İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MODİFİYE EDİLMİŞ CHAPLYGİN GAZI ENFLASYONU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Seda URAZ

Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Fizik Mühendisliği Programı

OCAK 2015

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MODİFİYE EDİLMİŞ CHAPLYGİN GAZI ENFLASYONU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Seda URAZ
(509101146)

Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Fizik Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Doç Dr. Emre Onur KAHYA

OCAK 2015

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 509101146 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Seda URAZ**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **"MODİFİYE EDİLMİŞ CHAPLYGİN GAZI ENFLASYONU"** başlıklı tezini aşağıdaki imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :	**Doç Dr. Emre Onur KAHYA** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
Jüri Üyeleri :	**Doç. Dr. A. Savaş ARAPOĞLU** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
	Prof. Dr. Ali KAYA Boğaziçi Üniversitesi	.....
		.....

Teslim Tarihi : **15 Aralık 2014**
Savunma Tarihi : **21 Ocak 2015**

Aileme,

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans eğitimim boyunca her türlü yardım ve fedakârlığı sağlayan, bilgi, tecrübe ve güler yüzü ile çalışmama ışık tutan, ayrıca bana bu çalışmayı vererek kendimi geliştirmeye yönelik de birkaç adım ileride olmamı sağlayan, danışman hocam Doç.Dr.Emre Onur KAHYA'ya en içten dileklerimle teşekkür ederim.
Tezin hazırlanmasında emeği geçen Gülay KARAKAYA, Gökhan TORUN ve Utku ZORBA'ya, tezimin hazırlanması sırasında beni cesaretlendiren ve manevi destek sağlayan değerli arkadaşlarım Asiye YALÇINER, Emine YILDIZ, Kadriye SENİÇELİ, Sertan ADIGÜZEL, Cansu AKDAŞ, Hüsnü BULUT ve Gaye SENİÇELİ'ye teşekkürü bir borç bilirim.
Aileme, hayatım boyunca yanımda oldukları için minnettarım.

Aralık 2014

Seda URAZ
Fizikçi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **vii**
İÇİNDEKİLER ..... **ix**
KISALTMALAR ..... **xi**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xiii**
SEMBOL LİSTESİ ..... **xv**
ÖZET ..... **xvii**
SUMMARY ..... **xix**
1. GİRİŞ **1**
2. KOZMOLOJİYE GİRİŞ **3**
2.1 Evrenin Oluşumu 3
2.2 FRW Metriği ve Friedman Denklemleri 4
3. ENFLASYON **9**
3.1 Başlangıç Koşulları Problemi 9
3.2 Yerçekimi Nasıl 'itici' Olmaya Başlar? 11
3.3 $p \approx -\rho$ Durumunun Denklemi Nasıl Anlaşılır? 11
3.4 Senaryoların Menüsü 12
4. MODİFİYE EDİLMİŞ CHAPLYGİN GAZI ENFLASYONU **15**
4.1 Chaplygin Gazı 15
4.2 Modifiye Edilmiş Chaplygin Gazı 16
4.3 Tensör Skaler Oranı 20
5. SONUÇ VE ÖNERİLER **21**
5.1 Genişletilmiş Chaplygin Gazı 22
KAYNAKLAR **23**
ÖZGEÇMİŞ **25**

KISALTMALAR

GR	**:**	Genel Relativite
FRW	**:**	Friedmann Robertson Walker
CMB	**:**	Kozmik Mikrodalga Fonu
MCG	**:**	Modifiye edilmiş Chaplygin Gazı
CG	**:**	Chaplygin Gazı

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1 : Önem derecesi düşürülmüş noktalar %68 ve n_s için CL Bölgeleri %95 ve seçilen enflasyon modellerinin teorik tahminleri ile karşılaştırıldığında diğer data kümeleri ile birleşme içinde Planck'dan r_{002}. 13

Şekil 5.1 : $A = -0.99$ için skaler alan cinsinden potansiyel, $\phi_0 = 1$, $\alpha = 0.1$ (yeşil), $\alpha = 0.2$ (mavi), $\alpha = 0.5$ (kırmızı); $V_0 = -1$ (kesintisiz), $V_0 = -0.6$ (çizgili), $V_0 = -0.2$ (noktalı), $V_0 = 0.2$ (çizgili-noktalı). 21

SEMBOL LİSTESİ

$(-,+,+,+)$	:	Metriğin İşareti
$,$	:	Kısmi Türev
$;$	:	Kovaryant Türev
$T_{\mu\nu}$	:	Enerji-Momentum Tensörü
$R^{\sigma}_{\mu\nu\gamma}$	:	Riemann Tensörü
$R_{\mu\nu}$	:	Ricci Tensörü
R	:	Ricci Skaleri
$\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu}$	:	Christoffel Symbol

MODİFİYE EDİLMİŞ CHAPLYGİN GAZI ENFLASYONU

ÖZET

Gözlemlere göre evrenimiz homojen ve izotropik yapıda, Hubble parametresine bağlı olarak genişliyor. Evrenin homojen ve izotropik yapısı büyük ölçeklerde geçerlidir. Uzayın homojen olması maddenin heryerde eşit dağılım göstermesi ve izotropik olması ise her yönde eşit şekilde dağılmasıdır. Uzayın farklı noktalarından gelen kozmik mikrodalga arkaplan ışınımı hemen hemen aynı sıcaklıklardadır. Büyük ölçeklerde yaklaşık homojen yapıya sahip olan evren, küçük ölçeklerde kütle çekiminin etkisi ile hızlarda değişme göstererek homojen olmayan yapıları meydana geliyor. Büyük patlama modelinde düzlük problemi ve ufuk problemi vardır. Buna çözüm olarak enflasyon teorisi öne sürülmüştür. Enflasyon teorisi evrenin ivmelenerek genişlemesi olarak bilinir. Enflasyonun gerçekleştiği enerji seviyesi GUT (büyük birleşme dönemi)ölçeği civarındadır. Günümüzdeki gözlemler Friedman-Robertson-Walker uzayına $k = 0$'da uyumlu olduğunu gösterir. Ancak, homojen FRW modeli Kozmik Mikrodalga Fon (CMB) radyasyonunda izotropik olmaması, evrendeki madde dağılımı ve galaksilerin oluşumu gibi sorulara cevap verememektedir. Bu yüzden homojen FRW modelinin etrafındaki tedirgemeleri sınıflandırmak bunların evrimini incelemek yapı oluşumunu anlamak için çok önemlidir. Enflasyon ise bu 10^{-5} mertebesindeki tedirgemelerin kaynağının kuantum dalgalanmaları olduğunu söylemektedir.

Evrenin ivmelerek genişlemesinin keşfi, kozmolojik sabit gibi davranan pozitif yoğunluklu ve negatif basınca sahip bir madde (karanlık enerji)ihtiyacını doğurmuştur. 2001 yılında Kamenshchik ve arkadaşlarının kullandığı Chaplygin gaz diye bilinen egzotik akışkan, FRW kozmolojisinde kozmik ivmelenmeyi karanlık enerji olmadan açıklamaya çalışmışlardır. Cevabını bulmaya çalıştığımız soru hem ilk dönem (enflasyon) hem de son dönem ivmelenmesinin sebebi Modifiye edilmiş Chaplygin gazı mıdır? BICEP2 gözleminin verileri kullanılanılarak modellerin serbest parametreleri belirlenmiş ve bunun sonucunda Modifeye edilmiş Chaplygin gaz modelinin enflasyon için uygun bir aday olmadığı belirlenmiştir.

