



ÇOK FAZLI VİSKOELASTİK AKIŞLARIN DOĞRUDAN SAYISAL MODELLENMESİ

Metin Muradoğlu¹, Daulet Izbassarov²

^{1,2}Koç Üniversitesi, İstanbul

ABSTRACT

A front-tracking method is presented for direct numerical simulations of viscoelastic two-phase systems in which one or both phases could be viscoelastic. The method is developed using one-field formulation of flow and viscoelastic model equations within the front-tracking framework. The interface is tracked explicitly using a Lagrangian grid while the flow equations are solved on a fixed Eulerian grid. The surface tension is computed at the interface using the Lagrangian grid and included into the momentum equations as a body force. The viscoelastic effects are taken into account using the Oldroyd-B, FENE-CR and FENE-MCR models. A fifth-order WENO scheme is used to approximate the convective terms in the viscoelastic model equations and second-order central differences are used for all other spatial derivatives. A log-conformation method is employed to overcome the high Weissenberg number problem (HWNP) and found to be stable and very robust for a wide range of Weissenberg numbers. The method has been validated for various benchmark single and multi-phase problems. It is then applied to study motion and deformation of viscoelastic two-phase systems in a pressure-driven flow through a capillary tube with a sudden contraction and expansion, and droplet generation in a microfluidic flow-focusing configuration.

ÖZET

Çok fazlı viskoelastik akış sistemlerinin doğrudan sayısal simülasyonu için bir ara-yüz izleme yöntemi geliştirildi. Yöntem tek-alan formülasyonuna dayalı olup damlacık ve ana-akışkandan birinin veya her iki fazın da viskoelastik olması durumlarına doğrudan uygulanabilmektedir. Fazları ayıran ara-yüz Lagrangian bir çözüm ağı ile temsil edilirken akış ve viskoelastik model denklemleri sabit Eulerian çözüm ağı üzerinde çözülmektedir. Viskoelastik etkiler Oldroyd-B, FENE-CR ve FENE-MCR modelleri kullanılarak hesaba katılmıştır. Viskoelastik model denklemlerinin konveksiyon terimleri 5. dereceden WENO yöntemiyle ve diğer uzaysal türevler ise merkezi farklar yöntemiyle ayrıştırılmıştır. Zamanda entegrasyon ise tahmin et-düzeltil yöntemi kullanılarak 2. dereceden doğru olarak başarılmıştır. Yüksek Weissenberg sayılarında karşılaşılan sayısal kararsızlık problemi ise log-konformasyon yöntemi kullanılarak aşılmıştır. Yöntem ilk olarak tek ve çok fazlı test problemleriyle doğrulanmıştır. Daha sonra ise basınç tahrikli ve ani daralma/genişleme içeren tüplerdeki çok fazlı viskoelastik sistemler ve akış-odaklaması yöntemiyle damlacık oluşturma problemlerine uygulanmıştır.

GİRİŞ

Viskoelastik akışlar malzeme ve gıdaların proses ve üretimler, ilaç sanayii, polimer karışımları ve mikrofluidik uygulamalar gibi mühendisliğin çok değişik alanlarında yaygın

olarak karşımıza çıkmaktadır [12,13]. Özellikle biyolojik akışlar nerde ise tamamıyla viskoelastik davranış göstermektedir. Viskoelastik damlacıklar ayrıca biyolojik hücrelerin modellenmesi amacıyla da kullanılmaktadır. Dolayısıyla viskoelastik damlacıkların dinamiğinin anlaşılması birçok mühendislik uygulaması için hayati öneme sahiptir [13].

Viskoelastik akışların modellenmesi çok büyük zaman ölçek farklarından dolayı oldukça zordur. Çok fazlı akışlarda arayüzeyin varlığı, sürekli akışla deforme olup değişime uğraması ve akışla doğrusal olmayan etkileşimi problemi çok daha zor hale gelmektedir. Viskoelastisite seyreltik polimer çözeltilerinin mikro yapısını temel alarak değişik bünye denklemleri vasıtasıyla modellenmektedir. Bunlar arasında Oldroyd-B [8] ve FENE tipi modeller [1,4] uygulamada yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu model denklemleri son derece doğrusal olmayan (non-linear) karakterde olup akış denklemleriyle birlikte çözümlenmelidir. Akış ve viskoelastik zaman ölçeklerinin çok farklı olduğu yüksek Weissenberg sayılarında bünye denklemleri oldukça katı (stiff) davranış göstermekte ve dolayısıyla geleneksel sayısal yöntemler başarısız olmaktadır [9]. Özellikle yüksek kayma deformasyonunun olduğu bölgelerde viskoelastik gerilmeler eksponansiyel olarak büyümekte ve gerilme tensörü pozitif tanımlı olma özelliğini kaybetmektedir. Bunun sonucu olarak ise sayısal yöntemlerde yakınsamama problemi ortaya çıkmaktadır. Hulsen [6] viskoelastik gerilme tensörünün pozitif tanımlı kalmasının sayısal yöntemin kararlılığı için elzem olduğunu göstermiştir. Bu problemi aşmak için değişik yöntemler önerilmiştir [3]. Bu yöntemler arasında log-konformasyon yöntemi pozitif tanımlılığı garanti etmekte ve çözümüm çok yüksek Weissenberg sayıları için bile kararlı kalmasını sağlamaktadır [5]. Bununla birlikte log-konformasyon metodu sayısal çözüm açısından pahalı bir yöntemdir. Dolayısıyla düşük Weissenberg sayılarında ($Wi < 2$) diğer yöntemlerin kullanılması da tavsiye edilmektedir. Sarkar ve Schowalter [11] tarafından geliştirilen yarı-analitik çözüm yöntemi çok fazlı akışlarda fazların birinin Newtonsal olması durumunda ortaya çıkan tekilliği ortadan kaldırdığı için tercih edilmektedir. Bu çalışmada hem yarı-analitik hem de log-konformasyon yöntemi birlikte kullanılmıştır.

