

**AKARSU ASKI MADDESİ DEBİLERİNİN
ZAMAN SERİLERİYLE MODELLENMESİ
VE HAZNE ÖLÜ HACİM TAHMİNİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Tanju AKAR
501920013012**

100773

100773

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Şubat 2000
Tezin Savunulduğu Tarih : 20 Ekim 2000**

**Tez Danışmanı :
Diğer Jüri Üyeleri**

Prof.Dr. Atıl BULU

Prof.Dr. Yalçın YÜKSEL (Y.T.Ü.)

Doç.Dr. Osman BÖREKÇİ (B.Ü.)

Prof.Dr. E.Beyhan OĞUZ

Doç.Dr. Bihrat ÖNÖZ

EKİM 2000

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın gerçekleşmesinde, her aşamada yakın ilgi ve desteğini gördüğüm tez danışmanım, değerli hocam Prof.Dr. Atıl BULU' ya teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmam boyunca bana sürekli desteğini ve yardımını esirgemeyen Dr. Hafzullah AKSOY' a teşekkür ederim.

Teorik ve analitik çalışmalarındaki desteğinden dolayı Prof.Dr. Zekai ŞEN'e teşekkür ederim.

Uzun süren öğretim hayatım boyunca bana sürekli olarak destek olan annem ve ablam ile birlikte kardeşim kadar yakın gördüğüm Cem KULAKSIZOĞLU'na da teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, aramızdan madden ayrılmış olan, ancak birlikte olduğumuz dönemlerde beni sürekli olarak motive eden ve destek olan değerli bilim adamı dostum ve kardeşim Dr. Tarkan MUTLU' ya Tanrı 'dan rahmet, ailesine sabır dilerim.

Yapmış olduğumuz çalışmaların, insanlığa, kardeşliğe ve bilime faydalı olmasını yürekten dilerim.

Ekim 2000

Tanju AKAR

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
SEMBOL LİSTESİ	viii
ÖZET	xi
SUMMARY	xiv
1. GİRİŞ	1
1.1 İncelenen Konu	1
1.2 Yapılan Çalışmalar	5
2. ZAMAN SERİLERİNİN MODELLENMESİ	10
2.1 Genel	10
2.2 Olasılık Dağılımları	11
2.3 Parametre Tahmin Yöntemleri	13
2.3.1 Momentler Yöntemi	14
2.3.2 Maksimum Olabilirlik Yöntemi	16
2.3.3 L-Momentleri Yöntemi	17
2.4 Olasılık Dağılım Testleri	19
2.4.1 Ki-Kare (χ^2) Testi	19
2.4.2 Kolmogorov-Smirnov (K-S) Testi	20
2.4.3 Olasılık Çizgisi Korelasyon (PPCC) Testi	20
2.5 Zaman Serisi Modelleri	21
2.6 Eğilim (Trend) Bileşeni	27
2.7 Periyodik Bileşen	30
2.8 Stokastik Bileşen	36
2.8.1 Stokastik Modeller	38
2.8.2 Otoregresif Modeller	39
2.8.3 Hareketli Ortalama Modelleri	41
2.8.4 Otoregresif-Hareketli Ortalama Modelleri	42
2.8.5 Model Seçimi	45

2.8.6	Modelin Kontrolü	46
2.8.7	Sentetik Seri türetilmesi	49
3.	HAZNELERDE BİRİKEN YILLIK ASKI MALZEMESİNİN İSTATİSTİK ANALİZİ	50
3.1	Genel	50
3.2	AR(p) Süreci İçin Analitik İnceleme	53
3.2.1	AR(1) Modeli İçin Analitik Türetmeler	53
3.2.2	AR(2) Modeli İçin Analitik Türetmeler	55
3.3	MA(q) Süreci İçin Analitik İnceleme	57
3.3.1	MA(1) Modeli İçin Analitik Türetmeler	57
3.3.2	MA(2) Modeli İçin Analitik Türetmeler	60
4.	ASKIDAKİ KATI MADDE DEBİSİNİN STOKASTİK MODELLENMESİ	63
4.1	Yıllık Askı Debisi Modelleri	63
4.2	Aylık Askı Debisi Modelleri	71
5.	HAZNEDE BİRİKEN YILLIK ASKI MALZEMESİNİN İSTATİSTİK ANALİZİNE AİT UYGULAMALAR	83
5.1	Genel	83
5.2	MA(1) Modeli Uygulaması	83
5.3	MA(2) Modeli Uygulaması	85
5.4	Ölçülmüş Değerlerle Uygulamalar	87
6.	SONUÇLAR	92
	KAYNAKLAR	94
	EKLER	96
	ÖZGEÇMİŞ	102

TABLO LİSTESİ

Tablo 4.1	Juniata Nehri Gözlenmiş Askı Debisi Serisi İstatistikleri	64
Tablo 4.2	Askı Debisi Orijinal Süreç ve $y_t = \ln(x_t)$ Süreci PPCC Testi	65
Tablo 4.3	Otokorelasyon ve Kısmi otokorelasyon Değerleri	66
Tablo 4.4	Juniata Nehri yıllık Askı Debisi Modelleri İçin Portmanteau Test Değerleri	70
Tablo 4.5	Juniata Nehri Aylık Askı Debisi İstatistikleri	72
Tablo 4.6	Fourier Katsayıları ve Açıkladıkları Varyanslar	73
Tablo 4.7	Otokorelasyon ve Kısmi otokorelasyon Değerleri	76
Tablo 4.8	Juniata Nehri Aylık Askı Debisi Modelleri İçin Portmanteau Testi	80
Tablo 5.1	MA(1) Modeli için S_N İstatistikleri	84
Tablo 5.2	Lognormal Değişkenin MA(1) Modeli için S_N İstatistikleri	85
Tablo 5.3	Normal Değişkenin MA(2) Modeli için S_N İstatistik	86
Tablo 5.4	Lognormal Değişkenin MA(2) Modeli için S_N İstatistik	86
Tablo 5.5	Çeşitli Büyüklükteki Birikme Sürelerindeki Türetilmiş ve Analitik İfadelerden Elde Edilen Ortalama ve Varyanslar	91
Tablo 5.6	Çeşitli Büyüklükteki Birikme Sürelerine Göre Küçük Kalma Olasılıklarına Karşı Gelen Hazne Hacimleri ($*10^6 \text{ m}^3$).	91
Tablo A.1	Normal Dağılım Tablosu	96
Tablo B.1	Gamma (Pearson Tip III) Dağılımı Tablosu	97
Tablo C.1	χ^2 Dağılım Tablosu	98
Tablo D.1	Kolmogorov-Smirnov Testi Δ İstatistiği Tablosu	99
Tablo E.1	PPCC Testi Normal Dağılım İçin r_{kritik} Değerleri	100

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1	Baraj Haznesinin Kısımları	2
Şekil 1.2	Akarsudaki Toplam Katı Maddenin Sınıflandırılması	3
Şekil 1.3	Aşınma malzemesi İle taban malzemesi Sınırının grafiği	3
Şekil 2.1	Normal Dağılım Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	12
Şekil 2.2	LogNormal Dağılım Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	12
Şekil 2.3	2 Parametrelili Gamma Dağılımı Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	13
Şekil 2.4	Zaman Serilerinin Modellenmesi Süreci Akış diyagramı.	22
Şekil 2.5	Deterministik- Stokastik Süreç Akış diyagramı	23
Şekil 2.6	Stasyonellik ve Ergodiklik Tanımında Kullanılan Büyüklükler	24
Şekil 2.7	Ortalamasında Sıçrama olan Bir Süreç	28
Şekil 2.8	Ortalaması Artan Bir Süreç (Eğilim)	29
Şekil 2.9	Periyodik Bileşen ve Alt Harmonikler	32
Şekil 2.10	Kümülatif Periyodogram	35
Şekil 2.11	Korelogram	37
Şekil 4.1	Juniata Nehri Yıllık Askı Debisi Değişimi ($Q_s - t$).	64
Şekil 4.2	Log-Normal Dönüştürülmüş ve Ortalaması Standart Hale Getirilmiş Seri ($z_t = y_t - \bar{y}$).	66
Şekil 4.3.a	Juniata Nehri Yıllık Askı Debisi Korelogramı	67
Şekil 4.3.b	Juniata Nehri Yıllık Askı Debisi Kısmi-Korelogramı	67
Şekil 4.4	Juniata Nehri $Q_s - t$ Değişimi ($y_t = \text{Ln}(x_t)$ dönüşümü uygulanmış seri)	72

Şekil 4.5	Ortalama ve Standart Sapma İçin Kümülatif Periyodogram	74
Şekil 4.6	Sürecin Ortalamasındaki Periyodikğin 1 Harmonikle İfadesi ve Orijinal Serinin Aylık Ortalamaları	74
Şekil 4.7	Sürecin St.Sapmasındaki Periyodikğin 1 Harmonikle İfadesi ve Orijinal Serinin Aylık St.Sapmaları	75
Şekil 4.8.a	Juniata Nehri Aylık Askı Debisi Korelogramı	76
Şekil 4.8.b	Juniata Nehri Aylık Askı Debisi Korelogramı	77
Şekil 4.9.a	Ortalama İçin Türetilmiş ve Gözlenmiş Değerler	81
Şekil 4.9.b	St.Sapma İçin Türetilmiş ve Gözlenmiş Değerler	81
Şekil 5.1	Türetilmiş S_N serisinin eklenik frekans dağılımı	84
Şekil 5.2	N=25 yıl için birikenaskı malzemesinin Eklenik Frekans Dağılımı	85
Şekil 5.3	N=50 yıl için birikenaskı malzemesinin Eklenik Frekans Dağılımı	85
Şekil 5.4	N=75 yıl için birikenaskı malzemesinin Eklenik Frekans Dağılımı	86
Şekil 5.5	N=100 yıl için birikenaskı malzemesinin Eklenik Frekans Dağılımı	86
Şekil F.1	MA(2) Modelindeki ρ_1 ve ρ_2 , θ_1 ve θ_2 Parametrelerinin Değişimi	101

SEMBOL LİSTESİ

A_i	: Fourier katsayısı
AIC	: Akaike bilgi kriteri
B_i	: Fourier katsayısı
a_τ	: Sürecin herhangi bir parametresinin istatistiği
C_i	: Fourier serisindeki harmoniklerin genliği
C_k	: k. mertebe otokovaryans istatistiği
d	: Ortalamadaki sabit sıçrama
$E()$	: Beklenen değer
F_i	: Rastgele değişkenin küçük kalması olasılığı
$F^*(x_i)$	: K-S testinde düzenlenmiş örneğin küçük kalması olasılığı
k	: Otokorelasyon katsayısı için adım
L	: Portmanteau testinde adım sayısı
l	: L-momenti
N	: Toplam gözlem süresi
n	: Yıl sayısı
P_m	: Kümülatif periyodogramın ordinat değeri
P_t	: Periyodik bileşen
p	: Otoregresif modelin mertebesi
q	: Hareketli ortalama modelinin mertebesi
r_k	: k' ıncı mertebeden otokorelasyon katsayısı
s	: Standart sapma

S_N	: N yılda haznede birikecek askı malzemesi hacmi
s_τ	: τ ' uncu periyodik standart sapma
T_t	: Sürecin eğilim bileşeni
u_i	: 0-1 aralığında üniform dağılmış rastgele sayı
x_0	: 3 parametrelili dağılımların alt sınırı
x_g	: Geometrik ortalama
x_t	: Gözlenmiş serinin rastgele değişkeni
$x_{v,\tau}$	: x_t değişkeninin periyodik hali
y_t	: Logaritmik dönüştürülmüş rastgele değişken
$y_{v,\tau}$	: y_t değişkeninin periyodik hali
z_i	: Standart normal değişken
z_t	: Standart hale getirilmiş sürecin değişkeni
$z_{v,\tau}$	: z_t değişkeninin periyodik hali
α_τ	: Sürecin herhangi bir periyodik parametresi
α	: Gamma dağılımının biçim parametresi
β	: Gamma dağılımının şekil parametresi
$\Gamma()$	: Gamma fonksiyonu
χ^2	: Rastgele değişkene ait bir dağılım türü
Δt	: Zaman aralığı
ε_t	: Modellerdeki bağımsız rastgele değişken, kalıntı terimi
ϕ	: Otoregresif modelin regresyon katsayısı
$\phi_{k,k}$	: k. mertebe kısmi otokorelasyon katsayısı

γ_k	: k. mertebe otokovaryans parametresi
φ	: Di-gamma fonksiyonu
λ	: Box-Cox dönüşümü sabiti
μ	: Sürecin Ortalama parametresi
θ	: Hareketli ortalama modelinin regresyon katsayısı
ρ_k	: k. mertebe otokorelasyon katsayısı parametresi
σ	: Sürecin Standart sapma parametresi
ξ_i	: $N(0,1)$ dağılmış rastgele sayı
ξ_t	: Sürecin stokastik bileşeni



AKARSU ASKI MADDESİ DEBİLERİNİN ZAMAN SERİLERİYLE MODELLENMESİ VE HAZNE ÖLÜ HACİM TAHMİNİ

ÖZET

Toplumlar genellikle yerleşim alanlarını su kaynaklarına yakın olan veya bunları etkin bir şekilde kullanabilecekleri şekilde seçerler. Zaman içinde insanlar kullandıkları su miktarının ihtiyaçlarıyla orantılı olarak artması karşısında belirli bir miktar suyun sürekli olarak sağlanması için bazı tedbirler geliştirmişlerdir. Bunların en başında kurak dönemlerdeki susuzluğun giderilmesi için suyun bol olduğu zamanlarda ihtiyaçtan fazlasının depolanmasıdır. Bu nedenle barajları inşa etmişlerdir. Ancak barajlar suyu tutarken diğer yandan akarsudan su ile birlikte gelen katı maddeyi de tuttuğu görülmüştür. Tutulan katı madde miktarı zamanla artarak barajın ömrünü azaltmaktadır. Katı maddenin taşınmasına karşı yapılabilecek birşey olmadığından onun etkisini en aza indirebilmek için barajlarda depolanacak su miktarının yanında birikecek katı maddenin miktarının da hesaplanması mecburiyeti ortaya çıkmıştır. Bu nedenle taşınan katı maddenin doğru tahmin edilmesinin önemi büyüktür. Katı madde debisinin hesaplanması için bir çok araştırmacı iki fazlı (katı ve sıvı) akımın mekaniği üzerinde çalışmıştır. Bu konuda oldukça önemli sonuçlar alınmıştır. Ancak bunlar fiziksel olayın açıklanması işlevini yerine getirmesine rağmen olayın farklı akarsular için genel formüller bulunması boyutunda çok etkin olmamaktadırlar. Araştırmacıların kendi deney koşullarında çok başarılı olarak elde ettikleri sonuçlar başka koşullar altında uygulama yapıldığında başarısız olabilmektedir. Dolayısıyla tahmin için daha farklı yöntemlerin de aranması gerektiği açıkça görülmektedir. Buradan hareketle, istatistik verinin kullanılmasıyla barajların aktif hacimlerinin tahmini gibi katı maddenin de tahmin edilebilmesi mümkün olmalıdır. Bunun nedeni ise katı maddeyi suyun taşınması ve akan su miktarıyla da arasında direkt bir ilişki olmasıdır.

Bir akarsudaki taşınan katı madde miktarı zaman içinde periyodik ve uzun süreli olarak ölçülüyorsa biriken bu veriyi istatistik analiz için kullanmak mümkündür. Zaman içinde bir değişkenin aldığı değerlerin yardımıyla o değişkene ait istatistik özellikler belirlenebiliyorsa bunun bir modelle de ifade edilmesi oldukça yararlıdır. Bu yarar ileride oluşabilecek durumların önceden tahmini veya çeşitli nedenlerle eksik kalan ölçümlerin tamamlanması anlamındadır. Buradan hareketle zaman serilerinin modellenmesi kavramı ortaya çıkmıştır. Bu kavramın özü elde bulunan veriyle aynı toplumdan gelen çeşitli örneklerin kurulan modelle türetilmesidir.

Zaman serisi modellerinden en çok kullanılanları Otoregresif, Hareketli Ortalama ve bu ikisinin birlikte kullanıldığı Otoregresif- Hareketli Ortalama modellerdir. Bunlar için düzenli olarak ölçülmüş günlük, aylık ve yıllık bazda veri gerekmektedir.

Bölüm 2’de bu model tipleri için yeterli düzeyde kuramsal bilgi verilmiştir. Akarsuda zamanla değişen askı maddesi debisinin stokastik modelinin kurulması işleminden sonra bu modele bağlı olarak baraj haznelerindeki askı malzemesi birikiminin incelenmesi amaçlanmıştır.

Askı maddesi debisinin modellenmesinde rastgele değişken askı debisi iken haznedeki birikme analizi yapılırken rastgele değişken bu askı debilerinin N yıldaki toplamı olmaktadır. N burada barajın ekonomik ömrünü ifade etmektedir. Akarsu, havza, iklim vb. özelliklere bağlı olarak askı maddesi debisine uyan model değişebileceğinden bu değişik model türleri için Bölüm 3’de askı debisinin olasılık dağılımının normal ve lognormal olması durumları için birikecek hacmin ortalaması ve varyansı için analitik ifadeler elde edilmiştir.

Askı debisinin zaman serileriyle modellenmesi için uygulama da yapılmıştır. Uygulamada , Amerika Birleşik Devletleri’ nde bulunan Juniata nehrinin üzerinde bulunan Newport istasyonunda ölçülmüş askı maddesi debileri kullanılmıştır. Askı maddesi debisi 1951- 1988 yılları arasında günlük olarak ölçülmüştür. Ancak bu çalışmada yıllık ve aylık değerlere dönüştürülerek kullanılmıştır.

Yıllık askı debisini modellemek için önce serinin istatistik özellikleri belirlenmiştir. Seri normal dağılıma uymadığından $y_t = \ln(x_t)$ dönüşümü uygulanmıştır. Ardından Olasılık Çizgisi Korelasyon Katsayısı Testi (Probability Plot Correlation Coefficient-PPCC testi) ile sınanmış ve dönüşüm uygun bulunmuştur. Veride herhangi bir sıçrama ve eğilim gibi bileşen olmadığından direkt olarak model kurma aşamasına geçilmiştir. Yıllık değerler için AR(1), MA(1) ve ARMA(1,1) modelleri kurulmuştur. Ancak süreci en az sayıda parametre ile etkin bir şekilde temsil eden modelin belirlenmesi için Akaike Bilgi Kriteri uygulanmış (AIC) ve buna göre MA(1) modeli seçilmiştir. Seçilen modelin kontrolü için sürecin bağımsız rastgele bileşeninin bağımsızlığının derecesinin belirlendiği Portmanteau Testi uygulanmıştır. MA(1) modeli bu testi de geçmiştir. Ardından bağımsız değişkenin dağılımının sürecin dağılımına uygunluğu için yine PPCC testi yapılmıştır. Bu testi de geçen MA(1) modelinin süreci temsil ettiği kabul edilmiş ve 100 adet sentetik seri türetilmiştir. Türetilen bu seriler ters dönüşümlerle orijinal serinin karakterine getirilip karşılaştırılmış ve ortalama ve standart sapmasının türetme sırasında korunduğu belirlenmiştir. Yıllık askı debisinin modelleme uygulaması Bölüm 4’ te ayrıntılı olarak verilmiştir.

Aylık askı maddesi debisinin periyodik bir bileşeni olduğu bilinmektedir. Periyodik bileşenin belirlenmesi için Fourier analizi yapılmıştır. Analizde sürecin periyodikliğinin bir harmonikle temsil edilmesinin yeterli olduğu kümülatif periyodograma bakılarak belirlenmiştir. Bir harmonikli periyodik bileşen seriden ayrılmadan çarpıklığı çok fazla olan seriye Logaritmik dönüşüm de uygulanmıştır. Bu dönüşümlerden sonra veri stasyoner (istatistik parametreleri zamandan bağımsız) hale gelmiş ve modeller kurulmuştur. 1. ve 2. mertebe bütün modeller denenmiştir. Ancak AIC testinde en başarılı değeri alan MA(2) modelinin aylık askı maddesi debisini temsil etmesinin uygun olacağına karar verilmiştir. MA(2) modelinin kalıntıları bağımsızlık testini ve ardından PPCC testini de geçmiştir. Yine 100 adet sentetik seri türetilmiş ve ters dönüşümlerle orijinal serinin durumuna getirilmiştir. Sentetik olarak türetilen serilerin ortalamasının oldukça iyi sonuç vermesine rağmen

standart sapmasının özellikle 6. aydaki aşırı sapmasının nedeni olarak askı maddesi debisinin grafiğine bakıldığında 1972 yılında sürecin genel seyrinden çok farklı değerler alması gösterilebilir. Aylık değerlerin modelleri ayrıntılı olarak Bölüm 4' de verilmiştir.

Baraj haznelerinin ölü hacimlerinin hesabında yıllık değerlerle çalışılması daha uygun olacağından Bölüm 5'de birikme analizinde de yıllık değerler kullanılmıştır. Bölüm 4'deki askı maddesi debisinin yıllık olarak MA(1) modeline uyduğu belirlenmişti. İlk olarak MA(1) ve MA(2) süreçleri için normal ve lognormal dağılıma uyan sentetik olarak seriler türetilmiş ve bunların toplamlarından meydana gelen S_N değerlerinin ortalamaları ve varyansları hesaplanmıştır. Ardından bu değerler analitik olarak elde edilmiş olan ifadelerin sonuçlarıyla karşılaştırılmış ve oldukça yakın sonuçlar bulunmuştur. Eldeki gözlenmiş serinin istatistikleri de bu seriye uydurulan MA(1) modelinden türetilen ve analitik ifadelerden hesaplanan değerlerle karşılaştırılmıştır. Gözlenmiş değerlerle, türetilen ve analitik ifadelerin sonuçları oldukça yakın çıkmıştır. Türetilen serilerin eklenik dağılımları çizilmiştir. Çizilen bu dağılımlar kullanılarak 25, 50, 75 ve 100 yıllık birikme hacmi için belirli bir riske karşı gelen hazne hacimlerini belirlemek mümkün olmaktadır.



TIME SERIES MODELING OF SUSPENDED SEDIMENT DISCHARGES AND DEAD VOLUME ESTIMATION

SUMMARY

The sediment process significantly affects the economic effectiveness of a retention structure. Sediment accumulated in a reservoir reduces the operational capacity and decreases the benefits from the reservoir, and for the extreme cases shorten the useful life of the reservoir. Therefore design of a reservoir for water storage requires decision of the sediment load predicted to be accumulated in the reservoir by the upstream watershed. The dead storage volume of a reservoir should be greater than the volume of the sediment to be accumulated. The main purpose of this storage is to accommodate the sediment that accumulates during the lifetime of the reservoir. In order to reserve an appropriate volume for the dead storage, the sediment volume to be accumulated in the reservoir should be accurately forecasted. An underestimate leads to underdesign of the dead storage, which may shorten the life of the reservoir or may lead to costs at a future stage for the sediment removal. On the contrary, an overestimation leads to unnecessary construction costs. There are too many scientists that have carried out their researches to calculate the total sediment load. Most of the scientists had good results for their own researches but the each method has different conditions not to apply another case. Therefore the methods depending on the mechanics of the sediment and the water flow in the river can not be used effectively to predict the dead storage volume of the dams.

Stochastic modeling techniques have been successfully applied till now to the hydrologic variables for generating and forecasting purposes. These modeling techniques were generally developed for river discharges. If the sediment discharge of a river is measured periodically as river discharges, time series modeling techniques can also be applied to the historical values for generating and forecasting purposes. After a model is constructed among the sediment discharge values, the total amount of sediment that may deposit in a water storage structure during the project life can be predicted. One can more precisely estimate the dead volume of the storage by the help of the estimated total sediment volume that can accumulate.

The most used time series models are the autoregressive, moving average and autoregressive-moving average that is the combination of the two former models. In order to apply these models, data measured in the daily, monthly or yearly time intervals are required.

In Section 2, the frequently used model types have been given in the theoretical basis. After this modelling procedure, there is an other problem left which is the

accumulating the suspended sediment material in the reservoir and its statistical properties. Random variable taken was suspended sediment discharge in the Section 2, but in the accumulation problem the random variable is the sum of the annual suspended sediment discharges. Therefore in Section 3, the statistical parameters have been derived for the accumulation in the reservoirs. The parameters are the expected value and the variances of the suspended sediment volume. In the case of normal and lognormal probability density function that accumulation of suspended sediment volume S_N fits, the equations of the mean and variance of S_N have been derived.

An application was performed using daily-suspended sediment data from Juniata River at Newport, USA. The record period covers the period of 1951-1988. The suspended sediment data were given in daily time interval from which monthly and annual data were extracted.

The statistics such as the mean, standard deviation and lag-one and higher lag correlation coefficients were first calculated from the observed data, to model the annual sediment data. It was found that the annual sediment data does not fit to the normal distribution. Therefore, the logarithmic transformation $y = \ln(x)$ which is tested with the Probability Plot Correlation Coefficient (PPCC) Test, was performed. It was also found out that the data didn't contain a periodical or trend component. The first order autoregressive, AR(1), the first order moving average, MA(1), and ARMA(1,1) were used to find the most appropriate model. Of these the model with the least number of parameters was found by the Akaike Information Criterion (AIC), resulting in the MA(1) model for the annual data. The Portmanteau Test was used to test the dependency of the residuals of the model. The MA(1) model passed this test successfully, too. The PPCC test was used to test whether the generated data have or not the same distribution with the observed data. At the end of this test it is found that the generated data had the same distribution with the observed ones. Later 100 synthetic series of annual suspended sediment data were generated using the MA(1) model. At the end of the application of the model the mean and standard deviation of the generated series were found very similar to the ones of the observed data.

It is known that the monthly hydrometeorological data have a periodical component for which the Fourier analysis was used to determine the periodicity. It is decided, from the cumulative periodogram, to use only one harmonic. Before removing of the periodicity, in order to obtain a stationary time series, the highly skewed monthly data were logarithmically transformed. The first and second order models were tried. At the end of several tests, including the AIC, it was decided to use the MA(2) for the monthly data from which the periodic component were extracted and logarithmically transformed. The residuals passed the dependency and the PPCC tests. After that 100 synthetic series were generated and inverse transformations were done. The monthly means of the generated series were found very similar to the observed monthly means whereas the standard deviations of the generated monthly data were not found in agreement with the observed one due to outliers measured in 1972 for the observed series.

For the accumulation of suspended sediment material in the reservoirs, using the annual values is more convenient than monthly values. In Section 5, the annual values were used the statistical analysis of the accumulation. Annual suspended sediment discharge were successively fitted to MA(1) model in the Section 4. For the first and second order moving average models, the generation of S_N was made for the normal and lognormal case. From the comparison of generated and analytically calculated values shows that there is a good fit. The MA(1) model which is constructed from the observed values were used to generate the synthetic series to calculate the S_N values and also cumulative frequency distribution were plotted. At the end of generation the statistical parameters of generated and calculation of analytical equations were in good approximation for the parameters and sample size of observed values. The same generations were made for the sample sizes 25, 50, 75 and 100 years. Using the cumulative frequency distributions of the generated values, the risks for the accumulation volume of reservoirs can be easily obtained.



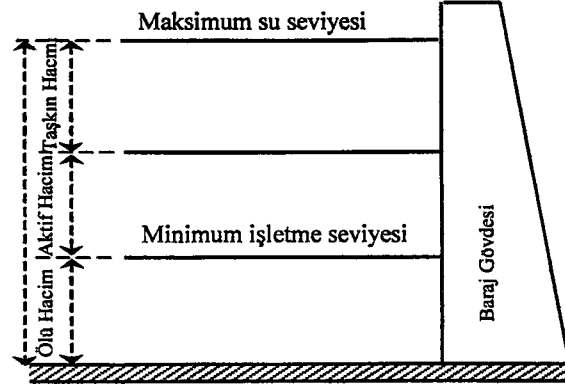
GİRİŞ

1.1 İNCELENEN KONU

İnsanlar ilk çağlardan beri kendisi ve diğer bütün canlılar için en önemli yaşam kaynağı olan suyu etkin bir şekilde kullanmak amacıyla çeşitli yöntemler geliştirmişlerdir. Yeryüzünde yağışlardan biriken suyu kullandığı gibi akarsuları da çeşitli amaçlar için kullanmayı öğrenmişlerdir. Kurak geçen zamanlardan sonra suyun depolanması gereğini düşünmüş ve bu amaçla biriktirme yapıları tasarlamışlardır. Bilim ve teknolojinin gelişmesiyle birlikte biriktirilen su bir çok amaca hizmet etmek üzere kullanılabilmiştir. İçme ve kullanma suyu, sulama, hidroelektrik, su kalitesi kontrolü, ulaşım bunlardan en önemli olanlarıdır.

İleriki dönemlerdeki su ihtiyacını karşılamak amacıyla suyun arkasında biriktirildiği yapılara baraj denmektedir. Akarsular baraj haznelerine su ile birlikte katı madde de getirmektedirler. Katı madde hazneye girdiğinde, artan su derinliği ve buna bağlı olarak düşen akım hızı nedeniyle çökmeye başlar. Zamanla katı maddenin birikmesi ve belirli bir değeri aşmasıyla hazne artık kullanılamaz olur. Bu sınır değere ölü hacim denir. Ölü hacmi sınırlayan seviyeye de minimum göl seviyesi denir. Biriken katı maddenin bu seviyeye mümkün olduğu kadar geç ulaşması istenir.

Katı madde birikmesi depolama yapılarının ekonomik olarak çalışmalarında önemli bir etkiye sahiptirler. Ölü hacmin büyüklüğü yaklaşık olarak hazne ömrü boyunca (50-100 yıl) akarsuyun getireceği katı madde miktarı kadardır.



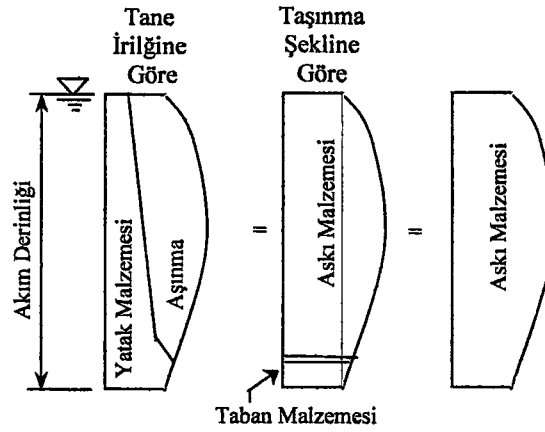
Şekil 1.1 Baraj Haznesinin Kısımları

Akarsularda taşınan katı madde kaynağına göre iki grupta incelenir:

1. Aşınma (Yıkanmış) Malzeme,
2. Yatak (Taban) Malzemesi.

Aşınma malzemesi akarsu dışından, beslendiği havzadan, yağışlar ve rüzgar vasıtasıyla toprak yüzeyinden kopup akarsuya ulaşan malzemedir. Aşınma malzemesini oluşturan tanelerin çapları genellikle çok küçüktür. Taban malzemesi ise akarsuyun kendi yatağından sökülüp hareketlendirdiği ve taşıdığı malzemedir. Tane çapları aşınma malzemesine göre oldukça büyük olup, bu nedenle de taban yakınlarında hareket ederler. Aşınma malzemesi ile taban malzemesini ayırt etmek oldukça zordur. İkisinin arasındaki en önemli fark, akarsuyun bir kesitinden belli bir zamanda geçen taban malzemesi miktarı o anki akım şartlarının bir fonksiyonu iken aşınma malzemesi miktarı akım şartlarından çok akarsunun beslenme bölgesinin özelliklerine bağlı olmasıdır. Bunlar, bölgenin büyüklüğü, yağışların şiddeti ve süresi bitki örtüsü vb. Birim zamanda akarsunun herhangi bir kesitinden geçen bu iki tür malzemenin toplamına toplam katı madde debisi denir.

Toplam katı madde debisi taşınma mekanizmasına göre sürüntü ve askı maddesi olarak tanımlanırlar. Akarsudaki tanelerin askı veya sürüntü hareketi yapmalarını akarsuyun eğimi belirler. Eğim arttıkça hız artar ve buna bağlı olarak taneye etkileyen ağırlık kuvvetinin etkisi azalarak tane askı hareketi yapmaya başlar.