MODIFIED CHAPLYGIN GAZ INFLATION

SUMMARY

The most important feature of our universe is its large scale homogeneity, isotropy and almost flatness. This feature ensures that observations made from our single vantage point are representative of the universe as a whole. Metric defining the universe is Friedmann Robertson Walker (FRW) which is homogeneous spatially and isotropic, expands with the same speed in each space direction,

$$ds^2 = -dt^2 + a^2\big(dr^2 + r^2(d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2)\big).$$

The equations of the motion that the matter content satisfies is called Friedmann equations

$$\begin{aligned} \frac{k}{a^2} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} &= \frac{8\pi G\rho}{3} \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \\ \dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} &= -3H(\rho + p) \qquad \rightarrow \quad H = \frac{\dot{a}}{a}. \end{aligned}$$

Let's look at the initial conditions characterizing matter. There are two things that we have to know about initial conditions. How the matter is distributed in space, i.e. its location, and how they are moving, i.e. its initial field of velocities. Inflation is proposed to solve initial condition problems. These problems are homogeneity, isotropy (horizon) problem and flatness problem.
We consider an inflationary model in the presence of modified Chaplygin gas,and also a recently proposed, extended Chaplygin gas in the context of quintessence cosmology. Using the recent observational data of BICEP2 we fix the free parameters of the models and check if the extended and modified Chaplygin gas models are suitable candidates for inflaton.

Chaplygin gas can be thought of as a perfect fluid with a bulk viscosity where the bulk viscosity is the sum of powers of density. The Chaplygin gas equation of state,

$$p = -\frac{B}{\rho}$$

leads to a homogenous cosmology with,

$$\rho(a) = \sqrt{B + \frac{C}{a^6}}$$

where C is an integration constant. Therefore, it behaves like dark matter when $\rho(a \rightarrow 0)$ and like dark energy when $\rho(a \rightarrow \infty)$.

In order for the universe to go from a dust dominated era to a de Sitter phase, the Chaplygin gas equation of state was generalized to,

$$p = -\frac{B}{\rho^{\alpha}}$$

with the following scale factor-dependent energy density,

$$\rho(a) = \left[B + \frac{C}{a^{3(1+\alpha)}}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}}$$

where C is an integration constant and $\alpha > 0$ is a free parameter.

It is clear that $\alpha = 1$ reproduces the pure Chaplygin gas model. This model is called the generalized Chaplygin gas model.

Although the Chaplygin gas models were introduced to do away with dark energy, the equation of state of the scalar field, inflaton, can effectively be described with the modified Chaplygin gas during the early universe. Therefore we would like to describe both the primordial and recent inflationary phase with the scalar field, that we can still call inflaton, for which the equation of state obeys the modified Chaplygin gas.

The MCG is defined with the following equation of state ,

$$p = A\rho - \frac{B}{\rho^{\alpha}},$$

where A, α, and B are free parameters of the model. The case of $A = 0$ recovers generalized Chaplygin gas EoS, and $A = 0$ together $\alpha = 1$ recovers the original Chaplygin gas EoS.

Assuming flat FRW universe, and taking $8\pi G = 1$ yields to the following Friedmann equation,

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\rho}{3},$$

where H is the Hubble parameter and a is the scale factor. Also, one can obtain conservation equation as

$$\dot{\rho} + 3H(p + \rho) = 0.$$

This relation give us scale factor-dependence for energy density,

$$\rho = \left(\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}.$$

It is clear that $\alpha = 1$ reproduces the pure Chaplygin gas model. This model is called the generalized Chaplygin gas model where C is an integration constant. One can determine the constant C when the fluid is pressureless, in that case two terms of the r.h.s of the relation MCG model start to be of the same order corresponding to some scale factor a_0 and density $\rho_0 = \rho^{\alpha} = B/A$. It is easy to find that,

$$C = \frac{B}{1+A}\frac{a_0^{3(1+A)(1+\alpha)}}{A}.$$

So, $a \gg a_0$ corresponds to a de Sitter space (late time) with $p \simeq -\rho$, and $a \ll a_0$ corresponds to the early universe with $p = A\rho$. We can assume $a \simeq a_0$ as the present epoch.

One can use the following scaler field to behave modifield chaplying gas

$$\phi = -\frac{2\sqrt{3(1+A)}}{3(1+A)(1+\alpha)}\tanh^{-1}\left(\sqrt{1+\frac{B}{(1+A)C}a^{3(1+A)(1+\alpha)}}\right)+\phi_0,.$$

Therefore, we can obtain scale factor in terms of the scalar field,

$$a = \left[\frac{(1+A)C}{B}(-1+\tanh^2\theta)\right]^{\frac{1}{3(1+A)(1+\alpha)}},$$

Hence, we can obtain the scalar potential and the Hubble expansion parameter as a function of the scalar field,

$$V = V_0\left[2-(1-A)\cosh^2\theta\right]\left[-1+\cosh^2\theta\right]^{-\frac{\alpha}{1+\alpha}}.$$

$$H = h_0\left[-1+\cosh^2\theta\right]^{\frac{1}{2(1+\alpha)}}$$

where we will like to potantial to satisfied slow-roll contitions,

$$\left(\frac{V_{,\phi}}{V}\right)^2 << 1, \qquad \left(\frac{V_{,\phi\phi}}{V}\right) << 1.$$

The above equations constran are the free parameter our model. We will also use BİCEP2 data either to determine the other free parameters of our model to check for consistency if no free parameter is left.

1. GİRİŞ

Genel görelilik kuramı, Newton çekim kanunları ve özel göreliliğin birleşimi ile ilk olarak güneş sisteminin dışındaki gezegenlerin hareketlerini tanımlamak için Einstein tarafından ortaya atılmıştır. Denklemlerin matematiksel sadeliği ve evren hakkında iyi yaklaşımlar sağlamasıyla kozmolojide önemli yer tutmuştur. Einstein evrenin statik olduğuna inanıp alan denklemlerine kozmolojik sabiti de eklemiş, fakat Hubble tarafından evrenin genişlemesi keşfedilince bu sabiti geri çekmiştir.

Gözlemlere göre evrenin büyük ölçeklerde homojen, izotropik ve neredeyse düz olması FRW metriğine uyduğunu gösterir. Fakat belli ölçeklerin altındaki homojensizlikleri (galaksiler,bulutsular vs.) anlamak için FRW metriği etrafındaki tedirgemeleri incelememiz gerekir. Başlangıçtaki homojen olmayan yapıların genişleme ile nasıl evrileceğini anlamak, galaksi gibi yapıların nasıl oluşacağını açıklayabilmek kozmolojinin en önemli problemlerinden biridir.

Tezin 2. bölümünde kozmolojiye giriş yapılmıştır ve temel denklemler verilmiştir. 3. bölümünde evrenin erken dönem sürecindeki evrenin ivmelenerek genişlemesi olarak bilinen enflasyon kısa bir şekilde gözden geçirilmiştir. 4.bölümünde, Modifiye edilmiş Chaplygin gazının ilk dönem ve son dönem enflasyonunun kaynağı olması durumu incelenmiştir. BICEP2 gözlem datasının son değerleri modifiye edilmiş Chaplygin gaz modelinin serbest parametrelerini belirlemiş ve bu durumda modelin enflasyon için uygun bir aday olup olmadığı incelenmiştir.

2. KOZMOLOJİYE GİRİŞ

Evren yaklaşık olarak $13.798 \pm 0.037 \times 10^9$ yıl yaşındadır [1]. Güneş sistemimiz, samanyolu galaksimiz ve diğer galaksiler gibi, küçük ölçeklerde bakıldığında homojen ve izotropik olmayan, büyük ölçeklerde baktığında ise ($100Mpc, 1Mpc \simeq 3,2.10^6$ ışık yılı, bir ışık yılı ise yaklaşık olarak $3,08.10^{16}$ m olmak üzere) homojen ve izotropiktir. Evrenin büyük ölçekte homojen ve izotropik olduğu varsayımı çeşitli gözlemlerle uyumludur (CMB gözlemleri, Planck vb.). LSS(son saçılma yüzeyinden) günümüze kadar gelen mikrodalga arkaalan ışınımı sıcaklığı $T_0 = 2.7255K$,bu sıcaklığın dalgalanması ise $\delta T/T_0 < 10^{-5}$ dir. Evrenin geniş ölçekte homojen ve izotropik olduğu varsayımına **Kozmolojik İlke** denilmektedir: Belirli bir zamanda evren, uzayın her yerinde aynı görünmektedir ve uzayın her doğrultusu ise birbirine eşittir.

2.1 Evrenin Oluşumu

Friedmann denklemlerine göre, evrenin genişleme oranı bileşenin durum denklemi ve enerji yoğunluğu tarafından belirlenir. Madde oluşumunun ana bileşenleri MeV altındaki sıcaklıklarda önemli bir yol oynar, bunlar en eski radyasyon, baryonlar, elektronlar, nötrinolar, karanlık enerji ve karanlık maddedir.