Çok fazlı akışların doğrudan sayısal simülasyonunda ara-yüz izleme yöntemi en yaygın kullanılan yöntemlerden bir tanesidir. Arayüz-izleme yöntemi Ünverdi ve Tryggvason [15] tarafından geliştirilmiş olup esasında Peksin [10] tarafından geliştirilen daldırılmış cisim (immersed body) yönteminin çok fazlı/akışkanlı akışlara uygulamasıdır. Bu yöntemde Navier-Stokes denklemleri bütün akış alanı için yazılmakta ve değişik faz ve akışkanı temsil eden bölgelerdeki akışkan malzeme özellikleri kullanılmaktadır. Bu yöntem tamamıyla Newtonsal çok fazlı akışlara başarıyla uygulanmıştır [14]. Ayrıca Sarkar ve Schowalter [11] tarafından yarı-analitik çözüm metoduyla birleştirilerek çok fazlı viskoelastik akış sistemlerinin doğrudan sayısal simülasyonunda da kullanılmıştır. Fakat Sarkar ve Schowalter [11] tarafından geliştirilen ara-yüz izleme yönteminin iki büyük zaafı vardır: (i) Yöntem sadece düşük Weissenberg sayılı ($Wi < 2$) akışlara uygulanabilmekte ve daha büyük Wi sayılarında sayısal kararsızlık oluşmaktadır. (ii) Yüksek sayısal difüzyon sebebiyle özellikle ara-yüzey civarındaki çok ince viskoelastik sınır tabaka iyi çözümlenememektedir. Bu çalışmada ilk zaafı aşmak için log-konformasyon yöntemi ve ikinci zaafı aşmak için ise konveksiyon terimlerinin ayrıştırılmasında beşinci dereceden WENO-Z [2] kullanılmıştır. Bu sayede çok yüksek Weissenberg sayılı akışlar ($Wi = 100$) hiçbir sayısal kararsızlık olmaksızın modellenenilmiş ve viskoelastik sınır tabaka çok seyrek çözüm ağı kullanılarak çözümlenebilmiştir [7].

Yöntem ilk olarak standart tek fazlı viskoelastik test akışlarına uygulanmış, doğruluğu ve gürbüzlüğü gösterilmiştir. Daha sonra ise You vd. [16] tarafından çalışılan kaldırma kuvveti sebebiyle hareket eden çok fazlı akış sistemlerine uygulanmış ve sonuçlar You vd. [16] simülasyon sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Yöntemin doğruluğu ve gürbüzlüğü gösterildikten sonra ise yöntem ani daralan/genişleyen bir mikro kanalda viskoelastik damlacık sisteminin

dinamiğini incelemek için kullanılmıştır. Simülasyonlar çok geniş akış parametreleri için yapılmış ve akışın tamamıyla karakterize edilmesi sağlanmıştır. En son olarak ise bir akış-odaklama konfigürasyonunda damlacık oluşumu üzerinde viskoelastik etkiler incelenmiştir. Bu iki akış özellikle mikrofluidik uygulamalar için çok büyük önem arz etmektedir.

ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Bu bölümde bünye denklemleri ara-yüz izleme yöntemi çerçevesinde sunulacaktır. Bu yöntemde Navier-Stokes ve viskoelastik gerilme denklemleri bütün akış alanı için yazılmakta ve değişik fazları temsil eden bölgelerdeki akışkan malzeme özellikleri kullanılmaktadır. Yüzey gerilmesinin etkisi δ -fonksiyonu yardımı ile modellenmekte ve momentum denklemine eklenmektedir. Navier-Stokes denklemleri ara-yüz izleme yöntemi çerçevesinde aşağıdaki ifade ile verilir:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \mu_s \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \int_A \sigma \kappa \mathbf{n} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) dA, \quad (1)$$

burada $\mathbf{u}$ hız, p basınç, ρ ve μ_s süreksiz (discontinuous) yoğunluk ve çözücü viskozitedir. Yüzey gerilmesi bünye kuvveti olarak sağdaki en son terimde temsil edilmiş olup burada σ yüzey gerilme katsayısı, κ ortalama yüzey eğriliğinin iki katı ve $\mathbf{n}$ ise yüzeydeki birim normal vektördür. Yüzey gerilmesi sadece arayüzeye etki etmekte olup bu delta fonksiyonu ile ifade edilmiştir. Burada $\mathbf{x}$ ve $\mathbf{x}_f$ fonksiyonun değerlendirildiği ve arayüzeydeki başka bir noktayı temsil etmektedir. Momentum denklemine ek olarak sıkıştırılabilirlik şartı olarak

