

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİRİNCİ VE YÜKSEK MERTEBEDEN KAYMA KİPLİ KONTROL  
ALGORİTMALARININ MİNİMUM OLMAYAN FAZLI FÜZELERİN  
KONTROLÜNE UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Yağız PARALI**

**Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı**

**MAYIS 2015**



**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİRİNCİ VE YÜKSEK MERTEBEDEN KAYMA KİPLİ KONTROL  
ALGORİTMALARININ MİNİMUM OLMAYAN FAZLI FÜZELERİN  
KONTROLÜNE UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Yağız PARALI  
511111144**

**Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Elbrus CAFEROV**

**MAYIS 2015**



İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 511111144 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Yağız PARALI**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**BİRİNCİ VE YÜKSEK MERTEBEDEN KAYMA KİPLİ KONTROL ALGORİTMALARININ MİNİMUM OLMAYAN FAZLI FÜZELERİN KONTROLÜNE UYGULANMASI**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Tez Danışmanı :**      **Prof. Dr. Elbrus CAFEROV**      .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri :**      **Yrd. Doç. Dr. Cuma YARIM**      .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Yrd. Doç. Dr. Murat YEŞİLOĞLU**      .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Teslim Tarihi :**      **4 Mayıs 2015**  
**Savunma Tarihi :**      **29 Mayıs 2015**



*Çıktığım bu yolda bana destek olanlara,*



## ÖNSÖZ

Bu tezde minimum olmayan fazlı füze sistemlerinin kontrolü için birinci ve yüksek mertebeden kayma kipli kontrol yöntemlerinin uygulandığı otopilotlar tasarlanmış ve performansları incelenmiştir. Minimum olmayan fazlı sistemlere kayma kipli kontrol yönteminin uygulanması ile ilgili sorunların aşılması amacı ile çıkışı yeniden tanımlama olarak adlandırılan bir yöntem ileri sürülmüş ve uygulanmıştır.

Tezin yazarı tez çalışmasındaki olağanüstü yol göstericiliği sebebi ile Prof. Dr. Elbrus Caferov'a ve hiç bitmeyen destekleri için ailesi ve Zeynep Durmaz'a teşekkürü borç bilir.

Mayıs 2015

Yağız Paralı  
(Gemi İnşaatı ve Gemi Makinaları Mühendisi)



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

|                                                                            |           |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| ÖNSÖZ.....                                                                 | vii       |
| İÇİNDEKİLER .....                                                          | ix        |
| ÇİZELGE LİSTESİ.....                                                       | xi        |
| ŞEKİL LİSTESİ.....                                                         | xiii      |
| ÖZET.....                                                                  | xv        |
| SUMMARY .....                                                              | xix       |
| <b>1. GİRİŞ .....</b>                                                      | <b>1</b>  |
| 1.1 Tezin Amacı .....                                                      | 2         |
| 1.2 Literatür Araştırması .....                                            | 3         |
| 1.3 Hipotez .....                                                          | 4         |
| <b>2. FÜZE KONTROL SİSTEMLERİ.....</b>                                     | <b>5</b>  |
| 2.1 Füze Güdümü .....                                                      | 7         |
| <b>3. FÜZE DİNAMİK MODELİ.....</b>                                         | <b>11</b> |
| 3.1 Füze Dinamik ve Kinematik Modeli .....                                 | 11        |
| 3.1.1 Füze kinematiği.....                                                 | 11        |
| 3.1.2 Füze dinamiği.....                                                   | 19        |
| 3.1.2.1 Doğrusal hareket denklemleri .....                                 | 19        |
| 3.1.2.2 Açısal hareket denklemleri.....                                    | 21        |
| 3.1.3 Dış kaynaklı etkilerin modellenmesi.....                             | 25        |
| 3.1.3.1 Füze aerodinamik modeli.....                                       | 26        |
| 3.1.3.2 Füze itki modeli .....                                             | 28        |
| 3.1.3.3 Yer çekimi kaynaklı etkilerin modellenmesi .....                   | 30        |
| 3.1.4 Füze modellerinin oluşturulması.....                                 | 31        |
| 3.1.4.1 Reichert füzesi modeli.....                                        | 31        |
| 3.1.4.2 HAVE DASH II füzesi modeli .....                                   | 35        |
| <b>4. FÜZE KONTROLÜ.....</b>                                               | <b>39</b> |
| 4.1 Füze Kontrol Problemi .....                                            | 39        |
| 4.2 Sistemlerin Bağlı Derecesi .....                                       | 41        |
| 4.3 Kayma Kipli Kontrol.....                                               | 42        |
| 4.3.1 Birinci mertebe kayma kipli kontrol .....                            | 44        |
| 4.3.1.1 Eşdeğer kontrol .....                                              | 47        |
| 4.3.1.2 Süreksiz kontrol .....                                             | 48        |
| 4.3.2 Yüksek mertebeli kayma kipli kontrol.....                            | 50        |
| 4.3.2.1 İkinci ve üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol..... | 50        |
| 4.3.2.2 İkinci mertebeden süper burulan kontrol yöntemi .....              | 53        |
| 4.4 Çıkışı Yeniden Tanımlama Yöntemi.....                                  | 54        |
| 4.5 Otopilot Uygulamaları.....                                             | 58        |
| 4.5.1 HAVE DASH II füzesi için otopilot tasarımı .....                     | 59        |
| 4.5.2 Reichert füzesi için otopilot tasarımı .....                         | 71        |
| 4.5.2.1 İkinci mertebeden sanki sürekli kayma kipli otopilot.....          | 73        |

|                                                                              |            |
|------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.5.2.2 Üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli otopilot .....           | 74         |
| 4.5.2.3 İkinci mertebeden süper burulan kayma kipli otopilot.....            | 76         |
| <b>5. BENZETİM MODELİ KOŞUMLARI VE SONUÇLARI .....</b>                       | <b>79</b>  |
| 5.1 Benzetim Modeli Kurulumları .....                                        | 79         |
| 5.2 Sistem Belirsizliği ve Bozucu Çevresel Etkilerin Modellenmesi.....       | 79         |
| 5.2.1 HAVE DASH II füzesi için sistem belirsizliği ve çevresel etkiler ..... | 79         |
| 5.2.2 Reichert füzesi için sistem belirsizliği ve çevresel etkiler .....     | 81         |
| 5.3 Benzetim Modeli Sonuçları .....                                          | 81         |
| 5.3.1 HAVE DASH II füzesi benzetim modeli koşumları .....                    | 82         |
| 5.3.2 Reichert füzesi benzetim modeli koşumu sonuçları.....                  | 92         |
| 5.3.2.1 İkinci mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol sonuçları .....  | 92         |
| 5.3.2.2 Üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol sonuçları .....  | 95         |
| 5.3.2.3 İkinci mertebeden süper burulan kayma kipli kontrol sonuçları .....  | 105        |
| <b>6. SONUÇ VE TARTIŞMALAR .....</b>                                         | <b>115</b> |
| <b>KAYNAKLAR.....</b>                                                        | <b>119</b> |
| <b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>                                                        | <b>125</b> |

## ÇİZELGE LİSTESİ

|                                                                     | <u>Sayfa</u> |
|---------------------------------------------------------------------|--------------|
| Çizelge 3.1 : Reichert Füzesi fiziksel parametreleri.....           | 32           |
| Çizelge 3.2 : Aerodinamik katsayı fonksiyonlarının çarpanları ..... | 33           |
| Çizelge 3.3 : HAVE DASH II füzesi ve fiziksel parametreleri .....   | 35           |



## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

|                                                                                                                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Şekil 2.1 :</b> Tipik bir Louyang PL-10 tipi havadan havaya füzede alt sistemlerin yerleşimi. [25]'ten uyarlanmıştır.....                                                                            | 5  |
| <b>Şekil 2.2 :</b> Füze güdüm ve kontrol döngüsü.....                                                                                                                                                   | 6  |
| <b>Şekil 2.3 :</b> Aktif (a), yarı-aktif (b) ve pasif (c) özgüdüm, [27]'den uyarlanmıştır. ....                                                                                                         | 8  |
| <b>Şekil 3.1 :</b> Füze gövde eksen takımı (a), eksenin gövde üzerinde yerleşimi ve kinematik degerlerin eksen üzerinde tanımı, [30]'dan uyarlanmıştır. ....                                            | 12 |
| <b>Şekil 3.2 :</b> Gövde eksen takımı, seyrüsefer eksen takımının gövde eksenine taşınmış hali ve bu iki eksen takımının birbirine göre yönelimini belirten Euler açıları, [27]'den uyarlanmıştır. .... | 14 |
| <b>Şekil 3.3 :</b> Hücüm açısı ve yan kayma açısının gövde eksen takımı üzerinde gösterimi, [27]'den uyarlanmıştır.....                                                                                 | 27 |
| <b>Şekil 3.4 :</b> Katı yakıtlı roket motoru olan bir taktik füze için tipik itki profili, [44]'ten uyarlanmıştır. ....                                                                                 | 29 |
| <b>Şekil 4.1 :</b> Değişken yapıli sistem denkleminin Filippov çözümü, [62]'den uyarlanmıştır. ....                                                                                                     | 44 |
| <b>Şekil 5.1 :</b> HAVE DASH füze modelinin dikey ivme cevabı. ....                                                                                                                                     | 82 |
| <b>Şekil 5.2 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin yana kayma açısı cevabı. ....                                                                                                                          | 83 |
| <b>Şekil 5.3 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin yuvarlanma açısı cevabı.....                                                                                                                           | 83 |
| <b>Şekil 5.4 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin hücüm açısı cevabı.....                                                                                                                                | 84 |
| <b>Şekil 5.5 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin kontrol yüzeyi açıları. ....                                                                                                                           | 85 |
| <b>Şekil 5.6 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında dikey ivme cevabı. ....                                                                                                 | 86 |
| <b>Şekil 5.7 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında yana kayma açısı cevabı. ....                                                                                           | 86 |
| <b>Şekil 5.8 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında yuvarlanma açısı cevabı. ....                                                                                           | 87 |
| <b>Şekil 5.9 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında hücüm açısı cevabı. ....                                                                                                | 88 |
| <b>Şekil 5.10 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında kontrol yüzeyi açıları. ....                                                                                           | 88 |
| <b>Şekil 5.11 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında dikey ivme cevabı. ....                                                                                      | 89 |
| <b>Şekil 5.12 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında kayma açısı cevabı. ....                                                                                     | 90 |
| <b>Şekil 5.13 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında kayma açısı cevabı. ....                                                                                     | 90 |
| <b>Şekil 5.14 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında kontrol yüzeyi açıları.....                                                                                  | 91 |
| <b>Şekil 5.15 :</b> HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında hücüm açısı cevabı. ....                                                                                     | 91 |

|                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 5.16 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı. ....                             | 92  |
| Şekil 5.17 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte).....  | 93  |
| Şekil 5.18 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (logaritmik ölçekte)..   | 93  |
| Şekil 5.19 : Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı. ....                      | 94  |
| Şekil 5.20 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı. ....                    | 94  |
| Şekil 5.21 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı (sabit kontrol kazancı ile). .... | 95  |
| Şekil 5.22 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı. ....                             | 96  |
| Şekil 5.23 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte).....  | 97  |
| Şekil 5.24 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (logaritmik ölçekte)..   | 97  |
| Şekil 5.25 : Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı. ....                      | 98  |
| Şekil 5.26 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı. ....                    | 98  |
| Şekil 5.27 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı. ....                             | 99  |
| Şekil 5.28 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte)....   | 100 |
| Şekil 5.29 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (logaritmik ölçekte).    | 100 |
| Şekil 5.30 : Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı. ....                      | 101 |
| Şekil 5.31 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı. ....                    | 101 |
| Şekil 5.32 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı. ....                             | 102 |
| Şekil 5.33 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte)....   | 103 |
| Şekil 5.34 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (logaritmik ölçekte).    | 103 |
| Şekil 5.35 : Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı. ....                      | 104 |
| Şekil 5.36 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı. ....                    | 104 |
| Şekil 5.37 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı. ....                             | 105 |
| Şekil 5.38 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı. ....                             | 106 |
| Şekil 5.39 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte)....   | 106 |
| Şekil 5.40 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (logaritmik ölçekte).    | 107 |
| Şekil 5.41 : Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı. ....                      | 107 |
| Şekil 5.42 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı. ....                    | 108 |
| Şekil 5.43 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı. ....                             | 109 |
| Şekil 5.44 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte)....   | 109 |
| Şekil 5.45 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (logaritmik ölçekte).    | 110 |
| Şekil 5.46 : Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı. ....                      | 110 |
| Şekil 5.47 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı. ....                    | 111 |
| Şekil 5.48 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı. ....                             | 112 |
| Şekil 5.49 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte)....   | 112 |
| Şekil 5.50 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (logaritmik ölçekte).    | 113 |
| Şekil 5.51 : Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı. ....                      | 113 |
| Şekil 5.52 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı. ....                    | 114 |

# **BİRİNCİ VE YÜKSEK MERTEBEDEN KAYMA KİPLİ KONTROL YÖNTEMLERİNİN MİNİMUM OLMAYAN FAZLI FÜZELERİN KONTROLÜNE UYGULANMASI**

## **ÖZET**

Güdümlü füze sistemleri hava savaşının en önemli unsurlarındandır ve birçok öngörüye göre uzunca bir zaman da öyle kalacaklardır. Hava hedeflerine karşı kullanılan, yerden veya başka bir hava platformundan atılan güdümlü füzeler bugün hava savunmasının bel kemiği durumundadırlar. Şüphesiz ki bu sistemlerin karşılaması beklenen gereksinimler, bütün savaş sistemlerinde olduğu gibi, her geçen gün daha da zorlu olmaktadır. Bu gereksinimlerin önemli bir kısmı füze güdüm ve kontrol sistemleri ile ilgilidir. Hava hedefleri tanımları gereği yüksek hızlı ve hemen hemen her zaman yüksek manevra kabiliyetine sahip hedeflerdir. Bu hava hedeflerini takip eden füzelerin de kontrol performanslarının benzer şekilde artması beklenmektedir. İlerleyen yıllarda insansız sistemlerin yaygınlaşması ile füzeler ile diğer hava platformları arasındaki manevra kabiliyeti farkı daha da azalacak ve füzelerin daha zorlayıcı manevra gereksinimlerini karşılaması beklenecektir.

Manevra gereksinimlerinin daha da zorlayıcı hale gelmesi özellikle füze kontrol sistemlerinin tasarımını etkileyecektir. Zorlayıcı manevralar öncelikle füzenin yüksek hücum açılarında seyrini gerektirmektedir. Yüksek hücum açıları füze dinamiğinin büyük ölçüde doğrusallıktan uzaklaştığı bunun yanında çapraz akım gibi sebeplerle sistem dinamiği üzerindeki belirsizliklerin arttığı uçuş şartlarını ortaya çıkarmaktadır. Bunun yanında hedef manevra kabiliyetinin yüksek oluşu ve gelişmiş füze sakınma manevraları sebebi ile füzeden beklenen yalnızca yüksek ivme ve hücum açılarında uçuşu gerçekleştirmesi değil bunun yanında çok hızlı değişen komut sinyallerine de olabildiğince çabuk cevap verebilmesidir. Tüm bunlar füze otopilotunun sistem belirsizliklerine karşı dayanıklı olması ve bunun yanında sistemin komutlara cevap verme süresini olabildiğince düşük tutmasını gerektirmektedir.

Artan manevra ve menzil gereksinimleri füze tasarımlarında da bazı kökten değişikliklerin yapılmasını gerekli kılmıştır. Menzil arttırımının bir gereksinimi olarak hava soluyan motorların kullanılması motor hava girişinin konumuna göre hücum veya yana kayma açılarının sınırlandırılmasını gerektirmektedir. Yine füzenin radar kesit alanını azaltmak amacı ile geleneksel eksenel simetrik füze formlarından farklı alternatifler ortaya çıkmaktadır. Bu gereksinimlere yüksek ivmelenme kabiliyeti ihtiyacı da eklendiğinde eksenel simetrik olmayan ve tercih edilen bir ivmelenme yönü bulunan yatarak dönme manevra mantığına sahip füze sistemleri gündeme gelmiştir. Bu tip manevra mantığına sahip seyir füzeleri uzun zamandan beri kullanımda olmalarına rağmen hava hedeflerine karşı kullanılan yatarak dönen füze sistemleri oldukça yenidir.

Yatarak dönme manevrası hızlı manevra gereksinimi ile birlikte düşünüldüğünde oldukça zorlayıcı bir manevra tipi olmaktadır. Öyle ki sistemi yüksek ivmelenme manevralarının yanında çok daha hızlı bir şekilde yuvarlanma açısı kontrolü yapması gerekmektedir. Böyle bir manevrada eşlenmiş dinamiklerin etkisi oldukça yüksek olmaktadır ve bu konu, üzerinde yoğun olarak çalışılan bir kontrol problemi olarak ortaya çıkmaktadır.

Bu tez çalışmasında hava hedeflerine karşı kullanılacak füzeler için kayma kipli kontrol yöntemi kullanılarak otopilot tasarımları gerçekleştirilmiş ve tasarımı yapılan otopilotların yetkinliği incelenmiştir. Füze otopilotlarının tasarımında kayma kipli kontrol yöntemlerinin kullanılmasının önünde füze sisteminin fiziksel yapısından kaynaklanan bazı engeller bulunmaktadır. Füze güdüm sistemleri füzeyi hedefe mümkün olan en yakın noktaya taşımak için komutlar üretir ve bunları füze otopilotuna besler. Bahsi geçen komutlar hemen her zaman ivme şeklindedir. Zorluk tam olarak bu noktada ortaya çıkmaktadır. Kuyruktan kontrollü füze sistemleri için ivme ve kontrol yüzeyi arasındaki dinamik ilişki minimum olmayan fazlı bir ilişkidir. Minimum olmayan fazlı sistemler kayma kipli kontrol yönteminin doğrudan uygulanmasına uygun değildir. Buna ek olarak kontrol yüzeylerinin kuvvet bileşeni ile sistemin ivme çıkışı arasında sıfırcı dereceden bir ilişki vardır. Diğer bir deyişle sistem çıkışının türevlerinde değil bizzat kendisinde sistem girişini içeren bir terim bulunmaktadır. Dolayısıyla giriş sinyalindeki süreksizlik sistem çıkışında da süreksizliğe neden olacaktır. Tüm bunlar temel olarak süreksiz bir kontrol yöntemi olan kayma kipli kontrol yönteminin uygulanmasında aşılması gereken sorunlar olarak ortaya çıkmaktadır.

Bu çalışmada öne sürülen çıkışı yeniden tanımlama yöntemi, minimum olmayan fazlı sistem yapısından kaynaklanan sorunların aşılması için geliştirilen bir yöntemdir. Bu yöntem minimum olmayan fazlı dinamiklerden arındırılmış olan bir sistem modeli üzerinden üretilen model tabanlı çıkış sinyali ile gerçek sistem üzerinde ölçüm ile alınan çıkış sinyalinin harmanlanması ile neredeyse minimum fazlı ve aynı zamanda gerçek sistem çıkışına yakınsayan bir zahiri çıkışın oluşturulmasına dayanmaktadır. Bahsi geçen minimum olmayan fazlı sistem modeli basitçe sistem modelinden kontrol yüzeylerinin kuvvet bileşenlerinin çıkarılması ile elde edilir. Bu model tabanlı çıkışla, gerçek sistem çıkışı ile model çıkışı arasındaki fark filtreleme işlemleri ile yumuşatılarak eklenir. Bu yumuşatma işlemi sistemin minimum olmayan fazlı dinamiğine ilişkin unsurların büyük ölçüde baskılanmasını sağlar. Elde edilen nihai çıkış gerçek anlamda minimum olmayan fazlı olmasına rağmen minimum olmayan fazlı sistemi yansıtan unsurlar uygulama açısından sorun yaratmayacak hatta gözlemlenemeyecek hale getirilmişlerdir.

Çıkışı yeniden tanımlama yönteminin bir diğer avantajı sistemin gerçek çıkışında gerek kontrol girişinden gerekse ölçümlerden kaynaklanabilecek süreksizlik veya yüksek frekanslı bozucu etkilerin filtrelenmesini sağlamaktır. Bu tip bir filtreleme ihtiyacı ölçüm verilerinin kullanıldığı bir kontrol döngüsünde halihazırda bulunmaktadır. Çıkışı yeniden tanımlama yöntemi ile ayrıca bir filtre kullanma gereksinimi ortadan kalkmıştır.

Sistemin çıkışı yeniden tanımlama yöntemi ile kayma kipli kontrol yöntemlerinin kullanılabileceği hale getirilmesinin ardından sistem kayma kipli kontrol yöntemlerinin uygulanması için uygun hale gelmiştir. Bu çalışmada iki ayrı füze sistemi ele alınmıştır. Bunlardan biri prototip bir füze olan HAVE DASH II füzelerini temsil eden 6 serbestlik dereceli ve çok girişli çok çıkışlı füze modelidir. Bu füze

yatarak dönme manevra mantığına sahip olduğu için geliştirilen otopilot da yatarak dönme manevra mantığına uygun kurulmuştur. Bu füzenin kontrol döngüsünde çıkışı yeniden tanımlama yöntemi ile birlikte birinci mertebeden kayma kipli kontrol yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan diğer füze modeli ise 3 serbestlik dereceli kayarak dönme manevra mantığına sahip Reichert füzesi modelidir. Bu füze modeli varsayımsal bir model olup birçok çalışmada kullanılmıştır. Bu füze modeli için kurulan kontrol döngüsünde de çıkışı yeniden tanımlama yöntemi kullanılmış otopilot tasarımı ise yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yöntemleri ile yapılmıştır. İkinci ve üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol yöntemleri ve ikinci mertebeden süper burulan kontrol yöntemi kullanılarak otopilot tasarımları yapılmıştır. Bu otopilot tasarımlarında yakınsama zamanı ile ilgili gereksinimlerin karşılanması için değişken kontrol kazancı yaklaşımı uygulanmıştır.

Her iki sistem içinde çeşitli sistem belirsizlikleri ve harici bozucu etkiler tanımlanmıştır. Sistem ve ortam modelleri MATLAB/Simulink ortamında oluşturulmuştur. Sistem benzetim modelleri her iki ayrı füze modeli için sistem belirsizliklerinin ve harici bozucu etkilerin olduğu ve olmadığı durumlarda koşturulmuş ve sonuçları incelenmiştir.



# **APPLICATION OF FIRST AND HIGHER ORDER SLIDING MODE CONTROL ALGORITHMS ON CONTROL OF NONMINIMUM PHASE MISSILE SYSTEMS**

## **SUMMARY**

Guided missile systems are one of the most important components in air warfare and it seems that they will continue to be, according to many predictions. Guided missiles that launched from land or air platforms are backbone of today's air defence. The requirements that expected to be satisfied by missile systems are getting more challenging every day, like any other weapon system. An important part of these requirements is related to missile guidance and control systems. Airborne targets are usually fast and highly maneuverable targets. Naturally, missile systems are required to be fast and maneuverable enough to chase down these targets. In the near future, as the unmanned air vehicles become more common and advanced, maneuverability advantage of missiles over other air platforms will diminish and missiles will be subject of more challenging maneuverability requirements.

Design of missile control systems is directly affected by changes in maneuverability requirements. Extreme maneuvers are accompanied with extreme angles of attack that missile dynamics is highly nonlinear and uncertain because of cross flow and turbulent air movement around the body. Besides that, to chase targets carrying out fast evasive movement missile systems should track commands that changes dramatically fast. Missile autopilot should response commanded inputs in very short time and be robust to system uncertainties.

Increasing maneuverability and range requirement leads to some radical changes in missile design. Air breathing engines began to be used to propulsion of air-to-air missiles in recent years. This kind of propulsion systems brings limit to angle of attack and sideslip angle to ensure clean air inflow to engine air intakes. Missile body shapes differs from conventional axisymmetric cylindrical shape to reduce radar cross section. These facts, together with higher maneuverability demand, led to emergence of bank to turn air-to-air missile systems. Although bank to turn cruise missiles are in use for long time, for agile air-to-air missile systems bank to turn maneuvering is a new technology.

If commanded acceleration from guidance unit is rapidly changing, bank to turn maneuvering becomes complicated and hard to implement such that while system is requested to carry high acceleration maneuvers and extremely fast roll movements simultaneously. In such maneuvers, effects of coupled dynamics would be severe and keeping the missile in control would be extremely hard. Because of these reasons control of bank to turn maneuvering agile missile systems are living and challenging topic today.

In this thesis design of missile autopilots are carried out by using sliding mode control algorithms and performance of designed autopilots are examined. It may not be possible using sliding mode control algorithms in missile autopilot because of dynamic properties of the missile system. Missile guidance systems generate commands for autopilot to bring missile as close as possible to the target. Commands generated by guidance systems are in form of acceleration. The difficulty arises in this point. Tail controlled missiles are nonminimum phase systems if output of the system is acceleration. Nonminimum phase systems are not suitable for direct implementation of sliding mode control algorithms. In addition to this, there is a zeroth order relation between force component of input of the system, control surface deflection, and the output of the system. This means that any discontinuity will be observed directly in output of the system as discontinuous acceleration. As the sliding mode control based on the input discontinuity for robustness, implementation of sliding mode control to missile autopilot with acceleration as output cause concerns in many aspects.

Output redefinition method that is proposed in this study is a method to solve problems in sliding mode application arises from nonminimum phase dynamics of the system. This method based on blending the output of an internal system model that is minimum phased and measured output of the real system so produced new output is almost minimum phased while converges to real output of the system. The internal model is a modified model of the system that force component of control surface deflection is cancelled. By this way, the internal model has no nonminimum phase dynamics. Difference between measured output and internal output is added to internal output after a smoothing process. With this smoothing process nonminimum phase features of the output is suppressed and the resultant output, which is called virtual output in the study, is nearly minimum phased that it is almost impossible to observe nonminimum phase features in it.

Another advantage of the output redefinition method is filtering and smoothing the output signal that is used in control loop. There is noise, input based chattering in measured output, and filtering is a necessity. By using output redefinition, this filtering work is done and no extra filtering is needed.

Once the system becomes suitable for implementing sliding mode control algorithms by using the output redefinition method, autopilot design process continued with using sliding mode control algorithms. In this study two different missile models is used. One of them is model of the HAVE DASH II missile, which was a prototype missile. This missile model is a multi input-multi output system and it has 6 degrees of freedom. As HAVE DASH II missile is a bank to turn missile so designed autopilot uses same maneuvering logic. First order sliding mode control method is used in autopilot design. Other missile model is Reichert missile. It is a hypothetical skid to turn missile system and used as a workbench in many studies related to missile guidance and control. This missile model is 3 degrees of freedom and resembles horizontal dynamics of the missile. It is a single input single output system so balance within control channels is not a concern for this system. Different higher order sliding mode control algorithms, namely second and third order quasi-continuous sliding mode control and second order super twisting algorithm are used in autopilot design process. For all autopilot designs for Reichert missile, variable gain technique is used to satisfy response time requirements.

For both systems, various system uncertainties and external disturbances are defined. Simulations are run in MATLAB/Simulink environment. Performances of designed autopilots are examined for different combinations of system uncertainties and external disturbances.



## 1. GİRİŞ

Hava hedeflerine karşı kullanılan füzelerin güdüm ve kontrol sistemlerinin tasarımı hedeflerin yapısından ötürü her zaman zorlayıcı olmuştur. Her ne kadar uçaklardan atılan ilk güdümsüz roketlerin hedefi görece oldukça yavaş olan gözlem balonları olsa da [1], güdümlü füzeler çoğu zaman yüksek hızlı ve genellikle yüksek manevra kabiliyetine sahip hedeflere karşı kullanılmaktadırlar. Bu tablo, akıllı sakınma manevraları gerçekleştiren ve insan unsurunun ortadan kalkması ile manevra sınırları muazzam şekilde artmış insansız hava araçlarının gelişimi ve yaygınlaşması ile birlikte çok daha çetin bir hale gelecek ve geleceğin füzelerinden çok zorlu ivme komutlarını takip edebilmeleri beklenecektir.

Tüm bu gelişmeler füze otopilot tasarımını derinden etkileyebilecek unsurlardır [2]. Füzelerin dinamiği, özellikle yüksek ivme komutlarını takip edebilmek amacı ile yüksek hücum açılarında seyrederken, kuvvetli aerodinamik belirsizliklere maruz kalır. Öyle ki yüksek hücum açılarında meydana gelen simetrik olmayan girdaplar, akım ayrılması gibi aerodinamik olaylar sebebi ile füze aerodinamiği belirsiz ve lineer olmayan bir yapıya bürünür [3]. Bunun neticesinde füze dinamiğini lineer yaklaşımlarla temsil etmek ve bu yaklaşımların esas alındığı otopilotlarla idare etmek oldukça zorlaşır. Bunun yanında lineer olmayan modeller bile özellikle belirsizliğin yüksek olduğu durumlarda füze dinamiğini temsil etmekte yetersiz kalabilir. Bunun yanında, tıpkı çoğu hava ve deniz aracında olduğu gibi, çevresel bozucu etkiler de füze dinamiği üzerinde büyük etkilere sahip olabilir. Tüm bu etmenler dolayısı ile modern füze otopilotu tasarımında dayanıklılık üzerinde önemle durulması gereken bir konudur.

Kayma kipli kontrol yöntemleri sistem belirsizlikleri ve dış etkilere karşı dayanıklılık açısından değerlendirildiğinde en başarılı kontrol yöntemlerinden biridir [4]. Bunun yanında ele alınan sistemin dinamik özelliklerinden ötürü kayma kipli kontrol yönteminin uygulanmasında bazı zorluklar bulunmaktadır. Aerodinamik kontrol yüzeyleri ile kontrol edilen füzelerde kontrol yüzeylerinin temel amacı ağırlık

merkezine uzak bir noktada görece küçük de olsa bir kuvvet oluşturmaktır. Bu kuvvetin miktarı gövdeye etkiyen aerodinamik kuvvetlere oranla küçük olsa da kontrol yüzeyinin ağırlık merkezine uzak oluşu sebebi ile ortaya çıkan moment füze dinamiği üzerinde çok daha etkili olur. Kontrol yüzeyi kaynaklı bu moment sistemin asıl kontrol girişini oluştururken yine kontrol yüzeylerinden kaynaklanan kuvvet ise küçük bir kuvvet bileşeni olarak kalır. Öyle ki bu kuvvet çoğu zaman otopilot tasarımlarında ihmal edilir. Kuyruktan kontrollü füzelerde ise bu kuvvet bazı kontrol yöntemlerinin uygulanmasında sorunlar çıkartabilir. Sistem dinamiği açısından bakıldığında eğer uçuş güzergahına dik ivme bileşeni sistem çıkışı olarak kabul ediliyorsa kuyruktan kontrollü füzeler minimum olmayan fazlı sistemlerdir. Kayma kipli kontrol, geri besleme doğrusallaştırması gibi kontrol yöntemleri minimum olmayan fazlı sistemlere doğrudan uygulanamaz. Buna ek olarak kontrol yüzeyi kaynaklı kuvvet bileşeni sistem çıkışı olan ivme ile sıfırıncı dereceden bir ilişkiye sahiptir. Bu sebeple kontrol girişindeki süreksizlik sistem çıkışında doğrudan gözlemlenebilecektir. Bu durum temel olarak süreksiz kontrol sinyalleri kullanımı üzerine kurulu olan kayma kipli kontrol yöntemlerinin uygulanmasında başka sorunlar doğurmaktadır.

## **1.1 Tezin Amacı**

Bu çalışmada öncelikle kayma kipli kontrol yöntemlerinin taktik füze otopilotlarına uygulanma olanaklarının araştırılması amaçlanmıştır. Bu sebeple literatürde klasik kayma kipli kontrol olarak da bilinen birinci mertebeden kayma kipli kontrol yöntemi ve yine literatürde yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yöntemleri olarak bilinen mertebesi iki veya daha yüksek olan kayma kipli kontrol yöntemleri, kayarak veya yatarak dönen farklı taktik füze sistemlerinin otopilot tasarımlarında kullanılmıştır.

Tezin amaçlarından bir diğeri de minimum olmayan fazlı sistemlerin kontrolünde kayma kipli kontrol yönteminin kullanılabilmesi için bir yöntem geliştirmektir. Yaygın olarak bilindiği üzere, kararsız iç dinamikleri sebebi ile minimum olmayan fazlı sistemler kayma kipli kontrol yöntemlerinin doğrudan uygulanması için elverişli değildir. Kuyruktan kontrollü, daha açık ifade ile aerodinamik kontrol yüzeyleri ağırlık merkezinin gerisinde bulunan füze sistemleri ise normal ivme kontrolü açısından minimum olmayan fazlıdır. Bu çalışmada minimum olmayan fazlı füze

sistemlerine kayma kipli kontrol yönteminin uygulanabilmesi için öne sürülen çıkışı yeniden tanımlama yönteminin geçerliliğinin araştırılması amaçlanmıştır.

## 1.2 Literatür Araştırması

Kayma kipli kontrol yöntemlerinin füze güdüm ve kontrol problemlerine uygulanışı ile ilgili literatürde birçok çalışma bulunmaktadır. Füze güdümü üzerine çalışmaların ilk örnekleri [5] ve [6]'da bulunabilir. Füze kontrolü için ilk uygulamalardan bir yatarak dönen HAVE DASH II füzesi için kayma kipli otopilot tasarımının gerçekleştirildiği ve bu otopilotun performansının geri besleme doğrusallaştırması yöntemi ile karşılaştırıldığı [7]'de verilen çalışmadır. [8]'de yatarak dönen başka bir füze olan EMRAAT füze sistemi için kayma kipli kontrol yöntemi ile düşey ve yanal düzlem ayrık kanallara sahip bir otopilot tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada da üzerinde durulan hızlı cevap verme sürelerinin sağlanmasına yönelik, EMRAAT füzesi modelinin kullanıldığı başka bir çalışma [9]'da verilmiştir.

Minimum olmayan fazlı sistemlerin kayma kipli kontrolü üzerine çalışmaların ilk örneklerinden biri [10]'da verilmiştir. Dinamik kayma yüzeyleri tasarlanarak uygulanan kayma kipli kontrol yöntemleri minimum olmayan fazlı sistemlerden kaynaklanan sorunların çözümü için önerilen yollardan biridir. Bu konuda ilk çalışmalardan biri [11]'de verilmiştir. [12]'de verilen çalışma ise aynı yöntemin uçak minimum olmayan fazlı uçak kontrolüne uygulanışı üzerinedir. Minimum olmayan fazlı sistemlere bulanık kayma kipli kontrolün uygulanması ise öne sürülen başka bir yöntemdir ve bu konudaki ilk çalışmalardan biri [13]'te verilmiştir. Kararlı sistem merkezi yöntemi minimum olmayan fazlı sistemlerin kayma kipli kontrolü için öne sürülen bir başka yöntemdir. [14]'te çok girişli çok çıkışlı lineer olmayan bir sistem için karşılanmamış bozuntular altında asimptotik yakınsama sağlayan, kararlı sistem merkezi yöntemini kullanan kayma kipli bir kontrolcü tasarlanmıştır ve sonuçlar incelenmiştir. Benzer bir çalışma yine zamana bağlı bozucular altındaki bir sistem için [15]'te yapılmıştır. Kararlı sistem merkezi yönteminin kullanıldığı bir diğer çalışma [16]'da verilmiştir. Bu çalışmada zaman gecikmesi olan sistemler ele alınmıştır. Sistem durumlarının tahmin edilerek kayma değişkeninde kullanıldığı minimum olmayan fazlı sistemlerin kayma kipli kontrolü için bir başka çalışma ise [17]'de verilmiştir. yunuslama açısal hızı ve ivmeye bağlı bir fonksiyon olarak

tanımlanan kayma yüzeylerinin kullanıldığı yöntemlerde literatürde mevcuttur. Böyle bir tanımlama ile sistemin kayma yüzeyinde minimum olmayan fazlı sistemin etkileri bastırılmış olmaktadır. Bu tip bir yaklaşım [18] 'de incelenmiştir. Minimum olmayan fazlı sistemler için yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yönteminin kullanıldığı bir çalışma [19]'da verilmiştir. Yine benzer bir çalışma [20]'de verilmiştir.

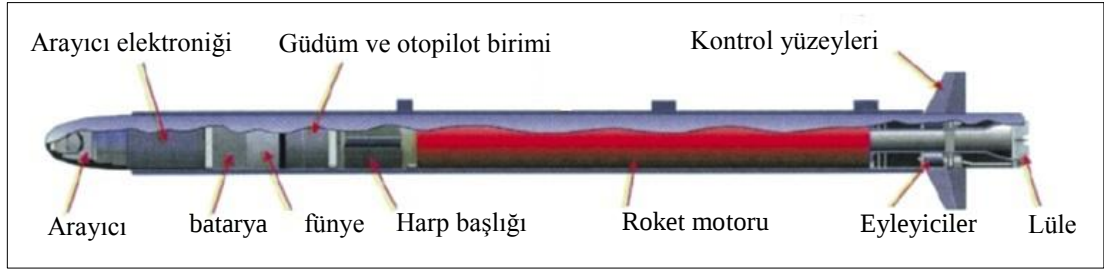
Yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yöntemlerinin minimum fazlı füze kontrolüne uygulanışı ile ilgili literatürde az da olsa bazı çalışmalar bulmak mümkündür. Yüksek derecede belirsiz bir füze modeli için hücum açısı ve yuvarlanma açısı kontrolü üzerine kurulu bir otopilot tasarımı [21]'de yapılmıştır. Güzüm ve kontrol döngülerinin birleştirilmesi ile elde edilen ve literatürde tümleşik güzüm ve kontrol olarak anılan tipte bir füze güzüm kontrol sisteminin üçüncü mertebeden kayma kipli kontrol yöntemi ile tasarlanmasına yönelik çalışma [22]'de yapılmıştır. Bu çalışmada önerilen yöntemin parametrik belirsizliklere karşı dayanıklılığı gösterilmiştir. Yine tümleşik güzüm kontrol sistemlerinin yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yöntemleri ile tasarlanmasına yönelik bir çalışma [23]'te yapılmıştır. Bu çalışmada bir uçağa hücum eden füzeye karşı kullanılan bir karşı tedbir füzesinin güzümü ve kontrolü ele alınmıştır.

### **1.3 Hipotez**

Aerodinamik kontrol yüzeyleri ağırlık merkezlerinin gerisinde bulunan, sistem girişleri kontrol yüzeyi açısı sistem çıkışları ise uçuş yörüngesine dik ivme olan ve tüm bu özellikleri dolayısı ile minimum olmayan fazlı sistemler olarak sınıflandırılan füzelerin, birinci ve yüksek mertebeden kayma kipli kontrol yöntemleri ile ivme kontrolünün sağlanması çıkışı yeniden tanımlama yöntemi kullanılarak gerçekleştirilebilir.

## 2. FÜZE KONTROL SİSTEMLERİ

Güdümlü füzeler taşıdıkları harp başlığını hedefe mümkün olan en yakın noktaya ulaştırıp infilak ederek hedefe zarar vermek üzerine tasarlanmış hava araçlarıdır [24]. Füzeler bu amaç için bir araya getirilmiş, birbiri ile etkileşim halinde veya tekil olarak çalışan alt sistemlerden oluşan bir sistem olarak ele alınabilir. Bu alt sistemlerin modern bir havadan havaya füzede Louyang PL-10 tipi füzede yerleşimi Şekil 2.1’de verilmiştir.

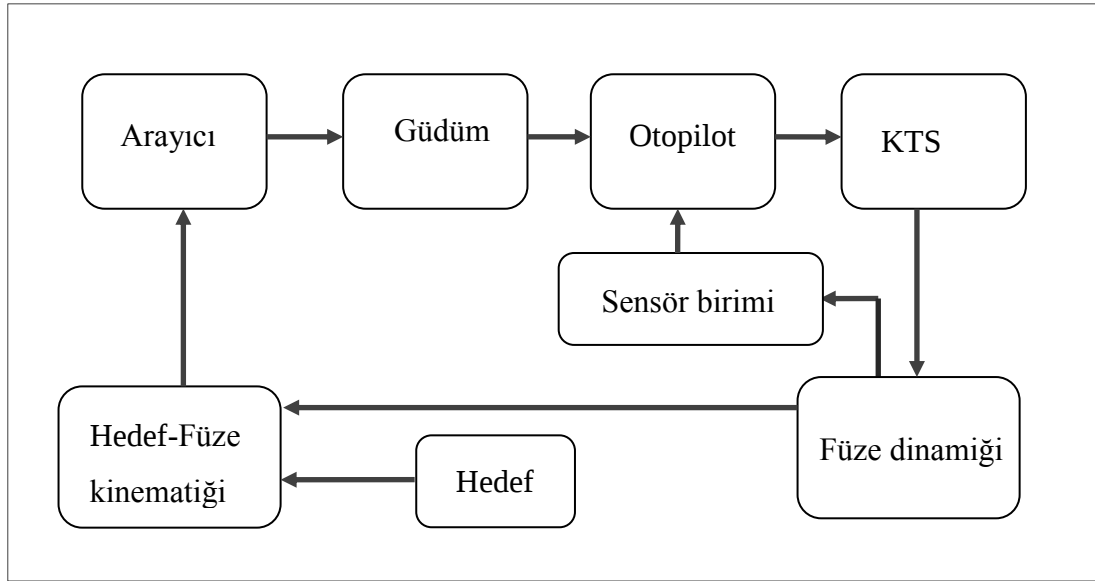


**Şekil 2.1 :** Tipik bir Louyang PL-10 tipi havadan havaya füzede alt sistemlerin yerleşimi, [25]’ten uyarlanmıştır.

Bu birimlerin bazıları güdümlü ve kontrol döngüsünde yer almamakla birlikte dolaylı olarak bu döngünün davranışlarını etkileyebilmektedir. Bazıları ise yalnızca yardımcı sistemler olarak bulunmaktadır. Örneğin roket motoru seyir için gerekli olan itki kuvvetini en azından seyrin bir bölümünde sağlar ancak özellikle taktik füzelerde güdümlü döngüsüne nadiren girer. Roket motoru veya hava emen başka motor tiplerinin kullanıldığı bazı sistemlerde füzelerin hızı güdümlü ve kontrol sistemi veya daha üst dereceden bir görev planlayıcısı tarafından kontrol edilebilir. Bu çalışmada itki güdümlü ve kontrol döngüsünün dışında tutulmuştur.

Arayıcı hedefin tespit edilmesini sağlayan birimdir. Bu birim pasif veya aktif olarak radyo dalgaları, kızılötesi iz veya lazer iz ile güdümlü olabilir. Bu sistem algıladığı sinyal tipine bağlı olarak bazı işlemler gerçekleştirdikten sonra bu veriyi arayıcı elektroniğine iletir. Arayıcı elektroniği bu veriyi işleyerek karşı tedbir önlemleri, hedef ayrımı gibi gerekli adımları gerçekleştirir ve işlenmiş hedef verisini güdümlü ve kontrol birimine iletir. Bu veri paketinin içinde hedef konumu başta olmak üzere hedef mesafesi, hedef hızı ve güdümlü için kullanılacak diğer veriler mevcuttur.

Güdümlü alt birimi bu verilere karşılık füzenin hedefe başarılı bir şekilde saldırmasını sağlamak için gerekli komutları kontrol birimine iletir. Bu komutlar çoğu zaman ivme komutları olmakla birlikte uçuş açısı gibi başka sinyaller de olabilir. Kontrol birimi veya yaygın diğer adıyla otopilot güdümlü biriminden gelen komutları füzenin mevcut durumunun ölçüldüğü sensör biriminden gelen verilerle karşılaştırır ve güdümlü tarafından emredilen komutları gerçekleştirmek amacıyla ilgili kontrol girişlerini hesaplayarak kontrol tahrik sistemi, KTS'ye gönderir. Son yıllarda güdümlü ve kontrol sistemlerinin birleştirilmesi yönünde bazı çalışmalar yapılmıştır. Bu tip sistemler tümlşik güdümlü ve kontrol sistemleri olarak adlandırılmaktadır [26]. Bu şekilde füze dinamiğı etkilenmiş olur ve füzeyi çevreleyen dünyada bir değışiklik yaratılmış olur. Bu değışiklik hedef ve füze arasındaki geometrik ilişkiyi etkiler ve arayıcı tarafından bu değışikliğı yansıtan yeni veriler oluşturulur. Böylece döngü kapanmış olur. Genel bir füze güdümlü kontrol döngüsü Şekil 2.2'de verilmiştir.



**Şekil 2.2 :** Füze güdümlü ve kontrol döngüsü.

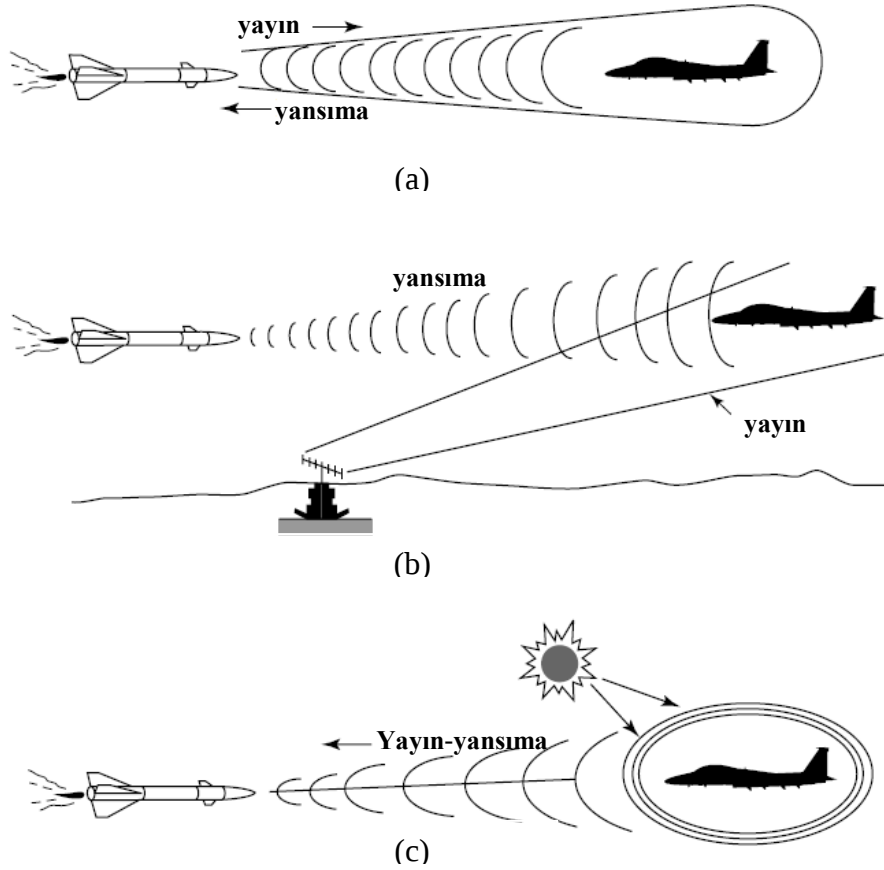
## 2.1 Füze GÜDÜMÜ

Füze otopilotunun güdüm sistemi komutlarını uyguladığı daha önce belirtilmişti. Bu bölümde ise füze güdümünde kullanılan yöntemlere değinilecektir. Taktik füzelerde güdüm hedefe güdüm ve pozisyona güdüm olarak iki ana gruba ayrılabilir[27]. Bu güdüm tiplerinden pozisyona güdüm ataletsel veya diğer pozisyon belirleme sistemlerinden yararlanılarak füzenin uzayda daha önce belirlenmiş hareketli veya sabit bir konuma ulaşması veya aynı özelliklere sahip bir güzergahı takip etmesi için kullanılan güdüm yöntemlerini kapsar. Seyir füzelerinin bütün seyri ve uzun menzilli taktik füzelerin intikal safhalarında bu tip güdüm yöntemleri kullanılır. Hedefe güdüm ise herhangi bir şekilde angajmanın gerçekleştiği ortamın geriye kalanından ayrılabilen hedefe ulaşmak amacı ile hedef temasından sağlanan veriler kullanılarak uygulanan güdüm yöntemidir. Hedefe güdüm hemen hemen bütün taktik füzelerin en azından nihai hücum safhalarında kullandığı güdüm yöntemidir.

Hedef güdüm yöntemleri hedef takibi ve güdüm hesaplarının yapıldığı konuma göre ayrılır. Hedef takibi ve güdüm hesaplarının füze içinde gerçekleştirildiği güdüm tipi özgüdüm olarak adlandırılır. Hedef takibinin ve güdüm hesaplarının harici bir birimde yapılarak füze aktarılması durumunda güdüm harici güdüm olarak adlandırılır[27].

