

55558

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SİLİNDİRİK TANKLARDA VARYASYONEL SINIR ELEMAN-
SONLU ELEMAN YÖNTEMİ İLE SIVI-YAPI ETKİLEŞİMİ**

DOKTORA TEZİ

Y.Müh. Abdullah GEDİKLİ

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 3 Ekim 1995

Tezin Savunulduğu Tarih : 18 Ocak 1996

Tez Danışmanı : Prof.Dr. M. Ertaç ERGÜVEN

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Mehmet BAKİOĞLU

Prof.Dr. Gülay AŞKAR

Subaerpen
M. Bahadır
Ö. Furkan

OCAK 1996

ÖNSÖZ

Bu çalışma benim kişisel çabamdan çok, hocam sayın Prof.Dr. M.Ertaç Ergüven'in yol göstericiliğinin bir ürünüdür. Kendisine en derin hislerimle teşekkür ederim. Uygulamaların hazırlanmasında desteği olan, mesai arkadaşım sayın İnş.Yük.Müh. Bahattin Kimençe'ye de katkılarından dolayı teşekkürü bir borç bilirim. Teşvikleri olmasaydı ortaya çıkamayacak olan bu çalışma için beni, hem manevi hem de mali olarak destekleyen anneme ve babama en içten duygularıyla teşekkür ediyorum.

Eylül, 1995

Abdullah Gedikli



İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
NOTASYON LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	vi
TABLO LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
SUMMARY	x
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
BÖLÜM 2. SINIR ELEMAN YÖNTEMİ	5
2. 1. İdeal Sıvı Ve Varsayımlar	5
2. 2. Direkt Sınır Eleman Yöntemi	7
2.2.1. Direkt sınır eleman yönteminde sınır eleman denklemleri	8
2.2.2. Alt bölgeler ve ara yüzey koşulları	12
2.2.3. Rijit tanklarda ideal sıvılar	12
2.2.4. Direkt sınır eleman yöntemi ile uygulamalar	18
2.2.4.1. Serbest titreşim	18
2.2.4.2. Erzincan-1992 depremi K-G bileşeni verileri ile sismik analiz	20
2.2.4.3. Zorlanmış düşey harmonik titreşim	22
2.3. Varyasyonel Sınır Eleman Yöntemi	24
2.3.1. Varyasyonel sınır eleman yönteminde sınır eleman denklemleri	27
2.3.2. Alt bölgeler ve potansiyel alan için arayüzeyde süreklilik koşulları	29
2.3.3. Uygulamalar	31
BÖLÜM 3. SONLU ELEMAN YÖNTEMİ	33
3. 1. Elastik Cisim İçin Genel Hareket Denklemleri	33
3. 2. İnce Kabuk Teorisi	34
3.2.1. Dönel simetrik ince kabuklar	35
3.2.2. Sonlu eleman denklemleri	37
BÖLÜM 4. SIVI-YAPI ETKİLEŞİMİ	42
4. 1. Dinamik Etkileşimde Varsayımlar	42
4. 2. Sıvı-Elastik Cisim Etkileşimi	42
4. 3. Uygulamalar	45
SONUÇ VE ÖNERİLER	49
KAYNAKLAR	51
ÖZGEÇMİŞ	58

NOTASYON LİSTESİ

α_p	: Sınır integral sabiti.
β	: Zorlanmış titreşim analizinde bir parametre.
δ	: Varyasyon (değişim).
$\phi, \Phi, \bar{\phi}$	: Potansiyeller.
Φ, ϕ	: Nodal potansiyel vektörler.
ϕ^*	: Alt bölgelerin arayüzeyinde tanımlı yerdeğiştirme potansiyeli.
ϕ_n^*	: Alt bölgelerin arayüzeyinde tanımlı yerdeğiştirme.
η	: Düşey doğrultuda sıvı serbest yüzey profili.
ρ_f, ρ_s	: Özgül kütle.
ν	: Poisson oranı
$\varepsilon, \varepsilon_{ij}$	: Şekil değiştirme tansörü.
τ, τ_{ij}	: Gerilme tansörü.
$\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{\theta s}$	: Şekildeğiştirme bileşenleri
$\sigma_s, \sigma_\theta, \tau_{\theta s}$	: Gerilme bileşenleri
$\kappa_\sigma, \kappa_\theta, \kappa_{\theta s}$	: Kabuk orta yüzeyi eğrilikleri
ξ	: Kabuk orta yüzeyinden uzaklık.
ω, ω_n	: Serbest titreşim frekansı.
$\psi(t)$	: Mod süperpozisyonunda genel koordinat.
λ	: Lagrange çarpanı.
Γ	: S yüzeyinin $\theta=0$ düzlemindeki kesiti
Θ	: Diyagonal dönüşüm matrisi.
∂	: Kısmi türev.
π, π_f, π_s, π_l	: Fonsiyonel.
$a(t)$	: İvme.
B	: Kabuk eleman yer değiştirme - şekil değiştirme matrisi.
C_{ijkl}	: Cauchy elastisik tansörü.
C	: Gerilme-şekildeğiştirme matrisi.
$C_{\phi 1}, C_{\phi 2}$	: Arayüzeyde potansiyel (veya basınç) sürekliliği matrisleri.
$C_{q 1}, C_{q 2}$	: Arayüzeyde yerdeğiştirme sürekliliği matrisleri.
d	: Kabuk eleman uç noktaları deplasman vektörü.
D_c^T	: Kabuk orta düzleminde yerdeğiştirme-şekildeğiştirme matrisi.
D_κ^T	: Kabuk orta düzleminde yerdeğiştirme-eğrilik matrisi.
E	: Elastisite modülü (Young modülü).
F_x	: Kesme kuvveti.
f_{wp}^e	: Yapı yük vektörü.
$G_i^*(p,s)$	: Serbest uzay Green fonksiyonu.
$G_i^*(p,s)$	: Serbest uzay Green fonksiyonları vektörü.
G	: Direkt sınır eleman denklemlerinde sağ taraf matrisi.
h, h_f, H	: Yükseklik.
H	: Direkt sınır eleman denklemlerinde sol taraf matrisi.
$I_{\phi 1}, I_{\phi 2}$	: Arayüzeyde potansiyel (basınç) sürekliliği için fonksiyoneller.

I_{q1}, I_{q2}	: Arayüzeyde yerdeğiştirme sürekliliği için fonksiyoneller.
N_w	: Kabuk eleman Şekil fonksiyonları matrisi.
K_p	: Basınç rijitlik matrisi.
K_w, K_w^e	: Yapı rijitlik matrisi.
K_s	: Sıvı-yapı etkileşimli sistem rijitlik matrisi.
m_i, n_i	: Elastik cismin ve sıvının dış yüzey normali bileşenleri.
M_{AD}	: Ek kütle matrisi
M_f	: Sıvı kütle matrisi.
M_{pf}	: Basınç-potansiyel etkileşimi kütle matrisi.
M_{wf}	: Sıvı-Yapı etkileşimi kütle matrisi.
M_p	: Basınç kütle matrisi .
M_w, M_w^e	: Yapı kütle matrisi.
M_s	: Sıvı-yapı etkileşimli sistem kütle matrisi.
M_y	: Devirme momenti.
N, N_f, N_c	: Sınır eleman sayısı.
NEL	: Kabuk eleman sayısı.
N_k	: Şekil (interpolasyon) fonksiyonu.
p, p_0	: Sırasıyla, hidrodinamik ve hidrostatik basınç.
p	: Sabit sınır elemanlarda hidrodinamik basınç vektörü.
r, θ, z	: Silindirik koordinatlar.
R_f, R_s	: Sırasıyla sıvı ve elastik cisim hacimleri (bölgelele).
R, R_i	: Yarıçap.
R_{pQ}	: Uzayda p ve Q noktaları arasındaki uzaklık.
S	: Yüzey.
S_f	: Sıvı yüzeyinin tümü.
S_r	: Sıvı ıslak (rijit duvarlı) yüzeyi.
S_{fs}	: Sıvı serbest yüzeyi.
S_s	: Elastik cisim yüzeyinin tümü.
S_o	: Yük etkimeyen elastik cisim yüzeyleri.
S_I	: Sıvı-yapı etkileşimi arayüzeyi.
s_i	: Potansiyel alan yaklaşım fonksiyonu parametresi.
s	: Potansiyel alan yaklaşım fonksiyonu parametre vektörü.
t_p, t_s	: Cidar kalınlıkları.
t	: Zaman
T^T	: Lokal koordinat-global koordinat dönüşüm matrisi.
u, v, w	: Yerdeğiştirme bileşenleri.
x, y, z	: Kartezyen koordinatlar.
V	: Potansiyel alan için temel çözüm, serbest uzay Green fonksiyonu.
$\bar{w}, \bar{u}, \bar{v}$	: $\theta=0$ düzleminde yerdeğiştirme bileşenleri.
w, w_1	: Elastik cismin veya yapının yerdeğiştirme vektörü.

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1.	Sıvı hacminin $\theta=0$ düzlemi ve ayrıklaştırılmış Γ sınırı üzerinde sabit elemanlar.	9
Şekil 2.2.	Silindirik tank ve koordinat takımları.	13
Şekil 2.3.	Sıvı dolu silindirik tankın $\theta=0$ kesiti a) Silindirik tank b) Halka plaklı silindirik tank.	13
Şekil 2.4.	Silindirik tankdaki sıvıda antisimetrik serbest titreşim frekanslarının H/R oranı ile değişimi.	18
Şekil 2.5.	Halka plaklı tankdaki sıvıda antisimetrik serbest titreşim frekansının Ri/R oranı ile değişimi ($h/H=0.3$, $H/R=1$).	19
Şekil 2.6.	Halka plaklı tankdaki sıvının antisimetrik serbest titreşim frekansının Ri/R oranı ile değişimi ($h/H=0.1$, $H/R=1$).	19
Şekil 2.7.	Erzincan depremi K-G bileşeninin 0.01 saniye aralıklı ivme kayıtları.	20
Şekil 2.8.	Silindirik tank tabanında meydana gelen en büyük kesme kuvvetinin ve devirme momentinin H/R oranı ile değişimi.	21
Şekil 2.9.	Halka plaklı tankda en büyük kesme kuvvetinin Ri/R ve h/H oranları ile değişimi. $H/R=1$.	21
Şekil 2.10.	Halka plaklı tankda en büyük devirme momentinin Ri/R ve h/H oranları ile değişimi. $H/R=1$.	22
Şekil 2.11.	Mathieu stabilite diyagramı.	24
Şekil 2.12.	Zorlama genliği-zorlama ve serbest titreşim frekanslarının oranı cinsinden Mathieu stabilite diyagramı.	24
Şekil 2.13.	Temel çözüm ifadesinde $\text{Cos}\phi$ -tipi çembersel kaynak.	28
Şekil 2.14.	Silindirik tanktaki sıvının antisimetrik serbest titreşim frekansının H/R oranı ile değişiminde yöntemlerin karşılaştırılması.	32
Şekil 2.15.	Halka plak elemanlı silindirik tanktaki sıvının antisimetrik serbest titreşim frekansının Ri/R oranı ile değişiminde yöntemlerin karşılaştırılması. $h/H=0.3$, $H/R=1$.	32

Şekil 3.1.	İnce konik kabukta yerdeğiştirme bileşenleri.	35
Şekil 3.2.	Konik elemanın $\theta=0$ düzleminde uç noktaların yerdeğiştirme bileşenleri.	37
Şekil 3.3.	Koordinat takımları a) Lokal koordinatlar b) Global koordinatlar.	40
Şekil 4.1.	a) Elastik silindirik tank b) Elastik halka plaklı elastik silindirik tank.	45
Şekil 4-2.	Tank modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının h_f/H oranı ile değişimi (Uzun tank).	46
Şekil 4-3.	Tank modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının h_f/H oranı ile değişimi (Kısa tank, $h/H=0.2$, $t_p=2.54\text{ cm}$ ve $Ri/R=0.733$).	46
Şekil 4-4.	Serbest yüzey modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının h_f/H oranı ile değişimi (Kısa tank, $h/H=0.2$, $t_p=2.54\text{ cm}$ ve $Ri/R=0.733$).	47
Şekil 4-5.	Halka plak modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının plak kalınlığı ile değişimi (Dolu kısa tank, $h/H=0.2$).	48
Şekil 4-6.	Tank modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının plak kalınlığı ile değişimi (Dolu kısa tank).	48

TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1. Sıvının Euler - Lagrange denklemleri.	26
Tablo 3.1. Elastik cismin Euler - Lagrange denklemleri.	34
Tablo 3.2. r_s değeri ve R_θ eğrilik yarıçapı.	36
Tablo 4.1. Sıvı-yapı etkileşiminde Euler-Lagrange denklemleri.	44
Tablo 4.2. Tam dolu tanklarda $\text{Cos}\theta$ tipi modların doğal frekansları.	47
Tablo 4.3. Boş kısa tankın $\text{Cos}\theta$ tipi modlarda doğal frekansı.	49
Tablo 4.4. Tam dolu uzun tankda $\text{Cos}\theta$ tipi modlarda farklı cidar kalınlıkları için doğal frekanslar.	50

ÖZET

Sıvı dolu tankların titreşimleri ile ilgili problemler son 45 yıldan beridir tartışılmakta ve çözümler üretilmeye çalışılmaktadır. Konuyla ilgili ilk kaynaklar 1950'lerde, uçak yakıt tankları ve sıvı yakıtlı füzelerle ilgili olanlar 1960'larda görülmeye başlamıştır.

İlk çalışmalarda sıvı depolayan tank rijit olarak gözönüne alınmış ve tankın içindeki sıvının dinamik davranışı incelenmiştir. 1964 Alaska depreminde sıvı dolu tankların büyük ölçüde hasara uğramasından sonra elastik tankların dinamik karakteristiklerinin araştırılması konusunda önemli bir dikkat sarfedilmiştir. Bu yıllarda sayısal tekniklerle birlikte bilgisayarlardaki gelişmeler çözümlerin sayısını ve hassasiyetini artırmıştır.

Problemin matematik formülasyonunun oldukça karmaşık olması nedeniyle genel olarak; 1- Viskoz olmayan sıvı, 2- Sıkıştırılamayan sıvı, 3- küçük yerdeğiştirmeler, hızlar ve eğimler, 4- Çevrintisiz akım alanı, 5- Homogen sıvı varsayımları altında çözüm aranır.

Islak yüzeyli yapılarda sıvı-yapı etkileşimi problemlerinde; 1- Sıvı hacmi üç boyutlu elemanlara ayrılarak sonlu elemanlar yöntemiyle, 2- Tüm sıvı yüzeyi iki boyutlu sınır elemanları yardımıyla direkt, indirekt veya varyasyonel sınır eleman yöntemleriyle, 3- Sıvının davranışını genelleştirilmiş fonksiyonlar yardımıyla ifade ederek çözümler üretmek mümkündür.

Sınır üzerinde potansiyel ve akım ile bölgede potansiyel gibi üç bağımsız değişken içeren genelleştirilmiş varyasyonel dayalı yeni bir sınır eleman modelleri mevcuttur. Yaklaşım, bölge içindeki potansiyeli klasik temel çözümleri global interpolasyon fonksiyonu olarak kullanır ve bölge integrallerini sınır integraline dönüştürür. O nedenle sonuç denklemler sadece sınır bilinmeyenlerini içerir ve model simetrik matrisler üretir.

Bu çalışmada, sıvı-yapı etkileşimi problemleri için birleşik varyasyonel sınır eleman-sonlu eleman yönteminin geliştirilmesi ve ek yapısal elemanların, serbest titreşim frekansına etkilerinin araştırılması üzerinde duruldu. Birleşik sınır eleman-sonlu eleman yöntemi, 1970'lerden beri kullanılmaktadır. Deprem altında sıvı-yapı sisteminin $\cos\theta$ tipi serbest titreşim modları kullanıldı. Önce direkt sınır eleman ve varyasyonel sınır eleman formülasyonları ile, rijit tankda sıvı titreşimi incelendi. Sonra, birinci mertebe Novozhilov yaklaşım teorisi ve Kirchhoff ince plak teorisi kullanılarak elastik kabul ile sıvı-yapı etkileşimi probleminde, birleşik varyasyonel sınır eleman-sonlu eleman yönteminin kullanılması ele alındı. Elde edilen denklem takımındaki bilinmeyenler yapıda düğüm noktalarının yerdeğiştirmeleri, sıvıda yerdeğiştirme potansiyeli ve hidrodinamik basınç ifadeleridir.

SUMMARY

FLUID-STRUCTURE INTERACTION IN THE CYLINDRICAL TANKS BY VARIATIONAL BOUNDARY ELEMENT-FINITE ELEMENT METHOD

An extensive literature has developed during the past 45 years on the subject of waves caused by vibrating tanks of heavy fluid. Part of this literature appeared in the 1950s and 1960s in connection with the *sloshing problem* for aircraft fuel tanks. Several examples of this work, which was concerned primarily with calculating natural frequencies and modes rather than time-history responses to specified tank accelerations, are given by Graham and Rodriguez [1] and Silverman and Abramson [2]. The second part of this literature originated in 1949 with a paper by Jacobsen [3] and has continued to the present time. The performance of ground-based liquid storage tanks such as petroleum, LNG, LPG, nuclear containment vessels and so forth during recent earthquakes demonstrates the need for a reliable technique to assess their seismic safety. Early developments of seismic response theories of liquid storage tanks considered the container to be rigid and focused attention on the dynamic response of the contained liquid. A common seismic design procedure is based on the mechanical model derived by Housner [4] for tanks with rigid walls. In this approach, a mathematical model of the liquid-rigid tank system was used and the hydrodynamic affects were evaluated approximately as the sum of two components, viz. an impulsive part which represents the portion of the liquid which moves in unison with the tank and a convective component which represent the portion of the liquid sloshing in the tank. Epstein [5] improved Housner's work and presented design curves for estimating the bending and overturning moment induced by the hydrodynamic pressure, for cylindrical as well as rectangular rigid tanks. The following studies can be indicated as a sample on the dynamic characteristics of the liquid with rigid walls [6-12].

The 1964 Alaska earthquake caused the first large scale damage to tanks of modern design and initiated many investigations into the dynamic characteristics of flexible containers. In addition, the evolution of both the digital computer and various associated numerical techniques has significantly enhanced solution capability. Several studies were carried out to investigate the dynamic interaction between the deformable walls of the tank and the liquid [13-57].

The exact mathematical procedure for describing fluid oscillations in a moving container is extremely complex. Therefore, the following simplifying assumptions are generally employed: 1- nonviscous fluid, 2- incompressible fluid, 3- small displacements, velocities and slopes, 4- irrotational flow field and 5- homogeneous fluid. The assumption of irrotational flow ensures the existence of a fluid velocity potential, ϕ , which must satisfy the Laplace equation

$$\nabla^2 \phi = 0$$

The mathematical boundary conditions for the solution are :

1- At the rigid tank walls, $r=R$, the normal component of the tank wall must equal to zero, therefore

$$\phi_{,r} = 0$$

Here, the comma followed by a subscript designates a partial derivative with respect to radial direction.

2- At the rigid bottom of the tank, $z=0$, the axial component of the liquid velocity must equal zero, therefore

$$\phi_{,z} = 0$$

4- At the liquid free surface, $z=H$, imposing the condition that the fluid particles must stay on the surface, it follows that

$$\ddot{\phi} + g\phi_{,z} = 0$$

where g is the acceleration of gravity.

There are two major cases of vibration associated with the system under consideration, for which the circumferential variation of the response is described by $\cos n\theta$, (n is called the circumferential wave number and θ is the circumferential coordinate angle). Case-*i* corresponds to solutions with $n=1$ and is called lateral sloshing. Case-*ii* is named as breathing vibration, and it corresponds to all vibrations where n does not equal one. For a tall tank, the $\cos\theta$ -type modes can be denoted beam-type modes because the tank behaves like a vertical cantilever beam. This is not true for a broad tank because at $\theta=0$ both the amplitude and the axial distribution of radial displacement are different from those of the circumferential displacement at $\theta=\pi/2$. This investigation is concerned for only case-*i* which has lateral sloshing modes with $n=1$ [28,46].

The liquid and the shell structure are two separate system that are coupled. Each system, acting alone, has an infinite number of modes of free vibration. If the coupled system is excited with some forcing frequency ω , then the response will also have the same frequency ω . The magnitude of the response will depend on the ratio of the forcing frequency ω and the natural frequencies of the coupled system.

At least three different methods can be used in handling wetted structures:

1- Dividing the whole fluid volume into finite elements which produces a three dimensional mesh,

2- Dividing the whole fluid surface into boundary elements, such as Direct, Indirect or Variational Boundary Element Method (BEM) which produces a two dimensional mesh,

3- Representation of fluid behaviour by a series of generalized functions.

Using the Finite Element Method (FEM), one can obtain a linear interaction problem for both linear the structure and the fluid which can be solved by standard methods. A great simplification can be introduced by the assumption of incompressibility of the fluid. In this case, the coupled system can be reduced to the structural mass matrix plus a so-called *added mass* matrix system.

The finite element procedure is used in conjunction with a simple source distribution on all surface of a liquid, which is contained in a tank with arbitrary geometry, to obtain the expression of the mass and stiffness (because of gravity) matrices of the liquid. Different methods can be used to extend the capabilities of finite element and finite difference programs to handle wet structures like surface source distribution or dipole distribution as a basis for the solution (thus, only the surface of the liquid need be considered and a two-dimensional grid results [14,22]), subdivision of the a three-dimensional mesh, representation of liquid behaviour by a series of generalized functions weighted by unspecified coefficients.

In engineering problems involved fluid-structure interaction with sloshing, the fluid and sloshing behaviour is determined with a rigid wall assumption and than the structural response is obtained by imposing the dynamic pressure to the structural model. This approach generally yields conservative results since the rigid-wall forces are larger than the flexible wall forces. But an uncoupled analysis underestimates the structural response if the natural frequencies of the coupled system are close to the excitation frequencies, which is often the case in the seismic analysis of liquid-filled tanks and nuclear reactor systems [25].

