

İÇME SUYU FİLTRELERİNİN GERİ YIKANMASINDA EN UYGUN GÖZENEKLİLİK TAYİNİ

(DOKTORA TEZİ)

Yük. Müh. Mustafa TURAN

Tezin Fen Bilimleri Ens. Verildiği Tarih : 24 Aralık 1984
Tezin Savunulduğu Tarih : 17 Ocak 1986

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof.Dr. İstemi ÜNSAL
Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Hasan Fehmi YAZICI
: Prof. Cemil ILGAZ

Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
İNŞAAT FAKÜLTESİ MATBAASI

1986

İÇ İNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	I
SUMMARY	III
SEMBOLLER	VIII

BÖLÜM I

FİLTRELERİN GERİ YIKANMASI

1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı	1
1.2. Konu ile İlgili Olarak Daha Önce Yapılan Çalışmalar	6

BÖLÜM II

TÜRBÜLANSLI AKIMDA ENERJİ

2.1. Enerji Harcanması	14
2.2. Prandtl Karışım Uzunluğu Teorisi	20
2.3. Türbülanslı Akımda Hız Gradyanının Harcanan Güce Bağlı İfadesi	22

BÖLÜM III

BORU AKIMINDA HIZ GRADYANI

3.1. Türbülanslı Akım Halinde Hız Gradyanı

26

BÖLÜM IV

AKIŞKAN YATAKLAR

4.1. Akışkanlaştırma (Fluidizasyon)	30
4.2. Sabit ve Akışkan Yataklarda Yük Kaybı	32
4.3. Richardson ve Zaki Korelasyonu	36
4.4. Tanecik Çökelme Hızı	40

BÖLÜM V

FİLTRELERİN GERİ YIKANMASINDA HARCANAN GÜÇ
VE HİDRODİNAMİK KAYMA GERİLMESİ

5.1. Tanecikli Bir Ortamda Türbülanslı Akım Halinde Harcanan Güç ve Kayma Gerilmesi	45
5.2. Tanecikli Filtrelerde Geri Yıkama Akımı Halinde Harcanan Güç ve Kayma Gerilmesi	49
5.3. Akışkanlaşmış Filtre Yatağına Ait Sayısal Uygulama	57

BÖLÜM VI

DENEYSEL ÇALIŞMALAR

6.1. Giriş	70
6.2. Deney Düzeni ve Araçları	70
6.3. Deneyin Yapılışı	74
6.4. Deney ile Teorinin Karşılaştırılması	78

Sayfa

BÖLÜM VII

SONUÇLAR	80
EKLER	83
KAYNAKLAR	93
ÖZGEÇMİŞ	99



Ö Z E T

Bu çalışmada tanecikli hızlı filtrelerde geri yıkama işleminin hidrodinamiği incelenmiş, geri yıkamada hız gradyanı ve hidrodinamik kayma gerilmesi hesap edilerek optimum gözeneklilik tayin edilmiştir.

Birinci bölümde, tanecikli filtrelerin genel tanımlaması yapılmış, geri yıkama işlemi üzerinde durularak, konu ile ilgili önceki çalışmalar incelenmiştir.

Hızlı filtrelerde geri yıkama akımı geçiş rejimi karakterindedir. Bu nedenle ikinci bölümde, enerji denklemleri ve türbülansla ilgili teoriler, prandtl karışım uzunluğu teorisi incelenerek, türbülanslı akım ortamında bir noktadaki hız gradyanı (G_T), birim hacimde harcanan gücün (P_V) fonksiyonu olarak elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde, silindirik borularda türbülanslı akımlar için hız dağılımlarına göre değişik ortalamalarda hız gradyanları tesbit edilmiştir.

Dördüncü bölümde ise, akışkan yataklar ve akışkanlaştırma incelenerek, ilgili teoriler ele alınmıştır. Sabit ve akışkan yataklarda yük kaybı, Richardson-Zaki korelasyonu ve tanecik çökme hızı tetkik edilmiştir. Filtre malzemelerine göre tanecik Reynolds sayısının $Re_0 = 35,3-503$ değerleri arasında olduğu, dolayısıyla da geri yıkama akımının geçiş rejimi karakteri taşıdığı tesbit edilmiştir.

Tanecikli filtrelerde geri yıkama akımı, katı tanecikli gözenekli bir ortamdaki türbülanslı akım özelliği taşıdığından, beşinci bölümde bu akımla ilgili teoriler incelenerek, enerji denklemi ve dolayısıyla hidrodinamik kayma gerilmesi elde

edilmiştir. Pratik uygulama bakımından filtre enkesiti üzerinde aritmetik ortalamalı formda $\bar{\tau}_a$ kayma gerilmesi, $\bar{C}_a$ hız gradyanı ve $\bar{C}_a$ türbülansın harcanan güce katkısını belirten katsayı bulunmuştur. Bunlarla ilgili olarak, kum ve antrasit tanecikli filtre yataklarına ait sayısal uygulama yapılmış, grafikler çizilmiştir. $\bar{\tau}_a$ grafiğinde, $\partial\bar{\tau}_a/\partial\epsilon = 0$ dan deneme-yanılma yolu ile optimum gözenekliliğin $\epsilon_{opt} = 0,69-0,74$ arasında değiştiği görülmüştür. $\bar{C}_a$ grafiğinde gözenekliliğin artışıyla birlikte bir azalma, $\bar{C}_a$ da bir artma ve $\bar{C}_a/U$ oranında ise bir azalma olup, bunun da türbülans şiddetindeki azalmaya karşı geldiği tesbit edilmiştir.

Altıncı bölümde, deneysel çalışmalar verilmiştir. Üni-form kum kullanılarak yapılan deneylerde, geri yıkamanın etkinliğini tesbit etmek amacıyla çeşitli parametreler hesaplanarak grafikler çizilmiştir. Teorik ve deneysel sonuçlar karşılaştırıldığında optimum gözeneklilik değerinin 0,70 civarında olduğu tesbit edilmiştir.

Yedinci bölümde, optimum gözeneklilik, hidrodinamik kayma gerilmesi ve hız gradyanıyla ilgili sonuçlar verilmiştir.

OPTIMUM POROSITY OF GRANULAR WATER FILTERS DURING BACKWASHING

This study is concerned with the hydrodynamics of the backwashing process in rapid granular filters and aims at the investigation of the velocity gradient and the hydrodynamic shear stress in the backwashing flow and the determination of the optimum porosity for such filters.

A general description of the granular filters is presented in the first chapter and the backwashing process is briefly explained. A review of the previous studies concerning the subject is also presented.

The backwashing flow in rapid filters falls within the realm of the transition region. Therefore the energy equation in turbulent flow and the theories related to turbulence is reviewed in the second chapter and the equation of velocity gradient is developed.

In order to express the velocity gradient at a point G_T , in two dimensional turbulent flow, as a function of power dissipation in unit volume, the turbulence energy equation is used,

$$-\rho \overline{u'_1 u'_2} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} = \bar{\Phi}_2$$

where ρ is the mass density of the fluid, u'_1 and u'_2 are the fluctuating velocities in the x_1 and x_2 directions, $\partial \bar{u}_1 / \partial x_2$ is the mean velocity gradient.

Making use of the Prandtl mixing length theory and the similarity assumption, the power dissipation in unit volume

IV

by turbulent motion $\bar{\Phi}_2$ can be written for two dimensional flow as,

$$\bar{\Phi}_2 = C\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \right)^2$$

where μ is dynamic viscosity.

The coefficient C which indicates the effect of turbulence in power dissipation can be expressed in terms of the velocity correlation coefficient $R_{12}(0)$ and the turbulence Reynolds number Re_λ as

$$C = \text{Constant} \cdot R_{12}^2(0) Re_\lambda^2$$

The total power dissipation in unit volume P_v is

$$P_v = \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2$$

since the power dissipation in unit volume by time-mean motion $\bar{\Phi}_1$ is given by,

$$\bar{\Phi}_1 = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \right)^2$$

the following equation is obtained for the punctual velocity gradient

$$G_T = \left[\frac{P_v}{\mu(1+C)} \right]^{1/2}$$

In the third chapter, various average velocity gradients are investigated under the light of the knowledge related to the velocity distributions in the turbulent pipe flows.

In the fourth chapter, the fluidized beds, the fluidization theories, the types of fluidization, the head losses in fixed and fluidized beds, the Richardson-Zaki correlation and the settling velocity of particles are considered. The particle Reynolds number Re_o for the materials used in the

experimental studies varies in the range of 35,3-503 which indicates that the flow is in the transition region.

The backwashing flow in the granular filters is a turbulent flow in a porous media consisting of solid particles. In the fifth chapter, the equations characterizing the backwashing flow is derived.

The evaluation of studies has led to the development of the following energy equation for the turbulent flow in porous media,

$$P_v = \tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{\rho U_{\kappa}^3}{Ky} (1 + \alpha \frac{y}{L_m}) \epsilon^{(n-1)}$$

where U_{κ} is the friction velocity, K is a universal constant, α is a coefficient depending on the particle characteristics, L_m is the Monin-Obukhov length, ϵ is the porosity of the filter bed and n is the bed expansion coefficient. Consequently for the hydrodynamic shear stress τ ,

$$\tau = \rho U_{\kappa}^2 (1 + \alpha \frac{y}{L_m}) \epsilon^{(n-1)}$$

is obtained. However for easy applications the average shear stress on the filter cross-section $\bar{\tau}_a$ is written by replacing the values of L_m and U_{κ} ,

$$\bar{\tau}_a = \rho \epsilon^{(n-1)} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \alpha K R^{1/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} U_o (1 - \epsilon)^{1/2} + \frac{R}{2} g (\gamma_s - 1) (1 - \epsilon) \right]$$

where R is the radius of the filter bed, g is the gravitational acceleration, γ_s is the relative density of particles and U_o is the settling velocity of the particles.

The arithmetic average of the velocity gradient $\bar{G}_a$ is similarly written as,

$$\bar{G}_a = \frac{2\sqrt{2}}{KR^{1/2}} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1-\epsilon)^{1/2} \left[\ln \frac{R^{3/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1-\epsilon)^{1/2}}{5\sqrt{2} v^2} - 1 + \frac{5\sqrt{2} v^2}{R^{3/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1-\epsilon)^{1/2}} \right]$$

where $v = \mu/\rho$ is the kinematic viscosity of the fluid.

The arithmetic average of the coefficient $\bar{C}_a$ representing the effect of the turbulence on the power dissipation is also derived as,

$$\bar{C}_a = \frac{KR\epsilon^{(n-1)} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \alpha KU_o + \frac{R^{1/2}}{2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1-\epsilon)^{1/2} \right]}{2\sqrt{2}v \left[\ln \frac{R^{3/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1-\epsilon)^{1/2}}{5\sqrt{2}v} - 1 + \frac{5\sqrt{2}v}{R^{3/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1-\epsilon)^{1/2}} \right]} - 1$$

In order to evaluate the theoretical expressions and to compare the theoretical and experimental results, numerical applications are carried out for filter bed materials of two different types of sands and anthracite coal.

The variation of the hydrodynamic shear stress with the variation of porosity is also investigated in this chapter and a diagram showing their relationship is presented.

The optimum porosity ϵ_{opt} is found to be between 0,69 and 0,74 by a trial and error solution of the equation $\partial \tau / \partial \epsilon = 0$. It is also found that the velocity gradient $\bar{G}_a$ and the ratio $\bar{C}_a/U$ decrease, the coefficient $\bar{C}_a$ increase with

VII

the increase of porosity, where U is superficial fluid velocity or velocity based on open tube. These results agree with the results reported by Hanratty and associates (24).

The experimental study is presented in the sixth chapter. The apparatus and the procedures of the experiments are explained. Uniform sand is used in the experiments. The graphs showing the relationship between various parameter values resulting from the backwashing process and the variables such as the amount of backwashing water, the quality of the water polluted by backwashing indicate an optimum porosity value at about 0,70. There is a good agreement between the theoretical and experimental results of this study with those of Amirtharajah (3).

S E M B O L L E R

- A : Boru enkesit alanı
 İzdüşüm alanı
 A_p : Tanecik yüzey alanı
 C : Türbülansın harcanan güce katkısını belirten katsayı
 C_a : C katsayısının aritmetik ortalamalı değeri
 C_D : Direnç katsayısı
 D : Boru çapı
 Filtre kolonu çapı
 DSF : Dinamik şekil faktörü
 d : Küresel tanecik çapı
 $d_{eş}$: Küresel olmayan taneciğe eşdeğer kürenin çapı
 E : Birim kütledeki toplam enerji
 e : Birim kütledeki iç enerji
 E_y : Akışkan yatak genleşme yüzdesi
 F_{DT} : Taneciklere etkiyen toplam sürüklenme kuvveti
 F_D : Birim hacimdeki sürüklenme kuvveti
 F_{D1} : Bir taneciğe etkiyen sürüklenme kuvveti
 F_G : Ağırılık kuvveti
 F_k : Kaldırma kuvveti
 f_i : Dış kuvvetlerin ivmesi
 G : Laminer akımda hız gradyanı
 G_G : Geçiş akımında hız gradyanı

G_T	: Türbülanslı akımda hız gradyanı
$\bar{G}_{al}$	: G değerinin aritmetik ortalaması
$\bar{G}_a$	: G_T değerinin aritmetik ortalaması
$\bar{G}_m$	: G değerinin karesel ortalamalı karekökü
$\bar{G}_w$	: G değerinin akım ağırlıklı ortalaması
G_{ad}	: Tanecik Galile sayısı
g	: Yerçekimi ivmesi
Δh	: Yük kaybı
K	: Universal sabit
K_q	: Isıl iletim katsayısı
L	: Akışkan yatak yüksekliği
L_s	: Sabit yatak yüksekliği
L_m	: Monin-Obukhov uzunluğu
ℓ	: Prandtl karışım uzunluğu
n	: Akışkan yatak genleşme katsayısı
P	: Harcanan toplam güç
P_v	: Birim hacimde harcanan güç
p	: Basınç
$\bar{p}$	: Basıncın zamansal ortalaması
p'	: Basıncın türbülans çalkantısı
q_i	: Birim alandan iletimle gelen ısı miktarı
Re_o	: Tanecik çökme Reynolds sayısı
Re_λ	: Türbülans Reynolds sayısı
$R_{12}^{(0)}$	: İkinci mertebeden hız korelasyonu katsayısı
R	: Boru yarıçapı Filtre kolonu yarıçapı
r	: Radyal uzunluk
S_v	: Özgül yüzey
T	: Mutlak sıcaklık

T_p	: Zamansal ortalama peryodu
t	: Zaman
U	: Boru enkesitinde ortalama hız Akışkan yatakta ortalama fiktif akım hızı
U_g	: Akışkan yatakta gözeneklerdeki gerçek akım hızı
U_i	: Durdurma hızı ($\epsilon \rightarrow 1$ için U' nun değeri)
U_k	: Küresel taneciğin çökme hızı
U_o	: Tanecik çökme hızı
U_x	: Sürtünme hızı
U_{mf}	: Minimum akışkanlık hızı
U_{max}	: Maksimum akım hızı
u_i	: Hız vektörü
$\bar{u}_i$	: Hız vektörünün zamansal ortalaması
u_i'	: Hız vektörünün çalkantı bileşeni
V	: Hacim
V_p	: Tanecik hacmi
x_i	: Yer vektörü
y	: Boru cidarından uzaklık
α	: $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ değeri
α_1	: U_i/U_o değeri
α_2	: $(1+\beta)$ değeri
α_T	: $(\mu+\mu_t) [gU_i(\rho_s-\rho)/\mu]$ değeri
β	: Taneciklerin bağıl hareketlerini belirten katsayı
δ	: Laminer sınır tabaka kalınlığı
δ_{ij}	: Kronecker deltası
γ_s	: Tanecik bağıl yoğunluğu
ϵ	: Akışkan yatak gözenekliliği
ϵ_s	: Sabit yatak gözenekliliği
ϵ_{opt}	: Optimum gözeneklilik

ϵ_t	: Çevri viskozite katsayısı
λ_g	: Türbülans çalkantılarının enine mikroölçeği
μ	: Dinamik viskozite
μ_t	: Boussinesq' in çevri viskozitesi
μ_l	: İkinci viskozite
ν	: Kinematik viskozite
ρ	: Akışkanın özgül kütlesi
ρ_s	: Taneciğin özgül kütlesi
τ	: Hidrodinamik kayma gerilmesi
τ_a	: τ' nun aritmetik ortalaması
τ_o	: Cidardaki kayma gerilmesi
τ_{ij}	: Gerilme tansörü
$\bar{\Phi}_1$	: Zamansal ortalamalı akımın birim hacımda harcanan gücü
$\bar{\Phi}_2$	: Türbülans gerilmelerinin birim hacımda harcanan gücü
ψ	: Küresellik katsayısı

B Ö L Ü M I

FİLTRELERİN GERİ YIKANMASI

1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı

Tasfiye işlemine tabi tutulan içme suyu veya kullanılmış sular içinde süspansiyon (askı) halindeki katı maddelerin derin filtreler tarafından tutulması çok karmaşıktır. Tutulma işleminde rol oynayan çeşitli mekanizmalar birçok araştırmacı tarafından verilmiştir. Bunlar süspansiyonun ve ortamın fiziksel ve kimyasal karakteristikleri, filtrasyon debisi ve suyun kimyasal karakteristikleridir (39).

İçme suyu veya kullanılmış sular, bazı ön tasfiye işlemlerinden geçerek filtreye gelmektedir. İçmesuyu tasfiyesi halinde ön tasfiye işlemleri olarak, pıhtılaştırma, yumaklaştırma ve çökeltme düşünülebilir. Çökeltme havuzları, içme suyu tasfiyesinde genel olarak, pıhtılaştırma ve yumaklaştırmadan önce ve sonra olmak üzere iki kere uygulanır. Çökeltmede meydana gelecek bir kusur, kendisini takibeden filtrasyonun yükünü arttırır, fakat çıkış suyu kalitesini pek etkilemez.

Esas olarak süspansiyon halindeki maddenin tutulması, tanecikli filtre yatağı içinde meydana gelir ve bu genellikle derin yatak filtrasyonu olarak bilinir. Filtrasyon verimi ise birçok faktöre bağlıdır. İçme suyu veya kullanılmış sular içindeki bazı süspansiyon maddeleri, filtre yatağının tanecikleri (kum, antrasit v.s.) arasında tutulmak suretiyle temizlenir. Diğer bazı daha küçük süspansiyon maddelerine ise, içinde bulunduğu akışkanın kütlesinden ortamın yüzeyleri yakınına getirilmek suretiyle bir taşıma işlemi uygulamak gerekir. Bu taşıma

işlemi, yerçekimi çökmesi, diffüzyon ve hidrodinamik kuvvet vasıtasıyla olabilir ve ortamın boyutları, filtrasyon debisi, akışkanın sıcaklığı, süspansiyon halindeki taneciklerin özgül kütle ve boyutları gibi fiziksel karakteristiklerden etkilenir.

Süspansiyon maddeleri, ortamın veya ortamda daha önce biriken maddelerin yüzeylerine yaklaştıkça, tutulmayı sağlayabilmek için, bir tutulma mekanizması gerekmektedir. Tutulma mekanizması, elektrostatik aratesirler, kimyasal bağlar veya adsorbsiyon olabilir ve bunların hepsi ön tasfiyede uygulanan yumaklaştırıcılar, suyun kimyasal karakteristikleri ve filtre ortamı tarafından etkilenir.

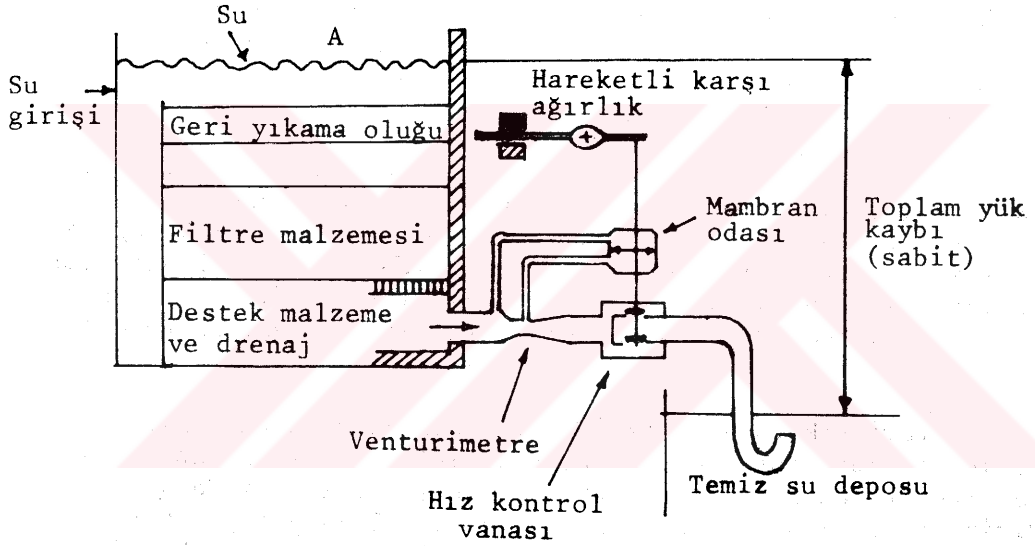
Hızlı filtreler (filtre hızı, 5-15 m/saat) filtrasyon sırasında kirlendikçe, filtrenin gittikçe tıkanan yukarı tabakalarında hız artar ve bu tabakalar temizlemede daha az verimli hale gelirler; temizleme yükü, filtrenin daha derinlerine geçer (20, 30). İstenen filtrasyon debisini koruyabilmek ve filtredeki sürtünme kaybını karşılayarak, suyu filtrenin içinden geçirmek için daha çok enerji gerekir. Bu, filtrenin giriş kısmından çıkış kısmına kadar, toplam enerjide bir azalma olarak kendini gösterir. Yük kaybı olarak bilinen bu enerji azalması, ekonomik olmayacak boyutlara ulaşır veya çıkış suyu kalitesi süspansiyon halindeki maddelerin geçişinden dolayı bozulursa, filtre devreden çıkarılır ve ortam temizlenir. Bu da genellikle, filtre malzemesini kaybetmeden filtreyi yukarı doğru yıkamak suretiyle malzeme üzerindeki kalıntıları atmakla olur (Geri yıkama-Backwashing-).

Debi kontrol sistemi filtre çıkış hattında bulunur ve bir debi ölçme cihazı (Venturimetre gibi), bir debi ayarlama sistemi, bir kontrol mekanizması ve bir kontrol vanasından oluşur. Debi kontrol sistemi, daha önceden kararlaştırılmış sabit bir debinin sağlanması için, kontrol vanasını otomatik olarak ayarlar (Şekil 1.1). Bazı tesislerde giriş debisi, çalışan bütün filtreler yaklaşık olarak eşit şekilde dağıtılır ve bu amaçla bir depo üzerine yerleştirilen giriş savakları kullanılır (5). Bu sistemin birçok faydaları vardır:

1- Tesis girişindeki debi sabit kaldığı takdirde sabit debi filtrasyonu, debi kontrolu gerektirmeksizin gerçekleşir.

2- Bir filtre, geri yıkama için servisten çıkarılırsa, diğer filtrelere gelecek fazla debiyi karşılayabilecek hidrolik yük sağlanıncaya kadar, geri kalan filtrelerde su yüksekliği tedricen artar.

3- Debi artışı, herhangi bir otomatik veya elle çalışan kontrol cihazı olmaksızın sağlanabilir ve filtre edilmiş su kalitesinin önemsenecek bir zarar görmesi önlenir.



Şekil 1.1. Sabit filtrasyon debili filtre ve temiz su deposu tertibi.

4- Debi azalmaları da, debi artışlarında olduğu gibi tedricen ve düzgün olarak meydana gelir.

5- Operatör, filtrelerin yük kaybını, filtredeki su seviyesine bakarak anlayabilir. Su, öngörülen maksimum bir seviyeye ulaştığında, o filtrenin geri yıkanması gerekir.