Öz güdümde füze üzerinde bulunan bir arayıcı başlık hedeften yayılan izi tespit eder ve elde edilebilen hedef bilgileri güdüm komutlarının hesaplanması için kullanılır. Burada hedef izi radyo dalgası (RADAR) , kızılötesi yayılım, lazer yansıması veya gözlemlenebilen spektrumda optik görüntü olabilir. RADAR izine güdümlü füzelerde arayıcı başlık hedeften kaynaklanan veya başka bir kaynaktan yayınlanıp hedeften yansıyan radyo dalgalarını algılar. Yayın kaynağı füze üzerinde olabileceği gibi atış platformu veya başka bir RADAR vericisi olabilir. Kızılötesi güdümlü füzelerde arayıcı başlık hedefin sıcaklığından dolayı kızılötesi spektrumda gerçekleştirdiği ve arka alan ile farklılık yaratan ışımayı algılar. Lazer güdümünde ise bir hedef takip sistemi tarafından hedefe doğrultulan lazer ışın demetinin yansıması füze arayıcı başlığı tarafından algılanır. Bunun haricinde görülen spektrumda hedefin arka alan ile oluşturduğu farklılığı algılayarak yani bir anlamda hedefi “görerek” güdümün gerçekleştirildiği sistemlerde vardır. Hedeften yansıyan veya kaynaklanan yayının kaynağına göre özgüdüm pasif, aktif veya yarı-aktif olarak

adlandırılır. Eğer arayıcı başlık doğrudan hedeften kaynaklanan yayını tespit ediyor ise bu pasif özgüdüm, arayıcı başlık yine füze üzerinden yapılan yayının hedeften yansımalarını tespit ediyor ise aktif özgüdüm ve füze başka bir kaynaktan yapılan yayının hedeften yansımalarını tespit ediyorsa yarı-aktif özgüdüm gerçekleştirilmiş olur. Bu özgüdüm tipleri Şekil 2.3'te temsili olarak gösterilmiştir.



**Şekil 2.3 :** Aktif (a), yarı-aktif (b) ve pasif (c) özgüdüm, [27]'den uyarlanmıştır.

Füze güdüm sistemleri güdüm kuralları açısından da çeşitlilik gösterir. Özgüdümüne sahip füzelerin hemen hemen tamamı ise oransal seyrüsefer güdüm kuralı ile güdülmektedir [27]. Bu çalışmada ele alınan füze modelleri de bu gruba dahildir. Bu sebeple ilerleyen kısımda oransal seyrüsefer hakkında genel bilgiler verilecektir.

Uzayda birbirine yaklaşan iki cisim, bu iki cisim arasındaki vektörün yönelimini koruması durumunda çarpışırlar. Oransal seyrüsefer bu kaide üzerine inşa edilmiştir. Burada iki cisim füze ve hedefi, iki cisim arasındaki vektör ise görüş hattıdır. Klasik oransal seyrüsefer güdüm kuralı (2.1)'de verilmiştir.

$$a = NV_c \left( \frac{d\lambda}{dt} \right) \quad (2.1)$$

$a$  güdüm kuralı ile hesaplanan normal ivme komutudur.  $N$  ise oransal seyrüsefer kazancı olup tipik değeri 3 ile 5 arasındadır.  $V_c$  füze ve hedefin arasındaki mesafenin azalma hızıdır.  $\lambda$  ise görüş hattının ataletsel ekseninde tanımlı ve çarpışma düzlemine dik eksenindeki açısal hızıdır.



### **3. FÜZE DİNAMİK MODELİ**

Bu bölümde genel olarak füze dinamik modelinin elde edilişi ve değişik manevra mantıklarına göre denetimi ele alınmıştır. İlk olarak ele alınan iki ayrı füze modeli hakkında bilgi verilmiştir. Ardından kinematik denklemler oluşturulmuş ve hareket denklemleri türetilmiştir. Takip eden kısımda hareket denklemlerinin bir bileşeni olan aerodinamik kuvvet ve moment denklemleri incelenmiş ve dinamik modele dahil edilmiştir. Çalışmanın geriye kalan kısmında ele alınan füze modellerinin manevra mantıkları detaylı olarak anlatılmış ve füzelerin denetiminin bu manevra mantıkları uyarınca nasıl gerçekleştirildiği anlatılmıştır.

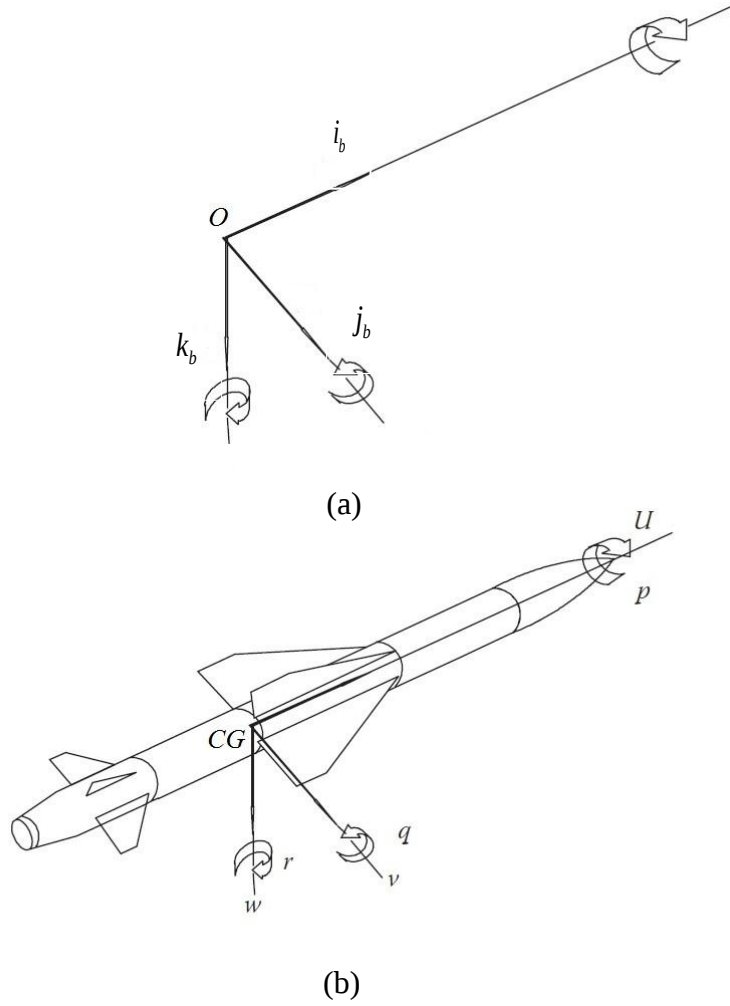
#### **3.1 Füze Dinamik ve Kinematik Modeli**

Bu kısımda füze dinamik modelinin türetilişi anlatılmıştır. Dinamik kelimesi bir cismin ivme ve hız değerleri ile bu cisme etkiyen kuvvet ve momentler arasındaki ilişkiyi temsil eder [28]. Füze dinamiğinin incelenmesi amacı ile öncelikle hız vektörlerinin analizi yapılmış ve füze kinematik modeli oluşturulmuştur. Bunun ardından ivme vektörlerinin analizi yapılmış ve füze hareket denklemleri ortaya konulmuştur. Hareket denklemlerinin dış kaynaklı bileşenleri olan aerodinamik kuvvet ve momentler ve itki bileşenlerinin hareket denklemlerine etkisi incelenmiştir.

##### **3.1.1 Füze kinematiği**

Kinematik disiplini cisimlerin pozisyon ve hız ilişkilerini inceler [29]. Pozisyon ve hız bilgileri vektörlerle ifade edildiği için öncelikle bu vektörleri tanımlandığı eksen takımları ve bu eksen takımları arasındaki ilişkilere değinilmelidir. Hava ve deniz araçlarının dinamiği incelenirken tanımlanan eksen takımlarından biri araca sabitlenmiş olan gövde eksen takımıdır. Genel bir kabul olarak bu eksen takımı araç üzerinde sabit bir noktada merkezlenmiş olarak ve yine eksenleri aracın baş-kıç, iskele-sancak ve yukarı-aşağı doğrultularında belirlenir [30]. Füze dinamiğinde en

yaygın olarak kullanılan gövde eksen takımının füze üzerindeki konumu ve bu eksen takımlarında tanımlanan değerler Şekil 3.1’de verilmiştir.



**Şekil 3.1 :** Füze gövde eksen takımı (a), eksenin gövde üzerinde yerleşimi ve kinematik degerlerin eksen üzerinde tanımı, [30]’dan uyarlanmıştır.

Şekil 3.1 (a) da görülen sağ el kuralına uygun eksen takımının birim vektörleri füzenin yuvarlanma, yunuslama ve sapma eksenleri ile üst üste binmektedir. Bu eksen takımının merkezi füze üzerinde sabit herhangi bir nokta olabilir ancak hem hareket denklemlerinin basitleştirilmesi hem de kavramsal olarak daha kolay anlaşması sebebi ile çoğu zaman füzenin ağırlık merkezi eksen takımının merkezi olarak belirlenir.  $i_b$ ,  $j_b$  ve  $k_b$  sırasıyla yuvarlanma, yunuslama ve sapma eksenlerini temsil eden birim vektörleri belirtmektedir. Euler açıları yuvarlanma, yunuslama ve sapma açıları olarak isimlendirilip  $\phi, \theta$  ve  $\psi$  sembolleri ile gösterilmektedirler. O

noktası eksen takımının merkezini temsil etmektedir. Şekil 3.1 (b)'de  $u$ ,  $v$  ve  $w$  doğrusal hız bileşenlerini ve  $p$ ,  $q$  ve  $r$  açısal hız bileşenlerini oluşturmaktadır. Bu açısal hız bileşenleri sırası ile yuvarlanma, yunuslama ve sapma açısal hızları olarak isimlendirilmektedir. CG füzenin ağırlık merkezini göstermektedir. Füzenin gövde ekseninde tanımlı açısal hız  $\omega$  ve doğrusal hız  $v$  vektörleri sırasıyla (3.1) ve (3.2)'de tanımlanmıştır.

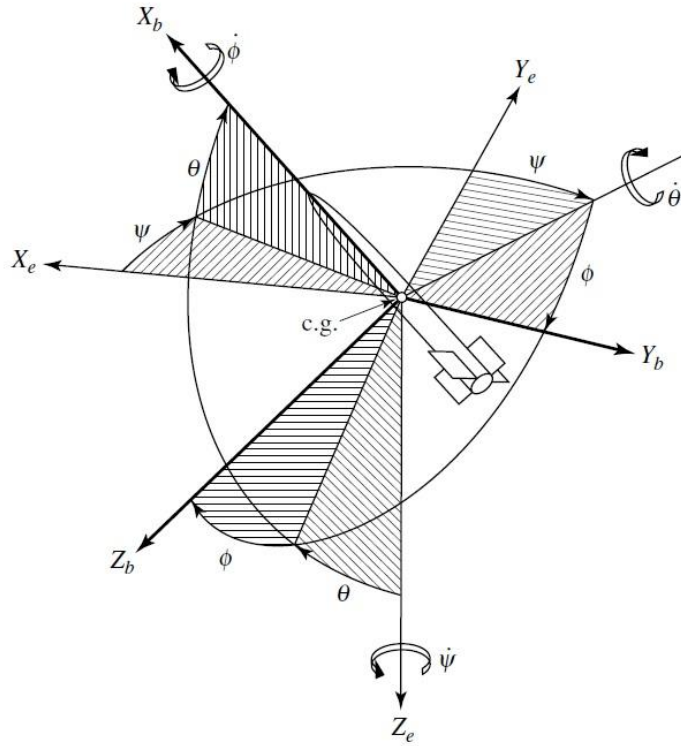
$$v = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = ui_b + vj_b + wk_b = \begin{pmatrix} i_b & j_b & k_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = pi_b + qj_b + rk_b = \begin{pmatrix} i_b & j_b & k_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Görüldüğü üzere bu vektörler gövde eksen takımı üzerinde tanımlanmıştır. Füze konumu ve füze üzerine etki eden birçok etken ise başka eksen takımlarında tanımlanmaktadır. Bu eksen takımının tanımlanışı ele alınan probleme göre değişebilmektedir[27]. Genel olarak uçuş süresi, uçuş yörüngesinde yerçekimi alanı kuvvetinin değişimi uçuş hızının dünya dönüş hızına oranı göz önüne alınarak bir ataletsel eksen takımı belirlenir [27]. Taktik füzelerin kısa süreli atmosferik uçuşları için düz dünya ataletsel eksen takımı olarak tanımlanır. Bu ataletsel eksen takımı oldukça kullanışlı bazı özelliklere sahiptir ve atmosferik uçuş benzetimi modellerinin çok büyük kısmında kullanılır[31]. Bu eksen takımının kullanılması durumunda eksen takımının merkezi yeryüzünde bir noktada sabitlenmiş olacak şekilde ve Kuzey-Doğu-Aşağı yöneliminde tanımlanır. Dünyanın eğriliği ve dönüş hızı ihmal edilir. Bu çalışmadaki bütün benzetim modellerinde düz Dünya ataletsel eksen takımı kullanılmıştır. Literatürdeki [32,33] yaygın adlandırmaya uygun olarak bu çalışmada seyrüsefer eksen takımı olarak anılacaktır. Bunun yanında dinamik ve kinematik diferansiyel denklemlerin çözümü bu ataletsel eksen takımının gövde eksen takımının orijinine taşınmış hali ile yapılır.

Hareket denklemleri, güdüm denklemleri ve füze konum hesapları gibi füze güdüm ve kontrolü problemini oluşturan birçok denklem takımı birden fazla eksen üzerinde tanımlanan bileşenlere sahiptir. Bu durum bir eksen takımındaki vektör takımının başka eksen takımlarındaki tanımlarının türetilmesini gerektirir. Eksen takımlarının

yönelimleri farklı olacağından bu dönüşümler açısal yönelim farklılıklarına bağlı olarak gerçekleştirilir. Literatürde genel olarak kullanılan 3 değişik koordinat dönüşümü yöntemi bulunmaktadır. Bunlar Euler açıları yöntemi, doğrultu kosinüsleri yöntemi ve kuaterniyon yöntemidir [27]. Bu yöntemlere bu bölümde değinilmiştir. Euler açıları yöntemi yönelimi farklı iki eksen takımı arasındaki dönüşümü Euler açılarını kullanarak gerçekleştirmek için kullanılır. Euler açıları ile oluşturulan eksen dönüşüm matrisinin oluşturulması aşağıdaki gibi anlatılabilir. Önceki bölümde anlatıldığı üzere Seyrüsefer eksen takımına göre gövde eksen takımının açısal pozisyonu Euler açıları ile tanımlanmaktadır. Bu durum Şekil 3.2’de gösterilmiştir.



**Şekil 3.2 :** Gövde eksen takımı, seyrüsefer eksen takımının gövde eksenine taşınmış hali ve bu iki eksen takımının birbirine göre yönelimini belirten Euler açıları, [27]’den uyarlanmıştır.

Dönüşüm hesaplarında bu eksenler üzerindeki dönüş sırası önemlidir. Birçok çalışmada olduğu gibi bu çalışmada da dönüş sırası sapma, yunuslama ve yuvarlanma olarak alınmıştır. Bu çalışmada Euler açıları dönüşüm matrisinin açıklanmasında [33]’ten yararlanılmıştır. Seyrüsefer eksen takımından seyrüsefer eksen takımına göre sapma eksen etrafında dönmüş olan birinci ara eksen takımına dönüşüm matrisi (3.3)’te verilmiştir.

$$\vec{a}_{\text{int}1} = T_{\text{int}1/e} \vec{a}_e, \quad T_{\text{int}1/e} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Yine birinci eksen takımından bu eksen takımının yunuslama eksenindeki dönüşü ile elde edilen ikinci ara eksen takımına dönüşüm matrisi (3.4)'te verilmiştir.

$$\vec{a}_{\text{int}2} = T_{\text{int}2/\text{int}1} \vec{a}_{\text{int}1}, \quad T_{\text{int}2/\text{int}1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

İkinci ara eksen takımının yuvarlanma eksenini etrafında dönüşü ile her üç eksen için dönüş tamamlanmış olur ve böylece gövde eksen takımı elde edilir. İkinci eksen takımından gövde eksen takımına dönüşüm matrisi (3.5)'te verilmiştir.

$$\vec{a}_b = T_{b/\text{int}2} \vec{a}_{\text{int}2}, \quad T_{b/\text{int}2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Seyrüsefer eksen takımından, gövde eksen takımına dönüşüm matrisi (3.6)'da verildiği üzere üç ara dönüşüm matrisinin çarpımı ile bulunur. Seyrüsefer eksen takımından gövde eksen takımına dönüşüm matrisi (3.7)'de verilmiştir. Burada  $s_*$  ve  $c_*$  sırasıyla  $\sin(*)$  ve  $\cos(*)$  fonksiyonlarını temsil etmektedir.

$$\vec{a}_b = T_{b/\text{int}2} T_{\text{int}2/\text{int}1} T_{\text{int}1/e} \vec{a}_e = T_{b/e} \vec{a}_e \quad (3.6)$$

$$T_{b/e} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Doğrusal hareketle ilgili vektörler olan doğrusal hız ve ivme vektörlerinin dönüşümleri sırasıyla (3.8) ve (3.9)'da verilmiştir.

$$\vec{v}_b = T_{b/e} \vec{v}_e \quad (3.8)$$

$$\vec{a}_b = T_{b/e} \vec{a}_e \quad (3.9)$$

Açısal hız vektörünün dönüşümü (3.10)'da verilmiştir. Burada  $\omega_{b/e}^b$  gövde eksen takımının seyrüsefer eksen takımına göre açısal hızının gövde eksen takımındaki ifadesidir.

$$\omega_{b/e}^b = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + T_{b/int2} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + T_{int2/int1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = S\eta_2 \quad (3.10)$$

$\eta_2$  gövde ekseninin seyrüsefer eksen takımına göre açısal hızını seyrüsefer eksen takımında tanımlamaktadır ve (3.11)'de verilmiştir.  $S$  ise seyrüsefer eksen takımındaki açısal hız vektörünün gövde eksen takımına dönüşüm matrisidir ve (3.12)'de verilmiştir.

$$\eta_2 = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Açıkça görülebilir ki tersine dönüşüm matrisi (3.13)'teki gibi hesaplanabilir. Bu matrisin dikey tırmanış ve dalış durumlarına denk gelen  $\theta = \pm\pi/2$  durumlarında tekil hale geldiği göz önünde tutulmalıdır.

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Bir diğer yöntem doğrultu kosinüsleri yöntemidir. Bu yöntem eksen takımlarının birim vektörlerinin birbiri üzerine izdüşümlerinin hesaplanmasına dayanır. Örnek olarak  $\vec{a}$  vektörünün gövde eksen takımındaki tanımı  $\vec{a}_b$  olsun. Bu vektör,  $i_b, j_b$  ve  $k_b$  gövde eksen takımının birim vektörleri olmak üzere gövde eksen takımında (3.14)'teki gibi tanımlanır.

$$\vec{a}_b = a_{i,b} i_b + a_{j,b} j_b + a_{k,b} k_b \quad (3.14)$$

Aynı vektör seyrüsefer eksen takımında ise (3.15)'teki gibi tanımlanır.

$$\vec{a}_e = a_{i,e} \vec{i}_e + a_{j,e} \vec{j}_e + a_{k,e} \vec{k}_e \quad (3.15)$$

Bu iki tanım aynı vektöre ait olduğu için (3.16) bağıntısı yazılabilir.

$$\begin{aligned} \vec{a} = \vec{a}_e = \vec{a}_b \Rightarrow \\ a_{i,b} \vec{i}_b + a_{j,b} \vec{j}_b + a_{k,b} \vec{k}_b = a_{i,e} \vec{i}_e + a_{j,e} \vec{j}_e + a_{k,e} \vec{k}_e \end{aligned} \quad (3.16)$$

(3.16)'daki eşitliğin her iki tarafını gövde eksen takımının her bir birim vektörü ile skaler çarparak  $\vec{a}$  vektörünün o birim vektördeki bileşeni hesaplanabilir. Örneğin  $a_{i,b}$  bileşenini hesaplamak için (3.16)'nın her iki tarafını  $\vec{i}_b$  birim vektörü ile skaler çarparsak (3.17) elde edilir.

$$a_{i,b} = a_{i,e} \vec{i}_e \cdot \vec{i}_b + a_{j,e} \vec{j}_e \cdot \vec{i}_b + a_{k,e} \vec{k}_e \cdot \vec{i}_b \quad (3.17)$$

Bu işlemi gövde eksen takımını her bir birim vektörü için tekrar edersek (3.18) elde edilir.

$$\begin{pmatrix} a_{i,b} \\ a_{j,b} \\ a_{k,b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i}_e \cdot \vec{i}_b & \vec{j}_e \cdot \vec{i}_b & \vec{k}_e \cdot \vec{i}_b \\ \vec{i}_e \cdot \vec{j}_b & \vec{j}_e \cdot \vec{j}_b & \vec{k}_e \cdot \vec{j}_b \\ \vec{i}_e \cdot \vec{k}_b & \vec{j}_e \cdot \vec{k}_b & \vec{k}_e \cdot \vec{k}_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{i,e} \\ a_{j,e} \\ a_{k,e} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Birim vektörlerin skaler çarpımı bu vektörler arasındaki açının kosinüsüne eşit olacağı için (3.18) (3.19)'daki gibi düzenlenebilir.

$$\begin{pmatrix} a_{i,b} \\ a_{j,b} \\ a_{k,b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta_{ii} & \cos \Theta_{ji} & \cos \Theta_{ki} \\ \cos \Theta_{ij} & \cos \Theta_{jj} & \cos \Theta_{kj} \\ \cos \Theta_{ik} & \cos \Theta_{jk} & \cos \Theta_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{i,e} \\ a_{j,e} \\ a_{k,e} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Örnek olarak burada  $\cos \Theta_{jk}$  seyrüsefer ekseninin  $\vec{j}_e$  birim vektörü ile gövde ekseninin  $\vec{k}_b$  birim vektörleri arasındaki açının kosinüsünü temsil etmektedir. (3.19) sadeleştirilmiş şekilde (3.20)'deki gibi yazılabilir.

$$\vec{a}_b = T \vec{a}_e \quad (3.20)$$

$T$  (3.19)'daki dönüşüm matrisini temsil etmektedir. Bu dönüşümün tersi (3.16) ve (3.17)'deki bağıntılar yeniden düzenlenerek bulunabilir. (3.16)'daki bağıntıdan

seyrüsefer ekseninde tanımlı  $a_{i,e}$  çarpanını elde etmek istersek (3.17)'ye benzer şekilde (3.21)'deki gibi düzenlenir.

$$a_{i,e} = a_{i,b} i_b \cdot i_e + a_{j,b} j_b \cdot i_e + a_{k,b} k_b \cdot i_e \quad (3.21)$$

Yine seyrüsefer eksenindeki tüm birim vektörlerin çarpımları (3.22)'deki gibi bulunur.

$$\begin{pmatrix} a_{i,e} \\ a_{j,e} \\ a_{k,e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_b \cdot i_e & j_b \cdot i_e & k_b \cdot i_e \\ i_b \cdot j_e & j_b \cdot j_e & k_b \cdot j_e \\ i_b \cdot k_e & j_b \cdot k_e & k_b \cdot k_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{i,b} \\ a_{j,b} \\ a_{k,b} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

(3.22) daha sadeleştirilmiş hali ile (3.23)'teki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \vec{a}_e &= T^{-1} \vec{a}_b \\ T^{-1} &= \begin{pmatrix} i_b \cdot i_e & j_b \cdot i_e & k_b \cdot i_e \\ i_b \cdot j_e & j_b \cdot j_e & k_b \cdot j_e \\ i_b \cdot k_e & j_b \cdot k_e & k_b \cdot k_e \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Skaler çarpımda işlem sırası önemli olmadığından dönüşüm matrisinin tersinin dönüşüm matrisinin transpozuna eşit olduğu görülebilir. Bu durumda (3.24)'deki bağıntılar yazılabilir.

$$\vec{a}_b = T \vec{a}_e = T T^T \vec{a}_b \quad (3.24)$$

Doğrultu kosinüsleri yöntemi Euler açıları yönteminin zayıf yönü olan tekillik problemine sahip değildir. Tekillik problemi olmayan bir başka eksen takımı dönüşümü yöntemi kuaterniyon yöntemidir. Bu yöntemle Euler açıları tekillik problem olmadan hesaplanabilir. 4 kuaterniyon parametresi (3.25)'teki gibi verilir [32].

$$\begin{aligned} e_0 &= \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ e_1 &= \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \\ e_2 &= \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ e_4 &= \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Bu 4 kuaterniyon parametresi (3.26)'daki şartı sağlar [27].

$$e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1 \quad (3.26)$$

Doğrultu kosinüsleri matrisi kuaterniyon parametreleri ile tanımlanırsa (3.27) elde edilir. Burada  $a$  doğrultu kosinüsleri matrisinin elemanlarını temsil etmektedir.

$$\begin{bmatrix} e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 & 2(e_1e_2 - e_0e_3) & 2(e_0e_2 + e_1e_3) \\ 2(e_1e_2 + e_0e_3) & e_0^2 - e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 & 2(e_2e_3 - e_0e_1) \\ 2(e_1e_3 - e_0e_2) & 2(e_2e_3 - e_0e_1) & e_0^2 - e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Bu bağıntıdan Euler açıları (3.28)'deki gibi çekilebilir.

$$\begin{aligned} \theta &= \sin^{-1}(-a_{31}) \\ \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{a_{32}}{a_{33}}\right) \\ \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{a_{21}}{a_{11}}\right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

### 3.1.2 Füze dinamiği

Füze hareket denklemleri Newton kanunlarının füzeye uygulanması ile elde edilir. Bu bölümde Newton kanunları ile katı cisimlerin hareket denklemlerinin elde edilişi anlatılmıştır. Ardından elde edilen hareket denklemleri füzeye uygulanmıştır.

#### 3.1.2.1 Doğrusal hareket denklemleri

Newton'un ikinci yasasına göre bir cisim üzerine etki eden kuvvetlerin toplamı bu cismin momentumunun zamana göre türevine eşit olmalıdır [34]. Bu durum sonsuz küçük bir kütle için (3.29)'da verilmiştir [35].

$$d\vec{f} = \dot{\vec{v}}_{dm} dm \quad (3.29)$$

Burada  $d\vec{f}$ ,  $dm$  ve  $\dot{\vec{v}}_{dm}$  sırasıyla sonsuz küçük kuvveti, sonsuz küçük kütleyi ve bu kütlenin ivmesini göstermektedir. Bu bağıntıyı cismin ağırlık merkezi için elde etmek isteriz. Ağırlık merkezi tanımı (3.30)'daki bağıntıyı sağlar.

$$\int_m \vec{r}_{dm}^b dm = 0 \quad (3.30)$$

(3.29)'daki kuvvet ve ivme vektörleri ataletsel eksen takımında tanımlıdır. Yine bu eksen takımındaki hız ivme bileşeni  $\dot{\vec{v}}_{dm}$  ile bu ekseninde tanımlı konum vektörü  $\vec{r}_{dm}$  arasındaki bağıntı (3.31)'de verilmiştir [35].

$$\dot{\vec{v}}_{dm} = \ddot{\vec{r}}_{dm} \quad (3.31)$$

Bu bilgi ışığında cismin kütlelerinin ataletsel eksen takımında tanımlı kütle momentini (3.32)'deki gibi bulabiliriz.

$$\int_m \vec{r}_{dm} dm = \int_m \vec{r}_{CG} dm + \int_m \vec{r}_{dm}^b dm \quad (3.32)$$

(3.30)'u (3.32) içinde kullanırsak (3.33) bağıntısı elde edilir [35].

$$\int_m \vec{r}_{dm} dm = \int_m \vec{r}_{CG} dm = \vec{r}_{CG} \int_m dm = \vec{r}_{CG} m \quad (3.33)$$

Her iki tarafın da zamana göre türevini aldığımızda (3.34) elde edilir.

$$\dot{\vec{r}}_{CG} m = \vec{v}_{CG} m = \int_m \dot{\vec{r}}_{dm} dm = \int_m \vec{v}_{dm} dm \quad (3.34)$$

Bu denklemin her iki tarafının zamana göre bir daha türevi alındığında ise (3.35) elde edilir.

$$\dot{\vec{v}}_{CG} m = \vec{a}_{CG} m = \int_m \dot{\vec{v}}_{dm} dm \quad (3.35)$$

İntegralin içinde kalan terim daha önce Newton kanunlarından yararlanılarak yazılan (3.29)'da da bulunmaktadır. (3.29) kullanılarak (3.35) tekrar düzenlenirse (3.36) elde edilir [35]. Bu denklem Newton'un ikinci yasasının cisim ağırlık merkezinin dinamiğini tarif eden halidir.

$$\vec{a}_{CG}^e m = \int_m d\vec{f} = \vec{F} \quad (3.36)$$

Burada  $\vec{F}$  ve  $\vec{a}_{CG}^e$  sırasıyla cisme etkiyen kuvvet ve cisim ağırlık merkezinin ataletsel eksenindeki ivmesidir. Ataletsel eksenindeki ivmenin gövde eksen takımındaki bileşenleri (3.37)'de verilmiştir.

$$\vec{a}_{CG}^e = \left. \frac{d}{dt} \vec{v}_{CG} \right|_e = \left. \frac{d}{dt} \vec{v}_{CG} \right|_b + \vec{\omega} \times \vec{v}_{CG} \quad (3.37)$$

(3.37)'nin ilk bileşeni (3.38)'de verilmiştir.

$$\left. \frac{d}{dt} \vec{v}_{CG} \right|_b = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

(3.37)'nin ikinci bileşeni (3.39)'da verilmiştir.

$$\vec{\omega} \times \vec{v}_{CG} = S(\vec{\omega}) \vec{v}_{CG} \quad (3.39)$$

$S(\vec{\omega})$  eksi bakışimli matris olup (3.40)'daki gibi tanımlanır.

$$S(\vec{\omega}) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

(3.39) ve (3.38) kullanılarak (3.37) (3.41)'deki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\vec{a}_{CG}^e = \begin{pmatrix} \dot{u} - rv + qw \\ \dot{v} + ru - pw \\ \dot{w} - qu + pv \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

(3.41) kullanılarak (3.36) yeniden düzenlenirse (3.42) elde edilir. Bu denklem doğrusal hareket denklemidir.

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} \dot{u} - rv + qw \\ \dot{v} + ru - pw \\ \dot{w} - qu + pv \end{pmatrix} m \quad (3.42)$$

### 3.1.2.2 Açısal hareket denklemleri

Doğrusal hareket denklemlerine benzer şekilde açısal hareket denklemleri de Newton'un ikinci yasasından hareketle elde edilir [36]. Sonsuz küçük  $d\vec{f}$  kuvvetinin ataletsel eksen takımı orijinine göre momenti (3.43)'te verilmiştir [35].

$$d\vec{M} = \vec{r}_{dm} \times d\vec{f} = \vec{r}_{dm} \times \dot{\vec{v}}_{dm} dm \quad (3.43)$$

Burada  $d\vec{M}$  ataletsel eksen takımına göre momenttir. Sonsuz küçük  $dm$ 'nin açısal momentumunun türevi ise (3.44)'te verilmiştir [35].

$$d\vec{h} = \vec{r}_{dm} \times \vec{v}_{dm} dm \quad (3.44)$$

Burada  $d\vec{h}$  kütleye ait açısal momentumun türevini temsil etmektedir. Bu iki eşitlik Newton'un ikinci yasası kullanılarak (3.45)'teki gibi birleştirilebilir [35].

$$d\vec{M} = \vec{r}_{dm} \times d\vec{f} = \frac{d}{dt} d\vec{h} = \frac{d}{dt} (\vec{r}_{dm} \times \vec{v}_{dm}) dm \quad (3.45)$$

Cismin ağırlık merkezine göre tanımlı moment ve açısal momentum türevini elde etmek için (3.45)'te verilen niceliğin tüm cismi kapsayacak şekilde integrali alınır.

$$\int_m \vec{r}_{dm} \times d\vec{f} = \frac{d}{dt} \int_m (\vec{r}_{dm} \times \vec{v}_{dm}) dm \quad (3.46)$$

(3.46)'nın sol tarafının çözümü (3.47)'de verilmiştir [35].

$$\begin{aligned} \int_m \vec{r}_{dm} \times d\vec{f} &= \int_m (\vec{r}_{dm}^b + \vec{r}_{CG}) \times d\vec{f} \\ &= \int_m (\vec{r}_{dm}^b \times d\vec{f}) + \int_m (\vec{r}_{CG} \times d\vec{f}) \\ &= \int_m (\vec{r}_{dm}^b \times d\vec{f}) + \vec{r}_{CG} \times \int_m d\vec{f} \\ &= \vec{M}_{CG} + (\vec{r}_{dm}^b \times \vec{F}) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Burada  $\vec{M}_{CG}$  cismin ağırlık merkezine göre moment temsil etmektedir. (3.46)'nın sağ tarafının çözümü (3.48)'de verilmiştir [35].

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_m (\vec{r}_{dm} \times \vec{v}_{dm}) dm &= \frac{d}{dt} \int_m (\vec{r}_{dm}^b \times \vec{v}_{dm}) dm + \frac{d}{dt} \int_m (\vec{r}_{CG} \times \vec{v}_{dm}) dm \\ &= \frac{d}{dt} \vec{h}_{CG} + \frac{d}{dt} \left[ \vec{r}_{CG} \times \frac{d}{dt} \int_m \vec{v}_{dm} dm \right] \end{aligned} \quad (3.48)$$

Burada  $\vec{h}_{CG}$  cismin ağırlık merkezine göre açısal momentumudur. (3.48)'de geriye kalan terim için (3.49)'daki gibi bir çözüm yapılabilir.

$$\frac{d}{dt} \left[ \vec{r}_{CG} \times \frac{d}{dt} \int_m \vec{v}_{dm} dm \right] = \vec{v}_{CG} \times \int_m \vec{v}_{dm} dm + \vec{r}_{CG} \times \int_m \dot{\vec{v}}_{dm} dm \quad (3.49)$$

(3.34) ve (3.35) kullanılarak (3.49) tekrar düzenlenirse (3.50) elde edilir [35].

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ \vec{r}_{CG} \times \frac{d}{dt} \int_m \vec{v}_{dm} dm \right] &= \vec{v}_{CG} \times m\vec{v}_{CG} + \vec{r}_{CG} \times m\vec{a}_{CG} \\ &= \vec{r}_{CG} \times m\vec{a}_{CG} = \vec{r}_{CG} \times \vec{F} \end{aligned} \quad (3.50)$$

(3.47) , (3.48) ve (3.50) kullanılarak (3.46) tekrar düzenlenebilir. Bu durumda (3.51) elde edilir.

$$\vec{M}_{CG} + (\vec{r}_{dm}^b \times \vec{F}) = \frac{d}{dt} \vec{h}_{CG} + (\vec{r}_{dm}^b \times \vec{F}) \quad (3.51)$$

(3.51)'in her iki tarafındaki eşit terimleri kaldırılırsa yaygın olarak bilinen (3.52) elde edilir.

$$\vec{M}_{CG} = \frac{d}{dt} \vec{h}_{CG} \quad (3.52)$$

Bu denklem cismin ağırlık merkezine göre açısal momentumunun zamana göre türevinin cisme ağırlık merkezine göre etkiyen moment eşit olduğunu belirtir. Moment ile açısal momentum arasında bu bağıntıyı elde ettikten sonra açısal dinamik ile ilgili temel bağıntıları elde etmeye devam edebiliriz. Cisim üzerindeki herhangi bir noktada bulunan sonsuz küçük kütleli cismin açısal momentumu (3.44) kullanılarak (3.53)'teki gibi verilebilir [37].

$$\vec{h}_{CG} = \int_m \vec{r}_{dm} \times \vec{v}_{dm} dm \quad (3.53)$$

Burada  $dm$  kütleli parçacığın cisim ağırlık merkezine göre hızı (3.54) bağıntısı ile hesaplanır.

$$\vec{v}_{dm} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{dm} \quad (3.54)$$

(3.54) kullanılarak (3.53) yeniden düzenlenirse (3.56) elde edilir [37].

$$\vec{h}_{CG} = \int_m \vec{r}_{dm} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{dm}) dm \quad (3.56)$$

(3.56) açık formu ile yazılırsa (3.57) elde edilir.

$$\begin{pmatrix} H_x \vec{i}_b \\ H_y \vec{j}_b \\ H_z \vec{k}_b \end{pmatrix} = \int_m \begin{pmatrix} x \vec{i}_b \\ y \vec{j}_b \\ z \vec{k}_b \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} p \vec{i}_b \\ q \vec{j}_b \\ r \vec{k}_b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \vec{i}_b \\ y \vec{j}_b \\ z \vec{k}_b \end{pmatrix} \right) dm \quad (3.57)$$

(3.57) denklemindeki vektörel çarpımlar (3.58)'teki gibi gerçekleştirilir.

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} H_x \vec{i}_b \\ H_y \vec{j}_b \\ H_z \vec{k}_b \end{pmatrix} &= \int_m \begin{pmatrix} x \vec{i}_b \\ y \vec{j}_b \\ z \vec{k}_b \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} p \vec{i}_b \\ q \vec{j}_b \\ r \vec{k}_b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \vec{i}_b \\ y \vec{j}_b \\ z \vec{k}_b \end{pmatrix} \right) dm = \int_m \begin{pmatrix} x \vec{i}_b \\ y \vec{j}_b \\ z \vec{k}_b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (qz - ry) \vec{i}_b \\ (rx - pz) \vec{j}_b \\ (py - qx) \vec{k}_b \end{pmatrix} dm \\
&= \int_m \begin{pmatrix} [y(py - qx) - z(rx - pz)] \vec{i}_b \\ [z(qz - ry) - x(py - qx)] \vec{j}_b \\ [x(rx - pz) - y(qz - ry)] \vec{k}_b \end{pmatrix} dm = \int_m \begin{pmatrix} [(y^2 + z^2)p - xyq - zxr] \vec{i}_b \\ [-xyp + (z^2 + x^2)q - yzr] \vec{j}_b \\ [-zxp - yzq + (x^2 + y^2)r] \vec{k}_b \end{pmatrix} dm
\end{aligned} \tag{3.58}$$

(3.58)'in sonucunu yeniden düzenlersek (3.59) elde edilir.

$$\begin{pmatrix} H_x \vec{i}_b \\ H_y \vec{j}_b \\ H_z \vec{k}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_m (y^2 + z^2) dm & -\int_m xy dm & -\int_m zx dm \\ -\int_m xy dm & \int_m (z^2 + x^2) dm & -\int_m yz dm \\ -\int_m zx dm & -\int_m yz dm & \int_m (x^2 + y^2) dm \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \vec{i}_b \\ q \vec{j}_b \\ r \vec{k}_b \end{pmatrix} \tag{3.59}$$

(3.59) daha basit olarak (3.60) halinde verilebilir.

$$\vec{h}_{CG} = J \vec{\omega} \tag{3.60}$$

$J$  cismin atalet tensörüdür. Bu tensörün elemanları literatürde genellikle (3.61)'deki gibi temsil edilir.

$$J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} \tag{3.61}$$

Atalet tensörünün bileşenleri iki ayrı grup şeklinde ele alınabilir [37]. Atalet tensörünün diyagonal elemanları atalet momentleridir. Bunun yanında diyagonal olmayan elemanları ise atalet çarpımları olarak adlandırılır. (3.60)'ün türevi alınarak (3.62) elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \vec{h}_{CG} = \vec{M}_{CG} = J \frac{d}{dt} \vec{\omega} + \vec{\omega} \times (J \vec{\omega}) \tag{3.62}$$

(3.62)'de bulunan vektörel çarpım matris çarpımına dönüştürülürse (3.63) bağıntısı elde edilir [38].

$$\vec{M}_{CG} = J \frac{d}{dt} \vec{\omega} + S(\vec{\omega}) J \vec{\omega} \tag{3.63}$$

$S(\vec{\omega})$  eksi bakışımli matris olup (3.64)'teki gibi tanımlanır.

$$S(\vec{\omega}) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

(3.63) Euler açısal dinamik denklemleri olarak bilinir ve katı cismin açısal dinamik davranışını tanımlar [37]. Bu denklemler (3.65)'teki gibi yeniden düzenlenebilir [38].

$$\begin{aligned} \vec{M}_{CG} &= \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} J_{11}\dot{p} + (J_{33} - J_{22})qr - (\dot{r} + pq)J_{13} + (r^2 - q^2)J_{23} + (pr - \dot{q})J_{12} \\ J_{22}\dot{q} + (J_{11} - J_{33})rp - (\dot{p} + qr)J_{12} + (p^2 - r^2)J_{31} + (qp - \dot{r})J_{23} \\ J_{33}\dot{r} + (J_{22} - J_{11})pq - (\dot{q} + rp)J_{23} + (q^2 - p^2)J_{12} + (rq - \dot{p})J_{31} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.65)$$

### 3.1.3 Dış kaynaklı etkilerin modellenmesi

Bir önceki bölümde katı cismin üzerine etki eden kuvvet ve momentlere göre dinamik davranışını tarif eden hareket denklemleri çıkartılmıştı. Bu bölümde hareket denklemlerinde kuvvet ve moment olarak bulunan değişkenlerin modellenmesi ve hesaplanmasına değinilecektir. Genellikle füze üzerine etkiyen moment ve kuvvetlerin büyük kısmı aerodinamik veya itki kaynaklıdır [35]. Düz dünya ataletsel eksen takımı kabulü ile birlikte dünyanın dönüş hızı ve eğriliğine dayalı terimlerin etkisi ihmal edilir. Bu durumda sabit yerçekimi ivmesi ile hesaplanan yerçekimi kaynaklı etkilerle birlikte aerodinamik ve itki kaynaklı etkiler füze modelinde dış kaynaklı etkileri oluştururlar [31]. Bu kabulü füze sistemine etki eden kuvvet ve momentler sırasıyla (3.66) ve (3.67)'de verilmiştir.

$$\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_T + \vec{F}_g \quad (3.66)$$

$$\vec{M} = \vec{M}_a + \vec{M}_T + \vec{M}_g \quad (3.67)$$

Burada  $\vec{F}_a$ ,  $\vec{F}_T$  ve  $\vec{F}_g$  sırasıyla aerodinamik, itki ve yerçekimi kaynaklı kuvvetleri temsil etmektedir. Yine  $\vec{M}_a$ ,  $\vec{M}_T$  ve  $\vec{M}_g$  ise sırasıyla aerodinamik, itki ve yerçekimi kaynaklı momentleri temsil etmektedir. Bu kuvvet ve moment bileşenlerinin modellenmesi ve hesaplanması takip eden kısımlarda verilmiştir.

### 3.1.3.1 Füze aerodinamik modeli

Bu bölümde bir katı cisim olarak kabul ettiğimiz füzenin üzerine etkiyen kuvvet ve momentlerin arasında oldukça önemli bir etkiye sahip olan ve modellenmesi diğer dış etkenlere göre oldukça karmaşık olan aerodinamik kuvvet ve moment bileşenlerinin hesaplanması anlatılacaktır. Füze üzerine etki eden aerodinamik etkenler doğaları gereği birçok kinematik parametreye ve bazı durumlarda bu parametrelerin geçmiş değerlerine de bağlı lineer olmayan fonksiyonlar halinde bulunmaktadır[27],[39]. Bu etkilerin matematik temsilleri çoğu zaman rüzgar tüneli testleri veya hesaplamalı akışkanlar dinamiği [40] gibi araçlarla hesaplanmış olan verilerinin sistem tanımlama yöntemleriyle uçuş parametrelerinin fonksiyonları olarak tanımlanması ile elde edilir. Sistem tanımlama sürecinde aerodinamik modelden beklenen sadakat seviyesine göre bazı basitleştirmeler yapılabilir [41]. Bu çalışmada kullanılan füze modellerinin aerodinamik modelleri hali hazırda literatürde bulunmaktadır. Bu sebeple aerodinamik modelin türetilmesi ile ilgili bir çalışma yapılmamıştır. Bunun yanında yapılan çalışmanın anlaşılabilirliğini arttırmak ve füze dinamiğinin modellenmesi hakkında önemli bir konuya değinmek amacı ile bu bölümde füze aerodinamik modelinin genel tanımı yapılmıştır.

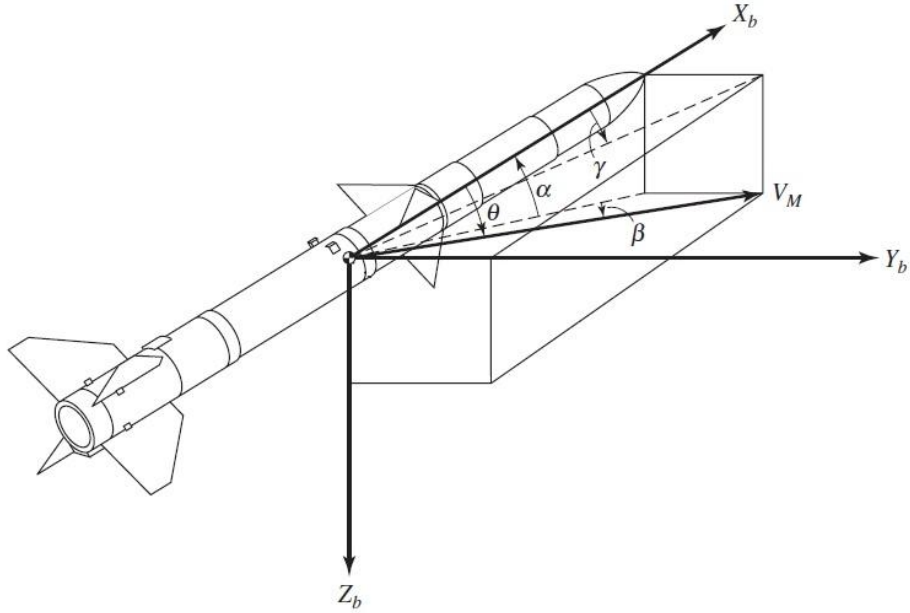
Füze aerodinamik modeli birçok parametreye dayanan fonksiyonları içermektedir. Bu parametreler füzenin geometrik özelliklerini, füzenin kinematik değerlerini ve aerodinamik etkileşim içeren bütün itki ve kontrol değişkenlerini içermektedir. Aerodinamik kuvvet ve momentler ile bağlı bulundukları değişkenler (3.68)'de verilmiştir [31].

$$\begin{aligned}\vec{F}_a &= \vec{F}_a(l, \rho, Re, M, \alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, p, q, r, \delta) \\ \vec{M}_a &= \vec{M}_a(l, \rho, Re, M, \alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, p, q, r, \delta)\end{aligned}\tag{3.68}$$

Bu fonksiyonlar başta füze geometrisi olmak üzere (3.68)'de belirtilen diğer değişkenlerin doğrusal olmayan fonksiyonları olarak bulunurlar [42]. $l$  ele alınan aerodinamik katsayının boyutlandırılması için kullanılan karakteristik uzunluktur ve füze boyutları ile ilgilidir.  $M$  füzenin içinde hareket halinde bulunduğu hava hacmine göre hızını yine aynı hava hacmindeki ses hızına oranı olan Mach sayısını temsil etmektedir ve (3.69)'da verilmiştir.

$$M = \frac{V_m}{c}\tag{3.69}$$

Burada  $c$  sesin füzenin içinde bulunduğu hava hacmindeki hızıdır.  $c$  sıcaklığa bağlı değiştiğinde füze irtifasının bir fonksiyonudur.  $\rho$  füzenin içinde bulunduğu hava hacminde havanın yoğunluğunu temsil etmektedir.  $\rho$  sıcaklığa ve irtifaya bağlı bir parametredir.  $Re$  Reynolds sayısını temsil etmektedir. Reynolds sayısı akış hızı, akışkan dinamik viskozitesi  $\mu$  ve  $\rho$  'ye bağlı olarak hesaplanır ve özellikle akışın laminar veya türbülanslı akış rejiminde olduğunu belirtmesi açısından kritiktir [43]. (3.68) içinde bulunan diğer değişkenler ise füzenin etrafını saran hava hacmine göre kinematik durumunu temsil etmektedir ve ayrıca ele alınacaktır. Füzenin etrafını ve  $\alpha$  ve  $\dot{\alpha}$  hücum açısını ve türevini temsil etmektedir. Yine  $\beta$  ve  $\dot{\beta}$  ise yana kayma açısını ve türevini temsil etmektedir. Bu değişkenlerin geometrik tarifleri Şekil 3.3'te verilmiştir.



**Şekil 3.3 :** Hücum açısı ve yan kayma açısının gövde eksen takımı üzerinde gösterimi, [27]'den uyarlanmıştır.

Burada  $V_m$  füzenin hızını temsil etmektedir ve (3.70)'teki gibi hesaplanır.

$$V_M = \|\vec{v}\| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (3.70)$$

$\alpha$  (3.71)'deki gibi hesaplanır.