Evrenin tarihinin kısaca özetini yapmak istersek ilk saniyelerden çok kısa bir süre sonra Planck ölçeğine yakın değerlerde evrende nonpertürübatif kuantum yerçekimi dominanttır ve genel görelilik artık güvenilir hala gelebilir. Bu skalanın altındaki enerjilerde klasik uzay zaman hala mantıklı olur fakat Plank ölçeğinde uzay zaman yapısının temel sorunlarına bir çözüm getirmemektedir. Özellikle kozmik tekillik sorusu hala kalır. Daha sonra ivmelenme söz konusudur. Daha sonraki dönemlerdeki sıcaklıklarda elektrozayıf ve güçlü etkileşimler standart modelle açıklanabilir. Evren genişleyip yaklaşık $T \sim 200MeV$ kadar soğuduğunda kuark-gluon geçişi meydana gelir, serbest kuarklar ve gluonlar baryonlar ve mezonların içerisine hapsolur. Sıcaklık düştükçe nötronlar donmaya başlar; nötronlar ve protonlar kimyasal dengede kalır ve zayıf kuvvet etkisini yitirir. Sağ kalan nötronların sayısı en eski elementlerin bolluğunu belirler. Enerji elektron kütlesi mertebesine ulaştığında elektron-pozitron çiftleri birbirini yok

etmeye başlar ve evren elektron kütlesinden düşük sıcaklığa düştüğünde ise çok az sayıda elektron kalır (yaklaşık olarak 1 milyar fotona 1 elektron). Sıcaklık $T \sim 0,05MeV$ seviyesine düştüğünde nükleer reaksiyonlara kapı açılır. Nükleosentezden kaynaklanan ışık elementlerinin bollukları gözlemsel datalar ile çok iyi uyum içindedir. Işınım baskın olan çağın sonra ermesiyle madde-ışınım eşitliğine ulaşılır. Eşitlikte kozmik zamanın kesin değeri karanlık birleşenin öğlerine bağlıdır. Tekrar birleşim gerçekleşmeye başlayınca evren arka plan radyasyonu şeffaf hale gelir. Az oranda homojen olmayan yapılar oluşmaya başlar. Yerçekimsel kararsızlığın sonucunda galaksiler ve onların kümeleri gibi homojen olmayan yapılar oluşmaya başlar. Bu oluşum süreci Newton yerçekimi kanunları kullanılarak incelenebilir fakat hala çok karışık nonlineer problemdir ve nümerik yollar ile çözümlenebilir. Çözümlenmemiş temel sorunlardan biri karanlık madde ve enerjinin doğasıdır [2].

2.2 FRW Metriği ve Friedman Denklemleri

Uzay zamanımız $a(t)x\sigma$ gibi sunulabilir, a(t) zamana bağlı genişlemeyi ifade eden bir terimdir ve σ maksimum simetrik 3 değişkeni ifade eder. Uzay zaman metriği aşağıdaki formdaki gibi yazılabilir:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 d\sigma^2 \tag{2.1}$$

metriğin uzaysal kısmı;

$$d\sigma^2 = \gamma_{ij}(u) du^i du^j \tag{2.2}$$

u^i uzaysal koordinatlardır (i=1,2,3) ve γ_{ij} (u^1, u^2, u^3)'ün bir fonksiyonu olup maksimum simetrik bir metriktir. Sabit eğriliğe sahip uzaylar maksimum simetriye sahiptir ve bu tür uzayların eğrilik tensörü bir sabitle orantılı şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir [3]:

$$R_{ijkl} = k(\gamma_{ik}\gamma_{jl} - \gamma_{il}\gamma_{jk}), \quad k : sabit \tag{2.3}$$

buradan Ricci tensörü elde edilirse,

$$R_{jk} = \gamma^{il} R_{ijkl} = k\gamma^{il}(\gamma_{ik} g_{jl} - \gamma_{il}\gamma_{jk}) = -2k\gamma_{jk} \tag{2.4}$$

ve Ricci skaleri

$$R = R^k_k = -6k \tag{2.5}$$

olarak bulunur [4].

Şimdi

$$x^2 + y^2 + z^2 + m^2 = a^2, \quad a : const. \tag{2.6}$$

olacak şekilde 4-boyutlu uzayın içerisine yerleştirebileceğimiz bir yüzeyi göz önüne alalım. Bu uzay zamana ait hiperyüzeydeki yay elemanı

$$d\ell^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + \frac{(xdx + ydy + zdz)^2}{a^2 - (x^2 + y^2 + z^2)} \tag{2.7}$$

şeklinde yazılabilir. Küresel koordinatlarda (**2.7**)'deki yay elemanı

$$d\ell^2 = \frac{a^2 dr^2}{a^2 - r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \tag{2.8}$$

elde edilir. $\tilde{r} = \frac{r}{\sqrt{|a^2|}}$ ve $k = \frac{a^2}{|a^2|}$ şeklinde koordinat dönüşümü yaparılırsa, metrik tensörü

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} a^2/(1-kr^2) & 0 & 0 \\ 0 & a^2r^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2r^2\sin^2\theta \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

olarak yazılabilir. Burada $k = 1$ açık, $k = 0$ düz ve $k = -1$ kapalı uzayları belirtmektedir. Sabit eğriliğe sahip, homojen ve izotropik evreni tanımlayan FRW metriği göz önüne alınırsa ve en genel haliyle aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2\big(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2)\big). \tag{2.10}$$

Metriğin tensör bileşenleri ise;

$$\begin{aligned} g_{00} &= -1\,, \quad g_{11} = \frac{a^2}{1-kr^2} \\ g_{22} &= a^2r^2\,, \quad g_{33} = a^2r^2sin^2\theta \end{aligned} \tag{2.11}$$

şeklindedir [2].

Madde ve enerjiyi tarif etmek için ideal akışkan (perfect fluid) modelini kullanırsak İdeal akışkanın enerji-momentum tensörü;

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)U_\mu U_\nu + pg_{\mu\nu} \tag{2.12}$$

U_μ 4-hızdır (four velocity). Eş hareketli çerçevede, dört hız aşağıdaki formu alır,

$$U_\mu = (1,0,0,0) \tag{2.13}$$

Enerji-momentum tensörünün sıfırıncı birleşeni düşünüldüğünde,bize enerji korunum denklemini verir:

$$0 = \nabla_\mu T_0^\mu = -\partial_0\rho - 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) \tag{2.14}$$

Durum denklemi aşağıdaki gibi tanımlanırsa

$$p = w\rho \tag{2.15}$$

w akışkan için genelleştirilmiş bir sabittir. (**2.14**) ve (**2.15**) denklemleri kullanılarak,enerji korunum denklemi,

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w)\frac{\dot{a}}{a}. \tag{2.16}$$

bu formu alır (**2.16**). Denkleminin çözümü aşağıdaki gibidir:

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}. \tag{2.17}$$

Evrenin enerji yoğunluğu madde baskınken($w = 0$), a^{-3},ışınım baskınsa ($w = \frac{1}{3}$), a^{-4}, kozmolojik sabit baskın olduğunda ($w = 1$)ise sabit olucaktır.

