



UZAY KAFES YAPILARIN ATEŞBÖCEĞİ ALGORİTMASI YÖNTEMİYLE OPTİMİZASYONU

S. Özgür Değertekin¹, Luciano Lamberti², Mehmet Ülker³

¹Dicle Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 21280, Diyarbakır

²Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management, Politecnico di Bari, Italy

³Fırat Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 23119, Elazığ

ABSTRACT

Meta-heuristic optimization algorithms simulated the behaviour of flock/colony/group have been used for the solving of different design problems. Firefly algorithm (FFA) is a recently developed meta-heuristic optimization algorithm inspired by social behaviour of fireflies and the phenomenon of bioluminescent communication. The main purpose of this study is to implement a robust FFA algorithm for sizing optimization of spatial truss structures. The objective of the study is to obtain the minimum weight truss design under the displacement and stress constraints. The efficiency of the FFA algorithm implemented in this study is tested on weight minimization problem of 25-bar truss structure. The optimization results are compared with those reported in the literature for other state-of-the-art meta-heuristic optimization methods such as harmony search, hybrid particle swarm optimization, hybrid particle swarm ant colony optimization, self-adaptive harmony search algorithm and firefly algorithm. The comparisons showed that firefly algorithm is as powerful as the other meta-heuristic optimization methods.

ÖZET

Hayvan ve böcek türlerinin sürü/koloni/grup davranışlarını taklit eden sezgisel optimizasyon yöntemleri son yıllarda farklı tasarım problemlerinin çözümünde kullanılmıştır. Ateşböceği algoritması, ateşböceklerinin davranışları ve parıldama yoluyla yaptıkları iletişimlerini taklit etmektedir. Bu çalışma ile, ateşböceği algoritması yöntemiyle uzay kafes yapıların optimizasyonu yapılacaktır. Optimizasyon probleminde, deplasman ve gerilme sınırlayıcıları altında minimum ağırlıklı kafes yapıların elde edilmesi amaçlanmaktadır. Ateşböceği algoritması yönteminin performansı; daha önce armoni arama, hibrid parçacık sürü optimizasyonu, hibrid parçacık sürü-karınca koloni optimizasyonu, adaptif armoni arama ve ateşböceği algoritması yöntemleriyle optimize edilmiş olan 25 elemanlı uzay kafes yapı üzerinde test edilmiştir. Yapılan kıyaslamalar ateşböceği algoritmasının en az diğer yöntemler kadar güçlü bir optimizasyon yöntemi olduğunu göstermektedir.

GİRİŞ

Hayvan ve böcek türlerinin sürü/koloni/grup davranışlarını taklit eden sezgisel optimizasyon yöntemleri son yıllarda farklı tasarım problemlerinin çözümünde kullanılmıştır. Karınca koloni optimizasyonu, parçacık sürü optimizasyonu ve yapay arı koloni optimizasyonu bu yöntemlerdendir. Karınca koloni optimizasyonu; karıncaların yuvaları ve besin kaynakları arasında en kısa yolu bulmak için uyguladıkları stratejilerle optimizasyon problemlerinin çözümü arasında benzeşim kurarken [1], parçacık sürü optimizasyonu; sürü davranışları taklit etmektedir [2]. Yapay arı koloni algoritması arılardaki koloni davranışı ile optimizasyon problemleri arasında analoji kurmaktadır [3].

Ateşböceği algoritması ise ateşböceklerinin davranışları ve parıldama yoluyla yaptıkları iletişimleri taklit etmektedir. Yöntem ilk olarak nümerik optimizasyon problemlerine [4], sonrasında yük dağıtım problemlerine [5], yapısal optimizasyon problemlerine [6], kule yapıların minimum ağırlıklı tasarımına [7] ve kafes yapıların optimizasyonuna [8] uygulanmıştır.