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{w}{u} \right) \quad (3.71)$$

$\beta$  ise (3.72)'deki gibi hesaplanır.

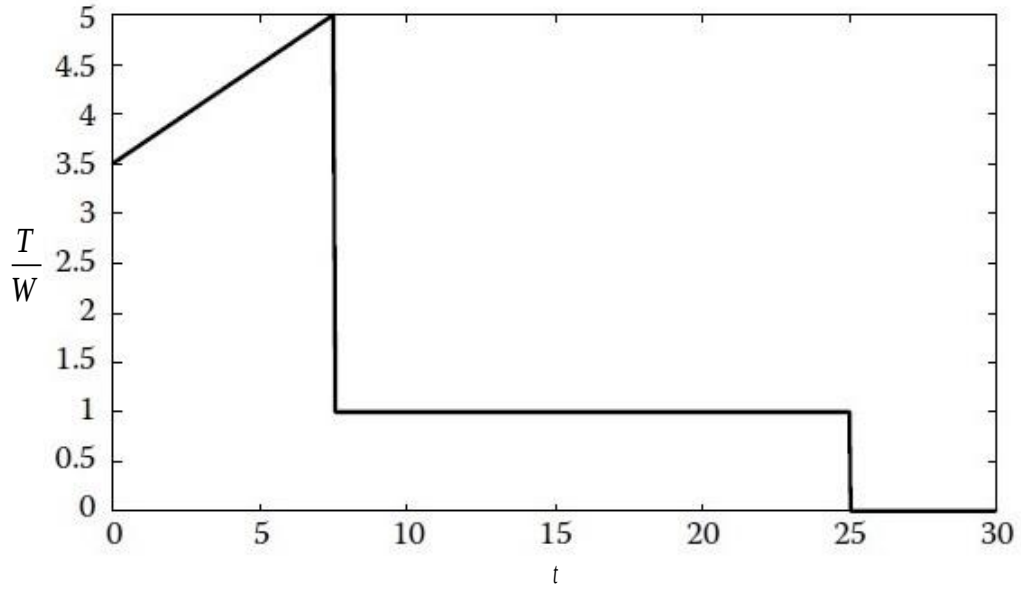
$$\beta = \sin^{-1} \left( \frac{v}{V_M} \right) \quad (3.72)$$

$\delta$  aerodinamik etkiye sahip bütün kontrol eylemlerini kapsamaktadır. Bu kontrol eylemleri kontrol yüzeyleri, tepkisel yan iticiler veya itki yönlendirmesi ise gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada kullanılan her iki füze modelinde de sadece aerodinamik kontrol yüzeyleri bulunmaktadır.

Füzelerin aerodinamik modellerinin detayları füze modellerinin anlatıldığı kısımlarda verilecektir.

### 3.1.3.2 Füze itki modeli

Füze üzerine etki eden en önemli kuvvet kaynaklarından biri itki sistemidir. İtki sisteminin dinamiği itki sistemi tipine, füze angajman senaryolarına ve çevresel şartlara bağlı olarak değişmektedir [24]. Katı yakıtlı roket motoru ile tahrik edilen taktik füzelerde itki miktarı öngörülen angajman senaryolarına uygun olarak zamana bağlı değişen bir itki profili oluşturacak şekilde belirlenir [24]. Birçok katı yakıtlı roket motorlu füze için itki profile yüksek itkili bir hızlandırma aşaması ve takip eden düşük itkili sürdürme aşamasından oluşmaktadır [44]. Sürdürme fazı sonrası itki oluşmaz ve füze süzölmeye başlar [45]. Katı yakıtlı roket motoru olan bir taktik füze için tipik itki profili Şekil 3.4'te verilmiştir.



**Şekil 3.4 :** Katı yakıtlı roket motoru olan bir taktik füze için tipik itki profili, [44]'ten uyarlanmıştır.

Burada  $T$  itkiyi  $w$  ise füze ağırlığını temsil etmektedir. Görüldüğü üzere 25. Saniye sonrasında itki kuvveti görülmemektedir. Taktik füze güdüm ve kontrolünde en kritik aşama ise yine ele alınan angajman senaryosunun son kısmıdır [27], [44]. Füze angajman senaryosunun son kısmı güdüm ve kontrol sisteminin performansı açısından belirleyici olduğu için literatürdeki birçok çalışma füze angajman senaryosunun son kısmına odaklanmıştır. Bu çalışmaların birçoğunda bulunan ortak özelliklerden biri ele alınan uçuş aşamasında itkinin bitmiş olduğudur. Bunun yanında bu aşamanın görece kısalığından ötürü füzenin sürüklenme kuvveti nedeni ile yavaşlamasının ihmal edildiği durumlar da bulunmaktadır. Bu çalışmada ele alınan katı yakıtlı roket motoru olan füze modelinde de detaylı bir itki modeli bulunmamaktadır.

Füze sistemlerinden beklenen menzil isterlerinin artışı ve motor teknolojisindeki gelişmeler taktik füzelerde farklı itiş sistemi seçeneklerini de gündeme getirmiştir. Hava emen turbojet motorları seyir füzeleri için uzun zamandır kullanılmaktadır [24]. Bunun yanında daha yüksek hızlarda etkin şekilde kullanılacak katı veya sıvı yakıtlı roket motorları ile tümleştirilmiş ramjet motorları gibi teknolojiler yüksek hız ve manevra kabiliyetine ihtiyaç duyan füze sistemlerine uygulanmaktadır [46]. Bu tip itiş sistemine sahip füzeler için itki modeli çok daha karmaşık olmakla birlikte katı yakıtlı motorlu füzelere benzer şekilde bu tip füzelerin de itki modeli de uçuşun son

aşamasını içeren çalışmalarda önemli ölçüde basitleştirilmekte ve genellikle sürüklemeye bağlı hız kaybının olmadığı bir model uygulanmaktadır. Bu çalışmada kullanılan ramjet itki sistemine sahip füze modeli için itkinin olmadığı ve sürüklemeye bağlı hız düşüşünün yaşandığı bir model ortaya konulmuştur [7].

### 3.1.3.3 Yer çekimi kaynaklı etkilerin modellenmesi

Füze dinamiğini ilgilendiren hızlar ışık hızına göre önemsenmeyecek kadar küçük oldukları için kütle çekimi kaynaklı kuvvetlerin modellenmesi için Newton'un kütle çekim kanunu uygulanır [37]. Nokta olarak tanımlanmış kütleler için kütle çekimi sebebi ile oluşan kuvvet (3.73)'te verilmiştir.

$$\vec{F}_g = -Gm_1m_2 \frac{\vec{r}_{12}}{\|\vec{r}_{12}\|^3} \quad (3.73)$$

Burada  $m_1$  ve  $m_2$  iki ayrı kütleyi ve  $\vec{r}_{12}$  vektörü  $m_2$  kütlelerinin  $m_1$  kütlelerine göre konumunu temsil etmektedir.  $G$  evrensel kütle çekim sabitidir. Bu kütlelerden  $m_2$ 'yi  $m_1$  kütlelerine doğru ivmelendiren çekim alanı ivmesi yerçekimi ivmesi  $\vec{g}_{1,2}$  buradan (3.74)'teki gibi hesaplanır.

$$\vec{g}_{1,2} = -Gm_1 \frac{\vec{r}_{12}}{\|\vec{r}_{12}\|^3} \quad (3.74)$$

Küresel geometriye sahip ve homojen yoğunluğu olan cisimler için (3.74) kütle merkezleri referans alındığında da geçerlidir[37]. Füzelerin veya şu ana kadar inşa edilmiş herhangi bir aracın kütlelerinin Dünyanın kütlelerine göre ihmal edilebilecek boyutlarda oluşu ve Dünyanın çok küçük bir hata payı ile küresel kabul edilebileceği kabulü ile (3.74), (3.75)'teki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\vec{g} = -Gm_e \frac{\vec{r}_{12}}{\|\vec{r}_{12}\|^3} \quad (3.75)$$

$m_e$  yerin kütlelerini temsil etmektedir. Yine irtifanın ve irtifa değişikliğinin yüksek olmadığı atmosferik uçuşlar için  $\vec{r}_{12}$  vektörünün değişimi bu vektörün boyutuna göre sabit kabul edilebilir. Böylece sabit bir yerçekimi ivmesi elde edilmiş olur. Bu yer çekimi ivmesinin ataletsel eksen takımındaki ifadesi (3.76)'da verilmiştir.

$$\vec{g}^e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

(3.76)'da verilen yer çekimi ivmesinin gövde eksenindeki tarifi (3.77)'deki gibi hesaplanır.

$$\vec{g}^b = T_{b/e} \vec{g}^e = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} g \quad (3.77)$$

Füzeye etkiyen yerçekimi kaynaklı kuvvet ise yerçekimi ivmesi ile füze kütlelerinin çarpımı ile bulunur. Füzeye etkiyen yer çekimi kaynaklı kuvvetin gövde eksenindeki tanımı (3.78)'deki gibidir [39].

$$\vec{F}_g^b = m \vec{g}^b = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} g \quad (3.78)$$

Gövde eksenini merkezi füze ağırlık merkezi ile çakıştığı için yerçekimi kaynaklı moment oluşmamaktadır.

### 3.1.4 Füze modellerinin oluşturulması

Bu bölümde çalışmada kullanılan füze modelleri önceki bölümlerde açıklanan modelleme ilkelerinin de yardımı ile oluşturulmuştur. Daha önce değinildiği gibi çalışmada iki ayrı füze modeli kullanılmıştır. Bunlardan ilki literatürde Reichert füzesi olarak da bilinen 3 serbestlik dereceli kuramsal füze modelidir [47]. Diğer füze modeli ise 90'lı yılların başında geliştirilmeye başlanan hipersonik havadan havaya füze sistemi olan HAVE-DASH II füze sistemine aittir [48]. İlerleyen bölümlerde bu füze modellerinin türetilmesi irdelenecektir.

#### 3.1.4.1 Reichert füzesi modeli

Reichert füzesi [47] füze güdüm ve kontrolü ile ilgili literatürde oldukça sık kullanılan kavramsal bir füze modelidir [49-52]. Bazı çalışmalarda bu füze modelinin uyarlanmış halleri de kullanılmıştır[49],[50]. Bu füze modeli yanma sonrası füze kütlelerinin değişmediği ve füze motorunun itki kuvveti oluşturmadığı bir durumu temsil etmektedir. Bunun yanında füze modeli bazı mekanik idealleştirmeleri de

barındırmaktadır. Füze modeline ve çevre şartlarına ilişkin değerler Çizelge 3.1’de verilmiştir. Bu çevre şartları füzenin 6,096 metre irtifada uçtuğu kabulü ile belirlenmiştir [51].

**Çizelge 3.1:** Reichert Füzesi fiziksel parametreleri.

| Parametre  | Açıklama                   | Değer                  | Birim           |
|------------|----------------------------|------------------------|-----------------|
| $\rho$     | Hava yoğunluğu             | $0.103 \times 10^{-3}$ | $kg / m^3$      |
| $S$        | Karakteristik alan         | 0.0409                 | $m^2$           |
| $d$        | Karakteristik uzunluk      | 0.2286                 | $m$             |
| $m$        | Füze kütlesi               | 204.023                | $kg$            |
| $J_{22}$   | Atalet momenti             | 247.44                 | $kg \times m^2$ |
| $c$        | Ses hızı                   | 295.01                 | $m / s$         |
| $\zeta_a$  | Kontrolcü sönümleme sabiti | 0.7                    | —               |
| $\omega_a$ | Kontrolcü doğal frekansı   | 150                    | $rad / s$       |

Görüldüğü üzere atalet çarpımı terimleri ihmal edilmiştir. 3 Serbestlik dereceli modelde mevcut olmayan kinematik değerlerin denklemlerden çıkartılması sonucu (3.42)’de verilen kuvvet katı cisim dinamik denklemi (3.79)’daki gibi yeniden düzenlenir.

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x^b \\ F_z^b \end{pmatrix} m = \begin{pmatrix} \dot{u} + qw \\ \dot{w} - qu \end{pmatrix} m \quad (3.79)$$

(3.65)’te verilen açısal dinamik denklem ise atalet momenti matrisindeki ihmal edilen terimler ve modelde bulunmayan kinematik değerler göz önüne alındığında (3.80)’deki gibi düzenlenebilir.

$$\vec{M}_y = J_{22} \dot{q} \quad (3.80)$$

Füze modelinde gövde ekseninde tanımlı kuvvet ve momentler (3.81)’deki gibi verilmektedir.

$$\begin{aligned} \vec{F}_x^b &= (L \sin \alpha - D \cos \alpha - mg \sin \theta) \vec{i}^b \\ \vec{F}_z^b &= (-L \cos \alpha - D \sin \alpha + mg \sin \theta) \vec{k}^b \\ \vec{M}_y^b &= M_y \vec{j}^b \end{aligned} \quad (3.81)$$

Burada  $L$  ve  $D$  sırasıyla füzeye etki eden taşıma ve sürüklenme kuvvetini temsil etmektedir.  $L$ ,  $D$  ve  $M_y$  (3.82)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \rho V_m^2 S C_L \\ D &= \frac{1}{2} \rho V_m^2 S C_D \\ M_y &= \frac{1}{2} \rho V_m^2 S d C_M \end{aligned} \quad (3.82)$$

Burada  $s$  füzenin karakteristik alanını ve  $d$  füzenin karakteristik uzunluğunu belirtir.  $C_L$ ,  $C_D$  ve  $C_M$  boyutsuz katsayılardır. Bu katsayılar uçuş ile ilgili parametrelerin doğrusal olmayan fonksiyonlarıdır. Aerodinamik kuvvetlerle ilgili boyutsuz katsayılar (3.83)'teki gibi de ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} C_L &= -C_Z \cos \alpha \\ C_D &= C_{D_0} - C_Z \sin \alpha \end{aligned} \quad (3.83)$$

$C_{D_0}$  hücum açısının sıfıra eşit olduğu durumdaki sürüklenme katsayısıdır.  $C_Z$  ise gövde eksen takımının  $z$  bileşeni yönünde oluşan aerodinamik kuvvete ait katsayıdır.  $C_M$  ise yunuslama eksenindeki aerodinamik moment katsayısıdır.  $C_Z$  ve  $C_M$  katsayılarının 6096 metre irtifadaki değerleri (3.84) aşağıdaki gibi hesaplanır [47].

$$\begin{aligned} C_Z &= a_n \alpha^3 + b_n \alpha |\alpha| + c_n \left( 2 - \frac{M}{3} \right) \alpha + d_n \delta_e \\ C_M &= a_m \alpha^3 + b_m \alpha |\alpha| + c_m \left( -7 + \frac{8M}{3} \right) \alpha + d_n \delta_e + e_m q \end{aligned} \quad (3.84)$$

(3.84)'te bulunan katsayılar Çizelge 3.2'de verilmiştir.  $\delta_e$  yatay dümen açısını temsil etmektedir.

**Çizelge 3.2 :** Aerodinamik katsayı fonksiyonlarının çarpanları.

| Çarpan | Değer                   | Birim                |
|--------|-------------------------|----------------------|
| $a_n$  | $1.03 \times 10^{-3}$   | Derece <sup>-3</sup> |
| $b_n$  | $-9.45 \times 10^{-3}$  | Derece <sup>-2</sup> |
| $c_n$  | $-1.696 \times 10^{-1}$ | Derece <sup>-1</sup> |

|       |                        |                        |
|-------|------------------------|------------------------|
| $d_n$ | -0.034                 | Derece <sup>-1</sup>   |
| $a_m$ | $0.215 \times 10^{-3}$ | Derece <sup>-3</sup>   |
| $b_m$ | $-1.95 \times 10^{-2}$ | Derece <sup>-2</sup>   |
| $c_m$ | $5.1 \times 10^{-2}$   | Derece <sup>-1</sup>   |
| $d_m$ | $2.06 \times 10^{-1}$  | Derece <sup>-1</sup>   |
| $e_m$ | -1.723                 | s×Derece <sup>-1</sup> |

Bu bilgiler eşliğinde lineer olmayan durum denklemi (3.85)'teki formda oluşturulabilir.

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)u \quad (3.85)$$

Düşey düzlemde füze durum değişkenleri (3.86)'daki gibi verilmiştir.

$$x = [M \quad \alpha \quad \gamma \quad q]^T \quad (3.86)$$

Bu durum değişkenleri sırası ile Mach sayısı, hücum açısı, uçuş yolu açısı ve yunuslama açısal hızını temsil etmektedirler. (3.81)-(3.84) kullanılarak bu durum değişkenlerinin türevleri (3.87)'deki gibi verilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{M} &= \frac{QS}{mc} (C_{D_0} - C_z(\alpha, M, \delta) \sin \alpha) - \frac{g}{c} \sin \gamma \\ \dot{\alpha} &= \frac{QS}{mV_m} C_z(\alpha, M, \delta) \cos \alpha - \frac{g}{V_m} \cos \gamma + q \\ \dot{\gamma} &= \frac{QS}{mV_m} C_z(\alpha, M, \delta) \cos \alpha - \frac{g}{V_m} \cos \gamma \\ \dot{q} &= \frac{QSd}{J_{22}} C_m(\alpha, M, \delta) \end{aligned} \quad (3.87)$$

Bu durum denklemleri füze simülasyonunda kullanılacaktır. Otopilot tasarımı için bu durum denklemlerinin basitleştirilmesi ve uyarlanması işlemleri ilerleyen bölümlerde işlenecektir.

Füzenin kontrol sistemi ise ikinci dereceden bir transfer fonksiyonu ile temsil edilmektedir. Füze kontrol sisteminin transfer fonksiyonu (3.88)'de verilmiştir [51].

$$\delta_e = \frac{\omega_a^2}{s^2 + 2\zeta_a \omega_a s + \omega_a^2} \delta_{e,c} \quad (3.88)$$

Burada  $\delta_{e,c}$  yatay dümen açısı komutunu temsil etmektedir. Bu komut otopilot tarafından oluşturulmakta ve kontrol sistemine beslenmektedir.

Bu şekilde Reichert füzesine ait dinamik model oluşturulmuş olur. Füzenin dinamik denklemleri kullanılarak otopilot giriş ve çıkış sinyallerinin oluşturulması otopilot tasarımı bölümünde ele alınacaktır.

### 3.1.4.2 HAVE DASH II füzesi modeli

HAVE DASH II füzesi 90'lı yılların başında Amerikan Hava Kuvvetleri'nin yüksek performanslı, uzun menzilli ve RADAR ile tespit edilmesi zor havadan havaya taktik füze ihtiyacını gidermek üzere geliştirme faaliyetleri yürütülen bir prototip füzedir [48]. Bu füze sisteminin test prototipleri katı yakıtlı roket motorlarına sahiptir ancak nihai sistemin ramjet motoru ile tahrik edilmesi planlanmıştır. HAVE DASH II füzesi yatarak dönen tipte bir füzedir [52]. HAVE DASH II füzesinin dinamik modeli yatarak dönen füzelerin güdümü [53] ve kontrolü [7],[54],[55],[56] ile ilgili birçok çalışmada kullanılmıştır. Füze dinamik modeli 6 serbestlik dereceli olup füzeye ve çevre şartlarına ait parametreler Çizelge 3.3'te verilmiştir.

**Çizelge 3.3 : HAVE DASH II füzesi ve fiziksel parametreleri.**

| parametre | Açıklama                    | Değer  | Birim           |
|-----------|-----------------------------|--------|-----------------|
| $g$       | Yerçekimi ivmesi            | 9.81   | $m / s^2$       |
| $\rho$    | Hava yoğunluğu              | 0.2641 | $kg / m^3$      |
| $S$       | Karakteristik alan          | 0.0597 | $m^2$           |
| $d$       | Karakteristik uzunluk       | 0.1909 | $m$             |
| $m$       | Füze kütlesi                | 144.33 | $kg$            |
| $J_{11}$  | x eksenli atalet momenti    | 1.6152 | $kg \times m^2$ |
| $J_{22}$  | Atalet momenti              | 136.27 | $kg \times m^2$ |
| $J_{33}$  | Atalet momenti              | 136.35 | $kg \times m^2$ |
| $c$       | Ses hızı                    | 295.01 | $m / s$         |
| $\zeta_a$ | Kontrolcü sönümlleme sabiti | 0.7    | —               |

|            |                          |     |           |
|------------|--------------------------|-----|-----------|
| $\omega_a$ | Kontrolcü doğal frekansı | 220 | $rad / s$ |
|------------|--------------------------|-----|-----------|

Füzeye etkiyen aerodinamik kuvvet ve momentler (3.89)'da verilmiştir.

$$\vec{F}_a^b = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5\rho S V_m^2 C_x \\ 0.5\rho S V_m^2 C_y \\ 0.5\rho S V_m^2 C_z \end{pmatrix}, \quad \vec{M}_a^b = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5\rho S d V_m^2 C_l \\ 0.5\rho S d V_m^2 C_m \\ 0.5\rho S d V_m^2 C_n \end{pmatrix} \quad (3.89)$$

Aerodinamik kuvvet katsayıları (3.90)'daki gibi tanımlanmıştır.

$$C_F = \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} = C_{F0} + C_{F\delta}\delta, \quad C_F = \begin{pmatrix} C_l \\ C_m \\ C_n \end{pmatrix} = C_{M0} + C_{M\delta}\delta \quad (3.90)$$

(3.90)'ın bileşenleri (3.91) ve (3.92)'de verilmiştir.

$$C_{F0} = \begin{pmatrix} C_{x0} \\ C_{y0} \\ C_{z0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.57 + 0.4754\alpha \\ -12.03\beta \\ C_{z0}(\alpha, M_m) \end{pmatrix}, \quad C_{F\delta} = \begin{pmatrix} 0.004 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.08 \\ -0.09 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.91)$$

$$C_{M0} = \begin{pmatrix} C_{l0} \\ C_{m0} \\ C_{n0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.64\beta \\ C_{m0}(\alpha, M_m) \\ 4.58\beta \end{pmatrix}, \quad C_{M\delta} = \begin{pmatrix} 0 & -0.127 & 0 \\ -0.675 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.584 \end{pmatrix} \quad (3.92)$$

$C_{z0}$  ve  $C_{m0}$  aerodinamik katsayıları uçuş parametrelerinin lineer olmayan fonksiyonlarıdır ve (3.93) ile (3.94)'te verilmişlerdir.

$$\begin{aligned} C_{z0}(\alpha, M_m) &= C_{z1}(\alpha) + M_m C_{z2}(\alpha) \\ C_{z1}(\alpha) &= -281.8\alpha^3 + 41.00|\alpha|\alpha - 28.93\alpha + 0.0429 \\ C_{z2}(\alpha) &= 112.7\alpha^3 - 45.27|\alpha|\alpha + 7.044\alpha - 0.0191 \end{aligned} \quad (3.93)$$

$$\begin{aligned} C_{m0}(\alpha, M_m) &= C_{m1}(\alpha) + M_m C_{m2}(\alpha) \\ C_{m1}(\alpha) &= -1033\alpha^3 + 699.0|\alpha|\alpha - 157.0\alpha - 0.0381 \\ C_{m2}(\alpha) &= 263.0\alpha^3 - 204.3|\alpha|\alpha + 49.91\alpha - 0.4041 \end{aligned} \quad (3.94)$$

Bu bilgiler eşliğinde HAVE DASH II füzesi dinamiği (3.95)'teki formda temsil edilebilir.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (3.95)$$

Burada durum değişkenleri vektörü (3.96)'daki gibi tanımlanmıştır.

$$x = [\alpha \quad \beta \quad p \quad q \quad r \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (3.96)$$

Durum değişkenlerinin türevleri (3.97)-(3.104)'te verildiği gibidir.

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} = & q - (p \cos \alpha + r \sin \alpha) \tan \beta \\ & + \frac{\{-\sin \alpha (F_x + g_x) + \cos \alpha (F_z + g_z)\}}{mV_m \cos \beta} \end{aligned} \quad (3.97)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = & p \sin \alpha - r \cos \alpha \\ & + \frac{\{-\cos \alpha \sin \beta (F_x + g_x) + \cos \beta (F_z + g_z)\}}{mV_m} \\ & - \sin \alpha \sin \beta (F_z + g_z) \end{aligned} \quad (3.98)$$

$$\dot{p} = -\frac{J_{33} - J_{22}}{J_{11}} qr + M_x / J_{11} \quad (3.99)$$

$$\dot{q} = -\frac{J_{11} - J_{33}}{J_{22}} pr + M_y / J_{22} \quad (3.100)$$

$$\dot{r} = -\frac{J_{22} - J_{11}}{J_{33}} pq + M_z / J_{33} \quad (3.101)$$

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \quad (3.102)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (3.103)$$

$$\dot{\psi} = q \sin \psi \sec \theta + r \cos \psi \sec \theta \quad (3.104)$$

(3.90)'da verilen  $\delta$  füzenin dümen açılarını belirtir. Yatarak dönen bu füzedeki her üç ekseninde yönelim kontrolü kuyruk kontrol yüzeyleri grubuyla yapılır.  $\delta$  (3.105)'teki gibi tanımlanmıştır.

$$\delta = \begin{pmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

Burada  $\delta_e$ ,  $\delta_a$  ve  $\delta_r$  yatay, yuvarlanma ve dikey dümen açılarını belirtmektedir. X konfigürasyonundaki kontrol yüzeyi açıları ile dümen açılarının arasındaki ilişki (3.106)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\delta_e &= \frac{1}{4}(\delta_1 - \delta_2 - \delta_3 + \delta_4) \\
\delta_a &= -\frac{1}{4}(\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4) \\
\delta_r &= \frac{1}{4}(\delta_1 + \delta_2 - \delta_3 - \delta_4)
\end{aligned} \tag{3.106}$$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3$  ve  $\delta_4$  kontrol yüzeyi açılarını temsil etmektedir. Kontrol yüzeyi tahrik sistemi ise 2. Mertebeden transfer fonksiyonu ile temsil edilmektedir. Kontrol yüzeyi tahrik sistemi transfer fonksiyonu (3.107)'de verilmiştir.

$$\delta_i = \frac{\omega_a^2}{s^2 + 2\zeta_a \omega_a s + \omega_a^2} \delta_{i,c}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \tag{3.107}$$

Burada  $\delta_{i,c}$  kontrol yüzeyi açısı komutunu temsil etmektedir.

#### 4. FÜZE KONTROLÜ

Bu bölümde kayma kipli kontrol yönteminin füze kontrolü problemine uygulanışı ele alınmıştır. Bölüm içinde öncelikle kayma kipli kontrol yöntemi hakkında bilgi verilecek ve bu yöntemin detayları incelenecektir. Bunun ardından değişik füze manevra mantıkları tanıtılacak ve manevra mantığına göre otopilot tasarımları ele alınacaktır. Takip eden bölümde ise füze sisteminin minimum olmayan fazlı yapısı araştırılacak ve kayma kipli kontrol yönteminin minimum olmayan fazlı füze sistemine uygulanışını mümkün kılan ve bu çalışmanın öne sürdüğü fikirlerden biri olan çıkışı yeniden tanımlama yöntemi burada tanıtılacaktır. Kontrol sisteminin genel hatları ile anlatılışı bittikten sonra önceki bölümlerde tanımlanan füze modellerine farklı tipte ve mertebelerde kayma kipli kontrol algoritmalarının uygulanışı gerçekleştirilecek ve kayma kipli kontrol uygulamalarında genel bir sorun olan yüksek frekanslı salınımın çözümü ile ilgili değişik yaklaşımlar ele alınacaktır.

##### 4.1 Füze Kontrol Problemi

Taktik füze sisteminin güdüm ve kontrol döngüsünün nihai amacı füzeyi hedefe taşımaktır [27]. Birbirini takip eden uçuş aşamalarında bu nihai amaç için uygulanması gereken stratejiler birbirinden farklı olabilir. Örneğin ateşleme ve hızlanma aşamasında güdüm ve kontrol döngüsünün amacı belirli bir yörüngeyi izlemek iken bitiş aşamasında hedefe en yakın noktaya ulaşmak için gerekli görülen ivme profillerini takip etmek olabilir [44], [57]. Bütün bu uçuş aşamalarında füze kontrol sisteminin görevi güdüm sistemi tarafından oluşturulan komutlara uygun denetim çıkışlarını oluşturmaktır. Bu çalışmada ele alınan problemler füze uçuş senaryosunun son kısmını içermektedir. Bu aşamada güdüm sistemi, hemen hemen bütün füze sistemlerinde olduğu gibi, hedefe yaklaşmak için gerekli ivme komutlarını hesaplar ve bunları kontrol sistemine iletir [27], [44]. Füze kontrol sisteminin görevi füzenin bu ivme komutlarını takip etmesini sağlamaktır.

Taktik füzelerde uçuşun son aşamasındaki ivme kontrolü ile kastedilen uçuş doğrultusuna dik yöndeki ivme bileşenleridir. Bu ivme bileşeni aynı zamanda

doğrusal olmayan bir yörünge izleyen cisme etkiyen merkezci ivmeye karşılık gelmektedir ve füzenin rotasını değiştirme hızını temsil etmektedir.

$$\vec{a}_{CG}^b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Füze ağırlık merkezinde tanımlı ivme vektörü (4.1)'de verilmiştir. (3.42)'de kullanılarak (4.2)'deki bağıntı elde edilir.

$$\vec{a}_{CG}^b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \frac{\vec{F}}{m} = \begin{pmatrix} F_x/m \\ F_y/m \\ F_z/m \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$\vec{F}$  dış kaynaklı bütün kuvvetlerdir. (4.2)'de gövde ekseninde verilen ivme vektöründen füze uçuş doğrultusuna dik bileşenleri elde etmek için gövde eksen takımından stabilite eksen takımına dönüşüm yapmak gerekmektedir. Bu dönüşüm (4.3)'teki gibi verilmiştir.

$$\vec{a}_{CG}^s = \begin{pmatrix} a_a \\ a_l \\ a_n \end{pmatrix} = T_{s/e} \vec{a}_{CG}^e \quad (4.3)$$

Burada  $\vec{a}_{CG}^s$  stabilite eksen takımında ivme vektörü olup  $a_a, a_l$  ve  $a_n$  sırasıyla stabilite ekseninde tanımlı boyuna, yatay ve dikey ivme bileşenlerini temsil etmektedir.  $T_{s/e}$  (4.4)'te verilmiştir.

$$T_{s/e} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

(4.3) ve (4.4) kullanılarak (4.2) tekrar düzenlenirse (4.5) elde edilebilir.

$$\vec{a}_{CG}^s = \begin{pmatrix} a_a \\ a_l \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\cos \alpha \cos \beta F_x + \sin \beta F_y + \sin \alpha \cos \beta F_z)/m \\ (-\cos \alpha \sin \beta F_x + \cos \beta F_y - \sin \alpha \sin \beta F_z)/m \\ -(-\sin \alpha F_x + \cos \alpha F_z)/m \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Daha önce anlatıldığı üzere bu ivme değerlerinden yalnızca ikisi,  $a_l$  ve  $a_n$  genel anlamda füze kontrolü probleminde kullanılan sinyallerdendir. Bu çalışmada da

otopilot tasarımları modelin serbestlik derecesine göre bu sinyallerin yalnızca birini veya her ikisini kullanacaktır.

#### 4.2 Sistemlerin Bağlı Derecesi

Gerek kayma kipli kontrol yöntemi gerekse geri besleme doğrusallaştırması ile kontrol yöntemi için ele alınan sistemin bağlı derecesi önemli rol oynamaktadır. Bunun yanında çıkışı yeniden tanımlama yöntemi de temelde sistemin bağlı derecesini düzenleme problemidir. Bu sebeple ilk olarak bağlı derece kavramının anlatılması uygundur. Bağlı derece kavramının anlatılmasında temel olarak [58]'den yararlanılmıştır. Çok girişli lineer olmayan bir sistem (4.6)'daki gibi verilmiş olsun.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{4.6}$$

Sistem girişleri ve çıkışlarını temsil eden vektörler (4.7)'deki gibi verilmiştir.

$$\begin{aligned}u &= [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_m] \\ y &= [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_m]\end{aligned}\tag{4.7}$$

Yine sistemi tanımlayan fonksiyonlar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}g(x) &= [g_1(x) \quad g_2(x) \quad \dots \quad g_m(x)] \\ h(x) &= [h_1(x) \quad h_2(x) \quad \dots \quad h_m(x)]^T\end{aligned}\tag{4.8}$$

Giriş ve çıkış vektörlerinin aynı boyutta alınması anlatımı kolaylaştıracaktır. Bunun yanında bu çalışmadaki söz konusu sistemler için de giriş ve çıkış vektörlerinin boyutları eşittir. Nominal sistem durumu  $x = x_0$  için bağlı derece vektörü (4.9)'daki gibi tanımlanır.

$$r = [r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_m]\tag{4.9}$$

Ve her  $1 \leq j \leq m$ ,  $k < r_i - 1$  ve  $1 \leq i \leq m$  için (4.10) ve (4.11)'deki şartları sağlar [58], [59].

$$L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0\tag{4.10}$$

$$\Delta A \neq 0, \quad A(x) = \begin{bmatrix} L_{g1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{gm} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \cdots & L_{gm} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ L_{g1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{gm} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Burada verilen  $L$  sembolü Lie türevini temsil etmektedir. Bu türevler (4.12)'deki gibi tanımlıdır [59].

$$\begin{aligned} L_f h_i(x) &= \frac{\partial h_i(x)}{\partial x} f(x) \\ L_f^k h_i(x) &= \frac{\partial (L_f^{k-1} h_i(x))}{\partial x} f(x) \\ L_{g_j} L_f^k h_i(x) &= \frac{\partial (L_f^k h_i(x))}{\partial x} g_j(x) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Bağıl derece sistemin çıkışlarının sistem girişlerine kaçınıcı dereceden bağlı olduklarını belirtir. Örneğin sistemin bir çıkışının bir girişine göre bağıl derecesinin 3 olması, bu girişin bahis konusu çıkışının en azından 3. Türevinde gözlemlendiğini göstermektedir. Çıkışının daha küçük mertebeli türevlerinde bu giriş doğrudan bulunmayacaktır. Bunun yanında daha yüksek mertebeli türevlerinde çıkışının kendisi veya türevleri bulunabilir. Bağıl derece kavramı sistemin normal formunun elde edilmesi, iç dinamiklerin incelenmesi gibi konularda kullanılan önemli bir kavramdır. Bunun yanında kayma kipli kontrol, geri besleme doğrusallaştırması ve genel olarak çıkış geri beslemesi yöntemlerinde incelenmesi zorunludur. Lineer olmayan veya sistem denklemleri belirsiz olan sistemler için bağıl derece tayini ve buna bağlı normal form eldesi oldukça zor olabilmektedir. Hava ve su içinde hareket eden araçlar için ise kontrol yüzeyi kaynaklı moment ve kuvvet etkileri değişik önem derecelerinde ve bağıl derecelerde oluştukları için bu sistemlerde bağıl derece tayini zorlaşmakta ve otopilot tasarımı bazı basitleştirmeler üzerine yapılmaktadır. Çalışmada bulunan çıkışı yeniden tanımlama yöntemi özellikle bu konu ile ilgilidir.

### 4.3 Kayma Kipli Kontrol

Değişken yapıli sistemler birbirinden farklı alt sistemlerden oluşan bir sistem seti ve bu alt sistemler arasında geçişi düzenleyen uygun bir geçiş veya karar verme fonksiyonu ile temsil edilirler [60]. Bu karar verme fonksiyonu sistem durumlarına

bağlı olarak sistemi temsil eden alt sistemi belirler. Sistem durumlarına göre sistem yapısını temsil eden alt sistemin değiştiği dolayısıyla süreksiz bir yapıya sahip olan diferansiyel denklemlerle ifade edilen sistemlerle ilgili öncü çalışmalar Filippov tarafından [61]'te irdelenmiştir ve bu tip sistemlerin çözümü literatürde “Filippov çözümü” olarak adlandırılır. Bu çözüm [62]'te takip eden kısımdaki gibi verilmiştir. Bir sistem (4.13)'teki gibi verilmiş olsun.

$$\dot{x} = f(x, u, d) \quad (4.13)$$

Burada  $x \in \mathbb{R}^n$  sistemin durum vektörünü,  $u \in \mathbb{R}^m$  sistemin giriş vektörünü ve  $d \in \mathbb{R}^q$  sistem üzerindeki bozuntu vektörünü temsil etmektedir.  $f(\cdot)$  fonksiyonunun durum vektörü  $x$ 'e göre en az bir kez türevlenebilir olduğunu ve zamana göre süreli olduğu kabulü yapılmıştır. Durum uzayında belirlenen kayma yüzeyi (4.14)'teki gibi belirlenebilir.

$$S = \{x : \sigma(x) = 0\} \quad (4.14)$$

Burada  $\sigma(x)$  durum değişkenlerine bağlı tanımlanan kayma kipi değişkenidir ve (4.15)'teki gibi tanımlanır.

$$\sigma(x) = \sum_{i=1}^n k_i x_i \quad (4.15)$$

Sistem kayma kipine kayma kipi değişkeninin (4.16)'yı sağlaması ile ulaşır.

$$\sigma(x(t)) = 0 \quad (4.16)$$

(4.13)'te verilen sistemin girişleri durumlara bağlı olarak belirleniyorsa bu geri beslemeli sistem (4.17)'deki gibi temsil edilebilir.

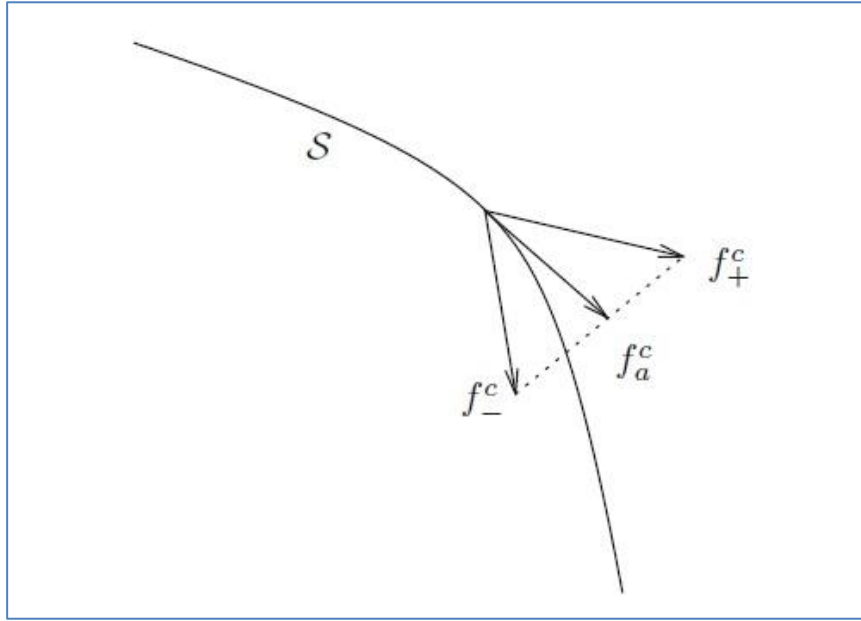
$$\dot{x} = f^c(x) \quad (4.17)$$

Giriş fonksiyonu  $u(x)$  in süreksiz oluşu ise sistem denklemini süreksiz hale getirir. Sistemin tek girişinin olduğunu kabul edelim. Kayma kipi değişkeni durum uzayında tanımlı durum vektörünü bir skalere eşlemektedir. Giriş fonksiyonunun süreksizlik noktası  $x_0 \in S$  durumu olsun. Bu durumda (4.17) sistemi süreksiz bir sınır olan  $S$  yüzeyinde komşu iki alt sistemden oluşacaktır. Bu alt sistemlerin süreksizlik

yüzeyinin civarındaki temsilleri  $f_-^c(x_0)$  ve  $f_+^c(x_0)$  olmak üzere sistemin Filippov yaklaşımı [61] ile çözümü (4.18)'de verilmiştir.

$$\dot{x}(t) = f_a^c(x) = (1-\alpha) f_-^c(x) + \alpha f_+^c(x), \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4.18)$$

(4.18) sistemin durum uzayındaki hızını temsil eder.  $\alpha$  iki farklı alt sistemi yani hızın hangi oranlarda etkili olacağını belirlemektedir. Bu durum Şekil 4.1'de gösterilmiştir.



**Şekil 4.1 :** Değişken yapıli sistem denkleminin Filippov çözümü, [62]'den uyarlanmıştır.

Filippov çözümü kısaca sistemin kendini temsil eden alt sistemlerin zamana göre ağırlıklandırılmış ortalamaları olduğunu belirtir.

#### 4.3.1 Birinci mertebe kayma kipli kontrol

Bu bölümde birinci mertebe kayma kipli kontrol kavramı kısaca özetlenecek ve kontrol bileşenlerinin tarifi yapılacaktır [63]. Birinci mertebeden kayma kipli kontrol ile sistemin durum uzayında istenilen kayma yüzeyi üzerine oturması ve bu yüzey üzerinde hareketine devam etmesi amaçlanır. Kayma yüzeyi (4.15)'teki gibi sistemin durumlarına bağlı fonksiyonlar olarak tanımlanabilir. Sistem çıkışına bağlı olarak kayma yüzeyi tanımı yapılması da mümkündür [59], [64]. Bu tanımlama (4.19)'da verilmiştir.

$$\sigma(t) = \sum_{i=0}^{\rho-1} k_i y(t)^{(i)} \quad (4.19)$$

Burada  $\rho$  sistemin bağıl derecesini temsil etmektedir. Daha genel olarak stabilizasyon yerine komut takibi istenen problemler için kayma yüzeyi çıkış hatası üzerinden de tanımlanabilir. Bu tanımlama (4.20)'de verilmiştir.

$$\sigma(t) = \sum_{i=0}^{\rho-1} k_i e(t)^{(i)}, \quad e(t) = y(t) - y(t)_c \quad (4.20)$$

$\rho$  sistemin bağıl derecesini tanımlamaktadır. Burada önemli bir nokta sistemin bağıl derecesi ile sistemin durum vektörü elemanlarının sayısı arasındaki ilişkidir. Eğer sistemin durum değişkeni sayısı ile bağıl derecesi eşit ise sistem uygun durum vektörü dönüşümü ile sistem çıkışı ve bu çıkışın türevleri ile de ifade edilebileceğinden (4.20)'de verilen eşitlik (4.15)'te verilen eşitlik ile özdeş olmaktadır. Eğer sistemin bağıl derecesi durum sayısından az ise (4.20) bağıntısını kullanabilmek için sistemin bazı şartları beraberinde sağlaması gerekmektedir [59]. Bu durum, sistem çıkışı ve türevlerini içerecek şekilde durum dönüşümü yapılarak elde edilen normal form incelenerek anlaşılabilir.  $\mu$  vektörü (4.21)'deki gibi tanımlansın.

$$\mu = [\mu_1 \quad \mu_2 \quad \dots \quad \mu_r]^T = [y \quad \dot{y} \quad \dots \quad y^{(r-1)}]^T \quad (4.21)$$

Bu vektörün türevi (4.22)'de verilmiştir.

$$\dot{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_2 \\ \dots \\ \mu_r \\ B(\mu, \psi) + A(\mu, \psi)u \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Görüldüğü üzere türev vektörünün son elemanı sistem girişini doğrudan içermektedir. Sistemin  $n$  adet durumu ve  $\dot{\mu}$  vektörünün  $r$  adet bileşeni olduğuna göre  $r < n$  durumu için sistemi temsil eden başka durum vektörleri de bulunmalıdır. Bunlar  $\dot{\mu}$  vektöründe de görülmekte olan  $\psi$  vektörü ile temsil edilmektedirler. Bu artık durumların türevlerini içeren fonksiyon (4.23)'teki gibi tanımlanmıştır.

$$\dot{\psi} = w(\mu, \psi) \quad (4.23)$$

Yeni sistemin durum vektörü  $\mu$  ve  $\psi$  vektörlerinden oluşmaktadır ve (4.24)'te verilmiştir.

$$\Phi = [\mu_1 \quad \cdots \quad \mu_r \quad \psi_1 \quad \cdots \quad \psi_{n-r}] \quad (4.24)$$

(4.19) ve (4.20)'de verilen kayma yüzeylerine ulaşıldığını ve sistemin bu kayma yüzeyi üzerinde hareketine devam ettiğini düşünelim. Bu durumda (4.25)'te verilen şart sağlanmaktadır.

$$\sigma(t) = \dot{\sigma}(t) = 0 \quad (4.25)$$

Bu durum (4.19) ve (4.20)'de tanımlandığı üzere sistem çıkışı veya hatası ve bu bileşenlerin bağıl dereceye kadar olan türevlerinin de aynı eşitliği sağlamasını gerektirir. Bu durum (4.26)'da tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} \sigma(t) = \dot{\sigma}(t) = 0 &\Rightarrow \sum_{i=0}^{\rho} k_i y(t)^{(i)} = 0 \\ \sum_{i=0}^{\rho} k_i y(t)^{(i)} = 0 &\Rightarrow y(t)^{(i)} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \rho \end{aligned} \quad (4.26)$$

Bu durumda (4.22)'de verilen vektörün de (4.27)'deki eşitliği sağladığı çıkartılmış olur.

$$\dot{\mu} = [\dot{\mu}_1 \quad \dot{\mu}_2 \quad \dots \quad \dot{\mu}_r]^T = [\dot{y} \quad \ddot{y} \quad \dots \quad y^{(r)}]^T = 0 \quad (4.27)$$

Bu durum çıkış kararlılığını temsil etmektedir. Bunun yanında artık durum vektörü ise (4.23)'ün de yardımı ile (4.28)'deki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} \mu(t) = \dot{\mu}(t) = 0 &\Rightarrow \\ \dot{\psi} = w(\mu, \psi) &= w(0, \psi) \end{aligned} \quad (4.28)$$

Görüldüğü üzere sistemin gözlemlenmeyen dinamikleri, literatürdeki ismi ile iç dinamikleri sistem çıkışını etkilememekle birlikte sistem çıkışının ve türevlerinin kayma yüzeyi üzerinde sınırlandırılması durumunda kararlı veya kararsız dinamiğe sahip olabilirler. Diğer bir deyişle (4.28)'de verilen iç dinamiklerin kararsızlığı çıkış kararlılığı sağlanması durumunda dahi mümkündür.

Minimum olmayan fazlı sistemler iç dinamik kararsızlığına önemli bir örnektir. Kuyruktan kontrollü hava ve deniz araçlarının büyük kısmı, eğer sistem girişi dümen açısı ve çıkışı normal pozisyon veya türevleri (normal hız veya ivme) olarak

belirlenirse minimum olmayan fazlıdır ve dolayısı ile iç dinamikleri kararsızdır. Kararsız iç dinamikler yukarıda anlatılan sebeplerden ötürü kayma kipli kontrol yönteminin doğrudan uygulanmasına engel teşkil eder. Bu çalışmada bu sorun çıkışın yeniden tanımlanması ile aşılmış olduğu için sistemin derecesi ile durum sayısı eşit hale getirilmiştir. Bu yöntemin detayları ilgili bölümde anlatıldığı için bu bölümde sistemin iç dinamiğinin bulunmadığı, diğer bir deyişle  $n = \rho$  eşitliğinin sağlandığı kabulü ile kayma kipli kontrol yönteminin anlatımına devam edilmiştir.

#### 4.3.1.1 Eşdeğer kontrol

Sistem dinamiğinin tam olarak bilinmesi durumunda sistemin kayma yüzeyi üzerinde kalmasını sağlayacak sistem girişi hesaplanabilir. Sistem çıkışının bağıl derece kadar türevlenmiş hali (4.29)'daki gibi verilmiş olsun.

$$y^{(\rho)} = f + gu \quad (4.29)$$

(4.20)'deki gibi tanımlanan kayma yüzeyi mevcut ise ve sistemin kayma yüzeyi üzerinde hareket etmesi isteniyorsa (4.25)'te verilen şartın sağlanması gerekmektedir. Bu şart tekrar (4.30)'daki gibi düzenlenebilir.

$$\dot{\sigma} = \sum_{i=1}^{\rho} k_i e^{(i)} = \Theta + f + gu = 0, \quad \Theta = \Theta(y_c^{(\rho)}, e, \dots, e^{(\rho-1)}) \quad (4.30)$$

Bu ifadeden eşdeğer kontrol (4.31)'deki gibi hesaplanır.

$$u = u_{eq} = -\frac{\Theta + f}{g} \quad (4.31)$$

Bu ifade (4.32)'deki gibi açılabilir.

$$u = u_{eq} = -\frac{1}{g} \left( k_1 \dot{e} + k_2 \ddot{e} + \dots + k_{(\rho-1)} e^{(\rho-1)} + f - y_c^{(\rho)} \right) \quad (4.32)$$

Görüldüğü üzere sistemin dinamikleri doğru bilindiği sürece bu kontrol bileşeni sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutacaktır. Öte yandan sistemin üzerinde belirsizlikler bulunması veya harici etkiler oluşması durumunda (4.32) kullanılarak elde edilen kontrol bileşeni sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutmakta yetersiz kalabilecektir. Bu sebeple kontrol dayanıklılığı sağlamak üzere süresiz kontrol bileşenine ihtiyaç duyulmaktadır.