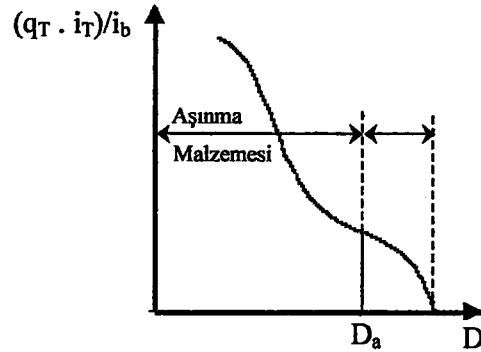


Şekil 1.2 Akarsudaki Toplam Katı Maddenin Sınıflandırılması

Akarsuyun herhangi bir kesitinden geçen aşınma malzemesi ile taban malzemesini ayıran tane çapı için çeşitli ifadeler geliştirilmiştir. (Goncharov, 1964)'un ifadesine göre aşınma malzemesi ile taban malzemesini ayıran çap D_a ,

$$D_a = \frac{D_m}{3.12} \left(\frac{D_{95}}{h} \right)^{1/6} \quad (1.1)$$

Bu ifadedeki D_m ortalama tane çapı, D_{95} tanelerin %95'inin daha küçük olduğu çap ve h ise akım derinliğidir. Birim genişlikten geçen taban malzemesi yüzdesini q_T ile, tabanda belirli bir çaptaki malzeme yüzdesini i_b ile, taban malzemesindeki aynı çaptan malzeme yüzdesini ise i_T ile gösterilirse bunun değişimi aşağıdaki grafikte verilmiştir.



Şekil 1.3 Aşınma Malzemesi ile Taban Malzemesi Sınırının Grafiği (BAYAZIT, 1971).

Görüldüğü gibi aşınma malzemesi küçük tanelerden oluşmaktadır. Bu küçük taneler genellikle akarsuda askı hareketi ile taşınırlar. Taban malzemesini oluşturan nispeten büyük tanelerin de toplam katı madde debisinin içinde çok küçük bir oranda kaldıkları görülmektedir. Bununla birlikte taban malzemesinin ölçümü de oldukça zordur. Bir haznede bir yıl içinde biriken toplam katı madde miktarının yaklaşık %80-90 'ını akarsuda askı hareketi yapan aşınma malzemesi oluşturur. Ancak ölçüm zorluğu taban malzemesinin hesaplara katılmamasını gerektirmez.

Bugüne kadar haznede birikecek katı maddenin tahmini için farklı yöntemler kullanılmıştır. Havzanın jeomorfolojik karakteristikleri ve hidrolojik değişkenlere bağlı ampirik tabanlı katı madde tahmin denklemleri genellikle kullanım alanı bulan denklemlerdir. Bu tip bir yöntemde birikecek katı madde miktarı yıllık ortalama bir değerle deterministik formda verilmekte, projenin ömrü ile bu değerın çarpımından haznede birikecek toplam katı madde elde edilmektedir. Bunun yanında katı madde bağıntıları ve uzaktan algılama teknikleri de kullanılabilir. Bazı projelerde bunların dışında yerinde yapılacak ölçmeler ile sonuca gitmek mümkündür. Akarsuyun taşıdığı katı madde stokastik yaklaşımlar ile de incelenebilir (AKSOY, 1997).

Katı madde bağıntıları ile akarsuyun ve akarsudaki akımın karakteristiklerinden yararlanarak belli bir zaman aralığında taşınacak katı madde miktarı belirlenebilir. Akarsuyun geometrik ve akımın kinematik karakteristikleri ile taşınan katı maddenin granülometrik yapısı bu bağıntılarda işin içine girer. Bunların en çok bilinenleri Einstein, Laursen, Colby, Goncharov, Egiazaroff ve Bagnold bağıntılarıdır.

Bu bağıntılar ile ilgili detaylı bilgi BAYAZIT (1971), YALIN (1972), BOGARDI (1974), GARDE ve RANGA RAJU (1977) ve SIMONS ve ŞENTÜRK (1992)'de bulunabilir. Laboratuvar koşullarında yapılmış çoğu araştırmanın kendi deney şartlarında doğru sonuçlar vermesine rağmen birbirleriyle çok büyük farklılıklar göstermektedirler. Bu ise uygulanabilirliklerini sınırlamaktadır. Ancak sözkonusu olan akarsu için yerinde ölçümler yapılarak bu deneysel formüllerle uyumluluğunu araştırarak sonuca gidilebilir.

Belli zaman aralıklarında yerinde yapılacak ölçmeler sonucu haznede biriken katı madde belirlenebilir. Yerinde yapılan ölçmeler daha çok baraj yapısı inşa edildikten

sonra haznede biriken katı maddenin eğiliminin belirlenmesinde yararlı olur. Yapılan ölçmeler sonucu elde edilen derinlik haritalarının karşılaştırılması ile biriken katı madde miktarı ve eğilimi belirlenebilir.

Jeodezi ve Fotogrametri mühendisliğinin uzay teknolojisi ile birlikte ortaya çıkan uzaktan algılama yöntemi uydulardan alınan görüntülerin işlenmesi esasına dayalı bir teknik olup çok geniş bir uygulama alanına sahiptir. Bu yöntem ile haznede biriken katı maddenin belirlenmesi mümkündür.

Akarsu üzerinde akım ve katı madde ölçümü yapılan bir hidrometri istasyonuna ait uzun süreli gözlemlerin varlığı durumunda stokastik yaklaşımlar ile belli bir düzeyde güven duyulabilecek ölü hacmin belirlenmesi mümkündür. Akarsu üzerindeki hidrometri istasyonunun katı madde verilerinin sentetik üretimi veya bu verilerin uzun sürelere (örneğin 50 yıl veya 100 yıla) uzatılması ile elde edilecek değerler ölü hacmin belirlenmesinde kullanılabilir. Bu veriler kullanılarak akarsuyun (baraj yerinin) katı madde anahtar eğrisi çıkarılarak da sonuca gidilebilir.

1.2 YAPILAN ÇALIŞMALAR

Katı madde veriminin stokastik bir yaklaşımla incelendiği SZIDAROVSKY ve diğ. (1976) tarafından yapılan çalışmada etkin yağış miktarı ve süresi rastgele birer değişken olarak ele alınmıştır. Bu rastgele değişkenlere göre belirlenen akış hacmi ve pik akım değerleri kullanılarak MUSLE (Modified Universal Soil Loss Equation) bağıntısından u yağış sırasında ortaya çıkan katı madde miktarı hesaplanmıştır. Ardışık iki yağış arasında geçen zamanın eksponansiyel dağıldığı kabul edilmiştir.

Zamanın bir fonksiyonu olarak akım yerine katı maddeyi veren grafikler *sedimentgraf* veya *katı madde eğrisi* olarak adlandırılır. Belli bir zaman boyunca birikeceği tahmin edilen katı madde miktarı yıllık ortalama değerden elde edilebildiğinden bu tip grafikler hazne tasarım çalışmalarında kullanım alanı bulamamışlardır. Bu grafikler taşkın sırasında taşınan katı maddenin yüksek konsantrasyonlu toksikler içermesi durumunda önem kazanır. Ayrıca katı madde kontrol yapılarının daha etkin çalışması bu tür bir grafikte sağlanabilir. Taşkın

öteleme çalışmalarında hidrografların kullanımına benzer olarak katı madde öteleme çalışmalarında da sedimentgraflar kullanılabilir (WILLIAMS, 1978). Havzanın sedimentgrafının elde edilmesi amacı ile WILLIAMS (1978) tarafından yapılan çalışmada bir birimlik akış üreten yağıştan kaynaklanan katı maddenin dağılımı (anlık birim sedimentgraf) anlık birim hidrograf ile katı madde konsantrasyon değerlerinin çarpımından elde edilmiş, katı madde konsantrasyonunun akışın (artık yağışın) karesinin doğrusal bir fonksiyonu olduğu kabul edilmiştir. RENDON-HERRERO (1978) tarafından yapılan benzer bir çalışmada birim hidrograf yöntemi kullanılarak birim sedimentgraf (katı madde eğrisi) elde edilmiş, bu sedimentgraf askı maddesinin önemli bir kısmının havzanın yukarı kısımlarındaki tabaka erozyonundan kaynaklanan küçük ve üniform havzalar için kullanılabilir bulunmuştur. CHEN ve KUO (1986) da birim sedimentgrafın pik değeri, pik değer in oluştuğu zamanı ve taban uzunluğunu (zamanını) havza alanı, havza uzunluğu, havza eğimi, havza ortalama yüksekliği ve havza erozyon faktörlerine bağlı bir korelasyon analizi ile incelemiş, böylece ele alınan havzanın birim sedimentgrafını elde etmiştir.

Yıllık ortalama akım ve yıllık ortalama katı madde debilerinin logaritmaları arasındaki doğrusal ilişki, çok yaygın kullanım alanı bulmasına rağmen, simultane olarak (aynı anda) ölçülmüş uzun süreli akım ve katı madde verilerini gerektirmektedir. Gelişmekte olan ülkelerde bu tip uzun verileri elde etmek genellikle zor olduğundan bu yöntem uygulanamamakta, uygulanması durumunda yanlış sonuçlara varılabilmektedir. Bu sakıncanın giderilmesi için PHIEN ve ARBHABHIRAMA (1979) tarafından yapılan çalışmada basit bir istatistik tahmin yöntemi geliştirilmiştir. Askı maddesi ile akım değişkenlerini bağımsız olarak kabul edip bunların arasında G_s ton/gün biriminde askı maddesi, Q m³/s biriminde debi ve M ve m de birer sabit olmak üzere

$$G_s = MQ^m \quad (1.1)$$

şeklindeki üstel bağıntı, toplam katı madde (S) ile debi arasında ise,

$$S = aQ^b \quad (1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntıda a ve b regresyon katsayılarıdır. Burada taban katı maddesinin toplam katı maddenin bilinen sabit bir yüzdesi olduğu kabul edilmiştir. (1.2) ifadesini kullanarak bilinen akım debilerinden toplam katı madde debilerini elde etmişlerdir. Ayrıca yine (1.2) ifadesinde Q' nun bilinen olasılık dağılım fonksiyonuna analitik dönüşüm uygulayarak S' in istatistik parametrelerini hesaplamışlardır. S değişkeninin normal, iki parametrelili gamma ve iki parametrelili lognormal, akım değişkeninin de iki parametrelili gamma ve iki parametrelili lognormal dağılımlarına uyduğu varsayımlarına göre yapılan uygulamalarda 50 yılda haznede birikecek katı madde miktarının ortalama ve standart sapmasının tüm dağılımlar için ihmal edilebilecek düzeyde farklılıklar gösterdiği belirlenmiştir. Bu çalışmanın devamı niteliğinde PHIEN (1981) tarafından yapılan çalışmada bu kez yıllık ortalama akım debisi ve yıllık toplam katı madde debisi değişkenlerinin birbirlerini takip eden değerleri arasında istatistiksel açıdan içsel bir bağımlılıkları olduğunu ve bazı tipik modellere (AR, MA, ARMA) uyduğunu kabul edilerek incelemeler yapılmıştır. Bu çalışmada iki farklı yöntem geliştirilmiştir. İlk olarak, gözlenmiş akım değerlerinden, (1.2) ifadesi kullanılarak bunlara karşı gelen katı madde değerleri üretilmiş ve bunlara model uygulanmıştır. Diğer yöntem, akım debisinin olasılık dağılımı bilindiğinden (1.2) ifadesindeki dönüşüm kullanılarak katı madde debisine ait parametreler akım debisinin parametreleri cinsinden analitik olarak elde edilmiş ve ardından bu modeller uygulanmıştır. Bunların değişik dağılımlarına göre N yılda haznede birikecek katı madde miktarının ortalama değerinin seçilen modelden etkilenmediği, varyansın seçilen her bir model için farklı değerler aldığı belirlenmiştir. İki yönteminde verdiği sonuçların oldukça iyi bir uyumu olduğu görülmüştür. Ancak bir önceki çalışmada değişkenlerin bağımsız olduğu kabulüne göre elde edilen sonuçlarla süreçte içsel bağımlılığın olduğu ve kurulan modellerle elde edilen sonuçlar arasında oldukça büyük farklılıklar bulunmaktadır.

Deterministik ve stokastik bileşenlerden oluşan bir model geliştiren TINGSANCHALI ve LAL (1992) modelin deterministik bileşenini katı madde konsantrasyonu ile debi arasındaki ilişkiden elde etmişler, bu deterministik ilişkiden hesaplanan katı madde değerleri ile gözlenen değerler arasındaki farkı da stokastik bileşen olarak modele katmışlardır. Deterministik ilişki dördüncü mertebeden polinomdur. Stokastik bileşen ise üçüncü mertebe otoregresif bir ilişki olarak

belirlenmiştir. Bu model ile türetilen günlük ortalama katı madde miktarının ortalama ve standart sapma değerleri gözlenenler ile uyum içinde bulunmuştur.

Askı maddesinin stokastik yapısını incelemek ve yağış ve akış ile arasındaki olası ilişkileri belirlemek amacı ile SKOKLEVSKI ve VELICKOV (1995) tarafından yapılan çalışmada yağış, akış ve askı maddesine ait günlük verilerden elde edilen kros-korelasyon diyagramlarından yağış-akış ve yağış-askı maddesi ilişkisinin stasyonier olduğu, buna karşılık akış-askı maddesi arasında ise Markovian tipte bir sürecin tanımlanabileceği görülmüştür. Akış ve askı maddesi arasındaki ilişkinin daha detaylı bir incelemesini de yapan SKOKLEVSKI ve VELICKOV (1998) bu değişkenlerin iki ayrı toplumun elemanları olduğunu belirterek, askı maddesinin güçlü bir rastgele bileşen içerdiği ve askı maddesinin modellenmesinde Markovian tipte modellerin kullanılabileceği sonucuna varmışlardır. Yıllık ortalama toplam katı madde miktarı için bu tip bir model araştıran BULU ve AKAR (1998.a) ABD'den Newport'taki Juniata akarsuyunun verilerinin sıfırıncı mertebe otoregresif bir modele (AR(0)) uyduğunu belirlemiş, BULU ve AKAR (1998.b) aynı akarsuyun akım ve katı madde verilerini kullanarak model çalışmaları yapmışlardır.

Akarsu havzasının hafızalı bir sistem olduğu gözönünde bulundurularak GÜLDAL (1997) tarafından yağış verilerinden askı maddesi miktarının belirlenmesi amacı ile yapılan çalışmada havzanın bu hafzasının doğrusal olan ve doğrusal olmayan iki kısımdan oluştuğu kabul edilmiştir. Geliştirilen model bir kara kutu modelidir. Havzanın doğrusal olmayan hafızası yağışın etkisinin dolaysız akış şeklinde gerçekleştiği yakın geçmiş, doğrusal olan hafızası ise yağışın etkisinin taban akışı şeklinde gerçekleştiği uzak geçmiş temsil etmektedir. Çalışmada kullanılan veriler için doğrusal olmayan hafıza uzunluğu 2 gün, doğrusal olan hafıza uzunluğu ise 8 gün olarak bulunmuştur.

SALAS ve SHIN (1999) tarafından rezervuar sedimentasyonu üzerine yapılan çalışmada, hazneye giren sediment akımının mekanizması, yıllık sediment girişi ve sedimentin uzun bir süre içinde birikiminde tahmin yapılırken bazı belirsizliklerle karşılaşıldığını belirtmişler ve bunları araştırmışlardır. Bu belirsizlikleri, hazneye giren akım, giren sediment miktarı, sediment tane çapı, sediment özgül ağırlığı ve

hazne büyüklüğü ile işletimi olarak tanımlamışlardır. Sediment debisi olarak ellerinde fazla veri olmamasına rağmen akım değerlerinin varlığından ve aralarındaki korelasyondan faydalanarak sediment verisini uzatarak inceleme yapmışlardır. Elleriinde bulunan vaka uygulaması olarak Colorada' daki White River havzasında bulunan Kenny adlı hazneyi kullanmışlardır. Belirsizlikleri tek tek ve çeşitli kombinasyonlarla belirlemeye çalışmışlardır. Yıllık akım miktarı ve sediment debisinin yıllık rezervuar sedimentasyonu ve rezervuar sediment birikiminin değişimini etkileyen en önemli faktör olduğunu göstermişlerdir. Bütün belirsizlik içinde, yıllık akım için kurulmuş olan stokastik modeldeki parametrelerin belirsizliğinin en büyük role sahip olduğunu ve tuzaklama oranıyla rezervuar ve sediment tipinin daha az önemi olduğunu belirlemişlerdir. Kenny rezervuarındaki incelemede, belirsizlik değişim katsayısıyla gösterilmiş ve yıllık sedimentasyon için %65 ve uzun süreli sediment birikimi için %39 olarak belirlemişlerdir.



ZAMAN SERİLERİNİN MODELLENMESİ

2.1 GENEL

İstatistikte kullanılan rastgele değişkenlerin zaman içinde aldıkları değerler kaydedildiğinde bir zaman serisi elde edilmiş olur. Zaman serisi bir olayın (fiziksel, kimyasal vb.) ölçümlerinden elde ediliyorsa ölçümün şekli serinin niteliğini belirleyebilmektedir. Eğer seri sürekli olarak kaydediliyorsa sürekli zaman serisi, belirli zaman aralıklarında (Δt) kaydediliyorsa kesikli zaman serisi olarak adlandırılır. Sürekli seri gözlem süresi içindeki verinin tamamının bilinmesi açısından önemlidir. Ancak pratik olarak kullanılmasında bazı zorluklarla karşıldığından sürekli formda alınan kayıtlar bile sonlu zaman aralıklarındaki ortalama değerleri cinsinden ifade edilirler. Sürekli seri için, bir nehir üzerinde kurulmuş olan otomatik seviye gözlem istasyonu iyi bir örnek olabilir. Kesikli seriler için durum farklıdır. İncelenen rastgele değişkene bağlı olarak sabit bir Δt zaman aralığı seçilir ve ardışık gözlemlerin aralarında hep aynı Δt zaman aralığı bırakılır. Gözlenecek olan rastgele değişken için uygun zaman aralığının seçimi oldukça önemlidir. Gereğinden çok küçük bir zaman aralığı seçildiğinde hassasiyetin artmasına karşılık ölçüm ve hesaplamada ilave yük getirilmiş olur. Zaman aralığı çok büyük olursa bu da kaybolan veri anlamına gelir. Bu nedenle zaman aralığı için en uygun değerin belirlenmesi gerekir. Bir zaman serisinin istatistik anlamda incelenmesi serinin olasılık dağılımının ve bu dağılıma ait parametrelerin belirlenmesiyle başlar.

2.2 OLASILIK DAĞILIMLARI

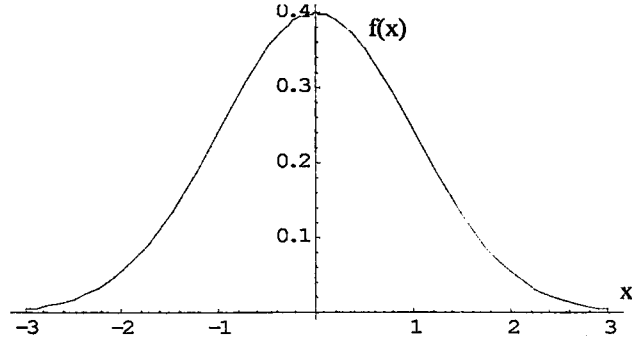
Bir rastgele değişkenin gözlem sırasında belirli bir değeri almasına basit rastgele olay denir. Bu rastgele değişkene ait olayların olasılıkları tek bir fonksiyon ile ifade edilmek istendiğinde elde edilen bu fonksiyona olasılık dağılım fonksiyonu denmektedir. Basit rastgele değişkenler iki şekilde adlandırılırlar. Kesikli ve sürekli rastgele değişkenler. Kesikli rastgele değişkenler kümesi sonlu sayıda basit olaydan oluşur. Ancak sürekli rastgele değişkenlerin aldığı değerler sonsuz sayıdadır. Örnek olarak, belirli bir süre içinde bir caddenin bir kesitinden geçen araç sayısı sonlu sayıda olduğu için bu değişken kesikli rastgele değişkendir. Ancak bir akarsuyun bir kesitinden geçen debi süreklilik gösterir. Kesikli rastgele değişkenler olasılık kütle fonksiyonu ile, sürekli rastgele değişkenler olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ifade edilirler. Akarsulardaki akım ve sediment debisi sürekli rastgele değişkenlere ait örneklerdir.

Sürekli rastgele değişkenlerin olasılık dağılımlarından en önemlileri normal dağılım, iki-üç parametrelili lognormal dağılım, 2-3 parametrelili gamma dağılımı, weibull dağılımı vb. Bu bölümde normal, lognormal ve gamma dağılımları ve bunların parametrelerinin tahmin yöntemleri verilecektir.

Normal dağılım (Gauss dağılımı) pratikte en çok karşılaşılan dağılımdır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu, x rastgele değişken olmak üzere (2.1)'de verilmektedir.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-(x - \mu_x)^2 / 2\sigma_x^2\right] \quad -\infty < x < \infty \quad (2.1)$$

Bu dağılım iki parametrelili olup μ_x ortalamayı, σ_x standart sapmayı göstermektedir. Normal dağılım simetrik bir dağılımdır. Bu nedenle çarpıklık katsayısı sıfırdır ($C_s=0$), kurtosis katsayısı ise 3'dür ($k=3$). Bu dağılımın $F(x)$, x rastgele değişkeninin belirli bir değerden küçük kalması olasılığı, diğer bir deyişle eklenik dağılım fonksiyonu, analitik yoldan elde edilemediğinden tablo haline getirilmiştir. EK A'da verilmiş olan bu tablo standart halde olup $z=(X-\mu_x)/\sigma_x$ standart normal değişkeni yardımıyla kullanılır.

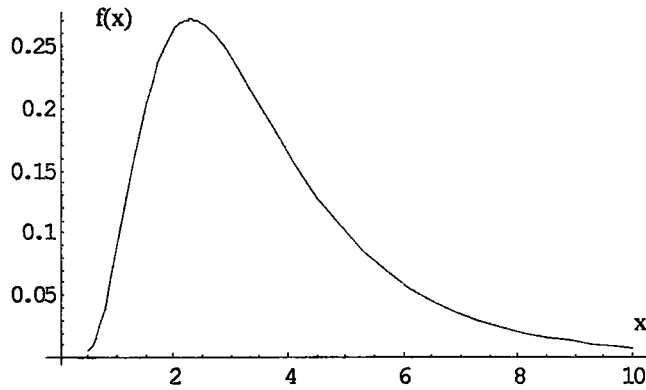


Şekil 2.1 Normal Dağılım Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

Eğer x rastgele değişkenine $y=\ln(x)$ dönüşümü uygulandığında elde edilen y değişkeni normal dağılıyorsa, x lognormal dağılıyor denir. Dönüşüm gereği bu dağılım $0 < x < \infty$ aralığında geçerlidir.

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right] \quad x \geq 0 \quad (2.2)$$

(2.2) denklemleriyle olasılık dağılım fonksiyonu verilen lognormal dağılım 2 parametrelidir. x yerine $(x-x_0)$ koyulduğunda 3 parametrelili lognormal dağılım elde edilir. Buradaki x_0 , dağılımın bir alt sınırı olduğunu ifade etmektedir. Lognormal dağılıma uyan bir değişken için belirli bir değerden küçük kalma olasılıkları $y=\ln(x)$ dönüşümü uygulanıp normal dağılım tablosu yardımıyla elde edilir.

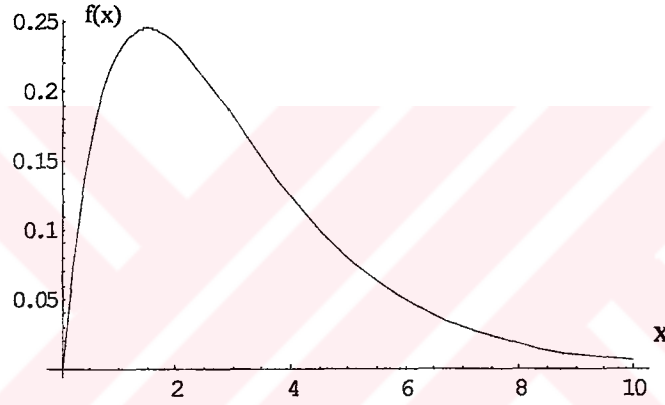


Şekil 2.2 LogNormal Dağılım Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

Bir başka önemli dağılım ise gamma dağılımıdır. Bu da lognormal dağılım gibi çarpık bir dağılımdır ve pozitif değerler için geçerlidir.

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-x/\beta) \quad x \geq 0 \quad (2.3)$$

Gamma dağılımındaki α biçim parametresi, β ise ölçek parametresidir. Gamma dağılımı da x değişkeninin yerine $(x-x_0)$ yazılarak 3 parametrelili bir dağılıma dönüşebilir. x_0 bu dağılımın alt sınırını gösterir. 3-parametrelili bu dağılıma aynı zamanda Pearson tip 3'de denmektedir. Bu dağılımda tablolaştırılmış olup EK B'de verilmiştir. Tablo $K=(x-\mu_x)/\sigma_x$ frekans faktörü yardımıyla kullanılabilir.



Şekil 2.3 2 Parametrelili Gamma Dağılımı
Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

2.3 PARAMETRE TAHMİN YÖNTEMLERİ

Bölüm 2.2'de tanıtılan, hidrolik mühendisliğinde yaygın kullanım alanı bulan dağılımlar verilmiştir. Hidrolik mühendisliğinde kullanılan akım debisi, sediment debisi, yağış yüksekliği gibi büyüklükleri rastgele değişken olarak almak mümkündür. Bu durumda belirli koşullarda yapılmış ölçümler ancak bu değişkenlerin ait oldukları toplumun sonlu sayıda değerlerini aldıkları görülür. Eğer toplumun sonsuz sayıdaki elemanının istatistiksel özelliklerini temsil eden ifadelere parametre denilirse, bunların içinden çekilen sonlu sayıdaki elemanı olan örnekleri temsil eden değerlere istatistik adı verilir. İstatistik toplumun gerçek parametre

değerlerini ancak temsil edebilir. Bu temsil ise o parametrelerin tahmini şeklinde olur. Parametreler rastgele değişkenin çeşitli gözlemlerde alabileceği değerlerin merkezini, bu merkezi değer etrafındaki yayılımını ve çarpıklığını gösterir. Yaygın olan parametre tahmin yöntemleri, Momentler yöntemi, Maksimum olabilirlik yöntemi ve L momentleridir. Her bir dağılıma ait parametreler bu yöntemlerle belirlenir. En yaygın kullanılan parametreler ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayısıdır.

2.3.1 MOMENTLER YÖNTEMİ

Rastgele değişkenin toplumundan $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ N elemanlı bir örnek çekilirse, toplumun ortalaması olan μ_x parametresine karşı gelen bu örnekten tahmin edilen ortalamanın istatistiği aşağıdaki gibidir. En çok kullanılan merkezi momentler $m=1,2,3$ 'dür. Buna göre m. mertebeden moment şöyle verilir:

$$\mu_x^{(m)} = E[(x - \mu_x)^m] \quad (2.4)$$

E burada beklenen değeri gösterir. $E[x] = \mu_x$ 'dir. Ortalamanın istatistiği,

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N} \quad (2.5)$$

Dağılımın ortalama etrafında yayılımını ifade eden istatistik varyans olup aşağıdaki gibidir. Varyansın karekökü rastgele değişkenle aynı boyutta olan standart sapmadır.

$$S_x^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (N - 1) \quad (2.6)$$

Bu iki istatistik yardımıyla boyutsuz olan değişim katsayısını elde etmek için $C_{vx} = S_x / \bar{x}$ hesaplanabilir. Çarpıklık katsayısının istatistiği de 3. Mertebe momentlerden elde edilir.

$$C_{sx} = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{S_x^3} \quad (2.7)$$

Normal dağılıma uyan bir rastgele değişkenin momentler yöntemine göre örnekten tahmin edilen istatistikleri olan ortalama $\bar{x}$, varyans S_x^2 , ve çarpıklık katsayısı C_{sx} sırasıyla, (2.5), (2.6), (2.7) denklemleriyle hesaplanır.

Lognormal dağılım rastgele değişken $y=\ln(x)$ dönüşümü ile normal dağılıma uydurulur ve ardından normal dağılım bir değişken gibi istatistikleri (2.5), (2.6), (2.7) denklemleriyle hesaplanır ve aşağıdaki dönüşüm fomülleriyle lognormal dağılım istatistikleri elde edilmiş olur. Aşağıda verilen dönüşüm formüllerindeki y indisli parametreler normal değişkenin ortalaması ve standart sapmasıdır.

$$\mu_x = \exp\left(\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}\right) \quad (2.8)$$

$$\sigma_x = \mu_x \left(\exp(\sigma_y^2) - 1\right)^{1/2} \quad (2.9)$$

$$C_{sx} = \left(\exp(\sigma_y^2) - 1\right)^{3/2} + 3\left(\exp(\sigma_y^2) - 1\right)^{1/2} \quad (2.10)$$

Gamma dağılımının α , β ,.. parametrelerinin örnekten tahminlerini elde etmek için önce (2.5), (2.6), (2.7) denklemleriyle μ_x , σ_x , C_{sx} 'leri hesaplanır. Ardından aşağıdaki ifadeler yardımıyla istatistikler belirlenir.

$$\mu_x = \alpha\beta \quad (2.11)$$

$$\sigma_x^2 = \alpha\beta^2 \quad (2.12)$$

$$C_{sx} = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \quad (2.13)$$

2.3.2 MAKSİMUM OLABİLİRLİK YÖNTEMİ

Topluma ait $\alpha, \beta, \dots$ gibi parametrelerin istatistikleri olan $a, b, \dots$ değerlerinin maksimum yaptığı L fonksiyonu şu şekilde verilir:

$$L = \prod_{i=1}^N p(x_i; \alpha, \beta, \dots) \quad (2.14)$$

(2.14) ifadesi, X değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu $p(x; \alpha, \beta, \dots)$ olup n adet olayın meydana gelmesi olasılığı L'i vermektedir. Bu denklem iki tarafın logaritmaları alınarak toplam ifadesine aşağıdaki gibi getirilir.

$$\ln L = \ln \left[\prod_{i=1}^N p(x_i; \alpha, \beta, \dots) \right] = \sum_{i=1}^N \ln p(x_i; \alpha, \beta, \dots) \quad (2.15)$$

Bu ifadedeki parametrelerin etkin tahminleri $a, b, \dots$ aşağıdaki denklem takımının çözülmesiyle bulunur.

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \ln L}{\partial b} = 0, \dots \quad (2.16)$$

Maksimum olabilirlik yöntemi daha etkin tahminler vermesine rağmen (2.16) ifadeleri nonlinear denklem takımları olup çözümleri pek kolay değildir. Bu nedenle uygulama alanı biraz daha sınırlıdır.

Bu yöntem yardımıyla normal dağılıma uyan bir rastgele değişkene ait örneğin istatistiksel tahminleri (2.5), (2.6) denklemleriyle aynı olduğu Kite (1976) tarafından gösterilmiştir.

Lognormal dağılım için yine $y = \ln(x)$ dönüşümü kullanılarak normal dağılıma geçilir ve istatistikler aynı momentler yönteminde olduğu gibi hesaplanır.

Gamma dağılan bir rastgele değişkene ait örneğin eleman sayısı az ise bu takdirde istatistiklerinin maksimum olabilirlik yöntemiyle belirlenmesi daha etkin sonuçlar vermektedir. 2 parametrelili gamma dağılımının parametrelerinin istatistikleri olan α, β belirlenebilmesi için (2.3) denklemiyle verilmiş olan gamma fonksiyonu (2.15) denkleminde yerine koyulur ve bu denklemin hem α hem de β 'ye göre türevleri ayrı ayrı alındığında aşağıdaki ifadeler elde edilir. (BAYAZIT,1981).

$$\frac{\partial(\ln L)}{\partial \alpha} = -N \ln \beta - N\varphi(\alpha) + \sum_{i=1}^N \ln x_i = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial(\ln L)}{\partial \beta} = -N \frac{\alpha}{\beta} + \frac{1}{\beta^2} \sum_{i=1}^N x_i = 0$$

(2.17)'deki ilk denklemde bulunan digamma fonksiyonu olup $\varphi(\alpha) = \partial[\ln \Gamma(\alpha)] / \partial \alpha$ şeklindedir. Buradaki ikinci denklemin sonucunda elde edilen $\bar{x} = \alpha \cdot \beta$ ilk denklemde yerine koyulursa, α yaklaşık olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\alpha \cong \frac{1 + \sqrt{1 + 1.33(\ln \bar{x} - \ln \bar{x}_g)}}{4(\ln \bar{x} - \ln \bar{x}_g)} \quad (2.18)$$

Buradaki $\bar{x}_g$ geometrik ortalamayı göstermektedir.