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

denklemleri de çözülmektedir. Damlacığın içinde ve dışında olan akışkanlar sıkıştırılmaz kabul edilmekte ve ısı transferinin etkileri ihmal edilmektedir. Böylece akışkan partiküllerini takip edersek, yoğunluk ve viskozite sabit kalmakta, yani,

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0; \quad \frac{D\mu}{Dt} = 0. \quad (3)$$

Yoğunluk, viskozite ve gevşetici zaman faktörü gibi akışkan malzeme özellikleri gösterge fonksiyonu kullanılarak hesaplanmaktadır:

$$\rho = \rho_d I + \rho_o (1 - I); \mu = \mu_d I + \mu_o (1 - I); \lambda = \lambda_d I + \lambda_o (1 - I). \quad (4)$$

Burada “d” ve “o” damlacık ve ana akışkan özelliklerini göstermekte ve I ise gösterge fonksiyonu olup damlacık içinde bir damlacık dışında ise sıfır değerini almaktadır. Viskoelastik gerilmeler Oldroyd-B ve FENE modelleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu modellerde konveksiyon terimleri benzer karakterdedir. Dolayısı ile sayısal yöntem açısından eşdeğer kabul edilebilir. Bu model denklemleri genel olarak

$$\frac{\lambda}{F_H} \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{H}) - (\nabla \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{H} - \mathbf{H} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) + \mathbf{H} = \mathbf{S}; \quad \boldsymbol{\tau} = \phi \mathbf{H}, \quad (5)$$

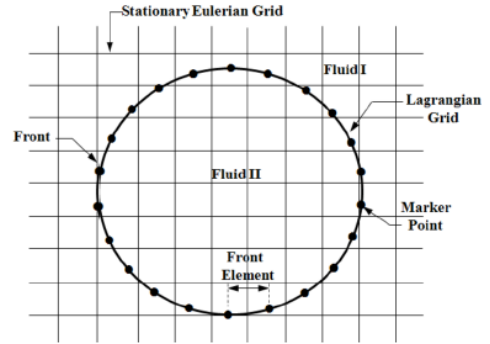
şeklinde yazılabilir. Burada $\boldsymbol{\tau}$ ekstra gerilme tensörünü ve $\mathbf{u}$ hız vektörünü göstermektedir. Diğer terimler değişik modeller için Tablo 1’deki gibi tanımlanmıştır. Tabloda $\mathbf{B}$ konformasyon tensörünü (boyutsuz viskoelastik gerilmeleri), λ sabit zaman skalasını, μ_p polimer viskozitesini ve L^2 ise uzayabilme parametresini göstermektedir.

Model	$\mathbf{H}$	F_H	$\mathbf{S}$	ϕ
Oldroyd-B	$\mathbf{B}$	1	$\lambda(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$	μ_p/λ
FENE-CR	$\mathbf{B}$	$L^2/(L^2 - \text{trace}(\mathbf{B} + \mathbf{I}))$	$\lambda(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)/F_H$	$\mu_p F_H/\lambda$
FENE-MCR	$\boldsymbol{\tau}$	$(L^2 + \lambda \text{trace}(\boldsymbol{\tau})/\mu_p)/(L^2 - 3)$	$\mu_p(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$	1

Tablo 1: Denklem (5)'teki değişkenlerin üç farklı model için tanımlanması.