İdeal bir akışkan için Einstein denklemi FRW metriğinde aşağıdaki şekli alır

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} = 8\pi G((\rho + p)U_\mu U_\nu + p g_{\mu\nu}) \tag{2.18}$$

$$T_{00} = \rho$$

$$T_{ij} = p g_{ij}\,, \quad i,j = 1,2,3\,. \tag{2.19}$$

$G_{\mu\nu}$'nun çözümü için Christoffel sembollerine ihtiyaç duyarız,

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma}(g_{\nu\sigma,\lambda} + g_{\lambda\sigma,\nu} - g_{\nu\lambda,\sigma}) \tag{2.20}$$

denklemi simetrik metrik bağlantı yardımıyla sıfırdan farklı değerleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\Gamma^0_{11} &= \tfrac{a\dot{a}}{1-kr^2}\,, & \Gamma^0_{22} &= a\dot{a}r^2 \\
\Gamma^0_{33} &= a\dot{a}r^2\sin^2\theta\,, & \Gamma^1_{01} &= \frac{\dot{a}}{a} \\
\Gamma^1_{11} &= \tfrac{kr}{1-kr^2}\,, & \Gamma^1_{22} &= -r(1-kr^2) \\
\Gamma^1_{33} &= -r(1-kr^2)\sin^2\theta\,, & \Gamma^2_{02} &= \frac{\dot{a}}{a} \\
\Gamma^2_{12} &= \tfrac{1}{r}\,, & \Gamma^2_{33} &= -\sin\theta\cos\theta \\
\Gamma^3_{03} &= \tfrac{\dot{a}}{a}\,, & \Gamma^3_{13} &= \frac{1}{r} \quad \Gamma^3_{23} = \cot\theta\,.
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Christoffel sembollerinden Ricci tensörüne geçeriz

$$R^{\sigma}_{\mu\sigma\nu} = R_{\mu\nu} = \Gamma^{\alpha}_{\nu\mu,\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{\alpha\mu,\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\alpha\beta}\Gamma^{\beta}_{\mu\nu} - \Gamma^{\alpha}_{\nu\beta}\Gamma^{\beta}_{\mu\alpha}. \tag{2.22}$$

Ricci tensörü hesaplandığında sıfırdan farklı değerleri;

$$R_{00} = -\frac{3\ddot{a}}{a}$$

$$R_{11} = \frac{2k + 2\dot{a}^2 + a\ddot{a}}{1-kr^2}$$

$$R_{22} = (2k + 2\dot{a}^2 + a\ddot{a})r^2$$

$$R_{33} = (2k + 2\dot{a}^2 + a\ddot{a})r^2 \sin^2\theta \tag{2.23}$$

bulunur. Ricci skaleri ise

$$R^{\mu}_{\nu} = g^{\mu\alpha} R_{\alpha\nu}$$

$$R = R^{\mu}_{\mu} = \frac{6(k + \dot{a}^2 + a\ddot{a})}{a^2} \tag{2.24}$$

olarak elde edilir. Einstein tensörünü,

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \tag{2.25}$$

eşittir ve Einstein tensörünün bileşenleri:

$$G_{00} = 3\frac{k + \dot{a}^2}{a^2}$$

$$G_{11} = \frac{(k + \dot{a}^2 + 2a\ddot{a})}{kr^2 - 1}$$

$$G_{22} = -r^2(k + \dot{a}^2 + 2a\ddot{a})$$

$$G_{33} = -r^2 \sin^2\theta (k + \dot{a}^2 + 2a\ddot{a}) \tag{2.26}$$

$G_{\mu\nu}$'nün hesaplanmasıyla, Einstein denklemi $\mu\nu = 00$ için aşağıdaki formu alır,

$$3\frac{k + \dot{a}^2}{a^2} = 8\pi G\rho$$

$$\frac{k}{a^2} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} \tag{2.27}$$

$\mu\nu = ij$ için,

$$-\frac{k + \dot{a}^2 + 2a\ddot{a}}{a^2} = 8\pi G p. \tag{2.28}$$

(**2.27**) ve (**2.28**) denklemleri kullanılarak aşağıdaki denklemi elde ederiz

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \tag{2.29}$$

(**2.27**) ve (**2.29**)Friedman denkleri olarak adlandırılır [4]. Ölçek çarpanı $a(t)$ ölçülebilen gözlemlenebilen bir nicelik değildir fakat ölçek çarpanının değişimini gösteren Hubble parametresi gözlemlenebilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \tag{2.30}$$

Hubble parametresinin şuan ki değeri yaklaşık 67.80 (km/s)/Mpc'dir [5].

3. ENFLASYON

Enflasyon evrenin ivmelenerek genişlemesi olarak bilinir. Gözlemlere göre; Hubble yasasına göre genişleyen evrende madde 100Mpc'den büyük ölçeklerde homojen ve izotropik dağılmıştır. Yoğunluk titreşimlerinin dalgalanma genliği $\delta\rho/\rho$ yaklaşık 10^{-5}'e eşittir. Enflasyon GUT (Büyük Birleşmiş Teori) ölçeklerde başladığı düşünülmektedir [2].

3.1 Başlangıç Koşulları Problemi

Maddeyi tanımlanyan başlangıç koşulları iki bağımsız kümeden oluşur. Birincisi, maddenin uzaydaki dağılımı yani nerede bölgelendiği, ikincisi; nasıl hareket ettiği yani hızların başlangıç değerleridir. Enflasyon, başlangıç koşulları problemine çözüm olarak önerilir. Bu problemlerden ilki ufuk problemi olarak adlandırılır.

*Homojenlik,izotropiklik (ufuk) problemi:*Evrenin şimdiki homojen, izotropik alanın ufuk ölçeği en az $ct_0 \sim 10^{28}$cm büyüklüğündedir. Varsayalım ki evrenimiz genişlemeye ile homojen olmayandan homojene dönüşmesin, bu sonuçtan ulaşabiliriz ki $t = t_i$'de evrenimiz oluştuğu homojen ve izotropik bölgelerin boyutu aşağıdaki değerden büyüktür,

$$l_i \sim ct_0 \frac{a_i}{a_0}. \tag{3.1}$$

Nedensel bölgenin (causal region) $l_c \sim ct_i$ boyutu ile bu ölçeği karşılaştırdığımız zaman

$$\frac{l_i}{l_c} \sim \frac{t_0}{t_i}\frac{a_i}{a_0}. \tag{3.2}$$

Eğer $t_i \sim t_{Pl}$'da en eski radyasyon (ışınım) baskınsa, sıcaklığı $10^{32}K$'dir. Böylece

$$\frac{a_i}{a_0} \sim \frac{T_0}{T_{pl}} \sim 10^{-32} \tag{3.3}$$

ve

$$\frac{l_i}{l_c} \sim \frac{10^{17}}{10^{-43}} 10^{-32} \sim 10^{28}. \tag{3.4}$$

elde ederiz. Başlangıç Planck zamanında, dalgalanma varyasyonu $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ sınırını aşamaz burada 10^{84} nedensel bağımsız bölgenin enerji yoğunluğu pürüzsüz dağılmıştır. Hiçbir sinyal ışıktan hızlı ilerleyemeyeceği için, nedensel etkenler bu derecede ince ayarlı madde dağılımının sebebi olamazlar [2].

Eğer ölçek faktörü zamanın kuvvetleri gibi büyüse $\frac{a}{t}\sim\dot{a}$ şeklinde ifade edilebilir. Buradan **(3.2)** aşağıdaki gibi yazabiliriz,

$$\frac{l_i}{l_c}\sim\frac{t_0}{t_i}\frac{a_i}{a_0}\sim\frac{\dot{a}_i}{\dot{a}_0}. \tag{3.5}$$

Burada l_c nedensel bölgenin ve l_i erken evrenin boyutudur. Kütle çekiminin her zaman çekici bir kuvvet olduğunu varsayarsak,

$$\frac{l_i}{l_c}\sim\frac{\dot{a}_i}{\dot{a}_0}>1 \tag{3.6}$$

şeklinde yazılabilir. Evrenin genişlemesinin yavaşladığı varsayılırsa,homojenlik ölçeğinin nedensellik ölçeğinden herzaman büyük olacağını söyleyebiliriz. Bunun için homonjenlik problemi yerine ufuk problemi ismi de kullanılır.

Düzlük Problemi: Gözlemlere göre evren yaklaşık olarak düzdür. Friedmann denklemlerine göre evrenin açık, kapalı veya düz olduğunu gösteren parametreye kozmolojik parametre denir. Bu parametre $\Omega(t)$ şeklinde tanımlanır.

$$\Omega(t)\equiv\frac{\rho(t)}{\rho^{cr}(t)} \tag{3.7}$$

burada

$$\rho^{cr}(t)=\frac{3H^2}{8\pi G}. \tag{3.8}$$

$\Omega(t)$ tanımını kullanarak Friedmann denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\Omega(t)-1=\frac{k}{(Ha)^2}. \tag{3.9}$$

Buradan anlaşılacağı gibi $\Omega(t)$ değerinin birden küçük, büyük veya eşit olması evrenin kapalı açık düz olması anlamına gelir. Bu parametrenin başlangıç değeri onun şimdiki değeri cinsinden,

$$\Omega_i-1=(\Omega_0-1)\frac{(Ha)_0^2}{(Ha)_i^2}=(\Omega_0-1)(\frac{\dot{a}_0}{\dot{a}_i})^2\leq 10^{-56}. \tag{3.10}$$

Bu denklemden görüldüğü gibi Ω_0'ın, ~ 1 seviyesinde olması Ω_i bire çok çok yakın olmasını gerektirir.