6- Yük kaybı, hassas, uzaktan kumandalı otomatik cihazlar yerine filtrenin kenarına konan basit bir ölçekten okunabilir.

7- Herbir filtreye gelen debi, toplam tesis debisini filtre sayısına bölmek suretiyle tahmin edilebilir.

ABD, İngiltere ve Avrupa' da uygulanan geri yıkama yöntemleri arasında çeşitli farklar bulunmaktadır. ABD' de geri yıkama sadece su ile yapılarak, filtre yatağı akışkan hale getirilmektedir. Yatak genleşmesi (akışkan hale gelen filtre yatağı yüksekliğindeki artışın, başlangıçtaki yüksekliğe oranı) %20-50 mertebesinde tutulmaktadır. İngiltere' de filtre yatağına önce hava, sonra su verilir, yatak kısmen akışkan hale getirilir. Avrupa' da ise filtre yatağına önce hava ve su birlikte verilir, sonra sadece su verilir, ancak yatak akışkan hale getirilmez (17).

Geri yıkamanın etkinliği, süzölmüş suyun iyi kalitede olması ve uzun zaman çalışarak kirlenmiş filtrelerde çıkan problemlerin azlığıyla anlaşılır. Sadece su kullanarak yapılan geri yıkamanın tesirli olmadığı bazı hallerde (yumaklaştırılmış yüzeysel sularda ve polimer uygulanan sularda) filtrenin üst kısmında biriken tortuların yüzeysel olarak yıkanması gerekir (17).

Geri yıkamada, taneciklerin çevresindeki akım bir sürtünme kuvveti doğurur. Bu kuvvet, taneciklerin ağırlığına zıt yönde olup, tanecikleri, direnci minimum yapacak şekilde yönlendirir. Yeterli bir akım hızını aşınca, filtre yatağı akışkan hale gelir (Minimum akışkanlık hızı). Tanecikler yatak içinde rastgele hareket ederler. Akım hızının daha çok artması ise, yatak yüksekliğini, dolayısıyla gözenekliliği arttırır.

Camp ve Stein (14), sıkıştırılamaz bir akışkanın izotermal, laminer, permanan, uniform akımı sırasında birim karışım hacminde harcanan gücü P_v ,

$$P_v = \mu G^2$$

bağıntısıyla vermiştir. Burada G, bir noktadaki laminer hız gradyanı ve μ akışkanın dinamik viskozitesidir. Aynı araştırmacılar, bu noktasal G değerinin pratik olarak ölçülemeyeceğini belirterek, karesel ortalamalı karekök hız gradyanını $\bar{G}_m$,

$$\bar{G}_m = \left(\frac{1}{V} \int G \cdot dV \right)^{1/2} = \left(\frac{P_v}{\mu} \right)^{1/2}$$

şeklinde tanımlayarak, kullanmışlardır. Camp (15) ve Cleasby (16), bu ifadeyi, tanecikli filtrelerde geri yıkama akımına uygulayarak,

$$\bar{G}_m = \left(\frac{gU}{v} \cdot \frac{\Delta h}{L} \right)^{1/2}$$

bağıntısını kullanmışlardır. Burada U, ortalama geri yıkama hızı, Δh , geri yıkamadaki yük kaybı ve L, akışkan yatak yüksekliğidir. Halbuki deneysel sonuçlar, filtrelerdeki geri yıkama akımının, laminar ve türbülanslı akım rejimleri arasında geçiş rejiminde oluştuğunu göstermektedir (Tablo 4.1) ve yukarıdaki $\bar{G}_m$ ifadesi buna uygun düşmemektedir,

Amirtharajah (3), geri yıkama akımının türbülanslı bir karakter taşıdığını belirtmiş, Camp ve Stein' in bağıntısını kullanmak suretiyle hidrodinamik kayma gerilmesini,

$$\bar{\tau} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{gU}{v} \cdot \frac{\Delta h}{L} \right)^{1/2}$$

şeklinde vermiş, ancak μ_t , çevri (eddy) viskozitesine bir açıklık getirmemiştir.

Bu çalışmada, geri yıkama akımında hidrodinamik kayma gerilmesinin belirlenmesi ve bunun analizi için önemli olan hız gradyanı terimiyle, türbülansın harcanan güce katkısını gösteren bir katsayının tayini yapılacaktır. İlk olarak, iki boyutlu türbülanslı akım halinde bir noktadaki hız gradyanının (G_T), birim hacimde harcanan gücün (P_v) fonksiyonu olarak elde edilmesine çalışacak; bunun için de genel halde enerjinin değişimi denklemi ve Prandtl karışım uzunluğu teorisi incelenerek, birim hacimde harcanan güce, türbülans çalkantılarının katkısını belirten bir katsayı tayin edilecektir.

Deneyssel çalışmaların silindirik kolonlarda yapıldığını gözönüne alarak, dairesel, uzun, silindirik borulardaki türbölanslı akımlar halinde hız gradyanları incelenenecektir. Daha sonra akışkan yatakların genel bir incelemesi yapılarak; sabit ve akışkan yataklarda yük kayıpları hesaplanıp, Richardson-Zaki korelasyonu ile tanecik çökeltmesi üzerinde durulacaktır. Bundan sonra, katı tanecikli ortamda türbölanslı akım ele alınarak tanecikli hızlı filtrelerde geri yıkama akımına geçilecek ve hidrodinamik kayma gerilmesi (τ) hesaplanacaktır.

Son olarak, teorik sonuçların kontrolu amacıyla, kum ve antrasit tanecikli filtre yataklarına ait sayısal uygulama ve üniform kum yatak kullanılarak yapılmış deneyssel çalışma sonuçları verilecektir. Teorik ve deneyssel sonuçlar karşılaştırmalarak da, geri yıkama işlemini için en uygun gözenekliliğinin belirlenmesine çalışılacaktır.

1.2. Konu ile İlgili Olarak Daha Önce Yapılan alışmalar

Tanecikli filtrelerin su ile geri yıkanması sırasında filtre yatağının homojen akışkan yatak haline geldiğii kabul edilir (3). Uzun süre çalışma sonunda kirlenmiş bir filtre yatağının geri yıkamayla temizlenmesinde etkin olan faktörleri tesbit etmek için homojen akışkan yatakları ve geri yıkama üzerine yapılan çalışmaları incelemek gerekir :

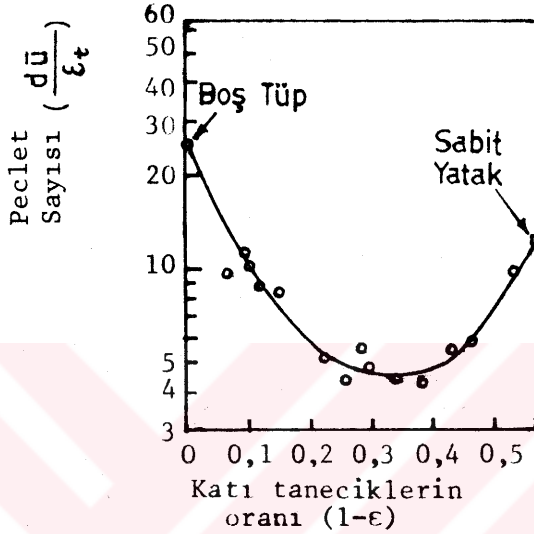
1929 yılında Hulbert ve Herring (28), çalışmalarında, etkin bir geri yıkama için %50 yatak genleşmesinin uygun bir çözüm olduğunu öne sürmüşler; Hudson (27) ve Baylis (7,8) ise, yüksek hızlarda geri yıkamanın da yeterli olmadığını öne sürerek, 1930 lu yıllarda filtrelerde yüzeyden yıkama sistemini başlatmışlardır.

Geri yıkama işleminde, etkin temizleme mekanizmasının nasıl olduğu, uzun süren bir tartışma konusu olmuştur. Geri yıkama sırasında, akışkan hale getirilen filtre yatağı içindeki tanecikler, sürtünme kuvvetinin etkisiyle akış yolu üzerinde

direnci minimum yapacak şekilde yönlenmekte ve rastgele hareketler yapmaktadır.

Adler ve Happel (1), akışkan yataklarda düşük gözeneklilik oranlarında katı-katı sürtünmelerinin önemsiz mertebede olduğunu göstermişler, Jackson (31), akışkan yataklar için geliştirdiği denklemde, çarpışma tesirlerini ihmal etmiştir. Murray (38), Jackson' ın öne sürdüklerini özetleyerek, X-ışını tekniğiyle bir kabarcık etrafındaki tanecik akımını gözlemek suretiyle, komşu tanecikler arasında çarpışmanın az olduğunu veya hiç olmadığını göstermiştir. Buevich ve Markov (12), birbirine yaklaşma sırasında, tanecikler arasındaki sıvı tabakası içinde basınçta önemli artmalar meydana geldiğini ifade etmişlerdir. Bu etki, yağlama teorisindeki çarpışmaların önlenmesiyle benzerlik teşkil etmektedir. Ayrıca hızdaki ani ve kademeli değişimler, çarpışmaların önlenmesini sağlamaktadır.

Optimum gözenekliliğin tesbiti için ise, Hanratty ve arkadaşları (24), Taylor' un türbülans denklemlerini kullanıp, homojen akışkan yatakta boya izinin difüzyonunu inceleyerek, $\epsilon = 0,70$ değerinde çevri (eddy) difüzivitesinin (ϵ) maksimum'a eriştiğini ve türbülansın bu optimum gözeneklilik değerinin altında akışkan tarafından, bu değer üstünde ise tanecikler tarafından üretildiğini belirtmişlerdir (Şekil 1.2). Cairns ve Prausnitz (13), katı-sıvı akışkan yataklarda makroskopik karışım ve boyuna karışımı araştırarak, maksimum boyuna çevri difüzivitesinin $0,65-0,70$ gözeneklilikte meydana geldiğini, en etkin tanecik hareketinin $0,70$ gözeneklilik civarında olduğunu göstermişlerdir. Levich (36), süspansiyon (askı) halindeki taneciklerin yayıldığı türbülanslı bir akım ortamında, taneciklerin akım üzerindeki etkisinin, tanecik sayısının az olması oranında ihmal edilebileceğini, süspansiyon halindeki taneciklerin, akışkan içinde türbülans çevrileriyle çekildiklerini, karışık bir yörünge çizdiklerini belirtmiş ve bu türbülanslı akımın homojen ve izotropik olduğunu kabul etmiştir. Tesarik (43), akımın izlenmesine dayanan raporunda, bir akışkan yatakta türbülans şiddetine dikkati çekerek, geri yıklanan bir filtrede, türbülans çevrilerinin büyüklüğünün yaklaşık olarak 7 mm. olduğunu göstermiş ve enerji spektrumu analizini kullanarak, akışkan yatağın davranışını, öncelikle en düşük frekanslı çalkantıların etkilediğini öne sürmüştür.



Şekil 1.2

Amirtharajah (3), Cleasby ve arkadaşları (16,17), tanecikli filtrelerin, geri yıkama sırasında homojen akışkan yatak haline geldiğini ve yukarı akış hızının artmasıyla düzenli olarak genişlediğini, dolayısıyla taneciklerin yatak içinde süspansiyon halinde üniform olarak dağıldığını kabul ederek, tanecikler üzerine etkiyen sıvı kuvvetlerinin dinamik denge içinde olduğunu belirtmişlerdir.

Geri yıkama sırasında tanecikler arasındaki çarpışma etkileri önemsiz olacağına göre, temizleme işleminde en önemli faktör, hidrodinamik kesme kuvveti olmaktadır. Bu kuvvetin analizi için ise, hız gradyanının harcanan güce bağlı ifadesini tayin etmek gerekli görülmektedir.

Camp ve Stein (14), Navier-Stokes ve enerji denklemlerinin differansiyel formunu kullanarak sıkıştırılamaz bir akışkanın izotermal, laminer, permanan ve üniform akımı için,

$$P_v = \frac{\partial P}{\partial V} = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

veya,

$$P_v = \mu G^2$$

bağıntısını vermişlerdir. Burada $P_v = \partial P / \partial v$, birim hacimde harcanan gücü ve,

$$G = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}$$

bir noktadaki hız gradyanını ; u, v, w, kartezyen eksen takımında sırasıyla x, y, z doğrultularındaki hız bileşenlerini; μ ise, dinamik viskoziteyi göstermektedir. Camp ve Stein, bu G değerinin kolaylıkla ölçülemeyeceğini belirterek, noktasal hız gradyanlarının karelerinin toplamının ortalamasını almak suretiyle, bir karesel ortalamalı karekök hız gradyanı tariflemiş;

$$\bar{G}_m = \left(\frac{1}{V} \int G^2 \cdot dV \right)^{1/2}$$

ve bunun yardımıyla da

$$\bar{G}_m = \left(\frac{P_v}{\mu} \right)^{1/2}$$

bağıntısını elde etmişlerdir.

$\bar{G}'$ i bulmak için birim yatak hacminde harcanan güç (P_v) gereklidir. Cleasby (16), geri yıkama sırasında P_v 'nin, akışkanın tanecikler arasından akışı sırasında sebep olduğu sürüklenme kuvveti (F_{DT}) ile gözeneklerdeki gerçek akım hızının ($U_g = U/\epsilon$) çarpımının, toplam yatak hacmine (V) oranına eşit olduğunu kabul etmiştir :

$$P_v = \frac{F_{DT}}{V} \cdot \frac{U}{\epsilon} = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{U}{\epsilon}$$

Burada U, ortalama fiktif akım hızı, ϵ , gözenekliliktir. V ve ϵ ' nun değerleri ise U hızına bağlı olarak değişmektedir. Ayrıca dinamik denge halinde sürüklenme kuvveti, akışkan yatak-
taki taneciklerin su içindeki ağırlığına eşit olmaktadır
(16, 45) :

$$F_{DT} = (\rho_s - \rho) V (1 - \epsilon) g$$

Burada ρ katı taneciğin özgül kütlesi, ρ akışkanın özgül kütlesi, g yerçekimi ivmesi, $V(1-\epsilon)$, sabit ve akışkan yatak halinde değişmeyen taneciklerin toplam hacmidir. Buna göre, bir akışkan yatakta birim hacimde harcanan güç, yukardaki iki bağıntıdan,

$$P_v = (\rho_s - \rho) (1 - \epsilon) g \cdot \frac{U}{\epsilon}$$

şeklinde yazılabilir; neticede,

$$\bar{G}_m = \left[\frac{(\rho_s - \rho) (1 - \epsilon) g U}{\mu \epsilon} \right]^{1/2}$$

elde edilir. Diğer taraftan, Fair ve Hatch' ın (22) akışkan yatak içinde basınç düşüşünü (ΔP) ifade eden,

$$\Delta p = \rho g \Delta h = L (\rho_s - \rho) g (1 - \epsilon)$$

bağıntısı yukarda yerleştirilirse,

$$\bar{G}_m = \left(\frac{gU}{\nu \epsilon} \cdot \frac{\Delta h}{L} \right)^{1/2}$$

bulunur (15, 16). Burada Δh , yatak içinde yukarı akış sırasında

meydana gelen yük kaybı, L ise V ve ϵ 'a bağlı olarak değişen akışkan yatak yüksekliğidir.

Buna göre ortalama hidrodinamik kayma gerilmesi ($\bar{\tau}$), Newton kayma gerilmesi bağıntısının geçerli kabul edilmesi ve $\bar{G}_m$ 'in hız gradyanı olduğunun düşünülmesi halinde,

$$\bar{\tau} = \mu \bar{G}_m = (\mu \rho g \frac{U}{\epsilon} \frac{\Delta h}{L})^{1/2}$$

olur.

Bruce ve arkadaşları (11), Camp ve Stein tarafından verilen $\bar{G}_m$ bağıntısına, yapılan ortalama hesabının lojiği bakımından itiraz etmişler; bunun yerine hız gradyanının aritmetik ortalamasının ($\bar{G}$) ve hatta hız gradyanının akım ağırlıklı ortalamasının ($\bar{G}_a$) kullanılmasının daha uygun olacağını öne sürmüşlerdir. Bu maksatla, sıkıştırılamayan bir akışkanın, dairesel, uzun, silindirik bir boruda laminar ve permanan rejimde akımı (Poiseuille akımı) için, hız dağılışı ve akımı meydana getirmek için gerekli gücü veren bağıntıdan hareket ederek, aritmetik ortalamalı hız gradyanını,

$$\bar{G}_a = 0,943 \left(\frac{P_v}{\mu} \right)^{1/2}$$

ve akım ağırlıklı hız gradyanını,

$$\bar{G}_w = 0,754 \left(\frac{P_v}{\mu} \right)^{1/2}$$

şekillerinde elde etmişlerdir. Daha sonra Camp-Stein bağıntısının izotermal, laminar, permanan ve üniform akımlar için geçerli olduğundan bahsederek, genel teorik denklemlerden hareketle, yukarda belirtilen sınırlar dışındaki akım durumlarını incelemişler, ancak türbülanslı akım için, hız gradyanı ile harcanan güç arasında herhangi bir bağıntı vermemişlerdir.

Amirtharajah (3), geri yıkama esnasında bir türbülans alanının oluştuğunu ifade etmesine rağmen, hız gradyanı için

Camp-Stein bağıntısını kullanmış, çalkantı hızlarının etkisi üzerinde durmamış ve karesel ortalama karekök hız gradyanı ($\bar{G}_m$) için Camp' ın (15) verdiği bağıntıyı kullanmış, hidrodinamik kayma gerilmesini ise,

$$\bar{\tau} = (\mu + \mu_t) \bar{G}_m = (\mu + \mu_t) \left(-\frac{gU}{v} \cdot \frac{\Delta h}{L} \right)^{1/2}$$

şeklinde kabul etmiştir. Burada μ_t , Boussinesq' in çevri viskozitesidir. Yazar, bundan sonra Richardson-Zaki (41) denklemini,

$$\frac{U}{U_i} = \epsilon^n$$

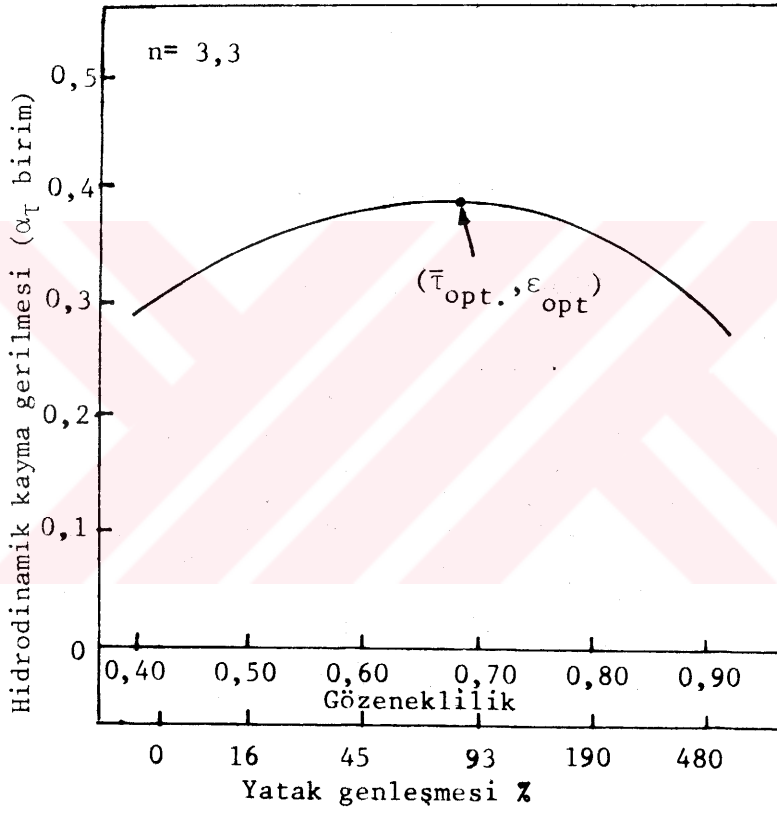
şeklinde alarak, yukardaki bağıntıda yerleştirmiştir. Burada n, yatağın genleşme katsayısı, U_i durdurma hızı olup; $U_i, \epsilon \rightarrow 1$ için U' nun alacağı değere karşı gelmektedir. Buna göre,

$$\bar{\tau} = (\mu + \mu_t) \left[\frac{gU_i \epsilon^{(n-1)}}{v} \cdot \frac{(\rho_s - \rho) (1 - \epsilon)}{\rho} \right]^{1/2}$$

veya

$$\bar{\tau} = \alpha_t \left[\epsilon^{(n-1)} - \epsilon^n \right]^{1/2}$$

elde edilir. Yazar, $\alpha_t = (\mu + \mu_t) \left[gU_i (\rho_s - \rho) / (v\rho) \right]$ değerini bir sistem için sabit kabul ederek, $\bar{\tau}'$ nin değişimini, kum tanecikli bir akışkan yatak için Şekil 1.3 deki grafikte vermiştir.



Şekil 1.3.

B Ö L Ü M II

TÜRBÜLANSLI AKIMDA ENERJİ

Bu bölümde, genel halde, birim hacimde enerjinin değişimi denklemi ele alınarak, önce iç enerjideki değişim incelenecek; laminar ve türbülanslı akımlarda birim hacimde harcanan güç (P_v) tayin edilecektir. Bunu takiben, iki boyutlu türbülanslı akım ele alınarak, Prandtl karışım uzunluğu teorisi incelenecektir. Daha sonra, çalkantı bileşenlerinin kinetik enerji denklemi, iki boyutlu türbülanslı akım haline indirgenecek; bir noktadaki hız gradyanı (G_T), birim hacimde harcanan gücün (P_v) fonksiyonu olarak elde edilecektir. Ayrıca birim hacimde harcanan güce, türbülans çalkantılarının katkısını belirten, bir katsayı (C) verilecektir.

2.1. Enerji Harcanması

Genel hal için, birim hacimde enerjinin değişim miktarını veren denklem yazılırsa, toplama konvansiyonu ve tansör notasyonu kullanılarak,

$$\rho \frac{dE}{dt} = \rho \frac{d}{dt} \left(e + \frac{1}{2} u_i u_i \right) = \rho u_i f_i + \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \tau_{ij} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad i, j = 1, 2, 3$$

elde edilir. Burada, $E = e + \frac{1}{2} u_i u_i$ olup e , iç enerji, $\frac{1}{2} u_i u_i$ kinetik enerjiyi göstermektedir. Sağ taraftaki terimler sırasıyla dış kuvvetlerin işi, bünye kuvvetlerinin işi ve sisteme iletimle (kondüksiyon) giren ısıdır. u_i , akışkanın x_i doğrultusundaki noktasal hızı, t zaman, f_i kütlelesel kuvvetlerdir.

Sisteme iletimle giren q_i ısısı,

$$q_i = k_q \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

bağıntısıyla belirlenebilir (32, 24). Burada k_q , ısı iletim katsayısı ve T , herhangi bir noktadaki mutlak sıcaklıktır. Özel olarak izotermal akımların söz konusu olduğu hallerde $T = \text{sabit}$ olduğundan, (2.1) denklemindeki son terim düşer ve dolayısıyla (2.1) denklemi,

$$\rho \frac{de}{dt} + \rho u_i \frac{du_i}{dt} = \rho u_i f_i + \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \tau_{ij}$$

veya düzenlenerek,

$$\rho \frac{de}{dt} + \rho u_i \frac{du_i}{dt} = u_i \left(\rho f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

şeklini alır. Diğer taraftan dinamiğin temel bağıntısına göre (Newton' un ikinci yasası),

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

olduğundan, (2.2) bağıntısının sol tarafındaki ikinci terim ile sağ tarafındaki ilk terim birbirine götürür ve neticede,,

$$\rho \frac{de}{dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.4)$$

elde edilir. τ_{ij} gerilme tansörü ise,

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu_1 \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (2.5)$$

şeklindedir. Burada μ_1 ikinci viskozite, δ_{ij} ise kronecker deltasıdır ve değeri,

$$\begin{aligned} i = j & \quad \text{için} \quad \delta_{ii} = 1 \\ i \neq j & \quad \quad \quad \delta_{ij} = 0 \end{aligned}$$

dır. Buna göre, sıkıştırılamayan akışkanlar halinde ($\rho = \text{sabit}$) süreklilik denklemi,

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.6)$$

olduğundan, τ_{ij} ifadesi için,

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.7)$$

yazılabilir.

