

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

OTONOM SUALTI ARACININ MODELLENMESİ VE KONTROLÜ

DOKTORA TEZİ

Halil AKÇAKAYA

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

NİSAN 2014

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

OTONOM SUALTI ARACININ MODELLENMESİ VE KONTROLÜ

DOKTORA TEZİ

**Halil AKÇAKAYA
(504062102)**

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER

NİSAN 2014

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504062102 numaralı Doktora Öğrencisi **Halil AKÇAKAYA** ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**OTONOM SUALTI ARACININ MODELLENMESİ VE KONTROLÜ**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. M. Turan SÖYLEMEZ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. İ. Beklan KÜÇÜKDEMİRAL
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Haluk GÖRGÜN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Salman KURTULAN
İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **8 Şubat 2014**
Savunma Tarihi : **25 Nisan 2014**

Aileme,

ÖNSÖZ

Tezin yazarı, akademik, bilimsel gelişim süreçlerindeki eğitimliği ve tez oluşumundaki olağan üstü katkılarından ötürü tez danışmanı sayın Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER başta olmak üzere, tezin oluşturulmasında katkıda bulunan sayın Doç. Dr. Neslihan Serap ŞENGÖR'e, TÜBİTAK'a, İstanbul Teknik Üniversitesi'ne, Maltepe Turkuaz Evleri yönetimine, jüri üyelerine ve değerli eşine teşekkürlerini sunmaktadır.

Şubat 2014

Halil AKÇAKAYA
(Elektronik Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xiii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xv
ŞEKİL LİSTESİ.....	xvii
ÖZET.....	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	1
1.2 Tez İçeriği	2
2. SUALTI ARACININ KİNEMATİK, DİNAMİK VE HİDRODİNAMİK MODELİNİN ELDE EDİLMESİ	7
2.1 Dinamik Model Elde Etme Yöntemleri	7
2.2 Sualtı Aracının Dinamik Modeli	9
2.3 Kinematik	12
2.3.1 Birim kuaterniyon (Unit quaternion)	15
2.4 Dinamik	17
2.4.1 Katı cisim dinamiği	17
2.4.2 Ek kütle	19
2.4.3 Yerçekimi ve kaldırma kuvveti-momentleri	21
2.4.4 Hidrodinamik sönümler	21
2.5 Sualtı Aracının Hidrodinamik Eşitlikleri	22
2.6 Hidrodinamik Katsayıların Hesaplanmasında Kullanılan Yöntemler.....	26
2.7 REMUS 100 Aracı Model Doğrulama.....	27
2.7.1 Yatay düzlem cevabı.....	28
2.7.2 Dikey düzlem cevabı.....	29
2.7.2.1 Burun yukarı hareketi (Pitching-up)	29
2.7.2.2 Burun aşağı hareketi (Pitching-down)	31
2.8 Sualtı Aracının Kayan Kipli Kontrolü (Sliding Mode Control).....	32
2.8.1 Kayan kipli kontrol ile sualtı aracının yatay düzlemde kontrolünün benzetimi	34
3. DAYANIKLI MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL	39
3.1 Dayanıklı Model Öngörülü Kontrol (RMPC) Kuramı ve Geliştirmeler	40
3.2 Giriş ve Çıkış Sınırlı Politopik Sistemler İçin Dayanıklı MPC Kuralının Oluşturulması	40
3.3 Sabit Set-Noktası İzleme Problemi	44
3.4 Set-Noktasındaki Kontrol İşaretinin Belirlenmesi	44
3.5 Geribesleme Matrisinin Çevrimdışı Hesaplanması ve Kazanç-Çizelge Tabanlı RMPC.....	45
3.6 Sualtı Aracı Modelinin Doğrusallaştırılması.....	47
3.6.1 Yatay düzlemde doğrusallaştırma	47

3.6.2 Dikey düzlemde doğrusallaştırma	47
3.7 Benzetim Sonuçları	48
4. EULER-LAGRANGE (EL) VE HAMILTONIAN SİSTEMLER.....	53
4.1 EL Sistemleri ve Pasif EL Sistemleri	53
4.1.1 Euler-Lagrange eşitlikleri.....	54
4.1.1.1 EL sistemlerin özellikleri	54
4.1.1.2 Dış kuvvetler	55
4.1.2 Doğrusal uzaylar	56
4.1.3 Kayıplı ve kayıpsız olma kavramı.....	56
4.1.4 İç kararlılık	57
4.1.5 Kararlılık özellikleri	59
4.1.5.1 Tam sönümlü sistemler	59
4.1.5.2 Az sönümlü sistemler	60
4.2 Hamiltonian Sistemler	61
4.2.1 Hamiltonian sistem gösterimi	62
4.3 Kapı Kontrollü Hamiltonian Sistem, Bağlantı ve Sönüm Atama.....	63
4.3.1 İstenilen hedef dinamiği	64
4.3.2 Kararlılık	66
4.3.3 Enerji şekillendirme	67
4.3.4 Sönüm atama	69
5. OTONOM SUALTI ARACININ HAMILTONIAN KONTROLÜ.....	71
5.1 Sualtı Aracının Newton ve Hamiltonian Modeli.....	71
5.2 Sualtı Aracı Modelinin Düzlemlere Ayırıştırılması	74
5.2.1 Dikey düzlemde hareket modeli.....	75
5.2.2 Bağlantı ve sönüm atama ile pasif tabanlı kontrol	76
5.2.3 Sualtı aracının basitleştirilmiş 2-Serbestlik Dereceli modeli	77
5.3 Hata Dinamiğinin Kapı Kontrollü Hamiltonian Modeli	78
5.4 Hata Dinamiği Üzerinden Kontrol Kuralının Elde Edilmesi	79
5.5 Benzetim Çalışması	81
6. ATALETSEL YÖRÜNGE SİSTEM SENSÖRLERİNİN KALİBRASYONU VE DURUM KESTİRİMİ	89
6.1 İstikamet ve Durum Bilgi Sistemi (AHRS).....	89
6.1.1 Derinlik sensörü	90
6.1.2 Açışal hız ölçer (Gyroscope).....	90
6.1.3 İvme ölçer (Accelerometer)	91
6.1.4 Manyetik alan ölçer (Magnetometer).....	91
6.2 Sensör Kalibrasyonları	92
6.2.1 İvme ölçer kalibrasyonu	92
6.2.2 Manyetik alan ölçer kalibrasyonu	95
6.2.2.1 Statik kalibrasyon.....	96
6.2.2.2 Geometrik yorum	96
6.2.2.3 Ellipsoide uydurma problemi	97
6.2.2.4 En küçük tekil değer üzerinden çözüm	98
6.2.3 Gerçek veriler ile kalibrasyon katsayılarının hesaplanması	101
6.3 Genişletilmiş Kalman Filtresi (Extended Kalman Filter).....	104
6.3.1 Girişler.....	105
6.3.2 Durum eşitlikleri	105
6.3.3 Çıkış	106
6.3.4 Doğrusallaştırma	108
6.3.5 Ayırıklaştırma işlemi.....	109

6.3.6 Genişletilmiş Kalman filtresinin algoritma adımları	110
6.3.7 Sensör kestirim algoritmasının gerçek zamanlı sistemde ve MATLAB üzerinde koşturulması	111
7. GERÇEK BİR SUALTI ARACI TASARIMI.....	113
7.1 Sualtı Aracının Önemli Bölümleri	113
7.2 Otopilot Tasarımı	115
7.3 Sualtı Aracının Döngüde Donanıyla Benzetim (HIL) ile Kontrolü	116
7.4 Aracın Sualtı Testi.....	118
7.5 Gerçek Sualtı Aracının Dayanıklı Model Öngörülü Kontrolü	119
8. SONUÇLAR	127
KAYNAKLAR	131
EKLER.....	137
ÖZGEçMİş.....	143

KISALTMALAR

AHRS	: Attitude and Heading Reference System (İstikamet ve Durum Referans Sistemi)
AUV	: Autonomous Underwater Vehicle (Otonom Sualtı Aracı)
EL	: Euler-Lagrange
GAS	: Global asymptotical stability (Global Asimtotik Kararlılık)
HIL	: Hardware-In-The Loop (Döngüde Donanımla Benzetim)
IDA	: Interconnection and Damping Assignment (Bağlantı ve Sönüm Atama)
LAS	: Local asymptotical stability (Yerel Asimtotik Kararlılık)
IGRF	: International Geomagnetic Reference Field (Uluslararası Jeomanyetik Referans Alanı)
INS	: Inertial Navigation System (Atalel Yörünge Sistemi)
NED	: North East Down (Kuzey Güney Doğu)
OSP	: Output strictly passive (Çıkış -Kesin Pasif)
PBC	: Passivity-based control (Pasiflik Tabanlı Kontrol)
PCH	: Port-Controlled Hamiltonian (Kapı Kontrollü Hamiltonian)
DOF	: Degree Of Freedom (Serbestlik Derecesi)
WMM	: World Magnetic Model (Dünya Manyetik Modeli)

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Sualtı aracının eksen takımları, kontrol yüzeyleri.....	11
Çizelge 6.1 : İvme ölçer eksen pozisyonu ve değeri.	94
Çizelge 6.2 : İstanbul / Türkiye'nin kuzey manyetik alan vektörü (25.12.2012). ...	104
Çizelge A.1: REMUS 100 aracı fiziksel parametreleri.....	138
Çizelge A.2: REMUS 100 aracı için HAKTOR hesaplama aracı ile hesaplanmış birimsiz hidrodinamik katsayılar.....	139

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Kuzey-Doğu-Aşağı (NED) ve Gövde ekseninde bir sualtı aracı.	10
Şekil 2.2 : NED kinematik model eksen takımları.	13
Şekil 2.3 : Z ekseninde vektör dönüşümü ve matrisi.	14
Şekil 2.4 : Y ekseninde vektör dönüşümü ve matrisi.	14
Şekil 2.5 : X ekseninde vektör dönüşümü ve matrisi.	14
Şekil 2.6 : Katı cisim eksen eksen takımları.	17
Şekil 2.7 : Yerçekimi ve kaldırma kuvveti.	21
Şekil 2.8 : Taylor serisi eğri uydurma yöntemlerinin karşılaştırılması.	23
Şekil 2.9 : Yatay düzlemi hareketi için REMUS100 aracı kontrol yüzey girişleri....	29
Şekil 2.10: Yatay düzlem için <i>REMUS 100 Aracı</i> ve <i>REMUS 100 Benzetimi</i> ile <i>HAKTOR Benzetimi</i> dikey dümen (rudder) basamak cevabı karşılaştırması.	29
Şekil 2.11: Burun yukarı hareketi için REMUS100 aracı kontrol yüzey girişleri.	30
Şekil 2.12: Burun yukarı hareketi için <i>REMUS 100 Aracı</i> ve <i>REMUS 100 Benzetimi</i> ile <i>HAKTOR Benzetimi</i> yatay dümen (elevator) basamak cevabı karşılaştırması.	30
Şekil 2.13: Burun aşağı hareketi için REMUS100 aracı kontrol yüzey girişleri.	31
Şekil 2.14: Burun aşağı hareketi için <i>REMUS 100 Aracı</i> ve <i>REMUS 100 Benzetimi</i> ile <i>HAKTOR Benzetimi</i> yatay dümen (elevator) basamak cevabı karşılaştırması.	31
Şekil 2.15: $\phi \in 0.1, 0.5, 1$ için $\tanh(\sigma/\phi)$ fonksiyonu.	36
Şekil 2.16: $u_0 = 0.75m/s$ için kontrol girişi ve yalpalama açısı.	37
Şekil 2.17: $u_0 = 1.5m/s$ için kontrol girişi ve yalpalama açısı.	37
Şekil 3.1 : Entegral etkili RMPC.	45
Şekil 3.2 : Sualtı aracı ileri yön hızı değişimi - RMPC benzetimi.	49
Şekil 3.3 : Sualtı aracının yuvarlanma, yunuslama yalpalama açıları - RMPC benzetimi.	50
Şekil 3.4 : Sualtı aracının dümen açıları (kontrol işaretleri) - RMPC benzetimi.	51
Şekil 5.1 : Potansiyel enerji fonksiyonu.	85
Şekil 5.2 : Başlangıç noktasından bırakılan sistem için hata dinamiğinin potansiyel enerji değişimi.	86
Şekil 5.3 : Başlangıç noktasından bırakılan sistem için hata dinamiğinin kinetik enerji değişimi.	87
Şekil 5.4 : Sualtı aracını dikey düzlemde kontrol – Durum değişkenleri.	88
Şekil 6.1 : İstikamet ve durum bilgisi ölçüm sistem kartı.	89
Şekil 6.2 : MS-5803-05BA minyatür derinlik sensörü.	90
Şekil 6.3 : İstikamet ve durum bilgi sistemi (AHRS) kartının eksen takımı.	93
Şekil 6.4 : AHRS kartı MATLAB arayüzü.	102
Şekil 6.5 : Kalibrasyon öncesi ve sonrası normalize edilmiş manyetik alan ölçer Verisi (3-D).	102

Şekil 6.6 : Kalibrasyon öncesi ve sonrası normalize edilmiş manyetik alan ölçer verisi projeksiyonu.....	103
Şekil 7.1 : Sualtı aracının bir görseli.....	113
Şekil 7.2 : Sualtı aracının iç kısmı (Su sızdırmazlık bölümü).	114
Şekil 7.3 : Otopilot kartı.	116
Şekil 7.4 : HIL yapısında sualtı aracı kontrol yapısı: Otopilot – Openpilot GCS (Yer kontrol istasyonu) – Simulink sualtı aracı modeli – FlightGear.....	117
Şekil 7.5 : HIL yapısında sualtı aracı kontrolü: Openpilot GCS (Yer kontrol istasyonu) – FlightGear.....	118
Şekil 7.6 : Sualtı aracının ilk suya giriş testinden bir görüntü.	119
Şekil 7.7 : Sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrol deneyi.	119
Şekil 7.8 : Gerçek sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrolü (Algortima 2) - Yatay düzlem açısı cevabı.	122
Şekil 7.9 : Gerçek sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrolü (Algortima 2) - Yatay düzlem cevabı için kontrol girişleri.....	123
Şekil 7.10: Gerçek sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrolü (Algortima 2) - Dikey düzlem açısı cevabı.....	124
Şekil 7.11: Gerçek sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrolü (Algortima 2) - Dikey düzlem cevabı için kontrol girişleri.	125

OTONOM SUALTI ARACININ MODELLENMESİ VE KONTROLÜ

ÖZET

Bu tez, temel olarak gerçek bir sualtı aracı için kontrolör tasarım çalışmalarını içermektedir. Ayrıca, dinamik model, Ataletsel Yörünge Sistemi (INS), sensör kalibrasyonu, otopilot, benzetim ortamı tasarımı gibi birçok alt bileşen hakkında da oldukça ayrıntılı bilgilere ve geliştirmelere bu tezde yer verilmiştir.

Bu çalışmada başlangıç olarak doğrusal olmayan 6 serbestlik dereceli sualtı aracının kinematik ve hidrodinamik modeli türetilmiştir. Araç geometrisinin deneysel sonuçlarını kullanan bir hidrodinamik katsayıları hesaplama aracı türetilmiş ve bu araç doğrulanmıştır. Sualtı aracının yatay düzlem kontrolü için geliştirilen kayan kipli kontrol algortimasına yer verilmiştir.

Giriş sınırlamalı Dayanıklı Model Öngörülü Kontrol (RMPC) kuramı altında sualtı aracının referans izleme problemi dikkate alınmıştır. Sualtı aracının matematiksel modeli parametrik belirsizlik ve gürültü girişlerini içermektedir. Her ne kadar kayan kipli ve uyarlamalı kontrol metotları ölçüm hatalarına ve gürültülere karşı başarılı olsa da, bu tez kapsamında önerilen metot parametrik belirsizliklere karşı da kararlı bir yapı ortaya sunmaktadır. Dayanıklı MPC kuralının seçilme sebebi ise model belirsizlikleri ile başa çıkabilme yeteneğidir. RMPC kuralının hesaplama yükü problemini çözmek ve hali hazırdaki çizelge tabanlı RMPC kuralının deneme-yanılma adımlarından kurtulmak için, gerçek zamanlı sistemlere kolayca uygulanabilir yeni bir algoritma bu tezde önerilmiştir.

Tez kapsamında Euler-Lagrange ve Hamiltonian sistemler incelenmiştir. Sistemin depo fonksiyonunu sistem için bir Lyapunov fonksiyonu olarak kullanan Kapı Kontrollü Hamiltonian tekniği ve pasif temelli kontrol dizaynı üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Pasif temelli kontrol dizaynı iki aşamadan oluşmaktadır. İlki istenen enerji fonksiyonunu sistemin toplam enerjisi olarak atayan enerji şekillendirme kuralının oluşturulmasıdır. İkincisi ise denge noktasında sistemin asimptotik kararlılığını sağlayacak sönüm atama kuralının oluşturulmasıdır. Sürekli hareketli araçlar için sistemin hata dinamiği ifadesi kullanarak, geleneksel yöntemlerden farklı ve asimptotik kararlılığı garanti altına alan yeni bir pasiflik temelli kontrol kuralı bu tezde türetilmiştir.

Sualtı aracı durum vektörlerini doğru kestirebilmek için sensör kalibrasyon ve kestirim algoritmaları tanımlanmıştır. Otopilot, Ataletsel Yörünge Sistemi, RF alıcı-verici gibi birimleri içeren gerçek bir sualtı aracı tasarlanmıştır. Yer kontrol istasyonu ile haberleşebilecek, verilen emirleri yerine getirebilecek, uçuş verilerini kayıt edebilecek, Döngüde Donanım ile Benzetim (HIL) yapısında çalışabilecek düzeyde gömülü yazılım tasarımı yapılmıştır. Son olarak da havuz ortamında gerçek sualtı aracı tasarlanan kontrol kuralları ile test edilmiştir.

MODELING AND CONTROL OF AN AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE

SUMMARY

This thesis includes contributions related to Autonomous Underwater Vehicle (AUV) controller design. Considerably detailed information and developments about dynamic model, Inertial Navigation System (INS), sensor calibration, autopilot and simulation environment are also included for AUV design.

In the first section, a brief summary of the thesis is provided.

In the second section, nonlinear 6-DOF modelling of the underwater vehicle is considered. Kinematic equalities that constitutes the mathematical model of the underwater vehicle, as well as hydrodynamic equalities of the vehicle are defined. Methods to determine hydrodynamic coefficients are mentioned. Vehicle geometry, which is known to be a semi-empirical method, and the tool developed to calculate the hydrodynamic coefficients using the empirical results of this geometry are described in this section. The output of the computing tool developed in the scope of this thesis is compared to the output of the REMUS 100, which is a hydrodynamic coefficient computing tool in the literature. In addition, real REMUS 100 data and the output of the model that is derived from hydrodynamic coefficients are compared and comparison results are given. The sliding mode control algorithm, which is developed to control the underwater vehicle in the horizontal plane, is also introduced in this chapter

In section 3, Robust Model Predictive Control (R-MPC) is introduced and developed to control AUV. MPC is the leading one amongst the most preferred multi-variable discrete control techniques used in industrial applications. The basic principle of the MPC method is to determine a series of control rules rendering the considered objective function minimum at each sampling time. Once, the series of control rules are determined, and then only the first control rule in this series is used to control process. MPC has always had its substantial computational complexity as one of the main limitations. After a powerful and reliable optimization algorithm and the fast processor technology have become active, numbers of researchers have worked on the implementation of MPC for the last two decades. Robustness is one of the most important topics for practical control applications of MPC. Even if the traditional MPC provides some degree of robustness inherently, this robustness is very hard to quantify. Due to the hardness of the theoretical analysis of the finite horizon MPC, constrained infinite horizon MPC have been popular for the last twenty years. The stability, terminal cost and constrained set problems have been solved for the constrained infinite MPC. The contribution of robustness of constrained infinite MPC which is well done by Kothare is mainly examined and is expanded in Section 3 of this thesis. In that section, a sufficient condition for the existence of a state-feedback control law, which minimizes an upper bound on the ‘worst-case’ infinite horizon, while at the same time keeping the system state inside an invariant

feasible set is derived. Another subject of this thesis for Robust MPC proposes the use of parametric programming to pre-compute the solution of the optimal control problem for all initial states off-line, and to store the resulting piecewise-affine control law in a lookup table to be able to implement RMPC controller on real time systems. In order to cope with uncertainties on the gain of the system, a control structure, which is based on the system enhanced with an integrator, and the RMPC+I method were proposed in Akçakaya and Gören-Sümer. The mathematical model of underwater vehicles in the literature is a non-linear structure with parametric uncertainties and noise inputs. For this reason, AUV's mathematical model will vary depending on the conditions of underwater environment, the speed of vehicle, the modeling error, etc. Due to these conditions, control methods proposed in the literature for AUV are often the ones dealing with this ambiguity like sliding-mode control and adaptive control. Even if these works cope with the stability of system in the presence of disturbance and noise, this work also gives a formal result on the stability issue under the parametric uncertainty. The set point tracking control problem of autonomous underwater vehicle with speed uncertainty, which is essential due to the existence of water current, is considered in Section 3. It is obvious that underwater vehicle's forward speed is variable according to current speed. The water current is one of the most important factors for the control of underwater vehicle since the current sensor is too expensive, the measurement with it is too hard, and the environment highly affects the measurement. To estimate current with adaptive filter and control the system is a hard problem since a position feedback and its correction are not often possible under the water. Therefore, an intention of this thesis is to use Robust Model Predictive Control (RMPC) method for set point tracking control of variable speed of AUV. RMPC is preferred as it is capable of coping with uncertainties. Since RMPC methods need a linear time-varying (LTV) model, the six degree of freedom (6-DOF) non-linear model of AUV must be linearized at certain operating points before a RMPC control law is derived. Some improvement for the discrete-time RMPC algorithms are done and a control procedure called Algorithm 2 is developed in the Section 3. Since this new algorithm has no trial-error steps, the computation time and complexity of the new algorithm are less than others. Therefore, it might be stated that this rule is tailored to be used for a real underwater vehicle and this study could inspire future studies about using other RMPC strategies for control of AUV. In the last part of Section 3 provides a simulation example with the AUV to validate the proposed control law.

In Section 4, Euler-Lagrange and Hamiltonian system is examined. It is quite hard to obtain a mathematical model for a complex non-linear system using Newton's method. In many engineering applications, including the mechanical, electromechanical, electronic, robotic systems, mathematical models of complex systems can be easily obtained by Euler-Lagrange equations. The passivity based control technique developed for the Port Controlled Hamiltonian (PCH) systems uses the Hamiltonian of the system (storage function) as a Lyapunov function. The Passivity-based Control (PBC) design is carried out in two steps; first the energy shaping control rule is used to assign the desired energy function as the total energy of the system, and then, the damping injection control rule is used to achieve asymptotic stability at the desired equilibrium point, which corresponds to an isolated and strict minimum of the desired energy function.

In section 5, a new and error dynamics based Interconnection and Damping Assignment - Passivity-based Control (IDA-PBC) rule, which has a different

structure compared to the traditional one and guarantees the asymptotic stability, is derived for continuously moving underwater vehicle. The non-linear model of Autonomous Underwater Vehicles (AUV) used to derive the control rules in Section 5 is comprised of –almost– decoupled horizontal and vertical movements. The control problem of the movement on the vertical plane is considered since its more difficult than the one on the horizontal plane. The 3-DOF vertical movement model is reduced to a 2-DOF model, by assuming a fixed forward AUV vehicle speed, in order to derive an IDA-PBC rule in a simpler way. The pitch angle control is usually preferred for vertical motion control of marine vehicles. For continuously moving underwater vehicle, which is an under-actuated system, the traditional IDA-PBC-based rules cannot be used directly to control the vehicle, since its vertical speed, rather than its vertical position, is required to be fixed at steady state. In Section 5, firstly, mathematical model of the error dynamics of underwater vehicle is defined and a new couple of matching conditions to construct IDA-PBC rule in terms of error dynamics are derived. Furthermore, it is proved to guarantee the asymptotic stability of the closed loop system under these control rules.

In Section 6, the calibration and estimation problem of the sensors, which measures the state estimation of a dynamic platform, is mentioned. To apply the control algorithms developed in the previous sections to a real system, the state vector should be measured. For this purpose, an Attitude and Heading Reference System (AHRS) card that is capable of measuring the attitude and heading of a dynamic vehicle is designed. In addition, after information about calibration of acceleration and magnetic field measurement is given, sensor calibration coefficient computing algorithms are described in detail in section 6. The state equations of the system are defined using the kinematic model of the vehicle. Via linearization and discretization through these state equations, the Extended Kalman filter algorithm to estimate the system states is given.

In Section 7, a real underwater vehicle design is discussed. A real underwater vehicle is designed by placing autopilot, AHRS system, RF receiver-transmitter, motor and motor control unit, servo and batteries to the vehicle. On the autopilot and AHRS card, an embedded software design is realized in which the designed software is capable of communicating with “Openpilot GCS” ground station, executing the given commands, recording, and operating in Hardware in the loop (HIL) mode. The HIL structure is examined in this section to measure the performances of the sensor estimation algorithm, which is designed in the previous sections, and the real time operation of the controller. At last the underwater vehicle is tested in pool environment with proposed real-time control rule denoted Algorithm 2 and the results are given.

Finally, section 8 gives thesis’s conclusions and further developments.

1. GİRİŞ

Otonom sualtı araçları (Autonomous Underwater Vechicle), ticari, askeri ve sivil araştırma inceleme alanlarında kullanılmaktadır.

Otonom sualtı araçlarına takılacak robot kolları ile; keşif, tamir, sualtından cisim toplama ve ölçüm, dalgıca yardım etme gibi birçok görev icra edilebilir. Sualtı aracına takılacak bir Sonar ile; yörünge düzeltme, deniz dibi görüntüleme, obje tanıma, mayın tanımlama, hedef takibi gibi görevleri gerçekleştirmek mümkündür. Ayrıca sualtı aracına takılacak bir kamera ile; düşük derinliklerde yörünge takibi, çarpışma kontrolü, hedefi takip, deniz dibi haritalama görevleri yapılabilir.

Bu tezin ana hedefi gerçek bir sualtı aracını istenilen hareket davranışını kazandıracak kontrolör tasarımıdır. Bu amaca hizmet edecek tüm alt sistemlerin tasarımı da bu tezin kapsamı alanındadır.

Kontrolör ve gerçek bir sualtı aracı geliştirilmesi sürecindeki yapılan literatür taraması her bölüme özgü olarak verilecektir.

1.1 Tezin Amacı

Bu tezin birincil amacı sualtı araçlarına uygun ve gerçek zamanlı çalışabilecek yüksek performanslı kontrolör tasarımıdır. Bu kapsamda sualtı aracı tasarım süreci alt kırınlara parçalanmış, aşağıda verilen algoritma ve işlerin yapılması amaçlanmıştır.

- ✓ 6 Serbestlik Dereceli (6-DOF) sualtı aracının kinematik ve hidrodinamik modelinin çıkarılması
- ✓ Sualtı aracının geometrisine bağımlı yarı deneysel metot kullanılarak özgün bir hidrodinamik parametre hesaplama aracının oluşturulması ve bu hesaplama aracının doğrulanması

- ✓ Parametre belirsizliklerine karşı güçlü bir teorik yapı içeren Dayanıklı Model Öngörülü Kontrol algoritmasının geliştirilerek sualtı aracının gerçek zamanlı kontrolü için kullanılması
- ✓ Pasif tabanlı kontrol algoritmalarından IDA-PBC yönteminin geliştirilerek sualtı aracının gerçek zamanlı kontrolü için kullanılması
- ✓ 6 Serbestlik Dereceli (6-DOF) sistemler için sensör ölçümlerinden sistem durumlarının kestirilmesi ve bu kestirim için sensör kartı tasarımı
- ✓ Ataletsel ve manyetik alan ölçer sensörlerinin kalibrasyonu
- ✓ Otopilot tasarımı
- ✓ Döngüde Donanımla Benzetim ile (HIL) geliştirilen kontrol ve sensör kestirim algoritmalarının başarısının gözlemlenmesi
- ✓ Gerçek bir sualtı aracı tasarımı ve kontrolü

1.2 Tez İçeriği

Tez çalışmasının 2. bölümünde, sualtı aracının doğrusal olmayan 6 Serbestlik Dereceli modelinin çıkarılması üzerinde durulmuştur. Sualtı aracının matematiksel modelini oluşturan kinematik ve hidrodinamik eşitlikler tanımlanmıştır. Hidrodinamik katsayıların belirlenmesi için kullanılan yöntemlerden kısaca bahsedilmiş ve araç geometrisi ve bu geometrinin deneysel verileri kullanarak hidrodinamik katsayı hesaplama aracı tasarımına yer verilmiştir. Bu tez kapsamında geliştirilen hesaplama aracının çıktıları, literatürdeki REMUS 100 hidrodinamik katsayıları hesaplama aracı çıktıları ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca gerçek REMUS 100 aracı verileri ile hidrodinamik katsayıları türetilen modelin çıktıları karşılaştırılmış ve sonuçlar ortaya konmuştur. Yine 2. bölümde, sualtı aracının yatay düzlem kontrolü için geliştirilen kayan kipli kontrol algoritmasına (Sliding Mode Control) yer verilmiştir.

3. bölümde, Dayanıklı Model Öngörülü Kontrol (RMPC) kuramı ve son yıllarda bu konuya yapılan katkıların bir özeti sunulmuştur. Model Öngörülü Kontrol (MPC) tekniği endüstride en çok tercih edilen kontrol tekniklerinden biridir. MPC yönteminin temel ilkesi; her örnekleme anında bir amaç ölçütünü minimum yapan bir dizi kontrol kuralının hesaplanması ve bu kontrol kurallarından sadece ilk elemanın

sisteme uygulanması olarak özetlenebilir. MPC kuralının en büyük dezavantajı optimizasyon probleminin her örnekleme anında çözümünün gerekliliği nedeni ile hesap yükünün karmaşıklığıdır. Son yirmi yıldır, hızlı işlemcilerin ortaya çıkması, güçlü ve güvenilir optimizasyon algoritmaların aktif hale gelmesi ile bir çok araştırmacı MPC problemin uygulanabilirliği konusunda çalışma yapmaktadır. Kararlılık, MPC problemin gerçek sistemleri uygulanması için en önemli konu teşkil etmektedir. Her ne kadar MPC probleminin doğasından kararlılık özelliği gelse de, bu kararlılık sınırlı ölçülerde kalmaktadır. Sonlu ufuklu MPC probleminin teorik olarak analizi oldukça zor olduğu için, sınırlı sonsuz ufuklu MPC problemi son yirmi yıldır önemli hale gelmiştir. Tezin 3. bölümünde sonsuz ufuklu MPC problemine büyük katkı yapan [1] çalışması incelenmiş ve tez kapsamında bu çalışmaya katkılar yapılmıştır. 3.bölümde sonsuz ufuklu bir amaç ölçütünün üst sınırını minimum yapan ve sistem durumlarını değişmez bir elipsoidin içinde tutan durum geribesleme kontrol kuralının varlığı incelenmiştir. Bu tezin diğer bir çalışma konusu ise, gerçek sistemlere dayanaklı MPC kuralının uygulanabilmesidir. Çevrimdışı olarak optimizasyon problemlerinin çözümünden elde edilen ve kazanç çizelge tablosunda tutulan kontrol kurallarının parametrik bir program yapısı içinde gerçek zamanlı sistemlere uygulanması bu tez çalışmasının amaçlarından biridir. Sistem kazancındaki belirsizlikler ile başa çıkabilmek için entegral işlemini sistem modeline ekleyen RMPC+I kontrol yapısı önerilmiştir, [2]. Sualtı aracının matematiksel modeli parametrik belirsizlik ve gürültü girişlerini içermektedir. Bunlar; akıntı ortamında sualtı aracının değişen hızı, çevresel koşullar ve modelleme hataları olarak verilebilir. Genellikle bu durumlar için literatürde kayan kipli kontrol ve uyarlamalı kontrol metotları önerilmektedir. Her ne kadar bu metotlar hatalı ölçüm ve gürültülere karşı başarılı olsa da, bu tez kapsamında önerilen metot parametrik belirsizliklere karşı da dayanaklı bir yapı ortaya sunmaktadır. Sualtı aracının kontrolünde en önemli faktörlerden biri deniz altındaki akıntıdır. Akıntı hızı ölçüm sensörü, pahalı ve çevresel şartlardan etkilenen bir yapıya sahiptir. Akıntı hızının kestirimi ise yardımcı sensörler kullanmaksızın nerdeyse imkansızdır. Deniz altındaki akıntılardan kaynaklanan sualtı aracı hız değişimine karşı dayanaklı referans izleme problemi 3. bölümde incelenmiştir. Dayanaklı MPC kuralının seçilme sebebi ise belirsizlikler ile başa çıkabilmesidir. RMPC kuralı türetilmeden önce, RMPC problemi zamanla değişen doğrusal bir sistem modeline ihtiyaç duyduğu için doğrusal olmayan 6 serbestlik dereceli sualtı aracı modeli çeşitli çalışma noktalarında

doğrusallaştırılmıştır. Algoritma 2 ile verilen kontrol prosedürü ve bir takım geliştirmeler yine 3. bölümde verilmiştir. Önerilen algoritma deneme yanılma adımı içermediği için algoritmanın karmaşıklığı hali hazırdakilere göre azalmıştır. Böylece, 3. bölümde önerilen algoritma gerçek bir sualtı aracının kontrolünde kullanılabilecek ve gelecek çalışmalara esin kaynağı olacaktır. Önerilen algoritmanın doğruluğunu göstermek için bir benzetim çalışması 3. bölümün sonunda verilmiştir.

4. bölümde, Euler-Lagrange ve Hamiltonian sistemler incelenmiştir. Karmaşık yapıya sahip doğrusal olmayan sistemlerin Newton denklemleri ile modellenmesi oldukça zordur. Mekanik ve elektronik sistemlerin modellenmesi dahil bir çok karmaşık uygulamalarda matematiksel modeller Euler-Lagrange denklemleri ile kolayca elde edilebilir. Sistemin depo fonksiyonu, sistem için bir Lyapunov fonksiyonu olarak kullanılarak oluşturulan Kapı Kontrollü Hamiltonian tekniği incelendikten sonra iki aşamalı pasif temelli kontrol tasarımı üzerinde durulmuştur. İlk aşama, istenen enerji fonksiyonunu sistemin toplam enerjisi olarak atayan enerji şekillendirme kuralının oluşturulmasıdır. İkincisi ise denge noktasında sistemin asimptotik kararlılığını sağlayacak sönüm atama kuralının oluşturulmasıdır.

5. bölümde, sürekli hareketli sistemler için sistemin asimptotik kararlılığını garanti altına alan ve geleneksel yapıdan farklı olarak hata dinamiği üzerinden bağlantı ve sönüm atamanın yapıldığı özgün bir kontrol kuralı geliştirilmiştir. Tasarlanan kontrol kuralını basitleştirmek amacıyla sualtı aracının modeli, hareket düzlemlerine ayrılmış olarak verilmiştir. Kontrolü nispeten daha zor olan dikey düzlem hareketi için eksik sürülmüş 3 serbestlik dereceli sualtı aracı modeli çıkarılmıştır. Bağlantı ve sönüm atama tabanlı kontrol kuralını daha iyi anlatabilmek amacıyla elde edilen model, sabit ileri yön hızı için 2 serbestlik derecesine düşürülmüştür. Denge noktasında sürekli hareket eden sualtı aracının genelleştirilmiş koordinatlardan biri, bir konumdan ziyade bir hızda sabit tutulmalıdır. Bu yüzden doğrudan geleneksel IDA-PBC temelli kuralları kullanılamayacaktır. Sualtı aracı sistemi için IDA-PBC kuralına benzer yapıda hata dinamiği üzerinden, enerji ve sönüm atama kontrol kurallarının türetilmesi için gerekli olan özgün eşleme koşulları 5. bölümde elde edilmiştir. Elde edilen kontrol kuralının asimptotik kararlılığı garanti ettiği gösterilmiştir.

6. bölümde, hareketli bir platformun davranışını ölçen sensörlerin kalibrasyon ve davranış kestirimi problemi üzerinde durulmuştur. Geliştirilen kontrol algoritmalarını

gerçek bir sisteme uygulayabilmek için durum vektörlerinin kestirilebilmesi gereklidir. Bu amaçla hareket eden bir aracın davranışını kestirebilen bir İstikamet ve Davranış Referans Sistem(AHRS) kartı tasarımı yapılmıştır. 6 bölümde, ivme ve manyetik alan ölçer kalibrasyonu hakkında kısaca bilgi verildikten sonra sensör kalibrasyon katsayıları hesaplama algoritmaları ayrıntılı bir biçimde anlatılmıştır. Ayrıca aracın kinematik modeli üzerinden sistemin durum denklemleri tanımlanmıştır. Bu durum denklemleri üzerinden doğrusallaştırma ve ayrıklaştırma yapılarak, sistem durumlarının kestirimi için genişletilmiş Kalman filtre algoritması kısaca verilmiştir.

7. bölüm, gerçek bir sualtı aracı tasarımına ayrılmıştır. Sualtı aracına: otopilot, AHRS sistemi, radyo frekans (RF) alıcı-verici, motor ve motor kontrol ünitesi, servo, batarya üniteleri yerleştirilerek gerçek bir sualtı aracı tasarlanmıştır. Otopilot ve AHRS kartı üzerinde, “Openpilot GCS” yer kontrol istasyonu ile haberleşebilecek ve verilen emirleri yerine getirebilecek, uçuş verilerini kayıt edebilecek, Döngüde Donanımla Benzetim (Hardware In the Loop-HIL) yapısında da çalışabilecek düzeyde gömülü yazılım tasarımı yapılmıştır. 7. Bölümde, tasarlanan sensör kestirim algoritması ve kontrolörün gerçek zamanlı çalışma performansı ölçmek için oluşturulan HIL yapısı ayrıntılı açıklanmıştır. Son olarak da sualtına indirilen aracın havuz ortamında testleri yapılarak geliştirilen kontrol kuralının gerçek sistem başarımı değerlendirilmiştir.

Son bölümde de bu tezde elde edilen sonuçlar irdelenmiştir.

2. SUALTI ARACININ KİNEMATİK, DİNAMİK VE HİDRODİNAMİK MODELİNİN ELDE EDİLMESİ

2.1 Dinamik Model Elde Etme Yöntemleri

Otonom sualtı araçlarının tasarımı ve geliştirmesi karmaşık ve zaman alıcı bir süreçtir. Eğer tasarımcı kontrolör tasarımı ve aracın geometrisini geliştirmek için prototip testine güvenir ise, tasarım sürecinin uzaması ve prototip kaybı riskine sahip olacaktır. Her tasarım çevrimi, sonraki testleri de gerektiren ve günlerce süren tasarım süreçleri demektir. Sonuç olarak otonom sualtı tasarımcısı bilgisayarlı tasarım araçlarını kullanarak araç tasarımının başlangıç fazlarını devre dışı bırakabilir.

Otonom sualtı aracı geliştirilme süreci benzetim ortamı, görev tanımlama, kontrolör ve dinamik model gibi birçok alt bileşenin tasarımı gerektirir,[3]. Dinamik model, akışkan içinde uçuş olarak tanımlayacağımız aracın hareketini tanımlar ve prototip'ten önce tasarlanan aracın kendine özgü hareket karakteristiğini belirlemeyi sağlar. Böyle bir model kullanılarak, sistemin doğal davranışını geliştirmek ve istenilen davranışı kazandırmak amacıyla bir kontrolör tasarlanabilir. Sonuçların gerçekliği, aracın doğru olarak modellenmesine bağlı olarak değişecektir. Bir sualtı aracının matematiksel modelini elde ederken, kinematik eşitliklerden daha ziyade hidrodinamik katsayıların oluşturulması büyük önem taşır. Çünkü aracın hidrodinamik karakteristiğindeki belirsizlikler büyük hatalara neden olabilir. Bir sualtı aracının hidrodinamik karakteristiği hidrodinamik türevler üzerinden oluşturulabilir. Bu hidrodinamik türevler analitik yöntemler ile belirlenebilir. Bu türevler aracın davranışını ve hareketini belirleyen kuvvet ve momentleri oluşturarak aracın matematiksel model altında gösterilmesini sağlar.

Hidrodinamik türevlerin belirlenmesi için birçok yöntem ortaya konulmuştur [4]. Bunların çoğu test temelli, öngörülse yöntemlere ve rüzgar tüneli veya yedeklenen tank model testi (tow-tank) gibi doğrudan deneysel sonuçlara dayalıdır ve tüm aracın teste dâhil edilmesini gerektirir. Sistem tanıma teknikleri hidrodinamik türevleri

hesaplamak için doğrudan bir yöntem olmasa da daha verimli bir metottur. Ancak tüm kapasiteli bir araca veya yüzen bir modele ihtiyaç duyar, [5], [6]. Her şeyden önemlisi yukarıda anlatılan metotların en büyük dezavantajı alanda veya laboratuvar ortamında test edilecek deney setine ihtiyaç duymalarıdır. Aracın daha üretilmemiş olması veya test aracının üretiminin pahalı bir süreç olması nedeniyle bu yöntemleri kullanmak genellikle mümkün olmaz.

Test tabanlı metotların aksine aracın tasarım sürecinde veya öncesinde sualtı aracının hidrodinamik türevlerini hesaplamak için geliştirilmiş yöntemler de vardır. Hidrodinamik türevlerin hesaplanması için geliştirilen yaklaşımlardan biri ise hesaplamalı akışkan dinamiği (CFD) araçlarının kullanılmasıdır. CFD analizi, bir bilgisayar yardımıyla sayısal olarak Navier-Stokes akış eşitliklerini çözme sürecidir. Fakat CFD analizi modelinde ızgaralıma (gridding) ve sonuçların doğrulanması uzmanlık gerektiren bir iştir. Fakat birçok CFD programı kendine özgü işler için tasarlanmıştır. Sualtı araçları için özel tasarlanmış araçlardan biri ise viskozite etkilerinin olmadığı ve kararsız hareketlerin analizlerinin yapıldığı USAERO aracıdır. [7]'de viskozite etkilerinin olmadığı ek kütle/atalet ve kuplaj terim parametrelerini hesaplamak için USAERO [8] aracı kullanılmış ve yarı deneysel metotlar ile doğrulama yapılmıştır. Test tabanlı olmayan diğer bir yaklaşım ise yarı deneysel metot olarak adlandırılan (semi-empirical methods), model parametrelerini hesaplamak için belirli bir şekle sahip araçların geometrisinden yararlanan, teorik analiz ve deneysel verileri kullanan araçlardır. USAF DATCOM [9] ve ROSKAM [10] metotları en bilenen yarı deneysel (semi-empirical) metotlardır.

Bu çalışmada, araç geometrisi ve bu geometrinin deneysel verileri kullanılarak hidrodinamik kuvvet ve momentlerin oluşturulduğu yarı deneysel (semi-empirical) bir metot kullanılmıştır. Araç, temel bileşenlerine parçalanarak (gövde, bağımsız kontrol yüzeyleri, itki sistemlerine gibi) her bileşen, hidrodinamik ilişkiler kullanılarak modellenmiştir. Bu bileşenlerin toplamı olarak kuvvet ve momentler oluşturulmuş, bu bileşenlerin birbirine girişim etkileri de hesaba katılarak modelde düzeltmeler yapılmıştır. Yarı deneysel metotlar kullanılarak geliştirilen hesaplama aracı, hali hazırda ölçümleri alınmış bir model ile doğrulanmıştır.

2.2 Sualtı Aracının Dinamik Modeli

Bir sualtı aracının 6 serbestlik dereceli dinamiğinin doğrusal olmayan modeli, [11] deki çalışmada aşağıdaki şekilde verilir.

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + G(\eta) = \tau \quad (2.1)$$

M eylemsizlik ve eklenmiş eylemsizlik kütlesi, C Coriolis ve merkez kaç matrisi, D hidrodinamik sönümler matrisi, G yerçekimi ve kaldırma kuvveti, aşağıda verilen τ ise gövde eksenini boyunca uygulanan kuvveti gösteren kontrol giriş vektörüdür,

$$\tau = [f(\delta_r) \ f(\delta_e) \ f(n)]^T \quad (2.2)$$

burada, δ_r yatay dümen (rudder), δ_e dikey dümen (elevator), n ise pervane devir sayısıdır. Bunlara ek olarak, v gövde eksenini boyunca sualtı aracının açısal ve doğrusal hız vektörleri, η ise dünya eksenine göre açısal ve doğrusal konumdur, v ve η aşağıdaki gibi tanımlanan vektörlerdir.

$$v = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T \quad (2.3)$$

$$\eta = [X_e \ Y_e \ Z_e \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (2.4)$$

Dünya eksenini ile sualtı aracının gövde eksenini arasındaki dönüşüm matrisi ise,

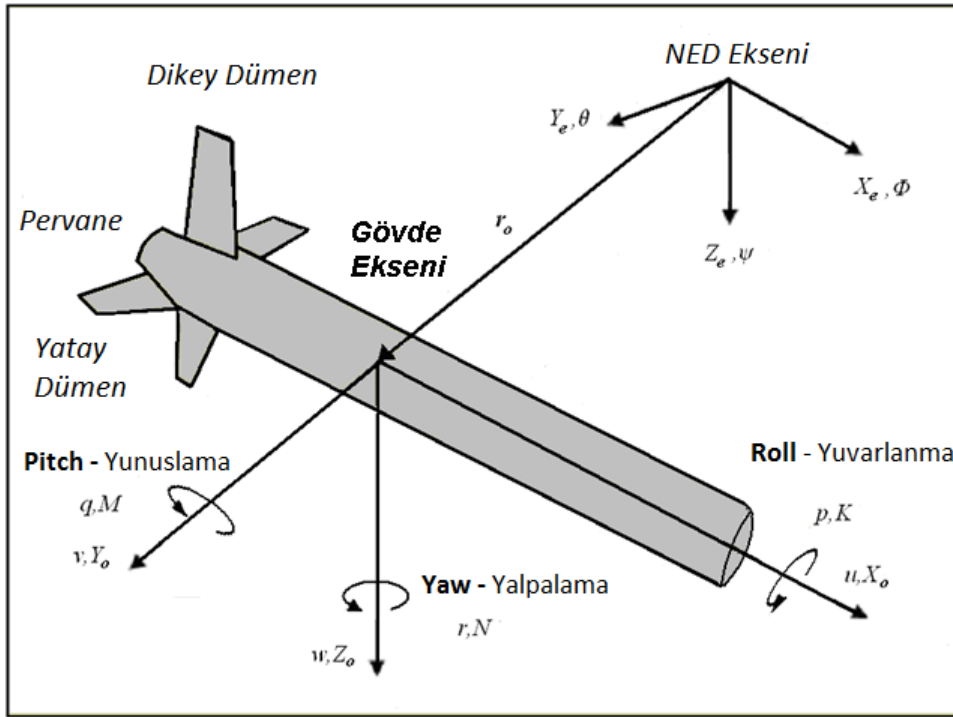
$$\dot{\eta} = J(n)v \quad (2.5)$$

ile verilmiştir, burada $J(\eta)$,

$$J_1(\eta) = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi \\ \sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$

$$J_2(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}, \dot{\eta} = \begin{bmatrix} J_1(\eta) & 0 \\ 0 & J_2(\eta) \end{bmatrix} v$$

ilişkileri ile tanımlanır.



Şekil 2.1 : Kuzey-Doğu-Aşağı (NED) ve Gövde ekseninde bir sualtı aracı.

Sualtı aracının modeli, 6 Serbestlik Dereceli (DOF) yani X, Y, Z kuvveti ve K, M, N momentleri içeren 6 adet doğrusal olmayan denklem takımı oluşturularak yapılacaktır.

- ✓ Surge - Dalgalanma (Gövde-Sabit X eksenine boyunca doğrusal hareket)
- ✓ Sway - Sallanma (Gövde-Sabit Y eksenine boyunca doğrusal hareket)
- ✓ Heave - Kaldırma (Gövde-Sabit Z eksenine boyunca doğrusal hareket)
- ✓ Roll - Yuvarlanma (Gövde-Sabit X etrafında açısal dönüş hareketi)
- ✓ Pitch - Yunuslama (Gövde-Sabit Y etrafında açısal dönüş hareketi)
- ✓ Yaw - Yalpalama (Gövde-Sabit Z etrafında açısal dönüş hareketi)

Sualtı aracı modellemesinde kullanılan eksen takımları, doğrusal ve açısal hız değerleri, kontrol yüzeylerinin anlamları Şekil 2.1 ile gösterilmiştir.

Çizelge 2.1 : Sualtı aracının eksen takımları, kontrol yüzeyleri.

Sembol	Adı	Koordinat Sistemi	Birimi	Açıklama
x	X	Dünya	metre	Kuzey yöndeki konum
y	Y	Dünya	metre	Doğu yöndeki konum
z	Z	Dünya	metre	Aşağı yöndeki konum, derinlik
ϕ	Euler Yuvarlanma (roll) Açısı	Dünya	radyan	x eksenine etrafındaki dönüş açısıdır. Sualtı aracına kıçtan başa doğru bakıldığında saat yönündeki dönüşü pozitiftir.
θ	Euler Yunuslama (pitch) Açısı	Dünya	radyan	y eksenine etrafındaki dönüş açısıdır. Sualtı aracına sol (iskele) taraftan bakıldığında saat yönündeki dönüşü pozitiftir.
ψ	Euler Yalpalama (yaw) Açısı	Dünya	radyan	z eksenine etrafındaki dönüş açısıdır. Sualtı aracına yukarıdan taraftan bakıldığında saat yönündeki dönüşü pozitiftir.
u	Surge	Gövde	metre/s n	Uzunlama eksenini boyunca doğrusal hız vektörü
v	Sway	Gövde	metre/s n	Yanal eksen boyunca doğrusal hız vektörü
w	Heave	Gövde	metre/s n	Dikey eksen boyunca doğrusal hız vektörü
p	Yuvarlanma (roll) hızı	Gövde	radyan/ sn	Uzunlama eksenini etrafındaki açısal hız vektörü
q	Yunuslanma (pitch) hızı	Gövde	radyan/ sn	Yanal eksen etrafındaki açısal hız vektörü
r	Yalpalama (yaw) hızı	Gövde	radyan/ sn	Dikey eksen etrafındaki açısal hız vektörü
Sr	Dikey Dümen (Rudder) Açısı	Gövde	radyan	Dikey Dümen sapma açısıdır. Sol (iskele) taraftan bakıldığında saat yönündeki dönüşü pozitiftir. İleri yönde hareket eden (u pozitif) ve kıç tarafında dikey dümenlere sahip bir sualtı aracı için pozitif dikey dümen açısı negatif bir yalpalama açısına neden olur.
Se	Yatay Dümen (Elevator) Açısı	Gövde	radyan	Aynı yönde çalışan yatay dümenlerin sapma açısıdır. Sualtı aracına yukarıdan bakıldığında saat yönündeki dönüşü pozitiftir. İleri yönde hareket eden (u pozitif) ve kıç tarafında yatay dümenlere sahip bir sualtı aracı için pozitif yatay dümen açısı negatif bir yunuslama açısına neden olur.