SAYISAL YÖNTEM

Yukarıda tanımlanan bünye denklemleri ara-yüz izleme yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmektedir. Bu yöntemde ara-yüzey Şekil 1'de gösterildiği gibi bir Lagrangian çözüm ağı ile temsil edilirken akış ve viskoelastik gerilme evülasyon denklemleri ise sabit Eulerian çözüm ağı üzerinde çözülmektedir. Lagrangian çözüm ağı işaretleme noktalarından oluşmaktadır ve iki işaretleme noktası arasında kalan parça ise ara-yüz elemanı olarak isimlendirilmektedir. İşaretleme noktaları Eulerian çözüm ağından interpolate edilen yerel hızla hareket etmektedir. Bu yöntemde yüzey gerilme kuvveti Lagrangian çözüm ağı üzerinde hesaplanmakta ve komşuluğunda bulunan Eulerian çözüm ağı düğüm noktalarına momentum denkleminde eklenmek üzere korunumlu olarak dağıtılmaktadır. Ara-yüzey sürekli hareket edip deforme olduğundan Lagrangian çözüm ağı her zaman adımında yeniden yapılandırılarak ara-yüz elemanlarının yaklaşık olarak aynı boyutta kalması sağlanmaktadır. Akış denklemleri projeksiyon yöntemiyle çözülmektedir. Ara-yüz izleme yöntemi ve akış çözücünün detayları Tryggvason vd. (2001) derleme makalesinde bulunabilir. Viskoelastik model denklemleri ise yar-analitik ve log-konformasyon yöntemleri kullanılarak çözülmektedir. Viskoelastik model denklemlerinde konveksiyon terimleri beşinci dereceden WENO-Z [2] yöntemiyle ayrıklaştırılırken bütün diğer uzaysal türevler merkezi farklar yöntemi kullanılarak ayarıklaştırılmaktadır. Viskoelastik model denklemlerinin ara-yüz izleme yöntemi çerçevesinde çözümünün detayları Izbassarov ve Muradoglu (2014) makalesinde bulunabilir.



Şekil 1: Sayısal yöntemin şematik gösterimi.

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

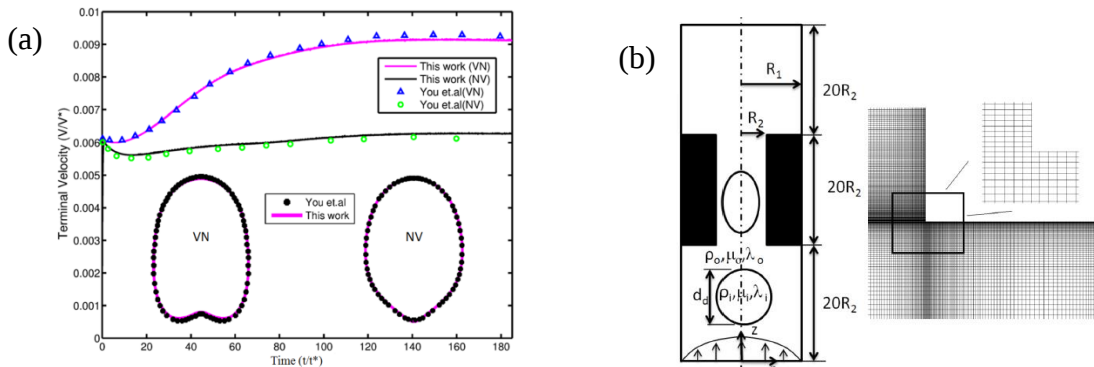
Geliştirilen sayısal yöntem ilk olarak kaldırma kuvveti etkisiyle hareket eden viskoelastik damlacık sistemine uygulanmış ve sonuçlar You vd. (2009) tarafından elde edilen sayısal sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Burada sadece bir sonuç sunulacaktır. Şekil 2a'da iki farklı viskoelastik sistem için zamana bağlı yükselme hızı ve zamandan bağımsız rejimde damlacığın şekli gösterilmiştir. Görüldüğü gibi sonuçlar You vd. (2009) sonuçlarıyla iyi bir uyum içerisinde ve bu yöntemin doğruluğuna delalet etmektedir.

Doğruluğu gösterildikten sonra sayısal yöntem ani daralan/genişleyen bir mikro kanaldaki damlacığın hareket ve deformasyonu üzerindeki viskoelastik etkileri incelemek için kullanılmıştır. Fiziksel problem ve kullanılan çözüm ağının bir parçası Şekil 2b'de gösterilmiştir. Kanal 5:1:5 daralma/genişleme oranına sahiptir. Kanalın geniş kısmının yarı-çapı R_1 ve dar kısmının ise R_2 'dir. Kanalın dar kısmının uzunluğu $20R_2$ kadardır. Kanalın giriş kısmının da yine $20R_2$ kadardır. Çıkış kısmının uzunluğu L_2 olarak gösterilmiş olup değeri çalışılan probleme göre belirlenmiştir. Damlacık başlangıçta d_d çapında olup girişe $10R_2$ mesafede ani olarak yerleştirilmiştir. Çözüm ağı üniform olmayan Kartezyen yapıdadır ve