Yukarıdaki denklemden görülebileceği gibi bütün problemlerin merkezinde başlangıç hızları arasındaki farkın çok büyük olmasıdır. Eğer başlangıç hızları şimdikinden büyük bir değere sahipse, bu problemleri asla çözemeyiz. Yerçekimi bildiğimiz tüm parçacıklar için çekici olması doğal olarak hızların değerinin azalmasını gerektirir. Dolayısıyla bu problemin çözümü yerçekimini itici bir kuvvet haline getirmektedir.

3.2 Yerçekimi Nasıl 'itici' Olmaya Başlar?

Yerçekiminin nasıl itici olacağı Friedmann denklemlerine bakarak görülebilir:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p)a. \tag{3.11}$$

Eğer $\rho + 3p$ sıfırdan büyükse, $\ddot{a}$ negatif olur. Bunun anlamı yerçekimi genişlemeyi yavaşlatır. $\rho + 3p$ sıfırdan küçük olduğu zaman, evren ivmelenir; bir başka değişle yerçekimi itici bir kuvvet gibi davranır. Buradan görülebileceği gibi $\omega < -1/3$ hal denklemi bahsettiğimiz problemleri çözecektir. $\omega = -1$ olduğu durumdaki evrene de Sitter uzayı denir.

3.3 $p \approx -\rho$ Durumunun Denklemi Nasıl Anlaşılır?

Pozitif enerji yoğunluğunun negatif basınç oluşturması bildiğimiz madde türleri için çok beklenen bir durum değildir. Fakat bu hal denklemini skaler bir alan ile elde edebiliriz. Skaler alan enflasyonun sebebi olan infilaton alanı için uygun bir adaydır. Gösterebiliriz ki Skaler alan ideal akışkan gibi davranabilir. Bu alan için enerji-momentum tensörü;

$$T^{\alpha}_{\beta} = \phi^{,\alpha}\phi_{,\beta} - \left[\frac{1}{2}\phi^{,\gamma}\phi_{,\gamma} - V(\phi)\right]\delta^{\alpha}_{\beta}, \tag{3.12}$$

burada

$$\phi_{,\beta} \equiv \frac{\partial \phi}{\partial X^{\beta}}, \phi^{,\alpha} \equiv g^{\alpha\gamma}\phi_{,\gamma} \tag{3.13}$$

olarak ifade edilir. Biliyoruz ki ideal akışkan enerji-momentum tensörü

$$T^{\alpha}_{\beta} = (\rho + p)U^{\alpha}U_{\beta} - p\delta^{\alpha}_{\beta} \tag{3.14}$$

$p = p(\rho)$ durum denklemidir, U^{α} 4 hızdır. (**3.12**) ve (**3.14**) birbirlerine eşitlenirse homojen klasik alanlar için enerji yoğunluğu ve basınç

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \tag{3.15}$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \tag{3.16}$$

Skaler alan eylemi minimize edilirse bu skaler alan Klein-Gordon denklemine uyar

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0. \tag{3.17}$$

burada

$$V_{,\phi} \equiv \frac{\partial V}{\partial \phi}. \tag{3.18}$$

Bu denklem Hubble parametresi H ile orantılı zamana bağlı bir harmonik osilatör denklemi ile aynı forma sahiptir. (**3.17**) ve (**3.18**) içinde potansiyel terimi $p \approx -\rho$ durum denklemini sağlaması için kinetik enerji teriminden büyük olması gerekir. Bu durumun uzun bir süre sağlanması için skaler alanın ikinci türevinin birini türeve göre çok küçük olması gerekir; $\ddot{\phi} << 3H\dot{\phi}$. Bunlar slow-roll yaklaşımı olarak bilinir. Kısaca slow-roll koşulları

$$|\dot{\phi}^2| << V, \qquad |\ddot{\phi}| << 3H\dot{\phi} \sim |V_{,\phi}| \tag{3.19}$$

ifade edilebilir. Yukarıdaki slow-roll koşulları potansiyelin skaler alana göre potansiyelleri cinsinden yeniden biçimlendirilebilir.

$$\left(\frac{V_{,\phi}}{V}\right)^2 << 1, \qquad \left(\frac{V_{,\phi\phi}}{V}\right) << 1. \tag{3.20}$$

3.4 Senaryoların Menüsü

Başarılı enflasyon için slow-roll koşullarını sağlayan skaler alan gerekir. İki veya daha fazla skaler alan olabilir, bu durumda enflasyonun kestirim gücü azalır dolayısıyla tek bir skaler alan içine modeller tercih edilmektedir. Bu koşulları sağlayan çok çeşitli modeller olabilir. Şimdi bu senaryonun menüsünü gözden geçiriceğiz. Fakat bu modelleri birbirinden ayırmak için CMB enerji tayfı verileri kullanılabilir. Bu senaryolar ile ilgili bir kaç örnek verecek olursak [2, 6];

Exponansiyel potansiyel ve üssel enflasyon: Aşağıdaki gibi potansiyel formuna sahip olan modele exponansiyel potansiyel veya üssel enflasyon adı verilir

$$V(\phi) = \Lambda^4 \exp(-\lambda \frac{\phi}{M_{pl}}) \tag{3.21}$$

üssel enflasyon olarak adlandırılır [7]. Bunun sebebi ölçek faktörü için tam çözüm $a(t) \propto t^{\frac{2}{\lambda^2}}$ olmasıdır. Bu modeller sınıfı tensör skaler oranı için $r = -8(n_s - 1)$ değerlerini öngörür bu da Şekil 3.1'de görülebileceği gibi %99.7 kesinlikle konturun dışındadır.

Negatif üslü enflasyon: Negatif üslü enflasyon potansiyelleri için [8, 9]

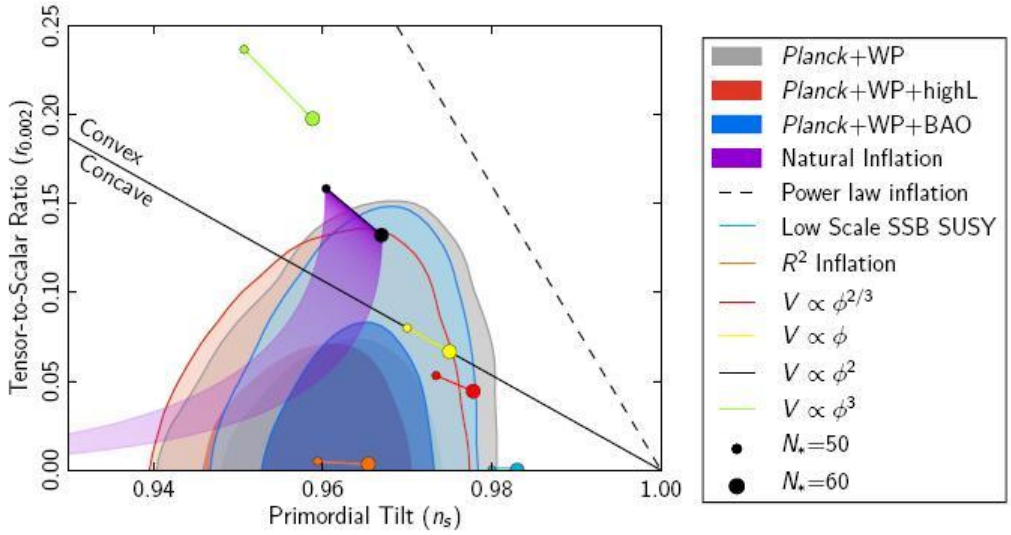
$$V(\phi) = \Lambda^4 (\frac{\phi}{M_{pl}})^{-\beta} \tag{3.22}$$

bu durumda ölçek faktörü $a(t) \propto \exp(At^f)$, $A > 0$, $0 < f < 1$ $(f = 4/(4+\beta))$ ve $\beta > 0$ ile enflasyona neden olur. Bu modeller sınıfı tensör skaler oranı için $r \approx -8\beta(n_s - 1)/(\beta - 2)$ [10] değerlerini öngörür bu da Şekil 3.1'de görülebileceği gibi %99.7 kesinlikle konturun dışındadır.

