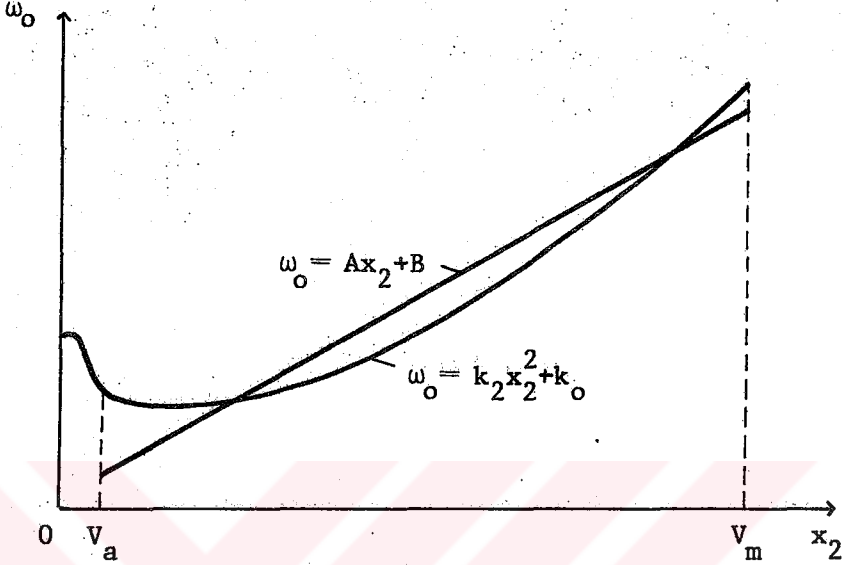
biçiminde lineer bir bağıntıyla belirlenebilir. Elektrikli ototren ve lokomotiflerin çekim kuvveti-hız eğrileri üzerinde yapılan çalışmalar, oldukça büyük bir korelasyon ile böyle bir bağıntının kullanılabileceğini göstermiştir (Bak.Ek I).

Doğru ve düzlükteki özgül katar direnimi de genellikle

$$\omega_o = k_2 \cdot x_2^2 + k_o \quad (3.5)$$

biçiminde bir bağıntıyla belirlenir. İncelenen optimizasyon sorununun çözümü için, bu bağıntı yerine, seçilen uygun bir hız aralığında

$$\omega_o = A x_2 + B \quad (3.6)$$



Şekil 3.2

lineer denklemi kullanılabilir (Şekil 3.2).

Bu aralığın üst sınırı, V_m hız sınırı olarak alınabilir. Öte yandan, yapılan araştırmalar, uygulama açısından anlamlı bir seyir süresinin verilmesi durumunda optimal enerjili hız yörüngelerine ait hızlanma ve frenleme evrelerinin 50 km/sa hızın altında kaldığını göstermiştir [26,32]. Bu hızın altında direnimsiz kuvvetleri, hızlanma ve frenleme sırasında uygulanan çekim ve fren kuvvetleri yanında oldukça küçük değerler aldığından lineerleştirme, verilen direnimsiz eğrisine daha fazla uyma olanağı veren, (50 km/sa- V_m) hız aralığında yapılabilir.

Ancak regresyon aralığının alt sınırının büyümesiyle B katsayısının, mutlak değeri gittikçe büyüyen, negatif değerler alması hareketin başlangıcında direnimsiz yerine çekim kuvvetine yardımcı bir kuvvetin hesaba katılması sonucunu doğurur. Bu nedenle hem oldukça yeterli bir korelasyon sağlayan hem de küçük hızlarda hareket yönünde etkiyen direnimsiz kuvvetleri oluşturmeyen bir V_a alt sınırı seçmek uygundur (Bak.Ek I).

3.1.2. Lineerleştirilmiş katar seyir modelinin diferansiyel denklemleri

Çekim ve direnim kuvvetlerinin lineerleştirilmesiyle, katarın hareketi

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad (3.7)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{F}{\rho G} - (ax_2 + b)$$

diferansiyel denklem takımıyla belirlenebilir. Burada

x_1, x_2 : sırasıyla, yol (km) ve hız(km/sa),
değişkenleri,

t : zaman (sa),

F : tekerlek bandajındaki çekim ya da fren kuvveti (kg),

G : toplam katar ağırlığı (ton),

a, b : lineerleştirilmiş direnim kuvvetine ait katsayılarıdır.

a ve b katsayıları, lineerleştirilmiş özgül katar direniminin A, B katsayılarına ve (3.3) bağıntısına göre,

$$a = \frac{A}{\rho} \quad (1/sa) \quad (3.8)$$

$$b = \frac{B \pm s}{\rho} \quad (km/sa^2)$$

eşitlikleriyle tanımlanır.

Z_a ve F_B uygulanabilecek çekim ve fren kuvvetlerini göstermek üzere, F kuvveti

$$-F_B \leq F \leq Z_a \quad (3.9)$$

aralığı ile sınırlıdır. Kontrol değişkeni için

$$u = \frac{F}{F_B} \quad (3.10)$$

$$u_B = \frac{F_B}{\rho G} \quad (\text{km/sa}^2) \quad \text{ve} \quad u_T = \frac{Z_a}{\rho G} \quad (\text{km/sa}^2)$$

tanımlamaları yapılırsa (3.7) diferansiyel denklem takımı

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad (3.11)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -ax_2 + u_B \cdot u - b$$

biçimine girer. Boyutsuz u kontrolü için

$$-1 \leq u \leq u_T/u_B \quad (3.12)$$

ve gözönüne alınan kesimde uygulanabilir en büyük hız V_m olmak üzere, x_2 hızı için

$$0 \leq x_2 \leq V_m \quad (3.13)$$

kısıtları geçerlidir.

3.1.3. Performans ölçüsünün belirlenmesi

Daha önce belirtildiği gibi, optimal süreçler kuramında, yönetilmesi istenen nesnenin hareketi (2.1) diferansiyel denklem takımıyla tanımlanmakta ve bu nesneyi, verilen başlangıç ve son durumları arasında, (2.3) integrali ile tanımlanan belirli bir performans ölçüsü en küçük değeri alacak biçimde yöneten optimal kontrollar araştırılmaktadır.

İncelenen sorunda performans ölçüsü olarak, katarın iki durak noktası arasındaki hareketi sırasında tüketilen çekim enerjisi, diğer bir deyimle tekerlek bandajındaki çekim kuvvetinin yaptığı iş alınmıştır.

Frenlemeye hazırlık ve frenleme evrelerinde çekim enerjisi tüketilmediğinden minimize edilecek performans ölçüsü (2.3),

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (F + |F|) x_2 \, dt \quad (3.14)$$

biçiminde yazılabilir. Frenlemenin sabit maksimum fren kuvvetiyle (F_B) gerçekleştirildiği varsayıldığından (3.14) bağıntısı, (3.10) tanımlamaları yardımıyla,

$$J = F_B \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (u + |u|) x_2 \, dt \quad (3.15)$$

biçiminde yazılarak performans ölçüsü,

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0(\tilde{x}, \tilde{u}) \, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (u + |u|) x_2 \, dt \quad (3.16)$$

bağıntısıyla belirlenir. Burada t_0 ve t_f , sırasıyla, katarın hareketinin başlangıç ve bitim anlarını göstermektedir.

3.2. PONTRYAGIN'İN MAKSİMUM İLKEİ YARDIMIYLA OPTİMAL KONTROL DİZİSİNİN BELİRLENMESİ

Pontryagin'in Maksimal İlkesine göre nesneyi $\mathbf{x}(t_0)$ başlangıç durumundan $\mathbf{x}(t_f)$ son durumuna, verilen performans ölçüsü minimum olacak biçimde, yöneten u kontrolleri (2.4) bağıntısıyla verilen Hamilton fonksiyonunu maksimum yapan kontrollardır.

İncelenen sistemde Hamilton fonksiyonu

$$H = p_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} + p_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} - f_0(\mathbf{x}, u) \quad (3.17)$$

biçiminde yazılarak, (3.11) diferansiyel denklem takımına ve (3.16) optimizasyon ölçütüne göre,

$$H = p_1 \cdot x_2 + p_2 (-ax_2 + u_B \cdot u - b) - \frac{1}{2} (u + |u|) x_2 \quad (3.18)$$

elde edilir.

(3.12) kısıtlaması gözönüne alınarak yukarıdaki Hamilton fonksiyonunu maksimum yapan u kontrolleri araştırılırsa, p_2 yardımcı değişkenine bağlı olarak, aşağıdaki optimal kontrol dizisi elde edilir.

$$p_2 < 0 \quad \text{için} \quad u^* = -1$$

$$p_2 = 0 \quad \text{için} \quad u^* = [-1, 0]^1$$

1) Optimal kontrol, gösterilen değerler arasında değişebilir.

$$\begin{aligned}
0 < p_2 < x_2/u_B & \text{ için } u^* = 0 \\
p_2 = x_2/u_B & \text{ için } u^* = [0, u_{\max}]^I \\
p_2 > x_2/u_B & \text{ için } u^* = u_{\max}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

$u^* = -1, 0$, $u_{\max}$ optimal kontrolleri, sırasıyla, maksimal ivmeyle frenleme, frenlemeye hazırlık ve maksimal ivmeyle hızlanma evrelerine karşı gelirler ve incelenen sorunun "regüler çözümler" i olarak nitelenirler. $u^* = [-1, 0]$ ve $u^* = [0, u_{\max}]$ optimal kontrolleri ise sorunun "singüler çözümleri"ni verirler; $u^* = [0, u_{\max}]$ kontrolünün sabit hızla hareket evresini belirtmesine karşılık, $u^* = [-1, 0]$ kontrolünün uygulama açısından bir anlamı yoktur [30,31,32,33, 34,37].

Önceki çalışmalarda hızdan bağımsız olarak düşünülen $u_{\max}$ kontrolü, bu çalışmada hıza bağlı olarak iki bölümde ele alınacaktır.

Aderans bölgesinde $u_{\max} = u_T/u_B$, aderans bölgesi dışında ise (3.4) ve (3.10) bağıntılarıyla belirlenen

$$u_{\max} = \frac{-Mx_2 + N}{F_B} = \frac{-Mx_2 + N}{\rho \cdot G \cdot u_B} \tag{3.20}$$

optimal kontrolü geçerli olacaktır (Bak.Şekil 3.1).

1) Optimal kontrol, gösterilen değerler arasında değişebilir.

$$m = \frac{M}{\rho G} \quad (1/sa) \quad (3.21)$$

$$n = \frac{N}{\rho G} \quad (km/sa^2)$$

ile gösterilerek u_{max} kontrolü,

$$\begin{aligned} 0 \leq x_2 \leq v_g & \quad \text{için} \quad u_{max} = u_T/u_B \\ v_g < x_2 \leq v_m & \quad \text{için} \quad u_{max} = \frac{-mx_2+n}{u_B} \end{aligned} \quad (3.22)$$

bağıntılarıyla tanımlanır.

3.3. OPTIMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN ANALİTİK DENKLEMLERİNİN BELİRLENMESİ

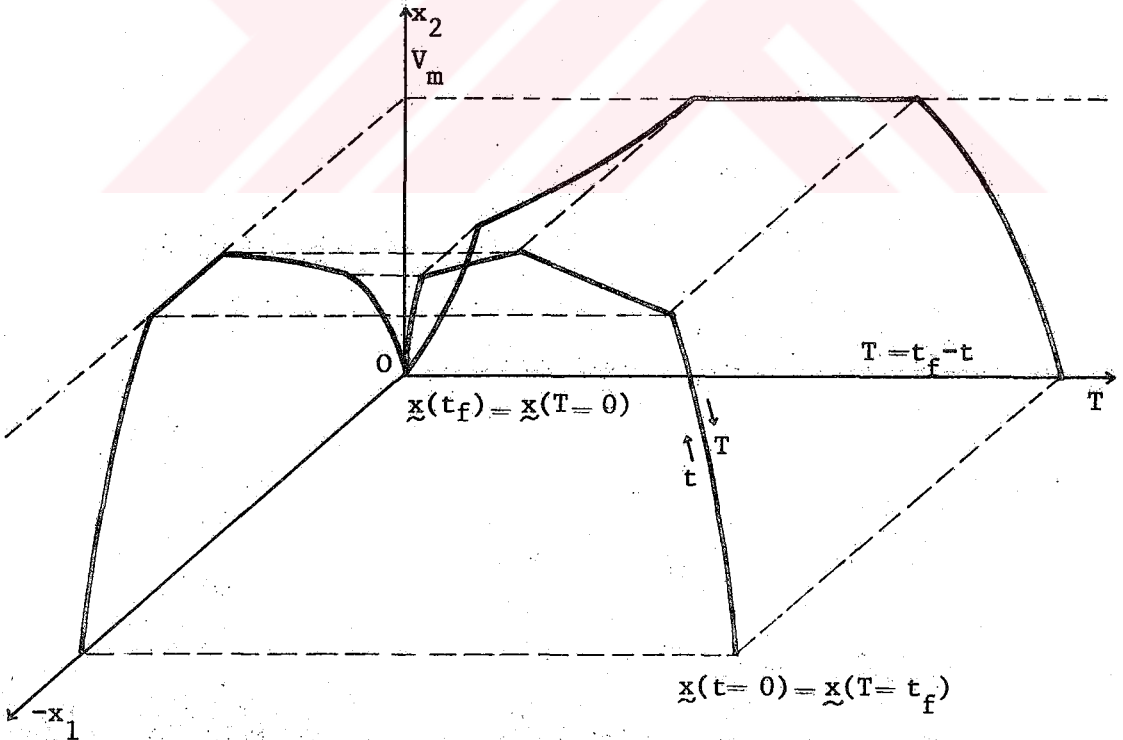
Katarın üç boyutlu (x_1, x_2, t) durum uzayında verilen başlangıç ve son durumları arasındaki optimal enerjili hız yörüngesinin analitik denklemleri, (3.11) diferansiyel denklem takımının (3.19) ile belirlenen optimal kontrol dizisine göre çözümüyle elde edilir.

Optimal yörünge, verilen başlangıç durumuna bağlı olarak belirlendiğinden, açık-çevrim (open-loop) optimal kontrol söz konusudur [35,36] (Bak.Bölüm 4.5.1).

Optimal enerjili hız yörüngelerinin bulunması için, üç boyutlu durum uzayında hareketin bitim noktası orijin olarak alınır ve katarın hareketi, dinamik programlama yaklaşımında olduğu gibi, bu son noktadan çıkılarak geriye doğru izlenir (Şekil 3.3). Orijinden çıkan "geri zamanlı" optimal yörüngelerin izlenmesi için, t_f katarın ikinci durak noktasına ulaşma anı olmak üzere,

$$T = t_f - t \quad (3.23)$$

değişken dönüşümü yapılarak yeni bir bağımsız zaman değişkeni tanımlanır [31,32,33,34].



Şekil 3.3

Bu durumda, (3.11) diferansiyel denklem takımı

$$\frac{dx_1(T)}{dT} = -x_2(T) \quad (3.24)$$

$$\frac{dx_2(T)}{dT} = ax_2(T) - u_B \cdot u(T) + b$$

olur ve $p(T)$ yardımcı değişken vektörü

$$\frac{dp_i(T)}{dT} = \frac{\partial H^*}{\partial x_i} - \frac{\partial H}{\partial u} \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x_i} \quad (3.25)$$

denklemiyle belirlenir. (Bak. 2.7 bağıntısı).

p_1 ve p_2 yardımcı değişkenlerinin $t = t_f (T = 0)$ anındaki belirsiz uç değerleri

$$p_1(t_f) = -\mu_1 \quad (3.26)$$

$$p_2(t_f) = -\mu_2$$

biçiminde tanımlanır [31,32,33]. $u^* = -1$ kontrolü ile frenleme katarın hareketinin son evresini oluşturduğundan ve (3.19) kontrol dizisine göre bu sırada $p_2 < 0$ olması gerektiğinden

$$-\mu_2 \leq 0 \quad (3.27)$$

olmalıdır [31].

Hamilton fonksiyonu (3.18) ve u kontrolü x_1 yol değişkenine bağlı olmadıklarından, (3.25) denkleminde,

$$\frac{dp_1}{dT} = 0 \quad p_1(T) = p_1(t_f) = -\mu_1 \quad (3.28)$$

bulunur. p_2 yardımcı değişkeninin T geri zamanına bağlı olarak değişimi, regüler ve singüler çözümler içinde incelenecektir.

3.3.1. Regüler çözümler

(3.19) ve (3.22) ile verilen optimal kontrol dizisi içinde

$$p_2 < 0 \quad \text{için} \quad u^* = -1$$

$$0 < p_2 < x_2/u_B \quad \text{için} \quad u^* = 0 \quad (3.29)$$

$$p_2 > x_2/u_B \quad \text{için} \quad u^* = u_T/u_B \quad (0 \leq x_2 \leq V_g)$$

$$u^* = \frac{-mx_2+n}{u_B} \quad (V_g < x_2 \leq V_m)$$

kontrollarına karşı gelen çözümler, regüler çözümler olarak nitelendirilir.

3.1.1.1. Maksimal ivmeyle frenleme

Fren, katarı ikinci durak noktasında $t = t_f$ anında durdurmak amacıyla hareketin son evresinde uygulanır. $T = 0$ anında orijinden çıkan geri zamanlı fren yörüngesi, (3.24) denklemlerinin $u^* = -1$ e göre integrasyonu ile,

$$x_2(T) = \frac{u_B^* + b}{a} (e^{aT} - 1) \quad (3.30)$$

$$x_1(T) = \frac{1}{a} \frac{u_B^* + b}{a} (1 - e^{aT}) + \frac{u_B^* + b}{a} T \quad (3.31)$$

bağıntılarıyla belirlenir. p_2 yardımcı değişkeni, (3.25) denkleminde $u^* = -1$ için elde edilen

$$\frac{dp_2(T)}{dT} = -\mu_1 - ap_2(T) \quad (3.32)$$

türevinin integrasyonu ve (3.26) uç değerleri yardımıyla

$$p_2(T) = \left(-\mu_2 + \frac{\mu_1}{a} \right) e^{-aT} - \frac{\mu_1}{a} \quad (3.33)$$

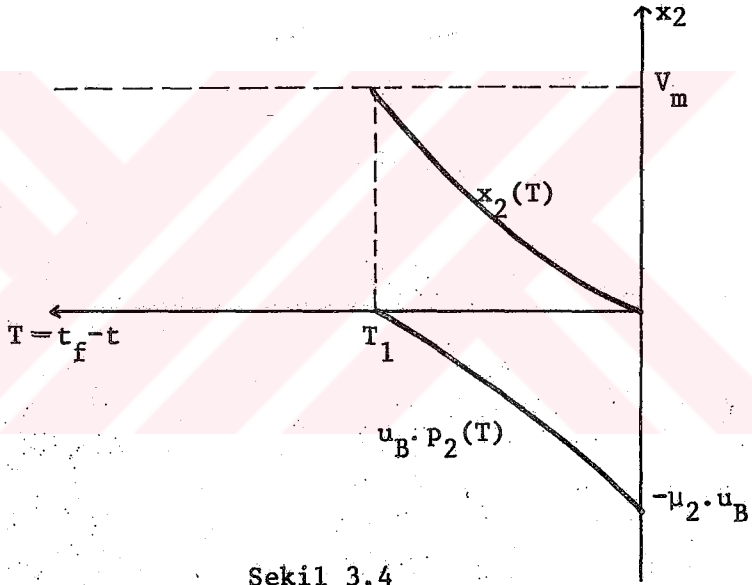
olarak bulunur. (3.19) optimal kontrol dizisine göre frenleme boyunca $p_2 < 0$ olması gerekir; $p_2 = 0$ olduğu zaman geri zamanlı fren yörüngesi sona ereceğinden T_1 fren süresi ile $-\mu_1$ ve $-\mu_2$ belirsiz uç değerleri arasında

$$T_1 = \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{a\mu_2}{\mu_1} \right) \quad (3.34)$$

bağıntısı vardır. Öte yandan frenleme evresine ait geri zamanlı hız yörüngesinin $x_2 = V_m$ hız sınırını aşmaması gerektiğinden, (3.30) denkleminde, T_1 fren süresi için

$$T_1 \leq \frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) \quad (3.35)$$

koşulu bulunur (Şekil 3.4).



Şekil 3.4

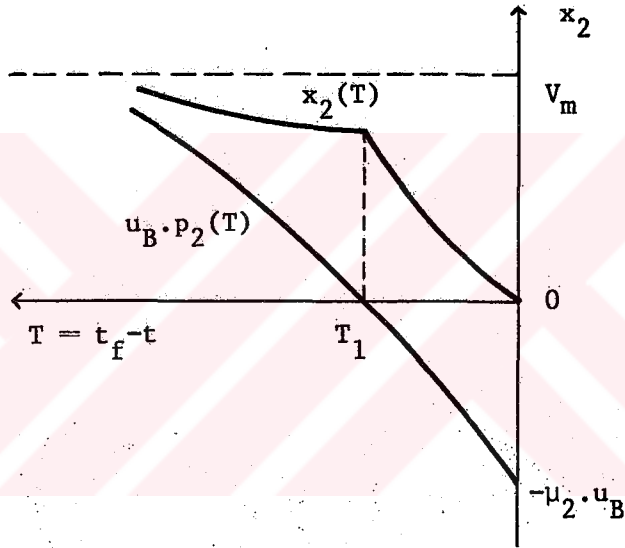
(3.30,3.31) denklemlerinde T yok edilerek, üç boyutlu (x_1, x_2, T) durum uzayında, frenleme evresinin geri zamanlı uzay eğrisine ait

$$x_1 = \frac{1}{a} \left[\frac{u_B + b}{a} \ln \left(1 + \frac{ax_2}{u_B + b} \right) - x_2 \right] \quad (3.36)$$

kapalı denklemi bulunur.

3.3.1.2. Frenlemeye hazırlık

$u^* = 0$ kontroluyla belirlenen frenlemeye hazırlık evresinde de p_2 yardımcı değişkeni için (3.33) denklemi geçerlidir. $T > T_1$ olması durumunda $p_2(T) > 0$ olur; geri zamanlı optimal yörünge $T = T_1$ anında frenleme evresinden frenlemeye hazırlık evresine geçer (Şekil 3.5).



Şekil 3.5

$T = T_1$ anında frenleme yörüngesinden çıkan geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngesinin parametrik denklemleri, (3.24) diferansiyel denklem takımının $u^* = 0$ a göre çözümüyle,

$$x_2(T) = \left(\frac{u_B + b}{a} - \frac{u_B}{a} e^{-aT_1} \right) e^{aT} - \frac{b}{a} \quad (3.37)$$

$$x_1(T) = -\frac{1}{a} \left(\frac{u_B + b}{a} - \frac{u_B}{a} e^{-aT_1} \right) e^{aT} + \frac{1}{a} T + \frac{1}{a} \left(\frac{b}{a} + u_B \cdot T_1 \right) \quad (3.38)$$

biçiminde bulunur. Bu denklemlerde T_1 in yok edilmesiyle

$$x_1 = \frac{1}{a} \left\{ bT - \frac{u_B}{a} \ln \left[\frac{u_B + b - (ax_2 + b)e^{-aT}}{u_B} \right] - x_2 \right\} \quad (3.39)$$

kapalı denklemi elde edilir. Bu denklem, üç boyutlu (x_1, x_2, T) durum uzayında, $u^* = 0$ kontrolü ile belirlenen geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngelerinin oluşturduğu bir yüzey tanımlar.

Eğimli güzergâhlarda, t_f seyir süresinin yeterli ölçüde büyük verilmesi durumunda katarın ikinci durak noktasına, fren uygulamaksızın, yalnız frenlemeye hazırlık evresiyle ulaşabileceği de kuramsal olarak düşünülebilir. Bu durumda, $T_1 = 0$ anında orijinden çıkan geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngesinin parametrik denklemleri, (3.37) ve (3.38) de $T_1 = 0$ konarak,

$$x_2(T) = \frac{b}{a} (e^{aT} - 1) \quad (3.40)$$

$$x_1(T) = -\frac{b}{a} \left[\frac{1}{a} (e^{aT} - 1) - T \right] \quad (3.41)$$

elde edilir. Bu iki denklemde T yok edilerek

$$x_1^* = \frac{1}{a} \left[\frac{b}{a} \ln \left(1 + \frac{a}{b} x_2^* \right) - x_2^* \right] \quad (3.42)$$

kapalı denklemi bulunur.

$T = 0$ anında $x_2(T = 0) = 0$ olduğundan ve $x_2(T > 0) > x_2(T = 0) = 0$ olması gerektiğinden, (3.40) denkleminde $b/a > 0$ koşulu elde edilir. Diğer bir deyişle katarın ikinci durak noktasına frenlemeye hazırlık evresiyle ulaşabilmesi için $b > 0$ olmalıdır.

Hıza bağlı olarak frenlemeye hazırlık evresinin süresi

$$T = \frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{a}{b} x_2 \right) \quad (3.43)$$

olur.

3.3.1.3. Maksimal ivmeyle hızlanma

Geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngesi, (3.33) denkleminle belirlenen p_2 yardımcı değişkeninin

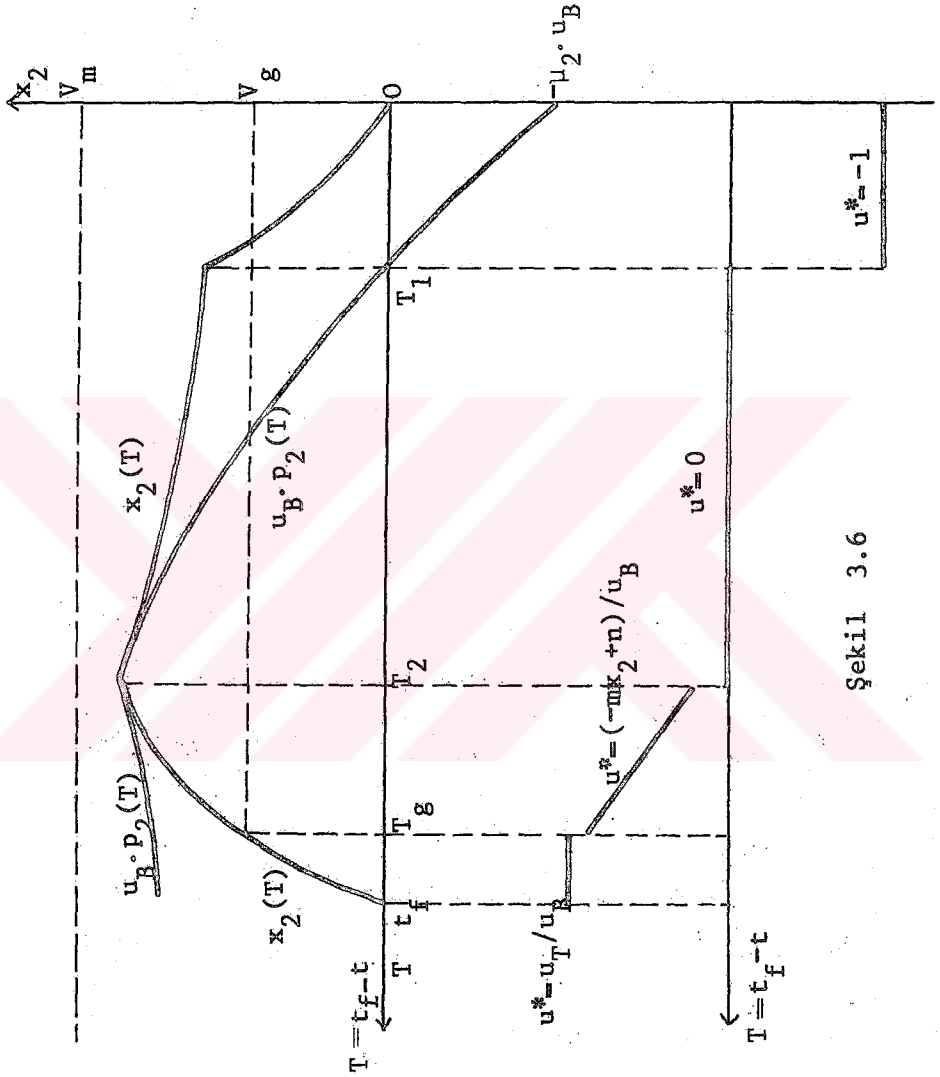
$$0 < p_2(T) < x_2/u_B \quad (3.44)$$

koşulunu sağladığı $T_1 \leq T < T_2$ aralığı boyunca ilerler ve

$$p_2(T_2) = x_2(T_2)/u_B \quad (3.45)$$

eşitliğinin sağlandığı T_2 anında yerini maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesine bırakır (Şekil 3.6).

Geri zamanlı frenlemeye hazırlık evresine ait hız yörüngesinin ve p_2 yardımcı değişkeninin $T = T_2$ anındaki uç değerleri, (3.34) bağıntısı yardımıyla,



$$x_2(T_2) = \left(\frac{b}{a} + \frac{u_B}{a} \frac{a\mu_2}{a\mu_2 - \mu_1} \right) e^{aT_2} - \frac{b}{a} \quad (3.46)$$

$$p_2(T_2) = \left(-\mu_2 + \frac{\mu_1}{a} \right) e^{-aT_2} - \frac{\mu_1}{a} \quad (3.47)$$

bağıntılarıyla bulunurlar.

Geri zamanlı optimal regüler yörüngenin frenlemeye hazırlık evresinden maksimum ivmeyle hızlanma evresine geçtiği T_2 anı, (3.45) eşitliği yardımıyla, $-\mu_1$ ve $-\mu_2$ belirsiz uç değerlerine bağlı olarak,

$$T_2 = \frac{1}{a} \ln \left\{ \frac{(a\mu_2 - \mu_1) \left[\mu_1 - \frac{b}{u_B} + \sqrt{\left(\frac{b}{u_B} - \mu_1 \right)^2 + 4 \left[\mu_1 \frac{b}{u_B} - a\mu_2 \left(1 + \frac{b}{u_B} \right) \right]} \right]}{2 \left[\frac{b}{u_B} \mu_1 - a\mu_2 \left(1 + \frac{b}{u_B} \right) \right]} \right\} \quad (3.48)$$

bağıntısıyla belirlenir [32].

T_2 anında frenlemeye hazırlık yörüngesinden çıkan maksimal ivmeyle hızlanma yörüngeleri için, (3.46) bağıntısıyla belirlenen $x_2(T_2)$ hızının değerine göre, iki durum söz konusu olur :

1. $x_2(T_2) \leq V_g$ durumu :

Geri zamanlı optimal yörüngede, frenlemeye hazırlık evresinin bitip maksimal ivmeyle hızlanma evresinin başladığı andaki hızın geçiş hızından küçük olması durumunda, hızlanma evresine ait optimal yörünge $u^* = u_T/u_B$ kontrolüne göre

belirlenir ve parametrik denklemleri, (3.24) diferansiyel denklem takımının bu kontrole göre çözümüyü,

$$x_2(T) = \frac{1}{a} (u_B + b - u_B e^{-aT_1} - u_T e^{-aT_2}) e^{aT} + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.49)$$

$$x_1(T) = -\frac{1}{a} \left[\frac{1}{a} (u_B + b - u_B e^{-aT_1} - e_T e^{-T_2}) e^{aT} + (u_T - b)T + \frac{u_T - b}{a} - (u_T \cdot T_2 + u_B \cdot T_1) \right] \quad (3.50)$$

biçiminde bulunur. Bu durumda optimal regüler yörüngeler için, Horn tarafından belirlenen optimal kontrol yasasının (kapalı-çevrim optimal kontrol) katarın verilen başlangıç durumuna bağlı olarak çözümüyle elde edilebilecek denklemler (açık-çevrim optimal kontrol) geçerli olur [32].

Özel olarak $x_2(T_2) = v_g$ olması durumunda, (3.37) denkleminde $T_2 = T_g$, $x_2(T_2) = v_g$ yazılarak, T_1 frenleme süresi için

$$T_1 = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{u_B + b}{u_B} - \frac{a v_g + b}{u_B} e^{-aT_g} \right) \quad (3.51)$$

bağıntısı bulunur. Bu özel durumda (3.49) ve (3.50) parametrik denklemleri

$$x_2(T) = \left(v_g - \frac{u_T - b}{a} \right) e^{a(T - T_g)} + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.52)$$

$$x_1(T) = -\frac{1}{a} \left[\left(V_g - \frac{u_T - b}{a} \right) e^{\frac{a(T-T_g)}{u_T - b}} + (u_T - b)T + \frac{u_T - b}{a} - u_T \cdot T_g + \frac{u_B}{a} \ln \left(\frac{u_B + b}{u_B} - \frac{aV_g + b}{u_B} e^{-aT_g} \right) \right] \quad (3.53)$$

biçimini alırlar.

Katarın iki durak noktası arasındaki seyir süresi (t_f) verildiğinde, (3.52) de $t = 0$ ($T = t_f$) anında $x_2(T = t_f) = 0$ konarak,

$$T_g = t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) \quad (3.54)$$

elde edilir. Verilen t_f seyir süresine karşı gelen ve $x_2(T_2 = T_g) = V_g$ olan regüler çözüme ait yol, (3.53) denkleminde,

$$x_r(V_g) = -\frac{1}{a} \left\{ -bt_f - \frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) + \frac{u_B}{a} \cdot \ln \left[\frac{u_B + b}{u_B} + \frac{(aV_g + b)(u_T - b)}{u_B(aV_g + b - u_T)} e^{-at_f} \right] \right\} \quad (3.55)$$

bağıntısıyla bulunur.

2. $V_g < x_2(T_2) \leq V_m$ durumu :

Bu durumda, $T = T_2$ anında frenlemeye hazırlık evresinden çıkan geri zamanlı maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesi, (3.22) ile verilen $u_{\max}$ kontrollerine bağlı olarak, iki bölümde incelenmelidir :

a) $V_g < x_2(T) \leq V_m$ hız aralığında $u_{\max} = (-mx_2+n)/u_B$ optimal kontrolü geçerlidir (Şekil 3.6). Bu aralıkta geri zamanlı maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesinin parametrik denklemleri, (3.24) diferansiyel denklem takımının $u_{\max} = (-mx_2+n)/u_B$ kontrolüne göre çözümüyle elde edilirler.

$$x_2(T) = \frac{1}{a+m} \left[C_1 e^{(a+m)T} - (b-n) \right] \quad (3.56)$$

$$x_1(T) = - \frac{1}{a+m} \left[\frac{C_1}{a+m} e^{(a+m)T} - (b-n)T + C_2 \right] \quad (3.57)$$

Burada C_1 ve C_2 integral sabitleri, (3.37) ve (3.38) parametrik denklemlerinde $T = T_2$ yazılarak elde edilen, geri zamanlı frenlemeye hazırlık evresinin $T = T_2$ anındaki uç değerlerine bağlı olarak,

$$C_1 = \frac{a+m}{a} (u_B + b - u_B \cdot e^{-aT_1}) e^{-mT_2} - \frac{an+bm}{a} e^{-(a+m)T_2} \quad (3.58)$$

$$C_2 = \frac{m}{a^2} (u_B + b - u_B \cdot e^{-aT_1}) e^{aT_2} - \frac{a+m}{a} u_B \cdot T_1 - \frac{an+bm}{a} T_2$$

$$-\frac{b-n}{a+m} - \frac{bm}{a^2} \quad (3.59)$$

bağıntılarıyla belirlenirler.

b) $0 \leq x_2(T) \leq V_g$ hız aralığında $u_{\max} = u_T/u_B$ optimal kontrolü geçerlidir. (3.24) diferansiyel denklem takımının bu kontrol değerine göre çözümüyle, geri zamanlı maksimal ivmeyle hızlanma yörüngelerinin bu aralıktaki parametrik denklemleri

$$x_2(T) = \left(V_g - \frac{u_T - b}{a} \right) e^{a(T-T_g)} + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.60)$$

$$x_1(T) = -\frac{1}{a} \left[\left(V_g - \frac{u_T - b}{a} \right) e^{a(T-T_g)} + (u_T - b)T + C_3 \right] \quad (3.61)$$

elde edilirler. Burada C_3 integral sabiti, önceki aralık-
taki optimal yörüngenin $T = T_g$ anındaki uç değerlerine
bağlı olarak

$$C_3 = \frac{m}{a(a+m)} (u_B + b - u_B \cdot e^{-aT_1}) e^{aT_2} - u_B \cdot T_1 - \frac{an+bm}{a+m} T_2$$

$$- (u_T - \frac{an+bm}{a+m}) T_g - \frac{m}{a+m} V_g + \frac{u_T - b}{a} - \frac{bm}{a(a+m)}$$

(3.62)

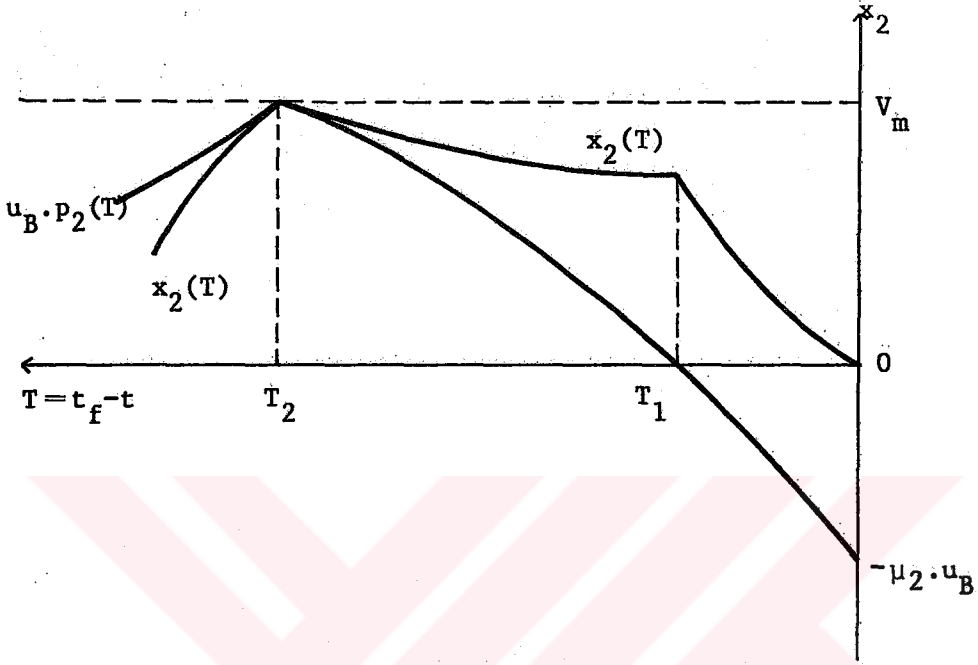
bağıntısıyla belirlenir. Bu bağıntılardaki T_g zamanı, (3.56) denkleminde $x_2(T_g) = V_g$ konarak,

$$T_g = \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{(a+m)V_g + b - n}{C_1} \right] \quad (3.63)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Özel olarak $x_2(T_2) = V_m$ olması durumunda (Şekil 3.7) diğer bir deyimle geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngesinin, maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesiyle yeniden izin verilen bölgeye sapsak üzere, $T = T_2$ anında $x_2 = V_m$ sınırına değmesi durumunda, durum uzayının sınırlandırılmış olması önemli değildir ve optimizasyon sorunu sınırlandırılmamış durum uzayında olduğu gibi çözülebilir [37].

Bu durumda, geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngesi için bulunan (3.37) denkleminde $x_2(T_2) = V_m$ konularak, T_1 ve T_2 zamanları arasında



Şekil 3.7

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{a} \ln \left[\frac{a V_m + b}{(u_B + b) e^{a T_1} - u_B} \right] \quad (3.64)$$

ya da

$$T_1 = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{u_B}{u_B + b - (a V_m + b) e^{-a T_2}} \right] \quad (3.65)$$

bağıntıları elde edilir.

Sınır hızının büyük değerler alması nedeniyle $V_m > V_g$ varsayımı yapılabilir.

$V_g < x_2 \leq V_m$ hız aralığında (3.56,3.57) parametrik denklemleri geçerlidir; C_1 ve C_2 sabitleri

$$C_1 = [(a+m)V_m + b-n] e^{-(a+m)T_2} \quad (3.66)$$

$$C_2 = -\frac{a+m}{a} u_B \cdot T_1 - \frac{an+bm}{a} T_2 + \frac{m}{a} V_m - \frac{b-n}{a+m} \quad (3.67)$$

olur.

$0 \leq x_2(T) \leq V_g$ hız aralığında ise (3.60,3.61) denklemleri geçerlidir, burada C_3 sabiti

$$C_3 = \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) - u_B \cdot T_1 - \frac{an+bm}{a+m} T_2 - (u_T - \frac{an+bm}{a+m}) T_g + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.68)$$

olur. Böylece, üç evreli regüler çözümün $T = T_2$ anında $x_2 = V_m$ sınırına değmesi özel durumunda, hızlanma evresini belirleyen (3.56,3.57) ve (3.60,3.61) parametrik denklemleri (x_1, x_2, T) üç boyutlu durum uzayında birer yüzey tanımlarlar.

(3.66) ile belirlenen C_1 sabiti (3.63) bağıntısında yerine konarak, geri zamanlı maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesinde, T_g ve T_2 zamanları arasında

$$T_g = T_2 + \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.69)$$

bağıntısı elde edilir.

Öte yandan T_g zamanı, t_f seyir süresine bağlı olarak (3.54) bağıntısıyla belirlendiğinden geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngesinin $x_2 = V_m$ sınırına değdiği T_2 anı

$$T_2 = t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) - \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.70)$$

bağıntısıyla bulunur. T_1 fren süresi ise, (3.65) ve (3.70) yardımıyla,

$$T_1 = -\frac{1}{a} \ln \left[\frac{u_B + b}{u_B} + \frac{(aV_m + b)(u_T - b)}{u_B(aV_g + b - u_T)} \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] e^{-at_f} \right] \quad (3.71)$$

bağıntısıyla belirlenir.

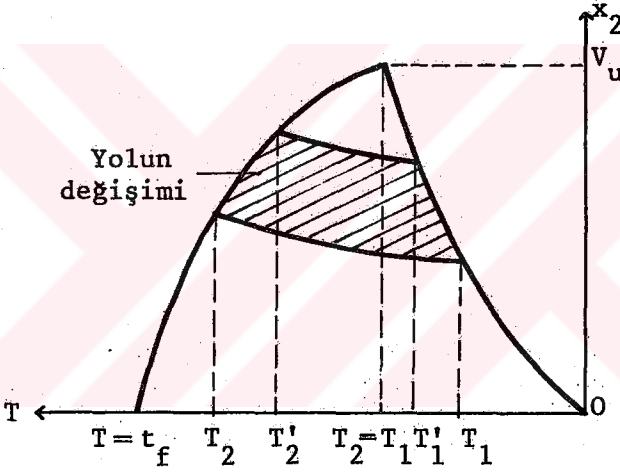
Böylece, verilen t_f süresine karşı gelen ve $T = T_2$ anında $x_2 = V_m$ sınırına değen regüler çözüme ait yol, yukarıdaki bağıntılar yardımıyla (3.61) denkleminde,

$$\begin{aligned} x_r(V_m) = & -\frac{1}{a} \left\{ -bt_f - \frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) \right. \\ & + \frac{u_B}{a} \ln \left[\frac{u_B + b}{u_B} + \frac{(aV_m + b)(u_T - b)}{u_B(aV_g + b - u_T)} \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] e^{-at_f} \right] \\ & \left. + \frac{an + bm}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] + \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) \right\} \quad (3.72) \end{aligned}$$

elde edilir.

3.3.1.4. Minimum süreli yönetim

Verilen iki durak noktası arasında V_m hız sınırı aşılmıyorsa katarın minimum süreli yönetimi, maksimal ivmeyle hızlanma ve frenleme evlerinden oluşur. Şekil 3.8 de de görüldüğü gibi frenlemeye hazırlık evresinin süresi ($T_2 - T_1$) kısaltıldıkça katarın verilen t_f seyir süresinde aldığı yol büyür. Bu nedenle maksimal ivmeyle hızlanma



Şekil 3.8

ve frenleme evrelerinden oluşan bu yönetim, katarın verilen t_f seyir süresinde alabileceği maksimal yolu da belirler.

Minimum süreli yönetime ait hızlanma yörüngelerinin denklemlerini elde edebilmek için daha önce bulunan üç evreli regüler çözümlerin hızlanma yörüngelerinin denklemlerinde $T_2 - T_1 = 0$ konmalıdır.

$T_1 = T_2$ anındaki tepe hızı V_u olmak üzere frenleme süresi, (3.30) denklemi yardımıyla,

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_u}{u_B + b} \right) \quad (3.73)$$

bağıntısıyla belirlenir.

$V_u \leq V_g$ olması durumunda, (3.49) ve (3.50) de $T_1 = T_2$ konarak ve (3.73) bağıntısı yardımıyla, geri zamanlı hızlanma yörüngesinin parametrik denklemleri

$$x_2(T) = \frac{u_B + b}{a} \frac{V_u - \frac{u_T - b}{a}}{V_u + \frac{u_B + b}{a}} e^{aT} + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.74)$$

$$x_1(T) = \frac{1}{a} \left[\frac{u_B + b}{a} \frac{V_u - \frac{u_T - b}{a}}{V_u + \frac{u_B + b}{a}} e^{aT} + (u_T - b)T + \frac{u_T - b}{a} - \frac{u_T + u_B}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_u}{u_B + b} \right) \right] \quad (3.75)$$

elde edilir. Bu iki denklemde V_u yok edilerek

$V_u \leq V$ olması durumunda, üç boyutlu (x_1, x_2, T) durum uzayında g_{minimum} süreli yönetime ait hızlanma yörüngelerinin oluşturdukları yüzeyin kapalı denklemi elde edilir :

$$x_1 = -\frac{1}{a} \left\{ x_2 + \frac{u_T + u_B}{a} \ln \left[\frac{u_B + b + (u_T - b - ax_2)e^{-aT}}{u_T + u_B} \right] + (u_T - b)T \right\} \quad (3.76)$$

(3.74) denkleminde $x_2(T = t_f) = 0$ konarak seyir süresiyle V_u tepe hızı arasında

$$t_{\min} = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{1 + \frac{aV_u}{u_B + b}}{1 - \frac{aV_u}{u_T - b}} \right] \quad (3.77)$$

bağıntısı bulunur. Bu bağıntı (3.75) denkleminde yerine konarak minimum süreli yönetimle alınan yol, V_u hızına bağlı olarak,

$$x_1 = \frac{1}{a^2} \left[(u_B + b) \ln \left(1 + \frac{aV_u}{u_B + b} \right) + (u_T - b) \ln \left(1 - \frac{aV_u}{u_T - b} \right) \right] \quad (3.78)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Özel olarak $V_u = V_g$ olması durumunda seyir süresi ve yol

$$t_{\min}^{(V_g)} = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{1 + \frac{aV_g}{u_B + b}}{1 - \frac{aV_g}{u_T - b}} \right] \quad (3.79)$$

$$x_1^{(V_g)} = \frac{1}{a^2} \left[(u_B + b) \ln \left(1 + \frac{aV_g}{u_B + b} \right) + (u_T - b) \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) \right] \quad (3.80)$$

bağıntılarıyla bulunurlar.