#### 4.3.1.2 Süreksiz kontrol

Kayma kipli kontrol yönteminin ana bileşeni süreksiz kontroldür. Bu kontrol bileşeni sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutarken belli sınırlar dahilinde olması durumunda eşlenmiş harici etkilere ve sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık sağlar. Eşlenmemiş etkilere karşı dayanıklılık belli şartlar altında mümkündür. Bu durumu açıklamak için (4.29)'da verilen bağıntıyı kullanalım. Bu bağıntıda ek olarak sistem üzerinde bozucu faktör olarak  $\xi$  faktörü tanımlanmış olsun (4.33).

$$y^{(\rho)} = f + \xi + gu \quad (4.33)$$

Kayma değişkeninin türevi (4.34)'teki şekilde yeniden düzenlenebilir.

$$\dot{\sigma} = \sum_{i=1}^{\rho} k_i e^{(i)} = \Theta + f + \xi + gu = 0, \quad \Theta = \Theta(y_c^{(\rho)}, e, \dots, e^{(\rho-1)}) \quad (4.34)$$

Sistemin kararlılığı Lyapunov analizi ile incelenebilir [60], [63], [65]. Kayma değişkenine bağlı tanımlanan bir Lyapunov fonksiyonu bu analiz için uygundur. Lyapunov fonksiyonu (4.35)'teki gibi tanımlanır [63].

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (4.35)$$

Burada  $V$  Lyapunov fonksiyonudur. En azından asimptotik olan kararlılığı sağlamak için Lyapunov fonksiyonu (4.36) ve (4.37)'de verilen şartları sağlamalıdır.

$$\sigma \neq 0 \Rightarrow \dot{V} < 0 \quad (4.36)$$

$$\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty \quad (4.37)$$

Asimptotik kararlılık yerine sonlu zaman kararlılığı istenmesi durumunda (4.36) (4.38)'deki şekilde düzenlenebilir.

$$\dot{V} < \alpha V^{1/2}, \quad \alpha > 0 \quad (4.38)$$

(4.35) kullanılarak Lyapunov fonksiyonunun türevi (4.39)'daki gibi hesaplanır.

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} = \sigma(\Theta + f + \xi + gu) \quad (4.39)$$

Daha önce hesaplanan eşlenik kontrol bileşenini (4.31) bu eşitlik içinde kullanabiliriz. Bu durumda (4.40) elde edilir.

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} = \sigma \left( \Theta + f + \xi + g(u_{eq} + u_{dis}) \right) = \sigma (\xi + gu_{dis}) \quad (4.40)$$

Sisteme giren harici bozucu etmen  $\xi$  (4.41)'deki şekilde sınırlandırılmış olsun.

$$|\xi| < \xi_{\max}, \quad \xi_{\max} > 0 \quad (4.41)$$

Bu durumda (4.40) yeniden (4.42)'deki gibi düzenlenebilir.

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} = \sigma (\xi + gu_{dis}) \leq \sigma (\xi_{\max} + gu_{dis}) \leq |\sigma| \xi_{\max} + \sigma gu_{dis} \quad (4.42)$$

Sürekli kontrol bileşeni  $u_{dis}$  (4.43)'teki şekilde tanımlanır.

$$u_{dis} = -\lambda \text{sign}(\sigma) \quad (4.43)$$

$\text{sign}(\cdot)$  fonksiyonu işaret fonksiyonu olup (4.44)'te verilmiştir.

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (4.44)$$

Bu bilgiler ışığında (4.42) tekrar (4.45)'teki gibi düzenlenir.

$$\dot{V} \leq |\sigma| \xi_{\max} + \sigma gu_{dis} = |\sigma| \xi_{\max} - |\sigma| g \lambda \text{sign}(\sigma) \quad (4.45)$$

(4.38) kullanılarak (4.35) yeniden düzenlenirse (4.46) elde edilir.

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{1/2} = -\frac{\alpha}{\sqrt{2}} |\sigma| \quad (4.46)$$

(4.45) ve (4.46) birleştirilebilir. Bu durumda (4.47) elde edilir.

$$\dot{V} \leq -\frac{\alpha}{\sqrt{2}} |\sigma| = |\sigma| \xi_{\max} - |\sigma| g \lambda \text{sign}(\sigma) \quad (4.47)$$

Bu eşitsizliği sağlayacak kontrol kazancı  $\lambda$  (4.48)'deki şekilde bulunur.

$$\lambda = \frac{1}{g} \left( \xi_{\max} + \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \right) \quad (4.48)$$

(4.48)'de verilen kontrol kazancı minimum olup bu ve daha yüksek değerdeki bir kontrol kazancının sisteme istenen dayanıklılığı sağladığı gösterilmiştir. (4.48)'de

bulunan  $\xi_{\max}$  bileşeni kontrol dayanıklılığını sağlarken  $\alpha$  içeren terim ise sistemin kayma yüzeyine oturma zamanını belirlemektedir.

Bu bilgiler ışığında toplam kontrol eşdeğer ve süreksiz kontrol bileşenlerinin toplamı olarak hesaplanır.

$$u = u_{eq} + u_{dis} \quad (4.49)$$

#### 4.3.2 Yüksek mertebeli kayma kipli kontrol

Bu bölümde yüksek mertebeden kayma kipli kontrol yöntemlerinden bu çalışmada kullanılanlar gösterilecektir. Kullanılan yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yöntemleri ikinci ve üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol yöntemi ve üçüncü mertebeden süper burulma yöntemleridir.

Yüksek mertebeli kayma kipli kontrol algoritmaları birinci mertebeden farklı olarak kayma değişkeni (4.50)'deki gibi sınırlandırılmaktadır.

$$\sigma = \dot{\sigma} = \ddot{\sigma} = \dots = \sigma^{(\rho-1)} = 0 \quad (4.50)$$

Yüksek mertebeli kayma kipli kontrol algoritmalarının yüksek bağıl dereceli sistemler içinde sonlu zamanda kayma yüzeyine ulaşma sağladığı öne sürülmektedir [62]. Bunun yanında yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yöntemleri kayma değişkeninin türevlerinin hassas bir şekilde hesaplanmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bunun için yüksek mertebeli kayma kipli türevleyiciler geliştirilmiştir [66].

Bu bölümde yüksek mertebeli kayma kipli kontrolcülerin teorik incelemesi yapılmamıştır. Bunun yerine kullanılan kayma kipli kontrol yöntemleri tanıtılmış ve açıklamaları yapılmıştır.

##### 4.3.2.1 İkinci ve üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol

Bu yöntem [66]'da incelenmiştir. Bu yöntemin “sanki sürekli” olarak adlandırılması (4.50) eşitliği sağlanmadığı sürece kontrolün sürekli yapıda olması ve  $\rho > 1$  eşitsizliği sağlandığı sürece gürültü, gecikme ve diğer bozucu etmenler dolayısı ile (4.50) eşitliğinin asla sağlanamayacak olmasından ötürü kontrolün her zaman sürekli olmasından kaynaklanmaktadır. Bunun yanında kontrol fonksiyonunun süreksiz  $sign(\cdot)$  fonksiyonlarını içermesinden ötürü bu iddia süreklilikten ziyade kademeli süreksizlik olarak algılanmalıdır. Halihazırda sistemin bağıl derecesinin  $\rho > 1$  şartını

sağlaması durumunda birinci mertebeden kayma kipli kontrol yönteminde de süreksizlik çıkışın yüksek mertebeli türevlerine itilmiş olduğundan ötürü çıkış sürekli olacaktır. Bunun yanında sanki sürekli kontrol metodu ile elde edilen kontrol girişinin gerçekte süreksiz olması sebebi ile bu çalışmada değişken kazanç stratejisi izlenerek kontrol girişindeki süreksizlikler giderilmeye çalışılmıştır. Sanki sürekli kayma kipli kontrol yönteminde kontrol kuralı (4.51)'deki gibi tanımlanmıştır [62], [66].

$$\begin{aligned}
u_r &= -\alpha \Psi_{i,r} = -\alpha \frac{\varphi_{i,r}}{N_{i,r}} \\
\varphi_{0,r} &= \sigma, \quad N_{0,r} = |\sigma|, \quad \Psi_{0,r} = \frac{\varphi_{0,r}}{N_{0,r}} = \text{sign}(\sigma) \\
\varphi_{i,r} &= \sigma^{(i)} + \beta_i N_{i-1,r}^{(r-1)/(r-i+1)} \Psi_{i-1,r} \\
N_{i,r} &= |\sigma^{(i)}| + \beta_i N_{i-1,r}^{(r-1)/(r-i+1)}, \quad \Psi_{i,r} = \frac{\varphi_{i,r}}{N_{i,r}}
\end{aligned} \tag{4.51}$$

$r$  kontrolcünün mertebesini belirtmektedir. Bu mertebe sistemin bağıl derecesi olarak seçileceği gibi kontrolü sürekli hale getirmek amacı ile daha yüksek bir değer olarak atanabilir. Bu çalışmada da böyle bir yol takip edilmiştir.  $\beta$  kontrol kuralı parametreleridir ve tasarımcı tarafından değerlendirilmesi beklenmektedir. Bunun yanında [62]'te bu parametreler için bazı değerler öngörülmüştür.  $\alpha$  ise kontrol kazancıdır. Bu tanımlama dahilinde ikinci mertebe sanki sürekli kayma kipli kontrol kuralı (4.52)'deki gibi tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
u_2 &= -\alpha \Psi_{1,2} = -\alpha \frac{\varphi_{1,2}}{N_{1,2}} \\
&= -\alpha \left( \dot{\sigma} + |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \right) / \left( |\dot{\sigma}| + |\sigma|^{1/2} \right)
\end{aligned} \tag{4.52}$$

Üçüncü mertebe sanki sürekli kontrol kuralı ise (4.53)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}
u_3 &= -\alpha \Psi_{2,3} = -\alpha \frac{\varphi_{2,3}}{N_{2,3}} \\
&= -\alpha \frac{\ddot{\sigma} + 2 \left( |\dot{\sigma}| + |\sigma|^{2/3} \right)^{-1/2} \left( \dot{\sigma} + |\sigma|^{2/3} \text{sign}(\sigma) \right)}{\left| \ddot{\sigma} \right| + 2 \left( |\dot{\sigma}| + |\sigma|^{2/3} \right)^{1/2}}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Bu kontrol kurallarının parametre ayarlarının daha anlamlı ve kolay hale gelmesini sağlayacak bir yöntem [62]'te önerilmiştir. Bu yöntem özellikle yakınsama zamanının yüksek frekanslı titreşimleri arttırmadan kısaltılmasını sağlamak adına uygundur. Bu yöntemi tarif etmek için öncelikle kontrol kuralının ilk halini ele alalım. Yukarıda verilen kontrol kuralları (4.54)'teki şekilde ifade edilebilir.

$$u_r = -\alpha \Psi_{r-1,r} \left( \sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)} \right), \quad \lambda > 0 \quad (4.54)$$

Önerilen yöntem bu kontrol kuralını aşağıdaki şekilde düzenlemektir.

$$u_r = -\alpha \lambda^r \Psi_{r-1,r} \left( \sigma, \dot{\sigma}/\lambda, \dots, \sigma^{(r-1)}/\lambda^{r-1} \right), \quad \lambda > 0 \quad (4.55)$$

Bu yöntemin yakınsama zamanını kabaca  $\lambda$  oranında azaltacağı öne sürülmüştür. Bu durumda  $\alpha$ 'nın arttırılması yalnızca yüksek frekanslı titreşimi arttıracak ancak yakınsama zamanını kayda değer şekilde etkilemeyecektir. Bu yeni düzenlemeler ile birlikte (4.52)'de verilen kontrol kuralı [62]'te önerilen yöntem kullanılarak (4.56)'daki şekilde düzenlenebilir.

$$u_2 = -\alpha \Phi \left( \dot{\sigma} + \lambda |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \right) / \left( |\dot{\sigma} + \lambda |\sigma|^{1/2} \right) \quad (4.56)$$

Yine (4.53)'te verilen kontrol kuralı (4.57)'deki şekilde düzenlenir.

$$u_3 = -\alpha \Phi \frac{\ddot{\sigma} + 2\lambda^{3/2} \left( |\dot{\sigma} + \lambda |\sigma|^{2/3} \right)^{-1/2} \left( \dot{\sigma} + \lambda |\sigma|^{2/3} \text{sign}(\sigma) \right)}{|\ddot{\sigma} + 2\lambda^{3/2} \left( |\dot{\sigma} + \lambda |\sigma|^{2/3} \right)^{1/2}} \quad (4.57)$$

Burada  $\Phi$  genel kazanç fonksiyonudur. Bu çalışmada  $\Phi$  değişken bir kazanç olarak tanımlanmıştır. Bu ihtiyacın doğuş sebebi ve yapılan düzenleme otopilot tasarımı ile ilgili bölümde incelenmiştir.

Yüksek mertebeli kayma kipli kontrolcülerle ilgili bir diğer sorun da kayma değişkeninin türevlenmesi üzerinedir. Bu çalışmada sanki sürekli kayma kipli türevleyiciler kullanılmıştır. Bu türevleyicilerle ilgili genel tanım [62]'te verilmiştir. Mertebesi  $k$  olan bir kontrolcünün ihtiyaç duyduğu kayma değişkeni türevleri (4.58)'deki şekilde hesaplanır.

$$\begin{aligned}
\dot{z}_0 &= -\tilde{\lambda}_k L^{1/(k+1)} |z_0 - f(t)|^{k/(k+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_1 \\
\dot{z}_1 &= -\tilde{\lambda}_{k-1} L^{2/(k+1)} |z_0 - f(t)|^{(k-1)/(k+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_2 \\
&\vdots \\
\dot{z}_{k-1} &= -\tilde{\lambda}_1 L^{k/(k+1)} |z_0 - f(t)|^{1/(k+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_k \\
\dot{z}_k &= -\tilde{\lambda}_0 L \text{sign}(z_0 - f(t))
\end{aligned} \tag{4.58}$$

$f(t)$  türevlenen fonksiyon olup ele alınan problemde kayma değişkenidir.  $L$  ise Lipschitz sabitidir. Burada uyulması gereken şart türevlenen fonksiyonun  $k$  mertebesindeki türevi ile ilgilidir. Bu türev Lipschitz şartını sağlamalıdır. Bu durum (4.59)'da ifade edilmiştir.

$$|f^{(k+1)}(t)| \leq L \tag{4.59}$$

Buna göre (4.55)'te verilen kontrol fonksiyonu (4.60)'teki şekilde düzenlenir.

$$u_r = -\alpha \lambda^r \Psi_{r-1,r} \left( z_0, z_1/\lambda, \dots, z_{r-1}/\lambda^{r-1} \right), \quad \lambda > 0 \tag{4.60}$$

#### 4.3.2.2 İkinci mertebeden süper burulan kontrol yöntemi

Bu yöntem [67]'te incelenmiştir. Bu yöntem süreksiz kontrol girişi oluşturmaya rağmen ele alınan sistemin bağıl mertebesi yüksek ise bu süreksizlik çıkışın yüksek mertebeli türevlerinde kalacağından ötürü sürekli çıkış profili oluşturur. Klasik birinci mertebe kayma kipli kontrol yöntemine göre artışı ise sonlu zamanda kayma yüzeyine oturma sağlamasıdır. Sistemin baskın bağıl derecesi 2 olduğu için kontrol kuralının mertebesi 2 olarak seçilmiştir.

Mertebesi 2 olan bir sistem (4.61)'deki gibi ifade ediliyor olsun.

$$\begin{aligned}
y &= \mu_1 \\
\dot{\mu}_1 &= \mu_2 \\
\dot{\mu}_2 &= u + f
\end{aligned} \tag{4.61}$$

Burada  $f$  zamana göre Lipschitz olan sistem dinamiği ve bozucuları içeren fonksiyondur. Bu sistemde kayma değişkeni (4.62)'deki gibi tanımlanabilir.

$$\sigma = y - y_c \tag{4.62}$$

Bu durumda üçüncü mertebeden süper burulan kontrol kuralı (4.63)'teki gibi verilmiştir [67].

$$u_2 = -k_1 |\phi_1|^{1/2} \text{sign}(\phi_1) - \int_0^t k_3 \text{sign}(\phi_1) d\tau \quad (4.63)$$

$$\phi_1 = \dot{\sigma} + k_2 |\sigma|^{2/3} \text{sign}(\sigma)$$

#### 4.4 Çıkışı Yeniden Tanımlama Yöntemi

Kayma kipli kontrol yönteminin zayıf yönlerinden biri bu yöntemin minimum fazlı olmayan sistemlere doğrudan uygulanamayışındır. Bu durum kontrol uygulanmak istenen sistemin kararsız olan iç dinamiklerinden kaynaklanmaktadır [58]. Kararsız olan iç dinamikler aynı zamanda geri besleme doğrusallaştırması yönteminin uygulanması için de engel teşkil etmektedir [59]. İç dinamikleri kararsız olan sistemlerin kontrolü üzerine literatürde bazı çalışmalar bulunmaktadır. Bu yöntemlerden bazıları önceden bilinen bir çıkış yörüngesinin izlenmesi üzerinedir [68]-[69]. Kayma kipli kontrol yöntemi için bu çalışmadan farklı bir çıkış tanımlama yöntemi [68]'de verilmiştir. Minimum olmayan fazlı sistemlerde çıkış takibi üzerine genel yöntemler [69]. Kararlı sistem merkezi yöntemi ismiyle bir yöntemin geliştirildiği bir çalışma [15]'te bulunmaktadır. Yüksek mertebeli kayma kipli kontrolcüler ile minimum olmayan fazlı sistemlerin kontrolü [20]'de ele alınmıştır. Kuyruktan kontrollü füze sisteminin çıkışı yanal veya dikey ivme olarak kabul edildiğinde bu sistemin minimum olmayan fazlı olmasının fiziksel tarifi kuyrukta bulunan kontrol yüzeyinin oluşturduğu aerodinamik kuvvetin istenilen ivmeye ters yönde oluşmasına dayanır. Füzenin düşey düzlemde sınırlandırılmış modelini ele alırsak (4.5)'te verilen ivme denkleminde dikey ivme bileşenini (4.64)'teki gibi elde ederiz.

$$a_n = (\sin \alpha F_x - \cos \alpha F_z) / m \quad (4.64)$$

$\alpha$ 'nın küçük oluşu ve  $x$  eksenindeki kuvvetin minimum olmayan fazlı dinamiğin incelenmesi açısından ihmal edilebilir olması sebebi ile bu eşitlik (4.65)'teki gibi sadeleştirilebilir.

$$a_n = -\cos \alpha F_z / m \quad (4.65)$$

(3.81) ve (3.89) kullanılarak (4.65) yeniden düzenlenirse (4.66) elde edilir.

$$a_n = -\cos \alpha \left( \frac{1}{2m} \rho S V_m^2 C_z(\alpha, \delta_e) + g \cos \theta \right) \quad (4.66)$$

Minimum olmayan fazlı dinamiğin incelenmesi açısından her zaman sabit yönü olan yerçekimi ivmesinin önemi yoktur. Bunun yanında bu ivme değeri füze kontrolü ile ilgili çalışmaların birçoğunda da ihmal edilmektedir. Aynı zamanda  $\cos\alpha$  terimi denklemin değerini ölçeklemekte ancak dinamik karakteristiğini etkilememektedir. Bu kabuller altında (4.67) (4.68)'deki gibi düzenlenebilir.

$$a_n = -\frac{QS}{m} C_z(\alpha, \delta_e) \quad (4.68)$$

Katsayıların değişmelerine rağmen  $C_z$  aerodinamik katsayısının  $\alpha$  ve  $\delta_e$  ile olan ilişkisi kuyruktan kontrollü füzeler için benzer yapıdadır.

Bağıl derece kavramı [59], [70] minimum olmayan fazlı dinamiği incelemek açısından önemlidir. Bir sistemin bağıl derecesi sistem girişinin ilk olarak sistem çıkışının hangi türevinde bulunduğunu belirtir. (4.68) (3.84) kullanılarak yeniden (4.69)'daki gibi düzenlenebilir.

$$a_n = f_0(\alpha) + g_0 \delta_e \quad (4.69)$$

$g_0$  parametresi Çizelge 3.2 ve (3.84)'ün de yardımıyla (4.70)'teki gibi hesaplanır.

$$g_0 = 0.034 \frac{QS}{m} \quad (4.70)$$

(4.69) incelendiğinde açık olarak görülebilir ki sistemin girişi  $\delta_e$  sistemin çıkışı  $a_z$  değerinin sıfırıncı türevinde bulunmaktadır. Bu durumda sistemin bağıl derecesi 0'dır. Diğer yandan buradaki  $\delta_e$  girişi kontrol yüzeyi açısının kuvvet girişini temsil etmektedir. Açık bir şekilde bilinmektedir ki  $\delta_e$  girişinin füze kontrolündeki hakim etkisi moment girişi olarak bulunmaktadır. Öyle ki birçok çalışmada  $\delta_e$  parametresinin kuvvet bileşeni ihmal edilmekte ve  $\delta_e$  sistemde bir moment girişi olarak kabul edilmektedir.  $\delta_e$ 'nin moment girişi olarak sisteme etkisini görmek için (4.68)'in türevleri alınır.

$$\dot{a}_n = -\frac{QS}{m} \frac{\partial \tilde{C}_z(\alpha)}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \quad (4.71)$$

$\tilde{C}_z(\alpha)$  katsayısı  $C_z(\alpha, \delta_e)$  katsayısının  $\delta_e$  etkisi ihmal edilecek şekilde düzenlenmiş halidir ve (3.84) kullanılarak (4.72)'deki gibi elde edilir.

$$\tilde{C}_z = a_n \alpha^3 + b_n \alpha |\alpha| + c_n \left(2 - \frac{M}{3}\right) \alpha \quad (4.72)$$

(4.71)'de  $\delta_e$  bulunmamaktadır.  $\dot{\alpha}$  ise kullanılarak (4.73)'teki gibi hesaplanır.

$$\dot{\alpha} = \frac{QS}{mV_m} \tilde{C}_z(\alpha) + q \quad (4.73)$$

Bu durumda (4.71) bir daha türevlenir.

$$\ddot{\alpha}_n = -\frac{QS}{m} \left( \frac{\partial^2 \tilde{C}_z(\alpha)}{\partial \alpha^2} \dot{\alpha} + \frac{\partial \tilde{C}_z(\alpha)}{\partial \alpha} \ddot{\alpha} \right) \quad (4.74)$$

$\ddot{\alpha}$  (4.75)'te verilmiştir.

$$\ddot{\alpha} = \frac{QS}{mV_m} \left( \frac{\partial \tilde{C}_z(\alpha)}{\partial \alpha} \alpha - \tilde{C}_z(\alpha) \dot{\alpha} \right) + \dot{q} \quad (4.75)$$

(3.80), (3.81), (3.82) ve (3.84) kullanılarak (4.75) incelendiğinde  $\delta_e$  girişinin bulunduğu gözlemlenebilir. Bu bilgiler ışığında (4.75) (4.76)'daki gibi düzenlenebilir.

$$\ddot{\alpha} = f_1(V_m, \alpha, \dot{\alpha}, q) + g_1 \delta_e \quad (4.76)$$

$g_1$  (4.77)'deki gibi hesaplanır.

$$g_1 = -0.206 \frac{QSd}{J_{22}} \quad (4.77)$$

(4.76) kontrol yüzeyi açısının moment girişi olarak kabul edilmesi durumunda sistemin bağıl derecesinin 2 olduğunu gösterir. (4.70) ve (4.77) karşılaştırıldığında bu iki katsayının işaretlerinin zıt olduğu görülmektedir. Bu minimum olmayan fazlı dinamiğin sebebidir. Öyle ki (4.76) sistemine göre yapılan otopilotun oluşturduğu dümen açısı komutunun uygulanması durumunda sistem (4.70) uyarınca zıt yönde cevap vermeye başlayacaktır. Bu durum kayma kipli kontrol yönteminin uygulanmasına engel teşkil etmektedir.

Bu çalışmada minimum olmayan fazlı sisteme kayma kipli kontrol algoritmalarının uygulanabilmesi amacı ile [71]'da verilene benzer bir yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemde minimum olmayan fazlı dinamiğe sebep olan ve zaman ölçeği çok küçük olan ters yönlü ivmelenme filtrelenmektedir. Otopilot algoritmalarına sistem ivmesi

olarak beslenen sinyal gerçek ivme ve sistemin minimum fazlı hale gelecek şekilde uyarlanmış modelinin sahip olduğu ivme değerlerinin harmanlanması ile elde edilmektedir.

İdeal sistem yaklaşımı bu bölümün önceki kısımlarında ele alınmıştır ancak burada detaylı olarak anlatılacaktır. İdeal sistem kontrol yüzeyi açısından kaynaklı dikey kuvveti ihmal edildiği füze modelidir. İdeal sistemde dikey aerodinamik kuvvet  $\tilde{F}_{z,a}$  (4.78)'de verilmiştir.

$$\tilde{F}_{z,a} = Q S \tilde{C}_z(\alpha) \quad (4.78)$$

$\tilde{C}_z$  ideal dikey aerodinamik kuvvet katsayısı olup Reichert füzesi için (4.72)'de verilmiştir. HAVE DASH II füzesi için benzer düzenlemeler yapılarak  $\tilde{C}_z$  oluşturulur. (4.79)'da HAVE DASH II füzesi için yapılan düzenleme verilmiştir.

$$C_F = \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} = C_{F0} + C_{F\delta} \delta \quad (4.79)$$

$$C_{F0} = \begin{pmatrix} C_{x0} \\ C_{y0} \\ \tilde{C}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.57 + 0.4754\alpha \\ -12.03\beta \\ C_{z0}(\alpha, M_m) \end{pmatrix}, \quad C_{F\delta} = \begin{pmatrix} 0.004 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.08 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Dikkat edilirse yalnızca kontrol yüzeyi kaynaklı kuvvet bileşeni kaldırılmıştır. Bunun dışında kalan denklemler gerçek sistemler ile aynı şekilde kurulmuştur. Bu şekilde ideal dikey ivme (4.80)'deki gibi hesaplanır.

$$a_{n,i} = (\sin \alpha F_x - \cos \alpha \tilde{F}_z) / m \quad (4.80)$$

$a_{n,i}$  ideal dikey ivmeyi temsil etmektedir.  $\tilde{F}_z$  ideal dikey kuvvet olup (4.81)'de verilmiştir.

$$\tilde{F}_z = \tilde{F}_{z,a} + mg \cos \theta \quad (4.81)$$

Tahmin edilebileceği gibi gerçek dikey ivme ile ideal dikey ivme arasında kontrol yüzeyinin kuvvet bileşenine oranlı bir fark bulunmaktadır. Bu sebeple kontrol edilmek istenen sinyalin son değerinin gerçek ivmeye eşit olması gerekmektedir. Minimum olmayan fazlı dinamik etki kontrol yüzeyi girişine tepki olarak oluşan cevabın ilk anlarında görünmektedir. Bu sebeple başlangıç değeri ideal dikey ivmeye

eşit ancak ters yöndeki cevabı olabildiğince bastırarak şekilde gerçek ivme değerine yakınsayan bir sinyal oluşturulmalıdır. Bu sinyal çalışmada zahiri ivme olarak adlandırılacaktır. Zahiri ivme (4.82)'de tanımlanmıştır.

$$a_{n,v} = a_{n,v}(a_n, a_{n,i}, t) \quad (4.82)$$

Bu çalışmada kullanılan kontrolcünün mertebesine göre iki farklı zahiri ivme filtresi tasarlanmıştır. Reichert füzesi için zahiri ivme (4.83)'teki ikinci derece filtre ile hesaplanmaktadır.

$$a_{n,v} = a_{n,i} + \frac{\omega_f^2}{s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2} (a_n - a_{n,i}) \quad (4.83)$$

Burada  $\zeta_f$  ve  $\omega_f$  ikinci dereceden sistemin sönümlenme katsayısı ve doğal frekansıdır ve değerleri (4.84)'te verilmiştir.

$$\zeta_f = 0.5, \quad \omega_f = 10 \quad (4.84)$$

HAVE DASH II füzesinde kullanılan birinci dereceden filtre ise (4.85)'teki gibidir.

$$a_{n,v} = a_{n,i} + \frac{1}{\tau s + 1} (a_n - a_{n,i}) \quad (4.85)$$

$\tau_f$  birinci derece sistemin zaman sabiti olup değeri benzetim koşulları yardımı ile (4.86)'daki gibi belirlenmiştir.

$$\tau_f = 0.2 \quad (4.86)$$

Bu filtrelerin tasarlanmasında sistemin minimum olmayan fazlı dinamiğinin baskılanması ile birlikte zahiri ivmenin gerçek ivmeye olabildiğince kısa süre içinde yakınsaması böylece ideal model ve gerçek sistem arasındaki farklılıklardan kaynaklanan hataların giderilmesi ihtiyacı göz önüne alınmıştır. Bu ihtiyaçlara cevap vermesi halinde başka filtreleme tekniklerinin uygulanması da mümkündür.

#### 4.5 Otopilot Uygulamaları

Önceki bölümlerde birinci ve daha yüksek mertebeden kayma kipli kontrol yöntemleri hakkında genel bilgiler verilmiştir. Bu bölümde is bu bilgiler kullanılarak Reichert ve HAVE DASH II füzeleri için otopilot tasarımları yapılmıştır.

#### 4.5.1 HAVE DASH II füzesi için otopilot tasarımı

HAVE DASH II füzesi modeli 6 serbestlik dereceli ve yatarak dönen tipte bir füzedir. Yatarak dönme manevra mantığı yana kaymanın olabildiğince düşük tutulmasını gerektirmektedir. Bu gereksinim füze motoru hava girişlerinde hava kalitesini yüksek kılmaktadır. Genel olarak bu tip füzelerde motor hava girişi gövdenin altında bulunmakta ve pozitif hücum açıları sayesinde füzenin etrafında oluşan sınır tabakanın etkisinin motor hava girişlerindeki etkisi azalmaktadır. Hücum açısı limitleri dikey ivmeye dönüştürülerek otopilotun çalışma sınırları düzenlenebilir. Her ne kadar teorik olarak hücum açısı pozitif değerlere sınırlandırılmış olsa da güdüm gereksinimleri bu sınırların küçük negatif hücum açılarını içerecek şekilde genişletilmesini gerektirmektedir [24], [72]. Bu çalışmada dikey düzlemde kontrol edilen değişken normal ivme  $a_n$  karşılık gelen hücum açılarını belli bir limit içinde tutacak şekilde sınırlandırılmıştır.  $a_n$  için sınırlar (4.87)'deki gibi belirlenmiştir.

$$-g \leq a_n \leq 30g \quad (4.87)$$

Burada  $g$  yer çekimi ivmesini temsil etmektedir. Daha önce verilen çıkışı yeniden tanımlama algoritması uyarınca otopilot tarafından kontrol edilecek sinyalin gerçek ivme değil zahiri ivme olacağı belirtilmiştir. Zahiri ivme için de aynı sınırların geçerli kabul edilmiştir.

Hücum açısının sınırlandırılmasına benzer şekilde yana kayma açısının da sınırlandırılması gerekmektedir. İdeal şartlarda yana kayma açısının sıfıra eşit olması istenmektedir ve otopilottan beklenen de budur. Bunun yanında emniyetli bölge sınırları belirlenerek otopilot performansını gözlemlemek gerekmektedir.  $\beta$  için sınır (4.88)'de verilmiştir.

$$|\beta| \leq 3^\circ \quad (4.88)$$

Otopilot tarafından kontrolü yapılacak sinyaller arasında bu iki sinyalin dışında yatarak dönme manevrasının temelinde yatan yuvarlanma açısı da bulunmaktadır. Bu açı ile ilgili bir kısıtlama bulunmamaktadır. Otopilot tarafından kontrol edilecek çıkış vektörü (4.89)'daki gibidir.

$$y = \begin{bmatrix} a_{n,v} & \beta & \phi \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

Birinci mertebeden kayma kipli kontrol algoritmalarını uygulamak amacı ile öncelikle bu çıkış vektörü bileşenleri için sistem bağıl dereceleri hesaplanmalıdır. Bu işleme başlamadan önce bazı kabuller yapılmıştır. Bu kabuller literatürde HAVE DASH II füze modeli ve başka füze modellerini içeren birçok çalışmada da yapılmaktadır [51], [54], [56], [72]. Bu kabuller aşağıda verilmiştir:

- Kontrol yüzeyi açılarından kaynaklanan kuvvet bileşenleri iptal edilmiştir. Bu kabul ile (3.91)'de verilen  $C_{F\delta}$  matrisi ihmal edilmektedir.
- Füze hızındaki değişim ihmal edilmiştir. Dolayısı ile  $\dot{V}_m = 0$  kabulü yapılmıştır.
- Kontrol tahrik sistemi dinamiği ihmal edilmiştir. Dolayısı ile  $\delta_e = \delta_{e,c}$ ,  $\delta_a = \delta_{a,c}$  ve  $\delta_r = \delta_{r,c}$  eşitlikleri sağlanmıştır.
- Yerçekimi kaynaklı kuvvetler ihmal edilmiştir. Bu kuvvetler aerodinamik kaynaklı kuvvetlere göre oldukça küçük kalmakla birlikte eksen dönüşümleri gerektirdiği için otopilot tasarımını oldukça zorlaştırmakta ve otopilotun hesaplama yükünü arttırmaktadır.

Bu kabuller eşliğinde sistemin bağıl derecesi ilgili bölümde anlatıldığı şekilde hesaplanır. Füze sistemi (4.90)'daki formda ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (4.90)$$

Bağıl derece vektörünü hesaplamak üzere (4.10) ve (4.11)'de verilen şartlar elde edilmeye çalışılır. Yapılan kabuller sonucu füze durum vektörü (4.91)'deki haline indirgenmiştir.

$$x = [\alpha \quad \beta \quad p \quad q \quad r \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (4.91)$$

Söz konusu sistem için  $h(x)$  vektör fonksiyonları gerçekleştirilen sadeleştirmeler kullanılarak füze modelinden (4.92)'deki gibi elde edilir.

$$h(x) = \left[ \frac{QS}{m} (C_x \sin \alpha - C_z \cos \alpha) \quad \beta \quad \phi \right]^T \quad (4.92)$$

Sistemin (4.90)'da verilen formunda matris fonksiyonları (4.93)'teki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} f(x) &= [f_1(x) \quad f_2(x) \quad \dots \quad f_n(x)]^T \in \mathbb{R}^n : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \\ g(x) &= [g_1(x) \quad g_2(x) \quad \dots \quad g_m(x)] \in \mathbb{R}^{n \times m} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m} \\ g_i(x) &= [g_{i,1}(x) \quad g_{i,2}(x) \quad \dots \quad g_{i,n}(x)]^T \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (4.93)$$

Burada  $n=8$  durum vektörünün boyutu ve  $m=3$  giriş vektörünün boyutudur. Bu vektör ve matris fonksiyonlarının bileşenleri ayrı ayrı oluşturulmuştur.  $\alpha$  ve  $\beta$  durum değişkenleri için  $f$  fonksiyonları (4.94) ve (4.95)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} f_1(x) &= q - (p \cos \alpha + r \sin \alpha) \tan \beta \\ &\quad + \frac{1}{mV_m \cos \beta} \{-F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha\} \end{aligned} \quad (4.94)$$

$$\begin{aligned} f_2(x) &= p \sin \alpha - r \cos \alpha + \\ &\quad \frac{1}{mV_m} \{-F_x \cos \alpha \sin \beta + F_y \cos \alpha - F_z \sin \alpha \sin \beta\} \end{aligned} \quad (4.95)$$

Benzer şekilde açısal hız bileşenleri için  $f$  fonksiyonları (4.96)-(4.98)'de verilmiştir.

$$f_3(x) = \frac{J_{33} - I_{22}}{I_{11}} \{qr + QSdC_{l,0}(\alpha)\} \quad (4.96)$$

$$f_4(x) = -\frac{J_{11} - J_{33}}{J_{22}} \{pr + QSdC_{m,0}(\alpha)\} \quad (4.97)$$

$$f_5(x) = -\frac{J_{22} - J_{11}}{J_{33}} \{pq + QSdC_{n,0}(\alpha)\} \quad (4.98)$$

Euler açıları için  $f$  fonksiyonları (4.99)-(4.101)'de verilmiştir.

$$f_6(x) = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \quad (4.99)$$

$$f_7(x) = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (4.100)$$

$$f_8(x) = q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \quad (4.101)$$

Yine sıfırdan farklı olan  $g$  vektör fonksiyonları (4.102)-(4.104)'teki gibidir.

$$g_{2,3}(x) = \frac{QSd}{I_{11}} C_{M\delta,32} \delta_a \quad (4.102)$$

$$g_{1,4}(x) = \frac{QSd}{I_{22}} C_{M\delta,21} \delta_e \quad (4.103)$$

$$g_{3,5}(x) = \frac{QSd}{I_{33}} C_{M\delta,33} \delta_r \quad (4.104)$$

Lie türevleri kullanılarak sistemin bağıl dereceleri hesaplanır. Sıfırdan farklı olan  $g$  fonksiyonları yukarıda verilmiştir. Bu durumda  $g(x)$  fonksiyonu (4.105)'teki gibi hesaplanır.

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{2,3} & 0 \\ g_{1,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{3,5} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

Bu sebeple (4.10)'da verilen şartın sağlanmasını yalnızca sıfırdan farklı bileşenler için kontrol etmek yeterli olacaktır. Bu durumda  $h_1(x)$  için (4.10) şartı bağıl derece değeri  $k=1, 2, \dots, r_1$  değerleri için taranır.  $k=1$  için hesaplamalar aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} L_f^1 h_1(x) &= \frac{\partial h_1(x)}{\partial x} f(x) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(x)}{\partial \alpha} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot f(x) \\ &= \frac{QS}{m} \left( \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_x \cos \alpha - \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cos \alpha + C_z \sin \alpha \right) \cdot \\ &\quad \left( q - (p \cos \alpha + r \sin \alpha) \tan \beta + \frac{1}{mV_m \cos \beta} \{-F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha\} \right) \end{aligned} \quad (4.106)$$

Kısmi türev (4.107)'de verilmiştir.

$$\frac{\partial h_1(x)}{\partial \alpha} = \frac{QS}{m} \left( \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_x \cos \alpha - \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cos \alpha + C_z \sin \alpha \right) \quad (4.107)$$

$k=1$  için işlemlere devam edilir.

$$\begin{aligned} L_g L_f^1 h_1 &= L_g L_f^1 h_1(x) = \frac{\partial(L_f^1 h_1(x))}{\partial x} g(x) \\ &= \left[ \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial \beta} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial p} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial q} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial r} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] g(x) \end{aligned} \quad (4.108)$$

(4.105) incelendiğinde bu çarpımın yalnızca  $p$ ,  $q$  ve  $r$  ile ilgili kısmi türevleri içerdiği anlaşılmaktadır. Bu kısmi türevler  $p$ ,  $q$  ve  $r$  için sırasıyla (4.109)-(4.111)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(L_f^1 h_1(x))}{\partial p} &= \\ &= -\frac{QS}{m} \left( \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_x \cos \alpha - \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cos \alpha + C_z \sin \alpha \right) \cos \alpha \tan \beta \end{aligned} \quad (4.109)$$

$$\frac{\partial(L_f^1 h_1(x))}{\partial q} = \frac{QS}{m} \left( \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_x \cos \alpha - \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cos \alpha + C_z \sin \alpha \right) \quad (4.110)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(L_f^1 h_1(x))}{\partial r} &= \\ &= -\frac{QS}{m} \left( \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_x \cos \alpha - \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cos \alpha + C_z \sin \alpha \right) \sin \alpha \tan \beta \end{aligned} \quad (4.111)$$

Bu değerlerle (4.108)'de bulunan çarpımlar gerçekleştirildiğinde (4.112) elde edilir.

$$\begin{aligned} L_g L_f^1 h_1(x) &= \frac{\partial(L_f^1 h_1(x))}{\partial x} g(x) \\ &= \left[ L_f^1 h_1 g_{1,4} \quad -L_f^1 h_1 g_{2,3} \cos \alpha \tan \beta \quad -L_f^1 h_1 g_{3,5} \sin \alpha \tan \beta \right] \end{aligned} \quad (4.112)$$

Görüldüğü üzere  $k=1$  ve  $j=1,2,3$  için (4.11)'de verilen vektörün ilk satırı (4.112) olmaktadır. Bu durumda sistemin ilk çıkışı  $a_{n,v}$  için sistem bağıl derecesi  $r_1=2$  olmaktadır. Sistemin ilk çıkışının bağıl derecesine göre (4.113) ifadesini yazmak mümkündür [59].

$$\ddot{a}_{n,v} = L_f^2 h_1(x) + L_g L_f^1 h_1(x) u \quad (4.113)$$

Bu ifade aynı zamanda geri besleme doğrusallaştırmasında da kullanılacaktır. Burada bulunan  $L_f^2 h_1(x)$  ifadesinin hesaplanması (4.114)'te verilmiştir.

$$L_f^2 h_1(x) = \frac{\partial(L_f^1 h_1(x))}{\partial x} f(x) = \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial x} f(x) \quad (4.114)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(L_f^1 h_1(x))}{\partial x} \\ &= \left[ \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial \beta} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial p} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial q} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial r} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \end{aligned} \quad (4.115)$$

Bu kısmi diferansiyel bileşenlerini sırası ile hesaplayacak olursak (4.116) ve (4.117)'deki bağıntıları elde ederiz.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial \alpha} = \\ & \frac{QS}{m} \left( 2 \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \cos \alpha - C_x \sin \alpha - \frac{\partial^2 C_z}{\partial \alpha^2} \cos \alpha + 2 \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_z \cos \alpha \right) \dot{\alpha} + \\ & \frac{QS}{m} \left( \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_x \cos \alpha - \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cos \alpha + C_z \sin \alpha \right) \cdot \\ & \left( r \cos \alpha \tan \beta + \frac{QS}{m V_m \cos \beta} \left\{ -\frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_x \cos \alpha + \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cos \alpha - C_z \sin \alpha \right\} \right) \end{aligned} \quad (4.116)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(L_f^1 h_1)}{\partial \beta} = \\ & = \frac{QS}{m} \left( \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_x \cos \alpha - \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cos \alpha + C_z \sin \alpha \right) \cdot \\ & \left( r \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin \beta}{m V_m \cos^2 \beta} \{ -F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha \} \right) \end{aligned} \quad (4.117)$$

$p$ ,  $q$  ve  $r$  için kısmi türevler (4.109)-(4.111)'de verilmişti.

İkinci çıkış olan  $\beta$  için de aynı işlemler gerçekleştirilir. Bağlı derecenin 1 olması durumu için (4.10)'da verilen şart kontrol edilir.

$$\begin{aligned} L_g L_f^0 h_2(x) &= L_g h_1(x) = \frac{\partial h_2(x)}{\partial x} g(x) \\ &= [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] g(x) = 0 \end{aligned} \quad (4.118)$$

Görüldüğü üzere (4.10) şartı sağlanmaktadır. Bağlı derece arttırılarak (4.10) şartının ilgili bağlı derecede sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Bağlı derecenin 2 olması durumu için (4.119)'da verilen eşitliğin değeri hesaplanır.

$$L_g L_f^1 h_2(x) = \frac{\partial}{\partial x} (L_f^1 h_2(x)) g(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h_2(x)}{\partial x} f(x) \right) g(x) \quad (4.119)$$

Burada parantez içinde kalan kısım (4.120)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2(x)}{\partial x} f(x) &= [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] f(x) \\ &= f_2(x) = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \\ &\quad \frac{1}{mV_m} \{ -F_x \cos \alpha \sin \beta + F_y \cos \alpha - F_z \sin \alpha \sin \beta \} \end{aligned} \quad (4.120)$$

Bu eşitlik kullanılarak (4.119)'da bulunan kısmi türevler (4.121)-(4.124)'teki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha} (L_f h_2(x)) &= p \cos \alpha + r \sin \alpha + \\ \frac{QS}{mV_m} &\left\{ -\frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \cos \alpha \sin \beta + C_x \sin \alpha \sin \beta - C_y \sin \alpha \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \sin \alpha \sin \beta - C_z \sin \alpha \sin \beta \right\} \end{aligned} \quad (4.121)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} (L_f h_2(x)) = \frac{QS}{mV_m} \left\{ -C_x \cos \alpha \cos \beta + \frac{\partial C_y}{\partial \beta} \cos \alpha - C_z \sin \alpha \sin \beta \right\} \quad (4.122)$$

$$\frac{\partial}{\partial p} (L_f h_2(x)) = \sin \alpha \quad (4.123)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (L_f h_2(x)) = \cos \alpha \quad (4.124)$$

Diğer kısmi bileşenler sıfıra eşit olduğu için burada verilmemiştir. Bu sonuçlar ile (4.119) tekrar (4.125)'teki gibi düzenlenebilir.

$$L_g L_f^1 h_2(x) = \frac{\partial (L_f^1 h_2(x))}{\partial x} g(x) = \begin{bmatrix} L_f^1 h_2 g_{1,4} \sin \alpha & 0 & L_f^1 h_2 g_{3,5} \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (4.125)$$

Görüldüğü üzere  $\beta$  çıkışı için de tüm girişler için bağıl derece  $r_2 = 2$ 'dir. Bir önceki çıkış olan  $a_{n,v}$  ile benzer biçimde  $\beta$  için de (4.113) formu kurulabilir. Bu denklem (4.126)'da verilmiştir.

$$\ddot{\beta} = L_f^2 h_2(x) + L_g L_f h_2(x) u \quad (4.126)$$

Bu denklemin bileşenlerinden biri (4.125)'te verilmiştir. Diğer bileşeni ise (4.127)'de verilmiştir.

$$L_f^2 h_2(x) = \frac{\partial(L_f^1 h_2(x))}{\partial x} f(x) = \frac{\partial(L_f^1 h_2)}{\partial x} f(x) \quad (4.127)$$

Bu eşitlik (4.128)'deki gibi açılabilir.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(L_f^1 h_2(x))}{\partial x} f(x) \\ &= \left[ \frac{\partial(L_f^1 h_2)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_2)}{\partial \beta} \quad \frac{\partial(L_f^1 h_2)}{\partial p} \quad 0 \quad \frac{\partial(L_f^1 h_2)}{\partial r} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] f(x) \end{aligned} \quad (4.128)$$

Kısmi türevlerden değerleri sıfırdan farklı olanlar daha önce (4.121)-(4.124)'te hesaplanmıştır.

