

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PROTON-PROTON ÇARPIŞTIRICILARINDA KARA MADDE ARAŞTIRMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mustafa KANDEMİR

Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Fizik Mühendisliği Programı

AĞUSTOS 2014

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PROTON-PROTON ÇARPIŞTIRICILARINDA KARA MADDE ARAŞTIRMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Mustafa KANDEMİR
(509111116)**

Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Fizik Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kerem CANKOÇAK

AĞUSTOS 2014

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 509111116 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **MUSTAFA KANDEMİR**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **“PROTON-PROTON ÇARPIŞTIRICILARINDA KARMA MADDE ARAŞTIRMASI”** başlıklı tezini aşağıdaki imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Doç. Dr. Kerem CANKOÇAK**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Cenap ÖZBEN**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Erkcan ÖZCAN
Boğaziçi Üniversitesi

Teslim Tarihi : **1 Ağustos 2014**
Savunma Tarihi : **11 Ağustos 2014**

Anneme,

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmamda beni yönlendiren ve bana yardımcı olan değerli hocam Kerem Cankoçak'a teşekkür eder, saygılarımı sunarım. Tezimi titizlikle incelemelerinden dolayı Cenap Özben ve Erkan Özcan hocalarıma da teşekkür ederim. Ayrıca desteklerinden dolayı aileme ve tezime olan katkılarından dolayı arkadaşım Volga Şengül'e teşekkür ederim.

Ağustos 2014

Mustafa KANDEMİR
(Fizikçi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR.....	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
SEMBOL LİSTESİ.....	xvii
ÖZET	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1 Standart Model	1
1.1.1 Temel etkileşimler	1
1.1.2 Temel kuvvetlerin aralığı.....	2
1.1.3 Temel parçacıklar	4
1.1.4 Parçacık bozunmaları	6
1.1.5 Kinematik korunum yasaları	7
1.2 Standart Model Ötesi.....	10
1.2.1 Süpersimetri.....	10
1.2.2 Kara madde.....	11
2. ÇARPIŞMA TEORİSİ	13
2.1 Saçılma Açısı ve Etki Parametresi.....	13
2.2 Saçılma Tesir Kesiti.....	16
2.3 Tesir Kesitinin Genelleştirilmesi	18
2.3.1 Diferansiyel saçılma tesir kesiti.....	19
2.3.2 Diferansiyel tesir kesitinin hesaplanması	21
2.4 Rutherford Saçılması.....	22
3. FEYNMAN KURALLARI VE SAÇILMA ÖRNEKLERİ.....	27
3.1 Fermi Altın Kural	27
3.1.1 Kütle merkezi sisteminde iki parçacık saçılması.....	28
3.2 Elektron-Müon Saçılması	29
3.3 Elastik Elektron-Proton Saçılması.....	30
3.4 Elastik Olmayan Elektron-Proton Saçılması	34
3.5 Derin Elastik Olmayan Saçılma	37
3.5.1 Kuark hipotezi	37
3.5.2 Bjorken ölçeği ve Gallan-Gross ilişkisinin deneysel kanıtı.....	39
3.5.3 Gluon ve deniz kuarkların varlığı	41

4. BÜYÜK HADRON ÇARPIŞMASINDA KARA MADDE ARAŞTIRMASI	45
4.1 Amaç.....	45
4.2 Parton-Parton Çarpışmasında Momentum Ve Enerji Korunumu	45
4.3 Pythia.....	53
4.4 Parton Dağılım Fonksiyonları	55
4.5 Kara Madde Kütlesi.....	57
5. SONUÇ	61
KAYNAKLAR.....	63
ÖZGEÇMİŞ	65

KISALTMALAR

LHC	: Büyük Hadron Çarpıştırıcısı
KM	: Kara Madde
SM	: Standart Model
PDF	: Parton Dağılım Fonksiyonları
SUSY	: Süpersimetri

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 1.1: Lepton Çeşitleri	5
Çizelge 1.2: Kuark Çeşitleri	5

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1 : Elektromanyetik kuvvetin foton ile taşınması.	2
Şekil 1.2 : Zayıf kuvvetin W bozonu ile taşınması.	3
Şekil 1.3 : Güçlü nükleer kuvvetin m_h kütleli parçacık ile taşınması.	4
Şekil 2.1 : Mermi parçacığının hedeften saçılması.	14
Şekil 2.2 : Katı küreden saçılma.	14
Şekil 2.3 : Bulut odasında hareket eden yüklü bir parçacığın bıraktığı iz.	15
Şekil 2.4 : Gelen mermi parçacığı tarafından görülen katı küre topluluğu.....	17
Şekil 2.5 : Klasik saçılmanın açısal dağılımı: (a) Duvardan saçılma. (b) Katı küreden saçılma.	20
Şekil 2.6 : Parçacıkların $d\Omega$ katı açısında saçılması.	20
Şekil 2.7 : Etki parametresi b ile b+db arasında gelen parçacıkların θ ile $\theta + d\theta$ arasında saçılması.....	22
Şekil 2.8 : α parçacığının sabit bir hedeften saçılması.	23
Şekil 2.9 : Gelen parçacığın momentumundaki değişim gösteriliyor.	24
Şekil 3.1 : CM sisteminde iki parçacık saçılması.	28
Şekil 3.2 : Elektron-müon saçılması.	29
Şekil 3.3 : Elektron-proton saçılması.	31
Şekil 3.4 : Elektron-proton saçılması.	31
Şekil 3.5 : Elektron-proton saçılması.	34
Şekil 3.6 : $F_2(x)$ 'in q^2 'ye bağlı grafiği. Hata çizgileri istatistiksel belirsizlikleri temsil ediyor. Katı çizgiler ise sistematik hataları gösteriyor.....	40
Şekil 3.7 : $2xF_1/F_2$ 'nin x'e bağlı grafiği. Callan Gross ilişkisi.	41
Şekil 3.8 : $F_1(x)$ ve $F_2(x)$ 'in grafiği.....	42
Şekil 4.1 : (f/m_{DMC}) 'ın Saçılan KM parçacıkları arasındaki açığa göre değişimi.....	53
Şekil 4.2 : θ açısına karşılık gelen $(\frac{f}{m_{DMC}})$ değerleri.	54
Şekil 4.3 : $\theta = 130$ derece için $f_{min} = 2m_{DMC}$ grafiği.....	55
Şekil 4.4 : $Q^2 = 2TeV^2$ 'de her bir parton için z'ye karşılık $zf(q, Q^2)$ grafiği	56
Şekil 4.5 : $z_L z_R$ dağılımı.	58
Şekil 4.6 : P_{CM} dağılımı.	59
Şekil 4.7 : KM kütlelerinin üst sınırının olasılıklara göre değişimi.	59

SEMBOL LİSTESİ

e	: Elektron
μ	: Müon
ν	: Nötrino
Δ	: Delta
γ	: Foton
Γ	: Geçiş oranı
Σ	: Sigma
Ω	: Katı açı
σ	: Tesir kesiti
u	: Yukarı kuark
d	: Aşağı kuark
s	: Acayip kuark
c	: Tılsım kuark
W	: Bozon
m_{DM}	: Kara madde kütlesi
ϵ	: Gelen proton enerjisi
z_L	: Soldan gelen partonun taşıdığı momentum kesiri
z_R	: Sağdan gelen partonun taşıdığı momentum kesiri

PROTON-PROTON ÇARPIŞTIRICILARINDA KARA MADDE ARAŞTIRMASI

ÖZET

Görünür evrendeki tüm madde (Dünya, Güneş, Yıldızlar...) üç çeşit temel parçacıktan oluşur: leptonlar, kuarklar ve araçlar (kuvvet taşıyıcı parçacıklar). Bu parçacıklar ve aralarındaki etkileşimler Standart Model tarafından açıklanır. Bu model 6 lepton, 6 kuark ve kuvvet taşıyıcı parçacıklar aracılığıyla yüzlerce parçacık ve karmaşık etkileşimleri açıklar. Leptonlar; yüklerine, elektron sayılarına, müon sayılarına ve tau sayılarına göre sınıflandırılır. Bunlar üç ailede (bazen de nesil olarak adlandırılır) toplanır: Birinci nesil elektron (e), elektron nötrinosu (ν_e); ikinci nesil müon (μ), müon nötrinosu (ν_μ); üçüncü nesil ise tau (τ) ve tau nötrinosudur (ν_τ). Kuarklar ise yük, acayıklık, çekicilik, alt ve üst değerlerine göre sınıflandırılır. Benzer şekilde bunlar da üç nesilden oluşur: Birinci nesil yukarı (u) ve aşağı (d) kuarktan; ikinci nesil acayıp (s) ve çekici (c) kuarktan; üçüncü nesil ise alt (b) ve üst (t) kuarktan oluşur. İkinci ve üçüncü nesildeki parçacıklar oluştukları takdirde hızlıca birinci nesildeki parçacıklara bozunur. Esasen görünür evrendeki tüm madde birinci nesildeki parçacıklar tarafından oluşur. Bununla birlikte diğer nesillerin neden varolduğu konusunda herhangi bir bilgi yoktur. Bahsedilen kuvvet taşıyıcı parçacıklar ise kuarklar ve leptonlar arasındaki etkileşimi açıklar. Her etkileşimin kendine ait bir kuvvet taşıyıcı parçacığı vardır. Foton elektromanyetik etkileşimi taşır, gluon güçlü etkileşimi, yüklü parçacıklar ve nötr parçacıklar ise zayıf etkileşimi taşır. Henüz gözlemlenmemiş olan graviton ise kütle-çekimsel etkiden sorumludur.

Temel parçacıklar ve hadronlar arasındaki etkileşimler kimyasal tepkimelerde olduğu gibi denklemlerle gösterilir. Burada her parçacık için farklı bir sembol vardır. Örneğin elektron-proton saçılmasının denklemi $e^- + p \rightarrow e^- + p$ ile temsil edilir. Burada elektron bir protona çarpar ve yine bir elektron ve proton açığa çıkar. Bu parçacıklar arasındaki kuvvet aracı parçacıklar aracılığıyla oluşur. Bu olayı güzelce resmetmek için Feynman diyagramları kullanılır. Ayrıca Feynman kurallarını kullanarak önemli saçılma problemlerinin tesir kesitleri hesaplanabilir. Bu tezde bu kurallar kullanılarak elektron-müon, elastik elektron-proton ve elastik olmayan elektron-proton çarpışmalarının tesir kesitleri incelenmiştir.

Şimdiye kadar bahsettiğimiz her şey görünür madde ile ilgilidir. Fakat gökbilimsel ölçümler bize Standart Model tarafından açıklanan görünür maddenin evrenin sadece %4'ünü oluşturduğunu gösteriyor. Öyleyse akla gelen ilk soru kalan %96'lık kısmı ne oluşturuyor? Ölçümler gösteriyor ki evrenin %73'ü karanlık enerjiden ve kalan %23'ü de karanlık maddeden meydana geliyor. Bu tezin ana hedeflerinden biri de bu karanlık maddeyi ve bu maddeyi oluşturan parçacıkları araştırmaktır.

Karanlık madde normal maddenin aksine elektromanyetik kuvvetle etkileşmez. Yani ışığı soğurma, yansıtma, yayma gibi özellikleri yoktur. Bu yüzden karanlık maddeyi tespit etmek oldukça zordur. Aslında karanlık madde, görünür madde üzerine yaptığı kütle çekimi etkisinden anlaşılır.

Karanlık madde sıcak ve soğuk olmak üzere iki kategoriye ayrılır. Sıcak karanlık madde sıfır veya sıfıra yakın kütleli parçacıklardan oluşur. Görelilik kuramı bize kütlesi sıfır veya sıfıra yakın olan parçacıkların hızının ışık hızına yakın olduğunu söyler. Bu şekilde hızlı hareket eden parçacıklar gazların kinematik kuramına göre sıcak gazları oluşturur. Diğer taraftan soğuk karanlık maddeyi oluşturan parçacıkların hızı oldukça yavaştır. Bu parçacıklar ise soğuk gazları oluşturur. Sıcak karanlık madde ve soğuk karanlık madde arasındaki fark yapılanmaların oluşumunda kendini gösterir. Sıcak karanlık maddedeki yüksek hızlı parçacıklar evrendeki büyük yapılanmaların oluşmasına izin vermez.

Karanlık maddeyi oluşturan parçacıklar yüksek olasılıkla normal madde parçacıklarından farklıdır. Bu parçacıklara aday olarak ilk akla gelen nötrinolardır. Fakat nötrinolar sıcak karanlık maddeyi oluşturduğu için bunlar elenir. Diğer aday ise zayıf etkileşen kütleli parçacıklar olarak bilinen (WIMPs) parçacıklardır. Bu parçacıklar normal madde parçacıklarına göre daha ağırdır ve gözlemlenmesi oldukça zordur. Eğer bu parçacıklar karanlık maddeyi oluşturuyorsa yüksek enerjili çarpışmalar (örneğin proton-proton) bu parçacıkları ortaya çıkaracaktır.

Günümüzde Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nın verdiği imkanlarla protonlar yüksek enerji mertebelerinde (TeV) çarpıştırılarak kara madde araştırması yapılıyor. Çarpışmalarda enine kayıp enerjinin olması, bizi bu çarpışmalarda kara madde aday parçacıkları arama fikrine götürür. Nötrinolar da algılayıcılarda kayıp enerjinin kaynağı olarak gözükmesine rağmen, çok daha büyük kayıp enerji aradığımızdan bu durum nötrinolarla açıklanamaz. Ayrıca nötrinolar kara madde aday olamazlar; çünkü kara madde oldukça soğuk olmalıdır. Bu bize kara maddeyi oluşturan parçacıkların yavaş hareket ettiğini söyler. Eğer kara madde göreceli hızlarla hareket eden parçacıklardan oluşsaydı (örneğin nötrinolar), kendi yerçekimi etkisi altında kümelenmez ve galaksiler bugün gözlemlediğimiz gibi olmazdı. Bu yüzden kara madde parçacıklarını Standart Model'de aramayacağız. Burada Standart Model'in ötesindeki bir kavram olan süpersimetriye başvuracağız; çünkü süpersimetri olgusunda aradığımız şartlara uygun bir aday parçacık var. Bu parçacık; "kararlı en hafif süper-simetrik parçacık" olarak anılan LSP parçacığdır.

Bu çalışmadaki amaç; evrendeki kütle-çekimsel enerjinin yaklaşık %23'ünü barındıran kara maddeyi, proton-proton çarpışmasında araştırmaktır. Kara madde parçacıklarının proton-proton çarpışmasında oluştuğunu önererek enerji ve momentum korunum yasaları yazılacaktır. Son safhada ise kara madde kütlesi için bir sınır değeri elde edilmeye çalışılacaktır.

DARK MATTER RESEARCH ON THE PROTON-PROTON COLLIDERS

SUMMARY

The visible universe including Earth, the sun, other stars, and galaxies is made of leptons, quarks and mediators (force carrying particles). The behavior of these particles can be described within a single theoretical framework called the Standard Model. This model explains all the hundreds of particles and complex interactions with only 6 quarks, 6 leptons, and force carrier particles. Leptons classify according to their charge, electron number, muon number and tau number. They are categorized naturally into three families (or generations): First generation includes electron and electron neutrino, second generation includes muon and muon neutrino and finally third generation includes tau and tau neutrino. Similarly, quarks classify according to charge, strangeness, charm, beauty, and truth. They also fall into three generations: First generation includes up (u) and down (d) quarks, second generation includes strange (s) and charm (c) quarks, third generation includes bottom (b) and top (t) quarks. The heavier quarks s, c, b, t are unstable and decay rapidly to u, d combinations, just as the heavy leptons decay to electrons. In the every-day world we observe only the first generation particles (electrons and up/down quarks). We do not know why the natural world needs the two other generations, and we do not know why there are exactly three generations in total. When it comes to force carrier particles (mediators), they differ fundamentally from the quarks and leptons that are the building blocks of matter. There is a different type of particle for each force. Photons (the particles of light) carry the electromagnetic force; gluons carry the strong force; charged particles, and neutral particles, carry the weak force. A particle called the graviton which is not observed yet believed to be responsible for gravity, but it has not yet proved possible to build a self-consistent theory that contains the graviton.

By analogy with chemical reactions, interactions involving elementary particles and hadrons are conveniently shown by equations, in which the different particles are represented by symbols. For instance, in the reaction $e^- + p \longrightarrow e^- + p$, an electron collides with a proton to produce an electron e^- and a proton p. The forces producing the above interactions are due to the exchange of particles and a suitable way of illustrating this is to use Feynman diagrams. Owing to Feynman rules, we use mathematical rules and techniques that enable the calculation of cross section for some important scattering process like electron-proton scattering in the above. In this thesis we calculated elastic electron-muon and elastic and inelastic electron-proton scattering cross section. While doing this, we have used Feynman rules.

All the things we have mentioned above is about visible matter. But astronomical measurements let us believe that the particles described by the Standard Model account for only 4% of the universe. What makes up the missing 96%? Measurements show

that 23% is dark matter and 73% is dark energy. In this thesis we are not interested in dark energy. Here we focus on dark matter and the components of it.

Unlike visible matter, dark matter neither emits nor absorbs light or other forms of electromagnetic radiation. In fact, we have been able to infer the existence of dark matter only from the gravitational effect it seems to have on visible matter.

Dark matter categorizes into hot and cold. Hot dark matter is composed of particles that have zero or near-zero mass (the neutrinos are a prime example). The Special Theory of Relativity requires that massless particles move at the speed of light and that nearly massless particles move at nearly the speed of light. Thus, such very low mass particles must move at very high velocities and thus form (by the kinetic theory of gases) very hot gases. On the other hand, cold dark matter is composed of objects sufficiently massive that they move at sub-relativistic velocities. They thus form much colder gases. The difference between cold dark matter and hot dark matter is significant in the formation of structure, because the high velocities of hot dark matter cause it to wipe out structure on small scales.

Scientists think it is most probable that dark matter consists of a completely new type of matter built from a new kind of elementary particles. At first, we considered neutrinos. But they constitute hot dark matter, and their abundance is known. Other candidates are WIMPs (weakly interacting massive particles), and if they exist, these particles have masses tens or hundreds of times greater than that of a proton but interact so weakly with ordinary matter that they are difficult to detect. WIMPs could include any number of strange particles such as: neutralinos, axions and photinos. If WIMPs comprise dark matter, high-energy collisions may also shed light on their nature. Both the Tevatron and the Large Hadron Collider (LHC) may be able to produce WIMPs by colliding protons and antiprotons or protons and protons at energies high enough to fuse the quarks inside those particles into WIMPs. Teams at both the Tevatron and LHC will continue sifting through vast amounts of data, hoping to find evidence of WIMPs in their detectors.

Nowadays with the advantages of the Large Hadron Collider, highly energetic protons are colliding for investigation of dark matter. Thanks to the momentum-energy conservation laws, we reach the idea of searching for dark matter candidates through the presence of missing transverse energy in the collisions. While neutrinos are also sources of missing energy in the detectors, we look for more significant losses that cannot be explained with neutrinos. Furthermore, neutrinos cannot be dark matter candidate. Because dark matter is fairly cold—that is, its particles are relatively slow-moving. If dark matter were composed of relativistic particles (e.g. neutrinos), it would not clump as well under its own gravity and would wash out certain smaller structures of galaxies in the universe, which is not what we observe. Because of that we are not going to seek the dark matter particles in the Standard Model. We appeal to extra super-symmetric terms, because in this theory there is a candidate particle which could fulfill with our expectations. This particle is labeled as the "Lightest Supersymmetric Particle".

The purpose of this survey is to research for dark matter, which constitutes about 23% of the total mass-energy budget of the universe, in the proton-proton collisions. We are going to write the energy-momentum conservation laws with the assumption that dark

matter particles form in proton proton collisions. The plan for the last phase is; to set a limit on the allowed values for the mass of dark matter.

1. GİRİŞ

1.1 Standart Model

1.1.1 Temel etkileşimler

Standart Model, bildiğimiz dört kuvvetten (şiddetli kuvvet, elektromanyetik kuvvet, zayıf kuvvet ve kütleçekim kuvveti) üçünü açıklayabilen(şiddetlikuvvet, elektromanyetik kuvvet ve zayıf kuvvet) bir kuramdır. Kütle çekimini ise bu kuram açıklayamaz. Bu eksiklik, Standart Model'in en büyük eksikliklerinden biridir ve pek çok bilim insanını Standart Model'in ötesinde başka kuramlar aramaya itmektedir.