Ateşböceği algoritması, ateşböceklerinin birbirleriyle iletişim kurarken kullandıkları parıldama davranışından esinlenerek geliştirilen sezgisel bir optimizasyon yöntemidir. Ateşböceklerinin parıldama davranışı bu böceklere has doğal bir ışık yayma yolu olup çiftleşme, potansiyel bir avı cezbetme ve yırtıcı hayvanlardan korunmayı sağlama görevleri bulunmaktadır. Parıldamanın ritmi, derecesi ve süresine göre ateşböcekleri kendi aralarında iletişim kurmaktadır.

Ateşböceği algoritması yönteminde üç ideal kural uygulanır: (1) Tüm ateşböcekleri, cinsiyet ayrımı yapmaksızın birbirleriyle iletişim kurabilirler, (2) Herhangi bir ateşböceğinin çekiciliği yaydığı ışıkla orantılıdır. Dolayısıyla iki ateşböceğinden daha fazla ışık yayan daha fazla ilgi çeker ve ona doğru yönelme olur, (3) Ateşböceğinin parıldaması amaç fonksiyonunun yapısına göre belirlenir.

OPTİMUM TASARIM PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU

nn adet düğüm noktasına, nm tane elemana, ng adet farklı eleman grubuna ve nl adet yük kombinasyonuna sahip ve $X = [x_1, x_2, \dots, x_{ng}]$ vektörü ile gösterilen kafes yapı tasarımının optimizasyon problemi;

$$W(X) = \sum_{k=1}^{ng} x_k \sum_{i=1}^{mk} \rho_i L_i \quad (1)$$

$$\frac{|\sigma_{nl}|}{|\sigma_{nu}|} - 1 \leq 0, \quad 1 \leq n \leq nm, \quad 1 \leq l \leq nl \quad (2)$$

$$\frac{|\sigma_{cl}|}{|\sigma_{cu}|} - 1 \leq 0, \quad 1 \leq n \leq ncm, \quad 1 \leq l \leq nl \quad (3)$$

$$\frac{|d_{jl}|}{|d_{ju}|} - 1 \leq 0, \quad 1 \leq j \leq nn, \quad 1 \leq l \leq nl \quad (4)$$

$$x_{\min} \leq x_k \leq x_{maks} \quad k = 1, 2, \dots, ng \quad (5)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu denklemlerde X ; kafes yapı tasarım vektörünü, $W(X)$; kafes yapı ağırlığını, x_k ; k 'nci eleman grubundaki kafes elemanların enkesit alanlarını, mk ; k 'nci gruptaki toplam eleman sayısını, ρ_i ve L_i ; i 'nci elemana ait özgül ağırlığı ve uzunluğu, σ_{nl} ve σ_{cl} sırasıyla n 'nci elemanın l 'nci yükleme durumundaki gerilme ve burkulma gerilmelerini (nm adet kafes elemanın ncm tanesi basınç kuvvetine maruz olduğu kabul edilirse), σ_{nu} ve σ_{cu} ; müsaade edilen gerilme ve burkulma gerilmeleri değerlerini, d_{ji} ; j 'nci düğümün l 'nci yükleme durumundaki en büyük deplasman değerini ve d_{ju} ; müsaade edilen deplasman değerini göstermektedir.

Bu çalışma ile yukarıda ifade edilen denklemler vasıtasıyla deplasman ve gerilme sınırlayıcıları altında ateşböceği algoritması yöntemi kullanılarak uzay kafes yapıların minimum ağırlıklı tasarımı gerçekleştirilecektir.

Optimizasyon sürecinde (2)-(5) bağıntılarıyla verilen sınırlayıcıları sağlamayan tasarımlar elenir. Bu eleme işlemi için daha önce kafes yapıların optimizasyonuna başarıyla uygulanmış ve aşağıda verilen kuralları uygulayan bir seçim mekanizması kullanılmaktadır [9]:

- Sınırlayıcıları sağlayan kafes yapı tasarımları, sınırlayıcıları sağlamayanlara tercih edilir,
- Sınırlayıcıları çok küçük bir değerde (optimizasyon sürecinin başında 0.01 optimizasyon sürecinin sonunda 0.001 mertebesinde) sağlamayan tasarımlar sınırlayıcıları sağlıyor olarak kabul edilir,
- Sınırlayıcıları sağlayan iki kafes yapı tasarımı arasında daha hafif olan kafes yapı tasarımı tercih edilir,
- Sınırlayıcıları sağlamayan iki kafes yapı tasarımı arasında sınırlayıcıları daha az ihlal eden tasarım tercih edilir.

