



500 kW RÜZGAR TÜRBİNİ İÇİN ANA ŞAFT TASARIMI VE ANALİZİ

Zahit Mecitoğlu, Vedat Z. Doğan, Halit S. Türkmen, İbrahim Enes Şahin,
Zafer Can Çınar, Aykut Ceyhan, Deniz Kavrar, Gökay Simitçioğlu
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye

ABSTRACT

In this paper, the main shaft which is one of the important structural parts for a 500 kW wind turbine has been designed. The fatigue criteria has been based on sizing the main shaft. The main shafts critic desing loads have been calculated by empirical formulas which are on the literatures. Oscillation moments of the torque and the flexural moments which is created by wind share, and effect of tower, etc. have been envisaged for analytical and numerical studies. In this study, the main shaft has been designed for infinite life using with ASME Elliptic criteria. There are two critic areas which are supported and connected to the gear box. In addition İternational Electrotechnical Commision (IEC) 64100-1 standards have been based on the critic design load cases. The main shaft and the fasteners are modeled using the finite element method. The finite element model of the shaft is designed using with SOLID185 elements. Its static analysis have been achieved with using ANSYS 14.5 software. Also a comparison of two different approximations have been mentioned in this paper. The values of analitic and numerical of displacement and stress are compared each.

ÖZET

Bu çalışmada, 500 kW güç üreten bir rüzgar türbinin ana şaftının tasarımı ve yapısal analizleri yapılmıştır. Ana şaftın boyutlandırılmasında yorulma kriterlerinin esas alınması gerekmektedir. Ana şaftın yorulmaya ait yük durumu ise literatürde bulunan ampirik formüller kullanılarak hesaplanmıştır. Yorulma analizlerinde şaftı çevrimsel yüklerle zorlayan rotor ağırlığının yanında rüzgar kesmesi ve kule blokaj etkisi vb. sebeplerle ortaya çıkan değişken eğilme momenti ve tork değerleri de hesaba katılmıştır. Ana şaftın kritik kesitlerindeki çap hesabı, ASME Eliptik yorulma kriteri kullanılarak sonsuz ömre göre yapılmıştır. Ana şaftın tasarımındaki kritik bölgeler şaftın yataklandığı bölge ve şaftın dişli kutusuna bağlandığı bölgedir. Ayrıca, kontrol amaçlı olarak Uluslararası Elektroteknik Komisyonu'nun (International Electrotechnical Commision) yayınlamış olduğu IEC 64100-1 standardında belirtilen yükleme şartları için ana şaftın statik analizleri ANSYS 14.5 sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Şaftın sonlu eleman modeli SOLID185 elemanlar kullanılarak oluşturulmuştur. Ayrıca, ana şaft - göbek bağlantı elemanlarının analizi de bu çalışma kapsamında yapılmıştır. Sayısal ve analitik yöntemler kullanılarak elde edilen deformasyon ve gerilme sonuçları karşılaştırılmış ve iyi bir uyum olduğu görülmüştür.

1. GİRİŞ

2011 yılının ilk yarısının başlarında TÜBİTAK desteği (1007 projesi) ile Sabancı Üniversitesi, İstanbul Teknik Üniversitesi (İTÜ), TÜBİTAK - MAM, TUSAŞ ve İstanbul Ulaştırma A.Ş. bir araya gelerek ülkemizde rüzgar enerjisi ile ilgili büyük bütçeli bir araştırma ve geliştirme projesi olan Milli Rüzgar Enerjisi Sistemi ve Prototip Üretimi (MİLRES) projesini başlatmışlardır. Bu kapsamda İTÜ Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi (UUBF) tarafından, MİLRES projesinin Güç Aktarım Sistemi Tasarımı ve İmalatı iş paketi yüklenilmiştir.

Ana şaft, rotordaki gücü dişli kutusuna aktaran bir rüzgar türbinindeki en önemli yapısal elemanıdır. Rotorun ve göbeğin ağırlığını taşır. Sisteme gelen salınım moment değerleri sayesinde yorulmaya maruz kalır. Bu ağırlık ve salınım moment yüklerini sistemin sorunsuz ve güvenilir taşınması açısından ana şaft tasarımı çok önemlidir.

Burton, Sharpe, Jenkins ve Bossanyi'nin yazdığı "Rüzgar Enerjisi Elkitabı"nda şafta gelecek yükler irdelenmiş ve örneklendirilmiştir [1]. Jha'nın "Rüzgar Türbini Teknolojisi" adlı kitabında ana şaft ve kaplinler hakkında bilgi ve uygulama örnekleri verilmiştir [2]. Spera'nın "Rüzgar Türbini Mühendisliğinde Rüzgar Türbini Teknoloji Temel Kavramları" adlı kitabında rotor (göbek+palalar) üzerine gelecek tork genliği ve eğilme momenti değişimleri ampirik bağlantılarla ifade edilmiş ve örneklendirilmiştir [3].