$V_g < V < V_m$ olması durumunda geri zamanlı hızlanma yörüngeleri, hız^u aralığına bağlı olarak, (x_1, x_2, T) üç boyutlu durum uzayında (3.56, 3.57) ve (3.60, 3.61) parametrik denklemleriyle tanımlanan yüzeyler üzerinde bulunurlar. Bu denklemlerdeki C_1, C_2 ve C_3 integral sabitleri, (3.58, 3.59 ve 3.62) bağıntılarında $T_2 = T_1$ konarak ve (3.73) bağıntısı yardımıyla,

$$C_1 = \left[(a+m)V_u + b - n \right] \left(1 + \frac{aV_u}{u_B + b} \right)^{-\frac{a+m}{a}} \quad (3.81)$$

$$C_2 = \frac{m}{a} V_u - \frac{b-n}{a+m} - \frac{u_B(a+m)+an+bm}{a^2} \ln \left(1 + \frac{aV_u}{u_B+b} \right) \quad (3.82)$$

$$C_3 = \frac{m}{a+m} (V_u - V_g) - \frac{1}{a} \left(u_B + \frac{an+bm}{a+m} \right) \ln \left(1 + \frac{aV_u}{u_B+b} \right)$$

$$-(u_T - \frac{an+bm}{a+m}) T_g + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.83)$$

bağıntılarıyla belirlenirler. T_g zamanı için (3.63) bağıntısı geçerlidir. Seyir süresiyle V_u tepe hızı arasındaki bağıntı, (3.54, 3.63 ve 3.81) bağıntıları yardımıyla,

$$t_{min} = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{1 + \frac{aV_u}{u_B+b}}{1 - \frac{aV_g}{u_T-b}} \right] + \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_u + \frac{b-n}{a+m}} \right]$$

(3.84)

biçiminde belirlenir. Yol ise, (3.54, 3.60, 3.61 ve 3.83, 3.84) bağıntıları yardımıyla V_u hızına bağlı olarak

$$x_1 = -\frac{1}{a} \left[\frac{m}{a+m} (V_u - V_g) - \frac{u_B + b}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_u}{u_B + b} \right) - \frac{u_T - b}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) - \frac{a(b-n)}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_u + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right] \quad (3.85)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Özel olarak, minimum süreli yönetimin $T_1 = T_2$ anında $x_2 = V_m$ sınıra değmesi durumunda hızlanma yörüngeleri, hem $T_1 = T_2$ anında sınıra değen üç evreli regüler çözümün hem de minimum süreli yönetimin hızlanma yörüngelerinin belirledikleri yüzeyler üzerinde bulunurlar. Bu durumda frenleme süresi

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) \quad (3.86)$$

olur. Seyir süresi ve yol, (3.84, 3.85) bağıntılarında $V_u = V_m$ konarak,

$$t_{\min}^{(V_m)} = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}}{1 - \frac{aV_g}{u_T - b}} \right] + \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.87)$$

$$\begin{aligned}
 x_1^{(V_m)} = & - \frac{1}{a} \left[\frac{m}{a+m} (V_m - V_g) - \frac{u_B + b}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{u_T - b}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) - \frac{a(b-n)}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right] \\
 & (3.88)
 \end{aligned}$$

elde edilir.

$T_1 = T_2$ anındaki V tepe hızının V hız sınırından büyük olması durumunda u minimum süreli m yönetimin belirlenebilmesi için hız sınırı üzerinde optimizasyon sorunu incelenmelidir (Bak.Bölüm 3.3.3). Bu durumda, duraklar arası uzaklığı ile seyir süresi arasında (3.193) bağıntısı geçerli olur.

3.3.1.5. $b < 0$ olması durumunda regüler çözümler

Lineerleştirilmiş özgül direnim kuvveti bağıntısı (3.6) bir kez saptandıktan sonra b katsayısı, gözönüne alınan güzergâh kesiminin eğimine bağlı olarak değişir (Bak.3.8 bağıntısı) ve bu katsayının negatif olması, katarın negatif eğimli bir güzergâh üzerinde, iniş yönünde, hareketine karşı gelir (Bak. Bölüm V).

$b < 0$ durumunda, kuramsal olarak, katarın yalnız frenlemeye hazırlık ve frenleme evreleriyle tam istenen sürede

ikinci durak noktasına ulaştığı bir minimum uzaklık tanımlanabilir¹ (Şekil 3.9 daki taralı alan). (3.37) denkleminde $x_2(T=t_f) = 0$ konarak

$$T_1 = -\frac{1}{a} \ln \left[1 + \frac{b(1-e^{-at_f})}{u_B} \right] \quad (3.89)$$

ve (3.39) denkleminden

$$x_0 = \frac{1}{a} \left\{ bt_f - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{b(1-e^{-at_f})}{u_B} \right] \right\} \quad (3.90)$$

bulunur.

Minimum süreli yönetim için Bölüm 3.3.1.4 de verilen bağıntılar $b < 0$ olması durumunda da geçerlidir.

Özel olarak, $T_1 = T_2$ anında $V_u = -b/a$ oluyorsa (3.30) a göre

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{u_B}{u_B + b} \right) \quad (3.91)$$

-
- 1) Gerçekte, hareketin başlangıcındaki direnimler nedeniyle katarın $u = 0$ kontrolü ile harekete geçmesi olanaksızdır; belirli bir çekim kuvvetinin uygulanması gerekir.

olur. Minimum süreli yönetime ait seyir süresi ve yol,
 $0 < -b/a \leq V_g$ ise (3.77, 3.78) bağıntılarında $V_u = -b/a$
 konarak,

$$t_{\min} = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{1 - \frac{b}{u_T}}{1 + \frac{b}{u_B}} \right] \quad (3.92)$$

$$x_1^{(-b/a)} = -\frac{1}{a^2} \left[(u_B + b) \ln \left(1 + \frac{b}{u_B} \right) + (u_T - b) \ln \left(1 - \frac{b}{u_T} \right) \right] \quad (3.93)$$

bağıntılarıyla; $V_g < -b/a \leq V_m$ ise (3.84,3.85) bağıntı-
 rında $V_u = -b/a$ konarak,

$$t_{\min} = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{\frac{u_B}{u_B + b}}{1 - \frac{aV_g}{u_T - b}} \right] + \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{-\frac{b}{a} + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.94)$$

$$x_1^{(-b/a)} = -\frac{1}{a} \left[-\frac{m}{a+m} \left(v_g + \frac{b}{a} \right) + \frac{u_B+b}{a} \ln \left(1 + \frac{b}{u_B} \right) \right.$$

$$\left. -\frac{u_T-b}{a} \ln \left(1 - \frac{av_g}{u_T-b} \right) - \frac{a(b-n)}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{v_g + \frac{b-n}{a+m}}{-\frac{b}{a} + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right]$$

(3.95)

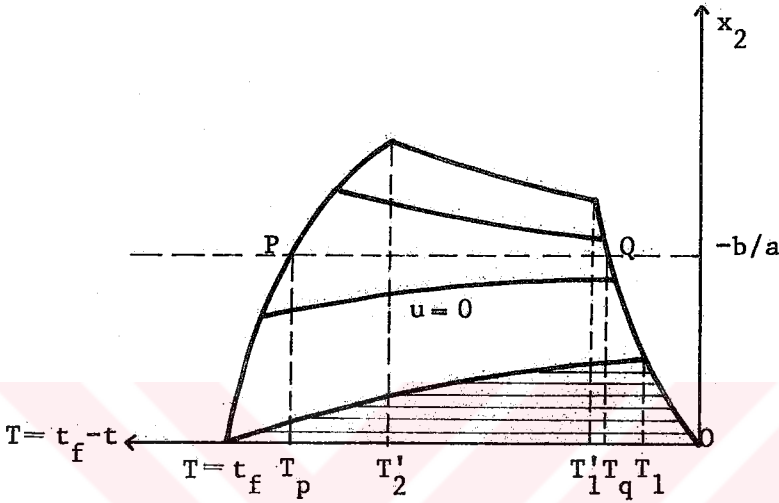
bağıntılarıyla belirlenir.

Güzergâh eğimine ve katarın hızına bağlı olarak (3.11) bağıntısındaki ax_2+b toplamı negatif, sıfır ya da pozitif olabilir.

$ax_2+b > 0$ ($x_2 > -b/a$) ise eğim zararsızdır. Bu durumda regüler yörüngeler $b > 0$ durumunda olduğu gibidir.

$ax_2+b = 0$ ($x_2 = -b/a$) oluyorsa harekete karşı koyan direnimler negatif eğimle dengeleniyor demektir. Katar, hızlanma evresindeyken hızının $-b/a$ ya eşit olduğu P noktasında $u = 0$ kontrolü uygulandığında frenleme ile durduruluncaya dek $x_2 = -b/a$ sabit hızıyla hareket ettiği bir rejim evresine girer (Şekil 3.9 da PQ evresi)

$ax_2+b < 0$ ($x_2 < -b/a$) ise eğim zararlıdır $|6|$. Katarın durak noktaları arasındaki hareketi olağan seyri içerisinde, ilk noktadan son noktaya (orijine) doğru, incelenirse iniş eğiminin harekete karşı koyan direnimlerden büyük olması nedeniyle, hızlanma evresini izliyen frenleme-ye hazırlık evresinde de hız artar (Şekil 3.9).



Şekil 3.9

Eğimin zararlı ya da zararsız olması durumlarında, regüler çözümler için Bölüm 3.3.1.1-3 de çıkarılan bağıntılar geçerlidir; bu çözümlerin frenlemeye hazırlık yörüngeleri, duraklar arasındaki uzaklığa göre $x_2 = -b/a$ doğrusunun altında ya da üstünde, bu doğruyu asimptot olarak ilerler.

Katarın hareketi olağan seyri içersinde incelenerek, $T = T_1$ anında hızlanma yörüngesinden çıkan frenlemeye hazırlık yörüngelerinin $x_2 = -b/a$ doğrusunu kesmedikleri kanıtlanabilir.

Basitlik sağlamak amacıyla hızlanmanın $u = u_T/u_B$ kontrolu ile gerçekleştirildiği varsayılırsa $T = t_f$ anında ilk durak noktasından hareket eden katarın hızı, hızlanma evresi boyunca

$$x_2(T) = \frac{u_T - b}{a} \left[1 - e^{a(T-t_f)} \right] \quad (3.96)$$

bağıntısıyla belirlenir. $T = T_2$ anında bu hızlanma yörüngesinden çıkan frenlemeye hazırlık yörüngesi için ise

$$x_2(T) = \frac{1}{a} \left[u_T e^{-aT_2} - (u_T - b) e^{-at_f} \right] e^{aT} - \frac{b}{a} \quad (3.97)$$

bağıntısı geçerli olur. Bu yörüngenin $x_2 = -b/a$ doğrusunu kesmesi için $[u_T e^{-aT_2} - (u_T - b) e^{-at_f}] = 0$ olmalıdır.

Oysa (3.97) bağıntısında görüldüğü gibi bu katsayı, frenlemeye hazırlık yörüngeleri $x_2 = -b/a$ doğrusunun altında ise negatif, üstünde ise pozitif olur; diğer bir deyişle P noktasından çıkmayan frenlemeye hazırlık yörüngeleri $x_2 = -b/a$ doğrusunu kesmezler.

Öte yandan $x_2 = -b/a$ doğrusunun frenleme yörüngesinden ayrıldığı T_q zamanı, (3.30) denkleminde $x_2(T_q) = -b/a$ konarak,

$$T_q = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{u_B}{u_B + b} \right) \quad (3.98)$$

olarak bulunur. $T = T_q$ anında frenleme yörüngesinden çıkan ve QP boyunca, geri zamanlı olarak, $x_2 = -b/a$ sabit hızıyla hareket ettikten sonra T_p anında hızlanma evresine geçen regüler çözümler $-b/a^p$ nın değerine göre iki bölümde incelenebilir:

$$1. \quad 0 < -\frac{b}{a} \leq v_g \quad \text{durumu :}$$

Bu durumda, (3.49) denkleminde $T_1 = T_q$, $T_2 = T_p$ yazılarak ve $x_2(T = t_f) = 0$ konarak, T_p zamanı

$$T_p = t_f - \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{b}{u_T} \right) \quad (3.99)$$

bağıntısıyla belirlenir. Verilen t_f seyir süresine göre rejim evresinin süresi

$$T_p - T_q = t_f - \frac{1}{a} \ln \left[\frac{1 - \frac{b}{u_T}}{1 + \frac{b}{u_T}} \right] \quad (3.100)$$

olarak bulunur. (3.50) denkleminde $T_1 = T_q$, $T_2 = T_p$ yazılarak verilen t_f süresine karşı gelen ve q $x^2 = -b/a$ sabit rejim hızıyla hareket evresini içeren üç evreli regüler çözüme ait yol

$$x_r^{(-b/a)} = -\frac{1}{a} \left[-bt_f + \frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{b}{u_T} \right) + \frac{u_B}{a} \ln \left(1 + \frac{b}{u_B} \right) \right] \quad (3.101)$$

elde edilir.

Özel olarak $-b/a = v_g$ ise

$$T_p = T_g = t_f - \frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{av_g}{u_T} \right) \quad (3.102)$$

$$x_r(-b/a = V_g) = -\frac{1}{a} \left[aV_g \cdot t_f + \frac{u_T}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_g}{u_T} \right) + \frac{u_B}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_B} \right) \right] \quad (3.103)$$

olur.

2. $V_g < -\frac{b}{a} \leq V_m$ durumu :

Bu durumda, (3.56) denkleminde $x_2(T_p) = -b/a$ konarak

$$C_1 = -\frac{an+bm}{a} e^{-(a+m)T_p} \quad (3.104)$$

bulunur ve T_p zamanı, (3.60, 3.63 ve 3.104) bağıntıları yardımıyla

$$T_p = t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) - \frac{1}{a+m} \ln \left\{ -\frac{a[(a+m)V_g + b - n]}{an+bm} \right\} \quad (3.105)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Rejim evresinin süresi

$$T_p - T_q = t_f - \frac{1}{a+m} \ln \left\{ - \frac{a[(a+m)V_g + b - n]}{an + bm} \right\} \\ + \frac{1}{a} \ln \left[\left(1 + \frac{b}{u_B}\right) \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b}\right) \right] \quad (3.106)$$

olur. $T_1 = T_q$, $T_2 = T_p$ konarak, (3.60, 3.61, 3.62 ve 3.63) bağıntıları yardımıyla, verilen t_f süresine karşı gelen ve $x_2 = -b/a$ sabit rejim hızıyla hareket evresini içeren üç evreli regüler çözüme ait yol

$$x_r = \frac{(-b/a)}{a} - \frac{1}{a} \left\{ -bt_f - \frac{m}{a+m} \left(V_g + \frac{b}{a}\right) - \frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b}\right) \right. \\ \left. + \frac{u_B}{a} \ln \left(1 + \frac{b}{u_B}\right) + \frac{an + bm}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{a[(a+m)V_g + b - n]}{an + bm} \right] \right\} \quad (3.107)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Özel olarak $-b/a = V_m$ ise

$$T_p = t_f + \frac{1}{a} \ln\left(1 - \frac{V_g}{V_m + \frac{u_T}{a}}\right) - \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{a(V_m - V_g) + n-m \cdot V_g}{n-m \cdot V_m} \right]$$

(3.108)

$$\begin{aligned} x_{(-b/a=V_m)} = & - \frac{1}{a} \left\{ a V_m \cdot t_f + \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) - \frac{u_T}{a} \ln\left(1 - \frac{V_g}{V_g + \frac{u_T}{a}}\right) \right. \\ & \left. + \frac{u_B}{a} \ln\left(1 - \frac{aV_m}{u_B}\right) + \frac{a(n-m \cdot V_m)}{a+m} \ln \left[\frac{a(V_m - V_g) + n-m \cdot V_g}{n-m \cdot V_m} \right] \right\} \end{aligned}$$

(3.109)

olur.

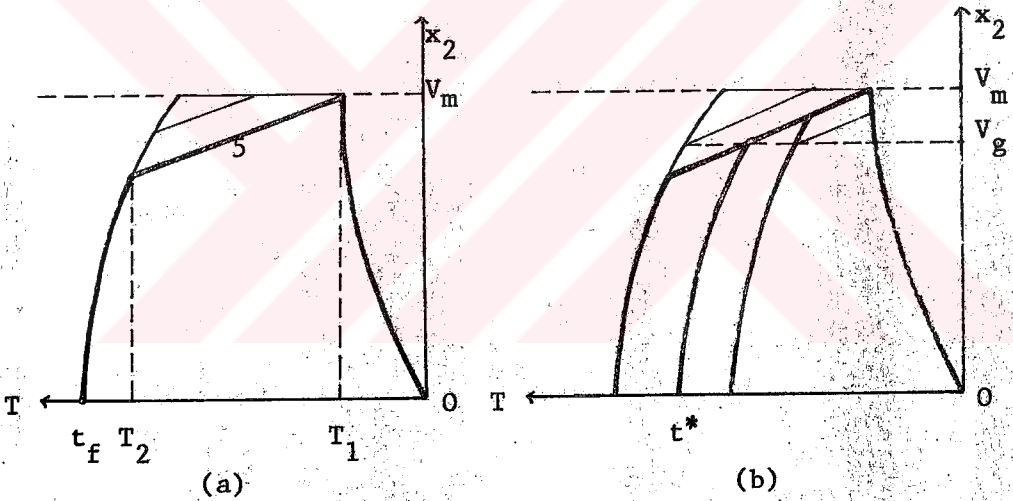
$-b/a > V_m$ ise, V_m hız sınırında da eğim zararlı olduğundan, katarın hız sınırına ulaşması durumunda hızı sabit tutmak için fren kuvveti uygulamak gerekir.

Şekil 3.10.a da T_1 anında $x_2 = V_m$ sınırına değen (5) yörüngesinin altında kalan optimum V_m regüler yörüngeler için Bölüm 3.3.1.1.-3 de çıkarılan bağıntılar geçerlidir.

(5) yörüngesine ait fren süresi

$$T_1 = \frac{1}{a} \ln\left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b}\right) \quad (3.110)$$

olur. T_2 anında frenlemeye hazırlık yörüngesinden çıkan maksimal ivmeyle hızlanma yörüngeleri, $x_2(T_2)$ hızının değeri-
rine göre, iki biçimde belirlenir :



Şekil 3.10

1. $x_2(T_2) < V_g$ ise (3.49, 3.50) parametrik denklemleri

$$x_2(T) = \frac{1}{a} \left(\frac{aV_m + b}{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}} - u_T \cdot e^{-aT_2} \right) e^{aT} + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.111)$$

$$x_1(T) = -\frac{1}{a} \left[\frac{1}{a} \left(\frac{aV_m+b}{1+\frac{aV_m}{u_B+b}} - u_T \cdot e^{-aT_2} \right) e^{aT} + (u_T-b)T \right. \\ \left. - u_T \cdot T_2 + \frac{u_T-b}{a} - \frac{u_B}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B+b} \right) \right] \quad (3.112)$$

biçimini alırlar.

t_f seyir süresi verildiğinde T_2 zamanı, (3.111)de $x_2(t_f) = 0$ konarak,

$$T_2 = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{1}{u_T} \cdot \frac{aV_m+b}{1+\frac{aV_m}{u_B+b}} + \frac{u_T-b}{u_T} e^{-at_f} \right) \quad (3.113)$$

bağıntısıyla belirlenir ve seyir süresiyle yol arasında

$$x_1 = -\frac{1}{a} \left[(u_T-b)t_f + \frac{u_T}{a} \ln \left(\frac{1}{u_T} \cdot \frac{aV_m+b}{1+\frac{aV_m}{u_B+b}} + \frac{u_T-b}{u_T} e^{-at_f} \right) \right. \\ \left. - \frac{u_B}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B+b} \right) \right] \quad (3.114)$$

bağıntısı bulunur.

Durak noktaları arasındaki uzaklık (3.114) ile belirlenen x_1 den büyük ise katar frenlemeye hazırlık evresindeyken $x_2 = V_m$ hız sınırına ulaşır ve hızı bu değerde tutabilmek amacıyla $u = (aV_m + b)/u_B$ kontrolünün uygulanması gerekir. $u < 0$ olduğundan bu kontrol optimallik koşulunu sağlamaz, bu nedenle (5) yörüngesinin üstündeki yörüngeler enerji bakımından optimal çözümler değildir.

$T = T_2$ anında $x_2(T_2) \leq V_g$ olması için seyir süresi, (3.54) ve (3.111) e göre,

$$t_f \geq t^* = \frac{1}{a} \left[\ln \left[\frac{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}}{1 - \frac{aV_g}{u_T - b}} \right] + \ln \left[\frac{V_g + \frac{b}{a}}{V_m + \frac{b}{a}} \right] \right] \quad (3.115)$$

koşulunu sağlamalıdır (Şekil 3.10.b). $t_f = t^*$ olan regüler çözüme ait yol, (3.114, 3.115) yardımıyla,

$$x_r^* = \frac{1}{a^2} \left[(u_B + b) \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) + b \cdot \ln \left[\frac{V_g + \frac{b}{a}}{V_m + \frac{b}{a}} \right] + (u_T - b) \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) \right] \quad (3.116)$$

bağıntısıyla belirlenir.

2. $t < t^*$ ise $x_2(T_2) > V_g$ olur (Şekil 3.10.b). Bu durumda, maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesi için (3.56, 3.57) ve (3.60, 3.61) parametrik denklemleri geçerlidir. Bu denklemlerdeki integral sabitleri

$$C_1 = \frac{(a+m)(V_m + \frac{b}{a})}{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}} e^{-mT_2} - \frac{an+bm}{a} e^{-(a+m)T_2} \quad (3.117)$$

$$C_2 = \frac{m}{a} \frac{V_m + \frac{b}{a}}{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}} e^{aT_2} - \frac{u_B(a+m)}{a^2} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) - \frac{an+bm}{a} T_2 - \frac{b-n}{a+m} - \frac{bm}{a^2} \quad (3.118)$$

$$C_3 = \frac{m}{a+m} \frac{V_m + \frac{b}{a}}{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}} e^{aT_2} - \frac{u_B}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) + \frac{u_T - b}{a} - \frac{an+bm}{a+m} T_2 - \left(u_T - \frac{an+bm}{a+m} \right) T_g - \frac{m}{a+m} V_g - \frac{bm}{a(a+m)} \quad (3.119)$$

bağıntılarıyla belirlenir.

3.3.2. Singüler çözümler

(3.19) ve (3.22) ile verilen optimal kontrol dizisi içinde

$$p_2 = 0 \quad \text{için} \quad u^* = [-1, 0]$$

$$p_2 = x_2/u_B \quad \text{için} \quad u^* = [0, u_{\max}]$$

kontrollarına karşı gelen çözümler, singüler çözümler olarak tanımlanırlar.

Bölüm 3.2 de belirtildiği gibi nesnenin $x(t_0)$ başlangıç durumundan $x(t_f)$ son durumuna, verilen performans ölçüsü minimum olacak biçimde yönetilebilmesi için gerek koşul (3.18) bağıntısıyla belirlenen Hamilton fonksiyonunun u kontrol değişkenine göre maksimum olmasıdır. u^* , x^* , p^* , sırasıyla, optimal kontrol ve ona karşı gelen optimal durum değişkeni ve yardımcı değişken olmak üzere yukarıdaki gereklilik koşulu yardımıyla u^* , x^* , p^* arasında bir bağıntının bulunamadığı sınırlı bir zaman aralığı varsa bu zaman aralığına "singüler aralık" ve böyle bir çözüme de "singüler çözüm" denir¹ [35, 38]. Bu çözüm de, optimallik koşulunu sağlayan regüler çözümler gibi, "optimal çözüm adayı" olarak göz önüne alınmalıdır.

1) Burada şu noktayı özellikle belirtmek gerekir : p_2 yardımcı değişkeninin sıfırdan ya da x_2/u_B den geçtiği anlar, bir singüler aralık olmayıp kontrol değişkeninin değerinin değiştiği anlardır.

3.3.2.1. $p_2 = 0$ için çözüm

Bu durumda (3.18) Hamilton fonksiyonu, u kontrolünün -1 ile 0 arasındaki, bütün değerleri için maksimum olur ve bu singüler çözüm, zorunlu olarak, $u^* = -1$ ile belirlenen maksimal ivmeyle frenleme evresiyle $u^* = 0$ ile belirlenen frenlemeye hazırlık evresi arasında bulunur [31, 32].

$p_2 = 0$ olması için, p_1 ve p_2 yardımcı değişkenlerinin belirsiz uç değerleri, $-\mu_1 = 0$, $-\mu_2 = 0$ olmalıdır (Bak. 3.33 bağıntısı).

Frenlemeye hazırlık ve frenleme evreleri arasına, u kontrolünün -1 ile 0 arasında keyfî değerler alabildiği bir singüler aralığın girmesi pratik bir anlam taşımaz; diğer bir deyimle durak noktaları arasında optimal yönetimden zorunlu bir ayrılma olmadıkça regüler çözümden bu singüler çözüme geçilemez [31, 32].

3.3.2.2. $p_2 = x_2/u_B$ için çözüm

Bu durumda u kontrolü 0 ile $u_{\max}$ arasında keyfî değerler alabilir ve singüler çözüm de, zorunlu olarak, frenlemeye hazırlık evresiyle maksimal ivmeyle hızlanma evresi arasında bulunur. $[0, u_{\max}]$ aralığında u kontrolünün belirsiz olmasına karşın, pozitif değerler alması nedeniyle $1/2(u+|u|)$ terimi u ya eşit olur. $x_2(T)$ hızının ve $p_2(T)$ yardımcı değişkeninin (3.24, 3.25) diferansiyel denklemleri

$$\frac{dx_2}{dT} = \dot{x}_2 = ax_2 + b - u_B \cdot u^*$$

(3.120)

$$\frac{dp_2}{dT} = \dot{p}_2 = -u^* - \mu_1 - ap_2 - (u_B \cdot p_2 - x_2) \frac{\partial u^*}{\partial x_2}$$

olur. Singüler çözüm aralığında $p_2 = x_2/u_B$ olacağından bu iki bağıntıdan

$$x_{2s} = -\frac{1}{2a} (\mu_1 \cdot u_B - b) \quad (3.121)$$

$$u^* = \frac{ax_{2s} + b}{u_B} = \frac{1}{2} \left(\frac{b}{u_B} - \mu_1 \right) \quad (3.122)$$

bulunur.

(3.121, 3.122) singüler çözüm boyunca hızın, V_m sınır hızını geçmemek koşuluyla, sabit kaldığını ve bunun için de katarı sabit bir u^* kontrolunun uygulanması gerektiğini göstermektedir. $p_2 = x_2/u_B > 0$ olduğundan bu singüler aralık, katarın durak noktaları arasındaki olağan seyrinin son evresinde ortaya çıkmaz, zorunlu olarak regüler çözüm evresinden sonra gelir. Geri zamanlı yörüngede $T = T_2$ anında $p_2 = x_2/u_B$ olduğundan bu singüler çözüm ancak T_2 anında frenlemeye hazırlık evresinden sonra ortaya çıkar. Geri zamanlı yörüngede, frenlemeye hazırlık evresinden singüler çözüme geçiş anı T_s ile gösterilirse (3.34, 3.37) bağıntılarından

$$x_{2s}(T_s) = \left[\frac{b}{a} + \frac{u_B}{a} \left(\frac{a\mu_2}{a\mu_2 - \mu_1} \right) \right] e^{aT_s} - \frac{b}{a} \quad (3.123)$$

(3.48) bağıntısından

$$T_s = \frac{1}{a} \ln \left\{ \frac{(a\mu_2 - \mu_1) \left[\mu_1 - \frac{b}{u_B} + \sqrt{\left(\frac{b}{u_B} - \mu_1\right)^2 + 4 \left[\mu_1 \frac{b}{u_B} - a\mu_2 \left(1 + \frac{b}{u_B}\right) \right]} \right]}{2 \left[\frac{b}{u_B} \mu_1 - a\mu_2 \left(1 + \frac{b}{u_B}\right) \right]} \right\} \quad (3.124)$$

bulunur.

Öte yandan x_{2s} hızı (3.121) bağıntısını sağlayacağından, (3.121, 3.123, 3.124) den, p_2 yardımcı değişkenin belirsiz uç değeri bu singüler çözüm için

$$-\mu_2 = \frac{-\mu_1 \frac{b}{u_B} - \frac{1}{4} \left(\frac{b}{u_B} - \mu_1\right)^2}{a \left(1 + \frac{b}{u_B}\right)} \quad (3.125)$$

bağıntısıyla belirlenir. Böylece, p_1 ve p_2 yardımcı değişkenlerinin belirsiz uç değerleri (3.125) bağıntısını sağladıklarında singüler çözüm ortaya çıkmaktadır. Bu eşitlik (3.124) de yerine konarak

$$T_s = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{\frac{1}{4} \left(\frac{b}{u_B} - \mu_1\right)^2 - \mu_1}{\frac{1}{2} \left(\frac{b}{u_B} - \mu_1\right) \left(1 + \frac{b}{u_B}\right)} \right] \quad (3.126)$$

elde edilir. (3.121, 3.126) da μ_1 yok edilerek $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözüme geçiş anı

$$T_s = \frac{1}{a} \ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s}+u_B+b)}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)} \right] \quad (3.127)$$

bağıntısıyla belirlenir.

(3.39) denkleminde $x_2 = x_{2s}$ ve $T = T_s$ konarak, geri zamanlı yörünge'nin frenlemeye hazırlık evresinden singüler çözüme geçtiği T_s anındaki x_1 yolu ile x_{2s} hızı arasında

$$x_1 = \frac{1}{a} \left\{ \frac{u_B+b}{a} \ln \left[\frac{(ax_{2s}+b)^2 + u_B(2ax_{2s}+b)}{u_B+b} \right] - \frac{b}{a} \ln(ax_{2s}+b) - \frac{u_B}{a} \ln(2ax_{2s}+b) - x_{2s} \right\} \quad (3.128)$$

bağıntısı bulunur.

$p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünde $-\mu_1$ ve $-\mu_2$ uç değerleriyle x_{2s} hızı arasında fonksiyonel bir bağıntı bulunabildiğinden (Bak. 3.121, 3.125 bağıntıları) T_1 frenlemeye geçiş anı da (Bak. 3.34 bağıntısı) x_{2s} hızına bağlı olarak

$$T_1 = \frac{1}{a} \ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B+b)(2ax_{2s}+b)} \right] \quad (3.129)$$

biçiminde belirlenebilir. Frenleme evresiyle $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümü arasındaki frenlemeye hazırlık evresinin süresi

$$T_s - T_1 = \frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{ax_{2s}}{ax_{2s} + b} \right) \quad (3.130)$$

bağıntısıyla bulunur. Frenlemeye geçiş hızıyla, $x_2(T_1)$, x_{2s} hızı arasında da fonksiyonel bir bağıntı kurulabilir. (3.37) ve (3.129) dan

$$x_2(T_1) = \frac{ax_{2s}^2}{2ax_{2s} + b} \quad (3.131)$$

ya da

$$x_{2s} = x_2(T_1) + \sqrt{x_2(T_1) \left[x_2(T_1) + \frac{b}{a} \right]} \quad (3.132)$$

olur.

$p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünün x_{2s} geri zamanlı hız yörüngesi $T = T_s$ anında frenlemeye hazırlık evresinden çıkar. (3.132) de görüldüğü gibi x_{2s} hızı T zamanından bağımsızdır. (3.129) bağıntısından x_{2s} , T_1 e göre çözülürse

$$x_{2s} = \frac{u_B + b}{a} \left[e^{aT_1 - 1} + \sqrt{(e^{aT_1 - 1} - \frac{u_B}{u_B + b})} \right] \quad (3.133)$$

bulunur. Bunun (3.24) e göre integrali alınarak singüler aralığa ait yol denklemi, (3.38) ve (3.130) bağıntıları yardımıyla,

$$x_1(T) = -x_{2s} \cdot T + (x_{2s} + \frac{u_B + b}{a}) T_1 + \frac{1}{a} (x_{2s} + \frac{b}{a}) \ln(1 + \frac{ax_{2s}}{ax_{2s} + b})$$

$$- \frac{1}{a} (\frac{u_B + b}{a} e^{aT_1} - \frac{u_B}{a}) (1 + \frac{ax_{2s}}{ax_{2s} + b}) + \frac{b}{a^2}$$

(3.134)

bulunur.

(3.133, 3.134), $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümüne ait geri zamanlı yörüngenin T_1 e göre parametrik denklemleridir. (3.129) ile belirlenen T_1 , (3.134) denkleminde yerine konarak, üç boyutlu (x_1, x_2, T) durum uzayında, (3.122) ile belirlenen u^* kontrolunun uygulandığı singüler çözüme ait yörüngelerin oluşturdukları yüzeyin kapalı denklemi elde edilir:

$$x_1 = -x_{2s} T + \frac{1}{a} \left\{ -x_{2s} + \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B + b)(2ax_{2s} + b)} \right] \right.$$

$$\left. + (x_{2s} + \frac{b}{a}) \ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s} + u_B + b)}{(u_B + b)(ax_{2s} + b)} \right] \right\}$$

(3.135)

değerleri yardımıyla,

$$x_2(T) = \left(x_{2s} - \frac{u_T - b}{a}\right) e^{\frac{a(T-T_3)}{a}} + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.137)$$

$$\begin{aligned} x_1(T) = & -\frac{1}{a} \left\{ \left(x_{2s} - \frac{u_T - b}{a}\right) e^{\frac{a(T-T_3)}{a}} + (u_T - b)(T - T_3) + \frac{u_T - b}{a} \right. \\ & + a \cdot x_{2s} \cdot T_3 - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B + b)(2ax_{2s} + b)} \right] \\ & \left. - \left(x_{2s} + \frac{b}{a}\right) \ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s} + u_B + b)}{(u_B + b)(ax_{2s} + b)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.138)$$

parametrik denklemleri elde edilir.

t_f seyir süresi verildiğinde geri zamanlı yörüngenin sabit hızlı singüler çözümden maksimal ivmeyle hızlanma evresine geçiş anı T_3 , (3.137) de $x_2(T = t_f) = 0$ konarak,

$$T_3 = t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{ax_{2s}}{u_T - b} \right) \quad (3.139)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Verilen t_f seyir süresine karşı gelen ve $x_{2s} = v_g$ olan singüler yörüngeye ait yol, (3.138) den,

$$x_s(v_g) = -\frac{1}{a} \left\{ a v_g \cdot t_f + \left(v_g - \frac{u_T - b}{a} \right) \ln \left(1 - \frac{a v_g}{u_T - b} \right) \right.$$

$$\left. - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(a v_g)^2}{(u_B + b)(2a v_g + b)} \right] \right.$$

$$\left. - \left(v_g + \frac{b}{a} \right) \ln \left[1 + \frac{a v_g (a v_g + u_B + b)}{(u_B + b)(a v_g + b)} \right] \right\} \quad (3.140)$$

olarak bulunur.

2. $v_g < x_{2s} \leq v_m$ durumu :

Bu durumda, singüler çözümü izleyen hızlanma yörünge için, hızın değerine bağlı olarak, (3.56, 3.57) ve 3.60, 3.61) parametrik denklemleri geçerlidir. $x_2(T_3) = x_{2s}$ ve (3.136) uç değerleri yardımıyla C_1 ve C_2 integral x_{2s} sabitleri

$$C_1 = \left[(a+m)x_{2s} + (b-n) \right] e^{-(a+m)T_3} \quad (3.141)$$

$$C_2 = \frac{m}{a} x_{2s} + [(a+m)x_{2s} + b - n] T_3 - \frac{b-n}{a+m}$$

$$- \frac{u_B(a+m)}{a^2} \ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B+b)(2ax_{2s}+b)} \right]$$

$$- \frac{a+m}{a} \left(x_{2s} + \frac{b}{a} \right) \ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s}+u_B+b)}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)} \right]$$

(3.142)

olurlar. (3.63) ve (3.141)den T_3 ve T_g zamanları arasında

$$T_g = T_3 + \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{x_{2s} + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.143)$$

bağıntısı bulunur. C_3 sabiti ise, (3.57) denkleminin $T = T_g$ anındaki $x_1(T_g)$ uç değeri (3.61) de yerine konarak ve (3.142, 3.143) bağıntıları yardımıyla,

$$C_3 = \frac{m}{a+m} (x_{2s} - V_g) + \frac{u_T - b}{a} - \frac{1}{a+m} \left[\frac{a(b-n)}{a+m} + u_T - b \right].$$

$$\ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{x_{2s} + \frac{b-n}{a+m}} \right] - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B+b)(2ax_{2s}+b)} \right]$$

$$-(x_{2s} + \frac{b}{a}) \ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s}+u_B+b)}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)} \right] + (ax_{2s}-u_T+b) T_3$$

(3.144)

bağıntısıyla belirlenir.

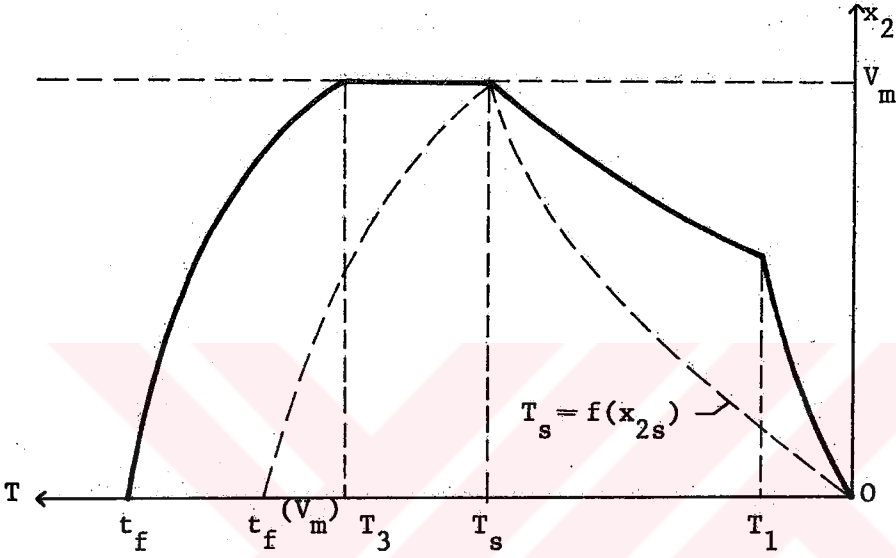
t_f seyir süresi verildiğinde T_3 zamanı, (3.54) ve (3.143) bağıntılarından,

$$T_3 = t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T-b} \right) - \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{x_{2s} + \frac{b-n}{a+m}} \right]$$

(3.145)

olarak bulunur.

$p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünün $x_2 = V$ sınırı üzerinde de geçerli olabilmesi için (Şekil 3.12)'m T_s zamanı



Şekil 3.12

$$T_s^{(V_m)} = \frac{1}{a} \ln \left[1 + \frac{aV_m(aV_m+u_B+b)}{(u_B+b)(aV_m+b)} \right] \quad (3.146)$$

olmalıdır (Bak.3.117 bağıntısı). Ayrıca verilen seyir süresi t_f , $T_3 > T_s$ koşulu sağlanacak biçimde büyük olmalıdır. (3.135) de $x_{2s} = V_m$ yazılarak (3.145, 3.146) dan bu koşul

$$t_f > \frac{1}{a} \ln \left[\frac{(aV_m+b)^2 + (2aV_m+b)u_B}{(u_B+b)(aV_m+b) \left(1 - \frac{aV_g}{u_T-b}\right)} \right]$$

$$\frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.147)$$

biçiminde belirlenir.¹ Bu durumda verilen seyir süresine karşı gelen yol, (3.61) denkleminde $T = t_f$ konarak ve (3.144, 3.145) bağıntıları yardımıyla,

$$\begin{aligned} x_s(V_m) = & -\frac{1}{a} \left\{ aV_m \cdot t_f + \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) + (V_m - \frac{u_T - b}{a}) \ln(1 - \frac{aV_g}{u_T - b}) \right. \\ & - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(aV_m)^2}{(u_B + b)(2aV_m + b)} \right] \\ & - (V_m + \frac{u_B + b}{a}) \ln \left[1 + \frac{aV_m(aV_m + u_B + b)}{(u_B + b)(aV_m + b)} \right] \\ & \left. - \frac{a}{a+m} (V_m + \frac{b-n}{a+m}) \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right\} \quad (3.148) \end{aligned}$$

1) Aynı bağıntı; verilen seyir süresinin, kritik yörüngenin $T = T_s$ anında $x_{2s} = V_m$ sınırına değmesi durumunda belirlenen $t_f(V_m)$ süresinden büyük olması koşulu yazılarak da elde edilebilir (Bak. Bölüm 3.2.2.3, 3.155 bağıntısı)

olarak bulunur.

3.3.2.3. Kritik yörünge

$p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünün ortaya çıkması durumunda geri zamanlı optimal yörünge izlenirse, katarın frenleme ve frenlemeye hazırlık evrelerinden sonra singüler aralık boyunca, V_m hız sınırını aşmamak üzere, sabit bir x_{2s} hızı ile hareket ettiği ve maksimal ivmeyle hızlanma evresiyle başlangıç noktasına ulaştığı görülür (Şekil 3.11 de OECBA yörüngesi).

Geri zamanlı yörüngede, frenlemeye hazırlık evresinden singüler çözüme geçiş anı T_s , x_{2s} hızına bağlı olarak, (3.127) bağıntısıyla belirlenir (Şekil 3.11 de, $b > 0$ için, OK eğrisi).

$p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünü yalnızca $T = T_s$ anında sağlayan ve $T < T_s$ için frenlemeye hazırlık evresinden $T > T_s$ için maksimal ivmeyle hızlanma evresine geçen optimal yörünge (Şekil 3.11 de ONKA yörüngesi), "kritik yörünge" olarak tanımlanabilir. Şekil 3.11 de görüldüğü gibi, verilen bir t_f seyir süresi için singüler çözümler kritik yörünge'nin altında ortaya çıkmakta, bunun üstünde ise üç evreli regüler yörüngeler geçerli olmaktadır. Bu bakımdan kritik yörünge, regüler yörüngelerle singüler yörüngeler¹ arasında bir sınır yörüngesi olarak nitelendirilebilir.

J.F.Coales, Bölüm 1.4 de açıklanan basitleştirmelerle incelediği optimizasyon sorununda, verilen bir seyir süresi için duraklar arasındaki uzaklığın belirli bir değerden küçük olması durumunda sabit hızla hareket evresini içeren dört evreli yörüngelerin optimal olduğunu, daha büyük durak

1) Bundan böyle $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünü içeren dört evreli yörüngeler için "singüler yörünge" ya da "singüler yönetim" tanımlamaları kullanılacaktır.

aralıklarında ise sabit hızla hareket evresinin ortaya çıkmadığını belirtmiştir [29].

V.G.Schmidt de verilen iki durak noktası arasında seyir süresinin kritik bir değerden büyük olması durumunda dört evreli singüler yörüngelerin optimal olduğunu göstermiştir [30].

Gerçekte bu iki sonuç - verilen bir seyir süresi için durak aralığının azalması ya da verilen bir durak aralığı için seyir süresinin artması durumlarında singüler yörüngelerin optimal olmaya başlaması- aynı anlama gelmekte, duraklar arasında ortalama seyir hızı belirli bir değeri aşınca dört evreli yönetim optimal olmaktadır.

Verilen t_f seyir süresi ile kritik yörüngeye ait x_{2s} hızı arasındaki bağıntı, x_{2s} hızının V_g geçiş hızından küçük ya da büyük oluşuna göre, aşağıdaki biçimde elde edilebilir :

1. $x_{2s} \leq V_g$ ise (3.49) denkleminde T_2 ve T_1 yerine, sırasıyla (3.127, 3.129) bağıntıları konarak ve $T = t_f$ anında $x_2(T = t_f) = 0$ yazılarak

$$t_f = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{(ax_{2s}+b)^2 + (2ax_{2s}+b)u_B}{(u_B+b)(ax_{2s}+b) \left(1 - \frac{ax_{2s}}{u_T-b}\right)} \right] \quad (3.149)$$

bulunur.

Kritik yörüngeye karşı gelen yol (Şekil 3.11 de ONKA eğrisiyle T eksenı arasında kalan alan), (3.50) denklemini göre, (3.127, 3.129, 3.149) yardımıyla,

$$x_{kr} = -\frac{1}{a} \left\{ -\frac{b}{a} \ln \left[\frac{(ax_{2s}+b)^2 + (2ax_{2s}+b)u_B}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)(1-\frac{ax_{2s}}{u_T-b})} \right] \right.$$

$$\left. -\frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{ax_{2s}}{u_T-b} \right) - \frac{u_B}{a} \right\}$$

$$\ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B+b)(2ax_{2s}+b)} \right] \quad (3.150)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Kritik yörüngenin $T = T_s$ anında $x_{2s} = V_g$ den geçmesi için

$$t_f(V_g) = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{(aV_g+b)^2 + (2aV_g+b)u_B}{(u_B+b)(aV_g+b)(1-\frac{aV_g}{u_T-b})} \right] \quad (3.151)$$

olmalıdır. Bu durumda kritik yörüngeye karşı gelen yol,

$$x_{kr}(V_g) = -\frac{1}{a} \left\{ -\frac{b}{a} \ln \left[\frac{(aV_g+b)^2 + (2aV_g+b)u_B}{(u_B+b)(aV_g+b)(1-\frac{aV_g}{u_T-b})} \right] \right.$$

$$\left. -\frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T-b} \right) - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(aV_g)^2}{(u_B+b)(2aV_g+b)} \right] \right\}$$

(3.152)

olur.