2.1.1. Laminer Halde Harcanan Güç

(2.7) gerilme tansörü, (2.4) denkleminde yerleştirilirse,

$$\rho \frac{de}{dt} = -p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

ve (2.6) bağıntısı da (süreklilik denklemi) gözönünde tutulursa, yukardaki ifadede sağ taraftaki ilk terim sıfır olur. Buna göre,

$$\rho \frac{de}{dt} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.8)$$

bulunur. Bu bağıntı, birim hacimde iç enerjideki değişimin, viskoz harcanmaya (dissipasyon) eşit olduğunu göstermektedir.

Bundan sonra,

$$P_v = \frac{\partial P}{\partial V} = \rho \frac{de}{dt} \quad (2.9)$$

tanımı yapılsın; burada P_v , birim hacimde harcanan gücü, P , harcanan toplam gücü ve V , bu gücün harcandığı hacmi göstermektedir. (2.8) ve (2.9) bağıntıları birlikte ele alınırsa,

$$P_v = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.10)$$

ve kartezyen notasyona dönüşülürse,

$$P_v = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

elde edilir.

2.1.2. Türbülanslı Halde Harcanan Güç

Yukardaki denklemler laminar akımlar için geçerli olup, bu sonuçlardan türbülanslı akımlar halinde de yararlanabilmek için, bu defa ani sapmaları yansıtan "çalkantı bileşenleri" de gözönünde tutulmalıdır :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i$$

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T_p} \int_0^{t+T_p} u_i dt$$

Bu tanımda T_p , zamansal ortalamanın alındığı periyodu; $\bar{u}_i$, x_i doğrultusundaki hız bileşeninin T_p süresindeki ortalama değerini; u_i , anlık hızları ve u'_i , çalkantı bileşenini göstermektedir. Benzer tanımlar diğer parametreler için de yapılır, (2.10) denkleminde yerleştirilirse, toplama konvansiyonu kullanılarak,

$$\rho \frac{de}{dt} = \mu \left[\frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\bar{u}_j + u'_j)}{\partial x_i} \right] \frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j}$$

ve $\bar{u}'_i = \bar{u}'_j = 0$, $u'_i u'_j \neq 0$ olduğu gözönünde tutularak, bu ifade düzenlenirse, sıkıştırılamıyan akışkanların, türbülanslı ve izotermal hareketleri sırasında birim hacimde harcanan güç için,

$$P_v = \rho \frac{de}{dt} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \mu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}$$

(2.11)

bulunur. Bağıntının sağ tarafındaki ilk terim ortalama akımın harcadığı güç,

$$\bar{\Phi}_1 = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.12)$$

ve ikinci terim, türbülans gerilmelerinin harcadığı güç olup,

$$\bar{\Phi}_2 = \mu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \quad (2.13)$$

ile gösterilecek ve

$$P_v = \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2$$

şeklinde yazılacaktır.

Türbülanslı akımlarda, Reynolds sayısının yeterince büyük olması halinde, ortalama akım tarafından harcanan $\bar{\Phi}_1$ gücü, türbülans gerilmeleri tarafından harcanan gücün yanında küçük kalmaktadır :

$$\bar{\Phi}_2 \gg \bar{\Phi}_1$$

Bu nedenle, Reynolds sayısının büyük olduğu hallerde (pratikte genellikle karşılaşılan hal), birim hacimde harcanan güç için

$$P_v = \rho \frac{de}{dt} \sim \mu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \quad (2.14)$$

bağıntısı kullanılabilir. Literatürde türbülans gerilmelerinin bu viskoz harcaması için, homojen türbülans halinde,

$$\bar{\Phi}_2 = \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \quad (2.15)$$

bağıntısı önerilmektedir (26).

2.2. Prandtl Karışım Uzunluğu Teorisi

Karışım uzunluğu teorisi, türbülans etkisiyle bir büyüklüğün (momentum, ısı, kütle, v.s.) ortalama değerlerinin dağılışını belirlemek için kullanılmaktadır.

Boussinesq, çevri (eddy) viskozite katsayısını (ϵ_t), bir skaler büyüklük olarak kabul eder. Prandtl, bunu türbülansın karakteristiklerine bağlamaya çalışır. Gazların kinetik teorisine göre kinematik viskozite, moleküllerin karesel ortalamalı karekök hızı ile ortalama serbest yolun çarpımına eşittir. Buna benzeşimle, çevri viskozite katsayısı, karışım uzunluğu (ℓ) ile uygun bir hızın çarpımına eşit olacaktır (karışım uzunluğu teorisi) (26).

x_1 doğrultusundaki zamansal ortalama hızı $\bar{u}_1 = f(x_2)$ olan iki boyutlu akımda, türbülans çalkantılarının u'_2 bileşeniyle transfer edilen M özelliğinin, belli bir mesafedeki korunabilir taşınımı, u'_1 e paralel bir düzlem üzerinden bir α parçacığı vasıtasıyla yapılsın. Eğer M özelliği akışkanın birim kütledeki momentum taşınımı olursa, bu τ_{12} kayma gerilmesine sebep olacaktır :

$$\tau_{12} = - \overline{\rho u'_2 \ell_t} \frac{d\bar{u}_1}{dx_2} = \rho \epsilon_t \frac{d\bar{u}_1}{dx_2} \quad (2.16)$$

Burada ϵ_t çevri (eddy) viskozitesi,

$$\epsilon_t = - \overline{u'_2 \ell_t} \quad (2.17)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Her akışkan parçacığı için u'_2 yanal çalkantı bileşeniyle, u'_1 aksenal çalkantı bileşeninin aynı mertebede olduğu varsayılır (26). Prandtl' a göre, bu akışkan parçacığının u'_1 bileşeni, parçacığın çıktığı düzlem ile düşünülen düzlem arasında, $\bar{u}_1$ zamansal ortalama hızında meydana gelen farkla belirlenebilir :

$$u_2' \sim u_1' \sim \ell_t \left| \frac{d\bar{u}_1}{dx_2} \right| \quad (2.18)$$

Burada u_2' nin işareti ℓ_t' nin işaretiyle belirlenir. O halde (2.18) bağıntısı,

$$\varepsilon_t = -\overline{u_1'} \ell_t = \text{Sabit} \cdot \ell_t^2 \left| \frac{d\bar{u}_1}{dx_2} \right| \quad (2.19)$$

$$\ell^2 = \text{Sabit} \cdot \ell_t^2 \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_t = \ell^2 \left| \frac{d\bar{u}_1}{dx_2} \right| \quad (2.21)$$

şeklini alır. (2.21) bağıntısı, (2.16) de yerleştirilirse, kayma gerilmesi için

$$\tau_{12} = \rho \ell^2 \left| \frac{d\bar{u}_1}{dx_2} \right| \frac{d\bar{u}_1}{dx_2} \quad (2.22)$$

elde edilir. Diğer taraftan, iki boyutlu akımda Reynolds gerilmeleri,

$$\tau_{12} = -\rho \overline{u_1' u_2'} \quad (2.23)$$

şeklinde yazılırsa (26), (2.22)' nin türbülans çalkantılarına bağlı formu elde edilmiş olur. Bir noktadaki u_1' ve u_2' hızları arasında $R_{12}(0)$, ikinci mertebeden korelasyon katsayısı,

$$R_{12}(0) = \frac{\overline{u'_1 u'_2}}{\sqrt{u'^2_1} \sqrt{u'^2_2}} \quad (2.24)$$

olduğu gözönünde tutulursa (26), bu defa (2.23) den,

$$\tau_{12} = -\rho R_{12}(0) \sqrt{u'^2_1} \sqrt{u'^2_2} \quad (2.25)$$

elde edilir.

2.3. Türbülanslı Akımda Hız Gradyanının Harcanan Güce Bağlı İfadesi

Prandtl'a göre, karışım uzunluğu, karışım bölgesinin boyutlarıyla uyuşabilir küçüklükte olup, türbülans yapısı karışım bölgesinin her kısmında benzer olmaktadır; ayrıca türbülans enerjisinin diffüzyon ve konveksiyon etkisi ihmal edilebilecek kadar küçüktür; dolayısıyla türbülans kayma gerilmelerinin işiyle yersel olarak üretilen türbülans gücü, türbülanslı hareketin harcanan gücüne eşit olacaktır (6,26). Buna göre, (E2.10) çalkantı bileşenlerinin kinetik enerji denklemi, iki boyutlu permanan akım halinde,

$$-\overline{\rho u'_1 u'_2} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} = \bar{\Phi}_2 \quad (2.26)$$

şeklinde yazılabilir. Benzerlik varsayımıyla, karakteristik hız ve uzunluk için u'_2 enine çalkantı hızı ve λ enine mikroölçeği kullanılacak olursa, (2.26) de sol taraftaki Reynolds gerilmesi,

$$\overline{\rho u'_1 u'_2} \sim \overline{\rho u'^2_2}$$

ve ayrıca u_1' ve u_2' arasındaki (2.24) korelasyon katsayısı göz-
önüne alınır,sa,

$$\overline{\rho u_1' u_2'} = \text{Sabit} \cdot R_{12}(0) \overline{\rho u_2'^2} \quad (2.27)$$

şeklinde elde edilir. (2.26) de sağ taraftaki türbülanslı hare-
ketin harcanan gücü için küçük ölçekli türbülans çalkantıları
halinde lokal izotropinin varlığı kabul edileceğinden (26),

$$\overline{\Phi}_2 \sim \mu \frac{\overline{u_2'^2}}{\lambda_g^2} \sim \frac{\rho}{\text{Re}_\lambda} \frac{\ell}{\lambda_g} \frac{\overline{u_2'^2} \sqrt{\overline{u_2'^2}}}{\ell} \quad (2.28)$$

veya

$$\overline{\Phi}_2 = \text{Sabit} \cdot \frac{\rho}{\text{Re}_\lambda} \frac{\ell}{\lambda_g} \frac{\overline{u_2'^2} \sqrt{\overline{u_2'^2}}}{\ell} \quad (2.29)$$

elde edilir. Burada $\text{Re}_\lambda = \rho \sqrt{\overline{u_2'^2}} \lambda_g / \mu$, yersel Reynolds sayısı
veya türbülans Reynolds sayısıdır (26). (2.27) ve (2.29)
bağıntıları, (2.26) de yerleştirilirse,

$$\sqrt{\overline{u_2'^2}} = \text{Sabit} \cdot R_{12}(0) \text{Re}_\lambda \lambda_g \frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_2}$$

veya

$$\overline{u_2'^2} = \text{Sabit} \cdot R_{12}^2(0) \text{Re}_\lambda^2 \lambda_g^2 \left(\frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_2} \right)^2 \quad (2.30)$$

elde edilir. (2.30) bağıntısı (2.28) de yerleştirilerek, tür-
bülanslı hareketin birim hacimde harcanan gücü için,

$$\overline{\Phi}_2 \sim \mu R_{12}^2(0) \text{Re}_\lambda^2 \left(\frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_2} \right)^2$$

veya

$$\bar{\Phi}_2 = \text{Sabit} \cdot \mu R_{12}^2 (o) \text{Re}_\lambda^2 \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \right)^2 \quad (2.31)$$

bulunur. Türbülansın harcanan güce katkısını belirten katsayı ise,

$$C = \text{Sabit} \cdot R_{12}^2 (o) \text{Re}_\lambda^2 \quad (2.32)$$

şeklinde tanımlanırsa, (2.31) ifadesi,

$$\bar{\Phi}_2 = C \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \right)^2 \quad (2.33)$$

şeklinde gösterilebilir.

Diğer taraftan (2.12) bağıntısıyla verilen, bir noktadaki zamansal ortalama akımın birim hacimde harcanan gücü, iki boyutlu akım halinde,

$$\bar{\Phi}_1 = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \right)^2 \quad (2.34)$$

şeklini alır.

(2.33) ve (2.34) bağıntıları, (2.11) de yerleştirilerek, iki boyutlu türbülanslı akımlarda birim hacimde harcanan güç,

$$P_v = (1 + C) \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \right)^2 \quad (2.35)$$

şeklinde elde edilir. $\bar{u}_1 = f(x_2)$ olduğu gözönüne alınır ve $\bar{u}_1 = \bar{u}$, $x_2 = y$ dönüşümü yapılırsa, bir noktadaki türbülanslı akımın hız gradyanı G_T ,

$$G_T = \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} = \frac{d\bar{u}}{dy}$$

olacağından; (2.35) denkleminden, hız gradyanının, birim hacimde harcanan gücün fonksiyonu olan ifadesi için,

$$G_T = \left[\frac{P_v}{\mu (1+C)} \right]^{1/2} \quad (2.36)$$

elde edilir.

B Ö L Ü M III

BORU AKIMINDA HIZ GRADYANI

Filtrasyon ve geri yıkama için deneysel çalışmalarda, dairesel kesitli silindirik kolonlar kullanılmaktadır. Bu bakımdan bu bölümde, dairesel kesitli uzun silindirik borulardaki türbülanslı akım halinde, hız gradyanları incelenecektir. Bu nedenle ilk olarak borulardaki türbülanslı akım için Prandtl ve Von Karman'ın noktasal hız gradyanı ve hız dağılımları derlendikten sonra; silindirik tüplerde bir enkesitteki laminer alt tabaka, geçiş (ara) tabakası ve tam türbülanslı tabakada hız gradyanı ve hız dağılımları deneysel verilere göre belirlenecektir. Geri yıkama akımının geçiş rejiminde cereyan ettiği (Bakınız denk. 4, 17, 18, Tablo 4.1 gözönüne alınıp, boru akış kesitinde, laminer alt tabaka ve geçiş (ara) tabakası olduğu kabul edilerek, aritmetik ortalamalı hız gradyanının hesabı yapılacaktır.

3.1. Türbülanslı Akım Halinde Hız Gradyanı

Dairesel kesitli uzun silindirik bir boruda sıkıştırılama-yan bir akışkanın, permanan türbülanslı akımı halinde, noktasal hız gradyanı ve hız dağılımları ele alındığında,

Prandtl bir noktadaki hız gradyanını,

$$G_T = \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{U_x}{\ell} = \frac{U_x}{Ky} \quad (3.1)$$

ve hız dağılımını,

$$\bar{u} = U_{\max} + 2,5 U_x \ln \frac{y}{R} \quad (3.2)$$

şeklinde; Von Karman, bir noktadaki hız gradyanını,

$$G_T = \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{U_x}{2KR [1 - (1-y/R)^{1/2}]} \quad (3.3)$$

ve hız dağılımını,

$$\bar{u} = U_{\max} + 2,5 U_x [\ln(1 - (1-y/R)^{1/2}) + (1-y/R)] \quad (3.4)$$

şeklinde vermektedirler (9, 32). Yukardaki bağıntılarda, U_x , sürtünme hızı,

$$U_x = \left(\frac{\tau_o}{\rho}\right)^{1/2} = \left(\frac{R}{2\rho} \frac{dp}{dx}\right)^{1/2} \quad (3.5)$$

şeklinde olup (32); ℓ , karışım uzunluğunu; $K= 0,4$, üniversal bir sabiti; y , boru cidarından uzaklığı; $U_{\max}$, maksimum akım hızını; τ_o , cidardaki kayma gerilmesini göstermektedir.

Dairesel kesiti silindirik pürüzsüz tüplerdeki türbülanslı akım incelendiğinde cidar yakınında δ kalınlığında ince bir laminer alt tabaka, sonra geçiş (ara) tabakası ve iç kısımda tam türbülanslı tabaka görülmektedir. Deneysel verilerden, bu üç tabakadaki hız gradyanı ve hız dağılımı aşağıda gösterilmiştir:

Laminer alt tabakada ($yU_x/\nu < 5$), hız gradyanı,

$$G = \frac{U_x^2}{\nu} \quad (3.6)$$

hız dağılımı,

$$\frac{\bar{u}}{U_x} = \frac{yU_x}{\nu} \quad (3.7)$$

şeklinde; geçiş (ara) tabakasında ($5 < yU_x/\nu < 30$), hız gradyanı,

$$G_G = \frac{2U_x}{Ky} \quad (3.8)$$

hız dağılımı,

$$\frac{\bar{u}}{U_x} = -3,05 + 5 \ln \frac{yU_x}{\nu} \quad (3.9)$$

şeklinde; tam türbülanslı tabakada ($yU_x/\nu > 30$), hız gradyanı,

$$G_T = \frac{U_x}{Ky} \quad (3.1)$$

hız dağılımı,

$$\frac{\bar{u}}{U_x} = 5,5 + 2,5 \ln \frac{yU_x}{\nu} \quad (3.10)$$

şeklindedir (9, 32). δ , laminer alt tabaka kalınlığı ise, $yU_x/\nu < 5$ sınır şartını kullanarak, $y=\delta$ koymak suretiyle,

$$\frac{\delta U}{v} = 5$$

veya

$$\delta = \frac{5v}{U} \quad (3.11)$$

olarak elde edilir.

Tanecikli filtrelerde geri yıkama akımı geçiş rejiminde olduğu için (Bakınız denk 4.20, 21, Tablo 4.1), akım bölgesinin, cidara yakın laminer alt tabaka ile iç kısımda geçiş (ara) tabakası olmak üzere iki kısımdan meydana geldiğini varsayabiliriz. Buna göre, geçiş rejimi halinde, aritmetik ortalamalı hız gradyanını hesaplamak üzere boru akış kesiti üzerinde ortalama alacağız:

$$\bar{G}_a = \frac{\oint \frac{\delta U^2}{v} 2\pi(R-y) dx dy + \oint \frac{R 2U}{Ky} 2\pi(R-y) dx dy}{\pi R^2 dx}$$

veya

$$\bar{G}_a = \frac{2U}{v} \left(\frac{\delta}{R} - \frac{\delta}{2R^2} \right) + \frac{4U}{kR} \left(\ln \frac{R}{\delta} - 1 + \frac{\delta}{R} \right) \quad (3.12)$$

elde edilir. $\delta \ll R$ olduğundan, sağ taraftaki ilk terim ihmal edilebilir. Ayrıca, (3.11) laminer alt tabaka kalınlığı (δ) bağıntısı (3.12) de yerleştirilirse,

$$\bar{G}_a = \frac{4U}{kR} \left(\ln \frac{UR}{5v} - 1 + \frac{5v}{UR} \right) \quad (3.13)$$

bulunur.

B Ö L Ü M IV

AKIŞKAN YATAKLAR

4.1. Akışkanlaştırma (Fluidizasyon)

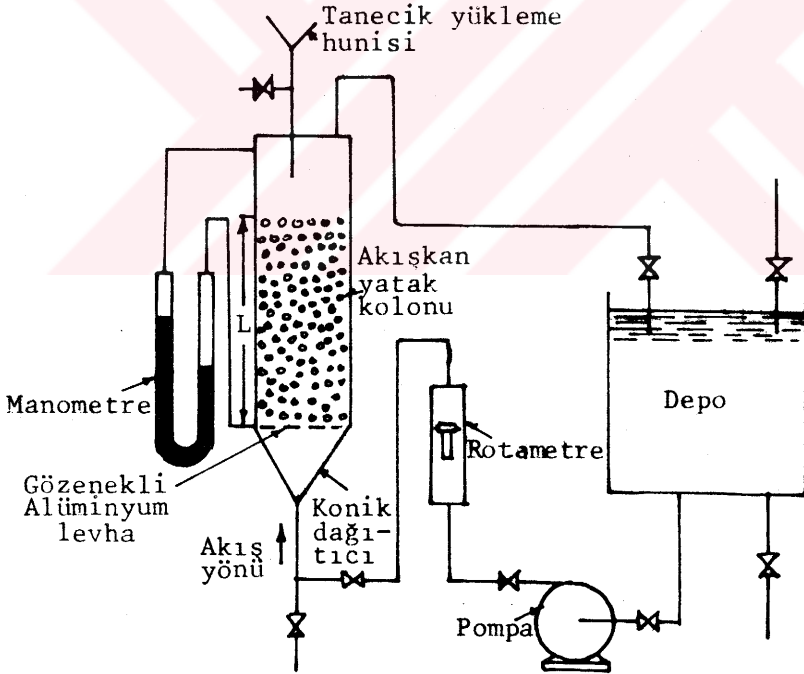
Tanecikli (granular) filtrelerde geri yıkama akımı, bir akışkan yatak (Fluidized bed) özelliği göstermektedir. Akışkan yatağın genişlemesini belirlemek için genel bir yöntem yoktur. Akışkanlaştırma olayı, bir akışkanın (gaz veya sıvı), katı tanecikli bir yatak boyunca, katı tanecikleri yatak içinde süspansiyon haline getirmeye yetecek bir hızla yukarı doğru akışı olarak tanımlanabilir.

Fluidizasyon, homojen fluidizasyon ve homojen olmayan fluidizasyon olmak üzere iki tipe ayrılır (4, 19, 35) :

Homojen fluidizasyon, sıvı akışkan yatakların çoğunda görülen bir tip olup, akış hızının artmasıyla yatak yüksekliği uniform olarak artmakta ve yatak yüzeyinde dalgalanma olmamaktadır. Sıvı, nispeten düzgün olarak yukarı doğru akmakta ve tanecikler arasında uniform boşluklar bırakacak şekilde yayılmaktadır. Su ile geri yıkama (Backwashing) yapılan bir filtre yatağı genellikle bu karakterdedir (3).

Homojen olmayan fluidizasyon, gaz akışkan yataklarda bilhassa görülmektedir. Yatak boyunca yukarı doğru gaz akışı, küresel balon veya kabarcık formunda cereyan eder. Bu, iki fazlı bir sistem görünüşü verir : Biri saf akışkan fazı ve diğeri minimum akışkanlaşmış faz (yoğun faz) olmaktadır. Bu tip fluidizasyon, düzgün olmayan bir şekilde, taneciklerin kümeleşerek yayıldığı bir görünüm içindedir; yatak uniform

yapıda değildir ve dolayısıyla tam analizi zordur (3, 45). Teorik ve deneysel çalışmalar, homojen ve homojen olmayan fluidizasyonun, dengesiz bir sistemin devamlı olarak değişen spektrumunun sınırları olduğunu göstermektedir; akışkan kabarcıklar ile tanecikler aynı mertebeden büyüklüklere sahipse homojen fluidizasyon; aynı mertebeden değilse homojen olmayan fluidizasyon meydana gelir (3, 45). Şekil 4.1 de bir akışkan yatak sisteminin şematik diyagramı verilmiştir.



Şekil 4.1. Bir akışkan yatak sisteminin şematik diyagramı

Su ile fluidizasyon halinde, taneciklerin yatak içinde düzenli olarak dağıldığı ve yukarı akışın, yatak boyunca düzgün bir şekilde geliştiği, ideal bir yatağın aynı büyüklükteki küresel taneciklerden oluştuğu kabul edilmektedir (16, 45).