Bu seçim mekanizmasında (a) ve (d) kuralları optimizasyon işleminin sınırlayıcıları sağlayan tasarımlara yönelmesini sağlamakta, (c) kuralı sınırlayıcıları sağlayan tasarımlar içinde daha iyi (daha hafif) olan tasarıma yönlendirme yapmaktadır. (b) kuralı ise global optimumun sınırlayıcılara ait sınır değerlere yakın olması olasılığını araştırmaktadır. (a)-(d) kurallarının uygulanmasıyla (1) denkleminde verilen amaç fonksiyonu (kafes yapı ağırlığı) değiştirilir. Bu şekilde belli kurallar dahilinde (2)-(5)'de verilen sınırlayıcıları ihlal eden tasarımlar optimizasyon sürecine dahil ederek hesaplanan amaç fonksiyonu, modifiye edilmiş amaç fonksiyonu adını alır. Burada önemle vurgulanması gereken husus; küçük ihlal yüzdesiyle bile sınırlayıcıları sağlamayan tasarımın optimum tasarım olarak atanmayacağıdır. Optimum tasarım olarak her zaman için sınırlayıcıları sağlayan tasarımlardan en hafif olan atanacaktır.

ATEŞBÖCEĞİ ALGORİTMASI YÖNTEMİ (FFA)

Ateşböceği algoritması (FFA) yönteminde; ışık yoğunluğunun değişimi ve ateşböceğinin çekiciliği (β) olmak üzere iki önemli parametre bulunmaktadır. Ateşböceğinin çekiciliği yaydığı ışıkla orantılı olup ışık yoğunluğu azaldıkça çekicilikte azalmaktadır. Bu esasa göre herhangi bir ateşböceği için çekicilik değeri (β) şu şekilde hesaplanır:

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (6)$$

burada γ ; ışık emme katsayısı, β_0 ; $r=0$ için çekicilik değeri, $r=r_{ij}$; X_i ve X_j tasarım değişkenleri ile temsil edilen i ve j ateşböcekleri arasındaki mesafe olup aşağıdaki şekildedir:

$$r_{ij} = \|X_i - X_j\| \quad (7)$$

i 'nci ateşböceğinin kendinden daha çekici olan j 'nci ateşböceğine doğru hareketi aşağıdaki denklemle belirlenir:

$$\mathbf{X}^{i+1} = \mathbf{X}^i + \beta_0 e^{-\gamma_{ij}^2} (\mathbf{X}^j - \mathbf{X}^i) + \alpha(rand - 0.5) \quad (8)$$

bu denklemin sağındaki ilk terim; ateşböceğinin mevcut konumunu gösterir, ikinci terim komşu ateşböcekleri tarafından görülen ışık yoğunluğu ve mevcut ateşböceğinin çekiciliği arasında ilişki kurar, son terim ise mevcut ateşböceğinin etrafında daha çekici bir ateşböceği olmaması durumunda yapılacak rasgele hareketi temsil etmektedir. Son terimdeki α ; rasgele seçim parametresi, $rand$ ise $[0,1]$ aralığında rasgele bir reel sayı üretir.

FFA yöntemi ile uzay kafes yapıların optimizasyonu arasındaki ilişki şu şekilde kurulabilir: FFA'daki her bir ateşböceği optimizasyon sürecindeki bir uzay kafes yapı tasarımını, popülasyondaki ateşböceği sayısı tasarım popülasyonundaki kafes yapı sayısını, ateşböceğinin çekicilik değeri kafes yapının modifiye edilmiş amaç fonksiyonu değerini, daha çekici ateşböceği daha küçük modifiye edilmiş amaç fonksiyonu değerine sahip kafes yapı tasarımını, en çekici ateşböceği ise optimum kafes yapı tasarımını temsil etmektedir.