Two basic approaches exist for the coupled analysis of Fluid-Structure Interaction (FSI) systems. In the first approach, the pressure or velocity potential formulation, the fluid is characterized by a single pressure or velocity potential variable at each node of the finite element mesh. The fluid and the structure are coupled through the fluid-structure interface. The coupled set of equations are, in general, unsymmetric. Therefore, a symmetrization of the resulting equations is needed and the implement of this formulation requires a special-purpose computer code. With this formulation, the sloshing effect cannot be incorporated easily [29,40,47,57,59].

The second approach is the displacement formulation. The fluid motion is expressed in terms of the finite element nodal displacements. Hence, compatibility and equilibrium along the interface are automatically satisfied. The fluid is analyzed like an elastic solid but with a negligible shear modulus. This assumption leads to the appearance of non-physical *circulation* modes. The number of these modes tends to increase with mesh refinement. Different techniques are introduced to remove these non-physical models [48,63]. The main advantage of this approach is the similarity between the discretized forms of the fluid and the structure. Thus, easy

implementation of the fluid equations into existing FEM codes is achieved. In addition, sloshing effects can easily be included in the formulation. Nevertheless, the existence of the non-physical circulation modes gives difficulties in numerical analysis of the problems, such as artificial viscosity and huge equation systems, among others.

Another possibility to describe the fluid motion is to use both the displacement or velocity potential and the acoustic pressure together. The resulting finite element equations are symmetric, and circulation modes can be avoided without using penalty terms to restore the inviscid nature of the fluid, as it is the case for displacement formulation. Some variational formulation which incorporates fluid-structure interaction, sloshing, seismic and body forces have been considered in [25,40].

Coupled FEM and BEM are especially well-suited for dealing with problems that are defined over a combination of homogeneous regions free of body forces and regions within which body loads are present or where the material is inhomogeneous, even possibly nonlinear. Such methods have been used increasingly in engineering since the early 1970s; their mathematical analysis was initiated with the work of Brezzi, Johnson and Nedelec [69,70]. Many different variants of these methods have been developed over the years; for example, Hsiao [71] for a recent survey. In the most applications to date, while the domain finite element part of the formulation is generally derived from a variational principle, the boundary element part is usually obtained by direct collocation of the corresponding boundary integral equation. Only in isolated cases have variational principles been used to derive all the discretized equations. Hence, the resulting algebraic systems are often non-symmetric. Since symmetry is a desirable property in numerical computations, substantial effort has been devoted to developing symmetric formulations. A distinctive feature of fully variational procedures is that the discretized algebraic equations for the coupled problem are automatically symmetric since they are all derived from a single functional [39].

Recent papers on alternative finite or boundary element formulations have concentrated on the development of hybrid stress models. Schnack has used the boundary element method to generate a hybrid stress finite element model, which gives rapid convergence of the results and accurate solution for stress concentration problems. Other authors have developed variational formulations based on generalized principles of the type proposed by Hu-Washizu and Hellinger-Reissner [73] in which the unknowns on the boundary and in the domain are taken to be independent of each other. Dumont [74] has proposed a hybrid stress boundary element formulation based on boundary displacements and stresses inside the domain. Polizzotto [75] has developed two other variational formulations. The first based on the classical Washizu and Reissner principles [73] which are characterized by boundary functions independent of the field functions. The other is based on a boundary principle expressed in terms of the unknown boundary tractions and displacements and introduced by that author.

The method described by De Figueiredo and Brebbia [55] uses a hybrid type functional with three kinds of independent variables, i.e. potentials and fluxes on the boundary and potentials inside the domain. The approach applies classical fundamental solutions to interpolate inside the domain and thus allowing one to

transfer the domain integrals to the boundary integrals. The resulting system of equations is written in terms of boundary unknowns. By rearranging them, one can obtain a final matrix equation system in which the potentials on the boundary elements are unknowns. This system has the main advantage of being symmetrical.

The main objectives of this dissertation are to develop coupled fully variational boundary element method-finite element method for fluid-structure interaction systems and to provide answers to the effect on natural frequency of the system of additional structural elements. Because the beam type ($\cos\theta$) modes are important in the analysis of the vibrational behaviour of anchored storage tanks under seismic excitation, it is used $\cos\theta$ -type modes. The goal of chapter 2 is to develop the direct and variational boundary element formulation combined for liquid sloshing in rigid cylindrical tanks with a rigid baffle. In the next chapter, the governing equations for a thin cylindrical shell and plate are obtained by using Novozhilov's first approximate theory and Kirchhoff thin plate theory. Chapter 4 is devoted to the fluid-structure with or without elastic baffle interaction problem by using coupled variational boundary element-finite element methods. The resulting system of equations is written in terms of boundary unknowns only. By rearranging them one can obtain a final matrix equation system in function of only boundary values of displacement of structure, potential of liquid and hydrodynamic pressure. The results are finally discussed.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Sıvı dolu tankların titreşimleri ile ilgili problemler son 45 yıldan beridir tartışılmakta ve çözümler üretilmeye çalışılmaktadır. Konuyla ilgili ilk kaynaklar 1950' lerde ve uçak yakıt tankları ve sıvı yakıtlı füzelerle ilgili olarak 1960' larda görülmeye başlamıştır. Bu çalışmaların bir çoğu doğal frekansların hesabiyle, ivmeli tanklarda zamana bağlı davranış modları ile ilgilidir ve Graham ve Rodrigues [1] ve Silverman ve Abramson [2], Jacobsen [3] tarafından incelenmişlerdir. Son yıllarda petrol, LNG, LPG depolayan elastik zemine oturan tankların davranışı ile nükleer atıkları depolayan tankların bir deprem sırasındaki davranışı ve sismik emniyetleri de sıkça incelenmiştir. Bu konudaki ilk çalışmalarda sıvı depolayan tank rijit olarak gözönüne alınmış ve tankın içindeki sıvının dinamik davranışı incelenmiştir. Rijit duvarlı tankların sismik davranışlarında bilinen en eski mekanik model Housner [4] tarafından geliştirilmiştir. Housner'in çalışması Epstein [5] tarafından geliştirilerek silindirik ve dikdörtgen rijit duvarlı tanklar için hidrodinamik basınç tarafından oluşturulan eğilme ve devirme momentlerini elde etmek için dizayn eğrileri verildi. Rijit duvarlı silindirik tanklardaki sıvının dinamik özellikleri ile ilgili olarak [6-12] sayılabilir.

1964 Alaska depreminde sıvı dolu tankların büyük ölçüde hasara uğramasından sonra elastik tankların dinamik karakteristiklerinin araştırılması konusunda önemli bir dikkat sarfedilmiştir. Bu yıllarda sayısal tekniklerle birlikte bilgisayarlardaki gelişmeler çözümlerin sayısını ve hassasiyetini artırmıştır. Sıvı ve deforme olabilen duvarlı tankların dinamik etkileşimini araştıran çalışmalar arasında [13-57] sayılabilir.

Problemin matematik formülasyonunun oldukça karmaşık olması nedeniyle genel olarak: 1- Viskoz olmayan sıvı, 2- Sıkıştırılamayan sıvı, 3- Serbest sıvı yüzeyinde küçük yerdeğiştirmeler, küçük hızlar ve küçük eğimler, 4- Çevrintisiz akım alanı, 5- Homogen sıvı varsayımları altında çözüm aranır. Çevrintisiz akım alanı varsayımı sıvı hız potansiyeli cinsinden, temel denklemin Laplace denklemini sağlamasını gerektirir. Tank duvarı üzerinde sıvının ve yapının hızlarının normal bileşenleri eşit olmalı, sıvının serbest yüzeyi üzerinde ise sıvı parçacıkları her zaman sıvı yüzeyi üzerinde kalmalıdır. Problemin çözümü sıvının ve yapının temel denklemlerinin yanında bu sınır koşullarının ve ayrıca başlangıç koşullarının gözönünde bulundurulmasıyla yapılacaktır.

İncelenen problemle ilgili titreşim olayında davranışın çembersel doğrultuda değişimi, çembersel dalga sayısı ve çembersel doğrultudaki koordinat açısı cinsinden, $\cos n\theta$ biçiminde tanımlanabilir. $n=1$ sayısına karşı gelen çözümler enine çalkantı (lateral sloshing vibration) olarak anılırlar. Uzun tanklarda konsol giriş tipi titreşim modları hakim olduğundan $\cos n\theta$ tipi modlar kullanılır. Ancak kısa tanklarda bu önerme doğru değildir. Çünkü radyal yer değiştirmelerin eksenel dağılımı $\theta=0$ 'da ve $\theta=\pi/2$ 'de farklıdır [28, 46].

Sıvı ve yapı iki ayrı sistemdirler ve etkileşim halindedirler. Herbir sistem ayrı ayrı gözönünde tutulmaları halinde sonsuz sayıda titreşim moduna sahiptirler. Herikisinin beraberce gözönüne alınarak incelenmesi halinde, sistem bir ω frekansı ile zorlanırsa, davranışın frekansı da ω olacaktır. Davranışın şiddeti, sıvı-yapı sisteminin frekansı ile zorlayıcı sistemin frekansının oranlarına bağlı olacaktır.

Islak yüzeyli yapılarda sıvı-yapı etkileşimi problemlerinde:

- 1- Sıvı hacmi üç boyutlu elemanlara ayrılarak sonlu elemanlar yöntemiyle,
- 2- Tüm sıvı yüzeyi iki boyutlu sınır elemanları yardımıyla direkt, indirekt veya varyasyonel sınır eleman yöntemleriyle,
- 3- Sıvının davranışını genelleştirilmiş fonksiyonlar yardımıyla ifade ederek çözümler üretmek mümkündür. Örneğin indirekt sınır elemanlar yönteminde Laplace denkleminin çözümünü sıvının yüzeyi üzerinde dağılı basit kaynaklar veya dipollar cinsinden formüle etmek mümkündür [14,22].

Olson ve Bathe [40], sonlu elemanlar yöntemini kullanarak, sıvı ve elastik cisimdeki değişkenler olarak yer değiştirmeleri kullanarak sıvı-yapı etkileşim problemlerinin dört kategorisini çözmeye çalıştılar. Ancak bu formülasyonda titreşen sıvı-yapı sisteminin modellemesinde ciddi zorluklarla karşılaştılar [48]. Daha sonra sıvıdaki nodal değişkenler olarak hız potansiyelini (ϕ) ve her sıvı bölgesinin sadece bir noktasında ölçülen hidrostatik basınç değişkenini (P_ϕ) kullandılar. Elastik cisimdeki nodal değişkenler olarak ise U yer değiştirmelerini kullandılar. ϕ - U - P_ϕ yönteminin simetri önerdiğini, deplasman esaslı sonlu eleman programlarında rahatlıkla kullanıldığını ve sıvı serbestlik derecesini indirgediklerini ifade ettiler [40]. Everstine [57], P_ϕ - U çiftini geçici dalga yayılımı problemlerinde kullandı. Statik problemler yalnızca P - U modeli ile çözülemezler. Birçok sonlu elemanla çalışan araştırmacı sıvı-yapı etkileşim probleminin bu tipleri için bu iki yaklaşımdan birini tercih etmişlerdir. Zienkiewicz ve Newton [58] bilinmeyen olarak sıvıda basıncı, yapıda ise yer değiştirmeleri

kullanmışlar ancak simetrik olmayan matrisler elde etmişlerdir. Daniel [59], Petyt ve Lim [60], Müller [29] ve Craggs [61] gibi birçok araştırmacı da benzer formülasyonları kullanmışlardır. Bazı araştırmacılar ise sıvı ve yapının herikisinde de yer değiştirmeleri nodal bilinmeyenler olarak kullanmışlardır. Bunlar arasında Belytschko ve Kennedy [62], Wilson ve Khalvati [63], Bathe ve Hahn [64], Hamdi, Ousset, ve Verchery [65] sayılabilir. Ohayon ve Valid [66] ile Uras ve Liu [25, 32, 33, 34, 35, 38] karışık simetrik varyasyonel formülasyonları araştırmışlardır. Zienkiewicz ve Bettles [67] ile Belytschko [68] bu alanlarda kaynakları özetlemişlerdir.

Sınır üzerinde potansiyel ve akım ile bölgede potansiyel gibi üç bağımsız değişken içeren genelleştirilmiş varyasyonel dayalı yeni bir sınır eleman modeli De Figueiredo ve Brebbia [55] tarafından geliştirilmiştir. Yaklaşım, bölge içindeki potansiyeli klasik temel çözümleri global interpolasyon fonksiyonu olarak kullanır ve bölge integrallerini sınır integraline dönüştürür. O nedenle sonuç denklemler sadece sınır bilinmeyenlerini içerir ve model simetrik matrisler üretir.

Birleşik sınır eleman-sonlu eleman yöntemi, homojen ve homojen olmayan alt bölgelere sahip bir problemde oldukça etkilidir. Bu yöntemler 1970 lerin başından beri kullanılmaktadır. Brezzi, Johnson ve Nedelec'in [69,70] yapmış oldukları çalışmalar bu konuda yapılan ilk çalışmalardır. Bu yöntem üzerinde gelişmeler Hsiao [71] tarafından devam ettirilmiştir. Kullanılan birleşik yöntemlerde önceleri, sonlu eleman yöntemi ile beraber ekseriya direkt sınır eleman yöntemi kullanılmıştır. Ancak sonradan varyasyonel sınır eleman yöntemi de kullanılmaya başlanmış, fakat çoğu zaman simetrik olmayan denklem takımları veren formülasyonlar ortaya atılmıştır. Simetrik olmayan formülasyonlarda, sayısal hesaplamalar bakımından zorluklar vardır. Zeng ve arkadaşları [39] sıvı-yapı etkileşiminde örnek olarak genelleştirilmiş Poisson denklemini alarak simetrik denklem takımları veren birleşik sınır eleman-sonlu eleman yöntemi için karışık varyasyonel prensibin geliştirilmesine çalışmışlardır.

Yapılan en son çalışmalar *hibrid* sınır veya sonlu eleman formülasyonlarının geliştirilmesi konusunda yoğunlaşmaktadır. Schnack [72], sınır eleman yöntemini kullanarak gerilme yığılması konusunda iyi sonuçlar veren hibrid sonlu eleman yöntemini elde etmek için kullanmıştır. Bazı yazarlar da, genelleştirilmiş Hu-Washizu ve Hellinger-Reissner tipi, bilinmeyenlerin aynı büyüklük için sınır ve hacimde bağımsız seçildiği varyasyonel formülasyonları geliştirmeye çalışmışlardır [73]. Dumont [74], sınırda deplasmanların bölge içinde de gerilmelerin bağımsız değişken alındığı bir hibrid gerilme sınır eleman yöntemini ortaya atmıştır. Polizzotto [75] iki ayrı varyasyonel formülasyon geliştirmiştir. Birinci formülasyon, klasik Washizu ve

Reissner prensiplerine dayalı, sınır fonksiyonlarının bölge fonksiyonlarından ayrı tutulduğu yöntemdir. İkincisi, yazarın kendi ortaya attığı bilinmeyen yüzey gerilmelerine ve deplasmanlarına dayalı yöntemdir.

İlave yapı elemanlarının sızının ve yapının dinamik özelliklerini ne şekilde etkiledikleri ilk olarak Miles [76] tarafından ve daha sonraları Zhaolin ve Bin [77], Trotsenko [78], Ergüven ve Gedikli [79] ile Müller ve Ruge [80] tarafından farklı yöntemler kullanılarak incelenmiştir.

Bu çalışmanın en önemli konularından biri, sıvı-yapı etkileşimi problemleri için birleşik varyasyonel sınır eleman yöntemi-sonlu eleman yönteminin geliştirilmesi ve ek yapısal elemanların, serbest titreşim frekansına etkilerinin araştırılmasıdır. Depolama tanklarının giriş tipi ($\cos\theta$) serbest titreşim modları deprem altında davranışları altında önem kazandığı için, $\cos\theta$ tipi modlar kullanılmıştır. Bölüm 2'de direkt sınır eleman ve varyasyonel sınır eleman formülasyonları ile, rijit plaklı rijit silindirik tankda sıvı titreşimi incelendi. Sonraki bölümde, birinci mertbe Novozhilov yaklaşım teorisi ve Kirchhoff ince plak teorisi kullanılarak ince plak ve kabuklar için temel denklemler elde edildi. Bölüm 4'de elastik halka plaklı ya da elastik halka plaksız elastik tankda sıvı-yapı etkileşimi probleminde, birleşik varyasyonel sınır eleman-sonlu eleman yönteminin kullanılması ele alınmıştır. Elde edilen denklem takımlarında sadece sınır bilinmeyenleri mevcuttur. Bu denklem takımlarının uygun şekilde düzenlenmesinden sonra elde edilen son matris denklem sisteminde sadece, yapı sınırının yerdeğiştirmeleri, sızının potansiyeli ve hidrodinamik basınç ifadeleri yer almaktadır. Son olarak elde edilenler tartışılmıştır.

BÖLÜM 2. SINIR ELEMAN YÖNTEMİ

2. 1. İDEAL SIVI VE VARSAYIMLAR

Bu çalışmada, sıvı-yapı etkileşimi probleminde sıvının sıkışmayan, viskoz olmayan ve çevrintisiz hareket eden homojen sıvı olduğu varsayılmıştır. Böyle bir sıvının v_j yerdeğiştirme alanı, ϕ skaler yerdeğiştirme potansiyelinden elde edilebilir:

$$v_j = \phi_{,j} \quad (2.1)$$

Burada standart indis notasyonu kullanılmış olup alt indisler değişkenin ilgili koordinat takımındaki bileşenlerini ve virgülü takip eden alt indisler de ilgili değişkene göre kısmi türevi göstermektedir. j indisi seçilen koordinat takımındaki eksenleri ifade eder (örneğin dik koordinat sisteminde $j=x,y,z$ gibi). Sıkışmayan sıvı için süreklilik denklemi

$$v_{j,j} = 0 \quad (2.2)$$

şeklinde dir. Tekrarlanan alt indisler için toplama uylasımı söz konusudur. Bu ifade (2.1)'de yerine konursa

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad R_f' \text{de} \quad (2.3)$$

Laplace denklemi elde edilir. Burada R_f sıvı bölgesini göstermektedir. Silindirik koordinatlarda Laplace operatörü

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.4)$$

şeklinde dir. Sismik analizde başlangıç koşullarının tümüyle homojen olduğu varsayılmıştır.

Sıvı hacminin sınırları serbest yüzey, ara yüzey, rijit yüzey ve elastik yüzeylerden oluşmaktadır. Buna göre sınır koşulları:

1) Serbest yüzey sınır koşulları iki kısımdan oluşur: Bunlar serbest yüzeyde bulunan bir sıvı parçacığının her zaman serbest yüzeyde kalacağını ifade eden kinematik koşul ve bu parçacık üzerinde basınç olmadığını ifade eden dinamik koşullardır. Serbest yüzey yerdeğiştirmesi η ile gösterilirse, kinematik ve dinamik serbest yüzey koşulları sırasıyla,

$$\phi_{,z} = \eta \quad S_{fs}'\text{de} \quad (2.5)$$

$$\ddot{\phi} = -g\eta \quad S_{fs}'\text{de} \quad (2.6)$$

şeklindedir. Burada S_{fs} , g , t ve z sırasıyla serbest yüzeyi, yerçekim sabitini, zamanı ve düşey eksenini göstermektedir. Değişken üzerine konulan nokta, zamana göre türev ifadesidir.

Burada kinematik koşul yazılırken, serbest yüzeyde dış yüzey normalinin yatay bileşenleri ihmal edilerek $\phi_{,n} = \phi_{,z}$ olduğu kabul edilmiştir. Başka bir deyişle serbest yüzeydeki yerdeğiştirmeler, dış yüzey normalinin sadece düşey bileşenden oluştuğu kabul edilebilecek kadar küçük olmalıdır. Dinamik koşul yazılırken Bernoulli denklemindeki hız terimi diğer terimler yanında ihmal edilmiştir. Başka bir deyişle serbest yüzeydeki bir parçacığın hızı o kadar küçük olmalıdır ki, hidrodinamik basınç hidrostatik basınç yanında ihmal edilebilsin. (2.5) eşitliğinden η terimi (2.6) ifadesinde yerine yazılırsa *lineerleştirilmiş* serbest yüzey koşulu

$$\ddot{\phi} + g\phi_{,z} = 0 \quad S_{fs}'\text{de} \quad (2.7)$$

şeklinde tek ifade olarak yazılabilir.

2) Ara yüzey koşulu: Sıvı hacmi iki veya daha fazla bölgeden oluşuyorsa, bölgeler arasında hidrodinamik basınç ve yerdeğiştirme süreklilik denklemleri yazılmalıdır. Buna göre, komşu olan 1. ve 2. bölgelerin arayüzeyinde basınç süreklilik denklemi

$$\rho_{f1}\ddot{\phi}_1 = \rho_{f2}\ddot{\phi}_2 \quad S_c'\text{de} \quad (2.8)$$

ve yerdeğiştirme süreklilik koşulu

$$\phi_{1,n_1} = -\phi_{2,n_2} \quad S_c' \text{de} \quad (2.9)$$

şeklinde olur. Burada S_c , iki komşu bölgenin arayüzeyi, ρ_β sıvının birim hacim kütlesi ve n , dış yüzey normal doğrultusu olup, 1 ve 2 indisleri alt bölgele numaralanıdır.

3) Rijit yüzey koşulu: Rijit yüzeyde yüzey normali doğrultusunda yerdeğiştirme olmadığını ifade eder ve

$$\phi_{,n} = 0 \quad S_r' \text{de} \quad (2.10)$$

şeklinde yazılabilir. Burada S_r , rijit yüzeyi göstermektedir.

4) Elastik yapı ile temas eden yüzey için sınır koşulu: Yüzey normali doğrultusunda hem sıvı parçacığının hem de o noktada elastik yapının beraber yerdeğiştirdiklerini ifade eden denklem,

$$\phi_{,n} = w_i n_i \quad S_w' \text{de} \quad (2.11a)$$

sıvı-yapı süreklilik denklemidir. Burada S_w , sıvının temas ettiği elastik yüzeyi, i , indisi koordinat takımının eksenlerini, n_i , sıvı hacminin dış yüzey normalinin i . bileşenini ve w_i , yapı üzerindeki bir noktanın yerdeğiştirme bileşenlerini göstermektedir. Hidrodinamik sıvı basıncı ile yerdeğiştirme potansiyeli arasındaki bağıntı

$$p = -\rho_f \ddot{\phi} \quad (2.11b)$$

şeklinde yazılabilir.