Son çıkış olan  $\phi$  için yine benzer işlemler yapılır.

$$\begin{aligned} L_g L_f^0 h_3(x) &= L_g h_3(x) = \frac{\partial h_3(x)}{\partial x} g(x) \\ &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] g(x) = 0 \end{aligned} \quad (4.129)$$

Görüldüğü gibi sistemin bağıl derecesi 1'den büyüktür. Bağıl derecenin 2 olması durumu için aynı kontrol yapılır.

$$L_g L_f^1 h_3(x) = \frac{\partial}{\partial x} (L_f^1 h_3(x)) g(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h_3(x)}{\partial x} f(x) \right) g(x) \quad (4.130)$$

Burada parantez içinde kalan kısmı (4.131)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial h_3(x)}{\partial x} f(x) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] f(x) \\ &= f_6(x) = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \end{aligned} \quad (4.131)$$

Bu eşitlik kullanılarak (4.130)'da bulunan kısmi türevler (4.132)'deki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial(L_f^1 h_3(x))}{\partial x} \\
& = [0 \quad 0 \quad 1 \quad \sin \phi \tan \theta \quad \cos \phi \tan \theta \quad a_1 \quad a_2 \quad 0] \quad (4.132) \\
& a_1 = (q \cos \phi \tan \theta - t \sin \phi \tan \theta) \\
& a_2 = (\sin \phi + \cos \phi) \sec^2 \theta
\end{aligned}$$

(4.130) (4.133)'teki gibi elde edilir.

$$L_g L_f^1 h_3(x) = \frac{\partial(L_f^1 h_3(x))}{\partial x} g(x) = [g_{1,4} \sin \phi \tan \theta \quad g_{2,3} \quad g_{3,5} \cos \phi \tan \theta] \quad (4.133)$$

Görüldüğü üzere  $\phi$  çıkışı için de tüm girişler için bağıl derece  $r_2 = 2$ 'dir.  $a_{n,v}$  ile benzer biçimde  $\phi$  için de (4.113) formu kurulabilir. Bu denklem (4.134)'te verilmiştir.

$$\ddot{\phi} = L_f^2 h_3(x) + L_g L_f h_3(x) u \quad (4.134)$$

Burada ilk bileşen (4.135)'teki gibi hesaplanmaktadır.

$$L_f^2 h_3(x) = \frac{\partial(L_f^1 h_3)}{\partial x} f(x) \quad (4.135)$$

Bu eşitlik (4.128)'deki gibi açılabilir. Bu kısmi türevler (4.132)'de hesaplanmıştır. Sonuç olarak sistemi (4.136)'daki şekilde temsil etmek mümkündür.

$$y^{(r)} = B(x(t)) + A(x(t))u \quad (4.136)$$

Bu eşitlik daha açık şekilde (4.137)'deki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \ddot{a}_{n,v} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^2 h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \\ L_f^2 h_3(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_g L_f h_1(x) \\ L_g L_f h_2(x) \\ L_g L_f h_3(x) \end{bmatrix} u \quad (4.137)$$

(4.136) Geri besleme doğrusallaştırması uygulanması için uygundur. Geri besleme doğrusallaştırması (4.138)'deki gibi tanımlanır.

$$u(t) = A^{-1}(x(t))(-B(x(t)) + v(t)) \quad (4.138)$$

Burada  $v$  çıkış değerlerinin bağıl dereceleri kadar türevlenmiş halleridir ve (4.139)'daki gibi tanımlanmıştır.

$$v(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) & v_2(t) & v_3(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} & y_2^{(r_2)} & y_3^{(r_3)} \end{bmatrix}^T \quad (4.139)$$

Daha önce bulunan bağıl derece değerleri ve çıkış değişkenleri kullanılarak bu ifade (4.140)taki gibi yazılabilir.

$$v(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) & v_2(t) & v_3(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \ddot{a}_{n,v} & \ddot{\beta} & \ddot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (4.140)$$

Geri besleme doğrusallaştırmasının bir sonraki adımı sistem çıkışının bağıl dereceye eşit mertebeye kadar türevlerini içeren ve istenilen çıkış dinamiğini temsil eden polinomların tasarlanmasıdır. Bu polinomlar (4.141)'deki gibi temsil edilebilir.

$$e_i^{(\rho)} + k_{(\rho_i-1)} e_i^{(\rho_i-1)} + \dots + k_1 e_i^{(1)} + k_0 e_i = 0 \quad (4.141)$$

Burada  $e$  çıkış komutu ve çıkış arasındaki fark olup (4.142)'deki gibi verilmiştir.

$$e_i = e_i(t) = y_i(t) - y_{i,c}(t) \quad (4.142)$$

Sistem stabilizasyonu için (4.141)'de verilen polinomun kararlı olması gerekmektedir. (4.142) kullanılarak (4.141) tekrar düzenlenir.

$$y_i^{(\rho)} = y_{i,c}^{(\rho)} - k_{(\rho_i-1)} e_i^{(\rho_i-1)} - \dots - k_1 e_i^{(1)} - k_0 e_i \quad (4.143)$$

Bu polinomlar füze sisteminin çıkış vektörü bileşenleri için (4.144)'teki gibi oluşturulmuştur.

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{a}_{n,v} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{a}_{n,c} - k_{1,1} \dot{e}_1 - k_{1,0} e_1 \\ \ddot{\beta}_c - k_{2,1} \dot{e}_2 - k_{2,0} e_2 \\ \ddot{\phi}_c - k_{3,1} \dot{e}_3 - k_{3,0} e_3 \end{bmatrix} \quad (4.144)$$

Burada  $\sigma$  bileşenleri (4.145)'teki gibi verilmiştir.

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{a}_{n,v} - \ddot{a}_{n,c} \\ \ddot{\beta} - \ddot{\beta}_c \\ \ddot{\phi} - \ddot{\phi}_c \end{bmatrix} \quad (4.145)$$

Kayma kipli otopilot tasarımı birinci dereceden kayma kipi algoritması kullanılarak yapılacaktır. Bu tip bir algoritmanın uygulanması amacı ile öncelikle kayma yüzeyleri tasarlanmalıdır. Sistemin bağıl derece vektörüne uygun olarak kayma yüzeyleri (4.146)'daki biçimde tanımlanacaktır.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 + k_{1,1}e_1 + k_{1,0} \int_0^t e_1 d\tau \\ \dot{e}_2 + k_{2,1}e_2 + k_{2,0} \int_0^t e_2 d\tau \\ \dot{e}_3 + k_{3,1}e_3 + k_{3,0} \int_0^t e_3 d\tau \end{bmatrix} \quad (4.146)$$

Sistemin kayma yüzeyleri belirlenirken hata dinamiği de şekillendirilmiş olur. Buna göre kararlı hata dinamiği için (4.147)'de verilen karakteristik polinomların Hurwitz kararlılık şartını sağlaması gerekmektedir.

$$\lambda^2 + k_{i,1}\lambda + k_{i,0}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.147)$$

Bu gereksinim daha önce de belirtildiği gibi kayma yüzeylerinin türevlerinin sistem kayma yüzeyine ulaştığında sıfıra eşit olması şartının sağlanmasıdır. Bu şart sistem için (4.148)'deki gibi verilebilir.

$$\dot{\sigma} = \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \\ \dot{\sigma}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{e}_1 + k_{1,1}\dot{e}_1 + k_{1,0}e_1 \\ \ddot{e}_2 + k_{2,1}\dot{e}_2 + k_{2,0}e_2 \\ \ddot{e}_3 + k_{3,1}\dot{e}_3 + k_{3,0}e_3 \end{bmatrix} \quad (4.148)$$

Burada dikkat edilmesi gereken bir nokta kayma yüzeylerinin türevlerini temsil eden polinomlar ile geri besleme doğrusallaştırması için belirlenen çıkış dinamiği polinomlarının eş oluşudur. Bu şekilde her iki kontrolcü bileşeni aynı çıkış dinamiğini oluşturacak şekilde davranacaktır. Bu durumda (4.144) ve (4.148) kullanılarak (4.149)'daki ifade elde edilmiştir.

$$\dot{\sigma} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \\ \dot{\sigma}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \dot{\sigma} - v \quad (4.149)$$

(4.138)'de verilen geri besleme doğrusallaştırması ile elde edilen kontrol kuralı (4.150)'deki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$u(t) = u_{eq}(t) = A^{-1}(x(t))(-B(x(t)) + \dot{\sigma}(t) - v(t)) \quad (4.150)$$

Burada  $u_{eq}$  sürekli kontrol kuralını temsil etmektedir. Süreksiz kayma kipli kontrol bileşeni (4.151)'deki şekilde verilmektedir.

$$u_{dis} = -A^{-1}\lambda sign(\sigma) = -A^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 sign(\sigma_1) \\ \lambda_2 sign(\sigma_2) \\ \lambda_3 sign(\sigma_3) \end{bmatrix} \quad (4.151)$$

Daha önce tanımlanmış olan  $sign(\cdot)$  fonksiyonu hatırlatma maksadı ile (4.152)'de tekrar verilmiştir.

$$sign(\sigma) = \begin{cases} 1, & \sigma > 0 \\ -1, & \sigma < 0 \\ 0, & \sigma = 0 \end{cases} \quad (4.152)$$

Birinci mertebeden kayma kipli kontrol algoritmalarında “chattering” ismi verilen yüksek frekanslı titreşimi engellemek amacı ile sınır tabaka yaklaşımı uygulanmaktadır. Bu yaklaşım kayma yüzeyi civarında süreksiz işaret fonksiyonunu kayma yüzeyi civarında sürekli hale getirmek üzerine kuruludur. Bu durumda  $sign(\cdot)$  fonksiyonu  $sat(\cdot)$  fonksiyonu ile yer değiştirir. Bu fonksiyon amacına uygun olarak değişik şekillerde tanımlanabilmektedir. Bu çalışmada ise en yaygın rastlanan hali ile (4.153)'teki gibi tanımlanmıştır.

$$sat(\sigma, \varepsilon) = \begin{cases} \sigma/\varepsilon, & |\sigma| \leq \varepsilon \\ sign(\sigma), & |\sigma| > \varepsilon \end{cases} \quad (4.153)$$

Burada  $\varepsilon$  kayma yüzeyi civarındaki sınır tabaka yarı genişliğini temsil etmektedir. Bu durumda süreksiz kontrol bileşeni (4.154)'teki şekilde yeniden düzenlenir.

$$u_{dis} = -A^{-1}\lambda sat(\sigma, \varepsilon) = -A^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 sat(\sigma_1, \varepsilon_1) \\ \lambda_2 sat(\sigma_2, \varepsilon_2) \\ \lambda_3 sat(\sigma_3, \varepsilon_3) \end{bmatrix} \quad (4.154)$$

Kontrol kuralı geri besleme doğrusallaştırması ile elde edilen sürekli kontrol kuralı ile kayma kipli kontrol yöntemi ile elde edilen süreksiz kontrol bileşenlerinden oluşmaktadır. Kontrol kuralı (4.155)'teki gibi verilir.

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_{dis}(t) \quad (4.155)$$

(4.150) ve (4.154) kullanılarak (4.155) (4.156)'daki gibi yazılabilir.

$$u(t) = A^{-1}(x(t))(-B(x(t)) + \dot{\sigma}(t) - v(t)) - A^{-1}\lambda sat(\sigma, \varepsilon) \quad (4.156)$$

Bu kontrolcüye ilişkin katsayı ve parametreler simülasyon yardımı ile belirlenmiştir. Bu tip yaklaşımlar özellikle karmaşık sistemlerin kontrolünde sıklıkla uygulanmaktadır. Bu çalışmada göre hata dinamiğini ve kayma yüzeylerini temsil eden katsayılar (4.157)'deki gibi belirlenmiştir.

$$\begin{aligned} k_{1,0} &= k_{2,0} = k_{3,0} = 0 \\ k_{1,1} &= 35, \quad k_{2,1} = 8, \quad k_{3,1} = 15 \end{aligned} \quad (4.157)$$

Sürekli kontrol bileşenine ait kazanç çarpanları ise (4.158)'de verilmiştir.

$$\lambda_1 = 30, \quad \lambda_2 = 10, \quad \lambda_3 = 8 \quad (4.158)$$

Sınır tabaka yarı genişlikleri ile ilgili sabitler ise (4.159)'da verilmiştir.

$$\varepsilon_1 = 1.0, \quad \varepsilon_2 = 0.1, \quad \varepsilon_3 = 0.3 \quad (4.159)$$

#### 4.5.2 Reichert füzesi için otopilot tasarımı

HAVE DASH II füzesine benzer biçimde Reichert füzesi için de öncelikle bağlı derece analizi yapılır. Bu sistem bir öncekinden farklı olarak tek girişli tek çıkışlı bir sistem olup sistem çıkışı normal ivmedir. Yine çıkışı yeniden tanımlama yöntemine uygun olarak sistemin çıkışı zahiri ivme olarak ele alınacaktır. Bu sistem için yalnızca kayma kipli kontrolcü tasarlanacağından sistemin geri besleme doğrusallaştırmasına uygun formunun elde edilmesine gerek yoktur. Bunun için çıkışın ardışık türevleri alınacak ve sistem girişinin ilk olarak gözlemlendiği türev bulunacaktır. Sistem (4.160)'taki formda temsil edilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (4.160)$$

Sistemin gerçek çıkışı dikey ivme olup (4.161)'deki gibi hesaplanır.

$$a_n(t) = \frac{L}{m} - g \cos \gamma = -\frac{QSC_z(\alpha, M, \delta) \cos \alpha}{m} - g \cos \gamma \quad (4.161)$$

Otopilot tasarım sürecini basitleştirmek adına bir dizi varsayım yapılır. Öncelikle aerodinamik kaynaklı ivme değerlerine göre çok küçük olacağı düşünüldüğünden sistem çıkışında bulunan yerçekimine bağlı terim ihmal edilir. Mach sayısının değişimi görece düşük olduğundan bu değer sabit olarak alınabilir. Bu durumda

Mach sayısı da sistemin bir durumu olmaktan çıkar. Bunun ardından sistem çıkışı daha önce belirtilen çıkışı yeniden tanımlama yöntemi uyarınca ideal sistem çıkışı olarak uyarlanır. İdeal sistem çıkışı (4.162)'deki gibidir.

$$a_{n,i}(t) = -\frac{QS\tilde{C}_z(\alpha)\cos\alpha}{m} \quad (4.162)$$

Bu varsayımlar ile sistem çıkışının zamana göre ardışık türevleri alınarak sistemin bağıl derecesi hesaplanır. İlk türev (4.163)'te verilmiştir.

$$\dot{a}_{n,i}(t) = -\frac{QS}{m} \left( \frac{\partial\tilde{C}_z(\alpha)}{\partial\alpha} \dot{\alpha} \cos\alpha - \tilde{C}_z(\alpha) \dot{\alpha} \sin\alpha \right) \quad (4.163)$$

Uyarlanmış aerodinamik katsayının türevi (4.164)'te verilmiştir.

$$\frac{\partial\tilde{C}_z(\alpha)}{\partial\alpha} = 3a_n\alpha^2 + 2b_n|\alpha| + c_n \left( 2 - \frac{M}{3} \right) \quad (4.164)$$

Görüldüğü üzere bu türev kontrol girişini içermemektedir. Bu sebeple bir üst türev alınır (4.165).

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{n,i}(t) = & -\frac{QS}{m} \dot{\alpha}^2 \left( \frac{\partial^2\tilde{C}_z(\alpha)}{\partial\alpha^2} \cos\alpha - 2\frac{\partial\tilde{C}_z(\alpha)}{\partial\alpha} \sin\alpha - \tilde{C}_z(\alpha) \cos\alpha \right) \\ & -\frac{QS}{m} \left( \frac{\partial\tilde{C}_z(\alpha)}{\partial\alpha} \cos\alpha - \tilde{C}_z(\alpha) \alpha \sin\alpha \right) \ddot{\alpha} \end{aligned} \quad (4.165)$$

Burada görülen hücum açısının ikinci türevi kontrol girişini içermektedir. Bu durum (3.87)'de verilen durum denklemleri incelenerek anlaşılabilir. Bu denklemlerden yararlanılarak hücum açısının türevi çıkışı yeniden tanımlama işlemi de göz önüne alınarak tekrar (4.166)'daki gibi yazılabilir.

$$\dot{\alpha} = \frac{QS}{mV_m} C_z(\alpha) \cos\alpha - \frac{g}{V_m} \cos\gamma + q \quad (4.166)$$

Hücum açısının bir üst türevi (4.167)'deki gibi ifade edilebilir.

$$\ddot{\alpha} = f(\alpha, \gamma) + \dot{q} \quad (4.167)$$

Yunuslama açısal hızının türevi (4.168)'de tekrar verilmiştir.

$$\dot{q} = \dot{q}(\alpha, M, \delta) = \frac{QSd}{J_{22}} C_m(\alpha, M, \delta) \quad (4.168)$$

Bu bilgi kullanılarak hücum açısının ikinci türevinde kontrol girişi olduğu ve sistemin bağıl mertebesinin 2 olduğu anlaşılmaktadır. İlerleyen bölümde giriş çıkış ilişkisi bu şekilde incelenen füze sistemine yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yöntemlerinin uygulanışı anlatılacaktır.

#### 4.5.2.1 İkinci mertebeden sanki sürekli kayma kipli otopilot

Bu bölümde ilgili bölümde detayları açıklanan ikinci mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol yönteminin füze otopilotuna uygulanışı anlatılmıştır.

Sisteme ilişkin kayma değişkeni (4.169)'daki gibi tanımlanmıştır.

$$\sigma = a_{n,i} - a_{n,c} \quad (4.169)$$

Ele alınan kontrol kuralı (4.56)'da verilmiştir. Bu kural uyarınca kayma kipi değişkeninin türevinin hesaplanması gerekmektedir. Bu türevi elde etmek içinde sanki sürekli kayma kipli türevleyici kullanılmıştır. Elde edilen türev profilinde bulunan süreksizlikleri azaltmak amacı ile türevleyicinin mertebesi artırılmış ve üçüncü mertebeden bir türevleyici kullanılmıştır. (4.58)'de verilen genel türevleyici denklemi kullanılarak üçüncü mertebeden türevleyici (4.170)'teki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= -\tilde{\lambda}_3 L^{1/4} |z_0 - \sigma|^{3/4} \text{sign}(z_0 - \sigma) + z_1 \\ \dot{z}_1 &= -\tilde{\lambda}_2 L^{1/2} |z_0 - \sigma|^{1/2} \text{sign}(z_0 - \sigma) + z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\tilde{\lambda}_1 L^{3/4} |z_0 - \sigma|^{1/4} \text{sign}(z_0 - \sigma) + z_3 \\ \dot{z}_3 &= -\tilde{\lambda}_0 L \text{sign}(z_0 - \sigma) \end{aligned} \quad (4.170)$$

Burada  $L$  kazancının (4.59)'da verilen kurala uygun olması dolayısı ile (4.171)'de verilen şartı sağlaması gerekmektedir.

$$\left| \sigma^{(4)}(t) \right| \leq L \quad (4.171)$$

Açıkça görünmektedir ki ivme hatasının dördüncü türevinin mutlak değerinden büyük olması için  $L$  kazancının oldukça büyük seçilmesi gerekmektedir. Benzetim modeli koşulları sonucu  $L$  kazancının değeri (4.172)'deki gibi belirlenmiştir.

$$L = 10^5 \quad (4.172)$$

Türevleyicinin kazançları ise [62]'te önerildiği üzere (4.173)'teki gibi belirlenmiştir.

$$\tilde{\lambda}_0 = 1.1, \quad \tilde{\lambda}_1 = 3.06, \quad \tilde{\lambda}_2 = 4.16, \quad \tilde{\lambda}_3 = 3 \quad (4.173)$$

Simülasyonlarda bu katsayılar ile tatmin edici sonuçlar alınması üzerine katsayılar olduğu gibi kabul edilmiştir.

(4.56) ve (4.170) kullanılarak kontrol kuralı (4.174)'teki gibi belirlenmiştir.

$$u_2 = -\alpha \Phi \left( z_1 + \lambda |z_0|^{1/2} \text{sign}(z_0) \right) / \left( |z_1| + \lambda |z_0|^{1/2} \right) \quad (4.174)$$

Burada kontrolcü parametresi  $\lambda$  ve genel kazanç fonksiyonu  $\Phi$  benzetim koşumlarının yardımı ile (4.175)'teki gibi belirlenmiştir.

$$\lambda = 15, \quad \Phi = 0.6, \quad \alpha = 1 \quad (4.175)$$

Bu kontrol kuralı ile yapılan benzetim koşumları sistemin “chattering” etkisinin çok olduğunu göstermiştir. Bu olumsuzluğu azaltmak için kontrol parametresi  $\lambda$  kayma değişkeninin mutlak değerine bağlı değişken olarak (4.176)'daki şekilde tanımlanmıştır.

$$\lambda_m = \lambda + |z_0| / 2 \quad (4.176)$$

Nihai olarak kontrol kuralı (4.177)'deki halini almıştır.

$$u_2 = -\Phi \left( z_1 + \lambda_m |z_0|^{1/2} \text{sign}(z_0) \right) / \left( |z_1| + \lambda_m |z_0|^{1/2} \right) \quad (4.177)$$

Bu kontrolcü ile alınan benzetim modeli koşumu sonuçları sonuçlar bölümünde irdelenmiştir. Bu kontrolcünün performansının yeterli görülmemesi ve yetersizliğin kontrol süreksizliğinden kaynaklandığının bilinmesi sonucu daha yüksek mertebeli kontrol kuralları uygulanmıştır.

#### 4.5.2.2 Üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli otopilot

Bu bölümde ilgili bölümde detayları açıklanan üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol yönteminin füze otopilotuna uygulanışı anlatılmıştır. İkinci mertebeden kontrolcünün kontrol girişinde süreksizliğe sebep olması sonucu sistem yüksek frekanslı ve enerjili titreşimlere maruz kalmaktadır. Bu sorunun çözümü kontrol kuralı mertebesini arttırarak süreksizliği kontrol girişinin türevlerine taşımakta bulunmuştur.

Sisteme ilişkin kayma değişkeni (4.178)'deki gibi tanımlanmıştır.

$$\sigma = a_{n,i} - a_{n,c} \quad (4.178)$$

Bahis konusu kontrol kuralı (4.57)'de verilmiştir. Bir önceki bölümde ele alınan kontrol kuralında olduğu gibi bu kontrol kuralının uygulanışı için de kayma kipi değişkeninin türevlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Önceki kontrol kuralından farklı olarak şimdi ihtiyaç duyulan türevlerin mertebesi artmış ve değişkenin ikinci türevine de ihtiyaç doğmuştur. Bunun yanında bir önceki kontrol kuralında kullanılan türevleyicinin mertebesi halihazırda arttırılmış olduğu için üçüncü mertebe kontrolcünün de ihtiyaç duyduğu türevleri hesaplayabilmektedir. Bu sebeple bu türevleyici olduğu gibi kullanılacaktır. Bu durumda (4.57) kontrol kuralı (4.179)'daki şekilde düzenlenebilir.

$$u_3 = -\alpha\Phi \frac{z_2 + 2\lambda^{3/2} \left( |z_1| + \lambda |z_0|^{2/3} \right)^{-1/2} \left( z_1 + \lambda |z_0|^{2/3} \text{sign}(z_0) \right)}{|z_2| + 2\lambda^{3/2} \left( |z_1| + \lambda |z_0|^{2/3} \right)^{1/2}} \quad (4.179)$$

Burada kontrolcü parametresi  $\lambda$  ve genel kazanç fonksiyonu  $\Phi$  benzetim koşumlarının yardımı ile (4.180)'deki gibi belirlenmiştir.

$$\lambda = 15.0, \quad \Phi = 0.6, \quad \alpha = 1 \quad (4.180)$$

Her ne kadar (4.180)'de verilen kontrol kuralının dayanıklılığı istenen seviyede ve titreşimi az olsa da sistemin oturma süresi çok uzundur. Füze sistemleri özellikle zaman kritik sistemler olduğundan ve elde edilen oturma süreleri performans ihtiyaçlarını karşılamadığından kontrol parametresi  $\lambda$  değişken olarak atanmıştır. Tanımlanan  $\lambda$  parametresi kayma kipi değişkeninin mutlak değeri ile doğru orantılı artmaktadır. Bu sayede sistem kayma yüzeyinden uzakta iken sistem kazancı ve dolayısıyla yakınsama hızı artmakta, sistem kayma yüzeyine yaklaştığında ise daha önceden denenmiş nominal kontrolcüye geri dönüş sağlanmakta ve istenilen dayanıklılık titreşim problemi ile karşılaşmadan elde edilmektedir.  $\lambda$  parametresi (4.181)'deki şekilde belirlenmiştir.

$$\lambda_m = \lambda + |z_0|/10 \quad (4.181)$$

Buna göre (4.179)'da verilen kontrol kuralı nihai olarak (4.182)'de verildiği şekilde güncellenir.

$$u_3 = -\Phi \frac{z_2 + 2\lambda_m^{3/2} \left( |z_1| + \lambda_m |z_0|^{2/3} \right)^{-1/2} \left( z_1 + \lambda_m |z_0|^{2/3} \text{sign}(z_0) \right)}{|z_2| + 2\lambda_m^{3/2} \left( |z_1| + \lambda_m |z_0|^{2/3} \right)^{1/2}} \quad (4.182)$$

Bu kontrol kuralı ile alınan sonuçlar benzetim sonuçlarının verildiği bölümde incelenmiştir.

#### 4.5.2.3 İkinci mertebeden süper burulan kayma kipli otopilot

Bu bölümde detayları daha önce açıklanan ikinci mertebeden süper burulan kayma kipli kontrol yönteminin füze otopilotuna uygulanışı anlatılmıştır. Bu kontrol kontrolcü için de kayma kipi değişkeni (4.183)'teki gibi belirlenmiştir.

$$\sigma = a_{n,i} - a_{n,c} \quad (4.183)$$

Bu kontrol kuralı kayma kipi değişkeninin birinci mertebeden türevine ihtiyaç duymaktadır. Bu türev (4.170)'te verilen türevleyici ile hesaplanmaktadır. Bu durumda kontrol kuralı (4.63) ve (4.170) kullanılarak (4.184)'teki şekilde oluşturulur.

$$u_2 = -k_1 |\phi_1|^{1/2} \text{sign}(\phi_1) - \int_0^t k_3 \text{sign}(\phi_1) d\tau \quad (4.184)$$

$$\phi_1 = z_1 + k_2 |z_0|^{2/3} \text{sign}(z_0)$$

Burada kontrolcü katsayıları (4.185)'deki şekilde belirlenmiştir.

$$k_1 = 0.15, \quad k_2 = 15, \quad k_3 = 15 \quad (4.185)$$

Bir önceki kontrol kuralına benzer şekilde bu kontrol kuralı için de dayanıklılık gereksiniminin sağlanmasına rağmen oturma süreleri kabul edilemez ölçüde uzundur. Bunu engellemek için kontrolcü parametreleri değişken olarak atanmıştır. Tanımlanan yeni parametreler (4.186)'da verilmiştir.

$$k_{1,m} = k_1, \quad k_{2,m} = k_2 + |z_0|/2, \quad k_{3,m} = k_3 + |z_0|/2 \quad (4.186)$$

Bu durumda kontrol kuralının nihai hali (4.187)'deki gibidir.

$$u_2 = -k_{1,m} |\phi_1|^{1/2} \text{sign}(\phi_1) - \int_0^t k_{3,m} \text{sign}(\phi_1) d\tau \quad (4.187)$$

$$\phi_1 = z_1 + k_{2,m} |z_0|^{2/3} \text{sign}(z_0)$$





## 5. BENZETİM MODELİ KOŞUMLARI VE SONUÇLARI

Bu bölümde geliştirilen otopilot algoritmalarının yeterliliği sayısal benzetim ortamlarında sınanmıştır. Bu ortamlarda füze dinamik modelleri, sistem belirsizlikleri, bozucu çevresel etkiler ve otopilot sistemleri modellenmiştir. Modelin kurulmasının ardından zamana bağlı komut sinyalleri oluşturulmuştur. Benzetim modelleri koşturularak otopilotun ve dolayısı ile sistemin davranışı gözlemlenmiştir.

### 5.1 Benzetim Modeli Kurulumları

Benzetim ortamı olarak MATLAB/Simulink yazılımı kullanılmıştır. Her iki ayrı füze modeli de ilgili bölümlerde verilen füze dinamik denklemleri kullanılarak oluşturulmuştur. Yine ilgili bölümlerde verilen otopilot denklemleri füze otopilotlarının modellenmesi amacı ile kullanılmıştır.

Füzelerin uçuş senaryoları ise Reichert füzesi için referans ivme ve HAVE DASH II füzesi için ise referans ivme ile birlikte referans yuvarlanma açısı şeklinde oluşturulmuştur.

### 5.2 Sistem Belirsizliği ve Bozucu Çevresel Etkilerin Modellenmesi

Her iki füze modeli için sistem belirsizliği ve bozucu çevresel etkilerin modellenmesi bu bölümde incelenmiştir.

#### 5.2.1 HAVE DASH II füzesi için sistem belirsizliği ve çevresel etkiler

HAVE DASH II Füzesi için sistem belirsizliği aerodinamik katsayıların belirsizliği (5.1) şeklinde modellenmiştir.

$$\begin{aligned} C_{F,d} &= (1 + \Delta_a) C_F, & C_{M,d} &= (1 + \Delta_a) C_M \\ \Delta_a &= 0.3 \times \sin(0.2\pi t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Burada  $C_{F,d}$  ve  $C_{M,d}$  sırasıyla belirsizlik içeren aerodinamik kuvvet ve moment katsayıları vektörleridir.  $\Delta_a$  ise belirsizlik oranı olup sinüzoidal bir fonksiyon olarak

tanımlanmıştır. Bu tanımlama yapılarak füzenin değişik görev koşulları ile farklı belirsizlik durumlarının aynı benzetim koşulunda gözlemlenebilmesi amaçlanmıştır. Bir başka belirsizlik ise füze kütlesi ile ilgilidir. Doğal olarak füzeler uçuş esnasında yakıt kullanımına bağlı olarak kütle kaybı yaşarlar. Yakıt kullanımına bağlı kütle kaybı büyük olabilmekle beraber genel olarak tüm uçuş süresine yayılmıştır. Bunun yanında uçuşun bir kısmı yanma sonrası aşamada gerçekleşebilir. Böyle bir durumda füze itki olmaksızın süzülmetedir. Daha önce bahsedildiği üzere literatürde bulunan çalışmalar problemi basitleştirmek adına ele alınan uçuş safhasının yanma sonrası safha olduğu kabulünü yaygın olarak kullanmıştır. Benzer bir kabul bu çalışmada da yapılmıştır. Tam da bu sebepten gerçek şartlar altında belirsizliği en düşük olan parametrelerden biri olan füze kütlesi parametresi zamana bağlı değişen bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Bu yapılırken yakıt tüketimine bağlı sürekli azalan kütle profili yerine zamana bağlı olarak azalan ve artan bir kütle profili oluşturulmuş böylece hem değişik görev koşulları ve aerodinamik belirsizlik koşulları ile değişik kütle kombinasyonları aynı benzetim koşumu içinde gözlemlenmiştir. Kütle belirsizliği (5.2)'deki gibi modellenmiştir.

$$\begin{aligned} m_d &= (1 + \Delta_m) m \\ \Delta_m &= 0.3 \times \sin(0.2\pi t) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Bozucu çevresel etki ise ani rüzgar değişimleri şeklinde modellenmiştir. Bu çevresel etki atmosferik hava hareketlerinden kaynaklanmaktadır ve hava araçlarını birçok durumda etkilemektedir. Ani rüzgar değişimleri doğaları gereği sürekli fonksiyonlardır. Bunun yanında kontrol problemini daha da zorlayıcı hale getirmek amacı ile bu çalışmada süreksiz rüzgar değişimi modelleri oluşturulmuştur. Rüzgar değişimleri düşey düzlemde hava akımının yön değişimi olarak tasarlanmıştır. Füzenin yatay eksenindeki dinamiği ile otopilot arasında doğrudan bir bağlantı olmadığından ve olası hava hızı değişimlerinin füze hızına göre oldukça küçük kalmasından ötürü füze gövde ekseninin yatay bileşeni ile çakışan rüzgar hızı değişimleri modellenmemiştir. Bunun yanında füze gövde ekseninin dikey bileşeni ile çakışan hava hızı değişimleri füze hücum açısında değişikliklere yol açacaktır. Hücum açısında küçük değişiklikler bile füze sisteminin çıkışı kabul edilen ivme değerinde önemli değişikliklere yol açabileceğinden hava hızındaki bu

değişikliklerin sistem üzerinde kayda değer bir dış bozucu etki olduğuna karar verilmiştir.

Hücum açısı değişiklikleri (5.3)'teki gibi tanımlanmıştır.

$$\alpha = \alpha_n + \alpha_d \quad (5.3)$$

Burada  $\alpha_n$  üzerinde bozucu etmen olmayan ve füze dinamik denklemlerinden hesaplanan hücum açısını temsil etmektedir.  $\alpha_d$  ise ani rüzgar değişimlerinden kaynaklanan hücum açısı değişimidir.  $\alpha$  ise nihai hücum açısını temsil etmektedir.  $\alpha_d$  her 2.5 saniyede işaret değiştiren bir kare fonksiyon olarak tanımlanmıştır.  $\alpha_d$  'nin büyüklüğü ise 3 derecedir.

Bunların yanında otopilot için referans alınan model bazı basitleştirmelere tabi tutulmuştur. Bu sebeple otopilot içinde ideal çıkış hesabında kullanılan modellerle gerçek çıkışın hesaplandığı model birbirinden farklıdır. Bu farklılıklar da model belirsizliğine katkı sağlamaktadır.

### 5.2.2 Reichert füzesi için sistem belirsizliği ve çevresel etkiler

Reichert Füzesi için de sistem belirsizliği aerodinamik katsayıların belirsizliği şeklinde modellenmiştir. Tanımlanan aerodinamik belirsizlik (5.4)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} C_{Z,d} &= (1 + \Delta_a) C_Z, & C_{M,d} &= (1 + \Delta_a) C_M \\ \Delta_a &= 0.3 \times \sin(0.2\pi t) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Füze modeli düşey düzlemle sınırlandırıldığı için belirsizlik sadece mevcut olan aerodinamik kuvvet ve momentler tanımlanmıştır. Füze kütlesi belirsizliği ise HAVE DASH füzesi için olduğu gibi (5.2)'deki şekilde tanımlanmıştır. Yine HAVE DASH füzesine benzer biçimde çevresel etki hücum açısında değişiklik şeklinde modellenmiştir.

### 5.3 Benzetim Modeli Sonuçları

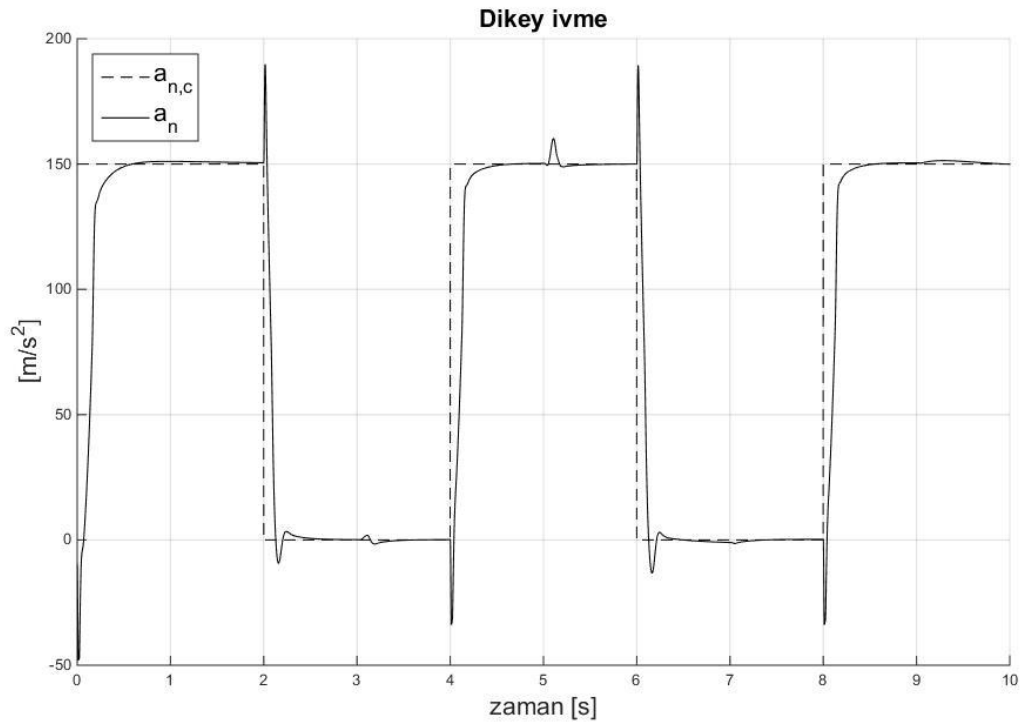
Bu bölümde önceki bölümlerde tanımlanan füze modelleri ve tasarlanan otopilotlar kullanılarak oluşturulan benzetim modellerinden elde edilen sonuçlar incelenmiştir. Bu bölüm her iki füze için ayrı alt bölümlere ayrılmıştır. Bu alt bölümler ise değişik koşum senaryolarını içeren başka alt bölümlere ayrılmıştır.

Daha az sonuç grafiği ile daha çok bilgi alabilmek adına aynı koşum içinde değişik yapılarda (sürekli, süreksiz) ve büyüklüklerde referans komut dizileri oluşturulmuş ve elde edilen sonuçlar sistemin üzerinde belirsizlik ve harici etkilerin olduğu ve olmadığı durumlar için verilmiştir.

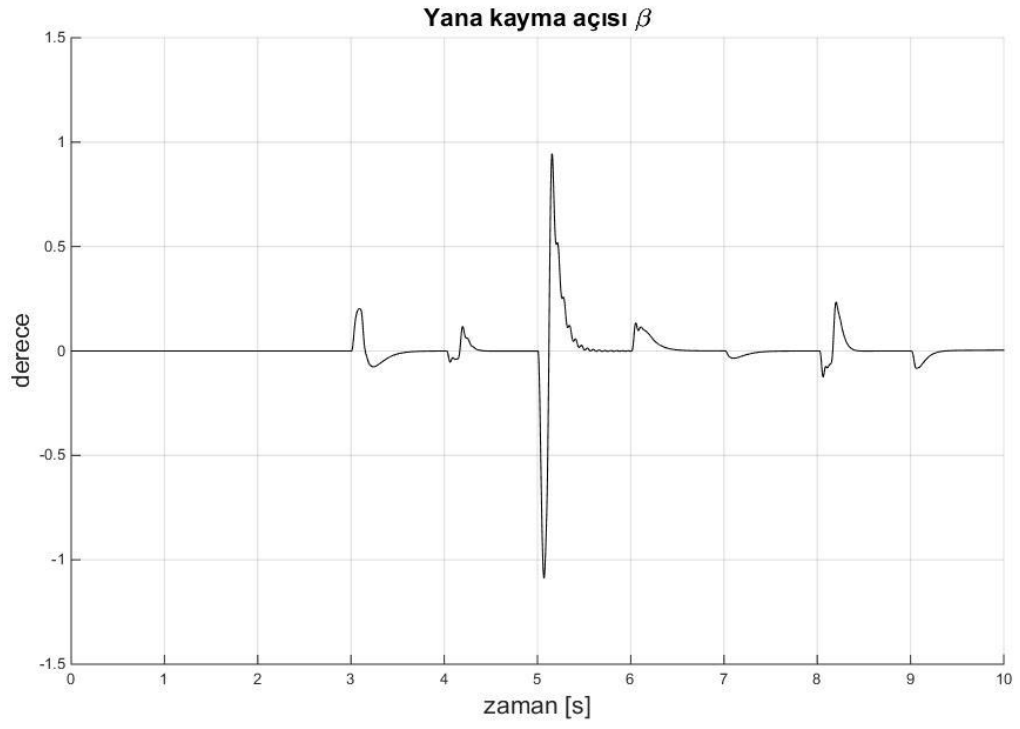
### 5.3.1 HAVE DASH II füzesi benzetim modeli koşumları

HAVE DASH II füzesi modeli için geliştirilen otopilotun değişik görev koşullarını içerecek komutlar ve karşısındaki performansı bu bölümde incelenmiştir.

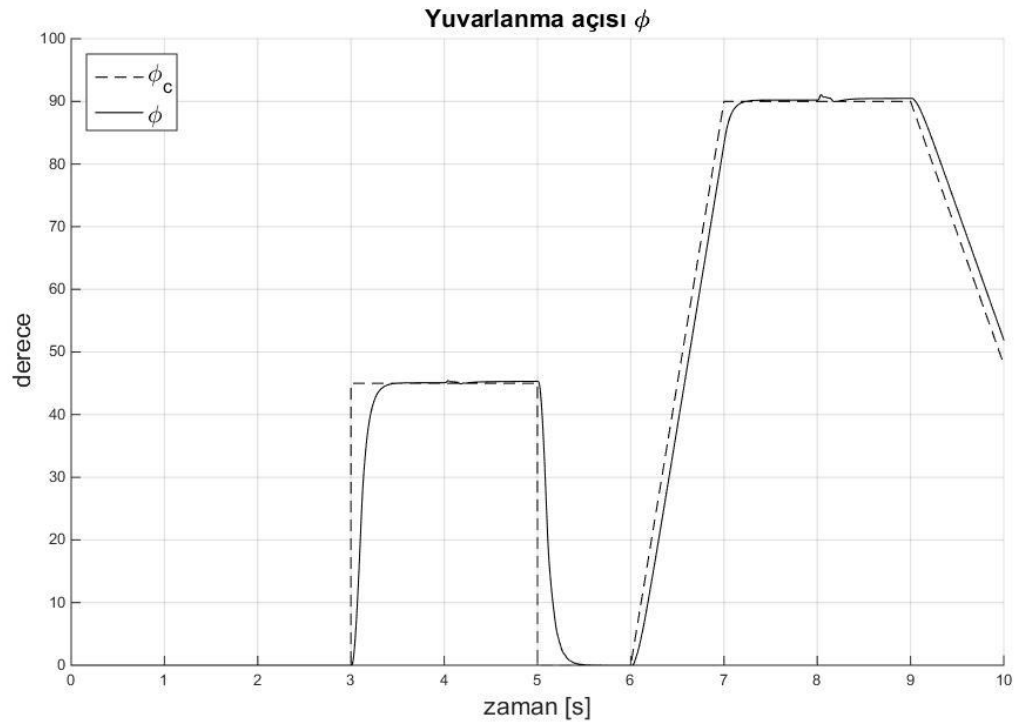
Her bir koşum 10 saniye sürmektedir. Bu süre içinde daha önceden belirlenmiş referans komutlar otopilota gönderilmektedir. Bu füze ile gerçekleştirilen bütün koşumlarda füze Mach sayısı 2.75 olarak alınmıştır [7]. Öncelikle HAVE DASH II füzesi için sistem üzerinde belirsizlik ve harici etkilerin olmadığı durum için gerçekleştirilen benzetim modeli koşumlarının sonuçları incelenmiştir. Sistemin ivme cevabı, yana kayma açısı ve yuvarlanma açısı cevapları sırasıyla Şekil 5.1, Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'te verilmiştir.



Şekil 5.1 : HAVE DASH füze modelinin dikey ivme cevabı.



Şekil 5.2 : HAVE DASH II füzesi modelinin yana kayma açısı cevabı.

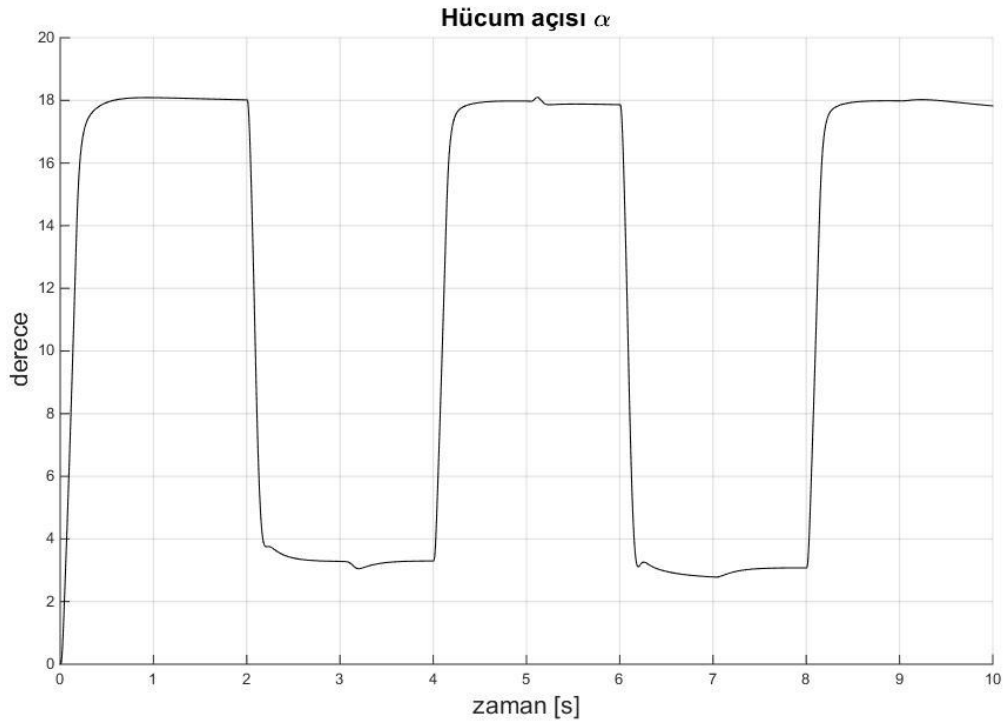


Şekil 5.3 : HAVE DASH II füzesi modelinin yuvarlanma açısı cevabı.

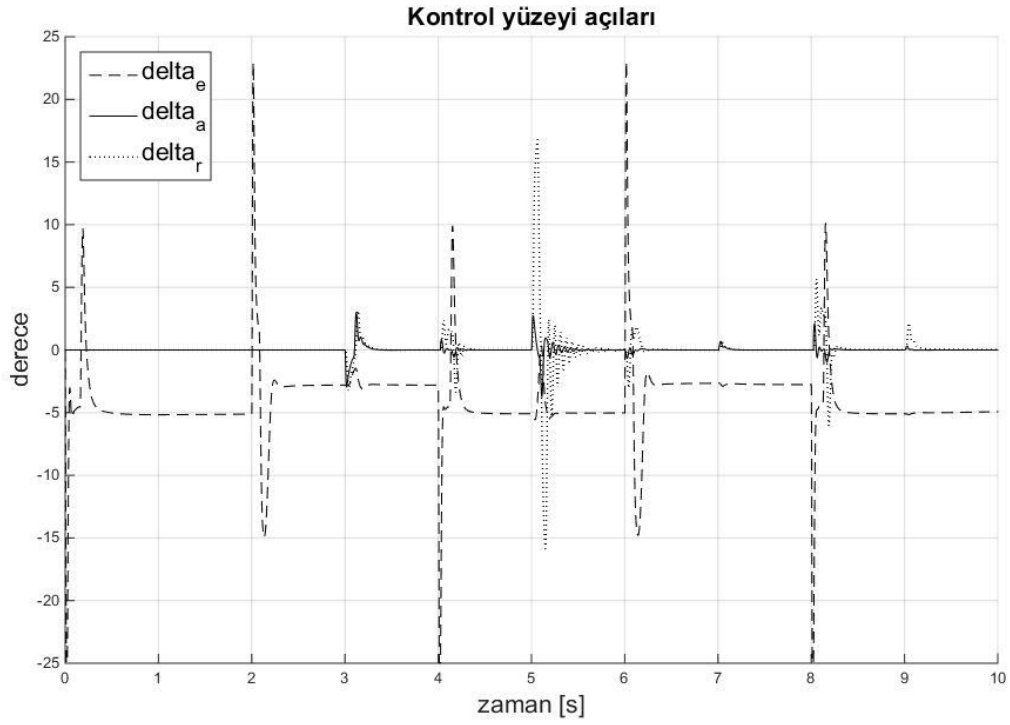
Görüldüğü üzere sistemin ivme cevabı tatmin edicidir. Özellikle  $t=3.0$  ve  $t=5.0$  saniyeleri civarında görülen ufak sapmalar sistemin yuvarlanma açısı kanalında sert manevralar yapmasından kaynaklanmaktadır.  $\beta$  cevabı ise kesinlikle istenilen performans gereksinimlerini karşılamaktadır.  $\beta$  değeri (4.88)'de verilen azami değerin oldukça altında kalmaktadır.  $\phi$  cevabı ise performans açısından yeterli görülmektedir. Türevi sıfırdan farklı olan komut girişlerinde hatanın tamamı ile giderilememesi asimptotik yakınsama kuralının beklenen bir sonucudur. Bu durum kayma kipi değişkeninin integral terimlere sahip olması ile çözülebilir. Öte yandan bu uygulama için elde edilen performans yeterli görülmektedir.

Kayma kipli kontrol kullanılması sonucu çıkış profillerinde beklenen titreşim kontrol kuralında uygulanan sınır tabaka yaklaşımı ile giderilmiştir. Bunun yanında sınır tabak kullanılması sonucu hata değerinin tamamı ile giderilememesi ise beklenen bir sonuçtur. Bu koşumlarda otopilot tasarımı sırasında yapılan basitleştirmelerden kaynaklı sistem belirsizliklerinin halihazırda bulunduğu unutulmamalıdır.

Sistemin hücum açısı cevabı ve kontrol yüzeyi açıları sırasıyla Şekil 5.4 ve Şekil 5.5'te verilmiştir.



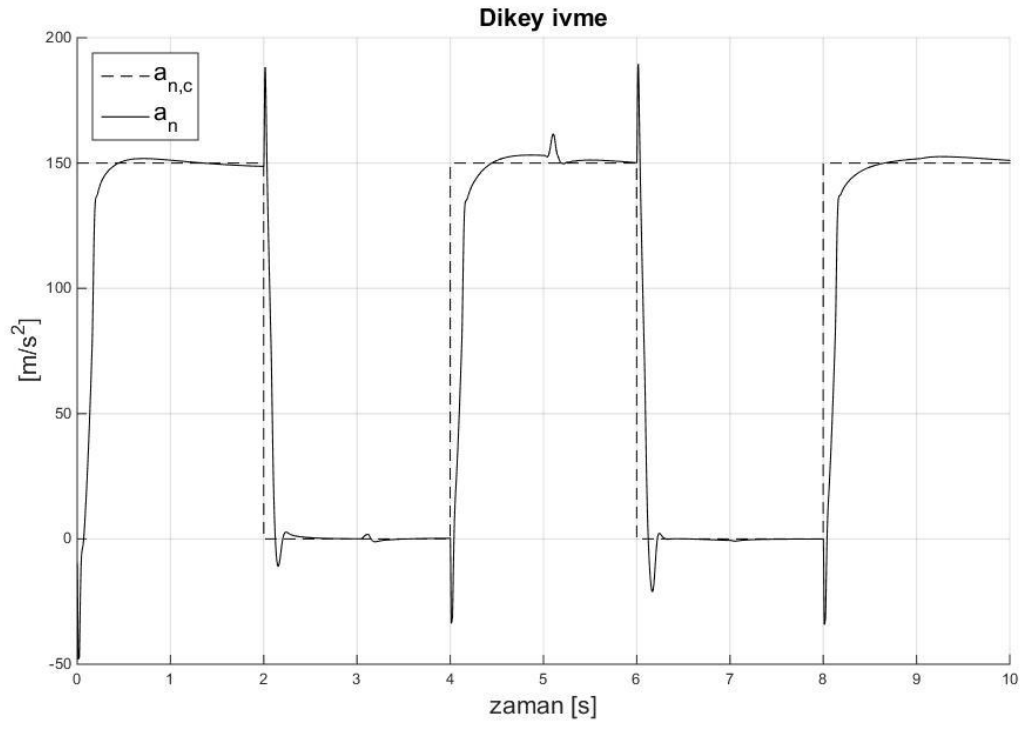
Şekil 5.4 : HAVE DASH II füzesi modelinin hücum açısı cevabı.