UZAY KAFES YAPILARIN FFA YÖNTEMİYLE İLE OPTİMİZASYONU

Bu çalışma kapsamında uzay kafes yapıların minimum ağırlıklı tasarımı için geliştirilen FFA yöntemi şu adımlardan oluşmaktadır:

1. Ateşböceği sayısı (nf), $r=0$ için çekicilik (β_0) değeri, ışık emme katsayısı (γ), rasgele seçim parametresi (α) ve maksimum iterasyon sayısı (maksimum kafes yapı analiz sayısı= mit) parametrelerini atanır. İterasyon değerini sıfırlanır $it=0$.
2. Her biri bir kafes yapı tasarımını temsil eden ateşböceklerinin oluşturduğu popülasyonu rasgele oluştur. Bu popülasyondaki her bir kafes yapıya ait bir tasarım değişkeni, maksimum ($x_{k,maks}$) ve minimum ($x_{k,min}$) sınır değerleri arasında aşağıdaki şekilde rasgele üretilir:

$$x_k^j = x_{k,min}^j + rand(0,1)(x_{k,maks}^j - x_{k,min}^j) \quad k=1,2,...,ng, \quad j=1,2,...,nf \quad (9)$$

burada $x_{k,min}$ ve $x_{k,maks}$ sırasıyla tasarım değişkeninin alabileceği en küçük ve en büyük değerler, $rand(0,1)$ ise $[0,1]$ aralığında rasgele üretilen bir reel sayıdır. Bu şekilde eleman grup sayısı (ng) kadar tasarım değişkeni üretilerek bir kafes yapı tasarımı elde edilir. Ateşböceği sayısı (kafes yapı sayısı) kadar bu işlem tekrarlanarak tasarım popülasyonu oluşturulur.

3. Popülasyondaki her kafes yapı tasarımı için analiz yapılarak düğüm deplasman ve eleman eksenel kuvvetleri elde edilir. (2)-(5) denklemleri ile verilen tasarım sınırlayıcıları dikkate alınarak her kafes yapının $W(X^1)$, $W(X^2)$, ..., $W(X^{nf})$ ile gösterilen modifiye edilmiş amaç fonksiyonu değeri hesaplanır. Tasarım popülasyonundaki kafes yapıların modifiye edilmiş amaç fonksiyonu değerleri küçükten büyüğe sıralanır ($W(X^1) < W(X^2) < \dots < W(X^{nf})$). Buna göre popülasyonun ilk sırasındaki tasarım en iyi tasarım $W(X^1) = W(X^{en-iyi})$, son sıradaki tasarım en kötü tasarım olarak $W(X^{nf}) = W(X^{en-kötü})$ tanımlanır. Bu şekilde düzenlenen tasarımları içeren popülasyon aşağıda verilen matris formunda gösterilir:

$$X^j = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & . & . & x_{ng}^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & . & . & x_{ng}^2 \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ x_1^{nf} & x_2^{nf} & . & . & x_{ng}^{nf} \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow W(X^1) \\ \rightarrow W(X^2) \\ \\ \rightarrow W(X^{nf}) \end{matrix} \quad (10)$$

4. İterasyon sayısı arttırılır; $it=it+1$.
5. Popülasyondaki herhangi bir i 'nci ateşböceği (i 'nci kafes yapı tasarımı, X^i), kendinden daha çekici olan j 'nci ateşböceğine (j 'nci kafes yapı tasarımı, X^j) doğru (8) denklemiyle hareket ettirilerek, yeni bir tasarım elde edilir (X^{yeni}).
6. Bu tasarım için analiz yapılarak düğüm deplasman ve eleman eksenel kuvvetleri elde edilir. (2)-(5) denklemleri dikkate alınarak kafes yapının $W(X^{yeni})$ ile temsil edilen modifiye edilmiş amaç fonksiyonu hesaplanır.
7. Eğer yeni tasarım ait modifiye edilmiş amaç fonksiyonu değeri popülasyondaki en kötü tasarımdan daha iyi ise $W(X^{yeni}) < W(X^{en-kötü})$ en kötü tasarım elenir, yerine yeni tasarım popülasyona dahil edilir. Popülasyondaki tasarımlar modifiye edilmiş amaç fonksiyonu değerlerine göre tekrar sıralanır, en iyi modifiye edilmiş amaç fonksiyonu değerine sahip olan tasarım mevcut optimum olarak atanır. Eğer iterasyon sayısı, maksimum iterasyon sayısından küçükse $it < mit$, 4. adıma gidilir. Değilse 7. adıma gidilir.
8. Optimizasyon işlemi bitirilir, mevcut optimum tasarım nihai optimum tasarım olarak kabul edilir. Bu tasarıma ait ağırlık ise optimum kafes yapı ağırlığıdır.