Kong, Kim, Han ve Sugiyama 2006 yılında belirli kabullerle Spera'nın ampirik bağlantılarını kullanarak orta ölçekli bir rüzgar türbini palalarının yorulma ömürlerini hesaplamışlardır. Sonlu elemanlar metoduyla gerçekleştirmiş oldukları statik ve dinamik analizlerin, analitik sonuçlar ile tam bir uyum içerisinde olduğunu belirlemişlerdir [4]. "Rüzgar Türbinleri Tasarımı El Kitabı"nda genel hatlarıyla bir rüzgar türbinin alt sistemleri tasarımı hakkında belli değerlere göre küçük ölçekli uygulamalar yapılmıştır [5]. IEC 64100-1 standartında rüzgar türbinleri ana şaft tasarımı yapılırken hesaplarda güvenlik katsayısının 1,2'nin altına düşülmemesi gerektiği belirtilmiştir [6] ve bu çalışmada türbin prototip üretimi olacağından dolayı; daha güvenli bölgede kalmak için 2 alınmıştır. Cemal Eyyubov'un "Çelik Yapılar 1. Cilt" kitabında bağlantı elemanların (cıvataların) seçimi ve uygulaması ile ilgili tasarım örnekleri gösterilmiştir [7]. Hau'nun yazdığı "Rüzgar Türbinleri Temel İlkeleri, Teknolojisi, Uygulamaları ve Ekonomisi" adlı kitabında rotor aerodinamiği, yük durumları ve rüzgar türbinlerinin gereksinimi konuları irdelenmiş ve örneklendirilmiştir. [8]

Bu projede; ana şaft, hızlı şaft, sökme-takma askı kemeri tasarımlarını; ana şaftın göbek ve dişli kutusuna bağlantı hesaplarını; rulman, yatak ve kaplinlerin hesaplanmasını ve seçimlerini kapsamaktadır. Bu çalışmada ise ana şaft tasarımı ve analizleri ayrıntılı olarak sunulmuştur. Kritik şaft çapı, tork genlikleri ve eğilme momentleri değişimi bulunarak ASME eliptik yorulma kriteri esas alınarak sonsuz ömre göre tasarlanmıştır. Analitik ve sayısal sonuçlar karşılaştırılarak sistemin güvenilirliği kanıtlanmıştır. Ayrıca, ana şaft-göbek bağlantısının analitik ve sayısal sonuçları da bu çalışmada bulunmuştur.

2. ANA ŞAFT ve ANA ŞAFT-GÖBEK BAĞLANTISININ TASARIMI VE ANALİZİ

Çalışmada öncelikle sistem isterleri göz önünde bulundurularak ana şaftın yataklanması, uzunluğu, çeşitli kısımlarının çapları, göbek ve dişli kutusu ile bağlantıları belirlenmiştir. Şaftın çapı yorulmaya göre yapılmış; statik analize göre kontrol edilmiştir. Bağlantı tasarımı ve hesapları ise analizlerle karşılaştırılmıştır ve doğrulanmıştır.

2.1. Şaftın Ön Tasarımı

Ana şaftın bir ana yatakla ve dişli kutusunun nasele bağlantısını sağlayan mandagözü yataklarla mesnetlenmesi (üçlü yatak) tercih edilmiştir. Ana şaft uzunluğu mümkün mertebe kısa tutulmuştur. Bu sayede sistemin direngenliği büyütülmüştür. Yapılan rüzgar türbinleri örneklerinde ana şaft çapının rotor çapının yaklaşık %1'i olduğu dikkate alınarak ana şaft çapı belirlenmiştir. Yatak ön seçimi yapılarak şaftın temel boyutları belirlenmiştir.

2.1.1.

Malzeme

Ana şaft malzemesi olarak Türkiye içi tedarik kolaylığı, işlenebilirliği ve güvenilirliği açısından AISI 4140 çeliği seçilmiştir. Malzemenin bazı fiziksel ve mekanik özellikleri Kaynak [9]'dan alınmıştır.

2.2. Şaftın Yorulma Analizi

Ana şaftın çapının hesaplanmasında yorulma analizleri belirleyicidir. Yorulma analizlerindeki değişken yükler temel olarak üç kaynaktan gelir:

- Ağırlıktan gelen değişimler: Şaftın dönmesi dolayısıyla rotor ve göbek ağırlığının oluşturduğu eğilme momenti ana şaftta değişken eğilme gerilmelerine yol açar.
- Rotorun dönmesi esnasında rüzgar kesmesi, kulenin blokaj etkisi gibi nedenlerle palalardaki aerodinamik kuvvetlerin değişmesinden kaynaklanan değişken eğilme momenti ve tork.
- Rüzgardaki türbülans kaynaklı kuvvet ve moment değişimleri.

İlk iki etkinin katkısı üçüncü etkininkine göre oldukça yüksek olduğundan bu çalışmada sadece ilk iki etki hesaba katılmıştır.

2.2.1. Palalardan Ana Şafta İletilen Nominal Tork

Sistemde oluşacak kayıplar göz önüne alınarak üretilecek güç değeri 660 kW alınmıştır. Açısal hız değeri ise TUSAŞ tarafından 29,7 rad/s olarak hesaplanmıştır.

$$T_m = \frac{P_a}{\omega} \quad (1)$$

T_m : Nominal tork değeri

P_a : Rotorun anma gücü

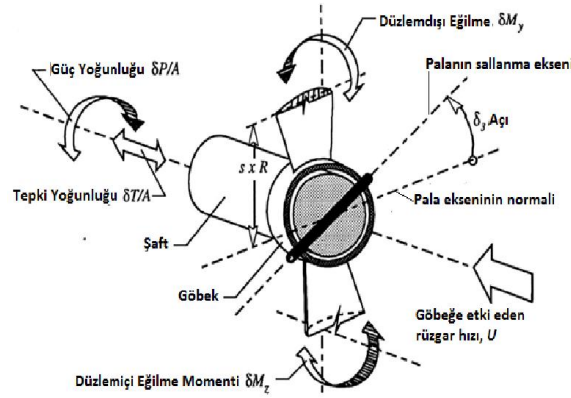
ω : Açısal hız

2.2.2. Ağırlık

Palaların kütlesi kanat grubundan gelen veriye göre 6000 kg'dır. Etkime noktası göbeğin ağırlık merkezi ile çakışık kabul edilmiştir. Göbeğin kütlesi ise Göbek Tasarımı Grubu'ndan gelen veriye göre 5500 kg'dır. Toplam kütle 11500 kg ve dolayısıyla toplam ağırlık 112,815 kN'dur. Hesaplamalarda şaft, yatak ve fren sistemi ile ilgili ağırlıklar ihmal edilmiştir. Fakat şaftın ağırlığı analizde hesaba katılmıştır. Şaftın ağırlık merkezi flanştan itibaren 471 mm mesafededir.