Standart Model'e göre, elektromanyetik kuvvet, elektrik yükü olan bütün kuvvetler tarafından hissedilir ve fotonların elektrik yükü olan parçacıklar arasında alışverişi sonucu ortaya çıkar. Nötronların, gluonların ve Z bozonunun elektrik yükü olmadığı için elektromanyetik kuvveti hissetmezler. Foton, her ne kadar elektromanyetik kuvvetin taşıyıcısı olsa da, kendisi elektrik yükü taşımadığı için elektromanyetik kuvveti hissetmez. Bununla beraber bir foton, elektrik yükü taşıyan bir parçacık ve onun karşıt parçacığına bölünebilir.

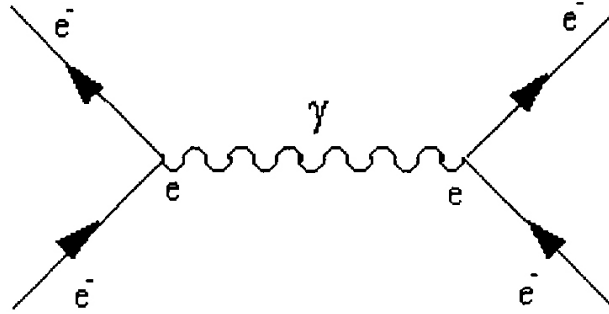
Bütün kuarklar ve leptonlar zayıf kuvveti hissederler, yani zayıf etkileşim yükleri vardır. Zayıf etkileşimler, W bozonların alışverişi sonucu ortaya çıktığı gibi, Z bozonun alış verişi sonucu da ortaya çıkarlar. Protonun elektrik yükünün $2/3$ katı elektrik yüküne sahip u, c ve t kuarklar, artı yüklü bir W^+ bozonu yayıp veya eksi yüklü bir W^- bozonu ile birleşip, protonun elektrik yükünün $-1/3$ elektrik yüküne sahip d, s veya b kuarklardan birine dönüşebilir. Benzer şekilde d, s veya b kuark bir W^- bozonu yayıp veya bir W^+ bozonu ile birleşip bir u, c veya t kuarka dönüşebilirler. Bu dönüşümlerin aynı kuark ailesi içinde olması, farklı aileler arasında olmasından daha olasıdır.

Eğer zayıf etkileşim Z bozonu alışverişi sonucu ortaya çıkarsa, o zaman parçacık türünde bir değişim olmaz. Bu oldukça basit görünen sonuç Standart Model'in büyük başarılarından biridir.

Standart Model'in açıkladığı üçüncü kuvvet ise, şiddetli kuvvettir. Bu kuvveti sadece kuarklar ve gluonlar hissederler. Bu kuvvet kuarkları birbirine bağlayarak (yapıştırarak) proton, nötron ve diğer hadronların oluşmasını sağlarlar. Şiddetli kuvvetin yüküne "renk" adı verilir. Kuarklar üç farklı renkte olabilir: kırmızı, sarı, ve mavi. Standart Model içinde en az an az anlaşılmış olan kuvvet, şiddetli kuvvettir. Bunun en büyük nedeni, kuramsal tahminlerde bulunabilmek için genelde kullanılan yöntemlerin çoğunun, kuvvetin zayıf olduğunu varsaymasıdır. Oysa şiddetli kuvvet, şiddeti bakımından kendisine en yakın olan kuvvet olan elektromanyetik kuvvetten 100 kat daha kuvvetlidir. Şiddetli kuvveti taşıyan gluonlar da renk yüküne sahiptirler ve bu sebeple renkli olan diğer parçacıklarla gluon alışverişinde bulunabilirler [5].

1.1.2 Temel kuvvetlerin aralığı

Elektromanyetik etkileşim yüklü iki elektron arasında foton alışverişi aracılığıyla gerçekleşir. Bu durum Şekil 1.1'de gösterilmiştir:



Şekil 1.1: Elektromanyetik kuvvetin foton ile taşınması.

Bir foton sadece şu zaman aralığında var olur:

$$\Delta T \sim \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{1}{\omega} \quad (1.1)$$

Burada ΔE fotonun enerjisidir. Sanal foton sadece $\Delta T < \frac{1}{\omega}$ aralığında yaşayacağı için alabileceği en uzun yol;

$$R = \frac{c}{\omega} \quad (1.2)$$

olur.

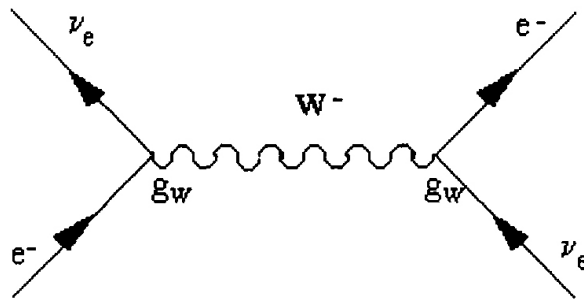
Bu kesirde $\frac{1}{\omega}$ çok küçük olduğu için R çok büyük olur. Buradan yola çıkarak elektromanyetik kuvvetin taşınma aralığının sonsuz olduğu sonucuna varabiliriz.

Zayıf kuvvetin taşıyıcı parçacığını W bozonu (Şekil 1.2) taşıdığını düşünerek elektromanyetik kuvvetle benzerlik kurarız. Zayıf kuvvetin taşınma mesafesi çok küçük olduğu için W bozonunun kütlesinin çok büyük olması gerekir. Zayıf kuvvetin azami taşınma mesafesi belirsizlik ilkesinin sınırlamasıyla aşağıdaki gibi yazılır:

$$R_W \approx \frac{\hbar c}{m_W c^2} \quad (1.3)$$

Deneyssel olarak W bozonunun kütlesi 1983 yılında $m_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$ olarak bulunmuştur. Buradan zayıf kuvvetin taşınma mesafesini yaklaşık olarak buluruz:

$$R_W \approx \frac{197 \times 10^{-13} \text{ MeV.cm}}{80 \times 10^3 \text{ MeV}} \approx 2 \times 10^{-16} \text{ cm}. \quad (1.4)$$



Şekil 1.2: Zayıf kuvvetin W bozonu ile taşınması.

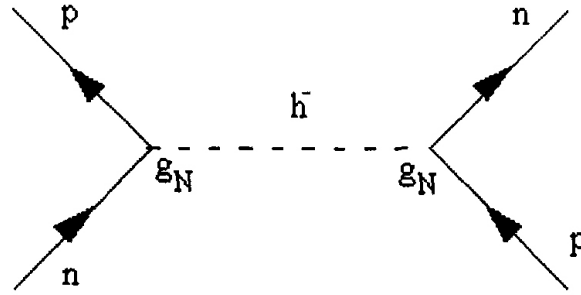
Güçlü kuvveti taşıyan parçacığın kütlesini m_h (Şekil 1.3) ile gösterirsek benzer yolla güçlü kuvvetin taşınma mesafesini aşağıdaki gibi buluruz:

$$R_h \approx \frac{\hbar c}{m_h c^2}. \quad (1.5)$$

Nükleer kuvvetin taşınma mesafesi 10^{-13} cm mertebesinde olduğu için taşıyıcı parçacığın kütlesi yaklaşık olarak $m_h \approx 100MeV/c^2$ 'dir. Yukowa 1935 yılında benzer bir akıl yürütmeyle pionun varlığını öne sürmüştür. 1938 yılında bu kütlede bir parçacık bulunmuş fakat bunun Yukowanın ileri sürdüğü pion parçacığı olmadığı anlaşılmıştır. Çünkü pion maddeyle güçlü etkileşime girmez ve güçlü nükleer kuvvetten sorumlu değildir. Aslında bu parçacık müondur. Pion ise 1947 yılında $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ bozunmasında keşfedilmiştir. Burada ν_μ müon nötrinosudur. Pionun kütlesi yaklaşık olarak $140MeV/c^2$ 'dir [1].

$$R_h \approx 1.4 \times 10^{-13} cm \approx \sqrt{2}f, \quad (1.6)$$

burada $f(\text{Fermi})=10^{-13}$ cm dir.



Şekil 1.3: Güçlü nükleer kuvvetin m_h kütleli parçacık ile taşınması.

1.1.3 Temel parçacıklar

Evrendeki tüm maddeler üç çeşit temel parçacıktan oluşmaktadır: lepton, kuark ve aracılar. Yüklerine, elektron sayılarına, müon sayılarına ve tau sayılarına göre sınıflandırılan altı çeşit lepton vardır. Bunlar üç ailede toplanırlar (Çizelge 1.1):

Yukarıda verilenlerle işaretleri ters olan altı tane de karşı-lepton vardır. Örneğin pozitronun yükü +1 dir ve elektron sayısı -1 dir. Bu nedenle toplamda 12 tane lepton vardır.

Benzer biçimde, altı tane kuark "çeşnisi" vardır. Bunlar; yük, acayıklık (S), çekicilik (C), alt (B), üst (T) değerlerine göre sınıflandırılırlar. Kuarklar da üç kuşaktan oluşur (Çizelge 1.2):

Çizelge 1.1: Lepton Çeşitleri

ℓ	Q	L_e	L_μ	L_τ
e	-1	1	0	0
ν_e	0	1	0	0
μ	-1	0	1	0
ν_μ	0	0	1	0
τ	-1	0	0	1
ν_τ	0	0	0	1

Çizelge 1.2: Kuark Çeşitleri

q	Q	D	U	S	C	B	T
d	$-\frac{1}{3}$	-1	0	0	0	0	0
u	$\frac{2}{3}$	0	1	0	0	0	0
s	$-\frac{1}{3}$	0	0	-1	0	0	0
c	$\frac{2}{3}$	0	0	0	1	0	0
b	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	-1	0
t	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	0	1

Burada da her kuark için bir karşıt-kuark vardır. Her kuark ve karşıt-kuark için üç renk olduğundan toplam 36 çeşit kuark vardır.

Her etkileşmenin kendi aracısı vardır: elektromanyetik kuvvet için foton, zayıf kuvvet için W ve Z bozonları, kütleçekim kuvveti için graviton. Yukawa'nın orijinal kuramında güçlü kuvvetlerin aracısı pionlar olarak gösterilmiştir. Ancak durum böyle değildir. Güçlü kuvvetleri temel düzeyde irdelemek için her bir kuark arasındaki etkileşmeye bakılmalıdır. O halde güçlü bir etkileşmede iki kuark arasında hangi parçacık değiş-tokuş edilir? Bu aracıya gluon denilmiştir. Standart Model'de 8 tane gluon vardır. Gluonların kendileri de renk yükü taşırlar ve bu yüzden (tıpkı kuarklar gibi) yalıtılmış parçacıklar olarak bulunmamalıdır. Gluonlar sadece hadronların içerisinde yer alır.

Sonuç olarak Standart Model'e göre 12 lepton 36 kuark 12 aracı parçacık vardır. Glashow-Weinberg-Salam kuramında bir de Higgs parçacığı vardır. O halde SM'de en az 61 tane parçacık vardır.

Bazı insanlar bu 61 parçacığın da daha karmaşık parçacıklardan meydana geldiğini savunmaktadırlar. Bu tartışmalar Standart Model ötesi kuramlarda geçmektedir, ancak bu konumuzun dışındadır.

1.1.4 Parçacık bozunmaları

Parçacıkların en ilginç özelliği bozunuyor olmalarıdır. Bu durumu evrensel bir kural olarak da ifade edebiliriz: Bir korunum yasası tarafından engellenmediği sürece, her parçacık kendisinden daha hafif bir parçacığa bozunur. Nötrinolar ve foton karardır. (Foton kütesiz olduğu için kendisinden daha hafif herhangi bir parçacık söz konusu değildir, nötrinoların ise sıfır kütleli olmadığı deneysel olarak gösterilmiştir ancak kütle çok küçük olduğundan tartışmayı değıştirmmez.) Elektron en hafif yüklü parçacıktır, elektrik yükünün korunum yasası onun daha da bozunmasını yasaklar. Proton en hafif baryondur ve baryon sayısı korunum ilkesi onun daha da bozunmasını yasaklar. Aynı sebepten ötürü pozitron ve karşı proton da karardır. Bu parçacıkların dışında kalan tüm parçacıklar bir şekilde bozunuma uğrarlar. Örneğin, nötron atom çekirdeği içinde etrafında başka proton ve nötron varken karardır, serbest halde kaldığında ise beta bozunmasına uğrayarak bozunur. Bugün etrafımızı dolduran parçacıklar temelde elektron, proton, nötron, foton ve nötrinolardır. Bugünden geriye gidip tekrar bu parçacıkları elde etmek için laboratuvar ortamında hızlandırıcıları kullanıyoruz. Bu hızlandırıcılarda parçacıklar yüksek enerjilerde çarpıştırılarak evrenin ilk halini yansıtan yüksek enerji yoğunluklu ortamlar yaratılmakta ve bu ortamlarda yeni parçacıklar gözlenmektedir. Ortaya çıkan bu parçacıkların her birinin ortalama yaşam süreleri bulunmaktadır. Örneğin müonun ortalama ömrü 2.2×10^{-6} s, π^+ 'nin ömrü 2.6×10^{-8} s ve π^0 için bu ömür 8.3×10^{-17} s'dir. Parçacıkların çoğu farklı bozunum kanallarına sahiptir. Örneğin, K^+ 'ların %64'ü $\mu^+ + \nu_\mu$ şeklinde bozunurken, %21'i $\pi^+ + \pi^0$ 'a, %6'sı $\pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ 'ye ve %5'i $e^+ + \pi^0 + \nu_e$ 'a bozunmaktadır. Bir parçacığın farklı bozunum kanallarına

bozunmasının oranına dallanma oranı adı verilir ve bunların hesaplanması deneysel gözleminin yapılması temel parçacık fiziği için çok önemlidir.

Verilen bir bozunum, üç temel kuvvetten birisi tarafından meydana getirilmelidir:

$$\Delta^{++} \longrightarrow p^{+} + \pi^{+} \text{ (Güçlü Kuvvet)}$$

$$\pi^0 \longrightarrow \gamma + \gamma \text{ (Elektromanyetik Kuvvet)}$$

$$\Sigma^{-} \longrightarrow n + e^{-} + \bar{\nu} \text{ (Zayıf Kuvvet)}$$

Acaba foton içeren her olayın elektromanyetik, nötrino içeren her olayın ise zayıf etkileşme ile gerçekleştiği genellemesini yapabilir miyiz? Bunun yanıtı "evet" tir. Ancak, bunlardan herhangi biri olmadığında bunu söylemek biraz güçtür. Örneğin:

$$\Sigma^{-} \longrightarrow n + \pi^{-} \text{ (Zayıf Kuvvet)}$$

$$\Delta^{-} \longrightarrow n + \pi^{-} \text{ (Güçlü Kuvvet)}$$

Üç kuvvet arasındaki en temel deneysel fark ise bozunma süresidir. Güçlü etkileşmelerin söz konusu olduğu sıradan bozunmalarda ortalama bozunum süresi 10^{-23} sn, tipik elektromanyetik bozunumları 10^{-16} sn. mertebesinde, ve zayıf etkileşmeleri içeren bozunumlar 10^{-23} saniyeden 15 dakikaya (nötron bozunumu) kadar olabilir. Verilen herhangi bir etkileşme için bozunma süresi tepkime başlangıcındaki ve tepkime sonundaki parçacıkların kütleleri arasındaki farkla ilintilidir. Yüksek oranda kütle farkına neden olan tepkimeler çok daha kısa zaman zarfında gerçekleşirler. Ancak bu kuralın geçersiz olduğu istisnai durumlar da bulunmaktadır. Bunlar çoğunlukla kinematiksel ayrıntılarla açıklanabilen tepkimelerdir. Üç kuvvet arasındaki zaman farkları çok büyük olduğundan ve özellikle güçlü etkileşmeler 10^{-23} sn. gibi olağanüstü kısa bir zaman söz konusu olduğundan; parçacık fizikçileri 10^{-23} sn'den daha büyük yaşam sürelerine sahip parçacıkları "kararlı" olarak nitelendirilir [3].

1.1.5 Kinematik korunum yasaları

İki parçacık saçılma durumuna bakalım:

$$a + b \longrightarrow c + d$$

a,b,c,d parçacıklarının dört-vektör momentumları sırasıyla p_a, p_b, p_c, p_d olsun. Enerji momentum korunumundan aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz:

$$p_a + p_b = p_c + p_d \quad (1.7)$$

$$\vec{p}_a + \vec{p}_b = \vec{p}_c + \vec{p}_d \quad (1.8)$$

$$E_a + E_b = E_c + E_d \quad (1.9)$$

Burada, tepkime geiş buyklğ, bu drt-vektrlerden oluşan skalerlerin fonksiyonudur. Bu skalerler aşağdaki gibi tanımlanır:

$$s = (p_a + p_b)^2 = (p_c + p_d)^2 \quad (1.10)$$

$$t = (p_a - p_c)^2 = (p_d - p_b)^2 \quad (1.11)$$

$$u = (p_a - p_d)^2 = (p_c - p_b)^2 \quad (1.12)$$

Fakat bu  skalerden sadece ikisi bağımsızdır:

$$\begin{aligned} s + t + u &= 3p_a^2 + p_b^2 + p_c^2 + p_d^2 + 2p_a \cdot (p_b - p_c - p_d) \\ &= m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + m_d^2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Sıradan bir saılmada bir mermi (a paracığ) ve bir hedef (b paracığ) paracığ vardır. Hedefin durgun olduğu laboratuvar sisteminde drt-vektrleri yazalım:

$$\begin{aligned} p_a &\equiv (E_a^L, \vec{p}_a^L) = (v_L, \vec{p}_L) \\ p_b &\equiv (m_b, 0) \\ p_c &\equiv (E_c^L, \vec{p}_c^L), p_d \equiv (E_d^L, \vec{p}_d^L) \end{aligned} \quad (1.14)$$

Bu drt-vektrlerden yararlanarak ařağdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned}
s &= (p_a + p_b)^2 \\
&= m_a^2 + m_b^2 + 2m_b v_L
\end{aligned} \tag{1.15}$$

$$\begin{aligned}
t &= (p_a - p_c)^2 \\
&= m_a^2 + m_c^2 - 2v_L E_c^L + 2|p_L| \left| p_c^L \right| \cos \theta_L
\end{aligned} \tag{1.16}$$

$$v_L = \frac{s - m_a^2 - m_b^2}{2m_b} = \frac{p_a \cdot p_b}{m_b} \tag{1.17}$$

$$\vec{p}_L^2 = -p_a^2 + v_L^2 = -m_a^2 + v_L^2 \tag{1.18}$$

$$|\vec{p}_L| = \frac{\sqrt{\lambda(s, m_a^2, m_b^2)}}{2m_b} \tag{1.19}$$

Burada $\lambda(x, y, z)$:

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \tag{1.20}$$

eşitliği ile tanımlanır. Kuramsal olarak kütle merkezi sisteminde çalışmak uygundur.