2.3.3 L-MOMENTLERİ

L- Momentleri (PWM-Probability Weighted Moments) olasılık ağırlıklı momentlerin lineer fonksiyonları olduklarından bunların cinsinden hesaplanırlar (STEDİNGER, vd., 1993). Olasılık ağırlıklı momentler aşağıdaki ifadeyle verilirler.

$$\beta_r = E\{x[F(x)]^r\} \quad (2.19)$$

(2.19) ifadesindeki r PWM mertebesi, $F(x)$, x 'in eklenik dağılım fonksiyonu olmaktadır. $r=0$ iken β_0 değeri toplum ortalaması μ_x 'e eşit olur. PWM'lerin örnekten tahminlerinin yapılabilmesi için ilk olarak örneğin $(x_N \leq \dots \leq x_1)$ şeklinde sıraya dizilmesi gerekir. Ardından aşağıdaki terimler hesaplanır.

$$b_0 = \bar{x}$$

$$b_1 = \sum_{j=1}^{N-1} \frac{(N-j)x_j}{N(N-1)} \quad (2.20)$$

$$b_2 = \sum_{j=1}^{N-2} \frac{(N-j)(N-j-1)x_j}{N(N-1)(N-2)}$$

Bu ifadeler kullanılarak ilk üç L-moment aşağıdaki bağıntılarla kolayca hesaplanabilir.

$$l_1 = b_0$$

$$l_2 = 2b_1 - b_0 \quad (2.21)$$

$$l_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0$$

Bu yöntem özellikle küçük örnekler için tarafsız tahminler vermekte olup, aykırı değerlere karşı hassas sonuçlar vermez. Ayrıca verilerin lineer fonksiyonu olmaları nedeniyle diğer yöntemlere göre örnekleme değişimlerinden daha az etkilenirler. Bu ise klasik yöntemlerin yanında bir avantaj sağlamaktadır (ÖNÖZ, 1994).

Bu yöntemi dağılım fonksiyonlarına uygulamak için öncelikle l_1 , l_2 , l_3 L-momentlerini örnekten hesaplamak gerekir. Daha sonra dağılım fonksiyonunun parametreleriyle L-momentleri arasındaki ilişkiler kullanılarak o dağılımın istatistikleri belirlenir.

Normal dağılım için ortalama ve standart sapma aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\mu_x = l_1 \quad , \quad \sigma_x = \pi^{1/2} l_2 \quad (2.21)$$

2 parametrelili lognormal dağılımda $y=\ln(x)$ dönüşümü ile y değerleri hesaplanır ve bunların 1-momentleri hesaplanır. Bu işlemden sonra tekrar dönüşüm yapılır. 3 parametrelili lognormal dağılım için tahmin yöntemi (Stedinger, vd., 1993) tarafından polinom yaklaşımıyla verilmiştir.

2 parametrelili gamma dağılımı için α ve β parametrelerinin istatistikleri aşağıdaki denklemlerle elde edilebilir.

$$l_1 = \alpha\beta \quad , \quad l_2 = \pi^{-1/2} \beta \Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right) / \Gamma(\alpha) \quad (2.22)$$

2.4 OLASILIK DAĞILIM TESTLERİ

Bir rastgele değişkene ait toplumdan çekilen sonlu sayıda elemanı bulunan herhangi bir örneğin seçilen bir dağılım fonksiyonuna uyup uymadığını kontrol etmek amacıyla bazı testler kullanılır. Bunlardan en yaygın olanlar χ^2 (Ki-Kare) testi, Kolmogorov-Smirnov (K-S) testi ve Olasılık Çizgisi Korelasyon Katsayısı (PPCC) testleridir (BAYAZIT, 1996).

2.4.1 Kİ-KARE (χ^2) TESTİ

χ^2 testinde n adet elemanı olan örnek m adet sınıf aralığına ayrılarak incelenir. Buna göre i . sınıfa düşen gözlem sayısı n_i olup,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad (2.23)$$

istatistiğinin dağılımı serbestlik derecesi $m-n_p-1$ olan χ^2 dağılımıdır. Bu ifadedeki p_i seçilen dağılım fonksiyonu için i . sınıf aralığında kalma olasılığıdır. n_p seçilen dağılım fonksiyonunda değerleri gözlenen verileri kullanarak tahmin edilen parametrelerin sayısıdır. Bu testi uygularken sınıf aralıklarını p_i olasılıkları eşit ($p_i=1/m$) olacak şekilde seçmek uygundur. Bu testte $m \geq 5$, $n_i \geq 5$ olması gerektiğinden ancak büyük örneklerde kullanılabilir. χ^2 dağılımında aşılma olasılığı p olan değerler EK C'daki tablodan alınabilir.

2.4.2 KOLMOGOROV- SMIRNOV (K-S) TESTİ

Küçük örnekler için de kullanılabilen K-S testinde test istatistiği,

$$\Delta = \max_i |F(x_i) - F^*(x_i)| \quad (2.24)$$

şeklinde tanımlanmıştır. $F^*(x_i)$ küçükten büyüğe doğru düzenlenmiş örnekten $F^*(x_i)=1/N$ formülüyle hesaplanan değerler, $F(x_i)$ ise aynı x_i 'ler için seçilen dağılım fonksiyonundan hesaplanan küçük kalma olasılıklarıdır. Δ istatistiği gözlenen ve teorik dağılımlar arasındaki farkların en büyüğü olup dağılımın örnekteki N eleman sayısına bağlıdır. Çeşitli α -anlamlılık düzeyleri ve dağılım fonksiyonları için Δ değerleri tablolar haline getirilmiştir(CRUTCHER, 1975; CHOWDHURY,1991)

. Bu tablo EK D' de verilmiştir.

2.4.3 OLASILIK ÇİZGİSİ KORELASYON KATSAYISI (PPCC) TESTİ

Olasılık Çizgisi Korelasyon Katsayısı Testi (STEDİNGER vd.,1993) χ^2 testi ve K-S testine göre daha güçlüdür. Bu testte düzenlenmiş (küçükten büyüğe doğru sıralanmış) örnekteki her bir x_i elemanı için (BLOM, 1958)'in önerdiği

$$F(x_i) = \frac{i - 0.375}{N + 0.25} \quad , \quad i = 1, \dots, N \quad (2.25)$$

küçük kalma olasılığı hesaplandıktan sonra bu olasılığa karşı gelen standart değişken z_i (seçilen dağılım fonksiyonu için örneğin, standart normal değişken) değeri o dağılım fonksiyonunun tablosundan belirlenir. Normal dağılım için standart değişkenler EK A' da verilmiştir. Bu şekilde belirlenen (x_i, z_i) çiftler arasındaki $r_{x,z}$ korelasyon katsayısı aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanır.

$$r_{x,z} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z})}{\left[\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2 \right]^{1/2}} \quad (2.26)$$

Bu katsayının değeri r_{kr} değerinden büyük olması seçilen dağılımın uygun olduğu anlamını taşır. Buradaki r_{kr} değeri seçilen α anlamlılık düzeyine ve N örnekteki eleman sayısı veya gözlem sayısına göre değişmekte olup Ek E' deki tabloda verilmiştir. Lognormal dağılım için de $y=\ln(x)$ dönüşümü yapıp y'nin dağılımının normal olması durumunda x'in de lognormal olduğu görülebilir.

2.5 ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

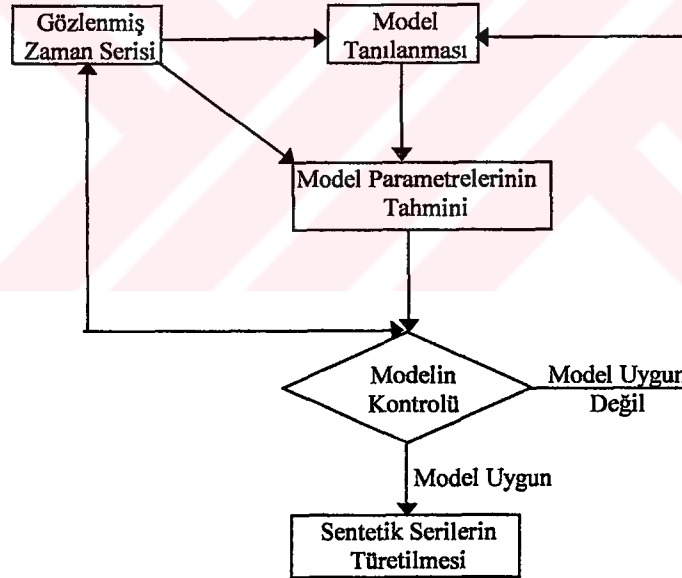
Buraya kadar rastgele değişkenin sadece olasılık dağılım fonksiyonunun tipi ve bunlara ait örnekten elde edilecek parametrelerin tahminleri ve dağılım testleri verildi. Ancak rastgele değişkene ait değer kümesinde ardışık değerler arasında bir iç bağımlılık bulunması durumunda inceleme yöntemi de değişmektedir. Buna göre, rastgele değişkenin ardışık değerleri arasında bir iç bağımlılık var ise böyle bir değişkenin oluşturacağı seriye (süreçe) Stokastik Süreç denir (BAYAZIT, 1981). Akarsulardaki günlük, haftalık, aylık, yıllık akımlar veya askı maddesi debisi, bir gölün su seviyesi değişimleri stokastik süreçlere ait örneklerdir. Buradaki stokastik süreç x_t olarak gösterilmekte ve x rastgele değişkenler kümesinin bir elemanı olmaktadır. t zamanı, x ise t' inci gözleme karşı gelen ölçüm değerini göstermektedir. Stokastik bir süreci incelerken iç bağımlılığı belirledikten sonra bu ilişkiyi ifade eden bir modelin de kurulması gerekmektedir.

Zaman serileriyle çalışmadaki esas amaç, eldeki veriyle aynı istatistik özelliklere sahip olan fakat değişik dizilişlerde çok sayıda seri türetmek yoluyla izlenen olay hakkında, oluşabilecek farklı durumlar için çözümler geliştirmek veya gelecekte bu

olayla ilgili etkin tahminlerde bulunmaktır. Modeli kurarken daima en basit (parametre sayısı en az olan) olanı tercih etmek uygundur. Bunu yaparken de modelin süreci yeterli derecede temsil ettiğinden emin olmak gerekir. Parametre sayısı arttıkça bunların eldeki örnekten hesabındaki güvenilirlik de azalır. Genellikle zaman serilerinin modellenmesinde izlenecek yol şu şekildedir (Box-Jenkins, 1970).

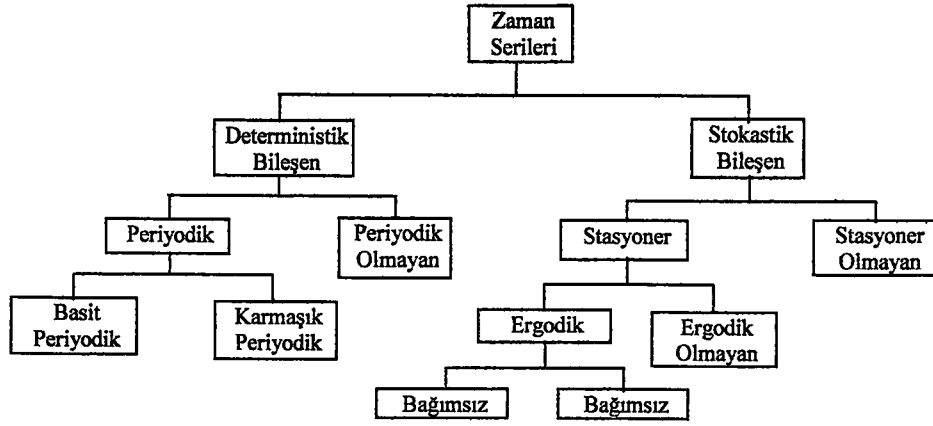
1. Model tipinin seçilmesi,
2. Model şeklinin tanılanması ,
3. Model parametrelerinin tahmini,
4. Modelin kontrolü.

İlk safhada bilinen model tiplerinden birisi seçilir. Ardından seçilen modelin şeklinin ve mertebesinin belirlenmesi gerekmektedir. Model tipi ve şekli belirlendikten sonra, modelin parametreleri eldeki veri kullanılarak hesaplanır. Modele ait bütün bilgiler temin edildikten sonra bunların eldeki tarihi veriyi kabul edilebilir mertebede temsil edip etmediği, istatistikte kullanılan testler yardımıyla belirlenir. Kabul edilmediği takdirde tekrar ilk aşamaya dönülür.



Şekil 2.4 Zaman Serilerinin Modellenmesi Süreci Akış diyagramı.

Bu amaçlara ulaşabilmek için zaman serisinin hangi bileşenlerden oluştuğunun iyice belirlenmesi gerekmektedir. Genel olarak zaman serilerini iki temel bileşene ayırmak mümkündür (Kottogoda,1980). Bu bileşenler Şekil 2.5' de şematik olarak verilmiştir.



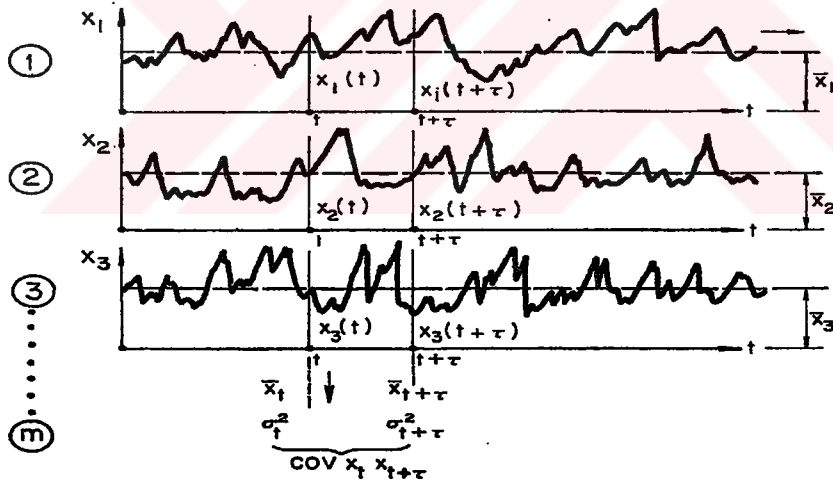
Şekil 2.5 Deterministik- Stokastik Süreç Akış diyagramı

1. Deterministik Bileşen,
2. Stokastik Bileşen.

Deterministiklik süreci meydana getiren değişkenin oluşumunda olasılık kanunlarının değil matematiksel bir bağıntının var olduğu kabulüne dayanmaktadır (Bulu, 1976). Deterministik bileşen periyodik ve periyodik olmayan olarak iki grupta sınıflandırılabilir.

Stokastik bileşenin içinde düzenli olmayan salınımlar ve rastgelelik etkileri görülmekte ve bu etkiler hesaplarda kesin bir şekilde ifade edilememektedir. Bu nedenle stokastik bileşenin incelenmesinde olasılık yasalarından yararlanmak gerekir. Ancak istatistik kurallarını uygulayabilmek için veri homojen olmalıdır. Bu da verinin istatistik parametrelerinin zamandan bağımsız olması anlamını taşır.

Stokastik bir sürecin oluşturduğu veri toplumundan N adet elemanlı küçük bir parçası (örnek) ele alındığında buna ait bir olasılık dağılımı ve dağılım parametreleri kolayca hesaplamak mümkündür. Toplum içinden farklı dönemlerden alınan örneklerin dağılımları ve istatistik parametreleri örnekten örneğe değişmiyorsa böyle bir sürece Stasyonere Süreç denir. Stasyonere liğin kuvvetli olması zamanla değişmeyen parametre sayısı ile doğru orantılıdır. Stasyonere liğin mertebesini belirlemek için elimizde bulunan bir zaman serisinden yararlanabiliriz. Bunun için önce serinin içinden aynı noktada, aynı şartlarda, ancak farklı zamanlarda başlayan ölçümlerin oluşturduğu çok sayıda örneğin oluşturduğu bir küme (ensemble) meydana getirdiğimizi varsayalım (Şekil 2.6).



Şekil 2.6 Stasyonere lik ve Ergodiklik Tanımında Kullanılan Büyüklükler

Kümedeki $i = 1, 2, 3, \dots, m$ olarak numaralandırılan herbir örnekte zaman başlangıcından itibaren aynı t anında ölçülmüş olan $x_i(t)$ değerlerinin kullanılmasıyla küme için ortalamalar ve kovaryanslar tanımlanmak istenirse :

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^m x_i(t)}{m} \quad (2.26)$$

$$\text{Cov}(x_t, x_{t+\tau}) = \frac{\sum_{i=1}^m x_i(t) \cdot x_i(t+\tau)}{m} - \bar{x}_t \cdot \bar{x}_{t+\tau} \quad (2.27)$$

Kümedeki m örnek sayısının sonsuza gitmesi durumunda t' nin aldığı her değer için $\bar{x}_t$ bütün serinin ortalaması μ' ye yakınsıyorsa bu seriye birinci mertebeden stasyonör veya ortalaması stasyonör denir. Yine örnek sayısının sonsuza gitmesi durumunda t' nin her değeri için $\text{Cov}(x_t, x_{t+\tau})$, $\rho_\tau \cdot \sigma_x^2$ değerine yakınsıyorsa seriye kovaryansı stasyonör denir. Burada σ_x^2 , x_t ' nin tüm toplum varyansı, ρ_τ , τ mertebeden toplum otokorelasyon katsayısıdır. $\tau = 0$ olduğunda serinin varyansı da stasyonör olur. Hem ortalaması, hem de kovaryansı stasyonör olan seriye ikinci mertebeden stasyonör denir. İkinci mertebeden stasyonör serilerde, serinin ortalaması ve kovaryansı zamandan bağımsızdır. $x(t)$, $x(t+\tau_1)$, $x(t+\tau_2)$, ... arasındaki yüksek mertebeden (3., 4., ... mertebeden) momentleri m' in sonsuza gitmesi halinde t' nin aldığı her değer için aynı değere yakınsıyorlar ise seriye yüksek mertebeden stasyonör (geniş anlamda stasyonör) denir.

Uygulamada ikinci mertebeden stasyonörlük genellikle yeterli olmaktadır. Rastgele değişkenin dağılımı normal ise, bu takdirde ikinci mertebe stasyonörlük geniş anlamda stasyonörlüğü verir.

Stasyonör olarak kabul edilen bir kümede, $i = 1, 2, 3, \dots, m$ adet örneğin serisel ortalama ve kovaryansları sürekli formda

$$\bar{x}_i = \frac{1}{T} \int_0^T x_t dt \quad (2.28)$$

$$\text{Cov}(x_{i,t}, x_{i,t+\tau}) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} (x_{i,t} - \bar{x}_{i,t})(x_{i,t+\tau} - \bar{x}_{i,t+\tau}) dt \quad (2.29)$$

ifadeleri ile hesaplanabilir. (2.28) ve (2.29) ifadelerinde T 'nin sonsuza gitmesi durumunda i 'nin her değeri için $\bar{x}_i$, μ ortalamasına, $\text{Cov}(x_{i,t}, x_{i,t+\tau})$ da, $\rho_{\tau} \cdot \sigma_x^2$ değerine yakınsıyor ise ve daha yüksek mertebeden momentler için de durum aynı ise bu sürece ergodik denir.

Ancak uygulamalarda, tanımdakinin aksine, kümedeki seri sayısı m ve serideki eleman sayısı T 'nin sonlu olmaları stasyonerliğin ve ergodikliğin tam olarak varlığının belirlenmesini zorlaştırmaktadır. Kümeye ait m adet seri ve herbir seride N adet eleman varsa stasyonerliğin kontrolü için, aşağıdaki matristen yararlanılabilir.

$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	, ...,	$X_{1,j}$	, ...,	$X_{1,N}$	$\hat{\alpha}_{1,j}$
$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	, ...,	$X_{2,j}$	, ...,	$X_{2,N}$	$\hat{\alpha}_{2,j}$
...	...	...	...	...	...	...
$X_{i,1}$	$X_{i,2}$	, ...,	$X_{i,j}$	, ...,	$X_{i,N}$	$\hat{\alpha}_{i,j}$
...	...	...	...	...	...	...
$X_{m,1}$	$X_{m,2}$	, ...,	$X_{m,j}$	, ...,	$X_{m,N}$	$\hat{\alpha}_{m,j}$
$\hat{\alpha}_{i,1}$	$\hat{\alpha}_{i,2}$	, ...	$\hat{\alpha}_{i,j}$	, ...	$\hat{\alpha}_{i,N}$	

$\hat{\alpha}$ küme içinde düşeyde veya yatayda tanımlanan herhangi bir parametre olabilir. $\hat{\alpha}_{i,1}$, $\hat{\alpha}_{i,2}$, .., $\hat{\alpha}_{i,N}$ parametreleri hesaplandığında kendi aralarında kabul edilebilir şekilde yakın değerler veriyorsa ve bu da toplum parametresi $\hat{\alpha}$ ile aynı değeri veriyorsa bu durum için stasyonerdir denebilir. Benzer şekilde, $\hat{\alpha}_{1,j}$, $\hat{\alpha}_{2,j}$, ... , $\hat{\alpha}_{m,j}$ parametreleri arasında da aynı şekilde toplum parametresi $\hat{\alpha}$ 'ye yeterli derecede yakınsa bu da ergodiklik için kabul edilebilir bir durumdur. Eğer süreç hem stasyoner, hem de ergodik ise veya bu etkilerden arındırılmışsa matematiksel işlemler kolaylaşmaktadır.

Su mühendisliğinde veya özel olarak hidrolojide elimizde sürece ait genellikle yeterli uzunlukta olmayan bir adet seri bulunabildiğinden stasyonerlik ve ergodiklik tam olarak belirlenemez. Böyle bir durumda ise örnek küçük küçük serilere ayrılır ve bunlardan hesaplanan parametrelerin aynı toplumdan gelip gelmediği genellikle % 5 anlamlılık düzeyinde test edilir. Testi geçen süreç stasyoner kabul edilebilir.

Hidrolojik süreçlerde yıllık seriler genellikle stasyoner kabul edilirler. Aylık, haftalık, günlük serilerin parametreleri ise yıl içinde periyodik olarak değişikliklerinden bunlar stasyonerlik tanımına uymazlar. Seri ya uygun bir dönüşüm ile stasyoner hale getirilir veya kurulacak model periyodik bileşenleri cinsinden ifade edilir. Pratikte genellikle serinin ergodik olup olmadığını belirleme imkanı bulunmadığından stasyoner hale getirilmesi yeterli kabul edilebilir.

Zaman serileriyle elde bulunan sürecin incelenmesi sırasında sürece katılan çok çeşitli etken bulunmasına karşın genellikle bunlardan en fazla görülen bileşenler cinsinden ifade edilmek istenirse;

$$X_t = T_t + P_t + \xi_t \quad (2.30)$$

Burada $T_t + P_t$ eğilim ve periyodik bileşeni göstermekle birlikte, aynı zamanda model içindeki deterministik kısmı, ξ_t ise stokastik kısmı temsil etmektedir. Buradaki t indisi genel anlamda zamanı gösterdiği gibi, eğer seri periyodiklik içeriyorsa (ölçümler yıllık değil de aylık, günlük vb. ise) bu takdirde $t = v, \tau$ şeklinde de ifade edilebilir. Esas periyodlar (örneğin yıl) v , periyodlar içindeki ardışık ölçümler (örneğin ay) ise τ gösterilmektedir

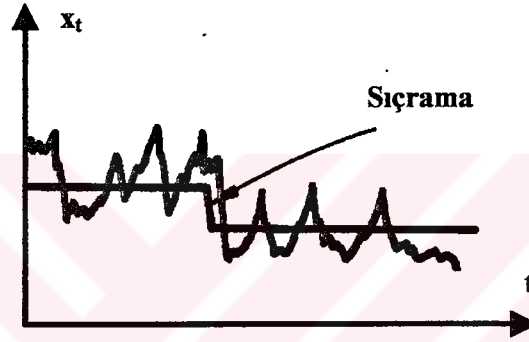
Zaman serileriyle çalışmadaki esas amaç eldeki seriyle aynı istatistik özelliklere sahip farklı dizilişte çok sayıda seri türetmektir. Bunun için sürecin bileşenlerini matematiksel olarak ifade edip süreçten ayırmak gerekmektedir.

2.6 EĞİLİM (TREND) BİLEŞENİ

Sürecin istatistik parametreleri zaman içinde sürekli olarak artar veya azalır. Bu değişim sürecin ortalamasında olduğu gibi diğer parametrelerinde de görülebilir.

İstatistik parametrelerdeki bu gibi değişikliklere Eğilim (Trend) denir (Şekil 2.8). Eğilime neden olarak, veri toplamadaki sistematik hatalar, mühendislik yapılarının sisteme yaptığı etkilerden dolayı hidrolojik süreçteki değişiklikler gösterilebilir. Süreçteki değişiklikler tedricen veya ani olabilir. Değişiklik ani ise buna Sıçrama (Jump) adı verilir (Şekil 2.7).

Bir akarsudan diğerine sabit bir debi belirli bir andan itibaren, sürekli olarak alınırsa birinci akarsuyun ortalama debisinde bir azalma, ikinci akarsuyun ortalama debisinde ise sürekli bir artma gözlenir (BULU, 1976). Matematiksel olarak ifade edilirse, y_t süreci, x_t daha önceden ölçülmüş değerleri, d ise sabit bir sıçramayı göstermek üzere



Şekil 2.7 Ortalamasında Sıçrama Olan Bir Süreç

$$y_t = x_t + d \quad (2.31)$$

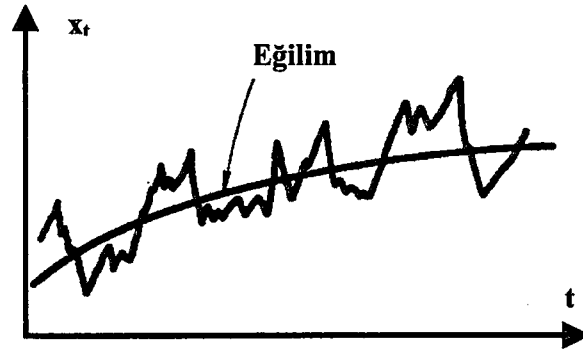
şeklinde yazılabilir. d ' nin işareti (+) veya (-) olması sürece katılım veya süreçten eksilme anlamını taşır.

Ölçülmüş eski değerler ile yeni değerler arasındaki fark sürekli ve zamanla doğrusal olarak değişiyorsa Doğrusal Eğilim adını alır.

$$y_t = x_t + a.t + b \quad (2.32)$$

Bu ifadede a ve b sabitlerdir. Eğilim zamana göre çok değerli değişim de (polinom) gösterebilir.

$$y_t = x_t + a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_mt^m \quad (2.33)$$



Şekil 2.8 Ortalaması Artan Bir Süreç (Eğilim)

(2.33) ifadesindeki $a_i = 0, 1, 2, \dots, m$ katsayıları sonlu zaman serileri için sabit değerlerdir. Yukarıdaki ifadedeki katsayılar hesaplandıktan sonra polinom tam olarak ifade edildiğinde esas süreçten çıkarılarak süreç homojen hale getirilir. Bunun için polinomun katsayıları eldeki veriden en küçük kareler yöntemiyle hesaplanabilir. Eğilimin incelenmesinde uygulama bulan bir başka yöntem ise Hareketli Ortalama'dır.

Serilerde homojenliği bozan bir etken olarak aşırı sapmaları düzenlemek gerekir. $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ gözlenmiş serisinde N adet gözlemin ağırlıklı ortalaması alınır. Ağırlıklar arasındaki ilişkiyi,

$$\sum_{i=1}^N b_i = N \quad (2.34)$$

şeklinde göstermek mümkündür. $N = 3$ için ağırlıklı ortalamalar

$$y_2 = \frac{b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3}{3}$$

$$y_3 = \frac{b_1 x_2 + b_2 x_3 + b_3 x_4}{3} \quad (2.35)$$

.....

$$y_{N-1} = \frac{b_1 x_{N-2} + b_2 x_{N-1} + b_3 x_N}{3}$$

şeklinde yazılabilir.

Eğilim bileşenini parametrelerin çoğunda görmek mümkündür. Ancak genellikle ortalama ve standart sapma için hesaplamak yeterli olmaktadır. Yukarıda kısaca anlatılan polinom uydurma yöntemi ile sürecin ortalama ve standart sapmasındaki eğilim belirlenebilir.

$$(T_m)_{v,\tau} = A_m + B_m t + C_m t^2 + \dots \quad (2.36)$$

$$(T_s)_{v,\tau} = A_s + B_s t + C_s t^2 + \dots \quad (2.37)$$

(2.36) ve (2.37) denklemlerinden elde edilmiş olan bileşen aşağıdaki gibi süreçten çıkarılarak süreç homojen hale getirilir.

$$y_{v,\tau} = \frac{x_{v,\tau} - (T_m)_{v,\tau}}{(T_s)_{v,\tau}} \quad (2.38)$$

2.7 PERİYODİK BİLEŞEN

Zaman serilerinin diğer bir deterministik bileşeni olan periyodiklik dünyanın güneş etrafındaki devrinden kaynaklanan doğal olaylardaki tekrarlılığın yansımasını ifade etmektedir. Dünyanın güneş etrafındaki turunu bir yılda tamamladığından buradaki baskın periyod bir yıl olmaktadır. Dünyanın güneşin etrafındaki dönüşü sırasında izlediği yolun yataydaki izdüşümünün bir elips olduğu bilinmektedir. Dünya bu elips üzerinde herhangi bir noktada, periyod bir yıl olduğundan, yılda yalnız bir defa bulunacaktır. Ancak bulunduğu konumları özelliklerine göre dört kısma ayırmak mümkündür. Bu dört belirgin özelliğe sahip zaman dilimleri mevsimleri oluşturur. Ancak dünya kendi etrafında da sürdürdüğü dönüşünü yatayla belirli bir açıyla yaptığından kuzey yarım kürede iklimin yaklaşık üç ay boyunca sıcak olması güney

yarım kürede soğuk olması anlamına gelir. Dolayısıyla, yılın dörde bölünmesi mevsimleri, dünyanın kendi etrafında her bir dönüşü ise günleri oluşturmuştur. Özetle bir yılı mevsim, ay ve gün olarak alt periyodik bölümlere ayırmak mümkündür.

Herhangi bir bölgedeki yağışların oluşumunda iklim ve bitki örtüsünün en önemli etkenler olduğu bilinmektedir. Yağış havza özelliklerine bağlı olarak bir sistem dahilinde akışa dönüştüğünden iklimdeki değişiklik, akımdaki değişikliğe yansır. Akım ve bununla yakın ilişkisi olan askı maddesi debisinin zamanla değişiminin de bu nedenle periyodiklik içermesi beklenir.

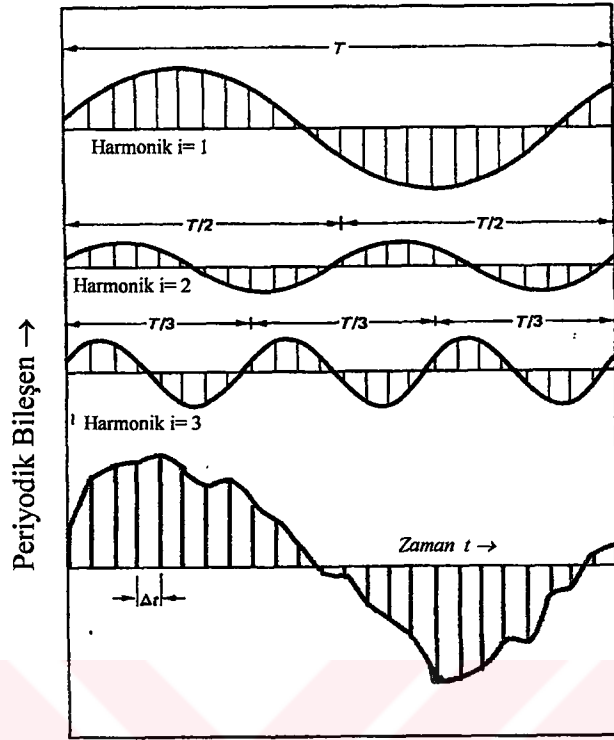
(2.38) ifadesiyle homojen hale getirilen seri artık sadece periyodik ve stokastik bileşenlere sahiptir. Dolayısıyla periyodik ve stokastik olan süreci

$$y_{v,\tau} = \mu_\tau + \sigma_\tau \xi_{v,\tau} \quad (2.39)$$

tanımlamak uygun olmaktadır. Buradaki μ_τ ve σ_τ periyodik bileşene ait parametreler, $\xi_{v,\tau}$ stokastik bileşendir. Periyodik bileşen Şekil 2.9' de görüldüğü gibi iki biçimde bulunabilir. α_τ sürece ait herhangi bir parametre olmak üzere, basit periyodik yapıda veya karmaşık periyodik bir yapıda bulunabilmektedir.

$$\alpha_\tau = C \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\omega} \cdot \tau + \theta\right) \quad (2.40)$$

(2.40) ifadesi basit bir periyodik fonksiyon olup, ω periyodu, θ faz açısını, C sinüsoidal bileşenin genliğini göstermektedir. Şekil 2.9' da sürecin herhangi bir parametresindeki periyodikliğin basit periyodik fonksiyona uyması durumunda parametrenin zamanla değişimi görülmektedir.