Doğal Enflasyon: Doğal enflasyonda etkili bir boyutlu potansiyel aşağıdaki gibi verilir,

$$V(\phi) = \Lambda^4[1+\cos(\frac{\phi}{f})] \tag{3.23}$$

Burada f bir skalerdir ve potansiyel eğimini belirler. f'ın değerine bağlı olarak, model büyük ($f \gtrsim 1.5M_{pl}$) veya küçük ($f \lesssim 1.5M_{pl}$) alan sınıflandırma taslağı içinde yer alabilir. Bu durumda küçük f için $n_s \approx 1 - M_{pl}^2/f^2$ ve büyük f için $n_s \approx 1 - 2/N$. Bu modeller sınıfı tensör skaler oranı için $r \approx 8/N$ değerlerini öngörür. Bu model $f \gtrsim 5M_{pl}$ için Plank+WP datası ile uyumludur.



Şekil 3.1: Önem derecesi düşürülmüş noktalar %68 ve n_s için CL Bölgeleri %95 ve seçilen enflasyon modellerinin teorik tahminleri ile karşılaştırıldığında diğer data kümeleri ile birleşme içinde Planck'dan r_{002}.

4. MODİFİYE EDİLMİŞ CHAPLYGİN GAZI ENFLASYONU

Modifiye edilmiş Chaplygin gazının öz (quintessence) çerçevesinde enflasyon mekanizmasının oluşturucak efektif bir model olduğunu düşünüyoruz. BICEP2 gözlem datasının son değerleri ve Planck datası kullanılarak modifiye edilmiş Chaplygin gaz modelindeki serbest parametreler belirlenmiştir.

Bu bölümde Chaplygin gazının kozmolojik konteksteki tanımını ve bu modelin genişletilmiş versiyonlarını inceleyeceğiz [11].

4.1 Chaplygin Gazı

Chaplygin gazı (CG) ilk defa Rus fizikçi Sergey Chaplygin tarafından 1904 yılında uçak kanatlarındaki kuvvetleri tanımlamak için geliştirilmiştir. 2001 yılında Chaplygin gazı kozmoloji bağlamında $f(R)$ geometrisinde exotik akışkan olarak yeniden incelenmiştir. Alışılageldiğimiz maddelerden çok daha farklı davranan Chaplygin gazın durum denklemi aşağıdaki gibidir:

$$p = -\frac{B}{\rho} \tag{4.1}$$

burada p, ρ ve B sırasıyla basınç, enerji yoğunluğu ve pozitif bir sabittir. FRW kozmolojisinde homojen ve izotropik evrenin metriği:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2\big(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2)\big) \tag{4.2}$$

şeklindeki gibidir.

Hacmi V olan bir küre biçiminde toplam enerjisi $E = \rho V$ olacaktır,fakat p basıncı olduğu biliniyorsa enerji uzun süre korunamayacak ve basınç $-pdV$ şeklinde etki edecektir. Termodinamiğin birinci yasasına göre bu etki enerji içindeki değişime eşit olmalıdır [2];

$$dE = -pdV \tag{4.3}$$

ve hacim $V \sim a^3$ ile orantılıdır. $E = \rho V$ denklemi ile birlikte kullanılarak Chaplygin gaz aşağıdaki gibi türetilebilir [11]:

$$d(\rho V) = -pdV$$

$$Vd\rho + \rho dV = -pdV$$

$$Vd\rho = -(p+\rho)dV$$
$$\frac{d\rho}{-(p+\rho)} = \frac{d(a^3)}{a^3}$$
$$\frac{d\rho}{\frac{B}{\rho}-\rho} = \frac{d(a^3)}{a^3}$$
$$\ln(B-\rho^2) = \ln(a^3) + \ln C$$
$$\rho(a) = \sqrt{B+\frac{C}{a^6}} \tag{4.4}$$

burada C integral sabitidir. $\rho(a \to 0)$ olduğu zaman karanlık madde (dark matter) ve $\rho(a \to \infty)$ olduğu zaman karanlık enerji (dark energy) gibidir.

Chaplygin gazın durum denkleminin genelleştrilmesi aşağıdaki gibidir [11]:

$$p = -\frac{B}{\rho^\alpha}. \tag{4.5}$$

Ölçek factörü-enerji yoğunluğu bağıntısından

$$\rho(a) = \left[B + \frac{C}{a^{3(1+\alpha)}}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \tag{4.6}$$

burada C integral sabiti ve $\alpha > 0$ serbest parametredir. $\alpha = 1$ olduğunda saf Chaplygin gaz modelidir. Bu model genelleştirilmiş Chaplygin gaz modeli olarak adlandırılır [12].

4.2 Modifiye Edilmiş Chaplygin Gazı

Chaplygin gaz modelleri ivmelenerek genişlemeye açıklama getirmek için başlanılmasına rağmen, enflasyon ve skaler alanın durum denklemi erken evren sırasında modifiye edilmiş Chaplygin gaz ile etkili bir şekilde ifade edilebilir.Böylece skaler alan ile en eski ve geç enflasyon fazını tanımlayabiliriz.

Yukarıda tanımladığımız genelleştirilmiş Chaplygin gazının bir diğer versiyonun göre durum denklemi aşağıdaki gibidir [13];

$$p = A\rho - \frac{B}{\rho^\alpha}, \tag{4.7}$$

burada A, α ve B modelin serbest parametreleridir. $A = 0$ durumunda genelleştirilmiş Chaplygin gaz durum denklemi ve $A = 0$, $\alpha = 1$ olduğunda orjinal Chaplygin gaz durum denklemi elde edilir.

Düz FRW evreni varsayar ve $8\pi G = 1$ alırsak Friedmann denklemi aşağıdaki gibi olur;

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\rho}{3}, \tag{4.8}$$

H Hubble parametresi ve a ölçek faktörüdür. Enerji korunum denklemi:

$$\dot{\rho} + 3H(p+\rho) = 0, \tag{4.9}$$

şeklindedir.

(**4.9**) denklemi içinde (**4.7**) ve (**4.8**) ilişkilerini kullanarak [14];

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(A\rho - \frac{B}{\rho^\alpha} + \rho) = 0$$

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(A+1)\rho(1 - \frac{B}{(A+1)\rho^{\alpha+1}}) = 0$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -3\frac{1}{a}\frac{da}{d\rho}\frac{d\rho}{dt}(A+1)\rho(\frac{(A+1)\rho^{\alpha+1} - B}{(A+1)\rho^{\alpha+1}}) = 0$$

$$(\frac{(A+1)\rho^\alpha}{(A+1)\rho^{\alpha+1} - B})d\rho = -3\frac{da}{a}(A+1)$$

$$\frac{1}{\alpha+1}\ln((A+1)\rho^{\alpha+1} - B) = -3(A+1)\ln a + \ln \acute{C}$$

$$(A+1)\rho^{\alpha+1} - B = \acute{C}a^{-3(A+1)(\alpha+1)}$$

$$\rho^{\alpha+1} = \frac{B}{1+A} + \frac{\acute{C}}{1+A}a^{-3(1+A)(1+\alpha)}$$

$$C = \frac{\acute{C}}{1+A}$$

$$\rho = \left(\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}. \tag{4.10}$$

Bu denklem ölçek faktörü-enerji yoğunluğu bağıntısı olur. Burada C integral sabitidır. C sabiti akışkan basınçsız olduğu zaman belirlenebilir. (**4.7**)'den

$$p = A\rho - \frac{B}{\rho^\alpha}$$

$$0 = A\rho - \frac{B}{\rho^\alpha}$$

$$\rho^{\alpha+1} = \frac{B}{A} \tag{4.11}$$

C sabitini belirlemek için (**4.11**)'deki kozmolojik ölçeğin şimdiki değeri, $a = a_0$, ve enerji yoğunluğunun şimdiki değeri, $\rho_0 = \rho^{\alpha+1}(a_0) = B/A$, kullanılırsa:

$$\rho^{\alpha+1}(a_0) = \frac{B}{A} = (\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}})$$

$$\frac{B}{A} - \frac{B}{1+A} = \frac{C}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}}$$

$$C = \frac{B}{1+A}\frac{a_0^{3(1+A)(1+\alpha)}}{A}. \tag{4.12}$$

Böylece $a \gg a_0$ olduğunda, $p \simeq -\rho$ ile de Sitter uzayına (geç zamana)uyar ve $a \ll a_0$'da $p = A\rho$ ile erken evrene uyar.