Bu sistemde dört-vektörleri yazalım:

$$\begin{aligned}
p_a &\equiv (E_a, \vec{p}), p_b \equiv (E_b, -\vec{p}) \\
p_c &\equiv (E_c, \vec{p}'), p_d \equiv (E_d, -\vec{p}').
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Bu dört-vektörlerden yararlanarak aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned}
s &= (p_a + p_b)^2 = (p_c + p_d)^2 \\
&= (E_a + E_b)^2 = (E_c + E_d)^2 \equiv E_{cm}^2
\end{aligned} \tag{1.22}$$

$$t = m_a^2 + m_c^2 - 2E_a E_c + 2|\vec{p}| |\vec{p}'| \cos \theta \tag{1.23}$$

$$= m_b^2 + m_d^2 - 2E_b E_d + 2|\vec{p}| |\vec{p}'| \cos \theta. \tag{1.24}$$

$$\begin{aligned}
s &= E_a^2 + E_b^2 + 2E_a E_b \\
&= (\vec{p}^2 + m_a^2) + (\vec{p}^2 + m_b^2) + 2\sqrt{(\vec{p}^2 + m_a^2)}\sqrt{(\vec{p}^2 + m_b^2)}
\end{aligned} \tag{1.25}$$

Buradan;

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{\lambda(s, m_a^2, m_b^2)}}{2\sqrt{s}} \quad (1.26)$$

eşitliği elde edilir. Yine aynı yol izlenerek;

$$|\vec{p}'| = \frac{\sqrt{\lambda(s, m_c^2, m_d^2)}}{2\sqrt{s}} \quad (1.27)$$

çıkan parçacığın momentumu değişmez büyüklükler cinsinden ifade edilmiş olur. Ayrıca parçacıkların enerjileri de yazılır:

$$\begin{aligned} E_a &= \frac{s + m_a^2 - m_b^2}{2\sqrt{s}}, E_b = \frac{s + m_b^2 - m_a^2}{2\sqrt{s}} \\ E_c &= \frac{s + m_c^2 - m_d^2}{2\sqrt{s}}, E_d = \frac{s + m_d^2 - m_c^2}{2\sqrt{s}} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Esnek saçılma için $c \equiv a, d \equiv b$ ve

$$|\vec{p}| = |\vec{p}'|, E_a = E_c, E_d = E_b$$

olur. Ayrıca momentum transferin karesi -t:

$$t = -2p^2(1 - \cos(\theta)) = -4p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (1.29)$$

eşitlikteki gibi olur. [1].

1.2 Standart Model Ötesi

1.2.1 Süpersimetri

Standart Model şimdiye kadar maddenin temel yapıtaşlarıyla ilgili olan deneylerin sonuçlarını doğru tahmin etmiştir. Fakat yine de fizikçiler Standart Model'in eksik olduğunu görüp süpersimetriye yönelmişlerdir. Süpersimetri Standart Model'in boşluklarını dolduran daha kapsamlı bir kuramdır ve Standart Modeldeki her parçacığa karşılık gelen bir eş parçacık öne sürer. Eğer kuram doğruysa süpersimetrik parçacıklar LHC'deki çarpışmalarda görülecektir.

Süpersimetri, farklı iki parçacık sınıfı olan bozon ve fermiyonları ilişkilendirir. Standart Modeldeki parçacıklar spin durumuna göre bozon ve fermiyon olarak sınıflandırılır. Fermiyonlar yarım spinli ($1/2$) iken, bozonlar tam spinli ($0,1,2$) parçacıklardır. Süpersimetriye göre evrende aynı kütleyle sahip fermiyonlar ve bozonlar olmalıdır. Fakat şu ana kadar kütleleri elektronun kütlelerine eşit bir bozon hiçbir deneyde gözlemlenmemiştir. Süpersimetrik eşlerinin gözlenememesiyle ilgili elimizdeki tek bilgi süpersimetrik eşlerinin kütlelerinin şimdiye kadar yapılan deneylerde üretilmeyecek kadar ağır olmalarıdır. Buysa gözlediğimiz evrende tam bir simetri olmadığını, süpersimetrinin kırılmış olduğunu göstermektedir.

Son olarak birçok fizikçi hafif süpersimetrik parçacıkların elektiriksel olarak nötr ve kararlı olduğu, ayrıca Standart Modeldeki diğer parçacıklarla çok zayıf etkileştiğini söyler. Bu özellikler tam olarak evrendeki maddenin çoğunu oluşturan ve galaksileri bir arada tutan kara madde için gerekli özelliklerdir. Standart Model tek başına kara madde için bir açıklama getirmez. Bu sebeple kara madde Standart Model ötesinde, yani süpersimetride incelenecektir [5].

1.2.2 Kara madde

Evrendeki görünür bütün maddeler proton, nötron ve elektronlardan oluşmuş atomlardan meydana gelir. Astrofiziksel olarak karanlık madde, varlığını, parçacıkların, galaksilerin ve yıldızların beklenmedik kütleçekimi etkileri ile açıklayan evrensel bir fenomendir. Bu yapıya karanlık denmesinin sebebi, onun görünen yıldız ve gezegenlerle aynı yapıda olmadığını belirtmek içindir.

Karanlık maddelerin varlığını belirlemek için gök adaların döngüsel hızlarından, gök adaların diğer gök adalar içerisindeki yörüngesel hızlarından, geri planda yer alan maddelere uyguladığı kütle çekimsel mercekleme özelliğinden ve gök adaların içerisindeki gazların sıcaklık dağılımından yararlanılır. İncelemeler, gök adalarda, gök ada gruplarında ve Evren’de, görülebilen maddelerden çok daha fazla karanlık madde olduğunu göstermektedir. Karanlık maddelerin bileşenleri tamamen bilinmemekle birlikte, WIMP’ler, aksiyonlar, sıradan ve ağır nötrinolar, gezegenler, MACHO’lar ve ışıma yapmayan gaz bulutlarından oluşur.

Kara madde normal maddenin aksine elektromanyetik kuvvetle etkileşmez. Yani ışığı soğurma, yansıtma, yayma gibi özellikleri yoktur. Bu yüzden kara maddeyi tespit etmek oldukça zordur. Aslında kara madde, görünür madde üzerine yaptığı kütle çekimi etkisinden anlaşılır.

Kara madde evrendeki tüm maddenin %26'sını oluşturuyor. Göründür madde ise sadece %4'ünü oluşturuyor. Karanlık maddenin süpersimetrik parçacıkları içerdiği düşünülüyor. LHC'de yapılan deneyler bunları ortaya çıkaracak.

Birçok teorik fizikçi kara madde parçacıklarının LHC'de üretilebilecek kütlede olduğunu savunuyor. Eğer kara madde parçacıkları LHC'de yaratılırsa dedektörde saptanmadan kaçacak, kendini kayıp enerji momentum sinyali şeklinde gösterecek. İlerleyen bölümde göreceğimiz gibi yüksek enerjili proton çarpışmalarında kara madde araştıracağız ve bunu yaparken kinematik korunum yasalarından faydalanacağız [4].

2. ÇARPIŞMA TEORİSİ

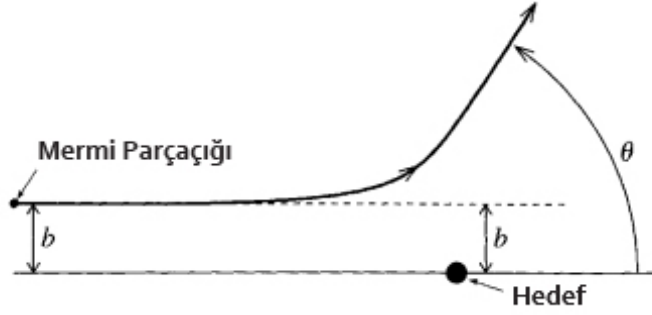
Çarpışma deneyleri veya saçılma deneyleri atom ve atomaltı parçacıkların iç yapısını anlamak için en önemli yöntemdir. Bu tip deneylerde proton ve elektron gibi parçacıklar ki bunlara mermi parçacığı diyoruz sabit bir hedef üzerine, örneğin, atom ve atom çekirdeği üzerine gönderilir. Çarpışmadan saçılan parçacıkların dağılımı incelenerek hedef ve parçacığın hedefle olan etkileşimi hakkında bilgi sahibi olunur. Çarpışma deneylerinin en önemlisi Ernest Rutherford'un atom çekirdeğini keşfettiği deneydir. Rutherford ve asistanı α parçacıklarını (helyum atomunun pozitif çekirdeği) altın atomlarından oluşan ince bir tabaka üzerine gönderip saçılan parçacıkların dağılımını inceleyerek atomun kütesinin büyük bir bölümünün pozitif yüklü bir merkezde toplandığına karar verdi. Bu deney daha sonra atom ve atomaltı fiziğinde keşfedilen birçok parçacığın (nötron,kuark..) bulunmasına ilham kaynağı oldu. Burada hedef hakkında bilgi sahibi olmak için basit bir yöntem var: Bir demet parçacık akımı hedef üzerine gönderilir ve saçılan parçacıkların dağılımı dikkatlice incelenerek hedef hakkında bilgi sahibi olunur.

2.1 Saçılma Açısı ve Etki Parametresi

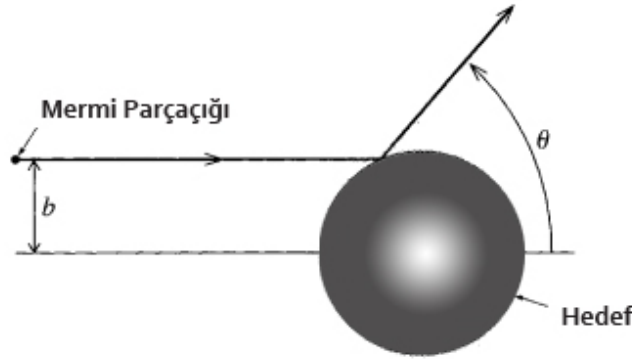
Saçılma tesir kesitinin ana düşüncesine başlamadan önce iki önemli parametreyi tanımak bize yardımcı olacaktır. Bunlar saçılma açısı ve etki parametresidir. Bu iki parametreyi tanımadan önce basit bir çift saçılma deneyini aklımızda tutalım. Bütün saçılma deneyleri bir hedef parçacığının enerjisinin neredeyse tamamı kinetik enerji olacak şekilde çok uzaktan sabit bir hedefe doğru yaklaşmasıyla başlar. Şekil 2.1'de görüldüğü gibi sabit bir hedef mermi parçacığına bir kuvvet uygular. Mermi parçacığı hedefe yaklaştıkça yörüngesi eğrileşir ve mermi parçacığı hedeften saçılarak farklı yönde uzaklaşır. Bu tip çarpışma deneylerinin en önemlisi Rutherford deneyidir. Bu deneyde mermi parçacığı ve hedef pozitif yüklü parçacıklardır. Saçılmaya neden olan kuvvet iki parçacık arasında ki Coulomb itmesidir. Şekil 2.2'de ise hedef sert

bir küredir ve hedef mermi parçacığına sadece temas olursa bir kuvvet uygular. Bu yüzden mermi parçacığı hedefe dokunana kadar düz bir çizgi boyunca hareket eder ve eğer çarpılırsa saçılır ve farklı yönde hareket eder. Buna en bilinen örnek iki bilardo topunun çarpışmasını verebiliriz.

Şimdi bu iki örneği aklımızda tutarak saçılma teorisinin iki önemli parametresini tanımlayalım. Saçılma açısı gelen parçacığın hız vektörüyle saçılan parçacığın hız vektörü arasındaki açıdır (Şekil 2.1 ve Şekil 2.2’de gösterildiği gibi). Hedef olmayınca saçılma açısı elbette sıfır olur. Bu yüzden $\theta = 0$ saçılmanın olmadığını gösterir. Örneğin Şekil 2.2’de mermi parçacığı hedefi kaçırırsa $\theta = 0$ olur. θ ’nın maksimum değeri $\theta = \pi$, hedefle mermi parçacığının kafa kafaya çarpışmasıyla gerçekleşir. Bu durumda mermi parçacığı tam ters yönde hareket edecek şekilde saçılır.



Şekil 2.1: Mermi parçacığının hedeften saçılması.

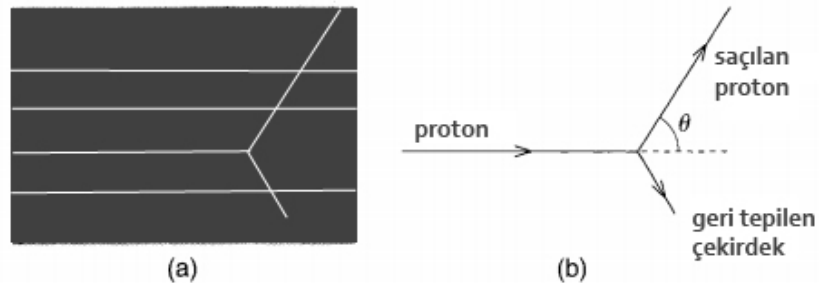


Şekil 2.2: Katı küreden saçılma.

Etki parametresi b: Gönderilen parçacığın güzergahının, hedef parçacığının merkezinden geçen doğruya olan dik uzaklığıdır (her iki resimde de solda gösterilmiş). Etki parametresini düşünmenin başka bir yolu (Şekil 2.1’de sağda) mermi parçacığına uygulanan kuvvetin olmadığı durumda (mermi parçacığının yörüngesinin düz bir çizgi olduğu) yaklaşabileceği en yakın mesafedir. Eğer etki parametresi çok büyükse mermi

parçacığı hedefi çok az hisseder ve θ açısı küçük olur. Aslında Şekil 2.2’de etki parametresi b ’nin kürenin yarıçapından büyük olduğu her durumda $\theta = 0$ olur. Etki parametresi $b = 0$ olduğu durumda kafa kafaya çarpışma gerçekleşir ve $\theta = \pi$ olur. Şekil 2.1 ve 2.2’den açıkça anlaşılıyor ki verilen bir b değerine karşılık bir θ değeri vardır. Aslında klasik çarpışma teorisinin amacı bu iki değişken arasındaki $\theta = \theta(b)$ fonksiyonel ilişkiyi bulmaktır.

Atom ve atomaltı fizikte (saçılma teorisinin mükemmel uygulandığı fizik) saçılma açısının deneysel durumu etki parametresinden dolayı çok farklıdır. Saçılma açısı kolayca hesaplanırken etki parametresini doğrudan gözlemlene olanağı yoktur. Şimdi bu iki durumu sırasıyla açıklayalım. Saçılma açısını hesaplamamanın birçok yolu vardır. Bunlardan bir tanesi Şekil 2.3’de gösterilmiştir. Bu resim bulut odasında bir protonun nitrojen çekirdeğinden saçılmasını göstermektedir. Bu parçacıklar elbette doğrudan fotoğraflanamayacak kadar küçüktür. Fakat bulut odası, hareket eden yüklü bir parçacığın izini, parçacığın kendisi görünmeyecek kadar küçük olsa da kaydeden birçok aygıttan bir tanesidir. Bulut odasında, yüklü parçacık aşırı doymuş su buharı içinde izlediği şeritin üzerindeki bazı atomların iyonize olmasına neden olur. Bu iyonize olmuş atomlar su buharının bir kısmının yoğunlaşmasına neden olur ve bu sayede görünür bir iz oluşur. Bu durumu bazı uçakların havada oluşturduğu ize benzetebiliriz. Şekil 2.3’de gelen protonun izini açıkça görebiliyoruz. Azot çekirdeği ise hareket etmediğinden ötürü çarpışmadan önce görünmezdir. Proton azot çekirdeğine çarptığı anda proton aniden yön değiştirirken çekirdek ise arkasında izini bırakarak geri saçılır. Bu tip resimlerden saçılma açısı kolayca hesaplanabilir.



Şekil 2.3: Bulut odasında hareket eden yüklü bir parçacığın bıraktığı iz.

Etki parametresini ise doğrudan ölçme imkanı yoktur. Buradaki sorun ise ilgilenilen etki parametresinin atomik veya atomaltı ölçekte olmasıdır (yaklaşım 0.1 nanometre veya daha küçük). Şekil 2.3’deki gibi bir bulut odasının izi yaklaşık 1 mm

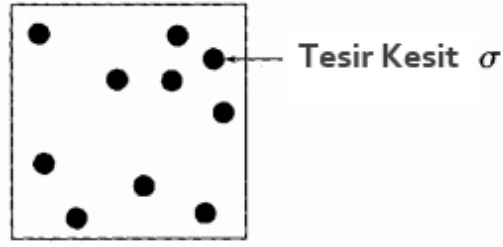
mertebesindedir. Bu ise ilgilenilen etki parametresinden 10 milyon kat daha büyüktür. Bu yüzden etki parametresini açık ve kesin olarak ölçmek imkansızdır. Daha sonraki bölümde göreceğimiz gibi bize çarpışmanın tesir kesitini kavramada bilgi verecek olan etki parametresini gözlemlene imkanı yoktur.

2.2 Saçılma Tesir Kesiti

Şekil 2.3'deki gibi tek bir çarpışmanın olduğu durumu gözlemleyelim. Eğer etki parametresini biliyorsak hedefin boyutu, mermi parçacığına uygulanan kuvvetin büyüklüğünü ve kuvvet aralığını bulabiliriz. Fakat etki parametresini bilmediğimizden tek bir çarpışmadan elde edeceğimiz bilgiler oldukça az olacaktır. Aslında bu tip tek bir çarpışmadan öğreneceğimiz tek şey mermi parçacığının yolunda bir engel olup olmadığıdır. Tek bir çarpışma yerine aynı mermi parçacıkları ve aynı hedeften oluşan birçok çarpışma gözlemlersek, hedefin, mermi parçacığının ve ikisi arasındaki etkileşimin doğası hakkında inceleme yapabiliriz. Bu önemli fikri açıklamak için birkaç basit örnek verelim.

Şekil 2.2'deki boyutu ihmal edilebilir olan mermi parçacığının yarıçapı R olan katı bir küreyle etkileştiği deneyi göz önüne alalım. Etkileşme sadece mermi parçacığının hedefe çarpmasıyla oluşuyor. Eğer mermi parçacığı hedefe vurursa hedeften sekecek ve farklı bir yönde hareket edecek. Ancak, eğer hedefi kaçırsa saçılmadan düz bir çizgi boyunca hareketini sürdürecektir. Deneysel olarak gözlemlendiğinde Şekil 2.2'deki çarpışma Şekil 2.3'deki gibi olacak ve tek bir çarpışma bize sadece hedefin orada olup olmadığını belirtecek.

Şekil 2.2'deki deneyi tekrar tekrar yaptığımızı farzedelim. Pratikte bu durumun üstesinden iki yolla gelinebilir. Bunlardan ilkinde sadece tek bir hedef yerine, birçok hedef topluluğu oluşturulur. Örneğin altın folyo içinde birçok altın çekirdeği veya helyum gaz deposu içinde birçok helyum çekirdeği alınır. Diğerinde ise sadece tek bir mermi göndermek yerine birçok mermi (mermi akımı) hedef üzerine gönderilir. Tek bir mermi parçacığının katı küre topluluğundan geçtiği durumla başlayalım. Mermi parçacığı tarafından görülen hedef topluluğu Şekil 2.4'deki gibidir.



Şekil 2.4: Gelen mermi parçacığı tarafından görülen katı küre topluluğu

Mermi parçacığının yaklaşma çizgisini tam olarak bilmediğimiz için merminin hedeflerden birine çarpıp çarpmadığını da bilemeyiz. Fakat mermi parçacığının hedefe çarpma olasılığını hesaplayabiliriz. Eğer hedef parçacıkları rastgele konumlanmıssa ve yeterli sayıda ise (istatistiksel dağılım için birçok hedef olmalıdır, diğer yandan aşırı fazlada olmamalıdır çünkü bazı hedefler birbirinin arkasına kalabilir ve mermi parçacığı birçok çarpışma yapabilir. Rutherfordun ince altın folyo kullanmasının nedeni budur) birim alandaki hedef sayısı anlamına gelen hedef yoğunluğundan bahsedebiliriz. Eğer hedef topluluğunun toplam alanını A ile gösterirsek, toplam hedef sayısı $n_{tar}A$ olur. Tesir kesit alanını veya her bir hedefin tesir kesitini $\sigma = \pi R^2$ ile gösterirsek toplam hedef alanı $n_{tar}A\sigma$ olur. Bu yüzden tek bir mermi parçacığının hedef topluluğunun içinden geçerken hedeflerden birine çarpma olasılığı:

$$P = \frac{n_{tar}A\sigma}{A} = n_{tar}\sigma \quad (2.1)$$

eşitliği ile bulunur. Şimdi bir parçacık yerine N_{inc} parçacık gönderirsek saçılan parçacıkların sayısı (N_{sc}) aşağıdaki eşitlikle bulunur:

$$N_{sc} = N_{inc}n_{tar}\sigma \quad (2.2)$$

Bu ifade saçılma teorisinin temel denklemdir. Saçılan parçacıkların sayısını, gelen parçacıkların sayısını ve hedef yoğunluğunu gözlemleyebildiğimiz için bu eşitlikten tesir kesitini (hedefin boyutunu) bulabiliriz. İlerleyen bölümde tesir kesiti kavramı biraz daha genelleşecek ve karmaşıklaşacak, fakat temel fikir hep aynı kalacak.