Şekil 2.9 Periyodik Bileşen ve Alt Harmonikler

Hidrolojik süreçlerde periyodiklik çoğu zaman karmaşık bir yapıda ortaya çıkmaktadır. Karmaşık periyodik fonksiyonda ise frekansları $1/\omega$ 'nin katları olan harmonikler anlam kazanmaktadır. Alt harmoniklerin olaya etkisi uygulamalı matematikte çok sık kullanılan, karmaşık fonksiyonların seri açılımları yöntemiyle ifade edilmektedir. Bu alanda Fourier' nin vermiş olduğu yöntem çok sık uygulama bulmaktadır.

Karmaşık yapıdaki periyodik bileşen için α_t sürecin herhangi bir parametresi, $\bar{\alpha}$ parametrenin genel ortalaması ve i gözönüne alınacak harmonik sayısı olmak üzere,

$$\alpha_\tau = \bar{\alpha} + \sum_{i=1}^m (A_i \cdot \cos \frac{2\pi \cdot i}{\omega} \cdot \tau + B_i \sin \frac{2\pi \cdot i}{\omega} \cdot \tau) \quad (2.41)$$

$$\alpha_\tau = \bar{\alpha} + \sum_{i=1}^m C_i \cdot \cos(\frac{2\pi \cdot i}{\omega} \cdot \tau + \theta_i) \quad (2.42)$$

şeklinde ifade edilir. (2.41) ve (2.42) ifadelerinde harmonik sayısının sınır değeri sonsuzdur. Ancak pratikte i için alınabilecek en büyük değer, ω periyodunun çift sayı olması halinde $m = \omega/2$, ω 'nın tek sayı olması durumunda $m = (\omega - 1)/2$ olmaktadır. ω periyodu aylık değerlerle çalışılıyorsa 12, günlük değerlerle çalışılıyorsa 365 olarak alınır. Bu ifadelerde C_i genliği ve θ_i faz açısını göstermekte olup $-\pi/2 \leq \theta_i \leq \pi/2$ aralığında geçerlidir.

$$C_i^2 = A_i^2 + B_i^2, \quad \theta_i = \arctg(-B_i/A_i) \quad (2.43)$$

(2.41) denklemindeki A_i ve B_i Fourier katsayıları olmakta ve bunlar eldeki örnek seriden hesaplanır. A_i ve B_i katsayılarının belirlenmesinde n (yıl sayısı) ölçüm uzunluğu ω ise (ay veya gün) periyodu gösterir. $y_{v,\tau}$ homojen seri olmak üzere bu seriden hesaplanacak istatistikler, örnek olarak ortalama $\bar{y}_\tau$ ve standart sapma s_τ periyodik olarak aşağıdaki gibi hesaplanırlar.

$$\bar{y}_\tau = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n y_{v,\tau} \quad (2.44)$$

$$s_\tau = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{v=1}^n (y_{v,\tau} - \bar{y}_\tau)^2 \right)^{1/2} \quad (2.45)$$

Elimizde bulunan seri normal dağılıma uyuyorsa genellikle ortalama ve standart sapma için Fourier fonksiyonu uygulamak yeterli olmaktadır. Fourier dönüşümü uygulayacağımız parametrenin istatistiği a_τ olmak üzere katsayılar

$$A_i = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} a_\tau \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot i \cdot \tau}{\omega}\right) \quad (2.46)$$

$$B_i = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} a_\tau \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot i \cdot \tau}{\omega}\right) \quad (2.47)$$

ifadelerle belirlenebilir. Fourier katsayıları belirlendikten sonra (2.41)' de yerine konur. Ancak pratikte $\omega/2$ sayıda harmonikle çalışmak gereksizdir. Örneğin, günlük değerlerle çalışıldığında $m = (365 - 1)/2 = 182$ adet harmonik hesaplamak gerekmektedir. Bu sayı aylıklar için 6' dır. Parametrelere Fourier fonksiyonu uydurmaktaki amaç serinin periyodik kısmını ifade etmektir. Ancak fonksiyondaki bütün harmonikler kullanıldığında $\alpha_\tau \approx a_\tau$ olmakta ve süreç tamamen periyodik olarak ifade edilmektedir. Homojen hale getirilmiş serinin hem periyodik hem de stokastik karakterde olduğu düşünülecek olursa stokastik bileşen burada olaya katılmamış olur. Ancak harmoniklerin tamamı hesaba katılmadığında sürecin bir kısmı da stokastik bileşen tarafından açıklanmış olur. Bu aşamadan sonra kaç adet harmoniğin sürecin periyodikliğini yeterli derecede temsil edeceğini belirlemek gerekmektedir. Günlük değerlerle çalışıldığında 182 harmonik yerine 6 – 12, aylık değerlerle çalışıldığında ise 3 – 4 harmonik alınması uygun olmaktadır. Bu yeter derecedeki harmoniğe anlamlı harmonik denmektedir.

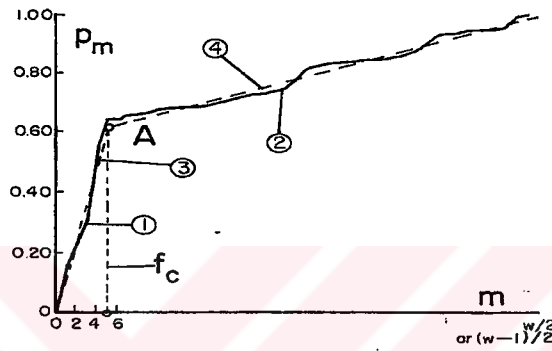
Anlamlı harmoniğin belirlenmesinde bir kaç yöntem bulunmakla birlikte uygulamada genellikle grafik yöntem (periyodogram) kullanılmaktadır. Bu yöntemle göre a_τ parametresinin varyansının i ' inci harmonik tarafından açıklanan miktarı,

$$\text{Var}(h_i) = \frac{C_i^2}{2} = \frac{A_i^2 + B_i^2}{2} \quad (2.48)$$

ve a_τ parametresinin örnekten hesaplanan varyansı da, $\text{Var}(a_\tau)$ olmak üzere P_m değerleri aşağıdaki ifade ile verilir.

$$P_m = \frac{\sum_{i=1}^m \text{Var}(h_i)}{\text{Var}(a_\tau)} \quad (2.49)$$

(2.48) ifadesindeki C_i^2 'nin i 'inci harmoniğe karşı geldiği belirtilmişti. (2.49) ifadesinden ise paydaki terimin a_r parametresinin kümülatif varyansını verdiği görülmektedir. Burada i 'nin ilk değerlerinin toplam varyanstaki oranları oldukça fazladır. (2.49) ifadesi günlük değerler için $m = 6 - 12$ ve aylık değerler için $m = 6$ alınarak P_m 'ler hesaplanır. m 'in aldığı her değer için P_m - m çiftleri, m yatay ekseninde olmak üzere bir grafiğe aktarılır. Bu grafiğe periyodogram adı verilir (Şekil 2.10). Grafikte genellikle m 'in ilk değerlerinde eğri çok hızlı bir artış göstermekte ve ardından ani olarak eğimi azalmaktadır. Eğimin ani olarak azaldığı noktanın



Şekil 2.10 Kümülatif Periyodogram

yataydaki izdüşümü anlamlı harmonik sayısını verir.

Bu işlem genellikle ortalama ve standart sapma parametreleri için yapılmaktadır. Daha yüksek mertebeden momentlerde periyodiklik kalması olasılığına rağmen örnek serinin normal dağılıma uyması halinde bu iki parametrenin periyodikliğinin belirlenmesi yeterli olmaktadır.

Fourier fonksiyonundaki A_i ve B_i katsayıları anlamlı harmonikler için ortalama ve standart sapma için ayrı ayrı hesaplanır. Ardından μ_τ ve σ_τ periyodik parametreler yardımıyla periyodiklik aşağıdaki gibi süreçten ayrılır.

$$z_t = \frac{y_{v,\tau} - \mu_\tau}{\sigma_\tau} \quad (2.50)$$

Bu ifadedeki y_t değişkeni artık stasyonier bir süreci temsil etmektedir. t' nin en büyük değeri $v.\tau$ olmaktadır. Hidrolojik bir yıl ekim ayında başlıyorsa örneğin, $t=14$ burada bir sonraki yılın kasım ayını göstermekte, ancak artık $v=2$, $\tau=2$ yerine $t=14$ alınmaktadır.

2.8 STOKASTİK BİLEŞEN

Bir zaman serisinin ardışık değerlerinin arasında görülen içbağımlılığın o serinin stokastik olması anlamına geldiği daha önce ifade edilmişti. Stokastik olan bir sürecin içbağımlılığının belirlenmesinde kullanımı en yaygın kullanılan parametre otokorelasyon (serisel korelasyon) katsayısıdır. Korelasyon katsayısı iki değişkenin aralarındaki bağımlılığı ifade eder. Sürece ait x_t ve x_{t+k} ardışık elemanlarının aralarındaki bağımlılığın ifadesi olan otokovaryans büyüklüğü

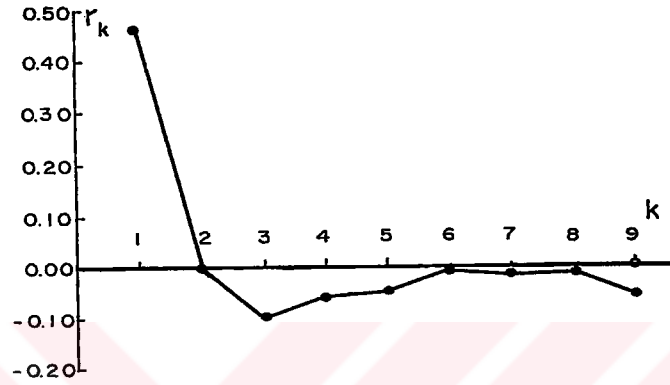
$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x}) \cdot (x_{t+k} - \bar{x}) \quad (2.51)$$

şeklinde verilir. Burada $\bar{x}$ rastgele değişkenin örnekten (seriden) hesaplanan ortalaması, n yıl olarak toplam gözlem süresi, ω periyod olmak üzere, $N = n.\omega$ toplam gözlem sayısı, k adım aralığı (lag) veya merteye anlamına gelmekte ve 0 ile N arasında değişmektedir. k sayısı x_t ve x_{t+k} gözlemlerinin aralarındaki mesafeyi gösterir. Uygulamalarda k arttıkça bağımlılığın azaldığı görülür. $k=0$ için c_0 örneğin varyansı s^2 olmaktadır. (2.51) ifadesinde otokovaryans örnekten taraflı olarak verilmişti. $1/N$ çarpanında paydada N yerine $N-k$ koyularak tarafsız istatistiği hesaplamak mümkündür.

İç-bağımlılığı boyutsuz olarak elde etmek için c_k ' yı c_0 ' a böleriz. Böyle bir işlem sonunda elde edilen büyüklüğe otokorelasyon katsayısı denmekte ve

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x}) \cdot (x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2} \quad (2.52)$$

şeklinde verilmektedir. Bu denklemde r_k , toplumun otokorelasyon katsayısı olan ρ_k 'nin örnekten elde edilen istatistiğini ifade etmektedir. (2.52) denklemindeki iç-bağımlılık serisel anlamda ifade edilmiş sürecin periyodikliği göz önüne alınmamıştır. N elemanlı bir zaman serisinden hesaplanan r_k istatistiğinin k'nın artan değerlerine bağlı olarak değişiminin grafik olarak gösterilmesine otokorelogram yada kısaca korelogram denmekte olup Şekil 2.11' de verilmiştir.



Şekil 2.11 Korelogram

Süreç periyodik ise bu hale ait otokorelasyon katsayısı her bir zaman aralığı τ için aşağıda verilmektedir.

$$r_{k,\tau} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N (x_{v,\tau} - \bar{x}_{\tau}) \cdot (x_{v,\tau-k} - \bar{x}_{\tau-k})}{s_{\tau} \cdot s_{\tau-k}} \quad (2.53)$$

Bu denklemde $\tau-k < 1$ olduğunda N yerine N-1, $x_{\tau-k}$ yerine $x_{v-1,\omega+\tau-k}$ ve $\bar{x}_{\tau-k}$ yerine $\bar{x}_{\omega+\tau-k}$ koyulur. Stasyoner bir süreç gözönüne alındığında, süreç bağımsız ise $k \neq 0$ için toplumun korelogramı 0' gitmektedir. Bağımsız süreçlerden çekilen bir örneğin korelogramında bile 0' a çok yakın olmakla birlikte onun etrafında salındığı görülmektedir. Bunun en temel nedeni ise örnekleme hatalarıdır. Sürecin bağımsızlığı r_k 'nin örnekleme dağılımının 0' a yakınlığı ile ölçülür. r_k 'nin örnekleme dağılımının standart sapması aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_{r_k} = \frac{\sqrt{(N-k-1)}}{N-k} \cong \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (2.54)$$

Bağımsızlığın sınırlarını belirleyen en önemli etken rastgele değişkenin dağılımıdır. Dağılıma göre α anlamlılık düzeyine karşı gelen standart değişken belirlenir ve σ_{r_k} ile çarpılır. Örneğin normal dağılım için % 5 anlamlılık düzeyinde standart normal değişken 1.96' dır. Buna göre sınırlar yaklaşık $\pm 1.96.(1/N)$ olarak verilir.

Yukarıda verilmiş olan (2.52) ve (2.53) ifadeleri yardımıyla iç-bağımlılık bir katsayı olarak belirlenebilmesine rağmen tek başına sadece bir fikir vermek amacıyla kullanılır. Burada verilmiş olan otokorelesyon katsayısı çeşitli stokastik modellerde kullanılır. Periyodik bileşeni seriden ayırdıktan sonra, geriye kalan homojen ve stasyonier süreçten stokastik bileşeni ayırdığımızda elimizde bağımsız rastgele bileşen kalmış olur.

2.8.1 STOKASTİK MODELLER

Zaman serileri ile çalışma amacının gelecekle ilgili etkin tahminleri yapabilmek olduğu önceden belirtilmişti. Elde bulunan tarihi veriyi kullanarak, tarihi veriyle aynı istatistik özelliklere sahip fakat farklı dizilişteki yeni seriler türetmek için doğru belirlenmiş modele ihtiyaç duyulmaktadır. Bu amaçla stokastik model teorileri geliştirilmiş ve başarıyla uygulanmıştır. Modeli oluşturan bileşenler ise geçmiş değerlerin bir karışımı olan deterministik kısmı, iç-bağımlı kısmı ve rastgele etkilerdir.

Stokastik modeller uygulanırken çeşitli yollar izlemek mümkündür. Süreç eğilim ve sıçrama gibi etkilerden arındırıldıktan sonra periyodik parametreleri koruyan bir model olarak geliştirilir, veya ilave olarak periyodiklikten de arındırılarak stasyonier hale getirilerek modellenir. İki türlü modelleme yapmak ta mümkündür. Seçilen modele göre yeni seriler türetilirken ters dönüşümlerle orijinal serinin özelliklerini taşıyan durumlarına getirilirken sıranın önemli olduğuna dikkat edilmesi gerekmektedir.

2.8.2 OTOREGRESİF MODELLER

Diğer adıyla Markov modelleri olarak bilinen bu modeller Box ve Jenkins (1970) ve Yevjevich (1972) tarafından geliştirilmiş ve yaygın kullanım bulmuştur. Bu modelde stasyonere hale getirilmiş normal dağılım ve ortalaması μ , varyansı σ^2 olan p ' inci mertebeden otoregresif model aşağıda verilmiştir. p ' inci mertebeden Markov modelinde y_t ' nin aldığı herhangi bir değerin ondan önceki p adet değere bağlı olarak

$$y_t = \mu + \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t \quad (2.55)$$

$$y_t = \mu + \sum_{j=1}^p \phi_j(y_{t-j} - \mu) + \varepsilon_t$$

ifade edilmektedir. (2.55) ifadesinde y_t zamana bağlı değişken, ε_t ise zamandan ve y_t ' dan bağımsız ortalaması 0, varyansı σ_ε^2 olan normal dağılmış değişkendir. $\phi_1, \dots, \phi_p$ otoregresif katsayılarıdır. Modelin parametre sayısı $p+2$ ' dir. Burada $z_t = y_t - \mu_t$ dönüşümü ile sürecin ortalaması 0 olur. Bu tip modellerde parametreler genellikle momentler yöntemi ve maksimum olabilirlik yöntemi ile belirlenir. Burada momentler yöntemine göre çıkarılmış parametreler verilecektir.

$$\bar{y} = \mu = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t \quad (2.56)$$

İfadesi sürecin ortalamasını verir. N serideki eleman sayısıdır. sürecin varyansı ise

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2 \quad (2.57)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Sürecin ortalaması μ ve varyansı σ^2 belirlendikten sonra

$$z_t = y_t - \mu \quad (2.58)$$

dönüşümü yardımıyla $\phi_1, \dots, \phi_p$ regresyon parametreleri hesaplanır. p ' inci mertebeden doğrusal denklem sistemi (Yule-Walker)

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad (2.59)$$

$$\rho_k = \sum_{j=1}^p \phi_j \rho_{k-j}$$

çözülür. Buradaki otokorelasyon katsayıları z_t sürecinden hesaplanır. Örneğin AR(1) modeli için $\phi_1 = \rho_1$ olmaktadır. benzer şekilde (2.59) denkleminde otokorelasyon katsayıları yerine konup sistem çözüldüğünde AR(2) modeli için regresyon katsayıları

$$\phi_1 = \frac{\rho_1(1-\rho_2)}{1-\rho_1^2} \quad \text{ve} \quad \phi_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1-\rho_1^2} \quad (2.60)$$

şeklinde hesaplanırlar. y_t sürecinin varyansı σ^2 ile ε_t bağımsız rastgele değişkeninin varyansı σ_ε^2 arasındaki ilişki

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{N\sigma^2}{(N-p)} \left(1 - \sum_{j=1}^p \phi_j \rho_j\right) \quad (2.61)$$

şeklinde ifade edilir. Bu ifadede ϕ_j j ' inci otoregresyon katsayısı ve ρ_j ise y_t değişkeninin' nin j ' inci mertebeden otokorelasyon katsayısıdır.

Örnek olarak, 1.mertebe otoregresif modeli AR(1)' in bağımsız değişkenin varyansı ile sürecin değişkeninin varyansı arasındaki ilişki

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{N\sigma^2}{(N-1)} (1 - \phi_1^2) \quad (2.62)$$

şeklini alır. AR(2) için de (2.62) denklemi benzer şekilde aşağıdaki gibi verilir.

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{N\sigma^2(1+\phi_2)}{(N-2)(1-\phi_2)} \left[(1-\phi_2)^2 - \phi_1^2 \right] \quad (2.63)$$

2.8.3 HAREKETLİ ORTALAMA MODELLERİ

Hareketli ortalama modellerinde y_t değişkeni belirli sayıda ε_t bağımsız değişkeninin ağırlıklı ortalaması olarak ifade edilmektedir. Bu modelde de sürecin ortalaması $z_t = y_t - \mu$ dönüşümü ile 0 olur. Sürecin varyansı da σ^2 ' dir. Buna göre q ' uncu mertebeden hareketli ortalama modeli MA(q)

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.64)$$

$$z_t = \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}$$

ifadesiyle verilir. ε_t süreçteki bağımsız rastgele değişken olup ortalaması 0, varyansı σ_{ε}^2 ' dir. $\theta_1, \dots, \theta_j$ modele ait regresyon katsayılarıdır. Modelin parametre sayısı $q+2$ ' dir. (2.64) denkleminin her iki tarafının z_{t-k} ile çarpılıp ardından beklenen değerleri alındığında

$$\gamma_k = \text{Cov}[z_t, z_{t-k}] = \sigma_{\varepsilon}^2 \sum_{j=0}^{q-k} \theta_j \theta_{j+k} \quad , \quad k \leq q \quad (2.65)$$

$$\gamma_k = 0 \quad , \quad k > q$$

$\theta_0 = -1$ kabulü ile sürecin otokovaryansı elde edilir.

Burada $k = 0$ için varyans

$$\text{Var}[z_t] = \gamma_0 = \sigma_{\varepsilon}^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2 \quad (2.66)$$

şeklini alır. $k=0$ için $\gamma_0 = \sigma^2$ olduğundan örneğin MA(1) için bu bağıntı

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2 / (1 + \theta_1^2) \quad (2.67)$$

haline gelmektedir. Otokorelasyon fonksiyonu (2.65) ifadesinin (2.66) ile bölümünden

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\sum_{j=0}^{q-k} \theta_j \theta_{j+k}}{\sum_{j=0}^q \theta_j^2}, \quad k \leq q$$

$$\rho_k = 0, \quad k > q$$
(2.68)

elde edilir. Örneğin, MA(1) modeli için γ_1 ve γ_0 ayrı ayrı hesaplandıktan sonra birbirine bölüldüğünde

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \quad (2.69)$$

sürecin birinci mertebeden otokorelasyon katsayısı ile model katsayıları arasındaki bağıntı belirlenmiş olur. Buradan θ_1 ' in hesaplanması mümkündür. Ancak modelin stasyonerlik şartını sağlaması için $|\theta_1| < 1$ olması gerekmektedir.

2.8.4 OTOREGRESİF – HAREKETLİ ORTALAMA MODELLERİ

Bazı durumlarda otoregresif modeller de hareketli ortalama modelleri de süreci tam olarak ifade edememektedirler. Bu tip durumlar için Box ve Jenkins (1970) iki modelin karışımı olan bir modeli kullanmışlardır. p ' inci mertebeden otoregresif ve q ' uncu mertebeden hareketli ortalama modellerinin karışımı ARMA(p,q) modeli

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.70)$$

veya

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (2.71)$$

şeklinde ifade edilirler. Burada μ sürecin ortalaması, σ_ε^2 bağımsız rastgele değişkenin varyansı, $\phi_1, \dots, \phi_p$ sürecin otoregresif kısmının ve $\theta_1, \dots, \theta_q$ ise sürecin hareketli ortalama kısmının regresyon katsayılarıdır. Toplam parametre sayısı $p+q+2$ ' dir. (2.70) ifadesinin her terimini z_{t-k} ile çarpıp beklenen değeri alınırsa sürecin otokovaryansı

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma_{k-i} - \sum_{i=0}^q \theta_i \gamma_{\varepsilon}(k-i) \quad , \quad k < q+1 \quad (2.72)$$

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma_{k-i} \quad , \quad k \geq q+1$$

şeklini almaktadır. (2.72)' de $k = 0$ olduğunda sürecin varyansı

$$\text{Var}[z_t] = \sigma_\varepsilon^2 + \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma_i - \sum_{i=1}^q \theta_i \gamma_{\varepsilon}(-i) \quad (2.73)$$

ile ifade edilmekte ve sürecin otokorelasyon fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$\rho_k = \sum_{i=1}^p \phi_i \rho_{k-i} \quad , \quad k \geq q+1 \quad (2.74)$$

Otoregresif-Hareketli ortalama modellerinin otokorelasyon katsayıları ve model regresyon katsayıları arasındaki ilişki için ARMA(1,1) süreci

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (2.75)$$

şeklinde yazılır. Bu model için 1. mertebe otokovaryans ve varyans sırası ile

$$\gamma_1 = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 - \phi_1^2} \sigma_\varepsilon^2, \quad \gamma_0 = \frac{1 + \phi_1^2 - 2\phi_1 \theta_1}{1 - \phi_1^2} \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.76)$$

gibi yazılırlar. 1. Mertebe otokorelasyon katsayısı γ_1 / γ_0 işleminin sonucunda

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1} \quad (2.77)$$

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1}, \quad k \geq 2$$

gibi elde edilir.

Buraya kadar verilmiş olan Otoregresif, Hareketli Ortalama ve Otoregresif-Hareketli Ortalama modelleri sadece normal dağılıma uyan süreçler için geçerlidir. Bu tip modellerde sürecin rastgele değişkeninin doğrusal kombinezonları kullanılmakta ve bunların da yine normal dağıldığı bilinmektedir. Bu nedenle süreç modellenmeden normal dağılıma uygun hale getirilmelidir. Süreci normal dağılıma dönüştüren ve çok yaygın kullanım gören Box-Cox (1964) tarafından önerilen

$$y_t = \frac{(x_t^\lambda - 1)}{\lambda}, \quad \lambda \neq 0 \quad (2.78)$$

(2.78) ifadesi $\lambda = 0$ için $y_t = \ln(x_t)$ halini alır ve bunun yardımıyla normal dağılmış süreç elde edilir. Burada x_t orijinal ve normal dağılmayan süreç, y_t normal dağılmış süreçtir. $\lambda = 0, \pm 0.5, \pm 1.0, \dots$, en çok kullanılan değerlerdir. Kolaylığı açısından ilk olarak $\lambda = 0$ denenir. Türetilen serilerin ters dönüşümü de üstel dönüşüm olmaktadır. Bu dönüşüm yapılmadığı takdirde, model kurulduktan sonra iç bağımlı bileşen ayrılır, ardından kalan bağımsız rastgele değişkenin dağılımı belirlenir. Bu genellikle 2 veya üç parametrelili gamma dağılımı veya başka bir dağılım olmaktadır. Bundan sonra seri türetilirken bu özellikler dikkate alınmalıdır.

2.8.5 MODEL SEÇİMİ

Modellerle ilgili genel bilgi verildikten sonra en uygun modelin seçimi için ilk şart Parsimoni Kuralı' na uygunluktur. Bu kurala göre, etkin model, parametre sayısının $(p+q)$ en az olduğu, ancak kabul edilebilir derecede de sürecin temsilini öngörmektedir.

Modelin otoregresif bileşeninin p mertebesini belirlemek için Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu kullanılmaktadır. $\phi_{k,k}$ kısmi otokorelasyon katsayısı olup, $k-1$ ' inci mertebe AR modeli uydurulduktan sonra sürecin geriye kalan kısmı için otokorelasyon katsayısıdır. Buna göre AR(p) modeline uyan bir süreçte $k > p$ için $\phi_{k,k} = 0$ olur. Yani kısmi otokorelasyon katsayısının k ' inci mertebesi için, içbağımlılığın 0 olduğunu göstermektedir. $\phi_{k,k}$ katsayıları ρ_k otokorelasyon katsayılarına bağlı olarak

$$\begin{aligned}\phi_{1,1} &= \rho_1 \\ \phi_{k,k} &= \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_j}, \quad k \geq 2\end{aligned}\quad (2.79)$$

$$\phi_{k,j} = \phi_{k-1,j} - \phi_{k,k} \phi_{k-1,k-j}, \quad k \neq j$$

şeklinde verilmektedir. $\phi_{k,k}$ katsayıları bu denklemler kullanılarak ardışık olarak hesaplanırlar. p ' nin mertebesinin tesbiti için bunların 0' dan yeterli miktarda farklı olup olmadıkları test edilir. $\text{Var}(\phi_{k,k}) \cong 1/N$ olduğuna göre örneğin, normal dağılım için, % 5 anlamlılık düzeyinde $|\phi_{k,k}| > 1.96/\sqrt{N}$ ise $\phi_{k,k}$ ' nin sıfırdan yeter derecede farklı olduğu kabul edilebilir. Bu test sonunda $k > p$ için $\phi_{k,k} = 0$ olduğu görülürse otoregresif modelin mertebesi için p değeri alınabilir.

Hareketli ortalama modelinin q mertebesini belirlemek için korelogram kullanılır. MA(q) modeline uyan süreçte $k > q$ için $\rho_k = 0$ olmaktadır. Aynı şekilde ρ_k

otokorelasyon katsayıları hesaplandıktan sonra yine normal dağılım için % 5 anlamlılık düzeyinde $|\rho_k| > 1.96/\sqrt{N}$ şartını sağlıyorsa ρ_k değerlerinin sıfırdan farklı olduğu kabul edilebilir. Sürecin hareketli ortalama model mertebesi için $k > q$ için $\rho_k = 0$ olduğunda buradaki q' nun seçilmesi uygun olur.

Otoregresif-Hareketli Ortalama modeline uyan bir sürecin mertebesi için yukarıda anlatıldığı şekilde ayrı ayrı mertebe tayini yapılır. Ardından (AKAIKE, 1974) tarafından önerilen ve çok sık kullanılan AIC (Akaike Information Criteria) olarak bilinen büyüklüklerin hesabı için

$$AIC(p, q) = N \ln(\sigma_e^2) + 2(p + q) \quad (2.80)$$

ifadesi kullanılır. Bu ifadedeki σ_e^2 terimi kurulan modeli tarihi seriden çıkardıktan sonra elde edilen kalıntı teriminin varyansı (bağımsız rastgele değişkenin) olmaktadır. İfadede $p = 0$ olduğunda test edilen modelin hareketli ortalama, $q = 0$ olduğunda ise otoregresif olduğu görülmektedir. Akaike' ye göre bu değeri en küçük yapan $(p+q)$ uygun modelin mertebesini verir.

2.8.6 MODELİN KONTROLÜ

Modellemedeki son kararın verilebilmesi için seçilen modelin eldeki serinin özelliklerini tam olarak yansıtıp yansıtmadığının bir şekilde sınanması gerekmektedir. Bu amaçla iki ayrı kontrol yapılmaktadır.

Bunlardan birisi, kurulan modelin parametrelerini kullanarak tarihi seriden çıkartılması yoluyla elde edilen kalıntıların (bağımsız rastgele sayılar) gerçekte rastgele sayılar olup olmadığının testidir. Bu amaçla Anderson (1941) ve Box-Pierce (1970) tarafından bağımsızlık testleri verilmiştir.

Anderson' a göre seriden elde edilen r_k ' nın korelogramda belli sınırlar içinde kalması halinde süreç bağımsız olarak kabul edilebilir. Tam bağımsızlıkta örneğin temsil ettiği toplumun korelogramının 0 olduğu bilinmekle birlikte örneklemeden

kaynaklanan sapmalar için test kullanılmaktadır. Test için Anderson' un verdiği sınırlar normal dağılım için

$$r_k (\%95) = \frac{-1 \pm 1.96\sqrt{N-k-1}}{N-k} \quad (2.81)$$

$$r_k (\%99) = \frac{-1 \pm 2.326\sqrt{N-k-1}}{N-k} \quad (2.82)$$

şeklindedir. Model uygulandıktan sonra kalıntılar seçilen güven düzeyine göre (2.81) veya (2.82) ifadelerindeki sınırlar arasında kalıyorsa bağımsız kabulü yapılabilir.

(BOX-PIERCE, 1970) tarafından verilen testte (Portmanteau testi) ise araştırmacılar bir Q istatistiği tanımlamışlardır. Bu değişken esas olarak seçilen modelin süreçten ayrıldıktan sonra elde edilen kalıntıların korelogramına dayanmaktadır. Portmanteau testine göre bu Q istatistiğinin örnekleme dağılımı serbestlik derecesi L-p-q olan χ^2 dağılımıdır. Q istatistiği

$$Q = N \sum_{k=1}^L r_k^2(\varepsilon) \quad (2.83)$$

şeklinde verilmiştir. Burada L maksimum adım sayısı olmak üzere uygulamalarda örnekteki eleman sayısının % 10' u ile % 30' u arasında alınır. Model için Q istatistiği hesaplanır. $Q < \chi^2(L-p-q)$ ise modelin kalıntı terimi bağımsız olmaktadır.

Kalıntıların bağımsız oldukları testte geçtikten sonra bunların dağılımına bakılması gerekir. Otregresif, Hareketli Ortalama ve Otregresif-Hareketli Ortalama modellerinin tanımları yapılırken normal dağılım kabulü de yapılmıştı. Bu nedenle kalıntıların bağımsız olması modelin uygun olması için tek başına yeterli değildir. Kalıntıların normal dağılmış bağımsız rastgele sayılar olması gerekmektedir. Bunun için en çok kullanılan testler χ^2 ve Olasılık Çizgisi Korelasyon Katsayısı testidir (PPCC testi).

χ^2 testinde N adet gözlemden oluşan seri m adet sınıf aralığına bölünür. Herbir sınıf aralığına düşen gözlem sayısı N_i olmak üzere

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(N_i - Np_i)^2}{Np_i} \quad (2.84)$$

istatistiğinin dağılımı serbestlik derecesi $m-2$ olan χ^2 olan dağılımdır. Buradaki p_i seçilen dağılım fonksiyonu (normal dağılım) için i ' inci sınıf aralığında kalma olasılığıdır. Bu test uygulanırken sınıf aralıklarını $p_i = 1/m$ olasılıkları eşit olacak şekilde seçmek uygun olmaktadır. (2.83) ifadesini modelin kalıntılarına uygulayıp elde edilen χ^2 istatistiği ile seçilen α anlamlılık düzeyi için Ek1' deki χ^2 dağılım tablosundan okunan $\chi^2_{1-\alpha}(m-2)$ değeri karşılaştırılır. $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha}(m-2)$ ise kalıntıların dağılımının normal olduğu kabul edilir.