TEST PROBLEMİ

Bu çalışmada sunulan ateşböceği algoritması yönteminden elde edilen sonuçları kıyaslayabilmek için literatürde daha önce armoni arama (HS) [10], hibrid parçacık sürü optimizasyonu (PSO) [11], hibrid parçacık sürü karınca koloni algoritması (HPSACO) [12], self-adaptif armoni arama (SAHS) [13] ve ateşböceği algoritması (FFA) [7] yöntemleriyle optimize edilmiş 25 elemanlı uzay kafes yapı kullanılmıştır.

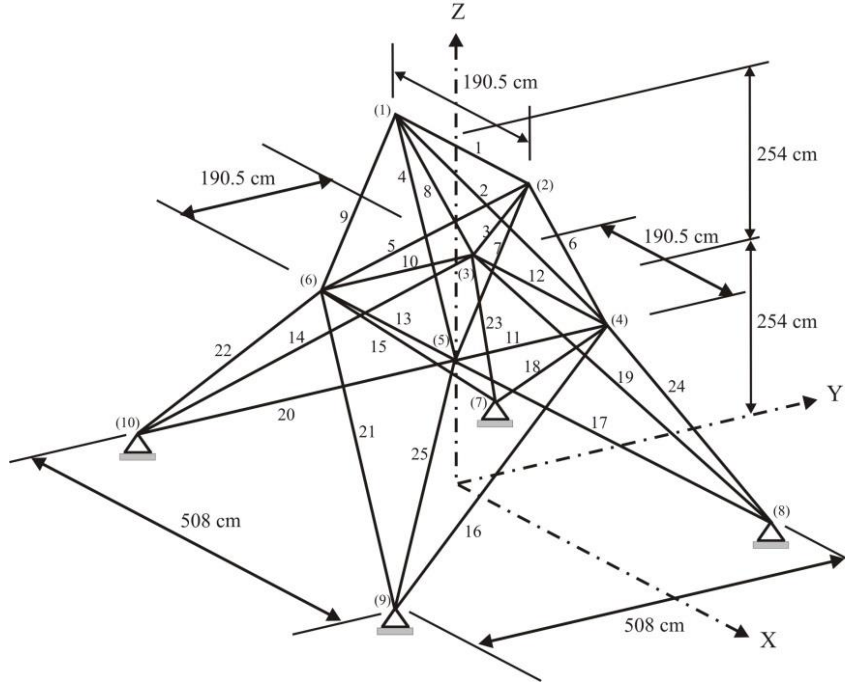
Diğer sezgisel optimizasyon yöntemlerinde olduğu gibi FFA yönteminin stokastik yapısından dolayı yöntemin farklı icraları sonucunda elde edilen sonuçlar arasındaki tutarlılığı görmek için, rasgele üretilmiş farklı başlangıç tasarımları için FFA yöntemi 20 sefer icra edilmiş ve 20 farklı nihai kafes yapı tasarımı elde edilmiştir. Bu tasarımlardan en ağır ve en hafif olanlarına ait değerler ile 20 farklı tasarım için hesaplanan ortalama ağırlık ve standart sapma değerleri ilgili Çizelge'de sunulmuştur. Farklı parametre değerleri için yapılan kıyaslamalar sonucunda FFA'da kullanılan parametreler için en uygun değerler olarak $nf=40$, $\gamma=1$, $\beta_o=0.5$ ve $\alpha=0.2$ alınmıştır [8]. Maksimum iterasyon sayısı $mit=100000$ alınmıştır.