2.3 Tesir Kesitinin Genelleştirilmesi

Eşitlik (2.2) ve onun birçok genelleştirilmiş hali çarpışma teorisinin temel denklemdir. Teorisyenler varsaydıkları modelleri kullanarak tesir kesitini (σ) hesaplarlar. Deneyselemler ise eşitlik (2.2)'den yararlanarak tesir kesiti σ 'yu hesaplar ve teorik olan sonuçla karşılaştırır.

Şimdiye kadar yaptığımız çarpışmalar tipik saçılma olayıdır. Bir mermi parçacığı hedef üzerine gönderilir ve hedeften saçılıp farklı yönde hareket eder. Fakat çarpışmalarda süreç her zaman bu şekilde işlemez ve birçok olası durum mevcuttur. Örneğin; bir mermi parçacığının, macun toptan oluşan bir hedef ile çarpıştığı duruma bakalım. Eğer macun top yeterince soğurucu (yutucu) ise mermi parçacığı top üzerinde bir çukur açacak ve topun içine yapışıp kalacaktır. Yani hedef mermi parçacığını soğuracaktır. Eşitlik (2.2) ile benzerlik kurarak top tarafından soğrulan parçacıkların sayısını, $N_{cap} = N_{inc}n_{tar}\sigma$ olarak buluruz.

Şimdi hedef parçacığını biraz daha değiştirelim. Hedefin bir kısmı macun top gibi diğer kısmı ise sert olsun. Bu durumda soğurucu kısma çarpan mermi parçacıkları yutulacak sert kısma çarpan mermi parçacıkları ise saçılacaktır. Bu durumda saçılan ve soğrulan parçacıkların sayısını eşitlik (2.2) ile benzerlik kurarak şu şekilde yazarız:

$$N_{cap} = N_{inc}n_{tar}\sigma_{cap} \cdot [Yakalama] \quad (2.3)$$

$$N_{sc} = N_{inc}n_{tar}\sigma_{sc} \cdot [Saçılma] \quad (2.4)$$

Burada σ_{cap} hedefin soğurma alanı, σ_{sc} ise saçılma alanıdır. Buradan toplam tesir kesitini şu şekilde yazarız:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{cap} + \sigma_{sc} \quad (2.5)$$

Hem saçılmanın hemde soğurmanın olduğu gerçek bir elektron-atom (örneğin klor atomu) çarpışmasını göz önüne alalım. Bu durumda hedefin soğrulma alanının boyutunu bilemeyiz. Fakat yinede hedef tarafından yutulan parçacıkların sayısı gelen mermi parçacıklarının sayısı N_{inc} ve hedef yoğunluğu n_{tar} ile orantılıdır. Eşitlik (2.2)'

den yararlanarak soğurma tesir kesiti σ_{cap} ve saçılma tesir kesiti σ_{sc} tanımlayabiliriz. Elektron-atom çarpışmasında saçılma ve soğrulma durumlarından başka durumlarda vardır. Eğer gelen elektronun enerjisi yeterince yüksekse atomu iyonize edebilir, yani atomdan bir elektron koparabilir. Bu durumda iyonizasyon tesir kesiti σ_{ion} tanımlarız:

$$N_{ion} = N_{inc}n_{tar}\sigma_{ion} \quad (2.6)$$

Şimdi toplam tesir kesitini bulmak için bu üç mümkün durumu bir araya getirelim.

$$\sigma_{tot} = \sigma_{cap} + \sigma_{sc} + \sigma_{ion} \quad (2.7)$$

Etkileşen parçacıkların toplam sayısını bulmak için (2.3),(2.4),(2.6) eşitliklerini toplarız:

$$N_{tot} = N_{inc}n_{tar}\sigma_{tot} \quad (2.8)$$

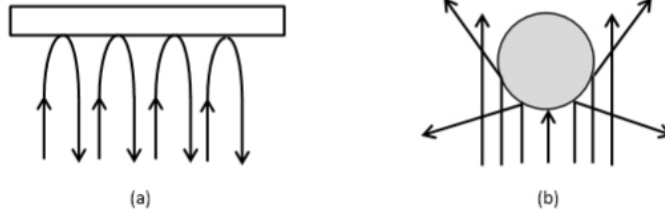
Burada σ_{tot} hedefin parçacıkla bütün olası durumlarda etkileşme alanıdır.

Çarpışma deneylerinde şu ana kadar tanımladığımız tesir kesitlerinin birçoğu parçacığın enerjisine bağlı olarak değişme gösterir. Kolay anlaşılması için örnek olarak elektron-atom çarpışmasındaki iyonizasyon tesir kesitini düşünelim. Gelen elektronun atomdan bir elektron koparıp serbest hale getirebilmesi için minimum bir enerji gerekir. Bu enerjiye iyonizasyon enerjisi denir. Eğer gelen elektronun enerjisi iyonizasyon enerjisinden küçükse iyonizasyon gerçekleşmez ve $N_{ion} = 0$ ve $\sigma_{ion} = 0$ olur. Bu örnekten anlıyoruz ki iyonizasyon tesir kesiti gelen elektron enerjisine bağlıdır.

2.3.1 Diferansiyel saçılma tesir kesiti

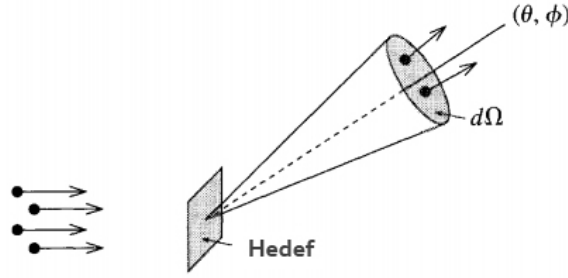
Tesir kesiti saçılan parçacıkların toplam sayısı ile orantılı olduğu için buraya kadar parçacıkların saçılma doğrultularını dikkate almadık. Genel olarak saçılma izotropik değildir, farklı doğrultulara farklı sayıda parçacık saçılır. Saçılan parçacıkların

açısal dağılımının önemi, Şekil 2.5'ten anlaşılabilir. Duvar ve katı küreden saçılan parçacıkların dağılımı birbirine benzemez. Duvara çarpan parçacıkların tümü geri seker, oysa küre üstüne düşen parçacıklar farklı açılarda saçılır.



Şekil 2.5: Klasik saçılmanın açısal dağılımı: **(a)** Duvardan saçılma. **(b)** Katı küreden saçılma.

Açısal dağılım, hedefin (kuantum mekanik saçılmada, saçıcı potansiyelin) şekli hakkında bilgi verir. Saçılan parçacıkların açısal dağılımı diferansiyel tesir kesiti ile karakterize edilir. Şekil 2.6 diferansiyel tesir kesitinin tanımında yardımcı olur.



Şekil 2.6: Parçacıkların $d\Omega$ katı açısında saçılması.

Önce $d\Omega$ katı açısında saçılan parçacıkların sayısını bulmamız gerekir. Yine eşitlik (2.2) ile benzetme yaparsak $d\Omega$ katı açısında saçılan parçacıkların sayısı:

$$N_{sc}(d\Omega) = N_{inc} n_{tar} d\sigma(d\Omega) \quad (2.9)$$

Burada $d\sigma(d\Omega)$, $d\Omega$ katı açısı içinde gerçekleşen saçılmadaki hedefin tesir kesit alanıdır. σ ile $d\Omega$ orantılı olduğu için geleneksel olarak $d\sigma$ şu şekilde yazılır:

$$d\sigma(intod\omega) = \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (2.10)$$

Burada $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ diferansiyel tesir kesitidir. Diferansiyel tesir kesiti cinsinden (2.9) eşitliğini tekrar yazılır:

$$N_{sc}(d\Omega) = N_{inc}n_{tar}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)d\Omega \quad (2.11)$$

Burada (θ, ϕ) argumanını özellikle diferansiyel tesir kesitinin yönünün gözleme bağlı olduğunu belirtmek için ekledik. Deneysel çalışan fizikçiler eşitlik (2.11) 'i kullanarak $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ diferansiyel tesir kesitini hesaplarlar. Teorik çalışanlar fizikçiler ise hedefle gelen parçacık arasındaki etkileşimi, varsaydıkları modelleri kullanarak diferansiyel tesir kesiti $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ bulmaya çalışırlar.

Mümkün olan bütün katı açılardaki saçılan parçacıkların sayısını ($N_{sc}(d\Omega)$) toplarsak bu bize toplam saçılan parçacık sayısı N_{sc} verir. Saçılan toplam parçacık sayısı $N_{sc} = N_{inc}n_{tar}\sigma$ olduğu için toplam tesir kesiti bulunur:

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)d\Omega = \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) \quad (2.12)$$

2.3.2 Diferansiyel tesir kesitinin hesaplanması

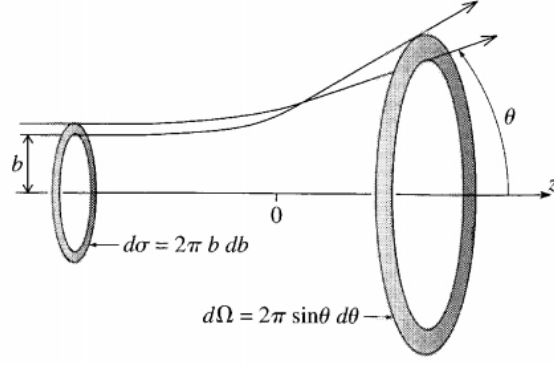
Diferansiyel tesir kesiti hesabını basitleştirmek için saçılmanın ekstenel olarak simetrik olduğu durumu düşünelim. Yani diferansiyel tesir kesiti ϕ açısından bağımsız olacak. Şimdi bir mermi parçacığının etki parametresi b ile hedefe doğru yaklaştığı durumu göze alalım. Hedefin yörüngesini tam olarak izleyerek θ ile b arasında ki fonksiyonel ilişkiyi $\theta = \theta(b)$ yada $b = b(\theta)$ bulabiliriz.

Şekil 2.7'de görüldüğü gibi halka üzerindeki mermi parçacıkları, etki parametresi b ile $b+db$ arasında olacak şekilde hedefe doğru yaklaşıyor. Bu durumda halkanın tesir kesitini şu şekilde yazarız:

$$d\sigma = 2\pi b db \quad (2.13)$$

Halka içersinde hedefe doğru gelen mermi parçacıkları θ ile $\theta + d\theta$ arasında katı açısında saçılır. Katı açısını yazarsak;

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta. \quad (2.14)$$



Şekil 2.7: Etki parametresi b ile $b+db$ arasında gelen parçacıkların θ ile $\theta + d\theta$ arasında saçılması.

bu iki denklemden diferansiyel tesir kesitini yazarız:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (2.15)$$

Burada mutlak değer işaretini $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ pozitif olduğunu belirtmek için ekledik(çünkü b artınca θ her zaman azalır, bu yüzden $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ negatif çıkabilir).

Özet olarak gelen mermi parçacığının hedeften saçıldığı durumda diferansiyel tesir kesitini hesaplamak için $\theta = \theta(b)$ (yada tam tersi) fonksiyonel formu bulunur. Etki parametresi b 'nin θ açısına göre türevi alınır ardından $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ bulmak için eşitlik (2.15) kullanılır.

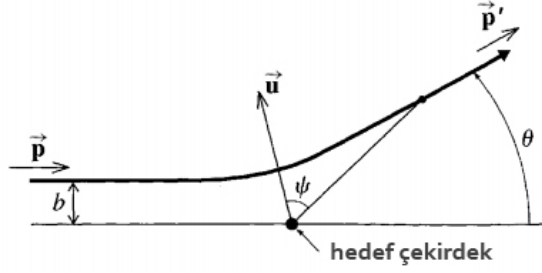
2.4 Rutherford Saçılması

Çarpışma deneylerinin en önemlisi Rutherford ve asistanlarının alfa parçacıklarını çok ince bir altın metal tabaka üzerine gönderip saçılan alfa parçacıklarının dağılımını inceleyerek nükleer atom modelini oluşturduğu deneydir. Bu modelde Q yüklü bir çekirdeğin bir alfa parçacığına uyguladığı kuvvet;

$$F = \frac{kqQ}{r^2} = \frac{\gamma}{r^2} \quad (2.16)$$

eşitliği ile ifade edilir. Alfa parçacıkları ancak çekirdeğe yeterince yaklaşabilirlerse saçılırlar. Diğer kuvvetleri ihmal edersek alfa parçacığı üzerine uygulanan tek

kuvvet eşitlik (2.16) ile gösterilen kuvvettir. Alfa parçacığının yörüngesi Şekil 2.8’de görüldüğü gibi hiperboldür. Eğer $\mathbf{u}$ hedeften alfa parçacığının en yakın yaklaşma konumuna yönelen birim vektör ise, alfa parçacığının yörüngesi $\mathbf{u}$ ’nun yönüne göre simetriktir. Alfa parçacığının konumunu polar açısı ψ ile gösterelim ve $\mathbf{u}$ birim vektöre göre konumuna bakalım. ψ_0 saçılan alfa parçacığının uzaklaşma limiti olsun. Alfa parçacığının yörüngesine karşılık gelen toplam açı $2\psi_0$ olur ve buradan saçılma açısı;



Şekil 2.8: α parçacığının sabit bir hedeften saçılması.

$$\theta = \pi - 2\psi_0 \quad (2.17)$$

bulunur. Şimdi bizim yapmamız gereken etki parametresi b ’yi θ açısı ile ilişkilendirmektir. Bunu iki yoldan yaparız. Alfa parçacığının momentumundaki değişim:

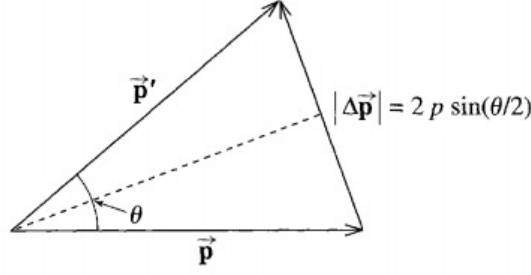
$$\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} \quad (2.18)$$

Burada $\vec{p}$, parçacığın hedefle karşılaşmadan çok önceki momentumu, $\vec{p}'$ ise karşılaştıktan çok sonraki momentumudur. Enerji korunumundan $|\vec{p}|$ ve $|\vec{p}'|$ büyüklükleri eşit olur. Bu yüzden Şekil 2.9 ikizkenar üçgendir. Bu ikizkenar üçgenden;

$$|\Delta \vec{p}| = 2p \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.19)$$

eşitliğini elde ederiz. Diğer taraftan Newton’un ikinci yasasını kullanarak;

$$\Delta \vec{p} = \int \vec{F} dt \quad (2.20)$$



Şekil 2.9: Gelen parçacığın momentumundaki değişim gösteriliyor.

eşitliğini yazarız. Şekil 2.8 ile Şekil 2.9 'u karşılaştırsak $\Delta \vec{p}$ ile birim vektör $\mathbf{u}$ 'nun aynı yönde olduğunu görürüz. Bu yüzden $\Delta \vec{p}$ 'nin büyüklüğü aynı integralle hesaplanır. Tek fark burada $\vec{F}$ yerine $\vec{F}$ 'in $\mathbf{u}$ birim vektör yönündeki bileşeni gelir.

$$|\Delta \vec{p}| = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_u dt. \quad (2.21)$$

Şekil 2.8'den $F_u = (\gamma/r^2) \cos \psi$ olduğunu görüyoruz. Şimdi $dt = \frac{d\psi}{\dot{\psi}}$ değişken dönüşümü yapıp yine Şekil 2.8' den $mr^2 \dot{\psi} = \ell = bp$ yazarız. Burada $\dot{\psi}$ yerine $\frac{bp}{mr^2}$ yazarsak (2.21) eşitliği şu hale gelir:

$$|\Delta \vec{p}| = \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \frac{\gamma \cos \psi}{r^2} \frac{d\psi}{bp/mr^2} = \frac{\gamma m}{bp} 2 \sin \psi_0 = \frac{2\gamma m}{bp} \cos(\theta/2). \quad (2.22)$$

Burada integraldeki limit $t \rightarrow \pm\infty$ giderken, $\psi \rightarrow \pm\psi_0$ gitti. Son adımda eşitlik (2.17) kullanıldı. Şimdi eşitlik (2.19)'u eşitlik (2.22)'ye eşitlesek b'yi buluruz:

$$b = \frac{\gamma m \cos(\theta/2)}{p^2 \sin(\theta/2)} = \frac{\gamma}{mv^2} \cot(\theta/2). \quad (2.23)$$

Etki parametresi b'yi saçılma açısı θ cinsinden bulduktan sonra eşitlik (2.15)'i kullanarak diferansiyel tesir kesitini yazalım:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin \theta} \cdot b \cdot \left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{1}{2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)} \cdot \frac{\gamma}{mv^2} \cot(\theta/2) \cdot \frac{\gamma}{mv^2} \frac{1}{2 \sin^2(\theta/2)} \quad (2.24)$$

Burada γ 'nın deęerini ($\gamma = kqQ$) yerine yazarsak;

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{kqQ}{4E \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \quad (2.25)$$

ünlü Rutherford saçılma formülünü buluruz. Burada $E = \frac{1}{2}mv^2$ gelen parçacıkların kinetik enerjisidir. Bu denklem bize q yüklü E enerjili bir parçacığın, Q yüklü sabit bir hedeften saçılmasının diferansiyel tesir kesitini verir [2].

3. FEYNMAN KURALLARI VE SAÇILMA ÖRNEKLERİ

Bir önceki bölümde deneysel olarak saçılma tesir kesitinin nasıl hesaplandığını öğrendik. Bu bölümde ise Fermi altın kuralı kullanılarak bazı önemli saçılma problemleri kuramsal olarak incelenecek ve tesir kesitleri hesaplanacaktır. Bu işlemleri yapabilmek için Feynman kurallarını kullanacağız.

3.1 Fermi Altın Kural

Fermi altın kuralı bize geçiş olasılıklarının hesaplanmasında yardımcı olur. Bu bölümde iki parçacık çarpışmalarını göze alacağız. Parçacık 1 ile parçacık 2'nin çarpışıp; 3, 4, 5...n parçacıklarını oluşturduğunu düşünelim. Böyle bir saçılma için Fermi altın kuralını kullanarak tesir kesitini şu şekilde yazarız:

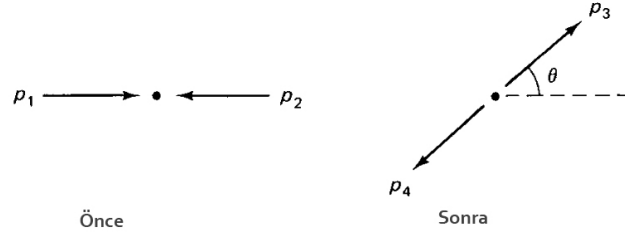
$$d\sigma = |M|^2 \frac{\hbar^2 S}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left[\left(\frac{cd^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \left(\frac{cd^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) \cdots \left(\frac{cd^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 \cdots - p_n) \quad (3.1)$$

Burada i'inci parçacığın, dört-vektör momentumu: $p_i = (\frac{E_i}{c}, \mathbf{p}_i)$, enerjisi: $E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$, kütlesi: m_i 'dir. S ise istatistiksel faktörüdür. Eşitlikteki Dirac delta fonksiyonu ise enerji korunumunu gerektirir. Bu eşitlik bize çarpışmadan sonraki parçacıklardan 3 numaralı parçacığının üç-vektör momentumunun $d^3 \mathbf{p}_3$ aralığında p_3 civarında, 4 numaralı parçacığın üç-vektör momentumunun $d^3 \mathbf{p}_4$ aralığında p_4 civarında ve n numaralı parçacığının $d^3 \mathbf{p}_n$ aralığında ve p_n civarında olduğu çarpışmanın tesir kesitini verir. Sıradan bir saçılma durumunda sadece 3 numaralı parçacığın saçılma açısıyla ilgileniriz. Bu durumda saçılan diğer tüm parçacıkların momentumu üzerinden integral alır ve bunu da $\mathbf{p}_3$ büyüklüğü üzerinden integre edersek diferansiyel tesir kesitini ($d\sigma/d\Omega$) buluruz.