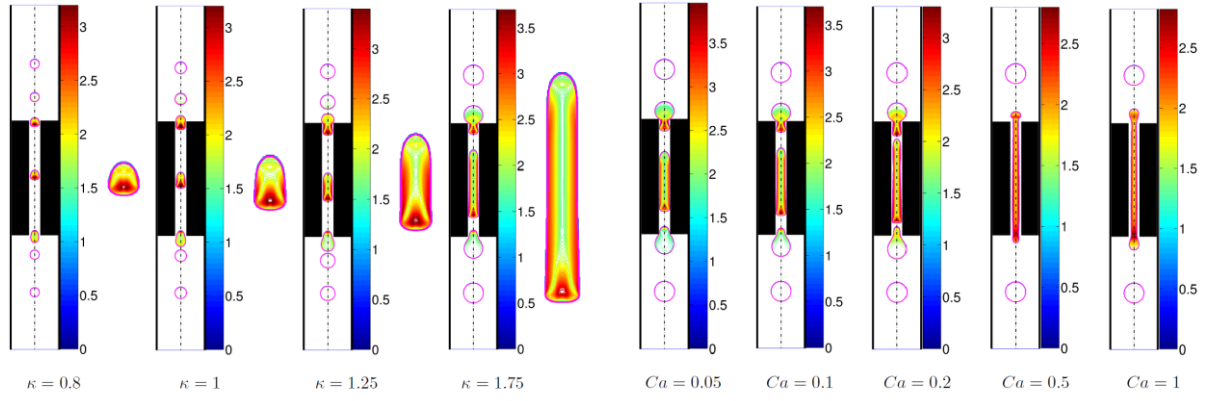
şekilde görüldüğü gibi duvara yakın bölgede ve daralma/genişleme bölgesinde sıkıştırılmıştır. Simülasyonlar FENE-CR modelleri kullanılarak yapılmıştır. Simülasyonlar boyutlu olarak yapılmış ama sonuçlar boyutsuz hale getirilerek sunulmuştur. Boyutsuzlaştırma için R_2 uzunluk skalası olarak alınmış ve dar bölgedeki akış hızı V ise hız skalası olarak kullanılmıştır. Zaman skalası $T = 125R_2/V$ olarak tanımlanmıştır. Kullanılan boyutsuz büyüklükler aşağıda özetlenmiştir.

$$Ca = \frac{\mu_o V}{\sigma}; W_i = \frac{\lambda V}{R_2}; Re = \frac{\rho_o V R_2}{\mu_o}; \theta = \frac{\mu_i}{\mu_o}; \alpha = \frac{\rho_i}{\rho_o}; \kappa_c = \frac{d_d}{2R_2}; k = \frac{\lambda_i}{\lambda_o}. \quad (6)$$