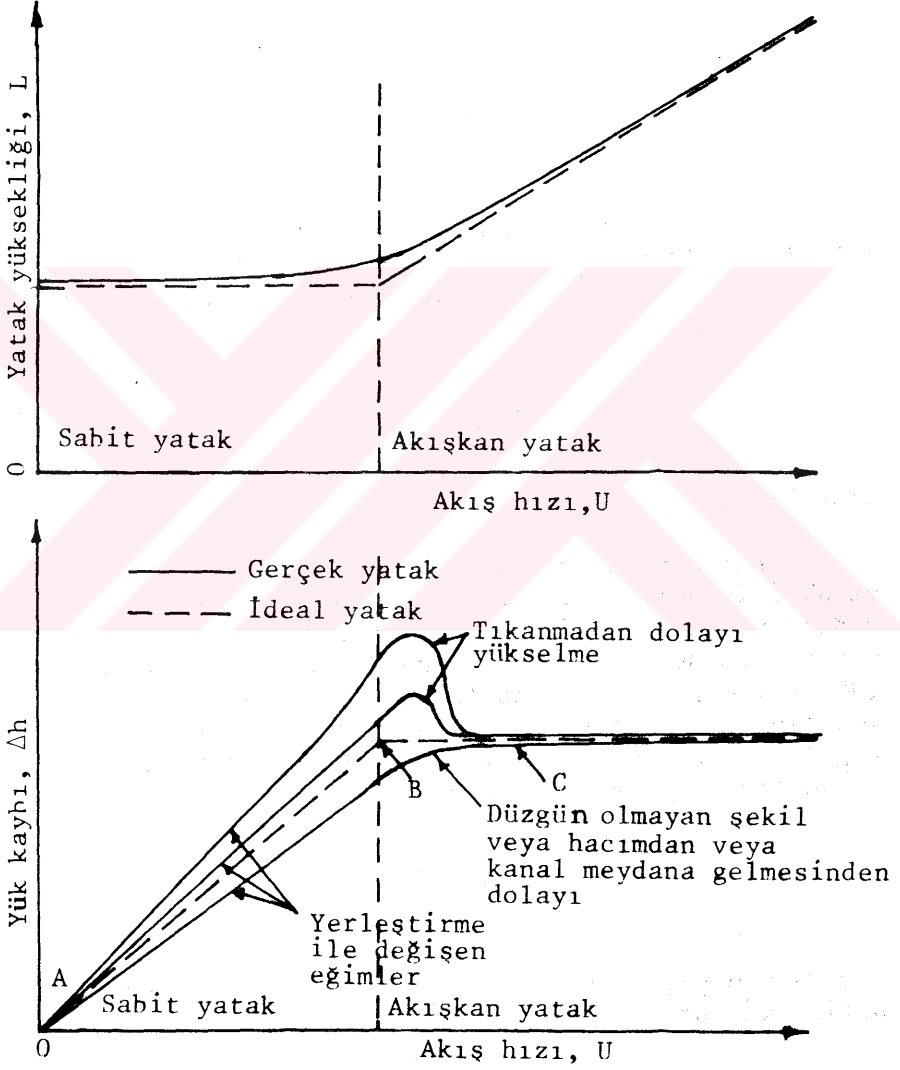
4.2. Sabit ve Akışkan Yataklarda Yük Kaybı

Tanecikli yataklarda (sabit yatak), yukarı akış başlayınca, taneciklerin çevresinden akan akışkan, sürtünme etkisiyle bir kuvvet üretir. Bu kuvvet, taneciklere gelen yerçekimi kuvvetine zıt yöndedir. Akış hareketi ise, direncin minimum olmasını sağlayacak şekilde tanecikleri yönlendirir. Akış hızıyla birlikte taneciklere etkiyen sürtünme kuvveti de artar ve bu kuvvet, taneciklerin su içindeki ağırlıklarına eşit olduğu anda, tanecikler süspansiyon (askı) haline geçerler. Bu kritik hız U_{mf} ile gösterilir ve minimum akışkanlık hızı olarak adlandırılır (16, 45). Bundan sonra, akış hızının artmasıyla yatak yüksekliği ve gözenekliliği de artar, dolayısıyla tanecik konsantrasyonu düşer.

Sabit yatak halinde yük kaybı, akış hızının lineer bir fonksiyonu olarak değişmektedir (Şekil 4.2). Ancak, sabit yatağın sıkılık derecesi, küresel olmayan tanecikler ve tıkanma sebebiyle, akışın, yatağın maksimum serbest kesit alanını takip etmemesinden veya kanal meydana gelmesinden dolayı, ideal sistemden sapmalar olabilir (17). Sabit yatak halinde bütün akım rejimlerinde geçerli olmak üzere Ergun denklemi (21).

$$\frac{\Delta h}{L_s} = 150 \frac{\mu}{\rho g} \frac{(1-\epsilon_s)^2}{\epsilon_s^3} \frac{U}{d^2} + 1,75 \frac{(1-\epsilon_s)}{\epsilon_s^3} \frac{U^2}{gd}$$

(4.1)



Şekil 4.2.

şeklindedir. Burada sağdaki ilk terim viskoz enerji kayıplarını, ikinci terim ise kinetik enerji kayıplarını göstermektedir; $\Delta h = \Delta p / (\rho g)$, yük kaybı, Δp basınç düşüşü, L_s sabit yatak yüksekliği, ϵ_s sabit yatak gözenekliliği, U ortalama fiktif akım hızıdır. d tanecik çapı ise,

$$d = \frac{6}{S_v} = \frac{6V_p}{A_p} \quad (4.2)$$

şeklinde tanımlanmış olup, $S_v = A_p / V_p$ özgül yüzey, A_p , tanecik yüzey alanı, V_p tanecik hacmidir. Tanecik küresel değilse, tanecikle aynı hacme sahip olan eşdeğer kürenin çapı $d_{eş}$,

$$d_{eş} = \left(\frac{6V_p}{\pi} \right)^{1/3} \quad (4.3)$$

olacaktır.

Akışkan yatağı, sabit yataktan ayıran bir özellik, yatak içindeki taneciklerin, rastgele hareket halinde olmalıdır. Homojen fluidizasyonda tanecikler, yatak içinde süspansiyon halinde üniform bir şekilde dağılmış farzedilmektedir (35, 41, 45). Bu nedenle taneciklerin herbirine etkiyen kuvvetler dinamik denge halinde, dolayısıyla sürüklenme kuvveti (F_{DT}) ve kaldırma kuvveti (F_k) toplamı, zıt yöndeki ağırlık kuvvetine (F_G) eşit olmalıdır :

$$F_{DT} + F_k = F_G \quad (4.4)$$

burada $F_k = \rho g V_s$ ve $F_G = \rho_s g V_s$ olduğuna göre, dinamik denge halindeki sürüklenme kuvveti F_{DT} , (4.4) den,

$$F_{DT} = F_G - F_k = (\rho_s - \rho) g V_s \quad (4.5)$$

yazılır. $V_s = \Sigma V_p$, taneciklerin toplam hacmi, V_f , akışkan hacmi olmak üzere toplam yatak hacmi,

$$V = V_s + V_f \quad (4.6)$$

yazılır. Gözeneklilik (ϵ), yatak içindeki akışkan hacminin, toplam yatak hacmine oranı olarak tanımlanırsa,

$$\epsilon = \frac{V_f}{V} \quad (4.7)$$

olacağından, (4.6) ve (4.7) den, taneciklerin toplam hacmi,

$$V_s = (1 - \epsilon) V \quad (4.8)$$

elde edilir. (4.8), (4.5) de yerleştirilirse,

$$F_{DT} = (\rho_s - \rho) g (1 - \epsilon) V \quad (4.9)$$

bulunur. Diğer taraftan Fair ve Hatch (22), akışkan yataktaki basınç düşüşünün

$$\Delta p = \frac{F_{DT} \cdot L}{V}$$

şeklinde olduğunu belirtmektedir. (4.9) bu ifadede yerleştirilirse

$$\Delta p = \frac{F_{DT} \cdot L}{V} = (\rho_s - \rho) g (1 - \epsilon) L \quad (4.10)$$

ve $\Delta p = \rho g \cdot \Delta h$ olduğundan, neticede

$$\Delta h = \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) (1 - \epsilon) L \quad (4.11)$$

elde edilir, L, yatak yüksekliği ve ϵ , gözenekliliği için,

sabit ve akışkan yatak halinde, taneciklerin toplam hacmi değişmeyeceğinden (4.8) bağıntısından,

$$L_s (1-\epsilon_s) = L (1-\epsilon) = \text{Sabit} \quad (4.12)$$

yazılabilir. Bu durumda, (4.12) gözönünde tutulduğunda, (4.11) bağıntısına göre, bir akışkan yatakta ρ ve ρ_s 'in değerleri sabit olduğundan, Δh , yük kaybı ve dolayısıyla da Δp , basınç düşüşü sabit kalmaktadır (Şekil 4.2).

Son olarak, yatak genişmesi E_y ile gösterilirse,

$$E_y = \frac{L-L_s}{L} = \frac{\epsilon-\epsilon_s}{1-\epsilon_s} \quad (4.13)$$

yazılabilir.

4.3. Richardson ve Zaki Korelasyonu

Richardson ve Zaki (41) bir akışkan yatakta ortalama fiktif hız (U) ile yatak gözenekliliği (ϵ) arasında,

$$\frac{U}{U_i} = \epsilon^n \quad (4.14)$$

bağıntısını vermişlerdir. Burada U_i , durdurma hızı olarak adlandırılır ve $\epsilon \rightarrow 1$ için U' 'nün alacağı değeri göstermektedir; n ise yatak genişleme katsayısı olup, cidar tesiri ve Reynolds sayısı ile değişmektedir. (Şekil 4.3). Richardson ve Zaki, küresel taneciklerden meydana gelen bir akışkan yatakta deneysel çalışmalardan n genişleme katsayısı için aşağıdaki bağıntıları önermişlerdir :

Laminer akım halinde,

$$n = 4,65 + 19,5 \frac{d}{D} \quad Re_o \leq 0,2 \quad (4.15)$$

geçiş rejiminde,

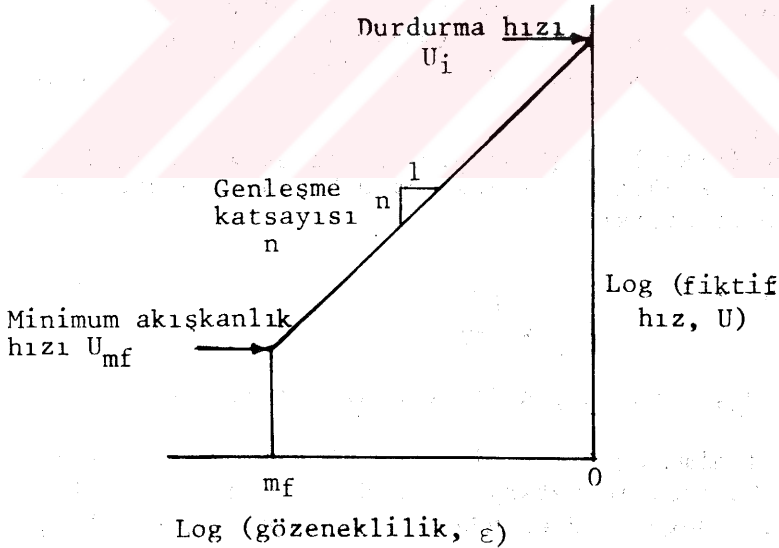
$$n = (4,35 + 17,5 \frac{d}{D}) Re_o^{-0,03} \quad 0,2 < Re_o < 1 \quad (4.16)$$

$$n = (4,45 + 18 \frac{d}{D}) Re_o^{-0,1} \quad 1 < Re_o < 200 \quad (4.17)$$

$$n = 4,45 Re_o^{-0,1} \quad 200 < Re_o < 500 \quad (4.18)$$

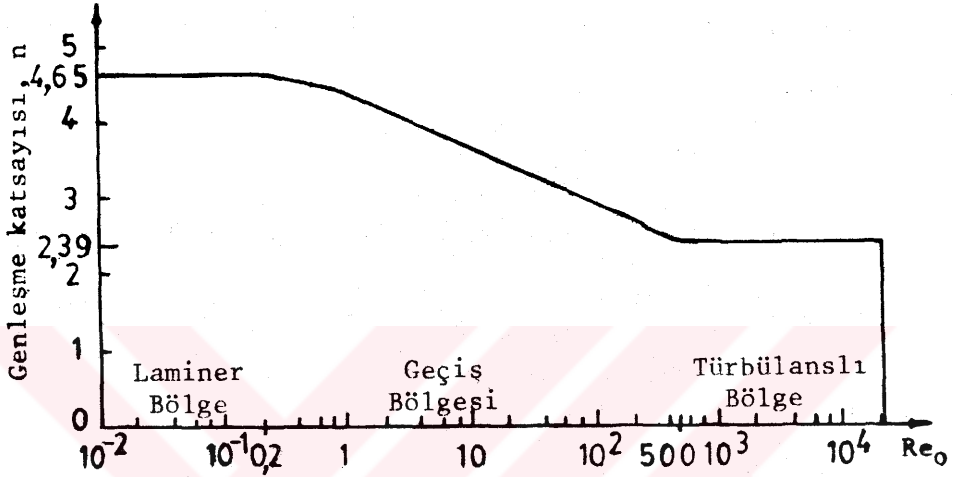
ve türbülanslı akım halinde,

$$n = 2,39 \quad Re_o > 500 \quad (4.19)$$



Şekil 4.3. Üniiform taneciklerden meydana gelen ideal bir yatakta hız ve gözeneklilik arasındaki ilişki.

Log U - Log ϵ grafiği



Şekil 4.4. Richardson-Zaki denklemlerine göre genleşme katsayısı ile Reynolds sayısı arasındaki ilişki ($\frac{d}{D}$ = sabit için)

Şekil 4:4 de $(n-Re_o)$ ilişkisi grafik olarak gösterilmiştir (17). Burada, d tanecik çapı, D fluidizasyon kolonu çapıdır; Re_o tanecik Reynolds sayısı ise,

$$Re_o = \frac{\rho U_o d}{\mu} \quad (4.20)$$

şeklindedir. U_o , tanecik çökme hızını göstermektedir.

Küresel olmayan tanecikler için Cleasby ve Fan (18, 23) tarafından ψ küresellik katsayısı ve DSF dinamik şekil faktörü kullanılarak, n değeri üzerinde bazı düzeltmeler yapılmıştır.

Küresellik katsayısı, aynı hacimli tanecik ve küreler için

$$\psi = \frac{\text{Eşdeğer küre yüzeyi}}{\text{Gerçek tanecik yüzeyi}} = \frac{\pi d_{es}^2}{A_p} \quad (4.21)$$

şeklinde tanımlanır. (4.3), (4.21) de yerleştirilerek,

$$\psi = \frac{\pi^{1/3} (6V)^{2/3} P}{A_p} \quad (4.22)$$

elde edilir. (4.3) ve (4.22) taraf tarafa çarpılır, (4.2) gözönüne alınırsa

$$\psi = \frac{d}{d_{eş}} \quad (4.23)$$

bulunur.

DSF dinamik şekil faktörü ise, Briggs ve arkadaşlarının (10) tanımladığı ve küresel olmayan taneciklerin hidro-dinamik özelliğini belirten bir katsayıdır. Dinamik şekil faktörü,

$$DSF = \left(\frac{U_o}{U_k} \right)^2 \quad Re_k > 500 \quad (4.24)$$

veya

$$DSF = a \left(\frac{U_o}{U_k} \right) + b \left(\frac{U_o}{U_k} \right)^2 \quad 1 < Re_k < 500 \quad (4.25)$$

bağıntılarından biri kullanılarak bulunabilir (10). Burada U_o , eş hacimdeki küresel taneciklerin çökelme hızıdır; a ve b ise, eşdeğer küresel taneciklerin Reynolds sayısına ($Re_k = \rho U_k d_{eş} / \mu$) bağlı sabitlerdir; bunlar, $a+b=1$ ve $b/a = Re_k$ olacak şekilde seçilmektedir(17). Buna göre, küresel olmayan tanecikler için değiştirmeler aşağıdaki şekilde verilmektedir(18,23):

1) ψ küresellik katsayısı kullanılarak,

$$n = (4,45 + 18 \frac{d}{D}) Re_o^{-0,1} \psi^{(-1,086+0,147 \ln Re_o)} \quad 35 < Re_o < 200 \quad (4.26)$$

$$n = 4,45 \text{ Re}_o^{-0,1} \psi^{(-1,086+0,147\text{LnRe}_o)} \quad 200 < \text{Re}_o < 503 \quad (4.27)$$

2) DSF dinamik şekil faktörü kullanılarak,

$$n = (4,45+18 \frac{d}{D}) \text{ Re}_o^{-0,1} \text{DSF}^{(-0,65+0,09\text{LnRe}_o)} \quad 35 < \text{Re}_o < 200 \quad (4.28)$$

$$n = 4,45 \text{ Re}_o^{-0,1} \text{DSF}^{(0,65+0,09\text{LnRe}_o)} \quad 200 < \text{Re}_o < 500 \quad (4.29)$$

Tanecikli derin filtrelerde, geri yıkama akımı genellikle geçiş rejimi karakterinde meydana gelmektedir (3, 17). Zira çeşitli filtre malzemelerinin özelliklerinin verildiği Tablo 4.1 de, tanecik çökeltme hızına (U_o) göre Reynolds sayısı ($\text{Re}_o = 35,3-503$) değerleri arasında değişmekte olup, bu da Şekil 4.4 de görüleceği üzere geçiş bölgesine düşmektedir.

4.4. Tanecik Çökeltme Hızı

Bir akışkan içinde çökelmekte olan küresel bir tanecik için sürüklenme kuvveti,

$$F_{D_1} = C_D A_p U_k^2 / 2 \quad (4.30)$$

olup, C_D sürüklenme katsayısı taneciğin şekli ve Reynolds sayısına bağlıdır(42). Akım yönüne izdüşüm alanıdır. Taneciklerin hareketine sebeb olan kuvvet (4.5)' e benzer olarak, bir tanecik için,

Tablo 4.1. Akışkan Yatak Deneylerinde Kullanılan Malzemenin Özellikleri (17)

Malzeme Çiğidi ve Amerikan Standard Elek Boyutları	Amerikan Kumu				Amerikan Antrasiti			İngiliz Filinti			İngiliz Antrasiti		İng. küre eamı	
	10/12	14/16	18/20	30/35	5/6	6/7	7/8	12/14	18/22	25/30	18/22	25/30	18/22	18/22
Özellik														
ρ_s (Yoğunluk) (g/cm ³)	2,65	2,65	2,65	2,65	1,73	1,73	1,73	1,70	2,62	2,62	1,46	1,46	2,65	2,97
e_s (İlk gözeneklilik)	0,446	0,465	0,467	0,468	0,581	0,586	0,587	0,597	0,572	0,577	0,564	0,565	0,459	0,425
d_{eq} (mm)	1,962	1,463	1,006	0,598	3,663	3,115	2,826	1,516	0,782	0,526	0,815	0,505	0,850	0,783
U_0 (25°C de) (cm/sn)	19,13	16,35	12,58	8,17	12,25	11,12	10,46	6,95	8,21	6,03	3,94	2,83	10,75	14,8
ψ (küresellik katsayısı)	0,707	0,707	0,734	0,773	0,319	0,341	0,348	0,396	0,613	0,646	0,645	0,752	0,809	0,965
DSF (Dinamik Şekil Faktörü)	0,459	0,524	0,580	0,680	0,198	0,199	0,188	0,258	0,410	0,488	0,466	0,695	0,646	1,03
Re_0 (25°C de)	420	290	143	54,7	503	388	331	118	71,5	35,3	35,7	15,9	101,7	129

$$F_{D1} = (\rho_s - \rho) g V_p \quad (4.31)$$

değerindedir. Bir taneciğin hacmi $V_p = \pi d^3/6$, izdüşüm alanı $A = \pi d^2/4$ alınarak, (4.30) ve (4.31) bağıntıları eşitlenirse, küresel taneciğin çökelme hızı,

$$U_k = \left[\frac{4gd(\rho_s - \rho)}{3C_D \rho} \right]^{1/2} \quad (4.32)$$

olur. Ancak C_D , Reynolds sayısının bir fonksiyonu olduğundan, deneme-yanılma hesabına gidilmektedir. (4.20) ve (4.32) bağıntılarından,

$$C_D Re_k^2 = \frac{4}{3} \frac{d^3}{2} \rho (\rho_s - \rho) g \quad (4.33)$$

ve

$$\frac{C_D}{Re_k} = \frac{4\mu g(\rho_s - \rho)}{3\rho^2 U_k^2} \quad (4.34)$$

tanımlamaları yapılırsa, $C_D Re_k^2$ çökelme hızından, C_D/Re_k ise tanecik çapından bağımsız olmaktadır. Bu amaçla mevcut d^k çapı için (4.33) bağıntısı ile $C_D Re_k^2$ ve bu değer yardımıyla da Tablo 4.2 den C_D ve Re_k bulunur. Bu şekilde (4.32) bağıntısı kullanılarak U_k çökelme hızı belirlenir.

Küresel olmayan tanecikler için, U_k çökelme hızı, dinamik şekil faktörü bağıntıları, $DSF = (U_o/U_k)^2$ (4.24) veya $DSF = a(U_o/U_k) + b(U_o/U_k)^2$ (4.25) kullanılarak hesaplanır. Ayrıca özel olarak filtre malzemesi için,

Tablo 4.2 Küresel Tanecikler İçin C_D - Re_k ilişkisi (17)

Re_k	C_D	$C_D Re_k^2$	C_D / Re_k
0,1	240	2,4	2400
0,2	120	4,8	600
0,3	80	7,2	267
0,5	49,5	12,4	99,0
0,7	36,5	17,9	52,1
1,0	26,5	26,5	26,5
2	14,6	58,4	7,3
3	10,4	93,7	3,47
5	6,9	173	1,38
7	5,3	260	0,757
10	4,1	410	0,410
20	2,55	$1,02 \times 10^3$	$0,1275$
30	2	$1,80 \times 10^3$	$0,0667$
50	1,50	$3,75 \times 10^3$	$0,03$
70	1,27	$6,23 \times 10^3$	$0,0181$
100	1,07	$1,07 \times 10^4$	$0,0107$
200	0,77	$3,08 \times 10^4$	$3,85 \times 10^{-3}$
300	0,65	$5,85 \times 10^4$	$2,17 \times 10^{-3}$
500	0,55	$1,38 \times 10^5$	$1,10 \times 10^{-3}$
700	0,50	$2,45 \times 10^5$	$7,14 \times 10^{-4}$
1000	0,46	$4,60 \times 10^5$	$4,60 \times 10^{-4}$
2000	0,42	$1,68 \times 10^6$	$2,10 \times 10^{-4}$
3000	0,40	$3,60 \times 10^6$	$2,10 \times 10^{-4}$
5000	0,385	$0,60 \times 10^6$	$7,70 \times 10^{-5}$
7000	0,390	$1,91 \times 10^7$	$5,57 \times 10^{-5}$
10000	0,405	$4,05 \times 10^7$	$4,05 \times 10^{-5}$
20000	0,45	$1,80 \times 10^8$	$2,25 \times 10^{-5}$
30000	0,47	$4,26 \times 10^9$	$1,57 \times 10^{-6}$
50000	0,49	$1,23 \times 10^9$	$9,80 \times 10^{-6}$
70000	0,50	$2,45 \times 10^9$	$7,14 \times 10^{-6}$

$Re_k < 0,3$ için $C_D = 24/Re_k$ alınır,

$$\frac{U_i}{U_o} = \alpha_1 = 0,90 \text{ (DSF)}^{-0,262} \quad (4.35)$$

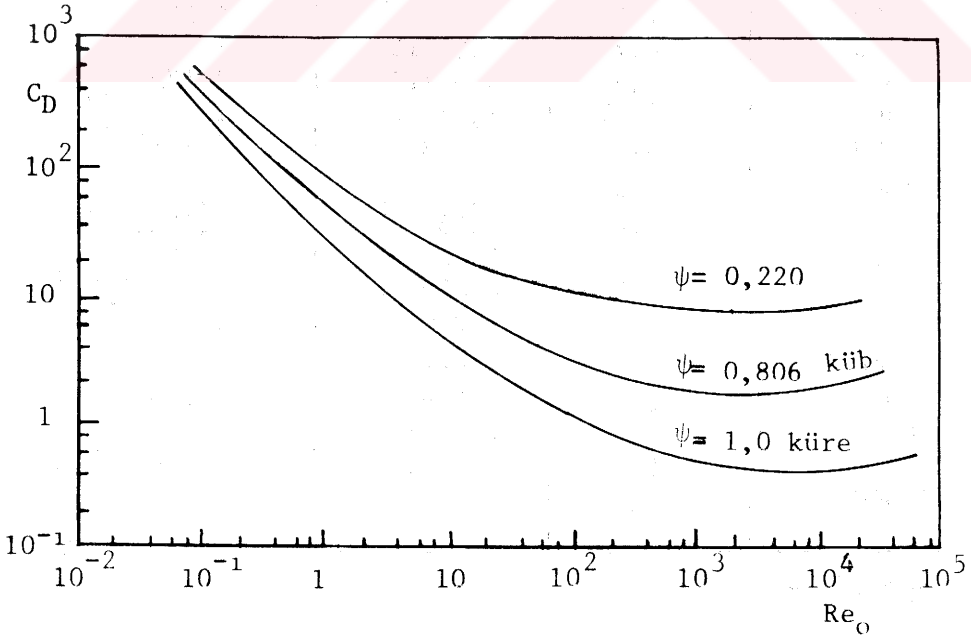
amprik bağıntısı verilmektedir.(17).