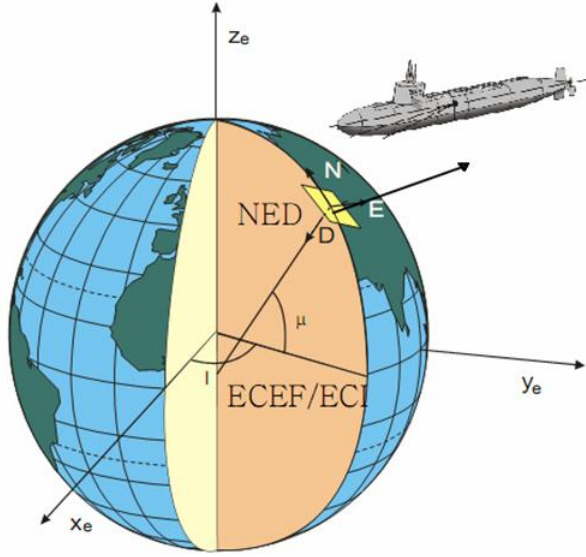
Çizelge 2.1 (devam): Sualtı aracının eksen takımları, kontrol yüzeyleri.

Sep	Ters Yönde Çalışan Yatay Dümen (Elevator) Açısı	Gövde	radyan	Ters yönde çalışan yatay dümenlerin sapma açısıdır. Sualtı aracına sol (iskele) taraftan bakıldığında saat yönündeki dönüşü pozitifdir. (Sağ taraftaki dümen ters yönde dönecektir.) İleri yönde hareket eden sualtı aracı (u pozitif) için pozitif ters çalışan yatay dümen açısı pozitif bir yuvarlanma açısına neden olur. (Her sualtı aracında bulunmaz)
Sa	Aileron Açısı	Gövde	radyan	Ters yönde çalışan ve genellikle ön tarafta bulunan yatay dümenlerin sapma açısıdır. Sualtı aracına sol (iskele) taraftan bakıldığında saat yönündeki dönüşü pozitifdir. (Sağ taraftaki dümen ters yönde dönecektir.) İleri yönde hareket eden sualtı aracı (u pozitif) için pozitif ters çalışan yatay dümen açısı pozitif bir yuvarlanma açısına neden olur. (Her sualtı aracında bulunmaz)

2.3 Kinematik

Kinematik model oluştururken Şekil 2.2 ile gösterilen eksen takımı dikkate alınmıştır, [12];

- ✓ *Gövde-sabit eksen takımı* (hareket eden sualtı aracının gövdesinde sabit eksen takımı) tanımlanmıştır. Bu eksen takımı $x_b \delta_s$ (kıştan başa doğru), y_b (sancak yönünde), z_b (yukardan aşağıya doğru) olarak adlandırılmıştır.
- ✓ Dünya eksenine göre sualtı aracının açısal konumları tanımlamak için *Kuzey – Doğu – Aşağı (NED – North – East – Down)* olarak adlandırılan dünyanın referans elipsoidine bağlı olarak tanımlanmış bir eksen takımı kullanılmıştır. Simgesi $\{n\}$ olarak kabul edilmiştir.
- ✓ Dünya ekseninde torpidonun doğrusal konumlarını tanımlamak için *dünya merkezli dünya sabit eksen (ECEF- Earth Centered Earth Fixed Frame)* takımı kullanılmıştır. Burada orijin dünya merkezinde sabit alınmıştır. Simgesi $\{e\}$ olarak kabul edilmiştir.



Şekil 2.2 : NED kinematik model eksen takımları.

ECEF pozisyonu	$p_e^{eb} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3$	Enlem ve Boylam	$\Theta_{en} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mu \end{bmatrix} \in S^2$	(2.6)
-------------------	---	--------------------	--	-------

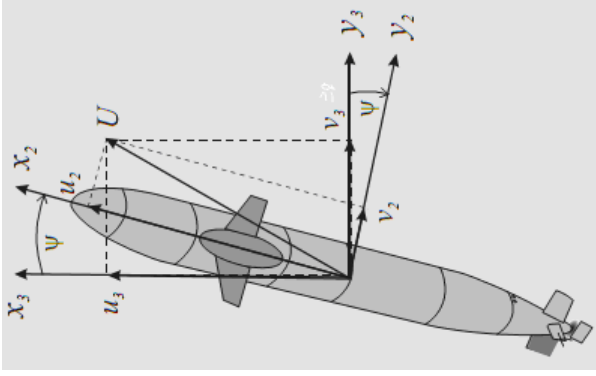
NED pozisyonu	$p_{nb}^n = \begin{bmatrix} N \\ E \\ D \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3$	Euler Açıları	$\Theta_{nb} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \in S^3$	(2.7)
------------------	---	---------------	--	-------

Gövde eksen hız	$v_{nb}^n = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3$	Gövde eksen açısal hız	$\omega_{nb} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3$	(2.8)
--------------------	---	---------------------------	--	-------

Gövde eksenindeki kuvvet	$f_b^b = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3$	Gövde momenti	$m_b^b = \begin{bmatrix} K \\ M \\ N \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3$	(2.9)
--------------------------------	--	---------------	--	-------

(2.1), (2.2), (2.3) eşitlikleri vektörleri	$\eta = \begin{bmatrix} p_{nb}^n \text{ (veya } p_{eb}^e) \\ \Theta_{nb} \end{bmatrix}$	$v = \begin{bmatrix} v_{nb}^b \\ \omega_{nb}^b \end{bmatrix}$	$\tau = \begin{bmatrix} f_b^b \\ m_b^b \end{bmatrix}$	(2.10)
--	---	---	---	--------

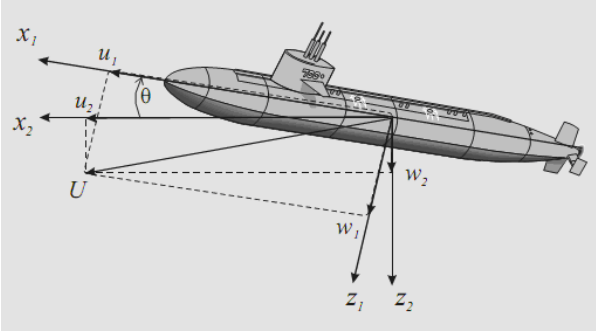
Euler açıları için dönüşüm matrisleri,[12]:



Şekil 2.3 : Z ekseninde vektör dönüşümü ve matrisi.

$$R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

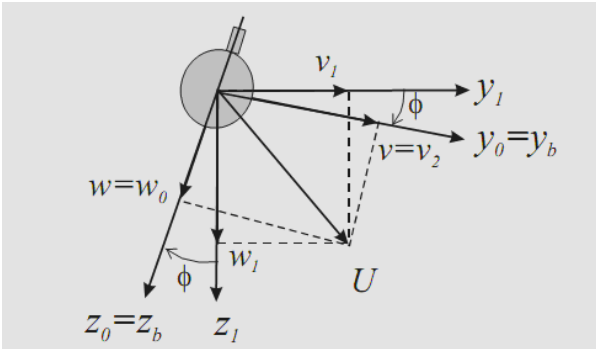
$c\psi = \cos(\psi), s\psi = \sin(\psi)$



Şekil 2.4 : Y ekseninde vektör dönüşümü ve matrisi.

$$R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$c\theta = \cos(\theta), s\theta = \sin(\theta)$



Şekil 2.5 : X ekseninde vektör dönüşümü ve matrisi.

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$c\phi = \cos(\phi), s\phi = \sin(\phi)$

Euler Z, Y, X eksenindeki açılarına göre gövde eksen takımındaki bir vektörü durağan eksen takımı *NED*'e dönüştüren doğrusal hız dönüşüm matrisi aşağıdaki gibidir.

$$\dot{p}_{nb}^n = R_b^n(\theta_{nb})V_{nb}^b \quad (2.14)$$

$$R_b^n(\theta_{nb}) := R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi} \quad (2.15)$$

$$R_b^n(\theta_{nb}) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Euler Z,Y,X eksenindeki açılara göre gövde eksen takımındaki bir vektörü durağan eksen takımı NED 'e dönüştüren açısal hız dönüşüm matrisi aşağıdaki gibidir:

$$\dot{\theta}_{nb} = T_\theta(\theta_{nb})\omega_{nb}^b \quad (2.17)$$

$$\omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi}^T R_{y,\theta}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} := T_\theta^{-1}(\theta_{nb})\dot{\theta}_{nb} \quad (2.18)$$

$$T_\theta(\theta_{nb}) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix}, t\theta = \tan(\theta) \quad (2.19)$$

Euler Z, Y, X eksenlerine göre dönüşüm matrisinin en genel hali

$$\dot{\eta} = J(\eta)v \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{P}_{nb}^n \\ \dot{\theta}_{nb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_b^n(\theta_{nb}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_\theta(\theta_{nb}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{nb}^b \\ \omega_{nb}^b \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

2.3.1 Birim kuaterniyon (Unit quaternion)

Hesap yükü fazla olan trigonometrik fonksiyonlardan arındırılmış, nümerik işlemleri kolaylaştıran ve aynı zamanda Euler açılarının tekiliğinden kurtaran yeni bir vektör takımı bu alt bölümde tanıtılmıştır.

Çapraz çarpım operatörü aşağıdaki gibi tanımlansın;

$$\lambda \times a := S(\lambda).a \quad (2.21)$$

$$S(\lambda) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Dönüşüm için Euler teoremi,

$$R_b^n := R_{\lambda,\beta} = I_{3 \times 3} + \sin(\beta).S(\bar{\lambda}) + (1 - \cos(\beta)).S^2(\bar{\lambda}), \quad |\bar{\lambda}| = 1 \quad (2.23)$$

ve kuaterniyon vektörü aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$Q = \{\bar{q} | \bar{q}^T \cdot \bar{q} = 1, \bar{q} = [q_0 q_1 q_2 q_3]^T, q_i \in R, i = 0 \dots 4\} \quad (2.24)$$

Birim kuaterniyon vektörleri için,

$$q_0 = \cos\left(\frac{\beta}{2}\right), \quad [q_1 q_2 q_3]^T = \lambda \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad (2.25)$$

yazılır ise birim kuaterniyon dönüşüm matrisi,

$$R_b^n := R_{q_0, q_1, q_2, q_3} = I_{3 \times 3} + 2 \cdot q_0 \cdot S([q_1 q_2 q_3]^T) + 2 \cdot S^2([q_1 q_2 q_3]^T) \quad (2.26)$$

şeklinde verilir, [13]. Bu dönüşüm matrisi gövde eksenindeki bir vektörü, NED ekseninde tanımlanmış bir vektöre dönüştüren matristir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$R_b^n(q) = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Bu matrisin elemanları,

$$\begin{aligned} R_{1,1} &= q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \\ R_{2,1} &= 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) \\ R_{3,1} &= 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ R_{1,2} &= 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) \\ R_{2,2} &= q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 \\ R_{3,2} &= 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) \\ R_{1,3} &= 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ R_{2,3} &= 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ R_{3,3} &= q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

şeklinde tanımlanır. Rotasyon matrisinin iki önemli özelliğinden sıkça faydalanacaktır; bunlardan biri ortogonal olma yani tersinin kendisinin transpozuna eşit olmasıdır,

$$R_b^n(\bar{q})^{-1} = R_b^n(\bar{q})^T \quad (2.29)$$

Şekil 2.6 ile gösterilen bir geminin ilerleme boyunca katı cisim dinamiği CO noktasına göre yazarak,[12]

$$\vec{r}_{ig} = \vec{r}_{ib} + \vec{r}_g \quad (2.34)$$

Gövde-sabit referans ekseninde $\{b\}, \vec{r}_g$ 'nin türevi

$$\vec{V}_{ng} = \vec{V}_{nb} + \left(\frac{^b d}{dt} \vec{r}_g + \vec{\omega}_{nb} \times \vec{r}_g \right) \quad (2.35)$$

Katı cisim için, CG noktası aşağıdakini sağlar

$$\frac{^b d}{dt} \vec{r}_g = \vec{0} \quad (2.36)$$

$$\vec{V}_{ng} = \vec{V}_{nb} + \vec{\omega}_{nb} \times \vec{r}_g \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \vec{f}_g &= \frac{^i d}{dt} (m \vec{v}_{ig}) \\ &= \frac{^i d}{dt} (m \vec{v}_{ng}) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Yukarıdaki ifadeyi, bir geminin ilerleme boyunca katı cisim dinamiği için CO noktasına göre yazarak,

$$m[\dot{v}_{nb}^b + S(\omega_{nb}^b) r_g^b + S(\omega_{nb}^b) v_{nb}^b + S^2(\omega_{nb}^b) r_g^b] = f_b^b \quad (2.39)$$

elde edilir. Burada $S(\dots)$ vektör çapraz çarpım operatörüdür. CG etrafında dinamik eşitlik yazılmak istenirse $\vec{r}_g = [0 \ 0 \ 0]$ olacağından,

$$m[\dot{v}_{ng}^b + S(\omega_{nb}^b) v_{ng}^b] = f_g^b \quad (2.40)$$

şeklinde yazılabilir. Şekil 2.6 ile gösterilen geminin katı cisim dönme dinamiğini CO noktasına göre yazarak [12],

$$I_b \dot{\omega}_{nb}^b + S(\omega_{nb}^b) I_b \omega_{nb}^b + m S(r_g^b) \dot{v}_{nb}^b + m S(r_g^b) S(\omega_{nb}^b) v_{nb}^b = m_b^b \quad (2.41)$$

elde edilir. Böylece 6 Serbestlik Dereceli katı cisim dinamiği

$$f_b^b = [X, Y, Z]^T \text{ Gövde merkezi } 0_b \text{ 'deki kuvvet rektörü}$$

$m_b^b = [K, M, N]^T$ Gövde merkezi 0_b 'deki moment vektörü

$v_{nb}^b = [u, v, w]^T$ Gövde merkezinin doğrusal hız vektörü (*NED* göre)

$\omega_{nb}^b = [p, q, r]^T$ Gövde merkezinin açısal hız vektörü (*NED* göre)

$r_g^b = [x_g, y_g, z_g]^T$ Ağırlık merkezinin gövde merkezine göre konumu

$$I_b = I_b^T \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \text{ gövde merkezi } 0_b \text{ göre eylemsizlik}$$

tanımları altında (2.39) ve (2.41) denklemleri açılarak tekrar yazılır ise

$$m[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] = X \quad (2.42)$$

$$m[\dot{v} - wp - +ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] = Y \quad (2.43)$$

$$m[\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p})] = Z \quad (2.44)$$

$$I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} + m[y_g(\dot{w} - uq + vp) - z_g(\dot{v} - wp + ur)] = K \quad (2.45)$$

$$I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} + m[z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)] = M \quad (2.46)$$

$$I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} + m[x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)] = N \quad (2.47)$$

elde edilir. Bu ifadeler matrisel biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M_{RB} \dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} \quad (2.48)$$

$$v = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$$

2.4.2 Ek kütle

Sualtı araçlarında aracın suyu itmesinden ve akışkanın (suyun) yer değiştirmesinden ötürü, ek bir kütlenin de hareket dinamiği eşitliklerine eklenmesi gerekecektir.

Akışkanın kinetik enerjisi, ek kütle terimi ile elde edilecektir. Aracın herhangi bir hareketi akışkanda da bir harekete neden olur. Aracın akışkan içinden hareketine izin

vermek için akışkan, kenara itilerek aracın arkasına doğru sürülecektir. Sonuç olarak bu akış hareketinin bir kinetik enerjiye sahip olduğu varsayılır,[15]

Akışkanın kinetik enerjisi

$$T_A = \frac{1}{2} V^T M_A V \quad (2.49)$$

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\ddot{u}} & X_{\ddot{v}} & X_{\ddot{w}} & X_{\ddot{p}} & X_{\ddot{q}} & X_{\ddot{r}} \\ Y_{\ddot{u}} & Y_{\ddot{v}} & Y_{\ddot{w}} & Y_{\ddot{p}} & Y_{\ddot{q}} & Y_{\ddot{r}} \\ Z_{\ddot{u}} & Z_{\ddot{v}} & Z_{\ddot{w}} & Z_{\ddot{p}} & Z_{\ddot{q}} & Z_{\ddot{r}} \\ K_{\ddot{u}} & K_{\ddot{v}} & K_{\ddot{w}} & K_{\ddot{p}} & K_{\ddot{q}} & K_{\ddot{r}} \\ M_{\ddot{u}} & M_{\ddot{v}} & M_{\ddot{w}} & M_{\ddot{p}} & M_{\ddot{q}} & M_{\ddot{r}} \\ N_{\ddot{u}} & N_{\ddot{v}} & N_{\ddot{w}} & N_{\ddot{p}} & N_{\ddot{q}} & N_{\ddot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Kirchoff eşitliği yasası gereği kuvvet ve moment, [16],

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_1} \right) + S(v_2) \frac{\partial T}{\partial v_1} = \tau_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_2} \right) + S(v_2) \frac{\partial T}{\partial v_2} + S(v_1) \frac{\partial T}{\partial v_1} = \tau_2 \quad (2.51)$$

denklemleri ile ifade edilir. Oluşan kuvvet ve moment, ek kütle, Corilius ve Merkez kaç matrisleri ile gösterilir ise,

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$a_1 = X_{\ddot{u}}u + X_{\ddot{v}}v + X_{\ddot{w}}w + X_{\ddot{p}}p + X_{\ddot{q}}q + X_{\ddot{r}}r$$

$$a_2 = Y_{\ddot{u}}u + Y_{\ddot{v}}v + Y_{\ddot{w}}w + Y_{\ddot{p}}p + Y_{\ddot{q}}q + Y_{\ddot{r}}r$$

$$a_3 = Z_{\ddot{u}}u + Z_{\ddot{v}}v + Z_{\ddot{w}}w + Z_{\ddot{p}}p + Z_{\ddot{q}}q + Z_{\ddot{r}}r$$

$$b_1 = K_{\ddot{u}}u + K_{\ddot{v}}v + K_{\ddot{w}}w + K_{\ddot{p}}p + K_{\ddot{q}}q + K_{\ddot{r}}r$$

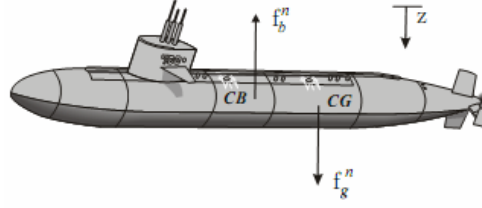
$$b_2 = M_{\ddot{u}}u + M_{\ddot{v}}v + M_{\ddot{w}}w + M_{\ddot{p}}p + M_{\ddot{q}}q + M_{\ddot{r}}r$$

$$b_3 = N_{\ddot{u}}u + N_{\ddot{v}}v + N_{\ddot{w}}w + N_{\ddot{p}}p + N_{\ddot{q}}q + N_{\ddot{r}}r$$

ilişkileri yazılır. Böylece matrissel formda ek kütle ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M_A \dot{v} + C_A(v)v = \tau_A \quad (2.53)$$

2.4.3 Yerçekimi ve kaldırma kuvveti-moment



$$\mathbf{r}_b^b = [x_b, y_b, z_b]^T \quad \text{Yüzerlik Merkezi}$$

$$\mathbf{r}_g^b = [x_g, y_g, z_g]^T \quad \text{Ağırlık Merkezi}$$

Şekil 2.7 : Yerçekimi ve kaldırma kuvveti.

Şekil 2.7 ile gösterilen sualtı aracı için CB noktası referans merkezi olmak üzere bu merkezde oluşan yerçekimi ve kaldırma kuvveti-moment,

$$f_g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \quad f_b^n = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$f_g^b = R_b^n(\Theta)^{-1} f_g^n, \quad f_b^b = R(\Theta)^{-1} f_b^n \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} g(n) &= - \begin{bmatrix} f_g^b + f_b^b \\ r_g^b \times f_g^b + r_b^b \times f_b^b \end{bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} R_b^n(\Theta)^{-1} (f_g^n + f_b^n) \\ r_g^b \times R_b^n(\Theta)^{-1} f_g^n + r_b^b \times R_b^n(\Theta)^{-1} f_b^n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.56)$$

şeklinde yazılabilir. 6 serbestlik dereceli sistemin bu kuvvet ve moment ifadeleri açık şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \\ -(y_g W - y_b B) \cos \theta \cos \phi + (z_g W - z_b B) \cos \theta \sin \phi \\ (z_g W - z_b B) \sin \theta + (x_g W - x_b B) \cos \theta \cos \phi \\ -(x_g W - x_b B) \cos \theta \sin \phi - (y_g W - y_b B) \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

2.4.4 Hidrodinamik sönümleme

$D_p(v)$ Potansiyel Sönümleme: Dalga uyarım frekansı ile salınımına zorlanan gövdedeki kuvvetlerdir. Özellikle derin sularda sualtı araçlarında ihmal edilebilecektir.

$D_s(v)$ Yüzey Sürtünmesi Sönümlemesi: Araçların düşük frekanslı hareketi düşünüldüğünde, Düşük Katmanlı Sınır Tabakaları teorisine göre ve basınç değişimleri göre doğrusal yüzey sürtünmesi önemlidir [17]. Doğrusal yüzey sürtünmelerinin yanı sıra türbülans sınır teorisine göre yüksek frekans etkileri de oluşacaktır. Bu terimler genellikle karesel ve doğrusal olmayan yüzey sürtünmeleri olarak gösterilir.

$D_w(v)$ Dalga Sürüklenme Sönümlemesi: Dalga üzerinde ilerleyen su üstü araçları için eklenen bir direnç olarak yorumlanır. 2. derece dalga teorisinden türetilen bir sönümleme tipidir. Derin sularda ilerleyen bir sualtı aracı için etkisi yok sayılabilir.

$D_m(v)$ Vortex Sheeding: (akış alanı içindeki bir cismin, ardında periyodik olarak meydana gelen ve kopup giden girdaplar ve bu girdapların cidarlarda sebep olduğu değişken kuvvetler). D’Alambert’s paradoksu bu durumu şöyle açıklar; Viskoz olmayan bir akış içinde hızı sabit olan tamamen sualtında olan aracının katı hareketi üzerinde herhangi bir hidrodinamik kuvvet oluşmaz. Viskoz akış içinde, sistem enerjiye göre korunumlu olmadığı için sürtünme kuvveti etkilidir. Bu genel olarak girişim sürtünmesi olarak adlandırılır. Keskin kenarlarda girdapların saçınımı daha fazla olacaktır.

Sonuç hidrodinamik sönümleme kuvveti matrisi,

$$D(v) = D_p(v) + D_s(v) + D_w(v) + D_m(v) \quad (2.58)$$

ile ifade edilir. Hidrodinamik sönümleme kuvvetleri kayıplı (dissipative) olduğu için

$$v^T D(v) v > 0, \quad \forall v \neq 0, \quad D(v) > 0 \quad (2.59)$$

ilişkileri yazılabilir. Hidrodinamik sönümleme matrisi gerçek kesin pozitif bir matristir.

2.5 Sualtı Aracının Hidrodinamik Eşitlikleri

Su basıncının yüzen sualtı aracının ıslak alanı boyunca entegrasyonu, sualtı aracında hidrodinamik kuvvet ve momentlerin oluşumuna neden olur. Bu kuvvet ve momentler sualtı aracının pozisyon, hız ve ivme bileşenleri ile doğrusal olmayan bir denklem takımı şeklinde tanımlanabilir.

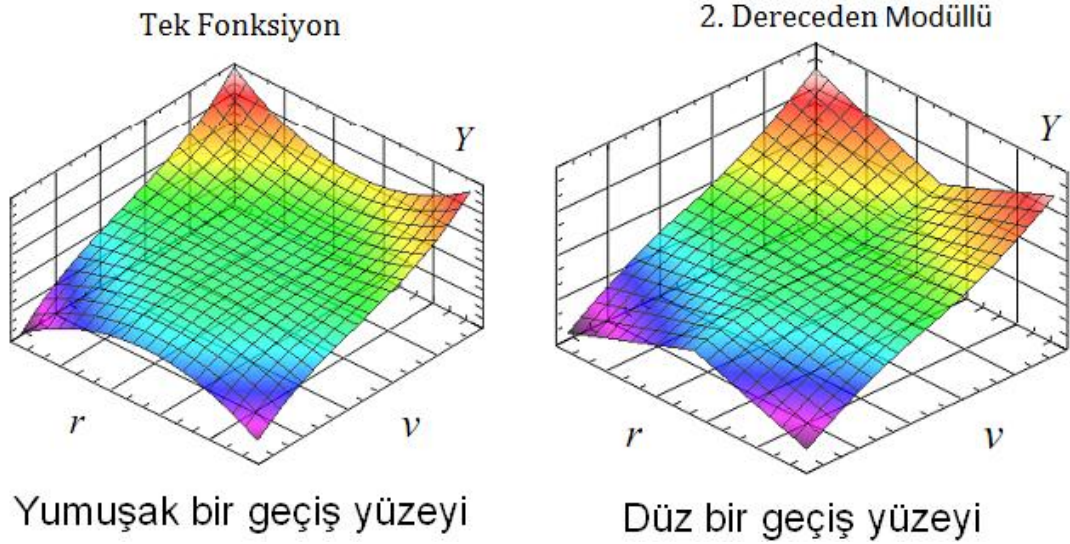
[18] ile verilen çalışmada deniz araçlarının doğrusal olmayan kuvvet ve momentlerin oluşturması için iki adet Taylor serisi eğri uydurma yönteminden bahsedilmiştir.

2. Derece modülü eğri yönteminde yani birinci derece ve modülü alınmış ikinci derece eğri uydurma yönteminde (2.60) denkleminde sahip deniz aracı modelinin Şekil 2.8 'deki gibi yontulmuş düz bir yüzeye sahip olduğunu göstermiştir [18].

$$Y = Y_v v + Y_r r + Y_{v|v}|v| + Y_{v|r}|v| r + Y_{v|r}|v| r + Y_{|r|r} r |r| \quad (2.60)$$

Tek fonksiyonlu 1. ve 3. dereceden eğri uydurma yönteminde ise (2.61) denkleminde ait deniz aracı modelinin Şekil 2.8'deki gibi daha yumuşak bir geçiş sağladığını göstermektedir [18].

$$Y = Y_v v + Y_r r + Y_v v^3 + Y_{vvr} v^2 r + Y_{vrr} v r^2 + Y_{rrr} r^3 \quad (2.61)$$



Şekil 2.8 : Taylor serisi eğri uydurma yöntemlerinin karşılaştırılması.

Yarı deneysel metotlar kullanarak Taylor serileri ile ifade edilen kuvvet ve momentleri eşitliklerinde, Çizelge A.1 ve Çizelge A.2 ile açıklamaları verilen fiziksel ve hidrodinamik katsayılar kullanılacaktır. Modelin kesinliği, Taylor serisinin kesildiği noktaya bağlı olarak değişir. Bu tezde Taylor serisi üçüncü kuvvete kadar genişletilerek hidrodinamik katsayıların türetilmesi yeterli görülmüştür. 6 serbestlik dereceli sualtı aracı modeli için (2.62) ile verilen tanımlamalar ile beraber kuvvet ifadeleri (2.63), (2.64), (2.65) ile verilmiştir.

$$\begin{aligned}
U &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \quad \bar{v} = \frac{v}{U}, \quad \bar{w} = \frac{w}{U}, \quad \bar{p} = p \frac{l}{U}, \quad \bar{q} = q \frac{l}{U}, \\
\bar{r} &= r \frac{l}{U}, \quad \bar{x}_t = \frac{x_t}{l}, \quad \bar{w}_t = \bar{w} - \bar{x}_t \bar{q}, \quad \bar{v}_t = \bar{v} - \bar{x}_t \bar{r}
\end{aligned} \tag{2.62}$$

X eksenince Kuvvet Eşitliği:

$$\begin{aligned}
&\left(m - \frac{\rho}{2} A l X_{\dot{u}}\right) \dot{u} - \left(\frac{\rho}{2} A l X_{\dot{w}}\right) \dot{w} + \left(m z_G - \frac{\rho}{2} A l^2 X_{\dot{q}}\right) \dot{q} = \\
&- \left\{ \left(m - \frac{\rho}{2} A l X_{wq}\right) w q - \left(m + \frac{\rho}{2} A l X_{vr}\right) v r - \left(m x_G + \frac{\rho}{4} A l^2 X_{qq}\right) q^2 \right. \\
&- \left(m x_G + \frac{\rho}{4} A l^2 X_{rr}\right) r^2 + \left(m z_G - \frac{\rho}{2} A l^2 X_{pr}\right) p r + (W - B) \sin \theta \} \\
&+ \frac{\rho}{2} A U^2 \{ X_o + \frac{X_{ww}}{2} \bar{w}^2 + \frac{X_{vv}}{2} \bar{v}^2 + \frac{X_{SeSe}}{2} Se^2 + \frac{X_{SrSr}}{2} Sr^2 \\
&+ \frac{X_{SepSep}}{2} Sep^2 + \frac{X_{SaSa}}{2} Sa^2 \} + Propoller_Thrust
\end{aligned} \tag{2.63}$$

Y eksenince Kuvvet Eşitliği:

$$\begin{aligned}
&\left(m - \frac{\rho}{2} A l Y_{\dot{v}}\right) \dot{v} - \left(m z_G - \frac{\rho}{2} A l Y_{\dot{p}}\right) \dot{p} + \left(m x_G - \frac{\rho}{2} A l^2 Y_{\dot{r}}\right) \dot{r} = \\
&- \left\{ -\frac{\rho}{2} A l Y_p u p + \left(m - \frac{\rho}{2} A l Y_r\right) u r - \left(m + \frac{\rho}{2} A l Y_{wp}\right) w p \right. \\
&+ \left(m x_G - \frac{\rho}{2} A l^2 Y_{pq}\right) p q + \left(m z_G - \frac{\rho}{2} A l^2 Y_{qr}\right) q r \} \\
&- (W - B) \cos \theta \sin \phi \} + \frac{\rho}{2} A U^2 \{ Y_v \bar{v} + Y_{Sr} Sr + Y_{SrSr} Sr^2 \\
&+ \frac{Y_{vrr}}{2} \bar{v} \bar{r}^2 + \frac{Y_{rvv} + Y_r}{2} \bar{r} \bar{v}^2 + \frac{Y_{rww} + Y_r}{2} \bar{r} \bar{w}^2 + \frac{Y_{vww} + Y_v}{2} \bar{v} \bar{w}^2 \\
&+ \frac{Y_{vvv} + 3 Y_v}{6} \bar{v}^3 + \frac{Y_{rrr}}{6} \bar{r}^3 + \frac{Y_{SrSrSr}}{6} Sr^3 \}
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Z eksenince Kuvvet Eşitliği:

$$\begin{aligned}
&\left(m - \frac{\rho}{2} A l Z_{\dot{w}}\right) \dot{w} - \left(m x_G - \frac{\rho}{2} A l^2 Y_{\dot{q}}\right) \dot{q} = \\
&- \left\{ -\left(m - \frac{\rho}{2} A l Z_q\right) u q + \left(m - \frac{\rho}{2} A l Z_{vp}\right) v p + \left(m x_G - \frac{\rho}{2} A l^2 Z_{pr}\right) p r \right. \\
&- \left(m z_G + \frac{\rho}{4} A l^2 Z_{pp}\right) p^2 - (m z_G) q^2 - (W - B) \cos \theta \cos \phi \} \\
&+ \frac{\rho}{2} A U^2 \{ Z_o + Z_w \bar{w} + Z_{Se} Se + \frac{Z_{wqq}}{2} \bar{w} \bar{q}^2 + \frac{Z_{qww} + Z_q}{2} \bar{q} \bar{w}^2 \\
&+ \frac{Z_{qvq} + Z_q}{2} \bar{q} \bar{v}^2 + \frac{Z_{wvv} + Z_w}{2} \bar{w} \bar{v}^2 + \frac{Z_{www} + 3 Z_w}{6} \bar{w}^3 \\
&+ \frac{Z_{qqq}}{6} \bar{q}^3 + \frac{Z_{SeSeSe}}{6} Se^3 \}
\end{aligned} \tag{2.65}$$

6 serbestlik dereceli sualtı aracı modeli için (2.62) ile verilen tanımlamalar ile beraber moment ifadeleri ise (2.66), (2.67), (2.68) ile verilmiştir. Bu kuvvet ve momentler matrissel yapıda birleştirilerek (2.1)'deki gibi genel yapıda gösterilebilir.

K Moment Eşitliği (X eksenince Boyunca Moment):

$$\begin{aligned}
& - \left(m z_G + \frac{\rho}{2} A l^2 K_{\dot{v}} \right) \dot{v} + \left(I_{xx} - \frac{\rho}{2} A l^3 K_{\dot{p}} \right) \dot{p} - \left(\frac{\rho}{2} A l^3 K_{\dot{r}} \right) \dot{r} = \\
& - \left\{ -\frac{\rho}{2} A l^2 K_p \right\} u p - (m z_G) u r + \left(m z_G - \frac{\rho}{2} A l^2 K_{pw} \right) p w \\
& - \left(\frac{\rho}{2} A l^3 K_{pq} \right) p q + (I_{zz} - I_{yy}) q r + W z_G \cos \theta \sin \phi \} \\
& + \frac{\rho}{2} A l U^2 \{ K_o + K_{Sr} Sr + K_{Sep} Sep + K_{Sa} Sa + K_w \bar{w}_t + \frac{K_{ww}}{2} \bar{w}_t^2 \\
& + \frac{K_{vvp} + K_p}{2} \bar{v}_t^2 \bar{p} + \frac{K_{wvp} + K_p}{2} \bar{w}_t^2 \bar{p} + K_v \bar{v}_t + Propoller_Moment
\end{aligned} \tag{2.66}$$

M Moment Eşitliği (Y eksenince Boyunca Moment):

$$\begin{aligned}
& (m z_G) \dot{u} - \left(m x_G + \frac{\rho}{2} A l^2 M_{\dot{w}} \right) \dot{w} + \left(I_{yy} - \frac{\rho}{2} A l^3 M_{\dot{q}} \right) \dot{q} = \\
& - \left\{ \left(m x_G - \frac{\rho}{2} A l^2 M_q \right) u q + m z_G (q w - r v) - \left(m x_G - \frac{\rho}{2} A l^2 M_{vp} \right) v p \right. \\
& - \left(I_{zz} - I_{xx} + \frac{\rho}{2} A l^3 M_{pr} \right) p r - \left(\frac{\rho}{4} A l^3 M_{pp} \right) p^2 \\
& + W x_G \cos \theta \cos \phi + W z_G \sin \theta \} \\
& + \frac{\rho}{2} A l U^2 \{ M_o + M_w \bar{w} + M_{Se} Se + \frac{M_{wqq}}{2} \bar{w} \bar{q}^2 + \frac{M_{qww} + M_q}{2} \bar{q} \bar{w}^2 \\
& + \frac{M_{qvv} + M_q}{2} \bar{q} \bar{v}^2 + \frac{M_{wvv} + M_w}{2} \bar{w} \bar{v}^2 + \frac{M_{www} + 3 M_w}{6} \bar{w}^3 \\
& + \frac{M_{qqq}}{6} \bar{q}^3 + \frac{M_{SeSeSe}}{6} Se^3 \}
\end{aligned} \tag{2.67}$$

N Moment Eşitliği (Z eksenince Boyunca Moment):

$$\begin{aligned}
& \left(m x_G - \frac{\rho}{2} A l^2 N_{\dot{v}} \right) \dot{v} - \left(\frac{\rho}{2} A l^3 N_{\dot{p}} \right) \dot{p} + \left(I_{zz} - \frac{\rho}{2} A l^3 N_{\dot{r}} \right) \dot{r} = \\
& - \left\{ - \left(\frac{\rho}{2} A l^2 N_p \right) u p + \left(m x_G - \frac{\rho}{2} A l^2 N_r \right) u r - \left(m x_G + \frac{\rho}{2} A l^2 N_{wp} \right) w p \right. \\
& + \left(I_{yy} - I_{xx} - \frac{\rho}{2} A l^3 N_{pq} \right) p q - \left(\frac{\rho}{2} A l^3 N_{qr} \right) q r - W x_G \cos \theta \sin \phi \} \\
& + \frac{\rho}{2} A l U^2 \{ N_v \bar{v} + N_{Sr} Sr + N_{vrr} / 2 \bar{v} \bar{r}^2 + (N_{rvv} + N_r) / 2 \bar{r} \bar{v}^2 \\
& + \frac{N_{rww} + N_r}{2} \bar{r} \bar{w}^2 + \frac{N_{vww} + N_v}{2} \bar{v} \bar{w}^2 + \frac{N_{vvv} + 3 N_v}{6} \bar{v}^3 + \frac{N_{rrr}}{6} \bar{r}^3 \\
& + \frac{N_{SrSrSr}}{6} Sr^3 \}
\end{aligned} \tag{2.68}$$

2.6 Hidrodinamik Katsayıların Hesaplanmasında Kullanılan Yöntemler

Eylemsizlik ve eklenmiş eylemsizlik kütlesi, Coriolis ve merkez kaç matrisi, hidrodinamik sönümlleme matrisi, yerçekimi ve kaldırma kuvveti birleşimi sonucu (2.1) numaralı denklem ile gösterilebilen 6 serbestlik dereceli doğrusal olmayan bir sualtı aracı modeli elde edilebilir. Bu modelin elde edilebilmesi için bu bölümün önceki kısımlarında bahsedilen tüm hidrodinamik katsayıların hesaplanması gerekir.

Sualtı aracının dinamik modellenmesi ve hidrodinamik katsayıların hesaplanması için birçok yarı deneysel metot önerilmiştir. Fakat üzerinde anlaşma sağlanmış bir yöntemden bahsetmek mümkün değildir.

Kinematik bölümünde bahsedilen eksenlerdeki atalet momenti, kaldırma kuvveti merkezi (buoyancy center) hesapları için, tasarımı yapılacak sualtı aracının geometrik yapısının; burun kısmı küre, gövde kısmı silindir, kık kısmı ise koni şeklinde olduğu varsayılacaktır. Bu geometriye sahip araçlara torpido şekilli sualtı aracı ismi verilir.

Ek kütle bölümünde (2.50) ile verilen ek kütle katsayıları hesaplanması için [19], [11], [20], [21] çalışmaları çeşitli yöntemler önermektedir. Ek kütle katsayıları, bu çalışmalarda verilen ellipsoid şekilli bir sualtı aracının ek kütle katsayısı hesaplama yöntemi kullanılarak elde edilmiştir.

Hidrodinamik sönümlleme matrisi katsayıların hesabı için [22], [23], [24], [25], [26] çalışmaları incelenmiştir. Torpido şekilli sualtı aracı için hidrodinamik sönümlleme katsayıları bu kaynaklardan elde edilmiştir.

Gövde ve kanatçıkların kaldırma kuvveti-momenti etkisi için [27], [28], [29], [30], [31] kaynakları incelenmiştir. Ayrıca kontrol yüzeylerinin (yatay ve dikey dümen) hareketinin kaldırma kuvveti ve momenti üzerine olan etkisi de bu kaynakların yardımı ile elde edilmiştir.

Sualtı aracının pervanesinin oluşturduğu itki ve momenti için [20], [32], [33], [34] çalışmaları incelenmiştir. Pervanenin geometrik yapısı kullanılarak pervanenin ürettiği itki kuvveti ve momenti bu kaynaklarda verilen yöntemler yardımıyla hesaplanmıştır.

Sonuç olarak tez kapsamında incelenen kaynakların yardımı ve deneysel sonuçlardan elde edilen veriler kullanılarak bir sualtı aracının 6 serbestlik dereceli matematiksel

modeli elde edilmiştir. Yarı deneysel metotlar ile oluşturulmuş katsayı hesaplama aracı, hali hazırda ölçümleri yapılmış bir model ile bu tezin ilerleyen kısımlarında doğrulanmıştır. Böylece geometrik ölçümü yapılmış herhangi bir model kullanılarak, ilerleyen bölümlerde anlatılan kontrol kurallarının geliştirilebilmesi mümkün olacaktır.

2.7 REMUS 100 Aracı Model Doğrulama

Model doğrulaması için literatürde sıkça kullanılan REMUS 100 aracının seyir kayıtları kullanılacaktır. Seyir kayıtları [35] ile verilen çalışmadan alınmıştır. [35] ile verilen çalışmada aşağıda anlatılan koşullarda seyir kayıtları elde edilmiştir.

- ✓ Ölçülebilen seyir kayıtları $\hat{x} = [z \ \phi \ \theta \ \psi]$ durumları ile gösterilen sırayla derinlik, yuvarlanma (roll), yunuslama (pitch), yalpalama (yaw) değerleridir.
- ✓ REMUS100'e sabit 1500 rpm pervane itkisi uygulanarak uzunlama eksenini boyunca 1.54 m/s hızla gitmesi sağlanmıştır.
- ✓ Sisteme uygulanan kontrol girişleri yani $\hat{u} = [S_r \ S_e]$ yatay (elevator) ve dikey (rudder) dümen açıları kayıt altına alınmıştır.
- ✓ Deneysel verileri almak ve bunu benzetim modeli ile doğrulamak için bir dizi işlemler yapılmıştır. REMUS 100 suya atılmadan önce boylamsal ağırlık merkezi x_G ölçülmüş ve yüzerlik merkezi ile aynı noktada olması sağlanmıştır.
- ✓ Deniz suyu tankı içinde aracın kaldırma kuvveti ölçülerek, ağırlığından 1.5 pound daha fazla olacak şekilde aracın ayarlanması sağlanmıştır.
- ✓ REMUS aracına burun yukarı (pitch up) komutu 6 metre derinlikten, burun aşağı (pitch down) komutu 2 metre derinlikten verilmiştir.
- ✓ Dikey Dümen (Rudder) ve Yatay Dümen (Elevator) kontrol girişleri REMUS 100'e uygulanarak REMUS 100'ün basamak cevabı incelenmiştir.
- ✓ Araç, düz ve aynı seviyedeki uçuşlarda pervanenin yuvarlanma (roll) momentinden ötürü beş derece negatif yuvarlanma (roll) kayma (offset) açısına sahiptir.

- ✓ REMUS 100'e ait basamak cevabı elde etmek için deneyler yapılarak REMUS 100'ün yatay düzlem, burun aşağı ve burun yukarı çıktıları kayıt altına alınmıştır. [35] ile verilen çalışmada kontrol yüzeylerinin sıfırlama ayarlarının yapılması da atışlarda 5 dereceye kadar kontrol yüzeylerinin ayarlama hatasının olabileceğinden bahsetmiştir. Bu sebeple model doğrulama için basamak fonksiyonun genişliği dikkate alınmıştır.

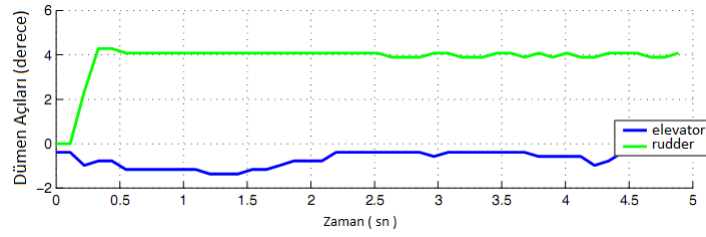
DeneySEL verileri kullanarak doğrulama sürecindeki diğer bir zorluk ise her deneyin başlangıcındaki aracın durum vektöründeki belirsizliktir. Ayrıca dalga, akıntı etkileri ve eksensel olamayan hızlar ölçülmediği için deneySEL verileri ile karşılaştırılmada farklar oluşacağı açıktır.

Benzetimi ve deneySEL verileri karşılaştırmak için 3 adet farklı alandan veri elde edilmiştir. Bunlar:

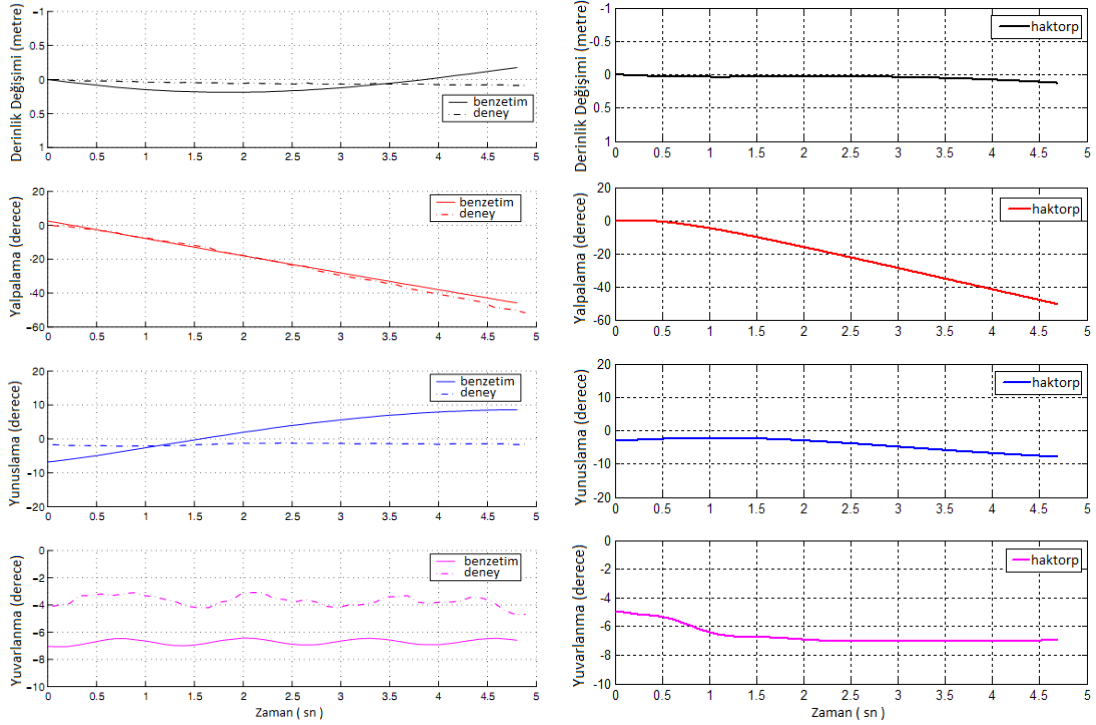
- ✓ *REMUS 100 Aracı*: DeneySEL olarak elde edilen REMUS 100 aracın gerçek ortam çıktılarıdır. Bu deneySEL çıktılar [35] çalışmasından alınmıştır.
- ✓ *REMUS 100 Benzetimi*: [35] çalışması ile hidrodinamik katsayıların hesaplama yöntemi verilen benzetim modeli çıktılarıdır.
- ✓ *HAKTOR Benzetimi*: Geliştirilen HAKTOR isimli hesaplama aracı ile hidrodinamik katsayıları türetilmiş benzetim modeli çıktılarıdır. HAKTOR hesaplama aracının REMUS 100 aracı için ürettiği hidrodinamik katsayılar Çizelge A.1, Çizelge A.2 ile verilmiştir.

2.7.1 Yatay düzlem cevabı

REMUS 100 Aracı ve *REMUS 100 Benzetimi*'ne, dikey düzlemde kapalı çevrim yunuslama (pitch) açısı kontrolü uygulanırken dikey dümen (rudder) açısı olarak Şekil 2.9'daki 4 derecelik bir basamak fonksiyonu uygulanmıştır. REMUS 100 için deney sonuçları ve benzetim sonuçları [35] çalışmasından alınmıştır. Ayrıca *HAKTOR Benzetimi* için yatay dümen'e (elevator) sabit bir açı basılarak yaklaşık sabit derinlikte kalması sağlanmıştır. Bu koşullar altında, yatay düzlemi hareketi için *REMUS 100 Aracı* ve *REMUS 100 Benzetimi* ile *HAKTOR Benzetimi*'nin basamak cevabı karşılaştırılması Şekil 2.10 ile verilmiştir.



Şekil 2.9 : Yatay düzlemi hareketi için REMUS100 aracı kontrol yüzey girişleri.



REMUS 100 Aracı ve REMUS 100 Benzetimi

HAKTOR Benzetimi

Şekil 2.10: Yatay düzlem için *REMUS 100 Aracı* ve *REMUS 100 Benzetimi* ile *HAKTOR Benzetimi* dikey dümen (rudder) basamak cevabı karşılaştırması.

HAKTOR hesaplama aracı ile oluşturulan *HAKTOR benzetimi*, *REMUS 100 benzetimine* göre *REMUS100 aracı* deney sonuçlarına daha çok yaklaşmıştır.

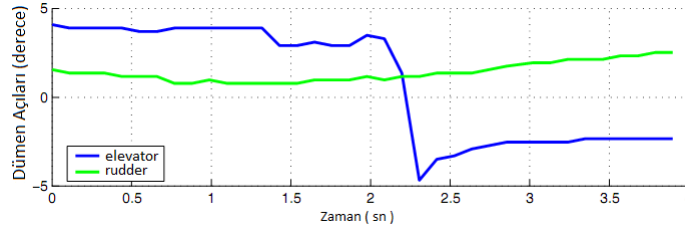
2.7.2 Dikey düzlem cevabı

Önceki kısımda yatay düzlem dinamiği için sadece pozitif dikey dümen (rudder) açısı araca uygulanmışken, bu kısımda dikey düzlem dinamiği için hem negatif hem de pozitif derecede dümen açıları araca uygulanacak ve dikey düzlemde burun yukarı (pitching-up), burun aşağı (pitching-down) hareketleri incelenecektir.