3.1.1 Kütle merkezi sisteminde iki parçacık saçılması

Şekil 3.1'deki gibi iki parçacığın saçılma durumunu kütle merkezi sisteminde göz önüne alalım:

$$1 + 2 \longrightarrow 3 + 4$$



Şekil 3.1: CM sisteminde iki parçacık saçılması.

Kütle merkezi sisteminde $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$ 'dir. Bu yüzden $p_1 \cdot p_2 = E_1 E_2 / c^2 + \mathbf{p}_1^2$ olur. Buradan aşağıdaki eşitliği yazarız:

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = (E_1 + E_2) |\mathbf{p}_1| / c \quad (3.2)$$

Eşitlik (3.2)'yi eşitlik (3.1)'de yerine yazıp;

$$E = c \cdot \left(\sqrt{m_3^2 c^2 + \mathbf{p}_3^2} + \sqrt{m_4^2 c^2 + \mathbf{p}_4^2} \right) \quad (3.3)$$

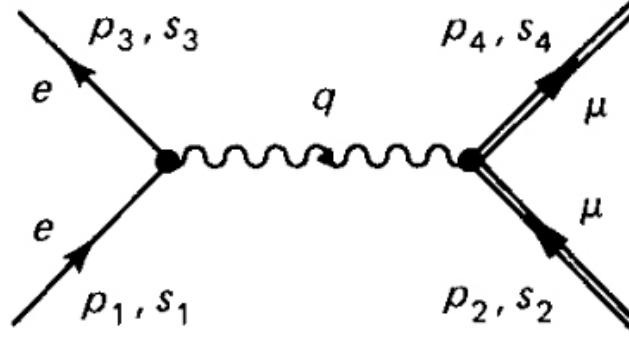
değişken dönüşümü yaparız. 3 ve 4 numaralı parçacığın momentum büyüklüklerinin eşit olduğunu akılda tutarak ($|\mathbf{p}_3| = |\mathbf{p}_4| = p_3$) enerji üzerinden integral alırız. Böylece diferansiyel tesir kesiti şu hale gelir:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi} \right)^2 \frac{S|M|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \quad (3.4)$$

Burada $|\mathbf{p}_f|$; 3 ve 4 numaralı parçacıkların momentum büyüklükleri, $|\mathbf{p}_i|$ ise 1 ve 2 numaralı parçacıkların momentum büyüklükleridir.

3.2 Elektron-Müon Saçılması

Elektron ve müon, spini 1/2 olan temel parçacıklardır, bu sebeple her ikisi de Dirac denklemini sağlar. Bu parçacıklara serbest Dirac parçacığı gözüyle bakılabilir. Elektron-müon saçılmasının Feynman diyagramı Şekil 3.2’de gösterildiği gibidir:



Şekil 3.2: Elektron-müon saçılması.

Feynman hesaplarından ve Casimir hilesinden yararlanarak ortalama spin büyüklüğü bulunur:

$$\begin{aligned} \langle |M|^2 \rangle = & \frac{2g_e^4}{(p_4 - p_2)^4} \left(p_1^\mu p_3^\nu - g^{\mu\nu} (p_1 \cdot p_3) + g^{\mu\nu} m_e c^2 + p_3^\mu p_1^\nu \right) \times \\ & 2 \left(p_{2\mu} p_{4\nu} - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_4) + g_{\mu\nu} M c^2 + p_{4\mu} p_{2\nu} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Burada μ ve ν tensör indisleridir. Bu denklemi şu biçimde yazmak uygundur:

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{g_e^4}{(q)^4} L_{elektron}^{\mu\nu} L_{\mu\nu muon} \quad (3.6)$$

Burada $q = p_4 - p_2 = p_1 - p_3$ ve $L_{elektron}^{\mu\nu}$, $L_{\mu\nu muon}$ iki indisli bir tensörü temsil etmektedir. $L_{elektron}^{\mu\nu}$; Feynman diyagramında birinci düğümden gelen katkı, $L_{\mu\nu muon}$ ise ikinci düğümden gelen katkıdır.

Bunların çarpımından aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$\begin{aligned} \langle |M|^2 \rangle = & \frac{8g_e^4}{(q)^4} [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) - (p_1 \cdot p_3)(M c)^2 - \\ & (p_2 \cdot p_4)(m c)^2 + 2(m M c^2)^2] \end{aligned} \quad (3.7)$$

İki parçacığın saçılması durumunda diferansiyel tesir kesitini eşitlik (3.4) ile gösterdik. Burada ayrıca şöyle bir yaklaşım yapılabilir: Elektronun ağır bir müondan ($M \gg m$) saçıldığı duruma bakılır ve müonun geri tepmesi ihmal edilir ($\mathbf{p}_4 = 0$). Biz eşitlik (3.4)'ü CM sistemi için bulmuştuk fakat müonun çok ağır olduğu göz önüne alınırsa laboratuvar sistemi gibi olur. Bu sistemde parçacıkların dört-vektör momentumları şu şekilde yazılır:

$$p_1 = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}_1\right), \quad p_2 = (Mc, \mathbf{0}), \quad p_3 = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}_3\right), \quad p_4 = (Mc, \mathbf{0}) \quad (3.8)$$

Bu dört-vektör momentumlarından uygun çarpımları alıp (3.7) denkleminde yerine yazarsak ortalama spin büyüklüğü şu hale gelir:

$$\langle |M|^2 \rangle = \left(\frac{4\pi\alpha Mc}{\mathbf{p}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \right)^2 \left((mc)^2 + \mathbf{p}^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (3.9)$$

Burada $E_1 = E$, $|\mathbf{p}_f| = |\mathbf{p}_i|$ eşitliklerini akılda tutup $E_2 \gg E_1$, $E_1 + E_2 \approx E_2$, $E_2 = Mc^2$ yaklaşımını yaptıktan sonra eşitlik (3.9) eşitlik (3.4)'te yerine yazılırsa elektron-müon diferansiyel tesir kesiti elde edilir:

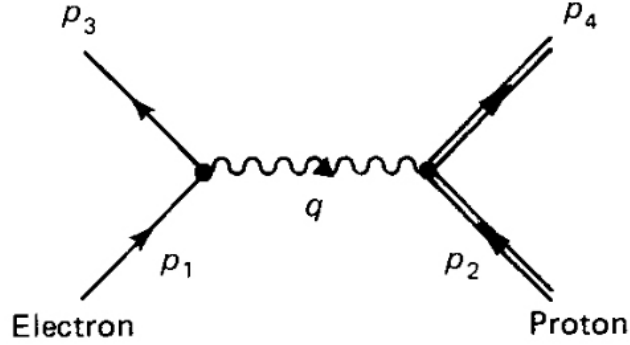
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha\hbar}{2\mathbf{p}^2 \sin^2 \theta/2} \right)^2 \left[(mc)^2 + \mathbf{p}^2 \cos^2 \theta/2 \right] \quad (3.10)$$

Bu denklem Mott formülü olarak bilinir. Elektron-proton saçılmasının diferansiyel tesir kesitine iyi bir yaklaşım verir. Eğer gelen elektronun enerjisi rölativistik değilse ($\mathbf{p}^2 \ll mc^2$) (3.10)'da yer alan ayraç içerisindeki ikinci terim ihmal edilir ve eşitlik (3.10) ünlü Rutherford (2.25) saçılma formülüne dönüşür.

3.3 Elastik Elektron-Proton Saçılması

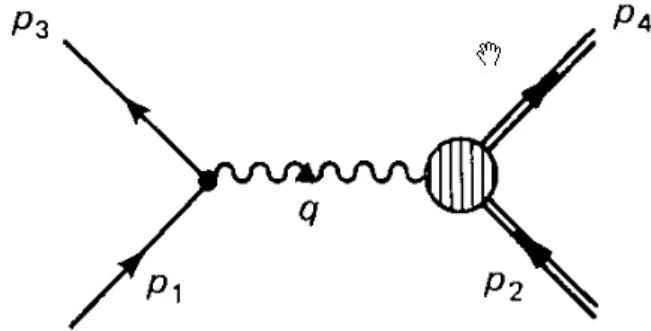
Elektron-proton saçılmasındaki amaç protonun iç yapısını araştırmaktır. Eğer proton, iç yapısı olmayan ve Dirac denklemini sağlayan (kuarklar ve leptonlar gibi) temel bir parçacık olsaydı; elektron-müon saçılmasında yaptıklarımızı aynen kopyalardık.

Burada ise farklı olarak mion kütlesi M , artık proton kütlesi yerine kullanılırdı ve Feynman diyagramı Şekil 3.3'deki gibi olurdu:



Şekil 3.3: Elektron-proton saçılması.

Fakat bildiğimiz gibi proton temel bir parçacık değildir. Bu yüzden protona Dirac parçacığı gözüyle bakamayız. O halde elektron-proton Feynman diyagramı Şekil 3.4'deki gibi olmalıdır:



Şekil 3.4: Elektron-proton saçılması.

Şekil 3.4'te görüldüğü gibi birinci düğümden gelen katkı $L_{elektron}^{\mu\nu}$, elektron-mion saçılmasındakiyle aynıdır. Yuvarlak içindeki ikinci düğümden ise protonun fotonla nasıl etkileştiğini bilmiyoruz. Elektron-mion saçılması ile benzerlik kurarak ortalama spin büyüklüğünü şu şekilde yazarız:

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{g_e^4}{(q)^4} L_{elektron}^{\mu\nu} K_{\mu\nu proton} \quad (3.11)$$

Burada $K_{\mu\nu proton}$ iki indisli bir tensördür. Proton temel bir parçacık olmadığı için ikinci düğümden fotonla protonun nasıl etkileştiği tam olarak bilinmiyor. Fakat $K_{\mu\nu proton}$ 'un iki indisli bir tensör olduğunu ve sadece p_2 , p_4 ve q 'ya bağlı olduğunu biliyoruz. $q =$

$p_4 - p_2$ olduğu için bu 3 değişkenden sadece ikisi bağımsızdır. Bunlardan iki tanesi seçilebilir. Geleneksel olarak q ve p ($p_2 \equiv p$ bundan sonra böyle göstereceğiz) seçilir. Şimdi bu iki vektörden türetilebilecek fazla tensör olmadığı için $K_{proton}^{\mu\nu}$ şu şekilde yazılır:

$$K_{proton}^{\mu\nu} = -K_1 g^{\mu\nu} + \frac{K_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{K_4}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{K_5}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) \quad (3.12)$$

Paydalardaki $(Mc)^2$ terimleri boyutlardan dolayı konuldu, momentum boyutları yok edilerek sadece K 'nin boyutu kaldı.) Şu halde bu dört fonksiyon birbirinden bağımsız değildir. $q_\mu K^{\mu\nu} = 1$ bağıntısından yararlanarak bu fonksiyonlar arasındaki ilişki yazılır:

$$K_4 = \frac{(Mc)^2}{q^2} K_1 + \frac{K_2}{4}, \quad K_5 = \frac{K_2}{2} \quad (3.13)$$

$K^{\mu\nu}$ bu iki fonksiyon cinsinden yazılır:

$$K_{proton}^{\mu\nu} = K_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{K_2}{(Mc)^2} \left(p^\mu + \frac{q^\mu}{2} \right) \left(p^\nu + \frac{q^\nu}{2} \right) \quad (3.14)$$

Burada protonun yapısını açıklayan kuram için temel sorun bu iki fonksiyonu belirlemektir. Bu fonksiyonlar elektron-proton saçılma tesir kesitiyle doğrudan ilişkili olduğu için deneysel olarak kolayca hesaplanabilirler. Öyleyse eşitlik (3.14), eşitlik (3.11)'de yerine yazılırsa ortalama spin büyüklüğü bulunur:

$$\langle |M|^2 \rangle = \left(\frac{2g_e^2}{q^2} \right)^2 \left\{ K_1 \left[(p_1 \cdot p_3) - 2(mc)^2 \right] + K_2 \left[\frac{(p_1 \cdot p)(p_3 \cdot p)}{(Mc)^2} + \frac{q^2}{4} \right] \right\} \quad (3.15)$$

Tesir kesitini hesaplamak için laboratuvar sisteminde çalışılır. Proton durgun olur; E enerjili bir elektron, protondan θ açısıyla ve E' enerjisiyle saçılır. Çarpışmanın orta derecede bir enerjiyle gerçekleştiğini düşünürsek ($(E, E') \gg mc^2$) elektronun kütesini ihmal edebiliriz ($m=0$). Şimdi parçacıkların dört-vektör momentumlarını laboratuvar sisteminde yazalım:

$$p_1 = \frac{E}{c}(1, \hat{\mathbf{p}}_i) \quad p_3 = \frac{E'}{c}(1, \hat{\mathbf{p}}_f) \quad p = (Mc, 0, 0, 0) \quad \hat{\mathbf{p}}_i \cdot \hat{\mathbf{p}}_f = \cos\theta \quad (3.16)$$

Bu dört-vektörlerden uygun çarpımları hesaplayıp eşitlik (3.15)'te yerine yazarsak ortalama spin büyüklüğü şu hale gelir:

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{g_e^4 c^2}{4EE' \sin^4(\theta/2)} \left(2K_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + K_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (3.17)$$

Burada çıkan elektron enerjisi E' bağımsız bir değişken değildir. Kinematik yasalarına göre, gelen elektron enerjisi E ve θ 'ya bağlıdır:

$$E' = \frac{E}{1 + (2E/Mc^2) \sin^2 \theta/2} \quad (3.18)$$

Gelen parçacık (bu durumda elektron) kütesiz ise, hedeften saçıldığı durumdaki tesir kesiti şu şekilde olur:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar E'}{8\pi M c E} \right)^2 \langle |M|^2 \rangle \quad (3.19)$$

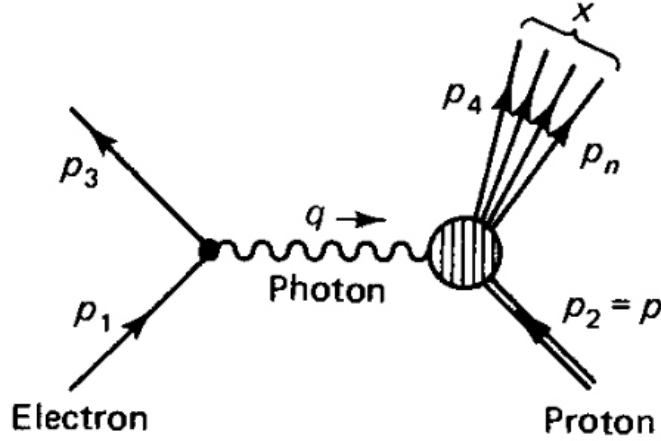
Eşitlik (3.17) eşitlik (3.19)'da yerine yazılırsa elastik elektron-proton diferansiyel tesir kesiti elde edilmiş olur:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{4ME \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \frac{E'}{E} \left[2K_1 \sin^2(\theta/2) + K_2 \cos^2(\theta/2) \right] \quad (3.20)$$

Bu formül Rosenbluth formülü olarak bilinir. Burada E' eşitlik (3.18) ile hesaplanır. Gelen elektron enerji aralığı için verilen bir yöndeki saçılan elektronların sayısını sayarak, $K_1(q^2)$ ve $K_2(q^2)$ form faktörleri deneysel olarak bulunur.

3.4 Elastik Olmayan Elektron-Proton Saçılması

Orta seviyeli enerjilerde elektron-proton saçılması elastiktir ($e + p \rightarrow e + p$). Proton çarpışmada geri tepilir fakat proton hala proton olarak kalır. Eğer gelen elektron enerjisi yeterince yüksekse çarpışmada birçok parçacık açığa çıkabilir ($e + p \rightarrow e + X$). Burada X pion,kaon,delta... parçacıkları olabilir. Elastik olmayan elektron-proton saçılmasının Feynman diyagramı Şekil 3.5'deki gibi gösterilir:



Şekil 3.5: Elektron-proton saçılması.

Birinci düğüm yine elektro-müon saçılmasındaki gibidir. Yuvarlak içindeki ikinci düğümde patlayan protondan açığa çıkan hadronlar gösterilmiştir. Verilen bir son durum (X olsun) için ortalama spin büyüklüğü şu şekilde yazılır:

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{g_e^4}{(q)^4} L_{elektron}^{\mu\nu} K_{\mu\nu}(X) \quad (3.21)$$

Burada $K_{\mu\nu}$; $\gamma + p \rightarrow X$ alt sürecini tanımlayan iki indisli bilinmeyen bir tensördür. (Fakat tamamen bilinmiyor da değil. En azından p_2, q ve açığa çıkan parçacıkların momentumlarına $p_4, p_5...$ bağlı olduğunu biliniyor.) Böyle bir durum için diferansiyel tesir kesitini eşitlik (3.1)'de göstermiştik. Fakat sıradan bir deneyde sadece saçılan elektronun momentumu p_3 kaydedilir. Bizim deneyde ölçtüğümüz bütün olası son durumlar üzerinden (X) hesaplanan kapsamlı tesir kesitidir. Tüm olası son durumlar (X) üzerinden toplanır ve $p_4, p_5, p_6...$ üzerinden integre edilirse tesir kesiti bulunur:

$$d\sigma = \frac{\hbar^2 g_e^4 L^{\mu\nu}}{4q^4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left(\frac{cd^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) 4\pi M W_{\mu\nu} \quad (3.22)$$

Burada $W_{\mu\nu}$;

$$W_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{4\pi M} \sum_X \int \cdots \int K_{\mu\nu}(X) \left(\frac{cd^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \cdots \frac{cd^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \times (2\pi)^4 \delta^4(q + p - p_4 - \cdots - p_n) \quad (3.23)$$

şeklinde tanımlanır. E enerjisi ile gelen kütleless bir elektronun, durgun bir protondan θ açısıyla ve E' enerjiiyle saçıldığı duruma bakılır. Böylece $d^3 \mathbf{p}_3 = |\mathbf{p}_3|^2 d|\mathbf{p}_3| d\Omega$, $\mathbf{p}_3 = E'/c$ eşitliklerinden yararlanarak eşitlik (3.22) aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{\alpha \hbar}{cq^2} \right)^2 \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \quad (3.24)$$

Burada dikkat çeken nokta şudur: E' artık elastik durumdaki gibi kinematik açıdan θ ve E ile kısıtlanmaz. Daha açık olarak belirtmek gerekirse; toplam hadronik momentum ($p_{tot} = p_4 + p_5 \cdots p_n$) artık $p_{tot}^2 = M^2 c^2$ ile kısıtlı değildir. Eşitlik (3.24)'ü çözebilmek için $W_{\mu\nu}$ bulunmalıdır. $W_{\mu\nu}$, q ve p 'ye bağlı olan iki indisli bir tensördür:

$$W_{proton}^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) \quad (3.25)$$

Fakat burada W_i , iki bağımsız skaler olan q^2 ve $q \cdot p$ 'nin fonksiyonudur. (p_{tot}^2 artık kısıtlı değildir ve bu yüzden $q \cdot p$ ile q^2 arasında bir ilişki yoktur.) Bu dört fonksiyon birbirinden bağımsız değildir, $q_\mu W^{\mu\nu} = 1$ eşitliğinden yararlanarak bu fonksiyonlar arasındaki ilişki yazılır:

$$W_4 = \frac{(Mc)^2}{q^2} W_1 + \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right)^2 W_2, \quad W_5 = -\frac{(q \cdot p)}{q^2} W_2 \quad (3.26)$$

$W^{\mu\nu}$, bu iki yapı fonksiyon cinsinden yazılır:

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{(Mc)^2} \left[p^\mu - \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right) q^\mu \right] \left[p^\nu - \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right) q^\nu \right] \quad (3.27)$$

Şimdi bu denklemi (3.24)'de yerine yazarsak elastik olmayan elektron-proton kapsamlı tesir kesitini elde etmiş oluruz:

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \left(\frac{\alpha\hbar}{2E \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \left[2W_1 \sin^2(\theta/2) + W_2 \cos^2 \theta/2 \right] \quad (3.28)$$

Bunun elastik durumdaki saçılma ile olan benzerliğine dikkat ediniz! (bkz. eşitlik (3.20)) E enerjisiyle elektronun geldiği durumda, yapı fonksiyonları iki bağımsız değişkenin fonksiyonuydu. Deneysel çalışan fizikçiler E' ve θ 'yı kullanırken kuramcılar ise Lorentz değişmez (invariant) büyüklük olan q^2 ve $q.p$ 'yi tercih ederler veya daha uygun olarak (Nedenini daha sonraki bölümde anlayacağız.) q^2 ve $x = -\frac{q^2}{q.p}$ tercih edilebilir.