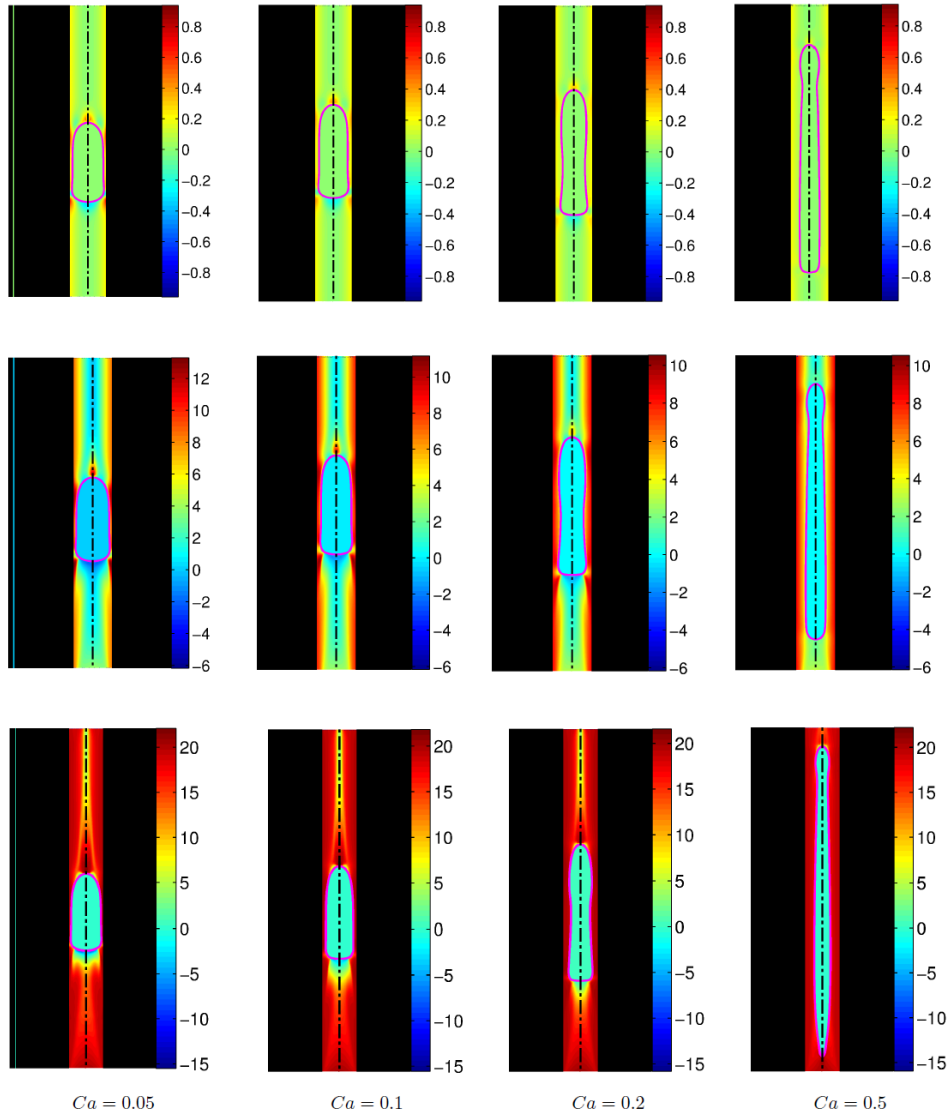
Burada Ca , W_i ve Re sırasıyla kapillari, Weissenberg ve Reynolds sayılarını gösterirken, θ, α, κ_c ve k ise sırasıyla viskozite oranı, yoğunluk oranı, boyutsuz damlacık çapı ve visko-elastik zaman skalası oranıdır. Damlacığın deformasyon oranı $deformation = (W_b - H_b)/(W_b + H_b)$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu ifade W_b ve H_b damlacığın eksenel ve radyal yöndeki maksimum uzunluğudur. Simülasyonlar ilk olarak $\theta = 1, \kappa_c = 1.25, Re = 1, Ca = 0.1, W_i = 0.4$ ve $k = 0.5$ değerleri için yapılmış ve daha sonra parametrik çalışma bu değerler “baz” alınarak icra edilmiştir. Burada örnek olarak birkaç sonuç sunulacaktır. Şekil 3’de bir FENE-CR damlacığının Newtonsal bir akışkan içerisinde hareketi ve deformasyonu gösterilmiştir. Bu şekilde solda damlacığın kanalın daralan kısmına göre göreceli büyüklüğünün etkisi ve sağda ise kapillari sayısı etkisi gösterilmiştir. Görüldüğü gibi her iki parametrenin de özellikle damlacık deformasyonu üzerinde büyük bir etkisi vardır. Ayrıca kanal duvarına yakın bölgedeki yüksek kayma deformasyonu sebebiyle büyük viskoelastik gerilmeler oluşmakta ve bu gerilmeler akışla taşınarak damlacığın arkasında birikmektedir. Bu tipik davranış beklentilerle uyumludur. Şekil 4’te ise bir Newtonsal damlacığının bir FENE-CR akışkanı içerisindeki hareketi üzerindeki kapillari ve Weissenber sayılarının kombine etkisi gösterilmiştir. En ilginç sonuçlar yüksek Re sayılarında gözlenmiştir. Burada örnek olarak $Re = 100$ için elde edilen sonuçlar Şekil 5’de sunulmuştur. Görüldüğü gibi yüksek Re sayılı akışlarda damlacık çok büyük deformasyona uğramakta ve büyük yüzey dalgalanmalarına maruz kalmaktadır. Bazı durumlarda bu yüzey dalgalanması (capillary wave) damlacığın bölünmesine dahi yol açabilmektedir. Son olarak ise viskozite oranının etkileri Şekil 6’da gösterilmiştir. Görüldüğü gibi viskozite oranı arttıkça damlacığın arkasında içeri doğru girinti oluşmaktadır. Çok yüksek viskozite oranlarında bu girinti büyümekte ve dışarıdaki akışkanı tamamıyla içeri alıp kapanmaktadır (Şekil 7). Bu ilginç davranışın özellikle birleşik damlacık üretimde kullanılabileceği öngörülmektedir.



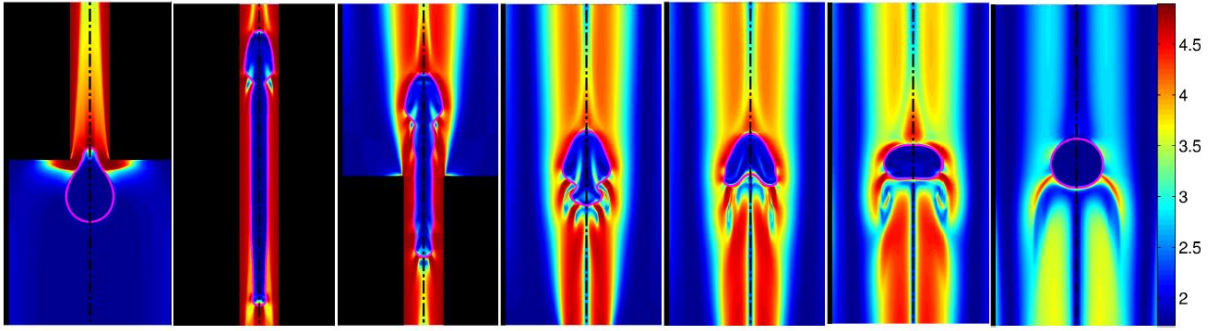
Şekil 2: (a) Kaldırma kuvveti etkisiyle yükselen viskoelastik damlacık sistemlerinin ortalama hızının zamanla değişimi. Semboller You vd. (2009) sonuçlarını ve sürekli çizgiler ise mevcut hesaplamaları göstermektedir. Altta ise zamandan bağımsız rejimde damlacıkların şekilleri gösterilmiştir. (b) Problemin şematik gösterimi ve kullanılan çözüm-ağının bir parçası.