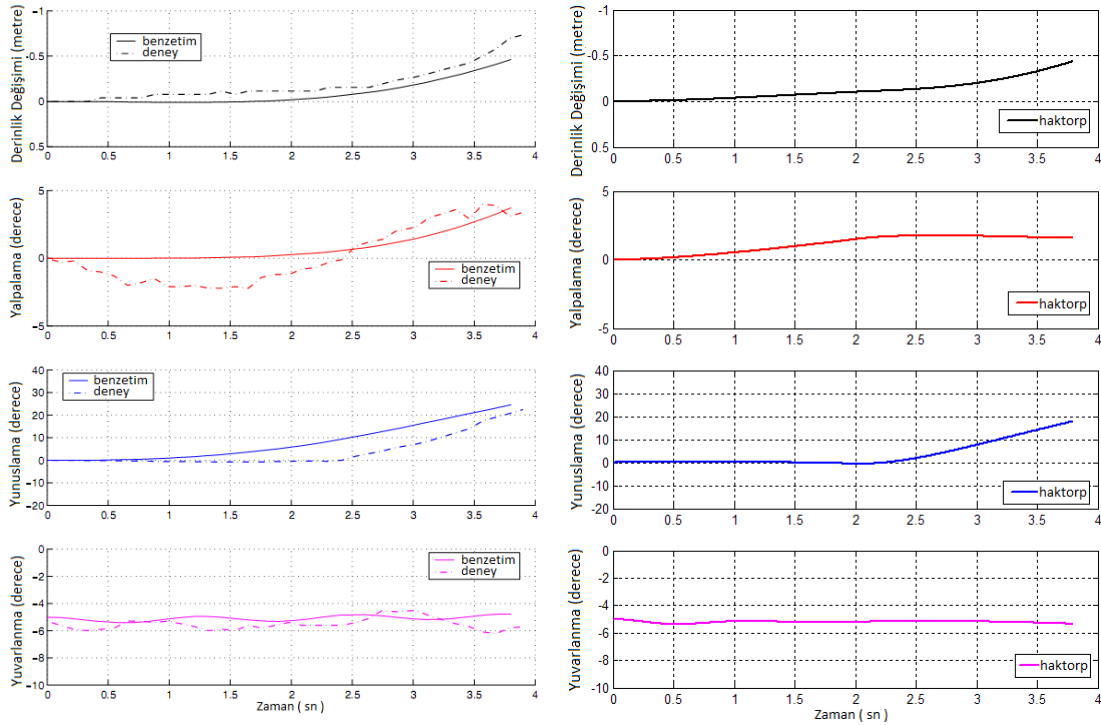
2.7.2.1 Burun yukarı hareketi (Pitching-up)

REMUS 100 aracı ve benzetimine, kapalı çevrim yalpalama (yaw) kontrolü uygulanırken yatay dümen(elevator) açısı olarak -7 derecelik bir basamak

fonksiyonu Şekil 2.11'deki gibi uygulanmıştır. REMUS 100 için deney sonuçları ve benzetim çıktıları [35] çalışmasından alınmıştır. *HAKTOR Benzetimi* için dikey dümene (rudder) yaklaşık 0 derece bir açı basılarak yaklaşık sabit yönlenme açısında kalması sağlanmıştır. Bu koşullar altında, burun yukarı hareketi için *REMUS 100 Aracı* ve *REMUS 100 Benzetimi* ile *HAKTOR Benzetimi* basamak cevabı karşılaştırılması Şekil 2.12'de verilmiştir.



Şekil 2.11: Burun yukarı hareketi için REMUS100 aracı kontrol yüzey girişleri.



REMUS 100 Aracı ve REMUS 100 Benzetimi

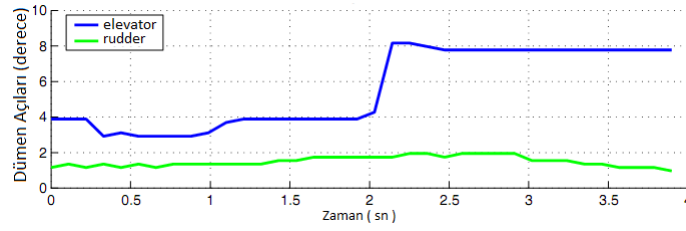
HAKTOR Benzetimi

Şekil 2.12: Burun yukarı hareketi için *REMUS 100 Aracı* ve *REMUS 100 Benzetimi* ile *HAKTOR Benzetimi* yata dümen (elevator) basamak cevabı karşılaştırması.

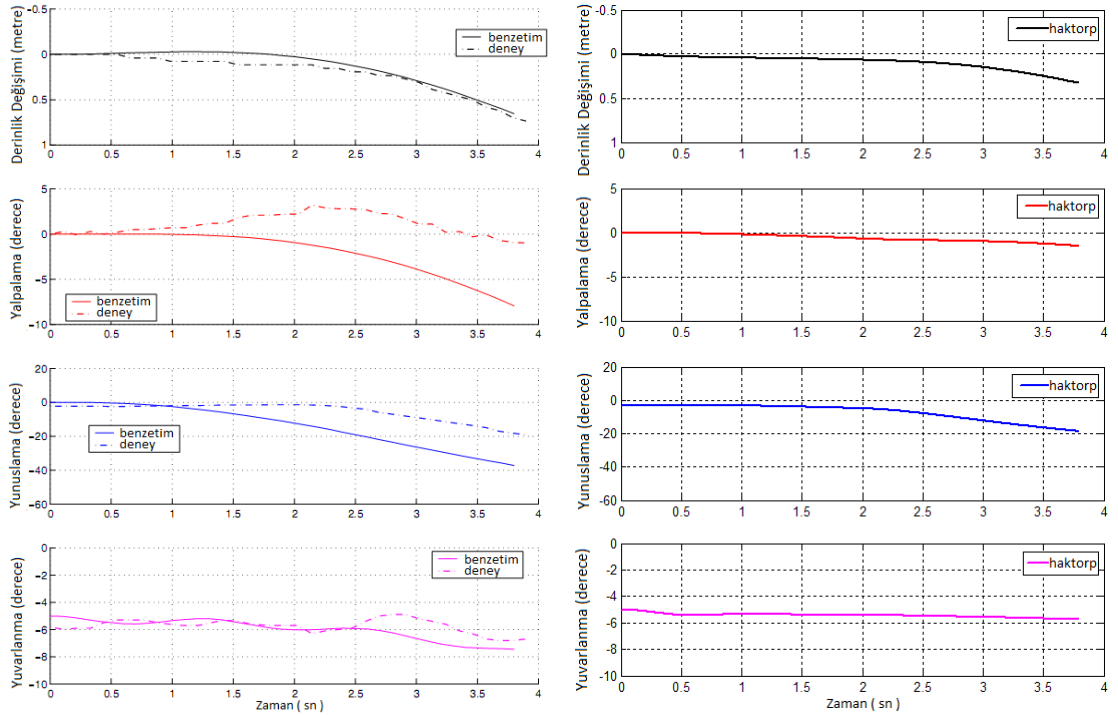
HAKTOR hesaplama aracı ile oluşturulan *HAKTOR benzetimi*, *REMUS 100 benzetimine* göre *REMUS100 aracı* deney sonuçlarına daha çok yaklaşmıştır.

2.7.2.2 Burun aşağı hareketi (Pitching-down)

REMUS 100 aracı ve benzetimine, kapalı çevrim yalpalama (yaw) kontrolü uygulanırken yatay dümen (elevator) açısı olarak +4 derecelik bir basamak fonksiyonu Şekil 2.13'deki gibi uygulanmıştır. *REMUS100* için deney sonuçları ve benzetim çıktıları [35] çalışmasından alınmıştır. *HAKTOR Benzetimi* için dikey dümene (rudder) yaklaşık 0 derece bir açı basılarak yaklaşık sabit yönlenme açısında kalması sağlanmıştır. Bu koşullar altında, burun aşağı hareketi için *REMUS 100 Aracı* ve *REMUS 100 Benzetimi* ile *HAKTOR Benzetimi* basamak cevabı karşılaştırılması Şekil 2.14 ile verilmiştir.



Şekil 2.13: Burun aşağı hareketi için REMUS100 aracı kontrol yüzey girişleri.



REMUS 100 Aracı ve REMUS 100 Benzetimi

HAKTOR Benzetimi

Şekil 2.14: Burun aşağı hareketi için *REMUS 100 Aracı* ve *REMUS 100 Benzetimi* ile *HAKTOR Benzetimi* yatay dümen (elevator) basamak cevabı karşılaştırması.

HAKTOR hesaplama aracı ile oluşturulan *HAKTOR benzetimi*, *REMUS 100 benzetimine* göre *REMUS100 aracı* deney sonuçlarına daha çok yaklaşmıştır.

2.8 Sualtı Aracının Kayan Kipli Kontrolü (Sliding Mode Control)

Doğrusal olmayan kontrol tekniği olarak değişken yapılı kontrol teorisi, belirsiz dinamiğe sahip sistemler için dayanıklı kontrol tasarımı konusunda önemli bir yere sahiptir. Kayan kipli kontrol, dış gürültü ve içsel parametre değişimlerine karşı sistem durumlarını duyarsız hale getirecek şekilde sistem durumlarını anahtarlama yüzeyine götürür, [36].

Bu alt bölümde; [11], [37], [38] çalışmaları incelenerek sualtı aracının herhangi bir hareket düzlemine ait tek giriş çok çıkış modeli üzerinde kayma kipli kontrol kuralı oluşturulmuştur.

Tek giriş-çok çıkışlı sistem,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2.69)$$

ele alalım. Yörünge izleme problemi için, durum hata uzayında kayma yüzeyi tanımlansın ve hata durumu,

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [x_1 - x_{1d} \quad \dots \quad x_n - x_{nd}]^T \quad (2.70)$$

ile verilsin. Burada $\mathbf{x}_d$ istenilen yörünge durumlarıdır. Böylece hata durum uzayında kayma yüzeyi,

$$\sigma = \mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{x}} = [s_1 \dots s_n] \begin{bmatrix} x_1 - x_{1d} \\ \vdots \\ x_n - x_{nd} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.71)$$

ile tanımlanabilir. Bu denklemde $\mathbf{S}$ vektörü, durum uzayında hata vektörü $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{x}} \rightarrow 0$ yakınsamasını garanti edecek şekilde seçilir. Pozitif tanımlı aday Lyapunov fonksiyonu,

$$V(\sigma) = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{S} \mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (2.72)$$

seçilsin. Eğer (2.73) ile verilen şart sağlanır ise $V(\sigma)$, hata durum vektörünün kayma yüzeyine yakınsamasını garanti edecektir.

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma \dot{\sigma} < 0 \quad (2.73)$$

(2.73) şartını sağlamak için özel olarak $\dot{\sigma}$ için (2.74) seçimi yapılsın.

$$\dot{\sigma} = -\eta \operatorname{sign}(\sigma) \quad \eta > 0 \quad (2.74)$$

Kayma yüzeyinin zamana göre türevini alınarak,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \mathbf{S}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{S}^T (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \dot{\mathbf{x}}_d) \\ \dot{\sigma} &= -\eta \operatorname{sign}(\sigma) \end{aligned} \quad (2.75)$$

ifadesi elde edilir. Bu eşitlikten u kontrol işareti hesaplanırsa,

$$\begin{aligned} u &= (\mathbf{S}^T \mathbf{b})^{-1} [\mathbf{S}^T \dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{S}^T \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) - \eta \operatorname{sign}(\sigma) - \mathbf{S}^T \Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{S}^T \mathbf{A}\mathbf{x}], \quad (\mathbf{S}^T \mathbf{b}) \\ &\neq 0 \\ u &= -(\mathbf{S}^T \mathbf{b})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{A}\mathbf{x} + (\mathbf{S}^T \mathbf{b})^{-1} [\mathbf{S}^T \dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{S}^T \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) - \eta \operatorname{sign}(\sigma) \\ &\quad - \mathbf{S}^T \Delta \mathbf{f}(\mathbf{x})] \end{aligned} \quad (2.76)$$

kontrol kuralı ifadesi elde edilir. Burada $\Delta f(x) = f(x) - \hat{f}(x)$ olmak üzere $f(x)$ vektörünün tahmin edilebilen kısmı $\hat{f}(x)$; $f(x)$ vektörünün tahmin edilemeyen kısmı $\Delta f(x)$ vektörüdür. Bu sebeple, gerçek bir kontrol işaretini üretilmesinde $\Delta f(x)$ vektörü bilinmediği için hesaplarda kullanılamayacaktır. Bu bilinmeyen kısmın kararlılık üzerine etkisi ilerleyen kısımlarda incelenecektir. Gerçek durumda sisteme uygulanacak kontrol işareti,

$$\begin{aligned} u &= -\mathbf{K}^T \mathbf{x} + (\mathbf{S}^T \mathbf{b})^{-1} [\mathbf{S}^T \dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{S}^T \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) - \eta \operatorname{sign}(\sigma)], \\ K &= (\mathbf{S}^T \mathbf{b})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{A} \end{aligned} \quad (2.77)$$

ile hesaplanır. İleride kararlılık analizi yapabilmek için (2.77) ile hesaplanan kontrol kuralı altında kayma yüzeyinin zamana göre türevinin gerçek değerinin ne olacağını bulunacaktır. Bu sebeple (2.77) denklemini (2.75) numaralı denklemde yerine koyarak,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \mathbf{S}^T (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{K}^T) \mathbf{x} - \eta \operatorname{sign}(\sigma) - \mathbf{S}^T (\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x})) \\ \dot{\sigma} &= \mathbf{S}^T \mathbf{A}_c \mathbf{x} - \eta \operatorname{sign}(\sigma) - \mathbf{S}^T (\Delta \mathbf{f}(\mathbf{x})), \quad \mathbf{A}_c = \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{K}^T \end{aligned} \quad (2.78)$$

ifadesi elde edilir. Burada S^T 'nin nasıl seçileceğine karar verilmelidir. Eğer A_c 'nin özdeğerlerinin biri özel olarak sıfır seçilir ise, $S^T A_c x$ ifadesi her zaman sıfıra götürülebilir. Bunun için $\lambda = 0$ ait A_c^T 'in sağ özvektörünü S^T olarak seçmek yeterlidir. Böylece $x \neq 0$ için bile

$$S^T A_c x = 0 \quad (S^T, A_c^T \text{'nin } \lambda = 0 \text{'a ait sağ özvektörü}) \quad (2.79)$$

ilişkisi sağlanır ise (2.78) nolu denklem (2.80) halini alacaktır.

$$\dot{\sigma} = -\eta \text{sign}(\sigma) - S^T \Delta f(x) \quad (2.80)$$

Aday Lyapunov fonksiyonun zamana göre kısmı türevi alınır,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\sigma) &= \sigma \dot{\sigma} = -\eta \sigma \text{sign}(\sigma) + \sigma S^T \Delta f(x) \\ &= -\eta |\sigma| + \sigma S^T \Delta f(x) \end{aligned} \quad (2.81)$$

elde edilir. Eğer η , (2.82) ifadesi gibi seçilir ise, Lyapunov fonksiyonu sürekli azalan bir fonksiyon olacaktır ($\dot{V}(\sigma) < 0$) ve σ dinamiği global olarak kararlı hale gelecektir.

$$\eta > \|S^T\| \cdot \|\Delta f(x)\| \quad (2.82)$$

Barbalat lemma'ya göre, $\Delta f(x)$ modellenmeyen dinamiklerin kararsız etkilerinin üstesinden gelmek için η yeterince büyük seçilir ise sonlu zamanda σ sıfıra yakınsar. η 'in seçimi, kararlılık ve performans arasında dengeyi değiştirecektir, [11].

2.8.1 Kayan kipli kontrol ile sualtı aracının yatay düzlemde kontrolünün benzetimi

Kayan kipli kontrol benzetimi için [37] tarafından inşa edilmiş NPS AUV II aracının 6- Serbestlik Dereceli (6-DOF) modeli bu kısımda ele alınmıştır. Doğrusal olmayan bu modelin matematiksel modeli ve parametreleri [11] kitabının ekler bölümünde verilen E.2.3 başlığı altından alınmıştır. Sistemi kontrol etmek için NPS AUV II modelinin pervane dönüş hızı, rudder, elevator girişleri kullanılmıştır. 6- Serbestlik Dereceli modeli basitleştirmek ve kayan kipli kontrol kuralını kullanabilmek için sualtı aracının sabit hızla gittiği varsayımı ile yatay düzlem sualtı aracı modeli elde

edilmiştir. Benzetim çalışmasında kayan kipli kontrol kuralının sonuçlarını verebilmek amacıyla sadece yatay düzlem modeli ve benzetimi verilmiştir.

Denge noktasında Şekil 2.1 ile verilen $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ durum değişkenlerinin değişimleri “0” olmalıdır. Sabit hızla giden aracın istenilen denge noktası durum vektörlerinin değişimini “0” yapacak yani denge koşulunu sağlayacak kontrol girişini hesaplama problemi bir optimizasyon problemidir. Bu optimizasyon problemi MATLAB üzerinde verilen “trim” komutu ile çözülerek kontrol giriş vektörü $u = 0.75 \text{ m/s}$ için aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$u_{trim_0.75m/sn} = [0 \text{ rad} \quad 0 \text{ rad} \quad 596 \text{ rpm}] \quad (2.83)$$

Sualtı aracının yatay düzlemdeki doğrusal modeli üzerinden kontrolcü tasarımı yapıldığı için aracın dikey ve yuvarlanma düzleme ait durum vektörleri $w = p = q = \phi = \theta = 0$ alınmıştır. Denge noktasında sualtı aracının yatay düzlem modeli MATLAB üzerinde verilen “linmod” komutu kullanılarak aşağıdaki gibi türetilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \dot{v}(t) \\ \dot{r}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1114 & -0.2654 & 0 \\ -0.0226 & -0.2348 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ r(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0212 \\ -0.0258 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r(t) \quad (2.84)$$

6 Serbestlik Dereceli doğrusal olmayan NPS AUV II modelinin nümerik metotlarla $u = 0.75 \text{ m/s}$ ileri hızında doğrusallaştırılmış (2.84) yatay düzlem modelini ele alınsın. Kayma yüzeyi için bu alt sistem modelinin kapalı çevrim A_c özdeğerleri $\{0 - 0.41 - 0.42\}$ olarak seçilsin. Özdeğerleri bu şekilde atayacak $A_c = A - bK^T$ denklemindeki K^T vektörü “Ackermann” formülü kullanılarak (2.85) ile verildiği gibi hesaplanır.

$$K^T = [9.8307 \quad -10.6740 \quad 0] \quad (2.85)$$

Böylece A_c , (2.86) haline gelir.

$$A_c = A - bK^T = \begin{bmatrix} -0.3709 & -0.0065 & 0 \\ 0.2956 & -0.4591 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

(2.79) ile gösterilen S^T , A_c^T 'nin $\lambda = 0$ özdeğerine ait sağ özvektörüdür ve (2.87) ile gösterilir.

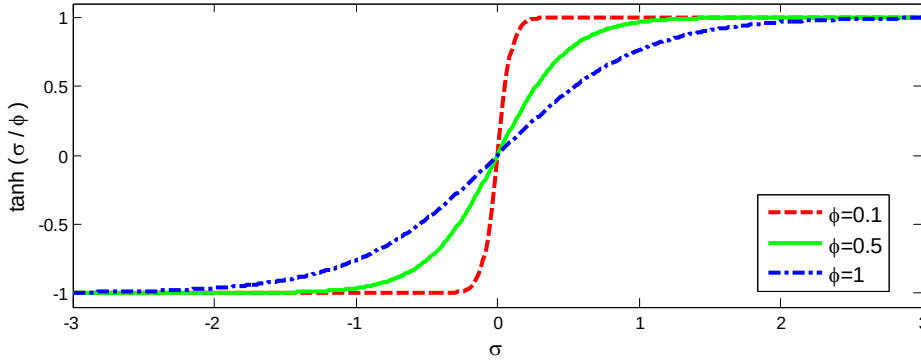
$$S^T = [0.5859 \quad 0.7351 \quad 0.3413] \quad (2.87)$$

(2.79) eşitliği (2.76) denkleminde yerine koyularak, kayan kipli kontrol kuralı (2.88) elde edilir.

$$u = -K^T x + (S^T b)^{-1} [S^T \dot{x}_d - S^T \hat{f}(x) - \eta \text{sign}(\sigma)] \quad (2.88)$$

Kontrol kuralındaki ideal anahtarlama $\text{sign}(\sigma)$ fonksiyonunun süreksizliğinden kaynaklanan çatırdama (aç-kapa) etkisinden kurtulmak için, $\text{sign}(\sigma)$ fonksiyonu yerine Şekil 2.15 ile gösterilen $\tanh(\sigma/\phi)$ sürekli fonksiyonu kullanılabilir. Burada ϕ kayma yüzeyi sınır tabakası kalınlığıdır.

ϕ değerini arttırmak gürültülü ortamlarda filtre etkisi yaratsa da, ϕ değerinin küçük seçilmesi Şekil 2.15 ile gösterilen $\tanh(\sigma/\phi)$ fonksiyonunu daha çok $\text{sign}(\phi)$ fonksiyonuna benzeteceğinden kararlılığı arttıracaktır.



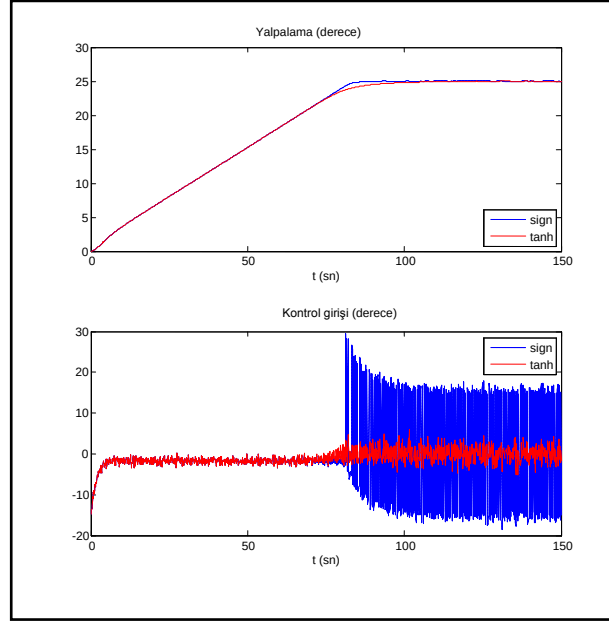
Şekil 2.15: $\phi \in (0.1, 0.5, 1)$ için $\tanh(\sigma/\phi)$ fonksiyonu.

Tahmin edilen ve edilmeyen doğrusal olmayan kısım sırasıyla $\hat{f}(x) = 0$, $||\Delta f(x)|| < 0.002$ olsun. Ayrıca arzu edilen yörünge sabit olsun ($\dot{X}_d = 0$). (2.82) gereği $\eta \geq 0.002$ seçilmelidir. Özel olarak $\eta = 0.002$ ve $\phi = 0.01$ seçilir ise dikey dümen (rudder) kontrol işareti (2.89) olacaktır.

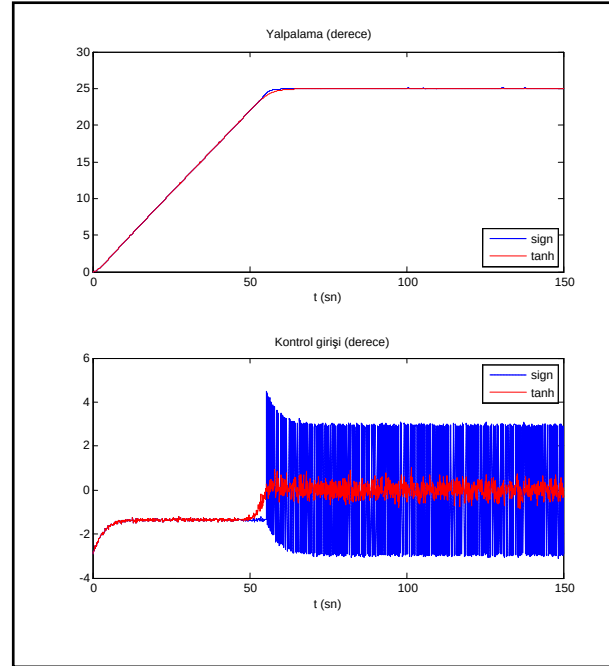
$$u_{rudder} = -[9.8847 \quad -10.6867 \quad 0] x + 0.2594 \tanh([0.54 \quad 0.7407 \quad 0.3996] x / 0.01) \quad (2.89)$$

$u_0 = 0.75m/s$ için kontrol kuralı (2.89) olarak hesaplandığı gibi $u_0 = 1.5m/s$ ileri hız ve $\eta = 0.004$ için kayan kipli kontrol kuralı aynı aşamalardan geçerek (2.90) eşitliğindeki gibi hesaplanabilir.

$$u_{rudder} = -[0.7791 \quad -0.7191 \quad 0]x + 0.05054 \tanh([0.1050 \quad 0.8521 \quad 0.5127]x/0.01) \quad (2.90)$$



Şekil 2.16: $u_0 = 0.75m/s$ için kontrol girişi ve yalpalama açısı.



Şekil 2.17: $u_0 = 1.5m/s$ için kontrol girişi ve yalpalama açısı.

Ortamda gürültü olsa bile her iki ileri hız şartı için hedeflenen yalpalama açısına ulaşıldığı Şekil 2.16 ve Şekil 2.17 üzerinden görülmektedir. Sistem durumları kayma

yüzeyine ulaştıktan sonra, kontrol kuralındaki *sign* fonksiyonu dikey dümen (rudder) açısının çok hızlı değişimine neden olmaktadır. Sürekli değişen aç-kapa kontrol işareti gerçek bir kontrol yüzeyine uzun süre uygulanamaz ve sisteme zarar verir. Ayrıca, bu aç-kapa yani çatırdama etkisi yüksek enerji tüketimine neden olur. Her ne kadar Şekil 2.16 ve Şekil 2.17 üzerinde *sign* fonksiyonunu içeren kontrol işareti gösterilse de, çatırdama etkisini önlemek için gerçek bir sistemde *tanh* anahtarlama fonksiyonu kullanmak anlamlı olacaktır.

3. DAYANIKLI MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL

Son yıllarda, Model Öngörülü Kontrol(MPC), endüstride kullanılan çok değişkenli kontrol tekniklerinin en gözdelelerinden biri haline gelmiştir. MPC, kontrol kuralını hesaplayarak her örnekleme anında bir optimizasyon problemini çözer. Böylece bir ufuk boyunca açık çevrim kontrol kuralı üzerinde optimizasyon yapılır. Her ne kadar birden fazla kontrol işareti hesaplanırsa da kontrolör ilk kontrol işaretini sisteme uygular. Bir sonraki çevrimde, yeni ölçümler yapılarak optimizasyon problemi tekrar çözülür ve kontrol girişi güncellenir.

Kuramsal açıdan, standart MPC kullanılan sistemlerin kararlılığı üzerine araştırmalar günümüze kadar yapılmıştır. Gerçek bir sistemin sadece yaklaşık bir modeli ile ifade edilebilmesinden ötürü, model belirsizliklerine karşı dayanıklı bir MPC geliştirmek önemlidir.

Bir sualtı aracının literatürde verilen matematik modeli, doğrusal olmayan yapıda, parametrik belirsizliklere ve gürültü girişlerine sahip bir modeldir. Bu nedenle, aracın matematiksel modeli, aracın hızına ve sualtında karşı karşıya kaldığı ortam şartlarına göre değişecektir. Bu koşullar altında sistemi kontrol etmek için literatürde genellikle, uyarlamalı, kayma modlu kontrol gibi yöntemler önerilmiştir.

Çalışmanın bu kısmında, [39] kitabı ve [1] makalesi kaynak alınarak dayanıklı MPC tekniği ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Son zamanlarda hem teorisi hem de uygulamaları ile kontrol tekniğinde gelişim gösteren Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (LMI) kullanılarak optimizasyon problemi çözülmüş ve kontrol kuralı elde edilmiştir.

Bu bölümde, önce sualtı aracının 6 serbestlik dereceli dinamiğine ilişkin doğrusal olmayan modeli verilmiş sonra bu model belirli çalışma noktalarında doğrusallaştırılmış ve sistem için dayanıklı bir MPC kontrol kuralı türetilmiştir. Bu kontrol kuralının gerçek bir sualtı aracında kullanılması planlanmış olduğu için çevrimiçi hesaplama yükünü azaltan bir kontrol prosedürü (Algoritma 2) önerilmiştir. Ayrıca, benzetim için yeni bir konveks küme önerilmiş ve bu kümeden

elde edilen kontrol kuralı, sualtı aracının doğrusal olmayan modeli üzerinde koşturulmuştur. Koşum sonucu elde edilen sonuçlar bu bölümde verilmiş ve irdelenmiştir. Bu bölümde verilen çalışmalar [40] ile verilen makalede yayınlanmıştır.

3.1 Dayanıklı Model Öngörülü Kontrol (RMPC) Kuramı ve Geliştirmeler

Bu kısımda model belirsizliklerine karşı dayanıklı Model Öngörülü Kontrol (MPC) kuralı ile ilgili literatürde var olan sonuçlar ve bu çalışma çerçevesinde yapılan geliştirmelere yer verilmiştir.

3.2 Giriş ve Çıkış Sınırlı Politopik Sistemler İçin Dayanıklı MPC Kuralının Oluşturulması

Doğrusal zamanla değişen sistem (LTV) aşağıdaki gibi ele alınacaktır.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k) \\ y(k) &= Cx(k) \\ [A(k), B(k)] &\in \Omega \end{aligned} \quad (3.1)$$

Burada $u(k) \in R^{n_u}$ kontrol işareti, $x(k) \in R^{n_x}$ sistem durumu, $y(k) \in R^{n_y}$ sistem çıkışı, Ω ise önceden belirlenmiş bir kümedir.

Politopik bir sistem için Co bir dışbükey kabuk belirlemek üzere, Ω kümesi bir politoptur.

$$\Omega = Co\{[A_1 B_1], [A_2 B_2], \dots, [A_L B_L]\} \quad (3.2)$$

Diğer bir değişle negatif olmayan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$ toplamı $\sum_{i=1}^L \lambda_i = 1$ olmak üzere $[A, B] \in \Omega$ kümesi

$$[A, B] = \sum_{i=1}^L \lambda_i [A_i B_i] \quad (3.3)$$

şeklinde gösterebilir, [1].

Dayanıklı Sonsuz Ufuklu Model Öngörülü Kontrol (RMPC):

Dayanıklı kontrol konusu için amaç ölçütünü minimum yapma problemi ise aşağıdaki şekilde tekrar ele alınabilir, [1].

$$\min_{u(k+i|k), i=0,1,\dots,m} \max_{[A(k+i), B(k+i)] \in \Omega, i \geq 0} J_{\infty}(k) \quad (3.4)$$

$$J_{\infty}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} (x(k+i|k)^T Q_1 x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)) \quad (3.5)$$

Bu ifadeden anlaşıldığı üzere, RMPC kontrol kuralının türetilme problemi bir “min.-maks.” optimizasyon problemidir. Optimizasyon, maksimum yapma işleminden yani, Ω kümesindeki zamanla değişen sistem $[A(k+i), B(k+i)] \in \Omega, i \geq 0$ ’den, öngörü için uygun zamanla değişmeyen LTI sisteminin seçimi ile başlar. Bu seçim Ω kümesindeki tüm sistemler içinde $J_{\infty}(k)$ değerini en büyük yapan LTI sisteminin bulunması ile yapılır. Bu sistem temel alınarak yapılan öngörü işleminin sonuçları kullanılarak şimdiki ve gelecek kontrol kuralları yani $u(k+i|k), i = 0, 1, \dots, m$ değerleri, amaç ölçütünün alabileceği en kötü değerini minimum yapacak şekilde hesaplanır.

Amaç Ölçütünün Üst Sınırının Belirlenmesi:

Denklem (3.1) ile verilen LTV sistemin $x(k|k) = x(k)$ durumu ile $P > 0$, $V(x) = x^T P x$ olan ikinci dereceden $V(x)$ fonksiyonu ele alalım. $V(0) = 0$ olsun. Her örnekleme anında, her $[A(k+i), B(k+i)] \in \Omega, i \geq 0$ için ve LTV sistem (3.1) eşitliğini sağlayan her $x(k+i|k), u(k+i|k), i \geq 0$ durumu için $V(x)$,

$$\begin{aligned} & V(x(k+i+1|k)) - V(x(k+i|k)) \\ & \leq -(x(k+i|k)^T Q_1 x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)) \end{aligned} \quad (3.6)$$

eşitsizliğini sağlayacak şekilde inşa edilsin. Amaç ölçütü fonksiyonunun sonlu olabilmesi için $x(\infty|k) = 0$ ($V(x(\infty|k)) = 0$) olmalıdır. Bu özellik de kullanılarak (3.6) eşitsizliğini $i = 0$ ’dan $i = \infty$ ’a kadar yazar, alt alta toplarsak, amaç ölçütünün en kötü durumuna ait ilişkin ifadesi

$$\max_{[A(k+i), B(k+i)] \in \Omega, i \geq 0} J_{\infty}(k) \leq V(x(k|k)) \quad (3.7)$$

olarak elde edilir. Bu değer bize amaç fonksiyonunun üst sınırını verir. Bu durumda RMPC tasarımında kullanılacak amaç ölçütü $V(x(k|k)) = x(k|k)^T \gamma Q^{-1} x(k|k)$ olarak seçilebilir ve bu ifadeyi minimum yapan $u(k+i|k) = Fx(k+i|k), i \geq 0$

durum geri besleme matrisinin bulunması işlemi (3.6) ve (3.7) denklemlerinin düzenlenmesi ile

$$\min_{\gamma, Q, Y} \gamma \begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^T \\ x(k|k) & Q \end{bmatrix} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} Q & QA_j^T + Y^T B_j^T & QQ_1^{1/2} & Y^T R^{1/2} \\ A_j Q + B_j Y & Q & 0 & 0 \\ Q_1^{1/2} Q & 0 & \gamma I & 0 \\ R^{1/2} Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} > 0 \quad (3.8)$$

şeklinde bir LMI sisteminin çözümüne indirgenir. Burada, $F = YQ^{-1}$, $Q^T = Q > 0$ olarak alınmıştır. İspat için [1] ve [2] çalışmalarına bakılabilir.

Değişmez Elipsoid Kuramı:[1]

Belirsiz Ω kümesi için (3.1) ile verilen bir LTV sistemini ele alalım. $u(k+i|k) = Fx(k+i|k)$, $Q > 0$ ve $Y = FQ$ olsun.

Bu durumda,

$$\begin{aligned} & x(k|k)^T Q^{-1} x(k|k) \leq 1 \Rightarrow \\ & \max_{A(k+j)B(k+j)] \in \Omega, j \geq 0} x(k+i|k)^T Q^{-1} x(k+i|k) < 1, \quad i \geq 1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

olacaktır. Böylece belirsiz sistemin öngörülen durumları için $\varepsilon = \{z | z^T Q^{-1} z \leq 1\} = \{z | z^T P z \leq \gamma\}$ bir değişmez elipsoittir.

Olabilirlik Kuramı :[1]

Optimizasyon problemi (3.7) eşitliğinin k anında çözümü varsa, (3.9) gereği bu çözüm $t > k$ için de uygun olduğu için problemin çözümü $t > k$ için de vardır, yani,

$$\begin{aligned} & x(k|k)^T Q^{-1} x(k|k) \leq 1 \\ & \Leftrightarrow x(k+i|k+i)^T Q^{-1} x(k+i|k+i) < 1, i \geq 1 \end{aligned} \quad (3.10)$$

önermesi doğrudur.

Uyarı 1: Olabilirlik kuramı ışığı altında, $k = 0$ için hesaplanan $u(k+i|k) = Fx(k+i|k)$ kontrol kuralındaki F durum geri besleme matrisi, $k > 0$ için de kullanılabilir. Bu özellik çevrimdışı dayanıklı kontrol kuralı elde etmek için kullanışlıdır.

Girişin ve Çıkışın Sınırlandırılması: [39], [1],

k anında $u(k + i|k)$ 'in her bileşeninde $|u_j(k + i|k)| \leq u_{j,\max}$, $i \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, n_u$ şeklinde bir sınırlama olması durumu için,

$$\begin{aligned} \max_{i \geq 0} |u_j(k + i|k)|^2 &= \max_{i \geq 0} |(YQ^{-1}x(k + i|k))_j|^2 \\ &\leq \max_{z \in \varepsilon} |(YQ^{-1}z)_j|^2 \\ &\leq \|(YQ^{-1/2})_j\|_2^2 \\ &= (YQ^{-1}Y^T)_{jj} \end{aligned} \quad (3.11)$$

eşitsizliği elde edilir. Girişin sınırlanma şartı,

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad \text{ve} \quad X_{jj} \leq u_{j,\max}^2, j = 1, 2, \dots, n_u \quad (3.12)$$

biçiminde bir LMI sistemini sağlayan X simetrik bir matrisinin varlık koşuluna eşdeğer olacaktır.

Çıkışın sınırlanması, yani $|y_j(k + i|k)| \leq y_{j,\max}$, $i \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, n_y$ koşulu ise,

$$\begin{aligned} \max_{i \geq 0} |y_j(k + i + 1|k)|^2 &= \max_{i \geq 0} |(C(A + BF)QQ^{-1}x(k + i|k))_j|^2 \\ &\leq \max_{z \in \varepsilon} |(C(AQ + BY)Q^{-1}z)_j|^2 \\ &\leq \|(C(AQ + BY)Q^{-1/2})_j\|_2^2 \\ &= (C(AQ + BY)Q^{-1}(AQ + BY)^T C^T)_{jj} \end{aligned} \quad (3.13)$$

ile ifade edilebilir ve bu eşitsizlik de,

$$\begin{bmatrix} Z & C(A_j Q + B_j Y) \\ (A_j Q + B_j Y)^T C^T & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.14)$$

$$j = 1, 2, \dots, L, \quad Z_{jj} \leq y_{j,\max}^2, \quad j = 1, 2, \dots, n_y$$

şeklinde bir LMI sistemini sağlayan simetrik matris Z 'nin varlık koşuluna eşdeğer olacaktır. Burada A_j ve B_j , Ω kümesindeki köşe sistemlerdir. Özet olarak, giriş ve çıkış sınırlamaları, (3.8) problemine sırasıyla (3.12) ve (3.14) ile verilen LMI'lar eklenerek değerlendirilir.

3.3 Sabit Set-Noktası İzleme Problemi

Model belirsizliklerine sahip doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem için arzulanan denge durumu, sabit bir durum ve giriş uzayında sabit bir nokta x_s, u_s ile verilmiş olsun. Bu durumda,

$$x_s = Ax_s + Bu_s, \quad y_t = Cx_s \quad (3.15)$$

biçiminde bir sistemin var olduğunu, x_s, u_s, y_t vektörlerinin sınır koşullarını sağladığını ve sistem çıkışı y 'nin hedef vektörü y_t 'i izlediğini varsayalım. Bu durumda (3.5) ile verilen amaç ölçütünün sabit set noktası izleme problemi için yenilenmiş hali,

$$J_\infty(k) = \sum_{i=0}^{\infty} \{ (Cx(k+i|k) - Cx_s)^T Q_1 (Cx(k+i|k) - Cx_s) + (u(k+i|k) - u_s)^T R (u(k+i|k) - u_s) \}, Q_1 > 0, R > 0 \quad (3.16)$$

ile verilir. Burada, kaydırılmış durum $\tilde{x}(k) = x(k) - x_s$, kaydırılmış giriş $\tilde{u}(k) = u(k) - u_s$ şeklinde tanımlanır ve bu tanımlar (3.8)'de yerine yazılırsa, dayanıklı MPC ile izleme probleminin çözümüne ilişkin yeni LMI'lar elde edilir. Bu durumda, çıkış $\tilde{y}(k) = y(k) - y_t$ ve sisteme uygulanacak kontrol işareti $u(k) = F(x(k) - x_s) + u_s$ olacaktır. Ayrıca, kontrol işareti u 'nun üst sınırı, $\tilde{u}$ üzerindeki sınırlara aşağıdaki gibi çevrilebilir.

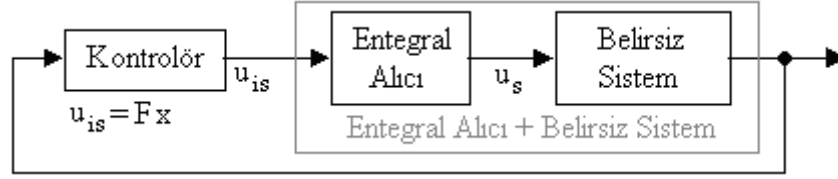
$$\begin{aligned} |u_j| \leq |u_{j,\max}| &\Leftrightarrow |\tilde{u}_j + u_{s,j}| \leq |u_{j,\max}| \\ &\Leftrightarrow -u_{j,\max} - u_{s,j} \leq \tilde{u}_j \leq u_{j,\max} - u_{s,j} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Çıkış üzerindeki sınırlamalar da benzer şekilde yeni durum için yazılabilir, [1].

3.4 Set-Noktasındaki Kontrol İşaretinin Belirlenmesi

Politopik belirsizliklere sahip bir sistemin kazancında da belirsizlikler olabilir. Kazanç belirsizliklerine sahip sistemin set noktasındaki kontrol işaretinin değişmemesi için, [2] çalışmasında kontrol edilen sistemin bir entegral alıcı ile genişletmesine dayanan Şekil 3.1'deki gibi bir yapı önerilmiştir. Böylece entegral alıcı girişine uygulanacak kontrol işareti $u_{is} = 0$ olacak ve sistem cevabında sürekli hal hatası oluşmayacaktır. Sistemin bir entegral alıcı eklenerek genişletilmesi ile elde

edilen yeni sistem modeli üzerinden, (3.8), (3.12), (3.14)'de verilen LMI'lar yeniden yazılarak bir entegral etkili dayanıklı MPC kontrolör tasarlanabilir [2].



Şekil 3.1 : Entegral etkili RMPC.

3.5 Geribesleme Matrisinin Çevrimdışı Hesaplanması ve Kazanç-Çizelge

Tabanlı RMPC

LQR (Linear Quadrator Regulator)'den farklı olarak, MPC kontrol kuralında geribesleme matrisinin sabit seçilme zorunluluğu yoktur, [41]. Olabilirlik kuramındaki (3.10) ilişkisi gereği, değişmez ellipsoid $\varepsilon = \{x | x^T Q^{-1} x \leq 1\}$ kümesi içindeki durumlardan bırakılan ve tüm yörünge boyunca sistemi kararlı kılan bir durum geribesleme matrisi vardır. Diğer taraftan, (3.8), (3.12), (3.14)'de verilen LMI'lar $x^T Q^{-1} x \leq 1$ şartı dışında sistemin durumlarının aldığı değerlerden bağımsızdır. Böylece herhangi uygun bir sistem durumu için iç içe geçmiş ε değişmez ellipsoidler içinden en uygun çözümü veren Q seçilebilir. Bu seçim için aşağıda verilen Algoritma 1 kullanılabilir, [41].

Algoritma 1:

Çevrimdışı yapılanlar: Girişi ve çıkışı sınırlanmış, belirsiz sistem için RMPC kontrolünü ele alalım. Başlangıç durumu x_1 olsun, $i = 1$ alarak,

1. x_i durumu için $Q_{i-1} > Q_i, \dots i \neq 1$ koşulunu sağlayan (3.8), (3.12), (3.14)'de verilen LMI'ların çözümünden $\gamma_i, Q_i, X_i, Y_i, Z_i$ matrisleri hesaplanır. Q_i^{-1} değeri ve $F_i = Y Q_i^{-1}, X_i, Y_i, Z_i$ değeri kazanç-çizelge tablosuna eklenir.
2. $i < N$ boyunca $x_{i+1}^T Q_i^{-1} x_{i+1} < 1$ eşitsizliğini sağlayan yeni bir durum vektörü x_{i+1} seçilir ve 1. adım tekrarlanır.

Çevrimiçi yapılanlar: Verilen bir ilk koşul $x(0)$ için $x(0)^T Q_1^{-1} x(0) \leq 1$ koşulu sağlanmış olsun. k anındaki $x(k)$ durum vektörünü ele alalım. İkili arama algoritması ile $x(k)^T Q_i^{-1} x(k) \leq 1, x(k)^T Q_{i+1}^{-1} x(k) > 1$ koşullarını sağlayan Q_i^{-1} matrisi bulunur. $F_i = Y Q_i^{-1}$ olmak üzere, $u(k) = F_i x(k)$ kontrol girişi

hesaplanır. Eğer $i = N$ ulaşılmış ise Q_N^{-1} ile hesaplanan geribesleme matrisi kullanılır.

Sistemin durumları değişmez ellipsoid içinde iken ($\varepsilon_i = \{x | x(k)^T Q_i^{-1} x(k) \leq 1\}$) uygulanan kontrol kuralı, değişmez ellipsoid kuramı gereği, sistem durumlarını $\varepsilon_{i+1}, (\varepsilon_{i+1} \subset \varepsilon_i)$ değişmez ellipsoid kümesi içine doğru götürür. Algoritmanın sonunda sistem durumları, sistemi kararlı kılan en küçük değişmez ellipsiod $\varepsilon_N, (\varepsilon_N \subset \varepsilon_{N-1})$ içine taşınacaktır. Buradan ε_N değişmez ellipsoid kümesine ait kontrol kuralı ile sistem durumları 0'a ulaşacaktır.

Algoritma 1'de, çevrimdışı yapılması öngörülen x_{i+1} durum vektörlerinin seçimi işlemi için [41] çalışmasında önerilen yol, deneme yanılma yöntemidir. Aynı öneri Q_i 'nin seçimi için de geçerlidir. Bu çalışmada bu sorunu aşmak ve hesap yükünü azaltmak üzere aşağıdaki algoritma önerilmiştir. Önerilen algoritmanın temel ilkesi, sonraki durum vektörü x_{i+1} 'nin seçiminden bağımsız hale getirme fikrine dayanır.

Algoritma 2:

Çevrimdışı yapılanlar: Bir $x(0)$ başlangıç durumuna sahip, matematik modeli (3.1) olan belirsiz sistemi ele alalım. Aşağıda verilen 4 adımlı algoritma x_1 başlangıç durumundan başlayarak $x_i < \varepsilon$ oluncaya kadar uygulansın. (Uyarı 1, aşağıda verilen algoritmanın çalıştığını garanti altına alır.)

1. LMI (3.8), (3.12), (3.14) çözülerek F_i ve Q_i^{-1} hesaplanır.
2. Eğer $Q_{i-1}^{-1} < Q_i^{-1}, \dots i \neq 1$ ise, $Q_k^{-1} = Q_i^{-1}$ olarak kayıt altına alınır. $k = k + 1$ yapılır.
3. $x_{i+1} = (A + BF_i)x_i, [A \ B] \in \Omega$ durum eşitliği kullanılarak yeni sistem durumu hesaplanır.
4. $i = i + 1$ alınır. 1.adıma geçilir.

LMI'ların çözümünden elde edilen optimal kontrol kuralları F_k, Q_k , sırası değiştirilmeden arka arkaya kazanç çizelge tablosuna eklenir. Tablonun boyutu küçültmek istenirse F_k, Q_k matrisleri birlikte sırası değiştirilmeden silinebilir.

Çevrimiçi yapılanlar: Algoritma 1'in ilgili kısmı aynen kullanılır.

3.6 Sualtı Aracı Modelinin Doğrusallaştırılması

Sualtı aracında RMPC kuralının kullanılabilmesi için (2.1) ile verilen modelin doğrusallaştırılması gerekir. Bu işlem, aracın gövde eksenini boyunca sabit ve belirli bir hızda ilerlediği varsayımı altında çeşitli gövde düzlemlerindeki hareketine ilişkin durum vektörlerinin küçük değişimleri göz önüne alınarak yapılabilir. Torpido şeklindeki bir sualtı aracı hem x - z hem de x - y ekseninde simetrik olduğu için yunuslama eksenini boyunca olan dalma-çıkma düzlemi ve yalpalama eksenini boyunca olan yönlenme düzlemi boyunca hareketleri birbirinden ayrı düşünülebilir.

3.6.1 Yatay düzlemde doğrusallaştırma

Sistemin yatay düzlem boyunca yaptığı hareketinin doğrusal modelini oluştururken, sistemin dikey düzlemdeki ve yuvarlanma biçimindeki hareketlerine ilişkin durum değişkenleri, $w = p = q = \phi = \theta = 0$ varsayılmıştır. Sualtı aracı gövde eksenini boyunca $u = u_0$ sabit hızında giderken, yatay düzlemdeki hareketine ilişkin dinamiklerin doğrusal modeli,

$$\begin{aligned} (m - \bar{Y}_v) \dot{v}(t) + (m x_G - \bar{Y}_r) \dot{r}(t) &= \bar{Y}_v u_0 v(t) + \bar{Y}_r u_0 r(t) + \bar{Y}_{dr} u_0^2 \delta_r(t) \\ (m x_G - \bar{N}_v) \dot{v}(t) + (I_z - \bar{N}_r) \dot{r}(t) &= \bar{N}_v u_0 v(t) + \bar{N}_r u_0 r(t) + \bar{N}_{dr} u_0^2 \delta_r(t) \\ \dot{\psi}(t) &= r(t) \end{aligned} \quad (3.18)$$

olarak elde edilir. Burada $\bar{Y}, \bar{N}$ sırasıyla yanal öteleme ve dönme hareketi için hidrodinamik türevlerdir. Sualtı aracının kütlesi m ile, ağırlık merkezinin yüzerlik merkezine göre koordinatı ise x_G ile gösterilmiştir. Yatay düzlemde, REMUS 100 geometrisinden hesaplanan fiziksel ve hidrodinamik katsayılar (3.18)'de yerine koyulursa, sistemin doğrusal modeli, ileri yöndeki hız u_0 parametresine bağlı olarak,

$$\begin{bmatrix} \dot{v}(t) \\ \dot{r}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.7123 u_0 & -0.2536 u_0 & 0 \\ -1.1482 u_0 & -1.4607 u_0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ r(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.3448 u_0^2 \\ -2.4138 u_0^2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r(t) \quad (3.19)$$

şeklinde elde edilir.

3.6.2 Dikey düzlemde doğrusallaştırma

Sistemin dikey düzlemdeki hareketinin doğrusallaştırılması işlemi sırasında, yatay düzlemdeki hareketine ve yuvarlanma hareketine ilişkin durum değişkenleri, $v = p = r = \phi = 0$ varsayılmıştır. Araç gövde eksenini boyunca $u = u_0$ sabit hızında giderken, dikey düzlemdeki hareketine ilişkin dinamiklerin doğrusal modeli,

$$\begin{aligned}
(m - \bar{Z}_{\dot{w}}) \dot{w}(t) + (-m x_G - \bar{Z}_{\dot{q}}) \dot{q}(t) &= (m + \bar{Z}_q) u_0 q(t) \\
&+ \bar{Z}_w u_0 w(t) + \bar{Z}_s u_0^2 \delta_s(t) + (W - B) \\
(-m x_G - \bar{M}_{\dot{w}}) \dot{w}(t) + (I_{yy} - \bar{M}_{\dot{q}}) \dot{q}(t) &= (\bar{M}_q - m x_G) u_0 q(t) \\
&+ \bar{M}_w u_0 w(t) + \bar{M}_{ds} u_0^2 \delta_s(t) - x_G W \\
\dot{\theta}(t) &= q(t), \quad \dot{z}(t) = w - u_0 \theta
\end{aligned} \tag{3.20}$$

olarak elde edilir. Burada $\bar{Z}, \bar{M}$ sırasıyla aşağıya öteleme ve yunuslama hareketi için hidrodinamik türevlerdir. REMUS 100 geometrisinden hesaplanan fiziksel ve hidrodinamik katsayılar (3.20)'de yerine koyulursa, sistemin doğrusal modeli, ileri yöndeki hız u_0 parametresine bağlı olarak,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{w}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.7123 u_0 & 0.2536 u_0 & 0.0194 & 0 \\ 1.1482 u_0 & -1.4607 u_0 & -0.9300 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ q(t) \\ \theta(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -0.3448 u_0^2 \\ -2.41378 u_0^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s(t)
\end{aligned} \tag{3.21}$$

şeklinde elde edilir.