2. 2. DİREKT SINIR ELEMAN YÖNTEMİ

Direkt sınır eleman yöntemi, sınır integral denklemlerine dayanan bir sayısal çözüm yöntemidir. Bu yöntemde, problemin tanımlandığı bölge içinde geçerli olan temel denklemden diverjans teoremi yardımıyla yüzeysel integral denklemlere ulaşılır. Problemin tanımlı olduğu bölgenin yüzeyi elemanlara ayrıştırılarak ve potansiyel alan için bu elemanlar üzerinde yaklaşım fonksiyonları kullanılarak, elde edilen yüzeysel integral ifadelerden direk sınır eleman denklemleri yazılır.

Diverjans teoremi yardımıyla ikinci Green özdeşliği aşağıdaki gibi yazılabilir [81].

$$\iiint_{R_f} (\phi \nabla^2 V - V \nabla^2 \phi) dR = \iint_{S_f} (\phi V_{,n} - \phi_{,n} V) dS \quad (2.12)$$

Burada $S_f = S_s + S_r + S_w$ dir. Yardımcı V fonksiyonu serbest uzay Green fonksiyonu olarak seçilirse, üç boyutlu ortamlar için

$$V = 1/R_{pQ} \quad (2.13)$$

şeklinde dir. Serbest uzay Green fonksiyonu, p kaynak noktasındaki birim yükün doğurduğu bir Q noktasındaki potansiyeldir ve aynı zamanda temel çözüm olarak bilinir. Burada R_{pQ} , üç boyutlu ortamda, p kaynak noktası ile Q noktası arasındaki uzaklıktır. (2.13) ifadesi (2.12)'de yerine konur ve tekillik ayrıklaştırılırsa [81]

$$-\alpha_p \phi(p) = \iint_{S_f} \left[\phi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{R_{pQ}} - \frac{1}{R_{pQ}} \frac{\partial \phi}{\partial n} \right] dS \quad (2.14)$$

direkt sınır integral denklemi elde edilir. Burada α_p , p noktasının konumuna göre değer alır.

$$\alpha_p = \begin{cases} 4\pi & p \in R_f & \text{hacim içinde} \\ 2\pi & p \in S_f & \text{düzgün yüzeyde} \\ 0 & p \notin R_f + S_f & \text{hacim dışında} \end{cases} \quad (2.15)$$

2. 2. 1. Direkt Sınır Eleman Yönteminde Sınır Eleman Denklemleri

Direkt sınır integral denklemi elde edildikten sonra, bölge sınırı şekil 2.1'deki gibi elemanlara bölünür ve (2.14) ifadesinde uygun ayrıklaştırma işlemleri yapılırsa, sayısal bir yöntem olan direkt sınır eleman yönteminde kullanılan denkleme ulaşılır. Bu durumda yerdeğiştirme potansiyelinin p kaynak noktasındaki değeri, sınır üzerindeki yerdeğiştirme potansiyeli ve yerdeğiştirme potansiyelinin normal türevleri cinsinden

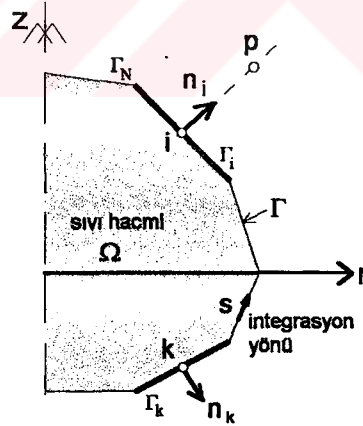
$$-\alpha_p \phi(p) = \sum_{k=1}^N \iint_{S_k} [\phi_k V_{,n} - V \phi_{k,n}] dS_k \quad (2.16)$$

şeklinde yazılabilir. Burada N ; sınır eleman sayısını, k ; eleman numarasını göstermekte olup S_k ; k . elemanın yüzeyini ve ϕ_k ; k . eleman üzerindeki yerdeğiştirme potansiyelini göstermektedir. Farklı hareket biçimlerini ifade etmek için potansiyel terim silindirik koordinatlarda

$$\phi(r, z, \theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\phi}_n(r, z) \psi_n(t) \cos n\theta \quad (2.17)$$

şeklinde Fourier serisine açılabilir. Burada $\bar{\phi}_n$; n . açısal moda ait yerdeğiştirme potansiyelinin $\theta=0$ düzlemindeki değeri olup, $\psi_n(t)$; potansiyelin zamana bağlılığını ifade eden fonksiyondur. $n=0$ eksenel simetrik, $n=1$ ise antisimetrik sıvı hareketine karşı gelir. Sadece eksenel simetrik veya antisimetrik durumlarla ilgilenileceğinden, bundan böyle n indisi kullanılmayacaktır.

Sıvı yüzeyinin silindirik koordinatlarda $\theta=0$ düzlemindeki kesiti, yani meridyeni, Γ_k doğru parçalarına ayrılabilir (şekil 2.1). Γ sınırının çevrelediği Ω alanı, R_f sıvı hacminin $\theta=0$ düzlemindeki kesitidir. Herbir Γ_k sınır elemanı üzerinde, yerdeğiştirme potansiyelinin ve normal türevin sabit kaldığı varsayılabilir. Bu sınır eleman sabit eleman olarak bilinir. Bu büyüklüklerin eleman üzerinde sabit kalmadığı, doğrusal, kuadratik, kübik ya da B -Spline fonksiyonları ile değiştiği elemanlar kullanmak da mümkündür. Sabit eleman bizim hesaplarımız için yeterlidir.



Şekil 2.1. Sıvı hacminin $\theta=0$ düzlemi ve ayrıklaştırılmış Γ sınırı üzerinde sabit elemanlar.

Sabit elemanlar kullanarak (2.17) ifadesi (2.16) denkleminde götürülürse

$$-\alpha_p \bar{\phi}(p) = H_{ik} \bar{\phi}_k - G_{ik} \bar{\phi}_{k,n} \quad k=1,2,\dots,N \text{ ve } i=1,2,\dots,N \quad (2.18)$$

elde edilir. Burada i indisi kaynak noktanın yakınında bulunduğu elemanı ve k indisi de üzerinde sınır integral alınanan elemanı göstermektedir (şekil 2.1). Silindirik koordinatlarda dS yüzey elemanı, $dS=r(s)d\theta ds$ olduğu dikkate alınarak

$$H_{ik} = \int_{\Gamma_k} G_{i,n}^*(p,s)r(s)ds \quad (2.19a)$$

$$G_{ik} = \int_{\Gamma_k} G_i^*(p,s)r(s)ds \quad (2.19b)$$

şeklinde yazılabilir. $G_i^*(p,s)$ serbest uzay Green fonksiyonudur. Eksenel simetrik problem için

$$G_i^*(p,s) = \int_0^{2\pi} V d\theta = \frac{4}{r_{ps}} K(\kappa) \quad (2.20a)$$

ve dış yüzey normali doğrultusunda türevi

$$\begin{aligned} G_{i,n}^*(p,s) &= \int_0^{2\pi} V_{,n} d\theta \\ &= \frac{2n_r(s)}{r_s r_{ps}} [E(\kappa) - K(\kappa)] - 4 \frac{n_r(r_s - r_p) + z_d n_z}{r_{ps} [(r_s - r_p)^2 + z_d^2]} E(\kappa) \end{aligned} \quad (2.20b)$$

şeklindedir. Antisimetrik problem için

$$\begin{aligned} G_i^*(p,s) &= \int_0^{2\pi} V \cos \theta d\theta \\ &= \frac{4}{r_{ps}} \left\{ \left(\frac{2}{\kappa^2} - 1 \right) K(\kappa) - \frac{2}{\kappa^2} E(\kappa) \right\} \end{aligned} \quad (2.20c)$$

ve dış yüzey normali doğrultusunda türevi

$$\begin{aligned} G_{i,n}^*(p,s) &= \int_0^{2\pi} V_{,n} \cos \theta d\theta \\ &= \frac{4}{r_{ps}} \left\{ \left[r_p \left(\frac{2}{\kappa^2} - 1 \right) - r_s \right] n_r + (z_p - z_s) n_z \right\}_x \\ &\quad x \left[\frac{1}{1 - \kappa^2} \left(\frac{2}{\kappa^2} - 1 \right) E(\kappa) - \frac{2}{\kappa^2} K(\kappa) \right] - \frac{1}{2} G^*(p,s) n_r \end{aligned} \quad (2.20d)$$

şeklinde. Burada $\kappa = 4r_p r_s / r_{ps}^2$ ve $r_{ps}^2 = (r_p + r_s)^2 + (z_p - z_s)^2$ dir. n_r ve n_z sırasıyla dış yüzey normalinin r ve z doğrultularındaki bileşenleridir. $K(\kappa)$ ve $E(\kappa)$ sırasıyla, birinci ve ikinci türden tam eliptik integrallerdir.

p kaynak noktası i . eleman ile çakıştığında, s noktası p noktasına yaklaşırken, $\kappa \rightarrow 0$ olur. Bu durumda (2.19) ifadelerinde $k=i$ olur ve integrallerin çekirdeklerinde bulunan $K(\kappa)$ terimi logaritmik tekilliğe sahiptir. İntegralleri logaritmik sayısal integrasyon formülleri kullanarak almak mümkündür. Ancak H_{ii} 'nin hesabında başka bir yol izlenebilir. Laplace denkleminin bilinen bir çözümü (2.18) ifadesinde kullanılırsa $\alpha_p + H_{ii}$ 'nin değeri bu ifadede elde edilebilir. Örneğin ekstenel simetrik problemde c bir sabit olmak üzere $\bar{\phi}(r, z) = c$ ve antisimetrik problemde $\bar{\phi}(r, z) = r$ fonksiyonları Laplace denkleminin bilinen çözümleridir.

p kaynağı bölge dışına taşınırsa, (2.19) ifadelerindeki integrallerin çekirdekleri tekillikten kurtulduğu gibi α_p sabiti de yok olur. Ancak bölge dışındaki p noktası sınıra ne çok yakın ne de çok uzak yerleştirilmemelidir. Çok yakın olması durumunda α_p sabitinin sıfır olması gerektiği halde, sayısal işlem hatalarından dolayı sıfırdan farklı olmakta, bu da H_{ii} integralinin hesaplanmasında yanlışlığa sebep olmaktadır. Kaynağı bölge dışına taşıyan bu yöntem, literatürde düzenli (regular) sınır eleman yöntemi olarak anılır. Bu çalışmada düzenli sınır elemanlar kullanılmıştır. Sınır integralleri 10 noktalı Gauss-Legendre integrasyon formülleri kullanılarak hesaplanmıştır [82]. (2.18) denklem takımı matris şeklinde yazılırsa

$$H\phi = Gq \quad (2.21a)$$

olur. Bu ifade direkt sınır eleman denklem takımıdır. Burada $\phi = \{\bar{\phi}_1, \bar{\phi}_2, \dots, \bar{\phi}_N\}^T$ ve $q = \{\bar{\phi}_{1,n}, \bar{\phi}_{2,n}, \dots, \bar{\phi}_{N,n}\}^T$ dir. H ve G matrisleri $N \times N$ boyutunda olup elemanları (2.19)'da yazıldığı gibidir. f, r, c ve w indisleri sırasıyla, serbest yüzey, rijit yüzey, ara yüzey ve elastik yüzeyleri ifade etmek üzere, (2.19) ifadelerinde i ve k indislerinin yerine, ilgili elemanların bulunduğu yüzeye göre f, r, c veya w yazılırsa, (2.21a) ifadesi sınırın değişik bölümlerini gösterecek şekilde aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{bmatrix} H_{ff} & H_{fr} & H_{fc} & H_{fw} \\ H_{rf} & H_{rr} & H_{rc} & H_{rw} \\ H_{cf} & H_{cr} & H_{cc} & H_{cw} \\ H_{wf} & H_{wr} & H_{wc} & H_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_f \\ \phi_r \\ \phi_c \\ \phi_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{ff} & G_{fr} & G_{fc} & G_{fw} \\ G_{rf} & G_{rr} & G_{rc} & G_{rw} \\ G_{cf} & G_{cr} & G_{cc} & G_{cw} \\ G_{wf} & G_{wr} & G_{wc} & G_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_f \\ q_r \\ q_c \\ q_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_f \\ q_r = 0 \\ q_c \\ q_w \end{bmatrix} \quad (2.21b)$$

2. 2. 2. Alt Bölgeler Ve Ara Yüzey Koşulları

Sıvı hacminin basit bağımlı bir bölge olmadığı hallerde, hacim iki veya daha çok sayıda basit bağımlı bölgeye ayrılabilir. İşte basit bağımlı bu bölgelere alt bölgeler diyeceğiz. Alt bölgelere ayırma işlemi sınır integral işlemlerinde kolaylık sağlar. Örneğin hacmin iki farklı sıvı ile dolu olması veya geometriden kaynaklanan basit bağımlı olmayan bölgeler olması halinde alt bölge tanımlaması kullanmak uygun olmaktadır.

Alt bölgelere ayırma işleminin uygulanması halinde sınır eleman yöntemin ile elde edilen (2.21b) denklem takımı, alt bölgelerin herbiri için ayrı ayrı oluşturulur. Oluşturulan bu denklem takımlarını tek denklem takımı halinde birleştirmek için alt bölgelerin arayüzeylerinde sağlanması gereken (2.8) ve (2.9) süreklilik koşulları kullanılır.

Komşu alt bölgelerin aynı özelliklere sahip olması halinde arayüzey üzerinde basınç sürekliliği koşulundan yerdeğiştirme potansiyellerinin zamana göre ikinci türevlerinin eşit olduğu görülür. $\rho_{f1} = \rho_{f2}$ olduğu zaman (2.8) basınç sürekliliği ifadesinden

$$\ddot{\phi}_{c1} = \ddot{\phi}_{c2} \quad (2.22a)$$

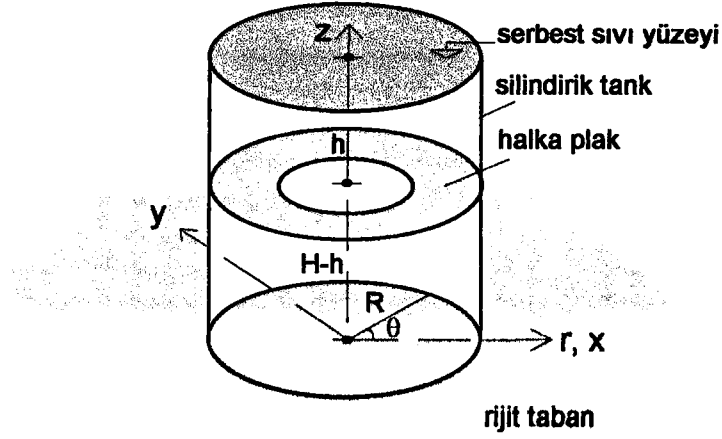
elde edilir. (2.9) yerdeğiştirme sürekliliği koşulundan

$$q_{c1} = -q_{c2} \quad (2.22b)$$

olur. Burada c_1 ve c_2 indisleri sırasıyla, ara yüzey üzerinde ait oldukları değişkenin altbölgenin ara yüzeyini ifade etmektedir.

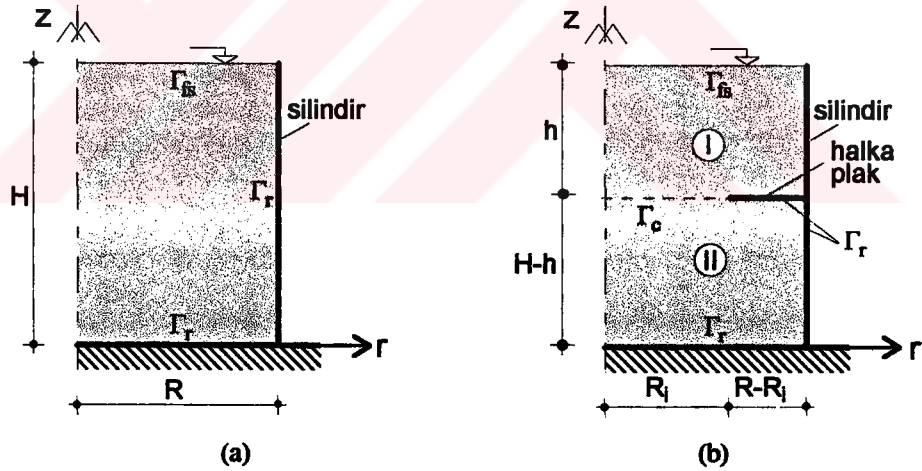
2. 2. 3. Rijit Tanklarda İdeal Sıvılar

Rijit tanklardaki sıvının davranışı uzun yıllardan beri değişik yazarlar tarafından ele alınmıştır. Sıvı-yapı etkileşimi problemlerinde, yapının rijit olduğu düşünülerek sıvının hareketinden doğan hidrodinamik kuvvetlerin hesaplandığı çalışmalar mevcuttur [4]. Ancak etkileşim problemlerinde, rijit varsayım ile elde edilen tank duvarlarına etkileyen hidrodinamik basınçlar, elastik varsayım ile elde edilenlerden her zaman daha büyüktür [25]. Bu kısımda rijit tanklarda hidrodinamik sıvı basıncı hesaplanarak bu basınç alanından doğan tank tabanındaki kesme kuvveti ve devirme momenti belirlenecektir. İlerki kısımlarda elastik varsayım ile hesaplamalar yapılmıştır.



Şekil 2.2. Silindirik tank ve koordinat takımları

Tankın oturduğu rijit temelin (şekil 2.2'de xy düzlemi) maruz kalacağı, hidrodinamik basınçtan doğan deprem yüklerinin en küçük yapılması amaçlanmıştır. Konunun önemi, nükleer santrallerde ve petrol depolama tanklarında bu türden problemlerle karşılaşılmasından gelmektedir. Bu türden yapılarda, yapıya etkiyen hidrodinamik sıvı basıncının yanı sıra, yapı temeline etkiyen deprem yüklerinin belirlenmesinde fayda vardır [12].



Şekil 2.3. Sıvı dolu silindirik tankın $\theta=0$ kesiti. a) Silindirik tank b) Halka plaklı silindirik tank

Bir mühendislik problemi olarak, temele etkiyen deprem yüklerini minimum yapmak için silindirik tankın sahip olması gereken yükseklik/yarıçap oranı (H/R) araştırılmıştır. Deprem yüklerinin daha da küçültülmesi amacıyla, halka plak silindirik tank üzerinde yapısal ek eleman (şekil 2.3) olarak ele alınmış ve deprem yüklerini nasıl etkilediği incelenmiştir. Deprem yüklerinin belirlenmesinde modların süperpozisyonu yöntemi

kullanılacağından, Ri/R , h/H ve H/R oranlarının sıvı serbest titreşim frekanları üzerindeki tesiri de öncelikle araştırılmıştır.

Problemin çözümünde sıvı için yapılan *varsayımlar* aşağıda sıralanmıştır:

1. Sıvı serbest yüzeyinde oluşan hızlar ve yerdeğiştirmeler, gerek kinematik gerekse dinamik koşulların lineerleştirilmesine engel olmayacak kadar küçük olmalıdır,
2. Sıvı viskoz değildir ve sıkıştırılmaz,
3. Sıvı hareketi çevrintisizdir.

Temel, halka plak ve silindirik tank aşağıda tanımlanmıştır:

1. Tank, plak ve temel rijit yapılardır,
2. Plak ve tank birbirlerine rijit bağlıdır,
3. Deprem analizinde, tank temelin sahip olduğu $a(t)$ ivmesi ile x eksenine doğrultusunda yatay hareket eder.

Antisimetrik Titreşim ve Sismik Analiz

Silindirik tank ve halka plak için en uygun koordinat sistemi silindirik (r, θ, z) koordinat takımıdır. Kesme kuvveti ve devirme momentinin tariflenmesi için tank tabanına kartezyen koordinat takımı yerleştirilmiştir (şekil 2.2). Buna göre silindirik koordinatlarla kartezyen koordinatlar arasındaki ilişki $x=r\cos\theta$ ve $y=r\sin\theta$ şeklindedir.

Bazı yazarlar sıvıyı, kütle-yay sistemi olarak modellerken [4,19], bazıları da potansiyel problemlerinin çözümlerine yönelmişlerdir. Bu kısımda, daha önce kullanılan yerdeğiştirme potansiyelinin yerine *hız potansiyeli* kullanılmıştır.