2.2.3. Tork Genlikleri

Yorulma hesaplarında kullanılacak olan tork genlikleri Spera'nın [3] elde ettiği ampirik bağıntılar kullanılarak hesaplanmıştır. Şafta etki eden momentler Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1: Şafta etki eden momentler

$$\delta M_{z,n} = eM_g + 46,8 cd (g + 0,100b)U_n(1 - s) \exp(0,276n)(D/100)^3 \quad (2)$$

Burada,

$\delta M_{z,n}$: Düzlem içi eğilme moment değişimi

e : Düzlem içi dinamik büyütme çarpanı

M_g : Palaya gelen maksimum statik yerçekim momenti

c : Uç veter çarpanı

d : Hava yoğunluğu çarpanı

g : Rüzgar değişkenlik çarpanı

b : Kule blokaj çarpanı

U_n :Göbek irtifasında rüzgar hızının log-normal olasılık dağılımından $n\sigma$ ötedeki hız değeri

s : Pala istasyon numarası; kanat açıklığı boyunca oran

n : log-normal olasılık dağılımında ortalamadan standart sapmaların sayısı

D : Pala çapı

şeklindedir.

2.2.4. Eğilme Momenti

Şafta etki edecek eğilme momenti salınımları, Spera'nın ampirik bağlantısında olduğu gibi bir palada oluşan düzlem dışı eğilme momentinin şaft eksenindeki değerinin hesaplanmasıyla bulunabilir [3].

$$\delta M_{y,n} = aM_g \sin \theta + 432(1 + 1,47a)cd(g + 0,012b)U_n(1 - s)\exp(0,134n)(D/100)^4 \quad (3)$$

Burada,

$\delta M_{y,n}$: Düzlem dışı eğilme momenti

a : Göbek rijitlik çarpanı

M_g : Palaya gelen maksimum statik yerçekim momenti

θ : Göbek koniklik açısı
şeklindedir.

2.2.5. Ana Şaft Boyutlandırılması

Hesaplanan yükleme değerleri ASME Eliptik yorulma kriterinde yerine konularak ana şaft üzerinde kritik bölgelerde çaplar hesaplanmıştır. [10]

$$D = \left\{ \frac{16n}{\pi(1 - \eta^4)} \left[4 \left(\frac{K_f M_a}{S_e} \right)^2 + 3 \left(\frac{K_{fs} T_a}{S_e} \right)^2 + 4 \left(\frac{K_f M_m}{S_{ut}} \right)^2 + 3 \left(\frac{K_{fs} T_m}{S_{ut}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (4)$$

Burada

- n : Güvenlik faktörü
 - η : İç çapın dış çapa oranı
 - K_f : Yorulma gerilmesi yığılma faktörü
 - M_a : Eğilme momenti genliği
 - S_e : Yorulmaya dayanım sınırı
 - K_{fs} : Yorulma kesme gerilmesi yığılma faktörü
 - T_a : Burulma momenti genliği
 - M_m : Eğilme momenti ortalaması
 - S_{ut} : Malzeme nihai dayanımı
 - T_m : Burulma momenti ortalaması
- şeklindedir.

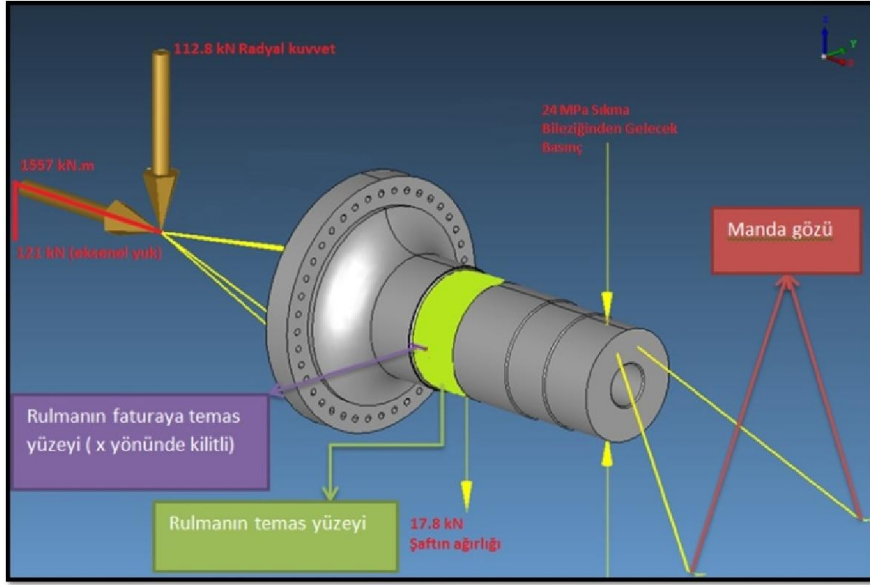
2.3. Şaftın Statik Analizi

Ana şafta gelecek statik yükler aerodinamik, ağırlık ve fren yükleri olarak üç maddede incelenmiştir:

- Aerodinamik yükler: Palaların oluşturduğu daimi aerodinamik kuvvetin rotor düzlemi içindeki bileşeni torku oluşturur. Burada bu tork bileşeni doğrudan rotorun anma gücü ve devir sayısı kullanılarak elde edilmiştir.
- Üç palada aerodinamik kuvvetin düzlem dışı bileşenlerinin oluşturduğu eğilme momentlerinin bileşkesi sıfır olur. Ancak bu kuvvetlerin toplamı şaft eksenine doğrultusunda bir itki kuvveti oluşturur.
- Ağırlık Yükleri: Palaların, göbeğin ve göbek içindeki mekanizmaların ağırlığı şaft tarafından karşılanır.
- Fren Yükleri: Frenlemede gelen ani yüksek torklar şaft tarafından karşılanmalıdır.