2. $V_g < x_{2s} \leq V_m$ ise (3.58) bağıntısında T_2 ve T_1 yerine sırasıyla (3.127, 3.129) bağıntıları konarak ve (3.60) denkleminde $x_2(T = t_f) = 0$ yazılarak, (3.63) yardımıyla,

$$t_f = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{(ax_{2s}+b)^2 + (2ax_{2s}+b)u_B}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)(1-\frac{aV_g}{u_T-b})} \right] - \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{x_{2s} + \frac{b-n}{a+m}}{V_g + \frac{b-n}{a+m}} \right]$$

(3.153)

elde edilir.

Kritik yörüngeye karşı gelen yol, (3.61) denkleminde göre ve (3.54, 3.62, 3.127, 3.129, 3.153) yardımıyla

$$\begin{aligned}
 x_{kr} = & -\frac{1}{a} \left\{ -\frac{b}{a} \ln \left[\frac{(ax_{2s}+b)^2 + (2ax_{2s}+b)u_B}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)(1-\frac{aV_g}{u_T-b})} \right] \right. \\
 & -\frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T-b} \right) - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B+b)(2ax_{2s}+b)} \right] \\
 & \left. + \frac{a(b-n)}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{x_{2s} + \frac{b-n}{a+m}}{V_g + \frac{b-n}{a+m}} \right] + \frac{m}{a+m} (x_{2s} - V_g) \right\}
 \end{aligned}$$

(3.154)

bağıntısıyla belirlenir.

Kritik yörüngenin $T = T_s$ anında $x_{2s} = V_m$ sınırına değmesi için

$$t_f(V_m) = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{(aV_m+b)^2 + (2aV_m+b)u_B}{(u_B+b)(aV_m+b)(1-\frac{aV_g}{u_T-b})} \right]$$

$$-\frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_m + \frac{b-n}{a+m}}{V_g + \frac{b-n}{a+m}} \right]$$

(3.155)

olmalıdır. Bu durumda kritik yörüngeye karşı gelen yol,

$$\begin{aligned}
 x_{kr}^{(V_m)} = & -\frac{1}{a} \left\{ -\frac{b}{a} \ln \left[\frac{(aV_m+b)^2 + (2aV_m+b)u_B}{(u_b+b)(aV_m+b)(1 - \frac{aV_g}{u_T-b})} \right] \right. \\
 & -\frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T-b} \right) - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(aV_m)^2}{(u_B+b)(2aV_m+b)} \right] \\
 & \left. + \frac{a(b-n)}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{V_m + \frac{b-n}{a+m}}{V_g + \frac{b-n}{a+m}} \right] + \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{3.156}$$

olur.

Üç boyutlu (x_1, x_2, T) durum uzayı içindeki optimal yörüngeler, amaca bağlı olarak, hız-zaman (x_2, T) ya da hız-yol (x_2, x_1) düzlemleri üzerindeki izdüşümleriyle incelenebilirler. Regüler ve singüler yörüngeler arasında sınır yörüngesi olan kritik yörünge de bu düzlemlerden biri üzerinde belirlenebilir.

Seyir süresinin temel alınması durumunda kritik yörüngeye ait x_2^s hızı (3.149) ya da (3.153) bağıntısıyla bulunur. Bu durumda (3.150) ya da (3.154) bağıntısı, hız-zaman düzleminde regüler ve singüler yörüngeleri ayıran kritik uzaklığı tanımlar.

Durak noktaları arasındaki uzaklık temel alınırsa kritik yörüngeye ait x_{2s} hızı (3.150) ya da (3.154) bağıntısıyla bulunur. (3.149) ya da (3.153) bağıntısı ise hız-yol düzleminde regüler ve singüler yörüngeleri ayıran kritik süreyi tanımlar (Bak.Bölüm IV).

3.3.2.4. b katsayısının işaretine göre singüler çözümlerin ortaya çıkma koşulları

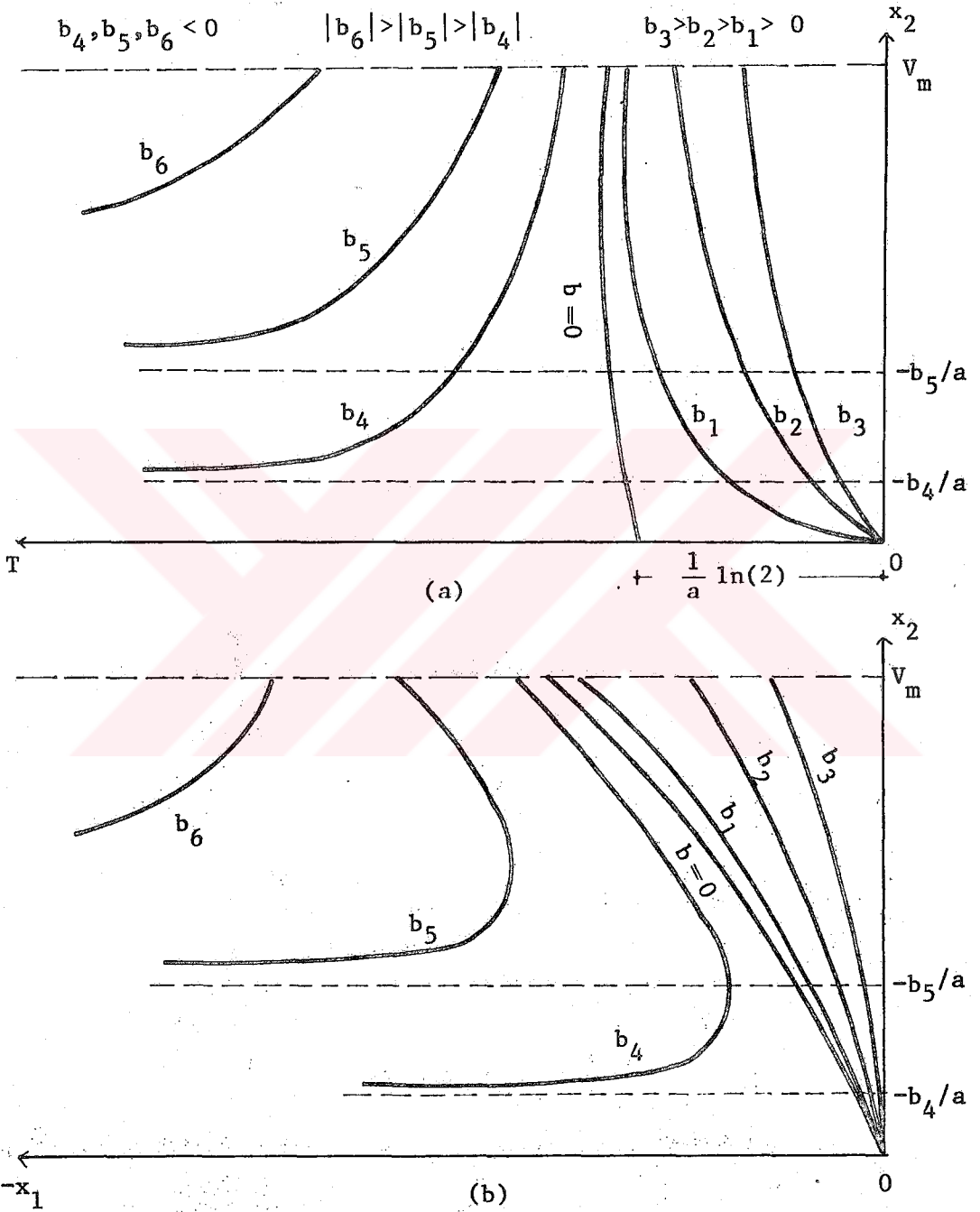
Dört evreli singüler yörüngelerin optimal olduğu aralığı belirliyelemek, diğer bir deyimle regüler yörüngelerden singüler yörüngelere geçiş koşullarını tanımlayabilmek için, x_{2s} hızına bağlı olarak, $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünün geri zamanlı frenlemeye hazırlık evresinden çıktığı noktaları, $b \equiv 0$ değerleri için, hız-zaman (x_2, T) ya da hız-yol (x_2, x_1) düzleminde incelemek yararlı olacaktır.

Bu noktalar; (x_2, T) düzleminde (3.127), (x_2, x_1) düzleminde ise (3.128) bağıntılarıyla belirlenen eğriler üzerinde bulunurlar. Şekil 3.13a,b deki eğriler, geri zamanlı yörüngede singüler çözümlerin başlama noktalarını (x_2, T) ve (x_2, x_1) düzlemlerinde, b parametresine bağlı olarak göstermektedirler. Doğal olarak, singüler çözümler bu eğrilerin sol yanları için söz konusudur.

Bu bölümde, singüler çözümlerin ortaya çıkması için gerekli koşullar, inceleme kolaylığı sağladığından, hız-zaman (x_2, T) düzleminde tanımlanacaktır.

$b \geq 0$ iken hız-zaman düzleminde singüler çözümün ortaya çıkması için durak noktaları arasındaki uzaklık, verilen seyir süresine göre belirlenen kritik yörüngeye ait kritik uzaklıktan küçük olmalıdır.

$b > 0$ ise, gözönüne alınan güzergâh kesiminin eğimi arttıkça $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümü hemen ortaya çıkar. Çünkü eğim arttıkça fren süresiyle birlikte x_{2s} hızı ve T_s zamanı da küçülür (Bak.3.129, 3.132 bağıntıları).



Şekil 3.13

$b = 0$ olması durumunda (3.129, 3.131) bağıntıları

$$T_s - T_1 = \frac{1}{a} \ln(2) \quad (3.157)$$

$$x_{2s} = 2x_2(T_1)$$

biçimini alırlar. Böylece, $b = 0$ iken, optimal singüler yörüngede frenlemeye hazırlık evresinin x_{2s} hızından bağımsız olarak $\ln(2)/a$ kadar sürdüğü ve sabit x_{2s} rejim hızının frenlemeye başlangıç hızının iki katı olduğu sonucu ortaya çıkar; J.F.Coales [29], V.G.Schmidt [30] ve K.Ichikawa [31] tarafından oldukça basitleştirilmiş katar seyir modelleri için verilen sonuçlar doğrulanmış olur. Ayrıca, şekilde de görüldüğü gibi, singüler çözümlerin ortaya çıkması için t_f seyir süresinin

$$t_f > \frac{1}{a} \ln(2) \quad (3.158)$$

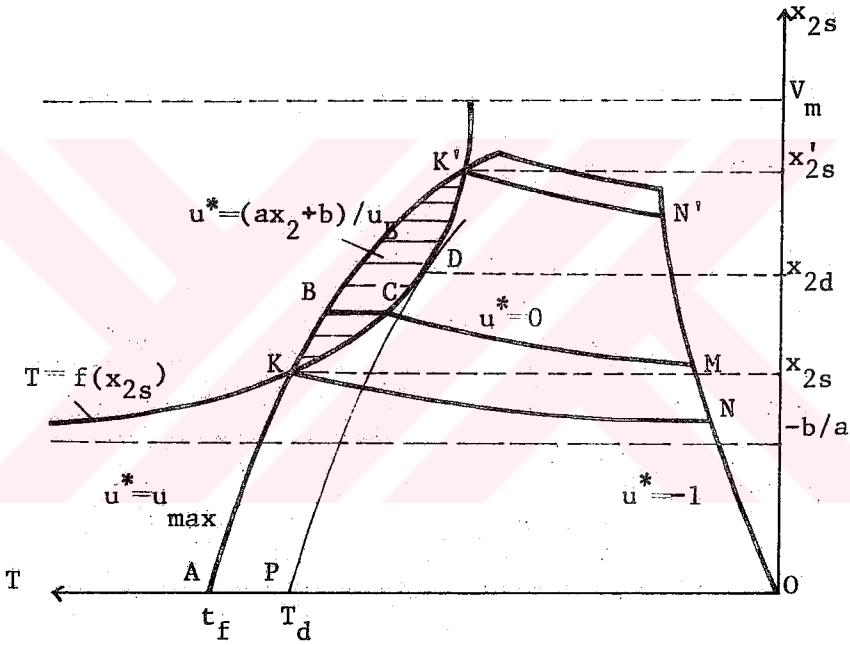
koşulunu sağlaması gerekir.

$b < 0$ ise katar, negatif eğimli bir güzergâh kesimi üzerinde hareket ediyor demektir (Bak. Bölüm V). Bu durumda singüler çözüm ancak $x_2 = -b/a$ hızının üstünde ortaya çıkar (Şekil 3.13); çünkü dört evreli singüler yörüngede, (3.132) bağıntısına göre,

$$x_{2s} > x_2(T_1) > -\frac{b}{a} \quad (3.159)$$

olmalıdır.

$b < 0$ iken hız-zaman düzleminde singüler çözüm aralığını belirleyebilmek için geri zamanlı yörüngede singüler çözümlerin başlama noktalarını gösteren $T_s = f(x_{2s})$ eğrisiyle (Bak.3.127 bağıntısı) verilen t_f seyir süresine göre beliren maksimal ivmeyle hızlanma eğrisinin, bu düzlem üzerinde, birbirlerine göre konumlarını saptamak gerekir (Şekil 3.14).



Şekil 3.14

t_f seyir süresi verilmişken maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesi üzerindeki herhangi bir nokta, sırasıyla (3.139, 3.145) bağıntıları genelleştirilerek (x_2, T) düzleminde, $0 \leq x_2 \leq V_g$ aralığı için

$$T(x_2) = t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{ax_2}{u_T - b} \right) \quad (3.160)$$

$V_g < x_2 \leq V_m$ aralığı için

$$T(x_2) = t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) + \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{x_2 + \frac{b-n}{a+m}}{V_g + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.161)$$

bağıntılarıyla belirlenir.

Şekil 3.14 de görüldüğü gibi singüler çözümlerin ortaya çıkması için (3.160, 3.161) bağıntılarıyla belirlenen maksimal ivmeyle hızlanma eğrisiyle $T_s = f(x_{2s})$ eğrisinin kesişmesi gerekir. K ve K' kesim noktalarından geçen ONKA ve ON'K'A yörüngeleri, $b > 0$ durumunda olduğu gibi birer kritik yörüngedir.

Sabit hızlı singüler çözüm, doğal olarak, KBK' ve KCK' yayları arasındaki taralı alanda ortaya çıkar ve OECBA geri zamanlı singüler yörüngesi de ONKA ve ON'K'A kritik yörüngeleri arasında bulunur. Bu kritik yörüngelerin altında ve üstünde ise üç evreli regüler yörüngeler yer alır.

Kritik yörüngelere ait x_{2s} ve x_{2s}^I hızları, kesim noktalarının V_g geçiş hızının altında ya da üstünde oluşuna bağlı olarak, Bölüm 3.3.2.3 de verilen (3.149) ya da (3.153) bağıntılarının x_{2s} hızına göre çözümüyle elde edilirler.¹ Maksimal ivmeyle hızlanma eğrisinin, geri zaman-

1) (3.149, 3.153), (3.127) ile verilen $T_s = f(x_{2s})$ bağıntısı, sırasıyla, (3.160, 3.161) bağıntılarıyla eşitlenerek de elde edilebilir.

lı yörüngede singüler çözüme başlama noktalarını gösteren $T_s = f(x_{2s})$ eğrisine teğet olması koşulu yazılarak, $b < 0$ olması durumunda, singüler çözümlerin ortaya çıkması için bir zaman alt sınırı tanımlanabilir. Verilen seyir süresinin bu zaman alt sınırından küçük olması durumunda, bu iki eğri kesişmeyeceğinden, singüler çözüm ortaya çıkmaz. D teğet noktasına ait x_{2d} hızı,

$$\begin{aligned} T_s(x_2) &= T(x_2) \\ \frac{dT_s(x_2)}{dx_2} &= \frac{dT(x_2)}{dx_2} \end{aligned} \quad (3.162)$$

eşitlikleri yardımıyla bulunur.

Öte yandan, değme noktasından geçen OMDP yörüngesinin seyir süresi minimum olan bir kritik yörünge olması nedeniyle (3.162) bağıntıları, kritik yörüngelere ait seyir sürelerini veren (3.149 ve 3.153) bağıntılarının

$$\frac{dt_f(x_2)}{dx_2} = 0 \quad (3.163)$$

türevlerine özdeş olur.

Bu açıklamaların ışığı altında değme noktasına ait x_{2d} hızı ve buna bağlı olarak $b < 0$ olması durumunda singüler çözümlerin ortaya çıkması için zaman alt sınırı, $-b/a$ nın değerine göre, aşağıdaki biçimde belirlenebilir:

1. $-b/a < V_g$ durumu :

$-b/a < x_{2d} \leq V_g$ ise (3.149) bağıntısının hıza göre türevi sıfıra eşitlenerek

$$x_{2d} = \frac{-b(u_B + u_T) + \sqrt{b \cdot u_B (b \cdot u_B - 2u_T \cdot u_B - u_T^2)}}{a(2u_B + u_T)} \quad (3.164)$$

elde edilir. Bu hız (3.149) da yerine konarak, singüler çözümlerin ortaya çıkması için zaman alt sınırı (T_d)

$$T_d = \frac{1}{a} \ln \left\{ \frac{2(u_T - b) [u_B(u_T - b) + \sqrt{b u_B (b u_B - 2u_T \cdot u_B - u_T^2)}]}{u_T^2 (u_B + b)} \right\} \quad (3.165)$$

bağıntısıyla belirlenir. Bu bağıntıların geçerli olabilmesi için $x_{2d} < V_g$ olmalı, diğer bir deyimle,

$$\frac{-b(u_B + u_T) + \sqrt{b \cdot u_B (b \cdot u_B - 2u_T \cdot u_B - u_T^2)}}{a(2u_B + u_T)} \leq V_g \quad (3.166)$$

koşulu sağlanmalıdır.

(3.166) koşulu sağlanmıyorsa $x_{2d} > V_g$ olur. Bu durumda x_{2d} , (3.153) bağıntısının hızla göre türevi sıfıra eşitlenerek elde edilen

$$a^2 m x_{2d}^3 + a(2bm - 2a \cdot u_B - a \cdot n) x_{2d}^2 + b [m(u_B + b) - 2a(u_B + n)] x_{2d} - bn(u_B + b) = 0 \quad (3.167)$$

üçüncü derece denklemi çözülerek bulunur. Singüler çözümlerin ortaya çıkması için zaman alt sınırı, (3.167) den bulunan x_{2d} (3.153) bağıntısında yerine konarak,

$$T_d = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{(ax_{2d}+b)^2 + (2ax_{2d}+b)u_B}{(u_B+b)(ax_{2d}+b)(1 - \frac{aV_g}{u_T-b})} \right]$$

$$- \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{x_{2d} + \frac{b-n}{a+m}}{V_g + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.168)$$

bağıntısıyla belirlenir.

2. $V_g < -b/a < V_m$ durumu :

Singüler çözümlerin $x_2 = -b/a$ hızının üstünde ortaya çıkması nedeniyle bu durumda $x_{2d} > V_g$ olur ve (3.166) koşulu sağlanmaz. x_{2d} hızı ve T_d zaman alt sınırı (3.167, 3.168) bağıntılarıyla belirlenir.

3. $-b/a \geq V_m$ durumu :

Bu durumda, yukarıda açıklanan nedenden dolayı $x_2 = V_m$ hız sınırının altında singüler çözüm ortaya çıkmaz.

3.3.3. Hız sınırı üzerinde optimizasyon sorunu

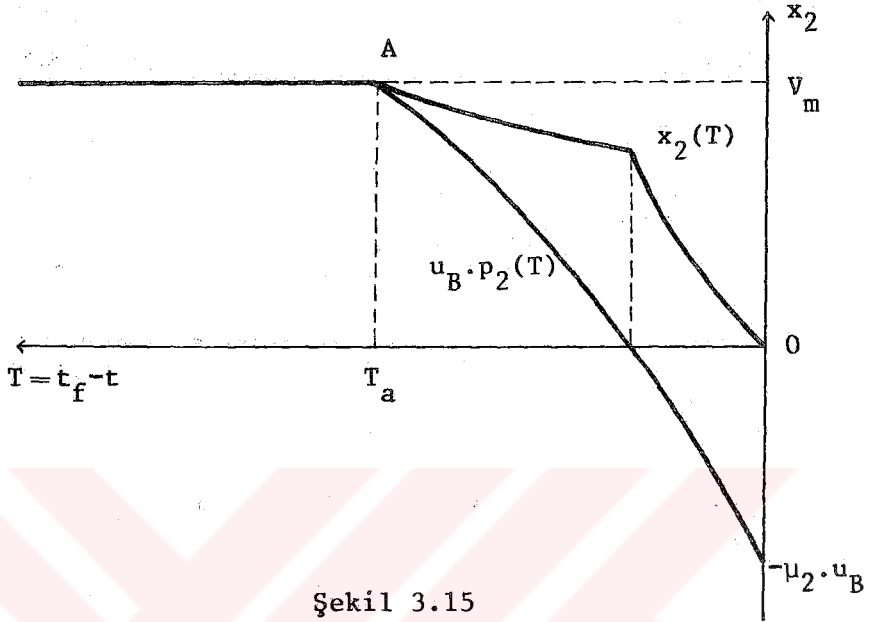
Gözönüne alınan güzergâh kesimi üzerinde hızın, "uygulanabilir maksimum hız" diye tanımlanan ve V_m ile gösterilen bir üst sınırla kısıtlanmış olması, hız sınırı üzerinde optimizasyon sorununun incelenmesini gerekli kılmaktadır. Bu amaçla Ichikawa ve Tamura tarafından geliştirilen bir yöntem izlenecektir [37].

Ichikawa ve Tamura'nun, kontrol vektörünün yalnız zamana bağlı olması durumu için verdikleri bağıntılar, incelenen sorunda kontrol vektörünün hız değişkenini de içermesi nedeniyle, değiştirilerek Bölüm 2.2 de verilmiştir.

Önceki bölümlerde, ya izin verilen durum uzayı içinde kalan ya da V_m hız sınırına yalnızca değen optimal regüler ve singüler yörüngeler incelenmiştir. Gerek sınırlı gerekse sınırsız durum uzayında bunların optimal kontrol dizisi değişmez. $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünün, $x_2 = V_m$ sınırı boyunca ilerleyip sonra yine izin verilen alana sapan optimal yörüngesi de yalnız sınıra değmektedir [32].

Bu bölümde, $T = 0(t = t_f)$ anında geri zamanlı olarak orijinden çıkan, T_A anında hız sınırı üzerinde A noktasına değen ve $x_2 = V_m$ sınırı boyunca ilerleyen fakat $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünün optimal yörüngeleri sınıfına girmeyen optimal yörüngeler araştırılacaktır (Şekil 3.15)

Hız değişkenini de içeren optimal kontrollarla gerçekleştirilen ivmelendirme evresinin, geri zamanlı yörüngenin izin verilen alana sapmasından sonra ortaya çıkması nedeniyle hız sınırı üzerinde optimizasyon sorunu için P.Horn [32] tarafından verilen bağıntılar bu sapma noktasına değin geçerlidir. Bununla birlikte, sorunun incelenmesinde bütünlük sağlamak amacıyla bu bağıntılardan gerekli görülenler burada yeniden çıkarılacaktır.



Şekil 3.15

3.3.3.1. Optimal yörüngenin sınıra değmesi

A sınır noktasına, ancak, $T = T_1$ anında geri zamanlı olarak frenleme yörüngesinden çıkan frenlemeye hazırlık yörüngesi ulaşabilir (Şekil 3.15). (3.64) bağıntısından

$$T_a = T_1 + \frac{1}{a} \ln \left[\frac{aV_m + b}{(u_B + b)e^{aT_1 - u_B}} \right] \quad (3.169)$$

olur. $T = T_a$ anında $x_2(T_a) = V_m$ olması için (3.39) ve (3.169) bağıntılarından, A değme noktasına ait yol

$$x_1(A) = \frac{1}{a} \left\{ (u_B + b)T_1 + \frac{b}{a} \ln \left[\frac{aV_m - b}{(u_B + b)e^{aT_1 - u_B}} \right] - V_m \right\}$$

elde edilir.

Bu arada, A değme noktasında frenlemeye hazırlık evresinin sona ermesi için, frenlemeye hazırlık evresinin $T_1 \leq T < T_a$ zaman aralığında p_2 yardımcı değişkeni $0 \leq p_2(T) < x_2(T)/u_B$ koşuluna uymalı ve T_a anında

$$p_2(T_a) = p_2(A) = \frac{V_m}{u_B} \quad (3.171)$$

değerini almalıdır. Öte yandan Horn, p_1 yardımcı değişkeninin A değme noktasında

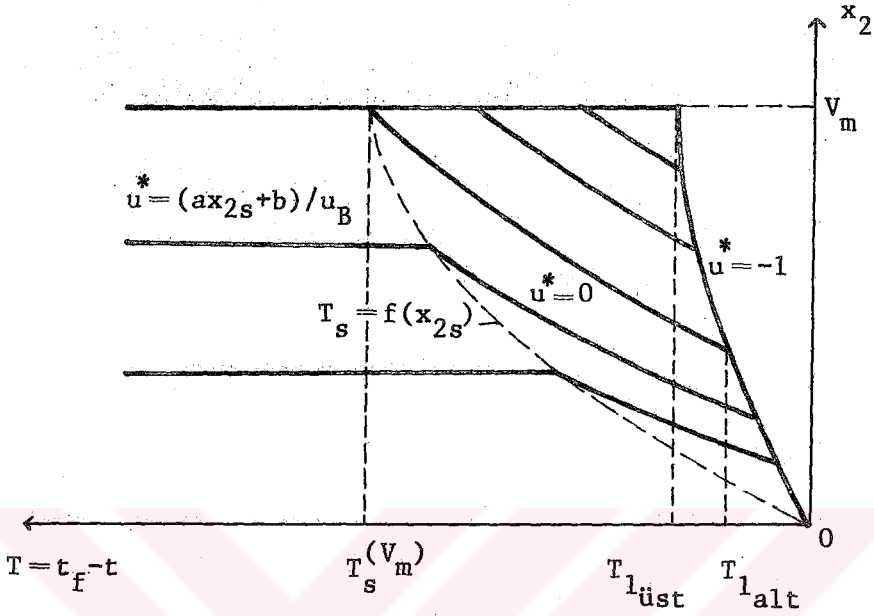
$$p_1(A) = -\mu_1 = \frac{aV_m(aV_m+m)}{u_B[aV_m+(u_B+b)(1-e^{aT_1})]} \quad (3.172)$$

olduğunu göstermiştir [32].

Frenleme evresine ait geri zamanlı hız yörüngesinin $x_2 = V_m$ hız sınırını aşmaması için Bölüm 3.3.1.1. de verilen (3.35) koşulu, T_1 zamanının üst sınırını belirler. T_1 zamanın alt sınırı, $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünün $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde ortaya çıkmasına göre (3.129) bağıntısında $x_{2s} = V_m$ konarak,

$$T_{1\text{alt}} = \frac{1}{a} \ln \left[1 + \frac{(aV_m)^2}{(u_B+b)(2aV_m+b)} \right] \quad (3.173)$$

bağıntısıyla belirlenir (Şekil 3.16)



Şekil 3.16

Böylece, $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde optimizasyon sorunu, ancak, fren sürüşünün $T_{1alt} < T_1 \leq T_{1üst}$ aralığında kalması durumunda ortaya çıkar; daha küçük fren sürelerinde, frenlemeye hazırlık evresinden sonra $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümlüne geçilir.

3.3.3.2. Optimal yörünge'nin sınır üzerinde ilerlemesi

A noktasında $x_2 = V_m$ sınırına değen optimal yörünge'nin hız sınırı boyunca ilerleyebilmesi için (2.8) denklemini sağlayan bir u kontrolünün bulunması gerekir. $n = 2$, $k = 2$ konarak bu koşul

$$f(\underline{x}(A), u) = \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial \underline{x}_1} \bigg|_{\underline{x} = \underline{x}(A)} \cdot f_1(\underline{x}(A), u) \quad (3.174)$$

biçiminde yazılır. Burada,

$$x_k = x_2 = V_m = g(x) \quad \text{hız sınırının denklemi,}$$

$$x(A) = x_1(A) = A \quad \text{noktasındaki yol değişkeni,}$$

$$u = u \quad (3.12) \text{ aralığı ile kısıtlı kontrol değişkeni,}$$

$$f_1(x(A), u) = V_m \quad \text{ve} \quad f_2(x(A), u) = -aV_m + u_B \cdot u - b \quad \text{ise}$$

x_1 ve x_2 durum değişkenlerinin (3.11) diferansiyel denklem takımının sağ yanlarıdır.

Böylece, optimal yörüngenin sınır üzerinde ilerlemesi için u kontrolü, (3.174) den,

$$u^* = \frac{a}{u_B} \left(V_m + \frac{b}{a} \right) \quad (3.175)$$

değerini almalıdır. $f_0(x(A), u) = 1/2(u + |u|)V_m$ olduğundan A değme noktasında (2.9) Hamilton fonksiyonu

$$H(p(A)x(A), u) = \frac{aV_m(aV_m + b)}{u_B[aV_m + (u_B + b)(1 - e^{aT_1})]} V_m \quad (3.176)$$

$$- (u_B \cdot u - aV_m - b) \frac{V_m}{u_B} - \frac{1}{2} (u + |u|) V_m$$

biçiminde yazılır. Bunun, u kontroluna göre, maksimum olabilmesi için

$$\left[v_m \cdot u - \frac{1}{2} (u + |u|) \right]_{\max} \quad (3.177)$$

toplamı maksimum değer olmalı, diğer bir deyimle $u \geq 0$ olmalıdır. (3.175) den, a ve u_B pozitif olduklarından,

$$v_m + \frac{b}{a} \geq 0 \quad (3.178)$$

koşulu elde edilir. Pozitif eğimlerde ($b > 0$) bu koşul her zaman sağlanır. İniş eğimlerinde ise bu koşulun fiziksel anlamı şudur:

Katarın $x_2 = v_m$ hız sınırının üstüne çıkacak biçimde hızlanmaması için $x_2 = v_m$ hızında etkiyen lineerleştirilmiş direnimsel kuvveti eğimden ileri gelen hareket yönündeki kuvvetten büyük olmalı, diğer bir deyimle eğim zararlı olmamalıdır [6].

Hız sınırı üzerinde, $x_2 = v_m$ olduğundan, (3.24) diferansiyel denklem takımı

$$\frac{dx_1}{dT} = -v_m \quad (3.179)$$

biçimini alır ve $x_1(T)$ yol değişkeni, (3.169, 3.170) bağıntıları yardımıyla,

$$x_1(T) = \left(v_m + \frac{u_B + b}{a} \right) T_1 + \frac{1}{a} \left(v_m + \frac{b}{a} \right) \ln \left[\frac{a v_m + b}{(u_B + b) e^{a T_1 - u_B}} \right] - v_m \left(T + \frac{1}{a} \right) \quad (3.180)$$

denklemleriyle belirlenir.

$\underline{x}_2 = V_m$ sınırındaki ϕ yardımcı değişken vektörü de, $n = 2$ ve $k = 2$ için, tek boyutludur. (Bak.2.13 bağıntısı) ve A değme noktasında, (2.16) bağıntısına göre,

$$\phi_1(A) = p_1(A) + \left. \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_1} \right|_{\underline{x} = \underline{x}(A)} \cdot p_2(A) \quad (3.181)$$

biçimini alır. $g(\underline{x}) = V_m$ olduğundan, (3.172) den,

$$\phi_1(A) = p_1(A) = \frac{aV_m(aV_m+b)}{u_B [aV_m+(u_B+b)(1-e^{aT_1})]} \quad (3.182)$$

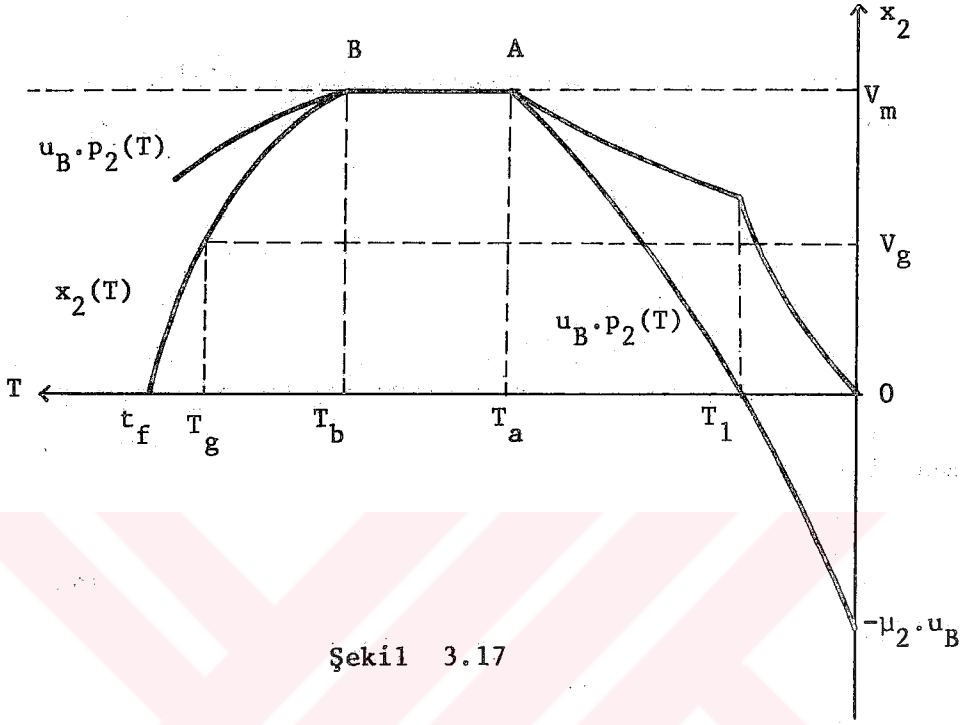
olur. (2.15) denkleminde göre

$$\frac{d\phi_1}{dT} = 0 \quad (3.183)$$

olduğundan ϕ_1 yardımcı değişkeni optimal yörüngenin sınırındaki seyri boyunca sabit kalır. ve A değme noktasındaki değeri alır.

3.3.3.3. Optimal yörüngenin izin verilen alana sapması

Sınır boyunca ilerleyen geri zamanlı optimal yörünge, başlangıç noktasına ulaşmak için, değişebilir bir B sınır noktasında yeniden izin verilen alana sapsalıdır (Şekil 3.17).



Şekil 3.17

B sapma noktasında (2.18) bağıntılarıyla tanımlanan $\underline{p}$ yardımcı vektörü

$$p_1(B) = \frac{aV_m(aV_m+b)}{u_B[aV_m+(u_B+b)(1-e^{aT_1})]} \quad (3.184)$$

$$p_2(B) = \rho$$

olur. Burada ρ , geri zamanlı yörünge'nin izin verilen alana sapması için optimal kontrol değerini tanımlıyan belirsiz bir parametredir. B sapma noktasında (2.17) Hamilton fonksiyonu

$$H(\phi(B), \rho, \underline{x}(B), \underline{u}) = \frac{aV_m(aV_m+b)}{u_B[aV_m+(u_B+b)(1-e^{aT_1})]} V_m \quad (3.185)$$

$$+ (u_B \cdot u - aV_m - b) \rho - \frac{1}{2} (u + |u|) V_m$$

biçiminde yazılır. Bunun, u kontroluna göre, maksimum olması için

$$\left[\rho \cdot u_B \cdot u - \frac{1}{2} (u + |u|) V_m \right]_{\max} \quad (3.186)$$

toplamı maksimum değer almalıdır. Böylece, (3.12) kısıtlaması gözönüne alınarak, ρ parametresine bağlı olarak aşağıdaki optimal kontrol dizisi elde edilir :

$\rho < 0$	için	$u^* = -1$	
$\rho = 0$	için	$u^* = [-1, 0]^1$	
$0 < \rho < V_m/u_B$	için	$u^* = 0$	(3.187)
$\rho = V_m/u_B$	için	$u^* = [0, u_{\max}]^1$	
$\rho > V_m/u_B$	için	$u^* = u_{\max}$	

1) Optimal kontrol, gösterilen değerler arasında değişebilir.

Katarin durak noktaları arasındaki hareketi, olağan seyri içersinde ilk noktadan son noktaya (orijine) doğru izlenerek, izin verilen alan içindeki hızlanma yörüngesi boyunca hareket eden katarin B noktasında $x_2 = V_m$ sınırına ulaşacağı düşünülebilir. Geri zamanlı yörüngenin $T = T_a$ anında sınırdaki A noktasına değmesi koşuluna benzer biçimde, hızlanma yörüngesinin B noktasında sınıra değmesi durumunda

$$p_2(B) = \rho = \frac{V_m}{u_B} \quad (3.188)$$

olur (Bak.3.171 bağıntısı). (3.187, 3.188) den $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde geri zamanlı olarak ilerleyen katarin B noktasında izin verilen alana sapabilmesi için $\rho = V_m/u_B$ ve $u^* = [0, u_{\max}]$ olması gerektiği çıkar. Öte yandan katarin sınır üzerinde ilerlemesi için u kontrolü (3.175) ile belirlenen değeri alacağından sınır üzerinde ilerleyen geri zamanlı optimal yörünge, keyfi bir B noktasında, $a/u_B(V_m + b/a)$ ile $u_{\max}$ arasında herhangi bir kontrol uygulanarak izin verilen alana sapabilir. (3.180) denkleminde $T = T_b$ konarak B sapma noktasına ait yol

$$x_1(B) = (V_m + \frac{u_B + b}{a})T_1 + \frac{1}{a} (V_m + \frac{b}{a}) \ln \left[\frac{aV_m + b}{(u_B + b)e^{aT_1 - u_B}} \right] - V_m (T_b + \frac{1}{a}) \quad (3.189)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Hız sınırı üzerinde ilerleyen geri zamanlı optimal yörüngenin B noktasında $a/u_B(V_m + b/a)$ ile $u_{\max}$ arasında

herhangi bir kontrol uygulanarak izin verilen alana sapmasına karşın sapmadan hemen sonra $u = u_{\max}$ olmak zorundadır. Bu, aşağıdaki biçimde kanıtlanabilir:

$$\frac{dx_2}{dT} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{x_2(T + \Delta T) - x_2(T)}{\Delta T} \quad (3.190)$$

$$\frac{dp_2}{dT} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{p_2(T + \Delta T) - p_2(T)}{\Delta T}$$

türevleri ve (3.24, 3.25) diferansiyel denklemleri yardımıyla B noktasında

$$x_2(T + \Delta T) = aV_m \cdot \Delta T + b \cdot \Delta T - u_B \cdot u \cdot \Delta T + V_m$$

$$p_2(T + \Delta T) = \frac{aV_m(aV_m + b)}{u_B[aV_m + (u_B + b)(1 - e^{aT_1})]} \Delta T - \frac{aV_m}{u_B} \Delta T - u \cdot \Delta T + \frac{V_m}{u_B} \quad (3.191)$$

yazılabilir. Bölüm 3.3.3.1 de T_1 fren süresi için verilen alt ve üst sınırlar ve (3.178) koşulu gözönünde tutularak, (3.191) bağıntılarından, sapmadan sonra

$$p_2(T + \Delta T) > x_2(T + \Delta T) / u_B \quad (3.192)$$

olduğu ortaya çıkar. Böylece, geri zamanlı optimal yörün-
genin B noktasında izin verilen alana saptasından sonra,
hız azalmakla birlikte (3.192) eşitsizliği $x_2=0$ olana
değin geçerli olacağından (3.19) optimal kontrol dizisine
göre, katara $u^*-u_{\max}$ kontrolu uygulanmalıdır (Şek.3.17)

Sapmadan sonraki geri zamanlı maksimal ivmeyle hızlan-
ma yörüngesi için Bölüm 3.3.1.3 de verilen (3.56, 3.57 ve
3.60, 3.61) parametrik denklemleri geçerlidir C_1 , C_2 ve
 C_3 sabitleri

$$C_1 = [(a+m)V_m + b - n] e^{-(a+m)T_b} \quad (3.193)$$

$$C_2 = - (a+m) \left(V_m + \frac{u_B + b}{a} \right) T_1 - \frac{a+m}{a} \left(V_m + \frac{b}{a} \right) \ln \left[\frac{aV_m + b}{(u_B + b)e^{aT_1 - u_B}} \right] \\ - \left[(a+m)V_m + b - n \right] T_b + \frac{m}{a} V_m - \frac{b-n}{a+m} \quad (3.194)$$

$$C_3 = \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) + a \left(V_m + \frac{b-n}{a+m} \right) T_b - a \left(V_m + \frac{u_B + b}{a} \right) T_1 \\ - \left(V_m + \frac{b}{a} \right) \ln \left[\frac{aV_m + b}{(u_B + b)e^{aT_1 - u_B}} \right] - \left(u_T - \frac{an + bm}{a+m} \right) T_g \\ + \frac{u_T - b}{a} \quad (3.195)$$

olur. (3.63) ve (3.193) den

$$T_g = T_b + \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.196)$$

elde edilir. t_f seyir süresi verildiğinde (3.54) ve (3.196) bağıntılarından

$$T_b = t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) - \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right]$$

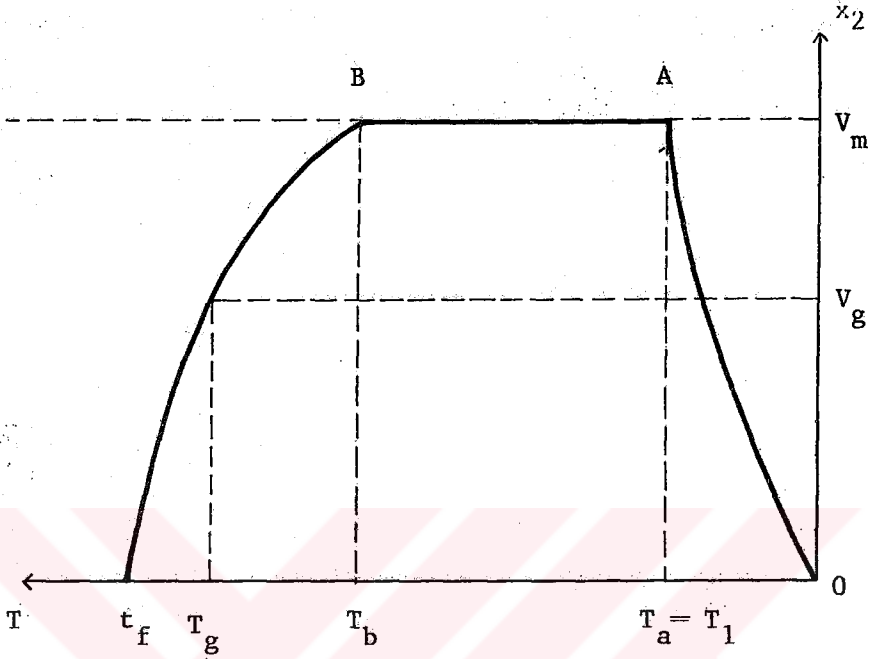
bulunur.

(3.197)

$x_2 = V_m$ sınırı üzerinde ilerleyen optimal yörüngeler içinde minimum süreli yönetimi elde edebilmek için frenleme hazırlık evresi kaldırılmalı ve fren süresi

$$T_1 = T_a = \frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) \quad (3.198)$$

en büyük değerini almalıdır (Şekil 3.18). Bu durumda, verilen t_f seyir süresi ile buna karşı gelen yol arasında



Şekil 3.18

$$x_u = -\frac{1}{a} \left[a v_m \cdot t_f + \frac{m}{a+m} (v_m - v_g) + (v_m - \frac{u_T - b}{a}) \ln(1 - \frac{a v_g}{u_T - b}) \right]$$

$$-(v_m + \frac{u_B + b}{a}) \ln(1 + \frac{a v_m}{u_B + b})$$

$$-\frac{a}{a+m} (v_m + \frac{b-n}{a+m}) \ln \left[\frac{v_g + \frac{b-n}{a+m}}{v_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (3.199)$$

bağıntısı bulunur.

t_f seyir süresinin verilmesi durumunda x_u , katarın hız kısıtlamasına uyarak bu sürede alabileceği u en büyük yolu verir. x_u duraklar arası uzaklığı verilmişken yukarıdaki bağıntıyla bulunan t_f , hızın kısıtlanması durumunda minimum süreli yönetimin seyir süresini belirler.

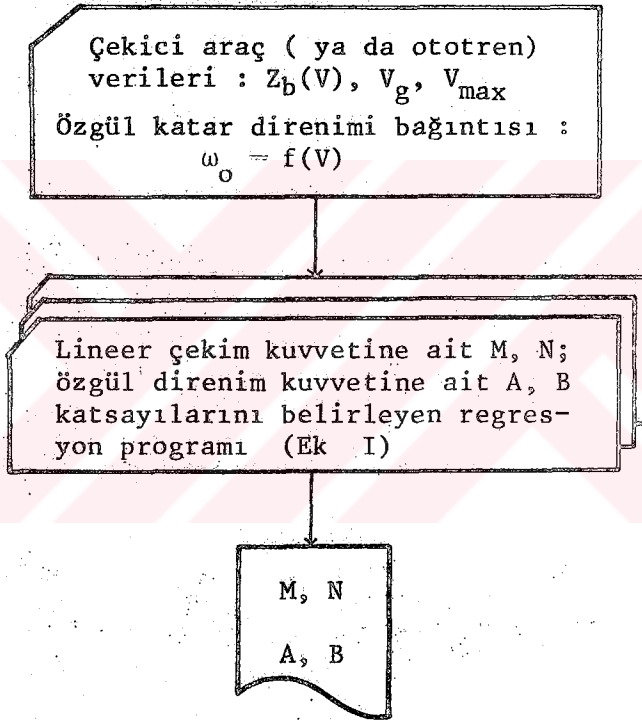
BÖLÜM IV

BELİRLİ YOL, ÇEKİM VE İŞLETME KOŞULLARINDA OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN BELİRLENMESİ VE KATARLARIN İŞLETİLMESİNDE UYGULANMASI

Bu bölümde belirli yol, çekim ve işletme koşullarında, bir katarın verilen kalkış ve varış istasyonları arasında önceden belirlenen seyir süresine ve hız kısıtlamasına uyarak minimum çekim enerjisiyle hareketini sağlayan optimal hız yörüngesinin (hız-zaman ya da hız-yol eğrisi), Bölüm III de ortaya konan temel denklemler yardımıyla, belirlenebilmesi için uygulanması gereken işlemler dizisi açıklanacak ve bu işlemler yardımıyla optimal yörüngenin tüm karakteristik değerlerinin hesaplanmasını sağlayan bir bilgisayar programının temelini oluşturan bir genel akış diyagramı verilecektir.

Çalışmanın, kuramsal olarak belirlenen optimal enerjili hız yörüngelerinin uygulanmasına ilişkin açıklamalarla tamamlanması gerekli görüldüğünden bölümün sonunda katarların optimal enerjili işletilmesi sorunu ana çizgileriyle incelenecektir.