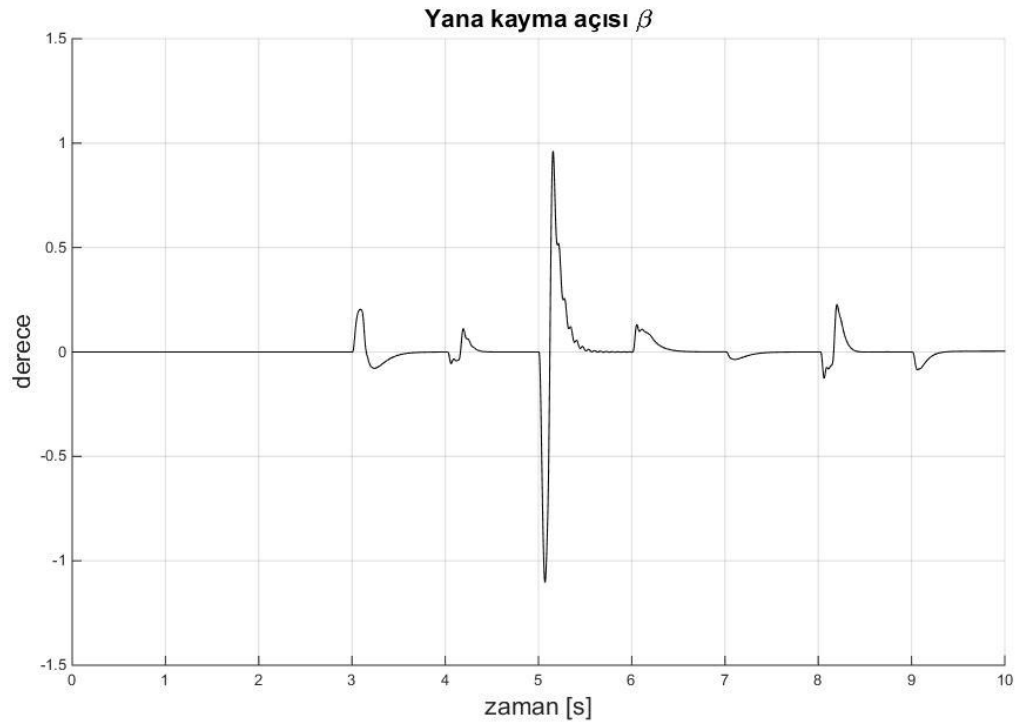
**Şekil 5.5** : HAVE DASH II füzesi modelinin kontrol yüzeyi açıları.

Bu sonuçların ardından sistemin belirsizlikler altında ve harici bozucu etkiler mevcut iken verdiği cevapları incelemek doğru olacaktır. İlk olarak sistemin belirsizliklere sahip olduğu ancak harici bozucu etkilere maruz kalmadığı kabulü ile yapılan benzetim koşumu sonuçları incelenmiştir. Bu durumda (5.1)'de verilen belirsizlikler modele uygulanırken (5.3)'te verilen harici bozucu etkiler modele dahil edilmemiştir. Sistemin dikey ivme cevabı, yana kayma açısı cevabı ve yuvarlanma açısı cevabı sırasıyla Şekil 5.6, Şekil 5.7 ve Şekil 5.8'de verilmiştir.

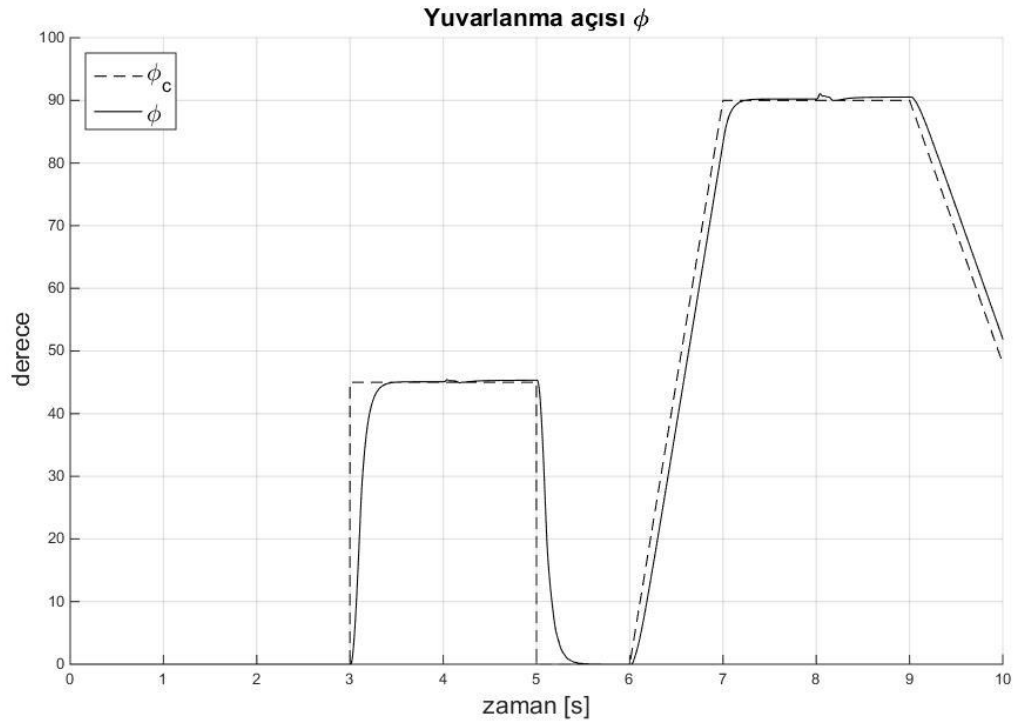
Görüldüğü üzere belirsizlik oranı büyük ve zamana bağlı değişen bir fonksiyon olarak tanımlansa da sistem referans komutları büyük ölçüde takip edebilmiştir. Özellikle yuvarlanma açısı ve kayma açısı cevapları sistem belirsizliğinden neredeyse etkilenmemişlerdir. İvme çıkışındaki farklılıklar kayma kipli kontrolcüden daha çok çıkışı yeniden tanımlama yöntemi ile elde edilen zahiri çıkışın gerçek çıkışa yakınsama dinamiği ile ilgilidir. Yine de sistem referans komutları takip edebilmektedir.



**Şekil 5.6** : HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında dikey ivme cevabı.

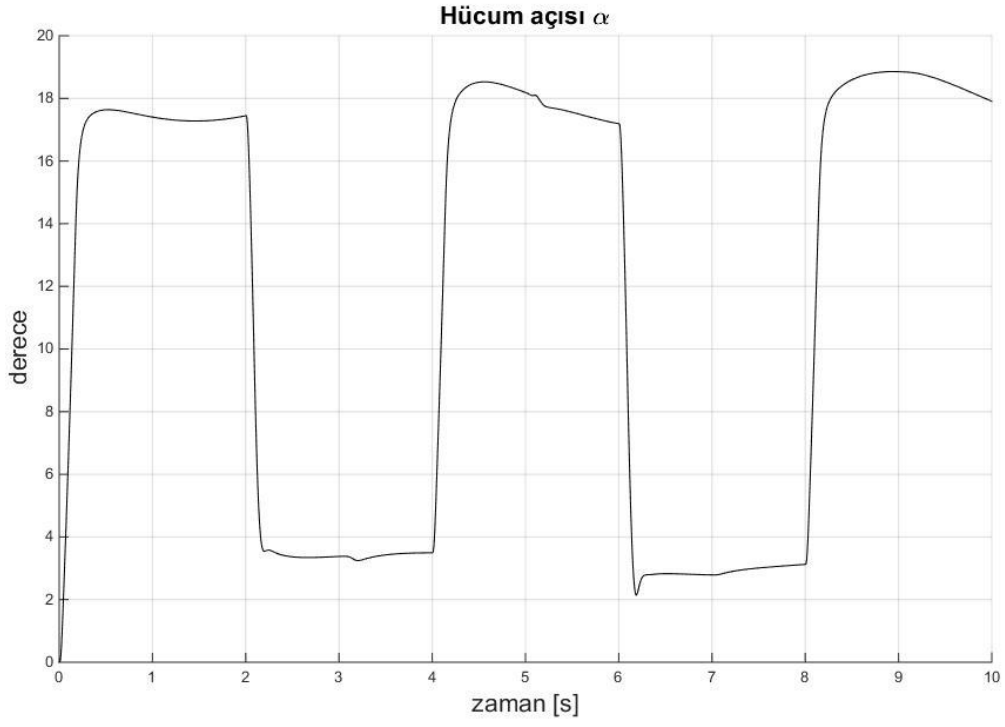


**Şekil 5.7** : HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında yana kayma açısı cevabı.

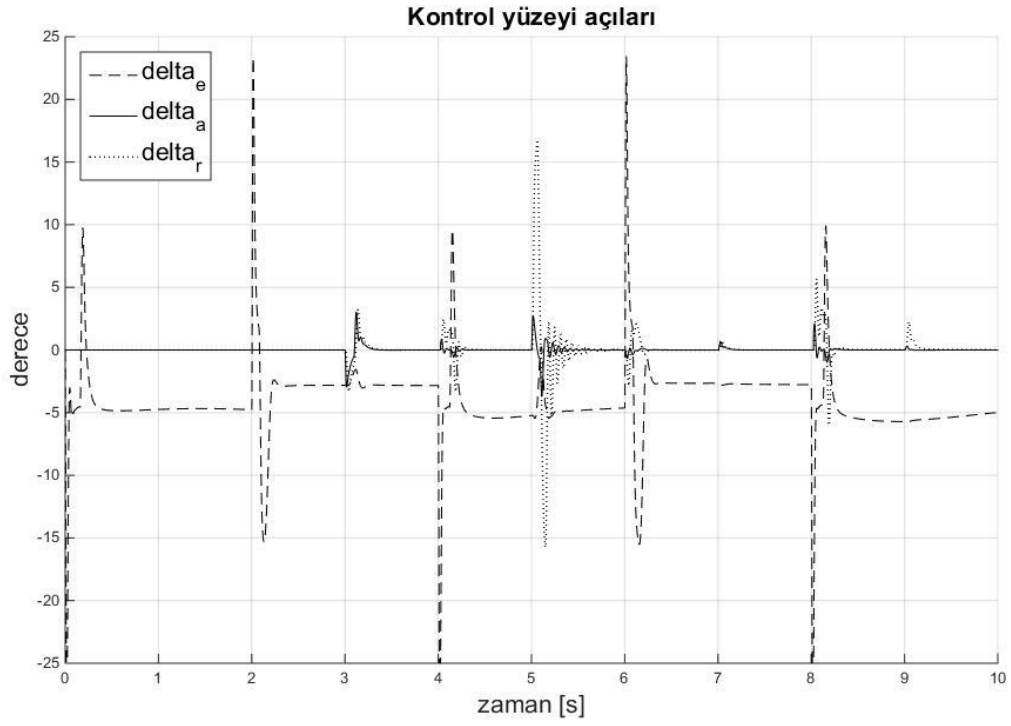


**Şekil 5.8 :** HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında yuvarlanma açısı cevabı.

Sistemin değişik yapılarıdaki yuvarlanma komutlarını başarı ile takip ettiği ve bu esnada başka giriş-çıkış kanallarındaki hareketlerden, örneğin ivme komutundaki değişikliklere verilen tepkilerden, oldukça az etkilendiği görülmektedir. Sistemin hücum açısı cevabı ve kontrol yüzeyi açıları ise sırasıyla Şekil 5.9 ve Şekil 5.10'da verilmiştir.

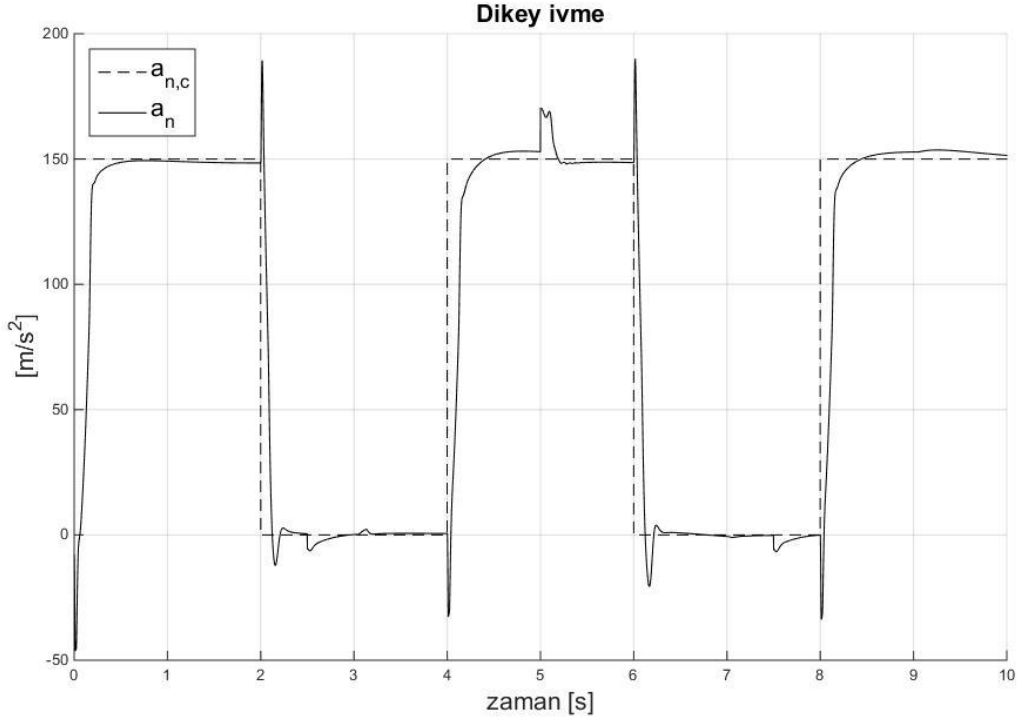


**Şekil 5.9 :** HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında hücum açısı cevabı.



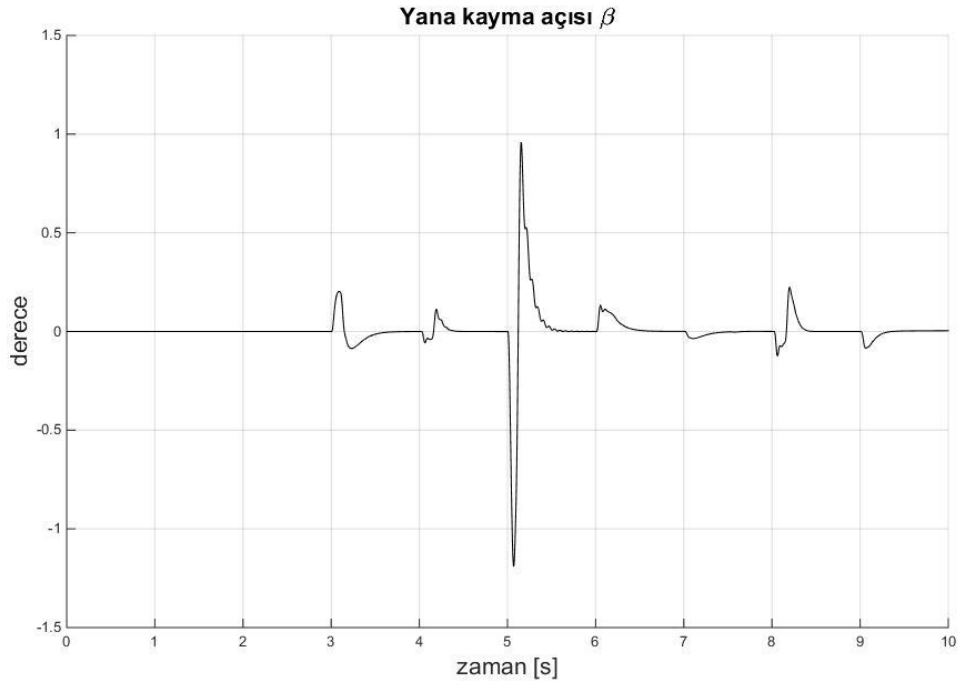
**Şekil 5.10 :** HAVE DASH II füzesi modelinin sistem belirsizlikleri altında kontrol yüzeyi açıları.

Son olarak sistemin hem belirsizliklere hem de harici bozucu etkilere maruz kaldığı durum ele alınmıştır. Bu sayede geniş kapsamlı bir dayanıklılık testi yapılabilecektir. Sistem belirsizliklerine ek olarak (5.3)’te verilen harici etkiler de modele dahil edilmiştir. Sistemin dikey ivme cevabı, yana kayma açısı cevabı ve yuvarlanma açısı cevabı sırasıyla Şekil 5.11, Şekil 5.12 ve Şekil 5.14’te verilmiştir. Görüldüğü üzere ivme kontrolü oldukça başarılıdır. Bunun yanında yuvarlanma açısı ve kayma açısı cevapları arasındaki farkları ayırt etmek ise güçtür. Sistem özellikle bu iki kanalda dış etkilere neredeyse duyarsızdır. İvme kanalındaki duyarlılık ise büyük ölçüde sınır tabaka uygulamasından kaynaklanmaktadır.

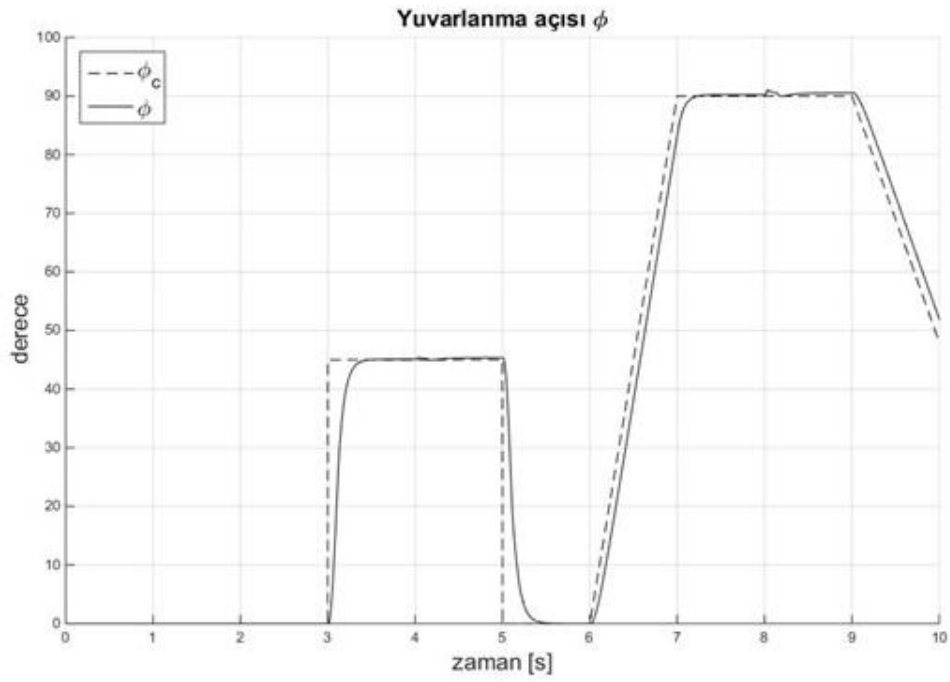


**Şekil 5.11** : HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında dikey ivme cevabı.

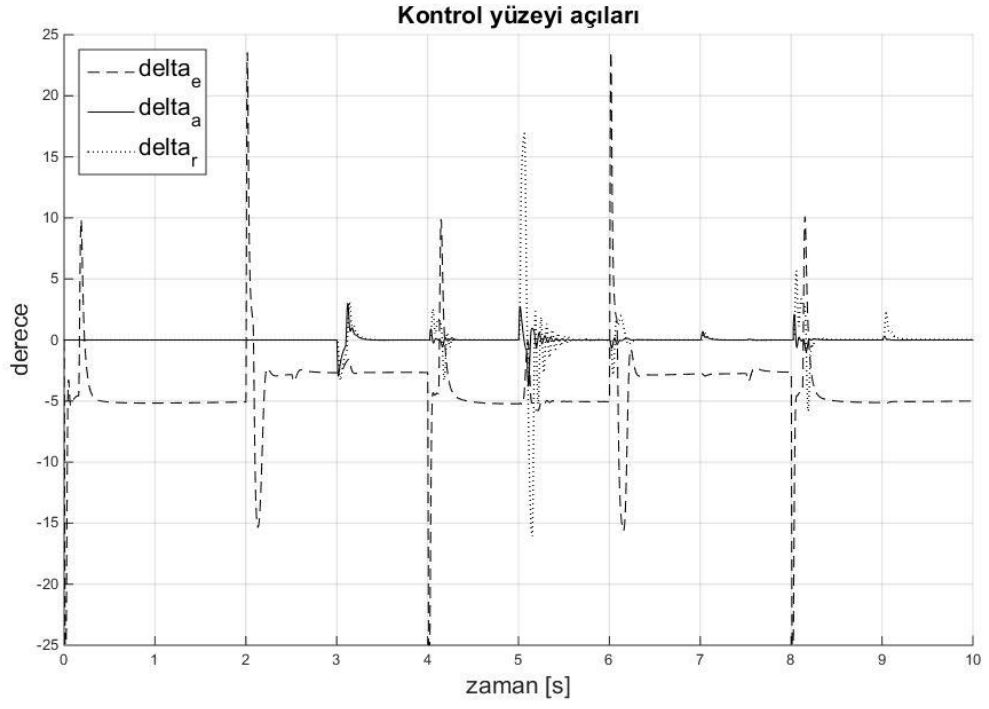
Sistemin hücum açısı cevabı ve kontrol yüzeyi açıları ise Şekil 5.14 ve Şekil 5.15’te verilmiştir.



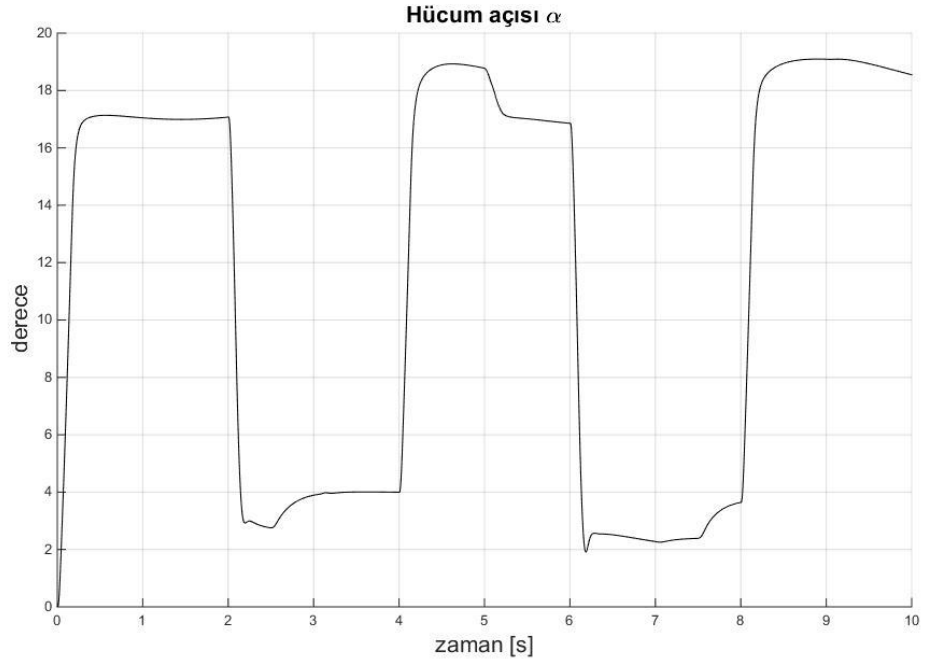
**Şekil 5.12 :** HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında kayma açısı cevabı.



**Şekil 5.13 :** HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında kayma açısı cevabı.



**Şekil 5.14 :** HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında kontrol yüzeyi açıları.



**Şekil 5.15 :** HAVE DASH II füzesi modelinin belirsizlikler ve harici etkiler altında hücum açısı cevabı.

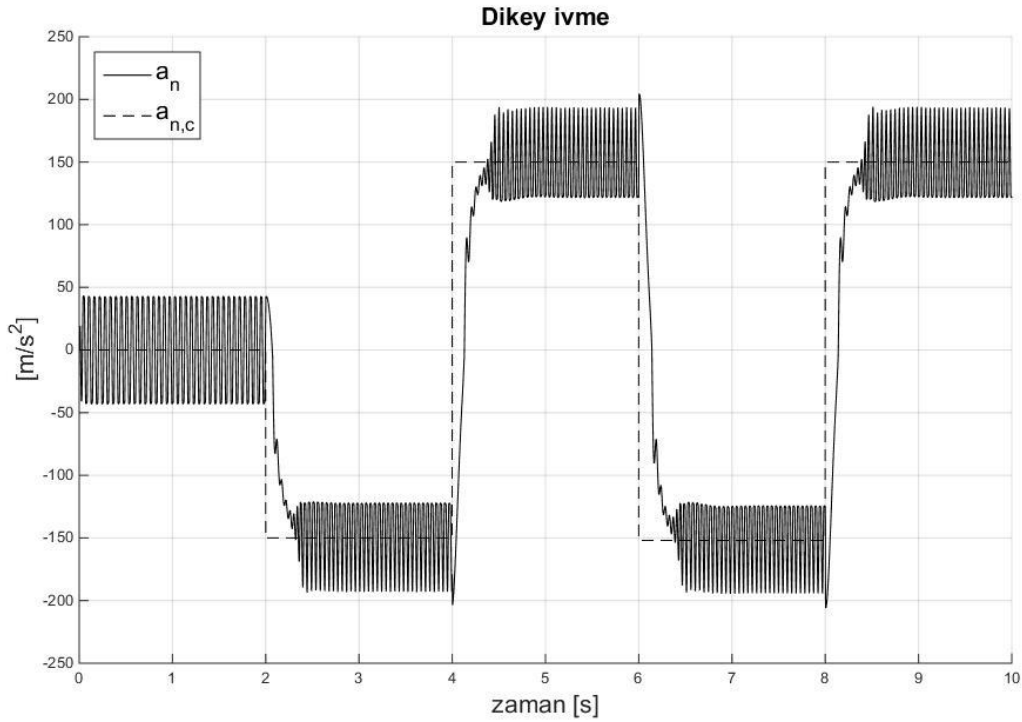
### 5.3.2 Reichert füzesi benzetim modeli koşumu sonuçları

Reichert füzesi için önceki bölümlerde tanımlanan füze modelleri ve tasarlanan otopilotlar kullanılarak koşturulan benzetim modellerinde elde edilen sonuçlar incelenmiştir.

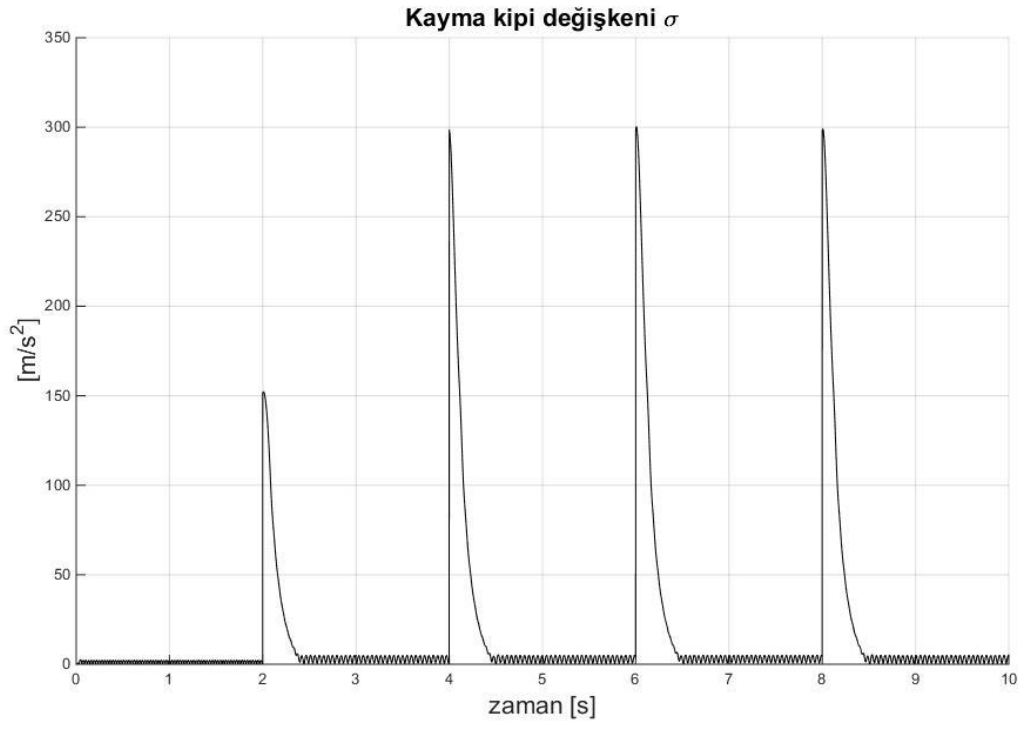
#### 5.3.2.1 İkinci mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol sonuçları

Daha önceki bölümlerde detayları anlatılan ve kontrol kuralı (4.177)'de verilmiş olan ikinci mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol yönteminin uygulandığı otopilot kullanılarak elde edilen sonuçlar bu kısımda incelenmiştir.

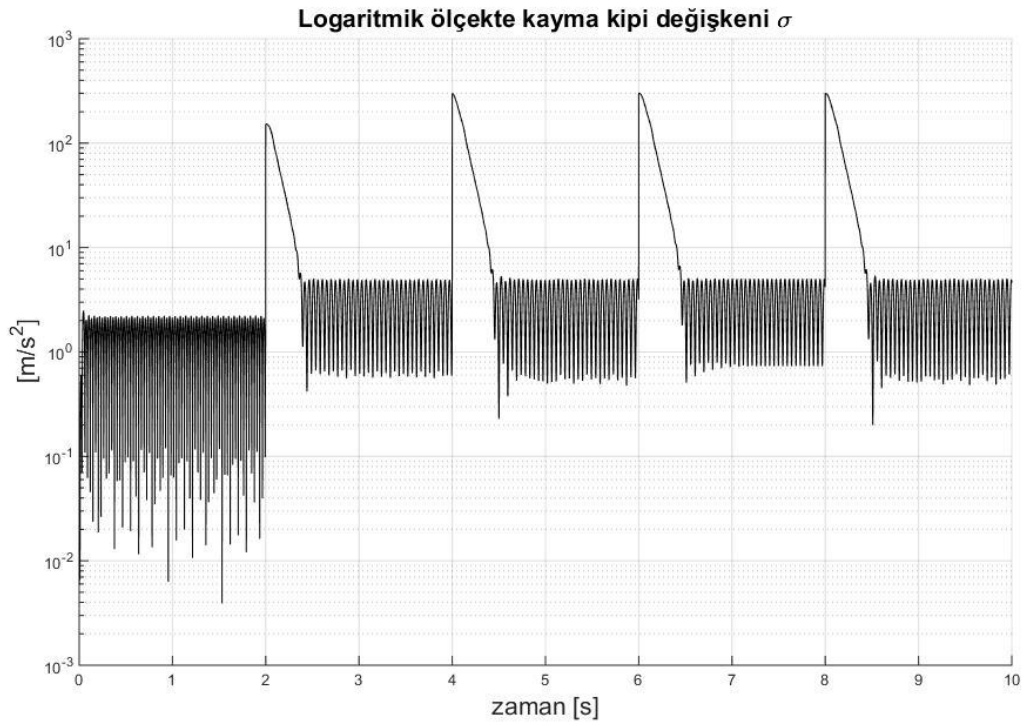
Sistemin sistem belirsizlikleri ve harici bozucu etkiler olmadan verdiği ivme cevabı, kayma kipi değişkeninin doğrusal ve logaritmik ölçekteki değerleri sırası ile Şekil 5.16, Şekil 5.17 ve Şekil 5.18'de verilmiştir. Sistemin hücum açısı cevabı ve kontrol yüzeyi açıları ise Şekil 5.19 ve Şekil 5.20'da verilmiştir.



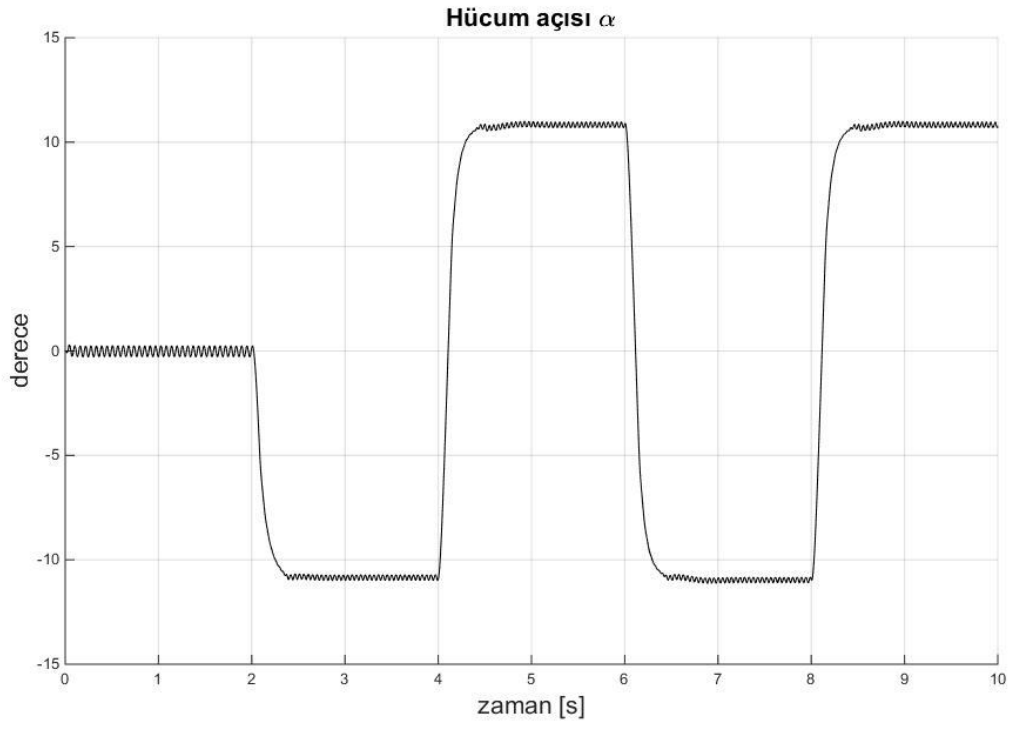
Şekil 5.16 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı.



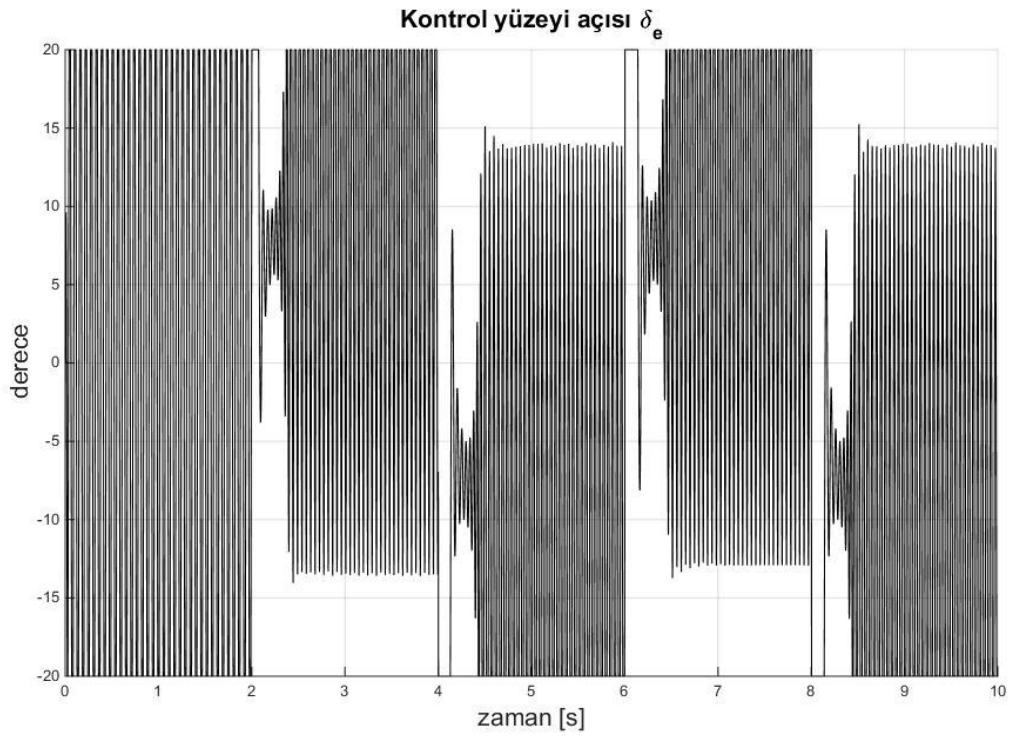
Şekil 5.17 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (doğrusal ölçekte).



Şekil 5.18 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (logaritmik ölçekte).



Şekil 5.19 : Reichert füzesi modelinin hücüm açısı cevabı.

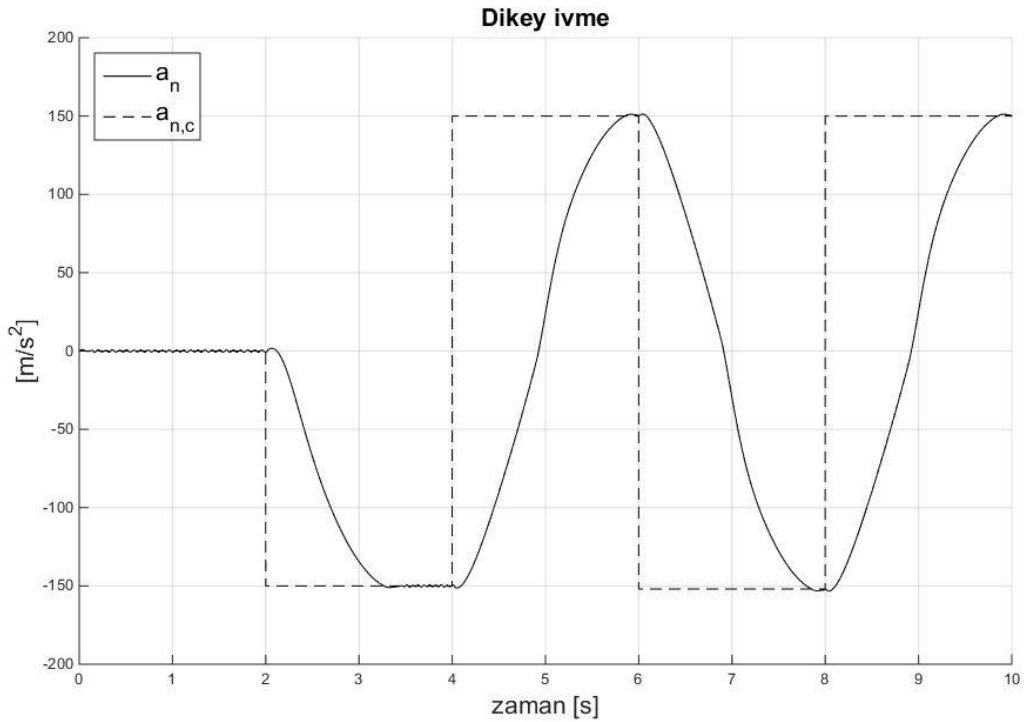


Şekil 5.20 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı.

Görüldüğü üzere sistemin ivme cevabı kabul edilemez durumdadır. Bunun başlıca sebebi kontrol girişindeki süreksizliktir. Bu süreksizlik aynı zamanda kayma kipi değişkeninin de oldukça yüksek değerler etrafında salınmasına yol açmıştır. Bu durum daha yüksek mertebeli veya sürekliliğin başka şekillerde sağlandığı kontrol kurallarının aranmasında başlıca etkindir.

### 5.3.2.2 Üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol sonuçları

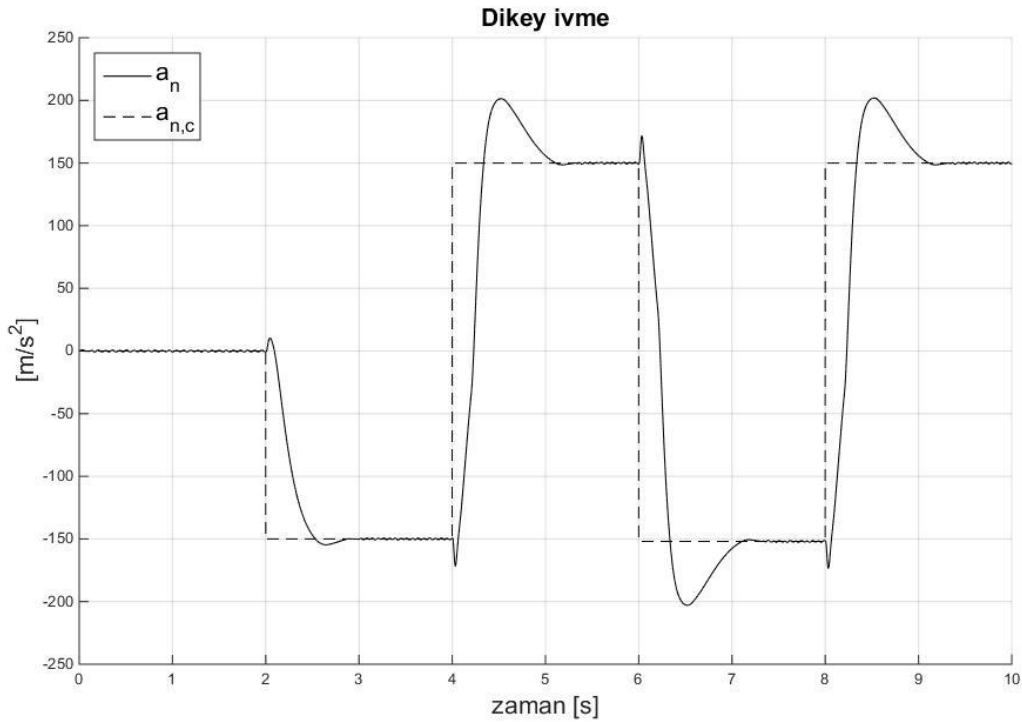
Bu bölümde üçüncü mertebeden sanki sürekli kayma kipli kontrol yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlar verilmiştir. Öncelikle değişken kazanç yaklaşımının uygulanmadığı durum için sonuçlar verilecektir. Böylece neden değişken kazanç yöntemine gereksinim duyulduğu gösterilmiş olacak ve ardından değişken kazanç yönteminin uygulandığı sonuçlar verilecektir. Kazancın sabit olduğu (4.179) kuralı uygulanan sistemin ivme cevabı Şekil 5.21’de verilmiştir.



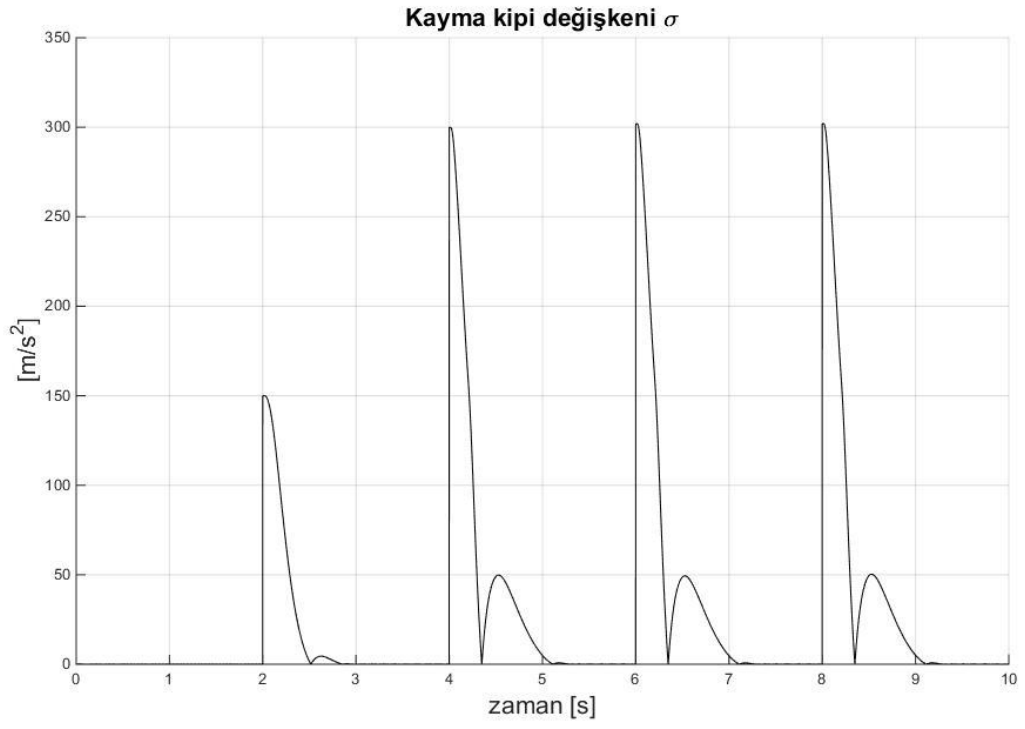
**Şekil 5.21 :** Reichert füzesi modelinin ivme cevabı (sabit kontrol kazancı ile).

Görüldüğü üzere her ne kadar sistem referans komutlara ulaşırsa yakınsama süresi oldukça uzundur. Bu durumu düzeltmek adına kontrol kuralı değişken kazançlara sahip olacak şekilde (4.182)’deki gibi düzenlenmiştir. Bu düzenleme ile sistem

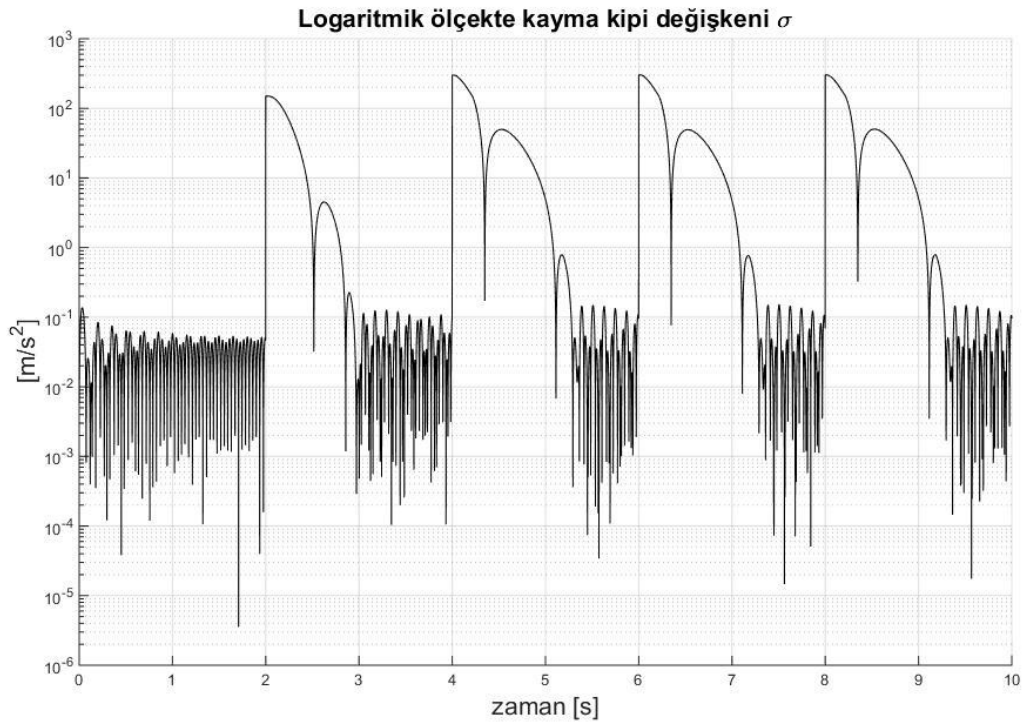
kayma yüzeyinden uzaklaştıkça kontrol kazancının artırılması hedeflenmiştir. Böylece sistem kayma yüzeyinden uzaklaştıkça yakınsama hızı artacaktır. Sistemin ivme cevabı, kayma kipi değişkeninin doğrusal ve logaritmik ölçekteki davranışı sırasıyla Şekil 5.22, Şekil 5.23 ve Şekil 5.24'te verilmiştir. Görüldüğü üzere sistemin yakınsama süresi büyük ölçüde düşürülmüştür. Bunun yanında kayma yüzeyi üzerinde hali hazırda dayanıklı bir kontrol kuralı geçerli olduğundan sistem referans komutları başarılı bir şekilde takip etmektedir. Şekil 5.24'te de görülebileceği kayma değişkeninin değeri çoğunlukla  $0.1 \text{ m/s}^2$  değerinin altında tutulmaktadır. Yine kayma yüzeyi üzerinde titreşim büyük ölçüde azaltılmıştır. Bir önceki kontrol kuralından farklı olarak süreksiz kontrol bileşeninin doğrudan kontrole yansıtılması yerine kontrol girişinin türevine yansıtılmış olması kontrol süreksizliğini ve dolayısı ile çıkış süreksizliğini büyük ölçüde azaltmakta başarılı olmuştur. Sistemin hücum açısı cevabı Şekil 5.25'te verilmiştir. Kontrol yüzeyi açıları ise Şekil 5.26'te verilmiştir.