3.7 Benzetim Sonuçları

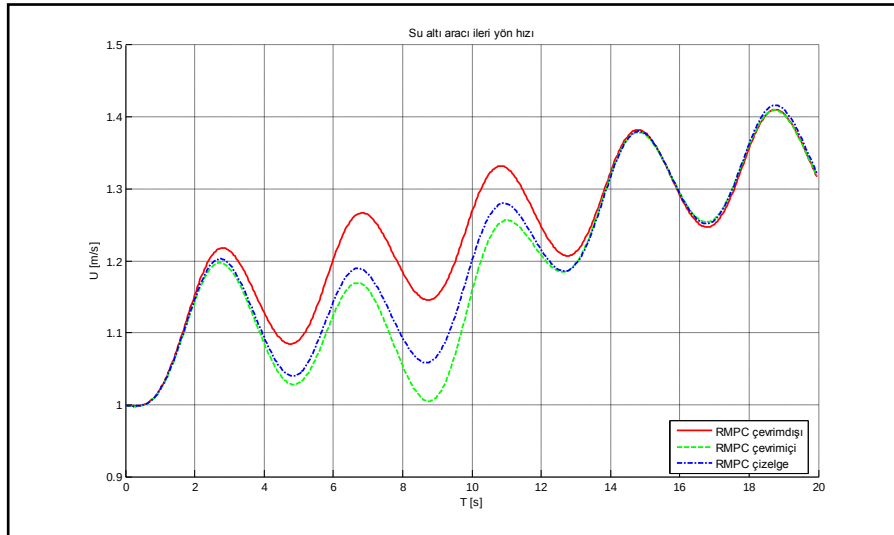
Benzetimlerde, sualtı aracının gövde eksenini boyunca ilerleme yönündeki hızı u_0 'ın zamanla değiştiği farz edilecektir. Bu amaçla pervane itki sistemine sinusoidal işaret verilerek, sualtı aracının ilerleme yönündeki hızının $u_{\min} \leq u_0 \leq u_{\max}$ arasında zamanla değişimi sağlanmıştır. $T_s = 0.025s$ örnekleme periyodu için ileri yönde Euler metodu kullanılarak (3.19) ve (3.21) modellerinin ayrık modeli elde edilmiştir. $\alpha = u_0, \beta = u_0^2$ ile yeni bir parametre seti tanımlandıktan sonra ayrık zamanlı belirsiz sistemin köşeleri sırasıyla yatay ve dikey düzlemde aşağıdaki gibi verilebilir.

$$A_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + T_s \cdot \begin{bmatrix} -0.7123.\alpha & -0.2536.\alpha & 0 \\ -1.1482.\alpha & -1.4607.\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_y = T_s \cdot \begin{bmatrix} -0.3448.\beta \\ -2.4138.\beta \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}
A_d &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + T_s \cdot \begin{bmatrix} -0.7123.\alpha & 0.2536.\alpha & 0.0194 & 0 \\ 1.1482.\alpha & -1.4607.\alpha & -0.9300 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\alpha & 0 \end{bmatrix}, \\
B_d &= T_s \cdot \begin{bmatrix} -0.3448.\beta \\ -2.4138.\beta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Böylece sistem durum uzayı parametre belirsizliklerinin (3.2) ilişkisindeki gibi politopik küme içinde kalması sağlanacaktır.

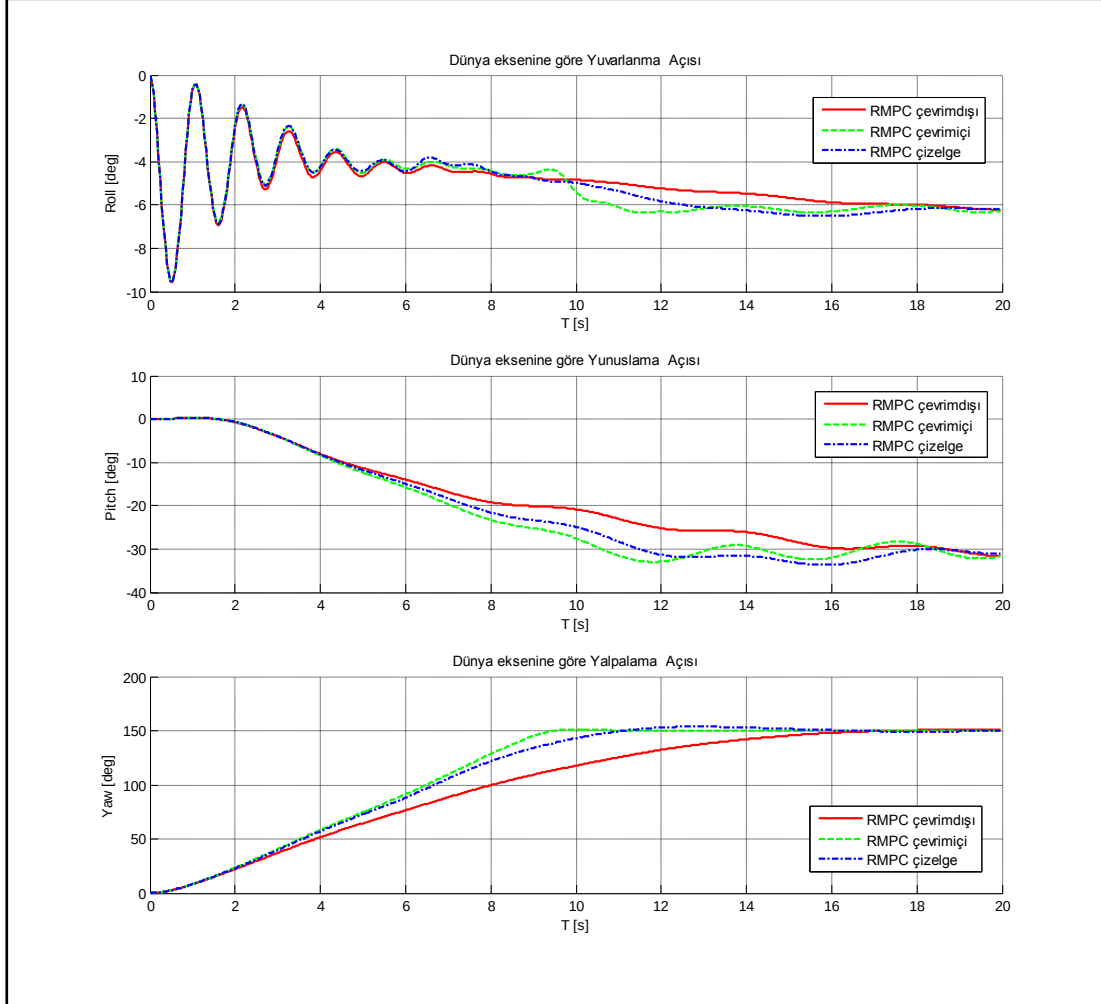
Sualtı aracının yatay düzlemdeki hareketinin kontrolü için dönüş hızının kontrolü yerine daha çok tercih edilen yalpalama dönüş açısının kontrolü yapılacaktır. Sistemin (3.22) ile verilen doğrusal modeli incelenir ise girişi dikey dümen açısı δ_r , çıkışı ise yalpalama açısı ψ olan alt sistem hali hazırda bir entegral alıcı içermektedir. Yani yatay düzlemdeki dönüş açısının kontrolünü sağlayan kontrol işaretinin set noktasındaki değeri $u_s = 0$ 'dır. Sualtı aracı kontrolü için dikey dümen servoları $|u_r(k)| \leq 10$ derece giriş işareti ile sınırlandırılmıştır. Yatay düzlem için başlangıç koşulları $[v(0) \ r(0) \ \psi(0)] = 0$ ve set noktası değerleri $[v_{set} \ r_{set} \ \psi_{set}] = [v(k) \ 0 \ 150\pi/180]$ olarak atanmıştır. Amaç ölçütü (3.5)'de görülen ağırlık matrisleri ise, $Q_1 = [0,0,0; 0,0,0; 0,0,1] \in R^{3 \times 3}$, $R = 0.1 \in R$ olarak seçilmiştir.



Şekil 3.2 : Sualtı aracı ileri yön hızı değişimi - RMPC benzetimi.

Sualtı aracının dikey düzlemdeki hareketinin kontrolü için yunuslama dönüş açısının kontrol edilmesi tercih edilmiştir. Politopik belirsizliğe sahip (3.23) ile verilen model incelenir ise girişi yatay dümen açısı δ_s , çıkışı ise yunuslama açısı θ olan alt sistemin kazancı belirsiz parametre $\alpha = u_0, \beta = u_0^2$ bağlı olduğu için set noktasındaki kontrol işareti u_s değeri belirsizdir. Bu nedenle, bu hareketin kontrolü için önceki kısımlarda verilen entegral etkili RMPC kontrol kuralı kullanılmıştır. Sualtı aracındaki dikey dümen servolarının değişim hızı saniyede $|(u_s(k+1) - u_s(k))/T_s| \leq 2.5$ derece ile sınırlandırılmıştır. Dikey düzlem için başlangıç koşulları $[w(0) \ q(0) \ \theta(0) \ z(0)] = 0$ ve set noktası değerleri

$[w_{set} \ q_{set} \ \theta_{set} \ z_{set}] = [w(k) \ 0 \ -30\pi/180 \ z(k)]$ olarak atanmıştır. Ağırlık matrisleri ise, $R = 0.1 \in R$ ve $Q_1 = [0,0,0,0; 0,0,0,0; 0,0,1,0; 0,0,0,0] \in R^{4 \times 4}$ olarak seçilmiştir.

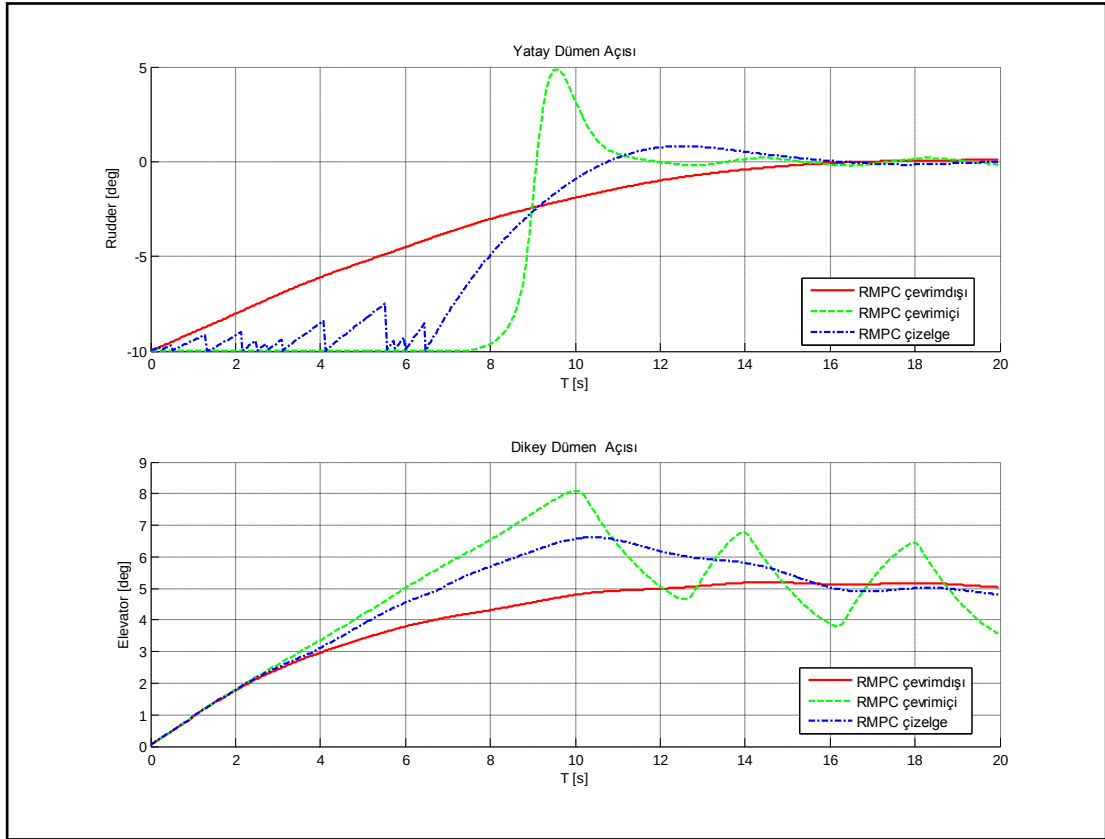


Şekil 3.3 : Sualtı aracının yuvarlanma, yunuslama yalpalama açıları - RMPC benzetimi.

Sualtı aracının ileri yöndeki hızının Şekil 3.2’deki gibi $1 \leq u_0 \leq 1.47$ arasında sinusoidal olarak değişmesini sağlayan itki kuvveti oluşturularak sistemin doğrusal olmayan benzetim modeli oluşturulmuş ve bu model üzerinde, aşağıdaki 3 farklı dayanıklı MPC kontrol kuralı koşturulmuştur.

1. **RMPC çevrimiçi:** Her örnekleme anında elde edilen çözümün kullanılması.
2. **RMPC çevrimdışı:** Olabilirlik kuramı gereği Sadece $t = 0$ anında elde edilen çözümün tüm zaman eksenini boyunca kullanılması.
3. **RMPC çizelge:** Algoritma 2’nin çözümünden elde edilen kazanç-çizelge tabanlı çözümün kullanılması.

Yalpalama açısı set değeri $\psi_{set} = 150$ derece ve yunuslama açısı set değeri $\theta_{set} = -30$ derece için; 3 farklı dayanıklı MPC kuralının, (2.1) denklemi ile verilen doğrusal olmayan benzetim modeli üzerindeki sonuçları Şekil 3.3’de verilmiştir. Beklendiği ve görüldüğü gibi en iyi sonucu RMPC çevrimiçi kontrolcüsü vermiştir. Fakat bu kontrol kuralı, her örneklemede LMI’ların çözülmesini gerektirdiği için yüksek bir hesap yüküne sahiptir ve gerçek bir sistem üzerinde koşturulması zordur. Bunun yanı sıra, yine beklediği gibi sadece bir kere çevrimdışı olarak hesaplanan RMPC kuralı en kötü sonucu vermiştir. Hesap yükü açısından RMPC çevrimdışı kontrol kuralının hesap yüküne çok yakın olan ve performans olarak RMPC çevrimiçi kontrolcüsüne daha yakın sonuç veren RMPC çizelge kontrol kuralı, en iyi fiyat/performans oranına sahiptir. Böylece gerçek bir sistemde, bu çalışmada önerilen RMPC çizelge kontrol kuralını kullanmak en iyi çözüm olacaktır.



Şekil 3.4 : Sualtı aracının dümen açıları (kontrol işaretleri) - RMPC benzetimi.

Benzetimi yapılan üç adet kontrol kuralının da giriş sınırlama şartlarını yerine getirdiği, Şekil 3.4 üzerinden görülmektedir. Kontrol kuralları arasında dikey dümen (rudder) değişim hızı en fazla olan, RMPC çizelge kontrol kuralıdır. İstenildiği takdirde [41] çalışmasında öngörülen algoritma kullanılarak kontrol işaretindeki bu sıçramalar engellenebilir.

4. EULER-LAGRANGE (EL) VE HAMILTONIAN SİSTEMLER

Bu bölümde sualtı aracının enerji tabanlı doğrusal olmayan modeli oluşturularak buna ait Hamiltonian kontrol kuralı tanımlanacaktır.

Oldukça karmaşık yapıya sahip doğrusal olmayan sistemlerin Newton denklemleri ile modellenmesi oldukça zordur. Mekanik, elektronik, robotik sistemlerin modellenmesi dahil bir çok mühendislik karmaşık uygulamalarda matematiksel modeller Euler-Lagrange denklemleri ile kolayca elde edilebilir. Sualtı aracının Euler-Lagrange denklemleri ile modellenmesi sayesinde, bir çok pasif olma temelli kontrol teknikleri sualtı aracının kontrolünde de kullanılabilir. Bu bölümün ilk kısmında, Euler-Lagrange sistemlerine ait temel kavramlar verilecektir. Verilen bu temel kavramlar bu bölümün ikinci kısmında tanıtılacak Hamiltonian sistem modeli ve kontrolü teorisinin çıkarılmasında temel oluşturacaktır.

Bu bölümün ikinci ve üçüncü kısmında enerji tabanlı modelleme tekniklerinden olan Hamiltonian modelleme tekniği anlatılacaktır. Sistem için tanımlanacak Hamiltonian fonksiyonu yani sistemin depo fonksiyonu, sistem için bir Lyapunov fonksiyonu olarak kullanılarak Kapı Kontrollü Hamiltonian sistem modellenmesi yine ikinci kısımda verilecektir. Kapalı çevrim sisteme ait bir Hamiltonian fonksiyonu tanımlanarak, sisteme bu fonksiyonu atayacak enerji ve sönüm atama kuralları yine bu kısımda verilecektir. Elde edilen kapalı çevrim sistemin kararlılık analizi yapılacaktır.

4.1 EL Sistemleri ve Pasif EL Sistemleri

Doğrusal olmayan sistemler için genel bir kontrol kural tasarlamak oldukça zordur. Her doğrusal olmayan sistem tipine özel olarak geliştirilmiş teori, sistem analizi için daha kullanışlı olacaktır. Bu kısımda Euler-Lagrange (EL) sistemlerinin özel bir sınıfı olan pasif Euler-Lagrange sistemler incelenmiştir. Pasif Euler-Lagrange sistemlerin analizi ve Hamiltonian modelleme için matematiksel teori [42], [43], [44], [45] ait kaynaklarından alınmıştır.

4.1.1 Euler-Lagrange eşitlikleri

Dinamik modellerinin Euler-Lagrange eşitlikleri (EL) ile gösterimin avantajı, hangi koordinatların kullanıldığından bağımsız olması ve EL eşitliklerinin değişmez olmasıdır. Ayrıca EL sistemler, mekanik sistemlerin yanı sıra elektrik ve elektromekanik sistemleri gibi bir çok karmaşık sistemlerin modellenmesi için de kullanılabilir.

n ' serbestlik dereceli dinamik bir sistemin Euler-Lagrange denklemleri aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q})\right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = Q \quad (4.1)$$

Burada q genelleştirilmiş koordinatlar, Q dış kuvvetler, $L(q, \dot{q})$ Lagrangian fonksiyonudur. $K(q, \dot{q})$ kinetik enerji, $V(q)$ potansiyel enerji fonksiyonu olmak üzere Lagrangian fonksiyonu

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - V(q) \quad (4.2)$$

ile tanımlanır.

4.1.1.1 EL sistemlerin özellikleri

EL sistemleri için aşağıdaki özellikler verilir.

Tanım 4.1: [[42], A 2.1]

Tüm kinetik enerji fonksiyonları aşağıdaki gibi karesel yapıya sahip olsun.

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (4.3)$$

Burada $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ genelleştirilmiş atalet matrisidir. Burada $M(q) = M^T(q) > 0$, olacak şekilde simetrik ve pozitif matristir.

Tanım 4.2: [[42], Definition 2.1]

(4.1)'de verilen EL eşitliğinin eşdeğer formu

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q})\right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) + \frac{\partial F(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = Gu + Q_\zeta \quad (4.4)$$

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + \frac{\partial F(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = Gu + Q_\zeta, \quad g(q) \equiv \frac{\partial V(q)}{\partial q}$$

eşitliği ile verilebilir. Burada potansiyel enerjinin gradyanı $g(q)$ genellikle yerçekimi kuvvetidir. Burada $R(\dot{q})$ Rayleigh kayıp fonksiyonudur. C Matrisi ise $\dot{q}^T (\dot{M} - 2C(\dot{q}))\dot{q} = 0$ özelliğini sağlar. İspat ve türetmeler [43] kitabında anlatılmıştır.

4.1.1.2 Dış kuvvetler

Üç çeşit dış kuvvet tipi vardır. Bunlar sönümlenme kuvvetleri, kontrol girişi kuvvetleri ve gürültü kuvvetleridir. Kontrol giriş kuvvetleri, G uygun boyutlu sabit matris, u kontrol vektörü olmak Gu ile gösterilir. $R(\dot{q})$ Rayleigh sönümlenme fonksiyonu olmak üzere aşağıdaki özelliği sağlar.

$$\dot{q}^T \frac{\partial R}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \geq 0 \quad (4.5)$$

Böylece dış kuvvetler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Q = \frac{\partial R}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) + Q_\zeta + Gu \quad (4.6)$$

Burada Q_ζ gürültü kuvvetlerini gösterir.

Tanım 4.3: (Tam sürülmüş EL sistemleri) [[42], Definition 2.2]

Eğer sistem derecesi n , kontrol girişi sayısı n_u 'ya eşitse yani $n = n_u$ ise “Tam sürülmüş” denir. Eğer $n_u < n$, ise “Eksik Sürülmüş” denir.

Varsayım 4.4:

Potansiyel enerji fonksiyonu $V(q)$ is radyal olarak sınırsızdır, global olarak pozitif tanımlıdır ve $q = \bar{q}$ de minimumu vardır. $V(q)$ 'nin başka bir kritik noktası olmadığı farz edilmiştir ve $\partial V / \partial q = 0$ yapan $q = \bar{q}$ noktasıdır.

Hatırlatma 4.5: (Karesel Sönümlenme Fonksiyonu) [[42], Remark 2.4]

Birçok durumda Rayleigh sönümlenme fonksiyonu karesel formda aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$F(\dot{q}) \equiv \frac{1}{2} \dot{q}^T D(\dot{q}) \dot{q} \quad (4.7)$$

4.1.2 Doğrusal uzaylar

Bir n boyutlu uzayda enerji ve genlik bilgisini ölçebilmek için, gerçekte değerli fonksiyonlar, ölçülebilir uzayların matematiksel tanımları, normlar, skaler çarpım ifadelerine gerek duyulur.

Tanım 4.6: (L_2 ve L_{2e} uzayları) [[42], Appendix A.2]

$f(t): \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ tüm ölçülebilir gerçekte değerli n boyutlu zamanın fonksiyonunun kümesi $\mathcal{E}$ olsun. L_2 uzayı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$L_2 \equiv \{x \in \mathcal{E}: \|f\|_2^2 \equiv \int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt < \infty\}, \quad (4.8)$$

Burada $\|\cdot\|$ Öklid normudur.

$f(t)$ 'nin tanım kümesi aşağıdaki gibi kısaltılsın.

$$f_T(t) = \begin{cases} f(t) & 0 \leq t < T \\ 0 & t \geq T. \end{cases} \quad (4.9)$$

Bu tanımlı kısaltılmış fonksiyonun bir genişletilmiş L_2 uzayı L_{2e} aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$L_{2e} \equiv \{x \in \mathcal{E}: \|f\|_2^2 \equiv \int_0^T \|f(t)\|^2 dt < \infty, \forall T\}. \quad (4.10)$$

$L_2 \subset L_{2e}$ özelliğine sahip olacaktır. Çünkü L_{2e} , $t \rightarrow \infty$ gidildiğinde L_2 normu sonsuza giden sinyalleri içerir.

Tanım 4.7: (Skaler çarpım) [[42], Appendix A.2]

L_2 ve L_{2e} 'de skaler çarpım aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} \langle u|y \rangle &\equiv \int_0^\infty u(t)^T y(t) dt \\ \langle u|y \rangle_T &\equiv \int_0^T u(t)^T y(t) dt \end{aligned} \quad (4.11)$$

4.1.3 Kayıplı ve kayıpsız olma kavramı

$$\Sigma_t = \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & u \in U \\ y = h(x, u), & y \in Y \end{cases} \quad (4.12)$$

sistemi ele alınsın. Burada $x = (x_1, \dots, x_n) \in X \subset R^n$ yerel koordinatlar, u giriş vektörü, y çıkış vektörü. $s: U^m \times Y^p \rightarrow R$ katkı fonksiyonu ve $R^+ = [0, \infty)$ olsun, [43].

Tanım 4.8:

Tüm $x_0 \in X$, tüm $t_1 \geq t_0$ ve tüm u giriş fonksiyonları için

$$H(x(t_1)) \leq H(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} s(u(t), y(t)) dt \quad (4.13)$$

eşitsizliğini sağlayan ve depo fonksiyonu olarak adlandırılan bir $H(0) = 0$ özelliğinde bir $H: X \rightarrow R^+$ varsa, durum uzayı sistemi Σ_t , katkı fonksiyonu s 'e göre kayıplıdır[43].

Tanım 4.9:

(4.13) tüm x_0 , $t_1 \geq t_0$ ve tüm $u(\cdot)$ kontrol işaretleri için eşitlik biçiminde sağlanıyorsa Σ_t sistemi s 'e göre kayıpsızdır.

Tanım 4.10:

$U = Y = R^m$ olmak üzere, Σ_t durum uzayı sistemine

- $s(u, y) = u^T y$ katkı fonksiyonuna göre kayıplı ise pasiftir.
- $s(u, y) = u^T y - \delta \|u\|^2$ 'ye göre kayıplı yapacak şekilde $\delta > 0$ varsa Σ sistemi kesin giriş pasiftir.
- $s(u, y) = u^T y - \varepsilon \|y\|^2$ 'ye göre kayıplı yapacak şekilde $\varepsilon > 0$ varsa Σ sistemi kesin çıkış pasiftir.
- $s(u, y) = u^T y$ 'ye göre kayıpsız ise enerji korunumludur.

denir, [43].

Pasif bir sistem, ona verilen enerjiden fazlasını depolayamaz yani enerji üretmez.

4.1.4 İç kararlılık

Bu kısımda, iç kararlılığın özelliklerini formüle edecek bazı tanımlar ve özellikleri tanıtılmıştır.

Tanım 4.11: (Affine sistem) [[42], Definition A.8]

Eğer bir sistem aşağıdaki gibi tanımlanabiliyor ise, bu sistem u için iyi konmuştur.

$$\Sigma_a = \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^{n \times n} \\ y = h(x), \end{cases} \quad (4.14)$$

Burada $g(x)$, $n \times n$ boyutlu bir matrisidir.

Tanım 4.12: (Gözlenebilirlik ve Sezilebilirlik) [[42], Definition A.8]

$u = 0$ için (4.14) durum uzayı modeli Σ_a 'yı düşünelim. Σ_a sistemi, tüm $x(0)$ durumları için $y(t) \equiv 0 \Rightarrow x(t) \equiv 0$ denkliğine sahip ise $y(t)$ çıkışından 0 durumu gözlenebilir bir sistem; $y(t) \equiv 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ eşitliğine sahip ise 0 durumu sezilebilir bir sistemdir.

Önerme 4.13: [[43], Theorem 3.2.8],[[42] Proposition A.9]

Σ_a . için aşağıdaki özellikler sağlandığını varsayalım.

1. Kesin çıkış pasif bir sistem.
2. 0 durumu sezilebilir.
3. $H(0) = 0$ ($x = 0$ için depolanan enerji sıfır).
4. $H(x) > 0, \forall x \neq 0$.
5. $H(x)$ radyal olarak sınırlanmamış.

O halde $x \equiv 0$ durumu global asimptotik kararlıdır.

İspat: İyi konulmuş Σ_a durum uzayı modelini ele alalım. Eğer aşağıdaki özellik sağlanıyor ise, $H : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$, depo fonksiyonu sağlanan katkı oranı $s(u, y)$ göre kayıplıdır denir.

$$H(x(t_1)) \leq H(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} s(u(t), y(t)) dt \quad (4.15)$$

Yukarıdaki eşitsizlik $t_1 \rightarrow t_0$ giderken aşağıdaki hali alır.

$$\frac{dH}{dt} \leq s(u(t), y(t)) \quad (4.16)$$

Böylece

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \dot{x} = H_x(x) \dot{x} \leq s(u(t), y(t)) \quad (4.17)$$

$$\frac{dH}{dt} = H_x(x)(f(x) + g(x)u) \leq s(u(t), y(t))$$

$x(0) = x_0$ başlangıç koşulu ile $\dot{x} = f(x)$ 'in bir çözümü $x(t; x_0)$ olsun. Σ kesin çıkış pasif olacak şekilde $\exists \varepsilon > 0$: $s(u, y) = u^T y - \varepsilon \|y\|^2$ özelliğini sağlasın. O halde

$$\frac{dH}{dt} \leq s(u, y) \leq u^T y - \varepsilon \|y\|^2 \quad (4.18)$$

eşitliliği yazılabilir. Σ_a 'nın 0 durumu sezilebilir özelliğinden $u = 0$ 'dır. Böylece (4.17) eşitsizliği aşağıdaki formda olacaktır.

$$\frac{dH}{dt} = H_x(x)f(x) \leq s(0, y) = -\varepsilon \|y\|^2 \leq 0 \quad (4.19)$$

Böylece $\dot{H}(x)$ fonksiyonu katkı oranı ile sınırlanmaktadır. Keyfi bir x_0 için, $x(t; x_0) \in B, \forall t \geq 0$ özelliğinde kompakt bir set bulunabilir. La Salle'nin değişmezlik prensibine göre ([43], Theorem 3.2.3), $x(t; x_0) \dot{x} = f(x)$ için değişmez olan en büyük alt küme $\Omega \subset \{x \in \mathbb{R}^n : \dot{H}(x) = 0\} \cap B$ 'ye yakınsayacaktır.

$x_0 = a \in \Omega$ alarak başlayalım.

$$a \in \Omega \Rightarrow a \in \{x \in \mathbb{R}^n : \dot{H}(x) = 0\} \Rightarrow \dot{H}(x(t; a)) = 0 \quad (4.20)$$

(4.19)'a göre $a \in B \Rightarrow \dot{H}(x) \leq -\varepsilon \|y\|^2 \leq 0$ olacağı açıktır. Böylece $\dot{H}(x) = 0 \Leftrightarrow -\varepsilon \|y\|^2 = 0 \Rightarrow y \equiv 0$ olacaktır. Σ_a , 0 durumu sezilebilir olduğunda $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ olacaktır. Böylece $\forall a \in \Omega$ için $x = 0$ noktası lokal asimptotik kararlıdır.

Eğer $H(x)$ fonksiyonu radyal olarak sınırsız ise $x = 0$ noktası global asimptotik kararlıdır. $\square$

4.1.5 Kararlılık özellikleri

Sürülmemiş, yani $u = 0$ sistemleri için kararlılık özelliklerini incelenecektir.

4.1.5.1 Tam sönümlü sistemler

Önerme 4.14: (Tam Sönümlü Sistemler için Global Asimptotik Kararlılık) [42]

Varsayım 4.4'ü sağlayan $V(q)$ potansiyel enerji fonksiyonu ile EL sistemi tam sönümlü olsun. Böylece $V(q)$, $q = \bar{q}$ 'da tekil denge noktasına sahiptir. $q = \bar{q}$ çözümü de aşağıdaki çözümden elde edilir.

$$\frac{\partial V(q)}{\partial q} = 0 \quad (4.21)$$

Bu şartlar altında, denge noktası global asimptotik karardır.

İspat: EL sistem $u = Q, \zeta = 0$ için aşığıdaki gibi yazılabilir.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \frac{\partial V(q)}{\partial q} + \frac{\partial F(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = 0 \quad (4.22)$$

Denge noktasında $[q, \dot{q}] = [\bar{q}, 0]$ 'da (4.22) eşitliğı aşığıdaki hale gelir.

$$\frac{\partial V(\bar{q})}{\partial q} = 0 \quad (4.23)$$

Tam sönümlü EL sistemler toplam enerji depo fonksiyonun H ile çıkış kesin pasiftir ($u \mapsto \dot{q}$ dönüşümü yapılarak görülebilir). Burada depo fonksiyonu toplam enerjiye denk gelir. Potansiyel enerji alttan sınırlıdır dolayısıyla toplam enerji alttan sınırlıdır ve toplam enerjiyi pozitif tanımlı yapmak için, potansiyel enerji fonksiyona bir sabit eklenebilir. Bunun anlamı potansiyel enerjisi sıfır olduğı varsayılan referans konumun değıştirilmesinden başka bir şey değildir. Global kararlılığı göstermek için EL sisteminin sıfır durum sezilebilir olduğunu göstermek yeterlidir. (4.22) denkleminde $\dot{q} = 0$ alınarak daha güçlü bir özellik olan sıfır durum gözlenebilirliği göstermek mümkündür. Böylece $\partial V(q)/\partial q = 0$ eşitliğı $q = \bar{q}$ 'da çözüme sahiptir.

4.1.5.2 Az sönümlü sistemler

Atalet matrisi $M(q)$ 'nin blok köşegen olması ve kayıp fonksiyonunun uygun biçimde olması durumunda, tek bir denge noktasına sahip bir sistem tam sönümlü olmasa bile global asimptotik kararlı olabilir. Sönümlü ve az sönümlü koordinatlar ayırt etmek için q şöyle ayrıştırılsın.

$$q_c := [0 \ I_{n_c}] q, \quad q_p := [I_{n_p} \ 0] q, \quad (4.24)$$

Burada $(\cdot)_c$ ve $(\cdot)_p$ alt indisleri sırasıyla kontrolör ve sistemi temsil etmektedir.

Önerme 4.15: (Az Sönümlü Sistemler için Global Asimptotik Kararlılık) [[42], Proposition 2.13]

Potansiyel enerji fonksiyonu $V(q)$, Varsayım 4.4'ü sağlar ve aşağıdaki 3 adet şart sağlanır ise; ayrıştırılmış koordinatlar q_c ve q_p ile az sönümlü EL sistemin bir denge noktası $(\dot{q}, q) = (0, \bar{q})$ global asimtotik karardır.

1. Atalet matrisi $\begin{bmatrix} M_p(q_p) & 0 \\ 0 & M_c(q_c) \end{bmatrix}$ şeklinde yazılabilmektedir.
2. $\exists \alpha > 0: \dot{q} \frac{\partial F(q)}{\partial \dot{q}_c} \geq \alpha \|\dot{q}\|^2$
3. Eğer q_c değeri sabit ve $\partial V(q)/\partial q_c = 0$ ise q_p de sabittir.

İspat Önerme 4.14'den, tam sönümlü koordinatlar ile sistem q_c çıkış kesin pasiftir. Tam sönümlenmiş bir eşitlik ve az sönümlenmiş bir eşitlik ile EL eşitlikleri yazılsın.

$$M_c(q_c)\ddot{q} + C(q_c, \dot{q})\dot{q} + \frac{\partial F(\dot{q})}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial V(q)}{\partial q_c} = 0 \quad (4.25)$$

$$M_p(q_p)\ddot{q} + C(q_p, \dot{q})\dot{q} + \frac{\partial V(q)}{\partial q_p} = 0 \quad (4.26)$$

Burada toplam potansiyel enerji $V = V_c(q_c, q_p) + V_p(q_p)$ 'dir

Kararlılığı ispatlamak için Önerme 4.13 'un koşulları doğrulansın. Önerme 4.14'deki gibi en azından çıkış $\dot{q}$ 'ya göre sıfır durum sezilebilirliğini göstermek gerekir. Tanım 4.12'den, $\dot{q} = 0$ yani $q_c = \text{sabit}$ anlamındadır. Bunu (4.25) eşitliğinde yerine koyar ve yukarıda verilen 3. şartı kullanırsak q_p 'nin de sabit olacaktır. Varsayım 4.4 altında, sıfır durum sezilebilirlik özelliğinden $q = \bar{q}$, (4.25)ve (4.26)'nin global ve tekil minimum noktalarıdır.

4.2 Hamiltonian Sistemler

Pasiflik temelli kontrol (PBC, Passivity Based Control), hem Euler-Lagrange ve hem de Kapı kontrollü Hamiltonian (PCH, Port-Controlled Hamiltonian) sistemlerin kararlı kılınması ve konum kontrolü için geliştirilmiş güçlü bir tasarım tekniğidir, [42]. Bazı karmaşık doğrusal olmayan sistemleri Newton Hareket Denklemleri ile modellemek oldukça zordur. Bu yüzden modellemesi daha kolay olan enerji tabanlı modelleme tekniklerine ihtiyaç duyulmaktadır, [11], [12]. PCH ise özellikle elektrik ve mekanik alt sistemlerin birlikte bulunduğu bir çok sistemler için önerilmiş önemli modelleme tekniklerinden biridir. PCH kontrol tekniği ile sisteme ilişkin

Hamiltonian fonksiyonu, sistem için bir Lyapunov fonksiyonu olarak kullanılabilmektedir, [43], [46].

4.2.1 Hamiltonian sistem gösterimi

Durum vektörü $(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n)^T$ biçiminde tanımlanarak, n adet ikinci mertebeden diferansiyel denklemi EL denklemi, $2n$ adet birinci mertebeden denkleme dönüştürülebilir, [43].

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \frac{\partial H(p, q)}{\partial p} \\ \dot{p} &= -\frac{\partial H}{\partial q}(q, p) + \tau\end{aligned}\tag{4.27}$$

Burada

$$p := \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = M(q)\dot{q}, \quad M(q) = M^T(q) > 0$$

$$H := K + V,$$

$$\begin{aligned}H(q, p) &= \frac{1}{2}p^T M^{-1}(q)p + V(q) \\ &= \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q} + V(q)\end{aligned}$$

Sistemde biriken enerjinin sisteme verilen enerjiye eşit olduğu (enerjinin sakınımı) kullanıldığında aşağıdaki ifade kolaylıkla çıkarılabilir, [43].

$$\begin{aligned}\frac{dH}{dt} &= \frac{\partial^T H}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial^T H}{\partial p}\dot{p} \\ &= (\tau - \dot{p})^T \dot{q} + \dot{q}^T \dot{p} \\ &= \dot{q}^T \tau\end{aligned}\tag{4.28}$$

Tanım 4.16:

V 'nin alttan sınırlı yani $V(q) \geq C$ olacak biçimde bir $\exists C > -\infty$ var olsun. Bu durumda durum vektörü $(q, \dot{q})$ olan ve durum vektörü (q, p) olan depo fonksiyonları sırasıyla;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + (V(q) - C), \\ & \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q) p + (V(q) - C) \end{aligned} \quad (4.29)$$

olmak üzere katkı fonksiyonu (supply rate) $\dot{q}^T \tau$ 'e göre kayıpsızdır, [43].

Euler-Lagrange denklemlerine bir enerji tüketim terimi eklenerek

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} = \tau \quad (4.30)$$

genişletilebilir,[43].

Burada $R(\dot{q})$, Rayleigh kayıp fonksiyonu olup,

$$\dot{q}^T \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} \dot{q} \geq 0 \quad (4.31)$$

özelliğindedir.

4.3 Kapı Kontrollü Hamiltonian Sistem, Bağlantı ve Sönüm Atama

Euler-Lagrange denklemlerini temsil eden eklenmiş giriş ve çıkış değişkenleri ile birlikte Hamiltonian sistem gösterilişini düşünelim, [43].

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{\partial H(p, q)}{\partial p}, \quad \dot{p} = - \frac{\partial H}{\partial q}(q, p) + G(q)u \\ y &= G^T(q) \frac{\partial H}{\partial p}(q, p) = G^T(q) \dot{q} \\ q &= (q_1, \dots, q_n)^T, p = (p_1, \dots, p_n)^T, u = (u_1, \dots, u_n)^T \end{aligned} \quad (4.32)$$

Tüm yörüngeleri boyunca Hamiltonian fonksiyonu,

$$H(q(t_1), p(t_1)) = H(q(t_0), p(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} u^T(t) y(t) dt \quad (4.33)$$

ve zamana göre değişimi,

$$\frac{dH}{dt}(q(t), p(t)) = u^T(t)y(t) \quad (4.34)$$

ilişkilerini sağlanmaktadır. Bu ilişkiler enerjinin sakınımı özelliğini göstermektedir, [43].

Yukarıda yapılanlar ışığında, standart koordinatlarda verilen Hamiltonian sistemin matrissel formda gösterimi,

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \nabla_q H(q, p) \\ \nabla_p H(q, p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G(q) \end{bmatrix} u \quad (4.35)$$

$$y(t) = G^T(q) \nabla_p H(q, p)$$

biçiminde yazılabilir. Burada $(q, p) \in X \subset \mathbb{R}^{2n}$ $2n$ boyutlu genelleştirilmiş kordinat ve moment, $y \in \mathbb{R}^m$ sistem çıkışı, $u \in \mathbb{R}^m$ kontrol girişi, $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ giriş matrisi and J ise skew-simetrik özelliğine sahip aşağıdaki gibi bir matristir.

$$J = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$\nabla_{(.)} H$ notasyonu $H(q, p)$ skaler fonksiyonun $(.)$ 'e göre gradyant vektörünü göstermektedir. Böylece $H, \mathbb{R}^{2n} \rightarrow \mathbb{R}$ sistemin Hamiltonian fonksiyonu ve sistemin toplam enerji fonksiyonudur.

$$H(q, p) = K(q, p) + V(q) = \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q) p + V(q) \quad (4.37)$$

Burada $V(q)$ ve $K(q, p)$ sırasıyla potansiyel ve kinetik enerjidir. $M(q) = M(q)^T > 0$ özelliğinde genelleştirilmiş atalet matrisidir. Eğer sistemin atalet matrisi genelleştirilmiş kordinatlardan bağımsız ise ($M(q) = M \in \mathbb{R}^{n \times n}$) bu sisteme “Ayrılabilir Hamiltonian Sistem” denir. Eğer sistemin giriş sayısı, genelleştirilmiş konum vektörünün boyutuna eşit ve $rank G(q) = n$ ise bu sisteme “Tam Sürülmüş Sistem” adı verilir ($m = n$). Aksi durumda, sisteme “Eksik Sürülmüş Sistem” adı verilir ($m < n$).

4.3.1 İstenilen hedef dinamiği

Hamiltonian sistemlerin kararlılık problemini çözmek için IDA-PBC (Interconnection and Damping Assignment – Passivity Based Control) metodu, [42]'de sunulmuştur.

IDA-PBC metodu için iki ana yol izlenecektir;

1. *Enerji Şekillendirme*, kapalı çevrimli sistemin toplam enerjisinin istenen denge noktası $(q^*, 0)$ 'da minimumu olacak şekilde atanması işlemidir.
2. *Sönüm Atama (damping injection)*, istenen denge noktasının asimptotik kararlılığını sağlama işlemidir.

İstenilen enerji fonksiyonu için (kapalı çevrim enerji fonksiyonu) aşağıdaki formda olması istenmiştir.

$$H_d(q, p) = K_d(q, p) + V_d(q) = \frac{1}{2} p^T M_d^{-1}(q) p + V_d(q) \quad (4.38)$$

Burada $M_d = M_d^T > 0$ özelliğinde V_d ise kapalı çevrim potansiyel enerji fonksiyonudur. V_d , $(q^*, 0)$ kordinatında bir izole minumuma sahiptir,

$$q_* = \arg \min V_d(q) \quad (4.39)$$

Kontrol girişi iki parçadan oluşmaktadır,

$$u = u_{es}(q, p) + u_{di}(q, p) \quad (4.40)$$

Burada $u_{es}(q, p)$ enerji şekillendirme amaçlı, $u_{di}(q, p)$ ise sönüm ekleme amaçlı kullanılır. İstenen PCH (Port Controlled Hamiltonian) sistemin modeli aşağıdaki gibi alınır.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} &= (J_d - R_d) \begin{bmatrix} \nabla_q H_d \\ \nabla_p H_d \end{bmatrix} \\ J_d &= \begin{bmatrix} 0 & M^{-1} M_d \\ -M_d M^{-1} & J_2 \end{bmatrix} \quad R_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & G K_v G^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Son iki terim sırasıyla bağlantı ve sönüm yapısına karşı düşmektedir.

(4.35) ve (4.37)'den faydalanarak $\dot{q} = M^{-1}p$ olduğu gösterilir. Bu uyarılmamış bir koordinat olduğu için kapalı çevrimde de bu ilişki değişmez. (4.38) ve (4.41)'da gibi belirlenen kapalı çevrim sistemin J_d matrisinin 1. satır, 2. sütunu belirlenmesini sağlar.

Sisteme ek bir sönümlleme eklemek için kapalı çevrim sisteme R_d matrisi eklenmiştir. Bu pasif çıkış değeri $G^T \nabla_p H_d$ 'den negatif bir geri besleme alınarak yapılır. Böylece (4.40)'nın ikinci terimi aşağıdaki gibi seçilir.

$$u_{di} = -K_v G^T \nabla_p H_d \quad (4.42)$$

4.3.2 Kararlılık

Kapalı çevrimin kararlılığını göstermek için aşağıdaki önerme verilecektir.

Önerme 4.17: [[46] Proposition 1]

(4.38) ve (4.39) ile (4.40) sisteminin $(q_*, 0)$ kararlı bir denge noktası olsun. Bu denge noktasının kararlı olabilmesi için $G^T(q) \nabla_p H_d(q, p)$ çıkışından sezilebilir olması gerekir. İlgilenilen alanın bir tahmin kümesi, $\Omega_c \triangleq \{(q, p) \in \mathbb{R}^{2n} | H_d(q, p) < c\}$ ile tanımlı $\Omega_{\bar{c}}$ kümesidir ve

$$\bar{c} \triangleq \sup \{c > H_d(q_*, 0) | \Omega_c \text{ sınırlıdır}\} \quad (4.43)$$

ile gösterilir.

İspat:

(4.38) ve (4.39) eşitliklerinden $(q_*, 0)$ denge noktasında civarında H_d pozitif tanımlıdır. (4.39) eşitliğinde verilen potansiyel enerji Tanım 4.16 ile verildiği gibi sabit bir değer eklenerek sürekli pozitif yapılabilir. Yani potansiyel enerjinin alttan sınırlı olması yeterlidir. (4.41) sistemin Hamiltion fonksiyonunun zamana göre türevini alınsın.

$$\begin{aligned} \dot{H}_d &= (\nabla_q H_d)^T \dot{q} + (\nabla_p H_d)^T \dot{p} \\ &= -(\nabla_p H_d)^T G K_v G^T \nabla_p H_d \\ &\leq -\lambda_{\min}\{K_v\} |(\nabla_p H_d)^T G|^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (4.44)$$

Burada, J_d skew-simetrik ve K_v ise pozitif tanımlıdır. Böylece $(q_*, 0)$ noktası kararlı bir denge noktasıdır. H_d , onun alt seviye kümesi $\Omega_{\bar{c}}$ üzerinde uygun olduğu için, $\Omega_{\bar{c}}$ kümesinden başlayan tüm yörüngeler sınırlıdır. Sezilebilirlik varsayımı altında asimptotik kararlılık Barbashin-Krasovskii teoremi ve [47] kaynağındaki Th. 3.2 ispatında kullanılan argümanlar kullanılarak yapılabilir. Böylece $\Omega_{\bar{c}}$, H_d 'nin sınırlanmış değişmez kümelerin en büyüğüdür.

4.3.3 Enerji şekillendirme

Enerji şekillendirme terimi u_{es} elde etmek için, (4.35)'deki kontrolör yerine $u_{es}(t)$ koyularak kapalı çevrim denklemleri (4.41)'de yerine koyulur ise

$$\begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G(q) \end{bmatrix} u_{es} = \begin{bmatrix} 0 & M^{-1}M_d \\ -M_d M^{-1} & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H_d \\ \nabla_p H_d \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

elde edilir. Daha önce anlatılan eşitliğin ilk satırı sağlandığında, ikinci satır eşitlik aşağıdaki gibi gösterilir.

$$G u_{es} = \nabla_q H - M_d M^{-1} \nabla_q H_d + J_2 M_d^{-1} p \quad (4.46)$$

G 'nin tersi alınabilirse, yani sistem tam sürülmüş ise, kontrol işareti değerini herhangi bir verilen H_d ve J_2 için kontrol işareti değeri u_{es} tek olarak bulunabilir. Eğer Hamiltonian sistem eksik sürülmüş ise u_{es} kontrol işareti sadece G 'nin görüntü uzayı boyunca etkili olabilir. Bu yüzden enerji H_d ve yeni bağlantı matrisi J_2 'nin uygun seçimi sağlanarak u_{es} kontrol işareti hesaplanabilir. H_d ve J_2 'nin seçimindeki kısıt ise u_{es} seçiminden bağımsız olarak (4.47) ile verilir.

$$G^\perp \{ \nabla_q H - M_d M^{-1} \nabla_q H_d + J_2 M_d^{-1} p \} = 0 \quad (4.47)$$

Burada $G^\perp$, G 'nin tam ranklı sol yok edicisidir. Yani $G^\perp G = 0$ 'dır. H_d fonksiyonu (4.37) ile verilen (4.47) eşitliği, p moment (kordinatan bağımsız) ve M_d , V_d , J_2 serbest parametre bilinmeyenleri ile doğrusal olmayan Kısmi Türevli Diferansiyel Denklemler (Partial Differential Equation - PDE) biçimindedir. Eğer bu PDE için bir çözüm elde edilebiliyor ise, kontrol kuralı aşağıdaki gibi bulunacaktır.

$$u_{es} = (G^T G)^{-1} G^T (\nabla_q H - M_d M^{-1} \nabla_q H_d + J_2 M_d^{-1} p) \quad (4.48)$$

Doğal olarak (4.48) ifadesi p 'ye bağlı terimler ve p 'ye bağlı olmayan terimler olarak ikiye ayrılabilir. Bu da potansiyel ve kinetik enerji eşitliklerin birbirinden ayrılması anlamına gelir. Böylece (4.48) ifadesi sırasıyla kinetik ve potansiyel enerji eşleme kuralı olarak aşağıdaki eşitlikler ile gösterilebilir.

$$G^\perp \{ \nabla_q (p^T M^{-1} p) - M_d M^{-1} \nabla_q (p^T M_d^{-1} p) + 2J_2 M_d^{-1} p \} = 0 \quad (4.49)$$

$$G^\perp \{ \nabla_q V - M_d M^{-1} \nabla_q V_d \} = 0. \quad (4.50)$$

Method 4.18: [46] (M_d, V_d, J_2 değerlerinin belirlenmesi)

Kapalı çevrim atalet matrisi M_d 'nin bilinmeyen değerleri için (4.49) ile verilen kinetik enerji eşleme kuralına ait PDE'leri çözümlenmelidir. Aşağıda verilen türetmeler yapılarak (4.49) ait PDE, daha açık formda ifade edilecektir. Tüm $p \in \mathbb{R}^n$ için $M_*^T = M_* \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tam bir simetrik matris olmak üzere $\nabla_q(p^T M_*(q)p) = [\nabla_q(M_*(q)p)]^T p$ olacak ve (4.49) ifadesi aşağıdaki gibi tekrar yazılabilecektir.

$$G^\perp \{ [[\nabla_q(M_d^{-1}p)]^T - M_d M_d^{-1} [\nabla_q(M_d^{-1}p)]^T + 2J_2 M_d^{-1}] p \} = 0 \quad (4.51)$$

$\nabla_q(M_*(q)p)$ ifadesini aşağıdaki gibi yazalım,

$$\nabla_q(M_*(q)p) = \sum_{k=1}^n \nabla_q(M_{*(\cdot, k)}) p_k \quad (4.52)$$

Burada $M_{*(\cdot, k)}$ ifadesi, $M_*^T = M_* \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrisinin, k . sütun vektörünü göstermektedir. Skew-Simetrik J_2 matrisini, $U_k(q) = -U_k^T(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrisi cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilsin.

$$2J_2 = \sum_{k=1}^n U_k p_k \quad (4.53)$$

Bu halde, (4.52), (4.53) ifadesi (4.51) eşitliğinde yerine koyulur ise (4.54) ile gösterilebilecek, sadece bağımsız değişken q 'ye bağlı olan, n adet PDE elde edilir.

$$G^\perp \{ [\nabla_q(M_d^{-1}p)]^T - M_d M_d^{-1} [\nabla_q(M_d^{-1}p)]^T + U_k M_d^{-1} \} = 0 \quad (4.54)$$

Burada U_k özelliğinde kontrolü tasarlayanın seçtiği bir matristir.