Optimizasyon sorunu lineer bir katar seyir modeli üzerinde incelendiğinden, optimal enerjili yörüngeye götürülen ardışık işlemler dizisine geçmeden önce, Bölüm 3.1 de açıklandığı gibi, katarın lineer seyir modeline ait gerekli büyüklükler hesaplanmalıdır. Çekici aracın ya da ototrenin çekim kuvveti-hız eğrisi ve özgül katar direnimi bağıntısı, Ek I de verilen regresyon programı yardımıyla oldukça yeterli bir korelasyonla lineerleştirilebilir.



Şekil 4.1

Lineer çekim kuvveti ve özgül direnime ait M, N, A ve B katsayıları optimal yörüngeyi belirleyen bilgisayar programı içinde ya da ayrı bir regresyon programıyla önceden belirlenebilir (Şekil 4.1). İkinci durumda, istenen sayıda çekici araç ya da ototrenin lineer çekim kuvveti bağıntıları ve katar türüne bağlı olarak lineer özgül direnime kuvveti bağıntıları bu programla hesaplanıp biriktirilebilir. Verilen bir katar türü ve çekici araç için bu değerler optimal yörüngeyi belirliyen programa giriş bilgisi olarak verilir.

Lineer çekim ve özgül direnime kuvveti bağıntıları saptandıktan sonra diğer büyüklükler Bölüm 3.1.2 de verilen bağıntılar yardımıyla hesaplanır. Bu arada, gözönüne alınan güzergâh kesimindeki hız sınırı, katarı etkileyen çekim ve direnime kuvvetlerinin eşit olduğu rejim evresinde uygulanabilecek en büyük hızın altında kalmalı (Bak. Şekil 1.5); (3.11) ve (3.22) bağıntılarına göre,

$$V_m \leq - \frac{b-n}{a+m} \quad (4.1)$$

koşulu sağlanmalıdır.

Öte yandan, özellikle yolcu katarlarında hızlanma ve frenleme evrelerindeki ivmeler konfor bakımından öngörülen belirli değerleri aşmamalıdır. Katarın durak noktaları arasındaki hareketinin başlangıç ve bitim anlarında hızlanma ve frenleme ivmeleri büyük değerler alırken direnime kuvvetleri oldukça küçük olduğundan bu koşul yeterli bir yaklaşıklıkla,

$$u_T \leq \gamma_h \quad (4.2)$$

$$u_B \leq \gamma_f$$

biçiminde yazılabilir (Bak.3.11 bağıntısı). Burada γ_h ve γ_f , sırasıyla, hızlanma ve frenleme sırasında konfor bakımından izin verilen en büyük ivmelerdir.

Katar, yol ve işletme verilerinden çıkarak, optimal enerjili yörüngelerin belirlenmesine geçmeden önce yapılması gerekli işlemler Şekil 4.12 de verilen genel akış diyagramı içinde gösterilmiştir (Bak.Bölüm 4.4).

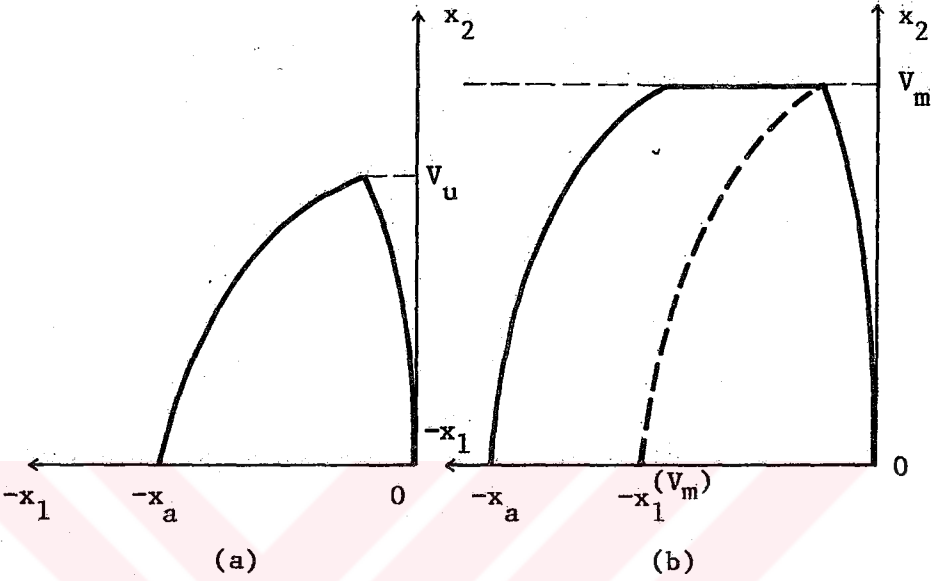
Lineerleştirilmiş katar seyir denklemindeki b katsayısı, belirli bir özgül direnime kuvveti için gözönüne alınan güzergâh kesiminin eğimine bağlı olarak değişir ve bu katsayının negatif olması katarın iniş yönünde hareketine karşı gelir.

$b < 0$ olması durumunda optimal yörüngelerin temel bağıntıları, $b > 0$ durumundan bazı noktalarda ayrıldığından optimal enerjili hız yörüngelerine götüren işlemler dizisi iki bölümde incelenecektir.

4.1. $b > 0$ OLMASI DURUMUNDA OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGESİNİN BELİRLENMESİ

4.1.1. Minimum seyir süresinin saptanması

Bölüm 3.3.1.4 de açıklandığı gibi verilen iki durak noktası arasında V_m hız sınırı aşılmıyorsa katarın minimum süreli yönetimi, maksimal ivmeyle hızlanma ve frenleme ivmelerinden oluşur (Şekil 4.2.a). Sınır hızına ulaşılması durumunda ise minimum süreli yönetimde maksimal ivmeyle hızlanma ve frenleme evreleri arasına V_m hız sınırı üzerinde hareket evresi girer (Şekil 4.2.b). (Bak.Bölüm 3.3.3). Katarın, aralarındaki uzaklık x_a olan iki durak noktası arasındaki minimum seyir süresinin saptanması iki bakımdan gereklidir :



Şekil 4.2

a) Birbirini izliyen çok sayıda durak aralarından oluşan güzergâhlarda seyir programının uygulanması sırasında, değişik nedenlerle, bir gecikmenin ortaya çıkması durumunda bu gecikmenin kapatılması ve katarın son durak noktasına tam zamanında varabilmesi için gecikmenin ortaya çıktığı kesimi izliyen kesimlerde seyir süresinin öngörülen sürelerle göre belirli ölçüde azaltılması, bazan minimuma indirilmesi gerekir. Seyir programındaki bu gibi düzenlemeler için her bir kesimdeki minimum seyir sürelerinin belirlenmesi zorunludur.

b) Minimum süreli yönetim üç boyutlu (x_1, x_2, T) durum uzayında bütün optimal regüler ve singüler yörüngelerin yer aldıkları bölgeyi de sınırlar; diğer bir deyimle hız-zaman (x_2, T) ya da hız-yol (x_2, x_1) düzlemlerindeki bütün optimal yörüngeler, minimum süreli yönetimin bu düzlemler üzerinde sınırladığı alanlar içinde kalırlar. Tüm optimal çözüm adaylarının belirli bir alanla sınırlanması optimal yörünge belirlenmesinde önemli kolaylık sağlar.

Duraklar arasındaki uzaklık $x_a \leq |x_1^{(V_g)}|$ koşulunu sağlıyorsa (Bak.3.80 bağıntısı) minimum süreli yönetimin V_u tepe hızı, (3.78) bağıntısına göre

$$-x_a = \frac{1}{a^2} \left[(u_B + b) \ln \left(1 + \frac{aV_u}{u_B + b} \right) + (u_T - b) \ln \left(1 - \frac{aV_u}{u_T - b} \right) \right]$$

(4.3)

denklemini çözülerek bulunur ve minimum seyir süresi de (3.77) bağıntısıyla belirlenir.

$|x_1^{(V_g)}| < x_a \leq |x_1^{(V_m)}|$ ise (Bak.3.88 bağıntısı) V_u , (3.85) bağıntısına göre,

$$-x_a = -\frac{1}{a} \left[\frac{m}{a+m} (V_u - V_g) - \frac{u_B + b}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_u}{u_B + b} \right) - \frac{u_T - b}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) - \frac{a(b-n)}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_u + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right]$$

(4.4)

denklemini çözülerek bulunur ve minimum seyir süresi (3.84) bağıntısıyla belirlenir.

$x_a > |x_1^{(V_m)}|$ ise $V_u > V_m$ olur (Şekil 4.2.b).

Bu durumda minimum seyir süresi, (3.199) a göre,

$$t_{\min} = \frac{x_a}{V_m} - \frac{1}{a \cdot V_m} \left[\frac{m}{a+m} (V_m - V_g) + (V_m - \frac{u_T - b}{a}) \right. \\ \left. \ln(1 - \frac{aV_g}{u_T - b}) - (V_m + \frac{u_B + b}{a}) \ln(1 + \frac{aV_m}{u_B + b}) \right. \\ \left. + \frac{a}{a+m} (V_m + \frac{b-n}{a+m}) \ln \left[\frac{V_m + \frac{b-n}{a+m}}{V_g + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right] \quad (4.5)$$

bağıntısıyla belirlenir.

4.1.2. Kritik sürenin saptanması

Gözönüne alınan güzergâh kesiminde verilen seyir süresine karşı gelen optimal enerjili yörüngenin regüler (üç evreli) ya da singüler (dört evreli) olduğunu belirleyebilmek için, regüler ve singüler yörüngeler arasında bir sınır yörüngesi olan, kritik yörüngeye ait seyir süresinin (t_{kr}) saptanması gerekir (Şekil 4.3).

Seyir süresinin kritik süreden küçük olması durumunda optimal yörünge regüler, büyük olması durumunda singüler olur.

denklemleri çözülerek bulunur; bulunan değer (3.149) bağıntısında yerine konarak kritik süre hesaplanır.

$$|x_{kr}^{(V_g)}| < x_a \leq |x_{kr}^{(V_m)}| \quad \text{ise} \quad (\text{Bak.3.156 bağıntısı})$$

x_{2s} , (3.154) bağıntısına göre,

$$\begin{aligned} -x_a = & -\frac{1}{a} \left\{ -\frac{b}{a} \ln \left[\frac{(ax_{2s}+b)^2 + (2ax_{2s}+b)u_B}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)(1-\frac{aV_g}{u_T-b})} \right] \right. \\ & - \frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T-b} \right) - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B+b)(2ax_{2s}+b)} \right] \\ & \left. + \frac{a(b-n)}{(a+m)} \ln \left[\frac{x_{2s} + \frac{b-n}{a+m}}{V_g + \frac{b-n}{a+m}} \right] + \frac{m}{a+m} (x_{2s} - V_g) \right\} \end{aligned}$$

(4.7)

denklemleri çözülerek bulunur; bulunan değer (3.153) bağıntısında yerine konarak kritik süre hesaplanır.

$x_a > |x_{kr}^{(V_m)}|$ ise kritik yörüngeye ait x_{2s} hızı V_m sınır hızından büyük olur (Şekil 4.4.f, 4 yörüngesi). Bu durumda $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde ilerleyen singüler yörünge'nin seyir süresi karşılaştırma büyüklüğü olarak alınabilir.

$$\begin{aligned}
t_k = \frac{x_a}{v_m} - \frac{1}{a \cdot v_m} & \left\{ \frac{m}{a+m} (v_m - v_g) + \left(v_m - \frac{u_T - b}{a} \right) \ln \left(1 - \frac{a v_g}{u_T - b} \right) \right. \\
& - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(a v_m)^2}{(u_B + b)(2a v_m + b)} \right] \\
& - \left(v_m + \frac{u_B + b}{a} \right) \ln \left[1 + \frac{a v_m (a v_m + u_B + b)}{(u_B + b)(a v_m + b)} \right] \\
& \left. - \frac{a}{a+m} \left(v_m + \frac{b-n}{a+m} \right) \ln \left[\frac{v_g + \frac{b-n}{a+m}}{v_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right\}
\end{aligned}$$

(4.8)

bağıntısıyla belirlenir (Bak.3.148 bağıntısı). Seyir süresinin (4.8) ile belirlenen süreden küçük olması durumunda $x_2 = v_m$ sınırı üzerinde ilerleyen yörüngeler, büyük olması durumunda ise singüler yörüngeler optimal olur.

$b > 0$ olması durumunda, katarın ikinci durak noktasına, fren uygulamaksızın, yalnız frenlemeye hazırlık evresiyle ulaşabileceği de kuramsal olarak düşünülebilir (Bak. Bölüm 3.3.1.2). Ancak, (x_2, x_1) düzleminde, (3.42) denklemiyle belirlenen frenlemeye hazırlık yörüngesi (Şekil 4.3 de OM eğrisi), geri zamanlı yörüngelerde singüler çözümlerin başlangıç noktalarını gösteren ve (3.128) bağıntısıyla belirlenen eğrinin (Şekil 4.3 de OK eğrisi) altında kaldı-

ğından geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngeleri OK eğrisine, OM eğrisinden önce ulaşırlar. Bu nedenle, pozitif eğimli güzergâh kesimlerinde seyir süresi katarın frenlemeye hazırlık evresiyle ikinci durak noktasına ulaşmasına olanak verecek ölçüde büyük olsa bile, singüler çözümler optimal olduğundan, AMO yörüngesi optimal olmaz.

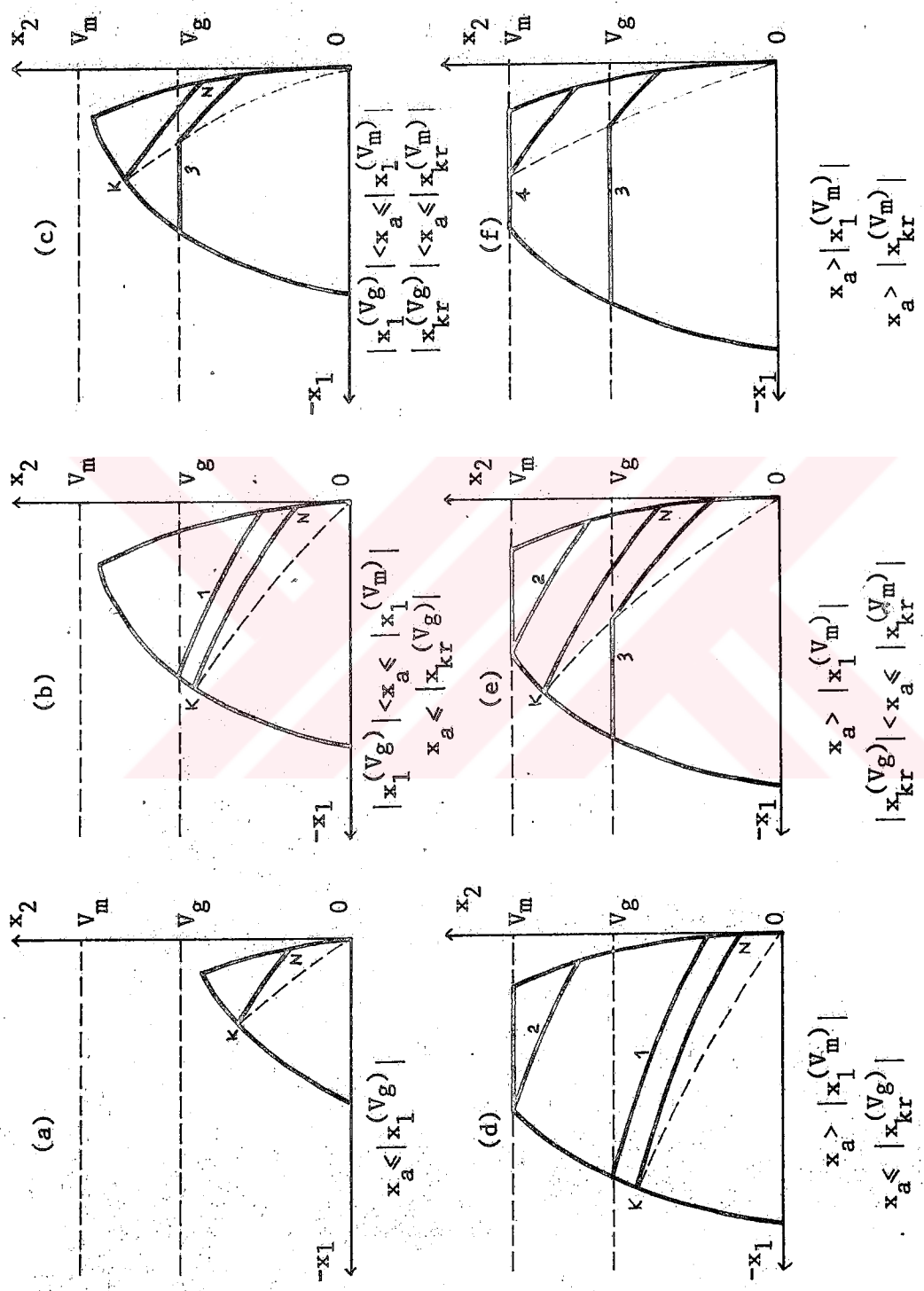
4.1.3. Optimal yörüngenin belirlenmesi

Duraklar arasındaki x_a uzaklığına ve verilen seyir süresine bağlı olarak $b > 0^a$ olması durumunda tüm optimal yörüngeler, (x_2, x_1) düzleminde minimum süreli yönetime ve kritik yörüngenin konumuna göre Şekil 4.4 de sınırlandırılan bölgeler içinde yer alırlar.

Bu şekillerde K, N noktalarından geçen yörünge kritik yörüngeyi; (1) ve (2) $T = T_2$ anında, sırasıyla, V_g geçiş hızına ve V_m hız sınırına değen regüler yörüngeleri; (3) ve (4) ise, sırasıyla, $x_{2s} = V_g$ ve $x_{2s} = V_m$ olan singüler yörüngeleri göstermektedir.

a) $x_a \leq |x_1^{(V_g)}|$ ise tüm optimal regüler ve singüler yörüngeler V_g geçiş hızının altında kalır.

Öngörülen t_f seyir süresi, (4.6) ve (3.149) bağıntılarıyla belirlenen kritik süreden (t_{kr}) büyükse (3.138) denkleminde $x_1(t_f) = -x_a$ yazılarak ve $x_2(t_f) = 0$ konarak (3.137, 3.139) bağıntıları yardımıyla, optimal singüler yörüngeye ait x_{2s} hızı



Şekil 4.4

$$-x_a = -\frac{1}{a} \left\{ ax_{2s} \cdot t_f + \left(x_{2s} - \frac{u_T - b}{a} \right) \ln \left(1 - \frac{ax_{2s}}{u_T - b} \right) \right.$$

$$- \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(ax_{2s})^2}{(u_B + b)(2ax_{2s} + b)} \right]$$

$$\left. - \left(x_{2s} + \frac{b}{a} \right) \ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s} + u_B + b)}{(u_B + b)(ax_{2s} + b)} \right] \right\}$$

(4.9)

denklemini çözülerek bulunur.

T_3, T_2, T_1 zamanlarıyla $x_2(T_1)$ hızı, sırasıyla, (3.139, 3.127, 3.129, 3.131) bağıntılarıyla hesaplanır. T_3, T_2 ve T_1 anındaki yol değerleri ise, sırasıyla, (3.136, 3.128) ve (3.31) bağıntılarıyla bulunur.

$t_f \leq t_{kr}$ ise optimal yörünge regülerdir. (3.49, 3.50) denklemlerinde $x_2(t_f) = 0$, $x_1(t_f) = -x_a$ konarak,

$$-x_a = -\frac{1}{a} \left[(u_T - b)t_f - u_T \cdot T_2 \right.$$

$$\left. + \frac{u_B}{a} \ln \left(\frac{u_B + b}{u_B} + \frac{u_T - b}{u_B} e^{-at_f} - \frac{u_T}{u_B} e^{-aT_2} \right) \right]$$

(4.10)

denkleminde T_2 çözülür, T_1 fren süresi,

$$T_1 = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{u_B + b}{u_B} + \frac{u_T - b}{u_B} e^{-at_f} - \frac{u_T}{u_B} e^{-aT_2} \right) \quad (4.11)$$

bağıntısıyla hesaplanır. T_1 anındaki hız ve yol (3.30, 3.36) denklemleriyle, T_2 anındaki hız ve yol ise (3.37, 3.38) denklemleriyle bulunur.

$$b) |x_1^{(V_g)}| < x_a \leq |x_1^{(V_m)}|, \quad x_a \leq |x_{kr}^{(V_g)}| \text{ ise singüler}$$

yörüngeler V_g geçiş hızının altında kalır, $t_f > t_{kr}$ ise optimal $g_{\text{singüler}}$ yörünge (a) da açıklanan biçimde belirlenir.

$T = T_2$ anında $x_2(T_2) = \frac{V_g}{t_r^{(V_g)g}}$ olan (1) regüler yörünge- sine ait seyir süresi, $t_r^{(V_g)g}$, (3.55) bağıntısına göre,

$$\begin{aligned} -x_a = -\frac{1}{a} \left\{ -b \cdot t_r^{(V_g)} - \frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) \right. \\ \left. + \frac{u_B}{a} \ln \left[\frac{u_B + b}{u_B} + \frac{(u_T - b)(aV_g + b)}{u_B(aV_g + b - u_T)} e^{-at_r^{(V_g)}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

denklemini çözülerek bulunur.

$t_r^{(V_g)} \leq t_f \leq t_{kr}$ ise optimal regüler yörünge V_g geçiş hızının altında kalır ve (a) da açıklandığı gibi belirlenir.

$t_f < t_r^{(V_g)}$ ise optimal yörünge, (1) yörüngesinin üstündedir. Seyir süresine bağlı olarak, katarın V_g geçiş hızına ulaştığı T_g zamanı, (3.54) bağıntısıyla bulunur. (3.56) parametrik denklemdeki C_1 sabiti, (3.54 ,3.63) bağıntıları yardımıyla,

$$C_1 = \frac{(a+m)V_g + b - n}{\left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b}\right)^{a+m} a \cdot e^{(a+m)t_f}} \quad (4.13)$$

bağıntısıyla; (3.61) parametrik denklemdeki C_3 sabiti ise, (3.60, 3.61) de $x_2(t_f) = 0$, $x_1(t_f) = -x_a$ yazılarak,

$$C_3 = ax_a - (u_T - b)t_f + \frac{u_T - b}{a} \quad (4.14)$$

bağıntısıyla belirlenir. C_1 ve C_3 bulunduktan sonra T_2 ve T_1 zamanları (3.58, 3.62) bağıntıları yardımıyla hesaplanır. Bunun için, önce

$$\begin{aligned} ax_a = & -\frac{a(b-n)}{a+m} t_f - \frac{m(b-n)}{(a+m)^2} - \frac{m}{a+m} V_g \\ & - \frac{1}{a} \left(u_T - \frac{an+bm}{a+m}\right) \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b}\right) - \frac{an+bm}{a+m} T_2 \\ & + \frac{u_B}{a} \ln \left[\frac{u_B + b}{u_B} - \frac{aC_1}{u_B(a+m)} e^{mT_2} - \frac{an+bm}{u_B(a+m)} e^{-aT_2} \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{mC_1}{(a+m)^2} e^{(a+m)T_2} \quad (4.15)$$

denkleminde T_2 çözülür. T_1 fren süresi,

$$T_1 = -\frac{1}{a} \ln \left[\frac{u_B + b}{u_B} - \frac{aC_1}{u_B(a+m)} e^{mT_2} - \frac{an+bm}{u_B(a+m)} e^{-aT_2} \right] \quad (4.16)$$

bağıntısıyla bulunur. Katarın geçiş hızına ulaştığı andaki yol, (3.54, 3.60, 3.61) ve (4.14) bağıntıları yardımıyla,

$$x_1(T_g) = -\frac{1}{a} \left[ax_a + v_g + \frac{u_T - b}{a} \ln \left(1 - \frac{av_g}{u_T - b} \right) \right] \quad (4.17)$$

bağıntısıyla bulunur. T_1 ve T_2 anlarındaki hız ve yol değerleri (a) da açıklanan biçimde hesaplanır.

$$c) \quad |x_1^{(V_g)}| < x_a \leq |x_1^{(V_m)}|, \quad |x_{kr}^{(V_g)}| < x_a \leq |x_{kr}^{(V_m)}|$$

ise regüler yörüngeler V_g geçiş hızının üstünde kalır. $t_f < t_{kr}$ ise optimal regüler yörünge, (b) de (1) yörüngesinin üstündeki optimal regüler yörüngeler için açıklanan yolla belirlenir.

Gözönüne alınan kesimde $x_2 = V_g$ olan singüler yörüngeye ait seyir süresi, $t_s^{(V_g)}$, (3.140) bağıntısına göre,

$$\begin{aligned}
 t_s^{(V_g)} = & \frac{x_a}{V_g} - \frac{1}{a \cdot V_g} \left\{ \left(V_g - \frac{u_T - b}{a} \right) \ln \left(1 - \frac{a V_g}{u_T - b} \right) \right. \\
 & - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(a V_g)^2}{(u_B + b)(2a V_g + b)} \right] \\
 & \left. - \left(V_g + \frac{b}{a} \right) \ln \left[1 + \frac{a V_g (a V_g + u_B + b)}{(u_B + b)(a V_g + b)} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

(4.18)

bağıntısıyla belirlenir.

$t_{kr} < t_f < t_s^{(V_g)}$ ise optimal singüler yörünge V_g geçiş hızının üstündedir. (3.144, 3.145) ve (4.14) bağıntıları yardımıyla, optimal singüler yörüngeye ait x_{2s} hızı,

$$\begin{aligned}
 a x_a = a x_{2s} \cdot t_f + \frac{m}{a+m} \left(x_{2s} - V_g \right) + \left(x_{2s} - \frac{u_T - b}{a} \right) \ln \left(1 - \frac{a V_g}{u_T - b} \right) \\
 - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(a x_{2s})^2}{(u_B + b)(2a x_{2s} + b)} \right] - \left(x_{2s} + \frac{b}{a} \right)
 \end{aligned}$$

$$\ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s}+u_B+b)}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)} \right] - \frac{a}{a+m} \left(x_{2s} + \frac{b-n}{a+m} \right)$$

$$\ln \left[\frac{v_g + \frac{b-n}{a+m}}{x_{2s} + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (4.19)$$

denklemini çözülerek bulunur. T_3 zamanı (3.145) bağıntısıyla hesaplanır. T_2 ve T_1 zamanları, $x_2(T_1)$ hızı, T_3 , T_2 ve T_1 anındaki s yol değerleri (a) da açıklanan biçimde bulunur. T_g zamanı ve $x_1(T_3)$ yolu, (b) deki gibi, (3.54) ve (4.17) bağıntılarıyla hesaplanır.

(v_g)
 $t_f \geq t_{(v_g)}$ ise optimal singüler yörünge (3) yörüngesinin altında kalır ve (a) daki gibi belirlenir.

d) $x_a > |x_1^{(v_m)}|$, $x_a \leq |x_{kr}^{(v_g)}|$ ise singüler yörüngeler geçiş hızının altında kalır. $t_f > t_{kr}$ ise optimal singüler yörünge (a) da açıklandığı gibi kr belirlenir. $t_{(v_g)} \leq t_f \leq t_{kr}$ ise kritik yörünge ile (1) yörüngesi arasında f kalan kr optimal regüler yörünge (a) da olduğu gibi belirlenir.

$T = T_2$ anında $x_2 = v_m$ sınırına değen (2) regüler yörüngesine ait seyir süresi, $t_r^{(v_m)}$, (3.72) bağıntısına göre,

$$\begin{aligned}
-x_a = & -\frac{1}{a} \left\{ -b t_r^{(V_m)} - \frac{u_T}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) \right. \\
& + \frac{u_B}{a} \ln \left[\frac{u_B + b}{u_B} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{(u_T - b)(aV_m + b)}{u_B(aV_g + b - u_T)} \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right]^{\frac{a}{a+m}} e^{-at_r^{(V_m)}} \right] \right. \\
& \left. + \frac{an+bm}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] + \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) \right\}
\end{aligned}
\tag{4.20}$$

denklemini çözülerek bulunur.

$$t_r^{(V_m)} \leq t_f < t_r^{(V_g)} \quad \text{ise optimal regüler yörünge}$$

(1) ve (2) yörüngeleri arasındadır ve (b) de (1) yörüngesinin üstündeki optimal regüler yörüngeler için açıklanan yolla belirlenir.

$t_f < t_r^{(V_m)}$ ise $x_2^{(V_m)}$ sınırı üzerinde ilerliyen yörüngeler optimal olur. $T_1^{(V_m)}$ fren süresi, (3.54, 3.195, 3.197) ve (4.14) bağıntıları yardımıyla,

$$ax_a = a \cdot V_m \cdot t_f + \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) + (V_m - \frac{u_T - b}{a}) \ln(1 - \frac{aV_g}{u_T - b})$$

$$-a(V_m + \frac{u_B + b}{a})T_1 - (V_m + \frac{b}{a}) \ln \left[\frac{aV_m + b}{(u_B + b) e^{aT_1 - u_B}} \right]$$

$$- \frac{a}{a+m} (V_m + \frac{b-n}{a+m}) \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \quad (4.21)$$

denklemleri çözülerek bulunur. T_g, T_a, T_b zamanları (Bak. Bölüm 2.3.3.3), sırasıyla, (3.54, 3.169, 3.197) bağıntılarıyla hesaplanır. T_1 anındaki hız ve yol değerleri (a) da açıklandığı gibi bulunur. T_g, T_a ve T_b anlarındaki yol değerleri, sırasıyla, (4.17), (3.170, 3.189) bağıntılarıyla hesaplanır.

$$e) \quad x_a > |x_1^{(V_m)}|, \quad |x_{kr}^{(V_g)}| < x_a \leq |x_{kr}^{(V_m)}| \text{ ise}$$

$t_f > t_{kr}$ olması durumunda optimal singüler yörünge (c) de açıklanan biçimde belirlenir.

$t_r^{(V_m)} \leq t_f \leq t_{kr}$ ise optimal regüler yörünge kritik yörünge ile (2) yörüngesi arasında kalır ve (b) de (1) yörüngesinin üstündeki optimal regüler yörüngeler için açıklanan yollar belirlenir.

$t_f < t_s^{(V_m)}$ ise $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde ilerliyen optimal yörünge (d) de açıklandığı gibi belirlenir.

f) $x_a > |x_1^{(V_m)}|$, $x_a > |x_{kr}^{(V_m)}|$ ise kritik yörünge V_m hız sınırının üstünde kalır.

$x_{2s} = V_m$ olan (4) singüler yörüngesine ait seyir süresi, $t_s^{(V_m)}$, (3.148) bağıntısına göre,

$$\begin{aligned}
 t_s^{(V_m)} = & \frac{x_a}{V_m} - \frac{1}{a \cdot V_m} \left\{ \frac{m}{a+m} (V_m - V_g) + (V_m - \frac{u_T - b}{a}) \ln(1 - \frac{aV_g}{u_T - b}) \right. \\
 & - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{(aV_m)^2}{(u_B + b)(2aV_m + b)} \right] \\
 & - (V_m + \frac{b}{a}) \ln \left[1 + \frac{aV_m(aV_m + u_B + b)}{(u_B + b)(aV_m + b)} \right] \\
 & \left. - \frac{a}{a+m} (V_m + \frac{b-n}{a+m}) \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right\} \quad (4.22)
 \end{aligned}$$

bağıntısıyla belirlenir.

$t_f > t_s^{(V_m)}$ ise optimal singüler yörünge (c) de açıklanan biçimde belirlenir.

$t_f \geq t_s^{(V_m)}$ ise x_2 V_m sınır üzerinde ilerleyen optimal yörünge (d) de açıklandığı gibi belirlenir.

4.2. $b < 0$ OLMASI DURUMUNDA OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGESİNİN BELİRLENMESİ

$b < 0$ olması, katarın negatif eğimli bir güzergâh kesimi üzerinde (iniş yönünde) hareketine karşı gelir; bu durumda lineer katar seyir modeli saptandıktan sonra optimal enerjili hız yörüngesinin belirlenmesi için yapılan işlemler, özellikle singüler çözümlerin ortaya çıkması koşulu bakımından, $b > 0$ durumundan ayrılır.

Minimum seyir süresi, Bölüm 4.1.1 de açıklanan biçimde belirlenir.

Bu arada, kuramsal olarak, katarın yalnız frenlemeye hazırlık ve frenleme evreleriyle ikinci durak noktasına ulaşabileceği de düşünülebilir. Bu durumda seyir süresi en büyük değerini alır ve (3.190) bağıntısına göre

$$-x_a = \frac{1}{a} \left\{ bt_f - \frac{u_B}{a} \ln \left[1 + \frac{b(1-e^{-at_f})}{u_B} \right] \right\} \quad (4.23)$$

denklemleri çözülerek bulunur. Hareketin başlangıcındaki direnimler nedeniyle çekim enerjisi sıfır olan bu yönetimin uygulanması olanaksızdır.

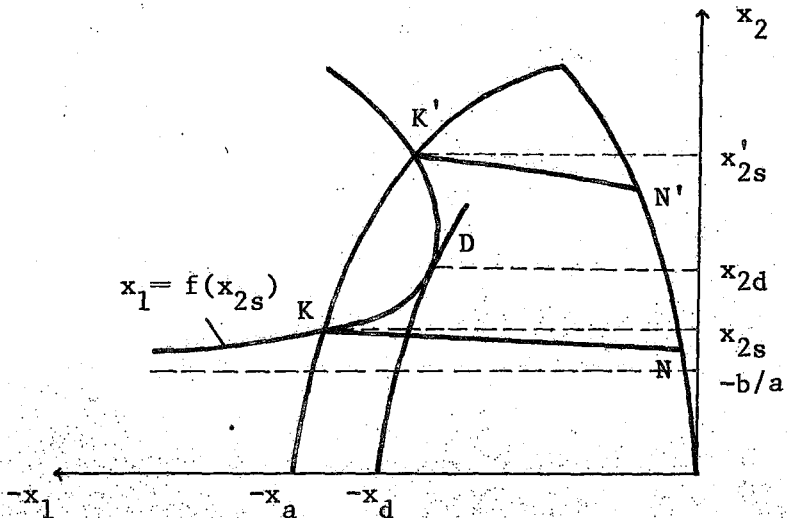
Lineer seyir modeline göre iniş yönünde ilerleyen katarın optimal hız yörüngesinin belirlenmesinde $-b/a$ değeri önemli bir karşılaştırma büyüklüğüdür. Bu değer, hız-yol ya da hız-zaman düzleminde hem zararlı ve zararsız eğim bölgelerini ayırır (Bak.Bölüm 3.3.1.5) hem de singüler çözümlerin ortaya çıkması için bir hız alt sınırı oluşturur (Bak.Bölüm 3.3.2.4). Bu nedenle, öncelikle, $-b/a$ de-

ğ erinin minimum süreli yönetime ait V_u tepe hızına, V_m hız sınırına ve V_g geçiş hızına göre büyüklüğü saptanmıştır.

4.2.1. Singüler çözümlerin ortaya çıkması için yol alt sınırının belirlenmesi

$-b/a \geq V_m$ ise ya da $-b/a < V_m$ olmasına karşın minimum süreli yönetime ait V_u tepe hızı $-b/a$ değerini aşmıyorsa, diğer bir deyimle durak noktaları arasındaki x_a uzaklığı (3.93) ya da (3.95) bağıntılarıyla belirlenen $x_1^{(-b/a)}$ büyüklüğüne göre $x_a \leq |x_1^{(-b/a)}|$ koşulunu sağlıyorsa singüler çözümler ortaya çıkmaz (Bak.Şekil 4.9.1.a, 4.10.a,b; 4.11)

$-b/a < V_m$ iken $x_a > |x_1^{(-b/a)}|$ ($V_u > -b/a$) olması durumunda singüler çözümlerin ortaya çıkabilmesi, hız-yol düzleminde maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesiyle singüler çözümlerin başlama noktalarını tanımlıyan $x_1 = f(x_{2s})$ eğrisinin (Bak.3.128 bağıntısı) kesişebilmesi, için^{2s} durak noktaları arasındaki x_a uzaklığının belirli bir x_d değerinden büyük olması gerekir. (Şekil 4.5).



Şekil 4.5

Böylece $b < 0$ olması durumunda singüler çözümlerin ortaya çıkması için, hız-zaman düzleminde tanımlanan T_d zaman alt sınırına benzer biçimde, hız-yol düzleminde bir x_d yol alt sınırı tanımlanabilir.

İki eğrinin (D) değme noktasındaki hız V_g geçiş hızının altındaysa, x_{2d} hızı, (3.150) bağıntısının hıza göre türevi sıfıra eşitlenerek elde edilen

$$2a^3(u_B+u_T)x_{2d}^3+a^2[5bu_T+2u_B(u_T+b)]x_{2d}^2+4abu_T(u_B+b)x_{2d}+b^2u_T(u_B+b)=0 \quad (4.24)$$

denklemini çözülerek bulunur ve bu hız (3.150) de yerine konarak singüler çözümler için yol alt sınırı belirlenir.

Bu bağıntısının geçerli olabilmesi için (4.24) denkleminde bulunan hızın $x_{2d} \leq V_g$ koşulunu sağlaması gerekir. Bu koşul sağlanmıyorsa x_{2d} , (3.154) bağıntısının hıza göre türevi sıfıra eşitlenerek elde edilen

$$2a^3mx_{2d}^4+a^2[m(5b+2u_B)-2a(u_B+n)]x_{2d}^3+a[4bm(u_B+b)-2au_B(b+n)-5abn]x_{2d}^2+b(u_B+b)(bm-4an)x_{2d}-b^2n(u_B+b)=0 \quad (4.25)$$

denklemini çözülerek bulunur. Bulunan hız (3.154) de yerine konarak x_d yol alt sınırı belirlenir.

4.2.2. Kritik sürelerin saptanması

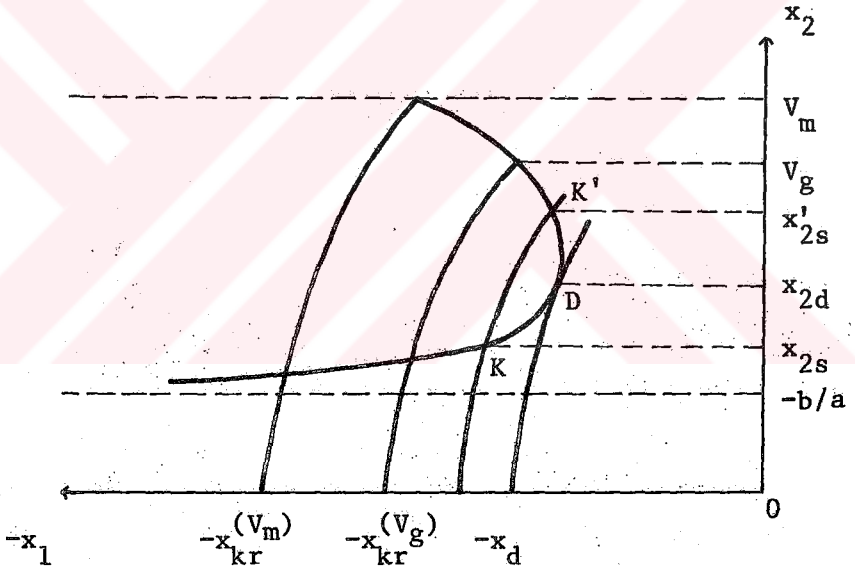
Duraklar arasındaki x_d uzaklığının önceki bölümde belirlenen x_d yol alt sınırından büyük olması durumunda maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesiyle singüler çözümlerin başlama noktalarını gösteren eğri iki noktada kesişir ve

iki kritik yörünge ortaya çıkar (Şekil 4.5 de ONKA ve ON'K'A yörüngeleri).

Kritik yörüngeler ait x_{2s} ve x'_{2s} hızları ve kritik süreler, $-b/a$ nın değerine ve D değme noktasının konumuna bağlı olarak, aşağıdaki biçimde belirlenir :

1. $-b/a < V_g$ durumu :

a) (3.166) koşulu sağlanıyorsa $x_{2d} < V_g$ olur. Bu durumda x_{2s} hızı geçiş hızının altında kalır ve (4.6) denklemi çözülerek bulunur.



Şekil 4.6

$x_{2d} < V_g$ ise x'_{2s} , x_a değerine bağlı olarak, $x'_{2s} < V_g$, $V_g < x'_{2s} < V_m$ ya da $x'_{2s} > V_m$ değerlerini alabilir.

$x_a < |x_{kr}^{(Vg)}|$ ise $x'_{2s} < V_g$ olur ve (4.6) denklemi çözülerek bulunur.

$|x_{kr}^{(V_g)}| < x_a \leq |x_{kr}^{(V_m)}|$ ise $V_g < x'_{2s} \leq V_m$ olur ve (4.7) denklemi çözülerek bulunur.

$x_a > |x_{kr}^{(V_m)}|$ ise $x'_{2s} > V_m$ olur ve $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde singüler çözüm ortaya çıkar (Şekil 4.6).

$x_{2d} = V_g$ ise $x'_{2s} > V_g$ olur ve (4.7) denklemi çözülerek bulunur.

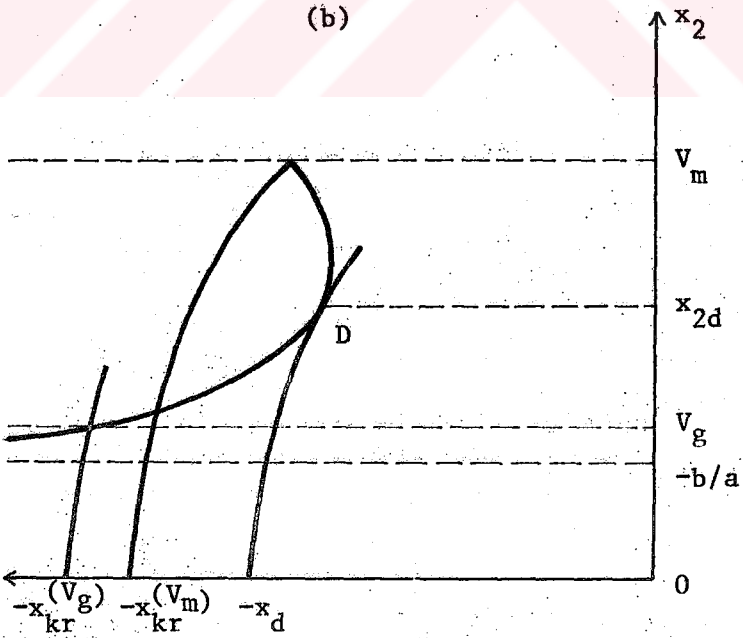
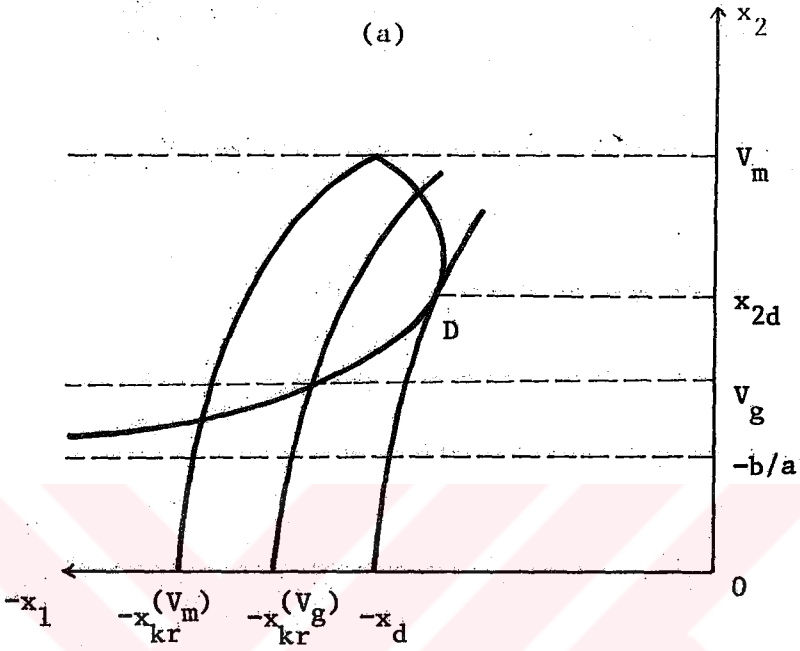
b) (3.166) koşulu sağlanmıyorsa $x_{2d} > V_g$ olur.

$V_g < x_{2d} < V_m$ iken $x_{2s} : x_a \leq |x_{kr}^{(V_g)}|$ ise (4.7) denklemi, $x_a > |x_{kr}^{(V_g)}|$ ise (4.6) denklemi çözülerek bulunur.