Statik analizler Uluslararası Elektroteknik Komisyonu'nun (International Electrotechnical Commission) rüzgar türbinleri için belirlediği IEC 64100-1 standartlarına uygun olarak kritik

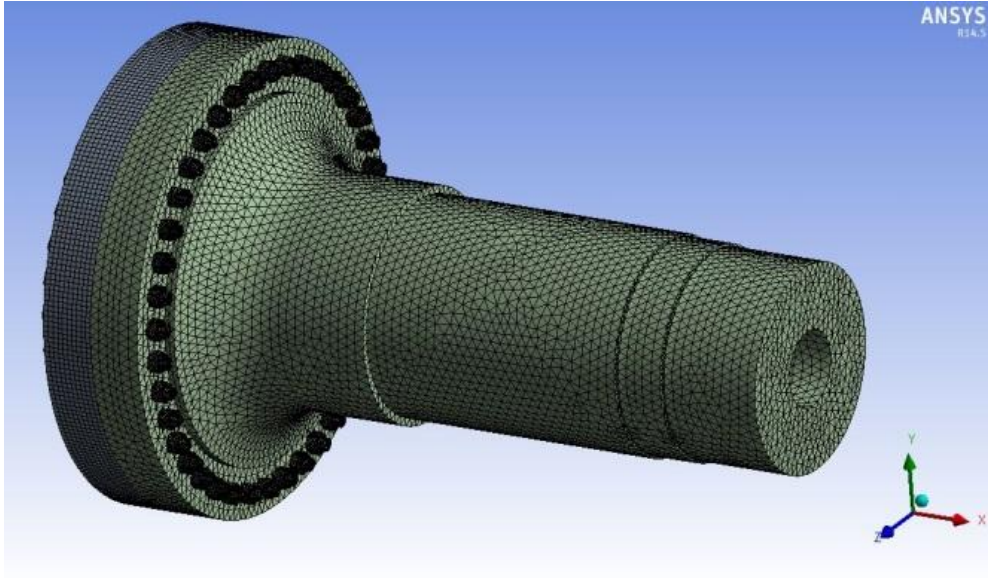
yük, gelebilecek en büyük tork değeri, esas alınarak yapılmıştır. Bu değer TUSAŞ tarafından 1557 kN.m olarak hesaplanmıştır. Şafta uygulanan yükler Şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2: Şaftın katı modeli: yükler, kuvvetler ve momentler.

2.4. Ana Şaft - Göbek Bağlantısı

Ana şaft – göbek bağlantısı için, tasarım açısından en uygun cıvata çapı ve yerleşimi seçilmiştir. Dayanım açısından bu bağlantı elemanlarının çapı M24, kalite sınıfı 12.9 olarak seçilerek toplam 40 cıvata kullanılmıştır. Cıvataların hesabı; (i) rotor (palalar+göbek) ağırlık, (ii) 50 yılda bir oluşacak maksimum tork değeri ve (iii) cıvatalara verilecek öngerilme kuvvet değerleri göz önüne alınarak yapılmıştır.



Şekil 3: Ana şaftın çözüm ağı

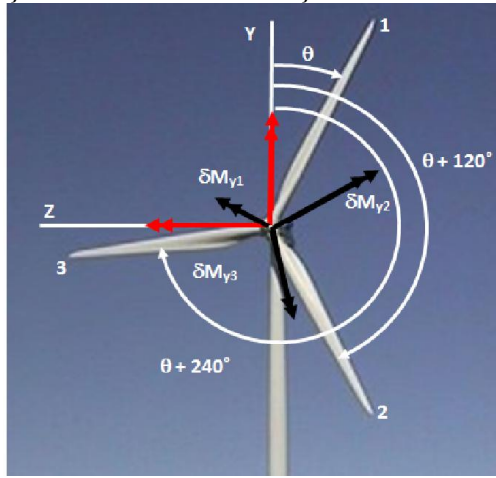
2.5. Sonlu Elemanlar Modeli

Ana şaft-göbek bağlantısı, bu bağlantı elemanları, ana şaft çözüm ağı, sınır ve başlangıç koşulları, Şekil 3'te gösterilmiştir. Eleman tipleri Solid185 doğrusal 3 boyutludur. Çözüm ağı yaklaşık olarak 758000 eleman, 191000 düğüm noktası ile oluşturulmuştur. [11]