25 Elemanlı Uzay Kafes Yapı

25 elemanlı uzay kafes yapının boyutları ve eleman numaralandırılması Şekil 1'deki gibidir. Kafes yapıda malzeme için elastisite modülü ve özgül ağırlık sırasıyla 68950 MPa ve 2767.991 kg/m³ olarak alınmıştır.

Çizelge 1'de kafes yapıya uygulanan iki farklı yükleme durumu, Çizelge 2'de ise kafes yapıya ait tasarım değişkenleri (eleman grupları) ve müsaade edilen gerilme değerleri verilmiştir.

Eleman gruplarına atanabilecek minimum enkesit alanı 0.064516 cm^2 'dir. FFA ve literatürden elde edilen sonuçlar [7, 10-13] Çizelge 3'de sunulmuştur.



Şekil 1 25 Elemanlı Uzay Kafes Yapı.

Çizelge 1 25 Elemanlı uzay kafes yapı için yükleme şartları

Düğüm no.	Yükleme durumu 1			Yükleme durumu 2		
	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)
1	0.0	88.96	-22.24	4.448	44.48	-22.24
2	0.0	-88.96	-22.24	0.	44.48	-22.24
3	0.0	0.0	0.0	2.224	0.	0.
6	0.0	0.0	0.0	2.224	0.	0.

Çizelge 2 25 Elemanlı uzay kafes yapı için müsaade edilen gerilme değerleri

Tasarım değişkeni no. A_i (cm ²)	Eleman no.	Müsaade edilen basınç gerilmesi (MPa)	Müsaade edilen çekme gerilmesi (MPa)
1	1	241.95934	275.80
2	2-5	79.91305	275.80
3	6-9	119.31797	275.80
4	10-11	241.95934	275.80
5	12-13	241.95934	275.80
6	14-17	46.60330	275.80
7	18-21	47.98230	275.80
8	22-25	76.41039	275.80

Çizelge 3 25 Elemanlı uzay kafes yapı için optimizasyon değerleri

Tasarım değişkeni no. A_i (cm ²)	HS [10]	HPSO [11]	HPSACO [12]	SAHS [13]	FFA [7]	FFA _{en-kötü}	FFA _{en-iyi}
A_1	0.3032	0.0645	0.0645	0.0645	0.0645	0.0645	0.0645
A_2 - A_5	13.0451	12.7096	13.2515	13.3806	13.181	11.9975	12.6637
A_6 - A_9	19.0322	19.4580	19.4064	19.1031	3.0017	19.7257	19.5519
A_{10} - A_{11}	0.0645	0.0645	0.0645	0.0645	0.010	0.1876	0.0645
A_{12} - A_{13}	0.0903	0.0645	0.0645	0.0645	0.010	0.0645	0.0645
A_{14} - A_{17}	4.4387	4.4774	4.3806	4.4580	0.6831	4.1314	4.4115
A_{18} - A_{21}	10.6903	10.8451	10.3935	10.4322	1.6231	11.5032	10.8422
A_{22} - A_{25}	17.1806	17.0515	17.2773	17.2515	2.6725	17.3282	17.1074
Ağırlık (kg)	246.9307	247.2981	247.2074	247.2664	247.2709	248.2688	248.2008
Ortalama ağırlık (kg)	-	-	247.4478	247.6383	251.7978	247.3907	
Standart sapma (kg)	-	-	0.1428	0.4127	2.0525	0.1678	
Sınırlayıcı ihlal yüzdesi (%)	0.206	Yok	3.52	Yok	2.85	Yok	Yok
Yapı analiz sayısı	15000	125000	9875	9051	17500	23411	25014

Çizelge 3’de sunulan sonuçlar incelendiğinde; HS [10], HPSACO [12], FFA [7] yöntemlerinden elde edilen sonuçların tasarım sınırlayıcılarını sırasıyla % 0.206, % 3.52 ve % 2.85 ihlal etmesine karşın bu çalışmada sunulan FFA yönteminin tasarım sınırlayıcılarını sağladığı görülmektedir. Bu durum FFA yönteminin HS [10], HPSACO [12] ve FFA [7] yöntemlerinden daha iyi bir tasarım elde ettiğini göstermektedir. Bunun yanında optimum tasarımı elde etmek için gerekli yapı analiz sayıları incelendiğinde FFA yönteminin, HPSO [11] haricindeki yöntemlere kıyasla optimum tasarımı elde etmek için daha fazla yapı analizi gerektirdiği belirlenmiştir.