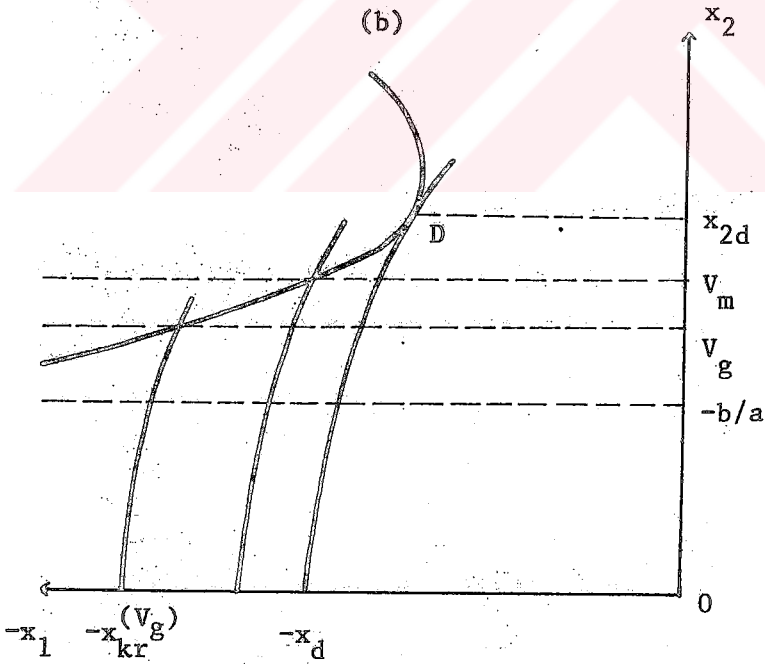
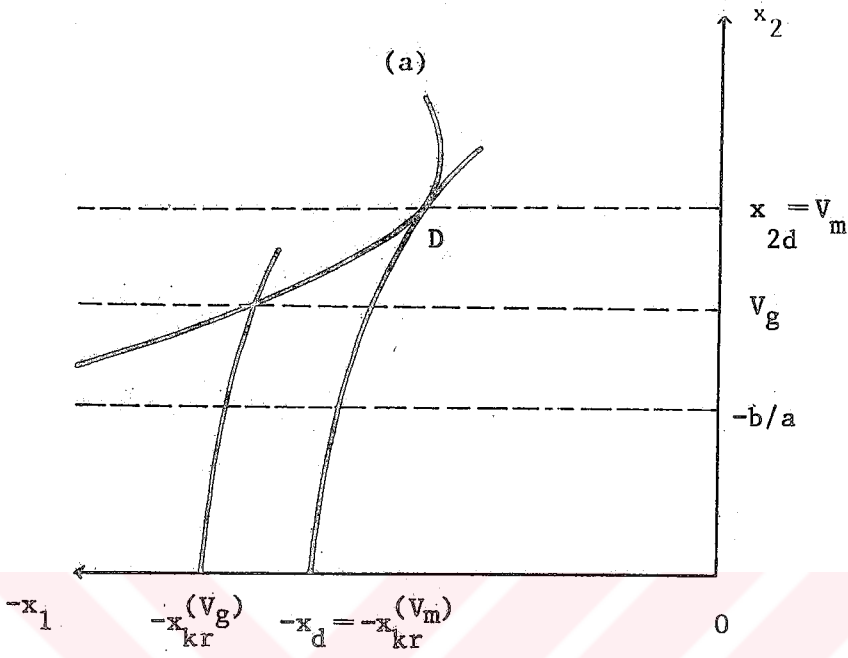
$x_a \leq |x_{kr}^{(V_m)}|$ ise x'_{2s} de (4.7) denklemiyle belirlenir. $x_a > |x_{kr}^{(V_m)}|$ ise $x'_{2s} > V_m$ olur ve $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde singüler çözüm ortaya çıkar. V_g ve V_m hızlarına bağlı olarak $|x_{kr}^{(V_m)}| \approx |x_{kr}^{(V_g)}|$ olabileceğinden durak noktaları arasındaki x_a uzaklığının her iki büyüklükle ayrı ayrı karşılaştırılması gerekir (Şekil 4.7.a,b).

Maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesiyle singüler çözümlerin başlama noktalarını gösteren eğrinin $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde teğet olmaları durumunda (Şekil 4.8.a)^m $x'_{2s} > V_m$ olur. x_{2s} ise, x_a uzaklığına bağlı olarak, (4.6) ya da (4.7) denklemleriyle bulunur.

$x_{2d} > V_m$ ise $x_a \leq |x_{kr}^{(V_m)}|$ olduğu sürece her iki kritik yörünge de V_m hız sınırının üstünde kalır ve singüler çözüm ortaya çıkmaz. Daha büyük x_a uzaklıkları için yine $x'_{2s} > V_m$ olurken x_{2s} yukarıdaki gibi belirlenir.



Şekil 4.7



Şekil 4.8

2. $V_g \leq -b/a < V_m$ durumu :

Singüler çözümlerin $x_2 = -b/a$ hızının üstünde ortaya çıkması nedeniyle bu durumda x_{2s} ve x'_{2s} hızları geçiş hızının üstünde kalır ve (1.b) de açıklanan biçimde belirlenir.

3. $-b/a > V_m$ durumu :

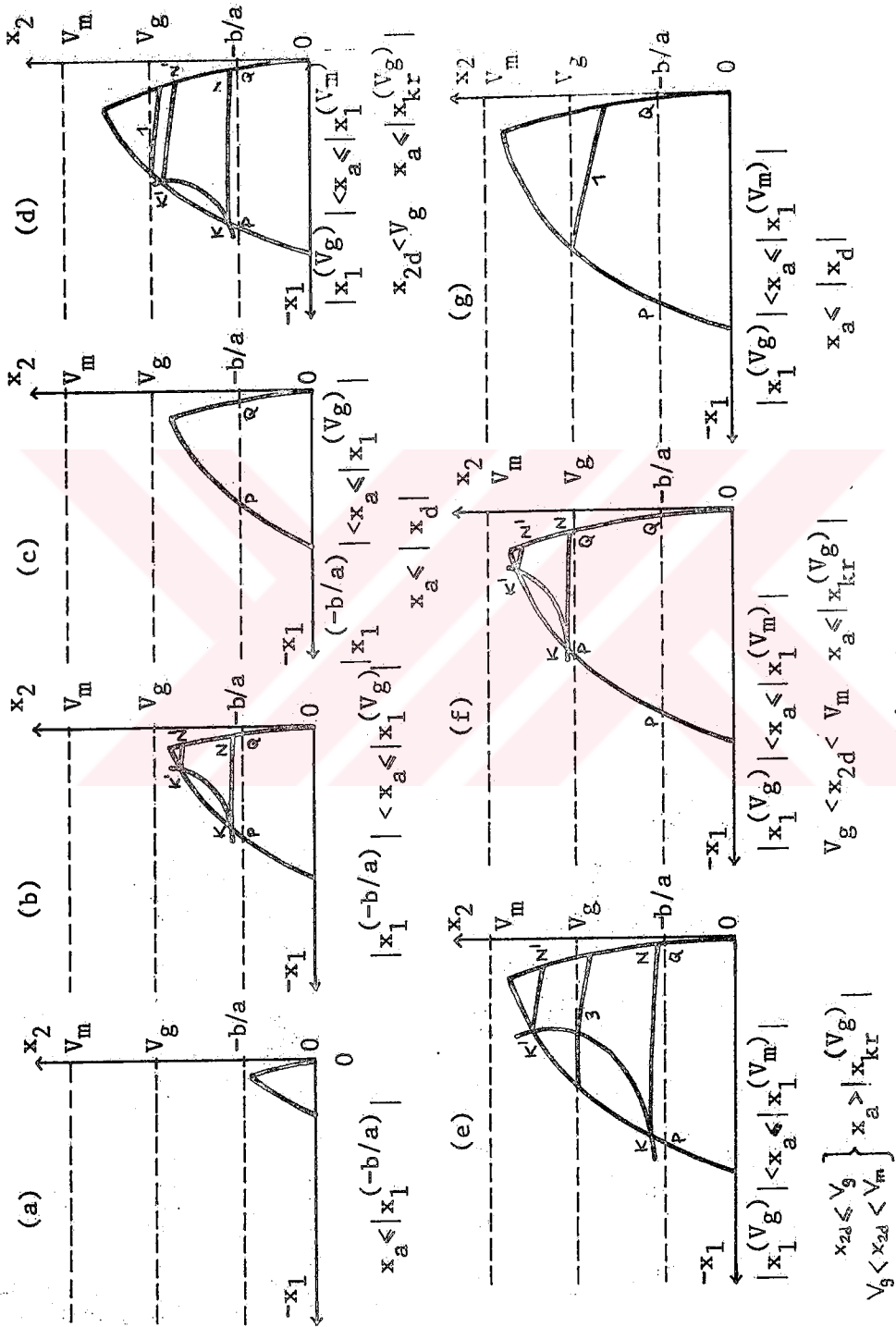
Bu durumda V_m hız sınırının altında singüler çözüm ortaya çıkmaz.

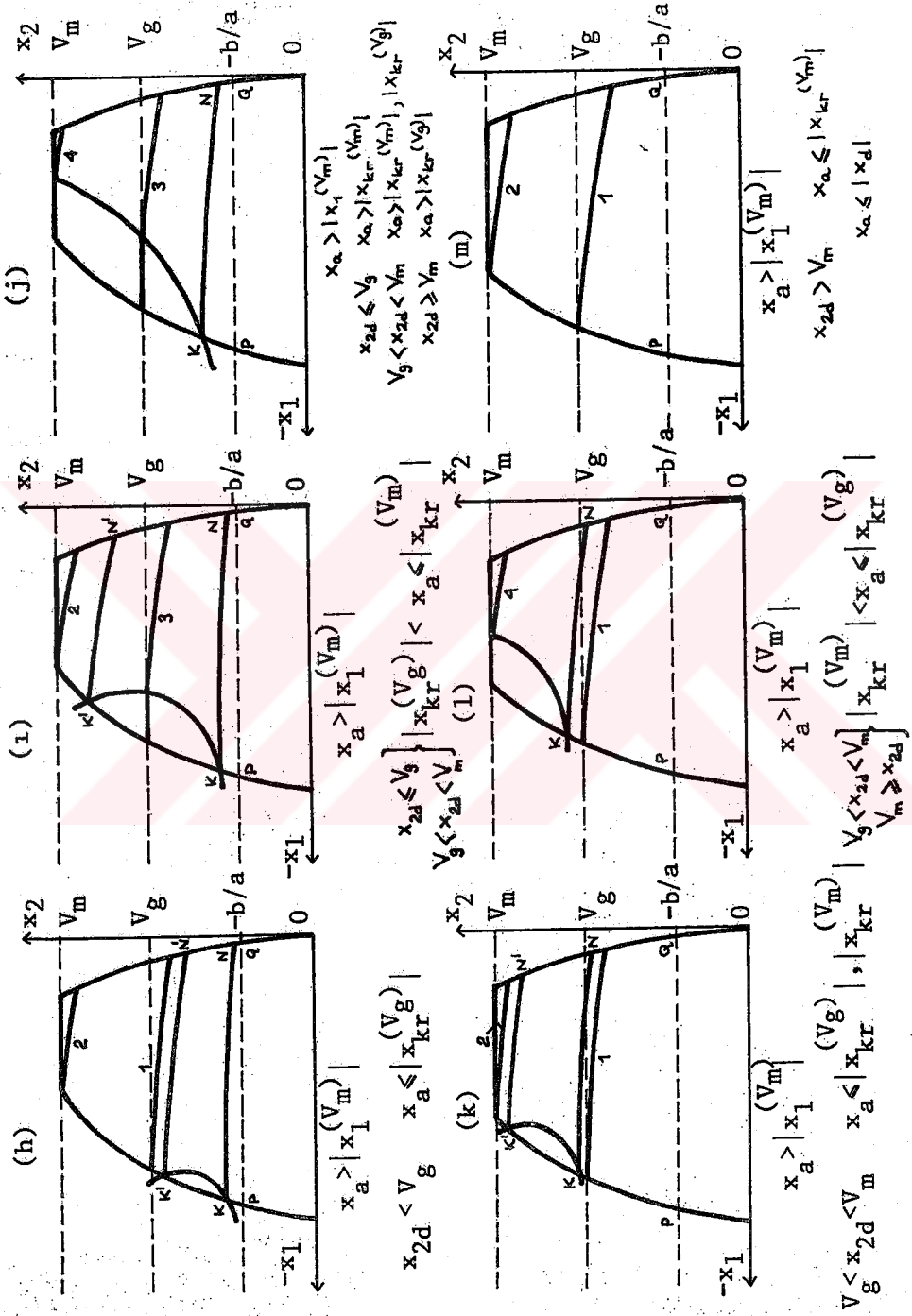
Kritik süreler, K ve K' noktalarının konumuna bağlı olarak, (3.149) ya da (3.153) bağıntılarıyla belirlenir. Verilen seyir süresi belirlenen t_{kr} ve t'_{kr} kritik süreleri arasındaysa optimal yörünge singüler, bu aralığın dışında ise regüler olur.

$x'_{2s} > V_m$ olması, $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde singüler çözümün ortaya çıkması durumunda, $b > 0$ durumuna benzer biçimde, (4.8) bağıntısıyla belirlenen süre karşılaştırma büyüklüğü olarak alınabilir. Optimal yörünge $t_f > t_{kr}$ ise regüler, $t_k \leq t_f < t_{kr}$ ise singüler olur, $t_f < t_k$ ise $x_2 = V_m$ sınırı üzerinde ilerleyen yörüngeler optimal olur.

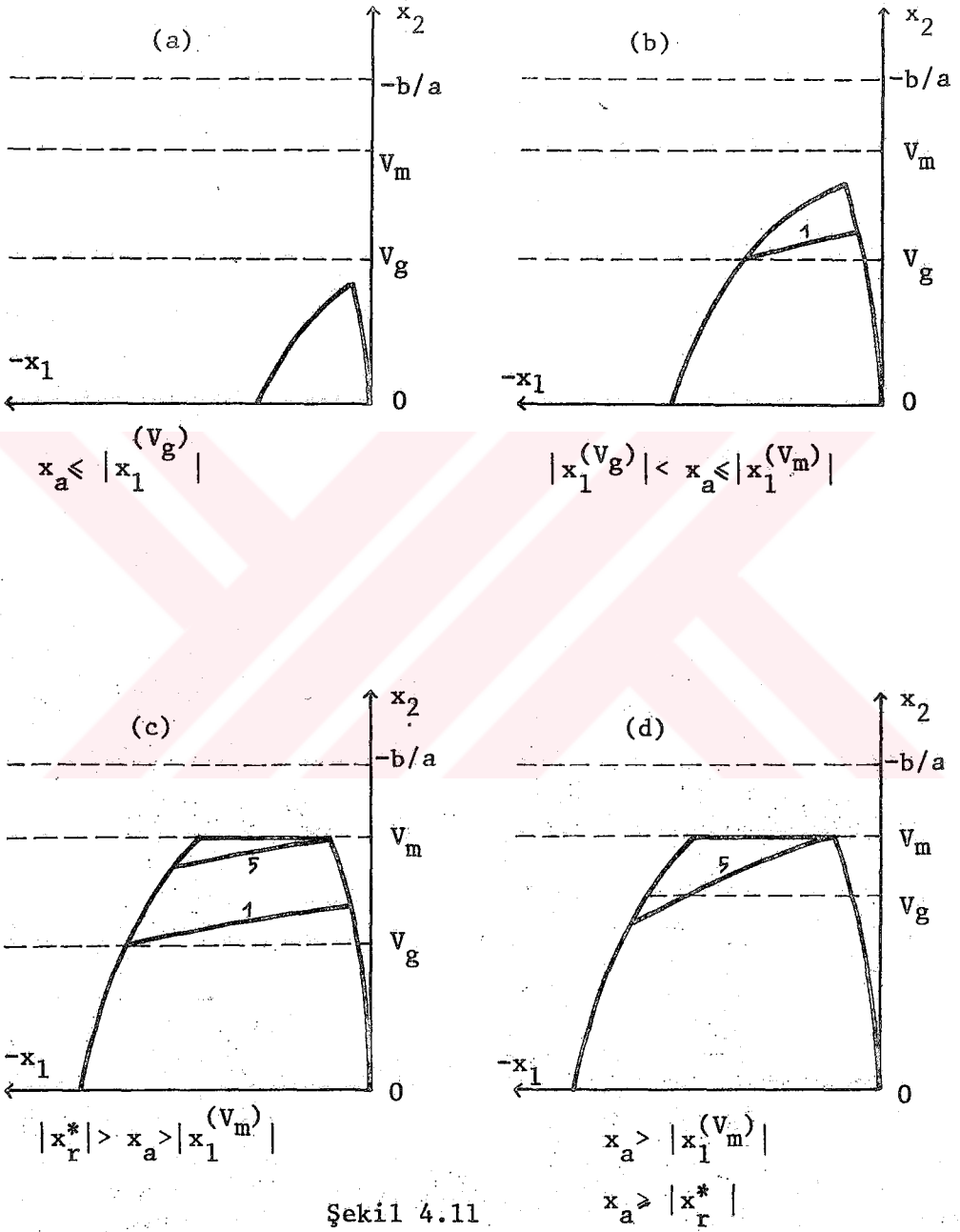
4.2.3. Optimal yörünge'nin belirlenmesi

Duraklar arasındaki x uzaklığına ve verilen seyir süresine bağlı olarak $b <^a 0$ olması durumunda tüm optimal yörüngeler, (x_2, x_1) düzleminde, minimum süreli yönetimin ve kritik yörüngelerin konumuna göre Şekil 4.9.1-2, 4.10, 4.11 de sınırlandırılan bölgeler içinde yer alırlar. Bu şekillerde K, N ve K', N' noktalarından geçen yörüngeler kritik yörüngeleri; (1) ve (2) $T = T_2$ anında, sırasıyla, V_g geçiş hızına ve V_m hız sınırına değen regüler yörüngeleri; (3) ve (4) ise, sırasıyla, $x_{2s} = V_g$ ve $x_{2s} = V_m$ olan singüler yörüngeleri göstermektedir.





Şekil 4.9.2



Not : $-b/a = V_m$ ise (d) durumu ve (5) yörüngeleri ortaya çıkmaz.

Şekil 4.9.1-2 $0 < -b/a < V_g$ durumuna, Şekil. 4.10 $V_g \leq -b/a < V_m$ durumuna, Şekil 4.11 ise $-b/a \geq V_m$ durumuna karşı gelir.

Bu şekillerde gösterilen durumların altlarındaki eşitsizlikler, bu durumların ortaya çıkması için durak noktaları arasındaki x_a uzaklığının ve maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesiyle singüler çözümlerin başlama noktalarını tanımlayan eğrinin değme noktasına ait x_{2d} hızının gerçekleşmeleri gereken koşulları belirtmektedir.

Zararlı ve zararsız eğim bölgelerini ayıran, $x_2 = -b/a$ sabit hızı üzerinde ilerleyen optimal regüler yörüngeye ait seyir süresi, $0 < -b/a \leq V_g$ ise

$$t_r = -\frac{ax_a}{b} + \frac{u_T}{a \cdot b} \ln\left(1 - \frac{b}{u_T}\right) + \frac{u_B}{a \cdot b} \ln\left(1 + \frac{b}{u_B}\right) \quad (4.26)$$

bağıntısıyla, $V_g < -b/a \leq V_m$ ise

$$t_r = -\frac{ax_a}{b} - \frac{m}{b(a+m)} \left(V_g + \frac{b}{a}\right) - \frac{u_T}{ab} \ln\left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b}\right)$$

$$+ \frac{u_B}{ab} \ln\left(1 + \frac{b}{u_B}\right) + \frac{an+bm}{b(a+m)^2}$$

$$\ln\left\{-\frac{a[(a+m)V_g + b - n]}{an+bm}\right\} \quad (4.27)$$

bağıntısıyla belirlenir (Bak. 3.101, 3.107 bağıntıları).

Minimum süreli yönetim ve kritik süreler saptandıktan sonra verilen seyir süresi; kritik süreler, (1), (2), (3). (4) yörüngelerine ait karşılaştırma süreleri ve $(-b/a)$

t_r ile karşılaştırılarak optimal yörüngenin konumu saptanır. Optimal yörüngenin tüm karakteristik değerleri, konumuna göre, $b \geq 0$ durumunda verilen bağıntılarla belirlenir (Bak. Bölüm 4.1.3).

$t_f = t_r^{(-b/a)}$ ise $x_2 = -b/a$ sabit hızı üzerinde ilerleyen optimal regüler yörüngeye ait fren süresi (3.98) bağıntısıyla, fren uzaklığı

$$x_1(T_q) = \frac{1}{a} \left[\frac{b}{a} + \frac{u_B + b}{a} \ln \left(\frac{u_B}{u_B + b} \right) \right] \quad (4.28)$$

bağıntısıyla bulunur (Bak. Bölüm 3.3.1.5). T_p zamanı, $-b/a$ değerine bağlı olarak, (3.99) ya da (3.105) bağıntılarıyla hesaplanır. $x_1(T_p)$ yolu ise, (3.39) denklemi yardımıyla,

$$x_1(T_p) = - \frac{1}{a} \left[- \frac{b}{a} - b \cdot T - \frac{u_B}{a} \ln \left(\frac{u_B}{u_B + b} \right) \right] \quad (4.29)$$

bağıntısıyla belirlenir.

$-b/a > V$ ise optimal regüler yörüngeler, x_a uzaklığına bağlı olarak, Şekil 4.11 de gösterilen bölgelerle sınırlanır.

T_1 anında $x_2 = V$ sınırına değer (5) yörüngesine ait seyir süresi. $t_5, {}^m x_a \geq |x_r^*|$ ise (Bak. 3.116 bağıntısı)

$$-x_a = -\frac{1}{a} \left[(u_T - b)t_5 + \frac{u_T}{a} \ln \left(\frac{1}{u_T} \cdot \frac{aV_m + b}{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}} + \frac{u_T - b}{u_T} e^{-at_5} \right) - \frac{u_B}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) \right] \quad (4.30)$$

denklemleri çözülerek bulunur (Şekil 4.11.d)

$x_a < |x_r^*|$ ise (Şekil 4.13.c) T_2 zamanı

$$ax_a = \frac{m}{a+m} \cdot \frac{V_m + \frac{b}{a}}{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}} e^{aT_2} - \frac{1}{a+m} \left[\frac{a(an+bm)}{a+m} + bm \right] T_2$$

$$-\frac{a(b-n)}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{\frac{V_m + \frac{b}{a}}{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}} \cdot \frac{an+bm}{a(a+m)} e^{-aT_2}} \right]$$

$$-\frac{u_B}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_m}{u_B + b} \right) - \frac{u_T - b}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right)$$

$$-\frac{m}{a+m} V_g - \frac{bm}{a(a+m)} \quad (4.31)$$

denklemleri çözülerek bulunur. Bulunan değer

$$t_5 = \frac{m}{a+m} T_2 + \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{\frac{V_m + \frac{b}{a}}{1 + \frac{aV_m}{u_B + b}} \frac{an+bm}{a(a+m)} e^{-aT_2}} \right]$$

$$- \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) \quad (4.32)$$

bağıntısında yerine konarak t_5 hesaplanır.

$t_f \geq t_5$ ise (5) yörüngesinin altında kalan optimal regüler yörünge $b \geq 0$ durumunda olduğu gibi belirlenir.

$t_f < t_5$ ise katar frenlemeye hazırlık evresindeyken V_m hız sınırına ulaşır ve eğim zararlı olduğundan hızı bu değerde tutabilmek amacıyla belirli bir fren kuvveti uygulamak gerekir. Bu durumda, (5) yörüngesinin üstünde kalan yörünge optimal olmaz.

4.3. OPTIMAL ÇEKİM ENERJİSİNİN HESABI

Optimal yörünge belirlendikten sonra katarın gözönüne alınan güzergâh kesimi üzerinde bu yörüngeye göre yönetimi sırasında tüketilen optimal çekim enerjisi (3.15) performans ölçüsü yardımıyla belirlenebilir.

4.3.1. Hızlanma evresinde tüketilen çekim enerjisi

Hızlanma evresi sırasında tüketilen çekim enerjisi $x_2(T_2)$ hızının değerine bağlı olarak, iki biçimde belirlenir :

a) $x_2(T_2) \leq V_g$ ise hızlanma evresinde tüketilen çekim enerjisi

$$E = \rho \cdot G \cdot u_T \int_0^t x_2 \cdot dt = Z_a \int_0^t x_2 \cdot dt \quad (4.33)$$

bağıntısıyla belirlenir. İntegral altındaki terim, katarın hızlanma evresi boyunca aldığı yolu tanımlar ve $x_a + x_1(T_2)$ cebirsel toplamına eşit olur. Böylece, hızlanma evresinde katar ağırlığı başına çekim enerjisi tüketimi

$$e = 1000 \rho \cdot u_T [x_a + x_1(T_2)] \quad (\text{kgm/t}) \quad (4.34)$$

bağıntısıyla hesaplanır.

b) $V_g < x_2(T_2) \leq V_m$ ise hızlanma evresi iki bölümden oluşur:

$0 \leq x_2 \leq V_g$ hız aralığı ile tanımlanan aderans bölgesinde çekim enerjisi (4.33) bağıntısıyla belirlenir. İntegral altındaki terim, katarın ilk durak noktasından kalkışından V_g geçiş hızına ulaşmasına dek geçen sürede aldığı yolu tanımlar ve (4.17) bağıntısına göre

$$x_a + x_1(T_g) = -\frac{1}{a} \left[v_g + \frac{u_T^{-b}}{a} \ln \left(1 - \frac{av_g}{u_T^{-b}} \right) \right]$$

(4.35)

cebirsel toplamıyla belirlenir. Böylece, aderans bölgesinde katar ağırlığı başına çekim enerjisi tüketimi

$$e = -1000 \cdot \rho \cdot \frac{u_T}{a} \left[v_g + \frac{u_T^{-b}}{a} \ln \left(1 - \frac{av_g}{u_T^{-b}} \right) \right] \text{ (kgm/t)}$$

(4.36)

bağıntısıyla hesaplanır.

$v_g < x_2 \leq x_2(T_2)$ aralığında ise çekim enerjisi

$$E = \rho G \int_{t_g}^{t_2} (-mx_2 + n)x_2 dt \quad (4.37)$$

bağıntısıyla belirlenir. (3.11) diferansiyel denklem takımına göre bu bağıntı

$$E = \rho G \int_{v_g}^{x_2(T_2)} \frac{(-mx_2 + n)x_2}{-(a+m)x_2 + n - b} dx_2 \quad (4.38)$$

biçiminde yazılabilir. (4.38) in integrasyonu, katar

ağırlığı başına çekim enerjisi tüketimi

$$e = \frac{1000p}{a+m} \left\{ \frac{1}{2} m [x_2^2(T_2) - v_g^2] - \frac{an+bm}{a+m} [x_2(T_2) - v_g] \right. \\ \left. + \frac{(b-n)(an+bm)}{(a+m)^2} \ln \left[\frac{x_2(T_2) + \frac{b-n}{a+m}}{v_g + \frac{b-n}{a+m}} \right] \right\} \text{ (kgm/t)} \quad (4.39)$$

olur. Böylece, $v_g < x_2(T_2) < v_g$ olması durumunda hızlanma evresi sırasında tüketilen çekim enerjisi (4.36) ve (4.39) değerleri toplanarak elde edilir.

4.3.2. Sabit hızla hareket evresinde tüketilen çekim enerjisi

Önceki bölümlerde açıklandığı gibi $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümünün ortaya çıkması durumunda maksimal ivmeyle hızlanma ve frenlemeye hazırlık evreleri arasına sabit hızla hareket evresi girer ve katarın optimal hız yörüngesi dört evreden oluşur.

Singüler aralık boyunca tüketilen çekim enerjisi

$$E = \rho G(ax_{2s} + b) \int_{t_3}^{t_s} x_{2s} dt \quad (4.40)$$

bağıntısıyla belirlenir. İntegral altındaki terim, katarın sabit hızla hareket evresi boyunca aldığı yolu tanımlar ve x_{2s} sabit olduğundan $x_{2s}(T_3 - T_s)$ farkıyla belirlenebilir. Böylece, sabit hızla hareket evresinde katar ağırlığı başına çekim enerjisi tüketimi; $x_{2s} \leq v_g$ olması durumunda

$$e = 1000\rho \cdot x_{2s}(ax_{2s}+b) \left\{ t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{ax_{2s}}{u_T-b} \right) - \frac{1}{a} \ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s}+u_B+b)}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)} \right] \right\} \quad (\text{kgm/t}) \quad (4.41)$$

bağıntısıyla, $V_g < x_{2s} \leq V_m$ olması durumunda ise

$$e = 1000\rho \cdot x_{2s}(ax_{2s}+b) \left\{ t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{ax_{2s}}{u_T-b} \right) - \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{x_{2s} + \frac{b-n}{a+m}} \right] - \frac{1}{a} \ln \left[1 + \frac{ax_{2s}(ax_{2s}+u_B+b)}{(u_B+b)(ax_{2s}+b)} \right] \right\} \quad (\text{kgm/t}) \quad (4.42)$$

bağıntısıyla hesaplanır (Bak.3.139, 3.145 bağıntıları).

Hız sınırı üzerinde ilerleyen fakat $p_2 = x_2/u_B$ singüler çözümüne girmiyen optimal yörüngelerde, katarın $x_2 = V_m$ sabit hızıyla hareketi sırasında tüketilen çekim enerjisi

$$E = \rho G(aV_m + b)V_m \int_{t_a}^{t_b} dt \quad (4.43)$$

bağıntısıyla belirlenir. İntegral altındaki terim, katarın $x_2 = V_m$ sabit hızıyla hareket ettiği süreyi tanımlar ve $T_b^2 - T_a^m$ farkıyla belirlenebilir (Bak.3.169, 3.197 bağıntıları). Böylece, katar ağırlığı başına çekim enerjisi tüketimi

$$e = 1000\rho.V_m(aV_m + b) \left\{ t_f + \frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{aV_g}{u_T - b} \right) - \frac{1}{a+m} \ln \left[\frac{V_g + \frac{b-n}{a+m}}{V_m + \frac{b-n}{a+m}} \right] - T_1 - \frac{1}{a} \ln \left[\frac{aV_m + b}{(u_B + b)e^{aT_1 - u_B}} \right] \right\}$$

(kgm/t)

(4.44)

bağıntısıyla hesaplanır.

4.4. OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN BİLGİSAYARLA BELİRLENMESİ İÇİN GENEL AKIŞ DİYAGRAMI

İncelenen optimizasyon sorununda ortaya çıkan denklemlerin yapısı, sorunun bilgisayarlarla çözümünü gerektirir.

Bölüm 4.1 ve 4.2 de açıklandığı gibi optimal yörüngelerin belirlenmesinde yol, çekim ve işletme koşullarına bağlı olarak çok sayıda değişik durumun ortaya çıkması nedeniyle aranılan yörüngenin belirlenebilmesi için bu durumların tümünü kapsayan genel bir çözüm içersinde verilerin ve bazı ara değerlerin, önceden verilen ya da çözüm sırasında hesaplanan ayırıcı büyüklüklerle karşılaştırılması gerekir. Karşılaştırma büyüklüklerinin bir bölümü de yine bazı karşılaştırmalar sonucunda elde edilir.

Birbirini izliyen, çok sayıda hesap ve karşılaştırma işlemleri sonucu, optimal yörüngeleri belirliyen genel bir bilgisayar programına temel alınabilecek ayrıntılı bir akış diyagramı oldukça büyük boyutlara ulaşır.

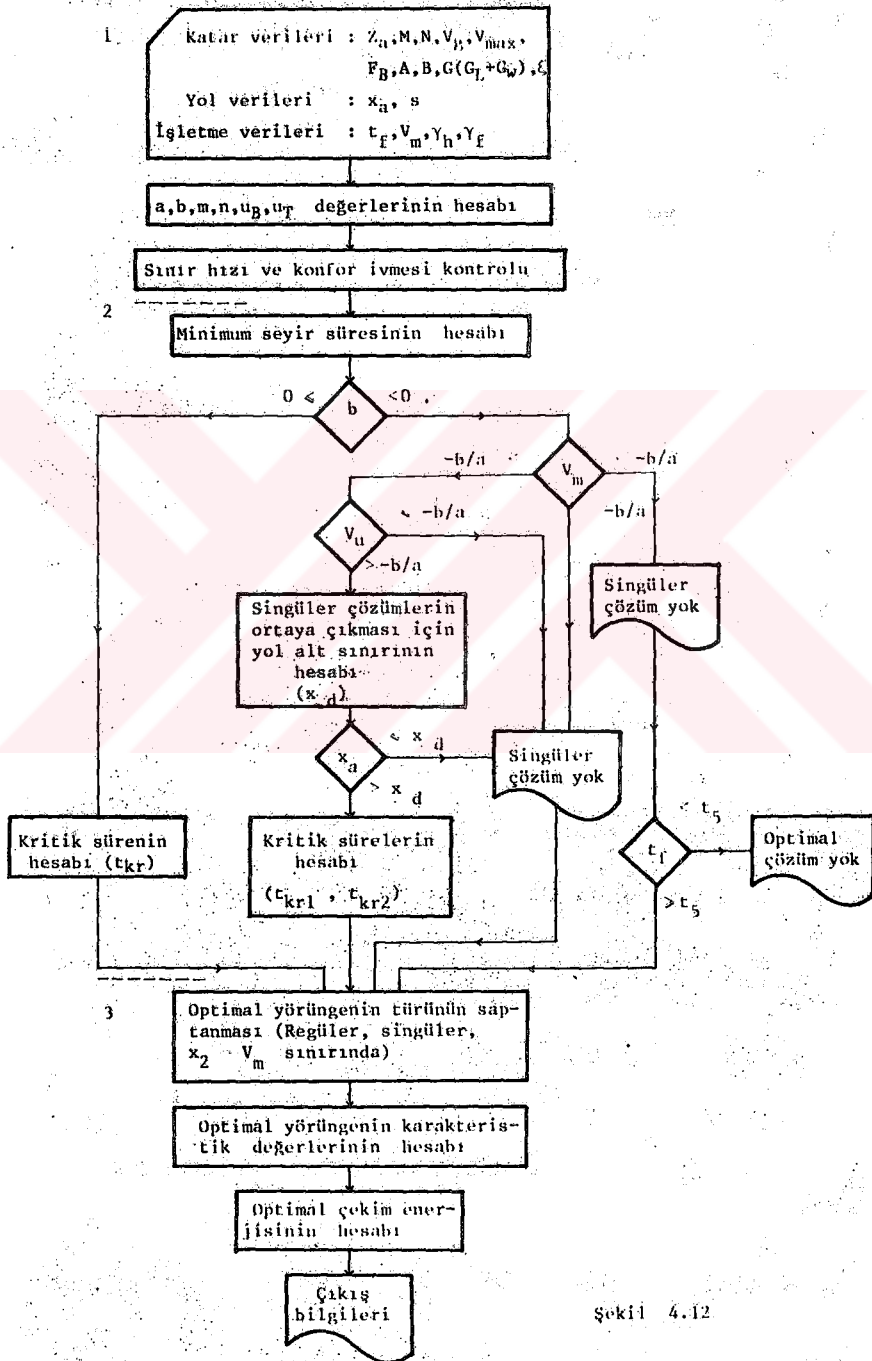
Bu nedenle, bu bölümde, ayrıntılı bir akış diyagramı yerine $b \geq 0$ ve $b < 0$ durumlarında optimal enerjili hız yörüngesinin belirlenebilmesi için Bölüm 4.1 ve 4.2 de açıklanan işlemler dizisini gösteren oldukça basit bir akış diyagramı verilmiştir (Şekil 4.12).

Bu diyagramda gösterilen işlemler dizisi işlevleri bakımından üç ana bölümde incelenebilir:¹

Diyagramın ilk bölümünü katar, yol ve işletme verilerinden çıkarak, optimal enerjili yörüngelerin belirlenmesine geçmeden önce yapılacak işlemler oluşturur.

İkinci bölümdeki işlemler, b katsayısının işaretine bağlı olarak değişmekle birlikte durak noktaları arasındaki x_a uzaklığına bağlı olarak, optimal yörüngenin

1) Bu üç bölüm, akış diyagramında kesikli çizgilerle ayrılmıştır.



Şekil 4.5 ya da Şekil 4.9.1-2, 4.10, 4.11 de gösterilen durumlardan hangisinde aranacağını ortaya koyar; diğer bir deyimle bu işlemler sonucunda (x_1, x_2) düzleminde optimal yörüngenin yer aldığı alanın sınırları belirlenir.

Üçüncü bölümde, öncelikle, verilen t_f seyir süresine göre optimal yörüngenin sınırları belirlenen alan içindeki konumu saptanır.

Optimal yörüngenin türü saptandıktan sonra gerekli tüm karakteristik değerler, Bölüm 4.1.3 de açıklanan biçimde belirlenir.

Belirlenen optimal yörüngeye karşı gelen optimal çekim enerjisi, Bölüm 4.3 de verilen bağıntılarla hesaplanır.

Katarların optimal enerjili hız yörüngelerinin belirlenmesi amacıyla yol, çekim ve işletme koşullarına bağlı olarak, Bölüm 4.1 ve 4.2 de açıklanan, ortaya çıkabilecek tüm durumları kapsayan genel bir bilgisayar programı Ek II de verilmiştir.

4.5. OPTİMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİN KATARLARIN İŞLETİLMESİNDE UYGULANMASI

Katarların optimal enerjili hız yörüngelerini belirleyen kuramsal çalışmaların, bir anlam kazanabilmeleri için, elde edilen sonuçların uygulama alanına sokulmasına ilişkin açıklamalarla tamamlanması gereklidir.

Bu amaçla, bu bölümde, önceki bölümlerde belirlenen optimal enerjili hız yörüngelerinin katarların işletilmesinde uygulanması sorunu ana çizgileriyle incelenecektir.

4.5.1. Katarların optimal enerjili yönetimi

Katarların optimal enerjili yönetimi konusuna girebilmek için Bölüm 1.4 de değinilen açık ve kapalı çevrim optimal kontrol kavramlarını açıklamak gerekir.

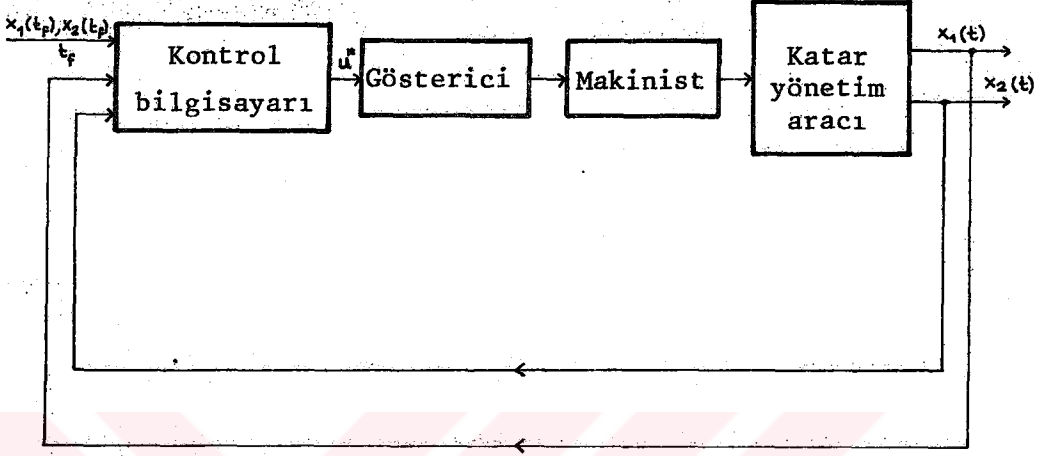
Optimal süreçler kuramında, nesneyi verilen başlangıç ve son durumları arasında belirli bir performans ölçüsü minimum olacak biçimde yöneten optimal kontroller, bu çalışmada olduğu gibi, nesnenin özel bir başlangıç durumuna bağlı olarak elde edilirse açık çevrim (open-loop) optimal kontrol söz konusudur [28,35]. Bu durumda verilen başlangıç ve son durumları arasında, belirli zaman aralıklarında, nesneye uygulanması gereken optimal kontroller zamanın fonksiyonu olarak elde edilir. Elde edilen optimal kontrol dizisi nesnenin hareket denklemlerine uygulanarak optimal yörünge belirlenir.

Optimal kontrolün, nesnenin başlangıç durumundan bağımsız olarak, durum değişkenlerinin fonksiyonu biçiminde elde edilmesine ise kapalı çevrim (closed-loop) optimal kontrol ya da optimal kontrol yasası denir [28, 35]. Bu durumda, başlangıç durumu ne olursa olsun, herhangi bir anda nesneye uygulanması gereken optimal kontrol doğrudan doğruya nesnenin o andaki konumuna bağlı olarak belirlenir. Bu kontrolün uygulanmasıyla nesnenin, bulunduğu konuma gelinceye kadarki hareketinin optimal olup olmamasıyla ilgilenilmeksizin, son noktaya değin izliyeceği yörüngenin optimal olması sağlanır.

Açık çevrim optimal kontrolde harekette ortaya çıkabilecek düzensizlikler nedeniyle (örneğin katarın iki istasyon arasında değişik nedenlerle yavaşlaması ya da durması gibi) belirlenen optimal yörüngenin dışına çıkılması durumunda hareketin geri kalan bölümü için yeni bir optimal yörüngenin belirlenmesi zorunluluğuna karşın kapalı çevrim optimal kontrolde bu sakınca yoktur ve uygulama açısından daha uygundur.

Optimal kontrol yasasının belirlenebildiği durumlarda [31, 32, 33, 34] katarın bilgisayar destekli optimal enerjili yönetimi Şekil 4.13 de gösterilen şemaya uygun olarak gerçekleştirilebilir.

Bunun için çekici araca bir kontrol bilgisayarı yerleştirilir. Varış noktasındaki durum değişkenlerinin değerleri (seyir süresi, hız ve yol) önceden bilgisayara verilir.



Şekil 4.13

Katarın hızı ve konumu çok kısa aralıklarla sürekli olarak ölçülerek kontrol bilgisayarına bildirilir. Bu konuma karşı gelen optimal kontrol, bilgisayarda önceden depolanmış optimal kontrol yasası yardımıyla hesaplanarak bir göstericiyle makiniste bildirilir. Makinist, gösterici tarafından kendisine bildirilen optimal kontrolü katarı uygulayarak hareketin optimal enerjili olmasını sağlar.

Makinist yerine yönetimi sağlayan araçların kullanılması durumunda katarın yönetimi otomatik olarak gerçekleştirilebilir.

Bu çalışmada olduğu gibi, birçok problemlerde kolayca uygulanabilecek bir optimal kontrol yasası elde etmek olanaksızdır.

Çalışmada, çekici araç ya da ototrenin çekim kuvveti aderans bölgesi dışında hızın fonksiyonu olarak alındığından ortaya çıkan parametrik denklemler yardımıyla optimal kontrol yasasını analitik biçimde belirleme olanağı yoktur. Bu durumda kapalı çevrim optimal kontrol, belirlenen açık

çevrim optimal kontrol bağıntılarının farklı başlangıç durumları için çözümü ve sonuçların bileşimi ile sayısal olarak elde edilebilir [35]. Ancak bu yolla belirlenen optimal kontrol, uygulama açısından sakıncalar taşır. Katarın konumu sürekli ve hızlı biçimde değiştiğinden belirli bir konuma karşı gelen optimal kontrolün hesaplanması, çok yüksek hızlı bilgisayarların kullanımını gerektirir.

Bu gibi durumlarda uygulanmasındaki basitlik açısından, hareketin düzensizliğinden ortaya çıkan sakıncayı göz-önünde tutarak, katarın açık çevrim optimal kontrollarla yönetilmesi öngörülebilmektedir. Burada yapılması gereken, hareketin başlangıç durumuna göre belirlenen optimal kontrol dizisini, belirli zaman aralıklarında, katarla uygulamaktır. Böyle bir yönetim, optimal kontrol değerlerini hesaplayan özel bir bilgisayara gereksinim duyulmaksızın doğrudan doğruya makinist tarafından gerçekleştirilebilir.

4.5.2. İstasyonlarla ayrılan, birbirini izleyen kesimlerden oluşan güzergâhlarda enerji optimizasyonu sorunu

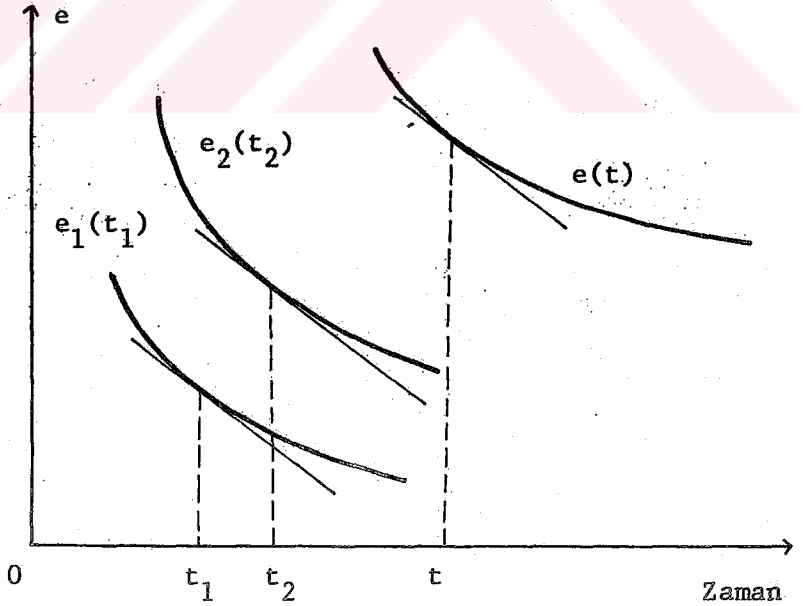
İki istasyon arasındaki bir güzergâh kesimi üzerinde minimum süreli yönetimin uygulanması durumunda katarın çekim enerjisi tüketimi maksimum olur (Bak. Bölüm 3.3.1.4, 4.1.1).

İstasyonlarla ayrılan, birbirini izleyen kesimlerden oluşan güzergâhlarda herhangi bir kesimdeki seyir süresi saptanırken, değişik nedenlerle ortaya çıkabilecek gecikmeleri giderebilmek amacıyla, o kesime ait minimum seyir süresine göre %5-10 oranında bir zaman payı bırakılır.

Gecikmelerin ortaya çıkması durumunda güzergâhın uç noktalarındaki garlar arasında öngörülen seyir süresini gerçekleştirebilmek için her bir ara istasyonda varış garına dek kalan süre hesaplanmalı ve bu süre, belirli bir ölçüte göre, ilerideki kesimler arasında dağıtılmalıdır. Bu işlem otomatik olarak gerçekleştirilebilir. Herhangi bir kesimde uygulanacak seyir süresi saptandıktan sonra o kesimde izlenecek optimal enerjili yörünge önceki bölümlerde açıklanan biçimde belirlenebilir.

Kalan seyir süresinin istasyonlar arasında dağıtımında değişik ölçütler düşünülebilir. Örneğin, trafiğin yoğun olduğu saatlerde gecikmenin ortaya çıktığı kesimden hemen sonra, en kısa zamanda, kapatılması istenebilir. Ancak dağıtım, toplam enerji tüketiminin minimum olması ölçütüne göre yapılmamışsa her bir kesimde, o kesime ait seyir süresine karşı gelen, optimal enerjili yörüngenin izlenmesine karşın kalkış ve varış garları arasındaki toplam enerji tüketimi minimum olmaz. Bu nedenle seyir süresinin kesimler arasında dağıtımının; sıkışık saatlerde gecikmenin bir an önce kapatılması, bu saatler dışında toplam enerji tüketiminin minimum olması ölçütlerine göre yapılması öngörülebilir.

Şekil 4.14 deki $e_1(t_1)$ ve $e_2(t_2)$ eğrileri, istasyonlarla ayrılan birbirini izliyen iki kesim üzerindeki optimal enerji tüketimlerinin bu kesimlerdeki seyir süreleriyle değişimlerini göstermektedir. M. Bernard-H. Autruffe [24]



Şekil 4.14

ve L.D. Koranyi [22] birbirini izliyen iki kesimden oluşan bir güzergâh üzerinde toplam seyir süresinin fonksiyonu olarak optimal enerji tüketimi eğrisinin, her iki kesime ait optimal enerji tüketimi eğrilerinin aynı teğet eğimindeki noktalarının koordinatları toplanarak elde edildiğini kanıtlamışlardır.