Olasılık Çizgisi Korelasyon Katsayısı Testi (STEDİNGER vd.,1993) χ^2 testi ve diğer dağılım testlerine göre daha güçlüdür. Bu testte düzenlenmiş (küçükten büyüğe doğru sıralanmış) örnekteki herbir x_i elemanı için

$$F(x_i) = \frac{i - 0.375}{N + 0.25}, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.85)$$

küçük kalma olasılığı hesaplandıktan sonra bu olasılığa karşı gelen standart değişken z_i (seçilen dağılım fonksiyonu için örneğin, standart normal değişken) değeri o dağılım fonksiyonunun tablosundan belirlenir. Normal dağılım için standart değişkenler EK A' da verilmiştir. Bu şekilde belirlenen (x_i, z_i) çiftler arasındaki $r_{x,z}$ korelasyon katsayısı hesaplanır. Bu katsayının değeri r_{kr} değerinden büyük olması seçilen dağılımın uygun olduğu anlamını taşır. Buradaki r_{kr} değeri seçilen α anlamlılık düzeyine ve N örnekteki eleman sayısı veya gözlem sayısına göre değişmekte olup Ek E' deki tabloda verilmiştir.

2.8.7 SENTETİK SERİ TÜRETİLMESİ

Kurulan modelin orijinal seriden ayrıldıktan sonra elde edilen bağımsız rastgele değişken ε_t (kalıntı terimi) bağımsızlık testinin ardından dağılım testini de geçtikten sonra süreci temsil eden modelin uygunluğu kesinlik kazanmaktadır. Bundan sonra belirlenen model kullanılarak çok sayıda sentetik seri türetilir. Daha önce de anlatıldığı gibi eldeki tarihi seri ile aynı istatistik özellikleri taşıyan farklı dizilişteki çok sayıda seri üretmek probleme göre çok çeşitli senaryolar türetilmesini sağlar.

Bu noktadan sonra dikkat edilmesi gereken husus ε_t ' nin dağılımı ile aynı istatistik özelliklere sahip bağımsız rastgele sayıların türetilmesidir. Bunun için bir çok yöntem geliştirilmiş ancak (BOX- MULLER, 1958) yöntemi sıkça uygulama bulmuştur. Bu yöntem normal dağılmış seri üretmek için

$$\begin{aligned}\xi_1 &= [\ln(1/u_1)]^{1/2} \cdot \cos(2\pi u_2) \\ \xi_2 &= [\ln(1/u_1)]^{1/2} \cdot \sin(2\pi u_2)\end{aligned}\tag{2.86}$$

ifadeleriyle verilmiştir. Burada ξ_1 ve ξ_2 standart normal rastgele sayılar, u_1 ve u_2 üniform dağılmış (ortalaması 0 ve varyansı 1) rastgele sayılardır. Buradaki u_1 ve u_2 sayılarını bilgisayarda bir komut ile üretmek mümkündür. ξ_1 ve ξ_2 sayıları çift olarak türetilirler. Örneğin 1000 adet sayı üretilecekse 500 çift ξ_1 ve ξ_2 sayıları türetilmelidir. Süreci temsil ettiği kabul edilen modeldeki kalıntı terimi $N(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon^2)$ ise türetilen rastgele sayı

$$\varepsilon_t = \mu_\varepsilon + \sigma_\varepsilon \xi \tag{2.87}$$

olacak şekilde yerine koyulur.

Örneğin $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ kalıntı terimi için $\varepsilon_t = \sigma_\varepsilon \xi$ halini alır. Ardından ε_t bağımsız rastgele değişkeni modelde yerine konur ve türetme işlemi herbir defa çalıştığında kurulan modele uygun sentetik sayı elde edilmiş olur.

HAZNELERDE BİRİKEN YILLIK ASKI MALZEMESİNİN İSTATİSTİK ANALİZİ

3.1 GENEL

Akarsuyun baraj haznesine getirdiği askı maddesinin zaman içinde birikiminin barajların ekonomik ömrünü sınırladığı bilinmektedir. Bu nedenle yapılmış olan uzun süreli gözlemler yardımıyla haznede birikecek askı maddesi miktarının istatistiksel davranışını bilmek bu ömrün doğru hesaplanması açısından oldukça önemlidir. Bölüm 2’de bir akarsuyun herhangi bir kesitinde ölçülmüş olan yeterince uzun süreli askı debisi gözlem değerlerine zaman serisi modelleri uygulanmıştır.

Bu bölümde ise akarsuyun bir kesitindeki askı debisinin zaman içindeki değişiminin baraj haznesindeki birikme etkisi incelenecektir. Bu amaçla, askı debisine uydurulan zaman serisi modellerine göre biriken askı maddesi miktarının nasıl değişeceği analitik olarak elde edilecektir. Burada en çok kullanılan AR(1), AR(2), MA(1) ve MA(2) modellerine göre birikme analizi yapılacaktır. Herbir modele uyduğu varsayılan askı debisinin normal ve lognormal dağılmış olduğu kabulüne göre haznede birikecek askı malzemesi miktarının beklenen değeri ve varyansının analitik ifadeleri elde edilecektir.

Buna göre hazneye gelen yıllık askı debisini temsil eden rastgele değişken (y_i) ile gösterilirse, bunun ortalaması μ_y ve varyansı σ_y^2 olur. Akarsuyun getirdiği askı malzemesinin tamamının haznede tutulduğu yani tuzaklama oranının 1 olduğu kabul edilecektir.

Bu kabuller altında N yılda haznede birikecek askı malzemesi miktarı:

$$S_N = \sum_{i=1}^N y_i \quad (3.1)$$

ile gösterilebilir. Buradaki rastgele değişken artık yıllık askı debisinin toplamıdır. S_N 'in ortalaması ve varyansı her bir model tipi için analitik olarak belirlenecektir.

Analitik türetmelere geçmeden önce temel bazı istatistik bağıntılar verilecektir. Eğer rastgele değişken S_N ise bu değişkenin varyansının,

$$\text{Var}(S_N) = E(S_N^2) - E^2(S_N) \quad (3.2)$$

şeklinde olduğu bilinmektedir. Burada $E^2(S_N)$, S_N toplamlarının ortalamalarının karesidir. $E(S_N^2)$ 'i elde etmek için

$$E(S_N^2) = \sum_{i=1}^N E(y_i^2) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E(y_i y_j) \quad i \neq j \quad (3.3)$$

bağıntısı kullanılır. (3.3) ifadesi S_N toplamlarının çarpımı olup bir matris oluşturmaktadır. İfadenin sağ tarafının ilk terimi matrisin köşegeni üzerindeki elemanları, ikinci terim ise geriye kalan elemanları temsil eder. (3.3) ifadesinin ilk terimi için (3.2) bağıntısı esas alınır,

$$\text{Var}(y_i) = E(y_i^2) - E^2(y_i) \quad (3.4)$$

Burada y_i değişkeninin karesinin beklenen değeri,

$$E(y_i^2) = \sigma_y^2 + \mu_y^2 \quad (3.5)$$

şeklinde elde edilir. (3.3) ifadesinin ikinci tarafı rastgele değişkenin çarpımının beklenen değeri olup,

$$E(y_i y_j) = \text{Cov}(y_i y_j) + E(y_i)E(y_j) \quad (3.6)$$

şeklindedir. Burada rastgele değişkenler aynı toplumdan olup sağ tarafın ikinci terimi bu değişkenin ortalamasının karesini verir. Sağ tarafın ilk terimi korelasyon katsayısının tanımından elde edilebilir.

$$\rho_{ij} = \frac{\text{Cov}(y_i y_j)}{\sqrt{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{y_j}^2}} \quad (3.7)$$

Bu ifadede paydadaki terimdeki varyanslar yine aynı topluma ait olduğundan sadece birisinin karesi olarak yazılırlar. Sonuç olarak kovaryans çekilirse,

$$\text{Cov}(y_i y_j) = \rho_{ij} \sigma_y^2 \quad (3.8)$$

şeklinde elde edilir. Daha sonra (3.6)' da yerine koyulur. (3.6) ifadesi de (3.3)' de yerine koyulur.

Lognormal dağılıma uyan süreçlerin analizi için ise ortalama, varyans ve otokorelasyon katsayısının geçiş ifadeleri, x lognormal değişken, y ise normal değişken olmak üzere sırasıyla aşağıdaki şekillerde bilinmektedirler.

$$\mu_x = e^{\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}} \quad (3.9)$$

$$\sigma_x^2 = \mu_x^2 (e^{\sigma_y^2} - 1) = e^{2\mu_y + \sigma_y^2} (e^{\sigma_y^2} - 1) \quad (3.10)$$

$$\rho_{x(k)} = \frac{\left[e^{(\sigma_y^2 \rho_{y(k)})} - 1 \right]}{\left[e^{\sigma_y^2} - 1 \right]} \quad (3.11)$$

3.2 AR(p) SÜRECİ İÇİN ANALİTİK İNCELEME

Bölüm 2’de (2.55) denklemiyle verilmiş olan normal dağılmış ortalaması μ_y , varyansı σ_y^2 olan AR(p) sürecinin genel ifadesi

$$y_i = \mu_y + \sum_{j=1}^p \phi_j (y_{i-j} - \mu_y) + \varepsilon_i \quad (3.12)$$

şeklindeydi. Buradaki ε_i bağımsız rastgele değişken olup ortalaması 0, varyansı σ_ε^2 ’dir. Buna göre AR(1) ve AR(2) modellerinin normal ve lognormal dağılmış olması durumları için S_N ’in ortalaması ve varyansını elde etmek mümkündür.

3.2.1 AR(1) MODELİ İÇİN ANALİTİK TÜRETMELER

Otoregresif AR(1) süreci için, genel ifade olan (3.12) denklemi

$$y_i = \mu_y + \phi_1 (y_{i-1} - \mu_y) + \varepsilon_i \quad (3.13)$$

şeklini alır. Bu denklem (3.1)’de yerine koyulup beklenen değeri alınırsa:

$$E(S_N) = \sum_{i=1}^N [\mu_y + \phi_1 E(y_{i-1} - \mu_y) + E(\varepsilon_i)] \quad (3.14)$$

elde edilir. Burada (y_{i-1}) ’in beklenen değeri ortalamasına, (ε_i) ’nin beklenen değeri de 0’a eşittir. Bunun sonunda (S_N) ’in beklenen değeri, diğer bir deyişle ortalaması aşağıdaki gibi olur.

$$E(S_N) = N\mu_y \quad (3.15)$$

Varyansı elde etmek için (3.2) ifadesinden yararlanılır. Bu ifade geliştirilip matrisin terimleri de elde edilip beklenen değerleri alındığında (3.3) ifadesi,

$$E(S_N^2) = N(\sigma_y^2 + \mu_y^2) + 2(N-1)(\rho_1\sigma_y^2 + \mu_y^2) + 2\frac{(N-2)(N-1)}{2}\mu_y^2 \quad (3.16)$$

şeklini alır. (3.16) ifadesi de (3.2)' de yerine koyulduğunda varyans elde edilir.

$$\text{Var}(S_N) = N(\mu_y^2 + \sigma_y^2) + 2(N-1)(\rho_1\sigma_y^2 + \mu_y^2) + (N-1)(N-2)\mu_y^2 - N^2\mu_y^2 \quad (3.17)$$

Bu denklem düzenlendiğinde ise varyansın sonuç ifadesi belirlenmiş olur.

$$\text{Var}(S_N) = [N + 2\rho_1(N-1)]\sigma_y^2 \quad (3.18)$$

Bu ifadedeki otokorelasyon katsayısı otoregresif birinci mertebeden sürecin katsayısı olup $\rho_1 = \phi_1$ ' dir. $\rho_1 = 0$ olması durumunda ise süreç bağımsız olur. Bu durumda S_N toplamlarının varyansı,

$$\text{Var}(S_N) = N\sigma_y^2 \quad (3.19)$$

şeklinde belirlenmiş olur.

Askı debisini temsil eden y_i rastgele değişkeninin zaman serileriyle modellenmesi sırasında bu değişkenin normal dağılıma uyması işlemleri kolaylaştırmaktadır. Eğer değişken lognormal dağılıma uyuyorsa ve bunu da x_i ile gösterirsek bu durumda S_N için türetilcek ifadelerde logaritmik dönüşüm formüllerini kullanmak gerekmektedir.

Kurulacak AR(1) modeli için $y_i = \ln(x_i)$ dönüşümü yapılırsa süreci oluşturan (y_i) değişkeninin normal dağıldığı bilinmektedir. Buna göre hazinede birikecek askı debisinin ortalaması için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$E(S_N) = \sum_{i=1}^N E(x_i) = N\mu_x \quad (3.20)$$

Buradaki S_N değerinin ortalaması lognormal dağılım için hesaplanan değerdir. (3.20) ifadesindeki μ_x parametresinin normal dağılımdaki karşılığı cinsinden yazılırsa,

$$E(S_N) = \sum_{i=1}^N E(x_i) = Ne^{\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}} \quad (3.21)$$

elde edilir. S_N ' in varyansı yine (3.2) denkleminde belirlenir. Bu denklem normal dağılan otoregresif sürecin varyansının belirlenmesindeki gibi aynı işlemlerden geçer. Ancak bu defa ortalama, varyans ve otokorelasyon parametrelerinin yerine normal dağılımdaki karşılıkları koyulur. (3.18) denklemini bu işlemde sonra

$$\text{Var}(S_N) = e^{2\mu_y + \sigma_y^2} \left[N(e^{\sigma_y^2} - 1) + 2(N-1)(e^{\rho_1 \sigma_y^2} - 1) \right] \quad (3.22)$$

olarak elde edilmiş olur. Bu ifade modelden bağımsız gibi görünmektedir. Ancak otokorelasyon katsayısı uygulanan modele göre değişmekte olup AR(1) için bu $\rho_1 = \phi_1$ olmaktadır. Buradaki parametrelerin hepsi normal dağılıma ait olup değerleri yerlerine koyulduğunda elde edilen varyans lognormal sürecin varyansını verir.

3.2.2 AR(2) MODELİ İÇİN ANALİTİK TÜRETMELER

Otoregresif 2.mertebeden bir sürecin ifadesi (3.12)' de $p=2$ için yazılırsa,

$$y_i = \mu_y + \phi_1(y_{i-1} - \mu_y) + \phi_2(y_{i-2} - \mu_y) + \varepsilon_i \quad (3.23)$$

olarak elde edilir.

Bu modele uyan bir sürecin S_N toplamlarının beklenen değeri alınırsa, sonuç 1.mertebe modelindeki gibi olur.

$$E(S_N) = N\mu_y \quad (3.24)$$

Ancak varyans için aynı durum sözkonusu değildir. Varyansın ifadesinde (3.3) denkleminin ifade ettiği matrisde 2. mertebe otokorelasyon katsayısını içeren bir terim de dahil olmaktadır. Bu terim ilave edildikten sonra denklem,

$$E(S_N^2) = N(\sigma_y^2 + \mu_y^2) + 2(N-1)(\rho_1\sigma_y^2 + \mu_y^2) + 2(N-2)(\rho_2\sigma_y^2 + \mu_y^2) + 2\frac{(N-2)(N-3)}{2}\mu_y^2 \quad (3.25)$$

halini alır. (3.25) denklemini (3.2)'deki ilk terim olup ikinci terim de yazıldığında varyans,

$$\text{Var}(S_N) = [N + 2\rho_1(N-1) + 2\rho_2(N-2)]\sigma_y^2 \quad (3.26)$$

şeklini alır. Logaritmik dağılıma uyan x_i değişkeninin haznedeki birikiminin ortalaması ve varyansını da elde etmek mümkündür. Bu sürece ait modelin parametreleri y_i normal değişkenine bağlı olarak (3.9), (3.10), (3.11) denklemleri yardımıyla belirlenebilir. S_N toplamlarının beklenen değeri alındığında (3.20) ifadesi

$$E(S_N) = \sum_{i=1}^N E(x_i) = Ne^{\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}} \quad (3.27)$$

aynen elde edilir. Varyansta ise (3.26) ifadesindeki yine dönüşüm formülleri kullanıldığında aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\text{Var}(S_N) = e^{2\mu_y + \sigma_y^2} \left[N(e^{\sigma_y^2} - 1) + 2(N-1)(e^{\rho_1\sigma_y^2} - 1) + 2(N-2)(e^{\rho_2\sigma_y^2} - 1) \right] \quad (3.28)$$

Bu denklemde de ρ_1 ve ρ_2 otokorelasyon katsayıları AR(2) modeline ait ϕ_1 , ϕ_2 parametreleri cinsinden ifade edilirler.

3.3 MA(q) SÜRECİ İÇİN ANALİTİK İNCELEME

Bölüm 2’de verilmiş olan hareketli ortalama modelinin (2.64) ifadesinde y_i rastgele değişkeninin ortalaması μ_y ve varyansı σ_y^2 ’dir. Bu denklem:

$$y_i = \mu_y + \varepsilon_i - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{i-j} \quad (3.29)$$

şeklindedir. Bu denklemde bağımsız rastgele değişken olan ε_i ’nin ortalaması 0 varyansı σ_ε^2 olmaktadır. (3.29) ifadesinden faydalanarak MA(1) ve MA(2) süreci ile temsil edilen askı debisinin haznede birikiminin ortalaması ve varyansı elde edilebilir.

3.3.1 MA(1) MODELİ İÇİN ANALİTİK TÜRETMELER

(3.29) denklemiyle verilen hareketli ortalama modeli 1. mertebe için aşağıdaki hali alır.

$$y_i = \mu_y + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} \quad (3.30)$$

Bu denklem (3.1)’de yerine koyulup ardından beklenen değeri alınırsa:

$$E(S_N) = \sum_{i=1}^N [\mu_y + E(\varepsilon_i) - \theta_1 E(\varepsilon_{i-1})] \quad (3.31)$$

$$E(S_N) = N\mu_y \quad (3.32)$$

denklemini elde edilir. Doğal olarak süreç eğer modelleme sırasında ortalaması standart hale getirildiyse $E(S_N)$ ’de 0 olarak elde edilir. Varyansı için yine (3.2) denklemi kullanılır. Önce (3.3) denkleminin sağ tarafının ilk terimi

$$E(y_i^2) = E[(\mu_y + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1})(\mu_y + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1})] \quad (3.33)$$

çarpımından elde edilir. Bu işlemden sonra, bağımsız değişkenlerin çarpımlarının beklenen değerlerinin 0 olması nedeniyle ifade aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$E(y_i^2) = \mu_y^2 + (1 + \theta_1^2) \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.34)$$

Bu ifade (3.3)' deki yerine yerleştirilmesi için toplam altında bulunan değişkenleri yerine konursa sonuç,

$$\sum_{i=1}^N E(y_i^2) = N[\mu_y^2 + (1 + \theta_1^2) \sigma_\varepsilon^2] \quad (3.35)$$

şeklinde belirlenmiş olur.

(3.3) denklemindeki ikinci terim için aşağıdaki çarpım yapılır.

$$E(y_i y_j) = E[(\mu_y + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1})(\mu_y + \varepsilon_j - \theta_1 \varepsilon_{j-1})] \quad (3.36)$$

Çarpım yapıldıktan sonra bağımsız olan terimlerin çıkarılması ile denklem,

$$E(y_i y_j) = \mu_y^2 - \theta_1 \sigma_\varepsilon^2 - \theta_1 \sigma_\varepsilon^2 = \mu_y^2 - 2\theta_1 \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.37)$$

halini alır. Bundan sonra toplamlar alındığında (3.3) denkleminin ikinci tarafı,

$$2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E(y_i y_j) = N\mu_y^2 - 2(N-1)\theta_1 \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.38)$$

olarak elde edilir. θ_1 ve σ_ε^2 terimlerinin MA(1) modelindeki karşılıkları yerleştirildikten sonra (3.35) ve (3.38) (3.3)' de yerine koyulduğunda aşağıdaki ifade elde edilir.

$$E(S_N^2) = N(\mu_y^2 + \sigma_y^2) + N\mu_y^2 - 2(N-1)\rho_1\sigma_y^2 \quad (3.39)$$

Son olarak bunlar (3.2)' de yerine koyulursa S_N ' in varyansı (3.40) ifadesiyle elde edilmiş olur.

$$\text{Var}(S_N) = E(S_N^2) - E^2(S_N) = (2 - N)N\mu_y^2 + [N + 2(N-1)\rho_1]\sigma_y^2 \quad (3.40)$$

Eğer rastgele değişken lognormal dağılıma uyuyorsa bu takdirde S_N toplamlarının hareketli ortalama modeli ile modellenip ortalaması ve varyansı da hesaplanabilir. Bunun için parametrelerin lognormal dönüşüm ifadeleri kullanılır. 1. mertebe model MA(1) için S_N 'nin x_i lognormal değişkenine bağlı olarak beklenen değeri, ortalaması:

$$E(S_N) = \sum_{i=1}^N E(x_i) = Ne^{\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}} \quad (3.41)$$

(3.41) denklemindeki (y) değişkeni normal dağılıma uyan, dönüştürülmüş süreci temsil etmektedir. Bu sürece ait değişkenin haznede birikiminin varyansı ise yine (3.2) denkleminin yardımıyla belirlenebilir. (3.40) ifadesinde lognormal olan x_i rastgele değişkeninin ortalaması, varyansı ve otokorelasyon katsayılarının (3.9), (3.10) ve (3.11) ifadeleriyle verilmiş olan karşılıkları yerleştirildiğinde varyans,

$$\text{Var}(S_N) = e^{2\mu_y + \sigma_y^2} \left[N(e^{\sigma_y^2} - 1) + 2(N-1)(e^{\rho_1\sigma_y^2} - 1) \right] \quad (3.42)$$

şeklinde elde edilmiş olur. buradaki ρ_1 otokorelasyon katsayısı MA(1) sürecine ait olup (2.69) denkleminde θ_1 ile ilişkisi verilmiştir. (3.42)' deki bütün parametreler normal dağılıma uyan, dönüştürülmüş sürecin parametreleridir.

3.3.2 MA(2) MODELİ İÇİN ANALİTİK TÜRETMELER

(3.29)' da genel ifadesi verilmiş olan 2.mertebe hareketli ortalama model aşağıdaki gibidir.

$$y_i = \mu_y + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} - \theta_2 \varepsilon_{i-2} \quad (3.43)$$

Bu modelin rastgele değişkeninin oluşturacağı S_N toplamının ortalaması MA(1) modelinde olduğu gibi S_N ' in beklenen değeri alındığında ortalaması 0 olan bağımsız rastgele değişkenin denklemden düşmesi ile aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$E(S_N) = N\mu_y \quad (3.44)$$

Varyansının elde edilmesi için yine (3.2) ifadesi kullanılır. Bu denklemin sağ tarafının ilk teriminin açılımı olan (3.3) denkleminin yine ilk terimi y_i ' nin karesinin beklenen değeri olarak aşağıda verilmiştir.

$$E(y_i^2) = E[(\mu_y + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} - \theta_2 \varepsilon_{i-2})(\mu_y + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} - \theta_2 \varepsilon_{i-2})] \quad (3.44)$$

Bu çarpım yapıp beklenen değerleri alındığında ve bunlar toplam ifadesinde yerine koyulduğunda,

$$\sum_{i=1}^N E(y_i^2) = N\mu_y^2 + N(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)\sigma_\varepsilon^2 \quad (3.45)$$

ifadesi elde edilir. Ardından (3.3)' deki ikinci terim için,

$$E(y_i y_j) = E[(\mu_y + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} - \theta_2 \varepsilon_{i-2})(\mu_y + \varepsilon_j - \theta_1 \varepsilon_{j-1} - \theta_2 \varepsilon_{j-2})] \quad (3.46)$$

çarpımı yapılır. Bu çarpım yapıldıktan sonra beklenen değerleri alınır ve bunlar toplam ifadesine yerleştirilir.

$$2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E(y_i y_j) = N\mu_y^2 + 2(N-1) \cdot (-\theta_1 + \theta_1 \theta_2) \sigma_\varepsilon^2 + 2(N-2) \cdot (-\theta_2 \sigma_\varepsilon^2) \quad (3.47)$$

(3.45) ve (3.47) denklemleri (3.3) denkleminde yerleştirilip buradaki θ_1 , θ_2 ve σ_ε^2 parametrelerinin MA(2) modelindeki karşılıkları da yazıldıktan sonra (3.3) denklemi aşağıdaki şekle gelir.

$$E(S_N^2) = N\mu_y^2 + N\sigma_y^2 + N\mu_y^2 + 2(N-1)\rho_1\sigma_y^2 + 2(N-2)\rho_2\sigma_y^2 \quad (3.48)$$

(3.2) denklemindeki terimlerin MA(2) modeli için elde edilen karşılıkları yerine koyulduğunda varyans,

$$\text{Var}(S_N) = (2-N)N\mu_y^2 + [N + 2(N-1)\rho_1 + 2(N-2)\rho_2]\sigma_y^2 \quad (3.49)$$

olarak elde edilir. Bu ifadedeki otokorelasyon katsayıları MA(2) modeline uyan sürecin katsayılarıdır.

Lognormal dağılan (x_i) rastgele değişkeninin $y_i = \ln(x_i)$ dönüşümü yapıldıktan sonra S_N değerlerinin ortalaması hesaplanmak istenirse 1.mertebe modelinde olduğu gibi bir sonuç çıkar. Gerçekte S_N değerlerinin ortalaması modelden bağımsızdır. Dolayısıyla MA(2) modelinin ortalaması,

$$E(S_N) = \sum_{i=1}^N E(x_i) = N e^{\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}} \quad (3.50)$$

şeklindeir. MA(2) modeline uyan lognormal sürecin S_N toplamalarının varyansı, 1.mertebe modelinin varyansı olarak elde edilmiş olan (3.42) denkleminde bir terim ilave edilerek elde edilir. Bu terim (3.3) denkleminin ifade ettiği matriste 2.mertebe otokorelasyon katsayılarının hesaba katılmasıyla ortaya çıkmaktadır. Bunun sonucunda varyans,

$$\text{Var}(S_N) = e^{2\mu_y + \sigma_y^2} \left[N(e^{\sigma_y^2} - 1) + 2(N-1)(e^{\rho_1 \sigma_y^2} - 1) + 2(N-2)(e^{\rho_2 \sigma_y^2} - 1) \right] \quad (3.51)$$

olarak elde edilir. Bu denklemdeki parametreler normal dağılıma uyan MA(2) modelinin parametreleri olup değerleri (3.51)' de yerine koyulduğunda lognormal dağılıma uyan süreçte ait S_N toplamlarının varyansı belirlenmiş olur.

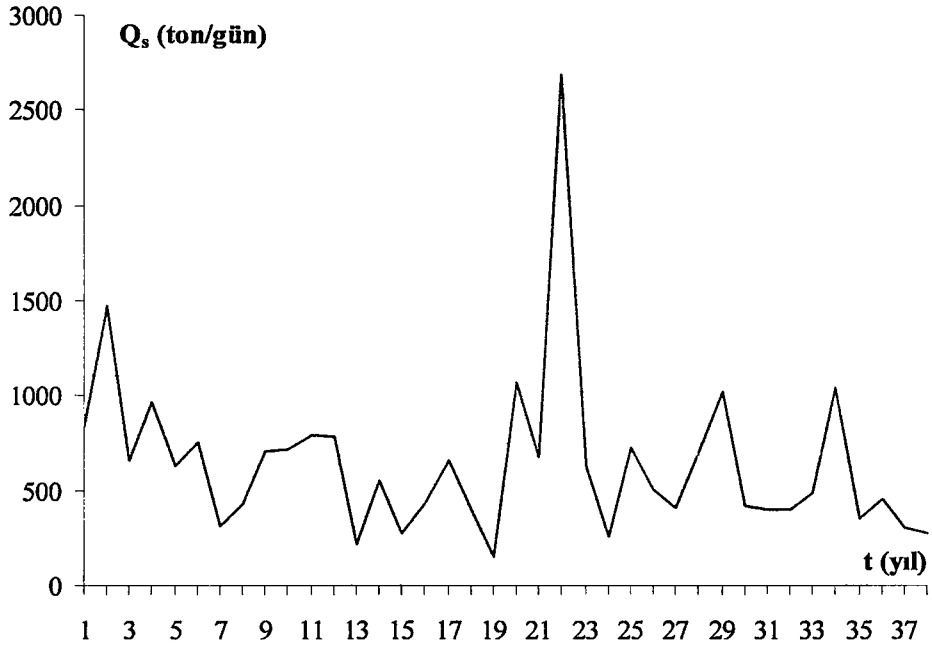


ASKIDAKİ KATI MADDE DEBİSİNİN STOKASTİK MODELLENMESİ

Akarsuların getirdiği katı maddenin büyük bir kısmı askı halindeki malzemeden oluştuğu bilinmektedir. Bu nedenle stokastik model tekniklerini kullanarak biriktirme yapılarındaki birikecek katı madde miktarı için askı maddesi debisinin kullanılması yerinde olmaktadır. Bu amaçla yapılacak stokastik model çalışmaları için yurdumuzda yapılmış olan Elektrik İşleri Etüd İdaresi tarafından yapılmış askı maddesi ölçümleri periyodik ve yeterli sıklıkta olmaması nedeniyle modelleme aşamasında kullanılmamıştır. Uygulamada kullanılan veri Amerika Birleşik Devletleri'nde bulunan United States Geological Survey adlı kuruluştan internet kanalı ile temin edilmiştir (U.S.G.S., 1998). Kuruluşun web sitesinde veri eyaletler bazında çeşitli uzunluklarda aynı anda ölçülmüş akım ve askı debisi olarak mevcuttur. Bu amaçla Newport, PA' da bulunan Juniata nehrinin günlük olarak bulunan 38 yıllık datası web sitesinden çekilmiştir. Veri yıllık ve aylık ortalamalara dönüştürülmüş ardından modelleme yapılmıştır. Modelleme için MS.QuickBasic ver.4.5, Mathematica ver.3.02 ve Mathematica Time Series Package kullanılmıştır.

4.1 YILLIK ASKI DEBİSİ MODELLERİ

Juniata nehrine ait 38 yıllık askı debisinin zamana göre grafiği çizilmiştir. Grafikte askı maddesi değişiminde belirgin bir sıçrama ve eğilim bileşeninin bulunmadığı tesbit edilmiştir. eğilim veya sıçrama bileşeninin olup olmadığı incelenmiştir. Şekil.4.1'deki grafikte bu iki bileşene rastlanmamıştır. Bu nedenle de süreci homojen olarak kabul etmek mümkündür. Hidrolojide yıllık değerlerin periyodiklik içermediği bilinmektedir. Periyodikliğin olmadığı süreçlerde istatistik parametreler de zamandan bağımsız olur. 2. Bölümde tariflenen zaman serisi modellemede ilk aşama rastgele değişkene ait elde bulunan tarihi değerlerin istatistiklerinin belirlenmesidir.



Şekil 4.1 Juniata Nehri Yıllık Askı Debisi Değişimi ($Q_s - t$).

Sürece ait temel istatistik parametreler hesaplanmıştır. Bu değerler Tablo 4.1’ de verilmiştir.

Tablo 4.1 Juniata Nehri Gözlenmiş Askı Debisi Serisi İstatistikleri

İstatistikler	Ortalama (ton/gün)	Standart Sapma (ton/gün)	Değişim Katsayısı	Çarpıklık Katsayısı
x_t (ton/gün)	647.223	439.468	0.679	2.816
$y_t = \ln(x_t)$ (ton/gün)	6.314	0.555	0.088	0.252

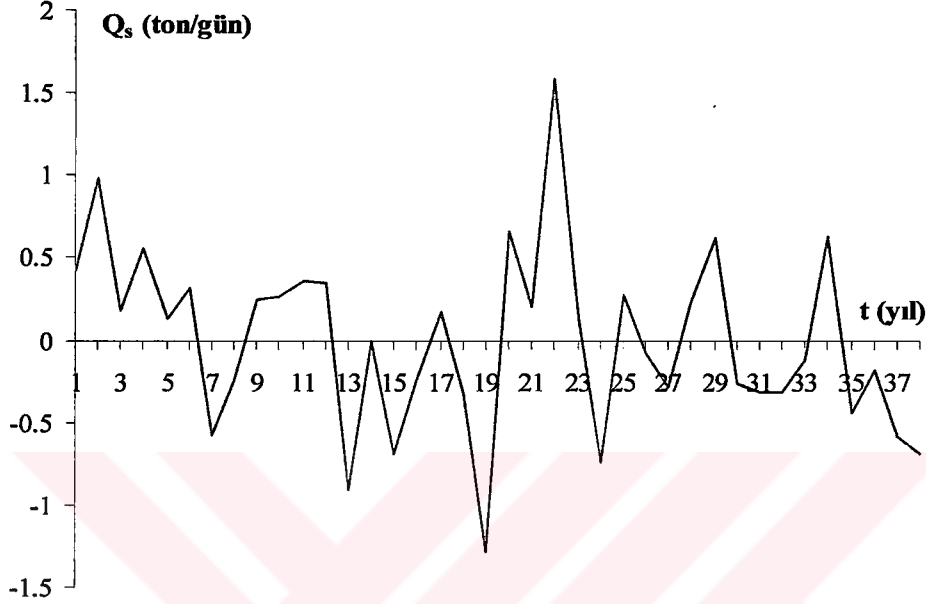
Serinin çarpıklık katsayısının 0’ dan anlamlı derecede farklı olması askı debisinin dağılımının normal dağılıma uymaması anlamına gelmektedir. Bunun belirlenmesi için 2.4.6’ da verilmiş olan olasılık çizgisi korelasyon testi uygulanmış bu değerler Tablo 4.2’ de verilmiştir.