Bu kısımda hidrodinamik sıvı basıncının sebep olduğu halka plaklı silindirik tank tabanındaki kesme kuvveti ile devirme momenti hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçların daha kolay yorumlanması amacıyla kullanılan değişkenler boyutsuz hale getirilebilir. Boyutsuzlandırma tankın yarıçapı R , yerçekim ivme sabiti g ve sıvının birim hacim kütlesi ρ_f kullanılarak

$$\begin{aligned}
 \Phi &\leftarrow \Phi / \sqrt{gR^3} & : \text{Hız potansiyeli} & (2.23a) \\
 p &\leftarrow p / \rho_f g R & : \text{Hidrodinamik sıvı basıncı} \\
 a &\leftarrow a / g & : x \text{ eksenine doğrultusunda zamana bağlı ivme} \\
 r &\leftarrow r / R & : \text{Silindirik koordinatlarda radyal bileşenler}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z &\leftarrow z/R & : \text{Silindirik ve kartezyen koordinatlarda düşey bileşen} \\
t &\leftarrow t\sqrt{g/R} & : \text{Zaman} \\
\omega &\leftarrow \omega\sqrt{R/g} & : \text{Açısal frekans} \\
\eta &\leftarrow \eta/R & : \text{Sıvı serbest yüzeyinin düşey yerdeğiştirmesi} \\
F_x &\leftarrow F_x / \rho_f g R^3 & : \text{Tank tabanında } x \text{ eksenine doğrultusunda kesme kuvveti} \\
M_y &\leftarrow M_y / \rho_f g R^4 & : \text{Tank tabanında } y \text{ eksenine etrafında devirme momenti}
\end{aligned}$$

şeklinde yapılabilir [19]. Burada ($\leftarrow$) ile işaret edilen terimler boyutsuz, sağ taraftakiler boyutludur. Kesme kuvveti ve devirme momenti sırasıyla

$$F_x = \int_{S_r} p n_x dS \quad \text{ve} \quad M_y = \int_{S_r} (z n_x - x n_z) p dS \quad (2.23b)$$

dir. Burada n_x , dış yüzey normalinin x eksenine doğrultusundaki bileşenidir. Harmonik sınır değer problemi aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{Sıvı hacminde } (R_f \text{ 'de}) \quad (2.24a)$$

$$\Phi_{,n} = 0 \quad \text{Rijit yüzey } (S_r) \text{ koşulu} \quad (2.24b)$$

$$\Phi_{,z} = \dot{\eta} \quad \text{Serbest yüzeyde } (S_{fs} \text{ 'de}) \text{ kinematik sınır koşulu} \quad (2.24c)$$

$$\eta = \dot{\Phi} + \alpha x \quad \text{Serbest yüzeyde dinamik sınır koşulu} \quad (2.24d)$$

Başlangıç koşulları: $t=0$ anında

$$\Phi = 0 \quad R_f \text{ 'de} \quad (2.25a)$$

$$\dot{\Phi} = 0 \quad R_f \text{ 'de} \quad (2.25b)$$

şeklinde. Burada tank ve plak rijit kabul edileceğinden sıvı hacminin yüzeyi $S_f = S_{fs} + S_r$ olarak yazılabilir. Hidrodinamik sıvı basıncı

$$p = -\dot{\Phi} - \alpha x \quad R_f \text{ 'de} \quad (2.26)$$

şeklinde yazılabilir. (2.24c,d) denklemlerinden serbest yüzey koşulu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Phi_{,z} = \ddot{\Phi} + \dot{a}x \quad S_f \text{'de} \quad (2.27)$$

Modların Süperpozisyonu

Silindirik tankdaki sıvının serbest titreşim frekanslarını hesaplamak için hız potansiyeli ifadesi n inci mod için

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(r, \theta, z) \sin \omega_n t \quad (2.28)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ϕ_n ve ω_n sırasıyla n inci mod'a ait özfonksiyon ve özdeğerlerlerdir. (2.28) ifadesi (2.27)'de yerine yazılır ve $a(t)=0$ alınırsa, n inci mod için

$$\phi_{n,z} = \omega_n^2 \phi_n \quad (2.29)$$

elde edilir. Sismik analiz modların süperpozisyonu yöntemi ile yapılacağından, önce özdeğer ve özfonksiyonlar hesaplanmalıdır. Modların süperpozisyonu yöntemine göre hız potansiyeli, ϕ_n özfonksiyonlarının zamana bağlı ψ_n ağırlık katsayılarıyla çarpılarak elde edilen toplamına eşittir. Bu durumda hız potansiyeli ifadesi

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(t) \phi_n(r, \theta, z) \quad (2.30)$$

olur. (2.27) ifadesine (2.29) ve (2.30) denklemleri ile gidilirse

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\ddot{\psi}_n + \omega_n^2 \psi_n) \phi_n = -\dot{a}(t)x \quad S_{fs} \text{'de} \quad (2.31)$$

elde edilebilir. Farklı modlar ortogonal olduğu için [12], (2.31) denkleminde

$$\ddot{\psi}_n(t) + \omega_n^2 \psi_n(t) = -I_n \dot{a}(t) \quad S_{fs} \text{'de} \quad (2.32a)$$

yazılabilir. Burada

$$I_n = \frac{\int_{S_{fs}} x \phi_n dS}{\int_{S_{fs}} \phi_n^2 dS} \quad (2.32b)$$

dır. (2.32a) denkleminin (2.30)'da yerine konduğu zaman (2.25) başlangıç koşullarını sağlayan çözümü

$$\psi_n(t) = -\frac{I_n}{\omega_n} \int_0^t \dot{a}(\tau) \sin[\omega_n(t-\tau)] d\tau \quad (2.33a)$$

şeklinde bir Duhamel integralidir. (2.33a) ifadesinde zamana göre kısmi integrasyon yapılırsa

$$\psi_n(t) = -I_n \int_0^t a(\tau) \cos[\omega_n(t-\tau)] d\tau \quad (2.33b)$$

elde edilir. Burada $a(0)=0$ olarak alınmıştır. (2.33) ifadelerinde sayısal integrasyon formülleri kullanılacak olursa, ivme teriminin zamana göre türevi söz konusu olmadığından (2.33b)'deki integral daha kolay alınır. Duhamel integrali sayısal hesaplarda trapez kuralı ile alınmıştır.

Kesiti şekil 2.3a'da verilen silindirik tankdaki sıvı için (2.21b) denklem takımı elde edilip sonra (2.7-10) ifadelerinde yazılan sınır koşulları dikkate alınarak gerekli indirme işlemleri yapılırsa, özdeğer problemi matris formda

$$H\phi_{n_f} = -\omega_n^2 G\phi_{n_f} \quad (2.34)$$

şeklinde elde edilebilir. Burada n inci mod'a ait $\phi_{n_f} = \{\phi_{n_f1}, \dots, \phi_{n_fN_f}\}^T$ vektörünün bileşenleri, serbest yüzeyde bulunan sabit sınır elemanların n inci mod'a ait potansiyelleridir. N_f serbest yüzeydeki eleman sayısıdır.

Kesiti şekil 2.3b'de verilen halka plak elemanlı silindirik tankdaki sıvının hız potansiyeli plağın alt ve üst yüzeylerinde süreksizdir. Bu durumda I ve II ile işaretlenen iki altbölge oluşturulur. Altbölgelerin herbiri için (2.21b) denklem takımı elde edilir. Sonra bu denklem takımlarında, (2.7-10) ifadelerinde yazılan sınır koşulları dikkate alınıp, bölüm 2.2.2.'de belirtildiği şekilde indirgeme işlemleri yapılarak (2.34) ifadesine ulaşılır.

Modların süperpozisyonu yönteminde, en küçük serbest titreşim frekanslarına karşı gelen modlardan ilk birkaçı sıvı davranışını yeterince karakterize edebilir. Bilindiği gibi, sıvı küçük hızlarla hareket ederken ilk modlarına daha yakın davranır (yapı analizinde de aynı durum söz konusudur). Ancak büyük hızların söz konusu olduğu problemlerde, daha yüksek mertebeden modlar da hesaba katılmalıdır. Bu çalışmada

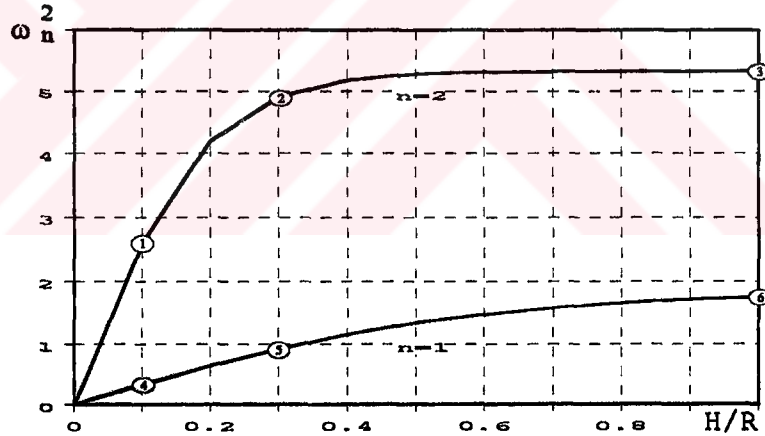
verilen örneklerde ilk iki mod ile yetinilmiştir. En küçük özdeğer ve özfonksiyonlardan ilk ikisi hesaplandıktan sonra, temelin x doğrultusunda verilen bir $a(t)$ deprem kaydı ile yaptığı hareketin sebep olduğu hidrodinamik sıvı basıncının tank tabanında oluşturduğu kesme kuvveti ve devirme momenti elde edilmiştir.

2. 2. 4. Direkt Sınır Eleman Yöntemi İle Uygulamalar

Bu kısımda direkt sınır elemanlar yöntemi kullanılarak plaklı ve plaksız tanklardaki sıvının serbest titreşim probleminde en küçük ilk iki frekans hesaplanmıştır. Serbest titreşim modları ve frekansları elde edildikten sonra, deprem analizi yapılmış ve düşey doğrultuda harmonik zorlama problemi ilk iki mod kullanılarak çözülmüştür.

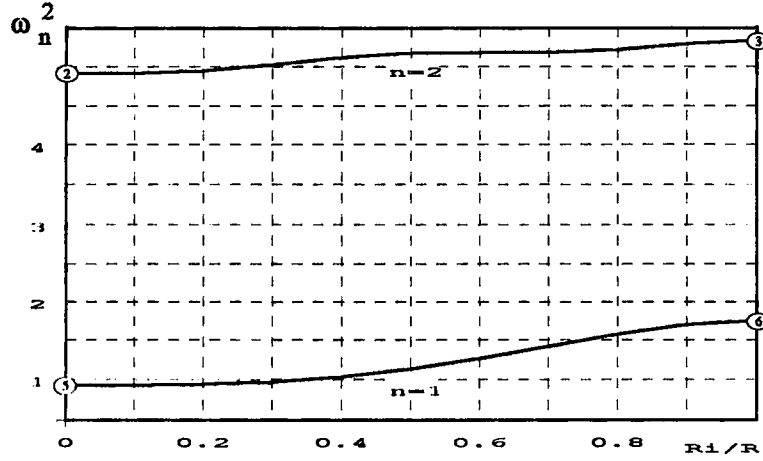
2. 2. 4. 1. Serbest Titreşim

Kesitleri şekil 2.3'de verilen tanklardaki sıvılarda serbest titreşim frekanslarından en küçük ilk ikisinin değişik parametrelere göre grafikleri çizilmiştir. Çizilen grafiklerde ω_n , n inci mod'a ait boyutsuz açısal frekanstır.

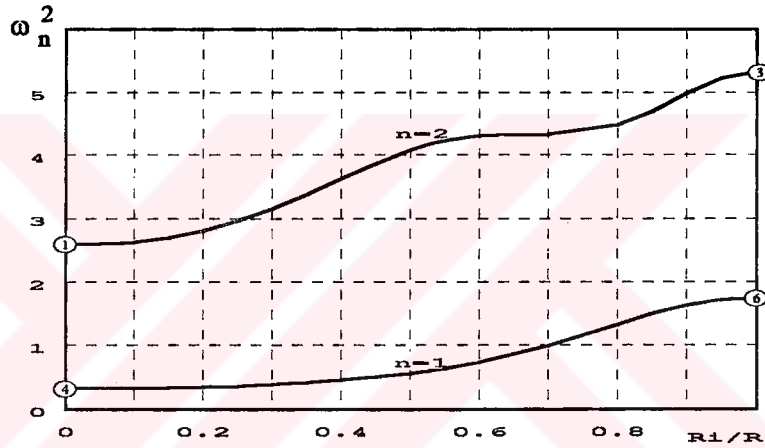


Şekil 2.4. Silindirik tankdaki sıvıda antisimetrik serbest titreşim frekanslarının H/R oranı ile değişimi.

Halka plaksız silindirik tank: Plâgın bulunmadığı (şekil 2.3b) rijit silindirik tankdaki sıvıda antisimetrik serbest titreşim frekanslarının H/R oranı ile değişimi şekil 2.4'de verilmiştir. Buna göre, ilk mod'a karşı gelen en küçük frekans $H/R=1$ civarında, ikinci mod'a karşı gelen frekans $H/R=0.3-0.5$ civarında limite ulaşmaktadır. Bunun nedeni, sıvı serbest yüzeye yakın kısımda daha çok salınım yaparken, tabana yakın kısımda daha çok hareketsiz kalmasıdır [19].



Şekil 2.5. Halka plaklı tankdaki sıvıda antisimetrik serbest titreşim frekansının Ri/R oranı ile değişimi. $h/H=0.3$ ve $H/R=1$

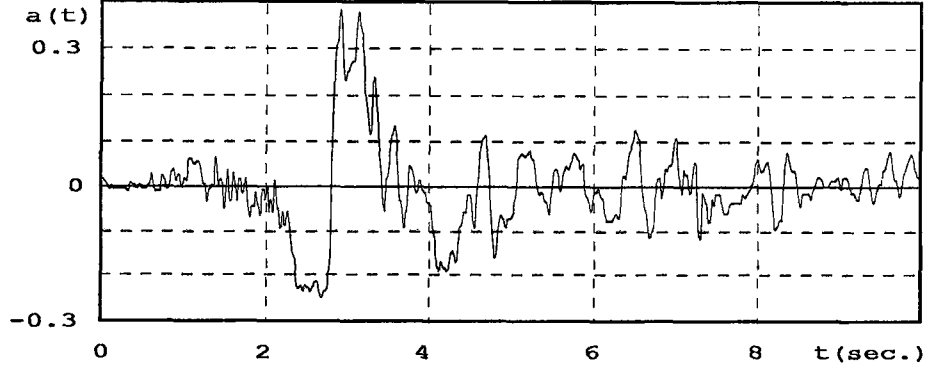


Şekil 2.6. Halka plaklı tankdaki sıvının antisimetrik serbest titreşim frekansının Ri/R oranı ile değişimi. $h/H=0.1$ ve $H/R=1$

Halka plaklı silindirik tank: $H/R=1$ oranına sahip olan silindirik tankdaki sıvıda, halka plağın serbest titreşim frekanslarına etkisi incelenmiştir. Plak iç yarıçapı $Ri=0$ olduğunda, şekil 2.3b'deki II nolu alt bölge tümüyle rijit duvarlarla kaplıdır. Serbest titreşim yapan sadece I nolu alt bölgedir. Bu alt bölge için H/R oranı h/R 'ye eşittir. $Ri/R=1$ oranı, şekil 2.3b'deki I ve II nolu alt bölgelerin arayüzeyinde plak bulunmadığı anlamına gelir. Bu durumda I ve II nolu alt bölgeler şekil 2.3a'daki tek bölge gibi davranır. Birbirine karşı gelen (özdeş) durumlar şekil 2.4, 2.5 ve 2.6'da numarası aynı olan daireler ile gösterilmiştir. Plaksız tankdaki sıvı için tek bölge veya iki altbölge kullanarak elde edilen frekansların eşit olduğu bu şekillerden de görülmektedir. Plağın $h/H=0.3$ oranı için tankdaki sıvıda antisimetrik serbest titreşim frekanslarının Ri/R oranı ile değişimi şekil 2.5'de ve $h/H=0.1$ için şekil 2.6'da verilmiştir.

2. 2. 4. 2. Erzincan-1992 Depremi K-G Bileşeni Verileri ile Sismik Analiz

Bu kısımda 1992 yılında Erzincan'da meydana gelen depremin Kuzey-Güney bileşenine ait ivme kayıtlarının ilk 10 saniyelik kısmı kullanılmıştır (şekil 2.7). Kayıt aralığı 0.01 saniyedir. (2.32b)'deki integral trapez kuralı ile alınmış, bunun için deprem ivmesi ara değerleri doğrusal yaklaşımla elde edilmiştir.

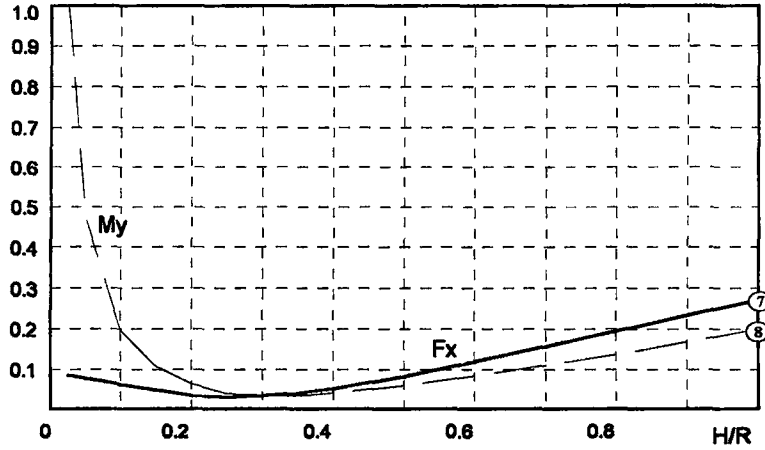


Şekil 2.7. 1992 Erzincan depremi K-G bileşeninin 0.01 saniye aralıklı kayıtları.

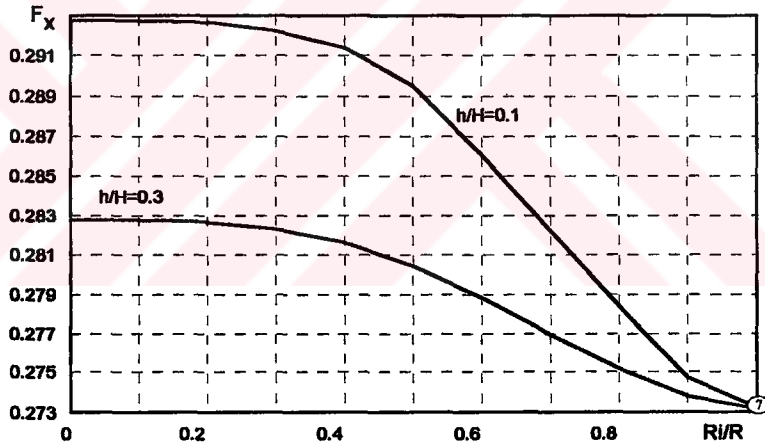
Halka plaksız tank: Silindirik tank tabanında meydana gelen büyük kesme kuvvetinin ve devirme momentinin H/R oranı ile değişimi şekil 2.8.'de gösterilmiştir. $H/R=0.3$ civarında hem devirme momenti hem de kesme kuvveti minimuma ulaşmaktadır. $H/R<0.3$ oranlarında devirme momentinin artışı, kesme kuvvetinin artışından daha hızlıdır. Buna karşın $H/R>0.3$ oranlarında kesme kuvvetinin artışı devirme momentinin artışından daha hızlıdır. Yüksek tanklarda, serbest yüzeye yakın kısımdaki sıvı salınım yaparken, alt kısımda kalan sıvı katı bir cisim gibi davranmaktadır [19].

Halka plaklı tank: En büyük kesme kuvvetinin R_i/R ve h/H oranları ile değişimi şekil 2.9.'da gösterilmiştir. Kesme kuvvetinin bu oranlar ile değişimi $0.273 > F_x > 0.293$ aralığındadır. Bu aralık, ortalama kesme kuvveti yanında oldukça küçüktür. Aralığın ortalamaya oranı $2 \times (0.293 - 0.273) / (0.293 + 0.273) = 0.08$ dir. Şu halde halka plağın kesme kuvveti üzerindeki etkisinin az olduğu söylenebilir. Halka plak serbest yüzeye yakın olduğunda, tank tabanında daha büyük kesme kuvvetleri oluşmaktadır. Plağın serbest yüzeye daha yakın olması halinde I/n olu hacim daha büyüktür (şekil 2.3). Plak iç çapının küçük olması, her tarafı rijit duvarlarla kapalı bir hacim oluşturur. Bu hacim içinde kalan sıvı bir rijit cisim gibi davranır. Buna göre, plağın iç çapının küçük ve yüzeye yakın olması sıvının hareketini kısıtlamaktadır. Aynı ivme altında kütlesi büyük

olan cisimlerin atalet kuvvetleri de büyüktür. İşte bu sebeplerden dolayı büyük hacim içinde hareketi kısıtlanan sıvının hidrodinamik basıncı tank tabanında daha büyük kesme kuvveti meydana getirmektedir. Başka bir deyişle halka plağın varlığı küçük oranlarda da olsa kesme kuvvetinin büyümesine neden olur.

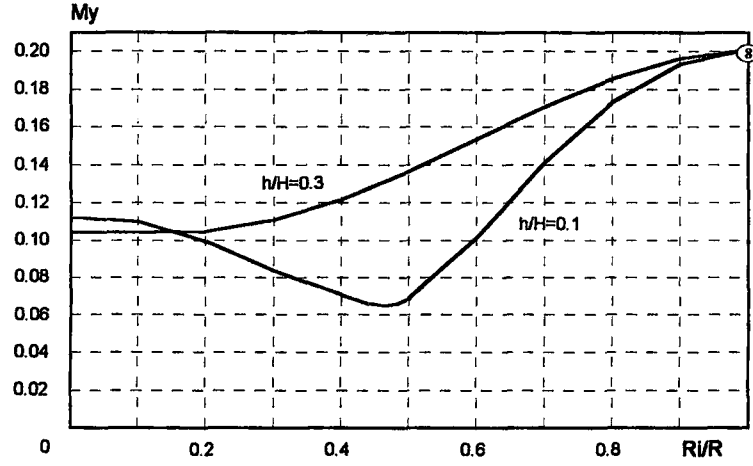


Şekil 2.8. Silindirik tank tabanında meydana gelen büyük kesme kuvvetinin ve devirme momentinin H/R oranı ile değişimi



Şekil 2.9. Halka plaklı tankta en büyük kesme kuvvetinin Ri/R ve h/H oranları ile değişimi. $H/R=1$.

Halka plak serbest yüzeye yakınsa, devirme momenti daha küçüktür (şekil 2.10). Halka plak, kesme kuvvetini küçük oranlarda artırmasına rağmen, devirme momentinin azalmasında oldukça etkilidir. Örneğin $h/H=0.3$ oranı için devirme momentinin Ri/R oranı ile değişimi $0.105 > My > 0.200$ aralığındadır. Bu aralık ortalama devirme momenti yanında küçük değildir. Aralığın ortalamaya oranı $2 \times (0.200 - 0.105) / (0.200 + 0.105) = 0.62$ dir. Şu halde halka plağın devirme momenti üzerinde etkili olduğu söylenebilir. Halka plak serbest yüzeye yakın olduğunda, tank tabanında daha küçük devirme momentleri oluşmaktadır.



Şekil 2.10. Halka plaklı tankda en büyük devirme momentinin Ri/R ve h/H oranları ile değişimi. $H/R=1$.