Gerçekten de iki kesimden oluşan güzergâh için öngörülen toplam t seyir süresinin kesimlere t_1 ve t_2 biçiminde dağıldığı varsayılırsa

$$t = t_1 + t_2 \quad (4.45)$$

$$e(t) = e_1(t_1) + e_2(t_2)$$

olur. t_1 süresi değişken olarak alınır ve toplam enerji tüketiminin minimum olması için $de/dt_1 = 0$ olması gerektiği düşünülürse, $t_2 = t - t_1$, $dt_2 = -dt_1$ olduğundan,

$$\frac{de}{dt_1} = \frac{de_1}{dt_1} + \frac{de_2}{dt_1} = \frac{de_1}{dt_1} - \frac{de_2}{dt_2} = 0 \quad (4.46)$$

$$\frac{de_1}{dt_1} = \frac{de_2}{dt_2}$$

bulunur.

Böylece herbir kesim üzerindeki optimal enerji tüketimi eğrileri yardımıyla bu kesimlerin oluşturduğu güzergâhın tümü için toplam optimal enerji tüketimi eğrisi kolayca belirlenebilir.

Öte yandan

$$\frac{de}{dt} = \frac{d(e_1+e_2)}{d(t_1+t_2)} = \frac{de_1+de_2}{dt_1+dt_2} = \frac{de_1}{dt_1} = \frac{de_2}{dt_2} \quad (4.47)$$

olduğundan kalkış ve varış garları arasında öngörülen t seyir süresinin ara kesimlere, toplam enerji tüketimi minimum olacak biçimde, dağıtılması için $e(t)$ eğrisinin türevinin $e_1(t_1)$ ve $e_2(t_2)$ eğrilerinin türevlerine eşit olması gerektiği ortaya çıkar.

İki kesim için yapılan kanıtlamanın çok sayıda kesimden oluşan güzergâhlar için de geçerli olduğu, ardışık toplamlar alınarak, kolaylıkla gösterilebilir.

BÖLÜM V

SAYISAL UYGULAMALAR

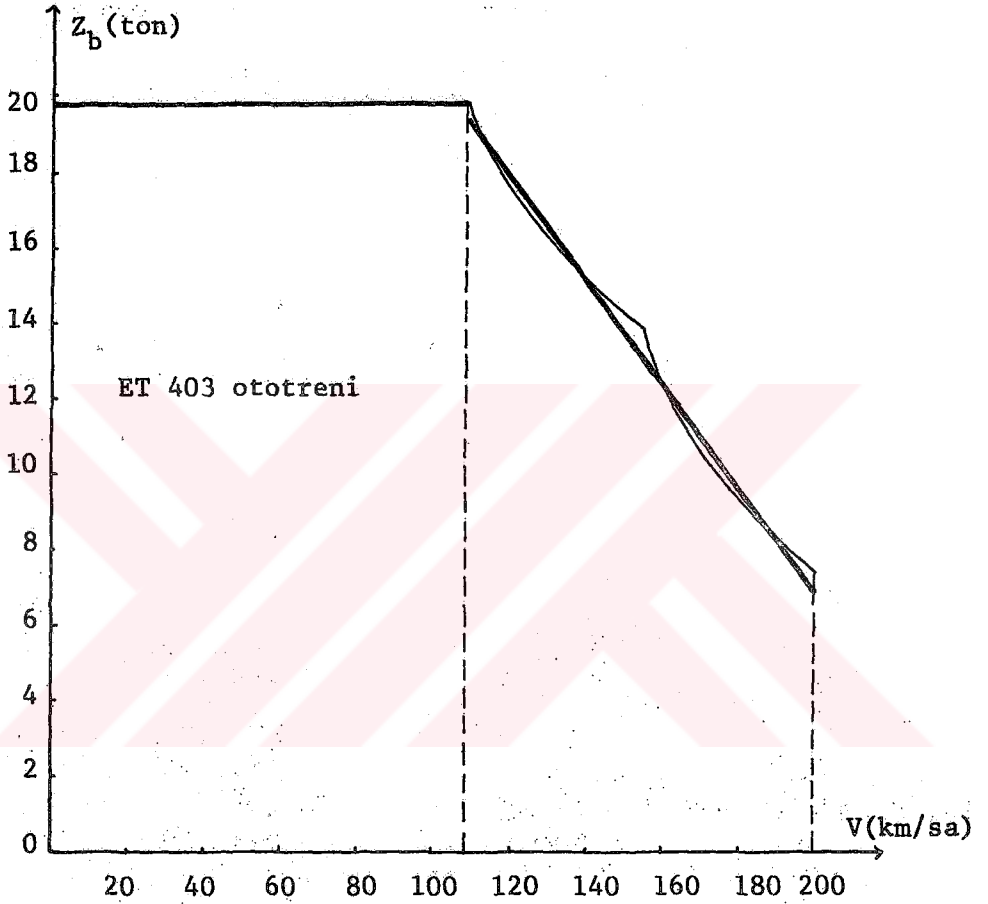
Bu bölümde, bir katarın değişik güzergâh kesimleri üzerindeki optimal enerjili hız yörüngeleri, Bölüm 4.4 de verilen genel akış diyagramı temel alınarak hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla belirlenecek ve önceki bölümlerde yapılan kuramsal açıklamalar sayısal örneklerle irdelenecektir.

Sayısal uygulamalar için İ.T.Ü.Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsündeki Burroughs 3700 bilgisayarından yararlanılmıştır.

Uygulamalara örnek olarak, Federal Alman Demiryollarında (DB) kullanılmakta olan ve 200 km/sa maksimum hız yapabilen ET 403 ototreni alınmıştır. ET 403 ototrenine ait karakteristik değerler Ek I, Tablo I.1 de verilmiştir. Seçilen ototrenin çekim kuvveti-hız eğrisi, aderans bölgesi dışında hemen hemen doğrusal bir eğilim gösterdiğinden, 0.9964 değerinde çok yüksek bir korelasyon katsayısıyla lineerleştirilebilmiş ve lineer çekim kuvveti-hız bağıntısına ait katsayılar

$$\begin{aligned} M &= 137.34218 \\ N &= 34440.032 \end{aligned} \quad (5.1)$$

olarak bulunmuştur (Bak.3.4 bağıntısı). (Şekil 5.1).



Şekil 5.1

Katardaki dönen kısımlardan ileri gelen kütle artışı katsayısı $\xi = 0.15$ alınarak aderans bölgesi dışındaki $u_{\max}$ kontrolüne ait katsayılar

$$m = 63.265779 \quad (1/\text{sa})$$

$$n = 15864.575 \quad (\text{km}/\text{sa}^2)$$

(5.2)

elde edilmiştir (Bak.3.22 bağıntısı).

u kontrol değişkenine ait u_T ve u_B büyüklükleri, aderans çekim kuvveti sınırı esas alınarak,

$$u_T = u_B = 9120.7408 \quad (\text{kg/sa}^2) \quad (5.3)$$

olarak hesaplanmıştır. Böylece, boyutsuz u kontrolü

$$-1 \leq u \leq 1 \quad (5.4)$$

aralığında değişmektedir.

Hızlanma ve frenleme evrelerindeki maksimal ivmeler, (4.2) bağıntısına göre,

$$\gamma_h = \gamma_f \cong 0.70 \quad \text{m/sn}^2 \quad (5.5)$$

olmaktadır.

Özgül katar direnimi için Giovanardi tarafından önerilen

$$\omega_o = 2.2 + 3 \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{kg/ton}) \quad (5.6)$$

bağıntısı kullanılmıştır [42]. Buna karşı gelen özgül direnimsel kuvveti bağıntısına ait A , B katsayıları (Bak.3.6 bağıntısı), 10-200 km/sa hız aralığında yapılan doğrusal regresyonla,

$$\begin{aligned} A &= 0.062999 \\ B &= -0.157498 \end{aligned} \quad (5.7)$$

olarak elde edilmiş (Bak.Ek I) ve (3.7) diferansiyel denklem takımındaki a ve b değerleri, $s = 0(\%)$ eğimi için,

$$\begin{aligned} a &= 6.9649272 & (1/\text{sa}) \\ b &= -17.412122 & (\text{km}/\text{sa}^2) \end{aligned} \quad (5.8)$$

olarak hesaplanmıştır.

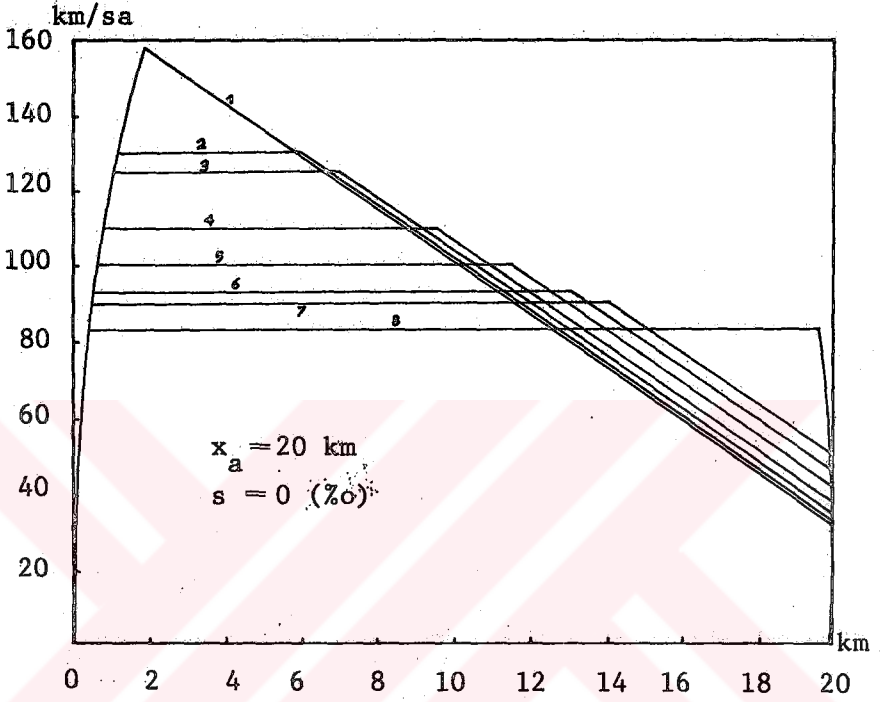
Özgöl direnir kuvvetinin lineerleştirilmesinde seçilen regresyon aralığı nedeniyle, b katsayısı, iniş eğimlerinde negatif değerler almakla birlikte, 0(%) ile 0.137(%) arasındaki çıkış eğimlerinde de negatif olmaktadır. Ancak b nin sıfıra eşit olduğu $s = 0.137(\%)$ eğimi pratik olarak sıfır kabul edilebilir. Bununla birlikte bu bölümde daha kesin sonuçlar elde etmek amacıyla, eğimsiz güzergâh kesimleri üzerindeki uygulamalarda b yukarıdaki değerle hesaba katılacaktır.

Hız sınırı $V = 200 \text{ km/sa}$ alınmıştır. Bu değer $s = 16.6(\%)$ eğimine dek (4.1) koşulunu sağlamaktadır.

5.1. BELİRLİ BİR GÖZERGH KESİMİ ve SEYİR SÖRESİ İÇİN OPTİMAL YÖRÜNGE

Herhangi bir istasyondan hareket eden bir katar, öngörülen seyir süresine uymak koşuluyla, ikinci istasyona çok sayıda değişik hız yörüngesi izliyerek ulaşabilir. Bu hız yörüngelerinden her biri aynı seyir süresine, diğer bir deyimle aynı ortalama seyir hızına, karşı gelmekle birlikte enerji tüketimleri farklıdır ve optimal enerjili yörünge önceki bölümlerde açıklanan biçimde belirlenir.

şekil 5.2 de görülen hız yörüngelerinin tümünde seyir süresi 15 dakika, ortalama seyir hızı 80 km/sa tir. Bu yörüngelere ait maksimum hızlar ve enerji tüketimleri Tablo 5.1 de verilmiştir. Görüldüğü gibi enerji tüketimi katarın 6 no.lu yörüngeyi izlemesi durumunda minimum, 8 no.lu yörüngeyi izlemesi durumunda da maksimum olmaktadır.



Şekil 5.2

TABLO 5.1

No.	$V_{\max}$ (km/sa)	e (kwh/t)
1	2	3
1	157,54	0,3380
2	130	0,3198
3	125	0,3214
4	110	0,3143
5	100	0,3115
6	93,92	0,3096
7	90	0,3110
8	83,03	0,3546

Optimal enerjili yörüngenin izlenmesi durumunda, aynı seyir süresine karşı gelen 8 no.lu yörüngeye göre %13 dolayında enerji tasarruf edilebilmektedir.

Maksimum hızlar büyüdükçe yörüngelerin frenleme evreleri kısalır ve 1 yörüngesinin frenleme evresine yaklaşır. Örneğin 1, 2 ve 3 no.lu yörüngelere ait frenleme boyları, sırasıyla, 64.6 m, 65.2 m ve 68.6 m olarak hesaplanmıştır. Bu nedenle 2 yörüngesinin üstünde kalan ve aynı seyir süresine karşı gelen yörüngelerin pratik bakımdan 1 yörüngesiyle çakıştıkları kabul edilebilir.

5.2. OPTİMAL YÖRÜNGELERİN ve OPTİMAL ENERJİ TÜKETİMİNİN SEYİR SÜRESİYLE DEĞİŞİMİ

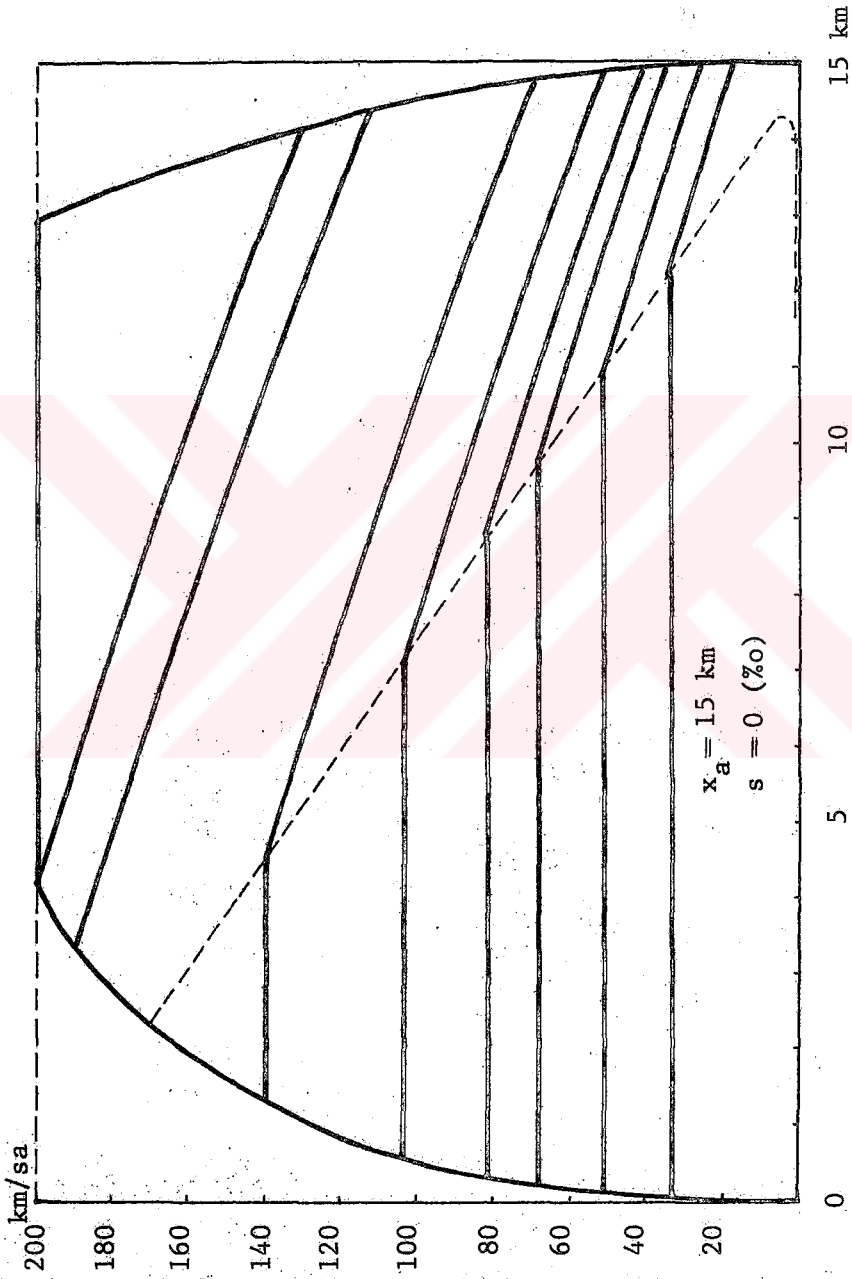
Optimal yörüngelerin ve optimal enerji tüketiminin seyir süresiyle değişimini incelemek için, öncelikle, sıfır eğiminde, 15 km uzunluğunda bir güzergâh kesimi gözönüne alınmış ve değişik seyir süreleri için ET 403 ototreninin bu kesim üzerindeki optimal enerjili hız yörüngeleri belirlenmiştir (Şekil 5.3).

Gözönüne alınan güzergâh kesimi için minimum seyir süresi 353 sn dir ve minimum süreli yörünge; maksimal ivmeyle hızlanma, hız sınırı üzerinde sabit hızla hareket ve maksimal ivmeyle frenleme evrelerinden oluşur.

Seyir süresi $t_f < 388$ sn olduğu sürece hız sınırı üzerinde sabit hızla hareket evresini içeren dört evreli yörüngeler optimal olur.

Regüler ve singüler çözümler arasında geçiş yörüngesi olan kritik yörüngeye ait seyir süresi 478 sn olarak hesaplanmıştır.

$388 \text{ sn} \leq t_f \leq 478 \text{ sn}$ aralığında ise maksimal ivmeyle hızlanma, frenlemeye hazırlık ve maksimal ivmeyle frenleme evrelerinden oluşan regüler çözümler optimal olur.



Şekil 5.3

Sıfır eğiminde singüler çözümlerin ortaya çıktığı hız alt sınırının $-b/a = 2.5$ km/sa gibi çok küçük bir değer alması nedeniyle $t_f > 478$ sn koşulunu sağlayan bütün seyir süreleri için, maksimal ivmeyle hızlanma ve frenlemeye hazırlık evreleri arasında sabit hızla hareket evresini içeren, dört evreli singüler çözümler optimaldir. Seyir süresinin 634 sn den büyük olması durumunda optimal singüler yörünge geçiş hızının altında yer alır.

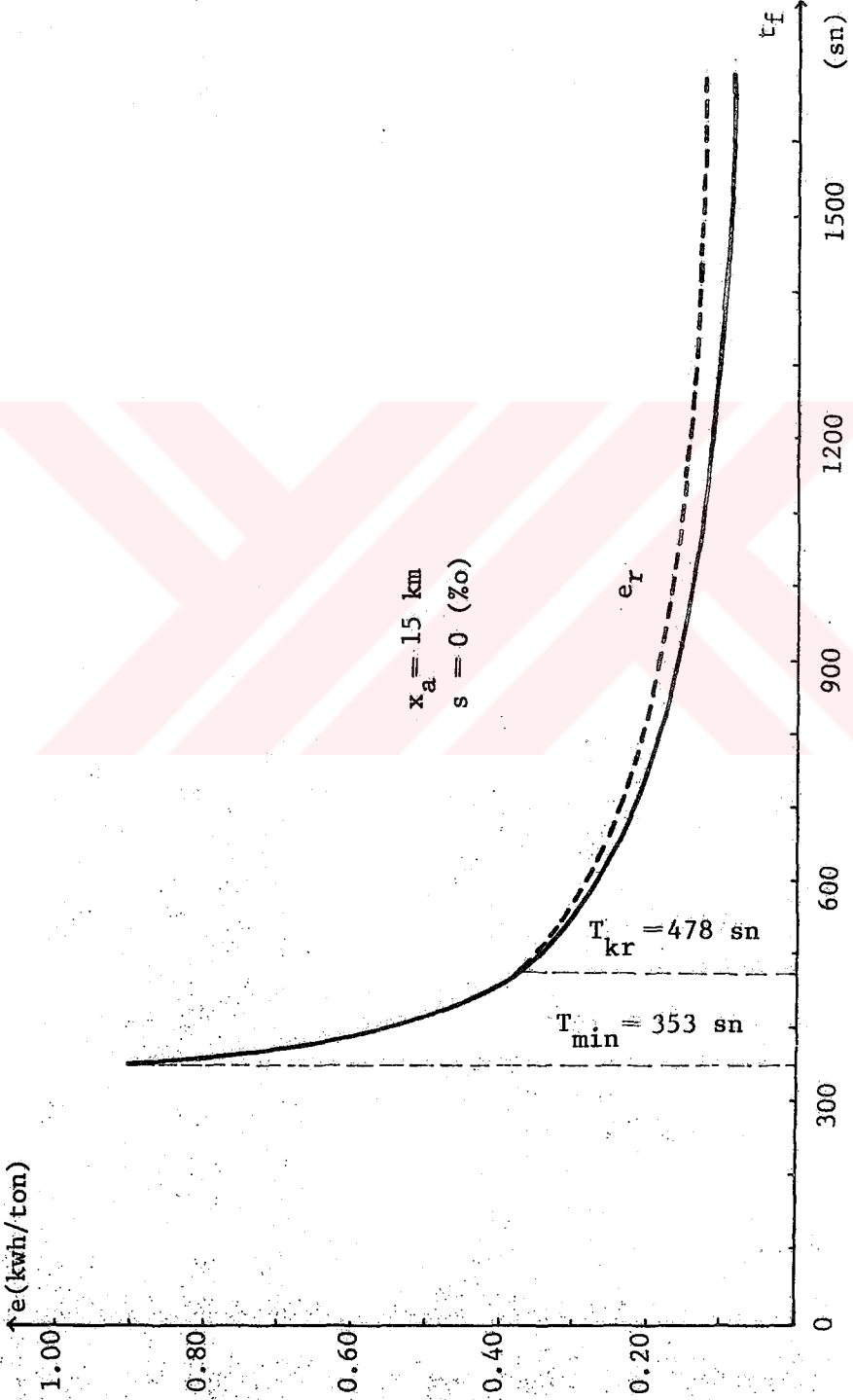
Gözönüne alınan güzergâh kesiminde optimal enerji tüketiminin seyir süresiyle değişimi Şekil 5.4 de gösterilmiştir. Enerji tüketimi, seyir süresi minimum iken maksimal olur ve seyir süresi arttıkça azalır. Özellikle minimum seyir süresi yakınında bu azalma daha fazla olur. Örneğin, seyir süresini minimum süreye göre %17 arttırmakla enerji tüketiminde %41.5 tasarruf sağlandığı hesaplanmıştır. Sürenin %51 arttırılması durumunda enerji tasarrufu %62 olmaktadır.

Şekil 5.4 de e_r eğrisi, kritik süreden büyük sürelerde, optimal singüler yörüngeler yerine üç evreli regüler yörüngelerin izlenmesi durumunda enerji tüketiminin seyir süresiyle değişimini göstermektedir. Böylece, Bölüm 5.1 de belirtilen, optimal yörünge yerine aynı seyir süresine karşılık gelen başka bir yörüngenin izlenmesi durumunda enerji tüketimindeki artış, incelenen kesim üzerinde bir kez daha kanıtlanmıştır.

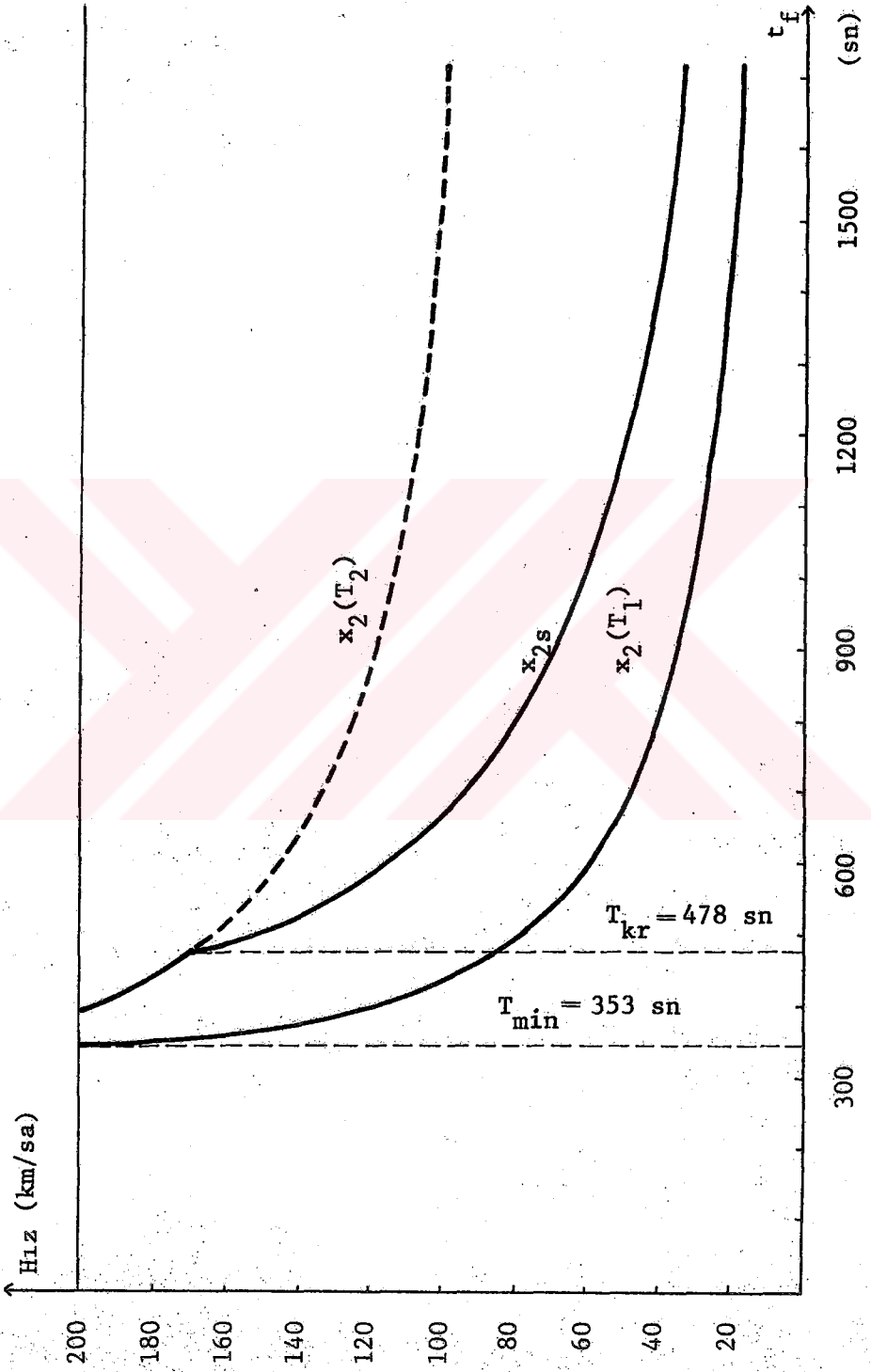
Seyir süresine bağlı olarak belirlenen optimal yörüngelerde hızlanma evresinin bitiminde ve frenleme evresinin başlangıcındaki hızların seyir süresiyle değişimi Şekil 5.5 de gösterilmiştir. Kritik sürenin altında $x_2(T_2)$, üstünde x_{2s} eğrisi geçerlidir. Kritik yörünge, optimal regüler ve singüler yörüngeler arasında bir geçiş yörüngesi olduğundan seyir süresinin kritik süreye eşit olması durumunda $x_2(T_2) = x_{2s}$ olmaktadır.

Negatif eğimli güzergâhlarda optimal yörüngelerin ve optimal enerji tüketiminin seyir süresiyle değişimine tipik bir örnek olması bakımından ET 403 ototreninin 15 km uzunluğunda ve $-2(\%)$ eğiminde bir kesim üzerindeki optimal enerjili hız yörüngeleri incelenmiştir (Şekil 5.6).

Sınıra değen optimal regüler yörüngeye ait seyir süresi 381 sn dir ve seyir süresi $t_f = 381$ sn ise hız sınırı



Şekil 5.4



Şekil 5.5

üzerinde hareket evresini içeren dört evreli yörüngeler optimal olur.

Maksimal ivmeyle hızlanma yörüngesi, (x_1, x_2) düzleminde singüler çözümlerin geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngelerinden çıktıkları noktaları gösteren eğriyle iki noktada kesiştiğinden biri geçiş hızının altında, diğeri üstünde iki kritik yörünge ortaya çıkar. Bu yörüngelere ait kritik süreler, sırasıyla, 1563 sn ve 527 sn dir.

Seyir süresi $381 \text{ sn} < t_f < 527 \text{ sn}$ aralığında ise geçiş hızının üstündeki regüler yörüngeler optimaldır.

Kritik süreler arasındaki seyir süreleri için dört evreli singüler yörüngeler optimal olur. $t_f > 643 \text{ sn}$ ise optimal singüler yörünge geçiş hızının altında yer alır.

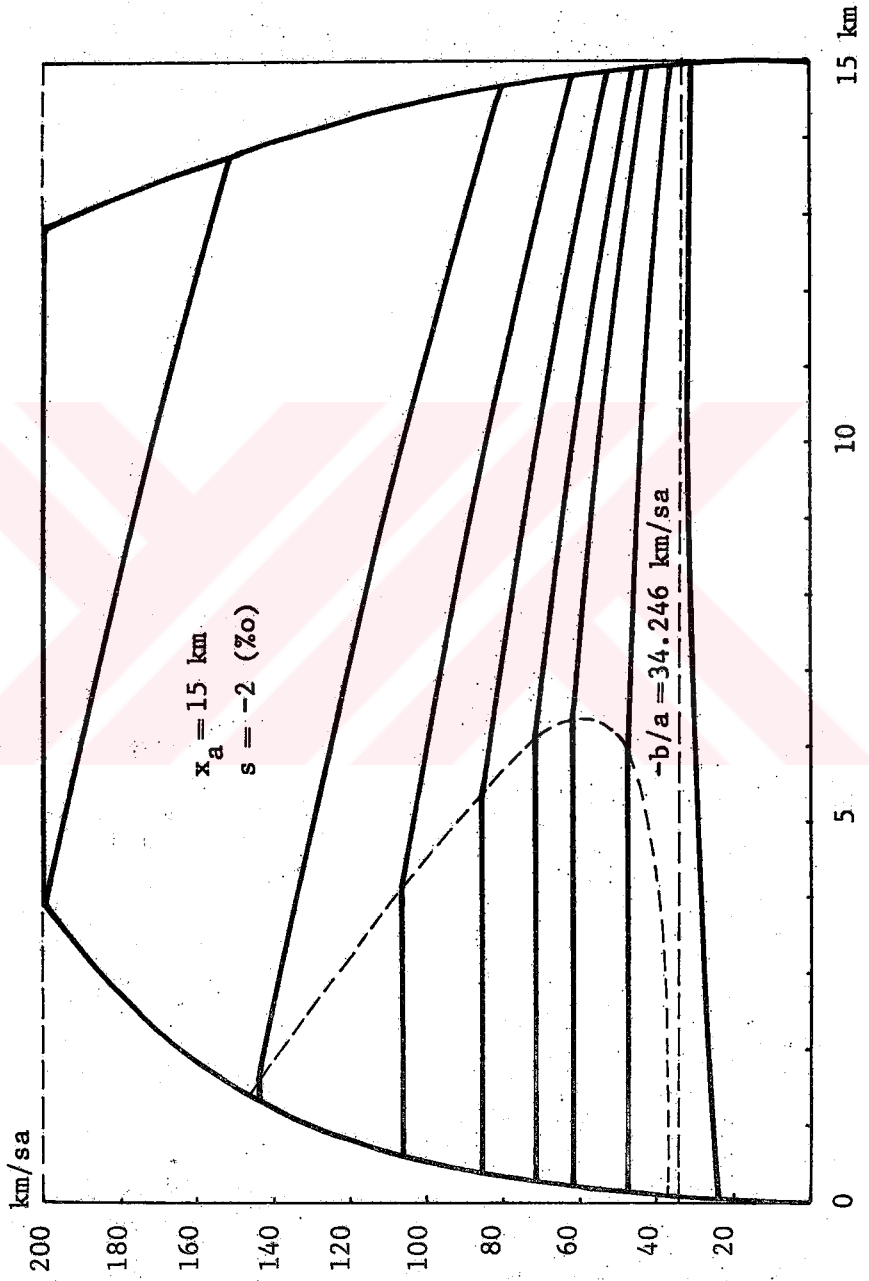
1563 sn den büyük seyir sürelerinde geçiş hızının altındaki regüler yörüngeler optimal olur.

İncelenen kesimde, zararlı eğim hız sınırı $-b/a = 34.246 \text{ km/sa}$ olarak hesaplanmıştır ve bu hızdan geçen regüler yörüngeye ait seyir süresi 1590 sn dir. Şekil 5.6 da en alttaki yörünge $t_f = 1733 \text{ sn}$ lik seyir süresine karşı gelmektedir. Bu yörüngede frenlemeye hazırlık evresinde hızın artması, eğimin zararlı olmasından ileri gelir.

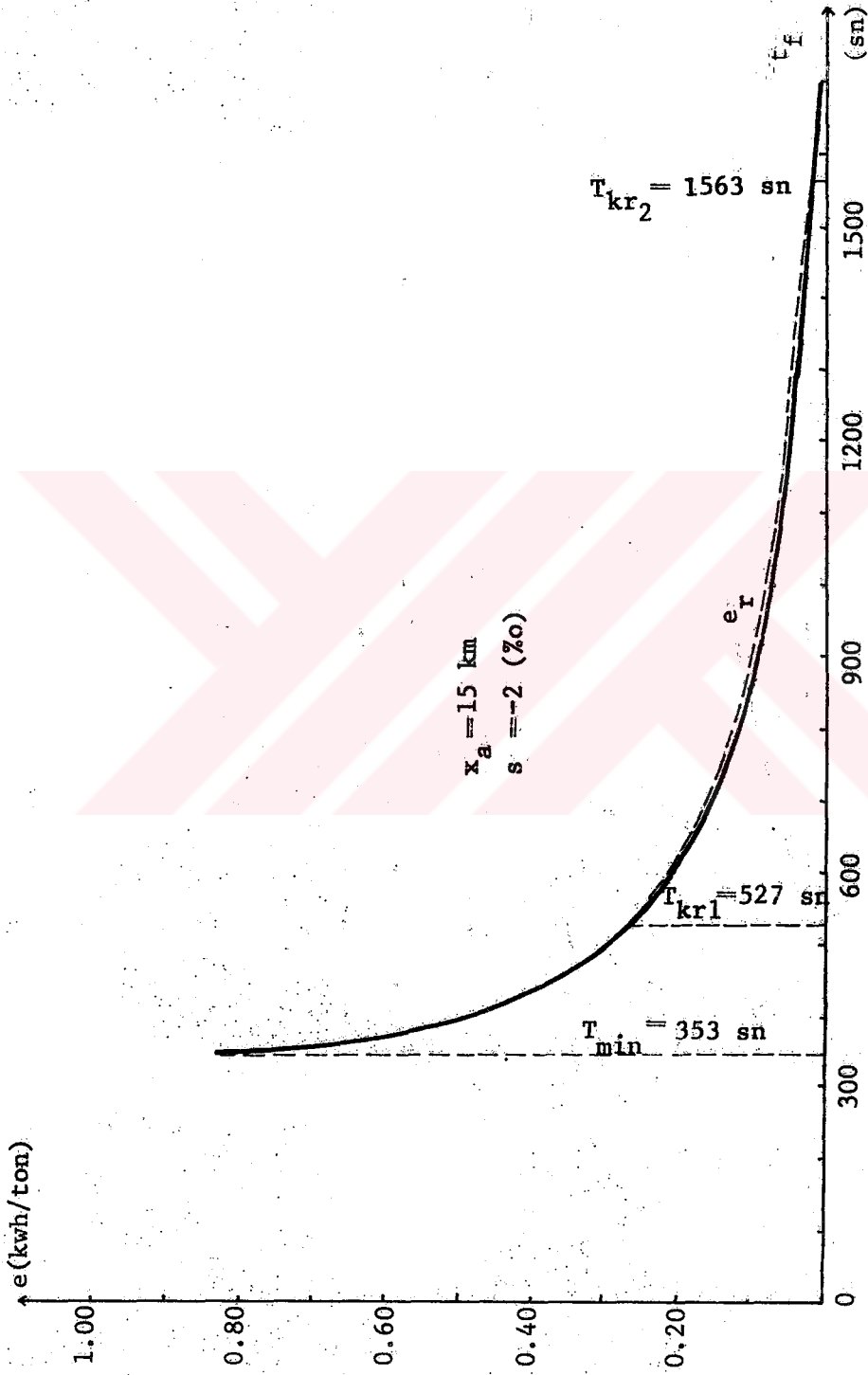
Optimal enerji tüketiminin seyir süresiyle değişimi Şekil 5.7 de gösterilmiştir. Bu kesimde de seyir süresinin minimum süreye göre %17 ve %51 arttırılması durumlarında enerji tasarrufları, sırasıyla, %43.4 ve %66.7 olmaktadır.

Kritik süreler arasındaki seyir sürelerinde optimal singüler yörüngeler yerine üç evreli regüler yörüngelerin izlenmesi durumunda enerji tüketimleri Şekil 5.7 de e_r eğrisiyle gösterilmiştir. Görüldüğü gibi, incelenen kesimde, kritik süreler arasındaki seyir sürelerinde üç evreli yörüngelere ait enerji tüketimleri, optimal enerji tüketimlerine oldukça yakın değerler almaktadır.

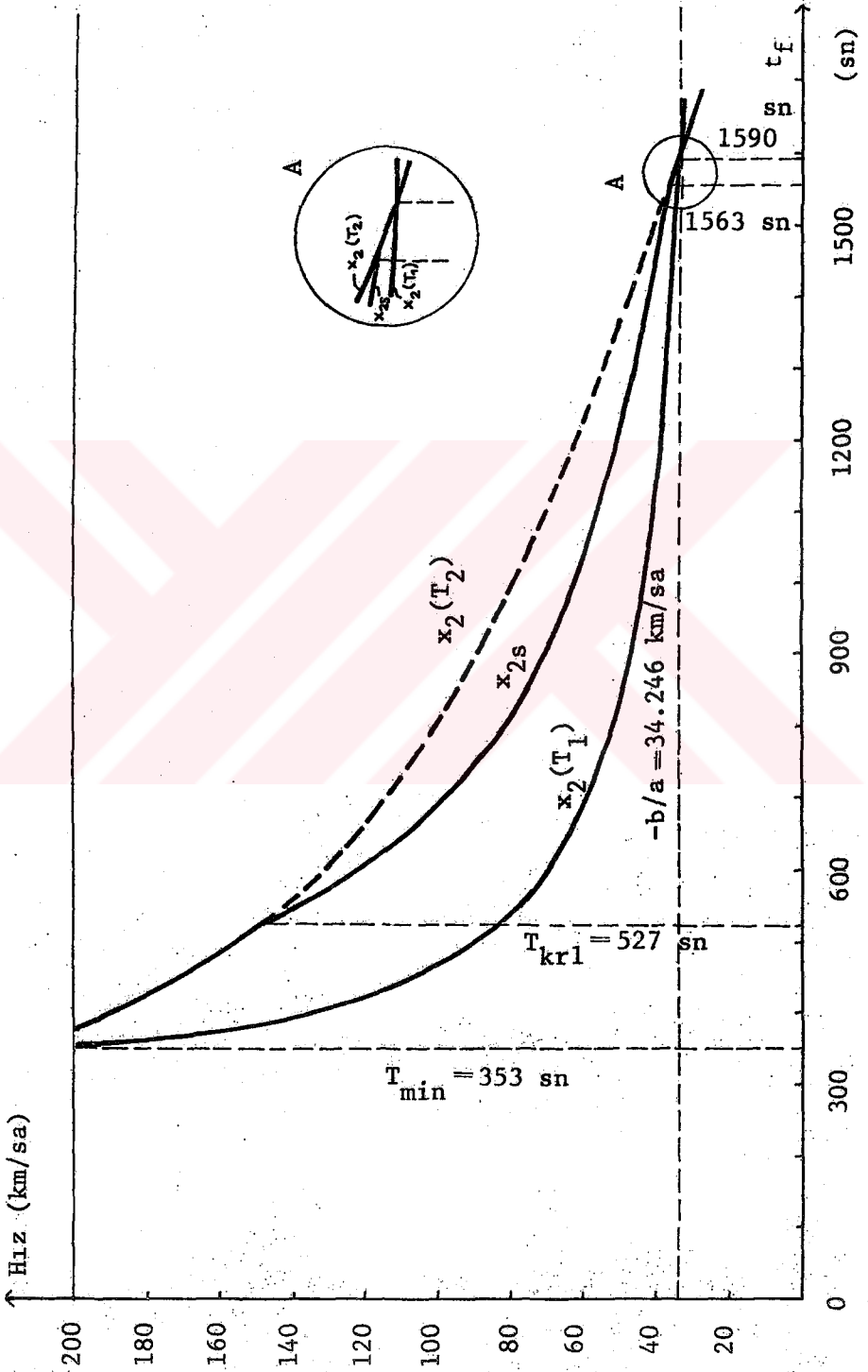
Optimal yörüngelerde hızlanma evresinin bitiminde ve frenleme evresinin başlangıcındaki hızların seyir süresiyle değişimi ise Şekil 5.8 de gösterilmiştir. Kritik süreler arasında x_{2s} dışında da $x_2(T_2)$ eğrileri geçerlidir.



Şekil 5.6



Şekil 5.7



Şekil 5.8

Seyir süresinin kritik sürelerle eşit olduğu noktalarda $x_2(T_2) = x_{2s}$, $x_2 = -b/a$ hız sınırında ise $x_2(T_2) = x_2(T_1)$ olmaktadır.

5.3. OPTİMAL YÖRÜNGELERİN ve OPTİMAL ENERJİ TÜKETİMİNİN EĞİMLE DEĞİŞİMİ

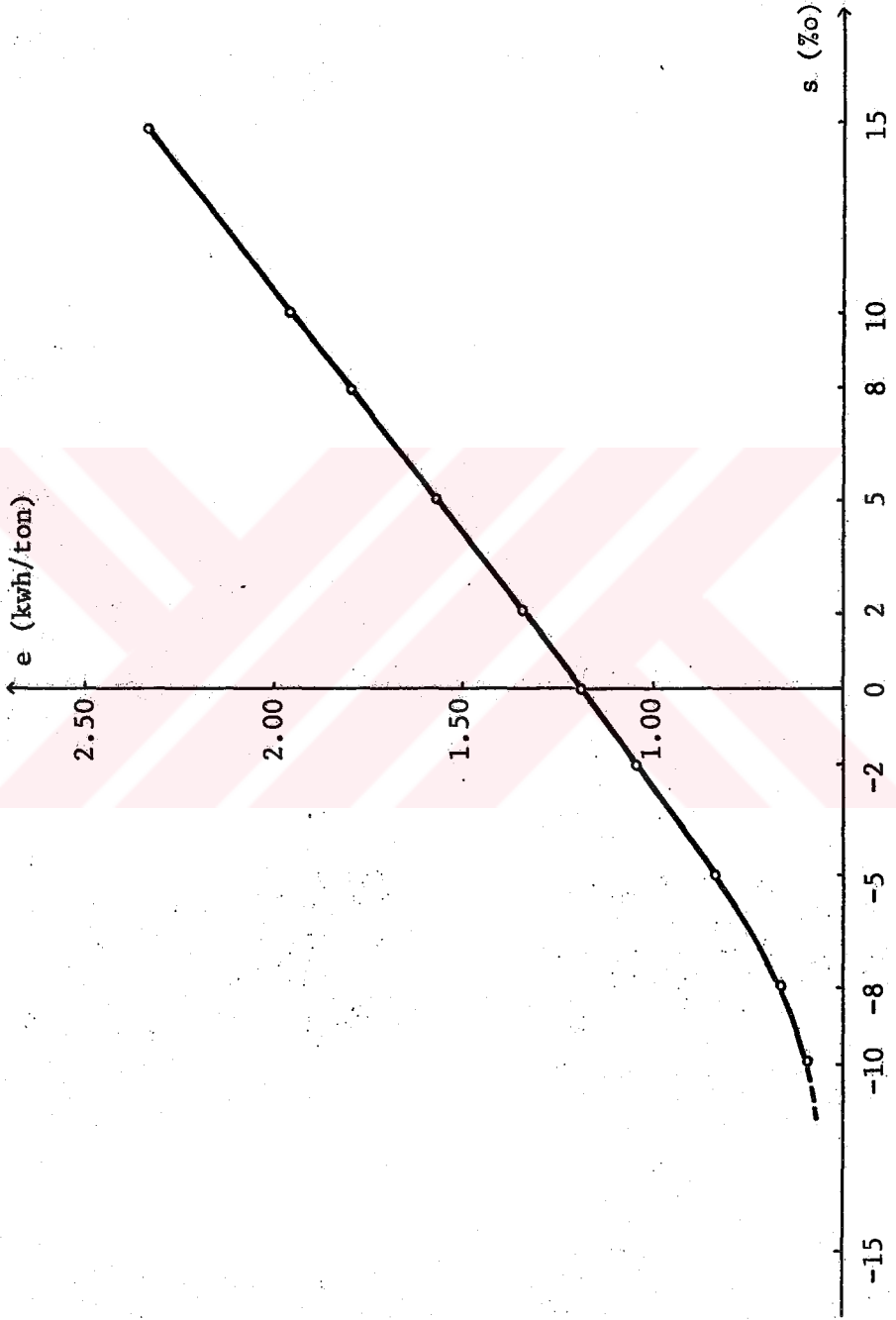
Optimal enerji tüketiminin eğimle değişimini incelemek amacıyla 30 km'lik bir güzergâh kesimi gözönüne alınarak değişik uygulama eğimlerinde 15 dakikalık seyir süresine karşı gelen optimal yörüngeler belirlenmiş ve optimal enerji tüketimleri hesaplanmıştır. Uygulamada, eğimin dışında tüm veriler sabit tutulduğundan optimal enerji tüketimi ile eğim arasındaki bağıntı açıkça ortaya konabilmektedir.