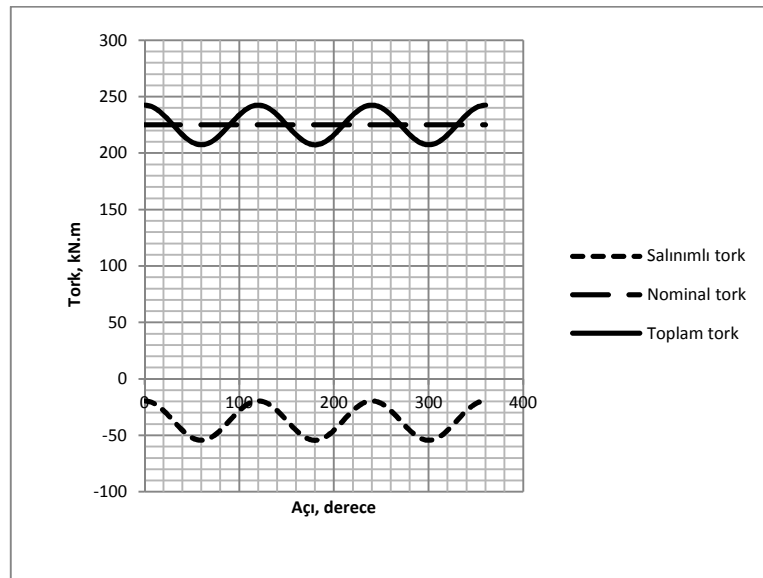
3. ANATİLİTİK ve SAYISAL SONUÇLAR

3.1. Tork Genlikleri ve Eğilme Momentleri Salınımları

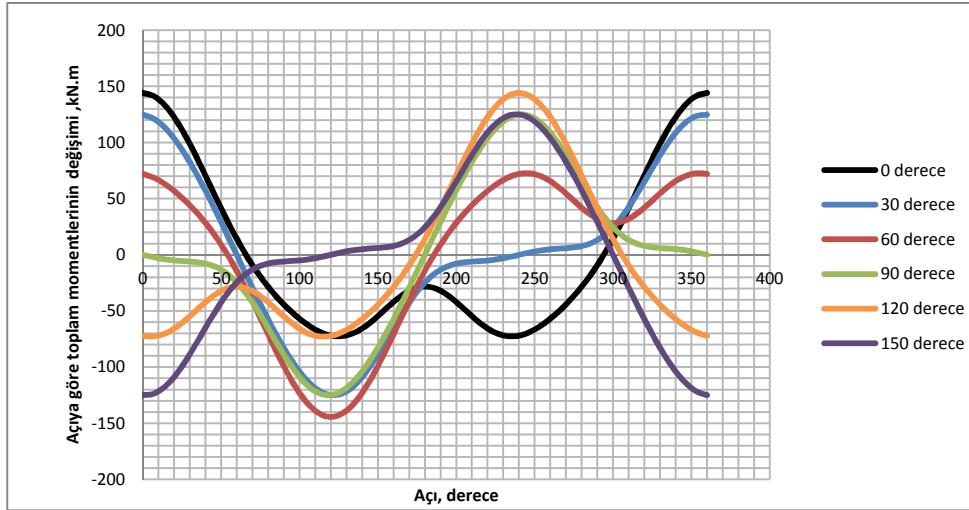
Sistemdeki tork ve moment salınımları hesaplanırken kartezyen koordinat sistemi kullanılmıştır. Şaft eksenini x eksenini, dikey eksen y eksenini ve yatay eksen ise z eksenini olarak öngörülmüştür, Şekil 4. Sistemde yatak bölgesi ve sıkma bileziği bölgesine göre tork ve moment salınımları hesaplanmıştır. Şekil 5'te torkun bir devir boyunca değişimi verilmiştir. Eğilme momenti hesaplamaları için şaft üzerinde 30° 'lik adımlarla noktalar seçilmiştir. Bu noktalardaki bileşke eğilme momentinin bir devirdeki değişimleri yatak bölgesi için Şekil 6 ve 7'de, sıkma bileziği için Şekil 8 ve 9'da verilmiştir.



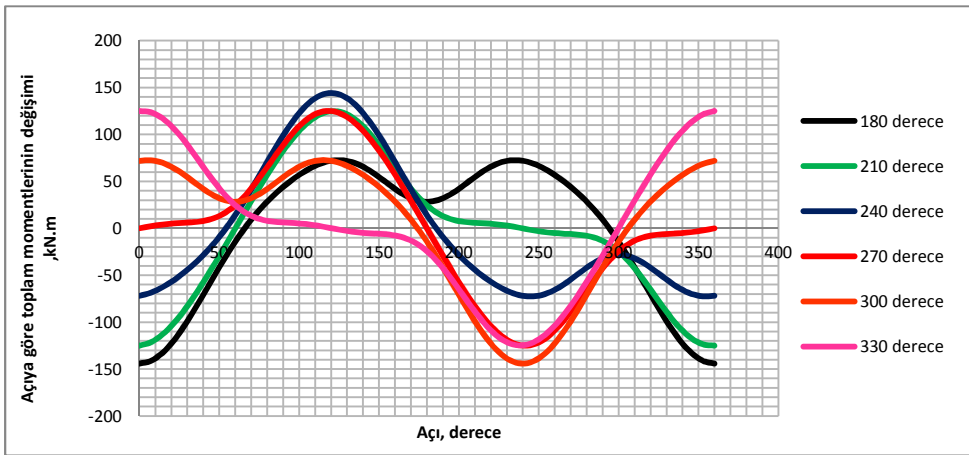
Şekil 4: Palaların numaralandırılması ve θ° 'lik değişimde oluşacak momentler