Tablo 4.2 Askı Debisi Orijinal Süreç ve $y_i=\ln(x_i)$ Süreci PPCC Testi

No	$x_i(Q_s)$	$y_i=\ln(x_i)$	F_i	z_i	No	$x_i(Q_s)$	$y_i=\ln(x_i)$	F_i	z_i
1	153.64	5.03	0.016	-2.136	20	627.09	6.44	0.513	0.033
2	222.84	5.41	0.042	-1.723	21	628.75	6.44	0.539	0.098
3	261.85	5.57	0.069	-1.486	22	654.51	6.48	0.565	0.165
4	275.72	5.62	0.095	-1.312	23	659.47	6.49	0.592	0.231
5	278.23	5.63	0.121	-1.170	24	679.67	6.52	0.618	0.299
6	306.31	5.72	0.147	-1.049	25	696.58	6.55	0.644	0.369
7	312.04	5.74	0.173	-0.942	26	706.82	6.56	0.670	0.440
8	355.63	5.87	0.199	-0.844	27	719.63	6.58	0.696	0.513
9	397.10	5.98	0.225	-0.754	28	728.50	6.59	0.722	0.589
10	400.73	5.99	0.252	-0.669	29	757.15	6.63	0.748	0.669
11	404.19	6.00	0.278	-0.589	30	778.87	6.66	0.775	0.754
12	414.51	6.03	0.304	-0.513	31	792.04	6.67	0.801	0.844
13	422.24	6.05	0.330	-0.440	32	837.33	6.73	0.827	0.942
14	431.10	6.07	0.356	-0.369	33	963.29	6.87	0.853	1.049
15	431.92	6.07	0.382	-0.299	34	1025.37	6.93	0.879	1.170
16	458.75	6.13	0.408	-0.231	35	1037.13	6.94	0.905	1.312
17	489.10	6.19	0.435	-0.165	36	1070.04	6.98	0.931	1.486
18	508.72	6.23	0.461	-0.098	37	1467.13	7.29	0.958	1.723
19	552.51	6.31	0.487	-0.033	38	2687.98	7.90	0.984	2.136

Tablo 4.2’deki x_i yıllık askı debisinin sıralanmış şekli, y_i logaritmik dönüşüm uygulanmış x_i değerleri olup (2.85) denklemiyle hesaplanan F_i , x_i ve y_i değerlerinin aşılması olasılıkları ve z_i değerleri de bunlara karşı gelen standart normal değerlerdir (EkA). Önce orijinal askı debisi değerleri için x_i ve z_i değerleri arasındaki korelasyon $r_{x_i,z_i} = 0.8466$ olarak hesaplanmıştır. Bu değer normal dağılım için verilen $\alpha=0.25$ anlamlılık düzeyi ve örnek sayısına bağlı olarak Ek.E’deki tablodan alınan $r_{kritik}=0.983$ değerinden küçük olduğundan testi geçemez. Bunun için orijinal değerlere logaritmik normal dönüşüm uygulanmış ve aynı test dönüştürülmüş değerlere uygulanmıştır. Dönüştürülmüş değerler ile standart normal değerler arasındaki korelasyon $r_{y_i,z_i} = 0.9867$ olarak hesaplanmış ve bu değer kritik değerden büyüktür. Bu nedenle artık modelleme için logaritmik dönüşümle elde edilen seri kullanılacaktır.

Dönüştürülmüş yeni seri için otoregresif, hareketli ortalama ve karışık modellerin parametrelerinin hesaplanması gerekmektedir. Ancak parametrelerin hesabından önce ikinci bir $z_t = y_t - \bar{y}$ dönüşümü ile sürecin ortalamasını 0 yapmak gerekmektedir. İlk olarak log-normal dağılıma dönüştürülen ardından ortalaması standart hale getirilen sürecin zamana göre değişimi Şekil 4.2’ de görülmektedir.

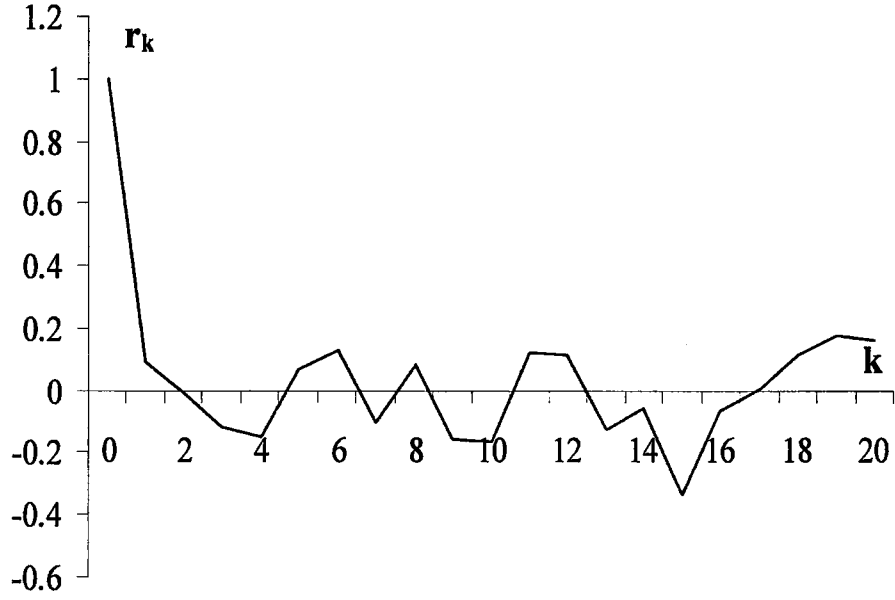


Şekil 4.2 Log-Normal Dönüştürülmüş ve Ortalaması Standart Hale Getirilmiş Seri ($z_t = y_t - \bar{y}$).

Süreci veri açısından modelleme aşamasına getirdikten sonra model parametrelerini elde edebilmek için otokorelasyon, kısmi otokorelasyon katsayıları ve bunların korelogramlarını elde etmek gerekir. Tablo 4.3’ de (2.52) ve (2.79) denklemleri ile hesaplanmış otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri ve bunların grafikleri de Şekil 4.3.a ve 4.3.b’ de verilmiştir.

Tablo 4.3 Otokorelasyon ve Kısmi otokorelasyon Değerleri

Adım	Okk	Kokk	Adım	Okk	Kokk	Adım	Okk	Kokk	Adım	Okk	Kokk
1	0.093	0.093	6	0.13	0.107	11	0.119	0.141	16	-0.064	-0.08
2	-0.008	-0.017	7	-0.102	-0.163	12	0.116	0.106	17	0.008	-0.094
3	-0.121	-0.12	8	0.079	0.105	13	-0.126	-0.258	18	0.113	0.129
4	-0.148	-0.129	9	-0.159	-0.137	14	-0.057	-0.06	19	0.174	0.08
5	0.065	0.09	10	-0.168	-0.157	15	-0.339	-0.201	20	0.158	0.109



Şekil 4.3.a Juniata Nehri Yıllık Askı Debisi Korelogramı



Şekil 4.3.b Juniata Nehri Yıllık Askı Debisi Kısmi-Korelogramı

Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını belirledikten sonra çeşitli modeller tipleri için parsimoni kuralını gözönünde bulundurarak mümkün olan en küçük mertebeli modellerin parametrelerini hesaplamak gerekir. Yukarıdaki korelogramlardan da görüldüğü gibi 1. Mertebe otokorelasyon katsayılarının 0' dan

anlamlı derecede farklı olmadığını söylemek mümkündür. Fakat modelleme açısından bakıldığında 1. mertebe yeterli olmaktadır.

1. Mertebe otoregresif model için (2.55) denkleminin $\phi_1 = r_1$ halini aldığı belirtilmişti. Buradan $\phi_1 = 0.093$ değeri bulunmuştur. 1.Mertebe otoregresif model AR(1), $z_t = \phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t$ parametreler yerleştirildiğinde

$$z_t = 0.093z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

şeklinde elde edilmiş olur. Modelin kalıntılarının varyansı ise (4.1) denkleminde ε_t yalnız bırakılarak orijinal seriden hesaplanan değerlerin varyansıdır. AR(1) için $\sigma_\varepsilon^2 = 0.30836$ olarak hesaplanmıştır.

1.Mertebe hareketli ortalama modeli için, modele ait regresyon katsayısı θ_1 ' in belirlenebilmesi (2.64) denkleminin $q = 1$ için çözülmesi ile (2.65)' de

$$r_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \quad (4.2)$$

şeklinde verilmişti. Burada r_1 örnekten hesaplanmış 1.mertebe otokorelasyon katsayısıdır. Dikkat edilmesi gereken bir durum ise $|\theta_1| < 1$ koşulunun sağlanmasıdır.

Koşulu sağlayan değer $\theta_1 = -0.0939$ olmaktadır. Bu takdirde MA(1) modeli

$$z_t = \varepsilon_t + 0.094.\varepsilon_{t-1} \quad (4.3)$$

şeklinde elde edilmiş olur. MA(1) modelinin kalıntılarının varyansı da (4.3) denkleminde $\sigma_\varepsilon^2 = 0.301023$ olarak elde edilmiştir.

ARMA(1,1) modelinde ise, modele ait iki değişik tipte regresyon katsayıları mevcuttur. Bunlar birbirine bağlı olarak (2.76) denkleminde hesaplanabilir. Burada $k \geq 2$ için $r_2 = \phi_1 r_1$ ifadesinde $r_1 = 0.093$ ve $r_2 = -0.0085$ değerleri yerine koyulursa

sürecin otoregresif kısmına ait regresyon katsayısı $\phi_1 = -0.0914$ olarak elde edilir. Elde edilen değer

$$r_1 = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1} = 0.093 \quad (4.4)$$

ifadesinde yerine koyulduğunda $\theta_1 = -0.1836$ değeri bulunur. Hesaplanan regresyon katsayıları modelde (2.70) ifadesinde yerine koyulursa ARMA(1,1) modeli

$$z_t = -0.0914.z_{t-1} + \varepsilon_t + 0.1836.\varepsilon_{t-1} \quad (4.5)$$

şeklinde elde edilmiş olur. (4.5) denkleminde ε_t terimi yalnız bırakılıp orijinal seriden kalıntıların varyansı $\sigma_\varepsilon^2 = 0.308328$ şeklinde hesaplanmıştır.

Yukarıda elde bulunan askı debisine ait veri için Otoregresif, Hareketli Ortalama ve Otoregresif-Hareketli Ortalama modellerinin parametrelerinin hesap sonuçları verilmiştir. Modellemenin ilk aşamasından sonra uygun olan modelin belirlenebilmesi için parsimoni kuralının uygulaması olan AIC testinin yapılması gerekmektedir. Bunun için belirlenmiş olan modellere ait bağımsız rastgele değişkenlerin (kalıntıların) varyansları kullanılacaktır. (2.80) ifadesinde herbir modele ait değerler

$$\text{AR(1) modeli için} \quad AIC(1,0) = 38.Ln(0.30836) + 2.(1 + 0) = \underline{-42.706} \quad (4.6)$$

$$\text{MA(1) modeli için} \quad AIC(0,1) = 38.Ln(0.301023) + 2.(0 + 1) = \underline{-43.622} \quad (4.7)$$

$$\text{ARMA(1,1) modeli için} \quad AIC(1,1) = 38.Ln(0.308328) + 2.(1 + 1) = \underline{-40.71} \quad (4.8)$$

Akaike kriterine göre hesaplanan AIC değerlerinden en küçük olanı süreci temsil etmesi gerekir. Burada en küçük değer MA(1) modeline aittir. Süreci bu modelin temsil edebilmesi için bağımsız değişkeninin bağımsızlık ve dağılım testlerini de geçmesi gerekmektedir.

Sürece ait kalıntıların (bağımsız rastgele değişken) bağımsızlık testi olarak Portmanteau testi uygulanmıştır. Bunun için herbir modelin kalıntılarının $L=10$ adım için Q değerleri (2.83)' den hesaplanmıştır. Bu değerler ve %95 anlamlılık düzeyi için Ek ...'deki tablodan okunan $\chi^2(L-p-q)$ değerleri Tablo 4.4' de verilmiştir.

Tablo 4.4 Juniata Nehri yıllık Askı Debisi Modelleri İçin Portmanteau Test Değerleri

Model Tipi	AR(p=1)	MA(q=1)	ARMA(p=1, q=1)
Q	6.5868	6.5248	6.566
$\chi^2(L-p-q)$	16.92	16.92	15.51

Juniata nehri askı debisi yıllık değerlerine burada uygulanan bütün modeller bağımsızlık testini oldukça rahat geçmektedirler. Ancak son aşama olarak bağımsız değişkenin dağılımının belirlenmesi gerekmektedir.

AIC testinde MA(1) modeli değeri en iyi sonucu verdiği için burada sadece MA(1) modelinin kalıntılarına normal dağılım testi olan PPCC testi uygulanacaktır. Tablo 4.2' de yapılmış olan işlemler aynı şekilde bu defa kalıntılar için yapılmış ve kalıntılarla standart normal değişkenin arasındaki korelasyon katsayısı $r_{ei,zi} = 0.9899$ şeklinde bulunmuştur. Bu değer %95 güven düzeyi için PPCC testinin kritik değeri olan $r_{kritik} = 0.971$ ' den büyüktür. Dolayısıyla MA(1) modelinin kalıntıları normal dağılım testini geçmişlerdir. Artık modelleme işlemi bitmiş ve yıllık askı debisi için MA(1) modeliyle sentetik seri türetilmesi mümkündür.

Bütün kriterleri sağlayan MA(1) modeli kullanılarak bilgisayar ortamında sentetik seriler türetmek ve eldeki seriyle karşılaştırmak esas amaç olduğu belirtilmişti. Bu amaçla modeldeki ε_t bağımsız rastgele değişkeni için (2.86) denklemleri kullanılarak ξ_1 ve ξ_2 rastgele sayı çiftleri türetilmiştir. Bu sayılar standart normal dağılmış sayılar olup toplam 100 adettir. Dolayısıyla türetilen her sayı için (2.87) ifadesi kullanılarak bağımsız değişkene geçiş yapılmıştır. Türetilen bağımsız rastgele sayılar modelde yerine koyulmuş ve süreç için dönüştürülmüş sentetik seriler elde edilmiştir. Ancak yıllık askı debisini modellerken ilk olarak logaritmik normal dönüşüm ardından da

ortalamayı 0 yapan dönüşüm yapılmıştır. Bu nedenle türettiğimiz sentetik serilerin ters dönüşümlerle orijinal seriyle aynı istatistik özelliklere getirilmesi gerekmiştir. Bunun için ilk olarak

$$y_t = z_t + \bar{y} \quad (4.9)$$

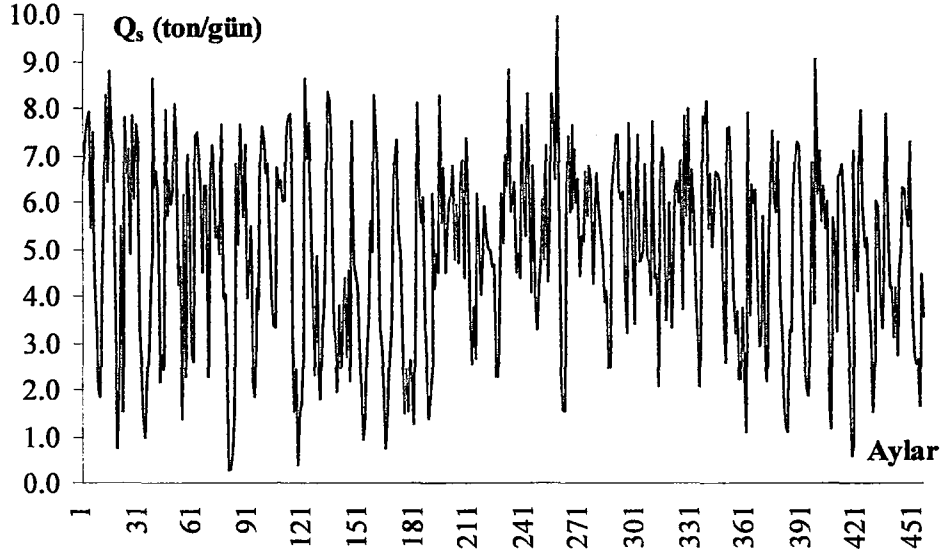
dönüşümü yapılmıştır. Ardından üstel dönüşüm

$$x'_t = e^{y_t} \quad (4.10)$$

şeklinde uygulanmıştır. x'_t orijinal seriyle aynı istatistik özellikleri taşıyan modelin kullanılmasıyla türetilen sentetik seriyi temsil etmektedir. Orijinal seriyle sentetik serinin karşılaştırılması için çok sayıda seri türetilmiş olmasına rağmen burada benzerliğin gösterilmesi açısından 100 adet sentetik seri türetilmiştir. Bunları temsil etmesi için türetilen serilerin ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Ardından elde bulunan 100 adet ortalama ve standart sapmanın tekrar ortalamaları alınmıştır. Bu yolla elde edilen ortalama değer $\bar{x}' = 646.807$ ton/gün ,standart sapma ise $\hat{s}'_x = 371.307$ ton/gün olmaktadır. Orijinal seriye ait değerlerin $\bar{x} = 647.223$ ton/gün ve $\hat{s}_x = 439.468$ ton/gün oldukları gözönüne alınacak olursa modelin performansının tatmin edici olduğu söylenebilir.

4.2 AYLIK ASKI DEBİSİ MODELLERİ

Juniata nehrine ait günlük askı debisi değerlerinin ortalamaları alınarak aylık değerlere geçilmiştir. Modellemenin ilk aşamasında sıçrama veya eğilim olup olmadığına sürecin grafiğine bakılarak karar verilmektedir. Bu nedenle askı debisinin zamana göre değişimi Şekil 4.4' de verilmiştir. Bu grafiğe göre süreçte herhangi bir sıçrama veya eğilime rastlanmamaktadır.



Şekil 4.4 Juniata Nehri $Q_s - t$ Değişimi ($y_t = \ln(x_t)$ dönüşümü uygulanmış seri)

Aylık değerler periyodiklik içerdiğinden parametreler de aylık olarak hesaplanmıştır. Aylık askı debisinin çarpıklığı fazla olduğundan bunlar logaritmik normal dönüşüm ile normal dağılmış hale getirilmişlerdir. Bu hesaplar Tablo 4.5' de verilmiştir.

Tablo 4.5 Juniata Nehri Aylık Askı Debisi İstatistikleri

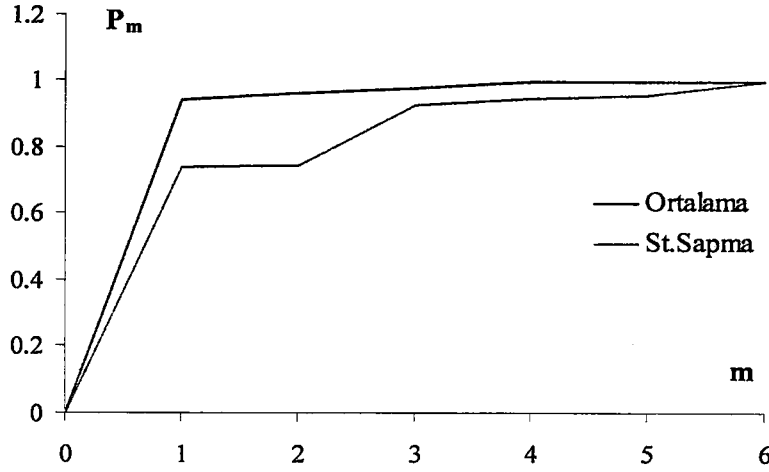
Aylar	Orijinal Seri			Dönüştürülmüş Seri ($y_t = \ln(x_t)$)		
	Ortalama	St.Sapma	Çarpıklık Kats.	Ortalama	St.Sapma	Çarpıklık Kats.
1	434.38	757.19	3.48	5.02	1.60	-0.26
2	1400.09	1812.56	2.31	6.31	1.67	-0.69
3	1817.29	1583.87	1.16	7.00	1.19	-0.87
4	1111.16	1236.47	2.75	6.48	1.11	-0.22
5	711.22	703.97	1.68	6.04	1.16	-0.57
6	901.60	3446.67	6.01	5.20	1.52	0.82
7	145.00	243.51	2.60	3.91	1.53	0.11
8	104.81	155.14	1.79	3.59	1.53	0.23
9	124.65	373.90	4.92	3.00	1.76	0.83
10	318.06	626.13	2.82	3.45	2.37	0.60
11	351.72	563.79	2.54	4.58	1.85	-0.16
12	346.69	409.03	1.46	4.83	1.72	-0.34

Modelleme için sürecin stasyonere, istatistik parametrelerinin zamandan bağımsız olması gerekmektedir. Periyodikliğin belirlenmesinden sonra süreçten ayrılması için periyodiklik analizi yapılmıştır. Bölüm 2.3’ de periyodik bileşenin Fourier dönüşümü ile bir zaman serisinden nasıl ayrılacağı detaylı olarak verilmişti. Sürecin ortalama ve standart sapmasındaki periyodikliğin ayrılması çoğu zaman yeterli olmaktadır. İlk olarak Fourier fonksiyonunda kullanılacak A_i ve B_i katsayıları hem ortalama hem de standart sapma parametresi için (2.46) ve (2.47) denklemleri ile elde edilmiştir. Bunun için hesaplanmış olan A_i ve B_i katsayıları (2.48)’ de yerine koyulmuştur. Bu değerler Tablo 4.6’ de verilmiştir.

Tablo 4.6 Fourier Katsayıları ve Açıkladıkları Varyanslar

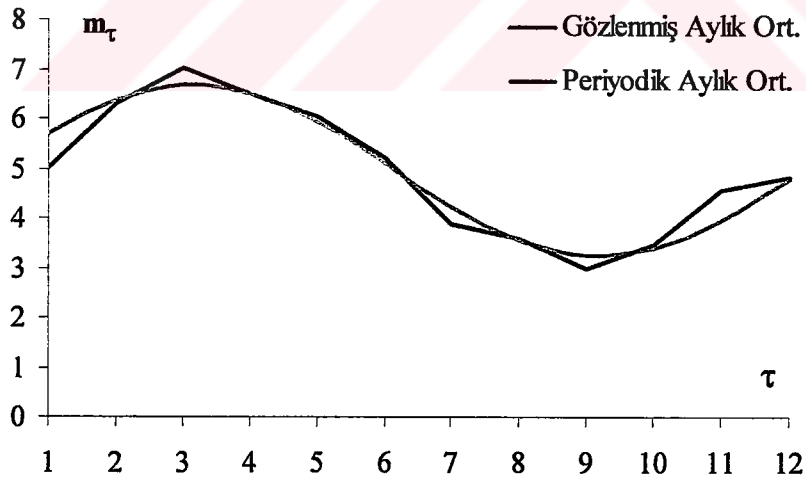
Harmonik Sayısı	Ortalama			Standart Sapma		
	A_i	B_i	Açıklanan Varyans	A_i	B_i	Açıklanan Varyans
1	-0.139	1.711	0.940	0.259	-0.307	0.742
2	-0.019	-0.025	0.020	0.004	-0.023	0.003
3	-0.010	-0.239	0.018	-0.199	-0.008	0.183
4	0.057	-0.239	0.019	-0.038	0.058	0.022
5	-0.038	-0.038	0.001	0.041	0.017	0.009
6	0.054	0.054	0.001	0.131	0.000	0.043
Σ Varyans	-	-	1.000	-	-	1.000

Sürecin tamamının periyodik olmadığı ve Fourier fonksiyonunda bütün harmonikleri kullanmanın gereksiz olması nedeniyle anlamlı harmonik sayısının belirlenmesi gerekmektedir. (2.49) ifadesinden kümülatif olarak hem ortalama hem de standart sapma için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu değerler kullanılarak Şekil 4.5’ deki periyodogramlar elde edilmiştir.

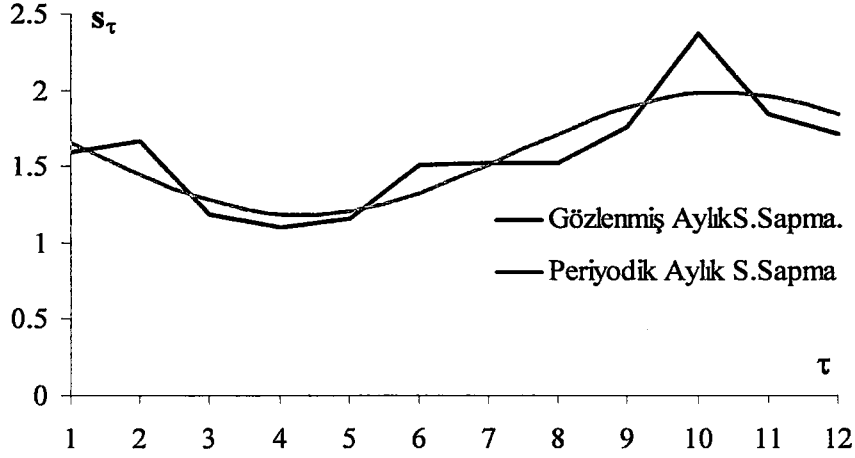


Şekil 4.5 Ortalama ve Standart Sapma İçin Kümülatif Periyodogram

Şekil 4.5' deki periyodogramlardan da görüldüğü gibi sürecin ortalama ve standart sapmasındaki periyodikliği ifade etmek üzere hesaplanacak Fourier fonksiyonunda anlamlı harmonik olarak iki parametre için de 1 almak yeterli olacaktır. Bu defa (2.46) ve (2.47) denklemleri $i = 1$ için yeniden hesaplanır ve buradan elde edilen değerler (2.41)' de her iki parametre için ayrı ayrı hesaplanır. (2.41)' dan elde edilen sürecin periyodik kısmının ortalama ve standart sapmaları Şekil.4.6'da ve Şekil.4.7'de grafik olarak verilmiştir.



Şekil 4.6 Sürecin Ortalamasındaki Periyodikğin 1 Harmonikle İfadesi ve Orijinal Serinin Aylık Ortalamaları



Şekil 4.7 Sürecin St.Sapmasındaki Periyodikğin 1 Harmonikle İfadesi ve Orijinal Serinin Aylık St.Sapmaları

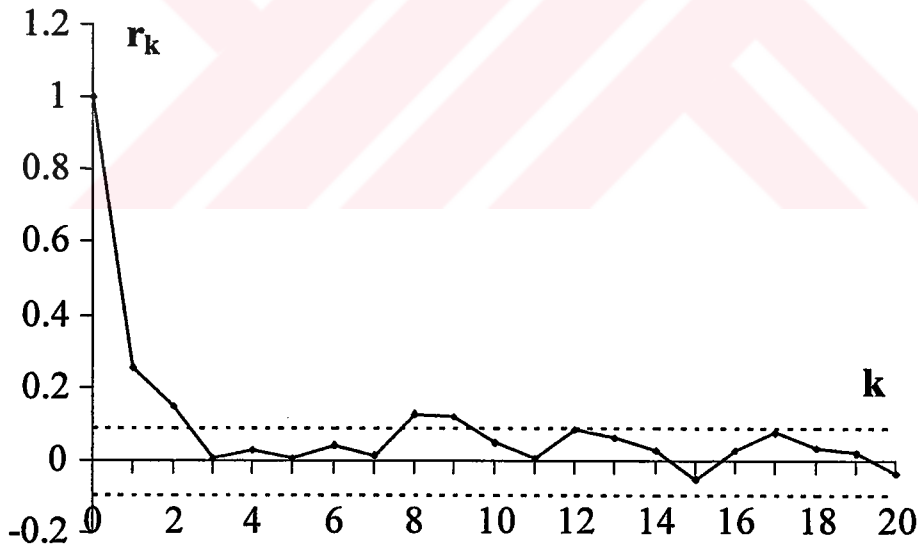
Hesaplanan periyodik ortalama ve standart sapma değerleri seriden ayrıldığında elimizde stasyonere bir süreç kalmaktadır. Bu ayrıştırma işlemi (2.50) denklemiyle yapılır. Ayrıştırma işleminden sonra elimizde kalan serinin ortalaması 0 ve standart sapması 1' dir. Ancak seri hiçbir dönüştürme yapmadan önce oldukça fazla çarpıklık içermekteydi. Süreci modellemeden önce dağılımının normal olup olmadığının test edilmesi gerekmektedir. yine Bölüm 4.1' de olduğu gibi PPCC testi normal dağılım için yapılmıştır. PPCC testi lognormal dönüşüm uygulanıp periyodik bileşeni ayrılmış seriye (y_t) uygulanmıştır. Önce y_t serisi küçükten büyüğe doğru sıralanmıştır. Ardından (2.60) denklemiyle y_t değişkeninin $t = 1, \dots, N$ için küçük kalması olasılıkları hesaplanmıştır. Bu olasılıklar için Ek A' daki normal dağılım tablosundan standart normal değişken değerleri belirlenmiş ve bu standart normal değerlerle sıralanmış serinin korelasyon katsayısı $r_{y_i, z_i} = 0.9959$ olarak hesaplanmıştır. Bu değer (Vogel, 1986)' dan $N = 456$ ve anlamlılık düzeyi $\alpha = 0.05$ için $r_{kritik} = 0.9965$ olarak doğrusal interpolasyon ile elde edilmiştir. Görüldüğü gibi $r_{y_i, z_i} \cong r_{kritik}$ değerleri birbirine oldukça yakın çıkmış ve yaklaşık olarak eşit kabul edilmiştir. Bundan sonra sürecin stasyonere ve normal dağılmış olduğu bilindiğinden modelleme aşamasına geçilmiştir.

Süreci bu şekilde ayrıştırdıktan ve dağılımının normal dağılıma uyduğunu gösterdikten sonra iki türlü modelleme yapmak mümkündür. Sabit veya periyodik

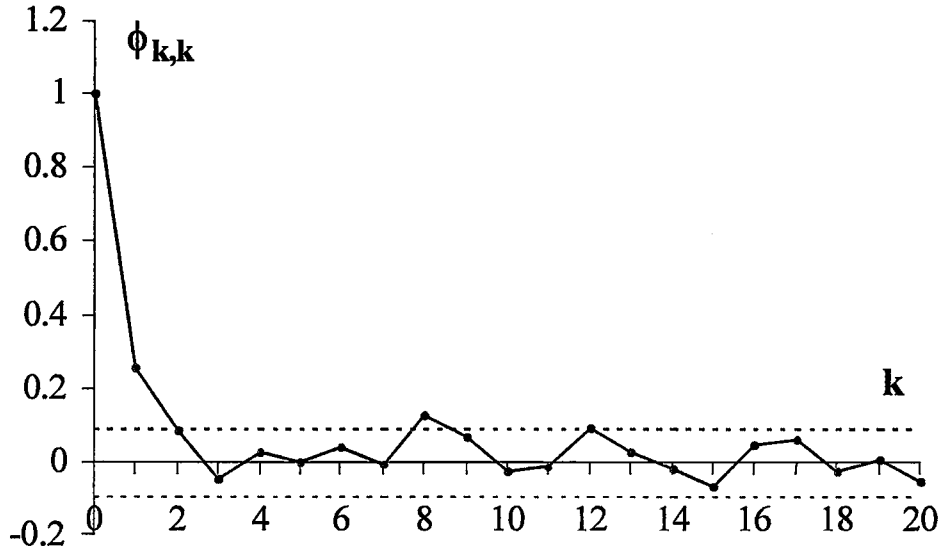
parametrelili olarak model kurulabilir. Sabit parametrelili model kurulacaksa seri türetildikten sonra ters dönüşüm işleminde sıranın değişmemesine dikkat edilmelidir. Burada sabit parametrelili olarak hesaplar verilecektir. Bu amaçla (2.52) denklemiyle sürecin iç bağımlılığı ifade eden otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıları 20 adım için belirlenmiştir. Hesaplanan bu değerler Tablo 4.7’ de verilmiştir. Sürecin korelogramı Şekil 4.8.a’ de verilmiştir. Şekil 4.8.b’ de ise (2.79) denklemiyle hesaplanmış olan kısmi otokorelasyon katsayılarının grafiği yer almaktadır.