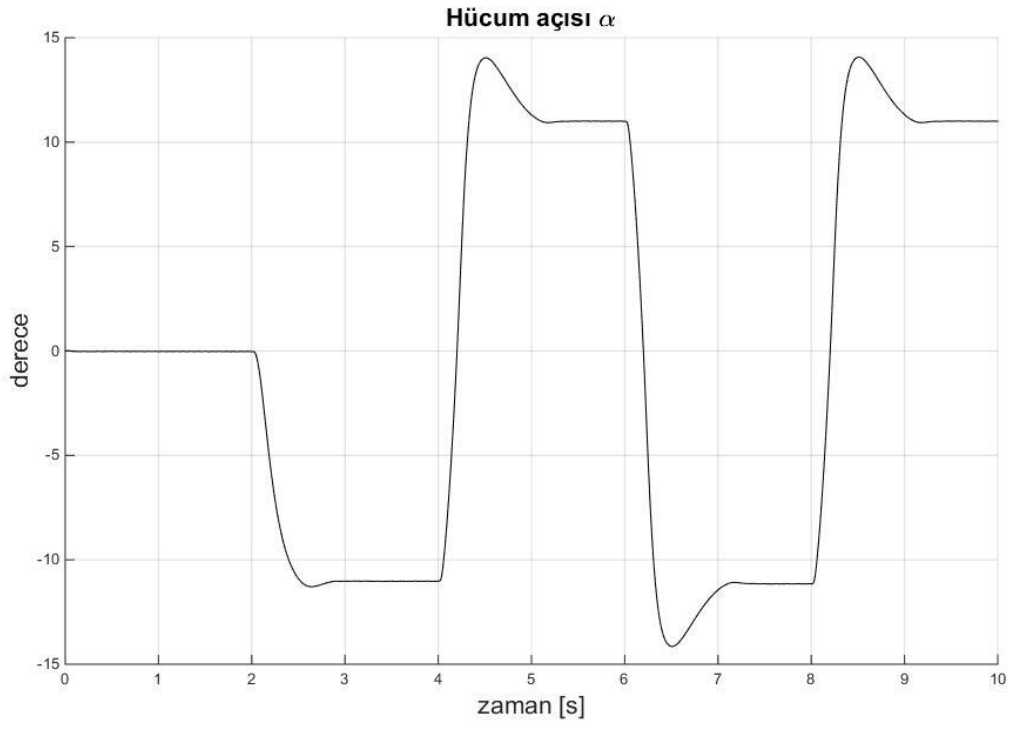
**Şekil 5.22** : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı.



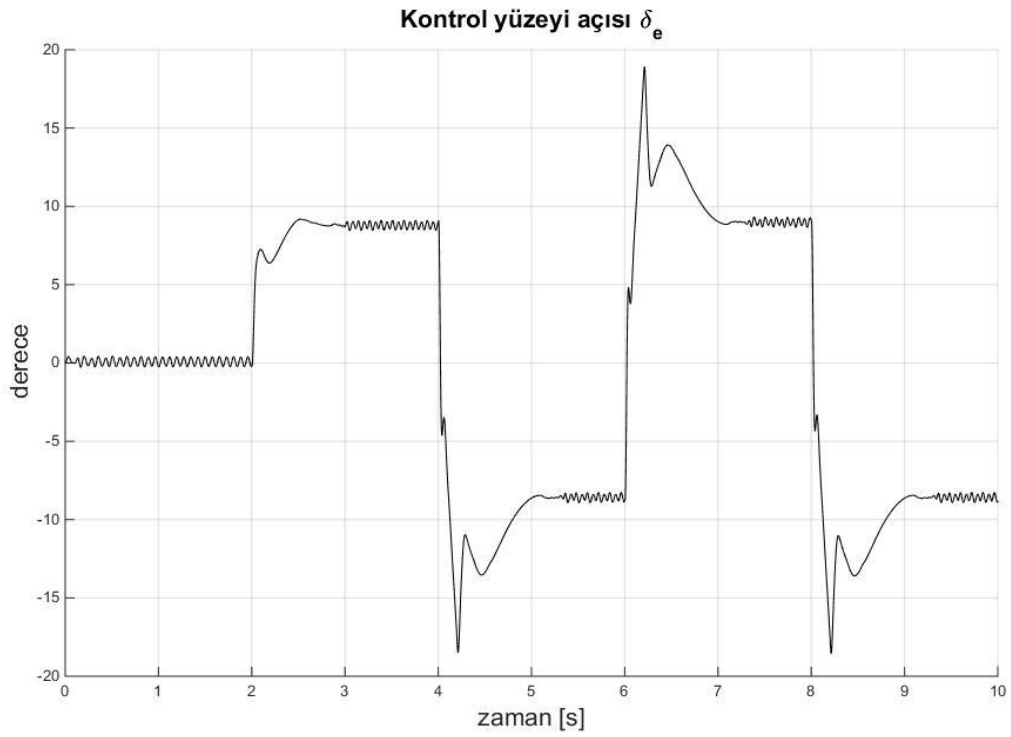
**Şekil 5.23 :** Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (doğrusal ölçekte).



**Şekil 5.24 :** Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (logaritmik ölçekte).



Şekil 5.25 : Reichert füzesi modelinin hücüm açısı cevabı.

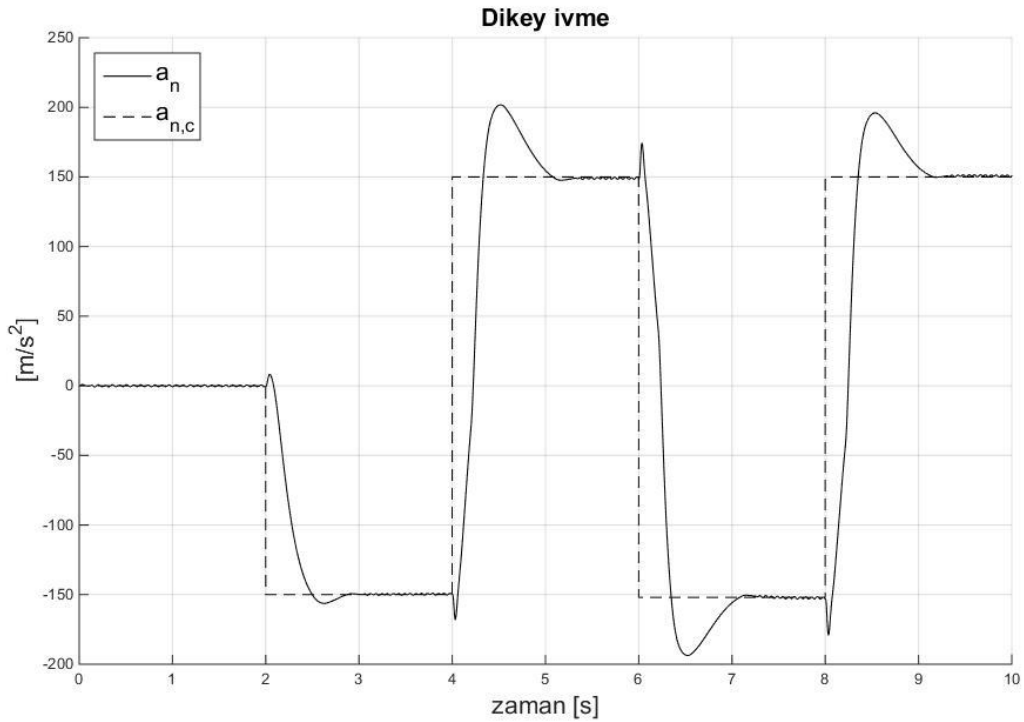


Şekil 5.26 : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı.

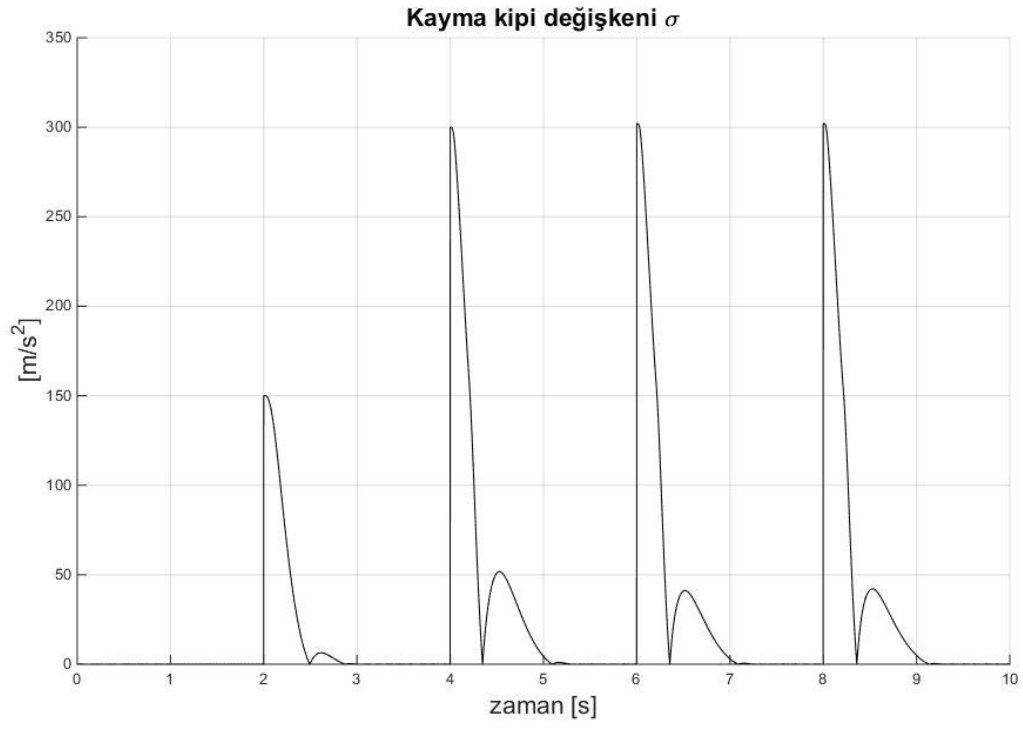
Görüldüğü üzere kontrol yüzeyi açısı büyük ölçüde sürekli ve kayma yüzeyinde kontrol süresizliği büyük ölçüde azalmıştır.

Sistemin belirsizliği durumunda sistemin davranışı ise Şekil 5.27-Şekil 5.31’de incelenmiştir. Burada bahsi geçen sistem belirsizlikleri (5.4) ve (5.2)’de tanımlanmıştır. Daha önce de belirtildiği üzere otopilot tasarımında kullanılan model çeşitli basitleştirme işlemlerine tabi tutulduğu için sistem üzerinde belirsizlik her zaman bulunmaktadır. Bunun yanında bu bölümdeki sistem belirsizlikleri bahsi geçen etkilere oranla sistemi daha fazla etkileyebilmektedirler.

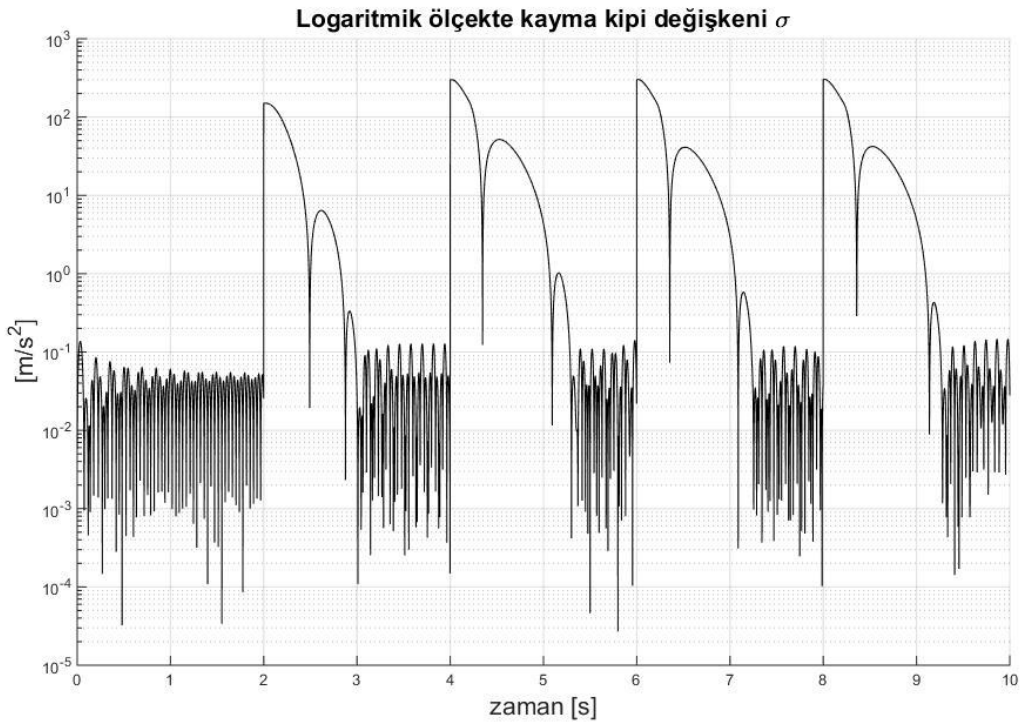
Sistemin ivme cevabı Şekil 5.27’de verilmiştir. Görüldüğü üzere sistem verilen referans komutları başarılı bir şekilde ve neredeyse belirsizliğin bulunmadığı durum ile özdeş şekilde takip etmiştir. Kayma kipi değişkeninin değeri doğrusal ve logaritmik ölçekte sırasıyla Şekil 5.28 ve Şekil 5.29’de verilmiştir. Görüldüğü üzere kayma kipi değişkeninin değeri oldukça düşük şekilde muhafaza edilebilmektedir. Sistemin hücum açısı cevabı Şekil 5.30’da verilmiştir. Bir önceki duruma göre farklılıklar aerodinamik belirsizliklerden kaynaklanmaktadır. Kontrol yüzeyi açıları ise Şekil 5.31’de verilmiştir.



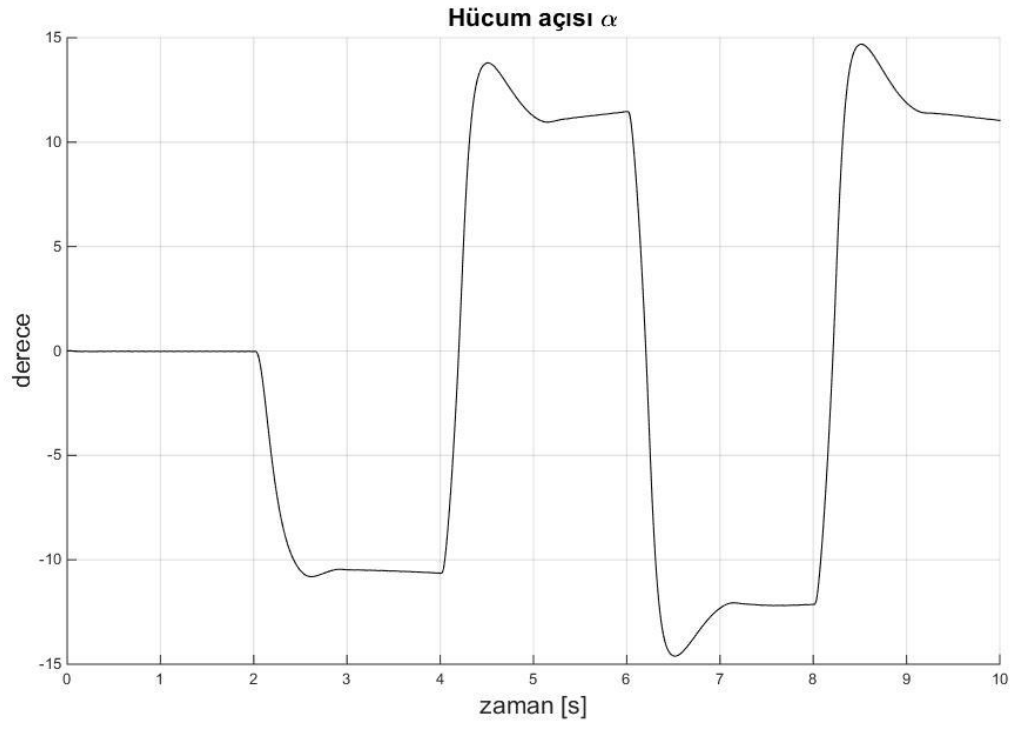
Şekil 5.27 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı.



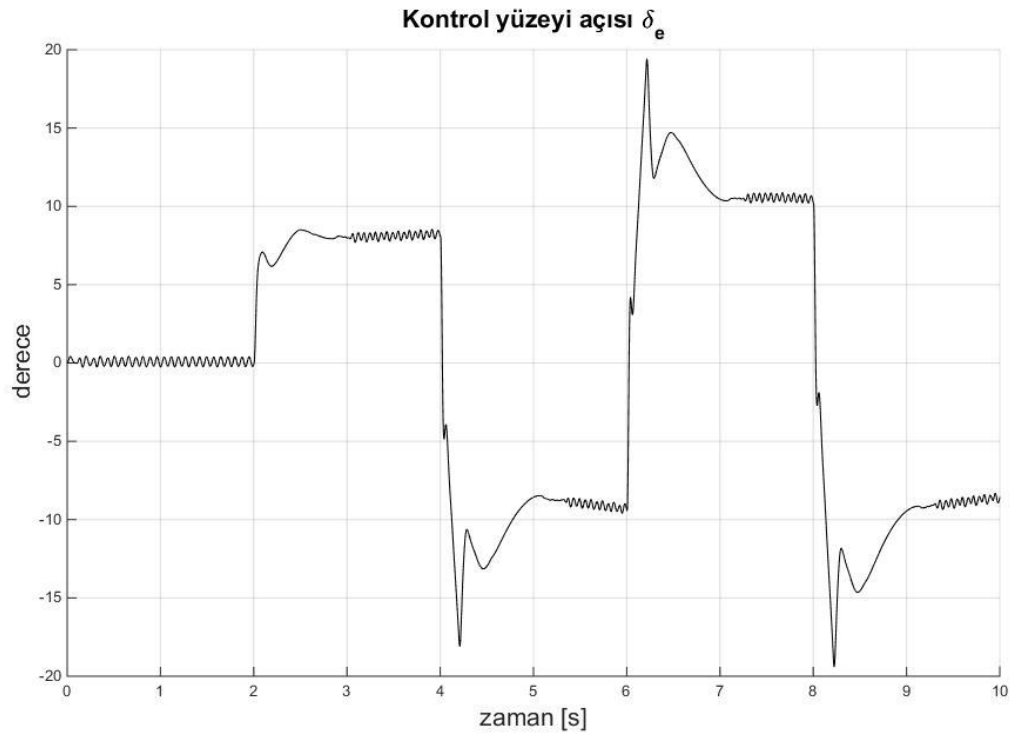
**Şekil 5.28 :** Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte).



**Şekil 5.29 :** Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (logaritmik ölçekte).



**Şekil 5.30 :** Reichert füzesi modelinin hücüm açısı cevabı.

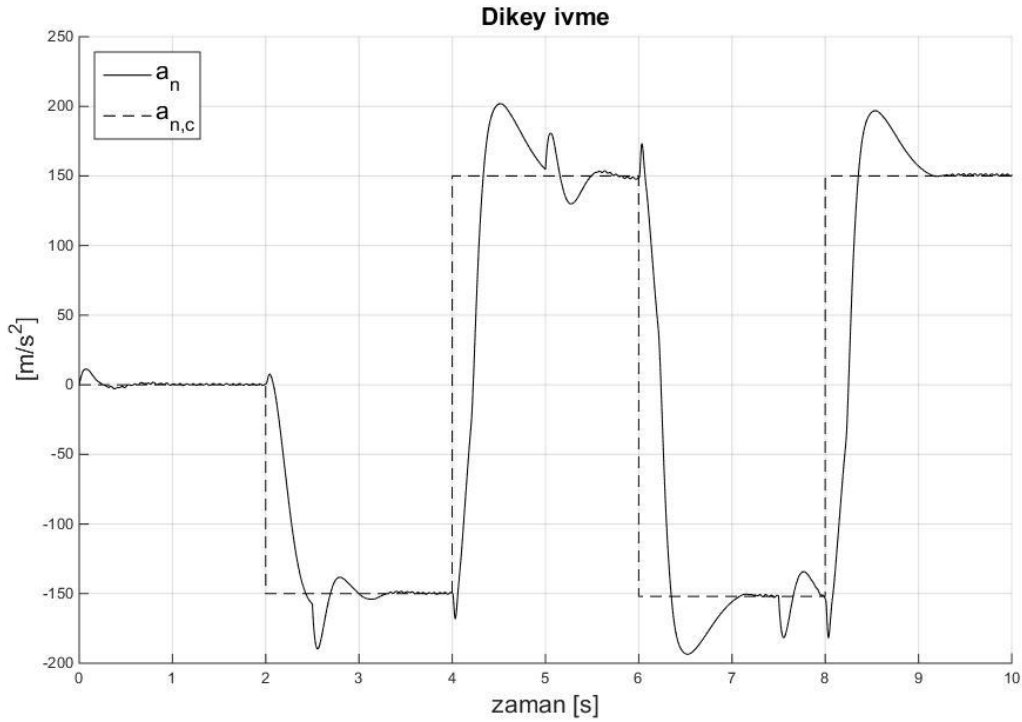


**Şekil 5.31 :** Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı.

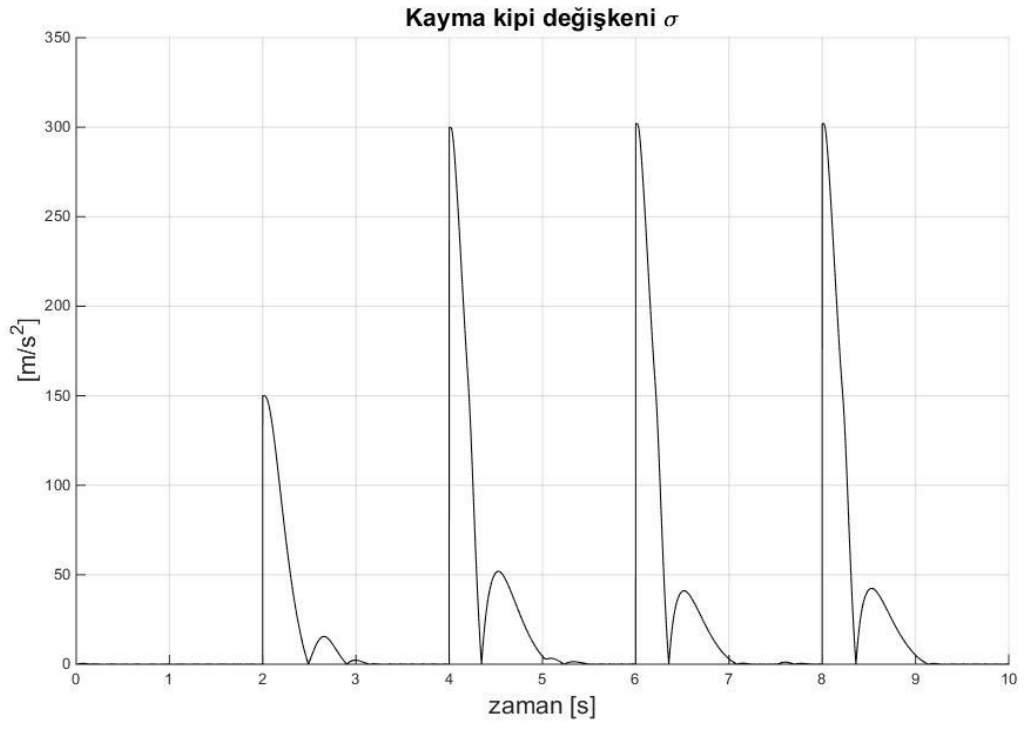
Son olarak sistemin hem belirsizlikler hem de bozucu dış etkiler altında olduğu durum incelenmiştir. Bozucu etkiler ilgili bölümde anlatıldığı gibi (5.3)'te verilmiştir.

Sistemin belirsizlik ve harici etkiler altındaki cevapları Şekil 5.32-Şekil 5.36'te verilmiştir. Sistemin ivme cevabı Şekil 5.32'de verilmiştir. Görüldüğü üzere oldukça büyük bir harici etkiye maruz kalmasına rağmen sistem referans komutlara hızlı bir şekilde dönebilmektedir. Kayma kipi değişkeninin doğrusal ve logaritmik ölçekteki değeri sırasıyla Şekil 5.33 ve Şekil 5.34'te verilmiştir. Görüldüğü üzere harici bozucu etkiler altında dahi kayma kipi değişkeni oldukça küçük bir değer aralığında tutulabilmektedir. Özellikle tanımlanan harici etkinin Lipschitz şartını sağlaması sebebi ile kayma yüzeyinden kopuş mümkün olsa da sistem kayma yüzeyine hızla geri dönmektedir. Sistemin hücum açısı cevabı Şekil 5.35'te verilmiştir. Kontrol yüzeyi açıları ise Şekil 5.36'te verilmiştir.

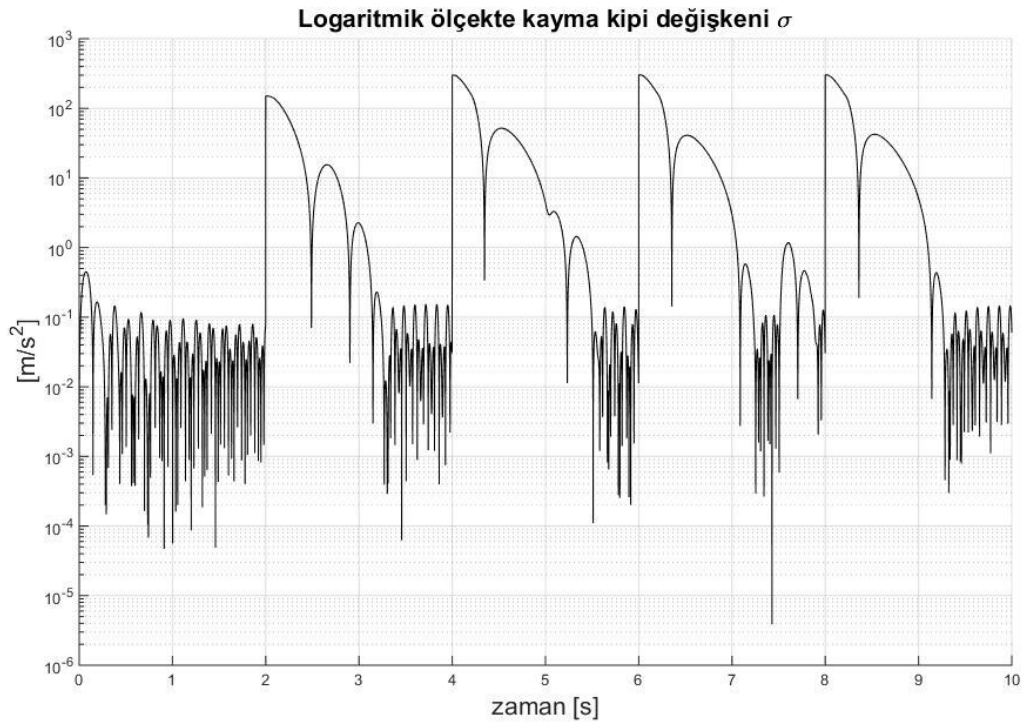
Görüldüğü üzere sistem genel olarak harici bozucu etkilere ve sistem belirsizliklerine karşı dayanıklıdır.



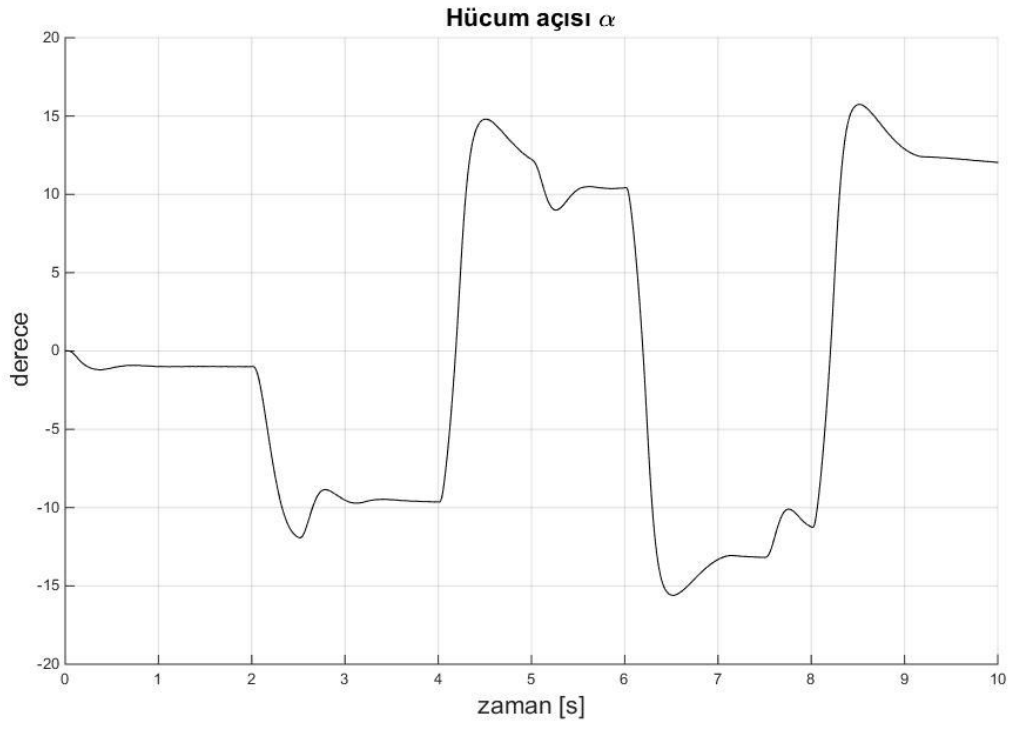
**Şekil 5.32** : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı.



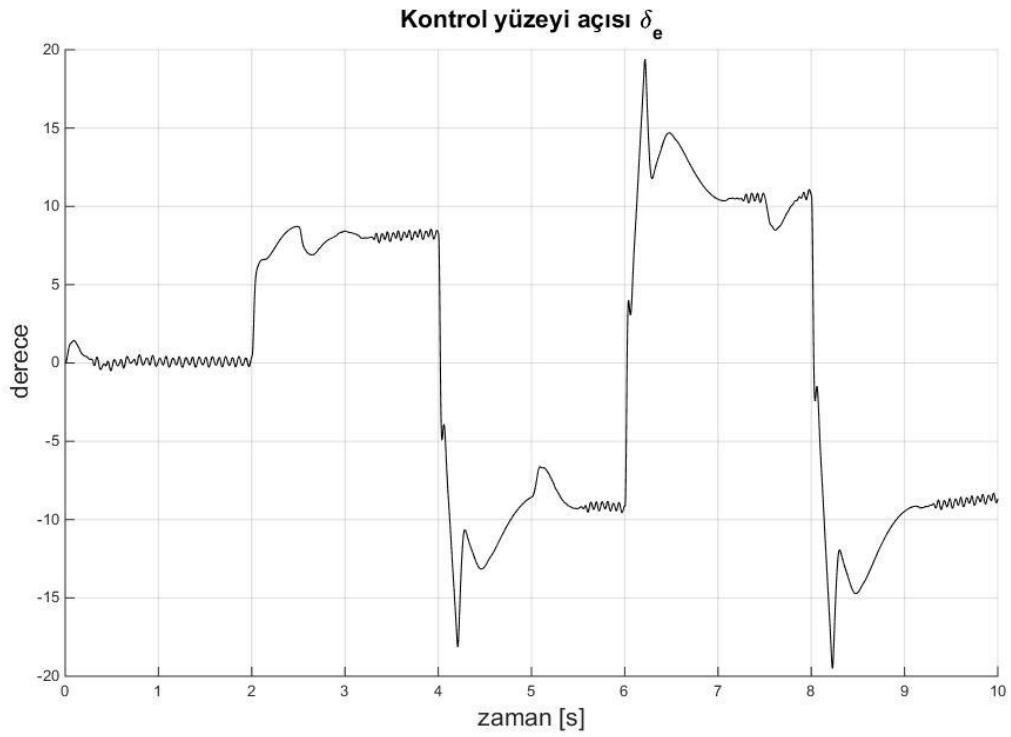
**Şekil 5.33 :** Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (doğrusal ölçekte).



**Şekil 5.34 :** Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (logaritmik ölçekte).



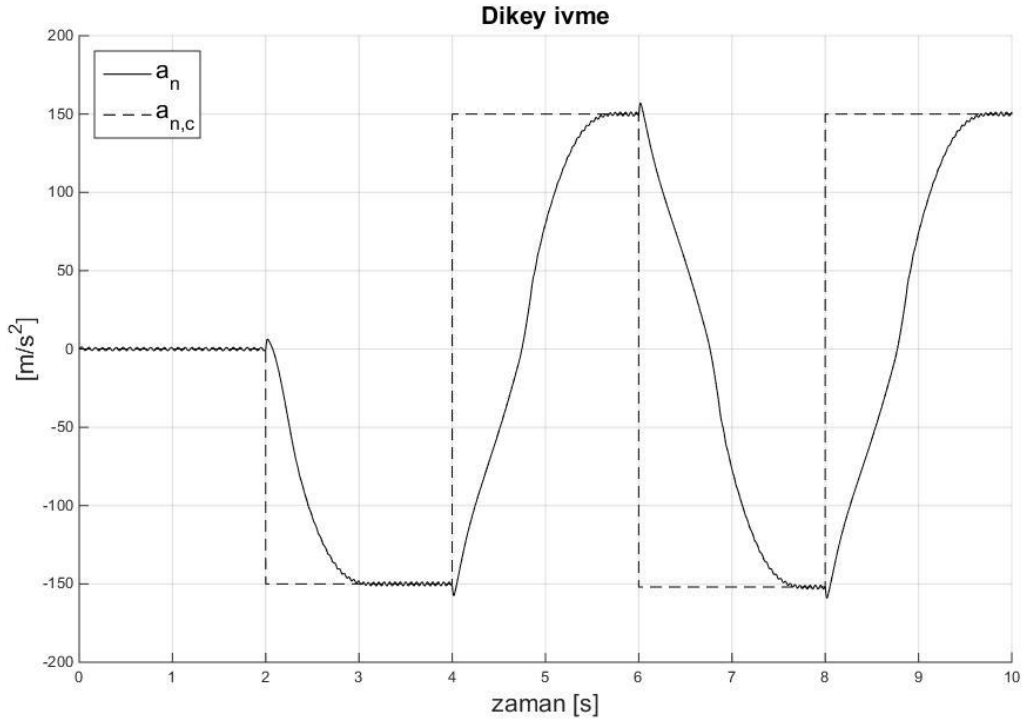
**Şekil 5.35 :** Reichert füzesi modelinin hücüm açısı cevabı.



**Şekil 5.36 :** Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı.

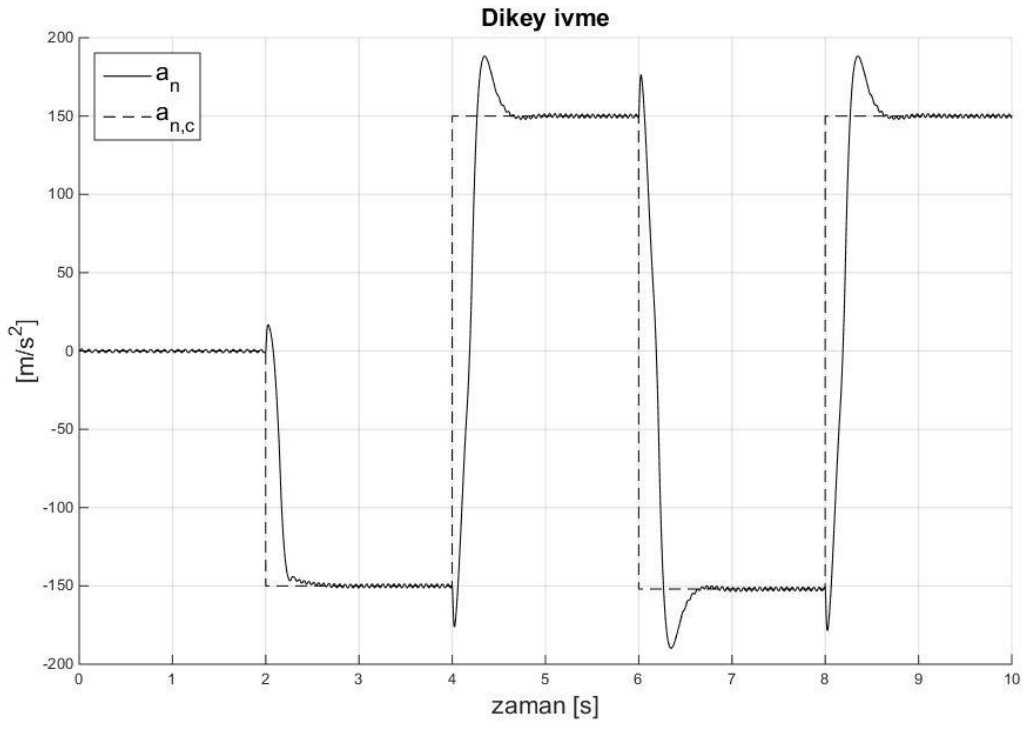
### 5.3.2.3 İkinci mertebeden süper burulan kayma kipli kontrol sonuçları

Bu bölümde ikinci mertebeden süper burulan kayma kipli kontrol yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlar verilmiştir. Öncelikle değişken kazanç yaklaşımının uygulanmadığı durum için sonuçlar verilecektir. Böylece neden değişken kazanç yöntemine gereksinim duyulduğu gösterilmiş olacak ve ardından değişken kazanç yönteminin uygulandığı sonuçlar verilecektir. Kazancın sabit olduğu kontrol kuralı (4.184) uygulanan sistemin ivme cevabı Şekil 5.37’de verilmiştir.

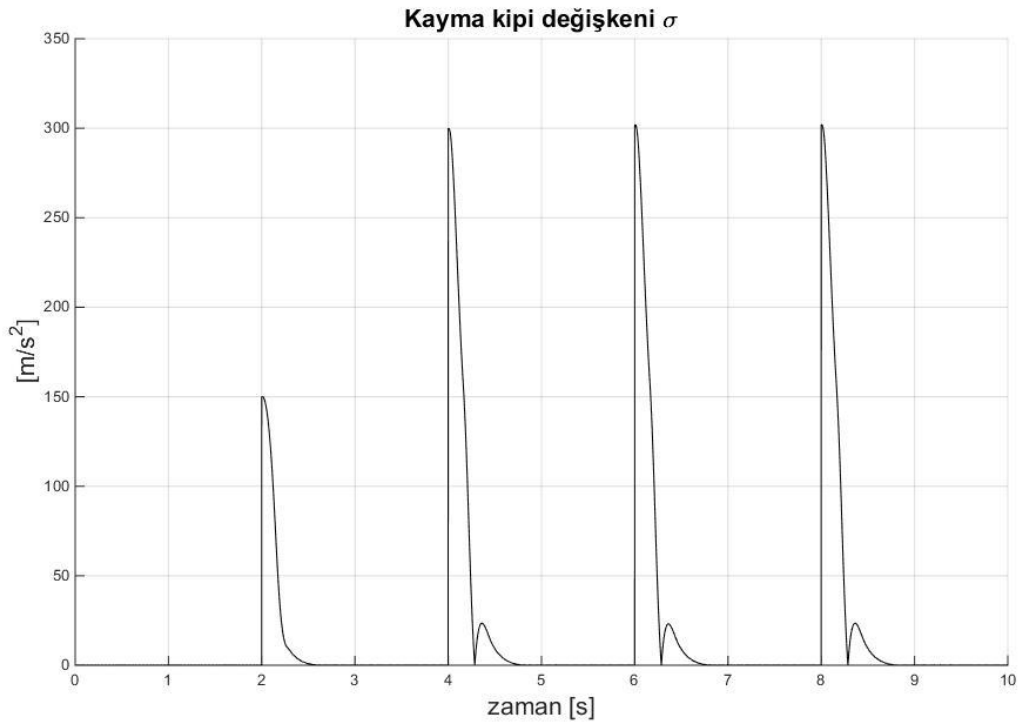


**Şekil 5.37 :** Reichert füzesi modelinin ivme cevabı.

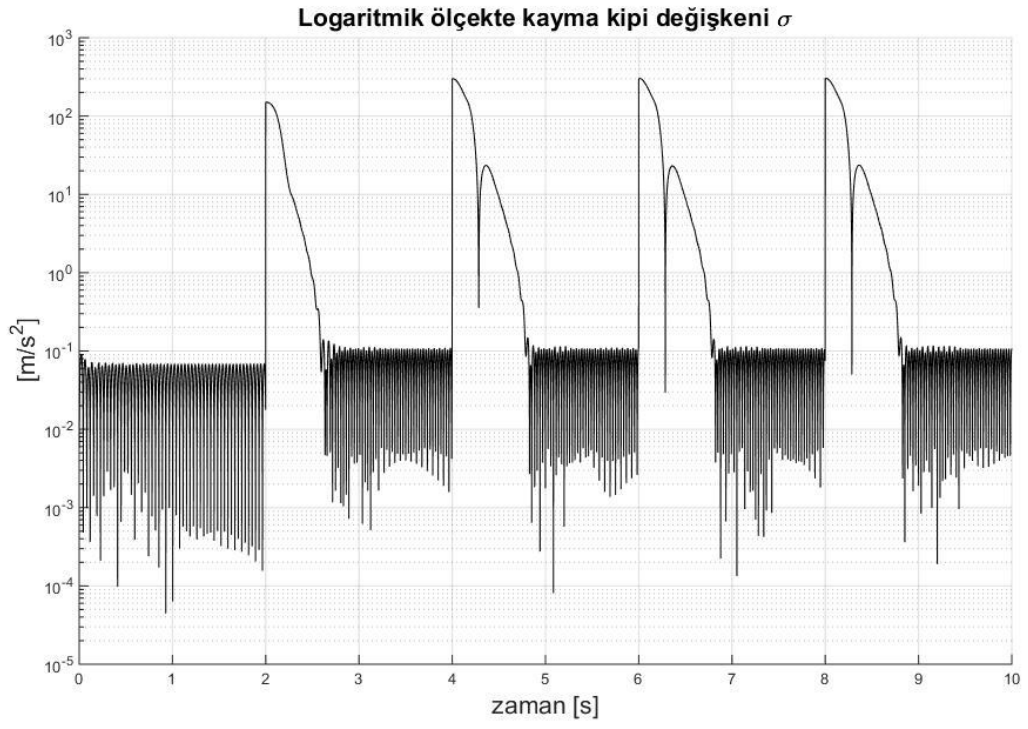
Tıpkı bir önceki kontrol kuralında olduğu gibi yakınsama zamanını arttıracak bir önleme başvurulması gerekmektedir. Bu amaçla değişken kontrol kazancı kullanılmıştır. (4.187)'de verilen değişken kazançlı kontrol kuralı ile sistemin üzerinde belirsizlik ve harici bozucu etki bulunmadığı durum için sistemin ivme cevabı Şekil 5.38'de verilmiştir. Bu kontrol kuralı ile de sistem referans komutları başarılı bir şekilde takip edebilmektedir. Sistemin yakınsama süresi daha da azalmış ancak titreşim miktarı az da olsa artmıştır. Kayma kipi değişkeni doğrusal ve logaritmik ölçekte sırası ile Şekil 5.39 ve Şekil 5.40'da verilmiştir. Sistemin hücum açısı cevabı ve kontrol yüzeyi açısı ise Şekil 5.41 ve Şekil 5.42'de verilmiştir.



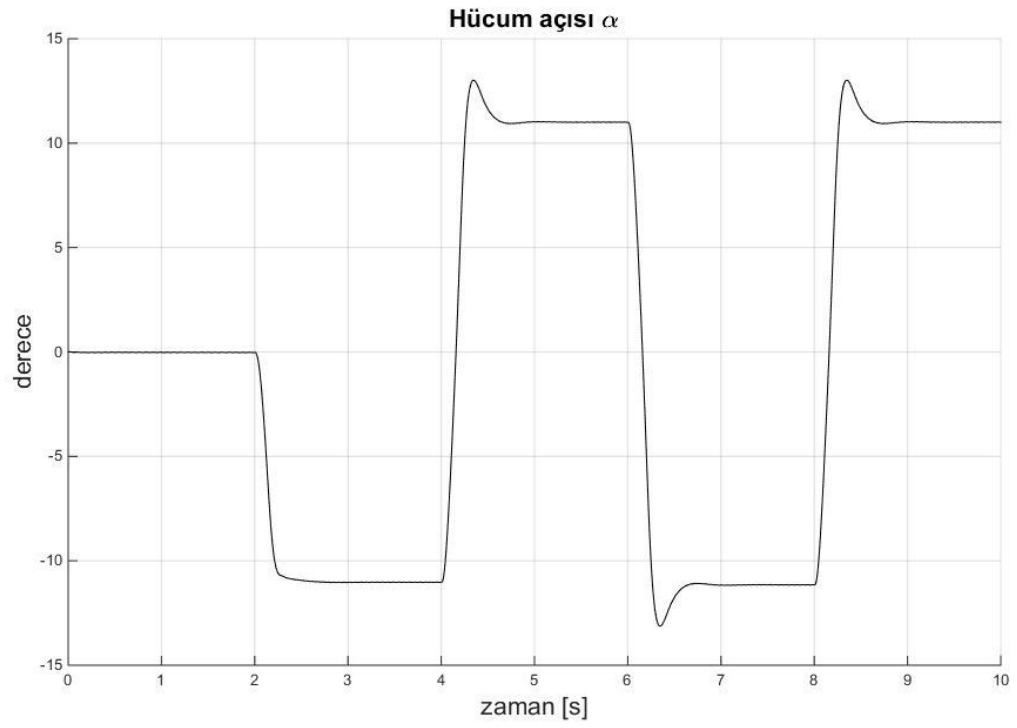
**Şekil 5.38** : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı.



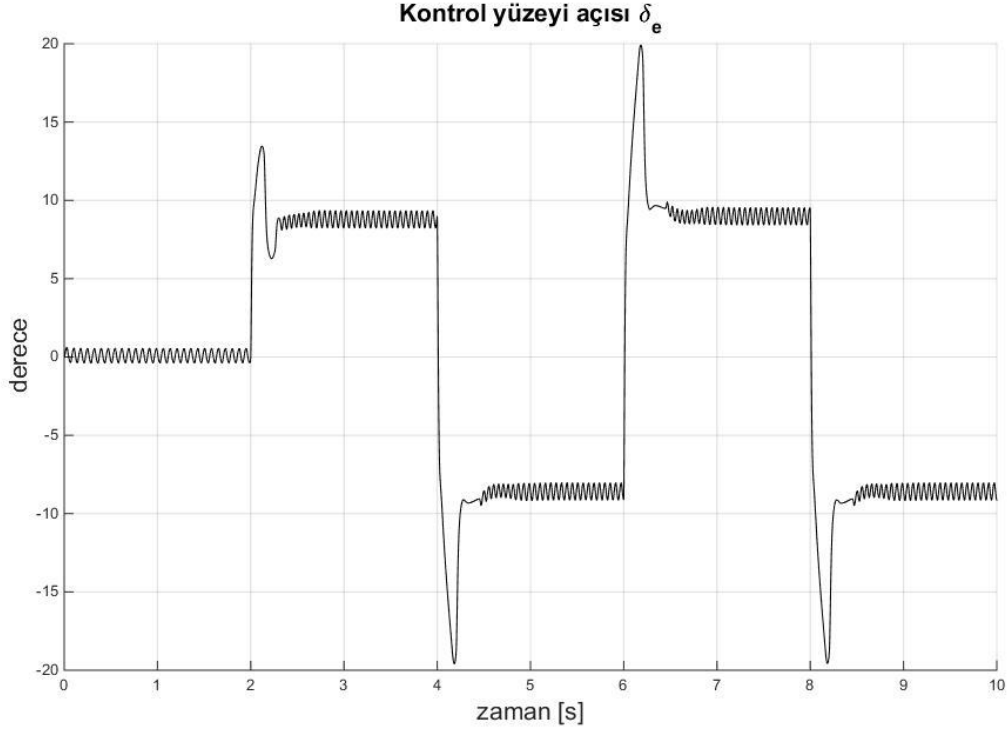
**Şekil 5.39** : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte).