2. 2. 4. 3. Zorlanmış Düşey Harmonik Titreşim

Bu örnekte, eksenî doğrultusunda $Z(t) = Z_0 \cos(\omega t)$ şeklinde zorlanmış harmonik titreşin yapan rijit tanklardaki sıvının antisimetrik salınımları incelenmiştir. Yerdeğiştirme potansiyeli zamana bağlı bir terim olduğuna göre

$$\phi(r, z, \theta, t) = \bar{\phi}(r, z) \psi(t) \cos \theta \quad (2.35)$$

şeklinde seçilirse, serbest yüzey sınır koşulu, lineer hali ile aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\bar{\phi} \ddot{\psi} + \lambda \psi \bar{\phi}_{,z} = 0 \quad (2.36)$$

Burada, $\lambda = g + \ddot{Z}$ dir ve n dışnormali ile z doğrultusu aynı seçildiğinden $u_{,n} = u_{,z}$ olur. (2.35) ve (2.36) ifadeleri (2.16b) denkleminde yerleştirilirse,

$$\beta = \frac{1}{\lambda} \frac{\ddot{\psi}}{\psi} \quad (2.37)$$

olmak üzere özdeğer problemi

$$H\bar{\phi} = -\beta G\bar{q} \quad (2.38)$$

elde edilir. β parametresi aynı zamanda sistemin serbest titreşim frekans parametresidir. Yani $\beta = \omega_n^2 / g$ dir. En küçük frekans yapı üzerinde en etkin olandır. Bundan dolayı en küçük frekansa karşı gelen salınım için harmonik zor incelenecektir.

Şimdi (2.38) denkleminin çözümünden sonra $\omega = 2\tau$ dönüşümü yapılarak (2.37) denkleminde gidilirse,

$$\ddot{\psi} + (a - 2q \cos 2\tau) \psi = 0 \quad (2.39)$$

Mathieu denklemini edle edilir. Burada

$$a = 4(\omega_n / \omega)^2, \quad q = 2\beta Z_0 \quad (2.40)$$

dir. Bu denklemde ψ genlik faktörü, sıvının serbest titreşim frekansına, zorlama genliğine ve yerçekim sabitine bağlıdır. Serbest yüzey hareketinin de harmonik olup olmayacağı Mathieu denklemindeki (a, q) katsayı çiftinden belirlenebilir, Şekil 2.11. Eğer (a, q) çifti stabil bölgede ise bu denklemin periyodik çözümleri vardır. Aksi halde rezonans söz konusu olurki böyle durumlarda büyük hızların ve büyük yerdeğiştirmelerin incelenebileceği lineer olmayan teori kullanılmalıdır. Dolayısıyla stabil olan-olmayan çözüm bölgelerinin kesin sınırı ancak lineer olmayan teori ile belirlenebilir. Mathieu denkleminin karakteristik değerleri q 'nun kuvvetleri cinsinden:

Bölge no.	a 'nın üst sınırı	a 'nın alt sınırı
1.	$C_{e1} = 1 + q + O(q^2)$	$S_{e1} = 1 - q + O(q^2)$
2.	$C_{e2} = 4 + O(q^2)$	$S_{e2} = 4 + O(q^2)$
n .	$C_{en} = n^2 + O(q^2)$	$n^2 - O(q^2)$

(2.41)

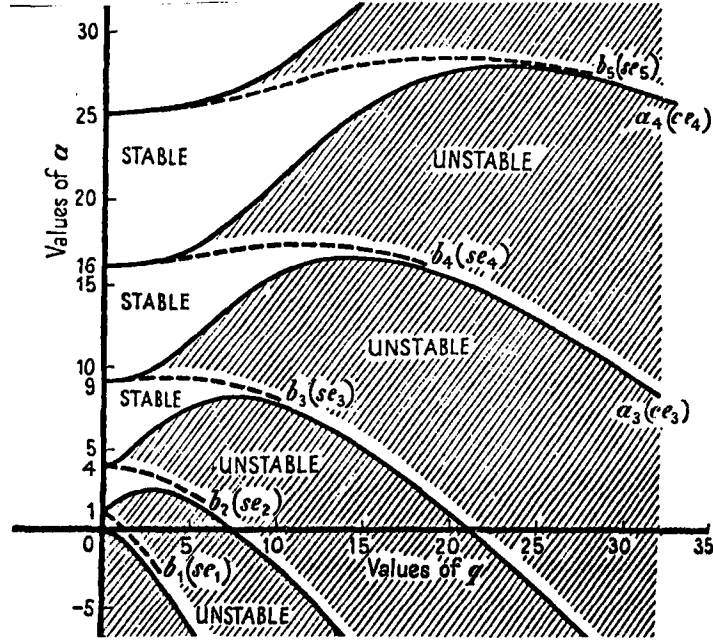
şeklinde yazılabilir. q 'nun küçük değerleri için yazılan bu ifadelerden anlaşılacağı üzere birinci bölge dışındakilerde stabilitenin bozulduğu alanlar ihmal edilebilecek derecede küçüktür. Ancak bölgelerden ilki anlamlı genişliğe sahiptir. İşte bu bölge içinde kalan (a, q) çifti incelenmeye devam edilmelidir.

ω_c , C_{e1} 'e ve ω_s 'de S_{e1} 'e ait zorlama frekansları olmak üzere (2.40) ifadeleri (2.41)'de yerlerine konur ve gerekli düzenlemeler yapılsa

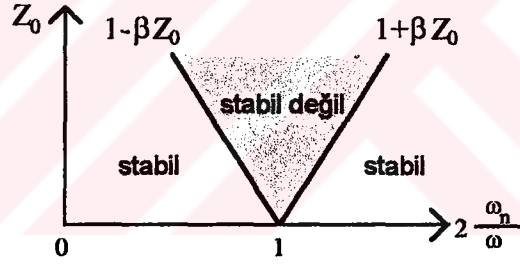
$$\frac{\omega_n}{\omega_c} = \frac{1}{2}(1 + 2\beta Z_0)^{1/2} \cong \frac{1}{2}(1 + \beta Z_0) \quad (2.42a)$$

$$\frac{\omega_n}{\omega_s} = \frac{1}{2}(1 - 2\beta Z_0)^{1/2} \cong \frac{1}{2}(1 - \beta Z_0) \quad (2.42b)$$

olur. Bu durumda $(Z_0 \omega_n / \omega)$, çifti için stabilite diyagramı Şekil 2.12'deki gibidir.



Şekil 2.11. Mathieu Stabilité Diyagramı [83]



Şekil 2.12. Zorlama genliği - zorlama ve serbest titreşim frekanslarının oranı cinsinden Mathieu Stabilité diyagramı.

Stabil olmayan bölgeler (2.42) ifadelerinde verilen değerlerle sınırlıdır. Bu bölgenin büyüklüğü β ile doğru orantılıdır. Ancak Şekil 2.12'de verilen diyagramın küçük Z_0 değerleri için hazırlandığı unutulmamalıdır.

2. 3. VARYASYONEL SINIR ELEMAN YÖNTEMİ

Bu kısımda, simetrik matrisler veren varyasyonel sınır eleman yöntemi üzerinde durulmuştur. Varyasyonel sınır eleman yönteminde, sonlu eleman yönteminde olduğu gibi, sistemin davranışını karakterize eden enerji anlamında bir fonksiyonel yazılır. Ancak bundan sonra sonlu eleman yönteminden farklı olarak, hacimsel integraller sınır

integrallere dönüştürülür ve problemin alan değişkenleri, hacim içinde temel denklemleri sağlayan *global yaklaşım fonksiyonları* ile ifade edilir.

Sıvı davranışını karakterize etmek için alan değişkenleri olarak p hidrodinamik basınç alanı ve ϕ yerdeğiştirme potansiyel terimleri kullanılabilir. Buradaki p - ϕ seçimi, hidrostatik basıncı içermediğinden statik problemlerin çözümüne imkan tanımaz. ϕ , ϕ - p , ϕ - η ve p_0 hidrostatik basınç alanı olmak üzere ϕ - p_0 gibi seçimler de mümkündür [40, 57, 64]. Sıkıştırılamayan ideal sıvı için, hem hacim içinde hem de sınırlarda p - ϕ ilişkisi

$$p + \rho_f \ddot{\phi} = 0 \quad R_f + S_f' \text{de} \quad (2.43)$$

momentum denklemi ile verilebilir.

Sıvı davranışını karakterize etmek için *Hamilton kuralından* faydalanılabilir. Hamilton kuralına göre, bir keyfi t_1 , t_2 zaman aralığında kinetik enerji ve potansiyel enerjinin varyasyonu ile konservatif olmayan dış kuvvetlerin yaptığı işin varyasyonları toplamı sıfırdır. İki bağımsız değişkenli ve momentum sürekliliği ifadesinin bir λ Lagrange çarpanı ile katıldığı fonksiyonel,

$$\pi_f(p, \phi, \lambda) = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{\rho_f}{2} \int_{R_f} \dot{\phi}_{,i} \dot{\phi}_{,i} dR - \frac{1}{2g\rho_f} \int_{S_{fs}} p^2 dS + \int_{S_{fs}} \lambda (p + \rho_f \ddot{\phi}) dS \right\} dt \quad (2.44)$$

şeklinde yazılabilir [25]. Fonksiyoneldeki ilk terim sıvının toplam kinetik enerjisi, ikinci terim potansiyel enerjisidir. Bu ifadenin bağımsız değişkenlere göre varyasyoneli, zamana ve hacimsel terimlere göre gerekli kısmi integrasyonlar yapılarak,

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \left[\rho_f \int_{R_f} \delta\phi \{ \ddot{\phi}_{,ii} \} dR + \rho_f \int_{S_r} \delta\phi \{ -\ddot{\phi}_{,n} \} dS + \rho_f \int_{S_{fs}} \delta\phi \{ -\ddot{\phi}_{,n} + \ddot{\lambda} \} dS \right. \\ & \left. + \int_{S_{fs}} \delta p \left\{ -\frac{p}{g\rho_f} + \lambda \right\} dS + \int_{S_{fs}} \delta\lambda \{ p + \rho_f \ddot{\phi} \} dS \right] dt \\ & + \left[-\rho_f \int_{R_f} \delta\phi \{ \dot{\phi}_{,ii} \} dR + \rho_f \int_{S_r} \delta\phi \{ \dot{\phi}_{,n} \} dS + \rho_f \int_{S_{fs}} \delta\phi \{ \dot{\phi}_{,n} - \dot{\lambda} \} dS \right]_{t_1}^{t_2} = 0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

şeklinde elde edilir. Burada δ , varyasyon, n , dış yüzey normali, p , serbest yüzeyde statik seviyedeki hidrodinamik basınç ve ϕ , hem bölge içinde hem de sınırlarda geçerli olan yerdeğiştirme potansiyelidir. Buradan varyasyonellere karşı gelen Euler-Lagrange denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir (Tablo 2.1).

Tablo 2.1: Sıvının Euler-Lagrange Denklemleri.

Varyasyon	Sınır/Bölge	Euler-Lagrange Denklemleri	
$\delta\phi$	R_f	$\ddot{\phi}_{,tt} = 0$	(2.46a)
$\delta\phi$	S_r	$\ddot{\phi}_{,n} = 0$	(2.46b)
$\delta\phi$	$S_{\bar{n}}$	$-\ddot{\phi}_{,n} + \ddot{\lambda} = 0$	(2.46c)
δp	$S_{\bar{n}}$	$-\frac{p}{g\rho_f} + \lambda = 0$	(2.46d)
$\delta\lambda$	$S_{\bar{n}}$	$p + \rho_f \ddot{\phi} = 0$	(2.46e)

(2.45) ifadesinde, Hamilton prensibine göre, $t=t_1$ ve $t=t_2$ anlarında $\delta\dot{\phi} = 0$ dır. Lagrange çarpanının, $\lambda = \phi_{,n}$ veya $\lambda = p/g\rho_f$ şeklinde seçilebileceği (2.46c) ve (2.46d) ifadelerinden görülmektedir. Sonlu elemanlar yönteminde olduğu gibi, varyasyonel sınır eleman yönteminde de bu seçeneklerden birincisinin uygulanması, denklem takımlarında simetrinin bozulmasına yol açmaktadır. Bundan dolayı $\lambda = p/g\rho_f$ seçilecektir.

(2.44) ile verilen fonsiyonelde kinetik enerjiye karşı gelen hacimsel integral, zaman ve hacimsel terimlere göre kısmi integrasyon yaparak ve yerdeğiştirme potansiyelinin (2.46a) ifadesini sağladını kabul ederek,

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{\rho_f}{2} \int_{R_f} \dot{\phi}_{,t} \dot{\phi}_{,t} dR dt = -\frac{\rho_f}{2} \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_{S_f} \phi \ddot{\phi}_{,n} dS \right\} dt + \frac{\rho_f}{2} \left\{ \int_{S_f} \phi \dot{\phi}_{,n} dS \right\} \bigg|_{t_1}^{t_2} \quad (2.47)$$

şeklinde *yüzeysel integrale* dönüştürülür. Bu ifadedeki son terim varyasyonel formda düşeceği için

$$\frac{\rho_f}{2} \left\{ \int_{S_f} \phi \dot{\phi}_{,n} dS \right\} \bigg|_{t_1}^{t_2} = 0 \quad (2.48)$$

yazılabilir. (2.48) ile (2.47)'ye ve oradan (2.44) ile verilen fonksiyonele gidilirse

$$\pi_f(p, \phi) = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ -\frac{\rho_f}{2} \int_{S_f} \phi \ddot{\phi}_n dS + \frac{1}{g} \int_{S_f} \left(\frac{p^2}{2\rho_f} + p \ddot{\phi} \right) dS \right\} dt \quad (2.49)$$

elde edilir. (2.49) fonksiyoneliinden p ve ϕ terimlerine göre varyasyonlar yazılır ve zaman üzerindeki integral düşürülürse,

$$\frac{1}{g\rho_f} \int_{S_f} \delta p p dS + \frac{1}{g} \int_{S_f} \delta p \ddot{\phi} dS = 0 \quad (2.50a)$$

$$-\rho_f \int_{S_f} \delta \phi \ddot{\phi}_n dS + \frac{1}{g} \int_{S_f} \delta \ddot{\phi} p dS = 0 \quad (2.50b)$$

sadece yüzeysel integraller içeren varyasyonel form elde edilir. Bu form varyasyonel sınır eleman yöntemi ile kolayca ayrıklaştırılabilir. Ancak ayrıklaştırma yapılırken, yerdeğiştirme potansiyeli (2.46a) ifadesini sağlayan global interpolasyon fonksiyonları ile ifade edilmelidir.

2. 3. 1. Varyasyonel Sınır Eleman Yönteminde Sınır Eleman Denklemleri

Bu kısımda, dönel simetrik hacime sahip sıvının *antisimetrik* serbest titreşim problemi, sabit sınır elemanlar kullanılarak varyasyonel sınır eleman yöntemi ile çözülecektir. Elde edilen (2.50) varyasyonel formu kullanılarak, problem varyasyonel sınır eleman yöntemi ile çözülebilir. Sınır eleman yönteminin gereği olarak, sıvı yüzeyi elemanlara ayrılır ve varyasyonel formda mevcut olan bağımsız değişkenleri (p , ϕ) bölge içinde ya da sınırda ayrıklaştırılır. Kaynak noktası ise önceki kısımda yapıldığı gibi bölge dışına taşınarak tekil integrallerden kaçınılmıştır.

Hidrodinamik basınç alanı p için sadece serbest yüzey üzerinde tanımlı olan intepolasyon fonksiyonlarını seçmek yeterlidir. Çünkü varyasyonel form p basınç alanı için sadece yüzeysel integraller içermektedir. Şu halde basınç alanı ve basınç alanının varyasyonu sırasıyla

$$p(s, \theta, t) = N^T p \cos \theta \quad \text{ve} \quad \delta p(s, \theta, t) = N^T \delta p \cos \theta \quad S_{fs}'\text{de} \quad (2.51)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $N = \{N_1(s), \dots, N_{N_f}(s)\}^T$, $p = \{p_1(t), \dots, p_{N_f}(t)\}^T$ dir. N_f serbest yüzeydeki eleman sayısıdır. Burada $N_k(s)$, serbest yüzeyin $\theta=0$ düzlemindeki kesitinde

global yaklaşım fonksiyonu yazılabilir. Burada $G^* = \{G_1^*(p,s), \dots, G_N^*(p,s)\}^T$ ve $s = \{s_1(t), \dots, s_N(t)\}^T$ dir. İstenirse eksenel simetrik durum için (2.20a) kullanılır. Potansiyel alan, hacim içinde de geçerli olduğundan dış normal doğrultusunda türevi

$$\phi_{,n}(s, \theta, t) = G_{,n}^{*T} \delta s \cos \theta \quad R_f^+ S_f^+ \text{de} \quad (2.54b)$$

olur. Burada $G_{,n}^* = \{G_{1,n}^*(p,s), \dots, G_{N,n}^*(p,s)\}^T$ dir. $G_{i,n}^*(p,s)$, eksenel simetrik durum için (2.20b) ve antisimetrik durum için (2.20d) ifadelerindeki gibidir.

Yukarıda (2.51) ve (2.54) ifadeleri (2.50) varyasyonel formunda yerlerine yazılırsa matris formunda

$$\begin{bmatrix} 0 & M_{ff} \\ M_{ff}^T & -M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{p} \\ \dot{s} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ s \end{Bmatrix} \quad (2.55a)$$

sonucuna varılır. Bu denklem takımındaki matris elemanlar,

$$M_f = \rho_f \int_{r_f} G^* G_{,n}^{*T} r ds \quad \text{sıvı kütle matrisi} \quad (2.55b)$$

$$M_{ff} = \frac{1}{g} \int_{r_{fs}} N G^{*T} r ds \quad \text{serbest yüzey kütle matrisi} \quad (2.55c)$$

$$K_p = \frac{1}{g \rho_f} \int_{r_{fs}} N N^T r ds \quad \text{serbest yüzey rijitlik matrisi} \quad (2.55d)$$

olup, s parametresi (2.55a) ifadesinden yok edilirse aşağıdaki standart formu elde edilir.

$$[M_{ff} M_f^{-1} M_{ff}^T] \{\ddot{p}\} = [K_p] \{p\} \quad (2.56)$$

2. 3. 2. Alt Bölgeler Ve Potansiyel Alan İçin Arayüzeyde Süreklilik Koşulları

Sıvı hacmi birden fazla alt bölgeye ayrılması halinde, yerdeğiştirme potansiyeli her alt bölge için ϕ_1 ve ϕ_2 gibi ayrı ayrı yaklaşım fonksiyonları ile ifade edilir. Bu yaklaşım fonksiyonları arasında süreklilik kurmak için, alt bölgelerin arayüzeylerinde, daha önce bahsedilen süreklilik koşulları gerçekleştirilmelidir.

Arayüzey koşulları (2.8) ve (2.9) eşitlikleri ile verilmişti. Bu koşullar sağlatılırken, daha önce bölüm 2.2'deki yol izlenebileceği gibi, en küçük kareler yöntemine dayalı varyasyonel bir yöntem de kullanılabilir.

Global yaklaşım fonksiyonlarından ayrı, sadece ara yüzey üzerinde tanımlı bir yerdeğiştirme potansiyeli ve varyasyonu sırasıyla

$$\phi^*(s, \theta, t) = N^{*T} u^* \cos \theta \quad \text{ve} \quad \delta \phi^*(s, \theta, t) = N^{*T} \delta u^* \cos \theta \quad S_c \text{'de} \quad (2.57a)$$

olur. Burada $N^* = \{N_1(s), \dots, N_{N_c}(s)\}^T$ ve $u^* = \{u_1^*(t), \dots, u_{N_c}^*(t)\}^T$ dir. $u_k^*(t)$, ara yüzeyde k . elemandaki potansiyeldir. $N_k(s)$, (2.52) de tanımlandığı gibidir. N_c , ara yüzeydeki eleman sayısıdır. Benzer şekilde ara yüzey normali doğrultusunda yerdeğiştirme ifadesi olarak

$$\phi_n^*(s, \theta, t) = N^{*T} u_n^* \cos \theta \quad \text{ve} \quad \delta \phi_n^*(s, \theta, t) = N^{*T} \delta u_n^* \cos \theta \quad S_c \text{'de} \quad (2.57b)$$

yazılabilir. Burada $u_n^* = \{u_{n1}^*(t), \dots, u_{nN_c}^*(t)\}^T$ dir. $u_{nk}^*(t)$, k . elemanın normal doğrultuda yaptığı yerdeğiştirmedir. Ara yüzeyin dış normali, 1. alt bölgenin dış yüzey normali ile aynı yönde seçilecektir.