Modifiye edilmiş Chaplygin gazı, yerçekimi ile minimal olarak etkileşen skaler alanı ϕ ile ifade edilebilir. Skaler alan için enerji yoğunluğu ve basınç ilişkisi aşağıdaki gibi verilir,

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi),$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \tag{4.13}$$

burada $V(\phi)$ skaler alanın potansiyelidir.

Denklem (**4.13**) ve (**4.7**) kullanılarak kinetik terim enerji yoğunluğu cinsinden şu şekilde ifade edilir;

$$\dot{\phi} = \sqrt{(1+A)\rho - \frac{B}{\rho^\alpha}} \tag{4.14}$$

(**4.14**)'de (**4.8**) ve (**4.10**) denklemlerini kullanarak,

$$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{(1+A)\rho^{1+\alpha} - B}{\rho^\alpha}}$$

$$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{B + \frac{C(A+1)}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}} - B}{\frac{1}{3\frac{\dot{a}}{a}}\left(\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}}\right)}}$$

$$\frac{d\phi}{da}\frac{da}{dt} = \frac{da}{dt}\frac{1}{a}\frac{\sqrt{3(A+1)}}{\sqrt{\frac{\frac{B}{1+A}}{\frac{C}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}}} + 1}}$$

$$\frac{d\phi}{da} = \frac{\sqrt{3(1+A)}}{a\sqrt{1 + \frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)}}} \tag{4.15}$$

(**4.15**) denklemleri kullanılarak skaler ölçek faktörüne göre türevini ölçek faktörü cinsinden ifade edebiliriz. Bu birinci dereceden (**4.15**) nolu denklemin çözümü aşağıdaki şekildedir:

$$\frac{d\phi}{da} = \sqrt{3(1+A)}\frac{\frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)}a^{-1}}{\frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)}\left(1 + \frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)}\right)^{1/2}}$$

$$\frac{d\phi}{da} = -\sqrt{3(1+A)}\frac{\frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)-1}\left(1 + \frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)}\right)^{-1/2}}{-\frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)}}$$

$$\frac{d\phi}{da} = -\sqrt{3(1+A)}\frac{\frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)-1}\left(1 + \frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)}\right)^{-1/2}}{1 - 1 - \frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)}}$$

$$\frac{d\phi}{da}=-\frac{2\sqrt{3(1+A)}}{3(1+A)(1+\alpha)}\frac{\frac{1}{2}3(1+A)(1+\alpha)\frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)-1}(1+\frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)})^{-1/2}}{1-((1+\frac{B}{C(1+A)}a^{3(1+A)(1+\alpha)})^{1/2})^2}$$

$$\phi=-\frac{2\sqrt{3(1+A)}}{3(1+A)(1+\alpha)}\tanh^{-1}\left(\sqrt{1+\frac{B}{(1+A)C}a^{3(1+A)(1+\alpha)}}\right)+\phi_0, \qquad \textbf{(4.16)}$$

burada ϕ_0 integral sabitidir. Böylece skaler alana göre ölçek faktörü belirlenmiş olur. Yukarıdaki denklemi kullanarak ölçek faktörünü skaler alan cinsinden ifade edebilir.

$$a=\left[\frac{(1+A)C}{B}(-1+\tanh^2\theta)\right]^{\frac{1}{3(1+A)(1+\alpha)}}, \qquad \textbf{(4.17)}$$

θ terimi ϕ'ye bağlı olarak aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$\theta\equiv-\frac{3(1+A)(1+\alpha)}{2\sqrt{3(1+A)}}(\phi-\phi_0). \qquad \textbf{(4.18)}$$

Benzer şekilde skaler alanın potansiyelini ve Hubble parametresini skaler alanın fonksiyonu şeklinde ifade edebiliriz. (**4.10**), (**4.13**) ve (**4.17**) ilişkilerini kullanarak,

$$V(\phi)=\frac{\rho-A\rho+B\rho^{-\alpha}}{2}$$

$$V(\phi)=\frac{1}{2}(\frac{B}{(1+A)}+\frac{C}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}})^{\frac{1}{1+\alpha}}(1-A+B(\frac{B}{(1+A)}+\frac{C}{a^{3(1+A)(1+\alpha)}})^{-1})$$

$$V(\phi)=\frac{1}{2}(\frac{B}{(1+A)}+\frac{C}{\frac{C(1+A)}{B}(-1+\tanh^2\theta)}^{\frac{1}{1+\alpha}}(1-A+B(\frac{B}{1+A}+\frac{C}{\frac{C(1+A)}{B}(-1+\tanh^2\theta)}))^{-1}$$

$$V(\phi)=\frac{1}{2}(\frac{B}{(1+A)})^{\frac{1}{1+\alpha}}+(1-\cosh^2\theta)^{\frac{1}{1+\alpha}}(\frac{1-\cosh^2\theta-A\cosh^2\theta}{1-\cosh^2\theta})$$

$$V_0=\frac{1}{2}(\frac{B}{(1+A)})^{\frac{1}{1+\alpha}}$$

$$V=V_0\left[2-(1-A)\cosh^2\theta\right]\left[-1+\cosh^2\theta\right]^{-\frac{\alpha}{1+\alpha}}, \qquad \textbf{(4.19)}$$

(**4.8**), (**4.10**) ve (**4.17**) denklemlerini kullanarak,

$$H=\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{B}{1+A}+\frac{C}{\frac{C(1+A)}{B}(-1+\tanh^2\theta)})^{\frac{1}{2}\frac{1}{1+\alpha}}$$

$$H=\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{B}{1+A})^{\frac{1}{2(1+\alpha)}}(-1)^{\frac{1}{2(1+\alpha)}}(-1+\cosh^2\theta)^{\frac{1}{2(1+\alpha)}}$$

$$h_0=\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{B}{1+A})^{\frac{1}{2(1+\alpha)}}(-1)^{\frac{1}{2(1+\alpha)}}$$

$$H=h_0\left[-1+\cosh^2\theta\right]^{\frac{1}{2(1+\alpha)}} \qquad \textbf{(4.20)}$$

4.3 Tensör Skaler Oranı

Slow-roll enflasyonu varsayarsak, tensör skaler oranı r, enflasyon sırasında yaklaşık olarak şu şekilde ifade edilir [15]:

$$r \simeq 16\varepsilon_H, \tag{4.21}$$

burada ε_H Hubble slow-roll parametrelerinden biridir,

$$\varepsilon_H = 2\left(\frac{\frac{\partial H}{\partial \phi}}{H}\right)^2. \tag{4.22}$$