Küresel olmayan tanecikler için C_D direnç katsayısının değişimi, ψ küresellik katsayısına bağlı olarak (Şekil 4.5) de verilmiştir (17).

Ayrıca DSF, dinamik şekil faktörü için Reynolds sayısının ($Re_o = 30-500$) arasındaki değerlerinde,

$$\text{DSF} = 0,0382^{2,633} \psi \quad (4.36)$$

bağıntısı verilmektedir (17).



Şekil 4.5.

B Ö L Ü M V

FİLTRELERİN GERİ YIKANMASINDA HARCANAN GÜÇ VE HİDRODİNAMİK KAYMA GERİLMESİ

5.1. Tanecikli Bir Ortamda Türbülanslı Akım Halinde Harcanan Güç ve Kayma Gerilmesi

Akım alanının homojen ve küçük ölçekli türbülans yapısında olması; dolayısıyla türbülans enerjisinin, taşınım ve diffüzyon etkilerinin, toplam akım alanı gözönüne alındığı takdirde ihmal edilmesiyle, (E2.10) çalkantı bileşenlerinin kinetik enerji denklemi, iki boyutlu permanan akım halinde,

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \mu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (5.1)$$

şeklinde yazılır (6, 25, 26). Burada sol taraf, türbülans kayma gerilmelerinin işiyle yersel olarak üretilen gücü; sağ taraf ise, türbülanslı hareketin harcanan gücünü göstermektedir. Hino, M. (25), akışkanın katı tanecikleri de içermesi halinde, bu denklemin sağ tarafına iki terim daha gelmesi gerektiğini belirtmiştir: Birinci terim, permanan halde katı tanecikleri askıda tutabilmek için gereken gücü göstermektedir :

$$F_D U_o = \rho g (\gamma_s - 1) U_o (1 - \epsilon) \quad (5.2)$$

Burada $\gamma = \rho / \rho_s$ tanecik bağıl yoğunluğudur. İkinci terim ise, bu taneciklerin dönme ve öteleme hareketleri için gereksinilen gücü göstermektedir :

$$\beta = \frac{\rho U_s^3}{K L_m} \quad (5.3)$$

Bu son terim, küçüklüğü nedeniyle Hino, M. (25)'nin hesaplarında ihmal edilmişse de, Itakura, T. ve Kishi, T. (29) tarafından hesaplara dahil edilmiştir. Katı taneciklerin akım üzerindeki etkilerini gösteren bu iki terim, birbiriyle orantılı kabul edilmişlerdir ve β , orantı katsayısını göstermektedir. Kikkawa ve arkadaşlarının (33) gözlemleri bu varsayımı doğrulamaktadır. Bağintıdaki L_m uzunluğu,

$$L_m = \frac{U_s^3}{K_g (\gamma_s - 1) U_o (1 - \epsilon)} \quad (5.4)$$

bağıntısıyla tanımlanmıştır ve Monin-Obukhov uzunluğu olarak bilinir (37,44).

Diğer taraftan türbülans çevrilerinin harcamasını yansıtan (5.1) de sağ taraftaki terim,

$$\bar{\Phi}_2 = \frac{\rho U_s^3}{K_y} \quad (5.5)$$

şeklinde yazılabilir; zira, (2.29) bağıntısından,

$$\bar{\Phi}_2 = \mu \frac{\overline{\partial u'_1}}{\partial x_j} \frac{\overline{\partial u'_1}}{\partial x_j} = \text{Sabit} \frac{\rho}{\text{Re}_\lambda} \frac{\ell}{\lambda_g} \frac{\overline{u'^2_2} \sqrt{\overline{u'^2_2}}}{\ell} \sim \rho \frac{\overline{u'^2_2} \sqrt{\overline{u'^2_2}}}{\ell}$$

veya (2.18), (2.20) ve (3.1) eşitliklerinden,

$$\sqrt{u_2'^2} \sim \ell \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \sim U_{\infty}$$

lacağından, $\ell = K_y$ yazılarak (Prandtl, karışım uzunluğu teorisi-
ne göre)

$$\bar{\Phi}_2 = \frac{\rho U_{\infty}^3}{K_y}$$

elde edilmektedir.

Bunlara göre, katı tanecikleri içeren akışkanlar halin-
de (5.1) denklemi,

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \rho g (\gamma_s - 1) U_o (1 - \epsilon) + \beta \frac{\rho U_{\infty}^3}{KL_m} + \frac{\rho U_{\infty}^3}{K_y} \quad (5.6)$$

şeklini alır. (5.4) tanımı kullanıldığı takdirde, sağ taraftaki
ilk iki terim birleştirilebilir :

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{\rho U_{\infty}^3}{KL_m} + \beta \frac{\rho U_{\infty}^3}{KL_m} + \frac{\rho U_{\infty}^3}{K_y} \quad (5.7a)$$

veya

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{\rho U_{\infty}^3}{KL_m} (1 + \beta) + \frac{\rho U_{\infty}^3}{K_y} \quad (5.7)$$

ve $\alpha_2 = 1 + \beta$ tanımı yapılarak,

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \alpha_2 \frac{\rho U_{\infty}^3}{K L_m} + \frac{\rho U_{\infty}^3}{K y}$$

dolayısıyla,

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{\rho U_{\infty}^3}{K y} \left(1 + \alpha_2 \frac{y}{L_m} \right) \quad (5.8)$$

elde edilir. α_2 , taneciklerin askıda kalması ve restgele hareketleri sebebiyle harcanan enerjileri birleştiren bir katsayıdır ($\alpha_2 > 1$) ve katı tanecik içeren serbest yüzeyli akımlarda yapılan ölçümler $\alpha_2 = 7$ alınabileceğini göstermiştir (29).

Diğer taraftan hız gradyanı için,

$$G_T = \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{U_{\infty}}{K y} \quad (3.1)$$

verilmişti (9, 32). Bu değer (5.8) de yerleştirilirse, τ kayma gerilmesi için,

$$\tau = \rho U_{\infty}^2 \left(1 + \alpha_2 \frac{y}{L_m} \right) \quad (5.9)$$

bulunur. Özel olarak akımın laminer düşünülmesi halinde,

$$\bar{\Phi}_2 = \mu \frac{\partial u_1'}{\partial x_j} \frac{\partial u_1'}{\partial x_j} = \frac{\rho U_{\infty}^3}{K y} = 0$$

olacağından (5.9) bağıntısı,

$$\tau = \rho U_x^2 \alpha_2 \frac{y}{L_m}$$

şekline dönüşür ve dolayısıyla da birim hacimde harcanan güç, (5.8) den,

$$P_v = \tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \alpha_2 \frac{\rho U_x^3}{KL_m}$$

şeklını alır.

5.2. Tanecikli Filtrelerde Geri Yıkama Akımı Halinde Harcanan Güç ve Kayma Gerilmesi

Tanecikli (granular) filtrelerde geri yıkama akımı, homojen akışkan yatak davranışı göstermektedir. Bu akım, laminar ve türbülanslı akım rejimleri arasındaki geçiş rejimi karakterini taşımaktadır (Şekil 4.4, Tablo 4.1). Dolayısıyla akım, türbülanslı akım içinde incelenmelidir. Diğer taraftan, katı tanecikli ortamda türbülanslı akım halinde geçerli olan enerji denklemi, akışkan yataklarda, dolayısıyla filtrelerin geri yıkanmasında da (Backwashing) olacağı kabul edilebilir.

Önceki çalışmalarda Cleasby (16), akışkan yataklarda laminar akım halini ele alarak birim hacimde harcanan gücü (P_v), tanecikleri sürükleyen kuvvet (F_{DT}) ile gözenekler arasındaki akım hızının (U_g) çarpımının toplam yatak hacmine (V) oranı şeklinde tanımlamaktadır :

$$P_v = \frac{F_{DT} U_g}{V} = F_D U_g \quad (5.10)$$

Burada F_D , birim hacme etkiyen sürüklenme kuvvetidir. Gözenekler-

deki U_g gerçek hızı,

$$U_g = \frac{U}{\epsilon} \quad (5.11)$$

(4.14) ve (4.36) dan, (5.11),

$$U_g = \frac{U_i \epsilon^n}{\epsilon} = \alpha_1 U_o \epsilon^{(n-1)} \quad (5.12)$$

şeklinde yazılabilir (2). $\alpha_1 = U_i/U_o$ idi (4.36) ve U_i durdurma hızını, U_o ise tanecik çökme hızını göstermekteydi. (5.12), (5.10)) da yerleştirilirse,

$$P_v = \alpha_1 F_D U_o \epsilon^{(n-1)} \quad (5.13)$$

elde edilir. Son olarak (4.9), (5.13) de konarak birim hacımda laminar akım halinde harcanan güç, yani tanecikleri askı (süspansiyon) halinde tutabilmek için gerekli güç,

$$P_v = \alpha_1 \rho g (\gamma_s - 1) U_o (1 - \epsilon) \epsilon^{(n-1)} \quad (5.14)$$

şeklinde elde edilmektedir. Buradaki bağıntı akışkan yataklar için çıkartılmış olduğundan, tanecikleri karakterize eden bir α_1 katsayı ile, taneciklerin yatak içinde dağılımını karakterize eden, ϵ gözenekliliğini ve n yatak genişleme katsayısını içermektedir. Diğer taraftan (5.14) de (5.4) tanımını kullanılacak olursa,

$$P_v = \alpha_1 \frac{\rho U^3}{KL_m} \epsilon^{(n-1)} \quad (5.15)$$

yazılabilir. Cleasby (16), akımın laminar olması halini ele almış, ayrıca taneciklerin dönme ve ötelenme hareketleri için

gereksincekleri gücü gözönünde tutmamıştır. Taneciklerin ortama nazaran yapacakları bağıl dönme ve ötelenme hareketlerinin gereksindiği gücü de hesaba katabilmek için yukardaki (5.15) ifadesi bir β katsayısı ile çarpılsın :

$$\beta \alpha_1 \frac{\rho U_{\infty}^3}{K L_m} \epsilon^{(n-1)} \quad (5.16)$$

(5.7a) denkleminin sağ tarafındaki terimler sırasıyla, katı tanecikli ortamdaki türbülanslı akım halinde,

1. taneciklerin askıda kalmaları için gerekli gücü;
2. taneciklerin bağıl dönme ve ötelenme hareketleri için harcanan gücü ve
3. türbülans çevrilerinin harcadığı gücü

göstermekte idi. İlk iki terim taneciğe ve ortama bağlı oldukları halde, son terim akıma bağlıdır. Bu nedenle akışkan yatak için bu defa,

$$\begin{aligned} \frac{\rho U_{\infty}^3}{K L_m} & \text{ yerine } \alpha_1 \frac{\rho U_{\infty}^3}{K L_m} \epsilon^{(n-1)} \\ \beta \frac{\rho U_{\infty}^3}{K L_m} & \text{ yerine } \beta \alpha_1 \frac{\rho U_{\infty}^3}{K L_m} \epsilon^{(n-1)} \end{aligned}$$

gelmiştir. Analoji yapılarak son terim değiştirilirse, bu defa,

$$\frac{\rho U_{\infty}^3}{K Y} \text{ yerine } \frac{\rho U_{\infty}^3}{K Y} \epsilon^{(n-1)} \quad (5.17)$$

yazılmasının uygun olacağı düşünülebilir; zira ϵ ile ortamın

gözenekliliği, n ile ortamın genleşme özelliği hesaba katılmış olmaktadır ve bu son terim, akıma ait bir özellik olduğundan tanecik özelliklerini yansıtan α katsayısı bu terime dahil edilmemiştir. Buna göre, akışkan yatak davranışı gösteren filtrelerin geri yıkanma akımı için (5.1) denkleminin,

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \alpha_1 \frac{\rho U_{\infty}^3}{KL_m} \epsilon^{(n-1)} + \beta \alpha_1 \frac{\rho U_{\infty}^3}{KL_m} \epsilon^{(n-1)} + \frac{\rho U_{\infty}^3}{K_y} \epsilon^{(n-1)} \quad (5.18)$$

şeklinde yazılması uygun olur. Sağ taraftaki ilk iki terim birleştirilerek,

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \alpha_1 (1+\beta) \frac{\rho U_{\infty}^3}{KL_m} \epsilon^{(n-1)} + \frac{\rho U_{\infty}^3}{K_y} \epsilon^{(n-1)}$$

ve $\alpha_2 = 1 + \beta$ yazılarak, $\alpha = \alpha_1 \alpha_2$ tanımı yapılırsa,

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \alpha \frac{\rho U_{\infty}^3}{KL_m} \epsilon^{(n-1)} + \frac{\rho U_{\infty}^3}{K_y} \epsilon^{(n-1)}$$

veya

$$\tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{\rho U_{\infty}^3}{K_y} (1+\alpha \frac{y}{L_m}) \epsilon^{(n-1)} \quad (5.19)$$

elde edilir. (3.1) bağıntısı, (5.19) da yerleştirilirse, τ hidrodinamik kayma gerilmesi için,

$$\tau = \rho U_{\infty}^2 (1+\alpha \frac{y}{L_m}) \epsilon^{(n-1)} \quad (5.20)$$

bulunur.

(5.20) denklemini noktasal bir değer olduğundan pratik amaçlar için, akım kesiti üzerinde aritmetik ortalama alınır, cıdardan olan uzaklıklar y ile gösterilmek üzere,

$$\bar{\tau}_a = \frac{\int_{\delta}^R \rho U_{*}^2 \left(1 + \alpha \frac{y}{L_m}\right) \epsilon^{(n-1)} 2\pi(R-y)L dy}{\pi R^2 L}$$

veya

$$\bar{\tau}_a = \frac{2\rho U_{*}^2 \epsilon^{(n-1)}}{R^2} \int_{\delta}^R \left(1 + \alpha \frac{y}{L_m}\right) (R-y) dy$$

entegre edilerek,

$$\bar{\tau}_a = \frac{2\rho U_{*}^2 \epsilon^{(n-1)}}{R^2} \left[-\frac{\alpha}{3L_m} (R^3 - \delta^3) + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha R}{L_m} - 1\right) (R^2 - \delta^2) + R(R - \delta) \right]$$

$\delta \ll R$ olduğundan ihmal edilirse,

$$\bar{\tau}_a = \rho U_{*}^2 \epsilon^{(n-1)} \left(\frac{\alpha R}{3L_m} + 1 \right) \quad (5.21)$$

elde edilir. Burada sürtünme hızı (U_{*}), (3.5) bağıntısından, akışkan yataklarda basınç düşüşünü (Δp) veren (4.10) bağıntısı yerleştirilmek suretiyle,

$$U_{*} = \left[\frac{R}{2} g (\gamma_s - 1) (1 - \epsilon) \right]^{1/2} \quad (5.22)$$

şeklinde yazılır. (5.4) karakteristik uzunluk bağıntısı ve (5.22) bağıntısı, (5.21) de yerleştirilirse,

$$\bar{\tau}_a = \rho \epsilon^{(n-1)} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \alpha_{KR}^{1/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} U_o (1-\epsilon)^{1/2} + \frac{R}{2} g (\gamma_s - 1) (1-\epsilon) \right] \quad (5.23)$$

bulunur.

Optimum gözeneklilik (ϵ_{opt}), kayma gerilmesinin ($\bar{\tau}_a$) maksimum değerine karşı geldiğinden, $\bar{\tau}_a$ 'nın ϵ 'a göre türevi alınır, (5.23) den,

$$\frac{\partial \bar{\tau}_a}{\partial \epsilon} = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\rho \epsilon^{(n-1)} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \alpha_{KR}^{1/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} U_o (1-\epsilon)^{1/2} + \frac{R}{2} g (\gamma_s - 1) (1-\epsilon) \right] \right]$$

veya

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\tau}_a}{\partial \epsilon} = & \rho \epsilon^{(n-2)} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \alpha_{KR}^{1/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} U_o (n-1) (1-\epsilon)^{1/2} \right. \\ & - \frac{\sqrt{2}}{6} \alpha_{KR}^{1/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} U_o \frac{\epsilon}{(1-\epsilon)^{1/2}} \\ & \left. + \frac{R}{2} g (\gamma_s - 1) n (1-\epsilon) - \frac{R}{2} g (\gamma_s - 1) \right] \quad (5.24) \end{aligned}$$

ifadesi yazılır. ϵ_{opt} , $\partial \bar{\tau}_a / \partial \epsilon = 0$ denkleminde tatonman

(deneme-yanılma) yoluyla veya grafik olarak hesaplanabilir.

Tanecikli filtrelerde hız gradyanı ($\bar{G}_a$) ise, (3.13) bağıntısında, U_x sürtünme hızının (5.22) deki ifadesi yerleştirilerek,

$$\bar{G}_a = \frac{2 \sqrt{2}}{KR} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1 - \epsilon)^{1/2} \left[\ln \frac{R^{3/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1 - \epsilon)^{1/2}}{5 \sqrt{2} v^2} - 1 + \frac{5 \sqrt{2} v^2}{R^{3/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1 - \epsilon)^{1/2}} \right] \quad (5.25)$$

şeklinde elde edilir.

Diğer taraftan (2.36) bağıntısında türbülansın harcanan güce katkısını belirten C katsayısına ait tanecikli filtrelerde geçerli olacak ortalama bir değer belirtmek için, hız gradyanını başka bir bağıntıdan (5.25) ortalama olarak belirtmek gerekmektedir. Bu bakımdan, aritmetik ortalamalı hız gradyanını $\bar{G}_a$ formunda aldığımız takdirde, C katsayısını da $\bar{C}_a$ şeklinde tanımlayabiliriz, O halde (2.36) bağıntısı,

$$G_T = \left[\frac{P_v}{\mu(1+C)} \right]^{1/2}$$

olup, C katsayısı çekilirse,

$$C = \frac{P_v}{\mu G_T^2} - 1 \quad (5.26)$$

ve $P_v = \tau \frac{d\bar{u}}{dy} = \tau G_T$ olacağından, (5.26) da yerleştirilirse,

$$C = \frac{\tau}{\mu G_T} - 1 \quad (5.27)$$

yazılır. Yukarda bahsedildiği gibi aritmetik ortalamalarla çalışılması halinde (5.27) bağıntısı,

$$\bar{C}_a = \frac{\bar{\tau}_a}{\mu \bar{G}_a} - 1 \quad (5.28)$$

olur. (5.23) ve (5.25), (5.28) eşitliğinde yerleştirilerek,

$$\bar{C}_a = \frac{KRE^{(n-1)} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \alpha K U_o + \frac{R^{1/2}}{2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1 - \epsilon)^{1/2} \right]}{2\sqrt{2}\nu \left[L_n \frac{R^{3/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1 - \epsilon)^{1/2}}{5\sqrt{2}\nu} - 1 + \frac{5\sqrt{2}\nu}{R^{3/2} g^{1/2} (\gamma_s - 1)^{1/2} (1 - \epsilon)^{1/2}} \right]} - 1 \quad (5.29)$$

şeklinde elde edilir.

5.3. Akışkanlaşmış Filtre Yatağına Ait Sayısal Uygulama

1) Kolon çapı $D = 6$ in (15,24 cm) olan Amerikan antrasitli bir filtrenin 25°C de su ile çeşitli debilerde genleşmesi yapılmaktadır. Akışkan yatağa ait değerler aşağıda verilmektedir (Tablo 4,1 den) (17) :

ABD Standard elek no.ları: 7 (2,83 mm)/8 (2,38 mm)

Tanecik özgül kütlesi : $\rho_s = 1,73 \text{ g/cm}^3$

Sabit yatak gözenekliliği: $\epsilon_s = 0,587$

Eşdeğer tanecik çapı : $d_{eş} = 2,826 \text{ mm}$

Dinamik şekil faktörü : $DSF = 0,188$

Akışkanın viskozitesi : $\mu = 0,009 \text{ g/(cm. sn) (poise)}$

Sayısal Uygulama :

1^o) $d_{eş}$ çaplı küresel bir tanecik için U_k küresel taneciğin çökelme hızının bulunması için (4.33) denkleminde,

$$C_D Re_k^2 = \frac{4}{3} \frac{d^3}{2} \rho (\rho_s - \rho) g$$

$$= \frac{4}{3} \frac{(0,2826)^3}{(0,009)^2} 1 (1,73-1)981 = 2,7.10^5$$

küreler için C_D ve Re_k arasındaki ampirik bağıntıdan (Tablo 4.2) $Re_k = 729$ ve buradan $U_k = 23,2 \text{ cm/sn}$ olduğu hesaplanır, $C_D = 0,495$ dir.

2^o) Antrasit tanecikleri için DSF dinamik şekil faktörü yardımıyla (4,24) den küresel olmayan taneciğin çökelme hızı U_o ,

$$U_o = U_k (DSF)^{0,5} = 23,2 \cdot (0,188)^{0,5} = 10,1 \text{ cm/sn}$$

3°) (4.36) dan durdurma hızı U_i ,

$$U_i = U_o \cdot 0,90 (DSF)^{-0,262} = 10,1 \cdot 0,90 \cdot (0,188)^{-0,262} = 14,1 \text{ cm/sn}$$

4°) (4.20) den tanecik çökelme Reynolds sayısı Re_o ,

$$Re_o = \frac{\rho U_o d}{\mu} = \frac{1 \cdot 10,1 \cdot 0,2826}{0,009} = 316 \text{ (sistem için sabittir)}$$

$200 < Re_o < 503$ olup (4.29) den yatak genişleme katsayısı n ,

$$n = 4,45 Re_o^{-0,1} DSF^{(-0,65 + 0,09 \ln Re_o)}$$

$$n = 4,45 (316)^{-0,1} (0,188)^{(-0,65 + 0,09 \ln 316)} = 3,12$$

(Sistem için sabittir)

5°) Tanecik için Galile sayısı Ga_d ,

$$Ga_d = \frac{\rho d^3 (\rho_s - \rho) g}{\mu^2} = \frac{1 (0,2826)^3 (1,73 - 1) 981}{(0,009)^2} = 2 \cdot 10^5 \text{ (Sistem için sabittir)}$$

6°) Herhangibir verilen yukarı akış hızı (ortalama fiktif hız) U için (4.14) den, ϵ yatak gözenekliliği ve (4.12) den L yatak yüksekliği hesaplanabilir. Sabit yatak gözenekliliği

$\epsilon_s = 0,587$ olup, sabit yatak yüksekliği L_s ise, yatak içindeki tanecik sayısına göre değişeceğinden, örnek olarak $L_s = 50$ cm alınır ve $U = 3$ cm/sn seçilirse, akışkan yatak gözenekliliği,

$$\epsilon = \left(\frac{U}{U_i} \right)^{1/n} = \left(\frac{3}{14,1} \right)^{0,32} = 0,609$$

yatak yüksekliği,

$$L = L_s \frac{(1-\epsilon_s)}{(1-\epsilon)} = 50 \frac{(1-0,587)}{(1-0,609)} = 53 \text{ cm.}$$

bulunur. Ayrıca minimum akışkanlık hızında gözeneklilik $\epsilon_{mf} \geq \epsilon_s$ olmaktadır; buna göre (4.14) den,

$$U_{mf} \geq U_i \epsilon_s^n = 14,1 \cdot (0,587)^{3,12} = 2,67 \text{ cm/sn}$$

olacaktır.