**Şekil 5.40** : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (logaritmik ölçekte).

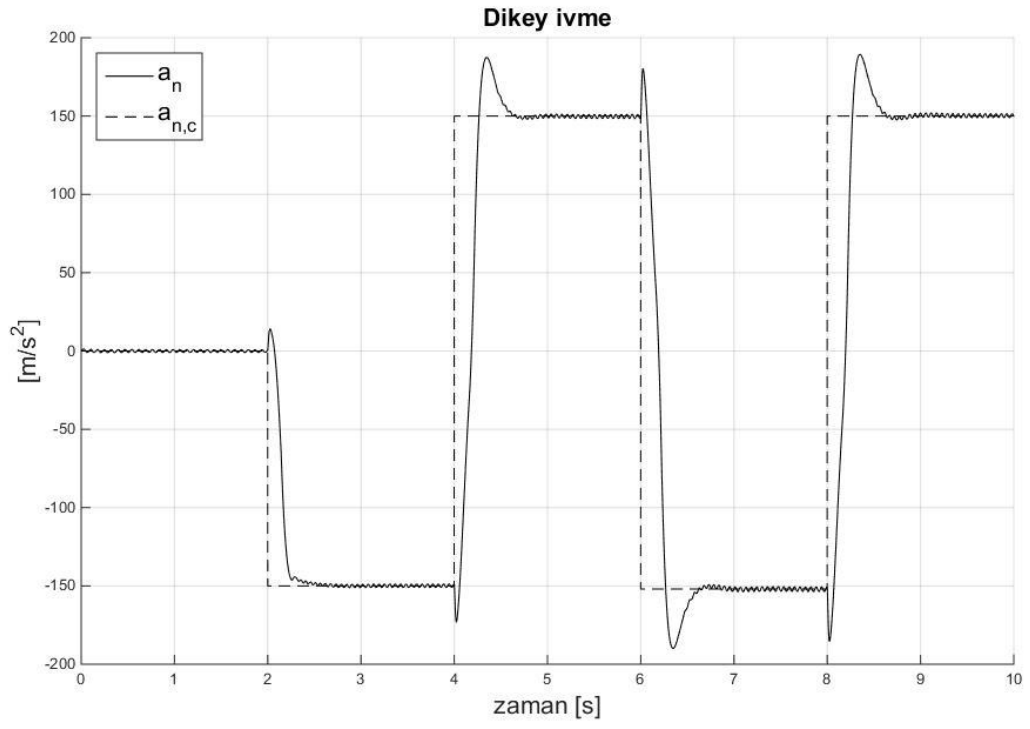


**Şekil 5.41** : Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı.

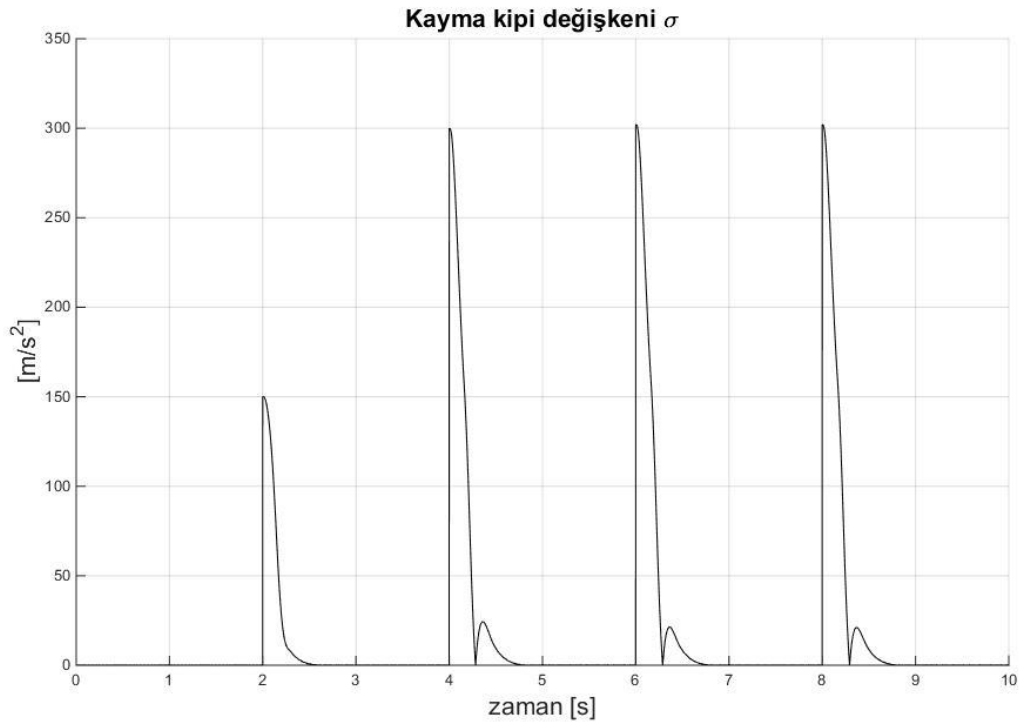


**Şekil 5.42 :** Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı.

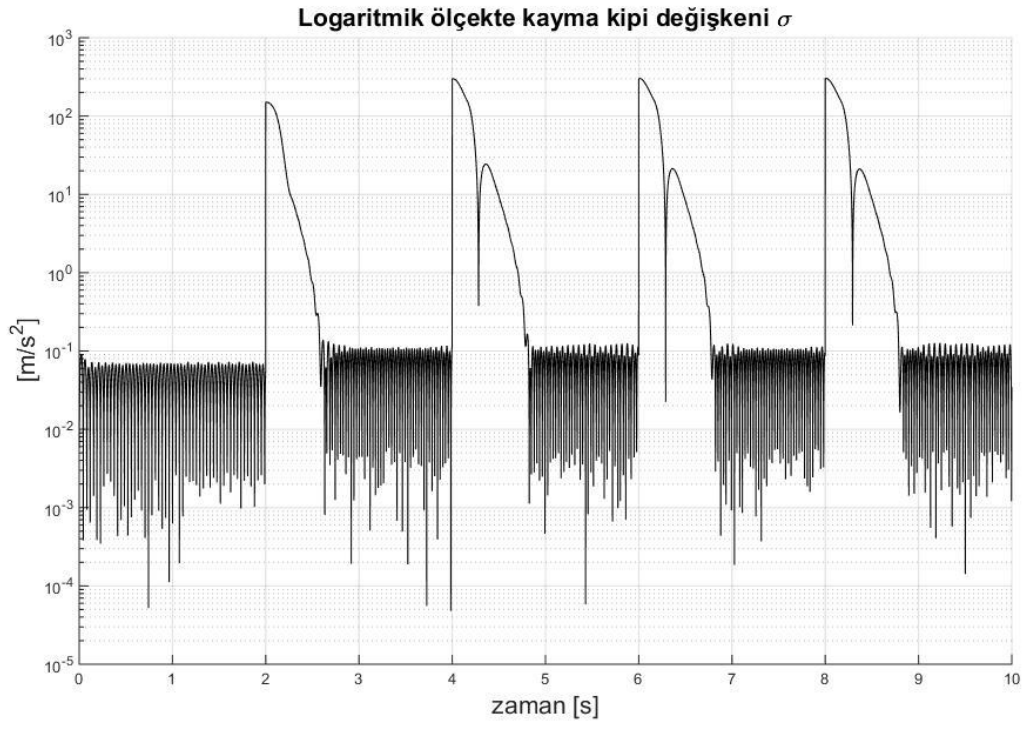
Görüldüğü üzere bu kontrol kuralı da sistem belirsizliklerinin ve harici bozucu etkilerin olmadığı durumlar için başarılı görünmektedir. Sistemin belirsizliklere sahip olduğu durum için sonuçlar incelenerek kontrol kuralının dayanıklılığı konusunda daha çok bilgiye sahip olunabilir. Sistemin belirsizlikler altındaki ivme cevabı Şekil 5.43’de verilmiştir. Sistemin cevabı belirsizliklerin olmadığı durum ile hemen hemen özdeşdir. Bu kayma kipli kontrol yönteminin karakteristik özelliğidir. Sistem kayma yüzeyine ulaştıktan sonra Lipschitz şartını sağlayan bozuculara karşı dayanıklıdır. Kayma kipi değişkeni doğrusal ve logaritmik ölçekte sırasıyla Şekil 5.44 ve Şekil 5.45’te verilmiştir. Görüldüğü üzere kayma kipi değişkeni çok dar bir aralıkta tutulabilmektedir. Yine bu sonuçlarda sistemin üzerinde belirsizliklerin bulunmadığı durumda kayma kipi değişkeninin davranışı ile çok benzerdir. Kısaca sistemin belirsizliğe büyük ölçüde duyarsız kaldığı söylenebilir. Sistemin hücum açısı cevabı Şekil 5.46’te verilmiştir. Kontrol yüzeyi açısı ise Şekil 5.47’de verilmiştir.



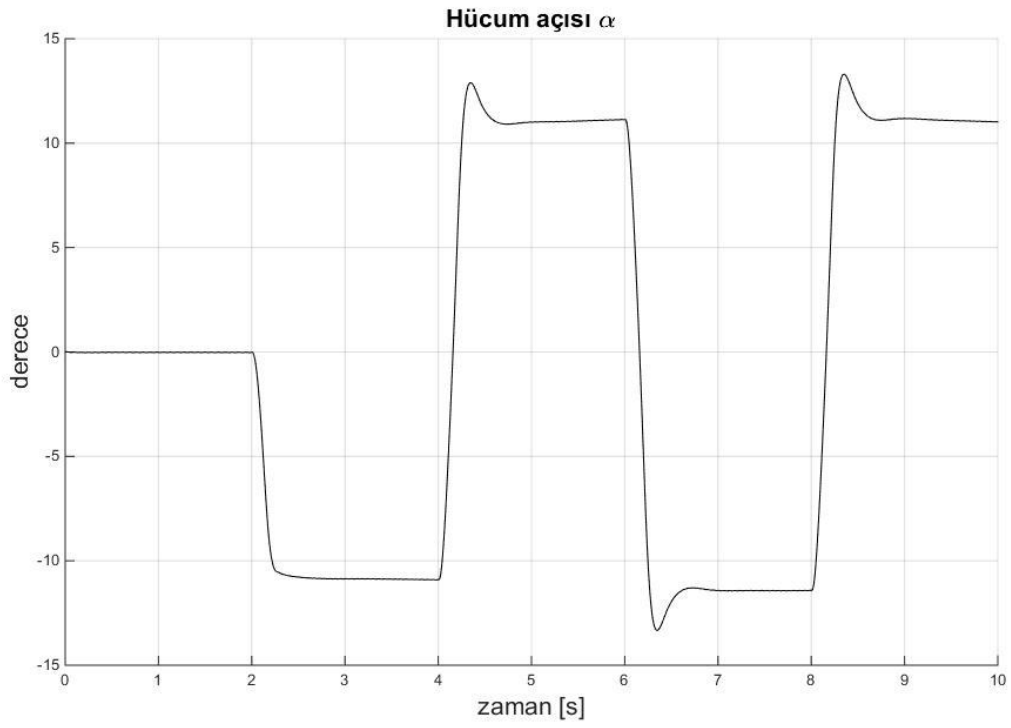
Şekil 5.43 : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı.



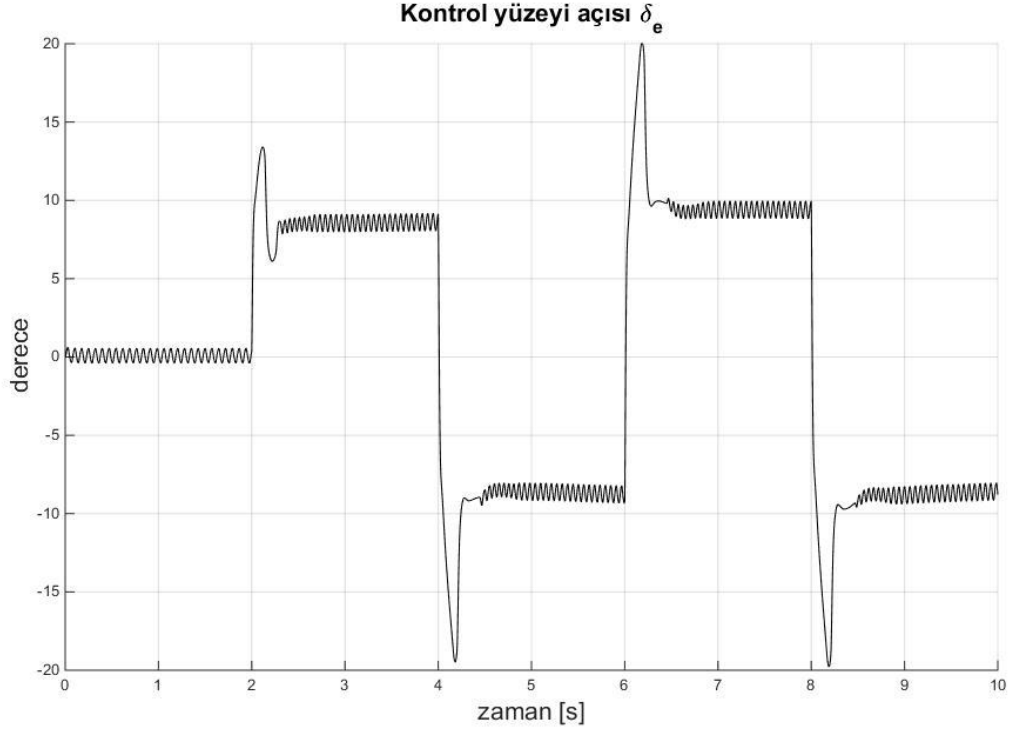
Şekil 5.44 : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte).



**Şekil 5.45 :** Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (logaritmik ölçekte).

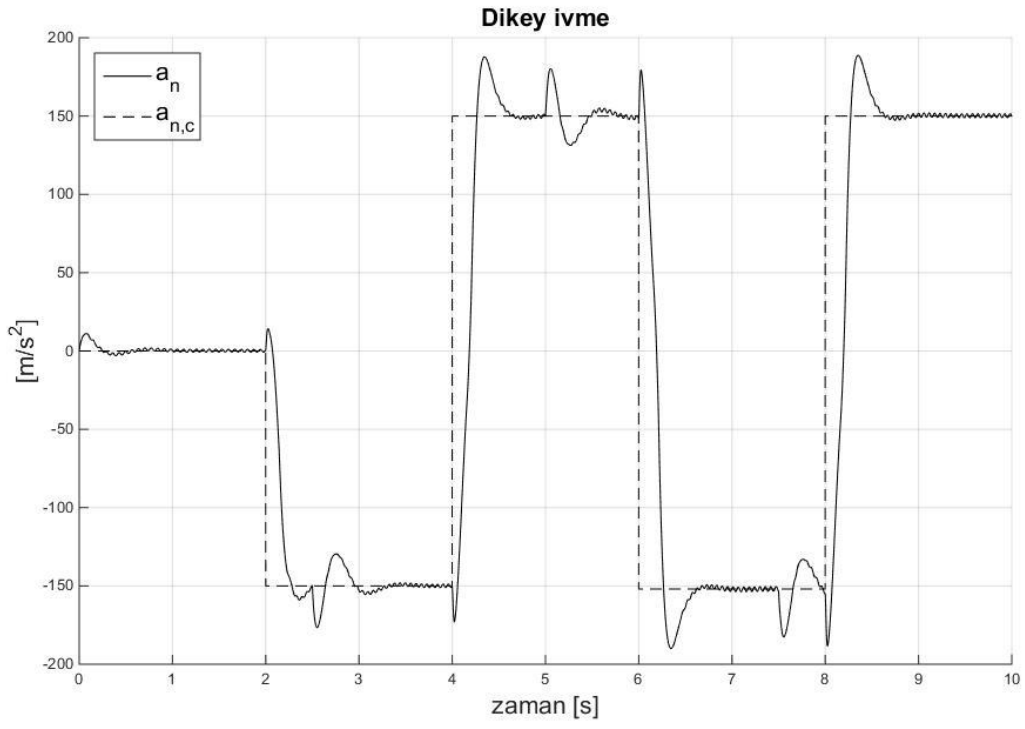


**Şekil 5.46 :** Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı.

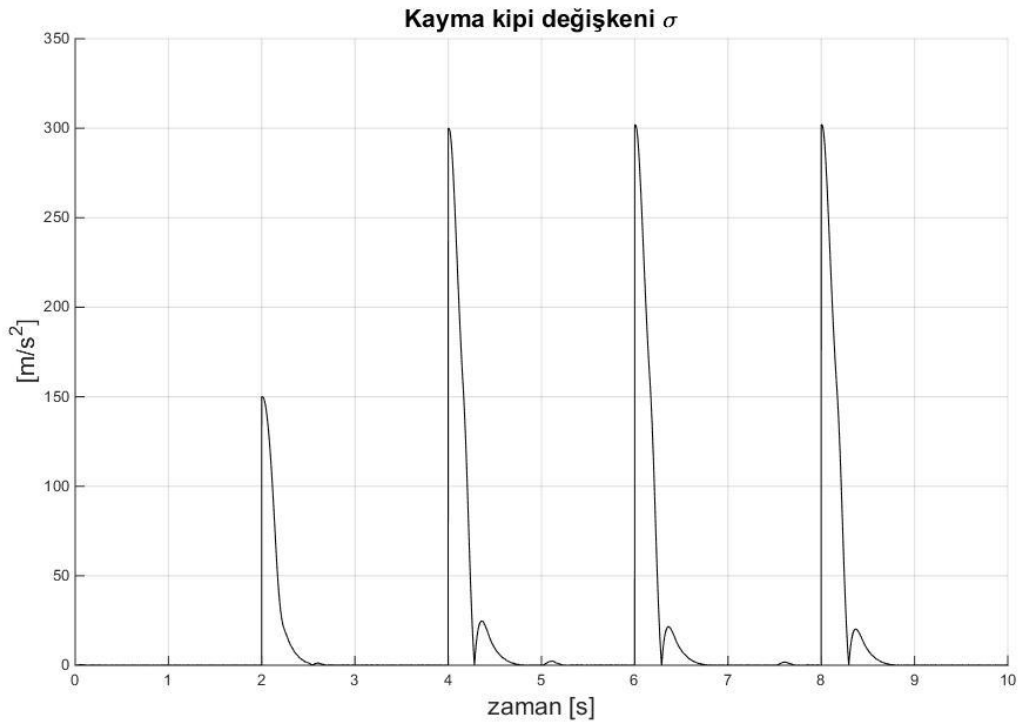


**Şekil 5.47** : Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı.

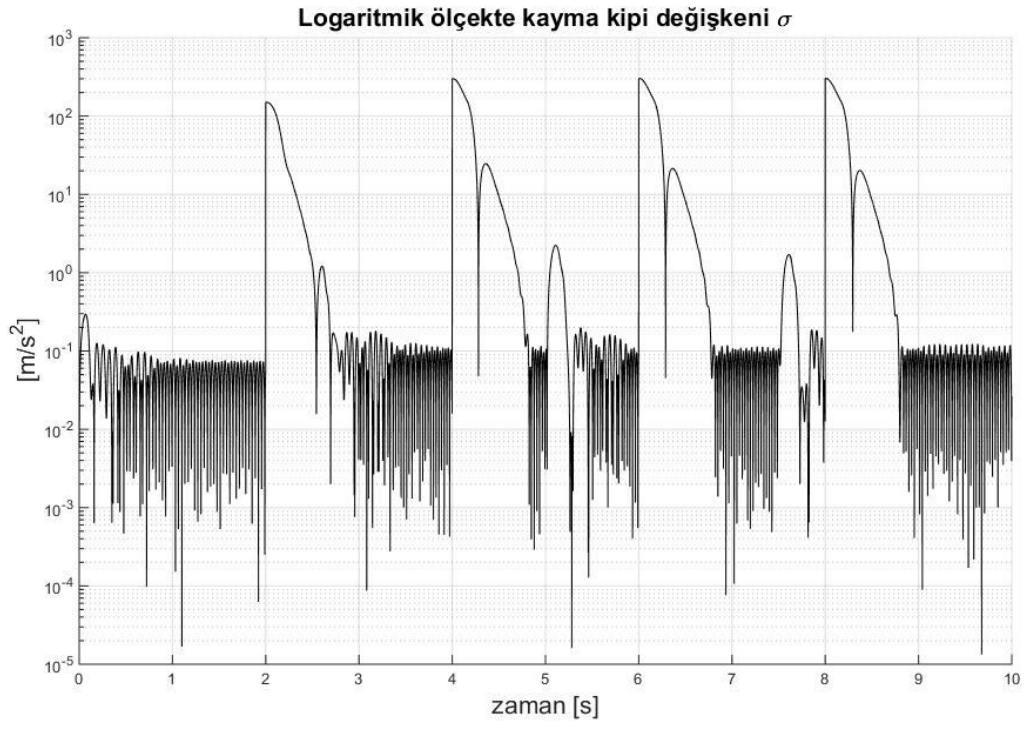
Son olarak sistemin hem belirsizlikler hem de harici bozucu etkiler altındaki davranışı incelenmiştir. Burada kastedilen harici bozucu etkiler daha önceki koşumlara benzer şekilde (5.3)'teki şekilde tanımlanmıştır. Sistemin ivme cevabı Şekil 5.48'de verilmiştir. Görüldüğü üzere Lipschitz şartını sağlamayan harici bozuntu nedeniyle sistem referans komuttan kopmaktadır. Buna rağmen sistem süratle referans komuta geri dönmektedir. Burada sistemin referans komuta geri dönüşündeki gecikmenin çıkışı yeniden tanımlama yönteminden de kaynaklandığı unutulmamalıdır. Çıkışı yeniden tanımlama yöntemi halihazırda Lipschitz şartını sağlamayan bir bozuntu olarak görülen kontrol yüzeyi açısı kaynaklı kuvveti kayma kipi değişkenine yansıtma amacı ile kullanıldığından başka kaynaklardan gelen Lipschitz olmayan bozuntularda kayma kipi değişkenine yumuşatılarak yansıtılacaktır. Bu durum kayma kipinin doğrusal ve logaritmik ölçekte verildiği Şekil 5.49 ve Şekil 5.50 incelenerek anlaşılabilir. Görüldüğü gibi kayma yüzeyinden kopuş daha küçük ölçekte gerçekleşmektedir. Sistemin hücum açısı cevabı Şekil 5.51'de ve kontrol yüzeyi açısı Şekil 5.52'de verilmiştir.



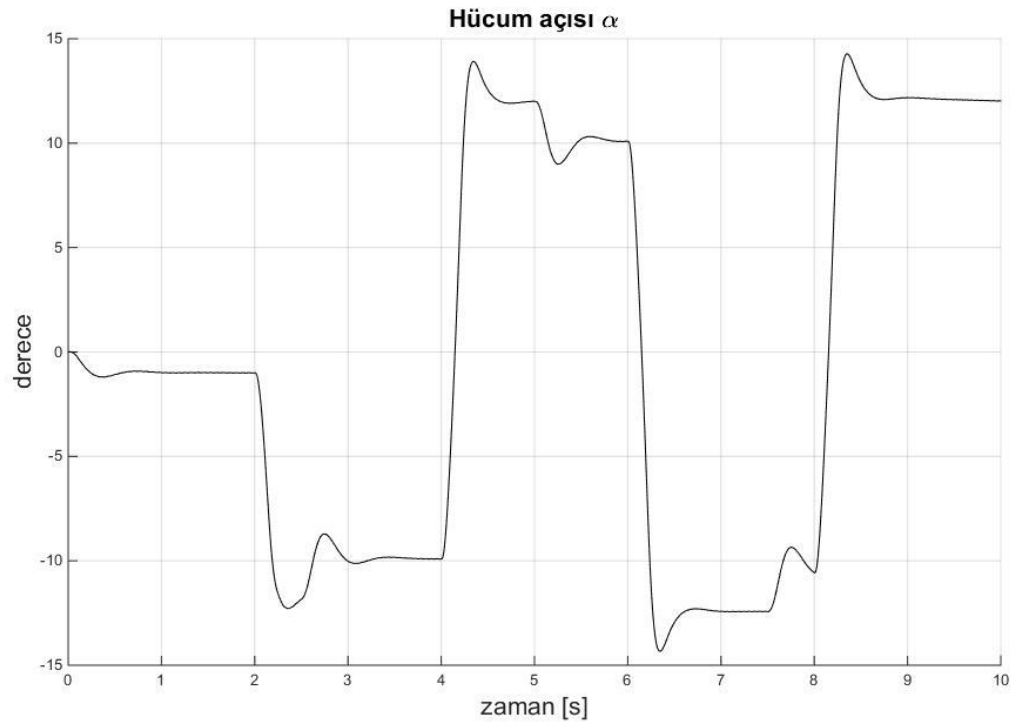
**Şekil 5.48** : Reichert füzesi modelinin ivme cevabı.



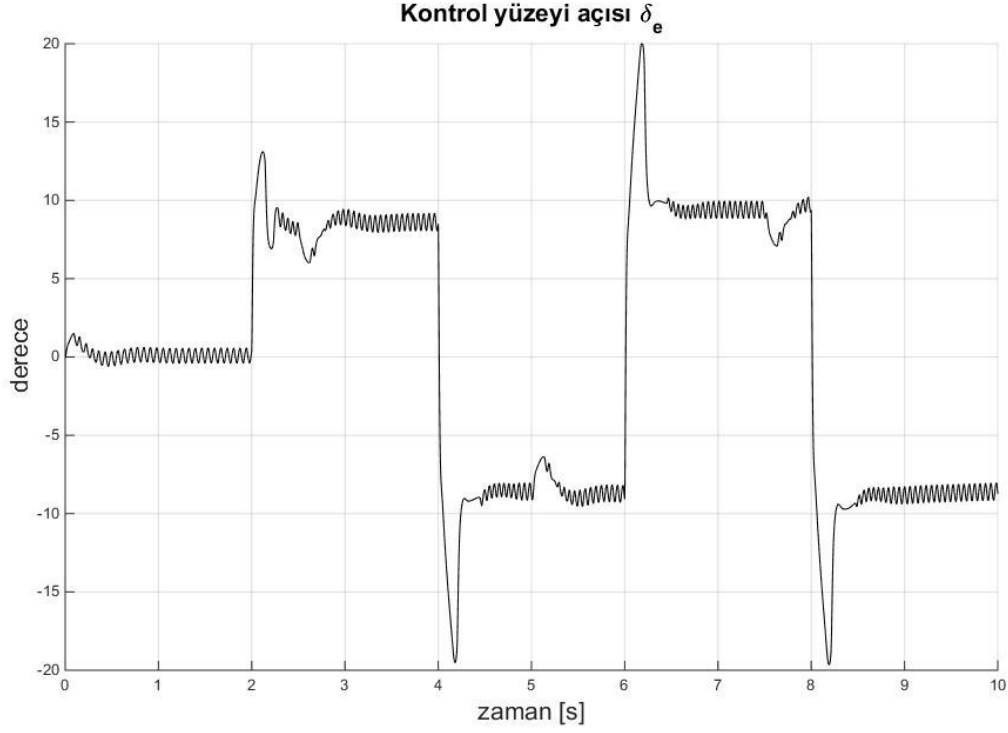
**Şekil 5.49** : Reichert füzesi modelinin kayma kipi değişkeni (doğrusal ölçekte).



**Şekil 5.50 :** Reichert füzesi modelinin kayma kipi değışkeni (logaritmik ölçekte).



**Şekil 5.51 :** Reichert füzesi modelinin hücum açısı cevabı.



**Şekil 5.52 :** Reichert füzesi modelinin kontrol yüzeyi açısı.

Görüldüğü üzere sistem belirsizlikleri ve Lipschitz olmayan bozuntularda bile sistem referans komutları izlemeyi başarabilmektedir. Öne sürülen kontrol yönteminin ele alınan problemde arzulanan seviyede dayanıklılık sağladığı düşünülmektedir.

## 6. SONUÇ VE TARTIŞMALAR

Bu çalışma temel olarak iki kısımda ele alınabilir. İlk kısım 6 serbestlik dereceli yatarak dönen (Bank to Turn) bir füze modeli olan HAVE DASH II füze modeline birinci mertebeden kayma kipli kontrol yönteminin uygulanması üzerinedir. İkinci kısımda ise yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yöntemlerinin kayarak dönen (Skid to Turn) bir füze sistemi olan Reichert füzesi modeline uygulanabilirliği incelenmiştir. ikinci kısımda ele alınan füze modeli 3 serbestlik derecelidir.

Çalışmada öne sürülen en önemli fikirlerden biri çıkışı yeniden tanımlama yöntemidir. Bu yöntem temel olarak minimum olmayan fazlı sistemlere kayma kipli kontrol yöntemlerinin uygulanabilmesini sağlamak amacı ile geliştirilmiştir. Kayma kipli kontrolün dışında geri besleme doğrusallaştırması gibi kararsız iç dinamiklerin kabul edilemez olduğu başka kontrol yöntemlerinin de çıkışı yeniden tanımlama yöntemi kullanılarak minimum olmayan fazlı sistemlere uygulanması mümkündür ve bu çalışmada birinci mertebeden kayma kipli kontrol kuralının eşdeğer kontrol bileşeninde de gösterilmiştir. Çalışmanın elde ettiği önemli sonuçlardan biri çıkışı yeniden tanımlama yönteminin yukarıda bahsedilen tipte problemlerde başarılı bir şekilde uygulanabilir olduğunun gösterilmesidir. Çıkışı yeniden tanımlama yöntemi, hem sistem yapısını neredeyse minimum fazlı hale getirerek hem de eş zamanlı bir çıkış filtreleme görevi üstlenerek kontrol döngüsünde başarılı bir şekilde kullanılabilecek bir birim olarak ortaya konulmuştur.

Çıkışı yeniden tanımlama yönteminin üzerine düşünülmesi gereken noktalarından biri sistemin gerçek çıkışı ile model tabanlı oluşturulan çıkış arasındaki farkları yumuşatarak kontrol döngüsüne sunarken istenilerek yumuşatılan bileşenlerin yanında yüksek frekanslı veya süresiz bozuntuları da yumuşatması ve bu sebeple sistemin gerçek çıkışının referans komutlardan bozuntular sonucu (özellikle Lipschitz olmayan) referans komuttan kopması sonucu geri dönme tepkisini yavaşlatması olabilir. Bu filtrelemenin neredeyse kaçınılmaz bir yan etkisidir. Bunun

yanında daha ileri filtreleme yöntemleri ile çıkışı yeniden tanımlama yöntemi daha başarılı bir hale getirilebilir.

Çalışmada göze çarpan bir başka nokta birinci mertebeden kayma kipli kontrol yönteminin referans komutları takip etme kabiliyetinin özellikle harici bozuntular ve sistem belirsizlikleri altında daha kötü görünmesidir. Bu karşılaştırma doğru görünmemektedir. Ele alınan sistemler birbirinden tamamı ile farklıdır. Birinci mertebe kayma kipli kontrol yönteminin uygulandığı 6 serbestlik dereceli sistem çok girişli çok çıkışlı olup giriş çıkış kanalları çok güçlü eşlenmiş dinamiklere sahiptir. Bunun bir yansıması olarak bu kanalların dinamikleri tek başına ele alınamamakta ve eşlenmiş dinamiklere bağlı istenmeyen sistem cevaplarını engellemek adına tepki sertlikleri düşürülmektedir. Yatarak dönen ve yüksek performans beklentisi olan füze sistemlerinin kontrolü bahsi geçen eşlenik dinamikler açısından zorlayıcı bir problemdir. Bu çalışmada da sistemin her kanalda makul bir davranışa sahip olması adına komut takip edebilme kabiliyetinden bir ölçüde feragat edilmiştir. Bu feragat birinci mertebeden kayma kipli kontrol yöntemlerinde yaygın olarak kullanılan sınır tabaka yaklaşımında sınır tabaka kalınlıklarının yüksek tutulması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Bu sebeple sistem referans komut civarından ayrılmamakta ve bir aralık içinde seyretmektedir. Pratik açıdan bu oldukça başarılı bir sonuçtur. Sistem referans komutların civarında seyrettiği ve harici etkiler veya sistem belirsizlikleri ile referans komutlardan kopma yaşanmadığı sürece kontrol sistemi bu uygulama özelinde kesinlikle başarılı kabul edilmelidir.

Yüksek mertebeli kayma kipli kontrol yönteminin kullanıldığı problem ise tek girişli tek çıkışlı bir sistem üzerinedir. Bu sistemin yapısından ötürü kontrol kuralı parametreleri daha rahatça yapılabilmiştir. Sonuç olarak Lipschitz şartını sağlamayan harici bozuntular altında bile oldukça başarılı ve tanımlanan sistem belirsizliklerine neredeyse duyarız bir kontrol sistemi elde edilmiştir.

Bu çalışma başka çalışma konuları için bir başlangıç sağlamıştır. Daha sonraki çalışmalarda çıkışı yeniden tanımlama yönteminin geliştirilmesi ele alınabilir. Yine bu çalışmada üzerine çok düşülmemiş olan çok girişli çok çıkışlı ve eşlenik dinamiklere sahip sistemlerin kayma kipli kontrolünde hızlı tepki süreleri sağlamak ve kontrol dayanıklılığını arttırmak üzerine araştırma derinleştirilebilir.

Bunların yanında bu çalışmanın füze güdümünü de kapsayacak şekilde genişletilmesi amaçlanmaktadır. Bu şekilde ilerleyen bir çalışmada kayma kipli kontrol yönteminin güdüm sistemine uygulanması ele alınabilir. Özellikle tümleşik güdüm kontrol yöntemlerinin uygulanışında minimum olmayan faz problemi ile karşılaşılacağı için bu çalışmada öne sürülen çıkışı yeniden tanımlama yöntemi için yeni bir uygulama alanı olabilir.



## KAYNAKLAR

- [1] D. C. Elder ve G. S. James (1997). "History of Rocketry and Astronautics," in *31th. History Symposium of International Academy of Astronautics*, Turin.
- [2] M. Menon (1996). "Design of nonlinear autopilots for high angle of attack missiles," Air Force Armaments Lab.
- [3] M.-Y. Park, W.-S. K. S. Kim, S. H. Park ve J.-W. Lee (2009). "Asymmetric vortices around a body in a high angle of attack supersonic flow," *Journal of the Korean Physical Society*, vol. 55, no. 5, pp. 2159-2165.
- [4] K. D. Young, V. I. Utkin ve Ü. Özgüner (1996). "A control engineer's guide to sliding mode control," in *IEEE Workshop on Variable Structure Systems*, Tokyo.
- [5] S. Brierley ve R. Longchamp (1990). "Application of sliding-mode control to air-air interception problem," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 306-325.
- [6] J. Shinar ve I. Forte (1991). "On the optimal pure strategy sets for a mixed missile guidance law synthesis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 11, pp. 1296-1300.
- [7] J. Huang ve C. F. Lin (1983). "Sliding mode control of HAVE DASH II missile system," in *Proceedings of American Control Conference*, San Francisco.
- [8] D. A. Schumacher ve N. H. McClamroch (1994). "Planar autopilot design for the EMRAAT missile using sliding modes," in *American Control Conference*, Baltimore.
- [9] D. A. Schumacher (1994). "Rapid response missile pitch to trim flight control using sliding modes," in *Conference on Decision and Control*.
- [10] K. Young (1977). "Asymptotic stability of model reference systems with variable structure control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 279-281.
- [11] Y. Shtessel ve Y. Orlov (1996). "Nonminimum phase output tracking via dynamic sliding manifolds," in *IEEE International Conference on Control Applications*, Dearborn.
- [12] Y. Shtessel ve C. Tournes (1996). "Nonminimum phase output tracking in dynamic sliding manifolds with application to aircraft control," in *35th IEEE Conference on Decision and Control*, Kobe.
- [13] D. Antic ve S. Dimitrijevic (1998). "Non-minimum phase plant control using fuzzy sliding mode," *Electronics Letters*, pp. 1156-1158.
- [14] Y. Shtessel ve I. Shkolnikov (1999). "Causal nonminimum phase output tracking in MIMO nonlinear systems in sliding mode: stable system center technique," in *38th IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix.
- [15] I. A. Shkolnikov ve Y. B. Shtessel (2002). "Tracing in a class of nonminimum phase systems with nonlinear internal dynamics via sliding mode control using

- method of system center," *Automatica*, vol. 38, pp. 837-842.
- [16] Y., Shtessel (2002). "Sliding mode control using method of stable system centre for nonlinear systems with output delay," in *41st IEEE Conference on Decision and Control*.
  - [17] X.-G. Yan, C. Edwards ve S. K. Spurgeon (2004). "Output feedback sliding mode control for nonminimum phase systems with nonlinear disturbances," in *5th Asian Control Conference*, Melbourne.
  - [18] W. Gu, H. Zhao ve Y. Hu (2004). "Research on the stability of overload control for aerodynamic missiles," in *5th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hangzhou.
  - [19] S. Baev, Y. Shtessel ve J. I. Shkolnikov (2007). "HOSM driven output tracking in the nonminimum-phase causal nonlinear systems," in *46th COnference on Decision and Control*, New Orleans.
  - [20] S. Baev, Y. Sthessel ve I. Shkolnikov (2007). "Nonminimum phase output tracking in causal systems using higher order sliding modes," in *American Control Conference*, New York.
  - [21] C. Tournes ve G. Hanks (2008). "Hypersonic glider control using higher order sliding mode control," in *Southeastcon*, Huntsville.
  - [22] D. Foreman ve C. Y. Tournes (2010). "Integrated missile flight control using quaternions and third-order sliding mode control," in *11th International Workshop on Variable Structure Systems*, Mexico City.
  - [23] T. Yamasaki and S. N. Balakrishnan (2012). "Terminal intercept guidance and autopilot for aircraft defence against an attacking missile via 3D sliding mode approach," in *American Control COnference*, Montreal.
  - [24] E. L. Fleeman (2001). *Tactical Missile Design*, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
  - [25] C. Kopp, «Air Power Australia», Alındığı tarih: 2 Mayıs 2015, Adres : <http://www.ousairpower.net/APA-PLA-AAM.html>.
  - [26] N. F. Palumbo, B. E. Reardon ve R. A. Blauwkamp (2004). "Integrated guidance and control for homing missiles," *Johns Hopkins APL Technical Digest*, vol. 25, no. 2, pp. 121-139.
  - [27] A. Tewari (2011). *Automatic Control of Atmospheric and Space Flight Vehicles: Design and Analysis with MATLAB and Simulink*, Springer Science & Business Media.
  - [28] R. N. Jazar (2011). *Advanced Dynamics: rigid body, multibody and aerospace applications*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc..
  - [29] S. N. Balakrishnan, A. Tsourdos ve B. A. White (2013). *Advances in missile guidance, control and estimation*, Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013.
  - [30] G. M. Siouris (2004). *Missile guidance and control systems*, New York: Springer-Verlag.
  - [31] P. H. Zipfel (2007). *Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics*, 2 ed., Reston: AIAA.
  - [32] D. Allerton (2009). *Principles of Flight Simulation*, Wiley.
  - [33] G. Cai (2011). *Unmanned Rotorcraft Systems*, Londra: Springer-Verlag.

- [34] J. H. Blakelock (1991). Automatic control of aircraft and missiles, 2 ed., Wiley.
- [35] W. Durham (2013). Aircraft flight dynamics and control, Chichester: Wiley.
- [36] R. C. Nelson (1989). Flight stability and automatic control, McGraw-Hill.
- [37] A. Tewari (2007). Atmospheric and space flight dynamics: modeling and simulations with MATLAB and Simulink, Boston: BirkHauser.
- [38] T. I. Fossen (1994). Guidance and control of ocean vehicles, Chichester: Wiley.
- [39] B. Etkin ve D. R. Lloyd (1996). Dynamics of flight: stability and control, 3 ed., John Wiley & Sons.
- [40] R. M. Hall, R. T. Biedron, D. N. Ball, D. R. Bogue, J. Chung, B. E. Green, M. J. Grismer, G. P. Brooks ve J. J. Chambers (2005). "Computational methods for stability and control (COMSAC): The time has come,".
- [41] J. N. Nielsen (1960). Missile Aerodynamics, New York: McGraw-Hill.
- [42] E. L. Duke, R. F. Antoniewicz ve K. D. Krambeer (1988). "Derivation and definition of a linear aircraft model," Edwards.
- [43] M. R. Napolitano (2012). Aircraft dynamics: from modeling to simulation, Hoboken: Wiley.
- [44] R. Yanushevsky (2007). Modern missile guidance, Boca Raton: Taylor & Francis group.
- [45] R. L. Shaw (1987). Fighter combat tactics and maneuvering, 5 ed., Annapolis: Amerika Birleşik Devletleri Donanma Enstitüsü.
- [46] P. W. Hewitt ve B. V. S. Waltz (2002). "Ramjet tactical missile propulsion status,".
- [47] R. T. Reichert (1992). "Dynamic scheduling of modern robust-control autopilot design for missiles," *IEEE Control Systems*, vol. 12, no. 5, pp. 35-42.
- [48] A. Parsch (2005). Alındığı tarih: 09 Nisan 2015, Adres: <http://www.designation-systems.net/dusrm/app4/have-dash.html>.
- [49] C. P. Mracek ve J. R. Cloutier (1997). "Full envelope missile longitudinal autopilot design using the state dependent Riccati equation method," in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, New Orleans.
- [50] X. Ming and S. N. Balakrishnan (2003). "Nonlinear H-infinity longitudinal autopilot design with theta-D method," in *American Control Conference*, Denver.
- [51] V. Fromion, G. Scorletti ve G. Ferreres (1997). "Nonlinear performance of a PI controlled missile: an explanation," in *36th IEEE Conference on decision and control*.
- [52] J. S. Shamma ve J. R. Cloutier (1993). "gain-scheduled missile autopilot design using linear parameter varying transformation," *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 16, no. 2, pp. 256-263.
- [53] B. Kada (2011). "Outer-loop sliding mode Control approach to Longitudinal autopilot missile design," in *18th IFAC World Congress*, Milano.
- [54] G. J. Balas, L. Rick ve A. Packard (1996). "Optimally scaled H-infinity full information control synthesis with real uncertainty," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 19, no. 4, pp. 854-862.
- [55] A. Dane (1990). "Tech update: Hypersonic air-to-air missile," *Popular Mechanics*, vol. 167, no. 13, p. 18.

- [56] J.-C. Juang, C.-F. Lin, J. R. Cloutier ve J. H. Evers (1992). "Missile endgame analysis," in *First IEEE Conference on Control Applications*, Dayton.
- [57] Y.-W. Liang, T.-C. Chu, P.-J. Wu, S.-D. Xu ve C.-C. Cheng (2004). "Nonlinear reliable output tracking control with application bank-to-turn missile systems," in *World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hangzhou.
- [58] H.-J. Uang ve B.-S. Chen (2002). "Robust adaptive optimal tracking design for uncertain missile systems: a fuzzy approach," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 126, pp. 63-87.
- [59] C.-F. Lin, J. R. Cloutier ve J. H. Evers (1995). "Robust bank to turn missile autopilot design," in *American Control Conference*, Seattle.
- [60] N. F. Palumbo, R. A. Blauwkamp ve J. M. Lloyd (2010). "Overview of missile flight control systems," *Johns Hopkins APL Technical Digest*, vol. 29, no. 1, pp. 9-25.
- [61] A. Isidori (1995). *Nonlinear Control Systems*, 3 ed., Londra: Springer-Verlag.
- [62] J. E. Slotine ve W. Li (1991). *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall.
- [63] E. M. Jafarov (2009). *Variable Structure Control and Time-Delay Systems*, WSEAS Press.
- [64] A. Filippov (1988). *Differential Equations with Discontinuous Right-hand Sides*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [65] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman ve A. Levant (2014). *Sliding Mode Control and Observation*, New York: Birkhauser.
- [66] V. I. Utkin (1992). *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag.
- [67] J. Liu ve X. Wang (2011). *Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems*, Pekin: Springer.
- [68] V. Utkin, J. Guldner ve J. Shi (2009). *Sliding Mode Control in Electro-MEchanical Systems*, 2 ed., CRC Press.
- [69] A. Levant (2003). "Higher order sliding modes, differentiation and output feedback control," *International Journal of Control*, vol. 76, pp. 924-941.
- [70] S. Kamal, A. Chalanga, J. A. Moreno, L. Fridman ve B. Bandyopadhyay (2014). "Higher order super-twisting algorithm," in *13th IEEE Workshop on Variable Structure Systems*, Nantes.
- [71] A. Isidori ve C. I. Byrnes (1990). "Output regulation of nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 2, pp. 131-140.
- [72] S. Devasia, D. Chen ve B. Paden (1996). "Nonlinear inversion-based output tracking," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 7, pp. 930-942.
- [73] L. G. Hunt and R. Su (1996). "Noncausal inverses for linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 4, pp. 608-611.
- [74] S. Gopalswamy ve J. Hedrick (1993). "Tracking nonlinear non-minimum phase system using sliding control," *International Journal of Control*, vol. 57, no. 5, pp. 1141-1158.
- [75] L. Dong (2005). "Output tracking of nonlinear nonminimum phase systems: an engineering solution," in *CDC-ECC'05*.
- [76] M.-J. Tahk, B.-E. Jun, Y.-W. Lee ve C.-H. Lee (2014). "Design of missile autopilot using PI and approximate feedback linearization control with time-

- delay adaptation scheme," in *European Control Conference*, Strasbourg.
- [77] L. Xueming, Y. Shiyuan ve T. Liqiang (2010). "Hybrid BTT/STT missile autopilot based on dynamic inversion," in *2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*.
- [78] T. I. Fossen (1999). *Guidance and control ocean vehicles*, 3 ed., Chicester: John Wiley & Sons.
- [79] B. Etkin (2005). *Dynamics of atmospheric flight*, Dover Publications.



## ÖZGEÇMİŞ



**Ad Soyad** : Yağız Paralı

**Doğum Yeri ve Tarihi** : İzmir 1987

**E-Posta** : parali@itu.edu.tr

### ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2010, İstanbul Teknik Üniversitesi, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi, Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği

### MESLEKİ DENEYİM :

- Stajyer tasarım mühendisi, Nereids Yatchs, Nisan 2006-Şubat 2008
- Tasarım mühendisi, Altınova Tersanesi-Dearsan Ortaklığı LPD Tasarım Ofisi, Mayıs 2010-Haziran 2011
- Araştırmacı, İstanbul Teknik Üniversitesi, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi Ata Nutku Gemi Model Deney Laboratuvarı, Eylül 2011-Şubat 2013
- Modelleme ve simülasyon mühendisi, Roketsan, Taktik Füze Sistemleri Direktörlüğü, Şubat 2013-...

### ÖDÜLLER :

- Birincilik (ekip lideri), Gemi Mühendisleri Odası, Geleceğin Gemi ve Yüzer Yapıları Proje Yarışması, 2010.
- Birincilik (ekip üyesi), İTÜ SAVTEK Havacılık Yaz Okulu, İnsansız VTOL Araç Tasarımı Yarışması, 2011.

### TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- Paralı Y., Jafarov E. M. (2015). Higher order sliding mode control applications with output redefinition for nonminimum phase missile system. *International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes*, 9-11 Nisan, İstanbul, Türkiye.

- Paralı Y., Jafarov E. M. (2015). Output redefinition method for sliding mode control of nonminimum phase missile systems . 7th *International Conference on Recent Advances in Space Technologies*, 16-19 Haziran, İstanbul, Türkiye.

#### **DİĞER YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:**

- Paralı Y., Ergin S. ve Dobrucalı E. (2011). A numerical investigation of exhaust smoke-superstructure interaction on a naval ship. *Proc. of International Maritime Association of Mediterranean, IMAM 2011 konferansı*, Cenova, İtalya, 13-16 Eylül.
- Paralı Y. (2014)., A new Output redefinition method for sliding mode control of AUVs (poster sunumu), *Autonomous Underwater Vehicles 2014* , 6-9 Ekim, Oxford, Mississippi, ABD.