Arayüzey koşullarının sağlatılması: Arayüzeyde global yaklaşım fonksiyonları ile sadece arayüzeyde tanımlı fonksiyonlar arasındaki farkların toplamı en küçük kareler yöntemine göre potansiyel alan sürekliliği sırasıyla 1. ve 2. altbölgeler için

$$I_1(\phi^*) = \frac{1}{2} \int_{S_c} (\phi_1 - \phi^*)^2 dS \quad \text{ve} \quad I_2(\phi^*) = \frac{1}{2} \int_{S_c} (\phi_2 - \phi^*)^2 dS \quad (2.58)$$

olur. Benzer şekilde yerdeğiştirme sürekliliği

$$J_1(\phi_n^*) = \frac{1}{2} \int_{S_c} (\phi_{1,n} - \phi_n^*)^2 dS \quad \text{ve} \quad J_2(\phi_n^*) = \frac{1}{2} \int_{S_c} (\phi_{2,n} + \phi_n^*)^2 dS \quad (2.59)$$

olur. (2.58) ve (2.59) ifadelerinde farkların en küçük yapılması için varyasyon uygulanırsa

$$\delta(I_1 - I_2) = \int_{S_c} \delta \phi^* (\phi_1 - \phi_2) dS = 0 \quad (2.60a)$$

$$\delta(J_1 - J_2) = \int_{S_e} \delta \phi_n^* (\phi_{1,n} + \phi_{2,n}) dS = 0 \quad (2.60b)$$

elde edilir. (2.54) ve (2.57) ifadeleri (2.60) varyasyonel ifadelerinde yerine yazılarak s_1 ve s_2 parametreleri arasında, matris formunda

$$\begin{bmatrix} C_{\phi 1} \\ C_{q1} \end{bmatrix} \{s_1\} = \begin{bmatrix} C_{\phi 2} \\ C_{q2} \end{bmatrix} \{s_2\} \quad (2.61a)$$

süreklilik bağıntısı elde edilir. s_1 ve s_2 parametrelerinin varyasyonları arasında da aynı şekilde matris formunda

$$\begin{bmatrix} C_{\phi 1} \\ C_{q1} \end{bmatrix} \{\delta s_1\} = \begin{bmatrix} C_{\phi 2} \\ C_{q2} \end{bmatrix} \{\delta s_2\} \quad (2.61b)$$

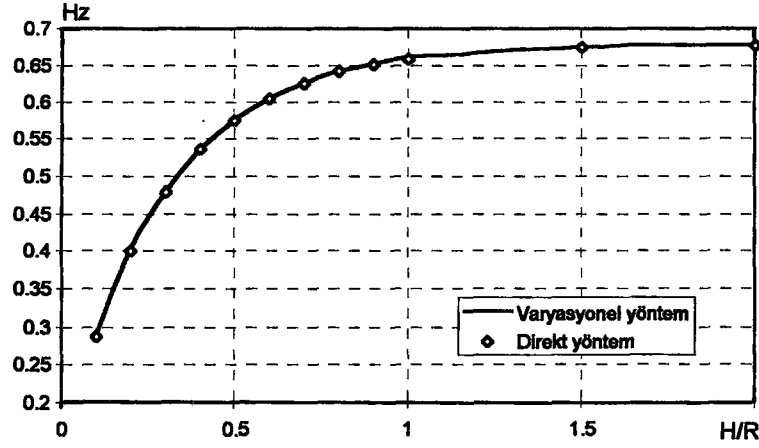
süreklilik bağıntısı söz konusu olur. Burada 1 ve 2 indisleri altbölgeyi göstermekte olup matris elemanları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} C_{\phi 1} &= \int_{\Gamma_{c1}} N^* G_1^{*T} r ds & C_{\phi 2} &= \int_{\Gamma_{c2}} N^* G_2^{*T} r ds \\ C_{q1} &= \int_{\Gamma_{c1}} N^* G_{1,n}^{*T} r ds & C_{q2} &= \int_{\Gamma_{c2}} N^* G_{2,n}^{*T} r ds \end{aligned} \quad (2.62)$$

2. 3. 3. Uygulamalar

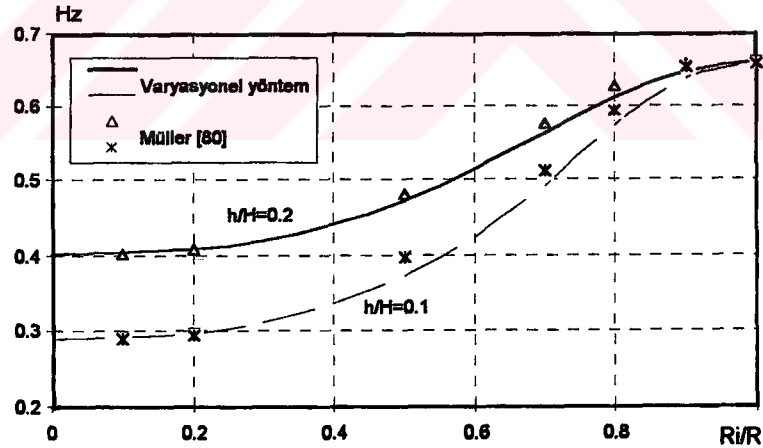
Bu kısımda, daha önce 2.2.4.1. başlığıyla verilen örnekte direkt sınır eleman yöntemi ile elde edilen sonuçlar, varyasyonel sınır eleman yöntemi ile elde edilen sonuçlarla ve literatürde verilen değerlerle karşılaştırılmıştır.

Serbest Titreşim: Silindirik tankdaki sıvının antisimetrik serbest titreşim frekansları farklı H/R oranları için diğer çalışmalarla karşılaştırmalı olarak Şekil 2.14'de verilmiştir. Varyasyonel yöntemin sonuçları diğerinden en fazla $+0.002$ kadar daha büyüktür.



Şekil 2.14. Silindirik tankdaki sıvının antisimetrik serbest titreşim frekansının H/R ile oranı değişiminde yöntemlerin karşılaştırılması.

Halka plak elemanlı rijit silindirik tankdaki sıvının antisimetrik serbest titreşim frekansları, $h=0.1\text{ m}$ ve $h=0.2\text{ m}$ konumlarındaki plağın iç yarıçapının farklı değerleri direkt ve varyasyonel yöntemlerle hesaplanmış ve sonuçların çok uyumlu olduğu görülmüştür. Bu çalışmada, eksenel simetrik yapı için verilen direkt sınır eleman yöntemi ile elde edilen sonuçlarla, Müller'in [80] verdiği üç boyutlu direkt sınır eleman yöntemi ile elde ettiği sonuçlar Şekil 2.15.'de karşılaştırılmıştır



Şekil 2.15. Halka plak elemanlı silindirik tankdaki sıvının antisimetrik serbest titreşim frekansının Ri/R oranı ile değişiminde yöntemlerin karşılaştırılması.
 $h/H=0.3$ ve $H/R=1$

Farklı halka plak konumları için direkt sınır eleman, Varyasyonel sınır eleman yöntemleri ile elde edilen sonuçlar, Müller'in [80] verdiği sonuçlarla karşılaştırıldığı zaman Şekil 2.15'den çok iyi bir uyumluluğun olduğu görülmektedir.

BÖLÜM 3. SONLU ELEMEN YÖNTEMİ

3. 1. ELASTİK CİSİM İÇİN GENEL HAREKET DENKLEMLERİ

Elastik cisim davranış denklemlerinin verildiği birçok teori vardır [84-89]. Bu çalışmada Novozhilov [86]'un verdiği ince kabuklar için birinci mertebe teorisi esas alınacaktır.

Dinamik denge denklemlerinin elde edilmesi için Hamilton prensibinden faydalanılabilir. Bilindiği gibi Hamilton prensibi keyfi t_1, t_2 zaman aralığında, kinetik ve potansiyel enerjinin değişimi ile konservatif olmayan kuvvetlerin yaptığı işi gösterir. değişiminin toplamalarının sıfır olacağını söyler. Bir P basınç yükü ile yüklü elastik bir ortamın hareket denklemi Hamilton prensibine göre

$$\pi_s(w) = \int_{t_1}^{t_2} \int_{R_s} \left\{ -\frac{1}{2} \rho_s \dot{w}_i \dot{w}_i + \frac{1}{2} w_{i,j} \tau_{ij} \right\} dR dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_{S_f} P w_i m_i dS dt \quad (3.1)$$

şeklindeir. Burada w , yerdeğiştirme vektörü, R_s , elastik cisimin bulunduğu ortam, S_f , P basınç yükünün cisme etkidiği yüzeyler, m dış yüzey normali ve τ_{ij} Cauchy gerilme tansörüdür.

$$\tau_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (3.2)$$

ve genelleştirilmiş şekil değıştirme tansörü,

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} (w_{k,l} + w_{l,k}) \quad (3.3)$$

olur. C_{ijkl} Cauchy elastik tansörüdür.

Üç terimden oluşan (3.1) ifadesinde, ilk iki terim sırasıyla elastik cismin kinetik ve potansiyel enerjisi, son terim de dış yüklerin yaptığı iştir.

Bu fonksiyonelde w yerdeğiştirme vektörü bağımsız değışkendir. Fonksiyonelin bağımsız değışkene göre varyasyoneli ise, zamana göre gerekli kısmi integrasyonlar yapılarak ve

$$\int_{R_s} w_{i,j} \tau_{ij} dR = \int_{S_s} w_i \tau_{ij} m_j dR - \int_{R_s} w_i \tau_{ij,j} dR \quad (3.4)$$

eşitliği kullanılarak, (3.1)'de yazılan fonksiyonelin varyasyoneli

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_{R_s} \delta w_i (\rho_s \ddot{w}_i - \tau_{ij}) dR + \int_{S_I} \delta w_i (\tau_{ij} m_j + P m_i) dS + \int_{S_0} \delta w_i \tau_{ij} m_j dS \right\} dt - \rho_s \int_{R_s} \delta w_i \dot{w}_i dR \Big|_{t_1}^{t_2} = 0 \quad (3.5)$$

şeklinde elde edilir. Burada S_o , yapının dış yük etkimeyen yüzeylerini göstermektedir. (3.5) ile verilen varyasyonel formda $t=t_1$ ve $t=t_2$ anlarında $\delta w_i=0$ dır. Elastik cismin hareket denklemleri (3.5) ile verilen varyasyonel formdan elde edilebilir (tablo 3.1).

Tablo 3.1: Elastik cismin Euler-Lagrange Denklemleri.

Varyasyon	Şehir/Bölge	Euler-Lagrange Denklemleri
δw_i	R_s	$\rho_s \ddot{w}_i - \tau_{ij} = 0$
δw_i	S_I	$\tau_{ij} m_j + P m_i = 0$
δw_i	S_o	$\tau_{ij} m_j = 0$

(3.6)

(3.7)

(3.8)

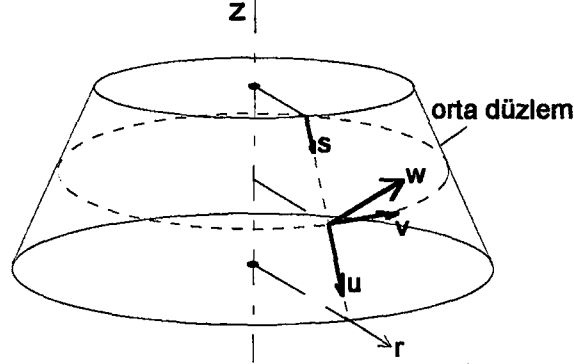
3. 2. İNCE KABUK TEORİSİ

Ele alınan halka plak ve silindirik tank ince yüzeysel taşıyıcı sistemlerdir. Bunların incelenmesinde yapılan *varsayımlar* aşağıda sıralandığı gibidir:

- Kabuk kalınlığı t_o , kabuğun diğer boyutlarına ve eğrilik yarıçapına göre oldukça küçüktür,
- Yerdeğiştirmeler kabuk kalınlığı yanında oldukça küçüktür,
- Başlangıçta orta düzleme dik olan bir doğru parçası, şekil değiştirme oluştuktan sonra da orta düzleme dik ve boyu aynı değişmemiş bir doğru parçası olarak kalır,
- Orta yüzeye dik doğrultudaki normal gerilme diğer gerilmeler yanında ihmal edilecektir,
- Malzeme homojen, izotrop ve lineer elastiktir.

3. 2. 1. Dönel Simetrik İnce Kabuklar

Bu çalışmada Novozhilov'un birinci mertebe ince kabuk teorisi kullanılarak, dairesel halka plaklar ve dairesel silindirik kabuklar ile ilgili çözümler ele alınacaktır. Halka plak ve silindirik kabuk konik kabuğun özel halleri olduğundan, yer değiştirme bileşenleri konik kabuk orta düzleminde tanımlanmıştır (şekil 3.1).



Şekil 3.1. İnce konik kabukta yerdeğiştirme bileşenleri .

İnce konik kabuğun geometrisi ve notasyonlar şekil 3.1.'de gösterilmiştir. İnce kabuklarda düzlem gerilme kabulü yapıldığından, gerilme ve şekildeğiştirme tansörleri sırasıyla

$$\begin{aligned} \tau &= [\sigma_s, \sigma_\theta, \sigma_n = 0, \tau_{\theta n}, \tau_{\theta s}, \tau_{ns}]^T \\ \varepsilon &= [\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \varepsilon_n = 0, \gamma_{\theta n} = 0, \gamma_{\theta s}, \gamma_{ns} = 0]^T \end{aligned} \quad (3.9)$$

olur. Orta düzlemde şekil değıştirme ve eğrilik ifadeleri yerdeğiştirme vektörüne bağlı olarak, sırasıyla

$$\bar{\varepsilon} = \{\bar{\varepsilon}_s, \bar{\varepsilon}_\theta, \bar{\gamma}_{\theta s}\}^T = D_\varepsilon^T w \quad (3.10c)$$

ve

$$\bar{\kappa} = \{\bar{\kappa}_s, \bar{\kappa}_\theta, \bar{\kappa}_{\theta s}\}^T = D_\kappa^T w \quad (3.10d)$$

şeklinde yazılabilir. Burada şekil değıştirme-yerdeğiştirme matrisi

$$D_\varepsilon^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} & 0 & 0 \\ \frac{r_{,s}}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{1}{R_0} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial s} - \frac{r_{,s}}{r} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10a)$$

ve eğrilik-yerdeğiştirme matrisi

$$D_{\kappa}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial s^2} \\ 0 & -\frac{1}{rR_{\theta}} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{r_{,s}}{r} \frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\ 0 & -\frac{2(1-r_{,s})}{r} \frac{\partial}{\partial s} & \frac{2}{r} \left(\frac{\partial^2}{\partial s \partial \theta} - \frac{r_{,s}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} \quad (3.10b)$$

şeklinde olup R_{θ} , kabuğun eğrilik yarıçapıdır (tablo 3.2). w yerdeğiştirme vektörünün teğetsel doğrultulardaki bileşenleri u ve v , normal doğrultudaki bileşeni w dir. Orta düzlemde ξ kadar uzaktaki bir noktada şekil değıştirme oranları, orta düzlemdeki şekil değıştirmeler cinsinden

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} - \xi \bar{\kappa} \quad (3.10e)$$

olur. (3.10c,d) ifadeleri (3.10e)'de yerine konursa $D^T = D_{\varepsilon}^T - \xi D_{\kappa}^T$ olmak üzere yerdeğiştirme şekil değıştirme bağıntısı

$$\varepsilon = D^T w \quad (3.10f)$$

olur. (3.10f) ifadesi ile tanımlanan şekildeğıştirme oranlarının sebep olduğu düzlem gerilme halinde, gerilme-şekildeğıştirme bağıntısı

$$\tau = \{\sigma_s, \sigma_{\theta}, \tau_{s\theta}\}^T = CD^T w \quad (3.11)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, E ve ν sırasıyla Young modülü ve Poisson oranı olmak üzere elastik izotrop homojen malzeme için

$$C = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

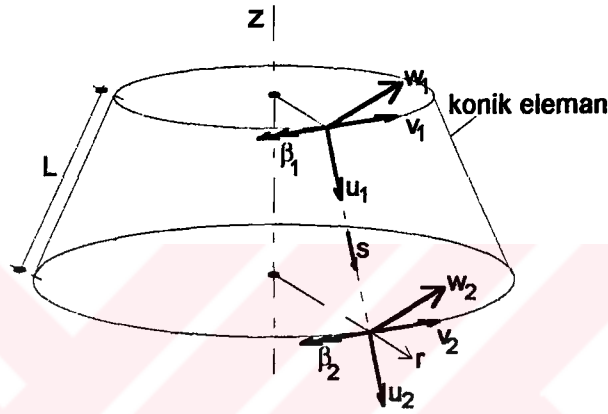
şeklindedir.

Tablo 3.2: $r_{,s}$ değeri ve R_{θ} eğrilik yarıçapı.

Eleman tipi	$r_{,s}$	R_{θ}
Plak	1	∞
Silindir	0	R

3. 2. 2. Sonlu Eleman Denklemleri

Eksenel simetrik kabukların sonlu eleman yaklaşımları Grafton ve Strome [90] tarafından ilk kez simetrik yükleme durumu için yapılmıştır. Onların kullandıkları elemanlar, deplasman fonksiyonlarının kullanımı yoluyla eksenel simetrik ya da simetrik olmayan dış yükler altındaki konik halka elemanların çözümlerini içermektedir. Daha sonraları yapılan çalışmalarda konik elemanlar yerine, eğrisel elemanlar da geliştirilmiştir. Bu kısımda dairesel halka plak ve silindirik kabuğun antisimetrik yükler altındaki davranışı sonlu eleman yöntemi ile incelenecektir. Aksi söylenmedikçe matris ve vektörler elemanlara ait olacaktır.



Şekil 3.2. Konik elemanın $\theta=0$ düzleminde uç noktaların yerdeğiştirme bileşenleri.

Eksenel simetrik ince kabuğun orta düzleminde yerdeğiştirme bileşenleri

$$\begin{aligned}
 u(r, \theta, z, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} u_k(s, t) \cos k\theta \\
 v(r, \theta, z, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} v_k(s, t) \sin k\theta \\
 w(r, \theta, z, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} w_k(s, t) \cos k\theta
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

şeklinde Fourier serisine açılabilir. Bu serinin $k=1$ için yazılan terimi antisimetrik ($\cos \theta$ tipi) davranışa karşı gelir. Sadece antisimetrik davranış incelendiği için k indisi bundan sonraki kısımlarda kullanılmayacaktır. Eksenel simetrik problemler için $k=0$ kullanılmalıdır.

$\theta=0$ düzleminde eleman üzerindeki bir noktanın yerdeğiştirme bileşenleri, uç noktaların yerdeğiştirme bileşenleri cinsinden interpolasyon fonksiyonları yardımı ile

$$\mathbf{w}_1 = \begin{Bmatrix} u(s,t) \\ v(s,t) \\ w(s,t) \end{Bmatrix} = \mathbf{N}_w^T \mathbf{d} \quad (3.14a)$$

şeklinde yazılabilir. Burada eleman uç noktaları yerdeğiştirme bileşenleri (şekil 3.2)

$$\mathbf{d} = \{u_1, v_1, w_1, \beta_1, u_2, v_2, w_2, \beta_2\}^T \quad (3.14b)$$

ve interpolasyon matrisi, $\bar{s}=s/L$ ve interpolasyon fonksiyonları

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - 3\bar{s}^2 + 2\bar{s}^3 \\ N_2 &= \bar{s} - 2\bar{s}^2 + \bar{s}^3 \\ N_3 &= 3\bar{s}^2 - 2\bar{s}^3 \\ N_4 &= -\bar{s}^2 + \bar{s}^3 \end{aligned} \quad (3.14c)$$

olmak üzere

$$\mathbf{N}_w^T = \begin{bmatrix} 1-\bar{s} & 0 & 0 & 0 & \bar{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\bar{s} & 0 & 0 & 0 & \bar{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \quad (3.14d)$$

şeklindedir. Kabuk üzerinde herhangi bir noktanın yerdeğiştirme vektörü,

$$\boldsymbol{\Theta}^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.14e)$$

olmak üzere

$$\mathbf{w} = \boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{w}_1 \quad \text{veya} \quad \mathbf{w} = \boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{N}_w^T \mathbf{d} \quad (3.14f)$$

şeklinde yazılabilir. (3.14f) ifadesi, (3.10f)'ye götürülürse,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}^T \mathbf{d} \quad (3.15a)$$

ve (3.11)'e götürülürse,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{CB}^T \mathbf{d} \quad (3.15b)$$

elde edilir. Burada şekil değiştirme-uç deplasmanları matrisi

$$B^T = D^T \Theta^T N_w^T \quad (3.15c)$$

dir. (3.5) varyasyonel formunda yerdeğiştirme vektörünün varyasyoneli

$$\delta w = \Theta^T N_w^T \delta d \quad (3.16)$$

şeklinde seçilebilir (Galerkin/Sonlu Eleman Ayırıştırması). Silindirik koordinatlarda sonsuz küçük hacim ve yüzey elemanlar sırasıyla

$$dR = r ds d\theta d\xi \quad (3.17a)$$

$$dS = r ds d\theta \quad (3.17b)$$

şeklindedir. (3.15-3.17) ifadeleri (3.5) ile verilen varyasyonel formda yerine koyarak aşağıdaki elemana ait denklem takımı elde edilir.

$$M_w^e \ddot{d} + K_w^e d + f_{wp}^e = 0 \quad (3.18a)$$

Burada e ile eleman numarası gösterilmektedir. Eleman kütle matrisi

$$M_w^e = \pi \rho_s t_s \int_0^L N_w N_w^T r ds \quad (3.18b)$$

ve eleman rijitlik matrisi

$$K_w^e = \rho_s \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^L \int_{-t_s/2}^{t_s/2} B C B^T r d\xi ds d\theta \quad (3.18c)$$

olur. Eleman kütle matrisi elde edilirken, kabuk çok ince bir yapı olduğundan, kabuğun tüm kütlelerinin orta düzlemde yayıldığı varsayılmıştır. Eleman yük vektörü ise

$$f_{wp}^e = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^L N_w \Theta^T P r ds d\theta \quad (3.18d)$$

şeklinde yazılır. Eleman matrislerinin toplanabilmesi için, lokal koordinatlarla global koordinatlar arasında

$$\bar{d} = \bar{T}^T w_1 \quad (3.19a)$$

$$\mathbf{T}_e^T = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{T}}^T \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

şeklinde yazılabilir. $\mathbf{w}$, yapı düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenlerini göstermek üzere

$$\mathbf{M}_w \ddot{\mathbf{w}} + \mathbf{K}_w \mathbf{w} + \mathbf{f}_{wp} = \mathbf{0} \quad (3.22)$$

ifadesi yapı hareket denklemi olur.



BÖLÜM 4. SIVI-YAPI ETKİLEŞİMİ

4. 1. DİNAMİK ETKİLEŞİMDE VARSAYIMLAR

Silindirik tanklarla ilgili dinamik sıvı yapı etkileşiminin ilk problemleri silindirik tankın rijit olduğu varsayımı altında dinamik tesirleri hesaplamak suretiyle gözönüne alınmıştır. Ancak sonradan yapılan deneyler bu varsayımın her zaman uygun olmadığını ortaya koymuştur. Elektronik bilgisayarların ve sayısal hesap yöntemlerinin gelişmesi ile birlikte tankın elastik durumu için yapılan araştırmalar artmıştır .

Bu bölümde, tank hem rijit ve hem de elastik olarak ele alınmıştır. Bunun için, önce rijit tanklarda sıvı davranışı direkt sınır eleman yöntemi ve varyasyonel sınır eleman yöntemi kullanılarak karakterize edilmiş, deprem etkisi altında çözümler yapılarak sıvının doğal titreşim frekansları üzerine ilave yapı elemanlarının ve geometrinin etkisi incelenmiştir. Ardından dairesel silindirik tank ve halka plak sonlu eleman yöntemi ile çözümlenmiştir. Bu bölümde yapı-sıvı etkileşimi problemini çözmek için varyasyonel sınır eleman ve sonlu eleman yöntemi birlikte kullanılmıştır. Buna *Birleşik Sınır Eleman -Sonlu Eleman Yöntemi* diyeceğiz.