Tablo 4.7 Otokorelasyon ve Kısmi otokorelasyon Değerleri

Adım	Okk	Kokk	Adım	Okk	Kokk	Adım	Okk	Kokk	Adım	Okk	Kokk
1	0.256	0.256	6	0.040	0.036	11	0.005	-0.015	16	0.027	0.048
2	0.145	0.085	7	0.010	-0.007	12	0.082	0.091	17	0.074	0.059
3	0.009	-0.050	8	0.128	0.128	13	0.059	0.025	18	0.035	-0.026
4	0.029	0.028	9	0.119	0.068	14	0.029	-0.021	19	0.018	0.006
5	0.005	-0.002	10	0.049	-0.027	15	-0.049	-0.064	20	-0.034	-0.055



Şekil 4.8.a Juniata Nehri Aylık Askı Debisi Korelogramı



Şekil 4.8.b Juniata Nehri Aylık Askı Debisi Kısmi-Korelogramı

Hesaplanmış bu katsayılar kullanılarak sürecin temsili için çeşitli model tiplerinin parametrelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bunu yaparken yine mümkün olan en az mertebede kurulacak modellere öncelik verilmesi gerekir. Yukarıdaki şekillerde $k < 3$ için korelogramlar sınırların dışında kalmaktadır. Bu nedenle 2.mertebeden büyük model kurmak uygun değildir.

1.Mertebe otoregresif model için (2.59) denkleminde $\phi_1 = r_1 = 0.256$ olduğu bilinmektedir. Aylık askı debisi için 1. Mertebe otoregresif model AR(1) (2.55) ifadesinden

$$z_t = 0.256z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.11)$$

şeklinde elde edilmiş olur. Modele ait kalıntıların varyansı direk olarak örnekten $\sigma_\varepsilon^2 = 0.9541$ olarak hesaplanmıştır.

Aylık değerlerin iç bağımlılığının daha kuvvetli olduğu gözönüne alınırsa 2.mertebe modelleri de model seçiminde hesaba katmak gerekmektedir. 2. Mertebe otoregresif

modelin regresyon katsayıları (2.60) denkleminde $\phi_1 = 0.234$, $\phi_2 = 0.085$ olarak elde edilir. Buna göre AR(2) modeli

$$z_t = 0.234z_{t-1} + 0.085z_{t-2} + \varepsilon_t \quad (4.12)$$

AR(2) modelinin kalıntılarının varyansı da yine örnekten hesaplanmış olup $\sigma_\varepsilon^2 = 0.9486$ dır.

AR(1) ve AR(2) modellerinde son terimlerdeki $\xi_t \sim N(0, 1)$ olan normal dağılmış rastgele sayılardır.

1. Mertebe hareketli ortalama modeli için, modelin regresyon katsayısı θ_1 (2.69) denkleminde hesaplanır. $|\theta_1| < 1$ şartını sağlayan değer $\theta_1 = -0.275$ olarak belirlenir. MA(1) modelinin bağımsız rastgele değişkeninin (kalıntıların) varyansı örnekten $\sigma_\varepsilon^2 = 0.9715$ olarak elde edilmiştir. Bu takdirde MA(1) modeli

$$z_t = \varepsilon_t + 0.275\varepsilon_{t-1} \quad (4.13)$$

şeklinde belirlenmiş olur.

2. Mertebeden hareketli ortalama modeli kurulmak istenirse, modelin regresyon katsayıları (2.68) denkleminde $k \leq q$ şartını sağlayan otokorelasyon fonksiyonunun çözümünden elde edilir. MA(2) için bu denklemin verdiği $\theta_1 = -0.240$ ve $\theta_2 = -0.149$ olmaktadır. MA(2) modeli için bağımsız rastgele değişkenin varyansı örnekten $\sigma_\varepsilon^2 = 0.9430$ olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan parametrelere göre MA(2) modeli

$$z_t = \varepsilon_t + 0.240 \varepsilon_{t-1} + 0.149 \varepsilon_{t-2} \quad (4.14)$$

şeklını almaktadır.

ARMA(1,1) modelinde ise, modelin hem otoregresif hem de hareketli ortalama için regresyon katsayıları hesaplanır. Bu katsayılar birbirleriyle ilişkili olarak (2.77) denklemiyle çıkartılmıştır. Burada $k \geq 2$ için $r_2 = \phi_1.r_1$ denkleminde $r_1=0.256$ ve $r_2=0.145$ yerlerine koyulduğunda $\phi_1=0.566$ olarak elde edilir. Bu değer diğer ifadede yerine koyulursa $\theta_1=0.334$ olarak bulunur. ARMA(1,1) modelinin bağımsız rastgele değişkeninin varyansı da örnekten $\sigma_\varepsilon^2=0.9484$ olarak elde edilir. ARMA(1,1) modeli katsayıları yerine koyularak yazılırsa

$$z_t = 0.566z_{t-1} - 0.334\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.15)$$

elde edilir.

Aylık askı debisi ölçümleri için model kurma işlemi 1. ve 2. mertebeler için yapılmıştır. Bunlar AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) ve ARMA(1,1) modelleridir. Kurulmuş olan bu modellerden uygun olanının belirlemek için Bölüm 4.1’ de olduğu gibi bir seçim yapmak gerekmektedir. Bu seçim Akaike kriterine göre yapılmıştır. Bu kriterin ifadesinde kullanılacak kalıntı terimlerinin varyansları yukarıda hesaplanmıştı. Bu değerler yerine koyulursa

$$\text{AR(1) modeli için} \quad AIC(1,0) = 456.Ln(0.9541)+2.(1+0) = \underline{-19.426} \quad (4.16)$$

$$\text{AR(2) modeli için} \quad AIC(2,0) = 456.Ln(0.9486)+2.(2+0) = \underline{-20.062} \quad (4.17)$$

$$\text{MA(1) modeli için} \quad AIC(0,1) = 456.Ln(0.9715)+2.(0+1) = \underline{-11.185} \quad (4.18)$$

$$\text{MA(2) modeli için} \quad AIC(0,2) = 456.Ln(0.9430)+2.(0+2) = \underline{-22.762} \quad (4.19)$$

$$\text{ARMA(1,1) modeli için} \quad AIC(1,1) = 456.Ln(0.9484)+2.(1+1) = \underline{-20.158} \quad (4.20)$$

Yukarıda hesaplanan AIC istatistiklerinden en küçük olanının süreci parsimoni kuralını gözeterek temsil etmesi gerektiği anlatılmıştı. Bu değerlerden en küçük olan MA(2) 2. Mertebeden hareketli ortalama modelidir. MA(2) modelinin süreci tam

olarak temsil edebileceğinin söylenebilmesi için kalıntı teriminin bağımsızlık testini ve ardından da olasılık dağılım testini geçmesi gerekmektedir.

Uygulanan modellerin kalıntılarının bağımsızlık testi olarak Portemanteau testi yapılmıştır. Bu test herbir model için $L = 80$ adım alınarak (2.83) denklemindeki Portmanteau istatistiği Q hesaplanmıştır. Bu değerler ve $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyi için Ek C’ deki tablodan okunan $\chi^2(L-p-q)$ değerleri Tablo 4.8’ de verilmiştir.

Tablo4.8 Juniata Nehri Aylık Askı Debisi Modelleri İçin Portmanteau Testi

Model Tipi	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)
Q	104.107	97.446	115.545	96.287	99.119
$\chi^2(L-p-q)$	100.749	99.617	100.749	99.617	99.617

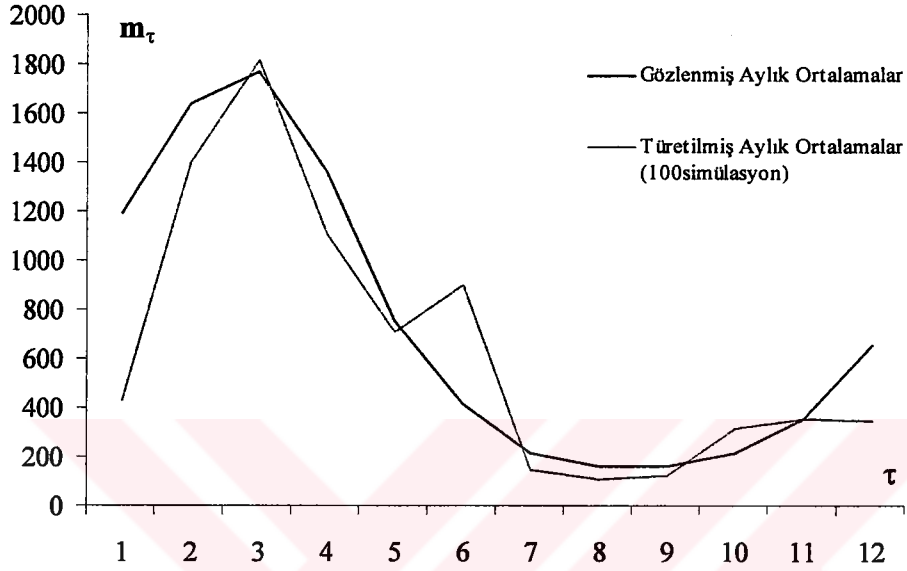
Tablo 4.8’ den görüldüğü gibi AR(2), MA(2) ve ARMA(1,1) modelleri bağımsızlık testini geçmiş diğer modeller geçememiştir. AIC değeri en küçük olan MA(2) modeli testi geçmiş ve uygunluk için bir tek kalıntı teriminin dağılım testi kalmıştır.

Kalıntıların normal dağılıp dağılmadığı PPCC testi ile yapılmıştır. Bu amaçla kalıntı değerleri sıraya dizilmiş ve bunların küçük kalma olasılıkları (2.85) denklemiyle hesaplanmıştır. Ardından Ek A ‘ daki normal dağılım tablosundan bunlara karşı gelen standart normal değerleri belirlenmiştir. Okunan standart normal değerler ile sıralanmış kalıntı değerleri arasındaki korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Hesap sonucunda $r_{ei,zi} = 0.9971$ olarak bulunmuştur. Bu değer $N = 456$ için % 5 anlamlılık düzeyindeki $r_{kritik} = 0.9965$ değerinden büyük olduğu için kalıntıların normal dağıldığı söylenebilir.

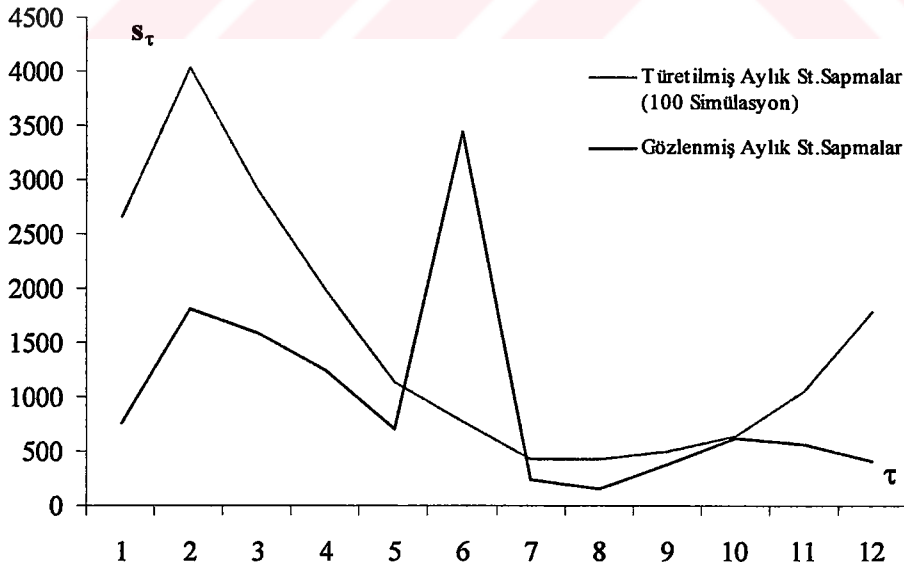
Yıllık modellerde olduğu gibi aylıklarda da aynı aşamalar sözkonusudur. Testlerden başarılı olarak çıkan MA(2) modeli için sentetik seri türeterek orijinal seriyle karşılaştırma işlemi uygulanmalıdır. Bunun için bilgisayar ortamında rastgele sayılar türetilerek bu sayılar (4.15) ifadesinde ε_t bağımsız değişkenin yerine koyulur. Bu şekilde çok sayıda türetme yapılır. Herbir türetme işlemi genellikle orijinal seri uzunluğunda yapılır. Bu şekilde 100 adət türetme yapılmıştır. Modelle sayılar türetildikten sonra periyodik bileşen yine sürece

$$y_{v,\tau} = z_t \cdot s_\tau + m_\tau \quad (4.21)$$

ifadesiyle dahil edilmiştir. Hemen ardından da üstel bir dönüşümle orijinal seriyle aynı karaktere getirilmiştir. Türetilmiş ve geri dönüşüm yapılmış sentetik serilerin aylık bazda ortalama ve standart sapma için ortalamaları alınarak



Şekil 4.9.a Ortalama İçin Türetilmiş ve Gözlenmiş Değerler (100 Simülasyon)



Şekil 4.9.b St.Sapma İçin Türetilmiş ve Gözlenmiş Değerler (100 Simülasyon)

grafikleri elde edilmiştir. Ortalama istatistiğinin için gözlenmiş değerlerle simüle edilmiş değerler arasında oldukça iyi bir uyum olduğu söylenebilir. Ancak bu standart sapma için tam anlamıyla söylenemez. 6. Değerlerin aralarındaki büyük farklılığın veriden kaynaklandığı söylenebilir. Şekil 4.1' deki 1972 yılının ölçüm değerlerindeki ani ve büyük bir artış görülmektedir. Buna ilave olarak standart sapmanın 2. Moment olduğu ve hata payının da ortalamaya göre daha yüksek olduğu bilinmektedir.



HAZNEDE BİRİKEN YILLIK ASKI MALZEMESİ MİKTARININ İSTATİSTİK ANALİZİNE AİT UYGULAMALAR

5.1 GENEL

Bölüm 1’de biriktirme haznelerine veya baraj haznelerine gelen ve buralarda biriken toplam katı madde debisinin büyük bir çoğunluğunu askı maddesi debisi oluşturmakta olduğu belirtilmişti. Bu amaçla, akarsuyun herhangi bir kesitinden birim zamanda geçen askı maddesi debisinin stokastik modelleri Bölüm 2’de verilmiştir. Akarsudan gelen bu askı malzemesi miktarının zaman içinde haznedeki birikimi barajların ömürleri açısından oldukça önemlidir. Bölüm 3’de akarsudaki askı debisine uydurulan stokastik modele bağlı olarak askı malzemesi miktarının haznede birikiminin değişimi analitik olarak elde edilmiştir. Bölüm 4’de eldeki veriye uygunluk kriterlerini sağlayan modeller yıllık olarak MA(1) ve aylık olarak da MA(2)’dir.

Askı malzemesinin haznedeki birikim hesapları yıllık esasta yapıldığından buradaki uygulamada eldeki veri de yıllık olarak kullanılacaktır. Akarsudaki yıllık askı debisinin olasılık dağılımının normal veya lognormal dağılıma uyduğu varsayımına göre MA(1) ve MA(2) süreçleri için sentetik seriler türetilmiş ve bunların haznedeki birikiminin değişimi incelenmiştir.

5.2 MA(1) MODELİ UYGULAMASI

MA(1) modeline uyduğu varsayılan askı debisinin haznedeki birikimi için örnek büyüklüğü 50 yıl olan normal ve lognormal dağılan seriler türetilmiştir. Bu türetme işlemi model parametresi olan θ_1 ’in aldığı herbir değer için 5000 defa yapılmıştır.

Haznedeki birikim S_N herbir t retimde 5000 adet olarak elde edilmiş ve bu değerlerin ortalaması ve varyansı hesaplanmıştır. Sentetik seriler normal dağılım için MA(1) modelinin geçerlilik bölgesi olan $-0.5 < \rho_1 < 0.5$ aralığında türetilmiştir. Türetmeler yapılırken askı debisini temsil eden rastgele değişken y_i 'nin ortalaması 0 ve varyansı 1 olarak alınmıştır. Tablo 5.1'de bu değerler görülmektedir.

Tablo 5.1 MA(1) Modeli için S_N İstatistikleri

r_1	θ_1	$E(S_N)_T$	$E(S_N)_A$	$[Var(S_N)]_T$	$[Var(S_N)]_A$
-0.5	1.000	-0.017	0.0	0.981	1.000
-0.4	0.500	-0.060	0.0	11.090	10.800
-0.3	0.333	-0.118	0.0	21.223	20.600
-0.2	0.209	0.198	0.0	30.393	30.400
-0.1	0.101	0.005	0.0	39.981	40.200
0	0.000	-0.024	0.0	49.507	50.000
0.1	-0.101	0.048	0.0	60.742	59.800
0.2	-0.209	-0.053	0.0	69.625	69.600
0.3	-0.333	-0.208	0.0	78.798	79.400
0.4	-0.500	0.077	0.0	88.642	89.200
0.5	-1.000	-0.194	0.0	93.575	99.000

Tablo 5.1'deki $[Var(S_N)]_A$ değerleri 3. Bölümdeki analitik olarak elde edilmiş olan (3.40) denkleminde hesaplanmıştır. $[Var(S_N)]_T$ türetilmiş değerleriyle oldukça iyi bir uyum olduğu görülmektedir. Aralarındaki farklar ise bilgisayarda türetilmiş rastgele sayılardan kaynaklanmaktadır. MA(1) modelindeki rastgele değişken lognormal dağılıyorsa haznede birikecek askı malzemesi miktarının ortalaması ve varyansı sırasıyla (3.41) ve (3.42) denklemlerinden analitik olarak elde edilmişti. Tablo 5.1'deki gibi lognormal dağılıma uyduğu varsayılan değişken için de seriler türetilmiştir. Ancak türetim normal dağılımda olduğu gibi yapılmış ve türetilen sayıların eksponansiyelleri alınarak lognormal hale getirilmiştir. Bölüm 3'teki lognormal dağılım için elde edilen varyans ifadesindeki ρ_1 normal dağılıma aittir. Ancak bu parametrenin lognormal dağılıma geçiş denklemi,

$$\rho_{x(k)} = \frac{\left[e^{(\sigma_y^2 \rho_{y(k)})} - 1 \right]}{\left[e^{\sigma_y^2} - 1 \right]} \quad (5.1)$$

şeklinde olup dönüştürülmemiş serinin otokorelasyon katsayılarını belirlemekte kullanılırlar. Burada k adımı, mertebeyi belirtmektedir.

Lognormal süreç için yapılmış türetmeler ve analitik ifadelerden elde edilen istatistikler Tablo 5.2’de verilmiştir.

Tablo 5.2 Lognormal Değişkenin MA(1) Modeli için S_N İstatistikleri

$r_{x(1)}$	$r_{y(1)}$	ϕ_1	$[E(S_N)]_T$	$[E(S_N)]_A$	$[Var(S_N)]_T$	$[Var(S_N)]_A$
-0.2	-0.421	0.547	82.450	82.436	140.440	142.004
-0.1	-0.189	0.196	82.348	82.436	192.518	187.662
0.1	0.159	-0.163	82.343	82.436	282.906	279.448
0.2	0.295	-0.327	83.011	82.436	324.745	324.945
0.3	0.416	-0.535	82.383	82.436	362.053	370.966

Tablo 5.2’de de görüldüğü gibi analitik olarak elde edilen ifadelerin sonuçları ile sentetik olarak bilgisayarda elde edilen sonuçlar oldukça büyük bir yaklaşım göstermektedir. Aynı işlemleri 2.mertebe modeli için de yapmak mümkündür.

5.3 MA(2) MODELİ UYGULAMASI

2.mertebe hareketli ortalama modeli olan MA(2) için de örnek büyüklüğü 50 yıl olan, normal ve lognormal dağılıma uyan seriler türetilmiştir. Türetme işlemi model parametrelerinin her değişik değer çifti için yine 5000 defa yapılmıştır.

Buradaki (ρ_1, ρ_2) çiftine karşı gelen (θ_1, θ_2) çiftleri (Box vd.,1994) tarafından hesaplanıp çizilmiş grafik EK F ‘de verilmiştir. MA(2) süreci için parametreler bu grafikten alınıp modelde kullanılmıştır. Türetilen sayıların ortalamasının 0 olmasından dolayı S_N toplamlarının analitik yolla (3.44) denkleminde hesaplanan değerleri 0 vermektedir. Bu nedenle bu değerlere Tablo 5.3’de yer verilmemiştir. Ancak türetilen sayıları oluşturduğu $[E(S_N)]_T$ sütununda da 0’a çok yakın değerler bulunmaktadır. 2.mertebede varyans 1.mertebede olduğu kadar yakın olmamakla beraber mertebe olarak yakındır.

Tablo 5.3 Normal Değişkenin MA(2) Modeli için S_N İstatistik

r_1	r_2	θ_1	θ_2	$[E(S_N)]_T$	$[E(S_N)]_A$	$[Var(S_N)]_T$	$[Var(S_N)]_A$
0.3	0.1	-0.317	-0.118	-0.059	0.0	94.210	101.780
0.3	0.2	-0.274	-0.223	-0.233	0.0	99.650	110.488
0.3	0.3	-0.262	-0.355	-0.230	0.0	109.765	128.604
0.2	0.1	-0.214	-0.120	0.237	0.0	82.810	87.993
0.2	0.2	-0.200	-0.250	-0.102	0.0	93.458	103.625
0.2	0.3	-0.190	-0.399	-0.065	0.0	102.690	124.118
0.1	0.1	-0.100	-0.111	-0.033	0.0	71.790	72.660
0.1	0.2	-0.083	-0.199	-0.157	0.0	78.130	81.181
0.1	0.3	-0.074	-0.285	-0.249	0.0	83.200	91.014
-0.1	0.1	0.131	-0.151	-0.061	0.0	49.536	51.718
-0.1	0.2	0.119	-0.312	-0.257	0.0	59.847	70.227
-0.1	0.3	0.109	-0.486	-0.277	0.0	74.177	93.186
-0.2	0.1	0.238	-0.135	0.098	0.0	36.553	40.231
-0.2	0.2	0.221	-0.284	-0.098	0.0	51.999	55.930
-0.2	0.3	0.212	-0.466	-0.271	0.0	61.790	77.383
-0.3	0.1	0.345	-0.130	0.085	0.0	27.379	31.071
-0.3	0.2	0.312	-0.263	-0.055	0.0	39.396	44.956
-0.3	0.3	0.295	-0.418	0.035	0.0	52.038	62.221

Logaritmik olan 2.mertebe sürecin oluşturacağı S_N toplamalarının istatistikleri yine sentetik seriler türetilerek elde edilmiştir. Ayrıca analitik yoldan elde edilmiş olan (3.50) ve (3.51) denklemlerinden elde edilen değerlerde Tablo 5.4’de verilmiştir.

Tablo 5.4 Lognormal Değişkenin MA(2) Modeli için S_N İstatistik

r_{y1}	r_{y2}	r_{x1}	r_{x2}	θ_1	θ_2	$[E(S_N)]_T$	$[E(S_N)]_A$	$[Var(S_N)]_T$	$[Var(S_N)]_A$
0.3	0.1	0.204	0.061	-0.317	-0.118	82.522	82.436	386.050	354.183
0.3	0.2	0.204	0.129	-0.274	-0.223	82.087	82.436	399.950	384.514
0.3	0.3	0.204	0.204	-0.262	-0.355	82.135	82.436	454.670	418.036
0.2	0.1	0.129	0.061	-0.214	-0.120	82.840	82.436	341.980	319.963
0.2	0.2	0.129	0.129	-0.200	-0.250	82.251	82.436	386.667	350.295
0.2	0.3	0.129	0.204	-0.190	-0.399	82.008	82.436	432.580	383.816
0.1	0.1	0.061	0.061	-0.100	-0.111	82.229	82.436	315.880	289.000
0.1	0.2	0.061	0.129	-0.083	-0.199	82.442	82.436	348.670	319.332
0.1	0.3	0.061	0.204	-0.074	-0.285	82.073	82.436	367.150	352.853
-0.1	0.1	-0.055	0.061	0.131	-0.151	82.220	82.436	244.690	235.633
-0.1	0.2	-0.055	0.129	0.119	-0.312	81.781	82.436	286.790	265.964
-0.1	0.3	-0.055	0.204	0.109	-0.486	81.580	82.436	349.440	299.486
-0.2	0.1	-0.105	0.061	0.238	-0.135	82.520	82.436	215.250	212.695
-0.2	0.2	-0.105	0.129	0.221	-0.284	82.070	82.436	264.780	243.026
-0.2	0.3	-0.105	0.204	0.212	-0.466	82.030	82.436	327.940	276.548
-0.3	0.1	-0.151	0.061	0.345	-0.130	82.570	82.436	196.450	191.940
-0.3	0.2	-0.151	0.129	0.312	-0.263	82.310	82.436	230.550	222.271
-0.3	0.3	-0.151	0.204	0.295	-0.418	82.730	82.436	293.040	255.792

Tablo 5.4'deki ilk iki sütun türetmede kullanılan modelin otokorelasyon katsayıları ve bunlardan sonraki iki sütun ise lognormal dağılan sürecin otokorelasyon katsayılarıdır.

Bu bölümde yapılan seri türetme uygulamalarının tümü Mathematica 3.02 programında yazılan kodlarla bilgisayarda sentetik olarak yapılmışlardır. Ek 'de normal, lognormal 1. ve 2. Mertebe modellere ait programlar bulunmaktadır.

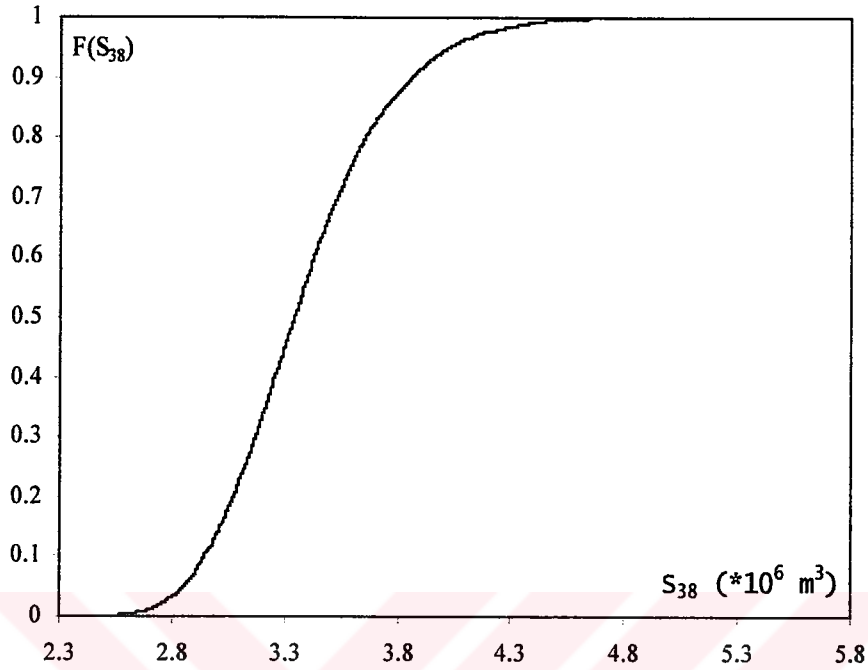
5.4 ÖLÇÜLMÜŞ DEĞERLERLE UYGULAMALAR

Bölüm 4'de akarsulardaki askı debisinin zaman serileriyle modellemesinin uygulaması yapılmıştı. Bu amaçla A.B.D.'de bulunan Juniata nehrinin askı debilerine aylık ve yıllık modeller uydurulmuştu. Haznelerde askı malzemesi birikimi için bu modellerden yıllık olanını kullanmak daha anlamlıdır. Yıllık modellerden MA(1) model tipi bu akarsudaki askı debisini oldukça iyi temsil ettiği görülmüştür. Akarsudaki bu modelin haznedeki birikime etkisinin incelenmesi için ise önceki uygulamaların ışığında ayrı bir uygulama daha yapılmıştır. Bu bir vaka uygulaması olup eldeki 38 yıllık lognormal dağıldığı bilinen askı debisinin birikimine aittir. Burada iki tür işlem yapılmıştır. İlki Bölüm 4.1'de kurulmuş olan MA(1) modeli,

$$z_t = \varepsilon_t + 0.094.\varepsilon_{t-1} \quad (5.2)$$

ile örnek ile aynı büyüklükte (38 yıl) sentetik seri türetmek için kullanılmıştır. Bu işlem 5000 defa yapılmıştır. Her bir türetme işleminde bu 38 değer toplanmış ve S_N , haznede biriken askı malzemesi miktarları elde edilmiştir. Türetme yapılırken her defasında rastgele sayı üretme mekanizmasının değişik dizilişteki seriler üretmesi sağlanmıştır. Sonuç olarak S_N bir rastgele değişken olup ve 5000 adet elemanı bulunmaktadır. Karşılaştırmada kullanılabilmesi amacıyla eldeki örnekle aynı istatistik parametrelere sahip seriler türetilmiştir. Türetilmiş S_N değerlerinin ortalaması ve varyansı hesaplanmıştır. Ardından (3.32) ve (3.40) denklemleriyle analitik olarak belirlenmiş S_N miktarlarının ortalaması ve varyansı hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerler ton cinsindendir. Kaynağına göre malzemenin özgül ağırlığı değişebiliyorsa da genellikle 2.65 ton/m^3 olarak alınmaktadır. Türetilen ve analitik

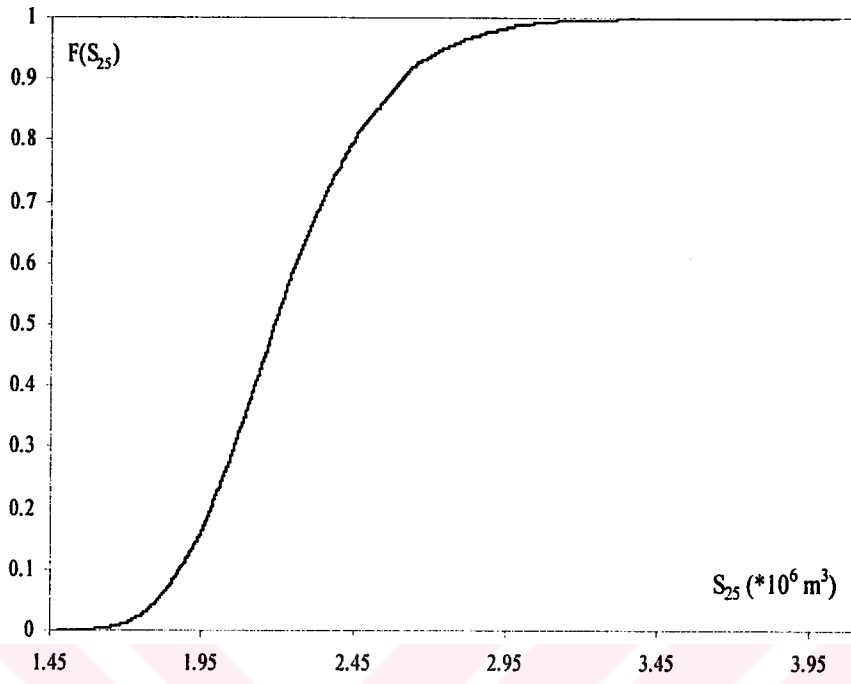
olarak elde edilen denklemlerden hesaplanan değerler oldukça yakın bulunmuştur. Türetilen S_N serisi için eklenik frekans dağılımı da çizilmiştir.