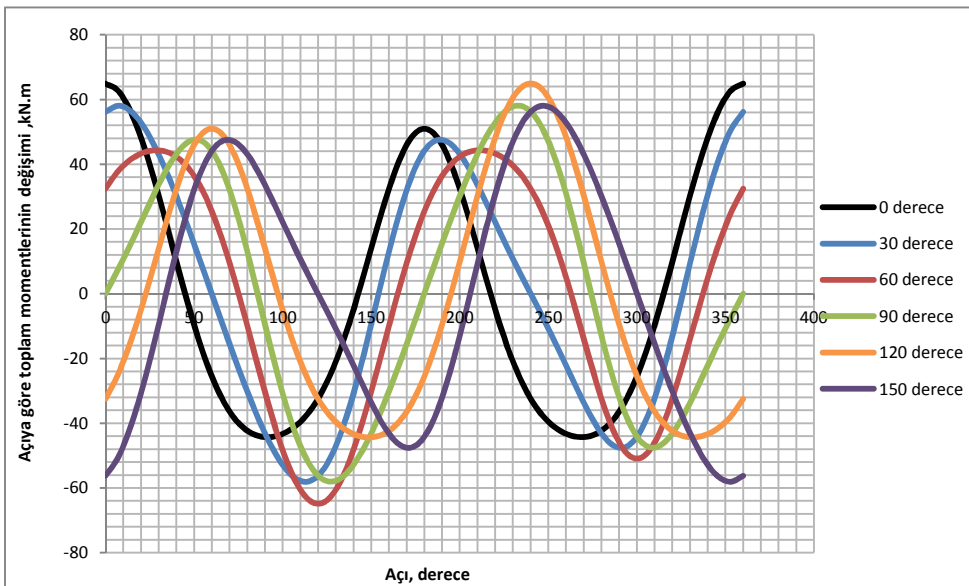
Şekil 5: Tork değişimi.



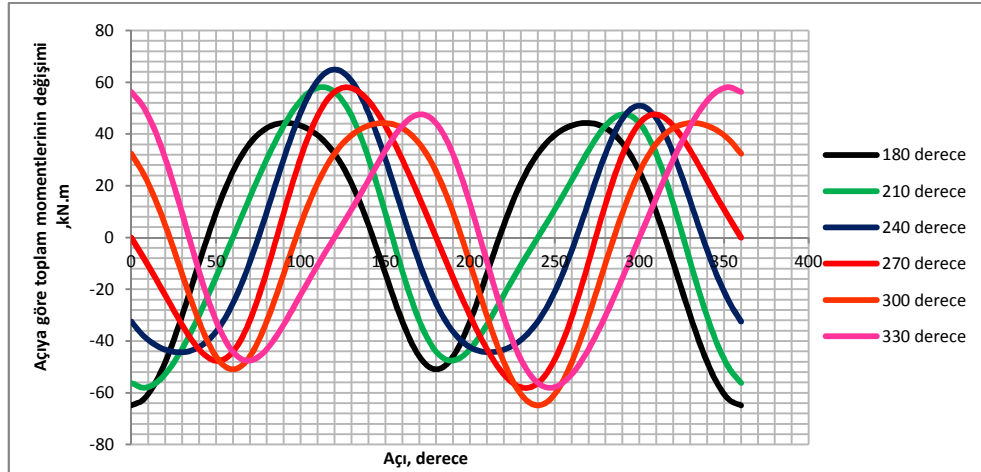
Şekil 6: Yatak bölgesinde $0^{\circ} - 150^{\circ}$ arası 3 palanın toplam moment değişimi.



Şekil 7: Yatak bölgesinde $180^{\circ} - 360^{\circ} (0^{\circ})$ arası 3 palanın toplam moment değişimi.



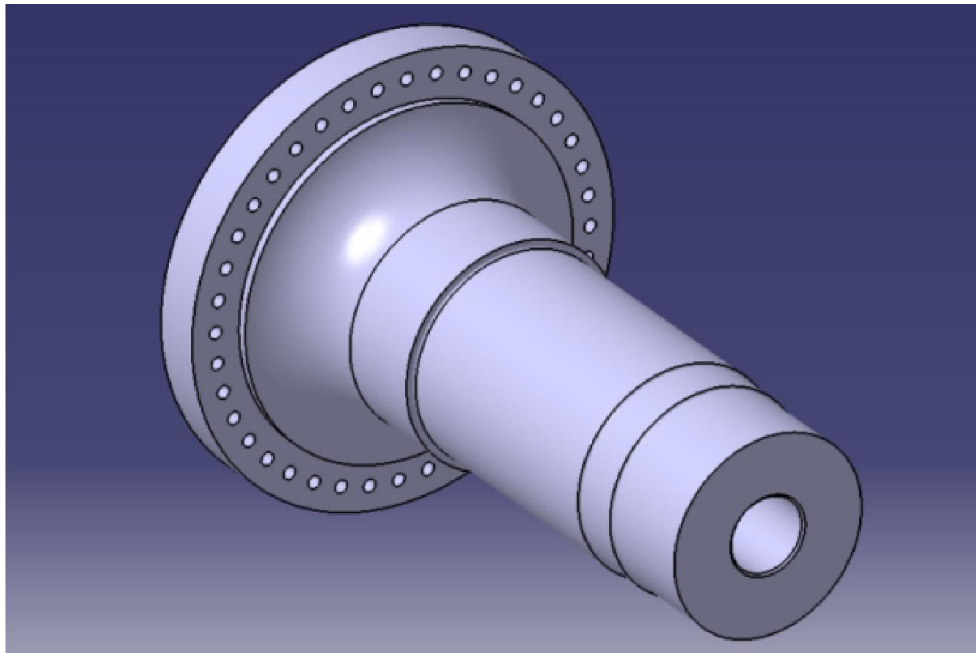
Şekil 8: Sıkma bileziği bölgesinde $0^{\circ} - 150^{\circ}$ arası 3 palanın toplam moment değişimi.



Şekil 9: Sıkma bileziği bölgesinde 180° – 360° (0°) arası 3 palanın toplam moment değişimi.

3.2. Ana Şaft Çapı

Sisteme gelecek yükler etkisinde ASME Eliptik yorulma kriterine göre tasarım için gerekli en kritik çap 419,4 mm çıkmıştır. Üretim kolaylığı açısından kritik şaft çapı 420 mm olarak belirlenmiştir. Bu değere göre şaft üzerinde sistem için gerekli faturalar verilmiştir. 420 mm çap değeri için sisteme gelecek statik ve dinamik yükleri karşılayabilecek rulman ve yatak seçilmiştir.