Sıvı ve elastik cisim birer konservatif yapılar olarak gözönüne alınırsa, dinamik etkileşim halindeki sıvı-yapı sistemleri bir bütün olarak da konservatiftir. Sıvı hidrodinamik basınç yükünün, yapının yerdeğiştirmeleri üzerinde yaptığı iş ile sıvının ve yapının toplam potansiyel enerjileri toplanarak, sıvı-yapı etkileşim problemi için bir fonksiyonel yazılabilir.

4. 2. SIVI-ELASTİK CİSİM ETKİLEŞİMİ

Sıvı-yapı etkileşiminde arayüzeyde, (2.11a) yerdeğiştirme ve (2.11b) basınç sürekliliği söz konudur. Bu durumda hidrodinamik basınç yükünün, elastik cismin yerdeğiştirmeleri üzerinde yaptığı iş

$$\pi_I(w, \phi) = -\rho_f \int_{t_1}^{t_2} \int_{S_I} w_j m_i \ddot{\phi} dS dt \quad (4.1)$$

olur. Burada S_f sıvı-yapı arayüzeyini göstermektedir. Elastik cisme ait (3.1) ile verilen fonksiyonelde P dış basınç yükü, fonksiyonelin bağımsız parametresi olarak seçilmemişti. Şu halde elastik cisme *hidrodinamik basınçtan başka dış yük etkimediği* düşünülerek, sıvı ve elastik cisim bir bütün konservatif sistem olarak ele alınıp, sistemin tümü için

$$\pi(w, p, \phi) = \pi_f(p, \phi) + \pi_s(w)|_{P=0} + \pi_I(w, \phi) \quad (4.2a)$$

veya açık şekilde

$$\begin{aligned} \pi(w, p, \phi) = & \int_{t_1}^{t_2} \left\{ -\frac{\rho_f}{2} \int_{S_f} \dot{\phi} \ddot{\phi}_n dS + \frac{1}{g} \int_{S_\beta} \left(\frac{P^2}{2\rho_f} + p \ddot{\phi} \right) dS \right\} dt \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \int_{R_s} \left\{ -\frac{1}{2} \rho_s \dot{w}_i \dot{w}_i + \frac{1}{2} w_{i,j} \tau_{ij} \right\} dR dt \\ & - \rho_f \int_{t_1}^{t_2} \int_{S_I} w_i m_i \ddot{\phi} dS dt \end{aligned} \quad (4.2b)$$

yazılabilir. Burada sıvı yüzeyi $S_f = S_{fs} + S_r + S_I$ dir. $\pi(w, p, \phi)$ fonksiyoneli sıvı-yapı etkileşimi probleminde *birleşik varyasyonel sınır eleman-sonlu eleman yöntemine* esas teşkil eder. Bu fonksiyonelin varyasyoneli

$$\delta\phi(w, p, \phi) = \delta\pi_f(p, \phi) + \delta\pi_s(w)|_{P=0} + \delta\pi_I(w, \phi) \quad (4.3)$$

olur. Eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim, (2.46) ile verilmiş sıvının Euler-Lagrange denklemlerini, ikinci terim (3.6,3.7,3.8) denklemleri ile verilmiş elastik cismin Euler-Lagrange denklemlerini sağladığı gösterilmişti. Burada yeni olan son terimdir ve S_I arayüzeyi üzerindedir. Son terim açık olarak yazılırsa

$$\delta\pi_I(w, \phi) = -\rho_f \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_{S_f} \delta w_i m_i \ddot{\phi} dS + \int_{S_f} \delta \phi \ddot{w}_i m_i dS \right\} dt - \int_{S_I} \delta \phi \dot{w}_i m_i dS \Big|_{t_1}^{t_2} \quad (4.4)$$

olur. Burada $t=t_1$ ve $t=t_2$ anlarında $\delta\dot{\phi}=0$ ve $\delta w_i=0$ dir. (4.3) ifadesinin S_I üzerindeki terimleri (2.50b), (3.5) ve (4.4) kullanılarak

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{S_I} \delta \phi \{ \ddot{\phi}_n - \ddot{w}_i m_i \} dS + \int_{S_I} \delta w_i \{ \tau_{ij} m_j + \ddot{\phi} m_i \} dS \right] dt = 0 \quad (4.5)$$

şeklinde elde edilir. (4.2) ifadesinin sıvı-yapı etkileşimine ait sağlamış olduğu Euler-Lagrange denklemlerinin (4.5)'den elde edilenleri tablo 4.1'de gösterilmiştir. Sıvı ve yapıya ait diğer denklemler daha önce sırasıyla tablo 2.1 ve tablo 3.1'de verilmişti.

Tablo 4.1: Sıvı-Elastik Cisim Etkileşiminde Euler-Lagrange Denklemleri.

Varyasyon	Sınır/Hölge	Euler-Lagrange Denklemleri	
$\delta\phi$	S_I	$\ddot{\phi}_{,n} + \ddot{w}_j m_j = 0$	(4.6)
δw_i	S_I	$\tau_{ij} m_j - \rho_f \ddot{\phi} m_j = 0$	(4.7)

w , δw ve ϕ için sırasıyla (3.14f), (3.16) ve (2.54)'de verilen yaklaşım fonksiyonları seçilerek (4.4)'den δw varyasyonuna karşı gelen terim

$$M_{wf}^e = -\rho_f \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{L_q} N_w \Theta G^{*T} r ds d\theta \quad (4.8)$$

sıvı-yapı etkileşim kütle matrisidir. $\delta\phi$ varyasyonuna karşı gelen terim

$$M_{fw}^e = M_{wf}^e{}^T \quad (4.9)$$

olur. Geçen bölümde yapıldığı gibi, burada da sıvı-yapı etkileşim matrisi yapının düğüm noktalarına global koordinatlarda olmak üzere toplanırsa

$$M_{wf} = \sum_{e=1}^{NEL} T_e M_{wf}^e \quad (4.10)$$

elde edilir. (2.55a), (3.22) ve (4.10) ifadeleri birlikte yazılarak sıvı-yapı etkileşimine ait hareket denklem takımı

$$\begin{bmatrix} M_w & 0 & M_{wf} \\ & 0 & M_{fw} \\ \text{Simetrik} & & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w} \\ \ddot{p} \\ \ddot{s} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_w & 0 & 0 \\ & K_p & 0 \\ \text{Simetrik} & & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ p \\ s \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

şeklinde olur. Bu ifadeden s parametresi yok edildikten sonra

$$\begin{bmatrix} M_w + M_{AD} & M_{wf} M_f^{-1} M_{fw}^T \\ \text{Simetrik} & M_{fw} M_f^{-1} M_{fw}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w} \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_w & 0 \\ \text{Simetrik} & K_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ p \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

şeklinde standart formda hareket denklemlerine ulaşılır. (4.12) formu bilinmeyen olarak w yapısal yerdeğiştirme bilinmeyenleri ile p serbest yüzey bilinmeyenlerini içerir. Burada

$$M_{AD} = M_{wf} M_f^{-1} M_{wf}^T \quad (4.13)$$

yaygın olarak bilinen *ek-kütle matrisi*dir. Serbest titreşim analizi için

$$(w, p, s) \leq (w, p, s) \sin \omega t \quad (4.14)$$

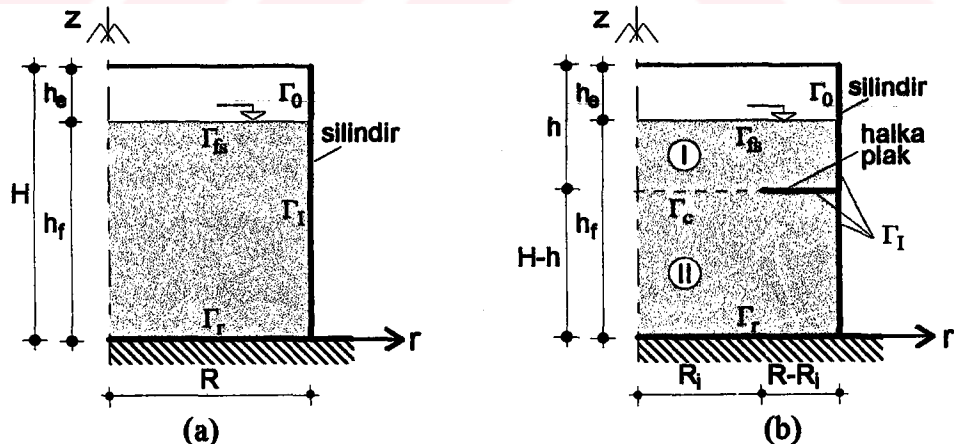
şeklinde bir atama işlemi yapılarak (4.12) ifadesinde yerine konursa

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} M_w + M_{AD} & M_{wf} M_f^{-1} M_{pf}^T \\ \text{Simetrik} & M_{pf} M_f^{-1} M_{pf}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w} \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_w & 0 \\ \text{Simetrik} & K_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ p \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

serbest titreşim denklem takımı elde edilir.

4. 3. UYGULAMALAR

Elastik silindirik tanklarda, sıvı-yapı serbest titreşim frekansları birleşik varyasyonel sınır eleman-sonlu eleman yöntemi ile elde edilip sonuçlar Haroun ve Housner [46] ile karşılaştırılmıştır. Bu kez tankda doluluk oranının önemi olduğundan su yüksekliği h_f tank yüksekliği H ve halka plağın yüzeyden derinliği h ile gösterilmiştir. Plak kalınlığı t_p ve silindirik tankın kalınlığı t_s ile gösterilmiştir.

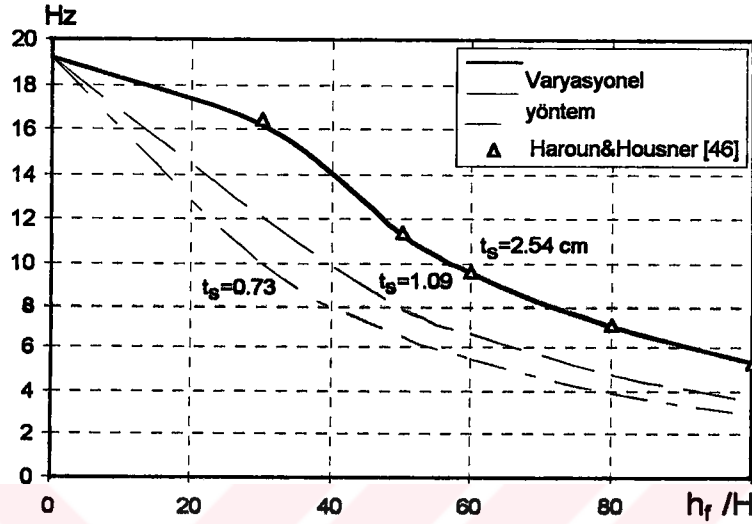


Şekil 4.1. a) Elastik Silindirik Tank, b) Elastik Halka Plaklı Elastik Silindirik Tank

Karşılaştırma amacıyla Haroun ve Housner'in [46] yaptıkları bir çalışma örnek olarak ele alınmıştır. Ele alınan örneklerde cidar kalınlığı 2.54 cm elastisite katsayısı $E=0.2067 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, Poisson oranı $\nu=0.3$, özgül kütlesi $\rho_s=7840 \text{ kg/m}^3$ ve sıvının

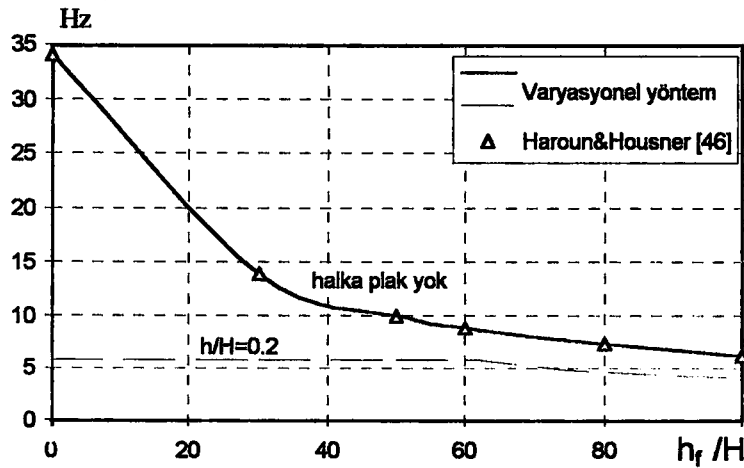
yoğunluğu $\rho_f=1000 \text{ kg/m}^3$ dür. Örnekler, birincisi uzun tank, diğeri de kısa tank olarak anılan geometrilerde incelenmiştir.

Uzun tankın geometrik özellikleri; tank yüksekliği $H=21.96 \text{ m}$, yarıçapı $R=7.32 \text{ m}$ ve Kısa tankın geometrik özellikleri; tank yüksekliği $H=12.2 \text{ m}$, yarıçapı $R=18.3 \text{ m}$ dir.



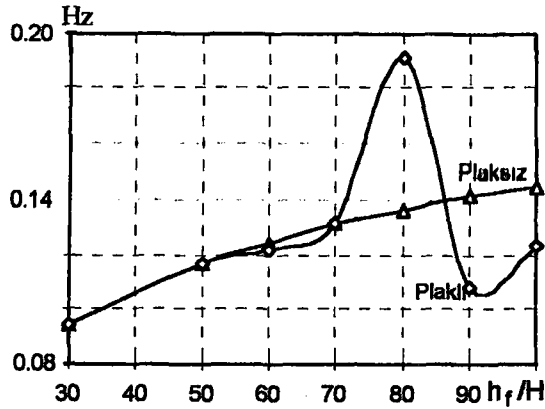
Şekil 4.2. Tank modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının h_f/H oranı ile değişimi (Uzun tank).

Uzun tankda değişik doluluk oranları ve farklı cidar kalınlıkları için, elde edilen sıvı-yapı etkileşiminde yapı serbest titreşiminin sonuçları şekil 4.2'de verilmiştir. Haroun ve Housner'in [46] çalışmasında tam dolu tanklarda farklı cidar kalınlıkları için sonuçlar verilmiş olup uyulmanın iyi olduğu görülmektedir. Burada ayrıca farklı cidar kalınlıkları ve farklı doluluk oranları için sonuçlar verilmiştir.



Şekil 4.3. Tank modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının h_f/H oranı ile değişimi. (Kısa tank, $h/H=0.2$, $t_p=2.54 \text{ cm}$ ve $R_i/R=0.733$)

Doluluk oranının kısa tankta frekansa etkisi şekil 4.3'de görülmektedir. Bu örnekte de Haroun ve Housner [46] ile hemen hemen aynı sonuçlar alınmıştır. Silindirik tanka ek yapı elemanı olarak bir halka plak bulunması halinde halka plağın etkisi verilmiştir.



Şekil 4.4. Serbest yüzey modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının h_f/H oranı ile değişimi (Kısa tank, $h/H=0.2$, $t_p=2.54$ cm ve $Ri/R=0.733$).

Doluluk oranının, sıvı-yapı etkileşiminde serbest yüzey titreşim frekansına etkileri sunulmuştur (şekil 4.4). Şeklin incelenmesinden açıkça görüleceği gibi, plak-sıvı etkileşimi, sıvı yüzeyinin plağın üzerinde bulunduğu durumda söz konusu olmakta ve bu etkileşim sonucunda serbest yüzey modundaki sıvı-yapı serbest titreşim frekansı, serbest yüzey plak seviyesine yakın olduğu durumlarda hızla maksimum bir değere doğru artmaktadır.

Sıvı yüzeyinin plak seviyesi altında azalması halinde, serbest yüzey modunda sıvı-yapı titreşim frekansına plağın etkisi azalarak plaksız durumdaki sıvı-yapı titreşim frekansına asimtot olmaktadır. Birleşik sistemlerin titreşim modlarında iki grup söz konusu olmaktadır. Bir grupta serbest yüzey hareketi baskın olmaktadır. Bunu açıklamak bakımından aşağıdaki tablo 4.2 düzenlenmiştir.

Tablo 4.2: Tam dolu tanklarda $\cos\theta$ tipi modların doğal frekansları (Hz).

Mod türü	Birleşik Sistem (Kısa Tank)	Birleşik Sistem (Uzun Tank)	Rijit Tank (Kısa)	Rijit Tank (Uzun)
Sıvı modu	0.145	0.250	0.117	0.250
Yapı modu	6.179	3.541	-	-

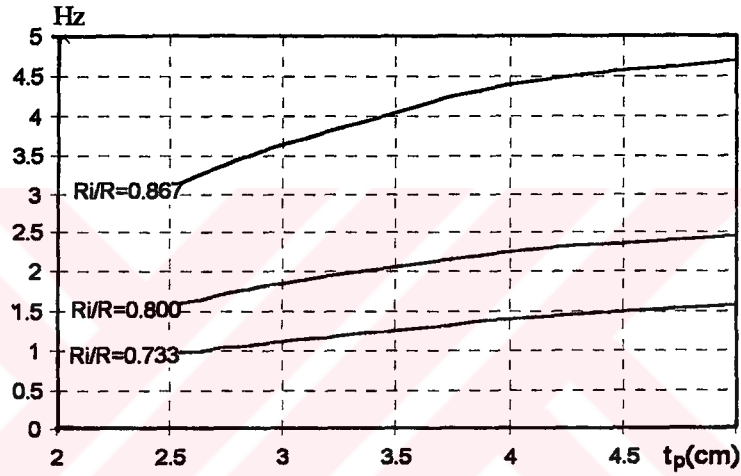
Silindirik rijit tanklarda, sıvının doğal frekansları

$$\omega_{jn}^2 = \frac{g\varepsilon_{jn}}{R} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{jn}H}{R}\right)$$

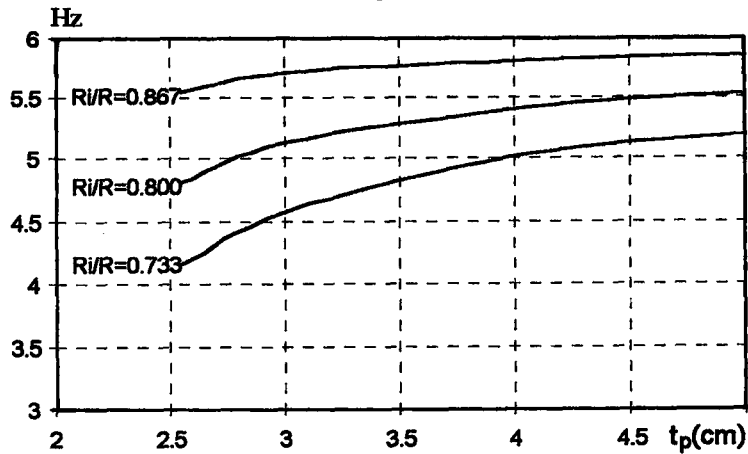
formülünden kolaylıkla hesaplanabilir. Burada ε_{jn} , $J_1'(\varepsilon_{jn})=0$ denkleminin kökleridir. J_1 ise 1. mertebeden 1. tip Bessel fonksiyonudur.

Diğer grupta ise tank yer değiştirmeleri önemli olmaktadır ve bu nedenle frekanslar yalnızca sıvı-yapı etkileşimi gözönüne alınarak hesaplanmalıdır.

Kısa tankta halka plak kalınlığının, halka plağın titreşim frekansına etkisi şekil 4.5'de, silindirik tankın titreşim frekansına etkisi şekil 4.6'da gösterilmiştir. Her iki durum da da plağın kalınlığının artması frekansların artmasına neden olmaktadır. Aynı şekillerde, plağın farklı iç yarıçapları için sonuçlar sunulmuştur. İç yarıçapın artması halinde frekanslar hızla küçülmektedir.



Şekil 4.5. Halka plak modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının plak kalınlığı t_p ile değişimi. (Dolu kısa tank, $h/H=1$ ve $h/H=0.2$)



Şekil 4.6. Tank modunda sıvı-yapı serbest titreşim frekansının plak kalınlığı t_p ile değişimi (Dolu kısa tank).

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada çevrintisiz, sıkıştırılamayan sıvı için direkt ve varyasyonel sınır eleman yöntemi geliştirilmiş ve bundan yararlanarak geliştirilen varyasyonel sınır eleman-sonlu eleman formülasyonları ile elde edilen yöntemin gücünü kanıtlamak amacıyla sıvı-silindirik tank etkileşimine ait örnekler çözülmüştür. Direkt sınır eleman ve varyasyonel sınır eleman yöntemleri ile rijit tanklarda sıvı serbest titreşim frekansları elde edilmiş, her iki yöntemde birbirine çok yakın sonuçlar verdikleri görülmüştür. Bu yöntemlerin uygulamaları olarak halka plak içeren bir silindirik tankta bilinen bir deprem dalgası etkisinde modların süperpozisyonu yöntemiyle özdeğer ve özfonksiyonlar hesaplanmış ve tank tabanındaki kesme kuvvetleri ile devirme momentleri elde edilmiştir. Bu çalışmada geliştirilen Varyasyonel Sınır Eleman Yönteminin, elastik tanklar (elastik halka plaklı ya da plaksız) için yapılmış çalışmalarla karşılaştırıldığında da oldukça yakın sonuçlar elde edilmiştir.

Önceki bölümlerde yapılan formülasyon ışığında sıvı-yapı birleşik sisteminin titreşim mod şekilleri ve doğal frekanslarını hesaplamak için FORTRAN dilinde bilgisayar programı geliştirilmiştir. Bilgisayar programının kullanılmasıyla, tank ve sıvının geometri ve malzeme özellikleri tanımlanmakta ve sonuçta kabuğun nodal yerdeğiştirmeleri ve tankın cidarı üzerine etkiyen hidrodinamik basınç için kabuktaki bileşke kuvvet ve momentleri hesaplanabilmektedir.

Yöntemin etkinliğini göstermek açısından sıvı yüksekliği, kabuğun yarıçapı, uzunluğu ve kalınlığı gibi kabuğun geometrik boyutları ile dinamik karakteristiklerinin gösterilmesi amaçlanmış ve bu nedenle elde edilen sonuçlar [46] ile karşılaştırılmıştır. Yukarıda kısa ve uzun tanklar için verilen ve [46]'da kullanılan tank geometrileri için farklı sıvı yükseklikleri için (doluluk oranları için) $\cos\theta$ -tipi modların hesaplanan doğal frekanslarını gösteren eğriler şekil 4.2 ve şekil 4.3'de gösterilmiştir. Burada [46]'dan farklı olarak değişik kabuk kalınlıkları ve doluluk oranları ile doğal frekansın nasıl değiştiği de açıkça izlenebilmektedir.