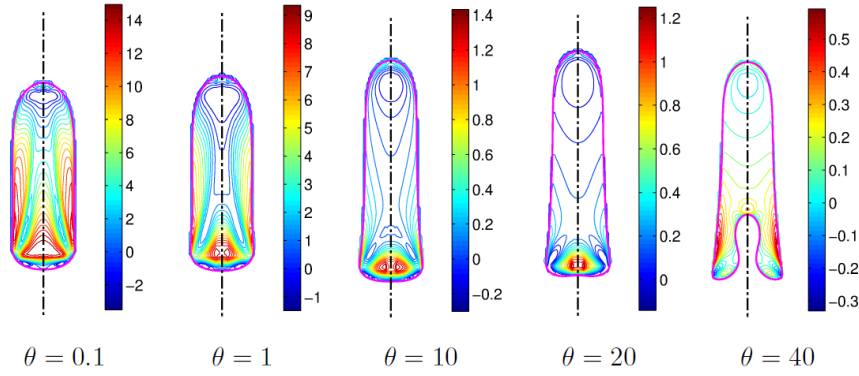
Şekil 3: Bir FENE-CR damlacığının Newtonsal bir akışkanı içerisinde basınç tahrikli ani daralan/genişleyen bir kanalda hareketi ve deformasyonu. Konturlar viskoelastik gerilmeleri temsilen konformasyon tensörünün iz bölgesinin karekökünü $\sqrt{\text{trace}(\mathbf{B})}$ göstermektedir. (Solda) Göreceli damlacık boyutunun etkisi ve (Sağda) ise kapilari sayısının etkisi gösterilmiştir.



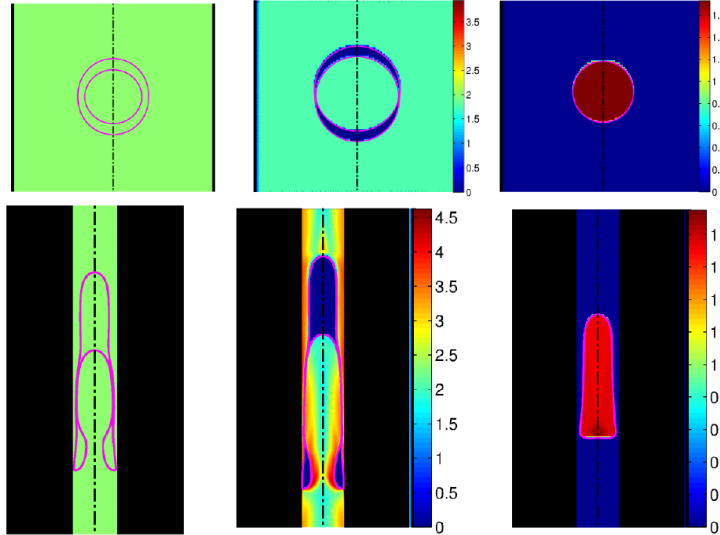
Şekil 4: Bir Newtonsal damlacığının FENE-CR ortamda ani daralan/genişleyen kanalda hareketi üzerinde Wi ve Ca sayılarının etkileri. En üst satırda $Wi = 0.1$, orta satır $Wi = 1$ ve alt satır $Wi = 10$. Soldan sağa doğru $Ca = 0.05, 0.1, 0.2$ ve 0.5 . Konturlar normal gerilme farkını ($A_{zz} - A_{rr}$) göstermektedir. ($Re = 2$, $\theta = 1$ $\kappa = 1.25$, Çözüm ağı: 64×768).



Şekil 5: Bir FENE-CR damlacığının diğer bir FENE-CR akışkanı içerisinde basınç tahrikli ani daralan/genişleyen bir kanalda hareketi ve deformasyonu. Konturlar viskoelastik gerilmeleri temsilen konformasyon tensörünün iz bölgesinin karekökünü $\sqrt{\text{trace}(\mathbf{B})}$ göstermektedir. ($Ca = 0.1$, $Re = 100$, $Wi_i = 1$, $Wi_o = 10$).



Şekil 6: Bir FENE-CR damlacığının Newtonsal ortamda ani daralan/genişleyen kanalda hareketi üzerinde viskozite oranının (θ) etkileri. Konturlar normal gerilme farkını ($A_{zz} - A_{rr}$) göstermektedir. ($Ca = 0.1$, $Re = 2$, $\kappa_c = 1.25$).



Şekil 7: Çok yüksek viskozite oranında ($\theta = 20$) NN(sol), NV (orta) ve NV (sağ) sistemlerinde birleşik damlacık oluşumu. Altta daralma bölgesinin ortasında üstte ise daralma bölgesinden çıktıktan sonra damlacık şekilleri gösterilmiştir. ($Ca = 0.1$, $Re = 2$, $Wi = 1$, $\kappa_c = 1.25$).