Şekil 10: Ana şaftın perspektif görünümü

3.3. Ana Şaft - Göbek Bağlantı Elemanları

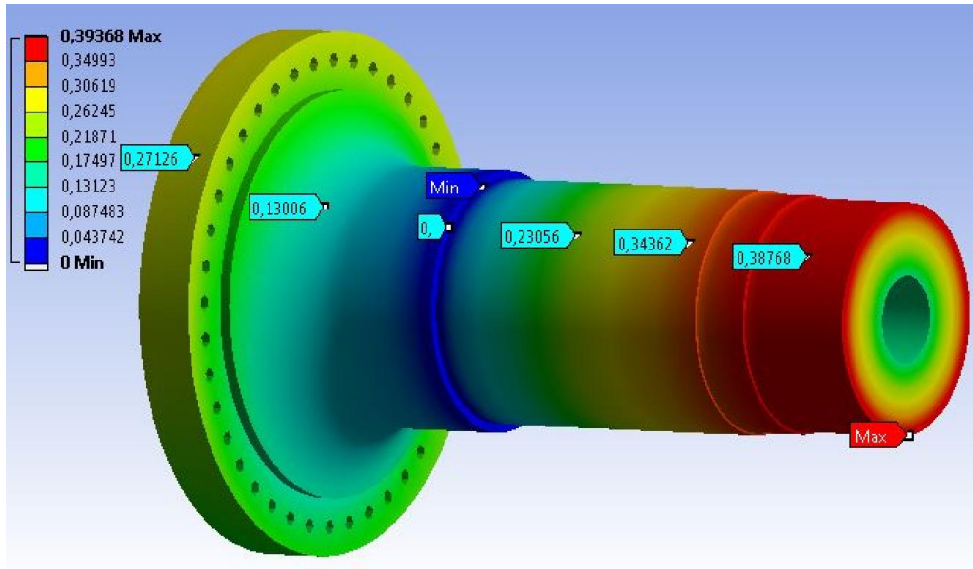
Bağlantı elemanlarında oluşacak en büyük gerilme ağırlıktan ve torktan gelecek kesme kuvvetine karşı en kritik cıvataya göre hesaplanmıştır.

Tablo 1: Bağlantı elemanında oluşacak yük ve gerilme değerleri

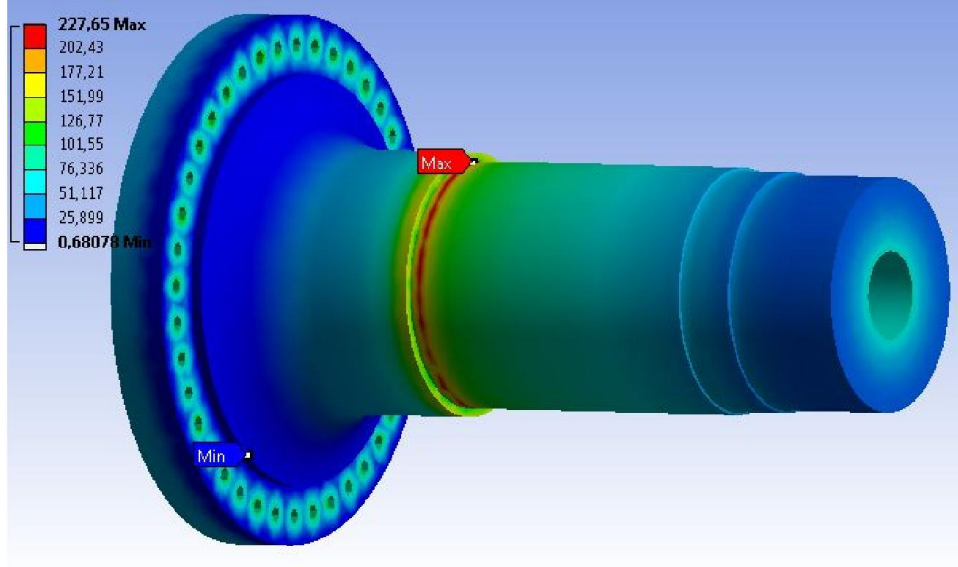
	DEĞER
İki yüzey arası sürtünme katsayısı [12]	0,4
Cıvataların merkeze olan uzaklığı	0,4 m
Cıvatalara verilecek öngerilme kuvveti	256,8 kN
İki yüzey arasında oluşacak sürtünme kuvveti	4108,8 kN
Sürtünme kuvvetinin oluşturacağı tork değeri	1643,52 kN.m
Ağırlık ve torktan oluşacak kesme gerilmesi	283,67 kN
Cıvatalara verilen öngerilme kuvvetinin oluşturacağı gerilme	727,5 MPa
Bağlantıya gelecek momentlerin oluşturacağı gerilme	90,65 MPa
Bağlantıda oluşacak gerilme	818,15 MPa
von Mises eşdeğer gerilme değeri	954,35 MPa

3.4. Statik Analiz Sonuçları

Sisteme gelecek yükler altında sınır koşullarına göre shaft üzerinde oluşan von Mises eşdeğer gerilme değeri analitik yaklaşımla 238,3 MPa hesaplanmıştır. Aynı sınır koşulları altında ANSYS 14.5 paket programı kullanılarak yapılan statik analizler sonucunda bu değer 227,65 MPa olarak elde edilmiştir. Bu değerler arasındaki farkın %5'ten az olması yapılan analizlerin doğruluğunu göstermektedir. Şekil 11'de ana shaft üzerinde meydana gelen deformasyonlar ve Şekil 12'de ise ana shaft üzerinde kritik bölgede oluşan von Mises eşdeğer gerilmeleri gösterilmiştir.