(**4.22**)içinde (**4.20**) denklemini kullanırsak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz,

$$\varepsilon_H = \frac{3}{2}(1+A)\coth^2\theta. \tag{4.23}$$

Böylece tensör skaler oranı şu şekilde ifade edilebilir,

$$r = 24(1+A)\coth^2\theta. \tag{4.24}$$

Diğer taraftan, BICEP2'den r değeri $0.15 \leq r \leq 0.27$ arasındadır. (**4.24**) denklemi içinde, $\theta \gg 1$ olduğunda $\coth^2(\theta) \to 1$ yaklaşır ve $r \to 24(1+A)$ kalır. Bunun anlamı tensör skaler oranı asimtotik davranışı $24(1+A)$'dır, böylece teorinin sadece serbest parametresi A'dır. İlk dönem enflasyonu ilgilendiren serbest parametre A'dır; bu da gözlemsel data kullanarak belirlenecektir. BICEP2 datasına göre,

$$A = -0.99^{+0.00125}_{-0.00375}. \tag{4.25}$$

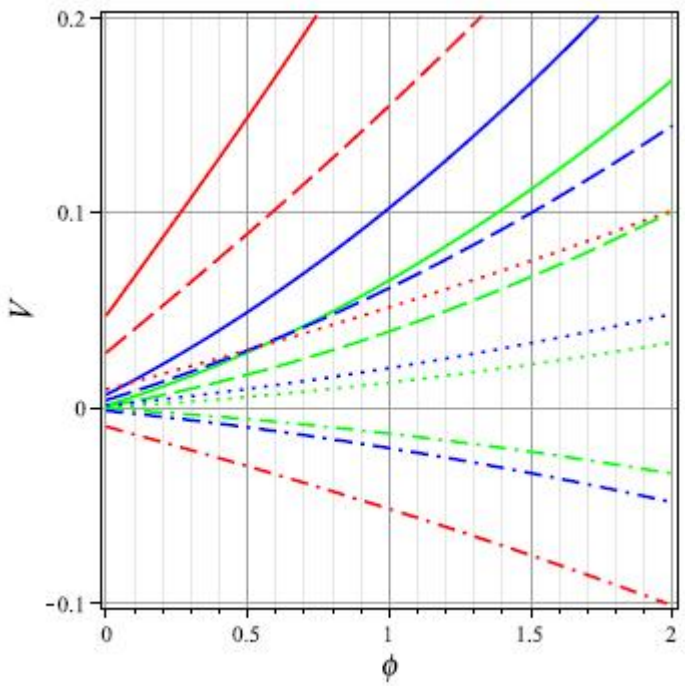
$A \approx -0.99$ alınabilir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Slow-roll enflasyonunun gerçekleşmesi için bir dizi slow-roll parametresinin yeterince küçük olması gerekir. Bu parametreler skaler potansiyel ve skaler potansiyelin skaler alana göre değişik mertebelerdeki türevlerinin birbirine oranı cinsinden ifade edilebilir. Enflasyonun gerçekleşmesi için bu parametrelerin yeterince küçük olması gerekir ve bu duruma slow-roll şartları denir. Bunlardan en çok kullanılan ilk ikisi aşağıdaki gibidir:

$$\left(\frac{V_{,\phi}}{V}\right)^2 << 1, \qquad \left(\frac{V_{,\phi\phi}}{V}\right) << 1. \tag{5.1}$$

Slow-roll enflasyonun gerçekleşmesi için potansiyelin kinetik terime göre çok daha büyük olması gerekir. Skaler potansiyel ile kinetik terimin toplamına eşit olan enerji yoğunluğu



Şekil 5.1: $A = -0.99$ için skaler alan cinsinden potansiyel, $\phi_0 = 1$, $\alpha = 0.1$ (yeşil), $\alpha = 0.2$ (mavi), $\alpha = 0.5$ (kırmızı); $V_0 = -1$ (kesintisiz), $V_0 = -0.6$ (çizgili), $V_0 = -0.2$ (noktalı), $V_0 = 0.2$ (çizgili-noktalı).

bu durumda yaklaşık olarak potansiyele eşittir ve tabi ki negatiif olamaz. Bu yüzden skaler potansiyel negatif değer alamaz; Şekil 5.1'den de anlaşılacağı üzere gibi V_ϕ potansiyelinin pozitif değer alması için V_0 parametresinin negatif değerler alması gerekir. Burada parametresinin tanımından hatırlarsak $V_0 = \frac{1}{2}(\frac{B}{(1+A)})^{\frac{1}{1+\alpha}}$, B parametresinin negatif

olması gerektiğini görebiliriz. Fakat bu durumda **(4.7)** denkleminde görülebileceği gibi geç dönem evrende ivmelenme mümkün olmaz. Buradan Modifiye edilmiş Chaplygin gazının uyumsuz bir model olduğu görülür.

5.1 Genişletilmiş Chaplygin Gazı

Genişletilmiş Chaplygin gaz modeli üst seviye barotropik akışkan yakın zamanda önerilmiştir [16]. Bu modelin durum denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$p = \sum A_n \rho^n - \frac{B}{\rho^\alpha}. \tag{5.2}$$

Bir önceki bölümde çalıştığımız modifiye edilmiş Chaplygin gazı $n = 1$'de indirgenir. Biz ikinci derece quadratik barotropik durum denklemini dikkate alacağız,

$$p = A_1 \rho + A_2 \rho^2 - \frac{B}{\rho^\alpha}. \tag{5.3}$$

Burada α, A_1, A_2 ve B modelin serbest parametreleridir. Hesapları basitleştirmek ve modelin parametrelerini azaltmak için aşağıdaki ilişkiyi varsayıyoruz,

$$\begin{aligned} \alpha &= 1, \\ A_1 &= A_2 - 1, \\ B &= 2A_2. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Böylece, modelin tek serbest parametresi A_2'dir. **(4.9)** ve **(5.3)** ilişkisini kullanarak,

$$\rho = 1 + \frac{2 + \sqrt{-1 + 5e^{\frac{9}{2}} a^{30A_2}}}{-1 + e^{\frac{9}{2}} a^{30A_2}} \tag{5.5}$$

elde ederilir. Bu model çerçevesinde tutarlı bir enflasyon modeli bulunabilir. Fakat ileri ki bir çalışmada incelenebilir.

KAYNAKLAR

[1] **Collaboration, P.**, 2014. Planck 2013 results, I. Overview of products and scientific results.

[2] **V.F., M.**, 2005. Physical Foundations of Cosmology, Cambridge Universty Press.

[3] **M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A.N.L.**, 2006. General Relativity: An Introduction for Physicists, Cambridge Universty Press.

[4] **S., C.**, 2004. Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity, Addison-Wesley Longman, Incorporated.

[5] **Perlmutter S., e.**, 1998. Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe, *Nature 391, 51*.

[6] **Ade et al, P.** *ve diğerleri*, 2013. Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation.

[7] **Lucchin, F. ve Matarrese, S.**, 1985. Power-law inflation, *Phys. Rev. D 32, 1316*.

[8] **Barrow, J.D.**, 1990. Graduated inflationary universes, *Physics Letters B, Vol. 235, No. 1/2, p. 40 - 43*.

[9] **Muslimov, A.G.**, 1990. On the scalar field dynamics in a spatially flat Friedman universe, *Class. Quantum Grav. 7 231*.

[10] **Barrow J. D., L.A.R.**, 1993. Perturbation Spectra from Intermediate Inflation, *Sussex preprint SUSSEX-AST 93/2-1*.

[11] **A. Yu. Kamenshchik, U. Moschella, V.P.**, 2001. An alternative to quintessence, *Phys. Lett. B 511 265*.

[12] **J. Bhadra, U.D.**, 2012. Accretion of New Variable Modified Chaplygin Gas and Generalized Cosmic Chaplygin Gas onto Schwarzschild and Kerr-Newman Black holes, *Eur. Phys. J. C 72 1912*.

[13] **Benaoum, H.**, 2012. Modified Chaplygin Gas Cosmology, *Advances in High Energy Physics (2012) 357802*.

[14] **D. Panigrahi, S.C.**, 2012. FRW type of cosmology with a Chaplygin gas, *Int. J. Mod. Phys. D 21 1250079*.

[15] **B. R. Dinda, S. Kumar, A.A.S.**, 2014. Inflationary GCG + Phantom DE in the light of Planck and BICEP2, *Phys. Rev. D* **90**, *083515*.

[16] **E. O. Kahya, M. Khurshudyan, B.P.R.M.A.P.**, 2014. Higher order corrections of the extended Chaplygin gas cosmology with varying G and Λ.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad : Seda URAZ

Doğum Yeri ve Tarihi : İstanbul, 12/10/1985

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans :** 2007, Trakya Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik
- **Y. Lisans :** 2015, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Müh., Fizik Müh.