Serbest parametre U_k 'nın seçimindeki önemli bir husus, kapalı çevrim atalet matrisi M_d 'yi simetrik ve pozitif yaparak ($M_d^T = M_d > 0$) (4.54) çözümüne bağlı kalmasıdır. Daha sonra elde edilen M_d bir doğrusal PDE ifadesi olan (4.50)'de yerine koyularak, (4.39) şartını sağlayan bir kapalı çevrim potansiyel enerji fonksiyonu bulunmaya çalışılır. Bulunamıyor ise başka bir U_k 'lar seçilebilir.

Her ne kadar, doğrusal olmayan (4.49) PDE (daha açık bir gösterim ile (4.54)) ve doğrusal (4.50) PDE ifadelerinin çözümü zor olsa da kapalı çevrim bağlantı matrisi J_2 (eşdeğer olarak, U_k) 'nin serbest olarak seçimi ile bu işlem kolaylaştırılabilir.

Eğer sadece potansiyel enerji değiştirilmek isteniyor ise yani $M_d = M$ ve $J_2 = 0$ alınarak (4.39) şartı ile (4.50) eşitliğini sağlayacak

$$u_{es} = (G^T G)^{-1} G^T (\nabla_q V - \nabla_q V_d) \quad (4.55)$$

kontrol kuralı hesaplanabilir.

Bazı Hamiltonian sistemlerde (Ayrıştırılabilir Hamiltonian Sistemler) $M(q) = M$ özelliğinde olup genelleştirilmiş koordinatlardan bağımsızdır. Kapalı çevrim atalet matrisi $M_d(q) = M_d$ şeklinde genelleştirilmiş koordinatlardan bağımsız seçilir ise (4.49) ifadesi $J_2 = 0$ seçilerek sağlanır. Böylece sadece potansiyel enerji eşleme kuralı (4.50) sağlayacak ($M_d^T = M_d$) özelliğinde (4.39) şartını sağlayacak bir kapalı çevrim potansiyel enerji fonksiyonu V_d bulunabilir.

4.3.4 Sönüm atama

Sönüm terimi u_{di} elde etmek için, bir önceki bölümde enerji şekillendirecek kontrolör bulunması kabulü altında, (4.35) eşitliğindeki kontrolör yerine $u_{di}(t)$ koyularak kapalı çevrim denklemleri (4.41) ifadesinde yerine koyulur ise

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -D(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G(q) \end{bmatrix} u_{di} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -R_d(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H_d \\ \nabla_p H_d \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$-D(q)\nabla_p H + G(q)u_{di} = -R_d(q)\nabla_p H_d$$

elde edilir. Özel olarak $K_v(q) > 0$ için $R_d(q)$ aşağıdaki gibi seçilsin.

$$R_d(q) = G(q)K_v(q)G(q)^T + D(q)M^{-1}M_d \quad (4.57)$$

Bu durumda u_{di} kontrol kuralı elde etmeye çalışalım. (4.57) ifadesi (4.56) ifadesinde yerine koyularak,

$$\begin{aligned} -D(q)\nabla_p H + G(q)u_{di} &= -G(q)K_v(q)G(q)^T \nabla_p H_d - D(q)M^{-1}M_d \nabla_p H_d \\ -D(q)\nabla_p H + G(q)u_{di} &= -G(q)K_v(q)G(q)^T \nabla_p H_d - D(q)\nabla_p H \end{aligned} \quad (4.58)$$

ve gerekli sadeleştirmeler yapılarak,

$$u_{di} = -K_v(q)G(q)^T \nabla_p H_d \quad (4.59)$$

elde edilir.

Kararlılık analiz yapılsın.

$$\begin{aligned}\dot{H} &= (\nabla_q H_d)^T \dot{q} + (\nabla_p H_d)^T \dot{p} \\ &= -(\nabla_p H_d)^T R_d \nabla_p H_d\end{aligned}\tag{4.60}$$

Denge noktasının kararlı olabilmesi için (4.57) eşitliğindeki $R(q) > 0, \forall q \neq 0$ ifadesinin kesin pozitif olması gereklidir. Yani $G^T(q) \nabla_p H_d(q, p)$ çıkışından sezilebilir ise (4.57) eşitliği gereği $R(q) > 0, \forall q \neq 0$ yapacak bir $K_v(q) > 0$ değeri bulunabilir.

5. OTONOM SUALTI ARACININ HAMILTONIAN KONTROLÜ

Bu bölümde ise sualtı aracı için doğrusal olmayan kontrol kuralı türetilmeye çalışılmıştır. Tasarlanacak kontrol kuralını basitleştirmek amacıyla sualtı aracı modeli düzlemlere ayrılmıştır. Kontrolü nispeten daha zor olan dikey düzlem hareketi için eksik sürülmüş 3-Serbestlik Dereceli (3-DOF) sualtı aracı modeli elde edilmiştir. Bağlantı ve sönüm atama tabanlı pasif olma temelli kontrol işlemlerini daha iyi anlatabilmek amacıyla, elde edilen model, ileri yön hızının sabit olma durumu için 2-Serbestlik Derecesine (3-DOF) düşürülmüştür. Sualtı aracı hareketinin dikey düzlem kontrolünde yunuslama açısı kontrol edilmiştir. Sürekli hareket eden sualtı aracı için genelleştirilmiş koordinatlardan bazıları bir konumdan ziyade bir hız değerinde sabit tutulmaya çalışılır. Bu yüzden doğrudan geleneksel IDA-PBC temelli kontrol yöntemi kullanılamayacaktır. Sualtı aracı sistemi için IDA-PBC kuralına benzer yapıda hata dinamiği üzerinden özgün enerji ve sönüm atama eşleme koşulları bu tez çalışmasında türetilmiştir. Türetilen tanımlamaların asimptotik kararlılığı garanti ettiği gösterilmiştir. Son olarak da benzetim çalışmasına yer verilerek sonuçlar ortaya konulmuştur. Bu bölümde yapılan çalışmalar, [48] yayını ile sunulmuştur.

5.1 Sualtı Aracının Newton ve Hamiltonian Modeli

Şekil 2.1 ile hareket düzlemi tanımlanan otonom sualtı aracının 6 Serbestlik Dereceli (6-DOF) hareketine ilişkin doğrusal olmayan modelinin Newton denklemlerinin

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + G(\eta) = \tau, \quad \dot{\eta} = J(\eta)v \quad (5.1)$$

olduğu daha önceki bölümlerde verilmişti. Tüm bu modeller oluşturulurken sonsuz uzunluktaki akışın girdapsız, sıkıştırılamaz ve homojen olduğu varsayılmıştır,[28].

Bir sualtı aracı yer değiştirdiğinde oluşacak atalet matrisi, katı cisim atalet matrisi ve yer değiştirirken yer değiştiren suyun (ek kütle) atalet matrisi toplamına eşittir. Aynı şekilde Coriolis ve merkezkaç kuvvetlerine ilişkin matris de katı cisim ve ek kütle terimlerinin toplamına eşittir.

$$M = M_{rbt} + M_a, \quad C = C_{rbt} + C_a \quad (5.2)$$

Özellik 5.1: [[49] , Property 1.]

Sualtı aracının atalet matrisi M simetrik ve pozitif tanımlıdır.

$$M = M^T > 0 \quad (5.3)$$

Özellik 5.2: [[49], Property 2]

Sualtı aracında $C(\dot{q}_h)$ matrisi,

$$C(\dot{q}_h) = -C^T(\dot{q}_h) \quad (5.4)$$

skew-simetrik özelliğini sağlayacak şekilde her zaman parametrelendirilebilir. Skew simetri özelliği rank eksikliğini gösterir. Skew-simetrik matris $C(\dot{q})$ tek bir şekilde ifade edilemez.

Özellik 5.3: [[49] , Property 3]

Sualtı aracı için tasarlanmış herhangi bir $C(\dot{q}_h)$ matrisi $\dot{q}_h^T (\dot{M} - 2C(\dot{q}_h)) \dot{q}_h = 0, \forall \dot{q}$ özelliğini her zaman sağlar.

(5.1) sistemi için atalet matrisi $\dot{M} = 0$ olacağı için,

$$\dot{q}_h^T C(\dot{q}) \dot{q}_h = 0 \quad (5.5)$$

olacaktır.

Özellik 5.4: [[49], Property 4]

Sönümleme kuvvet vektörü $D(\dot{q}_h)\dot{q}_h$, $R(\dot{q}_h)$ Rayleigh sönümleme fonksiyonun $\dot{q}_h$ ye kısmi diferansiyeline eşittir.

$$D(\dot{q}_h)\dot{q}_h = -\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_h}$$

(5.1) ile tanımlan sistemdeki enerjinin kayıp oranı pozitif tanımlı $\dot{q}_h^T D(\dot{q}_h)\dot{q}_h \geq 0$ ile verilir. $D(\dot{q}_h)$ kayıplı sönümle matrisi, $D(\dot{q}_h) \geq 0$ yarı pozitif tanımlıdır.

$$\dot{q}_h^T D(\dot{q}_h)\dot{q}_h \geq 0 \leftrightarrow D(\dot{q}_h) \geq 0 \quad (5.6)$$

Özellik 5.5: [Sualtı aracının Hamiltonian gösterimi]

Sualtı aracı için sistemin Hamiltonian fonksiyonu kinetik enerji $K(\dot{q})$ ve potansiyel enerji $V(q)$ toplamı şeklinde yazılabilir.

$$H(q_h, \dot{q}_h) = K(\dot{q}_h) + V(q_h) \quad (5.7)$$

Sualtı aracı için kinetik enerji fonksiyonu,

$$K(\dot{q}_h) = \frac{1}{2} \dot{q}_h^T M \dot{q}_h \quad (5.8)$$

ve sualtı aracında potansiyel enerjiye neden olan kuvvetler kaldırma ve yerçekimi kuvvet ile moment vektörleridir. Bu vektörler potansiyel enerjinin gradyanı ile ifade edilir.

$$g(q_h) = \nabla_{q_h} V(q_h) = \frac{\partial V(q_h)}{\partial q_h} \quad (5.9)$$

İfadelerde basitlik sağlamak amacıyla, sualtı aracı için potansiyel enerji fonksiyonu genelleştirilmiş koordinat q_h ile ifade edilmiştir. Gerçekte 6 Serbestlik Dereceli (5.1) sistemi için tüm Hamiltonian sistem $J(n)$ Euler dönüşümü ile sabit dünya eksenine göre tekrar yazılmalıdır.

(5.1) sistemi için Hamiltonian sistem gösterimi

$$\begin{aligned} \dot{q}_h &= \frac{\partial H}{\partial p_h}, \quad \dot{p}_h = M^{-1} p_h \\ \dot{p}_h &= -\frac{\partial H}{\partial q_h} + \tau - D(\dot{q}) \frac{\partial H}{\partial p_h} - C(\dot{q}) \frac{\partial H}{\partial p_h} \end{aligned} \quad (5.10)$$

olacaktır. En son eşitliği matrisel formda ifade edersek

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{q}_h \\ \dot{p}_h \end{bmatrix} &= (J - R) \begin{bmatrix} \nabla_{q_h} H(q_h, p_h) \\ \nabla_{p_h} H(q_h, p_h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \\ J &= \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & -C(\dot{q}_h) \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -D(\dot{q}_h) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

olarak gösterilir.

Özellik 5.6: [Sualtı aracında Pasiflik kavramı]

Sualtı aracında potansiyel enerji fonksiyonu $V(q)$ alttan sınırlı olsun. Sistemin depo fonksiyonu $H(q_h, \dot{q}_h) = K(\dot{q}_h) + V(q_h)$ ile verilebilir. Depo fonksiyonun zamana göre türevi alınır ise

$$\begin{aligned}\dot{H} &= (\nabla_{q_h} H)^T \dot{q}_h + (\nabla_{p_h} H)^T \dot{p}_h \\ &= \dot{q}_h^T \tau - \dot{q}_h^T D(\dot{q}_h) \dot{q}_h - \dot{q}_h^T C(\dot{q}_h) \dot{q}_h \\ &= \dot{q}_h^T \tau - \dot{q}_h^T D(\dot{q}_h) \dot{q}_h\end{aligned}\tag{5.12}$$

olacaktır. $\dot{q}_h^T D(\dot{q}_h) \dot{q}_h > 0$ olduğu için (5.1) eşitliği tanımlanmış sualtı aracı, τ ve $\dot{q}_h$ arasında $\tau \rightarrow \dot{q}_h$ ile gösterilecek pasif bir sistem tanımlar. (5.1) ile verilen sualtı aracı modeli Tanım 4.10: gereği kesin çıkış pasif bir sistemdir.

Özellik 5.7: [[49], Property 6]

(5.1) ile verilen sualtı aracı modelinde τ itki vektörü doğrusal olmayan bir fonksiyondur. Bu itki kuvveti $\tau = b(u, \dot{q}_h)$ şeklinde genelleştirilmiş hız ve kontrol girişi cinsinden elde edilir.

Sualtı aracının itki modelini basitleştirerek,

$$\tau = G(\dot{q}_h)u\tag{5.13}$$

şeklinde alınsın. (5.13) ifadesini (5.11) eşitliğinde yerine koyarak sualtı aracının Kapı Kontrollü Hamiltonian Modeli (5.14) ile ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{q}_h \\ \dot{p}_h \end{bmatrix} &= (J - R) \begin{bmatrix} \nabla_{q_h} H(q_h, p_h) \\ \nabla_{p_h} H(q_h, p_h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G(\dot{q}_h) \end{bmatrix} u \\ y(t) &= G^T(\dot{q}_h) \nabla_{p_h} H(q_h, p_h)\end{aligned}\tag{5.14}$$

5.2 Sualtı Aracı Modelinin Düzlemlere Ayırıştırılması

Oldukça karmaşık, 6 Serbestlik Dereceli doğrusal olmayan modele sahip sualtı aracına ait doğrusal olmayan kontrolcü tasarlamak oldukça zor bir süreçtir. Torpido şeklindeki bir sualtı aracı, hem x - z hem de x - y ekseninde simetrik olduğu için yunuslama eksenı boyunca olan dalma-çıkma düzlemi ve yalpalama eksenı boyunca olan yönlenme düzlemi boyunca hareketleri birbirinden ayrı düşünülebilir. Bu bölümde REMUS 100 tipi sualtı aracının dinamik modeli ele alınmıştır. REMUS 100

için yarı deneysel metotlar kullanarak önceki bölümlerde hidrodinamik türevler hesaplanmış ve doğrusal olmayan 6 serbestlik dereceli (5.1) modeli daha önceden elde edilmişti.

5.2.1 Dikey düzlemde hareket modeli

Sistemin dikey düzlemdeki hareket modelini tasarlama işlemi sırasında, yatay düzlemdeki harekete ve yuvarlanma hareketine ilişkin durum değişkenleri, $v = p = r = \phi = 0$ varsayılır. Ayrıca sualtı aracının dikey düzlem modelini basitleştirmek için düşük değere sahip olan ikinci ve üstü dereceden Taylor serisi katsayıları 0 alınmıştır, örneğin $\bar{Z}_{qww}$ gibi. Sualtı aracının, dikey düzlemdeki hareketine ilişkin dinamiklerin doğrusal olmayan 3-Serbestlik Dereceli modeli (5.1) eşitliğine benzer bir şekilde

$$\begin{aligned} M_{vert} \ddot{q}_h + C_{vert}(\dot{q}_h) \dot{q}_h + D_{vert}(\dot{q}_h) \dot{q}_h + g_{vert}(q_h) &= \tau_{vert}(\dot{q}_h) \\ \dot{q}_h &= [u \quad w \quad q]^T, \quad q_h = [z_u \quad z_w \quad \theta]^T, \\ C_{vert}(\dot{q}_h) &= C r b_{vert}(\dot{q}_h) + C a_{vert}(\dot{q}_h) \end{aligned} \quad (5.15)$$

elde edilir. Sırasıyla M eylemsizlik ve eklenmiş eylemsizlik kütlesi, C Coriolis ve merkez kaç kuvvetlerine ilişkin matris, D hidrodinamik sönümlleme matrisi, g yerçekimi ve kaldırma kuvveti, τ ise gövde eksenini boyunca sisteme uygulanan kontrol giriş vektörü, $\dot{q}_h$ genelleştirilmiş hız, q_h genelleştirilmiş koordinatlardır.

$$\begin{aligned} M_{vert} &= \begin{bmatrix} m - \bar{X}_{\dot{u}} & -\bar{X}_{\dot{w}} & m z_G - \bar{X}_{\dot{q}} \\ -\bar{X}_{\dot{w}} & m - \bar{Z}_{\dot{w}} & -(m x_G + \bar{Z}_{\dot{q}}) \\ m z_G - \bar{X}_{\dot{q}} & -(m x_G + \bar{Z}_{\dot{q}}) & I_{yy} - \bar{M}_{\dot{q}} \end{bmatrix} \\ C r b_{vert}(\dot{q}_h) &= \begin{bmatrix} 0 & m q & -m x_G q \\ -m q & 0 & -m z_G q \\ m x_G q & m z_G q & 0 \end{bmatrix}, \\ C a_{vert}(\dot{q}_h) &= \begin{bmatrix} 0 & -\bar{Z}_{uqa} q & \bar{M}_{uwa} w + \bar{M}_{uqa} q \\ \bar{Z}_{uqa} q & 0 & 0 \\ -\bar{M}_{uwa} w - \bar{M}_{uqa} q & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D_{vert}(\dot{q}_h) &= \begin{bmatrix} -\bar{X}_{uu} u & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{Z}_{uw} u & -\bar{Z}_{uq} u \\ 0 & -\bar{M}_{uw} u & -\bar{M}_{uq} u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Burada

$$\begin{aligned}\tau_{vert}(\dot{q}_h) &= [\tau_0 \quad -\bar{Z}_{\delta e} u^2 \delta e \quad -\bar{M}_{\delta e} u^2 \delta e]^T, \\ g_{vert}(q_h) &= [(W-B) \sin(\theta) \quad -(W-B) \cos(\theta) \quad x_G W \cos(\theta) + z_G W \sin(\theta)]\end{aligned}\quad (5.17)$$

Sualtı aracının kütlesi m , ağırlığı W , kaldırma kuvveti B , Şekil 2.1 ile gösterilen x, z eksenlere göre ağırlık merkezinin yüzerlik merkezine göre koordinatı ise x_G, z_G ifade edilmiştir. $\bar{Z}, \bar{M}$ sırasıyla aşağıya öteleme ve yunuslama hareketi için birimsiz hale getirilmiş hidrodinamik türevlerdir. u, w, q, θ durum değişkenleri Şekil 2.1 üzerinde gösterilmiştir.

5.2.2 Bağlantı ve sönüm atama ile pasif tabanlı kontrol

Kapı Kontrollü Hamiltonian (*PCH*) modeli çıkarılan sualtı aracının, kapalı çevrimdeki *PCH* modeli (4.34) gibi olması için aşağıdaki eşleşme koşulu sağlanmalıdır.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_h \\ \dot{p}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{q_h} H \\ \nabla_{p_h} H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} u = \begin{bmatrix} 0 & M^{-1}M_d \\ -M_d M^{-1} & J_2 - D_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{q_h} H_d \\ \nabla_{p_h} H_d \end{bmatrix}\quad (5.18)$$

Burada $\nabla_{q_h}, \nabla_{p_h}$ sırasıyla q_h, p_h göre gradyen ifadesidir. H ve H_d sırasıyla açık ve kapalı çevrim Hamiltonian fonksiyonlarıdır ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{aligned}H(q_h, p_h) &= \frac{1}{2} p_h^T M^{-1} p_h + V(q_h), \\ H_d(q_h, p_h) &= \frac{1}{2} p_h^T M_d^{-1} p_h + V_d(q_h)\end{aligned}\quad (5.19)$$

Daha önceki bölümlerde verildiği üzere, Enerji Şekillendirme ve Sönüm Atama için eşleme koşulları yazılır ise,

$$\{\nabla_{q_h} H - M_d M^{-1} \nabla_{q_h} H_d + J_2 M_d^{-1} p\} = G u_{es}\quad (5.20)$$

$$\{D \nabla_{p_h} H - D_d \nabla_{p_h} H_d\} = G u_{di}\quad (5.21)$$

elde edilir. Sualtı aracı için $M(q) = M$ özelliğinde olup genelleştirilmiş koordinatlardan bağımsızdır. Yine kapalı çevrim atalet matrisi $M_d(q) = M_d$ şeklinde genelleştirilmiş koordinatlardan bağımsız bir atalet matris bulunmaya çalışılsın. O

halde (5.20) eşleşme koşulu gereği $J_2 = 0$ olacaktır. Yeni eşleşme kuralı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\{\nabla_{q_h} V - M_d M^{-1} \nabla_{q_h} V_d\} = G u_{es} \quad (5.22)$$

Sonuç olarak eksik sürülmüş sualtı aracı sistemi için aşağıdaki eşleme koşulu sağlanmalıdır.

$$G^\perp \{\nabla_{q_h} V - M_d M^{-1} \nabla_{q_h} V_d\} = 0, \quad G^\perp G = 0 \quad (5.23)$$

Eksik sürülmüş sistemler için (4.22) şartı sağlandığında kontrol kuralı aşağıdaki gibi verilebilir.

$$u_{es} = (G^T G)^{-1} G^T (\nabla_{q_h} V - \nabla_{q_h} V_d) \quad (5.24)$$

(5.21) eşleşme kuralını ele alalım. Sönüm atama için sualtı aracı sistemine ayrıca bir kontrol girişi uygulanmadığını düşünelim ($u_{di} = 0$). Bu durumda sönüm eşleme koşulu sonucu kapalı çevrim sönüm matrisi

$$D_d = D M^{-1} M_d \quad (5.25)$$

olacaktır. Böylece denge noktasının asimptotik kararlılığı M_d ile $D_d > 0$ seçimi ile sağlanabilir.

5.2.3 Sualtı aracının basitleştirilmiş 2-Serbestlik Dereceli modeli

Sualtı aracı için dikey düzlemde IDA-PBC kontrolünü basitleştirmek ve kontrol tekniğini daha iyi anlamak amacıyla ileri yöndeki hızı, $u = u_0$ alınsın. REMUS100 aracı için kaldırma kuvveti, ağırlığına neredeyse eşittir yani $W = B$ alınabilir. REMUS100 aracı için kaldırma ve ağırlık merkezi arasındaki farkın uzunlama yönündeki bileşeni $x_G = 0$ ' dir. Küçük değerlere sahip yüksek dereceden terimler ihmal edilerek (örneğin $q^2 = 0, w^2 = 0, w \cdot q = 0$) doğrusal olmayan,

$$\begin{aligned} M_{vert2} \ddot{q}_h + D_{c_{vert2}} \dot{q}_h + g_{vert}(q_h) &= G_{vert2} \delta e \\ \dot{q}_h &= [w \quad q]^T, \quad q_h = [z_w \quad \theta]^T \\ D_{c_{vert}} &= D_{vert2} + C r b_{vert2} + C a_{vert2}. \end{aligned} \quad (5.26)$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned}
M_{vert\ 2} &= \begin{bmatrix} m - \bar{Z}_{\dot{w}} & -\bar{Z}_{\dot{q}} \\ -\bar{Z}_{\dot{q}} & I_{yy} - \bar{M}_{\dot{q}} \end{bmatrix}, \\
C_{rb\ vert\ 2} &= \begin{bmatrix} 0 & -m u_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_{a\ vert\ 2} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{Z}_{uqa} u_0 \\ -\bar{M}_{uwa} u_0 & -\bar{M}_{uqa} u_0 \end{bmatrix} \\
D_{vert\ 2} &= \begin{bmatrix} -\bar{Z}_{uw} u_0 & -\bar{Z}_{uq} u_0 \\ -\bar{M}_{uw} u_0 & -\bar{M}_{uq} u_0 \end{bmatrix}, \quad G_{vert\ 2} = [-\bar{Z}_{\delta e} u_0^2 \quad -\bar{M}_{\delta e} u_0^2]^T \\
g_{vert\ 2}(q_h) &= [0 \quad z_G W \sin(\theta)]^T
\end{aligned} \tag{5.27}$$

Görüldüğü üzere basitleştirme işlemi sonucu Corilous ve merkez kaç matrisi $C_{rb\ vert\ 2} + C_{a\ vert\ 2}$ skew-simetrik özelliğini kaybetmiştir. Bu yüzden standart yapıyı bozmamak için bu matris sönümleme matrisi ile beraber $D_{c\ vert}$ olarak gösterilecektir.

5.3 Hata Dinamiğinin Kapı Kontrollü Hamiltonian Modeli

Genelleştirilmiş koordinatlarda denge noktası q_h^* olsun. Hata işaretleri ise

$$q_e = q_h - q_h^*, \quad p_e = p_h - p_h^* \tag{5.28}$$

olarak tanımlansın. Hata dinamiği,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ \dot{p}_e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & -\tilde{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{q_e} \tilde{H} \\ \nabla_{p_e} \tilde{H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{G} \end{bmatrix} \tilde{u} = \begin{bmatrix} 0 & M^{-1} M_d \\ -M_d M^{-1} & \tilde{J}_2 - \tilde{D}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{q_e} \tilde{H}_d \\ \nabla_{p_e} \tilde{H}_d \end{bmatrix} \\
\tilde{H} = H(q_e, p_e) &= \frac{1}{2} p_e^T M^{-1} p_e + V(q_e) \\
\tilde{H}_d = H_d(q_e, p_e) &= \frac{1}{2} p_e^T M_d^{-1} p_e + V_d(q_e)
\end{aligned} \tag{5.29}$$

olacaktır. Burada $\tilde{u} = \tilde{u}_{es} + \tilde{u}_{di}$ hataya ait kontrol işaretidir. Ayrıca $\tilde{D} = D(q_e, p_e)$, $\tilde{G} = G(q_e, p_e)$ sönümleme ve giriş matrisleridir.

Sualtı aracı için (5.22) enerji şekillendirme eşleşme koşulu,

$$\{\nabla_{q_e} V(q_e) - M_d M^{-1} \nabla_{q_e} V_d(q_e)\} = \tilde{G} \tilde{u}_{es} \tag{5.30}$$

yazılabilir. Burada $\tilde{u}_{es}$ enerji şekillendirme için hataya ait kontrol işaretidir ve (4.32) gereği hataya ait kapalı çevrim potansiyel enerji fonksiyonu $V_d(q_e)$, $q_e = 0$ 'da bir izole minimuma sahip olmalıdır.

$$q_e = q_h - q_h^* = 0 = \arg \min V_d(q_e) \quad (5.31)$$

Kontrol girişinin sönümle parçası $\tilde{u}_{di} = 0$ seçelim. (5.21) sönüm eşleme gereği kapalı çevrim sönüm matrisi $\tilde{D}_d = \tilde{D}M^{-1}M_d$ olacaktır.

Enerji fonksiyonu diğer bir deyişle depo fonksiyonun zamana göre türevi aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{H}_d}{dt} &= (\nabla_{q_e} H)^T \dot{q}_e + (\nabla_{p_e} H)^T \dot{p}_e \\ &= (\nabla_{q_e} \tilde{H}_d)^T M^{-1}M_d \nabla_{p_e} \tilde{H}_d + (\nabla_{p_e} \tilde{H}_d)^T (-M_d M^{-1} \nabla_{q_e} \tilde{H}_d - (\tilde{J}_2 - \tilde{D}_d) \nabla_{p_e} \tilde{H}_d) \end{aligned}$$

Burada, $\tilde{J}_2$ skew simetrik özelliğinde seçilebilmesi, $M_d^T = M_d$, $M^T = M$ özelliğinde ve enerji fonksiyonun skaler olması sebebiyle son eşitlik

$$\frac{d\tilde{H}_d}{dt} = (\nabla_{p_e} \tilde{H}_d)^T (-\tilde{D}_d) \nabla_{p_e} \tilde{H}_d \quad (5.32)$$

olacaktır. Böylece denge noktası $q_e = 0$ 'nın kararlılığı, kapalı çevrimli sistemin genelleştirilmiş atalet matrisi M_d 'nin,

$$D_d = \tilde{D}M^{-1}M_d > 0 \quad (5.33)$$

koşulu sağlayacak şekilde seçimi ile garanti altına alınır.

5.4 Hata Dinamiği Üzerinden Kontrol Kuralının Elde Edilmesi

Açık çevrim Kapı Kontrollü Hamiltonian sistemi ele alınsın. Basitleştirilmiş sualtı aracının 2-Serbestlik Dereceli modeli için $\tilde{D} = D$, $\tilde{G} = G$ şeklinde sabit bir matris yapısına sahiptir. O halde (5.29) Kapı Kontrollü Hamiltonian sistemin hata dinamiği,

$$\begin{aligned} \dot{p}_e &= -\nabla_{q_e} \tilde{H} + D \nabla_{p_e} \tilde{H} + G \tilde{u} \\ M\ddot{q}_e &= -\nabla_{q_e} V(q_e) + D \dot{q}_e + G \tilde{u} \\ M(\ddot{q}_h - \ddot{q}_h^*) &= -\nabla_{q_e} V(q_e) + -D (\dot{q}_h - \dot{q}_h^*) + G(\tilde{u}_{es} + \tilde{u}_{di}) \end{aligned}$$

açık biçimde ifade edilir. Eşitliğin her iki tarafına $\nabla_{q_h} V(q_h)$ ekler ve genelleştirilmiş kordinat q_h ait terimler bir tarafta toplanarak kontrol girişi hesaplanmak istenir ise,

$$M\ddot{q}_h + D \dot{q}_h + \nabla_{q_h} V(q_h) = M\ddot{q}_h^* + D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h) - \nabla_{q_e} V(q_e) + G(\tilde{u}_{es} + \tilde{u}_{di})$$

elde edilir. Böylece kontrol kuralı ifadesi,

$$G u = M\ddot{q}_h^* + D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h) - \nabla_{q_e} V(q_e) + G(\tilde{u}_{es} + \tilde{u}_{di}) \quad (5.34)$$

türetilir. Hataya ait sönüm atama kuralı için ayrı bir kontrol girişi uygulanmadığı varsayılсын yani $\tilde{u}_{di} = 0$ alınsın. O halde,

$$G u = M\ddot{q}_h^* + D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h) - \nabla_{q_e} V(q_e) + G\tilde{u}_{es}$$

olacaktır. $\tilde{G} = G$ sabit matrisi için (5.30) hata işareti enerji eşleme koşulu son denklemde yerine koyulur ise

$$G u = M\ddot{q}_h^* + D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h) - \nabla_{q_e} V(q_e) + \{\nabla_{q_e} V(q_e) - M_d M^{-1} \nabla_{q_e} V_d(q_e)\} \quad (5.35)$$

$$G u = M\ddot{q}_h^* + D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h) - M_d M^{-1} \nabla_{q_e} V_d(q_e)$$

elde edilir. (5.35) denklemin sağlanabilmesi için aşağıdaki PDE (Partial Differential Equation) eşitliğinin çözülmesi gerekir.

$$G^\perp \{ M\ddot{q}_h^* + D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h) - M_d M^{-1} \nabla_{q_e} V_d(q_e) \} = 0 \quad (5.36)$$

Burada $\nabla_{q_e} V_d$ (5.31) şartını sağlamalıdır.

Sualtı aracı için θ yunuslama açısı, belli bir set noktası açısı θ^* getirilmek istendiğinde, gövde eksenine göre yunuslama dönüş hızı sıfır olmasına karşın, aşağı yöndeki hız vektörü olan hızı sıfır olmayacak aksine w^* gibi bir değere yakınsayacaktır. Bu durumda θ^* set noktası yunuslama açısı değerinde, hız vektörü $\dot{q}_h^* = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}$ gibi sabit bir değere oturacaktır. Bu denge noktasında ivme değeri ise $\ddot{q}_h^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ olacaktır. O halde (5.36) denklemi,

$$G^\perp \{ D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h) - M_d M^{-1} \nabla_{q_e} V_d(q_e) \} = 0 \quad (5.37)$$

biçimine dönüşecektir. Bu durumda kontrol işareti,

$$G^\perp \{ D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h) - M_d M^{-1} \nabla_{q_e} V_d(q_e) \} = 0 \quad (5.38)$$

olacaktır.

(5.31) gereği $\nabla_{q_e} V_d(q_e) q_e = 0$ 'da yani $q_h = q_h^*$ 'da izole minuma sahip olacak şekilde seçilmelidir. Ayrıca $q_e = 0$ noktasının asimtotik kararlı olması için $\tilde{D} M^{-1} M_d > 0$ ifadesini sağlayacak bir kapalı çevrim matrisi M_d seçilmelidir.

5.5 Benzetim Çalışması

(5.26) sisteminde genelleştirilmiş koordinatlar vektörel formda $q_h = [q_2 \ q_3]^T$ şeklinde gösterilsin. Ayrıca (5.26) sualtı aracı modeline ait M_{vert2} , Dc_{vert2} , G_{vert2} , g_{vert2} vektörleri ve matrisleri parametrik alınsın.

$$\begin{aligned} M_{vert2} &= \begin{bmatrix} m_4 & m_5 \\ m_5 & m_6 \end{bmatrix}, M_{d_{vert2}} = \begin{bmatrix} a_4 & a_5 \\ a_5 & a_6 \end{bmatrix} \\ G_{vert2} &= [K \ L]^T, G^\perp = [-L \ K] \\ g_{vert2}(q_h) &= \nabla_q V(q) = [0 \ C \sin(q_3)]^T \end{aligned} \quad (5.39)$$

Denge noktası genelleştirilmiş konum, hız, ivme vektörlerini tanımlansın

$$q_h^* = \begin{bmatrix} q_{2d} \\ q_{3d} \end{bmatrix}, \dot{q}_h^* = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}, \ddot{q}_h^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Burada q_{2d} , nümerik değerini önemsemediğimiz, zamanla değişen dikey konum vektörüdür. q_{3d} ise sualtı aracını getirmek istediğimiz yunuslama açısıdır. Ayrıca x değeri ise denge noktasında sualtı aracının sabit dikey hız vektörüdür.

Denge noktasında genelleştirilmiş hız vektörü $\dot{q}_h^*$ hesaplayabilmek için (5.35) eşitliği, $q_e = 0$ yani $q_h = q_h^*$ için tekrar yazılsın. Ayrıca bu noktada (5.31) gereği $q_e = 0$ 'da izole minimuma sahip olacaktır. Yani $\nabla_{q_e=0} V_d^* = 0$ olacaktır. Böylece (5.35) eşitliği,

$$G u^* = M \ddot{q}_h^* + D \dot{q}_h^* + \nabla_{q_h} V(q_h^*) \quad (5.41)$$

(5.41) denkleminde denge noktasında kontrol işareti ve dikey hız vektörünü hesaplamak için (5.39) verileri kullanılır ise (5.42) ve (5.43) denklemleri elde edilecektir.

$$u^* = \frac{Cd_5 \sin[q_{3d}]}{-d_8 K + d_5 L} \quad (5.42)$$

$$\dot{q}_h^* = \left[-\frac{CK \sin[q_{3d}]}{d_8 K - d_5 L} \quad 0 \right]^T \quad (5.43)$$

$\nabla_{q_e} V_d = \begin{bmatrix} \nabla_{q_{2e}} V_d \\ \nabla_{q_{3e}} V_d \end{bmatrix}$ alalım. (5.40) ve (5.43) eşitlikleri için, (5.39) verilerine sahip sistemde (5.37) yeni potansiyel enerji eşleşme koşulu uygulanarak,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m_5^2 - m_4 m_6} \{ a_6 K (-m_5 \nabla_{q_{2e}} V_d + m_4 \nabla_{q_{3e}} V_d) \\ & + a_4 L (-m_6 \nabla_{q_{2e}} V_d + m_5 \nabla_{q_{3e}} V_d) \\ & + a_5 (L m_5 \nabla_{q_{2e}} V_d + K m_6 \nabla_{q_{2e}} V_d - L m_4 \nabla_{q_{3e}} V_d - K m_5 \nabla_{q_{3e}} V_d) \\ & + CK (m_5^2 - m_4 m_6) (\sin[q_3] - \sin[q_{3d}]) \} = 0 \end{aligned} \quad (5.44)$$

(5.44) ile verilen PDE çözülerek potansiyel enerji fonksiyonu,

$$\begin{aligned} V_d = & CK \left(\frac{(m_5^2 - m_4 m_6) \cos[q_3]}{a_6 K m_4 + a_4 L m_5 - a_5 (L m_4 + K m_5)} \right. \\ & \left. + \frac{(-m_5^2 + m_4 m_6) q_2 \sin[q_{3d}]}{a_6 K m_5 + a_4 L m_6 - a_5 (L m_5 + K m_6)} + \Phi[y[q_2, q_3]] \right) \end{aligned} \quad (5.45)$$

Burada Φ fonksiyonu, y bağlı bir fonksiyondur ve bu y fonksiyonu da aşağıdaki gibi verilir.

$$y[q_2, q_3] = \frac{(a_6 K m_4 + a_4 L m_5 - a_5 (L m_4 + K m_5))(q_2 - q_{2d})}{a_6 K m_5 + a_4 L m_6 - a_5 (L m_5 + K m_6)} + (q_3 - q_{3d}) \quad (5.46)$$

(5.31) gereği denge noktası $q_e = 0$ 'da arzu edilen potansiyel enerjinin gradyanı $\nabla_{q_e=0} V_d^* = 0$ olmalıdır. Denge noktasında gradyen ifadesi ise,

$$\nabla_{q_e} V_d^* = \begin{bmatrix} \nabla_{q_{2e}} V_d^* \\ \nabla_{q_{3e}} V_d^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{CK(-m_5^2 + m_4 m_6) \sin[q_{3d}] + (a_6 K m_4 + a_4 L m_5 - a_5 (L m_4 + K m_5)) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^*}{a_6 K m_5 + a_4 L m_6 - a_5 (L m_5 + K m_6)} \\ \frac{CK(-m_5^2 + m_4 m_6) \sin[q_{3d}]}{a_6 K m_4 + a_4 L m_5 - a_5 (L m_4 + K m_5)} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^* \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

Potansiyel enerji fonksiyonu, vadi şekline benzer bir yapıda seçilsin. Sistem durumu vadinin çukur noktasına (q_2, q_{3d}) ulaştığında, her q_2 konumunda q_{3d} konumun minimum nokta olması sağlanacaktır. Vadi için keyfi fonksiyon aşağıdaki gibi seçilsin.

$$\Phi[y[q_2, q_3]] = K_p y[q_2, q_3] \quad (5.48)$$

Denge noktasında potansiyel enerjiyi minimum yapacak $\nabla_{q_e=0} V_d^* = 0$, kapalı çevrim atalet matrisi elemanı K_p 'yi bulmaya çalışalım. (5.47) eşitliği 0'a eşitlenerek

$$K_p = \frac{CK(m_5^2 - m_4 m_6) \sin[q_{3d}]}{a_6 K m_4 + a_4 L m_5 - a_5 (L m_4 + K m_5)} \quad (5.49)$$

Elde edilen K_p , potansiyel enerjin gradyen ifadesinde yerine koyulur ise

$$\nabla_{q_e} V_d = \begin{bmatrix} \nabla_{q_{2e}} V_d \\ \nabla_{q_{3e}} V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{CK(-m_5^2 + m_4 m_6)(\sin[q_3] - \sin[q_{3d}])}{a_6 K m_4 + a_4 L m_5 - a_5 (L m_4 + K m_5)} \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

olacaktır. Geleneksel IDA-PBC teorisine göre unutulmaması gereken husus potansiyel enerjinin Hessian matrisi pozitif olmalıdır, yani,

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{CK(-m_5^2 + m_4 m_6) \cos[q_{3d}]}{a_6 K m_4 + a_4 L m_5 - a_5 (L m_4 + K m_5)} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5.51)$$

olmalıdır. Seçilen enerji fonksiyonu, (5.51) şartını sağlamaz. Bizim için potansiyel enerji fonksiyonun vadi şeklinde olması yeterlidir. Eğimsiz tanımlanabilecek bir vadi fonksiyonu için enerjisi azalan sistem nihayetinde vadinin dibine hareket edecektir. Vadinin eğimsiz olması da $\nabla_{q_{2e}} V_d = 0$ yaparak sağlanabilir. Vadinin iç bükey olması için ise yukarıda verilen Hessian Matrisinin sadece son elemanın değeri pozitif olmalıdır.

$$\frac{CK(-m_5^2 + m_4 m_6) \cos[q_{3d}]}{a_6 K m_4 + a_4 L m_5 - a_5 (L m_4 + K m_5)} > 0 \quad (5.52)$$

olmalıdır. (5.51) şartı ve (5.33) kapalı çevrim sönümlleme matrisi $D_d = DM^{-1}M_d > 0$ şartı sağlansın. O halde sistemi asimptotik kararlı kılacak kontrol işareti $u_{es} = (G^T G)^{-1} G^T (\nabla_{q_h} V - M_d M^{-1} \nabla_{q_h} V_d)$ potansiyel enerji eşleme kuralından,

$$u_{es} = \frac{C(a_4(d_8 K - d_5 L)m_5 \sin[q_3] - K(a_6 d_5 m_4 + a_4 d_8 m_5) \sin[q_{3d}])}{(d_8 K - d_5 L)(a_6 K m_4 + a_4 L m_5)} \quad (5.53)$$

olacaktır.

Sualtı aracının hidrodinamik katsayılarını türeten araç ile REMUS100 ait parametrelerin değerleri aşağıdaki gibi üretilsin. Böylece aşağıda eşitlikte verilen gerçek sayısal değerleri kullanarak REMUS100 için IDA-PBC kontrolcüsü tasarlanabilecektir.

$$\begin{aligned} u_0 &= 1.54, M = \begin{bmatrix} m_4 & m_5 \\ m_5 & m_6 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 61.2632 & 1.2806 \\ 1.2806 & 6.3285 \end{pmatrix} \\ G = \begin{bmatrix} K \\ L \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} -57.4324 \\ -37.2736 \end{pmatrix}, g(n) = \begin{bmatrix} 0 \\ C \sin[q_3] \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5.8604 \sin[q_3] \end{pmatrix} \\ D_v &= \begin{bmatrix} d_5 & d_6 \\ d_8 & d_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64.9388 & -24.4326 \\ -9.7855 & 13.736 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.54)$$

İşlemleri basitleştirmek amacıyla kapalı çevrim atalet matrisini M_d 'yi diagonal yani $a_5 = 0$ seçilsin. Bu şartlar altında asimptotik kararlı kılan bir kontrolcü bulup bulanamayacağı araştırılmalıdır.

Kapalı çevrim sönümlleme matrisinin $D_d = DM^{-1}M_d > 0$ olması için (5.54) verileri ile aşağıdaki şartı sağlamalıdır.

$$\begin{bmatrix} 1.14554 a_4 & -4.09253 a_6 \\ -0.20597 a_4 & 2.21218 a_6 \end{bmatrix} > 0 \quad (5.55)$$

(5.55) ifadesinin pozitif olması için aşağıdaki koşul sağlanmalıdır.

$$a_4 > 0, 1.69121, \quad a_4 a_6 > 0 \quad (5.56)$$

Kapalı çevrim atalet matrisi $M_d > 0$ pozitif seçileceğinden bu şart her zaman sağlanır.

(5.54) ile verilen değerler ile (5.52) Hessian matrisinin son elemanın pozitif olması için,

$$-\frac{129940.27566 \cos[q_{3d}]}{-47.73257 a_4 - 3518.49261 a_6} > 0 \quad (5.57)$$

eşitsizliği de sağlanmalıdır. Sualtı aracında yunuslama açısı $-\pi/2 < q_3 < \pi/2$ arasında tanımlıdır. Yani her $M_d > 0$ bir başka deyişle $a_4 > 0, a_6 > 0$ için (5.57) şartı sağlanır.

Böylece her $a_4 > 0, a_6 > 0, a_5 = 0$ için aşağıda tanımlanan kontrol kuralı, hata durumunu $q_e = 0, p_e = 0$ yani $q_h = q_h^*, p_h = p_h^*$ 'a getirerek asimptotik kararlı kılacaktır.

$$u = \frac{C(a_4(d_8K - d_5L)m_5 \sin[q_3] - K(a_6d_5m_4 + a_4d_8m_5)\sin[q_{3d}])}{(d_8K - d_5L)(a_6Km_4 + a_4Lm_5)} \quad (5.58)$$

$$u = \frac{7.50482 a_4 \sin[q_3] + (-1.41416 a_4 + 448.95891 a_6) \sin[q_{3d}]}{-47.73257 a_4 - 3518.49261 a_6}$$

Örneğin $a_4 = 1, a_6 = 1, a_5 = 0$ için kontrol kuralını hesaplınsın.

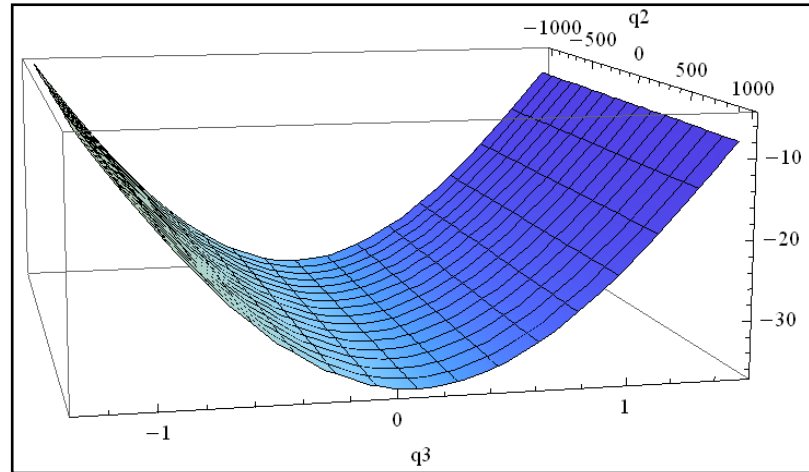
$$u = -0.0021044 \sin[q_3] - 0.1254954 \sin[q_{3d}] \quad (5.59)$$

(5.54) verileri ile (5.43)'den denge noktasındaki dikey hız vektörü ise,

$$\dot{q}_h^* = [0.11285028621433867 \sin[q_{3d}] \quad 0]^T \quad (5.60)$$

Bu durumda (5.45) ile verilen kapalı çevrim potansiyel fonksiyonu aşağıdaki gibi verilebilir.

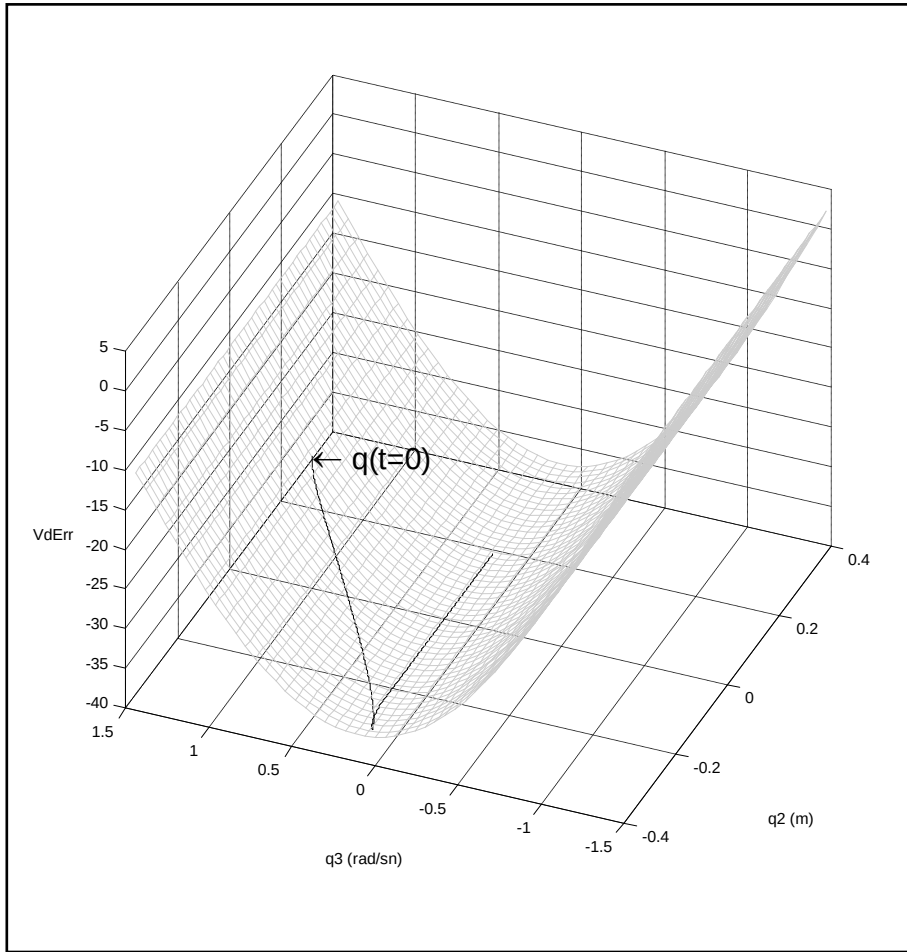
$$V_d = -36.4363631(\cos[q_3] + (q_3 - q_{3d}) \sin[q_{3d}]) \quad (5.61)$$



Şekil 5.1 : Potansiyel enerji fonksiyonu.