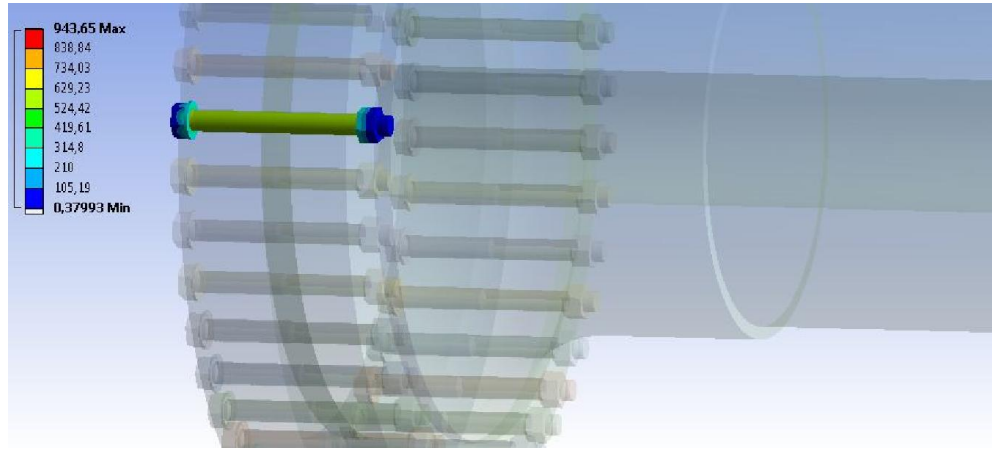


Şekil 11: Ana shaftın deformasyonu (mm)



Şekil 12: Ana şaft üzerinde kritik bölgede oluşan von Mises eşdeğer gerilmeleri (MPa)

Verilen öngerilme kuvveti ve cıvataya etki eden ağırlık ve torktan kaynaklı kesme kuvvetlerinden oluşan gerilme sonucu kritik cıvata için 954,35 MPa von Mises eşdeğer gerilme değeri bulunmuştur. Bu kritik cıvatanın maruz kalacağı kuvvet analitik olarak 249,97 kN olarak hesaplanmıştır. Aynı koşullarda ANSYS 14.5 paket programında yapılan analizde ise bu değer 943,65 MPa bulunmuştur ve cıvatanın maruz kalacağı kuvvetin 250,08 kN olarak elde edilmiştir. Bu %1'lik fark sayısal ve analitik sonuçlar arasında iyi bir korelasyon olduğunu göstermiştir. Şekil 13'de kritik cıvatada oluşan von Mises eşdeğer gerilme değerleri gösterilmiştir.



Şekil 13: Kritik cıvatada oluşan von Mises eşdeğer gerilme değeri (MPa)

4. DEĞERLENDİRME ve SONUÇ

Bu çalışmada bir rüzgar türbininin tork genlik ve eğilme momenti değişimleri ele alınarak ASME Eliptik yorulma kriteriyle kritik şaft çapı sonsuz ömre göre bulunmuştur. Analitik ve sonlu elemanlar sonuçları arasında iyi bir uyum olduğu görülmektedir.

- Sınır koşulları altında ana şaftın hesaplanan von Mises eşdeğer gerilme değerleri ile sonlu elemanlar çözümleme paket programı ile yapılan analiz sonucu çıkan von Mises eşdeğer gerilmelerinin arasında %5 gibi bir fark çıkmıştır. Bu fark analitik çözümde yapılan kabullerden gelmektedir.

- En kritik bağlantı elemanında (civata) oluşacak von Mises eşdeğer gerilmesi ile aynı sınır koşullarında sonlu elemanlar paket programı ile yapılan analiz sonucu çıkan von Mises eşdeğer gerilmelerinin arasındaki fark %1 çıkmıştır.
- Yapılan analitik ve sayısal çözümlere göre çıkan en büyük gerilme değerleri ana şaft malzemesinin (AISI 4140) akma dayanımı değerinin ve bağlantı elemanı (civata) kalite sınıfının dayanımı (proof strength) ve akma dayanımı değerleri altında kaldığı görülmüştür ve sistemin güvenliliği kanıtlanmıştır.

5. KAYNAKLAR

- [1] Burton T., Sharpe, D., Jenkins, N. ve Bossanyi, E., “Wind Energy Handbook” John Wiley and Sons Ltd. - 2001.
- [2] Jha A.R., “Wind Turbine Technology” CRC Press – 2011.
- [3] Spera D. A., “Wind Turbine Technology Fundamental Concepts of Wind Turbine Engineering Second Edition” Asme Press – 2009.
- [4] Kong C., Kim T., Han D., Sugiyama Y., “Investigation of fatigue life for a medium scale composite wind turbine blade” International Journal of Fatigue 28 – 2006.
- [5] Det Norske Veritas and Risø National Laboratory, “Guidelines for Design of Wind Turbines” DNV/Risø – 2002.
- [6] http://wind.nrel.gov/cert_stds/Certification/standards/iec_stds
- [7] Eyyubov C., “Çelik Yapılar 1. Cilt” Birsen Yayınevi -2004.
- [8] Hau E., “Wind Turbine Fundamentals, Technologies, Applications, Economics”Springer – 2006.
- [9] Gölgeci B. “Fatigue strength improvement of a hard chromium plated AISI 4140 steel using a plasma nitriding pre-treatment”, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, , Sayı 25, s. 105-111, 2006.
- [10] Budynas, R., and Nesbitt, J.K., Shigley’s Mechanical Engineering Design, 8th edition(SI), McGraw Hill, 2008.
- [11] Ansys Workbench Manual.
- [12]<http://www.mekanikciyiz.com/yaglama/bazi-malzemelerin-surtunme-katsayilari/>