Aslında elastik elektron-proton saçılması ($p_{tot}^2 = M^2c^2$), elastik olmayan elektron-proton saçılmasının özel bir durumudur. Yapı fonksiyonları W_1 ve W_2 'yi;

$$W_1(q^2, x) = \frac{-K_1(q^2)}{2Mq^2} \delta(x-1), \quad W_2(q^2, x) = \frac{-K_2(q^2)}{2Mq^2} \delta(x-1) \quad (3.29)$$

yukardaki gibi seçip (3.28) denkleminde yerine yazarsak Rosenbluth formülü (3.20) elde edilir. Buraya kadar yaptıklarımız, bizi protonun yapısı için yeni kuram oluşturma fikrine götürür; hiç şüphe yok ki iyi bir kuram hem form faktörlerini hem de yapı fonksiyonlarını hesaplama olanağını sağlar. Protonun temel bir parçacık alındığı sade bir modelde; form faktörleri, elektron-müon saçılmasından yararlanılarak aşağıdaki gibi bulunur:

$$K_1 = -q^2, \quad K_2 = (2Mc)^2 \quad (3.30)$$

Bu model elastik saçılmanın olduğu düşük enerjiler için iyi bir yaklaşımdır. Çünkü; Bu modelde gelen elektron protonun iç yapısının etkisini hissedecek kadar yakınına yaklaşamaz. Yüksek enerjilerde ise bu model geçerliliğini yitirir. Bir sonraki bölümde yüksek enerji durumunda kuark modeline bakacağız.

3.5 Derin Elastik Olmayan Saçılma

Bir önceki bölümde elektron-proton diferansiyel tesir kesiti incelendi. Bu bölümde ise protonun yapısı için (W_i) model ileri sürülecek ve bulunacak sonuç deneyle karşılaştırılacaktır.

3.5.1 Kuark hipotezi

Bu modelde protonun spini 1/2 olan temel parçacıklardan (kuarklar) oluştuğu düşünülür. Eğer bu model doğruysa, yüksek enerjilerde elektronun protondan elastik olmayan saçılma durumu, elektronun serbest kuarklardan birçok kez elastik olarak saçıldığı durumların toplamına eşdeğer olacaktır.

Yüksek enerjilerde sanal foton, proton içerisindeki serbest bir kuarkla etkileşir. Kuark temel bir parçacık olduğu için (electron-müon saçılmasını hatırlayalım) form faktörlerini (3.30)'daki gibi alırız. Burada tek fark müon kütlesi M yerine kuark kütlesi m_i gelir:

$$K_1 = -q^2, \quad K_2 = (2m_i c)^2 \quad (3.31)$$

Bu denklemleri (3.29)'da yerine koyarsak kuark yapı fonksiyonları elde edilir:

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2m_i} \delta(x_i - 1), \quad W_2^i = -\frac{2m_i c^2 Q_i^2}{q^2} \delta(x_i - 1) \quad (3.32)$$

Burada i indisi kuarkın çeşni ve Q_i positron yükü birimindeki kuark yüküdür. Ayrıca x_i aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$x_i = -\frac{q^2}{2q \cdot p_i} \quad (3.33)$$

Burada p_i , i 'inci kuarkın taşıdığı momentumdur. Fakat buradaki sorun, her bir kuarkın protonun momentumunun (p) ne kadarlık bir kısmını taşıdığının bilinmemesinden kaynaklanır. Biz i 'inci kuarkın protonun momentumunun z_i kadarlık kısmını taşıdığını düşünelim. Bu durumda i 'inci kuark momentumu aşağıdaki gibi yazılır:

$$p_i = z_i p \quad (3.34)$$

Bu denklem (3.33)'te yerine yazılırsa;

$$x_i = \frac{x}{z_i} \quad (3.35)$$

elde edilir. Ayrıca $p_i^2 = m_i^2 c^2$ ve $p^2 = M^2 c^2$ olduğundan aşağıdaki eşitlikte yazılır:

$$m_i = z_i M \quad (3.36)$$

Bu denklemlerden yararlanarak kuark yapı fonksiyonları tekrar yazılır:

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i), \quad W_2^i = -\frac{2x^2 M c^2}{q^2} Q_i^2 \delta(x - z_i) \quad (3.37)$$

Son olarak; i'inci kuarkın, protonun momentumun z_i kadarlık kısmını taşıma olasılığı $f_i(z_i)$ olsun. Şimdi protonun yapı fonksiyonunu bulmak için z_i üzerinden integre eder ve proton içerisindeki tüm kuarklar üzerinden toplam alırsak proton yapı fonksiyonlarını buluruz:

$$W_1 = \sum_i \int_0^1 \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = \frac{1}{2M} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (3.38)$$

$$W_2 = \sum_i \int_0^1 \left(-\frac{2x^2 M c^2}{q^2} \right) Q_i^2 \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = -\frac{2M c^2}{q^2} x^2 \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (3.39)$$

Bu denklemlerden yararlanarak yeni fonksiyonlar tanımlanır:

$$M W_1 = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_1(x) \quad (3.40)$$

$$-\frac{q^2}{2Mc^2x}W_2 = x \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_2(x) \quad (3.41)$$

Kuark hipotezinin geçerli olduğu enerji aralığında yapı fonksiyonları: $W_1(q^2, x)$ ve $W_2(q^2, x)$ olmak üzere iki yeni fonksiyona indirgendi. $(F_1(x), F_2(x))$. Burada; belirli bir enerji bölgesinde $F_1(x), F_2(x)$ fonksiyonları q^2 'den bağımsız olur ve sadece x 'in fonksiyonu haline gelir. Bu Bjorken-ölçeği olarak bilinir.

Ayrıca eşitlik (3.40) ile eşitlik (3.41) karşılaştırılırsa Callan-Gross ilişkisi bulunur:

$$F_2(x) = 2xF_1(x) \quad (3.42)$$

Eşitlik (3.40), (3.41), (3.42) eşitlik (3.28)'de yerine yazılırsa elastik olmayan elektron-proton saçılması için kapsamlı tesir kesiti aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{F_1(x)}{2M} \left(\frac{\alpha\hbar}{E \sin(\theta/2)} \right)^2 \left[1 + \frac{2EE'}{(E-E')^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (3.43)$$

Bjorken ölçeğinin ve Callan-Gross ilişkisinin önemi bu denklemden görülür. İki değişkene bağlı iki bilinmeyenli fonksiyon yerine (eşitlik (3.28)'de $W_1(q^2, x)$ ve $W_2(q^2, x)$), artık bir değişkene bağlı bir bilinmeyenli fonksiyon (eşitlik (3.43)'te $F_1(x)$) vardır ve ayrıca kuark hipotezini deneysel olarak test etme imkanı doğmuştur.

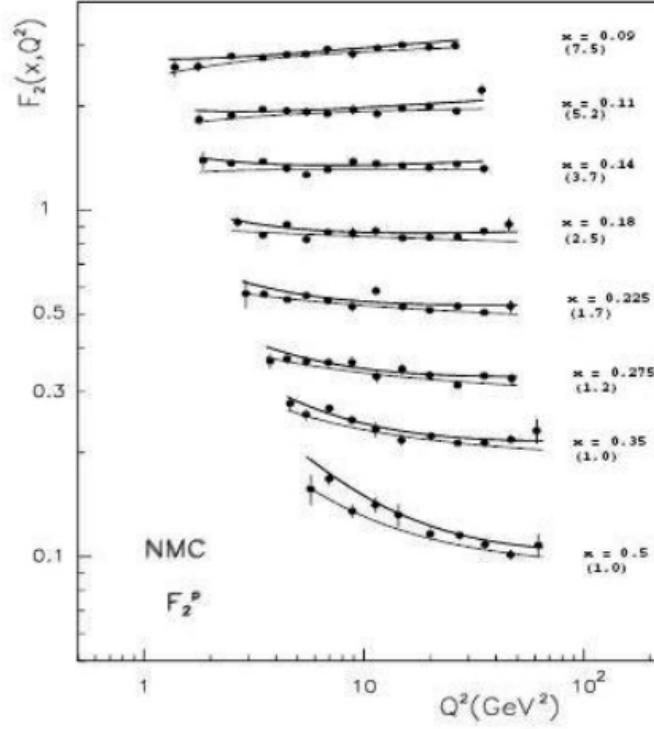
İşi sonlandırmak için olasılık fonksiyonu $f_i(x)$ 'i bilmek gerekir. Ardından eşitlik (3.40) kullanılarak $F_1(x)$ bulunur:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (3.44)$$

3.5.2 Bjorken ölçeği ve Gallan-Gross ilişkisinin deneysel kanıtı

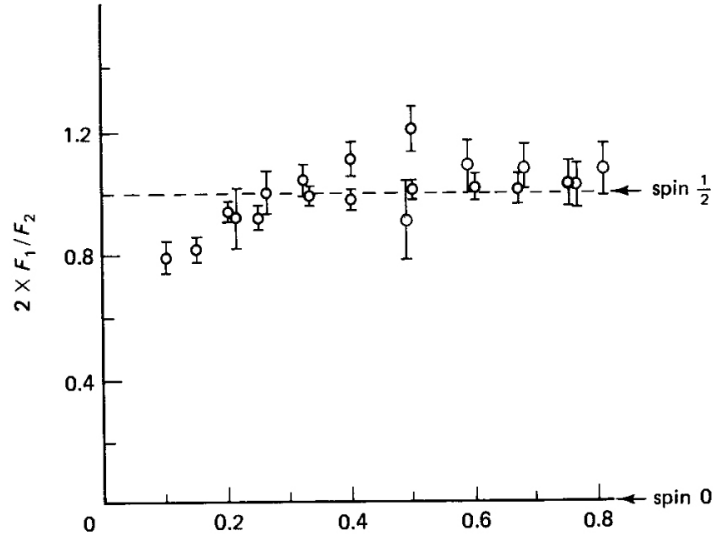
Bjorken ölçeği belirli enerji aralığında, $F_1(x)$ ve $F_2(x)$ fonksiyonlarının q^2 'den bağımsız olduğunu söyler. Bu durum Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Grafikte çeşitli x değerleri için, q^2 'ye karşılık gelen $F_2(x)$ değerleri gösterilmiştir. Grafikte görüldüğü

gibi, $x = 0.14$ değerinde $F_2(x)$ düz bir çizgi şeklindedir. Bu Bjorken ölçeğinin kanıtıdır, çünkü bu bölgede $F_2(x)$ 'in q^2 'ye olan bağıllığı ortadan kalkmıştır. x 'in artan değerlerinde $F_2(x)$ fonksiyonun q^2 'ye olan bağıllığı tekrar geri gelmiştir. Bu durum Bjorken ölçeğinin ihlali olarak bilinir. Bu ihlalin sebebi ise proton içerisindeki gluonların varlığıdır.



Şekil 3.6: $F_2(x)$ 'in q^2 'ye bağlı grafiği. Hata çizgileri istatistiksel belirsizlikleri temsil ediyor. Katı çizgiler ise sistemik hataları gösteriyor.

Şekil 3.7'de $2xF_1/F_2$ 'nin x 'e bağlı deneysel grafiği gösterilmiştir. Eğer Callan-Gross ilişkisi (eşitlik (3.42)) doğruysa $\frac{2xF_1}{F_2} = 1$ olmalıdır. Deneyden elde edilen grafiğe bakarsak yaklaşık olarak $\frac{2xF_1}{F_2} = 1$ olduğunu görürüz. Bu, Callan-Gross ilişkisinin kanıtıdır.



Şekil 3.7: $2xF_1/F_2$ 'nin x 'e bağlı grafiği. Callan Gross ilişkisi.

3.5.3 Gluon ve deniz kuarkların varlığı

Eşitlik (3.36)'ya dikkatle bakıldığında i 'inci kuarkın taşıdığı momentum kesrinin, kuarkın kütlesiyle orantılı olduğu görülür. Bu yüzden olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_i(z_i)$ delta fonksiyonu olmalıdır. i 'inci kuarkın protonun momentumunun belli bir kesrini taşıma olasılıklarının toplamı 1 olması gerektiğinden ($\int_0^1 f_i(x)dx = 1$) delta fonksiyonu şu biçimde olur:

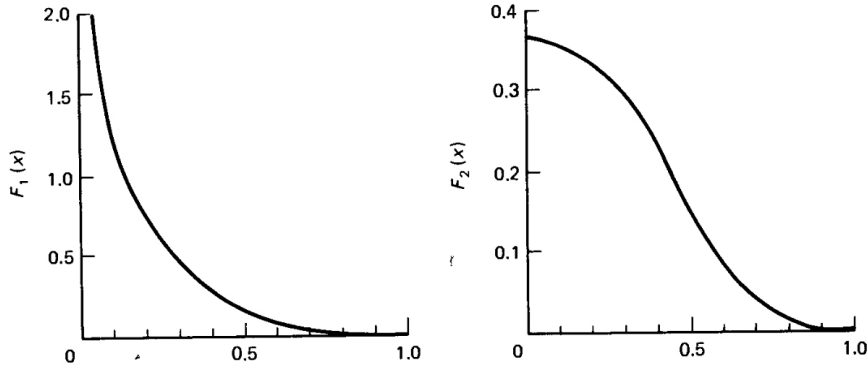
$$f_i(z_i) = \delta\left(\frac{m_i}{M} - z_i\right) \quad (3.45)$$

Protonun sadece iki yukarı ve bir aşağı kuarktan oluştuğu düşünülürse (3.40) ve (3.41) eşitlikleri şu hale gelir:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_d}{M} - x\right) \right] \quad (3.46)$$

$$F_2(x) = x \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_d}{M} - x\right) \right] \quad (3.47)$$

Burada m_u ve m_d yukarı ve aşağı kuarkın kütlesidir. Şekil 3.8’de $F_1(x)$ ve $F_2(x)$ fonksiyonlarının deneysel olarak elde edilen grafikleri gösterilmiştir. Bu grafiklerin eşitlik (3.46) ve (3.47) ile uyuşmadığı görülüyor. Bu, bize fotonun serbest bir kuarkla etkileşme hipotezinin tam doğru olmadığını gösterir. Aslında kuarklar fotonla etkileşimi sırasında gerçekten de serbest bir parçacık gibi davranıyor. Uzun zaman diliminde ise birbirleri ile gluon alışverişi yaptıkları için serbest parçacık olarak düşünülemezler. Ayrıca eşitlik (3.45) bize kuarkın kütlesinin kesin bir değer aldığını söyler. Fakat kuarklar sürekli birbirleriyle etkileştikleri için bu önermenin doğruluğu sarsılır. Gerçekte, kuarklar sanal parçacıklardır ve bu yüzden kuark kütlesi m_i sürekli bir değerdir.



Şekil 3.8: $F_1(x)$ ve $F_2(x)$ 'in grafiği.

Kuark hipotezinin bir başka eksik yanı, protonun sadece iki yukarı ve bir aşağı kuarktan oluştuğunu öne sürmesidir. Bu durumu görmek için şunları yapalım: Yukarı kuarkın momentumun x kadarlık kesrini taşıma olasılığı $u(x)$ olurken, bu kesir aşağı kuark için $d(x)$ olsun. Bu durumda $F_1(x)$ şu şekilde yazılır:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 u(x) + \left(\frac{-1}{3} \right)^2 d(x) \right] \quad (3.48)$$

Eşitlik (3.45)'i kullanarak $u(x) = 2\delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right)$ ve $d(x) = \delta\left(\frac{m_d}{M} - x\right)$ elde edilir. Proton içinde iki yukarı kuark bir aşağı kuark olduğu için u kuarkın olasılık yoğunluğunun, d kuarkın olasılık yoğunluğunun iki katı olduğunu düşünülebilir ($u(x) = 2d(x)$). Fakat bu durum deneyle uyumlu değildir.

Proton içinde iki yukarı kuark bir aşağı kuark olduğu için; yukarı kuarkın taşıdığı ortalama momentum ($\int_0^1 xu(x)dx$), aşağı kuarkın taşıdığı ortalama momentumun iki katıdır. Buradan yola çıkarak aşağıdaki eşitlik yazılır:

$$\int_0^1 xu(x)dx = 2 \int_0^1 xd(x)dx \quad (3.49)$$

Bu eşitliği kullanarak aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\begin{aligned} \int_0^1 F_2(x)dx &= \int_0^1 \left[\frac{4}{9}xu(x) + \frac{1}{9}xd(x) \right] dx \\ &= \frac{4}{9} \int_0^1 xu(x)dx + \frac{1}{9} \int_0^1 xd(x)dx \\ &= \frac{8}{9} \int_0^1 xd(x)dx + \frac{1}{9} \int_0^1 xd(x)dx \\ &= \int_0^1 xd(x)dx \end{aligned} \quad (3.50)$$

Şekil 3.8'deki eğrinin altındaki alan integre edilir, eşitlik (3.50) denkleminin sol tarafı $\int_0^1 F_2(x)dx = 0.18$ bulunur. Buradan yola çıkarak yukarı ve aşağı kuarkın taşıdığı ortalama momentum kesri bulunur:

$$\int_0^1 xd(x)dx = 0.18, \quad \int_0^1 xu(x)dx = 0.36 \quad (3.51)$$

Buradan yola çıkarak proton içindeki yukarı ve aşağı kuarkın taşıdığı ortalama toplam momentum bulunur:

$$\int_0^1 pxu(x)dx + \int_0^1 pxd(x)dx = 0.36p + 0.18p = 0.54p \quad (3.52)$$

Burada önerilen kuarkların, gelen protonun momentumunun %54'ünü taşıdığı görülüyor. Peki kalan momentumu ne taşıyor? Demek ki proton içinde kayıp momentumu taşıyan başka bileşenler de olmalıdır. Daha önce bahsettiğimiz gibi bunlar güçlü etkileşimi taşıyan gluonlardır. Aslında eşitlik (3.52) gluonların varlığının

ispatıdır ve gluonların güçlü etkileşimde kuark-anti kuark çifti oluşturabildiğini biliyoruz. Bu durumda karışıklıktan kaçınmak için orijinal kuarklara değerlik kuarkları, gluonlar tarafından oluşturulan kuarklara ise deniz kuarkları adı verilir [3].

4. BÜYÜK HADRON ÇARPIŞMASINDA KARA MADDE ARAŞTIRMASI

4.1 Amaç

Büyük hadron çarpıştırıcısında 7 TeV'lik iki proton çarpıştığında dedektörlerin saptadığı olaylar Standart Model'in hafif (düşük kütleli) spektrumudur. Bu spektrum bildiğimiz hadron jetleri, fotonlar, elektronlar, müonlar ve nötrinoları içerir. Dedektörden algılanmadan kaçan nötrinolar dışında her bir parçacığın enerji ve momentumu ilgili kalorimetrede doğrudan ölçülür. Örneğin fotonlar elektromanyetik kalorimetrede ölçülürken hadronlar ise hadron kalorimetresinde ölçülür.

Yüksek enerjilerde (TeV mertebesinde) yeni fiziğin uzun ömürlü bir parçacık içermesi bekleniyor. Bu parçacık evrendeki soğuk karanlık maddeyi açıklamak için gerekli. KM parçacıkları LHC dedektörlerinde nötrino gibi davranış gösterecek, yani dedektörde algılanmadan kaçacaktır. Fakat kara maddenin nötrinodan farkı kütlelerinin büyük olmasıdır.

SM ve Yeni fizik arasındaki temel fark kara madde. Bu madde dışında dedektör tarafından saptanan parçacıklar zaten Standart Model'de var. Bu noktada Yeni Fiziğin söylediği, nötrinolar dışında görünmez kesimin kütleli durumlar içerip içermediğini saptamak. Eğer görünmez kesim sadece nötrinoları içerdiği gözlenirse LHC'nin sınırları dahilinde kara madde adayının ulaşılabilir olmadığı söylenebilir.