7^o) Akışkan yataktaki yük kaybı (Δh), (4.11) den,

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho g} = (\gamma_s - 1)(1-\epsilon)L = (1,73-1)(1-0,609) 53 = 15 \text{ cms}$$

olup, yatak genişlemesi arttıkça sabit kalacaktır.

8^o) (4.36) dan,

$$\alpha_1 = \frac{U_i}{U_o} = \frac{14,1}{10,1} = 1,4$$

ve (5.8) den $\alpha_2 = 7$ alınır. Buna göre, akışkan yatak ve **tanecik-**lerin hareketlerini karakterize eden α katsayısı (5.19) dan,

$$\alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2 = 1,4 \cdot 7 = 9,8$$

bulunur.

9^o) (5.23) den hidrodinamik kayma gerilmesi,

$$\bar{\tau}_a = 1 \cdot \epsilon^{2,12} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \cdot 9,8 \cdot 0,4 \cdot 7,62^{1/2} \cdot 981^{1/2} \cdot (1,73-1)^{1/2} \cdot 10,1(1-\epsilon)^{1/2} \right. \\ \left. + \frac{7,62}{2} \cdot 981 \cdot (1,73-1) (1-\epsilon) \right]$$

$$\bar{\tau}_a = \epsilon^{2,12} \left[1,37 \cdot 10^3 (1-\epsilon)^{1/2} + 2,73 \cdot 10^3 (1-\epsilon) \right]$$

şeklinde yazılarak ϵ' 'a göre hesaplanır.

$\epsilon_{opt}, \frac{\partial \bar{\tau}_a}{\partial \epsilon} = 0$ denkleminde deneme-yanılma yöntemiyle hesaplanır; (5.24) den

$$\frac{\partial \bar{\tau}_a}{\partial \epsilon} = 1 \cdot \epsilon^{1,12} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \cdot 9,8 \cdot 0,4 \cdot 7,62^{1/2} \cdot 981^{1/2} \cdot (1,73-1)^{1/2} \cdot 10,1 \cdot \right. \\ \left. (3 \cdot 12 - 1)(1-\epsilon)^{1/2} \right]$$

$$- \frac{\sqrt{2}}{6} \cdot 9,8 \cdot 0,4 \cdot 7,62^{1/2} \cdot 981^{1/2} \cdot (1,73-1)^{1/2} \cdot 10,1 \cdot \epsilon / (1-\epsilon)^{1/2}$$

$$+ \frac{7,62}{2} . 981 . (1,73-1) . 3,12 . (1-\epsilon) - \frac{7,62}{2} . 981 . (1,73-1)]$$

$$\frac{\partial \bar{\tau}_a}{\partial \epsilon} = \epsilon^{1,12} [2,91 \cdot 10^3 (1-\epsilon)^{1/2} - 6,87 \cdot 10^2 \frac{\epsilon}{(1-\epsilon)^{1/2}} + 8,51 \cdot 10^3 (1-\epsilon)^{-2} - 73 \cdot 10^3] = 0$$

buradan hesaplanan ϵ_{opt} için τ_a maksimum olur.

10^o) (5.25) den hız gradyanı,

$$\bar{G}_a = \frac{2 \sqrt{2}}{0,4 \cdot 7,62^{1/2}} \cdot 981^{1/2} \cdot (1,73-1)^{1/2} \cdot (1-\epsilon)^{1/2}.$$

$$\left[\ln \frac{7,62^{3/2} \cdot 981^{1/2} \cdot (1,73-1)^{1/2} \cdot (1-\epsilon)^{1/2}}{5\sqrt{2} \cdot (0,009)^2} - 1 + \frac{5\sqrt{2} \cdot (0,009)^2}{7,62^{3/2} \cdot 981^{1/2} \cdot (1,73-1)^{1/2} \cdot (1-\epsilon)^{1/2}} \right]$$

$$\bar{G}_a = 68,5(1-\epsilon)^{1/2} \left[\ln 8,85 \cdot 10^3 (1-\epsilon)^{1/2} - 1 + \frac{1,13 \cdot 10^{-4}}{(1-\epsilon)^{1/2}} \right]$$

yazılarak ϵ 'a göre hesaplanır.

11^o) (5.27) den türbülansın harcanan güce katkısını belirten katsayı,

$$\bar{C}_a = \frac{\bar{\tau}_a}{\mu \bar{G}_a} - 1$$

olup, 9°) dan $\bar{\tau}_a$, 10°) dan $\bar{G}_a$ hesaplanarak, yukardaki bağıntıdan $\bar{C}_a$ bulunur. Türbülansın şiddetinin incelenmesi için, ayrıca $\bar{C}_a/U$ oranının teşkil edilmesinde yarar vardır.

Tablo 5.1 Amerikan Antrasitli Filtre Yatağına Ait Sayısal Uygulama Sonuçları

U (cm/sn)	ϵ	L (cm)	$\bar{\tau}_a$ (dyn/cm)	ϵ_{opt}	$\bar{G}_a$ (l/sn)	$\bar{C}_a$	$\bar{C}_a/U$ (sn/cm)
3	0,609	53	675	0,74	326	226	75
4	0,668	62	721		297	269	67
4,5	0,694	68	736		284	286	64
5	0,718	73	742		271	303	60
6	0,761	86	742		247	332	55
7	0,800	103	723		223	359	51
8	0,835	125	687		200	375	47
9	0,867	155	638		177	399	44

- 2) Amerikan kumlu filtre yatağına ait değerler (Tablo 4.1) den :

ABD Standard elek no.ları: 14 (1,41 mm)/16(1,19mm)

Tanecik özgül kütlesi : $\rho_s = 2,65 \text{ g/cm}^3$

Sabit yatak gözenekliliği: $\epsilon_s = 0,465$

Eşdeğer tanecik çapı : $d_{es} = 1,463 \text{ mm}$

Dinamik şekil faktörü : $DSF = 0,524$

Akışkanın viskozitesi : $\mu = 0,009 \text{ g/(cm.sn)(poise)}$

Sayısal Uygulama:

- 1^o) Eşdeğer hacımlı küresel taneciklerin çökelme hızı:
 $U_k = 22,3 \text{ cm/sn}$
- 2^o) Taneciklerin çökelme hızı: $U_o = 16,2 \text{ cm/sn}$
- 3^o) Durdurma hızı : $U_i = 17,2 \text{ cm/sn}$
- 4^o) Tanecik çökelme Reynold sayısı: $Re_o = 263, (n = 2,8)$
- 5^o) Tanecik Galile sayısı: $Ga_d = 62,6$
- 6^o) Tablo 5.2 de, ϵ ve L değerleri verilmiştir.
($U_{mf} \geq 2 \text{ cm/sn}$ dir)
- 7^o) Akışkan yataktaki yük kaybı: $\Delta h = 44 \text{ cmss}$
- 8^o) Akışkan yatak ve tanecikler için $\alpha = 1,006.7 = 7,04$
- 9^o) Tablo 5.2 de $\bar{\tau}_a$ ve ϵ_{opt} değerleri verilmiştir.
- 10^o) Tablo 5.2 de $\bar{G}_a$ değerleri verilmiştir.
- 11^o) Tablo 5.2 de $\bar{C}_a$ ve $\bar{C}_a/U$ değerleri verilmiştir.

Tablo 5.2 Amerikan Kumlu Filtre
Yatağına Ait Sayısal
Uygulama Sonuçları

U (cm/sn)	ε	L (cm)	$\bar{\tau}_a$ (dyn/cm)	ε_{opt}	$\bar{G}_a$ (1/sn)	$\bar{C}_a$	$\bar{C}_a/U$ (sn/cm)
3	0,536	58	1501	0,70	590	282	94
4	0,594	66	1624		528	341	85
5	0,643	75	1691		491	379	76
6	0,686	85	1714		457	416	69
6,5	0,706	91	1715		440	432	66
7	0,725	97	1710		424	447	64
8	0,761	112	1673		392	473	59
9	0,793	129	1615		361	496	55
10	0,824	152	1529		330	514	51

3) Amerikan kumlu filtre yatağına ait değerler
(Tablo 4.1 den):

ABD Standard elek no.ları: 30 (0,59mm)/35 (0,50mm)

Tanecik özgül kütlesi: $\rho_s = 2,65 \text{ g/cm}^3$

Sabit yatak gözenekliliği: $\varepsilon_s = 0,468$

Eşdeğer tanecik çapı: $d_{eş} = 0,598 \text{ mm}$

Dinamik şekil faktörü: $DSF = 0,680$

Akışkanın viskozitesi $\mu = 0,009 \text{ g/(cm.sn)}(\text{poise})$

Sayısal Uygulama:

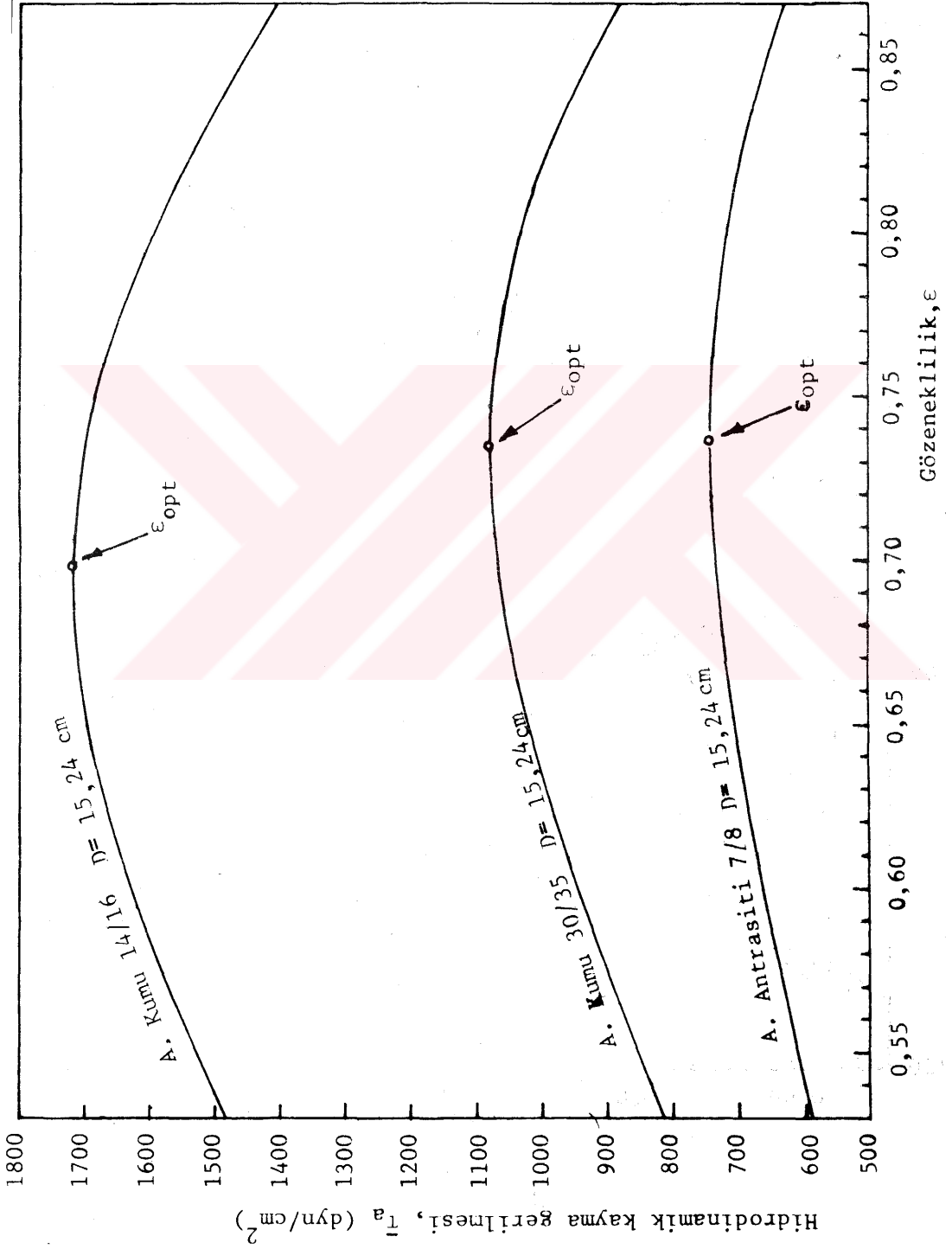
- 1^o) Eşdeğer hacimli küresel taneciklerin çökelme hızı:
 $U_k = 9,9 \text{ cm/sn}$
- 2^o) Taneciklerin çökelme hızı: $U_o = 8,2 \text{ cm/sn}$
- 3^o) Durdurma hızı: $U_i = 8,1 \text{ cm/sn}$
- 4^o) Tanecik çökelme Reynolds sayısı: $Re_o = 54,2, (n=3,39)$
- 5^o) Tanecik Galile sayısı: $G_{ad} = 4273$
- 6^o) Tablo 5.3 de, ϵ ve L değerleri verilmiştir
($U_{mf} \geq 0,62 \text{ cm/sn}$)
- 7^o) Akışkan yataktaki yük kaybı: $\Delta h = 44 \text{ cmss}$
- 8^o) Akışkan yatak ve tanecikler için $\alpha = 0,988.7 = 6,92$
- 9^o) Tablo 5.3 de $\bar{\tau}_a$ ve ϵ_{opt} değerleri verilmiştir.
- 10^o) Tablo 5.3 de $\bar{G}_a$ değerleri verilmiştir.
- 11^o) Tablo 5.3 de $\bar{C}_a$ ve $\bar{C}_a/U$ değerleri verilmiştir.

Tablo 5.3 Amerikan Kumlu Filtre
Yatağına Ait Sayısal
Uygulama Sonuçları

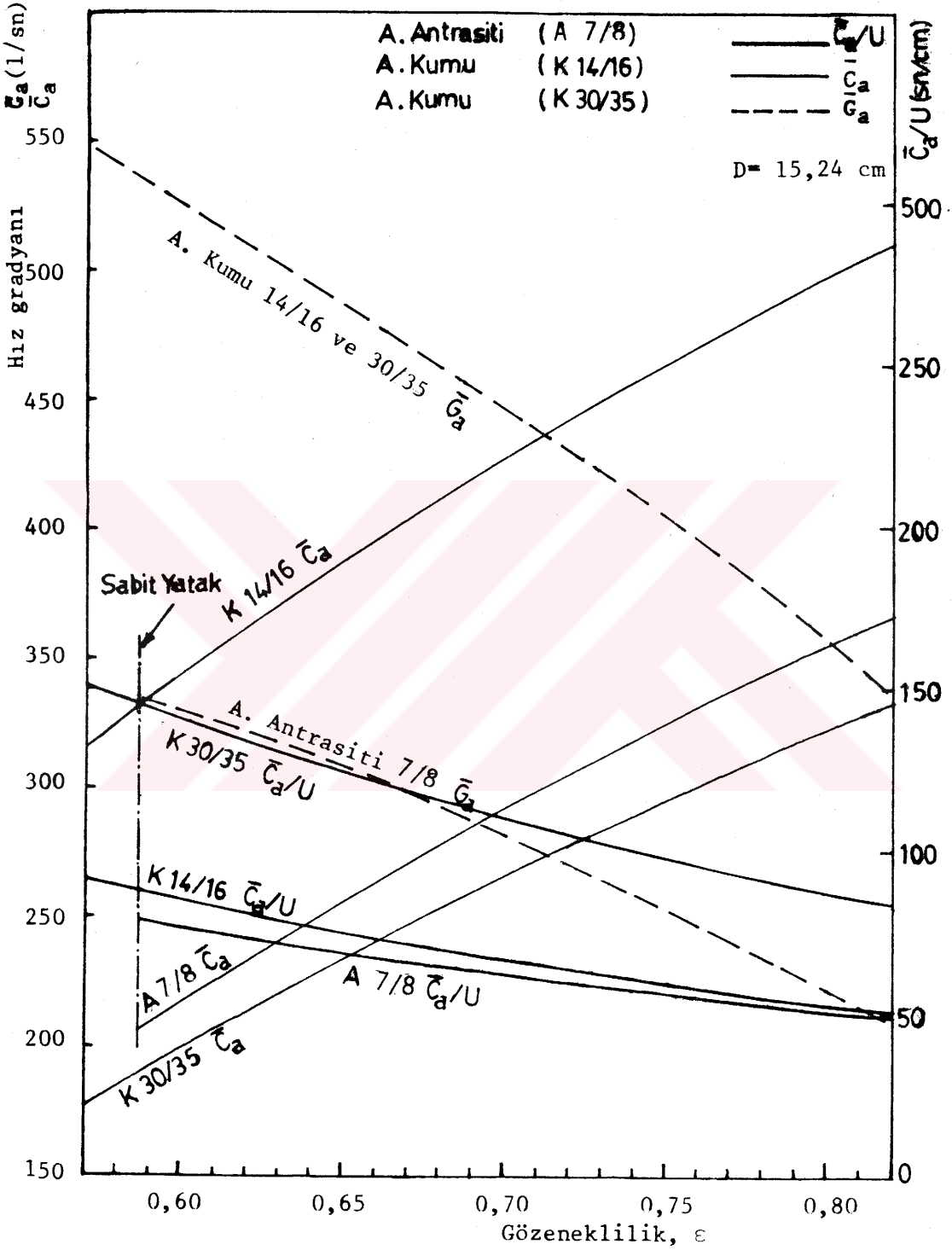
U (cm/sn)	ϵ	L (cm)	$\bar{\tau}_a$ (dyn/cm)	ϵ_{opt}	$\bar{G}_a$ (l/sn)	$\bar{C}_a$	$\bar{C}_a/U$ (sn/cm)
1	0,539	58	833	0,74	567	162	162
1,5	0,608	68	962		518	205	137
2	0,661	79	1036		477	240	120
2,5	0,707	91	1070		439	270	108
2,75	0,727	97	1077		422	282	103
3	0,746	105	1074		405	293	98
4	0,812	142	1020		342	330	83
5	0,867	200	892		281	352	70

Tablo 5.1, 5.2 ve 5.3 de verilen sonuçlar, Şekil 5.1 ve Şekil 5.2 de grafik olarak çizilmiştir.

Şekil 5.1 de, $\bar{\tau}$ hidrodinamik kayma gerilmesinin değişiminden veya $\partial \bar{\tau} / \partial \epsilon$ değişiminden deneme-yanılma yoluyla hesaplanan ϵ_{opt} değerlerinden (Tablo 5.1, 5.2, 5.3) anlaşılacağı gibi, $\bar{\tau}_a$ 'yı maksimum yapan, ϵ_{opt} optimum gözeneklilik değerleri 0,69-0,74 arasında olmaktadır. Ayrıca $(\bar{\tau}_a - \epsilon)$ grafiğinde maksimum değer nispeten düz değişmektedir. Bu sonuçlar, Amirtharajah' ın (3) sonuçlarıyla uygunluk sağlamaktadır.

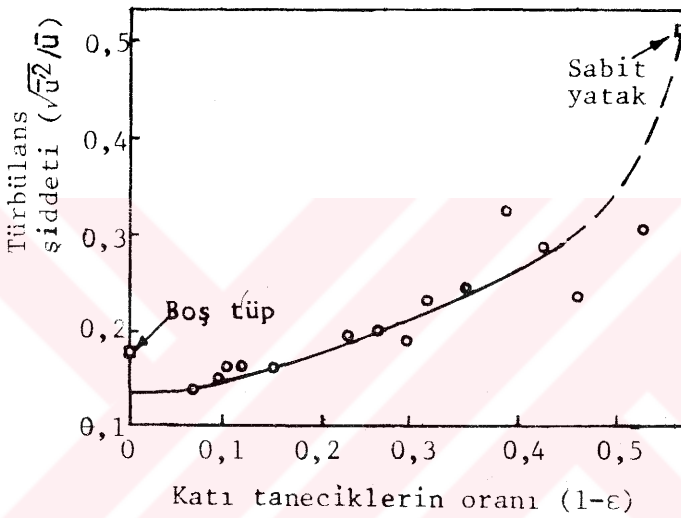


Şekil 5.1.



Şekil 5.2.

Hanratty ve arkadaşları (24), akışkan yataklara ait deneylerinde $U/\bar{u} \approx 1$ kabul ederek (U , ortalama fiktif hız, $\bar{u}$, bir noktadaki akım hızı), ϵ yatak gözenekliliğinin artmasıyla birlikte veya katı taneciklerin oranının azalmasıyla türbülans şiddetinin ($\sqrt{u_2'^2}/\bar{u}$) azaldığını göstermişlerdir (Şekil 5.3).



Şekil 5.3

Akışkanlaşmış filtre yatağında ise, yatağın genişlererek gözenekliliğin artmasıyla birlikte $\bar{C}_a$ hız gradyanı azalmakta, $\bar{C}_a$ türbülansın harcanan güce katkısını belirten katsayı artmakta, buna mukabil $\bar{C}_a/U$ oranı azalmaktadır (Şekil 5.2). Bu da Hanratty ve arkadaşlarının sonuçlarıyla uygunluk sağlamaktadır.

B Ö L Ü M VI

DENEYSEL ÇALIŞMALAR

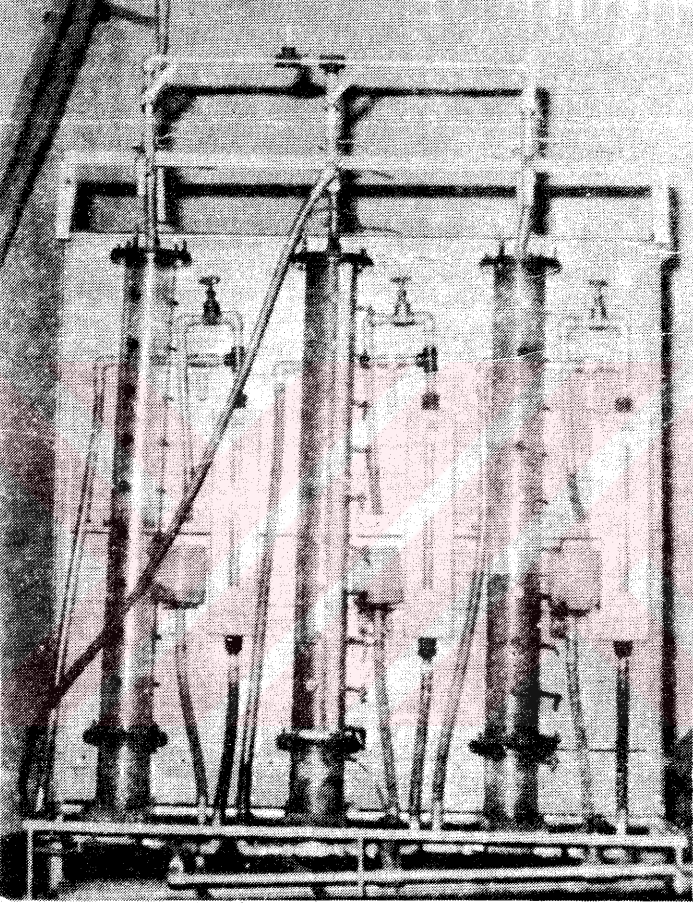
6.1. Giriş

Deneyisel çalışmalar, teorik olarak elde edilen hidrodinamik kayma gerilmesi yardımıyla hesaplanan optimum gözenekliliğin doğruluğunu ortaya koymak amacıyla yapılmıştır. Bu bölümde, deney düzeni ve araçları ile deneyin yapılışı ele alınmış ve deney sonuçları değerlendirilmiştir.