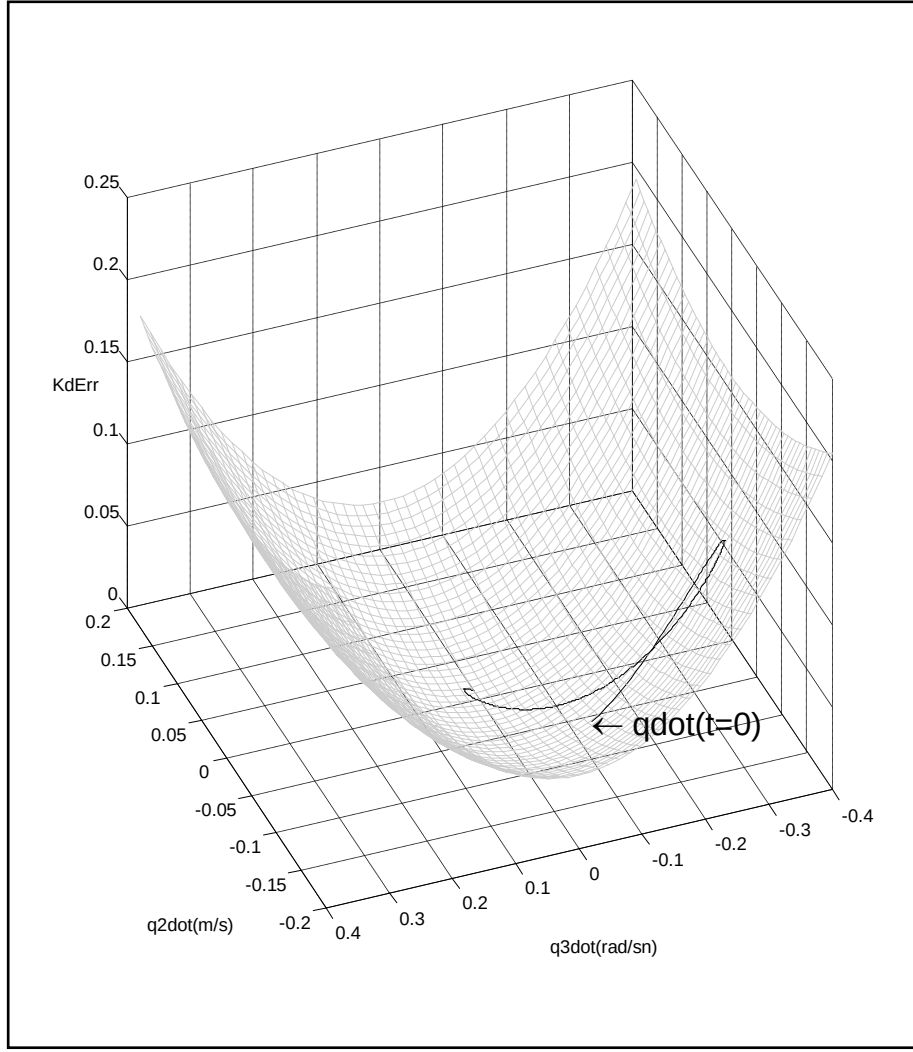
Son denklemden görüldüğü üzere potansiyel enerji fonksiyonu q_2 konumundan bağımsızdır. Bu da vadinin q_2 'ye bağlı bir eğimi olmadığını yani gradyanının her zaman 0 olduğunu göstermektedir. Potansiyel enerji fonksiyonun $q_{3d} = 0.1$ radyan için görünümü Şekil 5.1 ile verilmiştir.

Şekil 5.1 üzerinden de görüldüğü üzere potansiyel enerji fonksiyonu istenilen vadi şekline benzemektedir. Potansiyel enerji fonksiyonu alttan sınırlı ve $q_{3d} = 0.1$ radyan için izole minumuma sahiptir. Herhangi bir başlangıç noktasından bırakılan sistem durumu, enerjisi azalacağı için eninde sonunda vadinin çukuruna oturacaktır. Sualtı aracın dikey hızı bu andan itibaren sabit bir değer alacaktır. Bu andan sonra genelleştirilmiş konum q_2 zamana bağlı doğrusal olarak artacaktır.



Şekil 5.2 : Başlangıç noktasından bırakılan sistem için hata dinamiğinin potansiyel enerji değişimi.

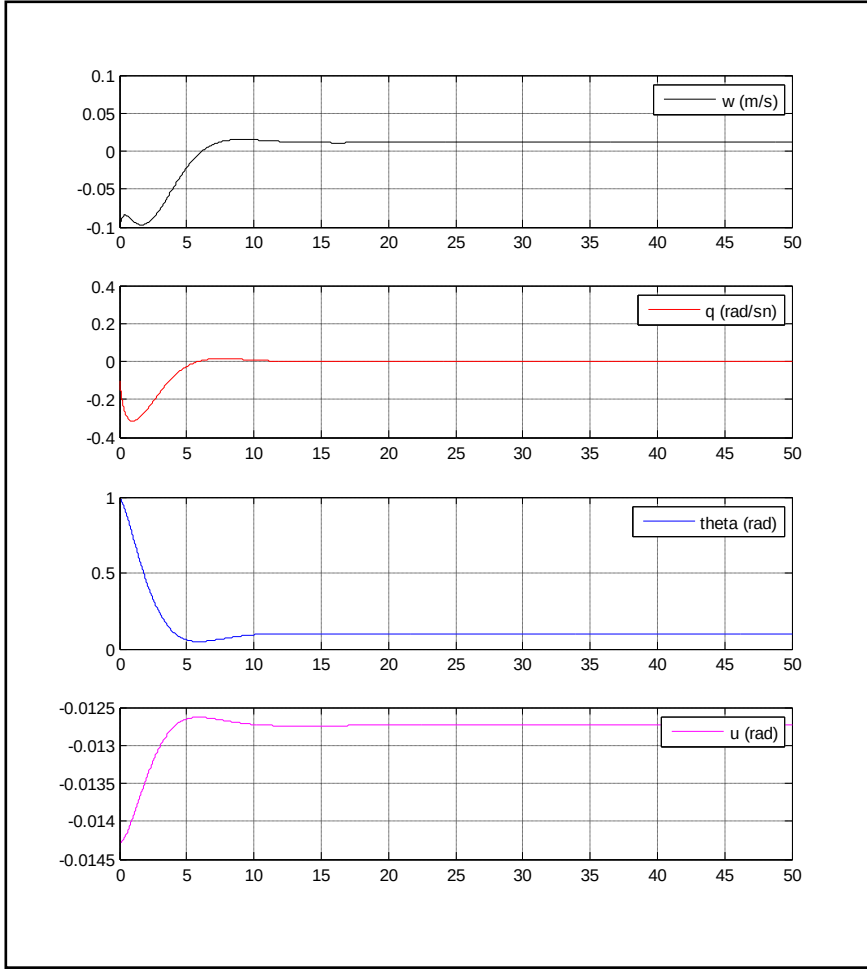
$q_h(0) = [0 \ 1]^T$, $\dot{q}_h(0) = [-0.1 \ 0.1]^T$ başlangıç noktasından bırakılan sistemin hata dinamiğinin potansiyel enerji fonksiyonu Şekil 5.2’de, hata dinamiğinin kinetik enerjisi Şekil 5.3’te verilmiştir.



Şekil 5.3 : Başlangıç noktasından bırakılan sistem için hata dinamiğinin kinetik enerji değişimi.

Görüldüğü ve istendiği hatanın dinamiğinin kinetik enerji 0 'a giderken öte yandan hata dinamiğinin Potansiyel enerji ise $q_3 = q_{3d}$ ait vadi çukuruna gitmektedir.

Sualtı aracının dikey düzlemde durum vektörlerinin zamana göre değişimlerini Şekil 5.4 ile verilmiştir.



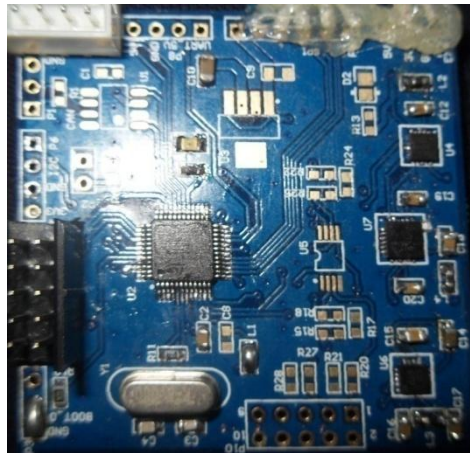
Şekil 5.4 : Sualtı aracını dikey düzlemde kontrol – Durum değişkenleri.

6. ATALETSEL YÖRÜNGE SİSTEM SENSÖRLERİNİN KALİBRASYONU VE DURUM KESTİRİMİ

Önceki bölümlerde geliştirilen kontrol algoritmalarını gerçek bir sisteme uygulayabilmek için durum vektörlerinin ölçülebilmesi gereklidir. Bu amaçla 3 boyutlu hareket eden bir aracın Ataletsel Yörünge Sistem (INS) sensörleri üzerinden durum kestiriminin yapılabilmesi için bu tez kapsamında geliştirilmiş İstikamet ve Durum Bilgi Sistemi (AHRS) kartı hakkında bilgiler bu bölümde verilmiştir. Teorisi çok daha önemli olan bu sensörlerin kalibrasyon algoritmaları yine bu bölümde verilmiştir.

Ayrıca bu bölümde, dünya üzerinde 3 boyutlu hareket eden herhangi bir aracın kinematik eşitlikleri verilmiştir. Sistemin kinematik modeli üzerinden sistemin durum denklemleri tanımlanmıştır. Bu durum denklemleri üzerinden doğrusallaştırma ve ayrıklaştırma yapılarak, genişletilmiş kalman filtresi algoritması maddeler halinde verilmiştir. Sensör verilerinden sistem durumlarının kestirimi bu algoritma kullanılarak yapılmıştır. AHRS kartı üzerinde gömülü olarak kodlanan sensör kestirim algoritması, MATLAB üzerinde de kodlanmış ve MATLAB arayüzü üzerinde sonuçların karşılaştırma imkanı sağlanmıştır.

6.1 İstikamet ve Durum Bilgi Sistemi (AHRS)



Şekil 6.1 : İstikamet ve durum bilgisi ölçüm sistem kartı.

Minyatür, cayro destekli istikamet ve durum bilgisi (Attitude and Heading Reference System (AHRS).) veren ve Şekil 6.1 ile gösterilen kart üzerinde yazılım tasarımı yapılmıştır.

Geliştirilen AHRS kartı; derinlik ölçer, ivme ölçer, manyetik alan ölçer ve cayroların kombinasyonu kullanarak üç boyutlu oryantasyon, hız bilgilerini üretmektedir. Hız ve oryantasyon bilgilerini üretmek için kullanılacak sensör kestirim algoritması bu bölümün ilerleyen kısımlarında verilmiştir. Kullanılan sensörlerin katalog bilgileri aşağıdaki gibi özetlenebilir.

6.1.1 Derinlik sensörü

Sualtı aracı üzerindeki basıncı dolayısıyla derinlik bilgisini ölçmek için MS-5803-05BA basınç sensörü kullanılacaktır. Bu sensör

- 0-6 Bar arası basınç ölçümü yapma
- 30 cm kadar yüksek çözünürlükte derinlik ölçümü
- Ölçümün 24 bit Delta-Sigma ADC ile I2C, SPI ara yüzünden okunabilmesi
- Entegre sıcaklık sensörü ile ölçülen basınç ile değeri düzeltilme yeteneği sağlayarak en doğru derinlik değerinin elde edilmesi

özelliklerine sahiptir.



Şekil 6.2 : MS-5803-05BA minyatür derinlik sensörü.

6.1.2 Açısal hız ölçer (Gyroscope)

Sistemin açısal hızını ölçmek için MEMS tabanlı 3 eksenli INVENSENSE ITG-3200 cayrosu kullanılmıştır. Bu açısal hız ölçerin özellikleri

- ± 2000 derece/ sn arasında 0.07 derece/sn hassasiyetinde ölçüm kapasitesi,

- Sıcaklığa duyarlılık ve kayma hassasiyeti oldukça düşük olması ve dolayısıyla kullanıcı kalibrasyonuna ihtiyacın az olması,
- 16 bit ADC ölçümü ve I2C üzerinden sayısal haberleşme,
- Üzerinde bulunana sıcaklık sensörü ile doğrusallık ve kayma düzeltmesi yapılabilme olanağı,
- Tüm RMS gürültüsü 0.38 derece/sn - rms ve düşük sayılabilecek gürültü yoğunluğu 0.03 derece/sn/ $\sqrt{\text{Hz}}$,
- Sayısal olarak programlanabilir alçak geçiren filtre,

olarak verilebilir.

6.1.3 İvme ölçer (Accelerometer)

Sistemin ivmesini ölçmek için MEMS tabanlı 3 eksenli BOSCH BMA180 accelerometer kullanılmıştır. Özellikleri,

- $\pm g$ ile $\pm 16g$ arasında ivme ölçme aralığı ve 0.122 mg kadar ölçme hassasiyeti,
- Düşük 0-g ofseti: ± 5 mg, sıcaklıkla düşük kayma oranı: $\pm 0.5\text{mg/K}$ ve oldukça düşük gürültü yoğunluğu: $150 \mu\text{g} / \sqrt{\text{Hz}}$
- Sayısal alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren filtre seçeneği,
- I2C ve SPI üzerinden haberleşme,
- Kesme (Interrupt) kaynağını seçebilme özelliği,

olarak verilebilir.

6.1.4 Manyetik alan ölçer (Magnetometer)

Manyetik alan vektörünü ölçmek için magneto-resistive tabanlı 3 eksenli HONEYWELL HMC5883L manyetik alan ölçer sensörü kullanılmıştır. Bu sensörün özellikleri

- ± 0.88 Ga ile ± 8.1 Ga arasında ölçüm aralığı,
- $\pm 8\text{Ga}$ ölçme aralığında bile 5mGa ölçme hassasiyeti,
- ± 2 derece pusula hassasiyeti,

- I2C üzerinden haberleşme ara yüzü,

olarak verilebilir.

6.2 Sensör Kalibrasyonları

6.2.1 İvme ölçer kalibrasyonu

Her ne kadar ivme ölçerler üzerinde fabrika kalibrasyonu yapılsa da ürünün karta yerleştirilme sırasında yanlış hizalama hatası ortaya çıkacaktır, [50]. Yüksek bir rota çözünürlüğü elde etmek için kalibrasyona ihtiyaç duyulur. Kalibrasyon işlemi, ofset faktörü, skala faktörü ve yanlış hizalama matrisi üzerinden yapılacaktır.

$$\begin{bmatrix} a_{mx} \\ a_{my} \\ a_{mz} \end{bmatrix} = [A_m]_{3 \times 3} \begin{bmatrix} 1/A_{SC_x} & 0 & 0 \\ 0 & 1/A_{SC_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1/A_{SC_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{accx} - A_{OS_x} \\ a_{accy} - A_{OS_y} \\ a_{accz} - A_{OS_z} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$[A_m]_{3 \times 3}$ cihazın gövde eksenini ile ivme ölçerin ölçüm eksenini arasındaki yanlış-hizalama hatasıdır. $1/A_{SC_x}$ skala faktörü, A_{OS_x} offset değeridir. Sonuç olarak elde edilecek yapı kazanç ve ofset cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilecektir.

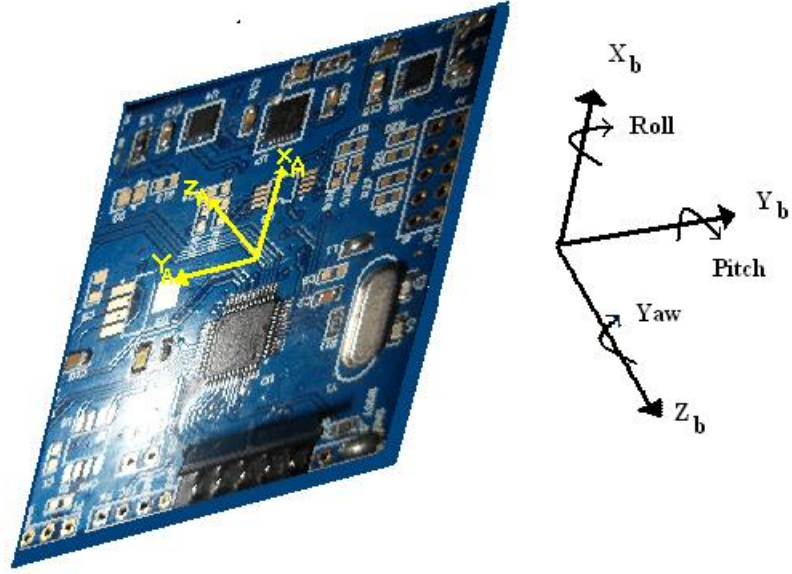
$$\begin{bmatrix} a_{mx} \\ a_{my} \\ a_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{acc1,1} & A_{acc1,2} & A_{acc1,3} \\ A_{acc2,1} & A_{acc2,2} & A_{acc2,3} \\ A_{acc3,1} & A_{acc3,2} & A_{acc3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{accx} \\ a_{accy} \\ a_{accz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{acc1,0} \\ A_{acc2,0} \\ A_{acc3,0} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Burada a_{acc} ivme ölçerden direkt ölçülen değer, a_m ise kalibrasyonu yapıldıktan sonra elde edilen değerdir.

İvme ölçer kalibrasyonun amacı yukarıda verilen denklemdeki 12 adet $A_{acc\ x,y}$ katsayılarını bulmaktır. Herhangi bir pozisyonda herhangi alınan ham ölçümün normalize edilmiş 3 eksenindeki A_{xr}, A_{yr}, A_{zr} değerleri her zaman aşağıdaki eşitliği sağlar.

$$|A| = \sqrt{A_{xr}^2 + A_{yr}^2 + A_{zr}^2} = 1 \quad (6.3)$$

İvme ölçer kalibrasyon işlemi, AHRS kartının 6 farklı pozisyonu üzerine kurulmuştur. İlk olarak her pozisyonda bir süre ham A_{xr}, A_{yr}, A_{zr} verileri toplanıp ortalaması alınacaktır. Daha sonra tüm bu veriler “En Küçük Kareler Yönetimi” algoritmasından geçirilerek 12 adet kalibrasyon verisi elde edilecektir.



Şekil 6.3 : İstikamet ve durum bilgi sistemi (AHRS) kartının eksen takımı.

Şekil 6.3 üzerinde X_A, Y_A, Z_A , ivme ölçerin birbirlerine göre ölçüm eksenleridir. X_b, Y_b, Z_b ise kartın yerleştirildiği gövdenin eksen takımıdır. Burada unutulmaması gereken bir husus kartın gövdeye yerleştirmesine göre eksen ölçümleri yer değiştirilmelidir.

İdeal durumda cihazın gövde eksenini Çizelge 6.1 verilen yönde çevrilerek Çizelge 6.1 ile verilen “İdeal Durumda İvme Ölçer Değeri”ne sahip olması gerekir. Fakat offset, skala ve yanlış hizalama hatalarından ötürü bu değerlere sahip olmaz ama kalibrasyon işleminden sonra ideal değerlerine getirilmeye çalışılır.

(6.4) ile verilen denklem diğer bir formda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$[a_{mx} \quad a_{my} \quad a_{mz}] = [a_{accx} \quad a_{accy} \quad a_{accz} \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} A_{acc1,1} & A_{acc1,2} & A_{acc1,3} \\ A_{acc2,1} & A_{acc2,2} & A_{acc2,3} \\ A_{acc3,1} & A_{acc3,2} & A_{acc3,3} \\ A_{acc1,0} & A_{acc2,0} & A_{acc3,0} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

En küçük kareler yöntemi ile 12 adet kalibrasyon katsayısını bulabilmek için 6 adet gövde eksen pozisyonu aşağıdaki matris yapısı ile birleştirilsin.

$$Y = \varphi^T X, Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \end{bmatrix}, \varphi^T = \begin{bmatrix} \varphi_1^T \\ \varphi_2^T \\ \varphi_3^T \\ \varphi_4^T \\ \varphi_5^T \\ \varphi_6^T \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} A_{acc1,1} & A_{acc1,2} & A_{acc1,3} \\ A_{acc2,1} & A_{acc2,2} & A_{acc2,3} \\ A_{acc3,1} & A_{acc3,2} & A_{acc3,3} \\ A_{acc1,0} & A_{acc2,0} & A_{acc3,0} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Burada Y_i i . gövde eksen pozisyonu için ideal durumdaki ivme ölçer değeri; φ_i^T ise i . gövde eksen pozisyonu için ham ölçüm değeridir. Y_i , φ_i^T 'nin hangi gövde pozisyonunda ne değer alacağı Çizelge 6.1 üzerinde verilmiştir.

Çizelge 6.1 : İvme ölçer eksen pozisyonu ve değeri.

Gövde Eksen Pozisyonu	İdeal Durumda İvme Ölçer Değeri				Ham Ölçüm Değeri			
	$Y_i = [a_{mx} \quad a_{my} \quad a_{mz}]$				$\varphi_i^T = [a_{ccx} \quad a_{ccy} \quad a_{ccz}]$			
	a_{mx}	a_{my}	a_{mz}	Y_i	a_{accx}	a_{accy}	a_{accz}	φ_i^T
Z_b aşağıya doğru	0	0	+g	Y_1	a_{px1}	a_{py1}	a_{pz1}	φ_1^T
Z_b yukarı doğru	0	0	-g	Y_2	a_{px2}	a_{py2}	a_{pz2}	φ_2^T
Y_b aşağıya doğru	0	+g	0	Y_1	a_{px3}	a_{py3}	a_{pz3}	φ_3^T
Y_b yukarı doğru	0	-g	0	Y_2	a_{px4}	a_{py4}	a_{pz4}	φ_4^T
Y_b aşağıya doğru	+g	0	0	Y_1	a_{px5}	a_{py5}	a_{pz5}	φ_5^T
Y_b yukarı doğru	-g	0	0	Y_2	a_{px6}	a_{py6}	a_{pz6}	φ_6^T

En küçük kareler yöntemi ile kalibrasyon parametreleri

$$X = [\varphi \cdot \varphi^T]^{-1} \cdot \varphi \cdot Y \quad (6.6)$$

ile elde edilir.

6.2.2 Manyetik alan ölçer kalibrasyonu

Kalibrasyon işlemi, skala faktörü ve yanlış hizalama matrisi, hard-iron ve soft-iron bozulma faktörü üzerinden yapılacaktır, [50].

$$\begin{bmatrix} B_{bx} \\ B_{by} \\ B_{bz} \end{bmatrix} = [B_m]_{3 \times 3} \begin{bmatrix} 1/B_SC_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/B_SC_y & 0 \\ 0 & 0 & 1/B_SC_z \end{bmatrix} [B_si]_{3 \times 3} \begin{bmatrix} B_{mgx} - B_OS_x \\ B_{mgy} - B_OS_y \\ B_{mgz} - B_OS_z \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$[B_m]_{3 \times 3}$ cihazın gövde eksenleri ile ivme ölçerinin ölçüm eksenleri arasındaki yanlış-hizalama hatasıdır. B_OS_x skala faktörüdür. B_OS_i hard-iron bozulmasından kaynaklanan ofset değeri, B_si ise soft-iron bozulmasından kaynaklanan bozulma matrisidir. Sonuç olarak elde edilecek yapı kazanç ve ofset cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilecektir.

$$\begin{bmatrix} B_{bx} \\ B_{by} \\ B_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{mgn\ 1,1} & B_{mgn\ 1,2} & B_{mgn\ 1,3} \\ B_{mgn\ 2,1} & B_{mgn\ 2,2} & B_{mgn\ 2,3} \\ B_{mgn\ 3,1} & B_{mgn\ 3,2} & B_{mgn\ 3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{mgx} \\ B_{mgy} \\ B_{mgz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{mgn\ 1,0} \\ B_{mgn\ 2,0} \\ B_{mgn\ 3,0} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Burada B_{mgn} ivme ölçerden direkt ölçülen değer, B_b ise kalibrasyon yapıldıktan sonra elde edilen değerlerdir.

Hard-iron manyetik alan girişimi, AHRS ölçüm sistemin parçası olan kalıcı manyetik alan ile ferromanyetik materyaller tarafından üretilir. Bu materyaller kalıcı mıknatıslar veya manyetize olmuş demirler veya çelikler olabilir. Ortaya çıkan manyetizmalar zamandan bağımsızdır. Oluşan manyetik alan, dünyanın manyetik alan ölçümünün üzerine binecektir. Bu süper-pozisyon etkisi manyetik sensör çıkışında bir bias (kayma)'a neden olur. Bu da B_OS_i ile gösterilir.

Soft-iron manyetik alan girişimi, AHRS ölçüm sisteminin alt bileşenleri tarafından genellikle üretilir. Bunlar ölçüm kartı üzerindeki akım taşıyan bir yol veya manyetik açıdan soft materyaller olabilir. Ortaya çıkan manyetizmalar zamanla değişir ve oluşan manyetik alan, dünyanın manyetik alan ölçümünün üzerine biner. Soft-iron etkisi, tüm çevre boyunca dönen çemberin bir eğilmiş elipse dönüşmesine neden olması demektir. Bu yüzden soft-iron etkisi B_si matrisi ile gösterilir.

Skala faktörü, manyetik alan sensör ölçüm eksenlerinin hassasiyetinin uyumsuzluğundan kaynaklanan etkidir. İdeal durumda 3 eksenli manyetik sensörü birbirinin aynısı olacak şekilde üretilmeye çalışılır. Fakat bu çoğu zaman mümkün

olmaz ve 3 eksen birbirinden farklı hassasiyete sahiptir. Bu etki, tüm çevre boyunca dönen çemberin eğilmiş bir elipse dönüşmesine neden olması demektir ve skala faktörü etkisi B_SC_i ile gösterilir.

Yanlış hizalama hatası manyetik sensörün ölçme eksenini ile sensörünün takıldığı cihaz eksenini arasındaki açı farklılığından kaynaklanır. Genellikle sensörü lehimleme sırasında hizalama probleminden ötürü küçük açı hatası ortaya çıkar. Hizalama hatası B_m matrisi ile gösterilir.

Tüm bu hatalara karşı manyetik alan sensör kalibrasyonu yapılma işlemi gereklidir. Bu çalışma kapsamında statik bir kalibrasyon yöntemine yer verilmiştir.

6.2.2.1 Statik kalibrasyon

Manyetik alan sensörünü mümkün oldukça tüm düzlemlerde döndürerek alınan 3 boyutlu $B_{mgxz}, B_{mgny}, B_{mgz}$ vektörü içeren N adet ölçümü verileri $\{z_n\}_{n=1...N}$ vektör takımında tutulsun. İşlemleri genelleştirmek için sonuç manyetik alan vektörünün normalize edildiğini $||\vec{h}|| = 1$ farz edelim. Bu normun değeri hareketin oryantasyonundan bağımsızdır ve her zaman aynı değere sahiptir. Manyetik alan vektörü

$$h = K \cdot (z_n - o) \quad (6.9)$$

Burada K , skala B_SC ve soft-iron B_si etkisinin oluşturduğu sonuç matrisidir. o ise hard-iron etkisinin oluşturmuş olduğu offset matrisidir. $||\vec{h}|| = 1$ birim vektörü başka bir ifade şekli ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$(z_n - o)^T K_s (z_n - o) = 1, \quad K_s = K^T K, \quad \forall n = 1 \dots N \quad (6.10)$$

Burada $K_s = K^T K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ pozitif simetrik bir matristir. K matrisi, K_s 'nin Cholesky ayrıştırmasından bulunabilir. $(z_n - o)^T K_s (z_n - o) = 1$ fonksiyonu 3 boyutlu bir elipsoid belirler. o ise elipsoidin merkezini ifade eder.

6.2.2.2 Geometrik yorum

K_s matrisinin geometrik yorumu:

K_s matrisinin, özdeğer Λ_s ve özvektör Q ayrıştırması $K_s = Q \Lambda_s Q^T$ şeklinde olsun. Λ_s 'nin diagonal elemanları K_s 'nin özdeğerleri, Q 'nin her bir sütun vektörü ise o

özdeğere ait birim değerli K_s 'nin özvektörleridir. Bir özdeğer, elipsoidin bir yarı ekseninin karesinin tersine eşittir. Q özvektör matrisinin her sütunu, özdeğeri ile uzunluğu belirlenen elipsoidin eksen takımını belirler. Diğer bir deyişle ellipsoidin dönüş matrisidir.

Kalibrasyon işleminin geometrik yorumu:

Her alınan ölçüm değeri z_n ellipsoidin yüzeyine karşılık düşmelidir. Bu elipsoid, K_s pozitif tanımlı matrisin özdeğer – özvektörü ile belirlenen eksen uzunluğunda – oryantasyonundadır. Bu ellipsoidin merkezi ofset değeri o ile tanımlanır.

K matrisinin tekil değer ayrıştırması aşağıdaki şekilde olsun.

$$K = U \Sigma_s V^T \quad (6.11)$$

O halde $K_s > 0$ simetrik matris koşuluyla, $K_s = K^T K$ işleminin bir sonucu olarak

$$K_s = V \Sigma_s^2 V^T \quad (6.12)$$

olacaktır. Yani K_s 'nın tekil değerleri, ellipsoid yarı eksenin tersine eşit olacaktır. Ayrıca ellipsoidin oryantasyonu K 'nın sağ tekil vektörleri ile ifade edilir.

Ölçüm değerleri z_n ile toplanan veriler, en uygun elipsoidin K ve o parametre kestirimi için kullanılacaktır. Bu parametre kestirim işleminin doğrusal optimizasyon temelli teorisi aşağıdaki ellipsoid uydurma problemi ile ifade edilebilir.

6.2.2.3 Ellipsoide uydurma problemi

(6.10) ellipsoid denklemi aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$z^T K_s z - 2 o^T K_s z = 1 - o^T K_s o \quad (6.13)$$

Grassmannian koordinat dönüşümü ile,

$$K_s = \begin{bmatrix} p_1 & \frac{p_4}{2} & \frac{p_5}{2} \\ \frac{p_4}{2} & p_2 & \frac{p_6}{2} \\ \frac{p_5}{2} & \frac{p_6}{2} & p_3 \end{bmatrix}, o = -\frac{1}{2} K_s^{-1} \begin{bmatrix} p_7 \\ p_8 \\ p_9 \end{bmatrix}, p_{10} = o^T K_s o - 1 \quad (6.14)$$

eşitlik aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir.

$$G(z)^T p = 0,$$

$$G(z) = [z_1^2, z_2^2, z_3^2, z_1 z_2, z_1 z_3, z_2 z_3, z_1, z_2, z_3, 1]^T, \quad (6.15)$$

$$z = [z_1, z_2, z_3]^T, \quad p = [p_1 \dots p_{10}]^T$$

Burada $G(z) \in \mathbb{R}^{N \times 10}$, N adet sensör ölçüm değeri $z = [z_1, z_2, z_3]^T$ 'nin verileri ile oluşturulmuş satır vektörüdür. $p = [p_1 \dots p_{10}]^T$ ise her ne kadar 10 boyutlu görünse de 9 adet bilinmeyen içeren ve elipsoidi oluşturacak parametre vektörüdür. (Burada $p_{10} = o^T K_s o - 1$ parametresi, $p_1 \dots p_9$ cinsinden ifade edilebilir.)

Sonuç olarak N adet sensör ölçümünden ellipsoid uydurma problemi

$$G_{N \times 10} p_{10 \times 1} = 0_{N \times 1} \quad (6.16)$$

Matematiksel açıdan bu problem doğrusal bir optimizasyon problemidir ve aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\hat{p} = \arg \min_p \| G p \|^2, \quad K_s(p) > 0 \quad (6.17)$$

Burada norm işareti $\|\dots\| = \|\dots\|_2$ vektörün 2 normunu ifade eder. Fakat $K_s(p)$ pozitif yapacak p üzerinde bir 2. dereceden sınırlamayı bulmak hala açık bir problemdir. Eğer $K_s(p) > 0$ yapacak sınırlandırma kaldırılır ise, G matrisinin en küçük tekil değeri üzerinden çözüm bulunabilir. Eğer gürültü yeterince küçük ve sensör eksenlerinde küçük hizalama hataları var ise $K_s(p)$ matrisi zaten pozitif tanımlı olacaktır.

6.2.2.4 En küçük tekil değer üzerinden çözüm

$\| G p \|$ norm ifadesi,

$$\| G p \|^2 = p^* G^* G p \quad (6.18)$$

yazılabilir. G üzerinde tekil değer ayrıştırması yaparak (6.19) ifadesi yazılabilir.

$$G = V \Sigma U^*, \quad U U^* = I_{10}, \quad V V^* = I_N, \quad (6.19)$$

$N \geq 10$ olmak şartı ile,

$$\Sigma_{Nx10} = \begin{bmatrix} \Sigma_{10x10} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{10x10} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{10} \end{bmatrix}, \quad \sigma_1 > \sigma_1 > \dots > \sigma_{10} \geq 0 \quad (6.20)$$

olmalıdır. $\| G p \|^2$ minimum yapma problemi aşağıdaki gibi tekrar ifade edilebilir.

$$\min_p \| G p \|^2 = \min_p \{ p^* U \Sigma V^* V \Sigma U^* p \} = \min_p \{ p^* U \Sigma^2 U^* p \} \quad (6.21)$$

$x = U^* p$ dönüşümü yapılsın.

$$\begin{aligned} \min_p \| G p \|^2 &= \min_p \{ p^* U \Sigma V^* V \Sigma U^* p \} = \min_p \{ p^* U \Sigma^2 U^* p \} \\ \min_p \| G p \|^2 &= \min_x \| \Sigma x \|^2 \end{aligned} \quad (6.22)$$

Burada unutulmaması gereken başka bir husus,

$$\|x\| = \sqrt{p^* U U^* p} = \|p\| \quad (6.23)$$

birimsel dönüşüm altında norm ifadesinin değişmediğidir.

$\|p\| = 1/c$ olarak ele alalım. Burada c ilerde değeri bulunacak sabittir. $\| G p \|^2$ normu

$$\min_{\|p\|=1/c} \| G p \|^2 = \min_{\|x\|=1/c} \| \Sigma x \|^2 \quad (6.24)$$

şeklinde ifade edilebilir. $\| \Sigma x \|^2$ normunun en küçük olabilmesi için x vektörü; en küçük tekil değere karşılık gelen eleman numarasında yani 10. elamanında $1/c$ değeri, diğer elemanlarında 0 değeri almalıdır. Yani

$$x = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1/c]^T \quad (6.25)$$

olmalıdır. O halde $p = U x$ dönüşümünden

$$p = \frac{1}{c} y, \quad y = [y_1 \dots y_{10}]^T = U(:,10) \quad (6.26)$$

olarak elde edilir. Burada $U(:,10)$ ifadesi, U matrisinin 10. sütun vektörüdür.

Bu durumda K_s matrisi

$$K_s = \frac{1}{c} L_s, \quad L_s = \begin{bmatrix} y_1 & \frac{y_4}{2} & \frac{y_5}{2} \\ \frac{y_4}{2} & y_2 & \frac{y_6}{2} \\ \frac{y_5}{2} & \frac{y_6}{2} & y_3 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

ile tekrar yazılabilir. $y = [y_1 \dots y_{10}]^T$ vektörünün değeri L_s matrisi üzerinde yerine koyularak, L_s 'nin sayısal değeri elde edilir. $L_s = L^T L$ ifadesinden yola çıkılarak L matrisi, L_s 'nin Cholesky ayrıştırmasından elde edilebilir. Ayrıştırma işlemi $L_s > 0$ ifadesinin sağlanamamasından ötürü yapılamıyor ise daha az gürültülü bir ortamda manyetik sensörden veri toplanarak tüm işlemler baştan yapılmalıdır. $L_s > 0$ olduğu sürece çözüm vardır. Bu çözüm aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$1 = o^T K_s o - p_{10}$ olarak alındığı için ,

$$1 = o^T K_s o - p_{10} = \frac{1}{4c} ([y_7 \ y_8 \ y_9]^T L_s [y_7 \ y_8 \ y_9] - y_{10}) \quad (6.28)$$

olması gerekir. Yani c değeri,

$$c = \frac{1}{4} [y_7 \ y_8 \ y_9]^T L_s [y_7 \ y_8 \ y_9] - y_{10} \quad (6.29)$$

olacaktır. c değeri bulunduğuna göre K_s ve onun Cholesky ayrıştırma matrisi K 'nın sayısal değeri,

$$K_s = \frac{1}{c} L_s, \quad K = \frac{1}{\sqrt{c}} L \quad (6.30)$$

olacaktır. o offset matrisi ise,

$$o = -\frac{1}{2} L_s^{-1} \begin{bmatrix} y_7 \\ y_8 \\ y_9 \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

ifadesi ile kolayca hesaplanır.

Önemli Not: Basitlik olması amacıyla ilk kısımda ivme ölçer sensörünün 6 noktalı kalibrasyon algoritması verilmiştir. Fakat bu kısımda anlatılan statik manyetik alan sensörü kalibrasyonun algoritmanın aynısı “ivme ölçer” içinde kullanılabilir.

Sensör ölçümünden kalibrasyon katsayılarını elde etmenin diğer bir yolu da [51] ile verildiği üzere nümerik yöntemler ile kalibrasyon algoritmasını çözmektir. Fakat bu nümerik yöntem için de $K_s > 0$ olma şartı geçerlidir. Daha öncede bahsedildiği gibi bu açık problemdir. Sensör ölçümünden kalibrasyon katsayılarını elde etmenin daha güvenilir bir yolu $K_s > 0$ özelliğini garanti altına alması için K üzerinden bir problem tanımlamak ve çözmektir. [52] ve [53]'de verilen nümerik optimizasyon yöntemi, bu türden ve her zaman çözümü olan bir algoritmadır.

6.2.3 Gerçek veriler ile kalibrasyon katsayılarının hesaplanması

AHRS kartından elde edilen sensör verilerinin görselleştirilmesi ve kalibrasyon katsayılarının hesaplaması algoritması için MATLAB üzerinde Şekil 6.4 ile gösterilen kullanıcı arayüzü geliştirilmiştir. Sensörden alınan veriler arayüz üzerinde parametreleri ayarlanabilen FIR filtre yardımı ile filtrelenebilir. Tasarlanan arayüzde son 10 sn boyunca elde edilmiş tüm sensör verileri grafiksel ekranda gösterilebilir. Böylece AHRS kartının hareketinin, sensörde ne gibi değişikliklere neden olduğu görülebilir.

Şekil 6.4 ile “6 eksenli kalibrasyon Accelerometer” sekmesindeki “Start CAL” butonu tıklanarak ivme ölçer kalibrasyonu başlatılır. Programın yönergeleri ile Çizelge 6.1 ile verilen gövde eksen pozisyonuna göre AHRS kartının eksen takımı döndürülür. 3 eksen ve 6 yönde veri toplanarak kalibrasyon katsayılarını hesaplama işlemi gerçekleştirilir.

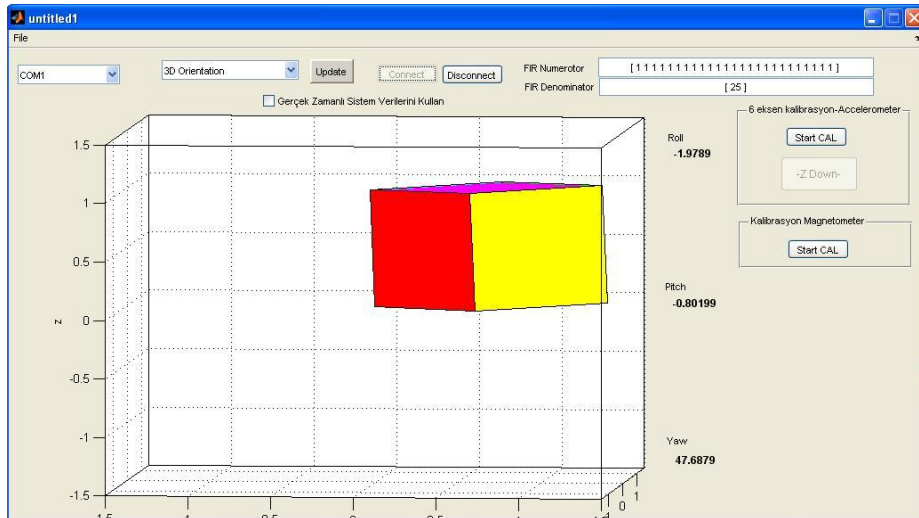
İvme ölçerden yapılan bir örnekleme ve kalibrasyon katsayısı hesaplama işlemleri sonucunda katsayılar aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\begin{bmatrix} a_{mx} \\ a_{my} \\ a_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0099 & 0.0101 & -0.0694 \\ -0.0418 & 1.0246 & -0.0016 \\ 0.0355 & 0.0128 & 1.0223 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{accx} \\ a_{accy} \\ a_{accz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0414 \\ 0.0536 \\ -0.0206 \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

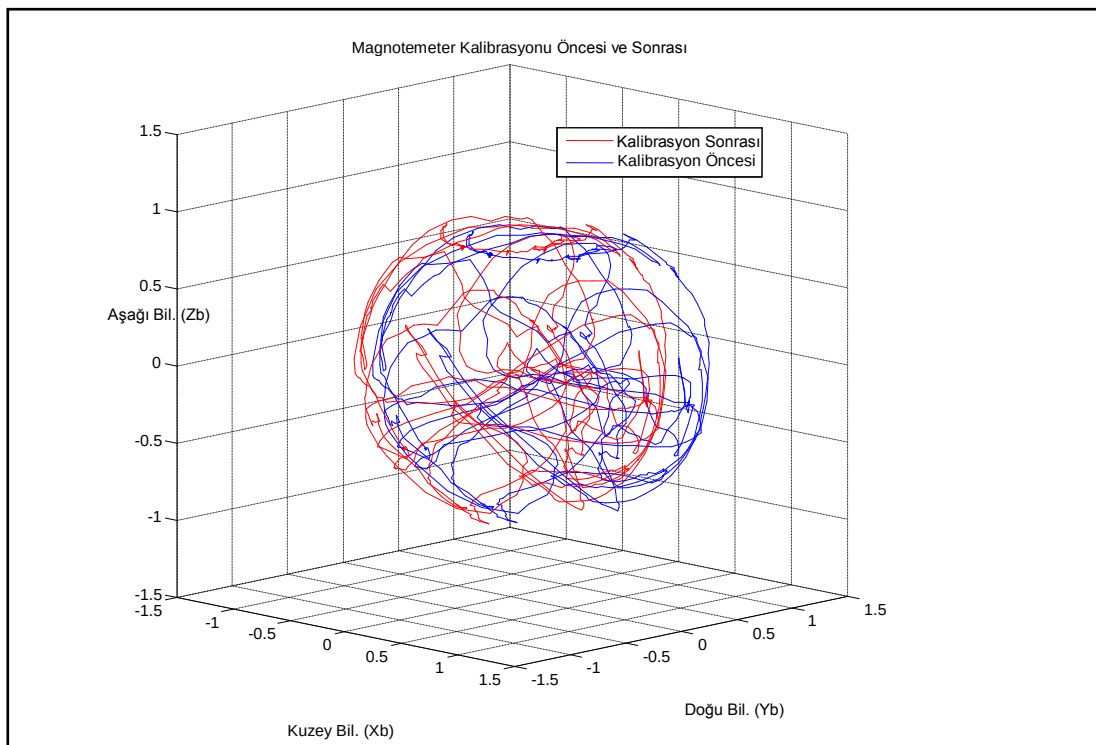
Burada dikkat edilmesi gereken diğer bir husus sensör verileri a_{accx} , a_{accy} , a_{accz} 'nin 1 g'ye göre normalize edilmiş değerler olmasıdır. Yani,

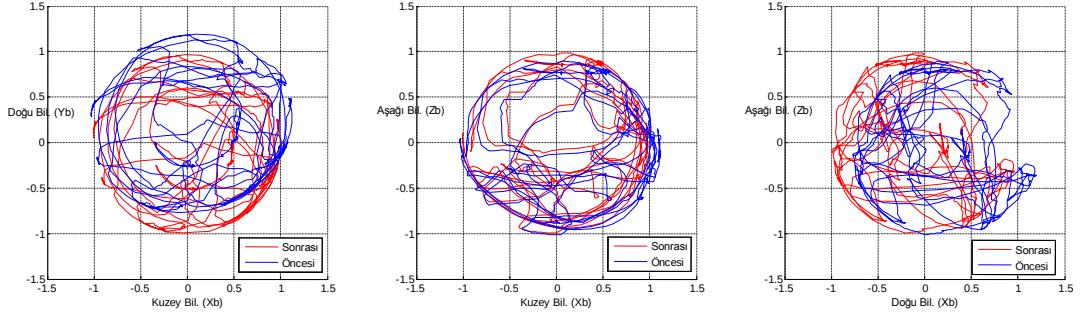
$$\sqrt{a_{accx}^2 + a_{accy}^2 + a_{accz}^2} = 1 \quad (6.33)$$

olmalıdır.



Şekil 6.4’ de verilen “*Kalibrasyon - Magnotemeter*” sekmesindeki “*Start CAL*” butonu tıklanarak manyetik alan ölçerin kalibrasyonu başlatılır. Bu kalibrasyon sırasında, AHRS kartı tüm yönlerde döndürülerek mümkün olan tüm düzlemlerde ve oryantasyonda AHRS kartından sensör verileri alınır. Belirli bir süre sonra veri toplama işlemi otomatik olarak bitirilir. Bir önceki kısımda anlatılan statik kalibrasyon hesaplama algoritması ile kalibrasyon katsayıları hesaplanır.





Şekil 6.6 : Kalibrasyon öncesi ve sonrası normalize edilmiş manyetik alan ölçer verisi projeksiyonu.

Bölüm 6.2.2’de gösterilen kalibrasyon algoritması kullanılarak 50 Hz’de toplanan 2400 adet verinin sonucunda (6.34) ile verilen kalibrasyon katsayıları hesaplanmıştır. Bu işlem öncesinde ham sensör verisi ve statik kalibrasyon sonrası elde edilen verinin üç boyutlu grafiği Şekil 6.5 ile verilmiştir.

Şekil 6.6 üzerinde de görüldüğü üzere, manyetik alan ölçer “Soft-Iron” etkisinden daha ziyade “Hard-Iron” etkisine maruz kalmaktadır.

2400 adet manyetik alan vektöründen elde edilen veriler statik kalibrasyon katsayısı hesaplama algoritmasında kullanıldığında, aşağıda verilen kalibrasyon katsayıları elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} B_{bx} \\ B_{by} \\ B_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.288 \cdot 10^{-3} & -1.8301 \cdot 10^{-4} & 4.995 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 2.449 \cdot 10^{-3} & -6.481 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 0 & 2.558 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{mgnx} - 18.2124 \\ B_{mgny} - 94.6172 \\ B_{mgnoz} + 22.5598 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

$$= \begin{bmatrix} 2.288 \cdot 10^{-3} & -1.8301 \cdot 10^{-4} & 4.995 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 2.449 \cdot 10^{-3} & -6.481 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 0 & 2.558 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{mgnx} \\ B_{mgny} \\ B_{mgnoz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2.322 \cdot 10^{-2} \\ 2.331 \cdot 10^{-1} \\ -5.771 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$$

Burada unutulması gereken başka bir husus elde edilen kalibrasyon sonucu manyetik alan vektörü $[B_{bx} \ B_{by} \ B_{bz}]^T$ normalize edilmiş değer çıkacaktır. Yani

$$\sqrt{B_{bx}^2 + B_{by}^2 + B_{bz}^2} = 1 \quad (6.35)$$

olacaktır. Sensör kestirim algoritması da bu normalize manyetik alan vektörünü girdi olarak kullanılır.

Çizelge 6.2 : İstanbul / Türkiye'nin kuzey manyetik alan vektörü (25.12.2012).

Tarih	Sapma (+ Doğu - Batı)	Meyil (+ Aşağı -Yukarı)	Kuzey Bileşeni (+ Kuzey - Güney)	Doğu Bileşeni (+ Doğu - Batı)	Aşağı Bileşeni (+ Aşağı - Yukarı)	Toplam Alan
2012-12- 25 Gerçek	4° 56' 43"	58° 33' 49"	24,62221 nT	2,13048 nT	40,43066 nT	47,38597 nT
2012-12- 25 Normaliz e	-----	-----	0.51960970	0.04496014	0.85322006	1
Değişim/ Yıl	5.9'	1.2'	0.34 nT	42.76 nT	37.17 nT	33.84 nT

“IGRF WMM” modeline göre, 25 Aralık 2012 tarihinde, 41° 3' 58" N, 29° 0' 22" E konumunda 50 metre yükseklikte, (İstanbul/ Türkiye) konumunda, manyetik alan ölçer gerçek kuzeyi gösterdiğinde sensör üzerinden alınacak veri, Çizelge 6.2 ile verilmiştir. Yine bu çizelgede yıllık manyetik alanın değişim miktarı gösterilmiştir.

Sonuç olarak, Şekil 6.3 ile verilen AHRS kartının gövde eksen takımı X_b (Kuzey), Y_b (Güney), Z_b (Doğu) olmak üzere, AHRS kartının X_b eksenini İstanbul'da kuzeyi gösterdiğinde sensör üzerinden ölçülen manyetik alan vektörünü kalibrasyonu sonrası ideal değeri

$$[B_{bx} B_{by} B_{bz}]^T = [0.51960970 \ 0.044960143 \ 0.853220056]^T$$

olmalıdır.

6.3 Genişletilmiş Kalman Filtresi (Extended Kalman Filter)

Sensör verilerinden durum kestirimi için ihtiyaç duyulan sistem modeli, bir aracın 6 serbestlik dereceli kinematik modeli olarak tanımlanacaktır. Böylece burada tanımlanacak durum kestirim algoritması; sistem dinamiğinden bağımsız olarak robot, uçak, helikopter, deniz, kara taşıtları gibi birçok alanda kullanılabilir. Açısal hız, ivme gibi dinamik durum değişkenlerine ek olarak sensörlerin kayma (bias) etkisi basit bir rastgele yürüyüş modeli olarak tanımlanıp durum değişkenlerine eklenecektir, [54], [55]. Sensör kestirim algoritması olarak Genişletilmiş Kalman

Filtresinin seçilme nedeni; kullanımının yaygın, teorisinin güçlü ve doğrusal olmayan sistemlerin durum kestirimi için iyi sonuçlar vermesidir.