4.2 Parton-Parton Çarpışmasında Momentum Ve Enerji Korunumu

Sağdan ve soldan gelen protonların z ekseninde kafa kafaya çarpıştığını düşünelim: Gelen protonların enerjisi $\varepsilon = 7$ TeV olsun. Çarpışma kütle merkezi çerçevesinde gerçekleşsin ve hızlandırıcının dizaynından dolayı protonların enine momentumları yok sayılsın. Şimdi sağdan ve soldan çarpışma noktasına (dedektörün merkezine) gelen protonların enerji-momentum dört-vektörlerini yazalım:

$$p_L^\mu = (\frac{\varepsilon}{c}, 0, 0, P_z), \quad p_R^\mu = (\frac{\varepsilon}{c}, 0, 0, -P_z) \quad (4.1)$$

Şimdi kütle merkezi enerji-momentum dört-vektörünü yazalım:

$$P_{CM}^\mu = (\frac{\varepsilon_{CM}}{c}, \vec{0}) \quad (4.2)$$

$$P_{CM}^\mu = p_L^\mu + p_R^\mu = (\frac{2\varepsilon}{c}, 0, 0, 0) = (\frac{2\varepsilon}{c}, \vec{0}) \quad (4.3)$$

Denklem (4.2) ve (4.3) karşılaştırılırsa gelen proton enerjisini kütle merkezi enerjisi cinsinden buluruz:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{CM}}{2} \quad (4.4)$$

Burada $\varepsilon_{CM} = 14TeV$ dir. Eşitlik (1.10) ve (4.2)'den yararlanarak kütle merkezi enerjisini değişmez (invariant) büyüklük cinsinden yazalım:

$$S = \frac{(p_L^\mu + p_R^\mu)^2}{c^2} \implies (p_L^\mu + p_R^\mu)^2 = Sc^2 = (P_{CM}^\mu)^2 = \frac{\varepsilon_{CM}^2}{c^2} \quad (4.5)$$

Buradan kütle merkezi enerjisi değişmez (invariant) büyüklük cinsinden yazılır:

$$\varepsilon_{CM}^2 = Sc^4 \implies \varepsilon_{CM} = c^2 \sqrt{S} \quad (4.6)$$

Eşitlik (4.4)'ten yararlanarak gelen protonların enerjisini değişmez büyüklük cinsinden yazmış oluruz:

$$\varepsilon = \frac{c^2 \sqrt{S}}{2} \quad (4.7)$$

Gelen protonların Tev enerji mertebelerinde kütleleri ihmal edilebilir. Bu yüzden $\varepsilon = P_z c$ formülünden gelen protonların momentumları bulunur:

$$P_z = \frac{c \sqrt{S}}{2} \quad (4.8)$$

Eşitlik (4.7) ve (4.8) eşitlik (4.1)'de yerine yazılırsa gelen protonların enerji-momentum dört-vektörleri değişmez büyüklük cinsinden yazılmış olur:

$$P_L^\mu = (\frac{c^2\sqrt{S}}{2c}, 0, 0, \frac{c\sqrt{S}}{2}), \quad P_R^\mu = (\frac{c^2\sqrt{S}}{2c}, 0, 0, -\frac{c\sqrt{S}}{2}) \quad (4.9)$$

Proton-proton çarpışmasında aslında çarpışanlar protonun içerisindeki partonlardır. Çarpışan iki partondan, soldan gelen protonun enerji-momentum dört-vektörünün z_L kadarını, sağdan gelen ise protonun enerji-momentum dört-vektörünün z_R kadarını taşıyor olsun. Bu durumda partonların enerji-momentum dört-vektörleri yazılır:

$$z_L P_L^\mu = (\frac{z_L c^2 \sqrt{S}}{2c}, 0, 0, \frac{z_L c \sqrt{S}}{2}), \quad z_R P_R^\mu = (\frac{z_R c^2 \sqrt{S}}{2c}, 0, 0, -\frac{z_R c \sqrt{S}}{2}) \quad (4.10)$$

Denklem (4.10)'dan yararlanarak gelen partonların çarpışmadan önceki toplam enerji ve momentumlarını yazarız:

$$\frac{z_L c^2 \sqrt{S}}{2} + \frac{z_R c^2 \sqrt{S}}{2} = \frac{c^2 \sqrt{S}}{2} (z_L + z_R) \quad (4.11)$$

$$\frac{z_L c \sqrt{S}}{2} - \frac{z_R c \sqrt{S}}{2} = \frac{c \sqrt{S}}{2} (z_L - z_R) \quad (4.12)$$

Çarpışmadan sonra açığa çıkan bütün görünür parçacıkların (jetler, fotonlar, elektrolar..) toplam enerjisi E , görünmez parçacıkların (nötrinolar ve kara madde parçacıkları) toplam enerjisi $\cancel{E}$ olsun. Enerji korunumunu yazılır:

$$\frac{c^2 \sqrt{S}}{2} (z_L + z_R) = E + \cancel{E} \quad (4.13)$$

Benzer şekilde çarpışmadan sonra açığa çıkan bütün görünür parçacıkların z doğrultusundaki momentum bileşenleri toplamı P_z , görünmez parçacıkların ise $\cancel{P}_z$ olsun. Momentum korunumu yazılır:

$$\frac{c\sqrt{S}}{2}(z_L - z_R) = P_z + \cancel{P_z} \quad (4.14)$$

Çarpışmadan önce partonların enine momentumları toplamı 0 idi. Çarpışmadan sonra da görünür ve görünmez parçacıkların enine momentumları toplamı 0 olmalıdır:

$$0 = \mathbf{P}_T + \cancel{\mathbf{P}_T} \quad (4.15)$$

Peki bir olayın kayıp enerji-momentum içerip içermediğini nasıl anlarız? Eğer çarpışma sonucunda açığa çıkan bütün görünür parçacıkların enine momentumları toplamı ($\mathbf{P}_T = 0$) 0 ise kayıp enerji yoktur. Aksi taktirde kayıp enerji vardır.

Ortaya çıkacak kayıp enerjiyle ilgili elde neler var? Çarpıştırıcıdaki protonların kütle merkezi enerjisi biliniyor. Bir de dedektörde saptanmış görünür parçacıkların enerji ve momentumları biliniyor:

$$E = \sum_{i=1}^{n_{vis}} E_i, \quad E_T = \sum_{i=1}^{n_{vis}} E_{iT} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{P}_z = \sum_{i=1}^{n_{vis}} \mathbf{p}_{iz} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{P}_T = \sum_{i=1}^{n_{vis}} \mathbf{p}_{iT} \quad (4.18)$$

Görünmez kesim dedektörde saptanamaz. Bu parçacıklarla ilgili tek bilgi enerji ve momentum korunumundan gelir. Korunum yasaları sayesinde görünmez kesimin büyüklükleri görünür kesimin parçacıklarının enerji ve momentumları cinsinden ifade edilir. Çarpışmalardaki yüksek enerjinin parçacıkların kütesinden çok büyük olması göze alınarak aşağıdaki eşitlikleri yazarız:

$$E = \sum_{i=1}^{n_{vis}} \sqrt{(m_i c^2)^2 + \mathbf{p}_i^2 c^2} \approx \sum_{i=1}^{n_{vis}} c |\mathbf{p}_i| = c \sum_{i=1}^{n_{vis}} |\mathbf{p}_i| \quad (4.19)$$

Burada $\mathbf{p}_i$ açığa çıkan i 'inci parçacığın üç-vektör momentumudur:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{iz} + \mathbf{p}_{iT} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \sum_{j=1}^{n_{invis}} \sqrt{(m_j c^2)^2 + \mathbf{p}_j^2 c^2} = \sum_{j=1}^{n_v} \sqrt{(m_v c^2)^2 + \mathbf{p}_j^2 c^2} + \\ &\quad \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{(m_{DM} c^2)^2 + \mathbf{p}_j^2 c^2} \approx c \sum_{j=1}^{n_v} |\mathbf{p}_j| + c \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} \\ &= c \left(\sum_{j=1}^{n_v} |\mathbf{p}_j| + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} \right) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Görünmez kesim nötrino ve karamadde parçacıklarından oluştuğu için $n_{invis} = n_v + n_{DM}$ kullandık.

Şimdi açığa çıkan bütün parçacıkların (görünür+görünmez) toplam enerjisini yazalım:

$$E + \mathcal{E} = c \left(\sum_{i=1}^{n_{vis}} |\mathbf{p}_i| + \sum_{j=1}^{n_v} |\mathbf{p}_j| + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} \right) \quad (4.22)$$

Bu denkleme $\left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right|$ terimini ekleyip çıkaralım:

$$E + \mathcal{E} = c \left(\sum_{i=1}^{n_{vis}} |\mathbf{p}_i| + \sum_{j=1}^{n_v} |\mathbf{p}_j| + \left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} - \left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| \right) \quad (4.23)$$

Bu aşamada $\sum_i |\mathbf{p}_i| \geq |\sum_i \mathbf{p}_i|$ özelliğini kullanalım:

$$E + \mathcal{E} \geq c \left(\left| \sum_{i=1}^{n_{vis}} \mathbf{p}_i + \sum_{j=1}^{n_v} \mathbf{p}_j + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} - \left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| \right) \quad (4.24)$$

Sağ taraftaki ilk mutlak değer açığa çıkan tüm parçacıkların toplam momentumudur:

$$E + \mathcal{E} \geq c \left(|\mathbf{P}_{Total}| + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} - \left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| \right) \quad (4.25)$$

Burada $\mathbf{P}_{Total}$:

$$\mathbf{P}_{Total} = \sum_{i=1}^{n_{vis}} \mathbf{p}_i + \sum_{j=1}^{n_v} \mathbf{p}_j + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \quad (4.26)$$

ile ifade edilir. Bu denklemleri bileşenlerine açarsak;

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{Total} &= \sum_{i=1}^{n_{vis}} (\mathbf{p}_{iz} + \mathbf{p}_{iT}) + \sum_{j=1}^{n_v} (\mathbf{p}_{jz} + \mathbf{p}_{jT}) + \sum_{j=1}^{n_{DM}} (\mathbf{p}_{jz} + \mathbf{p}_{jT}) \\ &= \sum_{i=1}^{n_{vis}} \mathbf{p}_{iz} + \sum_{i=1}^{n_{vis}} \mathbf{p}_{iT} + \sum_{j=1}^{n_v} \mathbf{p}_{jz} + \sum_{j=1}^{n_v} \mathbf{p}_{jT} + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_{jz} + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_{jT} \\ &= \underbrace{\sum_{i=1}^{n_{vis}} \mathbf{p}_{iz} + \sum_{i=1}^{n_{vis}} \mathbf{p}_{iT}}_{\mathbf{P}_z + \mathbf{P}_T} + \underbrace{\sum_{j=1}^{n_v} \mathbf{p}_{jz} + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_{jz}}_{\mathbf{P}_z} + \underbrace{\sum_{j=1}^{n_v} \mathbf{p}_{jT} + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_{jT}}_{\mathbf{P}_T} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Şimdi altı çizili ilk terim eşitlik (4.17) ve (4.18)'den görüldüğü gibi açığa çıkan tüm görünür parçacıkların momentumları toplamı (enine + z doğrultusunda), ikinci terim açığa çıkan tüm görünmez parçacıkların z doğrultusundaki momentumları toplamı, üçüncü terim ise açığa çıkan tüm görünmez parçacıkların enine momentumları toplamıdır. Şimdi eşitliği yeniden yazalım:

$$\mathbf{P}_{Total} = \mathbf{P}_z + \mathbf{P}_T + \mathbf{P}_z + \mathbf{P}_T \quad (4.28)$$

Eşitlik (4.15)'ten açığa çıkan tüm parçacıkların enine momentumları toplamının 0 olduğunu biliyoruz. Bu durumda denklemi yeniden yazalım:

$$\mathbf{P}_{Total} = \mathbf{P}_z + \mathbf{P}_z \quad (4.29)$$

Şimdi eşitlik (4.14)'ü kullanarak toplam momentumu yazalım:

$$\mathbf{P}_{Total} = \left(\frac{c\sqrt{S}}{2}(z_L - z_R) \right) \hat{\mathbf{z}} \quad (4.30)$$

$$|\mathbf{P}_{Total}| = \frac{c\sqrt{S}}{2} |(z_L - z_R)| \quad (4.31)$$

Şimdi eşitlik (4.31)'i eşitlik (4.25)'te yerine yazalım:

$$E + \mathcal{E} \geq c \left(\frac{c\sqrt{S}}{2} |(z_L - z_R)| + \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} - \left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| \right) \quad (4.32)$$

Bu eşitliğin sol tarafı eşitlik (4.13)'ten biliniyor. Bunu yerine yazıp düzenleme yaparsak aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} - \left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| \leq \frac{\sqrt{S}c}{2} [(z_L + z_R) - |z_L - z_R|] \quad (4.33)$$

Birçok momentum kütle ve açı değeri için aşağıdaki eşitsizlik geçerli olur:

$$n_{DM} m_{DM} c \lesssim \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_j^2} - \left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| \quad (4.34)$$

Bu çalışmada sadece iki parçacıklı duruma bakacağız. Kara madde parçacığı sayısı 2 olduğunda eşitsizlik şu hale gelir:

$$2m_{DM}c \lesssim \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_1^2} + \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_2^2} - \sqrt{\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{p}_2^2 + 2\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \cos \theta} \quad (4.35)$$

Burada θ , kara madde parçacıklarının momentum vektörleri arasındaki açıdır.

(4.35)'in sağ tarafını f olarak tanımlayalım:

$$f = \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_1^2} + \sqrt{m_{DM}^2 c^2 + \mathbf{p}_2^2} - \sqrt{\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{p}_2^2 + 2\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \cos \theta} \quad (4.36)$$

$$2m_{DMC} \lesssim f \quad (4.37)$$

(4.35)'in her iki tarafını m_{DMC} ile bölelim:

$$2 \lesssim \sqrt{1 + \left(\frac{|\mathbf{p}_1|}{m_{DMC}}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{|\mathbf{p}_2|}{m_{DMC}}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{|\mathbf{p}_1|}{m_{DMC}}\right)^2 + \left(\frac{|\mathbf{p}_2|}{m_{DMC}}\right)^2 + \frac{2|\mathbf{p}_1||\mathbf{p}_2|\cos\theta}{(m_{DMC})(m_{DMC})}} \quad (4.38)$$

$$2 \lesssim \frac{f}{m_{DMC}} \quad (4.39)$$

Momentumlar kütleyle eşit olduğunda ($|\mathbf{p}|_1 = m_{DMC}$) (4.39) eşitsizliğini sağlayan en küçük açığı bulalım. Bunun için denklemini tekrar yazalım:

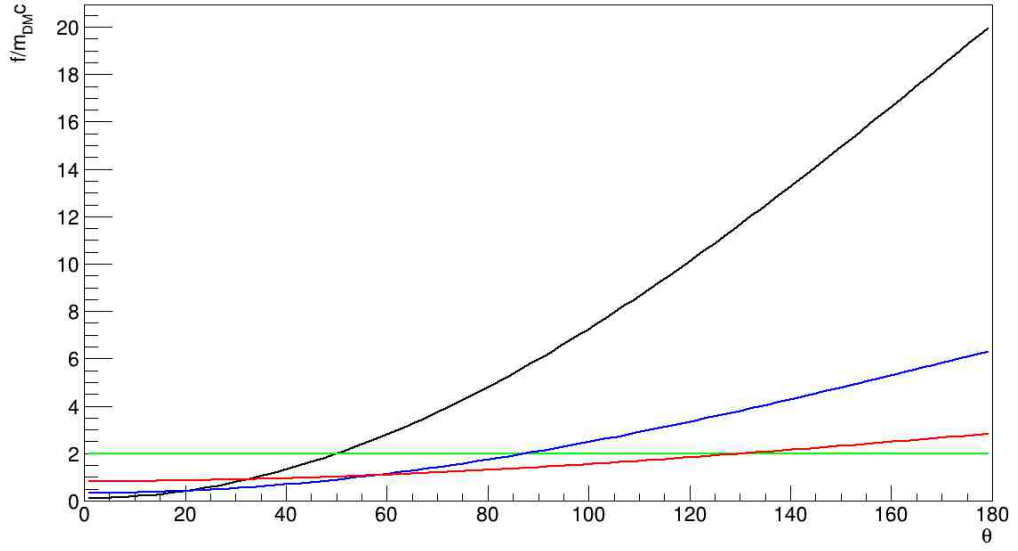
$$\begin{aligned} 2 &\lesssim \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2(1 + \cos\theta)} \\ &\lesssim 2\sqrt{2} - \sqrt{2(1 + \cos\theta)} \end{aligned} \quad (4.40)$$

Bu eşitsizliği sağlayan en küçük açı $\theta = 130$ derecedir. Bu durumdan anlaşılıyor ki momentumların kütleyle eşit veya büyük olduğu, aralarındaki açıda 130 derece ve üstünde olduğu her durum için (4.39) geçerli oluyor. Ayrıca momentumun kütleyle oranı büyüdükçe daha küçük açılar için de eşitsizlik geçerli oluyor. Bu durum Şekil 4.1'de gösterilmiştir. (Mavi eğride $\frac{|\mathbf{p}_1|}{m_{DMC}} = 1$ kırmızı eğride $\frac{|\mathbf{p}_1|}{m_{DMC}} = 3$ ve siyah eğride $\frac{|\mathbf{p}_1|}{m_{DMC}} = 10$ alınmıştır.)

Son olarak (4.34)'ün geçerli olduğu durumlar için (4.33)'ü şu şekilde yazarız:

$$n_{DM}m_{DMC} \lesssim \sum_{j=1}^{n_{DM}} \sqrt{m_{DMC}^2 + \mathbf{p}_j^2} - \left| \sum_{j=1}^{n_{DM}} \mathbf{p}_j \right| \leq \frac{\sqrt{S_C}}{2} [(z_L + z_R) - |z_L - z_R|] \quad (4.41)$$

Bu denklem kara madde kütlesi için üst sınırı belirler. Ayrıca ortaya çıkacak kütlelerin partonik kütle merkezi enerjisinden küçük olması gereğinde momentum kesiri için bir alt sınır oluşturur:



Şekil 4.1: $(f/m_{DM}c)$ 'ın Saçılan KM parçacıkları arasındaki açıya göre değişimi

$$\sqrt{z_L z_R S} \geq M_T \quad (4.42)$$

Buradan $z_L z_R$ çarpımını çekersek:

$$z_L z_R \geq \left(\frac{M_T}{\sqrt{S}}\right)^2 \quad (4.43)$$

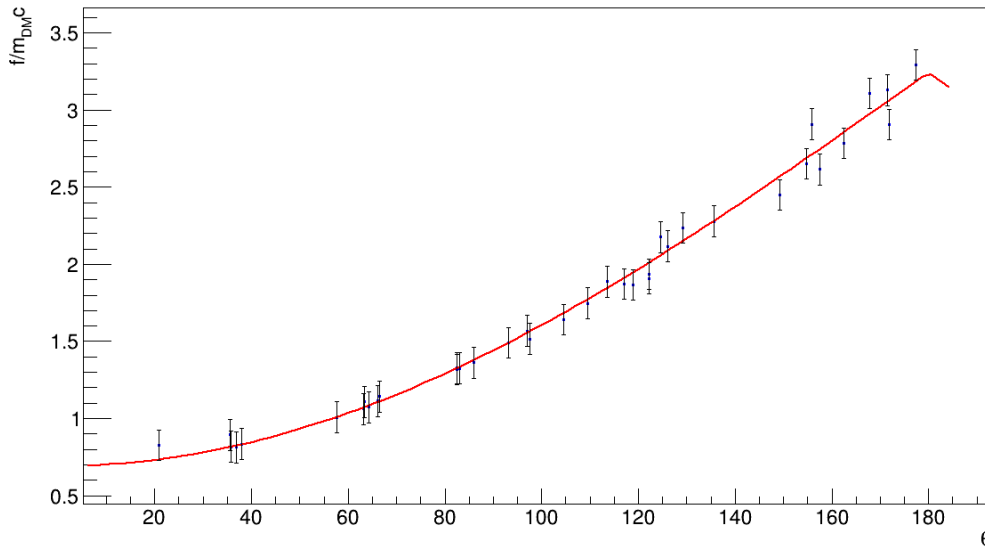
momentum kesirlerinin çarpımı için bir alt sınır elde etmiş oluruz.