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada yeni geliştirilen ara-yüz izleme yöntemi kullanılarak viskoelastisitenin ani daralan/genişleyen bir mikro kanalda hareket eden bir damlacığın üzerindeki etkileri doğrudan sayısal simülasyon yöntemiyle incelenmiştir. İlk olarak sayısal yöntemin doğruluğu kaldırma kuvveti etkisiyle yükselen viskoelastik damlacık sistemleri için You vd. (2009) tarafından elde edilen sayısal sonuçlarla karşılaştırmak suretiyle gösterilmiştir. Daha sonra

basınç tahrikli bir mikro kanalda viskoelastik damlacık sistemlerinin ani daralma ve genişleme bölgesindeki hareketi detaylı olarak incelenmiştir. Hesaplamalar çok geniş akış parametreleri için yapılmış ve akışın tamamıyla karakterize edilmesi hedeflenmiştir. Damlacık deformasyonu ve dinamiğinin göreceli damlacık boyutu, kapillari sayısı, viskozite oranı, Weisenberg ve Reynolds sayılarına kuvvetli olarak bağlı olduğu gösterilmiştir. Kanal duvarına yakın bölgede viskoelastik gerilme birikmesi oluşmakta ve bu gerilmeler iç akış tarafından damlacığın arka tarafına taşınmaktadır. Bu gerilmeler özellikle yüksek viskozite oranlarında damlacığın arkadan içeri doğru girmesine ve bazı durumlarda birleşik damlacık oluşmasına yol açmaktadır. Yüksel Reynolds sayısında ise büyük yüzey dalgalanması (capillary wave) oluşmakta ve bunun sonu olarak damlacıklar genişleyen bölgede bölünmeye bile maruz kalabilmektedir.

Yöntem ayrıca bir akış-odaklama konfigürasyonunda damlacık oluşumu üzerinde viskoelastik etkileri araştırmak için de kullanılmış ve ilk sonuçlar alınmıştır. Bu konudaki bazı sonuçlar toplantıda sunulacak ve ayrıca makalenin son haline eklenecektir.

Bu çalışma TÜBİTAK tarafından 112M181 projesi kapsamında desteklenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] R.B. Bird, P.J. Dotson, N.L. Johnson, Polymer solution rheology based on a finitely extensible bead-spring chain model. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 7, (1980) 213-235.
- [2] R. Borges, M. Carmona, B. Costa, W.S. Don, An improved weighted essentially non-oscillatory scheme for hyperbolic conservation laws. *J. Comput. Phys.* 227, (2008) 3191-3211.
- [3] X. Chen, H. Marshall, M. Schafer, D. Bothe, A comparison of stabilisation approaches for finite-volume simulation of viscoelastic fluid flow. *Int. J. Comput. Fluid Dyn.* 27:6-7, (2013) 229-250.
- [4] M.D. Chilcott, J.M. Rallison, Creeping flow of dilute polymer solutions past cylinders and spheres. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 29, (1988) 381-432.
- [5] R. Fattal, R. Kupferman, Time-dependent simulation of viscoelastic flows at high Weissenberg number using the log-conformation representation. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 126, (2005) 23-37.
- [6] M.A. Hulsen, A sufficient condition for a positive definite configuration tensor in differential models. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 38(1), (1990) 93-100.
- [7] D. Izbassarov, M. Muradoglu, A front-tracking method for computational modeling of viscoelastic two-phase ow systems, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (submitted) (2014).
- [8] J.G. Oldroyd, On the formulation of rheological equations of state. *Proc. R. Soc. Lond. A* 200, (1950) 523-541.
- [9] R.G. Owens, T.N. Phillips, Computational rheology. *Imperial College Press.*, (2002) London, UK.
- [10] C. Peskin, Numerical analysis of blood flow in the hearth. *J. Comput. Phys.* 25, (1977) 220-252.
- [11] K. Sarkar, W.R. Schowalter, Deformation of a two-dimensional viscoelastic drop at non-zero Reynolds number in time-periodic extensional flows. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 95, (2000) 315-342.
- [12] T.M. Squires, S.R. Quake, Microuidics: Fluid physics at the nanoliter scale. *Rev. Mod. Phys.*, 77(3), (2005) 977-1026.
- [13] R.I. Tanner, Engineering rheology. *Oxford University Press*, (2000) Oxford:Clarendon, UK.
- [14] G. Tryggvason, B. Bunner, A. Esmaeeli, D. Juric, N. Al-Rawahi, W. Tauber, J. Han, S. Nas, Y.-J. Jan, A front-tracking method for the computations of multiphase flow. *J. Comput. Phys.* 169 (2), (2001) 708-759.
- [15] S.O. Unverdi, G. Tryggvason, A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows. *J. Comput. Phys.* 100(1), (1992) 25-37.
- [16] R. You, H. Haj-Hariri, A. Borhan, Confined drop motion in viscoelastic two-phase systems. *Phys. Fluids* 21, (2009) Art. No. 013102.