6.3.1 Girişler

Davranış kestirimi için kullanılacak sensörler, açısal hız sensörü (gyroscope), ivme sensörü (accelerometer), manyetik alan sensörü (magnetometer), yükseklik/derinlik sensörü (altimeter/depth)'dür. Bu sensörlerden ataletsel davranışı ölçen açısal hız sensörü ve ivme sensörünün ölçüm eşitlikleri aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\begin{bmatrix} w_m \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{nb} + b_w - \omega_w \\ \dot{v}_{nb}^b + b_a - \omega_a - R_b^n(q)^T [0 \ 0 \ g]^T + w_{nb} \times v_{nb}^b \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

Burada

$w_{nb} = [p \ q \ r]^T$: Gerçek açısal hız vektörü

$v_{nb}^b = [u \ v \ w]^T$: Gerçek gövde eksenindeki hız

$\omega_w = [\omega_{wx} \ \omega_{wy} \ \omega_{wz}]^T$: Açısal hız sensörü gürültü vektörü

$\omega_a = [\omega_{ax} \ \omega_{ay} \ \omega_{az}]^T$: İvme sensörü gürültü vektörü

$b_w = [b_{wx} \ b_{wy} \ b_{wz}]^T$: Açısal hız vektörünün kayma (bias) terimi,

$b_a = [b_{ax} \ b_{az} \ b_{az}]^T$: İvme vektörünün kayma (bias) terimi

g : Dünyanın yerçekimi ivmesi

$R_b^n(q)^T = R_n^b(q)$: NED ekseninden gövde eksenine Euler dönüşüm matrisi

6.3.2 Durum eşitlikleri

Sistemin durum değişkenleri sırasıyla,

$p_{nb}^n = [X_x \ X_y \ X_z]^T$: (North East Down) NED'de pozisyon vektörü,

$v_{nb}^b = [u \ v \ w]^T$: Gövde eksenindeki hız vektörü,

$q = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$: Birim davranış vektörü (unit quaternion),

$b_w = [b_{wx} \ b_{wy} \ b_{wz}]^T$: Açısal hız vektörünün bias terimi,

$b_a = [b_{ax} \ b_{az} \ b_{az}]^T$: İvme vektörünün bias terimi

olmak üzere durum vektörü,

$$\chi = [p_{nb}^n \ v_{nb}^b \ q \ b_w \ b_a], \chi \in R^{16} \quad (6.37)$$

olacaktır.

Sistemin doğrusal olmayan modeli durum, giriş, gürültü cinsinden aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$\dot{\chi} = f(\chi, u, \omega) \quad (6.38)$$

Doğrusal olmayan modelinin durum, giriş ve gürültü vektörlerini ayrıntılı bir şekilde.

$$\begin{aligned} \dot{\chi} = f(\chi, u, \omega) &= \begin{bmatrix} \dot{p}_{nb}^n \\ \dot{v}_{nb}^b \\ \dot{q} \\ \dot{b}_w \\ \dot{b}_a \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_b^n(q) \cdot v_{nb}^b \\ a_m - b_a + \omega_a + R_b^n(q)^T \cdot [0 \ 0 \ g]^T - (w_m - b_w + \omega_w) \times v_{nb}^b \\ T(q) \cdot (w_m - b_w + \omega_w) \\ \omega_b^w \\ \omega_b^a \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.39)$$

ifade edilir. Burada,

$\omega_b^w = [\omega_{bx}^w \ \omega_{by}^w \ \omega_{bz}^w]^T$ - açısal hız rastgele yürüyüş kayma gürültü vektörü,

$\omega_b^a = [\omega_{bx}^a \ \omega_{by}^a \ \omega_{bz}^a]^T$ - ivme rastgele yürüyüş kayma gürültü vektörü,

olarak alınmıştır.

6.3.3 Çıkış

Dinamik sistem çıkışları, kalman filtresinin düzeltme kısmında kullanılan aracın atalet sensörleri dışındaki sensörlerden elde edilen değişkenlerdir. Tüm bu çıkışlar, durum değişkenleri cinsinden elde edilebilmek zorundadır.

$$y = h(x) = \begin{bmatrix} p_{nb}^n \\ v_{nb}^b \\ B_b \\ A_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{nb}^n \\ R_b^n(q) \cdot v_{nb}^b \\ R_b^n(q)^T \cdot B_e \\ -(p_{nb}^n)_z \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

Burada,

B_e - NED frame üzerindeki manyetik vektör,

B_b - Gövde ekseninde manyetik alan vektörü (Manyetik ölçer değeri),

A_b - Barometrik olarak yükseklik ölçümü

olarak tanımlanır. Gövde eksenindeki manyetik alan, NED eksenindeki sabit manyetik alan vektörünün ve kuaterniyon tabanlı dönüşüm matrisinin bir fonksiyonu olarak elde edilmiştir. Basınç ölçmeye dayalı yükseklik ölçüm değeri, pozisyon vektörünün aşağı yönde olan bileşeninin (NED'in Down bileşeni) negatif değerlisi olarak tanımlanabilir.

Eğer ataletsel yörünge ölçüm sistemi GPS sistemine sahip ise Kalman filtresi düzeltme işlemi NED eksenindeki p_{nb}^n konum vektörü ve NED eksenindeki v_{nb}^n hız vektörü üzerinden yapılabilir.

Dip derinliklerde sualtı aracında GPS sisteminin kullanılması mümkün olamayacaktır. Dip derinliklerinde sualtı aracında konum düzeltmesi zordur ve sualtı aracı dışına monte edilmiş harici sensör/verici sistemleri gerektir. Bunun için; Uzun Anahat, Küçük Anahat, Aşırı-küçük Anahat teknikleri kullanılabilir, [56]. Hız düzeltmesi için ise sualtı aracında ultra-sonic sensörler, basınç sensörleri, Doppler-Hız Kaydedici (DVL) teknikleri kullanılabilir, [56]. Daha basit olarak motora iletilen pervane dönüş oranı kullanılarak yaklaşık hız tahmini yapılabilir. Tüm bu ölçümler gövde ekseninde olduğu için sualtı aracının çıkış vektörlerini de gövde eksenine göre yazmak mantıklı olacaktır.

$$y = h(x) = \begin{bmatrix} p_{nb}^n \\ v_{nb}^b \\ B_b \\ A_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{nb}^n \\ v_{nb}^b \\ R_b^n(q)^T \cdot B_e \\ -(p_{nb}^n)_z \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

Hata vektörü; z ölçüm vektörü olmak üzere, ölçüm vektörü ile çıkış vektörü arasındaki farka eşittir.

$$v = z - y \quad (6.42)$$

Kalman filtresinin düzeltme aşamasında bu hata vektörünün bir fonksiyonu kullanılarak öngörülen durum vektörü üzerinde düzeltme işlemi yapılır.

6.3.4 Doğrusallaştırma

Genişletilmiş Kalman filtresini kullanmak için her öngörü adımında durum ve çıkış denklemlerinin doğrusallaştırma işleminin gerçekleştirilmesi gerekir.

Doğrusallaştırma işlemi aşağıdaki Jacobian matris işlemleri ile elde edilir.

$$\dot{\chi} = A \cdot \chi + B \cdot \omega, y = C \cdot \chi \quad (6.43)$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial \chi}, B = \frac{\partial f}{\partial \omega}, C = \frac{\partial h}{\partial \chi} \quad (6.44)$$

A matrisini elde etmek için kısmi diferansiyel işlemleri yapılır ise,

$$A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & R_b^n(q) & U(q, v_{nb}^b) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -S(w_m - b_w) & \Omega(q, [0 \ 0 \ g]^T) & -S(v_{nb}^b) & -I_{3 \times 3} \\ 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} & \Lambda(w_m - b_w) & -T_q(q) & 0_{4 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$U(q, r) = \begin{bmatrix} U_0(q, r) & U_1(q, r) & U_2(q, r) & U_3(q, r) \\ -U_3(q, r) & -U_2(q, r) & U_1(q, r) & U_0(q, r) \\ U_2(q, r) & -U_3(q, r) & -U_0(q, r) & U_1(q, r) \end{bmatrix}$$

$$q = [q_0 q_1 q_2 q_3]^T, \quad r = [r_x r_y r_z]^T$$

$$U_0(q, r) = 2(q_0 r_x - q_3 r_y + q_2 r_z)$$

$$U_1(q, r) = 2(q_1 r_x + q_2 r_y + q_3 r_z) \quad (6.45)$$

$$U_2(q, r) = 2(-q_2 r_x + q_1 r_y + q_0 r_z)$$

$$U_3(q, r) = 2(-q_3 r_x - q_0 r_y + q_1 r_z)$$

$$S(r) = \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Omega(q, r) = \begin{bmatrix} \Omega_0(q, r) & \Omega_1(q, r) & \Omega_2(q, r) & \Omega_3(q, r) \\ \Omega_3(q, r) & -\Omega_2(q, r) & \Omega_1(q, r) & -\Omega_0(q, r) \\ -\Omega_2(q, r) & -\Omega_3(q, r) & \Omega_0(q, r) & \Omega_1(q, r) \end{bmatrix}$$

$$\Omega_0(q, r) = 2(q_0 r_x + q_3 r_y - q_2 r_z)$$

$$\Omega_1(q, r) = 2(q_1 r_x + q_2 r_y + q_3 r_z)$$

$$\Omega_2(q, r) = 2(-q_2 r_x + q_1 r_y - q_0 r_z)$$

$$\Omega_3(q, r) = 2(-q_3 r_x + q_0 r_y + q_1 r_z)$$

$$\Lambda(r) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -r_x & -r_y & -r_z \\ r_x & 0 & r_z & -r_y \\ r_y & -r_z & 0 & r_x \\ r_z & r_y & -r_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_q(q) = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}$$

elde edilir. B giriş matrisi ise,

$$B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ -S(v_{nb}^b) & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ T(q) & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.46)$$

elde edilir. (6.40) NED eksenindeki hız ölçümü varsayımı ile çıkış matrisi,

$$C = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_b^n(q) & U(q, v_{nb}^b) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \Omega(q, B_e) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ [0 & 0 & -1] & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

(6.41) gövde eksenindeki hız ölçümü varsayımı ile çıkış matrisi,

$$C = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \Omega(q, B_e) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ [0 & 0 & -1] & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

şeklinde elde edilir.

6.3.5 Ayırıklaştırma işlemi

Şimdiye kadar elde edilen model sürekli zaman modelidir. Gerçek bir sisteme uygulanabilmesi için sistem ayırık modelini elde edilmelidir. Birinci Dereceden Euler yaklaşımı kullanılarak ayırıklaştırma işlemi yapılır ise,

$$\chi_{k+1} = F \cdot \chi_k + G \cdot \omega_k, \quad y_k = H \cdot \chi_k \quad (6.49)$$

$$F \cong I + A.T, \quad G \cong B.T, \quad H = C$$

elde edilir. Burada T örnekleme periyodudur. Her örnekleme anında yukarıdaki modelden ayrık sistem modeli elde edilir. Ataletsel Yörünge Sistemi (Inertial Navigation System -INS) ivme ve açısal hız ölçümleri yaparak oryantasyon, hız, konum bilgilerini tahmin eder. Genişletilmiş Kalman Filtresinin öngörü adımı, INS'in çıkışını kullanır ve durum kestirim hatasının kovaryansının gelişimini öngörür. Bu kovaryans, öngörülen durumun ne kadar güvenilir olduğunu gösteren bir yakınlık göstergesidir. Bu kovaryans matrisinin büyüklüğü ve durum kestirimindeki hatanın büyüklüğü, düzeltme adımında diğer sensörlerin yardımı ile geri-besleme yapılarak küçültülür.

6.3.6 Genişletilmiş Kalman filtresinin algoritma adımları

1. Ayrık entegrasyon yöntemlerinden herhangi biri ile (1. Dereceden Euler, Runge Kutta ...) bir sonraki durum vektörü öngörülür.

$$\chi_{k+1} = \chi_k + \int_{t_{k-1}}^{t_k} f(\chi, u) dt \quad (6.50)$$

2. Durum vektörünün elemanlarından olan kuaterniyon vektörünün birim vektör olması için normalizasyon işlemi yapılır.

$$q = \frac{q}{\sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}}, \quad q = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T \quad (6.51)$$

3. Doğrusallaştırma işlemi ile A, B, C matrisleri elde edilir.
4. Durum hatası kovaryans matrisi hesaplanır.

$$P_k = (I + AT)P_{k-1}(I + AT)^T + T^2 BQB^T$$

$$Q = \text{diag}(\sigma_{\omega_{wx}}^2, \sigma_{\omega_{wy}}^2, \sigma_{\omega_{wz}}^2, \sigma_{\omega_{ax}}^2, \sigma_{\omega_{ay}}^2, \sigma_{\omega_{az}}^2, \sigma_{\omega_{bx}}^2, \sigma_{\omega_{by}}^2, \sigma_{\omega_{bz}}^2, \sigma_{\omega_{ax}}^2, \sigma_{\omega_{ay}}^2, \sigma_{\omega_{az}}^2)$$

$$(6.52)$$

5. Sistem çıkışı y_k öngörüsü (6.41) nolu eşitlikten yapılır.
6. Geri-besleme kazanç matrisi hesaplanır.

$$K = P_k C^T (C P_k C^T + R)^{-1} \quad (6.53)$$

$$R = \text{diag}(\sigma_{p_x}^2, \sigma_{p_y}^2, \sigma_{p_z}^2, \sigma_{v_x}^2, \sigma_{v_y}^2, \sigma_{v_z}^2, \sigma_{B_x}^2, \sigma_{B_y}^2, \sigma_{B_z}^2, \sigma_{A_b}^2)$$

7. Sistem durumu ve koverians matrisi için düzeltme işlemi yapılır. Burada z_k atalet sensörleri dışındaki diğer sensörlerden elde edilen ve düzeltme için kullanılan çıkış ölçüm verisidir.

$$\chi_{k+1} = \chi_{k+1} + K(z_k - y_k) \quad (6.54)$$

$$P_k = P_k - K C P_k \quad (6.55)$$

8. Durum vektörünün elemanlarından olan kuaterniyon vektörünün birim vektör olması için normalizasyon işlemi yapılır.

$$q = \frac{q}{\sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}}, q = [q_0 q_1 q_2 q_3]^T \quad (6.56)$$

9. Adım 1'e geri dönülür.

Not: (6.53) geribesleme kazanç matrisi hesabında ters alma işlemi, hesap yükü açısından gerçek zamanlı çalışan bir işlemciyi zorlayacaktır. Hesap yükü ağır bu işlemden kurtulmak amacıyla her skaler çıkış ölçüm değeri birbirinden bağımsız olarak düşünülebilir. Ayrıca her ölçüm üzerindeki gürültü değerleri birbirinden bağımsızdır ve koverians matrisi R diagonaldır. Böylece $C P_k C^T + R$ 'nin diagonal elemanları boş matrisinin köşegen elemanlarına yerleştirilerek kolayca tersi alınabilir hale getirmek mümkündür. Sadece istenilen sensör grupları üzerinde düzeltme işlemi yapılabilmesi için tersi alınmış bu köşegen elemanların ilgili satırı kullanılabilir.

6.3.7 Sensör kestirim algoritmasının gerçek zamanlı sistemde ve MATLAB üzerinde koşturulması

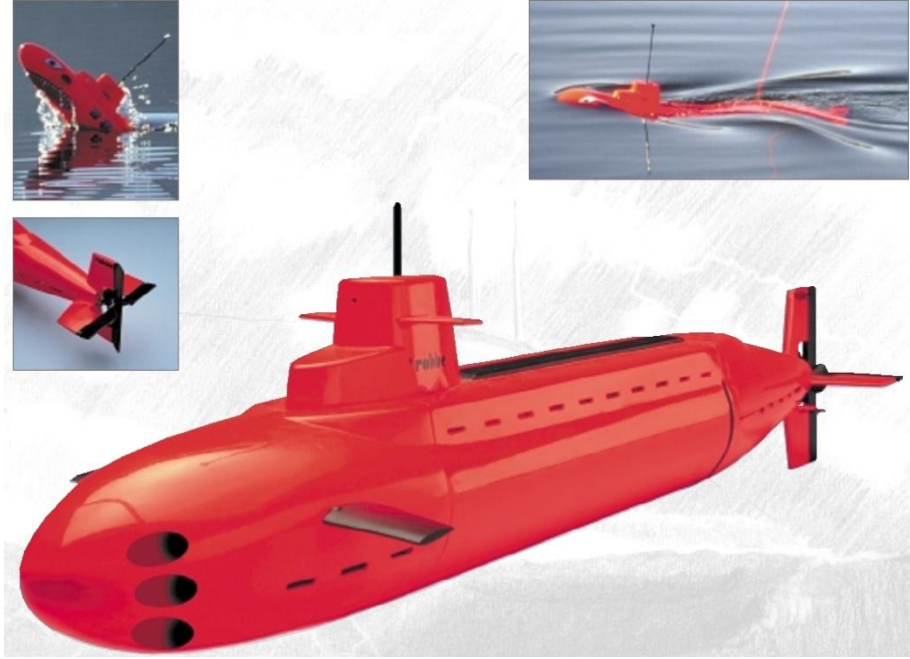
Tasarlanan AHRS kartında koşacak sensör kestirim algoritmasının başarımını ölçmek ve MATLAB üzerinde karşılaştırma yapabilmek amacıyla sensör verilerinin de MATLAB'a aktarıldığı Şekil 6.4 ile gösterilen arayüz geliştirilmiştir. MATLAB üzerinde tasarlanan kullanıcı arayüzü ile AHRS kartından elde edilen sensör verileri gerçek zamanlı gösterilebilmektedir. Ayrıca AHRS kartı üzerindeki sensör kestirim algoritması sonucu elde edilen istikamet ve davranış bilgisi bu arayüz üzerinde

sergilenebilmektedir. Böylece AHRS kartının hareketinin, sensörde ne gibi değişikliklere neden olduğu görülebilir.

Her örnekleme anında Şekil 6.4 ile gösterilen arayüze alınan sensör verileri kalibrasyon işlemi sonrasında sensör kestirim algoritmasından geçirilerek aracın istikamet ve davranış bilgileri elde edilir. MATLAB üzerinde koşan sensör kestirim algoritması “C” koduna ve “*mex*” dosyasına dönüştürülmüştür. Böylece algoritma PC üzerinde de oldukça hızlı çalışabilmektedir. AHRS kartı ile MATLAB üzerinde eş zamanlı koşan sensör kestirim algoritmasının karşılaştırmaları da bu arayüz üzerinde yapılabilmektedir.

7. GERÇEK BİR SUALTI ARACI TASARIMI

Önceki bölümlerde tasarlanan kontrol kuralları, benzetim modeli yanında gerçek bir sistemin üzerinde de koşturulması amaçlandı. Bu sebeple hızlı bir araç tasarımı yapabilmek ve mekanik işler ile en az seviyede uğraşılması için Şekil 7.1 görseli verilen Robbe firmasının Sea Wolf 2 sualtı aracı gövdesi hazır alındı. Bu araç sadece yatay dümenleri kullanarak dinamik dalma özelliğine sahiptir. Statik dalma özelliğine sahip sualtı araçları ise su tanklarını doldur/boşalt yaparak hızlı bir şekilde dalma/çıkma işlemi yapma yeteneğine sahiptir.



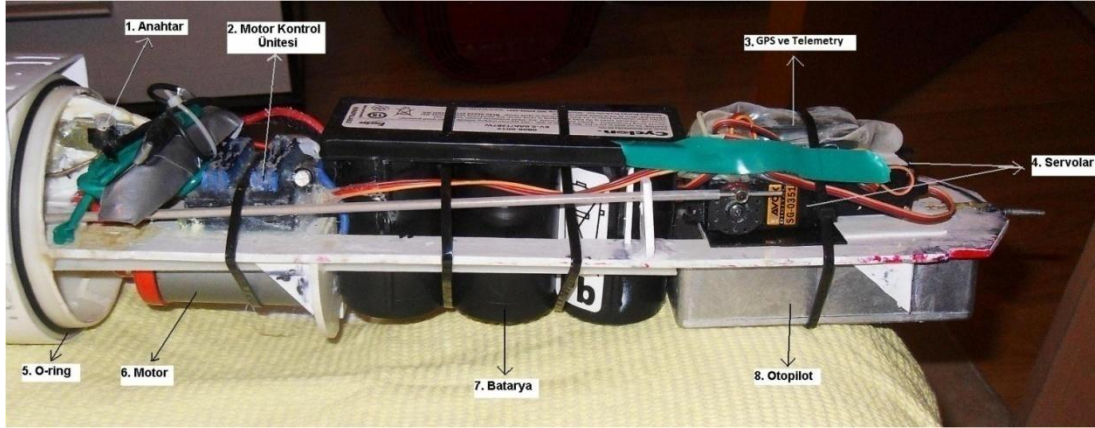
Şekil 7.1 : Sualtı aracının bir görseli.

7.1 Sualtı Aracının Önemli Bölümleri

Sualtı aracının bu çalışma için önemli parçaları Şekil 7.2 görseli ile ayrıntılı bir şekilde gösterildiği üzere aşağıda açıklamaları verilen alt kısımlara ayrılabilir:

1. Anahtar ile gösterilen kısım cihazın beslemesinin aktif hale getirileceği bir anahtarı işaret etmektedir. Bu anahtar, dış kısma iletilen bir uzatma teli aracılığı ile sualtı aracının iç kısmı açılmadan aracın beslemesinin açılıp kapatılabilmesini sağlar.

Bu hareketli telin iç kısım bağlantısı, hareket edebilen bir plastik körük yardımı ile sudan izole edilmiştir.



Şekil 7.2 : Sualtı aracının iç kısmı (Su sızdırmazlık bölümü).

2. Motor Kontrol Ünitesi ile gösterilen kısım fırçasız DC motor sürücü kısmını işaret etmektedir. Bu ürün hazır alınmıştır. 110 A ileri yönde, 40 A geri yönde fırçasız motoru sürebilen sürücü devre kısa devre korumasına sahiptir. Ayrıca batarya kapasitesi azalır ise motor sürme işlemini durdurarak, kalan batarya ile diğer cihazların çalışmasına bir süre daha olanak sağlar. Sualtı aracının iç bölümüne girebilecek su sızıntılarına karşı yalıtılmıştır.

3. GPS ve Telemetri ile gösterilen kısım aracın su üstünde kullandığı konum belirleme ve haberleşme donanımlarını içerir. Sualtı aracı su üstüne çıktığında konum düzeltmesi yapabilmesi için bir GPS alıcıya sahiptir. Yine sualtı aracı, su üstüne çıktığında yer kontrol istasyonu ile haberleşebilmesi için 100mwatt gücünde (1-3 km), frekans atlama ve hata düzeltme özelliğine sahip bir alıcı/vericiye sahiptir. Böylece yer kontrol istasyonuna uçuş verileri aktarıldığı gibi yer kontrol istasyonundan araca da ayar, gidilecek yol gibi önemli bilgiler aktarılabilir.

4. Servolar ile gösterilen kısım sualtı aracının yatay ve dikey dümenlerini bir itici mil üzerinden hareket ettiren adım sürücülü motorları işaret eder. Saniyede 2.8 derece dönebilen bu servolar 4.1 kg/cm 'lik güce sahiptir. Servolar kılıflanmış itici bir tel ile yatay ve dikey dümenlere bağlanmıştır. Su sızdırmazlık, hareketli plastik bir körük ile sağlanmıştır.

5. O-ring ile gösterilen kısım, sualtı aracının dış gövde üzerindeki bir vida vasıtasıyla çevrilerek sıkışan ve conta vazifesi gören, su sızdırmazlığı sağlayan önemli kısımlardan biridir.

6. Motor ile gösterilen kısım sualtı aracını ileri yönde hareketini sağlayan kısımdır. 6V DC fırçalı motor dönüş hareketini 5.5:1 oranındaki bir vites kutusu üzerinden torku artmış olarak bir mile ve sonrasında pervanelere iletir. Pirinç kaplı kılıf içindeki bu mil üzerinden gelebilecek su sızmalarına karşı vites kutusu bölümü suda dağılma özelliği oldukça zayıf olan Teflon ve kauçuk yağ ile doldurulmuştur.

7. Batarya ile gösterilen kısım motor sürücü ve servolara besleme iletmesinin yanı sıra, sualtı aracına yerleştirilecek otopilot, RF devrelerine de besleme sağlar. Bu batarya, yalıtılmış kurşun-asit Cyclon Monoblock bir bataryadır. 6V 5Ah kapasiteli bu batarya yüksek şok ve titreşime dayanıklı, 3000'e kadar yüksek kullanım ömrüne sahip, endüstriyel sıcaklıklarda çalışabilen, hızlı şarj olabilen yapıdadır. Bu batarya, tıp elektroniğinde de sıkça kullanılmaktadır.

8. Otopilot ile gösterilen kısım sualtı aracının davranışı ölçen sensörleri yardımı ile otomatik olarak sualtı aracını istenilen yörüngede tutan anakart bölümünü içermektedir. Ayrıca içerdiği 35 Mhz bir kumanda alıcı vasıtasıyla "Manüel" ve "Otomatik" modda aracın kontrol işlemi gerçekleştirilebilir.

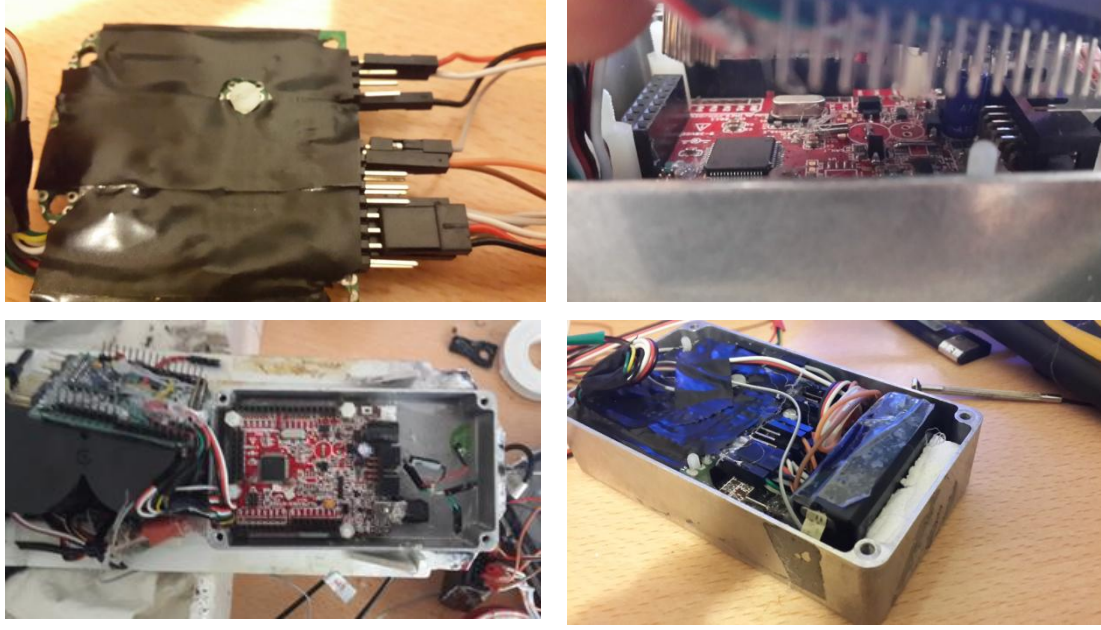
7.2 Otopilot Tasarımı

Gerçek bir sistemde sensör verilerin ölçümü, sistem durumlarının kestirilmesi ve sualtı aracına istenilen davranışı kazandıracak kontrolör oluşturabilmesi için güçlü bir otopilota ihtiyaç vardır. Bu kapsamda karmaşık algoritmaları işleyebilecek bir otopilot tasarlanmıştır. Tasarlanan ve yazılımı "C" ortamında yazılan otopilotun kısaca yetenekleri aşağıda verilmiştir.

- ✓ 168 Mhz'lik ARM Cortex M4 DSP işlemcisi
- ✓ Sensör ölçümü ve AHRS kartı ile iletişim
- ✓ Kumanda alıcısından 7 adet farklı girişi istenilen yapıda işleyerek oto-pilot algoritmasına girdi yapabilmesi
- ✓ Kombinasyonu ve aralığı ayarlanabilen 7 adet farklı servo/motor için pwm çıkışı
- ✓ 32 GB kadar SD kart hafızası ile uçuş ayarlarını ve kayıtlarını tutabilmesi. (Uçuş kayıtları tutulması model kestirimi / doğrulama için gereklidir.)

- ✓ USB ve RF Alıcı/Verici üzerinden yer kontrol istasyonu ile haberleşebilme, anlık olarak uçuş veri iletişimi
- ✓ Döngüde Donanımla Benzetim (Hardware In Loop) yapısı ile gömülü sistemde tasarlanacak “Sensör Kestirim”, “Kararlı Yapma”, “Yörünge Takibi” algoritmalarını gerçek bir modele zarar vermeden bir “Uçuş Benzetimi” (Flight Gear gibi) üzerinde deneme imkanı

Tasarlanan oto-pilot kartının çeşitli görünümü Şekil 7.3 ile verilmiştir.

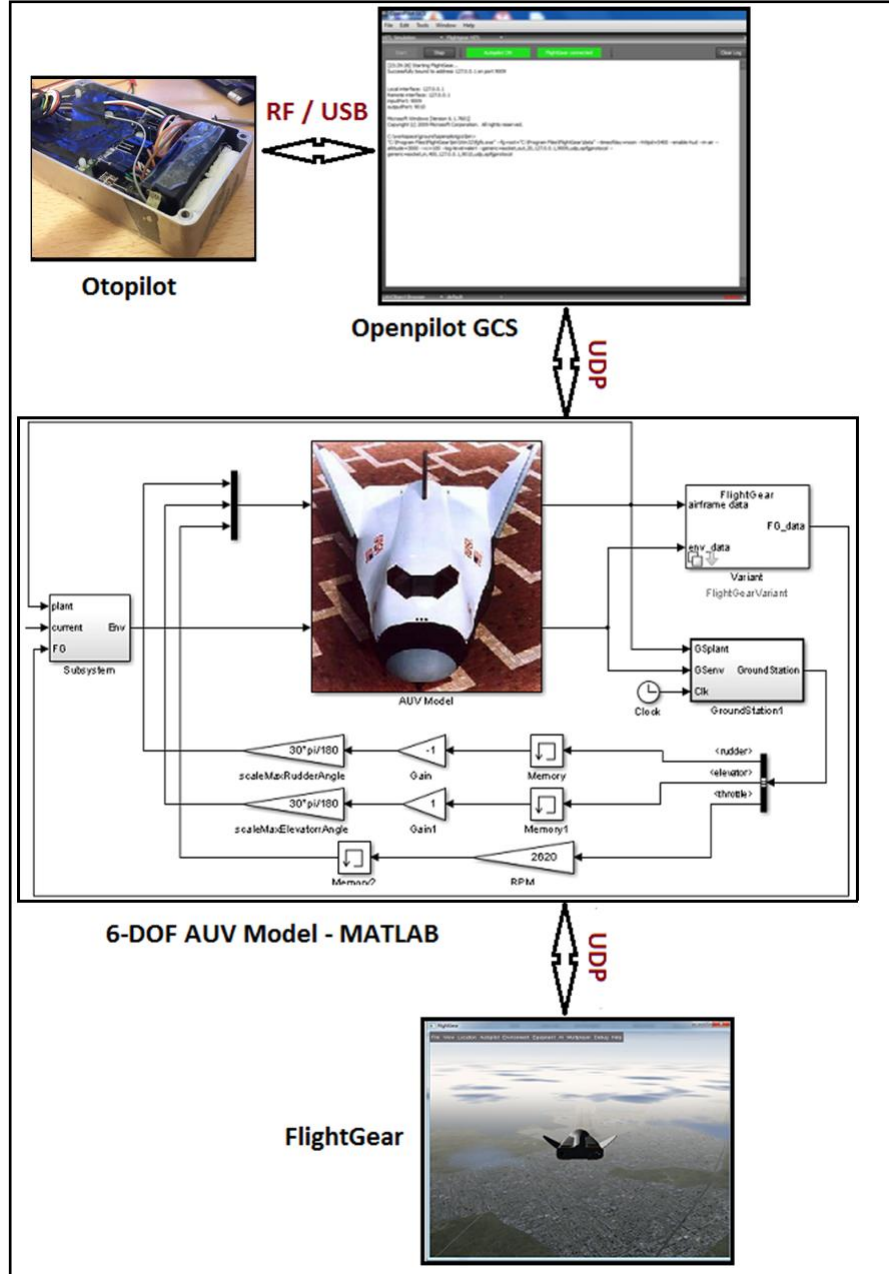


Şekil 7.3 : Otopilot kartı.

Bilgisayara uçuş verilerini iletme ve ekranda canlandırma işlevini gerçekleştirecek yer kontrol istasyonu için hali hazırda yazılmış açık kaynak kodlu “*Openpilot GCS*” yazılımı kullanılmıştır. Oto-pilot üzerine jenerik “*UAV Talk*” protokolü eklenerek otopilotun yer kontrol istasyonu ile haberleşmesi sağlanmıştır.

7.3 Sualtı Aracının Döngüde Donanımla Benzetim (HIL) ile Kontrolü

Tasarlanan komple sistemi test etmek amacıyla, sualtı aracının benzetim modelinin bir Döngüde Donanımla Benzetim (HIL) yapısı kullanılarak kontrol edilmesi planlanmıştır. Tasarladığımız sualtı aracın modeli “Flight Gear” üzerinde olmadığı için 6-Serbestlik Dereceli (6-DOF) doğrusal olmayan model MATLAB üzerinde kurulmuştur. “Flight Gear” ise sadece sualtı aracının hareketinin görselleştirilmesi için kullanılmıştır.

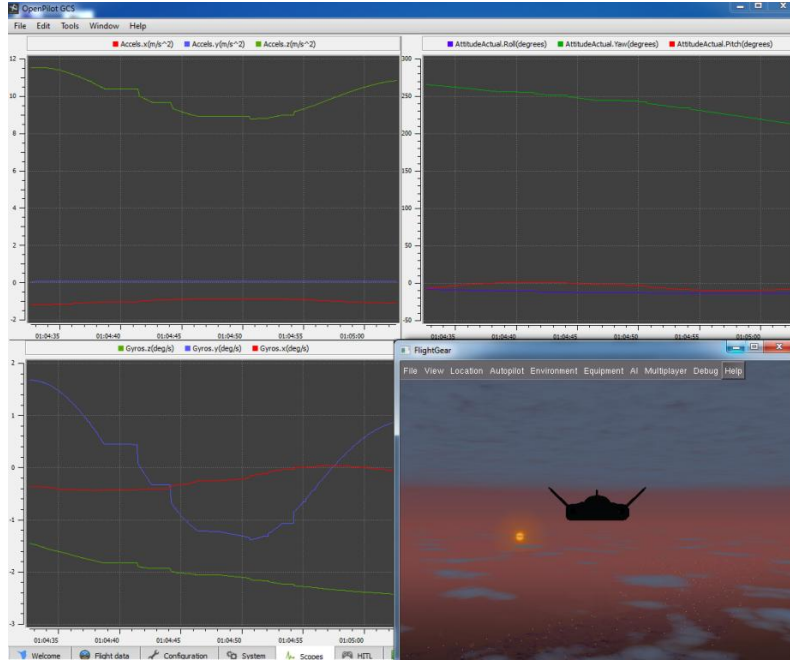


Şekil 7.4 : HIL yapısında sualtı aracı kontrol yapısı: Otopilot – Openpilot GCS (Yer kontrol istasyonu) – Simulink sualtı aracı modeli – FlightGear.

Bir HIL yapısı içerisinde MATLAB üzerinde benzetimi yapılan sualtı aracının gerçek zamanlı kontrolüne ait yapı Şekil 7.4 ile verilmiştir. Otopilot'un ürettiği kontrol işaretleri "Openpilot GCS"ye USB veya RF haberleşmesi ile aktarılmaktadır. Openpilot GCS bu verileri MATLAB Simulink modeline UDP üzerinden göndermektedir. Doğrusal olmayan sualtı modeli çıktıları UDP protokolü ile sayesinde "Openpilot GCS" yer kontrol istasyonuna ve görselleştirme için "FlightGear" programına aktarılmaktadır. Ayrıca, "FlightGear" üzerinden alınan ortam verileri MATLAB Simulink'e UDP üzerinden aktarılmaktadır. "Openpilot

GCS” yazılımı Simulink modelinden aldığı verileri cayro, ivme, manyetik alan, basınç sensörü verilerine dönüştürüp ve üzerine gürültü ekleyerek Otopilot’a USB veya RF haberleşmesi ile aktarmaktadır. Bu işlemlerin tekrarlama frekansı 50 Hz’dir.

“Openpilot GCS” tarafından sensör verileri üretilirken gürültü eklenmesi işlemi sayesinde gerçeğine yakın sensör verileri Otopilot’a gönderilmektedir. Böylece hem tasarlanan sensör kestirim algoritmasının doğruluğu ve başarısı ölçülmekte, hem de gerçeğine çok yakın bir kontrolcü tasarım başarısı incelenebilmektedir.

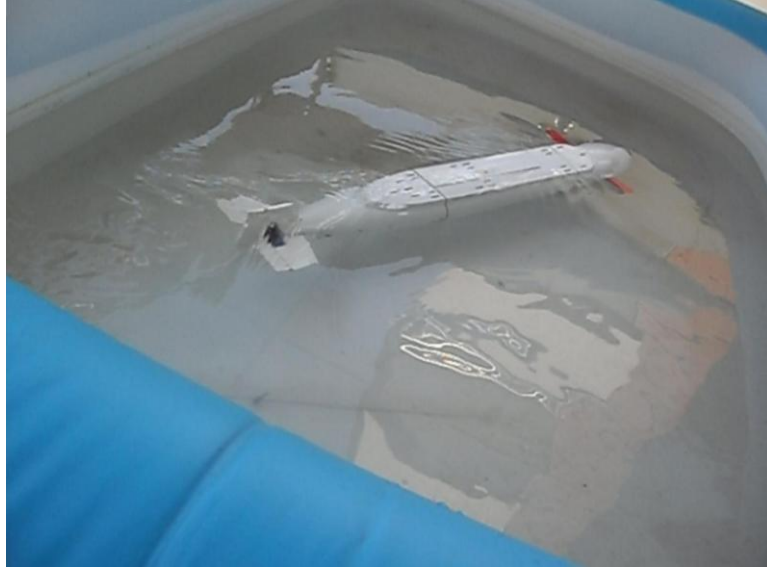


Şekil 7.5 : HIL yapısında sualtı aracı kontrolü: Openpilot GCS (Yer kontrol istasyonu) – FlightGear.

“FlightGear” gibi ortam ve araç görselleştirmesi yaptığınız benzetim araçlarında sualtı modeli yoktur. Bu sebeple kara, deniz tabanı gibi modellenerek tüm sualtı aracının benzetimi MATLAB-SIMULINK üzerinde yapılmıştır. Şekil 7.5 üzerinde “FlightGear” ve “Openpilot GCS” üzerinde HIL yapısında koşturulan sualtı aracı modelinin hareket görüntüsü verilmiştir.

7.4 Aracın Sualtı Testi

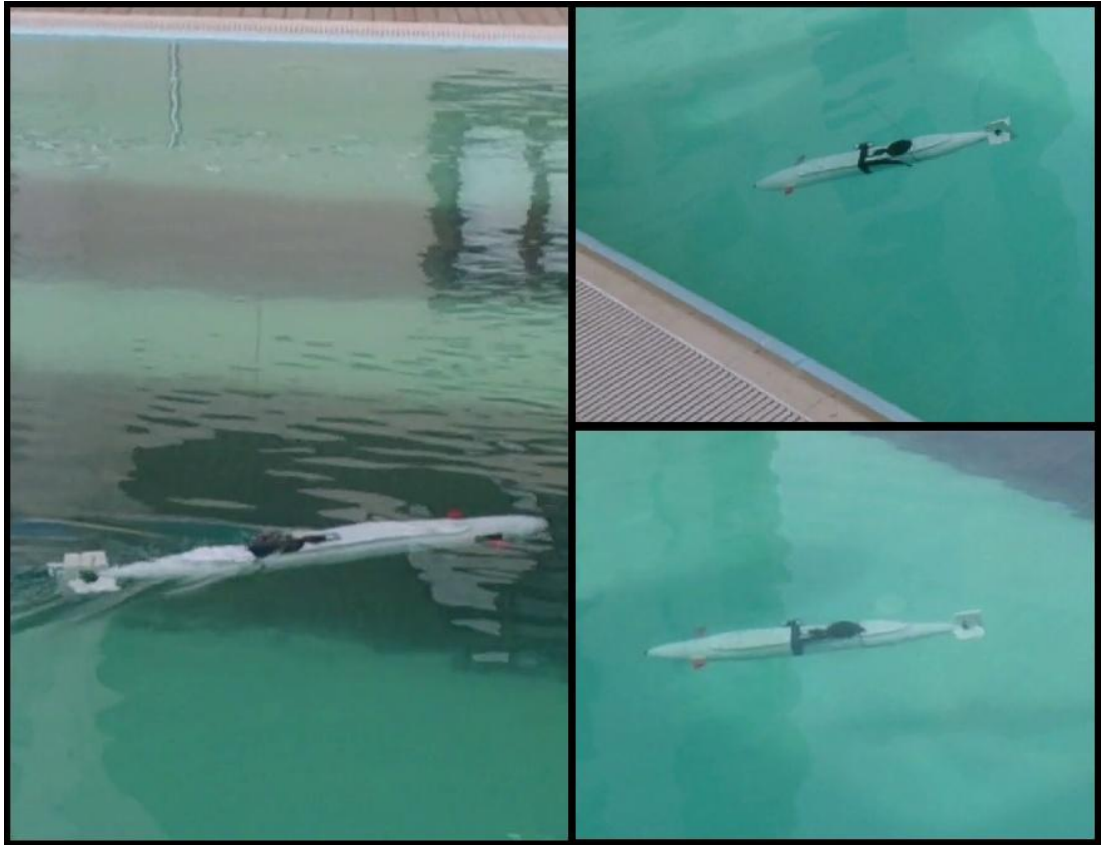
Sualtı aracının kaldırma kuvveti ağırlığından az daha fazla olacak şekilde araca kurşun ağırlıklar eklenmiştir. Suya ilk iniş ve sızdırmazlık testi küçük bir ev havuzunda yapılmıştır. Sualtında ilerleme ve dönüş fonksiyonları bir RF kumanda ile test edilmiş, başarıya ulaşıldığı görülmüştür. Bu testlerden çekilmiş bir görüntü Şekil 7.6 ile verilmiştir.



Şekil 7.6 : Sualtı aracının ilk suya giriş testinden bir görüntü.

7.5 Gerçek Sualtı Aracının Dayanıklı Model Öngörülü Kontrolü

Sualtı aracına otopilot, GPS, telemetri, anten eklemeleri ile yapılmış ve tez kapsamında geliştirilen kontrolörün gerçek sistemde testi için araç hazır hale getirilmiştir. Test ortamından bir görüntü Şekil 7.7 ile verilmiştir.



Şekil 7.7 : Sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrol deneyi.

2. Bölümde anlatılan (Örnek olarak Çizelge A.1, Çizelge A.2 ile REMUS 100 model parametrelerinin hesaplandığı) HAKTOR aracı ile Seawolf V2 modelinin hidrodinamik katsayıları hesaplanmıştır. Böylece, Bölüm 3.6’de anlatılanların ışığı altında aracın ileri yöndeki hızına bağımlı doğrusal modeli (7.1), (7.2) olarak elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \dot{v}(t) \\ \dot{r}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.3621 u_0 & -0.0923 u_0 & 0 \\ 1.4649 u_0 & -3.8489 u_0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ r(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.7505 u_0^2 \\ -9.0029 u_0^2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r(t) \quad (7.1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{w}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.8778 u_0 & 0.2517 u_0 & 0.0190 & 0 \\ 1.8743 u_0 & -4.2922 u_0 & -0.7480 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ q(t) \\ \theta(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.7143 u_0^2 \\ -8.5309 u_0^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s(t) \quad (7.2)$$

Kontrol kuralını hesaplamak için sualtı aracının ilerleme yönündeki hızı $0.5 \leq u_0 \leq 1$ m/s arasında zamanla değiştiği farz edilmiştir. $T_s = 0.02s$ örnekleme periyodu için ileri yönde Euler metodu kullanılarak (7.1) ve (7.2) modelleri, belirsiz sistemin köşelerinin ayırık modelini elde etmek için ayrıklaştırılmıştır. $\alpha = u_0, \beta = u_0^2$ ile yeni bir parametre seti tanımlandıktan sonra ayırık zamanlı belirsiz sistemin köşeleri sırasıyla yatay ve dikey düzlemde Bölüm 3.7’deki gibi elde edilmiştir.

Bölüm 3.5’de önerdiğimiz Algoritma 2 kullanılarak sualtı aracının hem yatay hem de dikey düzlem gerçek zamanlı kontrolü için 20’şer adet değişmez ellipsoid bölgesi oluşturulmuştur.

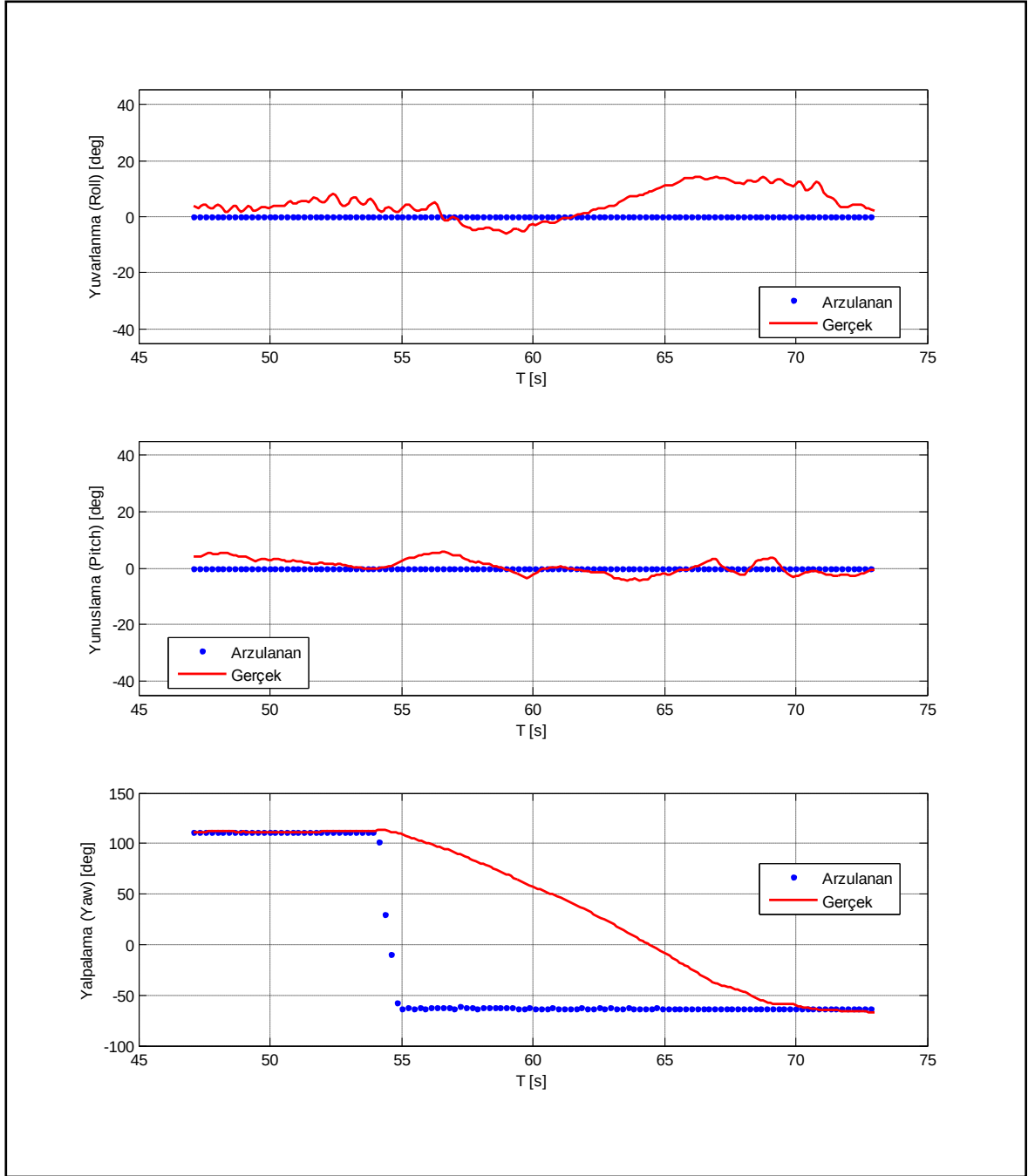
Yatay düzlemde yalpalama açısı (yaw) açısı kontrolü yapılmıştır. Sualtı aracında kullanılan dikey dümen servoları $|u_r(k)| \leq 25$ derece ile sınırlandırılmıştır. Amaç ölçütünün (3.5) ile verilen ağırlık matrisleri ise, $Q_1 = [0,0,0; 0,0,0; 0,0,1] \in R^{3 \times 3}$, $R = 5 \in R$ olarak seçilmiştir.

Sualtı aracının dikey düzlemdeki hareketinin kontrolü için yunuslama dönüş açısının kontrolü yapılmıştır. Bu hareketin kontrolü için önceki bölümlerde verilen integral etkili RMPC kontrol kuralı kullanılmıştır. Sualtı aracındaki dikey dümen servolarının değişim hızı saniyede $|(u_s(k+1) - u_s(k))/T_s| \leq 6.25$ derece ile sınırlanmıştır. Ağırlık matrisleri ise, $R = 0.4 \in R$ ve $Q_1 = [0,0,0,0; 0,0,0,0; 0,0,1,0; 0,0,0,0] \in R^{4 \times 4}$

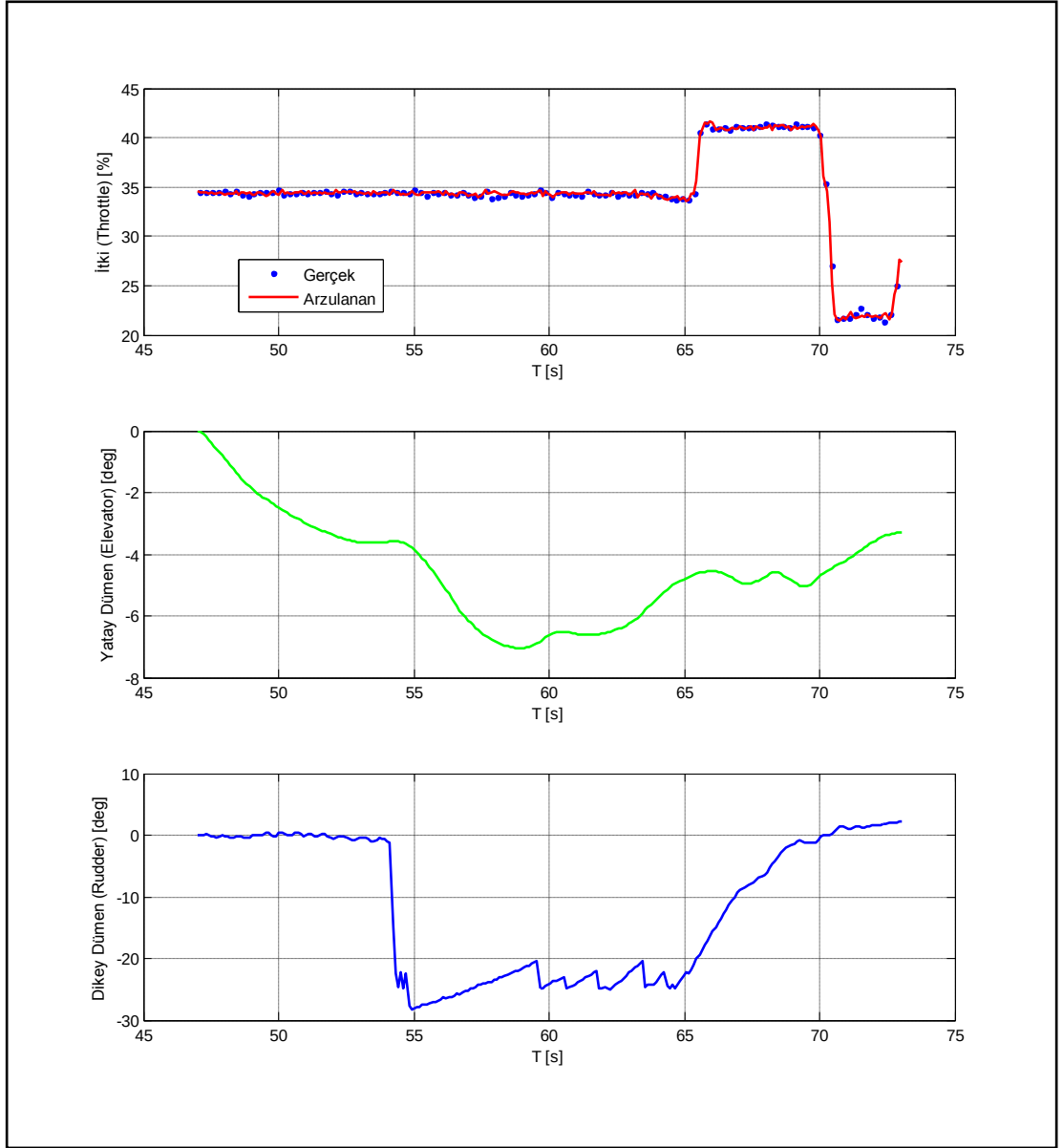
olarak seçilmiştir. Entegre alıcı sisteme eklendiğinde kontrol işaretinin değişim hızı ifade eden sistem durumu için ağırlık değeri ise 0.1 olarak seçilmiştir.