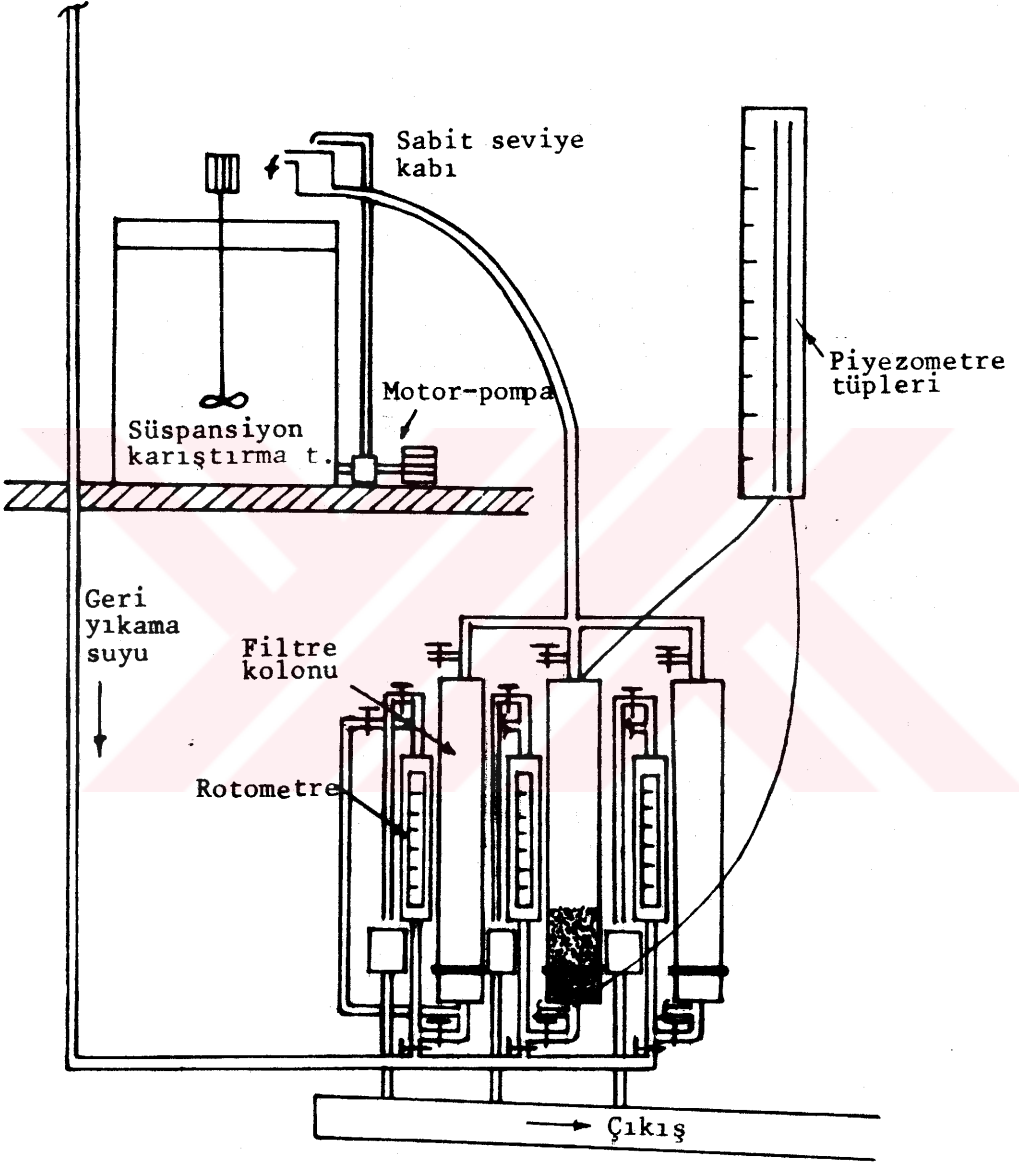
Deneyler, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Çevre Mühendisliği Bölümü laboratuvarında yapılmıştır.

6.2. Deney Düzeni ve Araçlar

Deneylerde içinde filtre kumu bulunan 10 cm. çapında 100 cm. yüksekliğinde plexyglass filtre kullanılmıştır. Filtrenin altında, 1 mm çapında 296 deliği olan plexyglass levha ile onun altındaki bölmede yıkama suyunun uniform dağılmasını sağlamak amacıyla plastik küreler kullanılmıştır. Filtre kolonuna giren ve çıkan suyun basıncını ölçmek üzere kolonların alt ve üst tarafına piyezometre tüpleri bağlanmıştır. Filtrasyon süresince sistemdeki musluklardan numune alınabilir. Sistemde süspansiyon hazırlamak için bir tank ve aksesuarları ile



Resim 6.1



Şekil 6.1.

sabit seviye kabı bulunmaktadır. Filtreden geçen suyun ve geri yıkama suyunun debisi rotametrelerle ölçülmektedir. Deney düzeni Resim 6.1 ve Şekil 6.1 de görülmektedir.

Filtre ortamında tipik granüler filtre kumundan hazırlanmış üniform kum kullanılmıştır. Kum ortalama çapı, ABD standard elek No. 30 (0,59 mm) ve 35(0,50mm)'e göre yaklaşık 0,545 mm dir. Kum statik derinliği $L_s = 20$ cm dir.

Deneylerde süspansiyon madde hazırlanması için kullanılan su deposu 340 lt hacminindedir. Süspansiyonun hazırlanmasında musluk suyu ve kil kullanılmış; yumaklaşmayı temin için içersine $FeCl_3$ tuzu ilave edilmiştir. Depoya yerleştirilen yavaş karıştırıcı süspansiyonun çökmesini önlemektedir. Deponun yanında bulunan bir pompa vasıtasıyla, süspansiyon, depo üzerindeki sabit seviye kabına basılmaktadır. Sabit seviye kabından taşan süspansiyon depoya geri dönmektedir. Sabit seviye kabı, plastik bir boruyla alt kattaki deney düzeyine bağlanmaktadır (Şekil 6.1).

Deney düzeninde aşağıdaki araç ve malzemeler kullanılmıştır:

1^o) Öğütücü: Kil konsantrasyonunun aynı özellik ve tane büyüklüğünde olması için "FRITSCH, Pulverisette Tip 05 002" marka bir öğütücü kullanılmıştır.

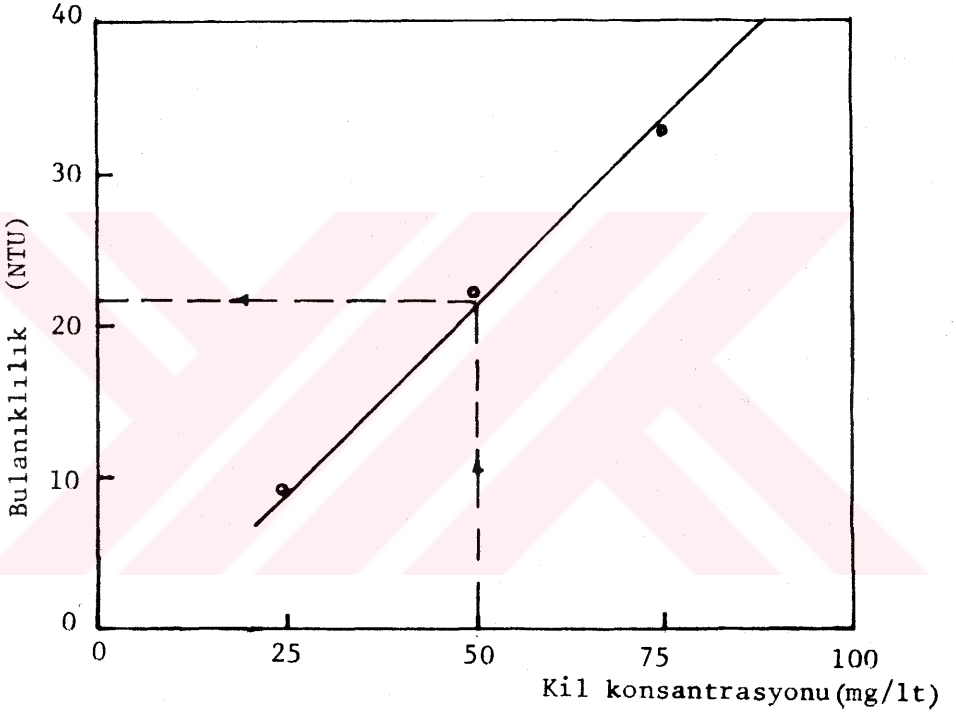
2^o) Türbidimetre: Deneylerde "HACH, 2100A" marka bir türbidimetre kullanılmıştır. Filtrasyon ve geri yıkama süresince belli zaman aralıklarıyla çıkış numuneleri alınarak okuma yapılmış ve neticeler kontrol edilmiştir.

3^o) pH Metre: "Beckman, Expandomatic IV" marka bir pH metre kullanılmıştır.

4^o) Kimyasal Madde ve Kil: Deneylerde süspansiyonda yumaklaşmayı sağlamak üzere 25 mg/lt $FeCl_3$ kullanılmıştır. Süspansiyonu elde etmek için ise 50 mg/lt kil kullanılmıştır. Bu kil, Topser sarı kilidir.

İstenen bulanıklılığı elde etmek üzere Şekil 6.2 deki grafik hazırlanmıştır. Bu grafik, değişik kil konsantrasyonları

için ölçülen bulanıklık değerleriyle elde edilen lineer bir doğru olup, bununla istenen bulanıklılığa karşılık gelen kil miktarı tesbit edilebilir.

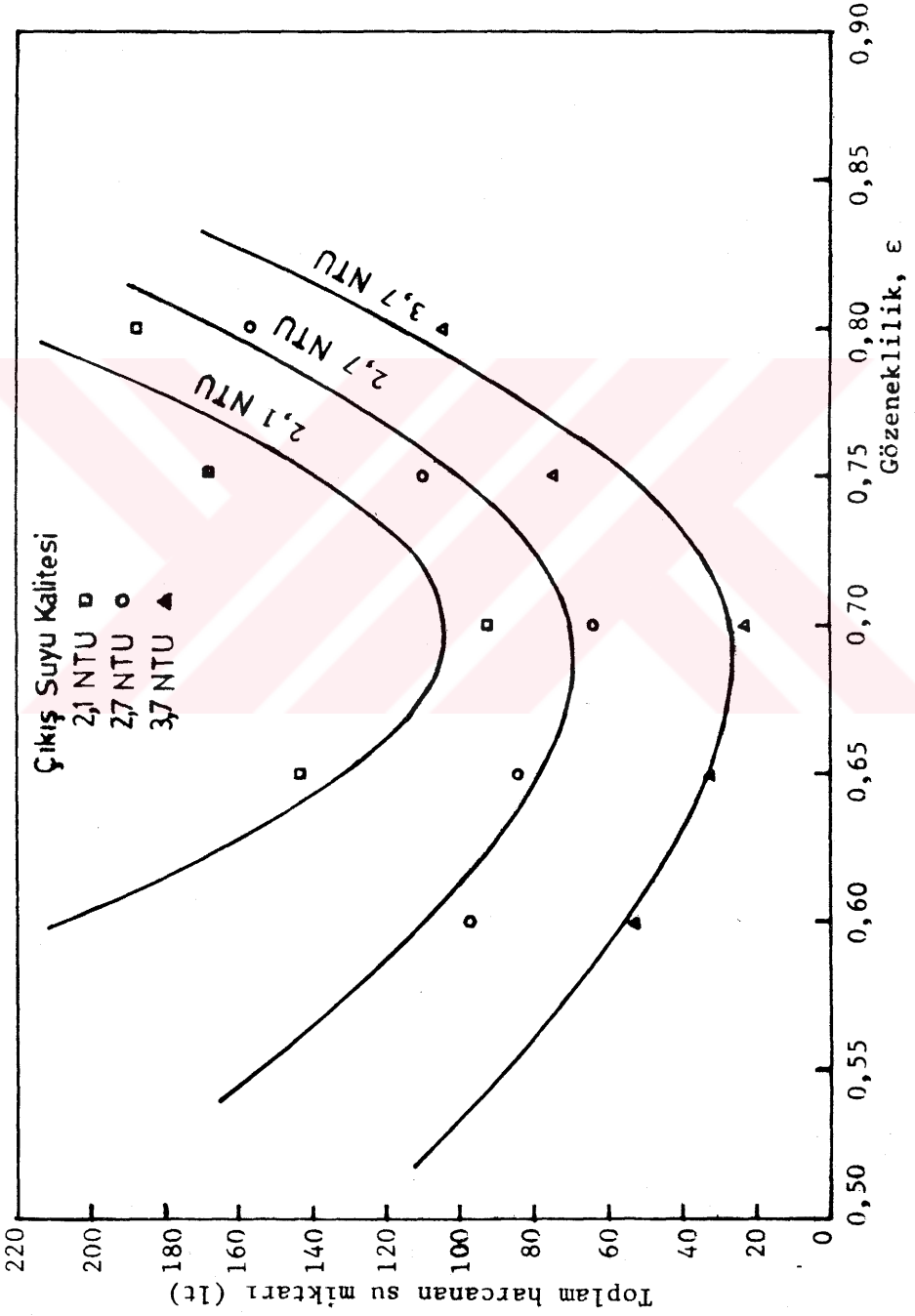


Şekil 6.2

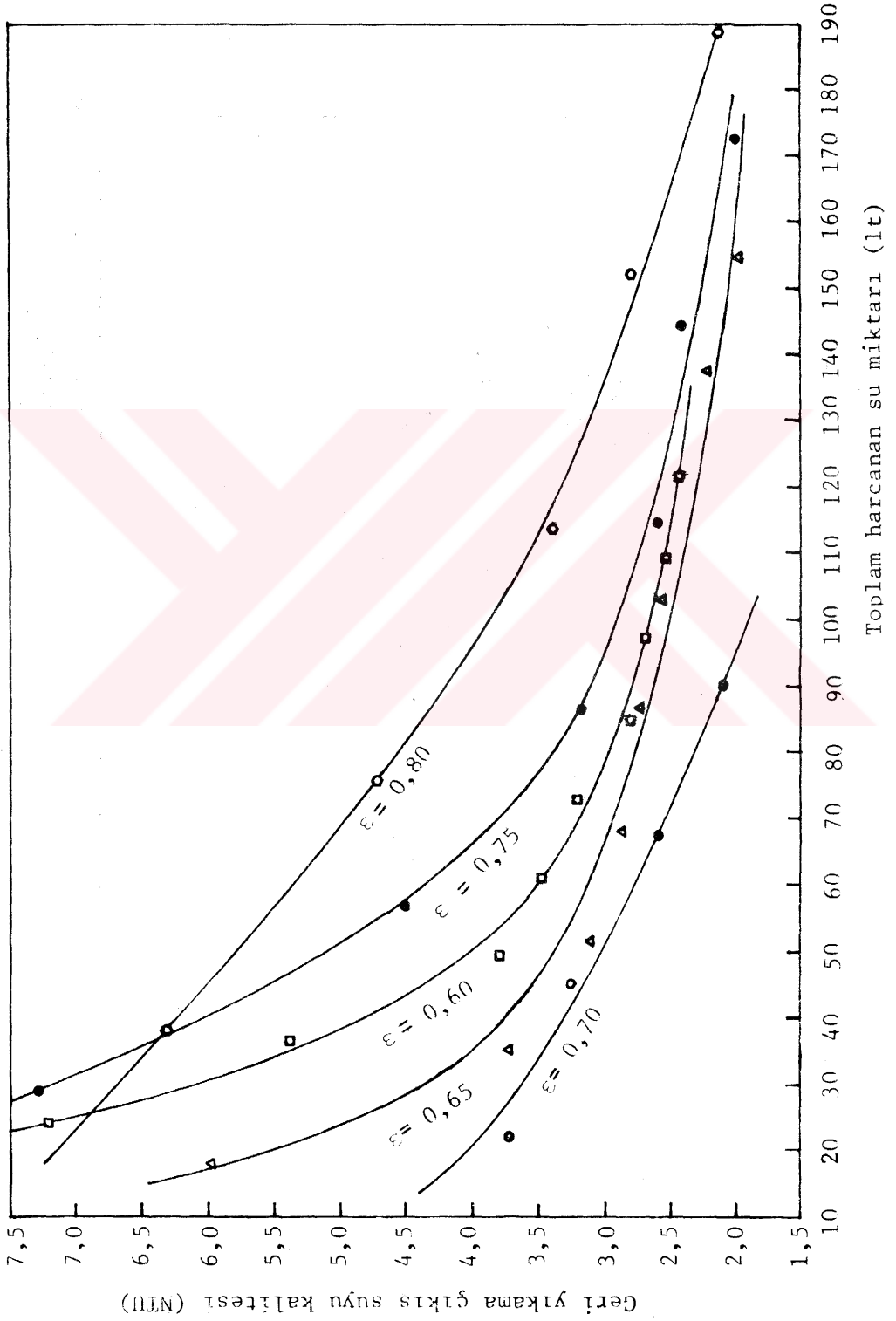
6.3. Deneyin Yapılışı

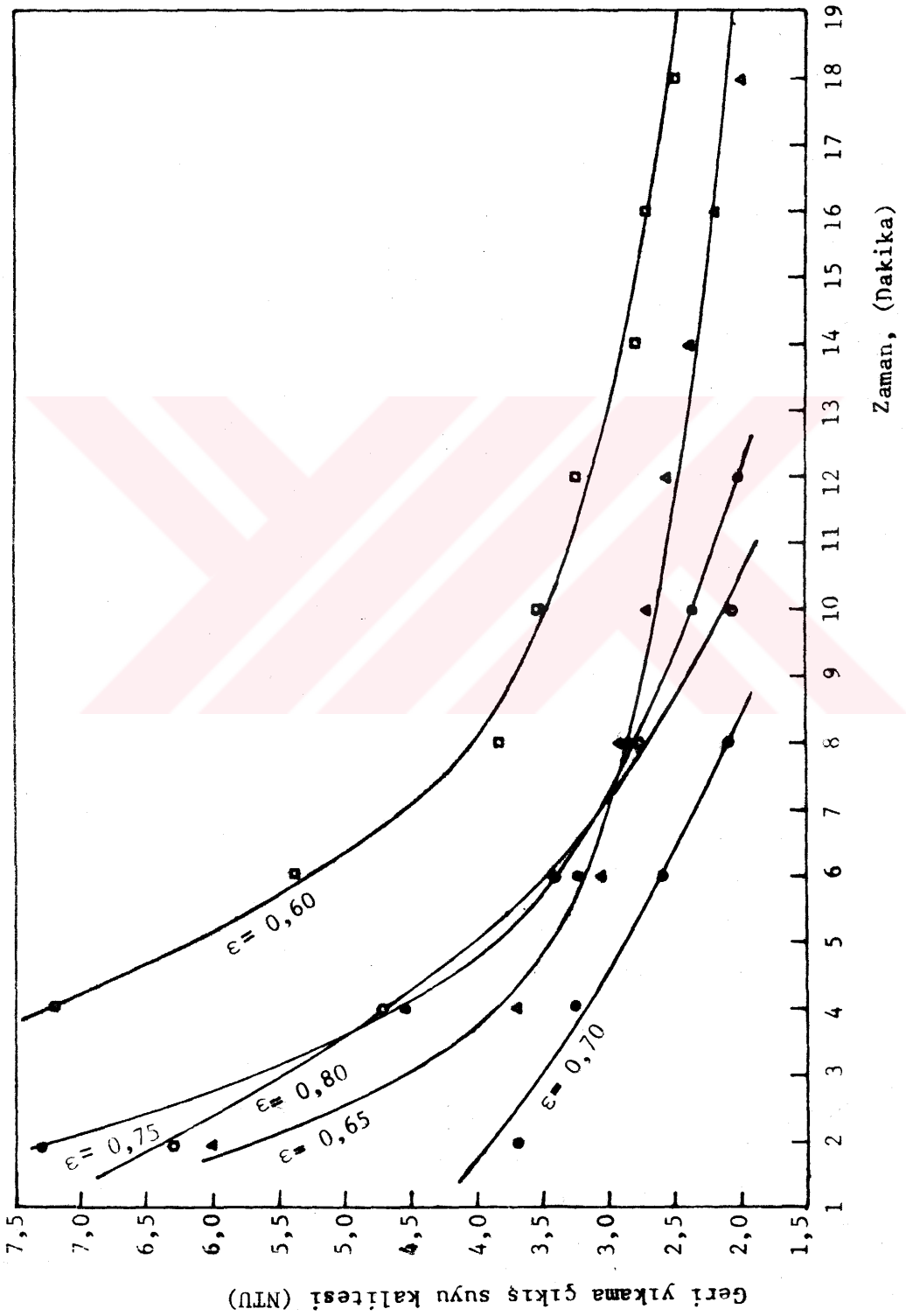
Deneyler, uniform kum kullanılarak plexyglass filtre kolonunda önce filtrasyon, sonra bunu takibeden geri yıkama işlemi şeklinde yapılmıştır.

Filtrasyon ile filtre yatağının kirlenmesi temin edilmektedir. Bu ise, akışkanın giriş ve çıkış kalitelerinin tesbiti yani bulanıklılığın ölçülmesiyle anlaşılmaktadır. Sabit



Şekil 6.3.





Şekil 6.5.

seviye kabından gelen süspansiyon, 23 NTU bulanıklılığında olup, filtrasyon yeterli kirlilik sağlanıncaya kadar devam ettirilmektedir (yaklaşık 3 saat). Sabit seviye kabından gelen süspansiyonun debisi, filtre çıkış borusu üzerine yerleştirilen rotametre yardımıyla ayarlanmaktadır. Yük kaybı ise, piyezometre tüpleri vasıtasıyla ölçülmektedir.

Geri yıkamanın etkinliği, yıkama sırasında kum tanecikleri üzerinde kaplı olan kirli tabakanın ayrılma miktarının analiziyle anlaşılır. Bu analiz, geri yıkama süresince hidrodinamik kesme kuvvetinin önemini ortaya koymakta ve optimum gözenekliliğin tesbitini sağlamaktadır.

Filtrasyon debisi 1,90 lt/dak. ($14,5 \text{ m}^3 / (\text{m}^2 \cdot \text{saat})$) olup, çıkış suyu bulanıklılığı yaklaşık 7 NTU değerine ulaşıncaya kadar çalıştırılmıştır (Ek 1 Tablo). Musluk suyu bulanıklılığı ise 1,5 NTU değerindedir.

Sabit yatak halinde gözeneklilik $\epsilon = 0,468$, yatak yüksekliliği $L_s = 20 \text{ cm}$ dir. Geri yıkama işlemi $\epsilon = 0,60; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80$; gözeneklilik değerleriyle yapılmıştır ($L = 26,6 \text{ cm}; 30,4 \text{ cm}; 35,5 \text{ cm}; 42,6 \text{ cm}; 53,2 \text{ cm}$). Akışkan yatak yük kaybı ise $\Delta h = 0,18 \text{ mss}$ civarındadır.

Geri yıkamanın etkinliğini tesbit etmek için aşağıdaki parametreler kullanılmıştır :

- 1) Harcanan su miktarı,
- 2) Gözeneklilik,
- 3) Geri yıkama çıkış suyu kalitesi
- 4) Zaman (süre)

6.4. Deney ile Teorinin Karşılaştırılması

Filtrasyon çalışmasını takibeden geri yıkama sırasında ve geri yıkama sonunda elde edilen veriler Şekil 6.3; 6.4 ve

6.5 de grafik olarak gösterilmiştir. Şekil 6.3, değişik geri yıkama çıkış suyu kalitesine göre (2,1 NTU; 2,7 NTU; 3,7 NTU), toplam harcanan su miktarının gözeneklilikle değişimini; Şekil 6.4 ve 6.5 ise sırasıyla değişik gözeneklilik değerleri için ($\epsilon = 0,60; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80$), geri yıkama çıkış suyu kalitesinin, toplam harcanan su miktarı ve zamanla (çalışma süresi) değişimini göstermektedir.