ET 403 ototreni için elde edilen sonuçlar Şekil 5.9'da gösterilmiştir. Görüldüğü gibi istasyonlar arasındaki sabit uygulama eğimi ile optimal enerji tüketimi arasında hemen hemen lineer bir bağıntı elde edilmiştir. Bu sonuç İnada ve Koga tarafından Tip 165, Tip 181 elektrikli ototrenler için yapılan simülasyon çalışmalarından elde edilen sonuçlarla doğrulanmaktadır [41].

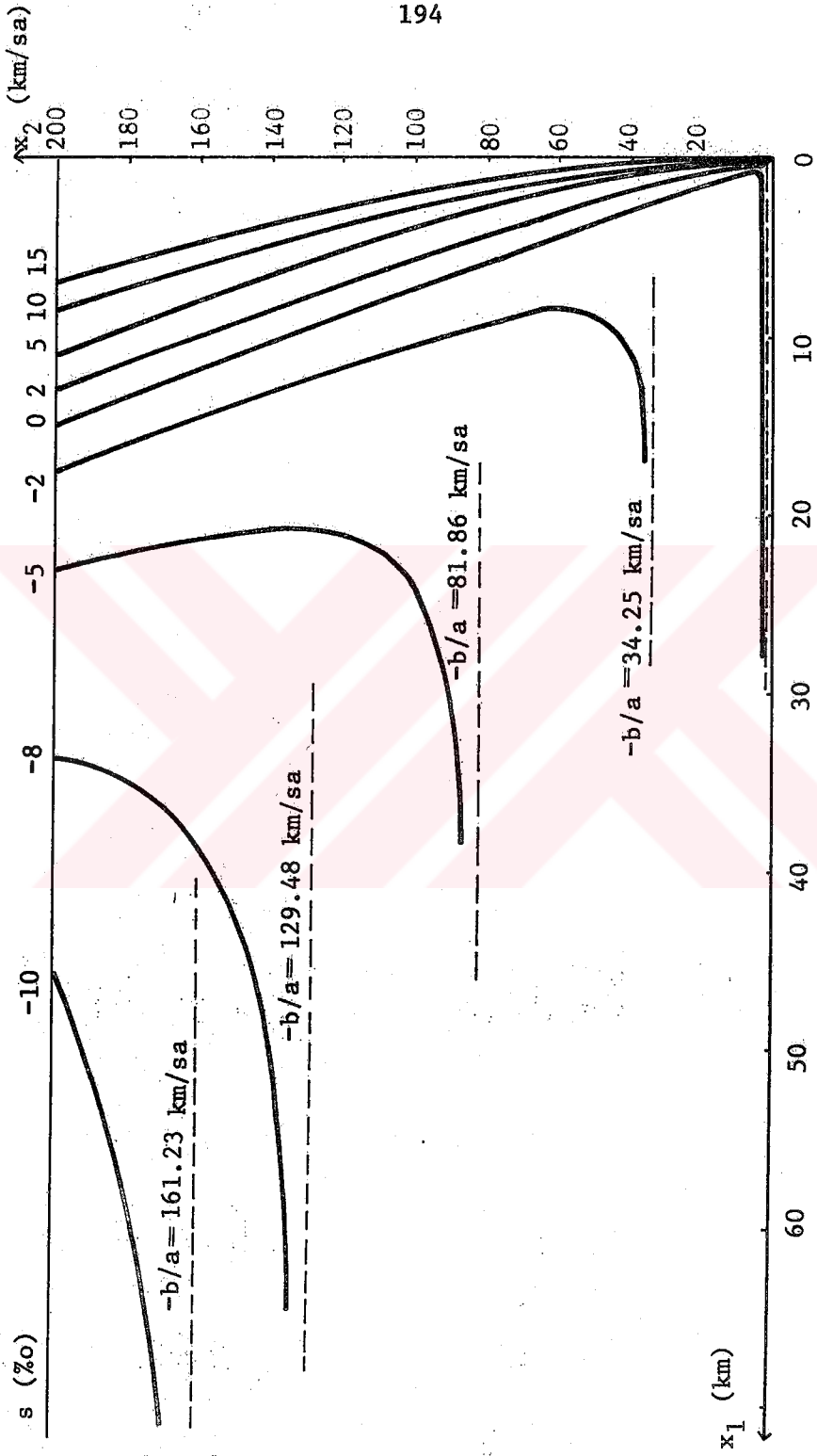
İstasyonlar arasındaki uzaklıkların büyük olduğu ana hat taşımalarında katarların kalkış ve varış noktaları arasındaki hareketleri genellikle dört evrelidir.

Güzergâh eğimine bağlı olarak dört evreli singüler yörüngelerin optimal olduğu istasyon aralıklarını sayısal olarak incelemek amacıyla (x_1, x_2) düzleminde singüler çözümlerin geri zamanlı frenlemeye hazırlık yörüngelerinden çıktıkları noktaları gösteren eğriler, ET 403 ototreni örnek alınarak, değişik eğim değerleri için çizilmiştir (Şekil 5.10). (Bak. Bölüm 3.3.2.4).

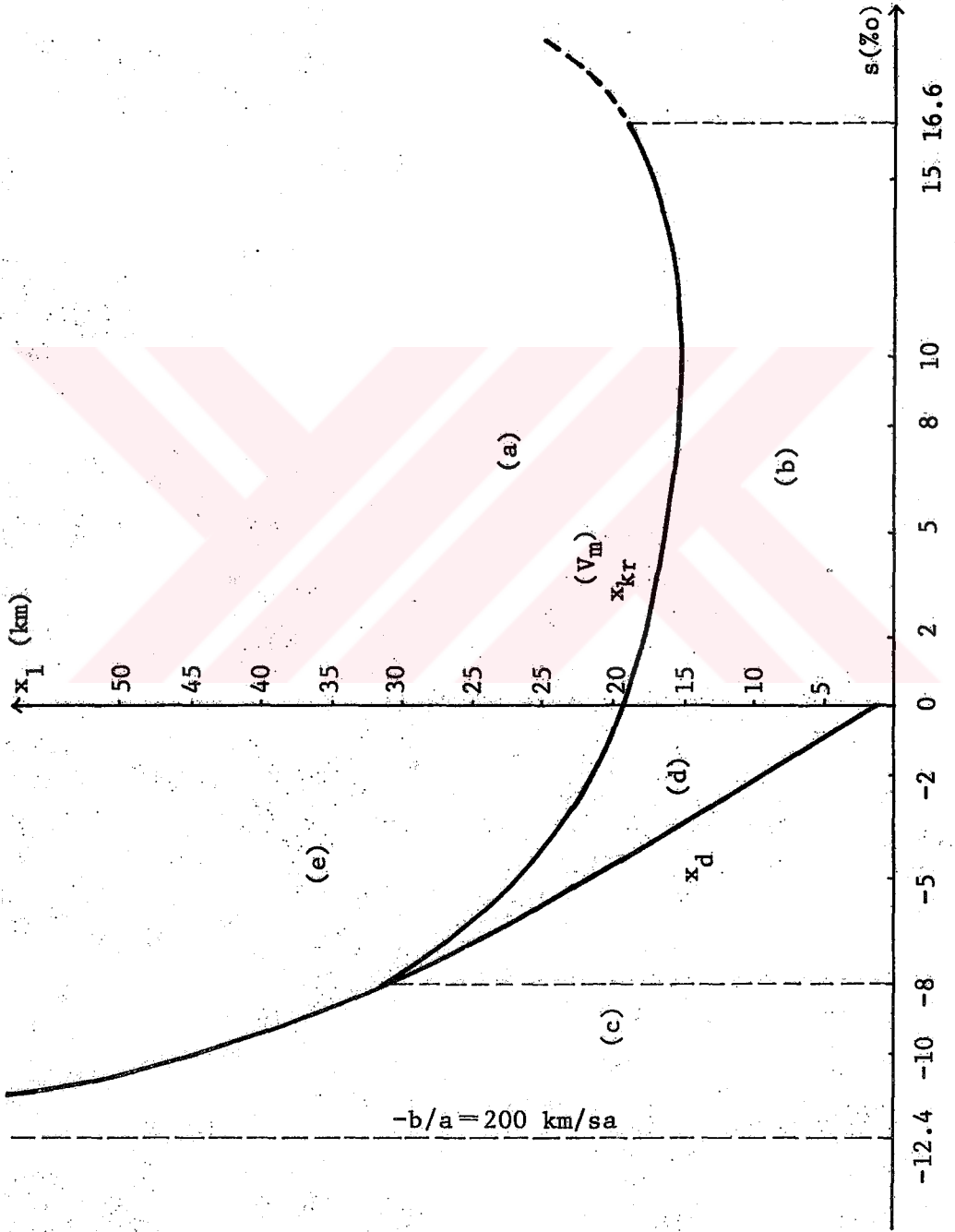
Bu eğrilerin $V_m = 200$ km/sa hız sınırını kestikleri noktalardan geçen (sınıra değen) kritik yörüngelere ait uzaklıklar, (3.156) bağıntısıyla hesaplanarak, Şekil 5.11'de $x_{kr}^{(V_m)}$ eğrisiyle gösterilmiştir. Bu eğri, pozitif eğimlerde yol-eğim düzlemini iki bölgeye ayırmaktadır :



Şekil 5.9



Şekil 5.10



Şekil 5.11

İstasyonlar arasındaki uzaklık ve eğimle belirlenen noktanın (a) bölgesinde kalması durumunda, seyir süresi ne olursa olsun, bütün optimal yörüngeler singüler (dört evreli) olur. Görüldüğü gibi 200 km/sa hız sınırının geçerli olduğu 0-16.6(%) eğimleri arasında 15~20 km nin üstündeki istasyon aralıklarında optimal enerjili yörüngeler sabit hızla hareket evresini içermektedir.

(b) bölgesinde ise singüler yörüngeler seyir süresinin, durak noktaları arasındaki uzaklığa bağlı olarak hesaplanan, kritik süreden büyük olması durumunda optimal olurlar.

Negatif eğimlerde $x_{(V_m)}$ eğrisi, eğimin mutlak değeri arttıkça, $s = -12.2(\%)$ eğimini asimptot alarak yükselmektedir. Mutlak değeri bundan daha büyük iniş eğimlerinde üç evreli regüler yörüngeler optimal olur.

İniş eğimlerinde, singüler çözümlerin ortaya çıkması için yol alt sınırı değerleri x_d eğrisiyle gösterilmiştir (Bak.Bölüm 4.2.1). Bu iki eğri, negatif eğim bölgesinde, (x_1, x_2) düzlemini, singüler çözümlerin ortaya çıkması bakımından üç bölgeye ayırmaktadır :

(c) bölgesinde kalan güzergâh kesimlerinde, seyir süresi ne olursa olsun, singüler yörüngeler ortaya çıkmaz.

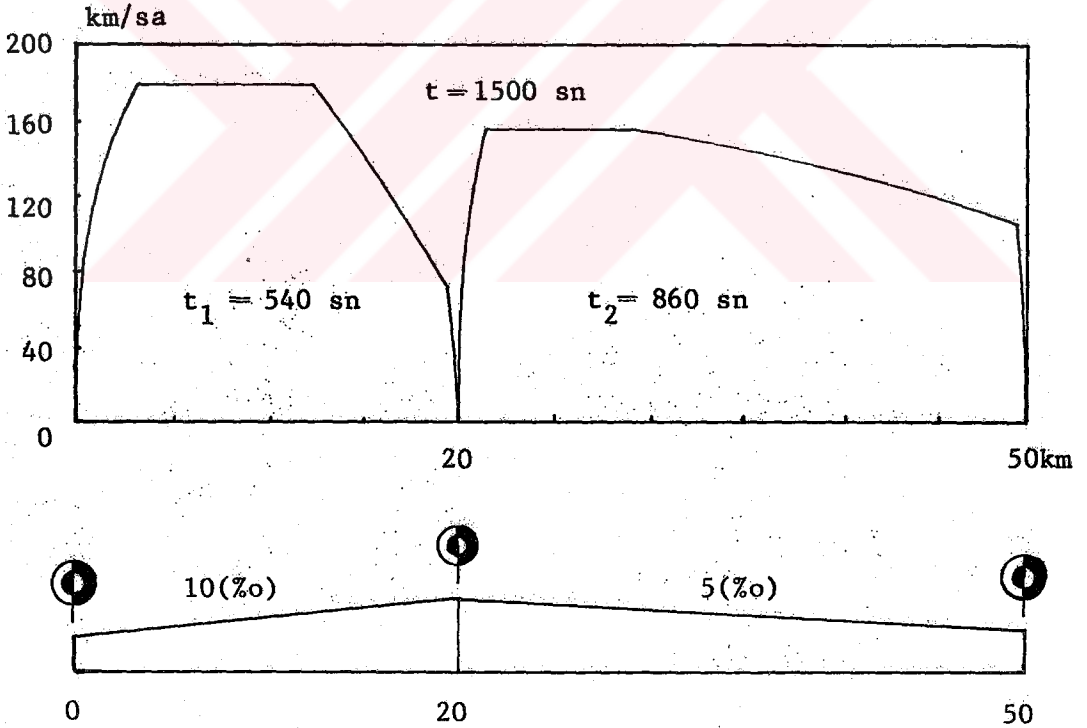
İki eğri arasındaki (d) bölgesinde seyir süresinin, durak noktaları arasındaki uzaklığa göre hesaplanan, kritik süreler arasında kalması durumunda dört evreli singüler yörüngeler optimal olur.

(e) bölgesinde ise singüler çözümler, seyir süresinin kritik süreden küçük olması durumunda optimaldır.

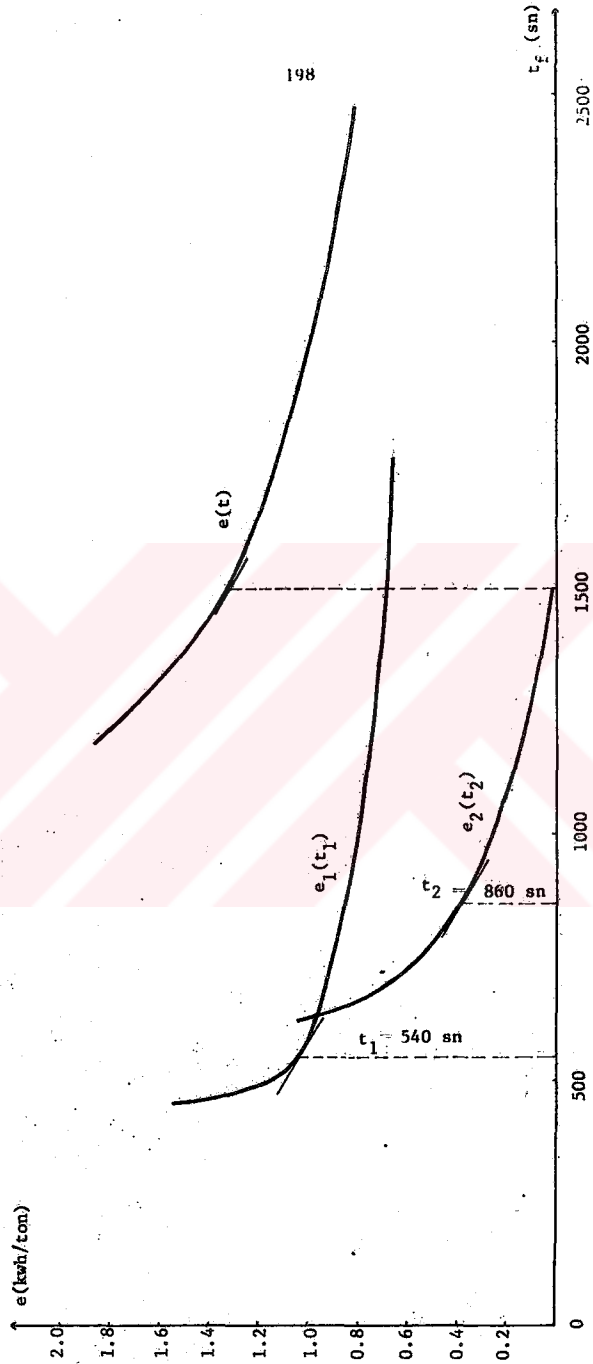
5.4. İKİ KESİMLİ BİR GÜZERGAHTA TOPLAM SEYİR SÜRESİNİN OPTİMUM DAĞITIMI

Bölüm 4.5.2 de Koranyi [22] ve Bernard-Autruffe [24] un kanıtlamalarına dayanarak açıklanan, istasyonlarla ayrılmış birbirini izliyen kesimlerden oluşan güzergâhlarda uçgarları arasındaki toplam seyir süresinin kesimlere optimum dağıtımı sorununun sayısal bir örnekle irdelenmesi, konunun tamamlanması bakımından, yararlı görülmüştür.

Bunun için Şekil 5.12 de boykesiti verilen, iki kesimden oluşan, 50 km uzunluğunda bir güzergâh gözönüne alınmıştır. ET 403 ototreninin her bir kesim üzerindeki optimal enerji tüketimleri değişik seyir süreleri için hesaplanarak Şekil 5.13 de gösterilmiştir.



Şekil 5.12



Şekil 5.13

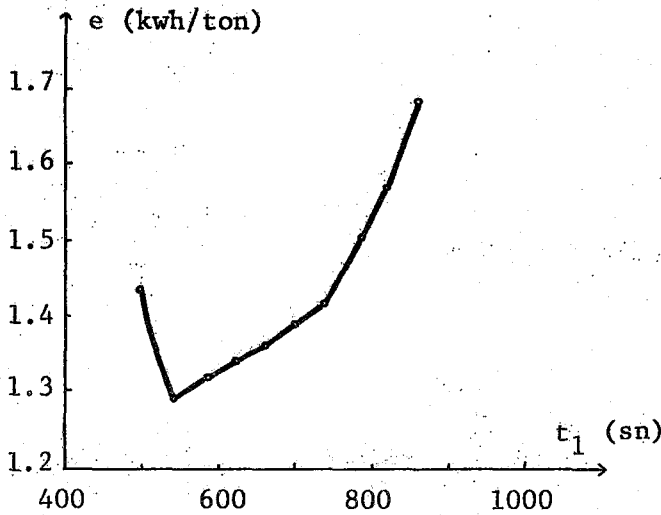
A-C noktaları arasındaki toplam seyir süresinin fonksiyonu olarak optimal enerji tüketimi eğrisi, her iki kesime ait optimal enerji tüketimi eğrilerinin aynı teğet eği-mindeki noktalarının koordinatları toplanarak, grafik yoldan, elde edilmiştir (Şekil 5.13 de $e(t)$ eğrisi).

Gözönüne alınan güzergâh kesimi için toplam seyir süresi $t = 1500$ sn olarak öngörülmüştür. Bu sürenin kesimler arasında toplam enerji tüketimi minimum olacak biçimde dağıtımı için $e_1(t_1)$ ve $e_2(t_2)$ eğrilerinin, $e(t)$ eğrisinin $t = 1500$ sn ye karşı gelen teğetine paralel teğetleri çizilerek $t_1 = 540$ sn, $t_2 = 860$ sn bulunmuştur. Bu seyir sürelerine karşı gelen optimal yörüngeler Şekil 5.12 de gösterilmiştir.

Grafik yolla yapılan bu dağıtımın doğruluğunu denetlemek amacıyla birinci kesime ait t_1 seyir süresine 500 sn den başlayarak 40 sn lik artımlarla değerler verilmiş ve

$$t_2 = 1500 - t_1 \quad (\text{sn}) \quad (5.9)$$

olmak üzere her (t_1, t_2) çiftine karşı gelen optimal enerji tüketimleri bilgisayarda hesaplanarak toplam enerji tüketimleri Şekil 5.14 de gösterilmiştir.



Şekil 5.14

Görüldüğü gibi $t = 1500$ sn lik toplam seyir süresinin kesimlere $t_1 = 540$ sn, $t_2 = 860$ sn biçiminde dağıtılması durumunda toplam enerji tüketimi minimum olmaktadır ($e_{\min} = 1.294$ kwh/ton).

Ancak, grafik çözümde teğet noktalarındaki küçük hatalar ve 40 sn lik aralıklarla elde edilen hesap sonuçları nedeniyle seyir sürelerinde 10-15 sn lik hataların olabileceği gözönünde tutulmalıdır.

BÖLÜM VI

S O N U Ç L A R

Bu çalışmada, bir katarın verilen kalkış ve varış istasyonları arasındaki sabit direnimli bir güzergâh kesimi üzerinde önceden belirlenen seyir süresine ve hız kısıtlamasına uyarak, lineer bir seyir modeline göre minimum çekim enerjisiyle hareketini sağlayan optimal hız yörüngeleri (hız-zaman ya da hız-yol eğrileri) Pontryagin'in Maksimum İlkesi yardımıyla belirlenmiştir.

Bugüne dek, bu konuda yapılan çalışmalarda, hızdan bağımsız olarak, sabit alınan ve yalnız geçiş hızından küçük hızlarda geçerli olan çekici araç ya da ototren tarafından uygulanan çekim kuvveti hıza göre lineer bir bağıntıyla hesaba katılarak istasyonlar arasındaki uzaklıkların büyük olduğu ana hat taşımalarında da optimal hareket programının belirlenmesini sağlayan bağıntılar elde edilmiştir.

Elektrikli ototren ve lokomotiflerin çekim kuvveti-hız eğrileri incelenerek aderans bölgesi dışında çekim kuvvetinin oldukça büyük bir korelasyonla, hızın lineer bir fonksiyonu olarak alınabileceği gösterilmiştir.

Güzergâh kesimlerinde belirlenen hız sınırları genellikle geçiş hızlarından büyük olduğundan ve optimizasyon yönteminde kontrol değişkeni olarak kullanılan çekim kuvveti, bu çalışmada, geçiş hızının üstündeki hızlarda hızın fonksiyonu olarak alındığından; hız sınırı üzerinde ilerliyen optimal enerjili yörüngelere ait bağıntıların

T. C.

**Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi**

çıkarılabilmesi için, kontrol değişkeninin yalnız zamana bağlı olması durumunda sınırlandırılmış durum uzayında optimizasyon sorununu incelemek amacıyla Ichikawa ve Tamura tarafından verilen "süreklilik" ve "sapma" koşullarını tanımlayan matematik bağıntıların değiştirilmesi gerekmiştir.

İstasyonlar arasındaki sabit eğim direniminin pozitif, negatif ve sıfır olması durumlarında üç evreli optimal rëğüler yörüngelerden, sabit hızla hareket evresini de içeren, dört evreli singüler yörüngelere geçiş koşulları ortaya konmuş ve iniş yönünde hareket eden katarlarda dört evreli singüler yörüngelerin optimal olması için hız-zaman ve hız-yol düzlemlerindeki zaman ve yol alt sınırları tanımlanmıştır.

Negatif eğimli güzergâh kesimlerinde istasyonlar arasındaki uzaklığın belirlenen alt sınırdan küçük olması durumunda, seyir süresi ne olursa olsun, optimal yörüngelerin maksimal ivmeyle hızlanma, frenlemeye hazırlık ve frenleme evrelerinden oluştuğu gösterilmiştir.

Buna karşılık, ET 403 ototreni örnek alınarak yapılan uygulamalar sonucunda, çıkış eğimlerinde istasyonlar arasındaki uzaklığın 15~20 km den büyük olması durumunda optimal yörüngelerin sabit hızla hareket evresini içerdği ortaya çıkmıştır.

Öngörülen seyir süresine göre belirlenen optimal yörünge yerine aynı seyir süresine karşı gelen herhangi bir yörünge izlenmesi durumunda enerji tüketimindeki artışlar, yine ET 403 ototreni üzerinde gerçekleştirilen sayısal uygulamalarla incelenmiştir.

Optimal enerji tüketiminin seyir süresiyle değişimi konusundaki uygulamalar, özellikle yüksek hızlı katarlarda, seyir sürelerindeki küçük artışlarla enerji tüketiminde oldukça önemli tasarruflar sağlanabileceği sonucunu vermiştir. Bu sonuç, enerji maliyetlerinin giderek arttığı günümüzde zaman kazancı/enerji tüketimi arasındaki ilişkiye önem verilmesi ve demiryollarda yüksek hız uygulamalarına ekonomik sınırlar konulması gereğini ortaya koymaktadır.

Yol, çekim ve işletme koşullarına bağlı olarak ortaya çıkabilecek bütün durumlarda geçerli olan ve istasyonlar arasındaki uzaklıkların büyük olduğu sabit direnimli güzergâh kesimlerinde geçiş hızının üstünde seyreden katarlara da uygulanabilen, optimal enerjili hız yörüngelerinin karakteristik değerlerini ve optimal enerji tüketimlerini hesaplayan bir bilgisayar programı hazırlanarak Ek II de verilmiştir.

Belirlenen optimal yörüngelerin katarların işletilmesinde uygulanması konusu, bugüne dek yapılan çalışmaların ışığı altında, genel çizgileriyle incelenmiştir.



A large, stylized pink geometric pattern, resembling a series of overlapping 'X' or 'K' shapes, spans the width of the page. The pattern is composed of several parallel diagonal lines in a light pink color, creating a sense of movement and depth. The text 'E K L E R' is centered within this pattern.

E K L E R

EK I

İncelenen optimizasyon sorununda çekim ve direnım kuvvetlerinin hıza göre lineer bağıntılarla belirlenmesi gerektiğinden, öncelikle, değişik maksimum hızlarda, yüksek güçlü dört elektrikli lokomotifle sayısal uygulamalarda örnek olarak alınan ET 403 elektrikli ototrenin çekim kuvveti-hız eğrilerine karşı gelen lineer bağıntılar ve korelasyon katsayıları Ek I in sonunda verilen regresyon programı ile hesaplanmıştır. Bunun için, geçiş hızıyla maksimum hız arasında, eğrileri karakterize eden yeterli sayıda noktada hız ve çekim kuvveti değerleri okunmuştur. Elde edilen sonuçlar Tablo I.1 de özetlenmiştir.

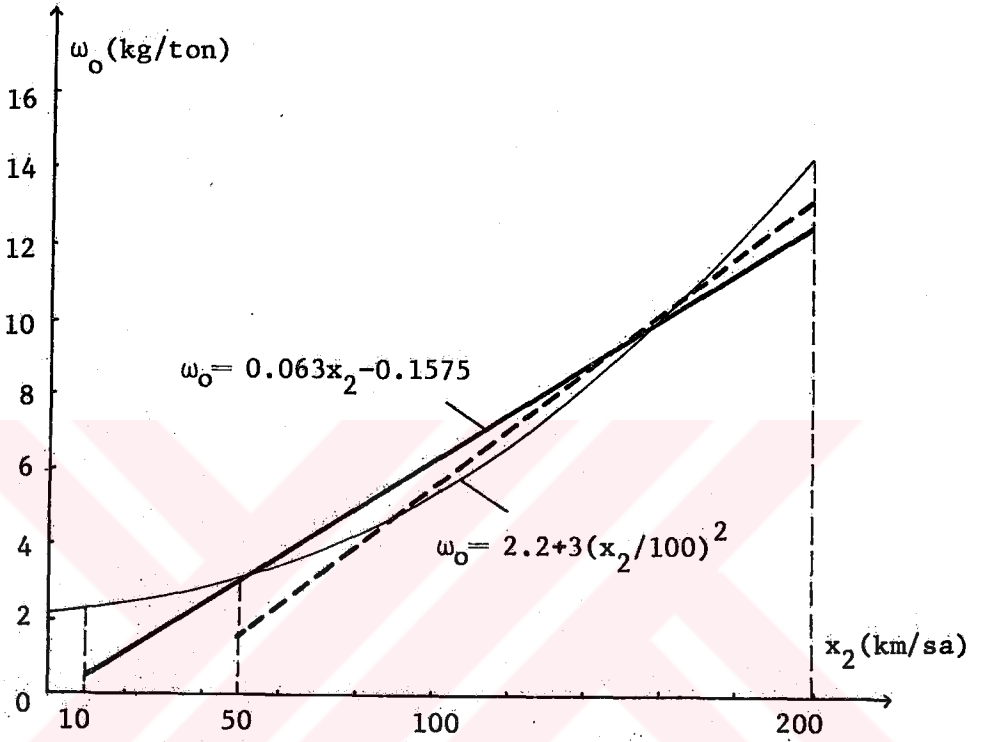
Tabloda görüldüğü gibi korelasyon katsayıları 1 e çok yakın değerler aldığından öngörülen ototren ve lokomotiflerin aderans bölgesi dışındaki çekim kuvveti-hız eğrileri yerine, oldukça yeterli bir yaklaşıklıkla, katsayıları belirlenen lineer bağıntılar kullanılabilir (Bak.Şekil 3.1).

Sayısal uygulamalarda kullanılan özgül direnım kuvveti bağıntısı da aynı regresyon programında küçük bir değişiklik yapılarak lineerleştirilmiştir (Şekil I.1).

Regresyon için 10-200 km/sa hız aralığı alınmış ve 39 noktayla yapılan regresyon sonucunda lineer özgül direnım kuvveti katsayıları, $c = 0.9725$ lik bir korelasyonla,

$$A = 0.062999$$

$$B = -0.157498$$



Şekil I.1

olarak elde edilmiştir.

Hız alt sınırının daha büyük seçilmesi durumunda korelasyon katsayısı artmakta, örneğin 50-200 km/sa hız aralığında yapılan regresyonda 0.9875 olmakta, buna karşılık elde edilen lineer direnir kuvveti bağıntısı küçük hızlarda negatif değerler almaktadır (Şekil I.1). Bu nedenle hem oldukça yeterli bir korelasyon sağlayan hem de küçük hızlarda hareket yönünde etkiyen direnir kuvvetleri oluşturmıyan 10-200 km/sa hız aralığı uygun görülmüştür.

Tablo I.1

$$Z = -Mx_2 + N$$

Z = -Mx ₂ + N								
LOKOMOTİF ¹	SÜREKLİ GÜÇ (kw)	AĞIRLIK (ton)	GEÇİŞ HIZI (km/sa)	MAKSİMUM HIZ (km/sa)	DOĞRUSAL REGRESYON			
					NOKTA SAYISI	M	N	KORELAS- YON KATSAYISI
1	2	3	4	5	6	7	8	9
E 103 (DB)	7440	114	140	200	11	317.06111	74067.429	0.9786
Re 6/6 (SBB)	7240	120	94	140	9	450.46867	82174.814	0.9966
E 151 (DB)	6540	118	75	120	10	543.84686	79828.222	0.9675
Seri 20 (SNCF)	5000	111	58	160	8	190.26703	40525.463	0.9776
ET 403 (DB) (Ototren)	3840	240	109	200	13	137.34218	34440.032	0.9964

1

DB : Federal Almanya
SBB : İsviçre
SNCF : Belçika

IDENT GERCEK
\$LST1 SPACE 93
BCD

C LINEER CEKIM VE OZGUL DIRENIM KUVVETLERININ KATSAYILARININ
C HESAPLANMASINDA KULLANILAN REGRESYON PROGRAMI
C

```

DIMENSION X(50),Y(50),F(50),H(50),NS(50)
READ(5,50) NR
READ(5,50) (NS(J),J=1,NR)
DO 1 J=1,NR
  N=NS(J)
  READ(5,51) (X(I),I=1,N)
  READ(5,51) (Y(I),I=1,N)
  WRITE(6,60) N
  WRITE(6,61) (X(I),I=1,N)
  WRITE(6,62) (Y(I),I=1,N)
  TX=0.
  TY=0.
  TXX=0.
  TYY=0.
  TXY=0.
  DO 2 I=1,N
    TX=TX+X(I)
    TY=TY+Y(I)
    TXX=TXX+X(I)**2
    TYY=TYY+Y(I)**2
    TXY=TX*Y(I)+X(I)*Y(I)
  2 CONTINUE
  A1=N*TXY-TX*TY
  A2=N*TXX-TX**2
  B1=TX*TY-TX*TX
  C1=N*TYY-TY**2
  A=A1/A2
  B=B1/A2
  C=SQRT(A2*C1)
  R=A1/C
  DO 3 I=1,N
    F(I)=A*X(I)+B
    H(I)=(Y(I)-F(I))/Y(I)
  3 CONTINUE
  WRITE(6,63) A,B
  WRITE(6,64) (F(I),I=1,N)
  WRITE(6,65) (H(I),I=1,N)
  WRITE(6,66) R
  1 CONTINUE
50 FORMAT(16I5)
51 FORMAT(8E10.0)
60 FORMAT(/1X,'REGRESYONA ALINAN NUKTA SAYISI=',15/)
61 FORMAT(/1X,'REGRESYONA ALINAN HIZLAR'/(21F5.0))
62 FORMAT(/1X,'BAGIMLI DEGISKEN DEGERLERI'/(11F10.0))
63 FORMAT(/1X,'REGRESYON DENKLEMI KATSAYILARI'/(2F20.8))
64 FORMAT(/1X,'REGRESYON DENKLEMINDEN ELDE EDILEN DEGERLER'/(11F10.0))
65 FORMAT(/1X,'HATA'/(11F10.0))
66 FORMAT(/1X,'KORELASYON KATSAYISI=',F20.8/)
STOP
END

```

EK II

Burada, yol, çekim ve işletme koşullarına bağlı olarak katarların optimal enerjili hız yörüngelerine ait tüm karakteristik değerlerin ve optimal enerji tüketimlerinin hesaplanmasını sağlayan, Bölüm 4.4 de verilen genel akış diyagramı temel alınarak Fortran IV dilinde hazırlanmış, bir bilgisayar programı verilmiştir.

Program, Bölüm 4.1 ve 4.2 de açıklanan, ortaya çıkabilecek tüm durumları içermektedir.

Geçiş hızının altındaki ve üstündeki optimal regüler ve singüler yörüngeler, hız sınırı üzerindeki optimal yörüngeler ve bunlara karşı gelen optimal enerji tüketimleri ana program tarafından çağrılan altprogramlarla belirlenmiştir.

Ana programda ve altprogramlarda kökleri hesaplanan genel logaritmik denklemler ve polinomlar fonksiyon altprogramlarıyla verilmiştir.

Denklemlerin kökleri, türev almayı gerektirmeyen ve her türlü fonksiyon için kullanılabilen bir kök bulma altprogramıyla hesaplanmıştır.

Optimal yörüngeyi yeterli incelikle belirliyeabilmek için özellikle kontrol değişkenin işaret değiştirdiği zaman değerlerini oldukça büyük bir doğrulukla hesaplamak gerekmiştir. Öte yandan, yapıları gereği, fonksiyonların küçük aralıklarda önemli sayısal farklar göstermeleri nedeniyle gerçek köke yaklaşımda öngörülen hata çok küçük tutulmuştur.

PROGRAMDA KULLANILAN BASLICA DEGISKENLER

G KATAR AGIRLIGI
 ZA ADERANS CEKIM KUVVETI
 F MAKSIMUM FREN KUVVETI
 VG GECIS HIZI
 VMAX CEKICI ARACIN MAKSIMUM HIZI
 VM HIZ SINIRI
 GAMA KONFOR IVMESI
 M,N LINEER Z-V BAGINTISININ KATSAYILARI ($Z = -M \cdot X + N$)
 A1,B1 LINEER OZGUL DIRENIM KUVVETININ KATSAYILARI ($W = A1 \cdot X + B1$)
 XA=DA(J) DUKAK NOKIALARI ARASINDAKI UZAKLIK
 S(J) EGIM
 TF=SU(J,1) SEYIR SURESI
 TMIN MINIMUM SEYIR SURESI
 VU MINIMUM SURELI YORUNGENIN TEPE HIZI
 TMAX MAKSIMUM SEYIR SURESI
 X1VG VG YE DEGEN MINIMUM SURELI YORUNGEYE KARSI GELEN YOL
 X1VM SINIRA DEGEN MINIMUM SURELI YORUNGEYE KARSI GELEN YOL
 VKR KRITIK HIZ
 TKR KRITIK SURE
 XKRVG VG YE DEGEN KRITIK YORUNGEYE KARSI GELEN YOL
 XKRVM SINIRA DEGEN KRITIK YORUNGEYE KARSI GELEN YOL
 Tfvgr VG YE DEGEN REGULER YORUNGENIN SEYIR SURESI
 Tfvmr SINIRA DEGEN REGULER YORUNGENIN SEYIR SURESI
 Tfvgs VG DEN GECEN SINGULER YORUNGENIN SEYIR SURESI
 Tfvms SINIRDAN GECEN SINGULER YORUNGENIN SEYIR SURESI
 X1D SINGULER COZUMLER ICIN YOL ALT SINIRI
 TFPQ -B/A DAN GECEN YORUNGENIN SEYIR SURESI
 X1BA -B/A DAN GECEN YORUNGEYE KARSI GELEN YOL
 E ENERJİ TÜKETİMİ

IDENT GERCEK
SLST SPACE 93
BCD

C SINIRLANDIRILMIŞ YOL-HIZ-ZAMAN UZAYINDA LINEER BİR KATAR SEYİR
C MODELİ İÇİN OPTIMAL ENERJİLİ HIZ YÖRÜNGELERİNİ BELİRLİYEN
C VE OPTIMAL ENERJİ İKETİMİNİ HESAPLIYAN BİLGİSAYAR PROGRAMI
C

```
EXTERNAL XM1,XM2,XKR1,XKR2,TF1,TF2,POL1,TFM,FT5,FGM,POL2
DIMENSION DA(20),S(20),SU(20,20),NSU(20),XKOK(20)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,AA,IF,XKOK,KU,NKOK
REAL M,N
TMIN1(X)=60./A*ALOG((1.+A*X/(UB+B))/(1.-A*X/(UI-B)))
TMIN2(X)=60./A*ALOG((1.+A*X/(UB+B))/(1.-A*VG/(UI-B)))+60./(A+CM)
1*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/(X+(B-CN)/(A+CM)))
TKRA(X)=60./A*ALOG(((A*X+B)**2+(2*A*X+B)*UB)/(UB+B)/(A*X+B)/
1(1.-A*X/(UI-B)))
TKRU(X)=60./A*ALOG(((A*X+B)**2+(2*A*X+B)*UB)/(UB+B)/(A*X+B)/
1(1.-A*VG/(UI-B)))-60./(A+CM)*ALOG((X+(B-CN)/(A+CM))/(VG+(B-CN)/
1(A+CM)))
TF5(X)=60.*CM*X/(A+CM)+60./(A+CM)*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/
1((VM+B/A)/(1.+A*VM/(UB+B)))-(A*CN+B*CM)/A/(A+CM)/EXP(A*X)))-
160./A*ALOG(1.-A*VG/(UI-B))
READ(5,50) NS
READ(5,50) (NSU(J),J=1,NS)
READ(5,51) G,ZA,VG,VMAX,F,GAMA
READ(5,53) M,N,A1,B1
READ(5,52) (DA(J),J=1,NS)
READ(5,52) (S(J),J=1,NS)
```

C LINEER TREN SEYİR MODELİNİN GEREKLİ BOYUTLARI VE HESABI
C

```
RO=1.15/(9.81*3.6**2)
A=A1/RO
CM=M/RO/G
CN=N/RO/G
UT=ZA/RO/G
UB=F/RO/G
IF(UT.GT.GAMA) UT=GAMA
IF(UB.GT.GAMA) UB=GAMA
WRITE(6,60) G,ZA,VG,VMAX,F,GAMA
WRITE(6,61) M,N
WRITE(6,62) A1,B1
DO 1 J=1,NS
NT=NSU(J)
READ(5,52) (SU(J,I),I=1,NT)
XA=DA(J)
B=(B1+S(J))/RO
VM=(CN-B)/(A+CM)-0.2
IF(VMAX.LE.VM) VM=VMAX
WRITE(6,63) VM,A,B,CM,CN,UT,UB
IF(B.GE.0) GO TO 99
Y=-B/A
WRITE(6,80) Y
99 WRITE(6,64) XA,S(J)
```

C MINIMUM SEYİR SÜRESİNİN VE MAKSİMUM ENERJİ TÜKETİMİNİN HESABI
C

```

X1VG=XM1(VG)
X1VM=XM2(VM)
WRITE(6,65) X1VG,X1VM
IF(XA.GT.ABS(X1VG)) GO TO 100
CALL KIRIS(0.,VG,1.,XM1,-XA,0.01)
VU=XKOK(1)
TMIN=TMIN1(VJ)
E=1000.*RO*UT*(XA+1./A*((UB+B)/A*ALOG(1.+A*VU/(UB+B))-XU))
GO TO 102
100 IF(XA.GT.ABS(X1VM)) GO TO 101
CALL KIRIS(VG,VM,1.,XM2,-XA,0.01)
VU=XKOK(1)
TMIN=TMIN2(VU)
E=-1000.*RO*UT/A*(VG+(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B)))+1000.*RO/
1(A+CM)*(1./2*CM*(VU**2-VG**2)-(A*CN+B*CM)/(A+CM)*(VU-VG)+
1(B-CN)*(A*CN+B*CM)/(A+CM)**2*ALOG((VU+(B-CN)/(A+CM))/
1(VG+(B-CN)/(A+CM))))
GO TO 102
101 VU=VM
TMIN=60.*XA/VM-60./(A*VM)*(CM/(A+CM)*(VM-VG)+(VM-(UT-B)/A)*
1ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-(VM+(UB+B)/A)*ALOG(1.+A*VM/(UB+B)))+A/(A+CM)
1*(VM+(B-CN)/(A+CM))*ALOG((VM+(B-CN)/(A+CM))/(VG+(B-CN)/(A+CM)))
TB=TMIN+60./A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-60./(A+CM)*ALOG((VG+(B-CN)/
1(A+CM))/(VM+(B-CN)/(A+CM)))
X1B=1./A*(VM+(UB+B)/A)*ALOG(1.+A*VM/(UB+B))-VM*(TB/60.+1./A)
E=-1000.*RO*UT/A*(VG+(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B)))+1000.*RO/
1(A+CM)*(1./2*CM*(VM**2-VG**2)-(A*CN+B*CM)/(A+CM)*(VM-VG)+(B-CN)*
1(A*CN+B*CM)/(A+CM)**2*ALOG((VM+(B-CN)/(A+CM))/(VG+(B-CN)/
1(A+CM))))+1000.*RO*VM*(A*VM+B)*(TMIN/60.+1./A*ALOG((1.-A*VG/
1(UT-B))/(1.+A*VM/(UB+B)))-1./A*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/
1(VM+(B-CN)/(A+CM))))
102 TA=60./A*ALOG(1.+A*VU/(UB+B))
X1A=1./A*((UB+B)*TA/60.-VU)
WRITE(6,66) TMIN,VU,TA,X1A,TB,X1B,E
C
IF(-B/A.GE.VG) GO TO 106
XKRVG=XKR1(VG)
XKRVM=XKR2(VM)
WRITE(6,68) XKRVG,XKRVM
GO TO 107
106 IF(-B/A.GE.VM) GO TO 103
XKRVM=XKR2(VM)
WRITE(6,687) XKRVM
C
107 IF(B.LT.0.) GO TO 103
105 TMAX=2.*XA
GO TO 104
103 CALL KIRIS(TMIN/60.,XA/30.,0.0100,TFM,-XA,0.0005)
IF(NKOK.EQ.0) GO TO 105
TMAX=60.*XKOK(1)
104 WRITE(6,76) TMAX
DO 3 I=1,NT
TF=3U(J,I)
WRITE(6,67) TF
IF(B.LI.0.) GO TO 1000

```

C KRITIK SURENIN HESABI

C
C
C
IF(XA.GT.ABS(XKRVG)) GO TO 200
CALL KIRIS(0.,VG,1.,XKN1,-XA,0.01)
VKR=XKOK(1)
TKR=TKRA(VKR)
GO TO 201
200 IF(XA.GT.ABS(XKRVN)) GO TO 202
CALL KIRIS(VG,VM,1.,XKR2,-XA,0.01)
VKR=XKOK(1)
TKR=TKRU(VKR)
201 WRITE(6,688) TKR,VKR
GO TO 204
202 WRITE(6,699)

C
C
C
C OPTIMAL YORUNGELERIN BELIRLENMESI VE OPTIMAL CEKIM ENERJISININ HESABI

204 IF(XA.GT.ABS(X1VG)) GO TO 300
IF(TF.GT.TKR) GO TO 301
302 CALL REG1
GO TO 3
301 CALL SING1
GO TO 3
300 IF(XA.GT.ABS(X1VM)) GO TO 500
IF(XA.GT.ABS(XKRVG)) GO TO 400
IF(TF.GT.TKR) GO TO 301
305 CALL KIRIS(TMIN/60.,TKR/60.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
304 TFGVGR=60.*XKOK(1)
WRITE(6,71) TFGVGR
IF(TF.GE.TFGVGR) GO TO 302
303 CALL REG2
GO TO 3
400 IF(TF.LE.TKR) GO TO 303
401 TFGVS=60.*XA/VG-60./A/VG*((VG-(UT-B)/A)*ALOG(1-A*VG/(UT-B))-
1UB/A*ALOG(1+(A*VG)**2/(UB+B)/(2*A*VG+B))-(VG+B/A)*
1ALOG(1+A*VG*(A*VG+UB+B)/(UB+B)/(A*VG+B)))
WRITE(6,73) TFGVS
IF(TF.GE.TFGVS) GO TO 301
402 CALL SING2
GO TO 3
500 IF(XA.GT.ABS(XKRVG)) GO TO 504
IF(TF.GT.TKR) GO TO 301
CALL KIRIS(TMIN/60.,TKR/60.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
TFVGR=60.*XKOK(1)
WRITE(6,71) TFGVGR
IF(TF.GE.TFGVGR) GO TO 302
501 CALL KIRIS(TMIN/60.,TKR/60.,0.0100,TF2,-XA,0.0005)
TFVMR=60.*XKOK(1)
WRITE(6,75) TFGVGR
IF(TF.GE.TFVMR) GO TO 303
503 CALL OPTVM
GO TO 3
504 IF(XA.GT.ABS(XKRVN)) GO TO 502
IF(TF.GT.TKR) GO TO 401

```

GO TO 501
502 TFMVS=60.*XA/VM-60./A/VM*(CM/(A+CM)*(VM-VG)/(VM-(UT-B)/A)*
  1ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-UB/A*ALOG(1.+(A*VM)**2/(UB+B)/(2*A*VM+B))-
  1(VM+B/A)*ALOG(1.+A*VM*(A*VM+UB+B)/(UB+B)/(A*VM+B))-A/(A+CM)*
  1(VM+(B-CN)/(A+CM))*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/(VM+(B-CN)/(A+CM)))
  WRITE(6,74) TFMVS
  IF(TF.LT.TFMVS) GO TO 503
  GO TO 401