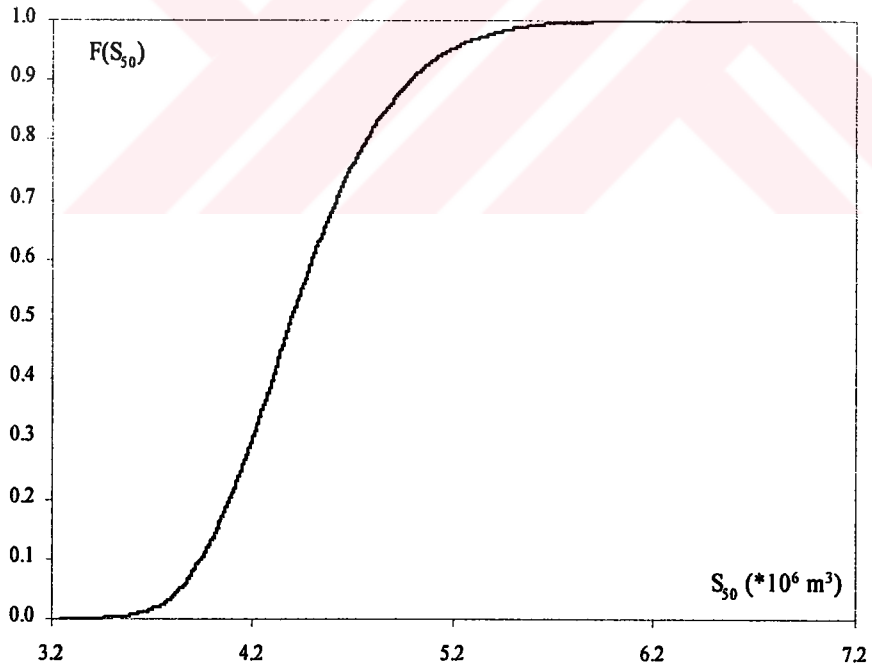
Şekil 5.1 Türetilmiş S_N serisinin eklenik frekans dağılımı

Bu grafikte, sentetik olarak elde edilen değerlerin yardımıyla 38 yıl olan ölçüm süresine eşit büyüklükteki hazne hacimlerinin eklenik frekans dağılımı çizilmiştir. Dolayısıyla hazne hacminin belirli bir değeri aşması olasılığını bu grafik yardımıyla belirlemek mümkündür.

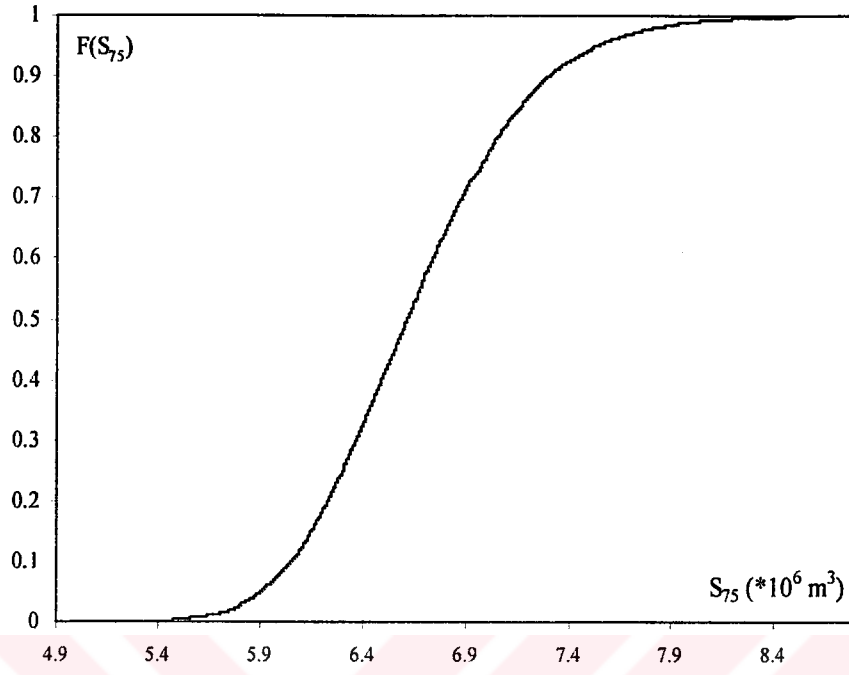
Tablo 5.5'de 25, 38, 50, 75, 100 yıllık birikme zamanlarına göre haznede birikecek askı malzemesi miktarları, hem türetilen serilerden hesaplanan, hem de analitik ifadelerin hesaplarından elde edilen ortalama ve varyans olarak verilmiştir. Bu tabloda, gerçek değerlere dayanarak kurulan MA(1) modeline uyan lognormal dağılmış askı debilerinden elde edilen S_N hacimlerinin eldeki orijinal veriye olan uygunluğu görülmektedir. Tablo 5.6'da ise bu türetilmiş hacimlerden herhangi bir örnek hazne ömrü büyüklüğüne göre belirli bir olasılıkla küçük kalması beklenen hacimler verilmiştir. Tablo 5.6 aslında, birikme hacimlerinin içinden geldikleri toplumların istatistik anlamda yayılımını göstermektedir.



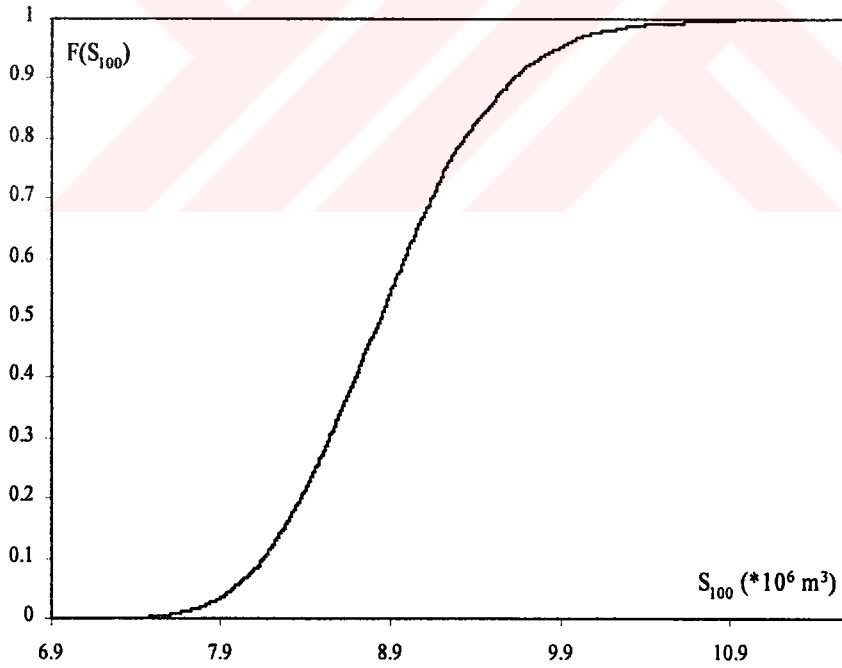
Şekil 5.2 N=25 yıl için birikenaskı malzemesinin Eklenik Frekans Dağılımı



Şekil 5.3 N=50 yıl için birikenaskı malzemesinin Eklenik Frekans Dağılımı



Şekil 5.4 N=75 yıl için birikenaskı malzemesinin Eklenik Frekans Dağılımı



Şekil 5.5 N=100 yıl için birikenaskı malzemesinin Eklenik Frekans Dağılımı

Tablo 5.5 Çeşitli Büyüklükteki Birikme Sürelerindeki Türetilmiş ve Analitik İfadelerden Elde Edilen Ortalama ve Varyanslar

	S_{25}	S_{38}	S_{50}	S_{75}	S_{100}
$[E(S_N)]_T (*10^6)$	3.3536	3.3758	4.4370	6.6536	8.8675
$[E(S_N)]_A (*10^6)$	3.3487	3.3694	4.4336	6.6502	8.8672
$[Var(S_N)]_T (*10^{11})$	0.8367	1.2881	1.6903	2.5048	3.3635
$[Var(S_N)]_A (*10^{11})$	0.8178	1.2453	1.6404	2.4621	3.2852

Tablo 5.6 Çeşitli Büyüklükteki Birikme Sürelerine Göre Küçük Kalma Olasılıklarına Karşı Gelen Hazne Hacimleri ($*10^6 m^3$).

	S_{25}	S_{38}	S_{50}	S_{75}	S_{100}
F(0.50)	2.186	3.342	4.391	6.613	8.843
F(0.75)	2.392	3.587	4.680	6.968	9.220
F(0.80)	2.449	3.654	4.767	7.052	9.332
F(0.90)	2.604	3.860	4.986	7.298	9.617
F(0.95)	2.746	4.022	5.180	7.529	9.878
F(0.99)	3.021	4.366	5.565	8.034	10.397

Benzer şekilde (5.2) denklemini çalıştırılarak 25,50,75 ve 100 yıllık türetme yapılmıştır. Bunlara ait grafikler aşağıda verilmiştir. Türetilen serilerden %(50-90) arasındaki aşılma olasılıkları Tablo 5.6 olarak verilmiştir. Bu grafiklerden elde edilen ortalama ve varyanslar ise analitik ifadelerin sonuçlarıyla birlikte verilmiştir.

Tablo 4.1’ de verilmiş olan orijinal askı debilerinin yıllık ortalamalarından hesaplanan S_N değeri $3.387*10^6 m^3$ olarak bulunmuştur. Bu değer Tablo 5.5’deki 38 yıllık türetilmiş ve analitik olarak hesaplanmış değerlerle karşılaştırıldığında oldukça iyi bir uyum olduğu görülmektedir.

SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında aşağıdaki sonuçlara varılmıştır.

1. Aylık ortalama askı debileri zaman serileri modelleri uygulanmıştır. Akarsu debilerinde olduğu gibi askı debilerinde de periyodiklik görülmüştür. Aylık askı debilerinin çarpıklığı oldukça fazla olduğundan logaritmik dönüşüm yapılarak modellemeye gidilmiştir.
2. Yıllık askı debileri beklendiği gibi bağımsızlığın etken olduğu hareketli ortalama (Moving Average) modellerine uymaktadır. Kurulan 1. Mertebe hareketli ortalama modeli ile sentetik olarak türetilen sayılar gözlenmiş değerlerle karşılaştırıldığında oldukça tatmin edici sonuçlar verdiği görülmüştür.
3. Periyodikliğin giderildiği aylık askı debisi verisine de yine hareketli ortalama modeli uymuştur. Ancak aylık askı debisini 2. Mertebe model daha iyi temsil etmektedir. Aylık değerler için de sentetik seriler türetilmiş ve gözlenmiş seriyle karşılaştırılmıştır. Ortalamaların uyumu iyi olmakla beraber standart sapmada 6. Aya karşı gelen aşırı bir değer sözkonusudur. Bunun nedeni ise sediment grafiğinden de görülebildiği gibi bir sürekli bir sıçrama olmamakla beraber ölçümlerde 1972 yılına ait değerlerdeki görülen aşırılıktır.
4. Akarsuların yıllık askı maddesi debileri zaman serileriyle modellendikten sonra, kurulan modele bağlı olarak, hazne içindeki birikiminin beklenen değeri ve varyansı analitik olarak elde edilmiştir. Bu ifadeler askı maddesi olasılık dağılımının normal ve lognormal dağılıma uyduğu varsayılarak elde edilmiştir.

5. Herhangi bir akarsuyun gözlenmiş askı debilerinin ortalama, varyans ve otokorelasyon katsayıları gibi istatistik parametreleri kullanılarak, bu akarsu üzerinde yapılacak bir haznede bırakılacak ölü hazne hacmi için eklenik dağılım fonksiyonu çizilebilir. Bu dağılım fonksiyonu yardımıyla belirli bir riske karşı gelen ölü hacim tespitleri yapılabilir.
6. Bu çalışmanın, askı debilerinin uyduğu hareketli ortalamalar modellerini kullanarak biriken askı malzemesi eklenik dağılım fonksiyonuna uydurulabilecek bir dağılım fonksiyonu yardımıyla daha genelleştirilmesi düşünülmektedir.



KAYNAKLAR

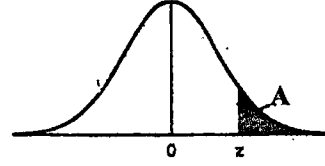
- AKSOY, H. (1997). Baraj Göllerinde Biriken Katı Maddenin Amprik Yaklaşımlarla Belirlenmesi, *Su Kongresi ve Sergisi '97*, İstanbul, 19-21 Haziran 1997, İstanbul.
- ANDERSON, R. L. (1941). Distribution of the Serial Correlation Coefficients. *Annals of Math. Stat.* Vol. 8, No. 1, pp.1-13, March.
- BAYAZIT, M. (1971). Hareketli Tabanlı Akımların Hidroliği, İTÜ İnşaat Fakültesi, İstanbul.
- BLOM, G. (1958). Statistical Estimates and Transformed Beta Variables, pp.143-146, John Wiley, New York.
- BOGARDI, J. (1974). Sediment Transport in Alluvial Streams, Akademiai Kiado, Budapest.
- BOX, G. E. P., COX, D. R., (1964). An Analysis of Transformations, *J. of Stat. Soc.*, B 26, 211-52.
- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M. (1970). Time Series Analysis Forecasting and Control. Holden-Day Series in Time Series Analysis, San Fransisco.
- BOX, G. E. P., MULLER, M. E., (1958). A note on The Generation of Normal Deviates. *Ann. Math. Stat.*, 28 pp. 610- 611.
- BOX, G. E. P., PIERCE, D. A. (1970). Distributions of Residual Auto Correlations in Autoregressive- Integrated Moving Average Time Series Models. *Jour. Amer. Stat. Assoc.*, 64.
- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., REINSEL, G. C., (1994). Time Series Analysis Forecasting and Control. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- BULU, A. (1976). Günlük Debilerin Stokastik Yapısını Dikkate Alınarak Taşkın Tekerrür Analizleri, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Müh.-Mim. Fakültesi, İstanbul
- BULU, A., AKAR, T. (1998.a). Time Series Modelling of Sediment Discharges, *XIXth Conference of the Danube Countries on Hydrological Forecasting and Hydrological Bases of Water Management*, 15-19 June 1998, Osijek, Croatia, 741-747.
- BULU, A., AKAR, T. (1998.a). Stochastic Modeling of Sediment Discharges, *Stochastic Models of Hydrological Processes and Their Applications to Problems of Environmental Preservation*, Moscow, November 23-27, 1998
- CHEN, V.J., KUO, C.Y. (1986). A Study on Synthetic Sedimentgraphs for Ungaged Watersheds, *J. Hydrol.*, 84, 35-54.
- CHOWDHURY, J., U., STEDINGER, J., R., LU, L., H. (1991). Goodness of Fit Tests for Regional Generalized Extreme Value Flood Distributions, *Water Resources Research*, 27(7), pp. 1765-1776.
- CRUTCHER, H., L. (1975). A Note on the Possible Misuse of Kolmogorov-Smirnov Tests, *Journal of Applied Meteorol.* 14(8), pp.,1600-1603.
- GARDE, R.J., RANGA RAJU, K.G. (1977). Mechanics of Sediment Transportation and Alluvial Stream Problems, Wiley Eastern Limited, New Delhi.

- GONCHAROV, V., N., (1964).** Dynamics of Channel Flow, *Israel Program for Scientific Translation*, Jerusalem.
- GÜLDAL, V. (1997).** Akarsu Askı Maddesi Debisi için Nonlineer Bir Sistem Modeli, *Doktora Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- ÖNÖZ, B. (1994).** Yeni bir Parametre Tahmin Yöntemi. Olasılık Ağırlıklı Momentler Yöntemi, *D.S.İ. Bülteni*, sayı 81.
- PHIEN, H.N. (1981).** Reservoir Sedimentation with Correlated Inflows, *J. Hydrol.*, 53, 327-341.
- PHIEN, H.N., ARBHABHIRAMA, A., (1979).** A Statistical Analysis of the Sediment Volume Accumulated in Reservoirs, *J. Hydrol.*, 44, 231-240.
- RENDON-HERRERO, O. (1978).** Unit Sediment Graph, *Water Resources Research*, 14, 5, 889-901.
- SALAS, J., D., SHIN, H., S., (1999).** Uncertainty Analysis of Reservoir Sedimentation, *J. of Hydraulic Eng.*, ASCE, April 1999, pp. 339-350
- SIMONS, D.B., ŞENTÜRK, F. (1992).** Sediment Transport Technology; Water and Sediment Dynamics, *Water Resources Publications*, Littleton, Colorado.
- SKOKLEVSKI, Z., VELICKOV, S. (1995).** Total Suspended Load Transport as a Natural Stochastic Process, *Proceedings of a Boulder Symposium*, July 1995, IAHS Publ. No. 226, 215-221.
- SKOKLEVSKI, Z., VELICKOV, S. (1998).** Suspended Load Transportation Process Within Vardar River Basin in the Republic of Macedonia, *XIXth Conference of the Danube Countries on Hydrological Forecasting and Hydrological Bases of Water Management*, 15-19 June 1998, Osijek, Croatia, 717-727.
- SZIDAROVSKY, F., YAKOWITZ, S., KRZYSTOFOWICZ, R. (1976).** A Bayes Approach for Simulating Sediment Yield, *Journal of Hydrological Sciences*, Vol. 3, No.1-2, 33-44.
- STEDINGER, J.R., VOGEL, R.M. & FOULOUA-GEORGIOU, E. (1993).** Frequency Analysis of Extreme Events, In D. Maidment (Editor) *Handbook of Applied Hydrology*, Chapter 18, McGraw-Hill Book, New York.
- TINGSANCHALI, T., LAL, N.K. (1992).** A Combined Deterministic-Stochastic Model of Daily Sediment Concentrations in a River, *Proceedings of the Sixth IAHR Symposium on Stochastic Hydraulics*, Taipei, 221-228.
- U. S. G. S. (1998).** Suspended Sediment Database Daily Values of Suspended Sediment and Ancillary Data,
web adress: <http://webserver.cr.usgs.gov/sediment/>.
- WILLIAMS, J.R. (1978).** A Sediment Graph Model Based on an Instantaneous Unit Sediment Graph, *Water Resources Research*, 14, 4, 659-664.
- YALIN, M.S. (1972).** Mechanics of Sediment Transport, Pergamon Press, Braunschweig.

EK A

Tablo A.1 Normal Dağılım Tablosu

$$A = \int_z^{\infty} f(z) dz$$



NORMAL DAĞILIM EĞRİSİNİN ALTINDA KALAN ALAN

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998									
4.0	0.999970									
3.0	0.9999997									
6.0	0.999999999									

EK B

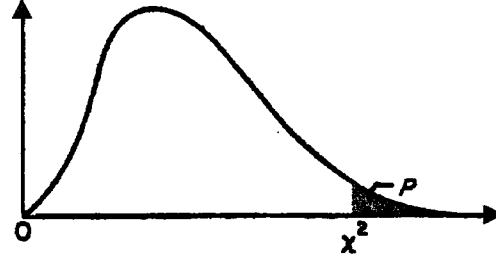
Tablo B.1 Gamma (Pearson Tip III) Dağılımı Tablosu

T	F(x)	Gamma (Pearson Tip III) Dağılımı İçin Frekans Faktörü																
Geri Dönüş Aralığı	Küçük Kalma Olasılığı	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	
1.0001	0.0001	-3.719	-3.299	-2.899	-2.525	-2.184	-1.884	-1.628	-1.418	-1.247	-1.111	-1.000	-0.800	-0.667	-0.571	-0.500	-0.444	-0.400
1.0010	0.0010	-3.090	-2.808	-2.533	-2.268	-2.017	-1.786	-1.577	-1.394	-1.238	-1.107	-0.999	-0.800	-0.667	-0.571	-0.500	-0.444	-0.400
1.0101	0.0100	-2.326	-2.178	-2.029	-1.880	-1.733	-1.588	-1.449	-1.318	-1.197	-1.087	-0.990	-0.799	-0.667	-0.571	-0.500	-0.444	-0.400
1.0204	0.0200	-2.054	-1.945	-1.834	-1.720	-1.606	-1.492	-1.379	-1.270	-1.166	-1.069	-0.980	-0.798	-0.666	-0.571	-0.500	-0.444	-0.400
1.0256	0.0250	-1.960	-1.864	-1.764	-1.663	-1.559	-1.455	-1.352	-1.250	-1.152	-1.060	-0.975	-0.797	-0.666	-0.571	-0.500	-0.444	-0.400
1.0526	0.0500	-1.645	-1.586	-1.524	-1.458	-1.389	-1.317	-1.243	-1.168	-1.093	-1.020	-0.949	-0.790	-0.665	-0.571	-0.500	-0.444	-0.400
1.1111	0.1000	-1.282	-1.258	-1.231	-1.200	-1.166	-1.128	-1.086	-1.041	-0.994	-0.945	-0.894	-0.771	-0.660	-0.570	-0.500	-0.444	-0.400
1.2500	0.2000	-0.842	-0.850	-0.855	-0.857	-0.856	-0.852	-0.844	-0.832	-0.817	-0.799	-0.777	-0.711	-0.636	-0.562	-0.498	-0.444	-0.400
2	0.5000	0.000	-0.033	-0.067	-0.099	-0.132	-0.164	-0.195	-0.225	-0.254	-0.281	-0.307	-0.360	-0.396	-0.413	-0.410	-0.400	-0.379
5	0.8000	0.842	0.830	0.816	0.800	0.780	0.758	0.733	0.705	0.675	0.643	0.609	0.518	0.420	0.322	0.226	0.137	0.058
10	0.9000	1.282	1.301	1.317	1.329	1.336	1.340	1.340	1.337	1.329	1.318	1.303	1.250	1.180	1.096	1.001	0.900	0.795
20	0.9500	1.645	1.700	1.750	1.797	1.839	1.877	1.910	1.938	1.962	1.981	1.996	2.012	2.003	1.971	1.920	1.853	1.773
	0.9750	1.960	2.053	2.142	2.227	2.308	2.384	2.455	2.521	2.582	2.638	2.689	2.733	2.867	2.913	2.933	2.931	2.909
50	0.9800	2.054	2.159	2.261	2.359	2.453	2.542	2.626	2.706	2.780	2.848	2.912	3.048	3.152	3.226	3.274	3.298	3.300
100	0.9900	2.326	2.472	2.615	2.755	2.891	3.023	3.149	3.271	3.388	3.499	3.605	3.845	4.051	4.225	4.368	4.483	4.573
1000	0.9990	3.090	3.377	3.666	3.956	4.244	4.531	4.815	5.095	5.371	5.642	5.908	6.548	7.152	7.720	8.253	8.752	9.220
10000	0.9999	3.719	4.153	4.597	5.047	5.501	5.957	6.412	6.867	7.318	7.766	8.210	9.299	10.354	11.373	12.357	13.305	14.220

EK C

Tablo C.1 χ^2 Dağılım Tablosu

P → Olasılık
n → Serbestlik Derecesi



$P \backslash n$	0.99	0.98	0.95	0.90	0.50	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.0002	0.0006	0.0039	0.0158	0.455	2.706	3.841	5.412	6.635
2	0.0201	0.0404	0.103	0.211	1.386	4.605	5.991	7.824	9.210
3	0.115	0.185	0.352	0.584	2.366	6.251	7.815	9.837	11.34
4	0.297	0.429	0.711	1.064	3.357	7.779	9.488	11.67	13.28
5	0.554	0.752	1.145	1.610	4.351	9.236	11.07	13.39	15.09
6	0.872	1.134	1.635	2.204	5.348	10.64	12.59	15.03	16.81
7	1.239	1.564	2.167	2.833	6.346	12.02	14.07	16.62	18.48
8	1.646	2.032	2.733	3.490	7.344	13.36	15.51	18.17	20.09
9	2.088	2.532	3.325	4.168	8.343	14.68	16.92	19.68	21.67
10	2.558	3.059	3.940	4.865	9.342	15.99	18.31	21.16	23.21
11	3.053	3.609	4.575	5.578	10.34	17.28	19.68	22.62	24.72
12	3.571	4.178	5.226	6.304	11.34	18.55	21.03	24.05	26.22
13	4.107	4.765	5.892	7.042	12.34	19.81	22.36	25.47	27.69
14	4.660	5.368	6.571	7.790	13.34	21.06	23.68	26.87	29.14
15	5.229	5.985	7.261	8.547	14.34	22.31	25.00	28.26	30.58
16	5.812	6.614	7.962	9.312	15.34	23.54	26.30	29.63	32.00
17	6.408	7.255	8.672	10.08	16.34	24.77	27.59	31.00	33.41
18	7.015	7.906	9.390	10.86	17.34	25.99	28.87	32.35	34.80
19	7.633	8.567	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	33.69	36.19
20	8.260	9.237	10.85	12.44	19.34	28.41	31.41	35.02	37.57
21	8.897	9.915	11.59	13.24	20.34	29.62	32.67	36.34	38.93
22	9.542	10.60	12.34	14.04	21.34	30.81	33.92	37.66	40.29
23	10.20	11.29	13.09	14.85	22.34	32.01	35.17	38.97	41.64
24	10.86	11.99	13.85	15.66	23.34	33.20	36.42	40.27	42.98
25	11.52	12.70	14.61	16.47	24.34	34.38	37.65	41.57	44.31
26	12.20	13.41	15.38	17.29	25.34	35.56	38.88	42.86	45.64
27	12.88	14.13	16.15	18.11	26.34	36.74	40.11	44.14	46.96
28	13.57	14.85	16.93	18.94	27.34	37.92	41.34	45.42	48.28
29	14.26	15.57	17.71	19.77	28.34	39.09	42.56	46.69	49.59
30	14.95	16.31	18.49	20.60	29.34	40.26	43.77	47.96	50.89
$n \backslash P$	0.99	0.98	0.95	0.90	0.50	0.10	0.05	0.02	0.01

EK D

Tablo D.1 Kolmogorov-Smirnov Testi Δ İstatistiği Tablosu

$n \rightarrow$ Örnekteki eleman sayısı
 $\alpha \rightarrow$ Aşılma olasılığı

n	α			
	0.20	0.10	0.05	0.01
5	0.45	0.51	0.56	0.67
10	0.32	0.37	0.41	0.49
15	0.27	0.30	0.34	0.40
20	0.23	0.26	0.29	0.36
25	0.21	0.24	0.27	0.32
30	0.19	0.22	0.24	0.29
35	0.18	0.20	0.23	0.27
40	0.17	0.19	0.21	0.25
45	0.16	0.18	0.20	0.24
50	0.15	0.17	0.19	0.23
> 50	$1.07/\sqrt{n}$	$1.22/\sqrt{n}$	$1.36/\sqrt{n}$	$1.63/\sqrt{n}$

EK E

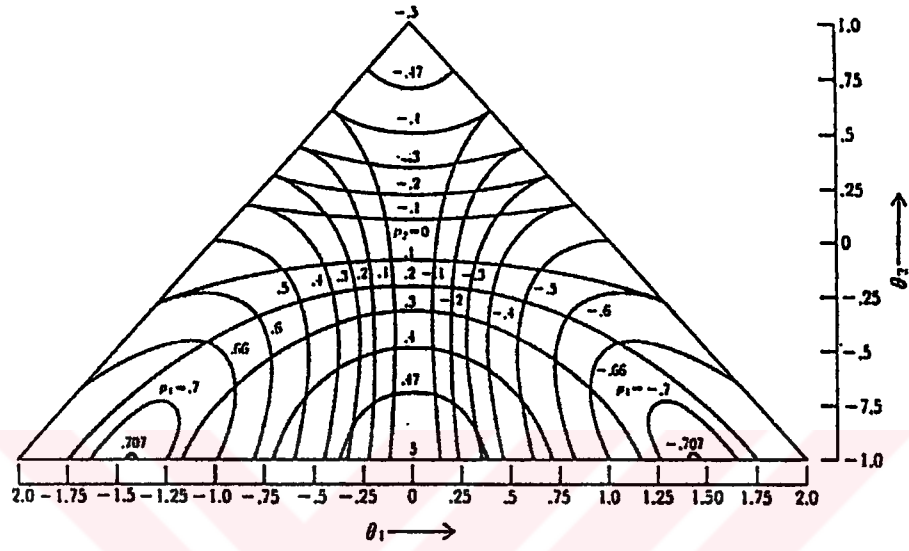
Tablo E.1 PPCC Testi Normal Dağılım İçin r_{kritik} Değerleri

$n \rightarrow$ Örnekteki eleman sayısı, $\alpha \rightarrow$ Anlamlılık Düzeyi

n	α					
	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.250
3	0.867	0.869	0.872	0.879	0.891	0.924
4	0.813	0.824	0.846	0.868	0.894	0.931
5	0.807	0.826	0.856	0.880	0.903	0.934
6	0.820	0.838	0.866	0.888	0.910	0.939
7	0.828	0.850	0.877	0.898	0.918	0.944
8	0.840	0.861	0.887	0.906	0.924	0.948
9	0.854	0.871	0.894	0.912	0.930	0.952
10	0.862	0.879	0.901	0.918	0.934	0.954
11	0.870	0.886	0.907	0.923	0.938	0.957
12	0.876	0.892	0.912	0.928	0.942	0.960
13	0.885	0.899	0.918	0.932	0.945	0.962
14	0.890	0.905	0.923	0.935	0.948	0.964
15	0.896	0.910	0.927	0.939	0.951	0.965
16	0.899	0.913	0.929	0.941	0.953	0.967
17	0.905	0.917	0.932	0.944	0.954	0.968
18	0.908	0.920	0.935	0.946	0.957	0.970
19	0.914	0.924	0.938	0.949	0.958	0.971
20	0.916	0.926	0.940	0.951	0.960	0.972
21	0.918	0.930	0.943	0.952	0.961	0.973
22	0.923	0.933	0.945	0.954	0.963	0.974
23	0.925	0.935	0.947	0.956	0.964	0.975
24	0.927	0.937	0.949	0.957	0.965	0.976
25	0.929	0.939	0.951	0.959	0.966	0.976
26	0.932	0.941	0.952	0.960	0.967	0.977
27	0.934	0.943	0.953	0.961	0.968	0.978
28	0.936	0.944	0.955	0.962	0.969	0.978
29	0.939	0.946	0.956	0.963	0.970	0.979
30	0.939	0.947	0.957	0.964	0.971	0.979
31	0.942	0.950	0.958	0.965	0.972	0.980
32	0.943	0.950	0.959	0.966	0.972	0.980
33	0.944	0.951	0.961	0.967	0.973	0.981
34	0.946	0.953	0.962	0.968	0.974	0.981
35	0.947	0.954	0.962	0.969	0.974	0.982
36	0.948	0.955	0.963	0.969	0.975	0.982
37	0.950	0.956	0.964	0.970	0.976	0.983
38	0.951	0.957	0.965	0.971	0.976	0.983
39	0.951	0.958	0.966	0.971	0.976	0.983
40	0.953	0.959	0.966	0.972	0.977	0.984
41	0.953	0.960	0.967	0.973	0.977	0.984
42	0.954	0.961	0.968	0.973	0.977	0.984
43	0.956	0.961	0.968	0.974	0.978	0.984
44	0.957	0.962	0.969	0.974	0.978	0.985
45	0.957	0.963	0.969	0.974	0.979	0.985
46	0.958	0.963	0.970	0.975	0.979	0.985
47	0.959	0.965	0.971	0.976	0.980	0.986
48	0.959	0.965	0.971	0.976	0.980	0.986
49	0.961	0.966	0.972	0.976	0.980	0.986
50	0.961	0.966	0.972	0.977	0.981	0.986
55	0.965	0.969	0.974	0.979	0.982	0.987
60	0.967	0.971	0.976	0.980	0.984	0.988
65	0.969	0.973	0.978	0.981	0.985	0.989
70	0.971	0.975	0.979	0.983	0.986	0.990
75	0.973	0.976	0.981	0.984	0.987	0.990
80	0.975	0.978	0.982	0.985	0.987	0.991
85	0.976	0.979	0.983	0.985	0.988	0.991
90	0.977	0.980	0.984	0.986	0.988	0.992
95	0.979	0.981	0.984	0.987	0.989	0.992
100	0.979	0.982	0.985	0.987	0.989	0.992

EK F

Şekil F.1 MA(2) Modelindeki ρ_1 ve ρ_2 , θ_1 ve θ_2 Parametrelerinin Değişimi



ÖZGEÇMİŞ

Tanju AKAR 1965 İstanbul doğumludur. İlk öğrenimini Nurettin Teksan İlkokulunda 1976 yılında, Orta öğrenimini Özel Kalamış Lisesinde 1979 yılında, Lise öğrenimini Fenerbahçe Lisesinde 1983 yılında İstanbul'da tamamlamıştır.

1988 yılında Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Müh. Bölümünü bitirmiştir. Aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Su Mühendisliği programı Lisans üstü sınavını Kazanmıştır. Yüksek Lisans derslerini aldığı Nisan 1990 döneminde İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Hidrolik Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başlamıştır. Şubat 1992' de Yüksek Mühendis ünvanını almıştır. Takip eden yarıyıl da aynı programda Doktora başlamıştır. Haziran 1993' de yeterlilik sınavını geçip tez aşamasına gelmiştir. Ağustos 1994' de görevinden istifa etmiş, 1 yıl süreyle özel sektörde çalıştıktan sonra Ekim 1995' de yine Araştırma Görevliliği sınavını kazanmıştır.

Halen İ.T.Ü. İnşaat Fakültesinde araştırma görevliliğine devam etmekte olup İngilizce bilmektedir.