4.3 Pythia

Pythia seçilen fizik modellerine bağlı olarak yüksek enerji fiziği olayları üreten bir simülasyon programıdır. Monte Carlo teknikleri kullanılarak olaylar üretilir. Parçacık çarpışmalarının ve etkileşmelerinin benzetiminde kullanılır. Program, orta ve yüksek momentum aktarımlı etkileşmeleri, etkileşmede çıkan parçacıkların bozunma ve dallanmalarını, saçılma tesir kesitini, ilk durum ve son durum ışımlarını, çoklu etkileşmeleri, parton dağılım fonksiyonlarını ve partonların hadronlaşması için gerekli alt programları içermektedir.

Bir önceki bölümde birçok momentum ve açı için (4.39) denkleminin geçerli olduğunu söylemiştik. Kara madde adayı parçacığın Pythia'da Susy

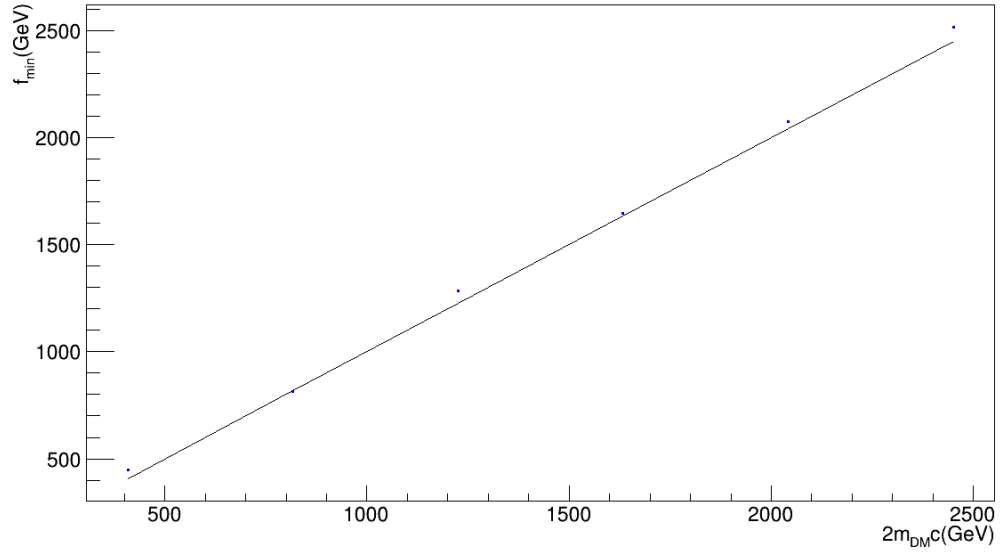
(SUSY:qqbar2chi0chi0) olaylarında ortaya çıkan nötralino olduğunu düşünerek (4.39) eşitsizliğini Pythia üzerinde gösterelim. Burada güzel olan bütün parçacıkların momentumlarının ve kütlelerinin belli olması. Dolayısıyla kara madde adayı parçacığı nötralinonun da momentumu ve kütlesi belli. O halde her bir olayda ortaya çıkan iki nötralino arasındaki açıyı alıp, p/m_{DM} oranını 1 ile 1.5 arasında kısıtladıktan sonra iki nötralino arasındaki açıya karşılık gelen $\frac{f}{m_{DM}c}$ değerlerini bulalım. Son aşamada bulduğumuz değerleri Şekil 4.1'deki kırmızı eğriye uyduralım. 10.000 olay için Şekil 4.2 elde edildi [7].



Şekil 4.2: θ açısına karşılık gelen $(\frac{f}{m_{DM}c})$ değerleri.

Şekil (4.2)'deki sürekli çizgi kara madde parçacığının momentumu kütlesine eşit olduğunda iki kara madde arasındaki açıya karşılık gelen $f/m_{DM}c$ 'nin grafiğidir. Noktalar ise iki nötralino arasındaki açıya karşılık gelen $\frac{f}{m_{DM}c}$ değerleridir.

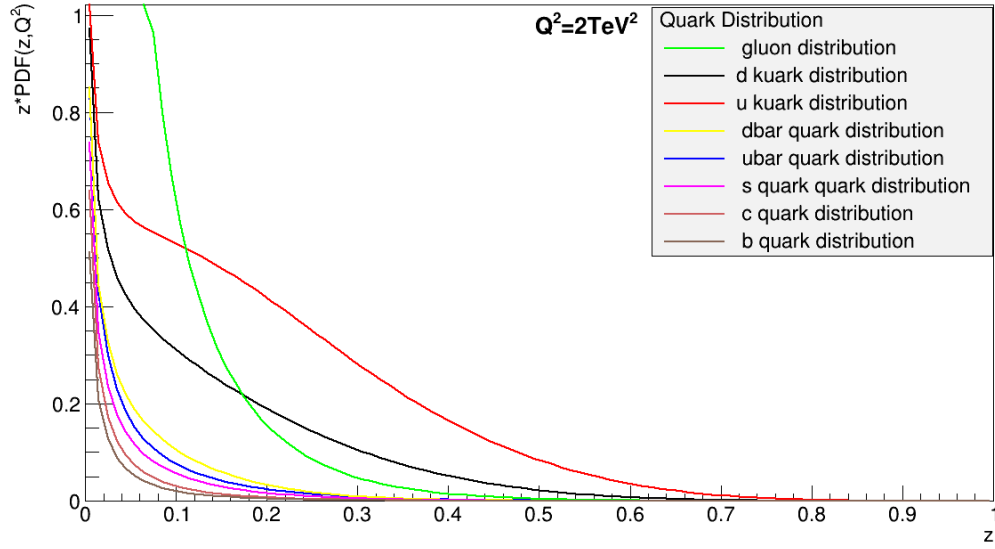
Şimdi iki nötralino arasındaki açıyı 130 dereceye sabitleyelim. Momentumun kütleye oranı 1 'den büyük olduğu saçılmalarda her kütle değerine denk gelen f değerleri (grafikteki noktalar) Şekil 4.3'de gösterilmiştir. Sürekli çizgi $f_{min} = 2m_{DM}c$ doğrusunu gösteriyor. Noktaların doğrunun üstünde kalmasından anlıyoruz ki, kara maddenin momentumu, kütlesinden büyük olduğu ve θ 130 derecenin üstünde olduğu sürece (4.39) eşitsizliği geçerli oluyor.



Şekil 4.3: $\theta = 130$ derece için $f_{min} = 2m_{DMC}$ grafiği

4.4 Parton Dağılım Fonksiyonları

Bölüm 4.2’de bulunan (4.41) nolu sınır denklemin güzel tarafı herhangi bir parton için geçerli olmasıdır. Buradaki eksiklik çarpışmaya hangi partonun girdiğinin ve protonun momentumunun ne kadarlık kesirini taşıdığının tam olarak bilinmiyor olmasıdır. Elimizde sadece partonların belirli bir momentum kesiriyle çarpışmaya girme olasılığını temsil eden parton dağılım fonksiyonları (PDF) var. Bu fonksiyonları CTEQ grubunun hazırladığı CTEQ5L paketinden elde edeceğiz. Şekil 4.4 çarpışmalarda belirli bir momentum kesirine sahip partonların tamamının protononun momentumunun ne kadarlık kesirini taşıdığını gösteriyor.



Şekil 4.4: $Q^2 = 2TeV^2$ 'de her bir parton için z 'ye karşılık $zf(q, Q^2)$ grafiği

Şekil 4.4'de görüldüğü gibi kuarkların düşük momentum kesirlerinde bulunma olasılığı fazladır. Burada ayrıca dikkatimizi çeken gluonların protonun momentumunun büyük bir kısmını taşıdığıdır. Her bir partonun protonun momentumunun ne kadarlık kesirini taşıdığını bulmak için grafiklerin altındaki alan bulunur:

$$\begin{aligned} \int_{10^{-6}}^1 z f_{d/p}(z, Q^2) dz &= 0.103 \\ \int_{10^{-6}}^1 z f_{u/p}(z, Q^2) dz &= 0.193 \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} \int_{10^{-6}}^1 z f_{s/p}(z, Q^2) dz &= 0.029 \\ \int_{10^{-6}}^1 z f_{c/p}(z, Q^2) dz &= 0.022 \\ \int_{10^{-6}}^1 z f_{b/p}(z, Q^2) dz &= 0.016 \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned}
\int_{10^{-6}}^1 z f_{\bar{d}/p}(z, Q^2) dz &= 0.041 \\
\int_{10^{-6}}^1 z f_{\bar{u}/p}(z, Q^2) dz &= 0.036 \\
\int_{10^{-6}}^1 z f_{\bar{s}/p}(z, Q^2) dz &= 0.029 \\
\int_{10^{-6}}^1 z f_{\bar{c}/p}(z, Q^2) dz &= 0.022 \\
\int_{10^{-6}}^1 z f_{\bar{b}/p}(z, Q^2) dz &= 0.016
\end{aligned} \tag{4.46}$$

$$\int_{10^{-6}}^1 z (f_{g/p}(z, Q^2)) dz = 0.492 \tag{4.47}$$

(4.44), (4.45) ve (4.46) nolu denklemler, proton içerisindeki kuarkların taşıdığı momentum kesirini gösteriyor. (4.47) nolu denklem ise gluonun taşıdığı momentum kesirini gösteriyor. Bu sonuçlardan protonun momentumunun yarısının kuarklar, diğer yarısının da gluonlar tarafından taşındığını görüyoruz.

Proton içerisinde u ve d kuark hem değerlik hemde deniz kuarkları olarak bulunduğu için u kuark ve d kuarkın taşıdığı momentum kesirlerinden $\bar{u}$ ve $\bar{d}$ kuarkın taşıdığı momentum kesirlerini çıkarırsak değerlik kuarklarının taşıdığı momentum kesirlerini elde ederiz:

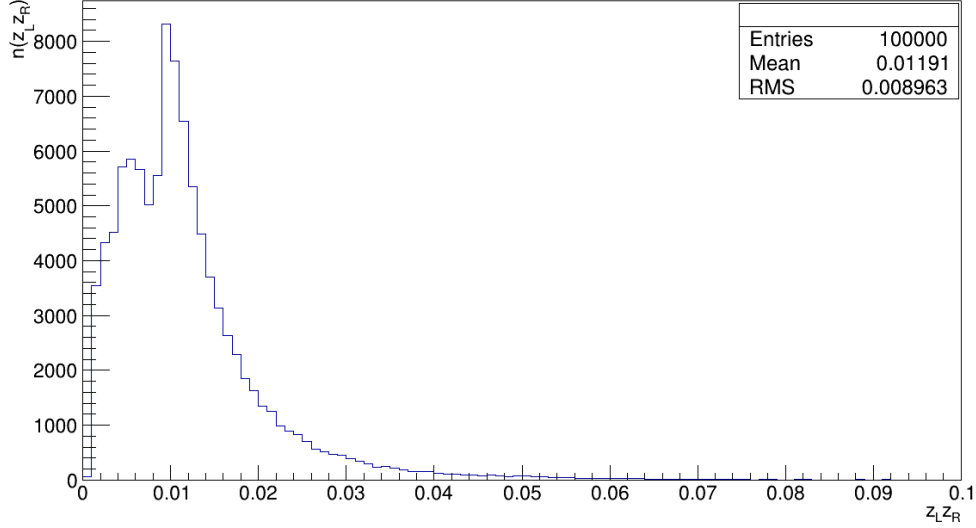
$$\int_{10^{-6}}^1 z \left(f_{d/p}(z, Q^2) - f_{\bar{d}/p}(z, Q^2) \right) dz = 0.06 \tag{4.48}$$

$$\int_{10^{-6}}^1 z \left(f_{u/p}(z, Q^2) - f_{\bar{u}/p}(z, Q^2) \right) dz = 0.157 \tag{4.49}$$

4.5 Kara Madde Kütlesi

Bölüm 4.2’de elde ettiğimiz (4.41) nolu sınır denklemini daha ileriye taşımak için çarpışmaya giren partonların taşıdığı momentum kesirleri hakkında bilgi sahibi olmak gerekir. Bunun için Pythia’ya başvurulur. Çünkü Pythia’da iki proton çarpıştırıldığında, çarpışmaya giren iki parton için belirli bir z_L ve z_R değeri atanır.

Şekil 4.5 Pythia’da süpersimetrik olaylarda (SUSY:qqbar2chi0chi0) PDF seti CTEQ5L seçilerek elde edilmiştir:



Şekil 4.5: $z_L z_R$ dağılımı.

Şekil 4.5 bize çarpışan iki partonun momentum kesirlerinin çarpımının dağılımını gösteriyor. Bu bilgiler ışığında çarpışan partonların kütle merkezi enerji dağılımı elde edilebilir. Bunun için önce partonik kütle merkezi enerjisi (P_{CM}) yazılır:

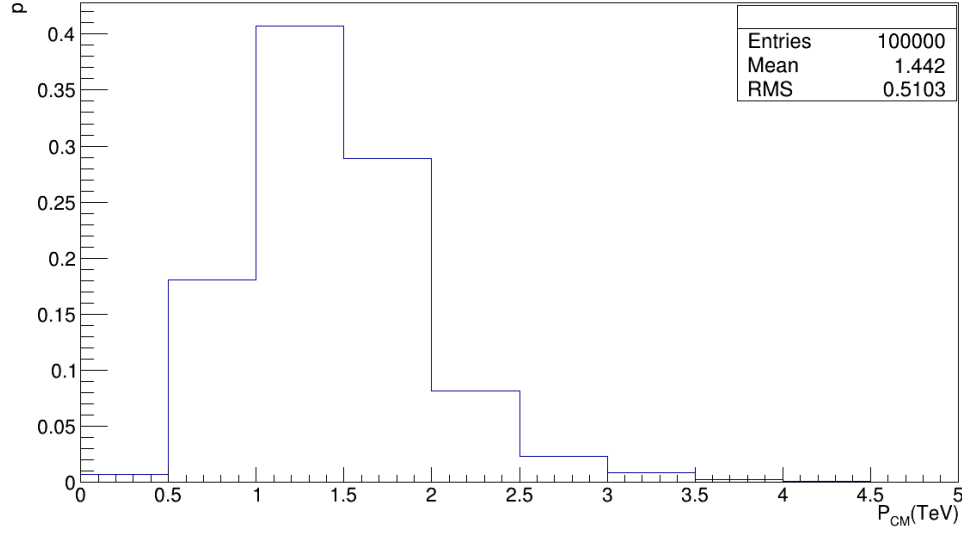
$$P_{CM} = \sqrt{z_L z_R S} \quad (4.50)$$

Momentum kesirleri çarpımının dağılımı bilindiğine göre artık P_{CM} dağılımına bakılabilir.

Şekil 4.6 bize çarpışan partonların kütle merkezi enerjisinin belirli enerji aralıklarında gerçekleşme olasılığını gösteriyor. Grafikten en yüksek olasılıklı çarpışmanın 1-1.5 (TeV) enerji aralığında olduğu görülüyor. Bu aralığın üstünde ve altında olasılığın gittikçe azaldığını görüyoruz.

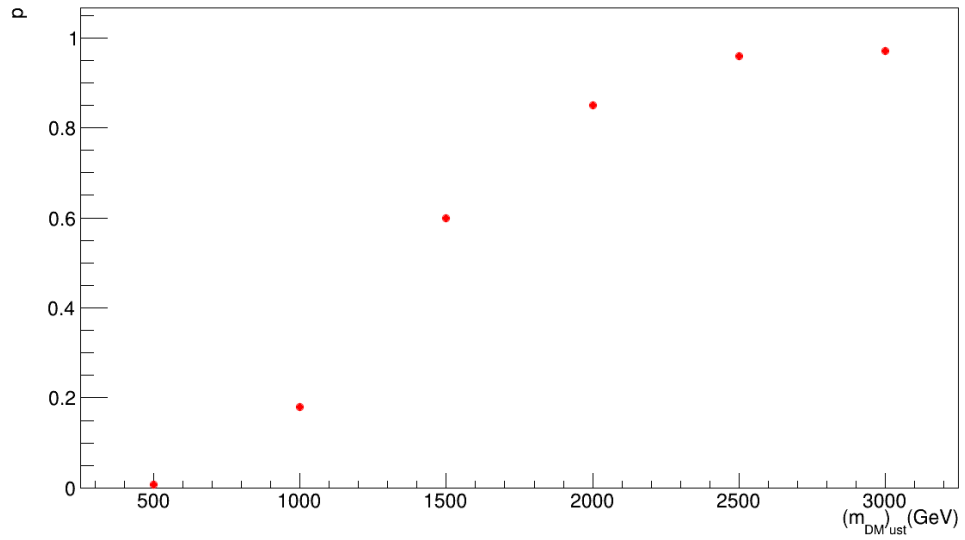
Son olarak KM kütesinin üst sınırını veren (4.41) nolu denklemi düzenleyerek yeniden yazalım:

$$n_{DM} m_{DM} \leq \frac{\sqrt{S}}{2} [(z_L + z_R) - |z_L - z_R|] \quad (4.51)$$



Şekil 4.6: P_{CM} dağılımı.

Şekil 4.6'daki her enerji aralığı için çok sayıda z_L ve z_R değeri vardır. Fakat bu çalışmada (4.51) denklemini maksimum yapan z_L ve z_R değerlerine bakılacaktır. Bu doğrultuda gerekli hesaplamalar yapıldığında KM kütesinin üst sınırının olasılıklara bağlı grafiği Şekil 4.7'deki gibi olur:



Şekil 4.7: KM kütesinin üst sınırının olasılıklara göre değişimi.

5. SONUÇ

Bu çalışmada başlangıç olarak parçacık fiziğinde çok önemli yeri olan tesir kesiti kavramı incelendi. Saçılma problemlerine ilham kaynağı olan Rutherford saçılmasının diferansiyel tesir kesiti elde edildi. Daha sonra elektron-müon, elastik ve elastik olmayan elektron-proton çarpışmalarının tesir kesitleri, Feynman hesaplarından yararlanılarak çıkarıldı. Bu ön çalışmadan sonra kara maddenin proton-proton çarpışmalarında ortaya çıkabileceğini düşünerek ve çarpışmada asıl çarpışanların proton içerisindeki partonlar olduğunu akılda tutarak enerji ve momentum korunum yasaları partonlar için yazıldı. Çarpışmada iki kara madde parçacığı oluşması durumunda ve parçacıkların momentumları kütlelerinden büyük olduğu durumlarda (eşitlik (4.34)'ün geçerli olduğu durumlar), 130 dereceden büyük θ açılarında çalışmamız gerektiği sonucuna varıldı. Son safhada kara madde kütlesi için bir sınır denklem olan eşitlik (4.51) elde edildi.

Proton-proton çarpışmalarını daha iyi anlayabilmek için Pythia üzerinde Susy (SUSY:qqbar2chi0chi0) olaylarına bakıldı. Eşitlik (4.34)'ün geçerli olduğu durumlar Pythia üzerinde gösterildi. Eşitlik (4.51)'i daha ileriye taşıyabilmek için çarpışan partonların kütle merkezi enerjisinin dağılımına bakıldı (Şekil 4.6). Bu dağılımdan yararlanarak KM kütlesinin üst sınırının olasılıklara göre grafiğini gösteren Şekil 4.7 elde edildi.

KAYNAKLAR

- [1] **Fayyazuddin, Riazuddin.**, 2000. A Modern Introduction to Particle Physics.
- [2] **John R.Taylor**, 2005. Classical Mechanics.
- [3] **Griffiths, David**, 1987. Introduction to Elementary Particles.
- [4] **T.Sjöstrand, S.Mrenna ve P.Skands**, 2008. A brief introduction to PYTHIA 8.1, Comput.Phys.Commun.178:852-867.
- [5] **Url-1**, <http://home.web.cern.ch/about/physics/dark-matter>, alındığı tarih: 25.04.2014.
- [6] **Url-2**, <http://users.phys.psu.edu/~cteq/>, alındığı tarih: 15.07.2014.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad : Mustafa KANDEMİR

Doğum Yeri ve Tarihi : RİZE, 12/07/1986

Lisans : Yıldız Teknik Üniversitesi,

Y. Lisans : İstanbul Teknik Üniversitesi,