Doluluk oranının limitte sıfıra ulaşması halinde boş tank durumu elde edilmektedir. Hesaplanan doğal frekansların boş tank halinde elde edilen değerinin de diğer araştırmacılarla karşılaştırılması tablo 4.3'de gösterilmektedir.

Tablo 4.3: Boş kısa tankın $\cos\theta$ tipi modlarda doğal frekansları (Hz).

Sınırlı çalışma	Kaynak [46]	Sonlu Eleman Yöntemi Kaynak [16] Kaynak [91]	Ritz Yöntemi Kaynak [92]
34.01	34.04	34.08	34.03
			34.66

Şekil 4.3'ün incelenmesinden boş tankın doğal frekansı limit olarak sıfır doluluk oranına karşı gelmektedir. Doluluk oranı arttıkça, örneğin %30 doluluk oranına kadar doğal titreşim frekansının tank modunda hızla ve lineer olarak azaldığı ve 14Hz değerine ulaştığı görülmektedir. Bu doluluk oranından daha büyük değerler için tank modundaki frekans değişimi oldukça küçük olmakta hatta belli bir değere asimtot olmaktadır. Yine aynı şeklin incelenmesinden, göz önüne alınan geometriye sahip tankda halka plak eleman bulunması halinde tank modundaki serbest titreşim frekansının çok küçük değerlerde olup, doluluk oranından pratik anlamda etkilenmediği görülmektedir.

Sıvı yüksekliklerinin farklı değerleri için (farklı doluluk oranları) doğal frekansların bu değişimleri sıvının ilave kütesinin etkisi ile açıklanabilir. Yani doluluk oranı arttıkça ek sıvı kütlesi de artmakta, fakat yapı rijitliği sabit kaldığından sistemin frekansı azalmaktadır.

Keza uzun tanklarda farklı cidar kalınlıkları için doğal frekanslar hesaplanmış ve farklı doluluk oranları için elde edilen sonuçlar şekil 4.2'de gösterilmiştir. Buradan kabuğun cidar kalınlığı azaldıkça frekansın da azaldığı, başka bir deyişle daha kalın cidarlı tanklarda daha yüksek doğal frekanslar gözlenmektedir. Bu farklı cidar kalınlıkları için tümüyle dolu uzun tankda $\cos\theta$ tipi modlar için doğal frekanslar Tablo 4.4'de gösterilmiştir.

Tablo 4.4: Tam dolu uzun tankda $\cos\theta$ tipi modlarda farklı cidar kalınlıkları için doğal frekanslar (Hz).

Cidar kalınlığı t , (cm)	Şimdiki çalışma	Kaynak [46]
2.54	5.296	5.31
1.09	3.541	3.56
0.73	2.911	2.93

Bu çalışmanın devamı olarak, dinamik analiz yaparken elastik tankda hidrosatik yüklerin etkileri de dikkate alınacak, rijit olmayan bir temel modeli kullanılacak ve sıvı-yapı etkileşimi ile dinamik analiz yapılacaktır. Geometri yönünden sadece eksenel simetrik tanklar değil, genel şekilli tankların da çözülebildiği formülasyonlar üzerinde durulacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] GRAHAM, E.W. and RODRIGUEZ, A.M., The Characteristics of Fuel Motion Which Affect Airplane Dynamics, Journal of Applied Mechanics, Vol. 19, pp.381-388, 1952.
- [2] SILVERMAN, S. and ABRAMSON, H.N., The Dynamic Behaviour of Liquids in Moving Containers, U.S. National Aeronautics and Space Administration, Ch.2 SP-106, 1966.
- [3] JACOBSEN, L.S., Impulsive Hydrodynamics of Fluid Inside a Cylindrical Tank and of Fluid Surrounding a Cylindrical Pier, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 39, pp.189-204, 1949.
- [4] HOUSNER, G.W., Dynamic Pressure on Accelerated Fluid Containers, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.47, pp.15-35, 1957.
- [5] EPSTEIN, H.J., Seismic Design of Liquid-Storage Tanks, J. of Struct. Div., ASCE, Vol.102, pp.1659-1673, 1976.
- [6] CHU, W.H., Fuel Sloshing In A Spherical Tank Filled To An Arbitrary Depth, AIAA, Vol.2, No.11, pp.1972-1979, 1964.
- [7] BAUER, H.F., Breathing Vibrations Of A Partially Filled Cylindrical Tank, Linear Theory, ASME, J.App.Mech., pp569-576, 1964.
- [8] CHU, W.H., Low Gravity Fuel Sloshing In An Arbitrary Axisymmetric Rigid Tank, ASME, J. App. Mech., pp.828-837, 1970.
- [9] SHI, J.J., Fluid Sloshing Analysis For Toroidal Tank, pp.450-455, 1971
- [10] PSHENICHNOV, G.I., Free Oscillations Of Liquid In Rigid Vessels, PMM (FROM), Vol.36, No.2, pp.248-252, 1972.
- [11] HUNT, B. and PRIESTLEY, N., Seismic Water Waves in a Storage Tank, Bull. of Seis. Soc. of America, Vol.68, pp.487-499, 1978.
- [12] HUNT, B., Seismic- Generated Water Waves in Axisymmetric Tanks, Journal of Engineering Mechanics, Vol.113, No.5, ASCE, paper no.21447, pp.653-670, 1987.
- [13] PSHENICHNOV, G.I., Exact Solutions Of Some Problems Concerned With Oscillations Of Fluid Contained In An Elastic Momentless Shell, PMM, Vol. 35, No. 4, pp. 739-744, 1970.

- [14] KHABBAZ, G.R., Dynamic Behavior Of Liquids In Elastic Tanks, AIAA, Vol.9, No.10, pp.1985-1990, 1971.
- [15] HWANG, C., Longitudinal Sloshing Of Liquid In A Flexible Hemispherical Tank, ASME, J. App. Mech., pp.665-670, 1965.
- [16] Nuclear Reactors and Earthquakes, U.S. Atomic Energy Commission, TID-7024, Washington, D.C., pp.367-390, 1963.
- [17] ASLAM, M., GODDEN, W.G. and SCALISE, D.T., Earthquake Sloshing in Annular and Cylindrical Tanks, Journal of Engineering Mechanics Division, EM3, pp.371-389, 1979.
- [18] DAVIDOVICI, V. and HADDADI, A., Calcul Pratique de Réservoirs en Zone Sismique, Annales de l'Institut Technique du Batiment et Des Travaux Publics, No.409, 1982.
- [19] KANA, D.D., Status and Research Needs for Prediction Seismic Response Liquid Containers, Nuclear Engineering and Design 69, pp.205-221, 1982.
- [20] VELETOS, A. S. and TANG, Y., Rocking Response Of Liquid Storage Tanks, J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 113, No. 11, pp. 1774-1792, 1987
- [21] DERENTZ, J. A. and GEERS, T.L., Added Mass Computation By The Boundary Integral Method, Int. Jour. for Num. Meth. in Eng., Vol. 12, pp. 531-549, 1978.
- [22] KOMATSU, K., Hydroelastic Analysis Using Axisymmetric Fluid Finite Elements, Technical Report of National Auro Space Laboratory, Japan, TR-478, 1976.
- [23] UJIHASHI, S., MATSUMOTO, H., NAKAHARA, I. and SHIGETA, M., Axisymmetrical Impulsive Responses Of An Infinite Circular Cylindrical Shell Filled With Liquid, JSME, Vol. 30, No. 262, pp.568-573, 1987.
- [24] UTSUMI, M., KIMURA, K. and SAKATA, M., The Nonstationary Random Vibration Of An Elastic Circular Cylindrical Liquid Storage Tank In Simulated Earthquake Excitation, JSME, Vol.30, No.261, pp.467-475, 1987.
- [25] LIU, W. K. and URAS, R.A., Variational Approach To Fluid Structure Interaction With Sloshing, Nuclear Engineering and Design, Vol. 106, pp. 69-85, 1988.
- [26] ASLAM, M., Finite Element Analysis Of Earthquake Induced Sloshing In Axisymmetric Tanks, J. Eng. Mech. Div., Vol. 17, pp.159-170, 1981.
- [27] CHU, W.H., A Comparison Of Some Finite Element And Finite Difference Methods For A Simple Sloshing Problem, AIAA, Vol.9, No.10, 2094-2096, 71

- [28] TEDESCO, J.W., KOSTEM, C.N. and KALNINS, A., Free Vibration Analysis Of Cylindrical Liquid Storage Tanks, Computers and Structures, Vol.26, No.6, pp.657-964, 1987.
- [29] MÜLLER, W.C., Simplified Analysis Of Linear Fluid Structure Interaction, J. Eng. Mech. Div., Vol.17, p.113-121, 1981.
- [30] CENEDESE, A., Experimental Analysis Of Sloshing Flow In Circular Cylindrical Tank Using The Laser Doppler Velocimeter, J. App. Mech., Vol.34, No.5,6, pp.563-579, 1982.
- [31] CUMMINGS, G.E. and BRANDT, H., Dynamic Response Of A Cylindrical Shell In A Potential Fluid, ASME, J. App. Mech., Vol.46, pp.772-778, 1979.
- [32] URAS, R.A. and LIU, W.K., Dynamic Stability Characteristics Of Liquid Filled Shells, Earthquake Eng. And Struc.Dyn., Vol.18, pp.1219-1231, 1989.
- [33] LIU, W.K. and URAS, R.A., Transient Failure Analysis Of Liquid Filled Shells : Part II: Applications, Nuclear Engineering and Design, Vol.117, pp.141-157, 1989.
- [34] URAS, R.A. and LIU, W.K., Dynamic Buckling Of Liquid Filled Shells Under Horizontal Excitation ASME, Fluid Structure Vibration And Sloshing, JSAV, Vol.141, No.3, pp.389-408, 1990.
- [35] URAS, R.A., LIU, W.K., MA, D.C. and CANG, Y.W., FSI Analysis Of Piping Systems Under Seismic Excitation, ASME, Fluid Structure Vibration And Sloshing, Vol. 223, pp.25-28, 1991.
- [36] TSUKIMORI, K., LIU, W.K. and URAS, R.A., Dynamic Buckling Analysis Of Liquid Filled Shells With Imperfections, ASME, Fluid Structure Vibration And Sloshing, Vol.223, pp.71-80, 1991.
- [37] LIU, W.K., CHEN, Y.J., TSUKIMORI, K. and URAS, R.A., Recent Advances In Dynamic Buckling Analysis Of Liquid Filled Shells, ASME, J. App. Mech., Vol.113, pp.314-322, 1991.
- [38] URAS, R.A. and LIU, W.K., Buckling Of Force Excited Liquid Filled Shells, ASME, J. App. Mech., Vol.113, pp.418-422, 1991.
- [39] ZENG, X., KALLIVOKAS, L.F. and BIELAK, J., A Symmetric Variational Finite Element-Boundary Integral Equation Coupling Method, Computers and Structures, Vol.46, No.6, pp.995-1000, 1993.
- [40] OLSON, L.G. and BATHE, K.J., Analysis Of Fluid Structure Interactions. A Direct Symmetric Coupled Formulation Based On The Fluid Velocity Potential, Computers and Structures, Vol.21, No.1/2, pp.21-32, 1985.

- [41] YAMAMOTO, Y., A Variational Principle For A Solid Water Interaction System, *Int. J. of Eng. Science.*, Vol.19, No.12, pp.1757-1763, 1981.
- [42] TSAI, C.S., LEE, G.C. and YEH, C.S., Time Domain Analyses Of Three Dimensional Dam-Reservoir Interactions By Bem And Semi Analytical Method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol.10, pp.107-118, 1992.
- [43] FENVES, G. and LOLI, L.M.V., Nonlinear Dynamic Analysis Of Fluid Structure Systems, *ASCE, J. Eng. Mech. Div.*, Vol.114, No.2, pp.195-205, 1988.
- [44] HAROUN, M.A. and HOUSNER, G.V., Complications In Free Vibration Analysis Of Tanks, *ASCE*, Vol.108, EM5, pp.801-818, 1982.
- [45] MOROZOV, V.N., Determining The Fundamental Characteristics Of An Oscillating Fluid In Intricate Hollow Containers By The Method Of Finite Differences, (From) *Prikladnaya Mekhanika*, Vol.13, No.6, pp.73-78, 1977.
- [46] HAROUN, M.A. and HOUSNER, G.W., Dynamic Characteristics Of Liquid Storage Tanks, *ASCE*, Vol.108, EM5, pp.783-800, 1982.
- [47] LIU, W.K. and MA, D.C., Coupling Effect Between Liquid Sloshing And Flexible Fluid Filled Systems., *ASME, J. App. Mech.*, Vol.113, pp.314-323, 1991.
- [48] OLSON, L.G. and BATHE, K.J., A Study Of Displacement Based Fluid Finite Elements For Calculating Frequencies Of Fluid And Fluid-Structure Systems, *Nuclear Engineering Design*, Vol.76, pp.137-151, 1983.
- [49] WUNDERLICH, W., SPRINGER, H. and GOEBEL, W., Discretization And Techniques For Liquid Filled Shells Of Revolution Under Dynamic Loading, *TAM/IACM Symp.*, Technische Universitaet Munchen, Vienna, June 5-9, 1989
- [50] TOUHEI, T., and OHMACHI, T., A Fe-Be Method For Dynamic Analysis Of Dam-Foundation-Reservoir Systems In The Time Domain, *EEASD*, Vol.22, pp.195-209, 1993
- [51] AKIYAMA, N., YAMAGUCHI, H. and ENYA, Y., Dynamics Of A Liquid Storage Tank Placed On An Elastic Foundation, *SE/EE, JSCE*, Vol.3, No.7, pp.279-288, 1986
- [52] LIU, P.L.F., HSU, H.W. and LEAN, M.H., Applications Of Boundary Integral Equation Methods For Two Dimensional Nonlinear Water Wave Problems, *Int. J. for Num. Meth. In Fluids*, Vol. 15, pp. 1119-1141, 1992.

- [53] SCHWEIGER, W. and MAYR, M., On The Solution Of A Certain Fluid Structure Coupling Problem Using The Boundary Integral Equation Method, *Mech. Res. Comm.*, Vol. 3, pp. 495-500, 1976.
- [54] ZIENKIEWICZ, O.C., W.KELLY, D.W. and BETTES, P., The Coupling Of The Finite Element Method And Boundary Solution Procedures, *Int. J. of Num. Meth. in Eng.*, Vol. 11, pp.355-375, 1977.
- [55] DE FIGUEIREDO, T.G.B. and BREBBIA, C.A., A New Variational Boundary Element Model For Potential Problems, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol.8, No. 1, pp. 45-50, 1991.
- [56] SHAABAN, S.H., Implicit Three Dimensional Finite Element Solution To The Fluid Structure Interaction Induced By Hydrodynamic Accidents, pp.67-76, 1990.
- [57] EVERSTINE, G.C., A Symmetric Potential Formulation For Fluid- Structure Interaction, Letter to the Editor, *J. Sound and Vibrations*, 79, pp.157-160, 1981.
- [58] ZIENKIEWICZ, O.C. and NEWTON R.E., Coupled Vibrations of a Structure Submerged in a Compressible Fluid., *Symposium on Finite Element Techniques*, Stuttgart., 1969.
- [59] DANIEL, W.J.T., Modal Methods in Finite Elements Fluid-Structure Eigenvalue Problems., *Int. J. of Num. Meth. in Eng.*, Vol 15., pp.1161-1175, 1980.
- [60] PETYT, S.P. and LIM, S.P., Finite Element Analysis of the Noise Inside a Mechanically Excited Cylinder., *Int. J. of Num. Meth. in Eng.*, Vol 13., pp. 109-122, 1978.
- [61] CRAGGS, A., The Transient Response of a Coupled Plateacoustic System Using Plate and Acoustic Finite Elements., *J. Sound and Vibrations.*, Vol 15., pp. 509-528, 1971.
- [62] BELYTSCHKO, T.B. and KENNEDY J.,M., A Fluid-Structure Finite Element Method for the Analysis of Reactor Safety Problems, *Nuclear Engineering Design*, Vol 38, pp.71-81, 1976.
- [63] WILSON, E.L. and KHALVATI, M., Finite Elements for the Dynamic Analysis of Fluid-Solids Systems, *Int. J. of Num. Meth. in Eng.*, Vol 19., pp.1657-1668, 1983.
- [64] BATHE, K.J. and HAHN, W., On Transient Analysis of Fluid-Structures Systems, *Computers and Structures*, Vol 10., pp.383-391, 1979
- [65] HAMDÏ, M.A., OUSST, Y., VERCHERY, G., A Displacement Method for the Analysis of Vibrations of Coupled Fluid-Structure Systems, *Int. J. of Num. Meth. in Eng.*, Vol 13., pp 139-150, 1978.

- [66] OHAYON, R. and VALID, R., True Symmetric Formulations of Free Vibrations of Fluid- Structure Interaction. Applications and Extension, International Conference on Numerical Methods for Coupled Problems, University of Swensa, (U.K),1981.
- [67] ZIENKIEWICZ O.C. and BETTES, P., Fluid- Structure Dynamic Interaction and Wave Force. An Introduction to Numerical Treatment, Int. J. of Num. Meth. in Eng., Vol 13.,pp 1-16,1978.
- [68] BELYTSCHKO, T.B., Fluid-Structre Interaction, Computers and Structures, Vol.12, pp.459-469, 1980.
- [69] BREZZI, F. and JOHNSON, C., On The Coupling of Boundary Integral and Finite Element Methods, Calcolo Vol.16, pp.189-201, 1979.
- [70] JOHNSON, C. and NEDELEC, J. C., On The Coupling of Boundary Integral and Finite Element Methods, Math. Compt., Vol.35, pp.1063-1079, 1980.
- [71] HSIAO, G.C., The Coupling of Boundary Element and Finite Element Methods, Z. Angew. Math. Mech., Vol.70, pp.493-503, 1990.
- [72] SCHNACK, E.A., Hybrid BEM Model, Int. J. of Num. Meth. in Eng., Vol 24., pp 1015-1025,1987.
- [73] WASHIZU, K., Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, Oxford, 1968.
- [74] DUMONT, N.A., The Hibrit Boundary Element Method, Proc. 9th. Int. Conf. on BEM. Computational Mechanic Publications, Southampton and Springer-Verlag, Berlin. NY, 1987.
- [75] POLIZOTTO, C., Variational Principles for Boundary Element Formulations in Structure Mechanics, Proc. 10th. Int. Conf. on BEM. Computational Mechanic Publications, Southampton and Springer- Verlag, Berlin. NY, 1988.
- [76] MILES, J.W., Ring Damping Of Free Surface Oscillations In A Circular Tank, ASME, pp.274-276, 1958.
- [77] ZHAOLIN, W., BIN, Q. and XUDUO, C., Viscoelastic Plate Fluid Interactive Vibration And Liquid Sloshing Suppression, Acta Mechanica Sinica, Vol.8, No.3, pp.273-280, 1990.
- [78] TROTSSENKO, V.A., On The Free Vibrations Of Liquid In A Cylinder With Annular Ribs, Soviet App.Mech., Prikladnaya Mekhanika, Vol.3, No.12, pp.73-77, 1967.

- [79]ERGÜVEN, M.E. and GEDİKLİ, A., The Natural Oscilations of a Fluid in Cylindrical Containers with Additional Elements, Computational Engineering with Boundary Elements, Vol.1: Fluid and Potential Problems; Proceedings of the Fifth International Conference on Boundary Element Technology, July 10-12, 1990, Computational Mechanics Publications, Southampton.
- [80]MÜLLER, M., Dreidimensionale Elastodynamische Analyse von Tanks mit Fluidbenetzten Einbauten, Braunschweig, Series on Mechanics, No.8, 1993.
- [81]KELLOG, O.D., Foundations of Potential Theory, Springer-Verlag, Berlin, 1967
- [82]ABRAMOWITZ, M. and STEGUN, I.A., Handbook of Mathematical Functions, Dover, 1972.
- [83]McLACHLAN, N.W., Ordinary Non-Linear Differential Equations In Engineering And Physical Sciences, Oxford at the Clarendon Press, 1950.
- [84]DONNEL, L.H., Beams, Plates and Shells, McGraw- Hill, New York, 1976.
- [85]FLUGGE, W., Stresses in Shells Springer Verlag, New York, 1973.
- [86]NOVOZHILOV, V.V., The Theory of Thin Shells, P. Noordhoff Ltd. Translated by P.G. LOWE, 1959.
- [87]GOL'DENVEIZER, A.L., Theory of Elastic Thin Shells, Pergamon Press, 1961.
- [88]COOK, R.D., Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 2nd Ed., John Wiley & Sons, 1974.
- [89]LANGHAAR, H.L., Energy Methods in Applied Mechanics, John Wiley & Sons, 1962.
- [90]GRAFTON, P.E., and STROME, D.R., Analysis of Axi-symmetrical Shells by the Direct Stiffness Method, JAIAA, Vol.1., pp.2342-2347, 1963.
- [91]EDWARDS, N.W., A Procedure for Dynamic Analaysis of Thin Walled Cylindrical Liquid Storage Tanks Subjected to Lateral Ground Motions, Ph.D. Thesis, Univesity of Michigan, 1969.
- [92]YANG,J.Y., Dynamic Behavior of Fluid-Tank System, Ph.D.Thesis, Rice University, 1976.
- [93]SHAABAN, S.H., and NASH, W.A., Finite Element Analysis of a Seismically Excited Cylindirical Storage Tank, Ground Supported and Partially Filled With Liquid, University of Massachusetts, 1975.

ÖZGEÇMİŞ

Abdullah Gedikli 1962 yılında Antalya'nın Elmalı ilçesinde dünyaya geldi. İlkokulu Elmalı'da Ömer Paşa İlkokulu'nda, Ortaokul ve Liseyi Elmalı Lisesi'nde tamamladı. Lisans derecesini 1985 yılında, 1981 yılında başladığı Akdeniz Üniversitesi Isparta Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünden aldı. Aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Yapı-Deprem Programında Lisans üstü çalışmasına başladı. 1989 yılında Lisans üstü çalışmasını tamamladı ve İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Mekanik Anabilimdalında Araştırma Görevlisi oldu. Şu anda bu görevine devam etmektedir.