Deneysel ve teorik sonuçlar, optimum gözenekliliğin $\epsilon_{opt} = 0,70$ civarında olduğunu göstermektedir. Geri yıkama işlemi üzerindeki en etkin parametre olan $\bar{\tau}_a$ hidrodinamik kayma gerilmesi, akışkanlaşmış filtre yatağı gözenekliliğinin 0,69-0,74 değerleri arasında maksimum olmaktadır (Tablo 5.1, 5.2, 5.3 ve Şekil 5.1). Deneysel çalışmalarda ise, geri yıkama için harcanan toplam su miktarı, yatak gözenekliliğinin 0,68-0,70 değerleri arasında en az miktardadır (Şekil 6.3). Aynı geri yıkama çıkış suyu kalitesi için en az zaman ve en az su harcanması 0,70 gözeneklilik değerinde olmaktadır (Şekil 6.4, 6.5). $\bar{\tau}_a$ eğrisinin maksimumu nispeten yatık olduğundan, maksimum noktadan sapmalar temizlemeyi büyük ölçüde etkilememektedir.

Akışkanlaşmış filtre yatağının genişlererek gözenekliliğinin artması sonucu $\bar{G}_a$ hız gradyanı azalmakta, $\bar{C}_a$ türbülansın harcanan güce katkısını belirten katsayı artmakta, buna karşılık $\bar{C}/U$ oranı azalmaktadır (Tablo 5.1, 5.2, 5.3 ve Şekil 5.2); bununla yatağın genişlemesiyle türbülans şiddetinin azaldığı sonucuna varılabilir (24). $\bar{G}_a$ eğrileri, aynı sistemlerde aynı özgül kütledeki tanecikler hâlinde çakışmaktadır (denk. 5.25, Şekil 5.2).

B Ö L Ü M VII

SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

1- Suların tasfiyesi sebebiyle kirlenen filtrelerin, geri yıkama işlemiyle temizlenmesinde, optimum gözeneklilik (ϵ_{opt}) şartlarının gerçekleşmesi, diğer bir deyişle maksimum kayma gerilmesinin temini gerekmektedir. Teorik ve deneysel sonuçlara göre optimum gözenekliliğin 0,70 civarında olduğu tesbit edilmiştir.

2- Muhtelif araştırmacıların deneysel verileri değerlendirilerek, geri yıkama akımı sırasında akışkanlaştırılmış bir filtre yatağının, laminer ve tam türbülanslı akım rejimleri arasında geçiş rejimi karakteri taşıdığı görülmüştür (Tablo 4.1)

3- Temizleme işleminde en önemli faktör olan hidrodinamik kayma gerilmesi için,

$$\tau = \rho U_{\infty}^2 \left(1 + \alpha \frac{y}{L_m}\right) \epsilon^{(n-1)}$$

elde edilmiştir (5.20). Bu bağıntıda α , akışkan yatak ve tane-ciklerin hareketlerini karakterize eden bir katsayı, L_m karakteristik uzunluk (Monin-Obukhov uzunluğu), ϵ akışkanlaşmış filtre yatağı gözenekliliği ve n yatak genleşme katsayısıdır.

4- Hidrodinamik kayma gerilmesinin, pratik amaçlar için elde edilen aritmetik ortalamalı ifadesinin ($\bar{\tau}_a$) (5.23), çeşitli filtre malzemelerine (kum, antrasit gibi) sayısal uygulanmasıyla çizilen grafikler (Şekil 5.1) ile deneysel sonuçlar (Şekil 6.3) optimum gözeneklilik için Amirtharajah' ın (3) çalışmalarıyla uygunluk sağlamıştır.

5- Türbülanslı akım ortamında bir noktadaki hız gradyanı için

$$G_T = \left[\frac{P_v}{\mu(1+C)} \right]^{1/2}$$

elde edilmiştir (2.36). Burada P_v , birim hacimde toplam harcanan güç, C ise türbülansın harcanan güçteki katkısını belirten bir katsayı olup,

$$C = \text{Sabit} \cdot R_{12}^2 (o) \text{Re}_\lambda^2$$

şeklindedir (2.32). Burada $R_{12}(o)$ ikinci mertebeden hız korelasyon katsayısı, Re_λ türbülans Reynolds sayısıdır (Bölüm II).

6- G_T hız gradyanı ve C katsayısının aritmetik ortalamalı ifadeleri elde edilerek ($\bar{G}_a$ ve $\bar{C}_a$) (5.25 ve 5.29), çeşitli filtre malzemeleri (kum, antrasit gibi) için sayısal uygulanmasıyla çizilen grafiklerde (Şekil 5.2), gözenekliliğin artmasıyla birlikte (yatağın genişlemesiyle) $\bar{G}_a$ ' da bir azalma, $\bar{C}_a$ ' da bir artma, $\bar{C}_a/U$ oranında ise bir azalma görülmüştür. Bu da türbülans şiddetinin azaldığı anlamını taşır ve Hanratty ve arkadaşlarının (24) sonuçlarıyla uyum sağlamaktadır.

7- Aritmetik ortalamalı kayma gerilmesi ($\bar{\tau}_a$) eğrisinin maksimumu nispeten yatık olduğundan, optimum noktadan sapmaların temizlemeyi önemli ölçüde etkilemeyeceği anlaşılmaktadır.

8- Aritmetik ortalamalı hız gradyanı ($\bar{G}_a$) eğrileri aynı sistemlerde aynı yoğunluktaki filtre malzemeleri için çakışmışlardır (Şekil 5.2).



E K L E R

Ek 1. Deney Sonuçları

Gözeneklilik ϵ	Geri Yıkama Debisi (lt/dak.)	Süre (dak)	Harcanan Su Miktarı (lt)	Çıkış Suyu Kalitesi (NTU)
0,60	6,1	4	24,4	7,2
		6	36,6	5,4
		8	48,8	3,8
		10	61	3,5
		12	73,2	3,2
		14	85,4	2,8
		16	97,6	2,7
		18	109,8	2,5
		20	122	2,2
0,65	8,6	2	17,2	6
		4	34,4	3,7
		6	51,6	3,1
		8	68,8	2,9
		10	86	2,7
		12	103,2	2,6
		14	120,4	2,4
		16	137,6	2,2
		18	154,8	2
0,70	11,25	20	172	2
		2	22,5	3,7
		4	45	3,2
		6	67,5	2,6
0,75	14,5	8	90	2,1
		2	29	7,3
		4	58	4,5
		6	87	3,2
		8	116	2,8
		10	145	2,4
0,80	18,9	12	174	2
		2	37,8	6,3
		4	75,6	4,7
		6	113,4	3,4
		8	151,2	2,8
		10	189	2,1

Ek 2.1. Türbülanslı Akımlarda Kinetik Enerji Denkleminin Hesabı

Newton' un ikinci yasası (2.3) bağıntısının iki tarafı u_i ile çarpılırsa, toplama konvansiyonu da kullanılarak,

$$\rho u_i \frac{du_i}{dt} = \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} u_i u_i \right) = \rho u_i f_i + u_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (E2.1)$$

olur. Sıkıştırılamıyan akışkanlar halinde ($\rho = \text{sabit}$), süreklilik denklemi gözönünde tutularak, gerilme tansörü τ_{ij} ise,

$$\tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.7)$$

idi. Bu bağıntı (E2.1) da yerleştirilirse,

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} u_i u_i \right) = \rho u_i f_i - u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + u_i \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

ve düzenlemeyle sağ taraftaki son terim yerine,

$$u_i \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \mu \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

konularak, yukardaki ifade için,

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} u_i u_i \right) = \rho u_i f_i - u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (E2.2)$$

bulunur. Diğer taraftan akışkan sıkıştırılmaz olduğundan,

$$u_j \frac{\partial}{\partial x_j} u_i u_i = \frac{\partial}{\partial x_j} u_j u_i u_i$$

ve

$$u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} p u_i$$

ve ayrıca

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} u_i u_i \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} u_i u_i \right) + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} u_i u_i \right)$$

olduğu gözönüne alınarak (E2.2) denkleminde,

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} u_i u_i \right) = \rho u_i f_i - \frac{\partial}{\partial x_j} u_j \left(p + \frac{1}{2} u_i u_i \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (E2.3)$$

elde edilir.

Türbülanslı akım halinde (E2.3) denkleminde $u_i = \bar{u}_i + u_i'$ ve $p = \bar{p} + p'$ konularak zamana göre ortalama alınır,sa,

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \overline{(\bar{u}_i + u_i')(\bar{u}_i + u_i')} \right] &= \overline{\rho(\bar{u}_i + u_i')\bar{f}_i} \\ &- \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{(\bar{u}_j + u_j') \left[(\bar{p} + p') + \frac{1}{2} (\bar{u}_i + u_i') (\bar{u}_i + u_i') \right]} \\ &+ \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{(\bar{u}_i + u_i') \left[\frac{\partial(\bar{u}_i + u_i')}{\partial x_j} + \frac{\partial(\bar{u}_j + u_j')}{\partial x_i} \right]} \\ &+ \mu \left[\frac{\partial(\bar{u}_i + u_i')}{\partial x_j} + \frac{\partial(\bar{u}_j + u_j')}{\partial x_i} \right] \frac{\partial(\bar{u}_i + u_i')}{\partial x_j} \end{aligned}$$

Sağ taraftaki ikinci terim, $\bar{u}'_i = \bar{u}'_j = 0$, $\overline{u'_i u'_j} \neq 0$ olduğu gözönüne alınarak,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{u}_i \left(\bar{p} + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_i \bar{u}_i \right) + \bar{u}_j \bar{p}' + \rho \bar{u}_j \bar{u}_i u'_i + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_j \bar{u}_i u'_i \right. \\ \left. + u'_j (\bar{p}' + \frac{1}{2} \rho u'_i u'_i) + u'_j \bar{p} + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_i \bar{u}_i u'_j + \rho \bar{u}_i u'_i u'_j \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_j (\bar{p} + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_i \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j (p' + \frac{1}{2} \rho u'_i u'_i)} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \overline{u'_i u'_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_j \overline{u'_i u'_i}$$

olacağından, yukardaki bağıntı,

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} (\frac{1}{2} \bar{u}_i \bar{u}_i) + \rho \frac{\partial}{\partial t} (\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}) &= - \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_j (\bar{p} + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_i \bar{u}_i) + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i (\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}) \\ &\quad - \mu (\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j (p' + \frac{1}{2} \rho u'_i u'_i)} \\ &\quad - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \overline{u'_i u'_j} - \frac{1}{2} \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_j \overline{u'_i u'_i} \\ &\quad + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i (\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i})} - \mu (\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}) \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (E2.4)$$

şeklinde elde edilir. Burada sağ taraftaki beşinci terim,

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \overline{u'_i u'_j} = \rho \bar{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} + \rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

olarak açılabilir.

Ek 2.2. Türbülanslı Akımda Hareket Denkleminin Hesabı

Newton' un ikinci yasası, toplama konvansiyonu da kullanılarak

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

alınarak, sıkıştırılamıyan akışkanlar halinde gerilme tansörü (2.7) yerleştirilirse,

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (E2.5)$$

bulunur. Türbülanslı akım halinde $u = \bar{u}_i + u'_i$ ve $p = \bar{p} + p'$ konularak, zamansal ortalama alınırsa,

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial (\bar{u}_i + u'_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j + u'_j) \frac{\partial (\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j} \right] &= \rho \bar{f}_i - \frac{\partial (\bar{p} + p')}{\partial x_i} \\ &+ \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial (\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial (\bar{u}_j + u'_j)}{\partial x_i} \right] \end{aligned}$$

sol taraftaki ikinci terim,

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \overline{\bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} + \overline{u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}} + \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} = \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}$$

olduğuna göre,

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) = \rho \bar{f}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)$$

elde edilir. Burada sol taraftaki üçüncü terim $\overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j})$ şeklinde sağ tarafa alınır ve sağ taraftaki üçüncü terimin süreklilikten $\partial^2 \bar{u}_j / (\partial x_i \partial x_j) = 0$ olacağı gözönünde tutulursa, yukardaki bağıntı,

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = \rho \bar{f}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_i u'_j} \right) \quad (E2.6)$$

şeklinde bulunur.

Ek 2.3. Türbülanslı Akımda Ortalama Akımın Kinetik Enerjisinin Hesabı

(E2.6) Hareket denkleminin iki tarafı $\bar{u}_i$ ile çarpılırsa,

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \bar{u}_i \bar{u}_i \right) = \rho \bar{u}_i \bar{f}_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_j \left(\bar{p} + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_i \bar{u}_i \right) + \mu \bar{u}_i \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \bar{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} \rho \overline{u'_i u'_j} \quad (E2.7)$$

bulunur. Burada sağ taraftaki üçüncü terim, süreklilik denklemi (E2.7) de gözönünde tutularak,

$$\mu \bar{u}_i \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} = \mu \bar{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

ve ayrıca,

$$\mu \bar{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

yazabileceğine göre, yukardaki (E2.7) ifadesinde yerleştirilirse,

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \bar{u}_i \bar{u}_i \right) = \rho \bar{u}_i \bar{f}_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_j \left(\bar{p} + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_i \bar{u}_i \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \bar{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} \rho \overline{u'_i u'_j} \quad (E2.8)$$

elde edilir.

Ek.2.4. Çalkantı Bileşenlerinin Kinetik Enerji Denklemi

(E2.8) bağıntısı, (E2.4) bağıntısından çıkarılırsa,

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right) = & - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j \left(p' + \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right)} - \rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ & + \rho \bar{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} - \frac{1}{2} \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_j u'_i u'_i} \\ & + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} - \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (E2.9)$$

elde edilir. Burada sağdan dördüncü terim, süreklilik gözönüne alınarak $\frac{1}{2} \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \overline{u'_i u'_i}) / \partial x_j = \rho \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} (1/2 \overline{u'_i u'_i}) / \partial x_j$ şeklinde yazılıp, sol tarafa alınırsa, (E2.9) denklemi,

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right) = & \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(- \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right) + \rho \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(- \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right) \\ = & - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j \left(p' + \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right)} - \rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \\ & - \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (E2.10)$$

şeklini alır. Burada sol taraf, birim akışkan hacminde çalkantı bileşenlerinin kinetik enerji değişimi; sağ taraftaki ilk terim, toplam türbülans enerjisinin, türbülansla konvektif diffüzyonu; ikinci terim, türbülans gerilmelerinin ortalama akımdan transfer ettiği enerji (türbülans enerji üretimi); üçüncü terim, türbülanslı hareketin viskoz gerilmelerle yapılan işi ve son terim, türbülanslı hareketin viskoz harcancısını göstermektedir.

K A Y N A K L A R

1. Adler, I.L., and Happel, J., "The Fluidization of Uniform Smooth Spheres in Liquid Media", Chemical Engineering Progress Symposium Series, Vol. 58, No. 38, 1962, pp. 98-105
2. Amirtharajah, A. and Cleasby, J.L., "Predicting Expansion of Filters During Backwash" Journal of the American Water Works Association Jan. 1972, pp. 52-59
3. Amirtharajah, A., "Optimum Backwashing of Sand Filters", Journal of Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 104, No. EE5, Oct. 1978, pp. 917-932
4. Anderson, T.B. and Jackson, R., "The Nature of Aggregative and Particulate Fluidization" Chemical Engineering Science Vol. 19, July 1964, pp. 509-511
5. Aultman, W.W., "Valve Operating Devices and Rate of Flow Controllers", Journal of the American Water Works Association, 51: 1467, Nov. 1959
6. Aydın, M., "Açık Kanal Akımında Tane Çökmesi", Doktora Tezi, İ.T.Ü., 1977
7. Baylis, J.R., "Experiences in Filtration", Journal of the American Water Works Association, Vol. 29, July 1937, pp. 1010-1048

8. Baylis, J.R., "Nature and Effects of Filters Backwashing",
Journal of the American Water Works
Association, Vol. 51, Jan. 1959, pp. 126-156
9. Bird, R.B., Stewart, W.E., and Lightfoot, E.N.,
"Transport Phenomena" John Wiley and Sons,
Inc., 1960
10. Briggs, L.I., McCulloch, D.S., and Moser, F., "The
Hydraulic Shape of Sand Particles",
Journal of Sedimentary Petroleum, Vol. 32,
1962, pp. 645-657
11. Bruce, R., Saatçi, Ahmet M., and Oulman, C.S.,
"A Theoretical Comparison of Velocity
Gradient", Engineering Research Institute,
Iowa State University, Ames, Oct. 1978
12. Buevich, Y.A. and Markov, V.G., "Pseudo-Turbulent
Diffusion of Particles in Homogeneous
Suspensions", International Chemical
Engineering, Vol. 10, Oct. 1970, pp. 570-575
13. Cairns, E.J. and Prausnitz, J.M., "Macroscopic Mixing in
Fluidization", American Institute of Chemical
Engineers Journal, Vol. 6, Dec. 1960,
pp. 554-560
14. Camp, T.R. and Stein, P.C., "Velocity Gradients and
Internal Work in Fluid Motion", Journal of
the Boston Society of Civil Engineers, Vol. 30,
No. 4, Oct. 1943, pp. 219-237
15. Camp, T.R., "Theory of Water Filtration", Journal of the
Sanitary Engineering Division, ASCE. Vol. 90,
No. SA4 Proc. Paper 3990, Aug. 1964, pp. 1-30
16. Cleasby, J.L., "Velocity Gradients in Granular Filter
Backwashing", Submitted for Publication in
the Journal of the American Water Works
Association, Jan. 20, 1978

17. Cleasby, J.L., Ives, K.J. and Saatçi, Ahmet M., "İçme Suyu Tasfiyesinde Filtrasyon", Çevre Mühendisliği Bölümü, İ.T.Ü., 1979
18. Cleasby, J.L., and Fan, K.S., "Predicting Expansion of Nonspherical Filter Media", To be presented to Environmental Division Specialty Conference, ASCE, San Francisco, July 9-11, 1979
19. Davidson, J.F. and Harrison, D., "Fluidization" Academic Press, Inc., New York, N.Y., 1971
20. Eliassen, R., "Clogging of Rapid Sand Filters", Journal of the American Water Works Association, p. 926, 1941
21. Ergun, Sabri, "Fluid Flow Through Packed Columns", Chemical Engineering Progress, Vol. 48, 1952, pp. 89-94
22. Fair, G.M., and Hatch, L.P., "Fundamental Factors Governing the Streamline Flow of Water through Sand", Journal of the American Water Works Association Vol. 25, Nov. 1933, pp. 1551-1565
23. Fan, K.S., "Sphericity and Fluidization of Granular Filter Media", M.S. Thesis, Iowa State University, Ames, Iowa, 1978
24. Hanratty, T.J., Latinen, G., and Wilhelm, R.H., "Turbulent Diffusion in Particulate Fluidized Beds of Particles", American Institute of Chemical Engineers Journal, Vol. 2, Sept., 1956, pp. 554-560
25. Hino, M., "Turbulent Flow With Suspended Particles", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 89, No. HY4, Proc. Paper 3579, July, 1963,
26. Hinze, J.O., "Turbulence", Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1959

27. Hudson, H.E., "Filter Washing Experiments at the Chicago Experimental Plant", Journal of the American Water Works Association, Vol. 27, Nov., 1935, pp. 1547-1564
28. Hulbert, R. and Herring, F.W., "Studies on the Washing of Rapid Filters", Journal of the American Water Works Association, Vol. 21, Nov. 1929, pp. 1445-1513
29. Itakura, T. and Kishi, T., "Open Channel Flow With Suspended Sediments", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 106, No. HY8, August, 1980, pp. 1325-1343
30. Ives, K.J., "Filtration Using Radioactive Algae", Journal of Sanitary Engineering Division, ASCE, p. 23, May, 1961
31. Jackson, R., "The Mechanics of Fluidized Beds: Part 1: The Stability of State of Uniform Fluidization", Transactions of the Institution of Chemical Engineers Vol. 41, No. 1, 1963, pp. 13-21
32. Kay, J.M. and Neddermann, R.M., "Fluid Mechanics and Heat Transfer", Cambridge University Press, New York, 1974
33. Kikkawa, H., Fukuoka, S. and Ishida, T., "A Model of Motions of Sand Particles Relative to Fluid in the Flow With Suspended Sediment", Proceedings 20th Japan Conference on Hydraulics, 1976, pp. 59-64, (in Japanese)
34. Knudsen, J.G. and Katz, D.L., "Fluid Dynamics and Heat Transfer", Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1958
35. Leva, Max, "Fluidization", Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1958
36. Levich, V.G., "Physicochemical Hydrodynamics", Prentice

Hall, Inc, Englewood Clififf, No. 5, 1962

37. Monin, A.S. and Obukhov, A.M., "Basic Relationships of Turbulent Mixing in the Surface Layer of the Atmosphere", (Introduced in 44)
38. Murray, J.D., "Mathematical Aspects of Bubble Motion in Fluidized Beds", Chemical Engineering Progress Symposium Series, Vol. 62, No. 62, 1966, pp. 71-82
39. O'Melia, C.R. and Stumm, W., "Theory of Water Filtration", Journal of the American Water Works Association, 59: 1393, Nov., 1967
40. Perry, R.H. and Chilton, C.H., "Chemical Engineer's Handbook", Fifth Edition, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1973
41. Richardson, J.F. and Zaki, W.N., "Sedimentation and Fluidization Part I", Transactions of Institution of Chemical Engineering, Vol. 32, No. 1, 1954, pp. 35-53
42. Sarıkaya, H.Z., "Türbülans ve Hız Dağılımının Çökelme Verimi Üzerine Etkisi", Doktora Tezi, İ.T.Ü., 1974
43. Tesarik, I., Discussion of "Theory of Filtration", by T.R. Camp, Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol. 91, No. SA2, Apr., 1965, pp. 74-80
44. Turner, J.S., "Buoyancy Effects in Fluids", Cambridge University Press, Cambridge, England, 1973
45. Wen, C.Y. and Yu, Y.H., "Mechanics of Fluidization", Chemical Engineering Progress Symposium Series No. 62, pp. 100-111, 1966

Bu tezi yöneten ve tezin her safhasında değerli meseaile-
rinden fedâkarlık ederek, engin bilgi ve tecrübeleriyle yardımcı
olan Sayın Hocam Prof.Dr.İstemi ÜNSAL'a teşekkürlerimi sunarım.

Gösterdikleri yakın ilgiden dolayı değerli jüri üyeleri
Prof.Dr.Hasan Fehmi YAZICI ve Prof.Cemil ILGAZ'a teşekkürlerimi
arzederim.

Bu tezin hazırlanmasında büyük desteklerini gördüğüm,
Doç.Dr.Hasan Zuhuri SARIKAYA ve Dr.Ahmet Mete SAATÇI'ye, çalışma
boyunca her türlü destek ve yardımlarını esirgemeyen Prof.Dr.Halit
GÖKNİL ve Doç.Dr.Veysel EROĞLU'na, ayrıca yardımlarını gördüğüm
değerli İ.T.Ü. Öğretim Üye ve Yardımcılarına teşekkürü bir borç
bilirim.

Tezin yazılışı sırasında değerli mesailerini harcayan
İ.T.Ü. ve Çevre Mühendisliği Bölümü elemanlarına teşekkür ederim.

Ö Z G E Ç M İ Ş

Yük.Müh. Mustafa TURAN 1950 yılında Giresun' un Bulancak kazasında doğmuş, 1967 yılında Giresun Lisesini bitirmiştir. 1973 yılında İ.T.Ü. Makina Fakültesi' nden mezun olmuştur.

Kısa bir süre Seka Aksu Müessesesi' nde çalışmış, 1974-1975 yıllarında Gölcük Tersanesi' nde Dz.Ord.Yd.Astgm. olarak askerlik görevini tamamlamıştır.

1975-1980 yıllarında İ.T.Ü. M.M.F. Makina Fakültesi Akışkanlar Mekanığı ve Su Makinaları Kürsüsü' nde asistanlık yapmıştır.

Halen serbest olarak çalışmaktadır.