35 Mhz RF kumanda üzerinde bulunan bir anahtar ile otopilotun “*Manüel*” ve “*Otomatik*” modu geçişlerinin yapılabilirdiği bir tasarım ortaya konulmuştur. “*Manüel*” modda sualtı aracının yatay ve dikey dümen açıları direk kumandadan verilir. “*Otomatik*” moda ise kumandadan arzulanan yunuslama (pitch) ve yalpalama (yaw) aç emirleri verilir ve otopilot bu açılarda sistemi kararlı tutmaya çalışır.

İlk deneyde, sualtı aracının yatay düzlemde yalpalama açısı yaklaşık 175 derece değiştirilmesi ve yunuslama açısının 0 derecede tutulması için RF kumandadan arzulanan emirler verilmiştir. Algoritma 2 ile verilen kontrol kuralı otopilotta koşturulmuş ve Şekil 7.8 ile verilen deney sonuçları ortaya çıkmıştır. Görüldüğü üzere kontrol kuralı yatay düzlemde sualtı aracını istenilen yalpalama (yaw) açısına getirirken, dikey düzlemde ise yaklaşık 0 derece yunuslama(pitch) açısında tutmayı başarmıştır. Deneyin su yüzeyine çok yakın ortamda yapılması ve aracın dalga etkilerine maruz kalması nedeniyle yunuslama açısında oldukça ufak değişimler mevcuttur.



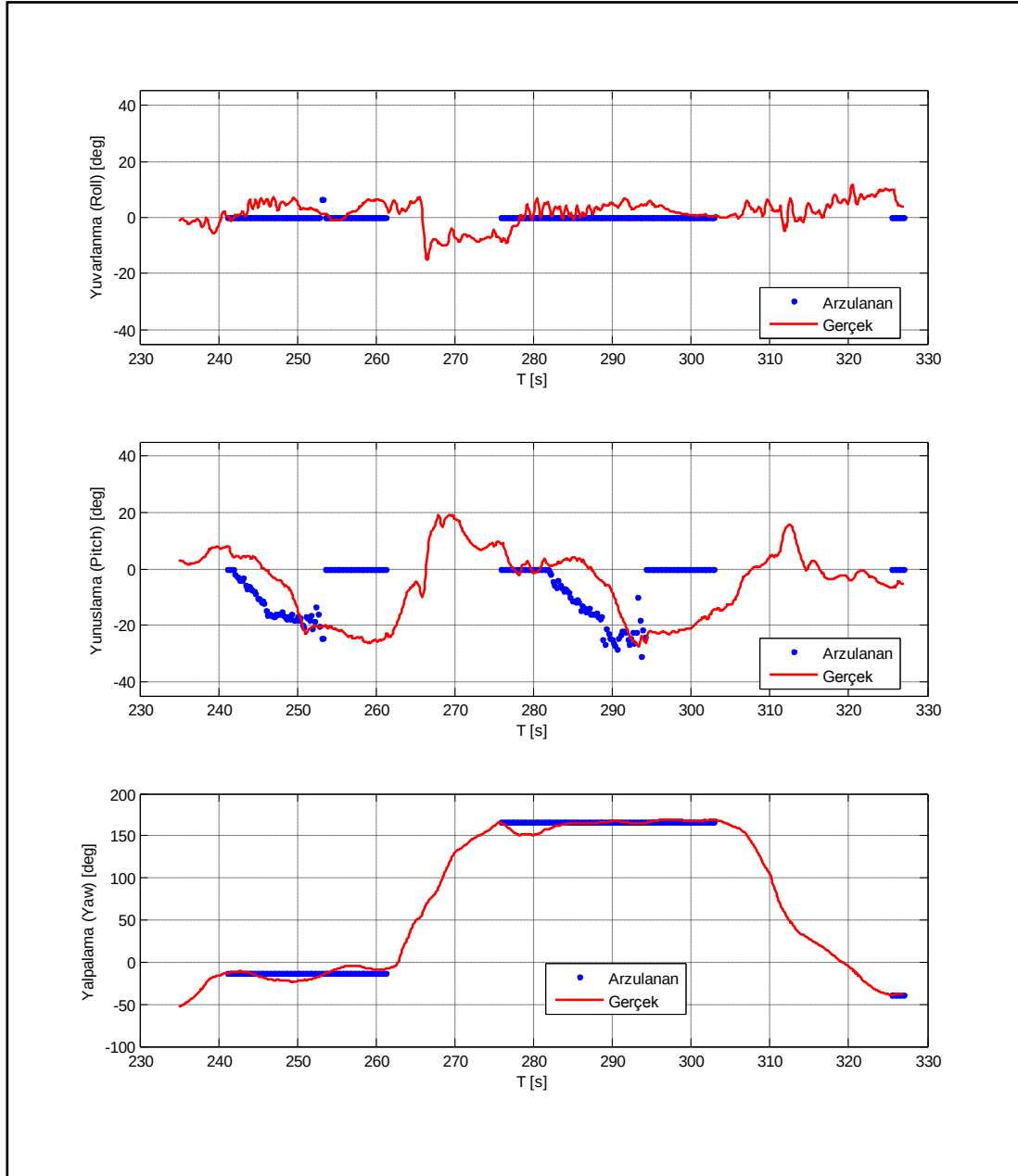
Şekil 7.8 : Gerçek sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrolü (Algoritma 2) - Yatay düzlem açı cevabı.



Şekil 7.9 : Gerçek sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrolü (Algoritma 2) - Yatay düzlem cevabı için kontrol girişleri.

Sualtı aracına uygulanan kontrol girişleri ise Şekil 7.9 ile verilmiştir. Aracın hızı, pervane hızı dolayısıyla itki değiştirilerek yapılmıştır Algoritma 2 ile çizelge tabanlı elipsoid bölgeleri oluşturulurken başlangıç koşulu yani maksimum yalpalama açısı değişimi 150 derece alınarak kontrol kuralı tasarımı yapılmıştır. Her ne kadar kontrol işareti için sınır koşul 25 derece ayarlanarak kontrol kuralı türetilse de Şekil 7.9 üzerinden de görüldüğü üzere 55 sn'de dikey dümen(rudder) açısı 28 derece civarında çıkmaktadır. Çünkü bu anda arzulanan ile gerçek yalpalama (yaw) açısı farkı 150 dereceden büyüktür yani sistem durumları en dış elipsoidin dışında kalmıştır. Şekil 7.9'den görüldüğü üzere sistem durumları elipsoidin içinde kaldığı süre

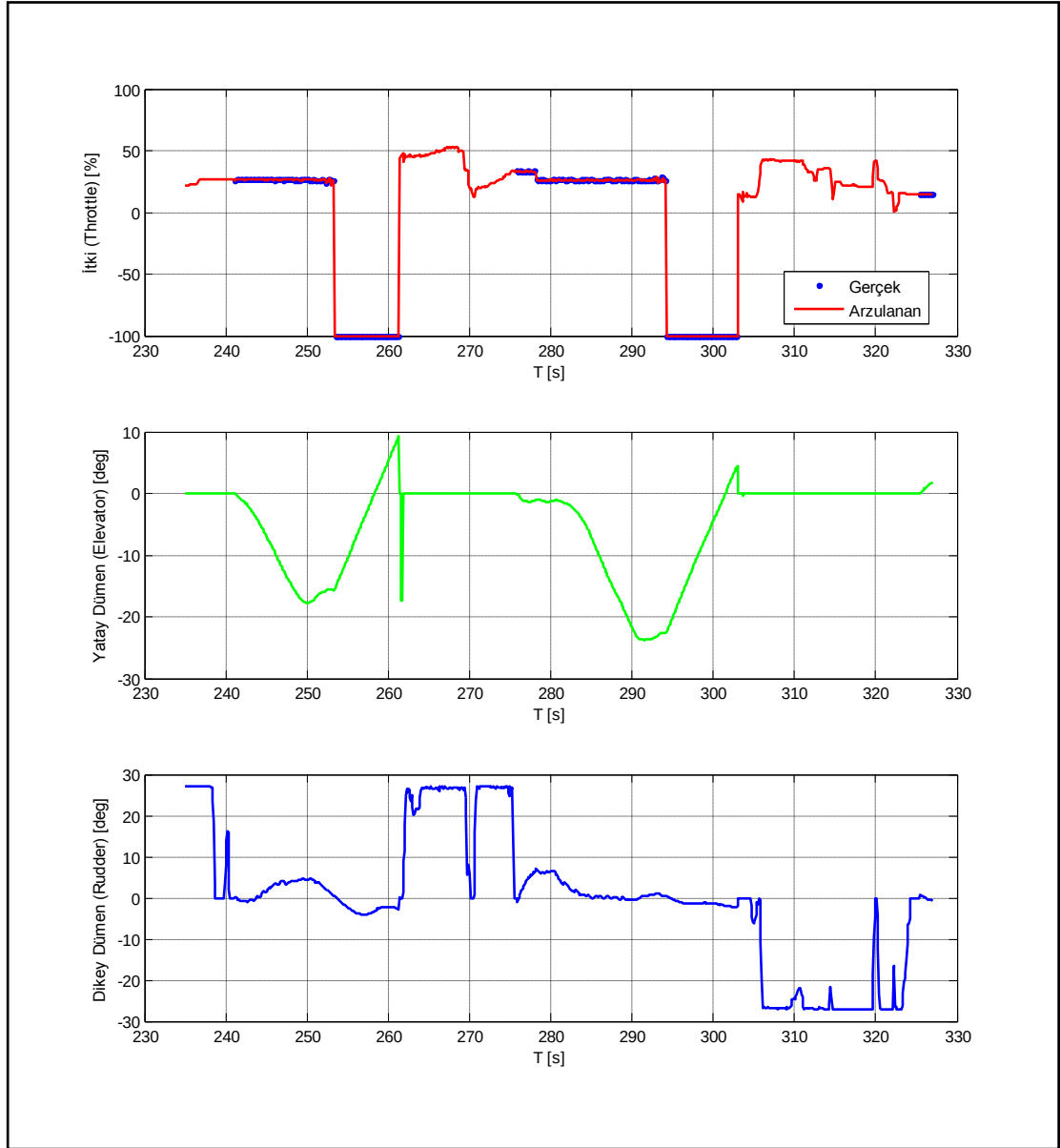
boyunca dikey dümen (rudder açısı) 25 derece sınır koşulunu sağlamaktadır. Ayrıca Bölüm 3.7’de verilen benzetim sonuçlarına benzer şekilde her ellipsoid bölgesi değişiminde dikey dümen açısının ani sıçramaları Şekil 7.9 üzerinden görülmektedir.



Şekil 7.10: Gerçek sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrolü (Algortima 2) - Dikey düzlem açısı cevabı.

İkinci deneyde, sualtı aracının yalpalama açısının sabit tutularak yunuslama açısının arzulanan derecede tutulması için 35 Mhz RF kumandadan istenilen emirler verilmiştir. Sualtı aracı RF kumanda ile bağlantısı kesildiğinde (örneğin havuz dibine indiğinde) sualtı aracını korumak için itki (throttle) otomatik olarak kesilebilecek ve arzulanan yunuslama açısını 0 derece yapacak şekilde bir yazılım tasarımı ortaya

konmuştur. Böylece sualtı aracının kaldırma kuvveti ağırlığından çok az büyük olduğu için su üstüne çıkış, RF bağlantısı kesildikten sonra otomatik olarak gerçekleşebilmektedir.



Şekil 7.11: Gerçek sualtı aracının Kazanç Çizelge Tabanlı Kontrolü (Algortima 2) - Dikey düzlem cevabı için kontrol girişleri.

Şekil 7.10 ve Şekil 7.11 görüldüğü üzere 253. saniyede kumanda bağlantı kesilince itki kapatılmış (-%100) ve arzulanan yunuslama açısı 0 derece yapılmıştır. Bu saniyeden sonra sualtı aracı serbest su yüzeyine itkisiz çıkış hareketi yapmaktadır. 262. sn'de RF kumanda ile sualtı aracı “Manüel” moda alınarak el ile kumanda edilmiştir. (Şekil 7.10 üzerinde görüldüğü gibi “Manüel” modda arzulanan açı değeri yoktur.) Havuz sonuna gelindiği için sualtı aracı “Manüel” moda 180 derece

döndürölmüş ve 275. sn'de tekrar “Otomatik” moda alınarak sualtı aracı istenilen yunuslama (pitch) dönüş açısına getirilme deneyi tekrarlanmıştır. Şekil 7.10 üzerinden de göröldüğü üzere istenilen yunuslama (pitch) açısına sualtı aracı başarılı bir şekilde getirilmektedir. Dikey düzlem kontrolcüsü entegral alıcı içerdüğü için kapalı çevrim cevabı yavaştır.

8. SONUÇLAR

Bu tezde otonom sualtı araçlarının tasarımı ve kontrolü amaçlanmıştır. Sualtı aracı tasarımı; mekanik tasarım, dinamik model çıkarımı ve kontrolör tasarımı gibi birçok alt tasarım bileşenini içermektedir. Bir sualtı aracının kendine özgü hareket karakteristiğini belirlemek ve kararlı bir kontrolör tasarlamak için sıklıkla kullanılan REMUS 100 aracın dinamik modeli çıkarılmıştır. Bu tez kapsamında sualtı aracı dinamiğini oluşturan kinematik, hidrodinamik eşitlikler tanımlandığı gibi torpido şekilli sualtı aracına ait hidrodinamik katsayıların hesaplandığı bir araç tasarımı geliştirilmiştir. Hesaplama aracının doğruluğu da REMUS 100 gerçek verileri kullanılarak gösterilmiştir.

Bir sualtı aracının literatürde verilen matematik modeli, doğrusal olmayan yapıda, parametrik belirsizliklere ve gürültü girişlerine sahip bir modeldir. Bu nedenle, sualtı aracının matematik modeli, aracın hızına ve sualtında karşı karşıya kaldığı ortam şartlarına göre değişecektir. Bu tezin amaçlarından biri de parametre belirsizliklere sahip bir sualtı aracının istenilen referans noktasına getirme problemini çözmektir. Dayanıklı MPC kuralının seçilme sebebi ise belirsizliklerle başa çıkabilmesidir. Bir sualtı aracının 6 serbestlik dereceli dinamiğine ilişkin doğrusal olmayan modeli belirli çalışma noktalarında doğrusallaştırılmış ve araç için dayanıklı bir MPC kontrol kuralı türetilmiştir. Çevrimiçi hesaplama yükünü azaltan bir kontrol prosedürü (Algoritma 2) önerilmiştir. Ayrıca, benzetim için yeni bir konveks küme önerilmiş; bu kümeden elde edilen kontrol kuralı, bir sualtı aracının doğrusal olmayan model benzetimi üzerinde koşturulmuş ve sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Böylece RMPC çizelge kontrol kuralının gerçek bir sualtı aracı üzerinde koşturulmasının değerli olacağı sonucuna varılmıştır.

Euler-Lagrange sistemlerine ait temel kavramlar ortaya konulduktan sonra sualtı aracı için Hamiltonian Sistem modeli oluşturulmuştur. Sistemin Hamiltonian fonksiyonunu bir Lyapunov fonksiyonu olarak kullanan Kapı Kontrollü Hamiltonian modelleme tekniğine yer verilmiştir. Kapalı çevrim sisteme ait bir Hamiltonian fonksiyonu tanımlanarak, sisteme bu fonksiyonu atayacak enerji ve sönüm atama

kuralları ve kararlılık analizi literatür üzerindeki temel çalışmalar ortaya konularak verilmiştir. Bunlar ışığı altında, bir sualtı aracının doğrusal olmayan enerji ve sönüm atama temelli pasif kontrolü türetilmeye çalışılmıştır. Sualtı aracı sürekli hareketli bir sistem olduğu için Geleneksel IDA-PBC temelli kontrol kuralının aksine sadece konum değil, hız değeri de bir denge noktasına getirilmeye çalışılır. Bu yüzden sualtı aracı sistemi için IDA-PBC kuralına benzer yapıda hata dinamiği üzerinden yeni, özgün enerji ve sönüm atama koşulları bu tez kapsamında ortaya konulmuştur. Kontrolü nispeten daha zor olan sualtı aracının dikey düzlem hareketi için eksik sürülmüş 3 Serbestlik Dereceli sualtı aracı modeli ortaya çıkarılmıştır. Geliştirilen kontrolör tasarımını daha iyi anlatabilmek amacıyla elde edilen model, sabit ileri yön hızlı sualtı aracı için 2-Serbestlik Derecesine düşürülmüştür. Tasarımı yapılan kontrolörün asimptotik kararlılığı garanti ettiği gösterilmiş ve bir benzetim çalışması ortaya konulmuştur. Böylece geliştirilen kontrolör tasarımı, sadece sualtı aracı için değil tüm sürekli hareketli platformların (uçak, döner kanatlı platform, gemi, kara taşıtı gibi) kontrolü için kullanılabilecektir.

Geliştirilen kontrol algoritmalarını gerçek bir sisteme uygulayabilmek için durum vektörlerin kestirilebilmesi gereklidir. Bu amaçla, 3 boyutlu hareket eden bir aracın istikamet ve davranışını ölçen bir AHRS kartı tasarımı yapılmıştır. Ayrıca ivme ve manyetik alan ölçer kalibrasyonu hakkında kısa bilgi verildikten sonra sensör kalibrasyon katsayılarının hesaplama algoritmaları bu tez kapsamında başarı ile ortaya konulmuştur. Sistem durumlarının kestirim için 6 serbestlik dereceli hareketli bir platformun kinematik modeli üzerinden sistemin durum denklemleri tanımlanmıştır. Bu durum denklemleri üzerinden doğrusallaştırma ve ayrıklaştırma yapılarak, genişletilmiş Kalman filtresi algoritması maddeler halinde verilmiştir. AHRS kartı üzerinden kodlanan sensör kestirim algoritmasını karşılaştırabilen ve sensör kalibrasyon katsayılarını hesaplayabilen bir MATLAB arayüzü geliştirilmiştir.

Bu tez çalışması kapsamında, hızlı bir araç tasarımı yapabilmek için sualtı aracının gövdesi hazır alınmıştır. Sualtı aracına otopilot, AHRS sistemi, RF alıcı verici, motor ve motor kontrol ünitesi, servo, batarya üniteleri yerleştirilerek gerçek bir sualtı aracı tasarlanmıştır. Otopilot ve AHRS kartı üzerinde, yer kontrol istasyonu ile haberleşerek verilen emirleri yerine getirebilecek, uçuş verilerini kayıt edebilecek, Döngüde Donanımla Benzetim (HIL) yapısında da çalışabilecek düzeyde gömülü

yazılım tasarımı yapılmıştır. Bu tez kapsamında tasarlanan sensör kestirim algoritmasının ve kontrolörün gerçek zamanlı performansını havuz ortamı olmadan ölçmek için HIL yapısı ortaya konulmuştur. Sualtına indirilen aracın havuz ortamında testleri yapıldıktan sonra; bu tez kapsamında önerilen çizelge tabanlı Dayanıklı Model Öngörülü Kontrol kuralı tasarlanan sualtı aracı üzerinde koşturularak kontrolörün gerçek zamanlı başarımı ortaya konulmuştur.

Bu tez kapsamında izlenen yol ve geliştirilen algoritmalar sadece sualtı araçları için değil tüm hareketli platformların modellenmesi ve kontrolü konusunda yol gösterici olacaktır.

Bundan sonra yapılacak çalışmalar sualtı aracının bir görevi alma, güncelleme ve icra etme üzerine kurulu olacaktır. Her ne kadar bu tez kapsamında çok fazla kullanılma imkanı olmasa da tasarlanan sualtı aracında GPS ve Telemetry linki vardır. İleride yapılması planlanan çalışmalarda; su üstünde GPS ile konum düzeltilmesi alma ve telemetry linki üzerinden aldığı görevi güncelleme, icra etme imkanları, sualtı aracına kazandırılacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] **Kothare, M.V. , Balakrishnan, V. & Morari, M.** (1996). Robust Constrained Model Predictive Control using Linear Matrix Inequalities, *Automatica*, 32(10), 1361-1379.
- [2] **Akçakaya, H. & Gören Sümer, L.** (2009). An Application of Robust Model Predictive Control with Integral Action, *Instrumentation Science & Technology*, 37(4), 410-430.
- [3] **Brutzman, P. D. , Kanayama, Y. & Zyda, J.** (1992). Integrated Simulation for Rapid Development of Autonomous Undersea Vehicles, *Proceedings of the 1992 Symposium on AUV Technology*, (pp. 3-10), Washington DC USA.
- [4] **Goheen, R. K.** (1991). Modeling Methods for Underwater Robotic Vehicle Dynamics, *Journal of Robotic Systems*, 8(3), 295-317.
- [5] **Fauske, K. M. , Gustafsson, F. & Hegrenæs, Ø.** (2007). Estimation of AUV Dynamics for Sensor Fusion, *In proceedings of the IEEE International Conference on Information Fusion*, (pp. 1-6), Québec, Canada.
- [6] **Hopkin, D. & Den Hertog, V.** (1993). The Hydrodynamic Testing and Simulation of an Autonomous Underwater Vehicle, *Proceedings of the Second Canadian Marine Dynamics Conference*, (pp. 274-281).
- [7] **Geisbert, S. J.** (2007). *Hydrodynamic Modeling for Autonomous Underwater Vehicles Using Computational and Semi-Empirical Methods*. (Master's Thesis). Ocean Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [8] **Maskew, B.** (1990). *USAERO, A Time-Stepping Analysis Method for the Flow about Multiple Bodies in General Motion, (User's Manual)*. Redmond,WA: Analytical Methods Inc.
- [9] **Fink, R.** (1960). USAF Stability and Control DATCOM, (Report No. AFWAL-TR-83-3048). McDonnell Douglas Corporation, Douglas Aircraft Division, for the Flight Controls Division, Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson AFB, Ohio. (October 1960, revised November 1965, revised April 1978.).

- [10] **Roskam, J.** (1990). *Airplane Design – Part VI: Preliminary Calculation of Aerodynamic, Thrust and Power Characteristics*. Kansas, MO: Roskam Aviation and Engineering Corporation.
- [11] **Fossen, T.I.** (1994). *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley and Sons.
- [12] **Fossen, T.I.** (2002). *Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Trondheim: Marine Cybernetics AS.
- [13] **Chou, C. K. J.** (1992). Quaternion Kinematic and Dynamic Differential Equations, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(1), 53-64.
- [14] **Kane, T.R. , Likins, P.W. & Levinson, D.A.** (1983). *Spacecraft Dynamics*. New York: McGraw-Hill.
- [15] **Lamb, H** (1932). *Hydrodynamics*. London: Cambridge University Press.
- [16] **Kirchoff, H.** (1869). Über die Bewegung eines Rotationskörpers in einer Flüssigkeit, *Crelle's Journal*, 71, 237-273.
- [17] **Faltinsen, M. O. & Zhao, R.** (1987). Slow Drift Eddy Making Damping of a Ship, *Applied Ocean Research*, 9(1), 37-46.
- [18] **Clarke, D.** (2003). The Foundations Of Steering And Manoeuvring, *Proc. IFAC Conf. Manoeuvring and Contr. Marine Crafts*, Girona, Spain.
- [19] **Humphreys, D.E. & Watkinson, K.W.** (1978). Prediction of Acceleration Hydrodynamic Coefficients for Underwater Vehicles from Geometric Parameters, (Report No. TR 327-78). Panama City, FL: Naval Coastal Systems Laboratory.
- [20] **Newman, N. J.** (1977). *Marine Hydrodynamics*. Massachusetts: MIT Press.
- [21] **Rybka, J.A.** (2005). *A Strip Theory Approximation for Wave Forces on Submerged Vehicles in Finite Depth Water*. (Master. Thesis). Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- [22] **Hoerner Sigward, F.** (1965). *Fluid Dynamic Drag*. Bricktown, NJ: Hoerner Fluid Dynamics.
- [23] **Jones, D.A. , Clarke, D.B. , Brayshaw, I.B. , Barillon, J.L. & Anderson, B.** (2002). The calculation of hydrodynamic coefficients for underwater vehicles, (Report No. TR-1329), Maritime platform division, DSTO.

- [24] **Traiantafyllou, S. M. & Hover, F.S.** (2003). Maneuvering and control of surface and underwater vehicles, (Technical Report). Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- [25] **Holmes, E.P.** (1995). *Prediction of Hydrodynamics Coefficients Utilising Geometric Considerations*. (Masters Thesis). Mechanical Engineering, Naval Postgraduate School, Monterey, CA.
- [26] **Dugoff, H.** (1963). Prediction of Trajectories for an Underwater Missile, (Report No: 898). Davidson Laboratory.
- [27] **Fidler, E. J. & Smith, C.A.** (1978). Methods for Predicting Submersible Hydrodynamic Characteristics, (Report No: NCSC TM-238-78). Panama City, FL: Naval Coastal Systems Laboratory.
- [28] **Abkowitz, A.** (1972). *Stability and Motion Control of Ocean Vehicles*. Cambridge, MA: MIT Press.
- [29] **Hoerner Sighard, F. & Borst, V. H.** (1985). *Fluid-Dynamic Lift*, (second edition). Bricktown, NJ: Hoerner Fluid Dynamics.
- [30] **Barros, E.A. , Pascoal, A. & Sa, E.** (2008). Investigation of a Method for Predicting AUV Derivatives, *Ocean Engineering*, 35(16), 1627-1636.
- [31] **Nahon, M.** (1996). A Simplified Dynamics Model for Autonomous Underwater Vehicles, *In Proceedings Symposium on Autonomous Underwater Vehicle Technology*, (pp. 373–379), Monterey, CA.
- [32] **MacKenzie, P.M. & Forrester, M.A.** (2008). Sailboat Propeller Drag, *Ocean Engineering*, 35(1), 28-40.
- [33] **Techet, A.H.** (2004). Marine Propellers, Hydrodynamics for Ocean Engineers, MIT. Retrieved from http://web.mit.edu/13.012/www/handouts/propellers_reading.pdf
- [34] **Jacobson, J.A. , Neu, W.L. , Hennage, J.B. , Williams, R.K. & Jones, C.D.** (2007). Using Single Propeller Performance Data to Predict the Performance of a Counterrotating Pair, *OCEANS 2007 Conferences*, (pp. 1-6), Vancouver, BC.
- [35] **Prestero, T.** (2001). *Verification of a Six-Degree of Freedom Simulation Model for the REMUS Autonomous Underwater Vehicle*. (Master's thesis). Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts.
- [36] **Edwards, E. C.** (1998). *Sliding Mode Control: Theory and Applications*. Padstow, UK: Taylor & Francis.

- [37] **Healey, J. A. & Lienard, D** (1993). Multivariable Sliding Mode Control for Autonomous Diving and Steering of Unmanned Underwater Vehicles, *IEEE Journal Of Ocean Enegineering*, 18(8), 327-339.
- [38] **Akçakaya, H. , Yıldız, H.A. , Sağlam, G. & Gürleyen, F.** (2009). Sliding Mode Control of Autonomous Underwater Vehicle, *6th International Conference on Electrical and Electronics Engineering, ELECO 2009*, (pp. 332-336), Bursa.
- [39] **Boyd, S. , Ghaoui, El L. , Feron, E. & Balakrishnan, V.** (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, PA: SIAM.
- [40] **Akçakaya, H. & Gören Sümer, L.** (2014). Robust Control of Variable Speed Autonomous Underwater Vehicle, *Advanced Robotics*, 28(9), 601-611.
- [41] **Wan, Z. & Kothare, M.V.** (2003). An Efficient Offline Formulation of Robust Model Predictive Control Using Linear Matrix Inequalities, *Automatica*, 39(5), 837 - 846.
- [42] **Ortega, R.** (1998). *Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer-Verlag.
- [43] **Van Der Schaft, A.J** (2000). *L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Secaucus, NJ: Springer-Verlag.
- [44] **Gören Sümer, L. & Yalçın, Y.** (2011). A Direct Discrete-time IDA-PBC Design Method for a Class of Underactuated Hamiltonian Systems, *8th IFAC World Congress*, Milano, Italy.
- [45] **Yalçın, Y.** (2010). *Hamiltonian Sistemler İçin Ayırık Zamanlı Dayanıklı Kontrolör Tasarımı*. (Doktora Tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [46] **Ortega, R. & Gomez, F.** (2002). Stabilization of a Class of Underactuated Mechanical Systems Via Interconnection and Damping Assignment, *IEEE Transactions Automatic Control*, 47(8), 1218-1233.
- [47] **Byrnes, C. , Isidori, A. & Willems, J.C.** (1991). Passivity, Feedback Equivalence, and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems, *IEEE Transactions Automatic Control*, 36(11), 1288-1240.

- [48] **Akçakaya, H. & Gören Sümer, L.** (2013). IDA-PBC Design for Marine Vehicle, *1 st IFAC Workshop on Advances in Control and Automation Theory for Transportation Applications (ACATTA 2013)*, (pp. 150-155), Istanbul.
- [49] **Sagatun, I. S. & Fossen, T.I.** (1991). Lagrangian Formulation of Underwater Vehicles, *Dynamics*. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, (pp. 1029-1034), Charlottesville, VA.
- [50] **ST Microelectronics** (2010). Using LSM303DLH for a tilt compensated electronic compass, (Report No: AN3192). ST Microelectronics.
- [51] **Merayo, J. , Brauer, P. , Primdahl, F. , Petersen, J. & Nielsen, O.** (2000). Scalar Calibration of Vector Magnetometers, *Measurement Science & Technology*, 11(2), 120–132.
- [52] **Bonneta, S. , Bassompierre, C. , Godin, C. , Lesecq, S. & Barraud, A.** (2009). Calibration Methods for Inertial and Magnetic Sensors, *Sensors and Actuators A: Physical*, 156(2), 302-311.
- [53] **Todd, M. & Yildirim, A. E.** (2007). On Khachiyan's Algorithm for the Computation of Minimum-Volume Enclosing Ellipsoids, *Discrete Applied Mathematics*, 155(13), 1731-1744.
- [54] **Grewal, M.S. & Andrews, A.P.** (2001). *Kalman Filtering, Theory and Practice Using MATLAB*. John Wiley and Sons, Inc.
- [55] **Farrell, J.A. & Barth, M.** (1999). *The Global Positioning System & Inertial Navigation*. McGraw Hill.
- [56] **Kinsey, C. J. , Eustice, R.M. & Whitcomb, L.L.** (2006). A Survey of Underwater Vehicle Navigation: Recent Advances and New Challenges, *In Proceedings of the IFAC Conference of Manoeuvring and Control of Marine Craft*, Lisbon.

EKLER

EK A: REMUS 100 aracının fiziksel ve hesaplanan hidrodinamik parametreleri

EK A: REMUS 100 aracının fiziksel ve hesaplanan hidrodinamik parametreleri**Çizelge A.1: REMUS 100 aracı fiziksel parametreleri.**

Katsayı	Açıklaması	Değeri
W	Balast tankları, serbest akış yüzeyi içindeki su da dahil olmak üzere toplam araç ağırlığı	299 N
B	Serbest akış yüzeyi içindeki su da dahil olmak üzere araç tarafından itilen suyun ağırlığı	306 N
l	Karakteristik uzunluğu da olarak bilinen araç uzunluğudur. Dinamik eşitliklerde katsayıları birimsizleştirmek için l sıkça kullanılır.	1.33 m
d	sualtı aracının maksimum çapıdır.	0.1905 m
A	Maksimum kesit alanıdır. Silindir şeklinde düşünülen bir sualtı aracı için R çapı olmak üzere değeri $\pi R^2/4$ 'dir. Dinamik eşitliklerde katsayıları birimsizleştirmek için sıkça A kullanılır.	0.0285 m ²
g	Yerçekimi ivmesi	9.81m/s ²
ρ	Su yoğunluğu	1030 kg/m ³
m	Balast tankları, serbest akış yüzeyi içindeki su da dahil olmak üzere toplam araç kütlesi	30.5 kg
I_{xx}	Uzunlamasına gövde eksenini boyunca eylemsizlik momenti	0.1770 kg. m ²
I_{yy}	Yanal gövde eksenini boyunca eylemsizlik momenti	3.45 kg. m ²
I_{zz}	Dikey gövde eksenini boyunca eylemsizlik momenti	3.45 kg. m ²
x_G	Uzunlama gövde ekseninde aracın ağırlık merkezinin kaldırma merkezine olan uzaklığıdır.	0
y_G	Yanal gövde ekseninde aracın ağırlık merkezinin kaldırma merkezine olan uzaklığıdır.	0
z_G	Dikey gövde ekseninde aracın ağırlık merkezinin kaldırma merkezine olan uzaklığıdır.	0.0196 m
Propoller Thrust	Pervane itki kuvveti	9.25 N
Propoller Moment	Pervane momenti	-0.543 N.m
x_t	Uzunlama gövde ekseninde, arka kanatçıkların geometrik merkezinin kaldırma merkezine uzaklığı	-0.649 m

Çizelge A.2: REMUS 100 aracı için HAKTOR hesaplama aracı ile hesaplanmış birimsiz hidrodinamik katsayılar.

X_o	X yönünde sürtünme kuvveti katsayısı.	-0.2920
$X_{\dot{u}}$	X yönündeki kuvvetin boyuna öteleme ivmesine göre 1. türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0562
$X_{\dot{w}}$	X yönündeki kuvvetin kaldırma ivmesine göre 1. türevi. Ek kütle katsayısı.	0
X_{wq}	X yönündeki kuvvetin kaldırma ve yunuslama hızına göre türevi Ek kütle katsayısı.	-1.5768
X_{vr}	X yönündeki kuvvetin yanal öteleme ve sapma hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	1.5768
X_{qq}	X yönündeki kuvvetin yunuslama hızına göre 2. türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0986
X_{rr}	X yönündeki kuvvetin sapma hızına göre 2. türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0986
X_{pr}	X yönündeki kuvvetin yalpalama ve sapma hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	0
X_{ww}	X yönündeki kuvvetin kaldırma hızına göre 2. türevi. Ek kütle katsayısı.	2.8727
X_{vv}	X yönündeki kuvvetin yanal öteleme hızına göre 2. türevi. Ek kütle katsayısı.	2.8727
X_{SeSe}	X yönündeki kuvvetin elevator aynı yöndeki dikey dümenler açısına göre 2. türevi	-1.6498
X_{SrSr}	X yönündeki kuvvetin rudder yatay dümenler açısına göre 2. türevi.	-1.6498
X_{SepSep}	X yönündeki kuvvetin elevator splay ters yöndeki dikey dümenler açısına göre 2. türevi	-1.6498
X_{SaSa}	X yönündeki kuvvetin aileron yalpalama önleyici kanatlar açısına göre 2. türevi	0
Y_o	Y yönünde sürtünme kuvveti katsayısı	0
$Y_{\dot{v}}$	Y yönündeki kuvvetin yanal öteleme ivmesine göre 1. türevi. Ek kütle katsayısı.	-1.5768
$Y_{\dot{p}}$	Y yönündeki kuvvetin yalpalama ivmesine göre 1. türevi	0
$Y_{\dot{r}}$	Y yönündeki kuvvetin sapma ivmesine göre 1. türevi. Ek kütle katsayısı.	0.0493
Y_p	Y yönündeki kuvvetin boyuna öteleme ve yalpalama hızına göre türevi. Lift katsayısıdır.	0
Y_r	Y yönündeki kuvvetin boyuna öteleme ve sapma hızına göre türevi. . Ek kütle katsayısı ve kanatçık lift katsayısı.	0.8612
Y_{wp}	Y yönündeki kuvvetin kaldırma ve yalpalama hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	1.5768
Y_{pq}	Y yönündeki kuvvetin yalpalama ve yunuslama hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	0.0493
Y_{qr}	Y yönündeki kuvvetin yunuslama ve sapma hızına göre türevi	0
Y_v	Y yönündeki kuvvetin boyuna öteleme ve yanal öteleme hızına göre türevi. Gövde ve kanatçık lift katsayısı.	-2.8727
Y_{Sr}	Y yönündeki kuvvetin rudder yatay dümenler açısına göre türevi. Rudder açısı lift katsayısıdır.	1.6498
Y_{vrr}	Y yönündeki kuvvetin yanal öteleme hızına göre 1. türevi ve sapma hızına göre 2. Türevi	-7.1818

Çizelge A.2 (devam): REMUS 100 aracı için HAKTOR hesaplama aracı ile hesaplanmış birimsiz hidrodinamik katsayılar.

Y_{rvv}	Y yönündeki kuvvetin yanal öteleme hızına göre 2. türevi ve sapma hızına göre 1. Türevi	20.1092
Y_{rww}	Y yönündeki kuvvetin kaldırma hızına göre 2. türevi ve sapma hızına göre 1. Türevi	-25.8547
Y_{rww}	Y yönündeki kuvvetin yanal öteleme hızına göre 1. türevi ve kaldırma hızına göre 2. Türevi	74.6912
Y_{vvv}	Y yönündeki kuvvetin yanal öteleme hızına göre 3. Türevi	-175.2371
Y_{rrr}	Y yönündeki kuvvetin sapma hızına göre 3. Türevi	7.4961
Y_{SrSrSr}	Y yönündeki kuvvetin rudder yatay dümenler açısına göre 3. Türevi	0
Z_0	Z yönünde sürtünme kuvveti katsayısı	0
$Z_{\dot{w}}$	Z yönündeki kuvvetin kaldırma ivmesine göre türevi. Ek kütle katsayısı.	-1.5768
$Z_{\dot{q}}$	Z yönündeki kuvvetin yunuslama ivmesine göre türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0493
Z_q	Z yönündeki kuvvetin boyuna öteleme ve yunuslama hızına göre türevi. Ek kütle ve kanatçık lift katsayısıdır.	-0.8612
Z_{vp}	Z yönündeki kuvvetin yanal öteleme ve yalpalama hızına göre türevi. . Ek kütle katsayısı.	-1.5768
Z_w	Z yönündeki kuvvetin boyuna öteleme ve kaldırma hızına göre türevi. Gövde ve kanatçık lift katsayısıdır.	-2.8727
Z_{wqq}	Z yönündeki kuvvetin kaldırma hızına göre 1. türevi ve yunuslama hızına göre 2. Türevi	-7.1818
Z_{qww}	Z yönündeki kuvvetin kaldırma hızına göre 2. türevi ve yunuslama hızına göre 1. Türevi	-20.1092
$Z_{qv v}$	Z yönündeki kuvvetin yanal öteleme hızına göre 2. türevi ve yunuslama hızına göre 1. Türevi	25.8547
Z_{wvv}	Z yönündeki kuvvetin kaldırma hızına göre 1. türevi ve yanal öteleme hızına göre 2. Türevi	74.6912
Z_{pr}	Z yönündeki kuvvetin yalpalama ve sapma hızına göre türevi. . Ek kütle katsayısı.	0.0493
Z_{pp}	Z yönündeki kuvvetin yalpalama hızına göre 2. Türevi	0
Z_{Se}	Z yönündeki kuvvetin elevator aynı yöndeki dikey dümenler açısına göre türevi. Elevator lift katsayısıdır.	-1.6498
Z_{www}	Z yönündeki kuvvetin kaldırma hızına göre 3. Türevi	-175.2371
Z_{qqq}	Z yönündeki kuvvetin yunuslama hızına göre 3. Türevi	-7.4691
Z_{SeSeSe}	Z yönündeki kuvvetin elevator aynı yöndeki dikey dümenler açısına göre 3. Türevi	0
$K_{\dot{v}}$	Yalpalama momentinin yanal öteleme ivmesine göre türevi. . Ek kütle katsayısı.	0
$K_{\dot{p}}$	Yalpalama momentinin yalpalama ivmesine göre türevi. . Ek kütle katsayısı.	-2.6438e-4
$K_{\dot{r}}$	Yalpalama momentinin sapma ivmesine göre türevi. .Ek kütle katsayısı.	0
K_p	Yalpalama momentinin boyuna öteleme ve yalpalama hızına göre türevi. Kanatçık lift katsayısıdır.	-0.0130
K_{pw}	Yalpalama momentinin yalpalama ve kaldırma hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	0

Çizelge A.2 (devam) : REMUS 100 aracı için HAKTOR hesaplama aracı ile hesaplanmış birimsiz hidrodinamik katsayılar.

K_{pq}	Yalpalama momentinin yalpalama ve yunuslama hızına göre türevi. . Ek kütle katsayısı.	0
K_{Sr}	Yalpalama momentinin rudder yatay dümenler açısına göre türevi	0
K_{Sep}	Yalpalama momentinin elevator splay ters yöndeki dikey dümenler açısına göre türevi	0.1071
K_{Sa}	Yalpalama momentinin aileron yalpalama önleyici kanatlar açısına göre türevi	0
K_w	Yalpalama momentinin boyuna öteleme ve kaldırma hızına göre türevi	0
K_{ww}	Yalpalama momentinin kaldırma hızına göre 2. türevi	0
K_{vvp}	Yalpalama momentinin yanal öteleme hızına göre 2. türevi ve yalpalama hızına göre 1. türevi	-0.4299
K_{wwp}	Yalpalama momentinin kaldırma hızına göre 2. türevi ve yalpalama hızına göre 1. türevi	-0.4299
K_v	Yalpalama momentinin boyuna öteleme ve yanal öteleme hızına göre türevi	0
$M_{\dot{w}}$	Yunuslama momentinin kaldırma ivmesine göre türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0493
$M_{\dot{q}}$	Yunuslama momentinin yunuslama ivmesine göre türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0834
M_q	Yunuslama momentinin boyuna öteleme ve yunuslama hızına göre türevi. Ek kütle ve kanatçık lift katsayısı.	-0.3435
M_{vp}	Yunuslama momentinin yanal öteleme ve yalpalama hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0493
M_{pr}	Yunuslama momentinin yalpalama ve sapma hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	0.0831
M_{pp}	Yunuslama momentinin yalpalama hızına göre 2. türevi. Ek kütle katsayısı.	0
M_w	Yunuslama momentinin boyuna öteleme ve kaldırma hızına göre türevi. . Ek kütle, gövde ve kanatçık lift katsayısı.	0.3255
M_{Se}	Yunuslama momentinin elevator aynı yöndeki dikey dümenler açısına göre türevi. Elevator lift katsayısı	-0.8050
M_{wqq}	Yunuslama momentinin kaldırma hızına göre 1. türevi ve yunuslama hızına göre 2. türevi	-2.5855
M_{qww}	Yunuslama momentinin kaldırma hızına göre 2. türevi ve yunuslama hızına göre 1. türevi	-7.1818
M_{qv}	Yunuslama momentinin yanal öteleme hızına göre 2. türevi ve yunuslama hızına göre 1. türevi	8.6182
M_{wvv}	Yunuslama momentinin kaldırma hızına göre 1. türevi ve yanal öteleme hızına göre 2. türevi	25.8547
M_{www}	Yunuslama momentinin kaldırma hızına göre 3. türevi	-60.0020
M_{qqq}	Yunuslama momentinin yunuslama hızına göre 3. türevi	-2.5855
M_{SeSeSe}	Yunuslama momentinin elevator aynı yöndeki dikey dümenler açısına göre 3. türevi	0
$N_{\dot{v}}$	Sapma momentinin yanal öteleme ivmesine göre türevi. Ek kütle katsayısı.	0.0493
$N_{\dot{p}}$	Sapma momentinin yalpalama ivmesine göre türevi. Ek kütle katsayısı.	0

Çizelge A.2 (devam) : REMUS 100 aracı için HAKTOR hesaplama aracı ile hesaplanmış birimsiz hidrodinamik katsayılar.

$N_{\dot{r}}$	Sapma momentinin sapma ivmesine göre türevi. Ek kütle katsayısı. Ek kütle katsayısı.	-0.0834
N_p	Sapma momentinin boyuna öteleme hızı ve yalpalama hızına göre türevi	0
N_r	Sapma momentinin boyuna öteleme hızı ve sapma hızına göre türevi. Ek kütle ve kanatçık lift katsayısı.	-0.3435
N_{wp}	Sapma momentinin kaldırma hızı ve yalpalama hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0493
N_{pq}	Sapma momentinin yalpalama ve yunuslama hızına göre türevi. Ek kütle katsayısı.	-0.0831
N_{qr}	Sapma momentinin yunuslama ve sapma hızına göre türevi	0
N_v	Sapma momentinin boyuna öteleme ve yanal öteleme hızına göre türevi. .Ek kütle, gövde ve kanatçık lift katsayısı.	-0.3255
N_{Sr}	Sapma momentinin rudder yatay dümenler açısına göre türevi. Rudder lift katsayısı.	-0.8050
N_{vrr}	Sapma momentinin yanal öteleme hızına göre 1. türevi ve sapma hızına göre 2. Türevi	2.5855
N_{rvv}	Sapma momentinin yanal öteleme hızına göre 2. türevi ve sapma hızına göre 1. Türevi	-7.1818
N_{rww}	Sapma momentinin sapma hızına göre 1. türevi ve kaldırma hızına göre 2. Türevi	8.6182
N_{vvv}	Sapma momentinin yanal öteleme hızına göre 3. Türevi	60.0020
N_{rrr}	Sapma momentinin sapma hızına göre 3. Türevi	-2.5855
N_{SrSrSr}	Sapma momentinin rudder yatay dümenler açısına göre 3. Türevi	0

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad:Halil AKÇAKAYA

Doğum Yeri ve Tarihi: Tavas/DENİZLİ, 28.08.1981

Adres: TÜBİTAK / BİLGEM

E-Posta: halil.akcakaya@bte.tubitak.gov.tr

Lisans: Uludağ Üniversitesi – Elektronik Mühendisliği

Yüksek Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi-Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği

Mesleki Deneyim ve Ödüller:

TOFAŞ Üstün Başarı Bursu	1999-2002
Bölüm Birinciliği- Elektronik Müh. – Uludağ Üniversitesi/ Bursa	1998-2002
TÜBİTAK-BİLGEM Gebze/Kocaeli Uz. Araştırmacı	2008 – ...
VESTEL Savunma Sanayi Proje Mühendisi Maslak/İstanbul	2007 – 2008
POLARİS Elektronik. AR-GE Mühendisi. Merter / İSTANBUL	2003 – 2006

Yayın ve Patent Listesi:

- **Akçakaya, H.**, Ülüğ U., Alasağ, T., Gürbüz, M., Sarı, N., Özkan, Ü., (2013) Torpido Karşı Tedbir Yöntemlerinin Benzetim Ortamında Karşılaştırmalı Başarımları, *USMOS*, Ankara: ODTÜ, 11-12 Haziran 2013

TEZDEN ÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

ULUSLARARASI DERGİ YAYINLARI

- **Akçakaya, H.** & Gören Sümer, L. (2014). Robust Control of Variable Speed Autonomous Underwater Vehicle, *Advanced Robotics*, 28(9), 601-611
- **Akçakaya, H.** & Gören Sümer, L. (2009). An Application of Robust Model Predictive Control with Integral Action, *Instrumentation Science & Technology*, 37(4), 410-430.

ULUSLARARASI BİLDİRİLER

- **Akçakaya, H.**, Gören Sümer, L., (2013). IDA-PBC Design for Marine Vehicle, *1 st IFAC Workshop on Advances in Control and Automation Theory for Transportation Applications (ACATTA 2013)*, ISTANBUL: ITU, 16-17 September 2013
- **Akçakaya, H.**, Yıldız, H. A., Sağlam, G., Gürleyen, F., (2009). Sliding Mode Control of Autonomous Underwater Vehicle, *6 th International Conference on Electrical and Electronics Engineering ELECO-09*, Bursa, 5-8 November 2009
- **Akçakaya, H.**, Çaputçu, R., Gören Sümer, L. (2009). Autonomous Underwater Vehicle: Search and Approach Mission, *6 th IFAC International Workshop on Knowledge and Technology Transfer In/to Developing Countries, DECOM – IFAC 2009*, R. Macedonia: Ohridian Riviera, 26-29 September 2009.

ULUSAL BİLDİRİLER

- **Akçakaya, H.**, Gören Sümer, L., (2012). Bir Deniz Aracının Pasif Olma Temelli Kontrolü, *Ulusal Otomasyon Konferansı Toplantısı - TOK 2012*, NİĞDE , 11-13 Ekim 2012
- **Akçakaya, H.**, Gören Sümer, L., (2011). Sualtı Aracının Dayanıklı Model Öngörülü Kontrolü, *Ulusal Otomasyon Konferansı Toplantısı - TOK 2011*, İZMİR , 13-15 Eylül 2011
- **Akçakaya, H.**, Gören Sümer, L., (2009). Otonom Sualtı Aracı: Arama Bulma Görevi, *Ulusal Otomasyon Konferansı Toplantısı - TOK 2009*, ISTANBUL, 13-16 Ekim 2009.