SONUÇLAR

Test probleminden elde edilen sonuçlar ile; bu çalışmada öne sürülen FFA yöntemiyle elde edilen tasarımın literatürde mevcut olan armoni arama, hibrid parçacık sürü karınca koloni algoritması ve ateşböceği algoritması yöntemlerinden elde edilen tasarımlardan daha iyi olduğu tespit edilmiştir. FFA’nın farklı başlangıç tasarımları için yapılan icraları sonucunda elde edilen 20 farklı kafes yapı tasarımının standart sapma değerinin, ortalama ağırlığa göre %0.17 gibi oldukça küçük bir değerde olması ateşböceği algoritmasının farklı başlangıç tasarımları için global optimuma yakın tasarımları bulabildiğini göstermektedir. Optimum tasarımı elde etmek için gereken kafes yapı analiz sayıları bakımından ise FFA’nın diğer yöntemlere kıyasla daha fazla kafes yapı analizi gerektirdiği tespit edilmiştir.

Mevcut sonuçlar; FFA yönteminin kafes yapı optimizasyonunda kullanılabilecek güçlü bir sezgisel optimizasyon yöntemi olduğunu göstermektedir. FFA yöntemiyle ilgili ileride yapılacak çalışmalar; FFA’nın optimum tasarıma daha hızlı ulaşmasını sağlayacak stratejileri içermesi konusunda olabilir.

KAYNAKLAR

- [1] M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Coloni, An investigation of some properties of an ant algorithm, *Proc. 1992 Parallel Problem Solving from Nature Conf.*, Elsevier, Amsterdam, 1992: s. 509-520.
- [2] J. Kennedy, R. Eberhart, Particle swarm optimization, *IEEE international conference on neural networks*, IEEE Press, 1995: s. 1942-1948.
- [3] D. Karaboga, *An idea based on honey bee swarm for numerical optimization*, Technical report-TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 2005.
- [4] X.S. Yang, *Engineering Optimization An introduction with metaheuristic applications*, John Wiley & Sons, 2010.
- [5] X.S. Yang, S.S.S Hosseini, A.H. Gandomi, Firefly algorithm for solving non-convex economic dispatch problems with valve loading effect, *Applied Soft Computing*. 12 (2012) 1180-1186.
- [6] A.H. Gandomi, X.S Yang, A.H. Alavi, Mixed variable structural optimization using firefly algorithm, *Computers & Structures*. 89 (2011) 2325-2336.
- [7] S. Talatahari, A.H. Gandomi, G.J. Yun, Optimum design of tower structures using Firefly Algorithm, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*. 23 (2012) 350-361 .
- [8] Degertekin, S.O., Lamberti, L., Sizing optimization of truss structures using the firefly algorithm, *Proceedings of the Fourteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*, Civil-Comp Press, 2013: 229.
- [9] A. Kaveh, S. Talatahari, A particle swarm ant colony optimization for truss structures with discrete variables, *Journal of Constructional Steel Research*. 65 (2009) 1558-1568.
- [10] K.S. Lee, Z.W. Geem, A new structural optimization method based on the harmony search algorithm, *Computers & Structures*. 82 (2004) 781-798.
- [11] L.J. Li, Z.B. Huang, F. Liu, Q.H. Wu, A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin connected structures, *Computers & Structures*. 85 (2007) 340-349.
- [12] A. Kaveh, S. Talatahari, Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures, *Computers & Structures*. 87 (2009) 267-283.
- [13] S.O. Degertekin, Improved harmony search algorithms for sizing optimization of truss structures, *Computers & Structures*. 92-93 (2012) 229-241.