```

NEGATIF EGİMLERDE OPTİMAL YORUNGEYİ BELİRLİYEN VE OPTİMAL
ENERJİ TÜKETİMİNİ HESAPLIYAN PROGRAM

```

1000 IF(-B/A.GE.VM) GO TO 700

```

SİNGÜLER ÇÖZÜMLERİN ORTAYA ÇIKMASI İÇİN YOL ALT SINIRI HESABI

```

IF(-B/A.GE.VG) GO TO 540
CALL KIRIS(-B/A+0.2,VG,1.,POL1,0.,0.01)
IF(NKOK.EQ.0) GO TO 550
X2D=XKOK(1)
X1D=XKR1(X2D)
GO TO 551
540 CALL KIRIS(-B/A+0.2,VM,1.,POL2,0.,0.01)
GO TO 541
550 CALL KIRIS(VG,VM,1.,POL2,0.,0.01)
541 IF(NKOK.EQ.0) GO TO 555
X2D=XKOK(1)
X1D=XKR2(X2D)
GO TO 551
555 X2D=-50.
X1D=-50.
551 WRITE(6,79) X2D,X1D

IF(-B/A.GE.VG) GO TO 800
X1BA=XM1(-B/A)
WRITE(6,81) X1BA
IF(XA.LE.ABS(X1BA)) GO TO 302
TFPQ=-60.*A*XA/B+60./B*(UT/A*ALOG(1.-B/UT)+UB/A*ALOG(1.+B/UB))
WRITE(6,77) TFPQ
IF(TFPQ.GT.(2.*XA)) TFPQ=2.*XA
IF(XA.GT.ABS(X1VM)) GO TO 601
IF(X2D.EQ.-50.) GO TO 556
IF(XA.GT.ABS(X1D)) GO TO 600
556 IF(XA.LE.ABS(X1VG)) GO TO 302
CALL KIRIS(TMIN/60.,TFPQ/60.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
GO TO 304
601 IF(X2D.EQ.-50.OR.XA.LE.ABS(X1D)) GO TO 557
GO TO 600
557 CALL KIRIS(TMIN/60.,TFPQ/60.,0.0100,TF2,-XA,0.0005)
TFVMR=60.*XKOK(1)
WRITE(6,75) TFVMR
IF(TF.LT.TFVMR) GO TO 503
CALL KIRIS(TFVMR/60.,TFPQ/60.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
GO TO 304

```

C KRITIK SURELERIN HESABI

```

600 IF(X2D.GT.VG) GO TO 902
    IF(XA.GT.ABS(XKRVG)) GO TO 903
    CALL KIRIS(-B/A+0.0002*VG,1.,XKR1,-XA,0.01)
    IF(S(J).EQ.0) GO TO 610
    VKR1=XKOK(1)
    VKR2=XKOK(2)
    TKR1=TKRA(VKR1)
    TKR2=TKRA(VKR2)
    GO TO 904
610 VKR1=-B/A
    VKR2=XKOK(1)
    TKR1=TFPQ
    TKR2=TKRA(VKR2)
    GO TO 904
903 CALL KIRIS(-B/A+0.0002*VG,1.,XKR1,-XA,0.01)
    IF(S(J).EQ.0) GO TO 611
    VKR1=XKOK(1)
    TKR1=TKRA(VKR1)
    GO TO 612
611 VKR1=-B/A
    TKR1=TFPQ
612 IF(XA.GT.ABS(XKRVG)) GO TO 905
    CALL KIRIS(VG,VM,1.,XKR2,-XA,0.01)
    VKR2=XKOK(1)
    TKR2=TKRU(VKR2)
    GO TO 904
905 VKR2=300.
    WRITE(6,788) TKR1,VKR1
    GO TO 910
902 IF(XA.GT.ABS(XKRVG)) GO TO 907
    CALL KIRIS(VG,VM,1.,XKR2,-XA,0.01)
    VKR1=XKOK(1)
    TKR1=TKRU(VKR1)
    GO TO 908
907 CALL KIRIS(-B/A+0.0002*VG,1.,XKR1,-XA,0.01)
    VKR1=XKOK(1)
    TKR1=TKRA(VKR1)
908 IF(XA.GT.ABS(XKRVG)) GO TO 905
    CALL KIRIS(VG,VM,1.,XKR2,-XA,0.01)
    VKR2=XKOK(2)
    TKR2=TKRU(VKR2)
904 WRITE(6,78) TKR1,VKR1,TKR2,VKR2
C
910 IF(YA.GT.ABS(X1VG)) GO TO 602
    IF(TF.LE.TKR2.OR.TF.GE.TKR1) GO TO 302
    GO TO 301
602 IF(XA.GT.ABS(X1VM)) GO TO 650
    IF(VKR2.GT.VG) GO TO 603
606 IF(TF.GE.TKR1) GO TO 302
    IF(TF.GT.TKR2) GO TO 301
    CALL KIRIS(TMIN/60.,TKR2/60.,0.0100,TF,1,-XA,0.0005)
    GO TO 304
603 IF(TF.LE.TKR2) GO TO 303

```

```

608 IF(VKR1.GE.VG) GO TO 604
    IF(TF.GE.TKR1) GO TO 302
    GO TO 401
604 IF(TF.LT.TKR1) GO TO 402
    CALL KIRIS(TKR1/60.,TFPQ/60.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
    GO TO 304
650 IF(VKR2.GT.VG) GO TO 605
    CALL KIRIS(TMIN/60.,TKR2/60.,0.0100,TF2,-XA,0.0005)
    TFVMR=60.*XKOK(1)
    WRITE(6,75) IFVMR
    IF(TF.LT.TFVMR) GO TO 503
    GO TO 606
605 IF(XA.GT.ABS(XKRVM)) GO TO 607
    CALL KIRIS(TMIN/60.,TKR2/60.,0.0100,TF2,-XA,0.0005)
    TFVMR=60.*XKOK(1)
    WRITE(6,75) TFVMR
    IF(TF.LT.TFVMR) GO TO 503
    GO TO 603
607 TFVMS=60.*XA/VM-60./A/VM*(CM/(A+CM)*(VM-VG)+(VM-(UT-B)/A)*
    1/ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-UB/A*ALOG(1.+(A*VM)**2/(UB+B)/(2*A*VM+B))-
    1/(VM+B/A)*ALOG(1.+A*VM*(A*VM+UB+B)/(UB+B)/(A*VM+B))-A/(A+CM)*
    1/(VM+(B-CN)/(A+CM))*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/(VM+(B-CN)/(A+CM)))
    WRITE(6,74) TFVMS
    IF(TF.LT.TFVMS) GO TO 503
    GO TO 608
C
800 IF(XA.LE.ABS(X1VG)) GO TO 302
    IF(X2D.EQ.-50.) GO TO 888
    IF(XA.GT.ABS(X1D)) GO TO 850
888 IF(-B/A.GT.VG) GO TO 801
    TFPQ=60.*XA/VG-60./A**2*(UT*ALOG(1.+A*VG/UT)+UB*ALOG(1.-A*VG/UB))
    WRITE(6,77) TFPQ
    IF(TF.GE.TFPQ) GO TO 302
    IF(XA.LE.ABS(X1VM)) GO TO 303
    IF(XA.GT.ABS(XKRVM)) GO TO 850
802 CALL KIRIS(TMIN/60.,TFPQ/60.,0.0100,TF2,-XA,0.0005)
    TFVMR=60.*XKOK(1)
    WRITE(6,75) TFVMR
    IF(TF.LT.TFVMR) GO TO 503
    GO TO 303
801 X1BA=XM2(-B/A)
    IF(XA.LE.ABS(X1BA)) GO TO 701
    TFPQ=-60.*XA*A/B+60./B*(-CM/(A+CM)*(VG+B/A)-UT/A*ALOG(1.-A*VG/
    1/(UT-B))+UB/A*ALOG(1.+B/UB)+(A*CN+B*CM)/(A+CM)**2*ALOG(-A*
    1/(A+CM)*VG+B-CN)/(A*CN+B*CM)))
    WRITE(6,77) TFPQ
    CALL KIRIS(TFPQ/60.,XA/30.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
    IF(XA.LE.ABS(X1VM)) GO TO 304
    IF(XA.GT.ABS(XKRVM)) GO TO 850
    TFVGR=60.*XKOK(1)
    WRITE(6,71) TFVGR
    IF(TF.GE.TFVGR) GO TO 302
    GO TO 802

```

F KRITIK SURELLERIN HESABI

```

850 CALL KIRIS(-B/A+0.0002,VM,1.,XKR2,-XA,0.01)
VKR1=XKOK(1)
TKR1=TKRU(VKR1)
IF(XA.GT.ABS(XKRVM)) GO TO 855
VKR2=XKOK(2)
TKR2=TKRU(VKR2)
WRITE(6,78) TKR1,VKR1,TKR2,VKR2
GO TO 860

```

```

855 WRITE(6,788) TKR1,VKR1

```

C

```

860 IF(-B/A.GT.VG) GO TO 870
IF(XA.GT.ABS(X1VM)) GO TO 851
IF(TF.LE.TKR2) GO TO 303
IF(TF.LT.TKR1) GO TO 402
805 TFPQ=60.*XA/VG-60./A**2*(UT*ALOG(1.+A*VG/UT)+UB*ALOG(1.-A*VG/UB))
WRITE(6,77) TFPQ
IF(TF.GE.TFPQ) GO TO 302
GO TO 303
851 IF(XA.GT.ABS(XKRVM)) GO TO 852
CALL KIRIS(TMIN/60.,TKR2/60.,0.0100,TF2,-XA,0.0005)
TFVMR=60.*XKOK(1)
WRITE(6,75) TFVMR
IF(TF.LT.TFVMR) GO TO 503
IF(TF.LE.TKR2) GO TO 303
IF(TF.LT.TKR1) GO TO 402
GO TO 805
852 TFVMS=60.*XA/VM-60./A/VM*(CM/(A+CM)*(VM-VG)+(VM-(UT-B)/A)*
1ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-UB/A*ALOG(1.+(A*VM)**2/(UB+B)/(2*A*VM+B))-
1(VM+B/A)*ALOG(1.+A*VM*(A*VM+UB+B)/(UB+B)/(A*VM+B))-A/(A+CM)*
1(VM+(B-CN)/(A+CM))*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/(VM+(B-CN)/(A+CM))))
WRITE(6,74) TFVMS
IF(TF.LT.TFVMS) GO TO 503
IF(TF.LT.TKR1) GO TO 402
GO TO 805

```

C

```

870 IF(XA.GT.ABS(X1VM)) GO TO 871
875 IF(TF.LE.TKR2) GO TO 303
IF(TF.LT.TKR1) GO TO 402
876 TFPQ=-60.*XA*A/B+60./B*(-CM/(A+CM)*(VG+B/A)-UT/A*ALOG(1.-A*VG/
1(UT-B))+UB/A*ALOG(1.+B/UB)+(A*CN+B*CM)/(A+CM)**2*ALOG(-A*
1((A+CM)*VG+B-CN)/(A*CN+B*CM)))
WRITE(6,77) TFPQ
CALL KIRIS(TFPQ/60.,XA/30.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
GO TO 304
871 IF(XA.GT.ABS(XKRVM)) GO TO 872
CALL KIRIS(TMIN/60.,TKR2/60.,0.0100,TF2,-XA,0.0005)
TFVMR=60.*XKOK(1)
WRITE(6,75) TFVMR
IF(TF.LT.TFVMR) GO TO 503
GO TO 875

```



```

872 TFVMS=60.*XA/VM-60./A/VM*(CM/(A+CM)*(VM-VG)+(VM-(UI-B)/A)*
  1ALOG(1.-A*VG/(UI-B))-UB/A*ALOG(1.+(A*VM)**2/(UB+B)/(2*A*VM+B))-
  1(VM+B/A)*ALOG(1.+A*VM*(A*VM+UB+B)/(UB+B)/(A*VM+B))-A/(A+CM)*
  1(VM+(B-CN)/(A+CM))*ALOG(VG+(B-CN)/(A+CM))/(VM+(B-CN)/(A+CM)))
  WRITE(6,74) TFVMS
  IF(TF.LT.TFVMS) GO TO 503
  IF(TF.LT.TKR1) GO TO 402
  GO TO 876

```

NEGATIF EGİMLERDE SINGULER COZUMLERIN ORTAYA ÇIKMAMASI DURUMU

```

700 IF(XA.LE.ABS(XIVG)) GO TO 302
  IF(-B/A.EQ.VM) GO TO 701
  IF(XA.GT.ABS(XIVM)) GO TO 703
701 CALL KIRIS(TMIN/60.,XA/30.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
  GO TO 304
703 XGM=1./A**2*((UB+B)*ALOG(1.+A*VM/(UB+B))+B*ALOG((VG+B/A)/
  1(VM+B/A)))+(UI-B)*ALOG(1.-A*VG/(UI-B)))
  IF(XA.GE.ABS(XGM)) GO TO 704
  TG=TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*VG/(UI-B))
  CALL KIRIS(TU/60.,TG,0.0100,FGM,A*XA,0.0005)
  T75=XKOK(1)
  T5=TF5(T25)
  IF(TF.LT.T5) GO TO 705
  CALL KIRIS(T5/60.,XA/30.,0.0100,TF1,-XA,0.0005)
  GO TO 304
705 WRITE(6,90)
  GO TO 3
704 CALL KIRIS(TMIN/60.,XA/30.,0.0100,F15,-XA,0.0005)
  T5=60.*XKOK(1)
  WRITE(6,82) T5
  IF(TF.GE.T5) GO TO 302
  GO TO 705
3 CONTINUE
1 CONTINUE
50 FORMAT(16I5)
51 FORMAT(8E10.0)
52 FORMAT(16E5.0)
53 FORMAT(4E20.0)
60 FORMAT(/1X,'TREN AGR(TON)=' ,F7.0,5X,'ADR ÇEK KUV(KG)=' ,F8.0,5X,
  1,GECİS HIZI=' ,F5.0,5X,'MAX HIZ=' ,F5.0,5X,'MAX FRN KUV(KG)=' ,
  1F8.0,5X,'KONT İVM(KM/SA/SA)=' ,F8.0//)
61 FORMAT(1X,'LINEER ÇEKİM KÜVVETİ KATSAYILARI'/(2F20.8))
62 FORMAT(1X,'LINEER ÖZGÜL DİRENİM KÜVVETİ KATSAYILARI'/(2F20.8))
63 FORMAT(1X,'SİNİR HIZI=' ,F10.4,5X,'A=' ,F16.8,5X,'B=' ,F16.8/
  11X,'M=' ,F16.8,5X,'N=' ,F20.8,5X,'UI=' ,F20.8,5X,'UB=' ,F20.8//)
64 FORMAT(1X,'DURAK ARALIGI(KM)=' ,F10.4,5X,'EGİM(1/1000)=' ,F10.4//)
65 FORMAT(1X,'X1 MAX(VG) (KM)=' ,F10.4,5X,'X1 MAX(VM) (KM)=' ,F10.4//)
666 FORMAT(1X,'MIN SEYİR SÜRESİ(DAK)=' ,F10.4,5X,'VU=' ,F10.4,5X,
  1,'TA(DAK)=' ,F10.4,5X,'X1(A) (KM)=' ,F10.4/1X,'TB(DAK)=' ,F10.4,5X,
  1,'X1(B) (KM)=' ,F10.4,5X,'MAX ENERJİ İTKEJİMİ(KGM/TON)=' ,F20.6//)
67 FORMAT(1X,'SEYİR SÜRESİ(DAK)=' ,F10.4//)
68 FORMAT(1X,'X1 KRT(VG) (KM)=' ,F10.4,5X,'X1 KRT(VM) (KM)=' ,F10.4//)
687 FORMAT(1X,'X1 KRT(VM) (KM)=' ,F10.4//)
688 FORMAT(1X,'KRİTİK SÜRE(DAK)=' ,F10.4,5X,'KRİTİK HIZ=' ,F10.4//)
699 FORMAT(1X,'KRİTİK HIZ,HIZ SINIRININ ÜSTÜNDE//)

```

```

71 FORMAT(1X,'VG YE DEGEN REG YORN SEYIR SURESI(DAK)=' ,F10.4/)
73 FORMAT(1X,'VG DEN GEÇEN SING YORN SEYIR SURESI(DAK)=' ,F10.4/)
74 FORMAT(1X,'VM DEN GEÇEN SING YORN SEYIR SURESI(DAK)=' ,F10.4/)
75 FORMAT(1X,'SINIKI DEGEN REG YORN SEYIR SURESI(DAK)=' ,F10.4/)
76 FORMAT(1X,'MAX SEYIR SURESI(DAK)=' ,F10.4/)
77 FORMAT(1X,'-B/A DAN GEÇEN REG YORN SEYIR SURESI(DAK)=' ,F10.4/)
78 FORMAT(1X,'KRT SURE 1(DAK)=' ,F10.4,5X,'KRT HIZ 1=' ,F10.4/1X,
  1,'KRT SURE 2(DAK)=' ,F10.4,5X,'KRT HIZ 2=' ,F10.4/)
79 FORMAT(1X,'DEĞME NOKTASINDAKİ HIZ=' ,F10.4,5X,'YOL ALT SINIRI(KM)
  1=' ,F10.4/)
80 FORMAT(1X,'-B/A=' ,F10.4/)
81 FORMAT(1X,'X1 MAX(-B/A) (KM)=' ,F10.4/)
82 FORMAT(1X,'T5(DAK)=' ,F10.4/)
788 FORMAT(1X,'KRT SURE 1(DAK)=' ,F10.4,5X,'KRT HIZ 1=' ,F10.4/1X,
  1,'USTTEKİ KRİTİK YORUNGE HIZ SINIRININ ÜSİNDİ' /)
90 FORMAT(1X,'OPTİMAL ÇÖZÜM YOK' /)

```

STOP

END

C DENKLEMLERİN KOKLERİNİ HESAPLIYAN ALTPROGRAM

IDENT KIRIS

BCD

```

SUBROUTINE KIRIS(XALT,XUST,DX,FN,P,EPS)
DIMENSION XKOK(20)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,IF,XKOK,RO,NKOK
I=0
X1=XALT
X2=X1+DX
1 Y1=FN(X1)-P
  Y2=FN(X2)-P
  IF((Y1*Y2).LE.0) GO TO 2
  X1=X1+DX
  X2=X2+DX
  IF(X2.GT.XUST) GO TO 7
GO TO 1
2 X3=(X1+X2)/2.
  Y3=FN(X3)-P.
  IF((Y1*Y3).LE.0) GO TO 3
  IF(ABS(Y3).LE.EPS) GO TO 4
  IF((X3-X1).LE.EPS) GO TO 4
  X1=X3
  Y1=Y3
GO TO 2
3 IF(ABS(Y3).LE.EPS) GO TO 4
  IF((X2-X3).LE.EPS) GO TO 4
  X2=X3
  Y2=Y3
GO TO 2
4 I=I+1
  XKOK(I)=X3
  IF((Y1*Y3).LE.0) GO TO 10
  X1=X2
  X2=X1+DX
GO TO 11
10 X1=X3
  X2=X3+DX

```

```

11 IF(X2.GT.XUST) GO TO 7
   GO TO 1
7  NKOK=1
   WRITE(6,61) NKOK
   IF(1.EQ.0) GO TO 8
   WRITE(6,62) (XKOK(I),I=1,NKOK)
   GO TO 9
8  WRITE(6,60)
60 FORMAT(1X,'ARANAN ARALIKTA KOK YOK/')
61 FORMAT(1X,'KOK SAYISI=',I5/)
62 FORMAT(1X,'KOKLER'/(6F20.8))
9  RETURN
   END
C  GFCIS HIZININ ALTINDAKI REGULER COZUMLERI BELIRLIYEN VE
C  OPTIMAL ENERJİ TÜKETİMİNİ HESAPLIYAN ALTPROGRAM
IDENT REG1
BCD
   SUBROUTINE REG1
   EXTERNAL T21
   DIMENSION XKOK(20)
   COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RU,NKOK
   COMMON/BL1/X1T2
   WRITE(6,10)
   TT=-1./A*ALOG((UB+B)/UT+(UT-B)/UT/EXP(A*TF/60.)) +0.002
   IF(TT.LT.0) TT=0.
   CALL KIRIS(TT,TF/60.,0.02,0.01,T21,-XA,0.00001)
   IF(NKOK.EQ.2) GO TO 8
   T2=XKOK(1)
   GO TO 9
8  T2=XKOK(2)
9  T1=-1./A*ALOG(1.+B/UB+(UT-B)/UB/EXP(A*TF/60.))-UT/UB/EXP(A*T2)
   CALL BLKREG(T1,T2,T1)
   F=10(U.*RO*UT*(XA+X1T2)
   WRITE(6,100) F
10  FORMAT(1X,'OPTIMAL YORUNGE REGULER VE GECİS HIZININ ALTINDA')
100 FORMAT(1X,'ENERJİ TÜKETİMİ (KGM/TON)=' ,F20.8//)
   RETURN
   END
C  GECİS HIZININ ÜSTÜNDEKİ REGULER COZUMLERI BELIRLIYEN VE
C  OPTIMAL ENERJİ TÜKETİMİNİ HESAPLIYAN ALTPROGRAM
IDENT REG2
BCD
   SUBROUTINE REG2
   DIMENSION XKOK(20)
   EXTERNAL T22
   COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RU,NKOK
   COMMON/BL2/X2T2/UC/C1
   WRITE(6,10)
   TG=TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))
   TGD=60.*TG
   X1TG=-1./A*(A*XA+VG+(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B)))
   WRITE(6,20) TGD,VG,X1TG
   CALL KIRIS(0.,TF/60.,0.0100,T22,A*XA,0.00001)
   T2=XKOK(1)
   T1=-1./A*ALOG(1.+B/UB-A*C1/UB/(A+CM)*EXP(CM*T2)-(A*CN+B*CM)/UB/

```

```

1(A+CM)/EXP(A*T2))
CALL BLKREG(T1,T2,T1)
E=-1000.*RO*UT/A*(VG+(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B)))+1000.*RO/
1(A+CM)*(1./2*CM*(X2T2**2-VG**2)-(A*CN+B*CM)/(A+CM)*(X2T2-VG)+
1(B-CN)*(A*CN+B*CM)/(A+CM)**2*ALOG((X2T2+(B-CN)/(A+CM))/
1(VG+(B-CN)/(A+CM))))
WRITE(6,100) E
10 FORMAT(/,1X,'OPTIMAL YORUNGE REGULER VE GECIS HIZININ USTUNDE'//)
20 FORMAT(1X,'TG(DAK)=' ,F10.4,5X,'GECIS HIZI=' ,F10.4,5X,
1,X1 (TG) (KM)=' ,F10.4/)
100 FORMAT(/,1X,'ENERJİ TÜKETİMİ (KGM/TON)=' ,F20.8//)
RETURN
END
C GECIS HIZININ ALTINDAKİ SINGULER COZUMLERİ BELİRLİYEN VE
C OPTIMAL ENERJİ TÜKETİMİNİ HESAPLIYAN ALTPROGRAM
IDENT SING1
BCD
SUBROUTINE SING1
EXTERNAL X2S1
DIMENSION XKOK(20)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
COMMON/BS/X1T3
WRITE(6,10)
IF(B.LT.0) GO TO 7
VA=0.
GO TO 8
7 VA=-B/A+0.2
8 CALL KIRIS(VA,VG,1.,X2S1,-XA,0.0001)
X2S=XKOK(1)
T3=TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*X2S/(UT-B))
CALL BLKSIN(X2S,T3)
E=1000.*RO*X2S*(A*X2S+B)*(TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*X2S/(UT-B))-
11./A*ALOG(1.+A*X2S*(A*X2S+UB+B)/(UB+B)/(A*X2S+B)))+
11000.*RO*UT*(XA+X1T3)
WRITE(6,100) E
10 FORMAT(/,1X,'OPTIMAL YORUNGE SINGULER VE GECIS HIZININ ALTINDA'//)
100 FORMAT(/,1X,'ENERJİ TÜKETİMİ (KGM/TON)=' ,F20.8//)
RETURN
END
C GECIS HIZININ USTUNDEKİ SINGULER COZUMLERİ BELİRLİYEN VE
C OPTIMAL ENERJİ TÜKETİMİNİ HESAPLIYAN ALTPROGRAM
IDENT SING2
BCD
SUBROUTINE SING2
EXTERNAL X2S2
DIMENSION XKOK(20)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
WRITE(6,10)
IF(-B/A.GE.VG) GO TO 7
VA=VG
GO TO 8
7 VA=-B/A+0.2
8 CALL KIRIS(VA,VM,1.,X2S2,A*XA,0.0001)
X2S=XKOK(1)
T3=TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-1./A*CM*ALOG((VG+(B-CN)/

```

```

1 (A+CM))/(X2S+(B-CN)/(A+CM)))
TG=TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))
TGD=60.*TG
X1TG=-1./A*(A*XA+VG+(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B)))
WRITE(6,20) TGD,VG,X1TG
CALL BLKSIN(X2S,T3)
E=1000.*RO*X2S*(A*X2S+B)*(TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*X2S/(UT-B))-
11./(A+CM)*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/(X2S+(B-CN)/(A+CM))))-
11./A*ALOG(1.+A*X2S*(A*X2S+UB+B)/(UB+B)/(A*X2S+B))) -
11000.*RO*UT/A*(VG+(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B)))+1000.*RO/
1(A+CM)*(1./2*CM*(X2S**2-VG**2)-(A*CN+B*CM)/(A+CM)*(X2S-VG)+
1(B-CN)*(A*CN+B*CM)/(A+CM)**2*ALOG((X2S+(B-CN)/(A+CM))/
1(VG+(B-CN)/(A+CM))))
WRITE(6,100) E
10 FORMAT(/1X,'OPTIMAL YORUNGE SINGULER VE GECIS HIZININ USTUNDE'//)
20 FORMAT(1X,'TG(DAK)=' ,F10.4,5X,'GECIS HIZI=' ,F10.4,5X,
1X1 (TG) (KM)=' ,F10.4//)
100 FORMAT(/1X,'ENERJİ TÜKETİMİ (KGM/TON)=' ,F20.8//)
RETURN
END
C HIZ SINIRI UZERINDEKİ OPTIMAL YORUNGEYİ BELİRLİYEN VE
C OPTIMAL ENERJİ TÜKETİMİNİ HESAPLIYAN ALTİPROGRAM
IDENT OPTVM
BCD
SUBROUTINE OPTVM
EXTERNAL FTVM
DIMENSION XKOK(20)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
WRITE(6,10)
T1VM=1./A*ALOG(1.+A*VM/(UB+B))
TG=1./A*ALOG(UB/(UB+B))+0.0005
CALL KIRIS(TG,T1VM,0.0005,FTVM,A*XA,0.00001)
T1=XKOK(1)
TG=TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))
TGD=60.*TG
X1TG=-1./A*(A*XA+VG+(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B)))
WRITE(6,20) TGD,VG,X1TG
TA=T1+1./A*ALOG((A*VM+B)/((UB+B)*EXP(A*T1)-UB))
TB=TF/60.+1./A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-1./(A+CM)*ALOG((VG+(B-CN)/
1(A+CM))/(VM+(B-CN)/(A+CM)))
T1D=60.*T1
TAD=60.*TA
TBD=60.*TB
X2T1=(UB+B)/A*(EXP(A*T1)-1.)
X1T1=(UB+B)*(1.-EXP(A*T1))/(A**2)+(UB+B)/A*T1
X1A=1./A*((UB+B)*T1+B/A*ALOG((A*VM+B)/((UB+B)*EXP(A*T1)-UB))-VM)
X1B=(VM+(UB+B)/A)*T1+1./A*(VM+B/A)*ALOG((A*VM+B)/((UB+B)*
1EXP(A*T1)-UB))-VM*(TB+1./A)
WRITE(6,30) T1D,X2T1,X1T1,TAD,X1A,TBD,X1B
F=-1000.*RO*UT/A*(VG+(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B)))+1000.*RO/
1(A+CM)*(1./2*CM*(VM**2-VG**2)-(A*CN+B*CM)/(A+CM)*(VM-VG)+(B-CN)*
1(A*CN+B*CM)/(A+CM)**2*ALOG((VM+(B-CN)/(A+CM))/(VG+(B-CN)/
1(A+CM))))+1000.*RO*VM*(A*VM+B)*(TB-TA)
WRITE(6,100) E
10 FORMAT(/1X,'OPTIMAL YORUNGE X2=VM SINIRINDA'//)

```

```

20 FORMAT(1X,'TG(DAK)=' ,F10.4,5X,'GECIS HIZI=' ,F10.4,5X,
1X1 (TG) (KM)=' ,F10.4/)
30 FORMAT(1X,'T1(DAK)=' ,F10.4,5X,'X2(T1)=' ,F10.4,5X,'X1(T1) (KM)=' ,
1F10.4/1X,'1A(DAK)=' ,F10.4,5X,'X1(A) (KM)=' ,F10.4/1X,'1B(DAK)=' ,
1F10.4,5X,'X1(B) (KM)=' ,F10.4/)
100 FORMAT(1X,'ENERJ1 TUKETIMI(KGM/TUN)=' ,F20.8//)

```

```

RETURN

```

```

END

```

```

IDENT BLKREG

```

```

BCD

```

```

SUBROUTINE BLKREG(T,T2,T1)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
COMMON/BL1/X1T2/BL2/X2T2
X2T1=(UB+B)/A*(EXP(A*T)-1.)
X1T1=(UB+B)*(1.-EXP(A*T))/(A**2)+(UB+B)/A*T
X2T2=((UB+B)/A-UB/A/EXP(A*T1))*EXP(A*T2)-B/A
X1T2=-1./A*((UB+B)/A-UB/A/EXP(A*T1))*EXP(A*T2)+B/A*T2+1./A*(B/A+
1UB*T1)
T1D=60.*T1
T2D=60.*T2
WRITE(6,20) T1D,X2T1,X1T1,T2D,X2T2,X1T2
20 FORMAT(1X,'T1(DAK)=' ,F10.4,5X,'X2(T1)=' ,F10.4,5X,'X1(T1) (KM)=' ,
1F10.4/1X,'T2(DAK)=' ,F10.4,5X,'X2(T2)=' ,F10.4,5X,'X1(T2) (KM)=' ,
1F10.4/)
RETURN
END

```

```

IDENT BLKSIN

```

```

BCD

```

```

SUBROUTINE BLKSIN(X,T)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
COMMON/BS/X1T3
TS=1./A*ALOG(1.+A**X*(A**X+UB+B)/(UB+B)/(A**X+B))
T1=1./A*ALOG(1.+A**X**2/(UB+B)/(2*A**X+B))
X2T1=A**X**2/(2*A**X+B)
X1T3=-X*T+1./A*(-X+UB/A*ALOG(1.+A**X**2/(UB+B)/(2*A**X+B))+
1(X+B/A)*ALOG(1.+A**X*(A**X+UB+B)/(UB+B)/(A**X+B)))
X1TS=1./A*((UB+B)/A*ALOG((A**X+B)**2+UB*(2*A**X+B)/(UB+B))-B/A*
1ALOG(A**X+B)-UB/A*ALOG(2*A**X+B)-X)
X1T1=(UB+B)*(1.-EXP(A*T1))/(A**2)+(UB+B)/A*T1
TSD=60.*TS
T1D=60.*T1
TD=60.*T
WRITE(6,20) T1D,X2T1,X1T1,TSD,X,X1TS,TD,X1T3
20 FORMAT(1X,'T1(DAK)=' ,F10.4,5X,'X2(T1)=' ,F10.4,5X,'X1(T1) (KM)=' ,
1F10.4/1X,'TS(DAK)=' ,F10.4,5X,'X2S=' ,F10.4,5X,'X1(TS) (KM)=' ,
1F10.4/1X,'T3(DAK)=' ,F10.4,5X,'X1(T3) (KM)=' ,F10.4/)
RETURN
END

```

```

IDENT XM1

```

```

BCD

```

```

FUNCTION XM1(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
XM1=1./A**2*((UB+B)*ALOG(1.+A**X/(UB+B))+(UT-B)*
1ALOG(1.-A**X/(UT-B)))
RETURN
END

```

IDENT XM2

BCD

```

FUNCTION XM2(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
XM2=-1./A*(CM/(A+CM)*(X-VG)-(UB+B)/A*ALOG(1.+A*X/(UB+B))-
1*(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-A*(B-CN)/((A+CM)**2)*
1ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/(X+(B-CN)/(A+CM))))
PFTURN
END

```

IDENT XKR1

BCD

```

FUNCTION XKR1(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
XKR1=-1./A*(-B/A*ALOG(((A*X+B)**2+(2*A*X+B)*UB)/(UB+B)/
1(A*X+B)/(1.-A*X/(UT-B)))-UT/A*ALOG(1.-A*X/(UT-B))-
1UB/A*ALOG(1.+(A*X)**2/(UB+B)/(2*A*X+B)))
RETURN
END

```

IDENT XKR2

BCD

```

FUNCTION XKR2(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
XKR2=-1./A*(-B/A*ALOG(((A*X+B)**2+(2*A*X+B)*UB)/(UB+B)/
1(A*X+B)/(1.-A*VG/(UT-B)))-UT/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-UB/A*
1ALOG(1.+(A*X)**2/(UB+B)/(2*A*X+B))+A*(B-CN)/((A+CM)**2)*
1ALOG((X+(B-CN)/(A+CM))/(VG+(B-CN)/(A+CM)))+CM/(A+CM)*(X-VG))
RETURN
END

```

IDENT X251

BCD

```

FUNCTION X251(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
X251=-1./A*(A*X*TF/60.+(X-(UT-B)/A)*ALOG(1.-A*X/(UT-B))-UB/A*
1ALOG(1.+(A*X)**2/(UB+B)/(2*A*X+B))-(X+B/A)*
1ALOG(1.+A*X*(A*X+UB+B)/(UB+B)/(A*X+B)))
RETURN
END

```

IDENT X252

BCD

```

FUNCTION X252(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
X252=A*X*TF/60.+CM/(A+CM)*(X-VG)+(X-(UT-B)/A)*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))
1-UB/A*ALOG(1.+(A*X)**2/(UB+B)/(2*A*X+B))-(X+B/A)*ALOG(1.+A*X*
1(A*X+UB+B)/(UB+B)/(A*X+B))-A/(A+CM)*(X+(B-CN)/(A+CM))*
1ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/(X+(B-CN)/(A+CM)))
RETURN
END

```

IDENT FTVM

BCD

```

FUNCTION FTVM(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
FTVM=A*VM*TF/60.+CM/(A+CM)*(VM-VG)+(VM-(UT-B)/A)*ALOG(1.-A*VG/
1(UT-B))-A*(VM+(UB+B)/A)*X-(VM+B/A)*ALOG((A*VM+B)/((UB+B)*EXP(A*X)
1-UB))-A/(A+CM)*(VM+(B-CN)/(A+CM))*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/
1(VM+(B-CN)/(A+CM)))
RETURN
END

```

IDENT POL1

BCD

```

FUNCTION POL1(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
POL1=2.*A**3*(UB+UT)*X**3+A**2*(5.*B*UT+2.*UB*(UT+B))*X**2
+4.*A*B*UT*(UB+B)*X+B**2*U*(UB+B)
RETURN
END

```

IDENT POL2

BCD

```

FUNCTION POL2(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
POL2=2.*A**3*CM*X**4+A**2*(CM*(5.*B+2.*UB)-2.*A*(UB+CN))*X**3+
+1A*(4.*B*CM*(UB+B)-2.*A*UB*(B+CN)-5.*A*B*CN)*X**2+B*(UB+B)*(B*CM-
+14.*A*CN)*X-B**2*CN*(UB+B)
RETURN
END

```

IDENT FT5

BCD

```

FUNCTION FT5(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
FT5=-1./A*((UT-B)*X+UT/A*ALOG((A*VM+B)/UT/(1.+A*VM/(UB+B)))+
+1*(1.-B/UT)/EXP(A*X))-UB/A*ALOG(1.+A*VM/(UB+B)))
RETURN
END

```

IDENT FGM

BCD

```

FUNCTION FGM(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
FGM=CM/(A+CM)*(VM+B/A)*EXP(A*X)/(1.+A*VM/(UB+B))-(A*(A*CN+B*CM)/
+1(A+CM)+B*CM)/(A+CM)*X-A*(B-CN)/(A+CM)**2*ALOG((VG+(B-CN)/(A+CM))/
+1((VM+B/A)/(1.+A*VM/(UB+B)))-(A*CN+B*CM)/A/(A+CM)/EXP(A*X)))-UB/A*
+1ALOG(1.+A*VM/(UB+B))-(UT-B)/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-CM/(A+CM)*
+1VG-B*CM/A/(A+CM)
RETURN
END

```

IDENT TFM

BCD

```

FUNCTION TFM(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
TFM=1./A*(B*X-UB/A*ALOG(1.+B/UB*(1.-1./EXP(A*X))))
RETURN
END

```

IDENT TF1

BCD

```

FUNCTION TF1(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
TF1=-1./A*(-B*X-UT/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))+UB/A*
+1ALOG(1.+B/UB*(UT-B)*(A*VG+B)/UB/(A*VG+B-UT)/EXP(A*X)))
RETURN
END

```


IDENT TF2

BCD

```

FUNCTION TF2(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
TF2=-1./A*(-B*X-UT/A*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))+UB/A*ALOG(1.+B/UB+
1(UT-B)*(A*VM+B)/UB/(A*VG+B-UT))*((VG+(B-CN)/(A+CM))/(VM+(B-CN)/
1(A+CM)))*((A/(A+CM))/EXP(A*X)))+(A*CN+B*CM)/(A+CM)**2*ALOG((VG+
1(B-CN)/(A+CM))/(VM+(B-CN)/(A+CM)))+CM/(A+CM)*(VM-VG))
RETURN
END

```

IDENT T21

BCD

```

FUNCTION T21(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
T21=-1./A*((UT-B)*TF/60.-UT*X+UB/A*ALOG(1.+B/UB+(UT-B)/UB/
1EXP(A*TF/60.))-UT/UB/EXP(A*X))
RETURN
END

```

IDENT T22

BCD

```

FUNCTION T22(X)
COMMON A,B,CM,CN,UT,UB,VG,VM,XA,TF,XKOK,RO,NKOK
COMMON/BC/C1
C1=((A+CM)*VG+B-CN)/(1.-A*VG/(UT-B))*((1.+CM/A)/EXP((A+CM)*TF/60.))
T22=-A*(B-CN)/(A+CM)*TF/60.-CM*(B-CN)/(A+CM)**2-CM*VG/(A+CM)-
11./A*(UT-(A*CN+B*CM)/(A+CM))*ALOG(1.-A*VG/(UT-B))-(A*CN+B*CM)/
1(A+CM)*X+UB/A*ALOG(1.+B/UB-A*C1/UB/(A+CM)*EXP(CM*X))-(A*CN+B*CM)/
1UB/(A+CM)/EXP(A*X))+CM*C1/(A+CM)**2*EXP((A+CM)*X)
RETURN
END

```

KAYNAKLAR

- |1| GOSS, W.P.; Mc GOWAN, J.G. : Transportation and energy-A future confrontation. Transportation, Vol.1, No.3, 1972.
- |2| Long-range planning and the energy crisis. Railway Gazette International, December 1973.
- |3| BAUMGARTNER, J.P.: La consommation d'énergie de transports ferroviaires, routiers et aériens. Rail International, Avril 1976.
- |4| SCOTT, M. : Energy consumption on electric railways. Modern Railways, December 1973.
- |5| Diesel rail traction-In comparsion with steam traction and electric traction. Report of the "Arbeitsgemeinschaft Dieselschienenverkehr", May 1954.
- |6| BERKMEN, E. : Demiryollar, Etüd Bahsi, 1965.
- |7| EVREN, G. ; GERÇEK, H. : Bir demiryolu tasarımında boykesit düzeninin ekonomik değeriendirilmesi. T.B.T.A.K. V. Bilim Kongresi, 1975,İstanbul.
- |8| BERKMEN, E. : Demiryollar, Çekim, 1971.

- | 9 | GLUCK, H. : Energy consumption at high speeds.
Railway Gazette International,
December 1973.
- | 10 | CANTLIE, K. : Improving power of steam
locomotives. Rail Engineering
International, February 1973.
- | 11 | WOSCHNI, R. : Le système de traction le plus
économique. Bulletin de
l'Association International du
Congrès des Chemins de Fer, Vol.34,
No.7, 1957.
- | 12 | MUNRO, A.M. : Optimum economic performance for a
railway system. Railway Engineering
Journal, Vol.4, No.3, 1975.
- | 13 | EVREN, G. : Yolcu trenlerinde hız ve yolcu
kapasitesi probleminin incelenmesi,
Doçentlik Tezi, İ.T.Ü. 1973.
- | 14 | BJERKEHAGEN, O. ; KOILLBERG, B. : Energy economics
through solid-state power conversion.
Railway Gazette International,
December 1973.
- | 15 | BINNEWLES, H. : Détermination des coûts de
traction et influence de ces coûts
et des questions d'énergie sur la
traction de trains. Rail
International, No.6, 1975.
- | 16 | WARE, D.K.; RUTTY, F.G. : London Transport railway
economics. Railway Engineering
Journal, Vol.4, No.3, 1975.
- | 17 | BERNARD, M. : L'énergie de traction électrique.
Revue Générale des Chemins de Fer,
Décembre 1970.

- |18| NOUVION, F.F. : Electric or diesel traction-
the right basis for comparison.
Railway Gazette International,
October 1971.
- |19| Economics of railway location and operation-Part 3:
Power Report on Assignment B.
American Railway Engineering
Association-Bulletin, Vol.71,
No. 624, 1969.
- |20| MATERNINI, M. : Vitesse, coûts et consommation
d'énergie dans les transports
sur rail. Rail International,
No.9, 1976.
- |21| LYALL, A.M.; COLLING, N.W. : Design considerations
for rapid transit. Railway
Engineering Journal, Vol.4,
No.4, 1975.
- |22| KORANYI, L. D. : Energy requirements of high-
speed trains. The Railway
Gazette, No.13, 1966.
- |23| REMMELE, G. : La puissance d'entraînement des
engins moteurs électriques des
services locaux en fonction de
la vitesse, de l'accélération
et de l'espacement des arrêts.
Bulletin de l'Association
International Congrès de
Chemins de Fer, Vol.13, No.6,
1962.
- |24| BERNARD, M. ; AUTRUFFE, H. : Conduit automatique
et rationnelle des trains
électriques de banlieue.
Bulletin de l'Association
International du Congrès de
Chemins de Fer, Vol.4, No.11,
1967.

- |25| MAJO, D.F. : Méthode de détermination d'un graphique de circulation optimisant la dépense d'énergie. SNCF Direction Générale Service de la Recherche, RD 522.70.
- |26| INADA, N. : An approach to optimization problem in train operation. Proc. of IFAC Tokyo Symposium, 1965.
- |27| BELLMAN, R.E. ; DREYFUS, S.E. : Applied Dynamic Programming. Princeton University Press, 1962.
- |28| PONTRYAGIN, L.S. : The Mathematical Theory of Optimal Process. Interscience Publishers, John Wiley and Sons, Inc., Newyork 1963.
- |29| COALES, J.F. : Comments of the preceding two papers. Proc. of IFAC Tokyo Symposium, 1965.
- |30| SCHMIDT, V.G. ; PERAZA, T.M. : Energieoptimale Fahrprogramme für Schienenfahrzeuge Eine Behandlung des Problems mit Hilfe der modernen Optimierungstheorie. Glasers Annalen-ZEV, Heft 9, September 1969.
- |31| ICHIKAWA, K. : Application of optimization theory for bounded state variable problems to the operation of train. Bulletin of JSME, Vol.11, No.47, 1968.
- |32| HORN, P. : Beitrag zur Lösung Syntheseproblems der energieoptimalen Steuerung einer Zugfahrt. Hochschule für Verkehrswesen "Friedrich List", Dissertation, 1974.

- |33| HORN, P. : Über die Anwendung des Maximum-
Prinzips von Pontryagin zur
Ermittlung von Algorithmen für eine
energieoptimale Zugsteuerung.
Wissenschaftliche Zeitschrift der
Hochschule für Verkehrswesen
"Friedrich List", H.4, 18(1971).

- |34| STROBEL, H. ; HORN, P. ; KOSEMUND, M. :
A contribution to optimum computer-
aided control of train operation.
AFCET (ed.), Traffic Control and
Transportation Systems, North-
Holland Publishing Company, 1974.

- |35| KIRK, D. E. : Optimal Control Theory, An
Introduction. Prentice-Hill Inc.,
Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.

- |36| INTYRE, J.M. ; PAIEWONSKY, B. : On optimal control
with bounded state variables.
Advances in Control Systems,
Theory and Application. Vol.5,
Academic Press, 1967.

- |37| ICHIKAWA, K. ; TAMURA, K. : Optimization problem
with bounded state variables.
Research Reports of Automatic
Control Laboratory, Nagoya University,
Tokyo, Vol.15, April 1968.

- |38| JOHNSON, C.D.: Singular solutions in problems of
optimal control. Advances in
Control Systems, Theory and
Applications. Vol.2, Academic Press,
1965.

- |39| BERKOVITZ, L.D.: Variational methods in problems
of control and programming.
Journal of Mathematical Analysis
and Application 3(1), 1961.

- [40] BRETTMANN, E. : Auswertung von Triebfahrzeug-
Verbrauchsdiagrammen durch
elektronische Grossrechenanlagen.
ETR, Heft 6, Juni 1962.
- [41] INADA, N. ; KOGA, S. ; TSUBOI, S. : A study on
electric power consumption related
to the operating conditions of
train. Quarterly Reports of RTRI,
Vol.12, No.3, 1971.
- [42] GIOVANARDI, G. : Puissances nécessaires.Rames
automotrices ou trains remorqués.
Charges remorquables par locomotives.
Bulletin Mensuel de l'Association
International du Congrès de
Chemins de Fer, Vol.45, No.6,1968.



ÖZGEÇMİŞİ

Halûk GERÇEK, 1948 yılında İstanbul'da doğdu. Saraçhanebaşı İlkokulunu ve Pertevniyal Lisesini bitirdi. 1965 yılında girdiği İ.T.Ü.İnşaat Fakültesinden 1970 yılında mezun oldu. Askerlik görevinden sonra, 1973 yılında çalışmaya başladığı Demiryollar ve Toprak İşleri Kürsüsünde asistanlık görevini sürdürmektedir.

T. C.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi