

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DENEY TASARIMLARI VE İSTATİSTİKSEL VERİ
ANALİZLERİ**

700606

TC YÜKSEK LİSANS TEZİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
End. Müh. Özlem ÖZKURT**

100606

Anabilim Dalı : ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ

Programı : MÜHENDİSLİK YÖNETİMİ

HAZİRAN 1999

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DENEY TASARIMLARI VE İSTATİSTİKSEL VERİ
ANALİZLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
End. Müh. Özlem ÖZKURT
(507970156011)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 31 Mayıs 1999
Tezin Savunulduğu Tarih : 16 Haziran 1999

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Tufan V. KOÇ 6.7.99 *Tufan V. Koç*
Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Nahit SERARSLAN (İ.T.Ü.) *Nahit Serarслан 7.7.99*
Prof.Dr. Ümit ŞENESEN (İ.T.Ü.) *Ümit Şeneşen 7.7.99*

HAZİRAN 1999

ÖNSÖZ

Bu çalışma ile, deney tasarımı ve analizleri konusunu bilimsel yöntemlerle inceleme fırsatını buldum. Çalışmada geçen teorik kısımların ve uygulamaların, konuya ilgi duyan kişiler için yararlı bir kaynak olacağına inanıyorum.

Deney tasarımı ve analizleri özellikle yeni ürün tasarımı, üretim proseslerinin geliştirilmesi ve süreç iyileştirilmesi gibi mühendislik alanlarında önemli bir rol oynamaktadır. Ancak deneysel tasarımının ülkemizde hakettiği ilgiyi bulamadığını düşünüyorum. Tez kapsamında yapmayı planladığım uygulamalar için bir işletme ararken yaşadığım deneyimler, bu ilgisizliği kanıtlar nitelikteydi. Pek çok işletmede, deneysel tasarım konusu bilimsel yöntemlerden uzak bir şekilde, deneme-yanılma yöntemiyle sürdürülüyor. Bunun yanında bilimsel yöntemlerden faydalanan, konuyla ilgili son gelişmeleri takip eden ve verimli uygulamalar sonuçlandıran işletmeler de görmemezlikten gelinemez. Bu bakımdan uygulamalarım esnasında yardımlarını, bilgi ve ilgilerini benden esirgemeyen Netaş ve Ayyıldız Plastik A.Ş. çalışanlarına sonsuz saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans tezimi hazırlarken benden yardımlarını esirgemeyen Sayın Doç Dr. Tufan V. Koç'a saygı ve teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, deneysel tasarım konusuyla tanışmamı sağlayan sevgili arkadaşım Ramazan Yıldırım'a da teşekkürlerimi sunarım.

Saygılarımla,

İstanbul, Mayıs 1999

ÖZLEM ÖZKURT

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	vi
TABLO LİSTESİ	vii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
SEMBOL LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Deney Stratejileri	1
1.2 Deneysel Tasarımlarının Tipik Uygulamaları	9
1.3 Temel Prensipler	10
1.4 Deney Tasarım Aşamaları	11
1.5 Deney Tasarımının Tarihçesi	14
2. BASİT İSTATİSTİKSEL KAVRAMLAR	15
2.1 Olasılık Dağılımının Ortalaması ve Varyansı	15
2.2 Örneklem	15
2.3 Hipotez Sınaması	19
3. TEK FAKTÖRLÜ DENEYLER: VARYANS ANALİZİ	21
3.1 Varyans Analizi	21
3.2 Sabit Etkiler Modelinin Analizi	22
3.2.1 Tüm kareler toplamının ayrıştırılması	23
3.2.2 İstatistiksel analiz	27
3.3 Model Uygunluğu Kontrolü	29
3.3.1 Normallik varsayımı	29
3.3.2 Zaman sıralamasında kalıntıların işaretlenmesi	30
3.3.3 Kalıntıların model değerlerine göre karşılaştırmalı diyagramı	30
4. RASSAL BLOKLAR	31
4.1 Rassal Tam Blok Tasarım	31
4.1.1 İstatistiksel analiz	32
4.1.2 Model uygunluğu kontrolü	36
5. FAKTÖRYEL TASARIMLAR	38
5.1 Temel Tanımlar ve Prensipler	38
5.2 Faktöryellerin Avantajları	41

5.3 İki-Faktörlü Faktöryel Tasarım	43
5.3.1 Sabit etkiler modelinin istatistiksel analizi	44
5.3.2 Model uygunluğu kontrolü	48
5.4 Genel Faktöryel Tasarımlar	49
5.5 Faktöryel Tasarımlarda Bloklama	52
6. 2^k FAKTÖRYEL TASARIMLAR	54
6.1 Giriş	54
6.2 2^2 Tasarımı	55
6.3 2^3 Tasarımı	63
6.4 Genel 2^k Tasarımı	68
6.5 Tek Tekrarlı 2^k Tasarımı	71
7. İKİ-SEVİYELİ KESİRLİ FAKTÖRYEL DENEYLER	73
7.1 Giriş	73
7.2 Yarım-Kesirli 2^k Tasarımı	73
7.2.1 Yarım-kesirleri oluşturmak	78
7.2.2 Kesirleri faktöryellere dönüştürme	79
7.3 Genel 2^{k-p} Kesirli Faktöryel Tasarımlar	80
7.3.1 2^{k-p} kesirli faktöryellerin analizi	83
7.3.2 Kesirli faktöryelleri bloklama	83
8. 2^k FAKTÖRYEL DENEY UYGULAMASI	85
8.1 Problemin Tanımı	85
8.1.1 Faktörlerin ve seviyelerinin belirlenmesi	86
8.1.2 Çıktı değişkeninin belirlenmesi	86
8.2 Deneyin Tasarımı	86
8.3 Deneyin Yapılışı	87
8.4 Deney İstatistiksel Veri Analizi	88
8.4.1 Faktör etkileşimleri	94
8.5 Model Uygunluğu Kontrolü	96
8.6 Deney Sonucu	97
9. KESİRLİ FAKTÖRYEL DENEY UYGULAMASI	98
9.1 Giriş	98
9.2 Problemin Tanımı	98
9.2.1 Faktörlerin ve seviyelerinin belirlenmesi	100
9.2.2 Çıktı değişkeninin belirlenmesi	100
9.3 Deneyin Tasarımı	100
9.4 Deneyin Yapılışı	103
9.5 Deney İstatistiksel Veri Analizi	107
9.6 Model Uygunluğu Kontrolü	117
9.7 Deney Sonucu	120

KAYNAKLAR	121
EKLER	122
ÖZGEÇMİŞ	125



KISALTMALAR

SS	: Kareler Toplamı
MS	: Kareler Ortalaması
E(MS)	: Kareler Ortalamasının Beklenen Değeri



TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1. Deney tasarım aşamaları.....	11
Tablo 2.1. Örneğe ve yığına ait istatistiksel kavramlar.....	16
Tablo 3.1. Tek faktörlü deney için tipik veriler.....	21
Tablo 3.2. Tek faktör ve sabit etkiler modeli için varyans analizi.....	28
Tablo 4.1. Rassal tam blok tasarımı için varyans analizi.....	35
Tablo 5.1 İki-faktörlü faktöryel tasarım için genel düzenlemeler.....	43
Tablo 5.2. 2^2 tasarımda serbestlik dereceleri.....	46
Tablo 5.3. İki-faktör faktöryel sabit etkiler modeli için varyans analizi.....	47
Tablo 5.4. Üç-faktör sabit etkiler modeli için varyans analizi.....	50
Tablo 5.5. Rassal tam blok içinde iki-faktör faktöryelin varyans analizi...	53
Tablo 6.1. Örnek deney verileri.....	55
Tablo 6.2. Şekil 6.1'deki deney için varyans analizi.....	60
Tablo 6.3. 2^2 tasarımda etkileri hesaplamak için cebirsel işaretler.....	61
Tablo 6.4. 2^3 faktöryel tasarım için kullanılan notasyonlar.....	65
Tablo 6.5. 2^3 tasarımda etkileri hesaplamak için cebirsel işaretler.....	67
Tablo 6.6. 2^k tasarımı için analiz prosedürü.....	69
Tablo 6.7. 2^k tasarımı için varyans analizi.....	71
Tablo 7.1. 2^3 tasarımı için artı ve eksi işaretler.....	74
Tablo 7.2. 2^3 tasarımı için yarım-kesir.....	79
Tablo 7.3. $I = ABCD$ belirleyici ilişkili 2^{4-1}_{IV} tasarımı.....	79
Tablo 7.4. Seçilmiş 2^{k-p} kesirli faktöryel tasarımlar.....	81
Tablo 7.5. Seçilmiş 2^{k-p} kesirli faktöryel tasarımlar için bloklar.....	84
Tablo 8.1. Kontrol edilebilir faktörler ve seviyeleri.....	86
Tablo 8.2. 2 tekrarlı 2^3 tam faktöryel tasarım.....	86
Tablo 8.3. Deney verileri.....	87
Tablo 8.4. Deney için verilerin dağılımı.....	87
Tablo 8.5. Faktör etkileri.....	90
Tablo 8.6. İki tekrar çıktılarının ortalamasının düzenlenmiş tablo sonuçları	91
Tablo 8.7. Deneyin varyans analiz tablosu.....	93
Tablo 8.8 AB etkileşimine göre çıktı değerleri.....	94
Tablo 8.9 AC etkileşimine göre çıktı değerleri.....	94
Tablo 8.10 BC etkileşimine göre çıktı değerleri.....	95
Tablo 9.1. Kontrol edilebilir faktörler ve seviyeleri.....	100
Tablo 9.2. 2^{6-2}_{IV} tasarımı için eşad yapılar.....	102
Tablo 9.3. 2^{6-2}_{IV} tasarımın $I=ABCE$ ve $I=BCDF$ üreteçleri ile oluşturulması	102
Tablo 9.4. 2^{6-2}_{IV} tasarımının çıktı değerleri.....	103
Tablo 9.5. Kontrast değerlerinin hesaplanması.....	104
Tablo 9.6. Deneyin varyans analiz tablosu.....	107

Tablo A.1	Genel ortalama tahmini.....	122
Tablo A.2	A etkisi tahmini.....	122
Tablo A.3	B etkisi tahmini.....	122
Tablo A.4	C etkisi tahmini.....	122
Tablo A.5	D etkisi tahmini.....	122
Tablo A.6	E etkisi tahmini.....	123
Tablo A.7	F etkisi tahmini.....	123
Tablo A.8	AB etkisi tahmini.....	123
Tablo A.9	AC etkisi tahmini.....	123
Tablo A.10	AD etkisi tahmini.....	123
Tablo A.11	AE etkisi tahmini.....	124
Tablo A.12	AF etkisi tahmini.....	124
Tablo A.13	BD etkisi tahmini.....	124
Tablo A.14	BF etkisi tahmini.....	124



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Bir proses veya sistemin genel modeli.....	2
Şekil 1.2 : Golf örneği için bir kerede bir faktör stratejisinin sonuçları.....	5
Şekil 1.3 : Golf deneyi için sopa tipi ile içki tipi arasındaki etkileşim.....	5
Şekil 1.4 : Sopa tipi ile top tipini içeren iki-faktörlü faktöryel deney.....	6
Şekil 1.5 : Sopa tipi, top tipi ve içki tipini içeren üç-faktörlü faktöryel	7
Şekil 1.6 : Sopa tipi, top tipi, içki tipi ve taşıma şeklini içeren dört faktörlü	8
Şekil 1.7 : Sopa tipi, top tipi, içki tipi ve taşıma şeklini içeren dört-faktörlü	8
Şekil 4.1 : Rassal tam blok tasarım.....	32
Şekil 5.1 : İki-faktörlü faktöryel deney.....	39
Şekil 5.2 : Etkileşim olan iki-faktörlü faktöryel deney.	40
Şekil 5.3 : Etkileşim olmayan bir faktöryel deney.....	40
Şekil 5.4 : Etkileşim olan bir faktöryel deney.....	41
Şekil 5.5 : Bir-kerede-bir-faktör deneyi.....	42
Şekil 6.1 : 2^2 tasarımında muamele kombinasyonları.....	56
Şekil 6.2 : 2^3 faktöryel tasarım için geometrik gösterim.....	64
Şekil 7.1 : 2^3 tasarım için iki yarım-kesir.....	74
Şekil 7.2 : Tablo 7.3'teki tasarım örneği.....	80
Şekil 7.3 : Deney tasarımının A, C, D faktörlerinden oluşan 2^3 faktöryel....	80
Şekil 7.4 : ABD ile örtüşen iki bloklu kesirli tasarım.....	84
Şekil 8.1 : Deney için 2^3 tasarımı.....	87
Şekil 8.2 : 2^3 tasarıma ait esas etkiler için kontrastlara denk gelen	88
Şekil 8.3 : 2^3 tasarıma ait iki-faktör etkileşimler için kontrastlara denk.....	89
Şekil 8.4 : 2^3 tasarıma ait üç faktör etkileşimi için kontrastına denk gelen....	89
Şekil 8.5 : Etkilerin grafiksel gösterimi.....	92
Şekil 8.6 : AB etkileşimi.....	95
Şekil 8.7 : AC etkileşimi.....	95
Şekil 8.8 : BC etkileşimi.....	96
Şekil 8.9 : Kalıntıların bağımlı değişkene göre normal olasılık diyagramı....	97
Şekil 8.10 : Kalıntıların gözlemlenen çıktılarına göre diyagramı.....	97
Şekil 9.1a : A ve B Etkileşim diyagramı.....	109
Şekil 9.1b : A ve C Etkileşim diyagramı.....	109
Şekil 9.1c : A ve D Etkileşim diyagramı.....	110
Şekil 9.1d : A ve E Etkileşim diyagramı.....	111
Şekil 9.1e : A ve F Etkileşim diyagramı.....	111
Şekil 9.1f : B ve C Etkileşim diyagramı.....	112
Şekil 9.1g : B ve D Etkileşim diyagramı.....	113
Şekil 9.1h : B ve E Etkileşim diyagramı.....	113
Şekil 9.1I : B ve F Etkileşim diyagramı.....	114
Şekil 9.1j : C ve D Etkileşim diyagramı.....	114
Şekil 9.1k : C ve E Etkileşim diyagramı.....	115

Şekil 9.1l	: C ve F Etkileşim diyagramı.....	115
Şekil 9.1m	: D ve E Etkileşim diyagramı.....	116
Şekil 9.1n	: D ve F Etkileşim diyagramı.....	116
Şekil 9.1o	: E ve F Etkileşim diyagramı.....	117
Şekil 9.2	: Kalıntıların normal olasılık dağılım diyagramı.....	118
Şekil 9.3	: Kalıntı diyagramı.....	119
Şekil 9.4	: Standardize kalıntı histogramı.....	119
Şekil 9.5	: Kesirli deney tasarımının tek tekrarlı 2^4 faktöryel tasarıma	120



SEMBOL LİSTESİ

e	: kalıntı değeri
F_0	: sıfır hipotezi için test istatistiği
H_0	: sıfır hipotezi
H_1	: alternatif hipotez
N	: toplam gözlem sayısı
n	: tekrar sayısı
S	: örnek standart sapması
S^2	: örnek varyansı
y	: gözlemlenen çıktı değeri
$\hat{\beta}$	: regresyon modeli katsayıları
$\hat{y}$	: tahmini çıktı değeri
$\hat{\mu}$	: yığın genel ortalaması tahmini
$\bar{y}$	: örnek ortalaması
μ	: yığın genel ortalaması
ε	: rassal hata terimi
σ^2	: yığın varyansı
χ^2	: ki-kare rassal değişken
τ	: muamele etkisi

DENEY TASARIMLARI VE İSTATİSTİKSEL VERİ ANALİZLERİ

ÖZET

Deney, bir proses veya sistemin girdi değişkenlerinde yapılan anlamlı değişikliklerin, çıktı üzerinde oluşturduğu değişim şeklini ve nedenini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen sına veya sına gruplarıdır. Deney tasarım ve analizleri özellikle yeni ürün tasarımı, üretim proseslerinin geliştirilmesi ve süreç iyileştirilmesi gibi mühendislik alanlarında önemli bir rol oynamaktadır. Bu çalışma, doğru ve objektif sonuçlara varabilmek amacıyla, deneylerin planlanması, yürütülmesi ve elde edilen verilerin analizi ile ilgilidir.

Bu çalışmada, deney tasarımı ve analizi ile ilgili genel planlama ve yürütme yaklaşımları belirtildikten sonra, sık kullanılan deney tasarımı varyanslarından 2^k faktöryel tasarımlar üzerine yoğunlaşmıştır. Bu tasarım türünün de özel durumları incelendikten sonra, tekrarlı 2^3 faktöryel tasarım için ve çeyrek kesirli 2^6 faktöryel tasarım için birer uygulama yapılmıştır. Her iki model genel olarak problemin tanımlanması, çıktı üzerinde etkili olabilecek faktörlerin belirlenmesi, başlangıç modelinin oluşturulması, faktör etkilerinin ve şiddetlerinin hesaplanması, istatistiksel testlerin yürütülmesi, modelin arındırılması, model uygunluğunun test edilmesi ve sonuçların yorumlanmasını kapsar. Her iki uygulamada da amaç, seçilen çıktı değerlerinin optimum seviyeye getirilmesi için kontrol edilebilir faktörlerin hangi seviyelerde tutulacağını belirlemesidir. İstatistiksel veri analizi, özel bir istatistik programı olan SPSS üzerinde yürütülmüştür.

DESIGN OF EXPERIMENTS AND STATISTICAL DATA ANALYSIS

SUMMARY

An experiment is a test or series of tests in which purposeful changes are made to the input variables of a process or system so that the reasons for changes in the output response are observed and identified. In engineering, experimentation plays an important role in new product design, manufacturing process development, and process improvement. This study is about planning and conducting experiments and about analyzing the resulting data so that the valid and objective conclusions are obtained.

In this study, general approaches about planning and conducting the experiment is explained in the first place. Then 2^k factorial design, which is widely used in experiments involving several factors, is covered. The most special cases for this design has been investigated and two applications have been included for replicated 2^3 design and one-quarter fractional 2^6 design. Both applications include statement of the problem, investigation of the factors that may have effects on the response variable, forming an initial model, estimating of factor effects and magnitudes, performing statistical testing, refining the model, checking adequacy of the model and interpreting the results. The purpose of these applications is to choose the factor level combinations that gives the best possible output value. Statistical data analysis is performed on a special statistics software; SPSS.

1. GİRİŞ

1.1 Deney Stratejileri

Deneyler, herhangi bir proses veya sistem ile ilgili yeni bulgular keşfetmek amacıyla, pek çok alanda yapılmaktadır. Herbir deney, istatistik literatüründe, aslında bir sınamadır. Başka bir deyişle **deney**, bir proses veya sistemin girdi değişkenlerinde yapılan anlamlı değişikliklerin, çıktı üzerinde oluşturduğu değişim şeklini ve nedenini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen sınama veya sınama gruplarıdır.

Deney tasarım ve analizleri, özellikle yeni ürün tasarımı, üretim prosesleri geliştirilmesi ve iyileştirilmesi gibi mühendislik alanlarında önemli rol oynamaktadır. Bu çalışmalarda amaç, “**dayanıklı**” tasarım elde etmektir. Burada dayanıklı, kontrol edilemeyen faktörlere, örneğin nem, toz, ısı gibi çevre koşullarına, müşteri kullanımında farklı uygulamalara ve malzemelerdeki farklılıklara karşı duyarsız, yani onlardan etkilenmeyen, ürün ve proses anlamında kullanılmaktadır.

Bir deneye örnek olarak, bir metalurji mühendisinin bir alüminyum alaşımının iki farklı sertleştirilmesi prosesinin (yağ ile soğutma ve su ile soğutma), etkilerini incelemesini ele alalım (Montgomery, 1996). Burada deneyin amacı, hangi soğutma prosesinin alaşım üzerinde maksimum sertleştirme sağladığının belirlenmesidir. Mühendis, herbir soğutma işlemi için belli sayıda alaşım örneğini işleme tabi tutmaya ve sonra sertlik ortalamasını ölçmeye karar verir. Herbir soğutma prosesi için kullanılan örneklerin ortalama sertlikleri, hangi prosesin daha iyi olduğunu karar vermede kullanılır.

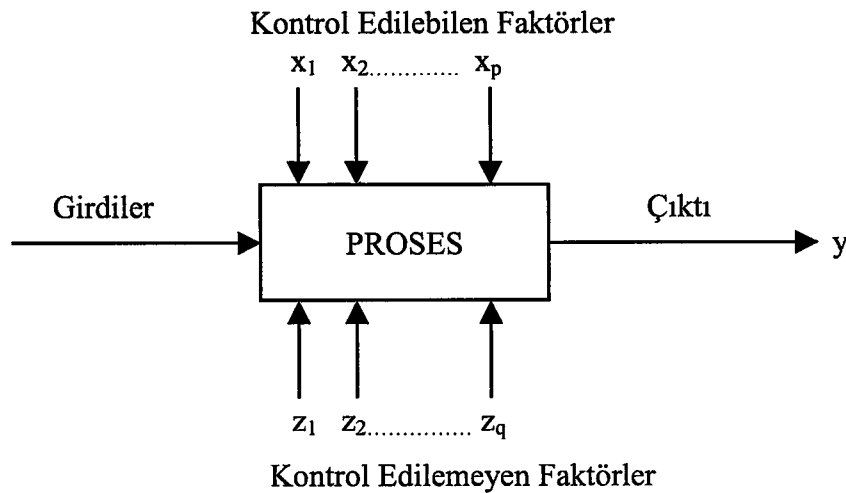
Bu basit deneyi göz önüne alarak, şu önemli sorular göz önünde bulundurulmalıdır:

1. Bu iki çözelti, ilgi alanına giren tek soğutma yöntemleri mi?
2. Bu deneyde sertliği etkileyen, incelenmesi veya kontrol edilmesi gerekli başka faktör(ler) var mı?

3. Herbir soğutma çözelti için kaç adet alaşım örnek kullanılmalı?
4. Soğutma çözümlerine örnekler ne şekilde dağıtılmalı, ve veriler hangi sıra ile toplanılmalı?
5. Hangi veri analiz metodu kullanılmalı?
6. İki soğutma yöntemi için gözlemlenen ortalama sertlik arasında çıkan hangi fark önemli sayılacak?

Bütün deneylerde, sonuçlar ve çıkarımlar, verilerin nasıl toplandığı ile çok yakından ilgilidir. Bu noktayı açıklamak için, yukarıda bahsedilen örnekteki metalurji mühendisinin yağ ile soğutmadaki örnekleri bir ısıdan, su ile soğutma örneklerini diğer bir ısıdan aldığını farz edelim. Ortalama sertlikler karşılaştırıldığında, mühendisin, gözlenen farkın ne kadarının soğutma yöntem farklılığından, ne kadarının da ısılar arasındaki farktan sonuçlandığını söylemesi güçtür. Bu nedenle, veri toplama metodu, analizi olumsuz yönde etkilemiştir.

Genel olarak, deneyler proseslerin ve sistemlerin performanslarını anlamada kullanılır. Bu proses veya sistem, Şekil 1.1'deki modelle temsil edilebilir (Montgomery, 1996). Prosesi makina, insan, metot kombinasyonları, veya girdileri gözlemlenebilir çıktıya dönüştüren kaynaklar olarak görebiliriz. Proses değişkenleri $x_1, x_2, \dots, x_p$ gibi kontrol edilebilir ve $z_1, z_2, \dots, z_q$ gibi kontrol edilemeyen değişkenler olmak üzere iki bölüme ayrılır.



Şekil 1.1 Bir proses veya sistemin genel modeli

Deney amaçları şöyle sıralabilir:

1. y çıktısında en fazla hangi değişkenlerin etkili olduğunu belirleme
2. y çıktısını istenilen optimum seviyede tutmak amacıyla etkili x değişkenlerini hangi seviyelerde tutmak gerektiğini belirleme
3. y çıktısının değişirliğini minimumda tutmak amacıyla etkili x değişkenlerini hangi seviyelerde tutmak gerektiğini belirleme
4. $z_1, z_2, \dots, z_q$ gibi kontrol edilemeyen değişkenlerin tesirlerini minimumda tutmak amacıyla, etkili x değişkenlerini hangi seviyelerde tutmak gerektiğini belirleme

Başta bahsedildiği üzere, deneyler genelde pek çok faktörü içermektedir. Çoğunlukla deney amacı, bu faktörlerin çıktı üzerindeki etkilerini belirlemektir. Bir deneyi planlama ve yürütme yöntemine “**deney stratejisi**” adı verilir. Bir örnekle değişik deney stratejilerine kısaca göz atalım:

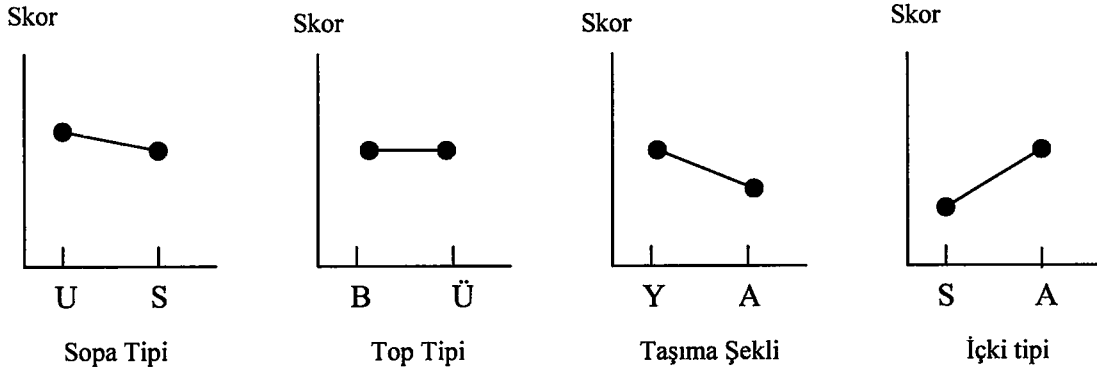
Golf oynamaktan hoşlanan ama alıştırma yapmaktan hoşlanmayıp iyi skorlar almak isteyen birini göz önüne alalım (Montgomery, 1996). Golf oyununda amaç, skoru minimuma getirmektir. Golf skoru üzerinde önemli olduğunu düşündüğü faktörler aşağıda sıralanmıştır:

1. Kullanılan sopa tipi (uzun veya standart ölçülü)
2. Kullanılan top tipi (balata veya üç parça)
3. Golf gereçlerini yürüyerek taşımak veya golf arabası ile taşımak
4. Oyun esnasında su içmek veya alkollü içki içmek
5. Sabah oynamak veya öğleden sonra oynamak

Bu listeye daha pek çok faktör eklenebilir, ancak bunları en önemliler olarak kabul edelim. Ayrıca, oyuncu, geçmiş yoğun deneyimlerine dayanarak 5. faktörün önemsiz olduğuna karar veriyor. Gerçek deneylerde de, bu tür kararlar verilerek bazı faktörler göz ardı edilmelidir.

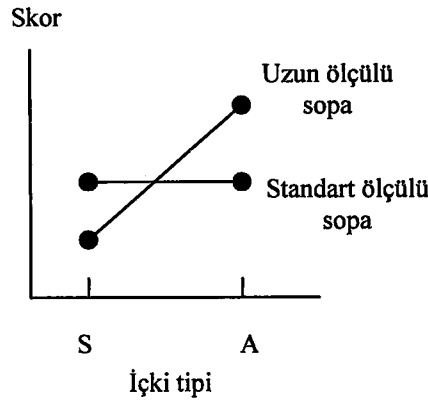
Şimdi, 1’den 4’e kadar olan faktörlerin, oyuncunun skoru üzerinde etkilerini göz önüne alalım. Tüm deney süresince maksimum 8 oyunun oynanabileceğini varsayalım. Bir yöntem, bu faktörlerin rastgele kombinasyonlarını seçmek, sınamak ve gözlemllemek olabilir. Örneğin uzun golf sopası, balata topu, golf arabası ve su kombinasyonu seçilsin, ve skor 87 olsun. Oyun esnasında, oyuncu uzun sopa ile atışlar kaçırdığını fark eder ve diğer tüm faktörleri değiştirmeden sabit tutarak, standart sopa ile diğer oyunu oynamaya karar verir. Bu yöntem, o andaki oyunun sonucuna bakarak bir veya daha çok faktörü değiştirerek belirsiz bir şekilde devam edebilir. Bu yönteme “**en iyi tahmin yöntemi**” denir. Bu yöntem genelde iyi sonuçlar verir, çünkü deney sahibinin genelde çalıştığı sistem üzerinde derin teknik ve teorik bilgisi ve önemli pratik deneyimleri mevcuttur. Bununla beraber, bu yöntemin iki dezavantajı vardır: İlk “en iyi tahmin”in istenilen sonucu vermediğini varsayalım. Bu durumda deney sahibi, faktör seviyelerinin doğru kombinasyonları üzerine farklı bir tahminde bulunmak zorundadır. Bu durum, başarı garantisi olmadan, uzun bir süre devam edebilir. İkinci olarak, ilk “en iyi tahmin”in kabul edilir bir sonuç verdiğini tahmin edelim. Burada da, en iyi sonucun bulunduğu garantisi var olmadığı halde, deney sahibi denemeyi bırakmaya yönelir.

Uygulamalarda kullanılan bir başka deney stratejisi, “**bir kerede bir faktör**” yöntemidir. Bu metot, herbir faktör için bir başlangıç noktası veya temel seviye seçmekle başlar, ve kendi dışındaki faktörleri temel seviyelerinde sabit tutarak her bir faktörü kendi aralığı üzerinde değiştirerek devam eder. Şekil 1.2 golf deneyi için uzun sopa, balata top, yürüme ve su içme faktörlerinin temel seviyelerini gösteren bir dizi grafiklerdir. Bu grafiklerin yorumu basittir. Örneğin, taşıma şekli doğrusunun eğimi negatif olduğundan, arabayla taşımamın skoru iyileştirdiği sonucuna varıyoruz. Buradaki bir kerede bir faktör grafiklerinin kullanarak, optimal kombinasyonun şu şekilde olacağı sonucunu çıkarırız: standart sopa, araba ile taşıma, su içme. Top tipinin skor üzerinde önemsiz olduğunu görmekteyiz.



Şekil 1.2 Golf örneği için bir kerede bir faktör stratejisinin sonuçları

Bir kerede bir faktör stratejisinin en önemli dezavantajı, faktörler arasındaki olası herhangi bir etkileşimi tamamen gözardı etmesidir. Etkileşim; bir faktörün, farklı bir faktörün değişik seviyeleri ile birlikte kullanıldığında, çıktı üzerinde aynı etkiyi göstermesinin yok olmasıdır. Şekil 1.3 golf deneyi için, içki faktörünün ve sopa şeklinin etkileşimini göstermektedir. Oyuncu, standart sopa kullandığında, tüketilen içkinin skor üzerinde hiç bir etkisi olmadığı gözlenir. Ancak, uzun sopalar kullandığında, alkollü içkli içmektense su içildiğinde daha iyi sonuçlar çıkardığı görülmektedir. Faktörler arasındaki etkileşimler sıklıkla mevcuttur, ancak bir kerede bir faktör stratejisi, bu konuda oldukça zayıf kalmaktadır. Pek çok kişi, bunu fark edememekte ve uygulamalarda bir kerede bir faktör stratejisi oldukça sık kullanılmaktadır. Ancak bu yöntem, tasarımlar için istatistiksel yaklaşım temel alındığında, diğer yöntemlere göre oldukça etkisiz kalmaktadır.

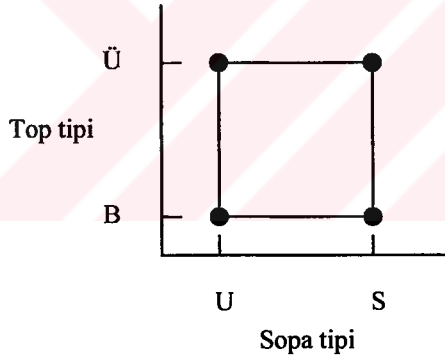


Şekil 1.3 Golf deneyi için sopa tipi ile içki tipi arasındaki etkileşim

Çeşitli faktörler söz konusu olduğunda en doğru yaklaşım, **faktöryel** deneylerdir. Bu stratejide, bir kerede bir faktör incelemek yerine, faktörler birlikte incelenir.

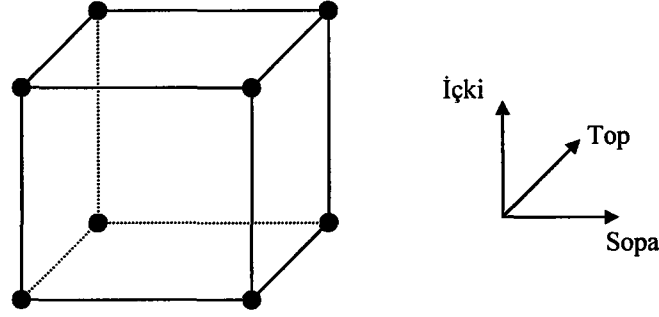
Faktöryel deney tasarımlar oldukça önemli bir yöntemdir ve bu çalışmada üzerlerinde ayrıntılarıyla durulacaktır.

Faktöryel deneyin nasıl yürütüldüğünü anlamak için golf örneğindeki sadece iki faktörü göz önüne alalım: sopa tipi ve top tipi. Şekil 1.4 bu iki faktörün skor üzerindeki birleşik etkisini belirlemek için oluşturulmuş iki-faktörlü-faktöryel deneydir. Bu faktöryel deney, her bir faktörün iki seviyesini ve bu iki faktörün seviyeleri göz önünde tutularak olası tüm kombinasyonlarını içermektedir. Geometrik olarak, dört deneme, karenin dört köşesini oluşturmaktadır. Bu tip faktöryel deneylere **2² faktöryel tasarım** (iki faktör, her biri için ikişer seviye) adı verilir. Oyuncu bu kombinasyonları araştırmak için sekiz adet oyun oynayabileceğine göre, en mantıklı plan her bir kombinasyonu ikişer kere oynaması olacaktır. Buradaki tasarım iki **tekrarlıdır**. Bu deneysel tasarım, deney sahibine, her bir faktörün bireysel etkisini (**esas etki**) inceleme ve faktörler arasında etkileşim olup olmadığını belirleme imkanı sağlayacaktır.



Şekil 1.4 Sopa tipi ile top tipini içeren iki-faktörlü faktöryel deney

Bu deneyi üç faktöre de çıkarabiliriz. Oyuncunun sopa tipi, top tipi ve tüketilen içki tipi faktörlerinin skor üzerindeki etkilerini incelemek istediğini varsayalım. Her bir faktörün iki seviyesi olduğunu varsayarak faktöryel tasarımı Şekil 1.5'teki gibi oluşturabiliriz.

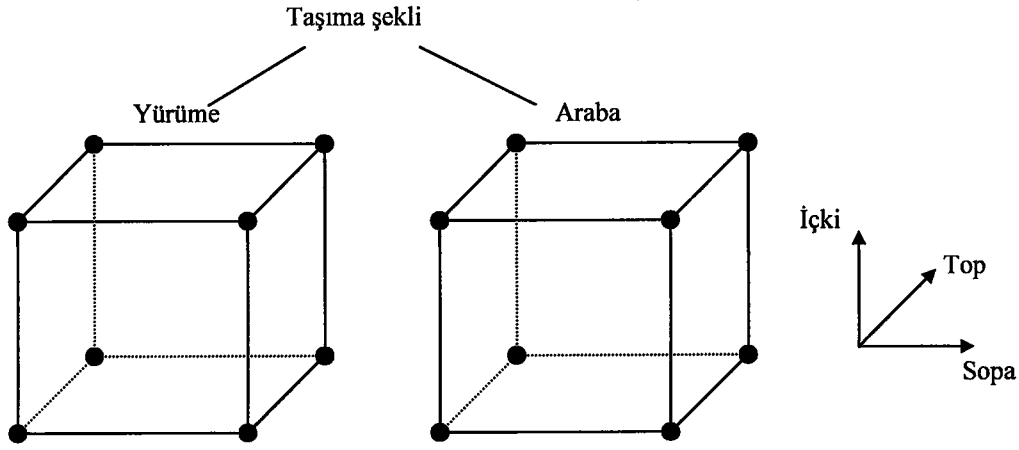


Şekil 1.5 Sopa tipi, top tipi ve içki tipini içeren üç-faktörlü faktöryel deney

Bu üç faktörün, her birinin ikişer seviyeleri olduğu göz önüne alındığında, sekiz kombinasyonu bulunmakta ve bu sekiz deneme geometrik olarak bir kübün köşeleri olarak ifade edilebilir. Bu deney, **2^3 faktöryel tasarım**a örnektir. Oyuncu sadece 8 oyun oynamak istediğinden dolayı, her bir kombinasyon için bir oyun oynanabilecektir. Bu deneyi, Şekil 1.4'teki iki-faktör-faktöryel ile karşılaştırdığımızda, 2^3 faktöryel tasarım faktör etkileri ile ilgili aynı bilgiyi sağlayacaktır. Örneğin, iki-faktör tasarımıdaki her bir kombinasyonun iki kere tekrar edildiğini düşünerek, iki tasarımda da, standart sopa ile ilgili dört sınama ve uzun sopa ile ilgili dört sınama bulunmakta.

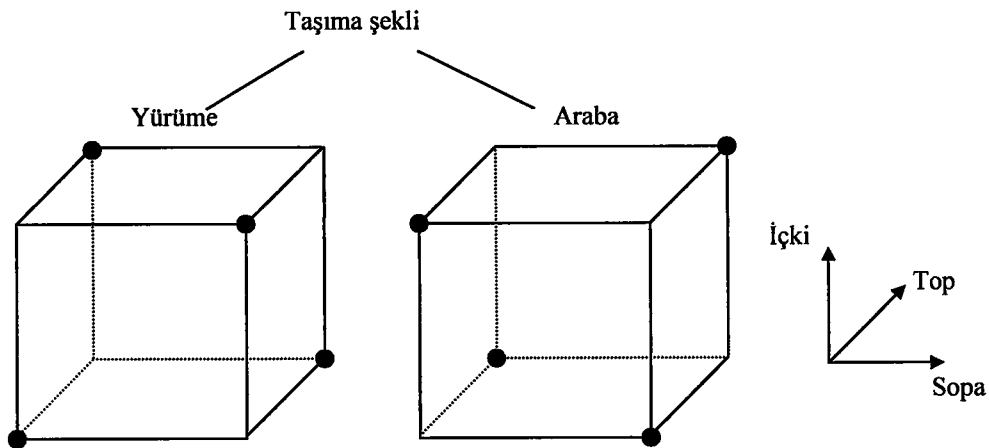
Şekil 1.6 dört faktörün hepsinin; sopa, top, içki ve taşıma; **2^4 faktöryel tasarım** ile nasıl ifade edileceğini göstermekte. Tüm faktöryel tasarımlarda olduğu gibi, burada da her bir faktörün seviyelerinin tüm olası kombinasyonları kullanılmıştır. Dört faktörün hepsinin ikişer seviyeleri bulunduğu için, bu deneysel tasarım yine bir küp üzerinde ifade edilebilir (aslında iki küp).

Genel olarak, eğer k adet faktör varsa, faktöryel tasarım 2^k adet deneme gerektirir. Örneğin, Şekil 1.6'daki deney 16 adet deneme gerektirir. İlgilenilen faktör sayıları arttıkça, gerekli deneme sayıları da hızla artar. Örneğin on faktörlü bir tasarımın 1024 adet denemeye ihtiyacı vardır. Bu durum zaman ve kaynak açısından pek de uygun düşmeyebilir. Golf deneyinde oyuncu sekiz oyun oynayabilmekte, Şekil 1.6'daki deney bile bu açıdan imkansız bir hal almaktadır.



Şekil 1.6 Sopa tipi, top tipi, içki tipi ve taşıma şeklini içeren dört faktörlü faktöryel deney

Aslında, eğer dört beş veya daha fazla faktör mevcutsa, faktör seviyelerine ait olası tüm kombinasyonları denemek gereksizdir. **Kesirli faktöryel deney**, temel faktöryel tasarımların bir varyasyonudur: kombinasyonların sadece bir alt kümesi yapılır. Şekil 1.7 dört faktörlü golf deneyi için kesirli faktöryel tasarımı göstermektedir. Bu deney 16 yerine 8 adet run gerektirmektedir ve bu deneye **yarım kesir** denir. Eğer golf oyuncusu sadece sekiz adet oyun oynayabiliyorsa, bu tip deney tüm dört faktörü incelemek için mükemmel bir tasarım olacaktır. Böylece hem dört faktörün esas etkileri hakkında bilgi edinecek hem de bu faktörlerin nasıl etkileşim içinde bulunduklarını öğrenecek.



Şekil 1.7 Sopa tipi, top tipi, içki tipi ve taşıma şeklini içeren dört-faktörlü kesirli deney

1.2 Deneysel Tasarımlarının Tipik Uygulamaları

Deneysel tasarım yöntemleri birçok disiplinde kendine uygulama alanı bulmuştur. Aslında deneyler bilimsel prosesin bir parçası olarak görülebilir. Genelde, tahminler yapılan proses hakkında yapılan aktiviteler süresince öğrenilir, prostesten veri elde edebilmek için deney yapılır, yeni tahminler oluşturmak için deneyden elde edilen bilgiler kullanılır, tekrar bu tahminleri sınamak için deneyler yapılır ve böylece devam eder.

Deney tasarımları mühendislik dünyasında üretim prosesleri performanslarını iyileştirmede önemli bir role sahiptir. Ayrıca, yeni prosesler geliştirilmesinde de yoğun uygulamaları vardır. Proses geliştirilmesinde, deney tasarım tekniklerinin uygulanması şu sonuçları doğurabilir:

1. İyileştirilmiş proses çıktısı
2. Azaltılmış değişkenlik ve istenilen özelliklere daha yakın uygunluk
3. Azaltılmış geliştirme zamanı
4. Azaltılmış maliyetler

Deney tasarım yöntemleri, yeni ürünlerin geliştirildiği ve mevcut ürünlerin iyileştirildiği mühendislik tasarım aktivitelerinde de önemli rol oynar. Mühendislik tasarımı alanında deney tasarım uygulamalarına şunları gösterebiliriz:

1. Temel tasarım konfigürasyonlarının karşılaştırılması ve değerlendirilmesi
2. Malzeme alternatiflerinin değerlendirilmesi
3. Ürünün değişik ortam koşullarından etkilenmemesini sağlayacak tasarım parametrelerinin seçilmesi, ki böylece ürünün dayanıklı olmasının sağlanması
4. Ürün performansı üzerinde etkisi olan tasarım parametrelerinin belirlenmesi

Bu alanlarda kullanılan deney tasarımları, daha kolay üretilen ürünler, performansı ve güvenilirliği iyileştirilen ürünler, azaltılan ürün maliyetleri, kısaltılan ürün tasarım ve geliştirme aşamaları süreleri ile sonuçlanabilir.

1.3 Temel Prensipler

Deney tasarımlarının istatistiksel analizi, deney için toplanan verilerin istatistiksel metotlarla analiz edilmesi, amaca uygun geçerli sonuçların çıkarılması demektir. Deneysel hatalar sonucu oluşan veriler, ancak istatistiksel yöntemler ile anlamlı bir şekilde analiz edilebilir. Bu nedenle bir deneysel problem ancak iki bölümde incelenir: Deney tasarımı ve istatistiksel veri analizleri. Öngörülen tasarıma bağlı kalınarak analiz yapıldığından dolayı, bu iki konu birbirleriyle oldukça yakından ilgilidir. Bu çalışmada iki bölüm de gözlemlenebilir.

Bir deneysel tasarımın üç temel prensibi vardır: Tekrarlama, rassallık ve bloklama.

- **Tekrarlama** : Tekrarlama, temel deneyin tekrarlanması anlamına gelir. Örneğin, alüminyum alaşımının soğutulması örneğinde, bir örneğin yağ ile soğutulması ve bir örneğin su ile soğutulması ile bir tekrar yapılmış olur. Böylece, her bir soğutma yöntemi için beşer adet örnek kullanıldığında, beş adet tekrar yapılmış olur. İki önemli özelliği vardır: Birincisi tekrar ile, deney sahibi, deneysel hataları tahmin etme şansını yakalar. Hata tahmini, toplanan veriler arasındaki farklılıkların istatistiksel olarak önemli olup olmadığını belirlemede temel noktadır. İkinci olarak, veriler hakkında daha kesin bilginin elde edilmesini sağlar. Bunun anlamı şudur: n tekrar sayısı arttıkça, örnek ortalamasının varyansı azalır; daha kesin sonuç elde edilir.
- **Rassallık** : Rassallıkla kastedilen, deney bireysel koşullarında hem deneysel materyallerin, hem de sıralamanın rassal olarak dağıtılmasıdır. İstatistiksel metotlar, gözlemlerin ve hataların bağımsız dağılmış rassal değişkenler olmasını gerektirir. Rassallık, çoğunlukla bu varsayımı geçerli kılar. Deneyleri doğru şekilde rassallaştırmak ile, var olabilecek dışsal faktörlerin deney sonuçlarına etkilerini de yok etmiş olur. Örneğin, alüminyum sertleştirilmesi deneyinde, örneklerin farklı kalınlıklarda olduklarını ve soğutma aracı üzerinde kalınlığın etkisi olduğunu varsayalım. Eğer, yağ ile soğutmada kullanılan örneklerin tümü, su ile soğutmada kullanılan örneklerden daha kalınsa, bir soğutma yöntemini diğerine tercih ederken yanılığa düşmemek olası değildir. Oysa örnekleri soğutma araçlarına rassal dağıtma, bu problemi yok edecektir.

- **Bloklama** : Bloklama, deneyin kesinliğini artırmak amacıyla kullanılan tekniktir. Bir deneyde, deneysel malzeme bütününden farklılık gösteren ancak birbiri içinde homojen dağılmış verilere sahip olan deneysel malzeme parçası, bir blok oluşturur.

Bu üç temel prensibin kullanımı ve özellikleri, bu çalışma boyunca yeri geldikçe vurgulanacaktır.

1.4 Deney Tasarım Aşamaları

Deney tasarım ve analiz aşamalarında istatistik yaklaşımını kullanabilmek için, üzerinde çalışılacak konunun açıkça ifade edilmesi ve anlaşılması, verilerin toplanma şekli ve bu verilerin nasıl analiz edileceğinin belirlenmesi gerekmektedir. Deney tasarım önerileri, Tablo 1.1’de özetlenmiştir. Herbir maddenin temel noktalarına aşağıda özetlenmiştir.

Tablo 1.1 Deney tasarım aşamaları

- | |
|---|
| 1. Problem seçme ve tanımlama |
| 2. Faktörleri, seviyelerini ve aralıklarını seçme |
| 3. Çıktı değişkeninin seçilmesi |
| 4. Deney tasarımını seçme |
| 5. Deneyi gerçekleştirme |
| 6. Verilerin istatistik analizlerini yapma |
| 7. Sonuç ve öneriler |

1. Problem seçme ve tanımlama: Deney gerektirecek bir problemi farketmek pratikte çoğunlukla kolay değildir. Bir deney gerçekleşeceği zaman, amaç ile ilgili tüm detaylar göz önünde bulundurulmalıdır. Probleme net bir çözüm getirmek için problemin iyi belirlenmesi ve anlaşılması gerekmektedir.

2. Faktörleri, seviyelerini ve aralıklarını seçme: (2. ve 3. adımlar eşzamanlı veya ters sırada yapılabilir.) Deneyde değiştirilecek faktörler seçilmeli, bu faktörlerin değişim aralıkları ve denemelerde hangi seviyelerde tutulacağı belirlenmelidir. Bu faktörlerin istenilen seviyelerde nasıl kontrol altında tutulacağı ve nasıl ölçülmeleri

gerektiği de üzerinde düşünülmesi gerekli konulardan biridir. Bunun için de proses bilgisi gerekli olacaktır. Bu proses bilgisi, pratik deneyim ve teorik bilgilerin kombinasyonlarından oluşabilir.

Deneyin amacı faktör inceleme olduğu zaman, faktör seviyelerini az sayıda tutmakta fayda vardır. Genelde iki seviye seçme, bu tür çalışmalarda iyi sonuçlar vermektedir. Aralık seçme de önemli bir konudur. Faktör incelemede ilgilenilen aralığın geniş seçilmesi yine verimli sonuçlar çıkaracaktır. Daha sonra, hangi değişkenlerin önemli olduğunu ve hangi seviyelerde iyi sonuçlar verdiğini öğrendikçe, ilgilenilen aralık daha çok daraltılabilir.

3. Çıktı değişkeninin seçilmesi: Çıktı değişkeninin seçilmesinde dikkat edilecek nokta, üzerinde çalışılan proses hakkında gerekli bilgiyi sağlamasıdır. Birden fazla çıktı değişkeni seçilmesi de mümkündür.

1, 2, ve 3. adımlar **deney öncesi planlama** adı altında toparlanırlar.

4. Deney tasarımı seçme: Yukarıdaki deney öncesi planlama aktiviteleri doğru bir şekilde yapıldıktan sonra, bu aşama daha kolay hale gelir. Örnek sayısının seçilmesi, herbir deney koşulunun deneme sırasının ve tekrarlanma sayısının belirlenmesi, blok veya daha başka kısıtlayıcı şartların bulunup bulunmadığının saptanması gibi kriterler, deney tasarımı oluşturur.

Bu adımı destekleyecek istatistiksel paket programları da mevcuttur. Bu programa; faktör sayıları, seviyeler, aralık (minimum değer-maksimum değer) girilir ve istenilen tasarıma göre analizler yapılır.

Tasarımı seçerken, deney amaçlarını da göz önünde tutmak gereklidir. Hangi faktörlerin çıktıda farklılık oluşturduğu ve ne derecede etkili olduklarını, bu amaç çerçevesinde inceleriz. Bu durumda hangi faktörlerin farkı oluşturduğu ve çıktı üzerinde ne derece etkili olduğunu bulmak isteriz. Bizim için benzerliğin / eşitliğin önemli olduğu durumlar da ortaya çıkabilir. Örneğin, A standart ve B daha maliyetli yöntem olmak üzere, iki farklı üretim yönteminin karşılaştırılması ile ilgilenilebilir. Bu durumda, iki yöntemin çıktı üzerinde fark oluşturmadığını ıspatlamaya yönelik bir deney de olabilir.

5. Deneyi gerçekleştirme: Deneyi gerçekleştirirken, herşeyin planlandığı gibi yapıldığından emin olmak için prosesi takip etmek çok önemlidir. Deney prosedüründeki hatalar, deney geçerliliğini yok edecektir.

6. Verilerin istatistiksel analizlerini yapma: Veri analizlerini destekleyecek pekçok yazılım paketleri bulunmaktadır, adım 4’te de deney tasarımı seçiminde bu paketlerden faydalanılmaktadır. Özellikle basit grafiksel metotları, sapma/hata analizleri ve model uygunluk kontrolleri önemli analiz teknikleridir. Hata analizleri ve model uygunluk sınamaları da kullanılan önemli analizlerdendir.

Unutulmamalıdır ki istatistiksel yöntem, faktör veya faktörlerin etkilerini kanıtlayamaz. Sadece sonuçların güvenirliği veya geçerliliği üzerine yol göstericidir. Yerinde kullanımında, istatistiksel yöntem hiçbir şeyi ıspatlamaya yönelmez, ancak oluşan farklılıkları ölçmemize ve belirlenen bir güven aralığı atamamıza yarar. İstatistiksel yöntemlerin en önemli avantajı, karar verme sürecine nesnellik katmasıdır.

7. Sonuç ve öneriler: Veri analizlerinden sonra, deney sahibi, sonuçlara göre çıkarımlar yapmalı, nasıl hareket edileceğini belirlemelidir. Bu safhada grafiksel gösterimlerden sıkça faydalanılmaktadır.

Tüm bu proses boyunca, unutulmamalıdır ki deney öğrenme sürecinin bir parçasıdır: Sistem ile ilgili hipotezler formüle edilir, bu hipotezlerin geçerliliğini araştırmak için deneyler yapılır, çıkan sonuçlara göre yeni hipotezler formüle edilir, ve böylece devam eder. Görölmektedir ki, deney, **iteratif** bir çalışmadır. Çalışmanın başlangıcında çok büyük, kapsamlı, tek bir deney yapmak hatalı bir davranıştır. Başarılı bir deney için, ilgili önemli faktörleri, bu faktörlerin değişeceği aralığı, doğru seviye sayılarını ve bu değişkenlerin doğru ölçüm ünitelerini bilmek gerekmektedir. Genellikle, bu soruların cevabı tam olarak başlangıçta bilinmez, ancak deney prosesi süresince öğrenilir. Deneyde ilerledikçe, bazı değişkenler ilave edilir, bazıları çıkarılır, bazı faktörler için aralık değiştirilir, veya farklı çıktı değişkeni üzerinde durulmaya başlanılır. Genel bir kural olarak, mevcut kaynakların %25’inden fazlası ilk deney için kullanılmaz. Böylece deney süresince, diğer aşamalar içinde yeterli kaynak kalınması sağlanmış olunur.

1.5 Deney Tasarımının Tarihçesi

Deney tasarımı, 1920'lerde, istatistik biliminin babası sayılan İngiliz istatistikçi Sir Ronald Fisher tarafından, tarım alanında araştırmalar yaparken bulunmuş ve geliştirilmiştir. Fisher, ayrıca, deney verilerinin analizi için bugün klasik sayılan "varyans analizi" yöntemini de geliştirmiştir. Yöntem, kısa bir süre içinde, Amerika'da tarım sektöründe üretimin geliştirilmesi için yoğun olarak uygulanmış ve Amerika'nın bu alanda dünya lider konumuna gelmesine büyük katkıda bulunmuştur. Tarım alanında, çeşitli gübre ve dozları ile iklim koşullarının ve sulama seviyelerinin çeşitli ürünlere olan etkilerini belirlemek üzere uygulanmıştır. Deneysel tasarım literatüründe adı önemle vurgulanan diğer bilim adamları arasında F.Yates, R. C. Bose, O. Kempthorne, W. G. Cochran, R. H. Myers, J. S. Hunter, W. G. Hunter ve G. E. P. Box sayılabilir.

Deney tasarımı daha sonra kimya ve ilaç sektörlerinde de uygulanmış olmasına rağmen, imalat sektöründeki uygulamaları, 1970'lere kadar son derece kısıtlı kalmıştır. Amerika'da imalat sektörü, 1980'lerin başında, deney tasarımını Japon kalitesinin nedenlerini araştırırken yeniden keşfetmiştir. Deney tasarımı, o tarihlerde Japonya'da profesör Genichi Taguchi'nin önderliğinde yoğun ve etkili olarak uygulanmaktaydı. Taguchi, deney tasarımına kuramsal yenilikler getirmemiştir. Ancak, üretimdeki uygulamalarda yenilikler yapmış ve başarılı uygulamalarla yöntemin imalat sektöründe kabul görmesini sağlamıştır (Şirvancı, 1997).

2 BASİT İSTATİSTİKSEL KAVRAMLAR

2.1 Olasılık Dağılımının Ortalaması ve Varyansı

Bir rassal değişkenin (y) olasılık yapısı, olasılık dağılımı ile ifade edilir. Bu olasılık dağılımının **ortalaması** , matematiksel olarak aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}\mu &= \int_{-\infty}^{+\infty} yf(y) dy && y \text{ sürekli} \\ \mu &= \sum_{\forall y} yp(y) && y \text{ kesikli}\end{aligned}\tag{2.1}$$

Olasılık dağılımının yayılımı, **varyans** ile ölçülür:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} (y - \mu)^2 f(y) dy && y \text{ sürekli} \\ \sigma^2 &= \sum_{\forall y} (y - \mu)^2 p(y) && y \text{ kesikli}\end{aligned}\tag{2.2}$$

2.2 Örnekleme

İstatistiksel çıkarımların amacı, bir yığın içerisinde seçilen örnek kümeyi kullanarak, o yığın hakkında sonuçlara varabilmektir. Bu çalışmada, örneklerin tamamen rassal olarak seçildiği düşünülmüştür. Bu demek oluyor ki, eğer bir yığın N eleman içeriyorsa ve bu ana yığından n adetlik bir örnek seçilecekse, her bir $N!/(N-n)!n!$ olası örnek kümesinin eşit olasılıkla seçilme durumu vardır. Bu işleme rassal örneklemeye denir.

İstatistik, bir örnek kümede, gözlemlerin, bilinmeyen hiçbir parametre içermeyen fonksiyonlarına denir. Örneğin $y_1, y_2, \dots, y_n$ nin bir örnek kümeyi temsil ettiklerini varsayalım. **Örnek ortalaması** şu ifadedir:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (2.3)$$

Örnek varyansı ise aşağıdaki ifadedir.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1} \quad (2.4)$$

Bu iki değer, örneğin merkezi eğilimini ve yayılımı ölçer. Hem örnek ortalaması, hem de örnek varyansı, yukarıda daha önce yapılmış tanımlamaya göre birer istatistiktir. Bazı durumlarda, $S = \sqrt{S^2}$, ki bu değere **örnek standart sapması** denir, yayılımın ölçüsü olarak kullanılır. Mühendislik çalışmalarında standart sapma, varyansa göre daha çok kullanılır çünkü standart sapmanın birimi, ilgilenilen y değişkeninin birimi ile aynıdır.

Örnek ortalaması $\bar{y}$, yığın ortalaması μ 'nın nokta tahmin edicisidir. Örnek varyansı S^2 'nin, yığın varyansı σ^2 'nin nokta tahmin edicisidir. Yığına ve örneğe bağlı gösterimler Tablo 2.1'de görülmektedir. Etkin bir nokta tahmin edici için iki önemli kural vardır: Birincisi nokta tahmin edici sapmasız olmalıdır. Bir başka deyişle, bir nokta tahmin edicinin uzun koşum ortalaması ya da beklenen değeri, tahmin edilmek istenen parametre olmalıdır. İkincisi, nokta tahmin edici en küçük varyansa sahip olmalıdır. Bu demek oluyor ki, o nokta tahmin edicinin varyansı, o parametreyi tahmin eden diğer tahmin edicilerin varyansından daha küçük olmalıdır.

Tablo 2.1 Örneğe ve yığına ait istatistiksel kavramlar

	Örnek	Yığın
Ortalama	$\bar{y}$	μ
Varyans	S^2	σ^2
Standart Sapma	S	σ

Serbestlik Derecesi : Eğer y rassal değişkenin varyansı σ^2 ise ve $SS = \sum (y_i - \bar{y})^2$ 'nin serbestlik derecesi v ise, o yığına ait varyansın değeri, SS 'in v ile bölümünün beklenen değerine eşittir:

$$E\left(\frac{SS}{v}\right) = \sigma^2 \quad (2.5)$$

Burada yer alan SS notasyonu, daha sonra sıkça karşılaşılabilecek olan, kareler toplamı anlamındadır. Kareler toplamının serbestlik derecesinin değeri, o kareler toplamındaki bağımsız elemanların sayısı kadardır. $SS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ ifadesi, $y_1 - \bar{y}, y_2 - \bar{y}, \dots, y_n - \bar{y}$ 'den oluşan n elemanın karelerinin toplamıdır. Bu elemanların hepsi birbirinden bağımsız değildir, çünkü $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) = 0$; sadece $n-1$ adedi birbirinden bağımsızdır. Bundan dolayı SS 'in serbestlik derecesi $n-1$ 'dir.

Normal Dağılım : Örneklerin alındığı yığının olasılık dağılımı bilinirse, örnek istatistiklerinin de olasılık dağılımını belirlelenebilir. Bir istatistiğin olasılık dağılımına örneklem dağılımı denir. En önemli örneklem dağılımlarından biri, normal dağılımdır.

Deneyssel hataların sonucu olarak birbirlerinden farklı olan örnek gözlemleri, normal dağılımla tanımlanırlar. Bundan dolayı normal dağılım, deney tasarımlarından elde edilen veri analizlerinde en önemli rolü oynar. y rassal değişkeninin ortalama μ ve varyans σ^2 ile normal dağıldığı, $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ile gösterilir.

Ki-kare Dağılımı : Normal dağılmış rassal değişkenler açısından önemli örneklem dağılımlarından biri ki-kare veya χ^2 dağılımıdır. Eğer, $z_1, z_2, \dots, z_k$ ortalaması 0 ve varyansı 1 olan normal ve bağımsız dağılmış rassal değişkenler $N(0,1)$ ise;

$$x = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_k^2$$

x değişkeni, k serbestlik derecesi ile ki-kare dağılmıştır. Dağılım asimetric ve çarpıktır. Dağılımın ortalaması $\mu = k$, varyansı ise $\sigma^2 = 2k$ dır.

$y_1, y_2, \dots, y_n$ örnek kümesinin, $N(\mu, \sigma^2)$ dağılımından rassal seçilmiş olduğunu varsayalım. Bu durumda;

$$\frac{SS}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \quad (2.6)$$

Bir başka deyişle SS/σ^2 , $n-1$ serbestlik derecesi ile ki-kare dağılmıştır.

Bu çalışmadaki tekniklerin büyük bir bölümü, kareler toplamının hesaplanmasını içermektedir. Denklem 2.6'nın sonucu oldukça önemlidir ve bu sonuç sıkça kullanılmaktadır. Normal rassal değişkenlerin kareleri toplamının σ^2 'ye bölümü ki-kare dağılımına sahiptir.

Denklem 2.4 incelenirse, örnek varyansı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$S^2 = \frac{SS}{n-1} \quad (2.7)$$

Eğer örnek kümenin içindeki gözlemler $N(\mu, \sigma^2)$ ise, S^2 'nin dağılımı $[\sigma^2 / (n-1)] \chi_{n-1}^2$ dir. Böylece, eğer yığın normal dağılmışsa, örnek dağılımının varyansı, ki-kare dağılımı ile bir sabitin çarpımıdır.

F Dağılımı : Eğer χ_u^2 ve χ_v^2 , sırasıyla u ve v serbestlik derecelerine sahip, bağımsız iki ki-kare rassal değişkenler ise; aşağıdaki oran, payı u , paydası v serbestlik derecesine sahip F dağılımına eşittir:

$$F_{u,v} = \frac{\chi_u^2 / u}{\chi_v^2 / v} \quad (2.8)$$

F dağılımına örnek oluşturması açısından, aynı varyans σ^2 'e sahip iki bağımsız normal dağılmış yığın ele alalım. Eğer $y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n}$ ilk yığından rassal seçilmiş n gözlem ise, ve $y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2m}$ ikinci yığından rassal seçilmiş m gözlem ise, S_1^2 ve S_2^2 iki örnek varyansı olmak üzere aşağıdaki dağılım elde edilir.

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{n-1, m-1} \quad (2.9)$$

Bu sonuç, Denklem 2.6 ve Denklem 2.8'in doğrudan ortaya çıkardığı sonuçtur.

2.3 Hipotez Sınaması

İstatistiksel hipotez, bir olasılık dağılımının parametreleri ile ilgili ifadelerdir. Örnek olarak aşağıdaki hipotezler verilmiş olsun:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ifadesine sıfır hipotezi, $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ ifadesine de alternatif hipotez adı verilir. Burada kullanılan alternatif hipotez, iki yönlü alternatif hipotezdir çünkü $\mu_1 < \mu_2$ veya $\mu_1 > \mu_2$ koşullarından en az birinin geçerli olması durumunda, alternatif hipotez doğru olacaktır.

Bir hipotezi sınamak için rassal örnekleme yapılarak bir küme elde edilir, uygun **test istatistiği** hesaplanır, ve sıfır hipotez H_0 reddedilir veya red edilemez. Bu prosedürün bir bölümü, H_0 'ın red edilmesine neden olacak test istatistiği için değerler serisi belirlemektir. Bu değerler serisine eşik bölgesi veya red bölgesi denir.

Hipotezi sınama esnasında iki tür hata oluşabilir. Eğer sıfır hipotez doğru iken red edilirse, 1. tip hata oluşur. Eğer sıfır hipotez yanlış iken red edilmezse, 2. tip hata oluşur. Bu hataların olasılıkları, özel sembolleri ile birlikte aşağıda verilmiştir:

$$\alpha = P(1.\text{tip hata}) = P(H_0'ı reddet \mid H_0 \text{ doğru})$$

$$\beta = P(2.\text{tip hata}) = P(H_0'ı reddetme \mid H_0 \text{ yanlış})$$

Hipotezi sınamada genel prosedür, 1.tip hata olasılığı α için, genelde sınamanın anlamlılık düzeyi denir, bir değer belirlemek ve 2. tip hata olasılığı β 'yı en küçükleyecek şekilde sınama prosedürünü tasarım etmektir.

Hipotez Sınamasında p-Değerinin Kullanımı: Sıfır hipotezinin reddi veya red edilmemesi, belli bir α değerine veya anlamlılık düzeyine bağlı olacaktır. Örneğin yukarıdaki sıfır hipotezini ($H_0 : \mu_1 = \mu_2$) 0.05 anlamlılık düzeyi ile reddettik diyebiliriz. Ancak böyle bir söylem yeterli olmayacaktır, çünkü karar verici hesaplanan test istatistiğinin, red bölgesinin hemen sınırına yakın mı ya da çok uzak mı olduğu konusunda hiçbir fikir vermemektedir. Ayrıca anlamlılık düzeyi değerlerinde sıfır hipotezin reddedilip edilmeyeceği konusunda hiçbir ip ucu içermemektedir.

Bu zorlukları önlemek amacıyla, p-değeri yaklaşımı kullanıma sunulmuştur. p-değeri, sıfır hipotezi H_0 'ın reddedilmesine neden olacak en küçük anlamlılık düzeyi değeridir. Böylece p-değeri daha fazla bilgi içermektedir ve karar verici herhangi bir belirtilen anlamlılık düzeyi değeri için sonuç çıkarabilir. Sıfır hipotezi H_0 reddedilmesi durumunda da test istatistiğinin (ve verinin) önemli olduğu anlaşılır.

p-değerlerini tam olarak hesaplamak oldukça zordur. Ancak istatistiksel analiz için yapılmış pek çok modern bilgisayar programları, p-değerlerini hesaplayabilmektedir. Bazı hesap makinalarından ileri teknolojiyi kullananlar da p-değerlerine ulaşabilmektedir.

3. TEK FAKTÖRLÜ DENEYLER: VARYANS ANALİZİ

3.1 Varyans Analizi

Bir faktörün kıyaslamak istediğimiz a tane muamelesi ya da başka bir deyişle a tane seviyesi olduğunu varsayalım. Elde edilen veriler, Tablo 3.1'deki gibi gösterilsin. Tabloda gösterilen y_{ij} 'lerden her biri, i muamelesi altındaki j . gözlemi ifade eder.

Tablo 3.1 Tek faktörlü deney için tipik veriler

Muamele (seviye)	Gözlemler				Toplam	Ortalama
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1n}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2n}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
.	.	.	...	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.
a	y_{a1}	y_{a2}	...	y_{an}	$y_{a.}$	$\bar{y}_{a.}$
					$y_{..}$	$\bar{y}_{..}$

Elde edilen verileri, aşağıdaki **doğrusal istatistiksel model** ile açıklayabiliriz:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \end{array} \quad (3.1)$$

y_{ij} , (ij) gözlemine; μ , tüm muameleler için ortak parametre olan **genel ortalamaya**; τ_i , i . muameleye ait parametre olan **i . muamele etkisine**; ε_{ij} de **rassal hataya** denk gelir. Amaç, muamele etkileri ile ilgili hipotezleri sınamak ve bu etkileri tahmin etmektir. Hipotez sınaması için, model hatalarının, ortalaması sıfır ve varyansı σ^2 olan normal ve bağımsız dağılmış rassal değişkenler olduğu varsayılır. Varyansın (σ^2), faktörün tüm seviyeleri için sabit olduğu kabul edilir.

Bu modele **tek-yönlü** veya **tek-faktörlü varyans analizi** adı verilir, çünkü yalnız bir faktör incelenmektedir. Ayrıca, deneyin rassal bir sırada gerçekleştirilmesi gereklidir,

böylece muamelelerin kullanımı, mümkün olduğunca üniform bir şekilde dağıtılmış olur. Bu tür deneysel tasarımlara, **tam rassal tasarım** denir.

Yukarıdaki denklemdeki istatistiksel model, muamele etkilerine bağlı olarak iki farklı durumu tanımlar (Montgomery, 1996). Birinci durumda, a tane muamele deney sahibi tarafından spesifik olarak seçilir. Burada muamele ortalamaları ile ilgili hipotezlerin sınanması istenir ve bulunan sonuçlar yalnızca deneyde kullanılan faktör seviyeleri için geçerlidir. Bulunan sonuçlar, deneyde kullanılmayan faktör seviyeleri için kullanılamazlar. Ayrıca burada model parametreleri de tahmin edilmek istenilir (μ, τ_i, σ^2) . Buna **sabit etkiler modeli** denir. İkinci durumda, a tane muamele, daha büyük bir muamele yığınınından seçilen rassal örnekler olabilir. Bu durumda, muamele örneklerini kullanarak bulduğumuz sonuçları, yığındaki tüm diğer muamelelere de, analizde kullanılsınlar veya kullanılsınlar, uygulayabiliriz. Burada τ_i 'ler rassal değişkenlerdir ve sadece belli faktör seviyeleri için sonuç çıkarılmaz. Çünkü burada τ_i 'nin değişkenliği ile ilgili hipotez sınanır ve bu değişkenlik tahmin edilmeye çalışılır. Buna **rassal etkiler modeli** veya **varyans modelinin bileşenleri** adı verilir. Bu çalışmada sabit etkiler modeline yer verilmiştir.

3.2 Sabit Etkiler Modelinin Analizi

Bu bölümde, sabit etkiler modeli için, tek faktör varyans analizi geliştiriliyor. Bu modelde τ_i muamele etkileri genel ortalamadan sapmalar olarak tanımlanmıştır:

$$\sum_{i=1}^a \tau_i = 0 \quad (3.2)$$

y_i i. muamelenin gözlemlerinin toplamını ve $\bar{y}_i$ i.muamelenin gözlemlerinin ortalamasını ifade etsin. Benzer olarak, $y_{..}$ tüm gözlemlerin genel toplamını ve $\bar{y}_{..}$ tüm gözlemlerin genel ortalamasını ifade etsin. Sembolik gösterimle, aşağıdaki ifade gibidir.

$$\begin{aligned}
y_{i.} &= \sum_{j=1}^n y_{ij} & \bar{y}_{i.} &= y_{i.} / n & i &= 1, 2, \dots, a \\
& & & & j &= 1, 2, \dots, n \\
y_{..} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} & \bar{y}_{..} &= y_{..} / N & & \\
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Yukarıda kullanılan $N = an$ toplam gözlem sayısını göstermektedir. Nokta notasyonu, toplamayı ifade etmektedir.

i. muamele ortalaması $E(y_{ij}) = \mu_i = \mu + \tau_i$, $i = 1, 2, \dots, a$ olur. Böylece, i. muamelenin ortalaması, genel ortalama ve i. muamele etkisinin toplamından oluşur. Sınanılması istenen, a tane muamelenin ortalamalarının eşitliğidir. Bu da aşağıdaki gibi gösterilir:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ en az bir çift } (i, j) \text{ için}$$

Eğer H_0 doğru ise, bütün muameleler, aynı ortalama μ 'ye sahiptirler. Yukarıdaki hipotezi, muamele etkileri τ_i 'ler açısından, aynı anlama gelecek şekilde, aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$$

$$H_1 : \tau_i \neq 0 \text{ en az bir } i \text{ için}$$

Böylece, ya muamele ortalamalarının eşitliğini ya da muamele etkilerinin sıfıra eşitliğini sınayabiliriz. Muamelelerin ortalamalarının eşitliğini sınamak için kullanılan uygun yöntem, varyans analizidir.

3.2.1 Tüm Kareler Toplamının Ayrıştırılması

Varyans analizi ismi, toplam değişkenliğin parçalara ayrıştırılmasından türetilmiştir. Tüm düzeltilmiş kareler toplamı verilerin genel değişkenliğinin bir ölçüsü olarak kullanılır. Bunu, şuradan da çıkarabiliriz: SS_T 'yi uygun serbestlik derecesine bölmüş olsaydık (burada, $an - 1 = N - 1$ dir) y 'lerin örnek varyansını bulmuş olurduk. Örneğin değişkenliği, elbette ki, değişkenliğin standart bir ölçümüdür.

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 \quad (3.4)$$

SS_T 'yi bileşenlerine ayırdığımız zaman aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n [(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.})]^2 \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 + 2 \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.})$$

Yukarıdaki denklemdeki çarpım ifadesi sıfıra eşittir, çünkü;

$$\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.}) = y_{i.} - n\bar{y}_{i.} = y_{i.} - n(y_{i.} / n) = 0$$

Böylece eşitlik son olarak aşağıdaki ifade haline gelir:

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \quad (3.6)$$

Yukarıdaki denklemin ifade ettiği verideki toplam değişkenlik, muamele ortalamaları ve genel ortalama arasındaki farkın karelerinin toplamı artı herbir gözlemin ilgili muamele ortalamasından farkının karelerinin toplamından oluşur. İlk bileşen muamele ortalamaları arasındaki farkın ölçümüdür. İkinci bileşen ise rassal hatadan dolayı meydana gelmiştir. Böylece yukarıdaki eşitliği aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$SS_T = SS_{\text{Muameleler}} + SS_E$$

$SS_{\text{Muameleler}}$ muamelelerden kaynaklanan kareler toplamına denir (muameleler arası). SS_E hatadan kaynaklanan kareler toplamı denir (muamele içi). Toplam gözlem sayısı $an = N$ olduğundan dolayı SS_T 'nin serbestlik derecesi $N-1$ 'dir. Faktör seviyesi a tane olduğundan (aynı zamanda a tane muamele ortalaması vardır) $SS_{\text{Muameleler}}$ 'in

serbestlik derecesi $a-1$ dir. Herhangi bir muamele içinde n tekrar olması $n-1$ serbestlik derecesini getirir. a tane muamele olması durumunda hata için serbestlik derecesi $a(n-1) = an - a = N - a$ olarak bulunur.

Denklem 3.6'daki hatalar kareleri toplamını göz önüne alalım:

$$SS_E = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = \sum_{i=1}^a \left[\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \right]$$

Köşeli parantez içindeki ifade $n-1$ ile bölünürse, i . muamele içerisindeki örnek varyansı elde edilir:

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2}{n-1} \quad i = 1, 2, \dots, a \quad (3.7)$$

Böylece a örnek varyansı, yığın varyansının tek bir tahminini verebilmek için şu şekilde birleştirilebilirler:

$$\frac{(n-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2 + \dots + (n-1)S_a^2}{(n-1) + (n-1) + \dots + (n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^a \left[\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \right]}{\sum_{i=1}^a (n-1)} = \frac{SS_E}{(N-a)} \quad (3.8)$$

Görülmektedir ki, $SS_E / (N-a)$ her a muamele içerisinde, aynı varyansın tahminidir. Benzer şekilde, eğer a tane muamele arasında hiçbir fark olmasaydı, σ^2 'yi tahmin etmek için muamele ortalamalarının genel ortalamadan sapmalarını da

kullanabilirdik: $\frac{SS_{Muameleler}}{a-1} = \frac{n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2}{a-1}$ ifadesi ancak muamele ortalamalarının

eşit olması durumunda, σ^2 'yi tahmin edecektir. Bunun ispatı şöyledir:

Aşağıdaki formüllerdeki ifadeler **kareler ortalaması** adı verilir.

$$MS_{Muameleler} = \frac{SS_{Muameleler}}{a-1} \quad (3.9)$$

$$MS_E = \frac{SS_E}{N-a}$$

Bu kareler ortalamasının beklenen değerleri hesaplandığında ve Denklem 3.3'teki bulgular yerine konulduğunda şu sonuç ortaya çıkar:

$$\begin{aligned} E(MS_E) &= E\left(\frac{SS_E}{N-a}\right) = \dots = \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a y_{i.}^2\right] \\ &= \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (\mu + \tau_i + \varepsilon_{ij})^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \left(\sum_{j=1}^n \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

Yukarıdaki denklemde parantezlerin kareleri alındığında, ε_{ij}^2 ve $\varepsilon_{i.}^2$ ifadeleri sırasıyla σ^2 ve $n\sigma^2$ ile değiştirilir çünkü $E(\varepsilon_{ij})=0$ dır. Son olarak şu eşitlik elde edilir:

$$E(MS_E) = \sigma^2$$

Benzer yaklaşım kullanılarak, muameleler için de aşağıdaki ifade elde edilir:

$$E(MS_{Muameleler}) = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a-1} \quad (3.11)$$

Görüldüğü üzere, ancak muamele ortalamaları arasında hiçbir fark olmadığı durumlarda (yani $\tau_i=0$ olduğunda) MS_E , σ^2 'yi tahmin edebilir. Bununla birlikte, eğer muamele ortalamaları birbirlerinden farklılık gösterirse, muamele kareleri ortalamasının beklenen değeri, σ^2 'den büyük olacaktır.

Bu çıkarıma göre, muamele ortalamaları arasında fark olmadığı ile ilgili hipotez sınamasını ($H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a$ veya aynı anlama gelen $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$), $MS_{Muameleler}$ ve MS_E 'leri karşılaştırarak sonuçlandırabiliriz. Şimdi, bu karşılaştırmanın nasıl yapılacağı incelenecektir.

3.2.2 İstatistiksel Analiz

Hataların (ε_{ij}), sıfır ortalama ve σ^2 varyans ile normal ve bağımsız olarak dağıldığını kabul ettiğimiz için, y_{ij} gözlemleri de $\mu + \tau_i$ ortalama ve σ^2 varyans ile normal ve bağımsız dağılmış olacaklardır. Böylece, SS_T normal dağılmış rassal değişkenlerin oluşturduğu kareler toplamıdır; buna bağlı olarak SS_T/σ^2 'nin $N-1$ serbestlik derecesiyle ki-kare olarak dağılmış olduğu gösterilebilir. Ayrıca, eğer $H_0: \tau_i=0$ hipotezi doğru ise; SS_E/σ^2 , $N-a$ serbestlik derecesi ile ki-kare dağılmıştır; $SS_{Muameleler}/\sigma^2$ ise $a-1$ serbestlik derecesi ile ki-kare dağılmıştır. Fakat SS_T , $SS_{Muameleler}$ ve SS_E toplamından oluştuğundan bu üç kareler toplamı birbirlerinden bağımsız değildir. Aşağıdaki teorem kullanılarak, SS_E ve $SS_{Muameleler}$ 'in birbirinden bağımsız olduğu görülecektir.

Teorem 3.1. Cochran Teoremi : Z_i normal ve bağımsız dağılmış rassal değişken olsun ve $N(0,1)$ $i = 1, 2, \dots, v$ için.

$$\sum_{i=1}^v Z_i^2 = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_s \quad s \leq v \quad \text{ve } Q_i \text{ nin serbestlik derecesi } v_i \text{ 'dir.}$$

Böylece, ancak ve ancak $v = v_1 + v_2 + \dots + v_s$ şartı sağlanması durumunda $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$ bağımsız ki-kare rassal değişkenleridir ve sırasıyla $v_1, v_2, \dots, v_s$ serbestlik derecesine sahiptirler.

$SS_{Muameleler}$ ve SS_E 'in serbestlik derecesi toplamı $N-1$ 'e, yani toplam serbestlik derecesine, eşit olduğundan, Cochran teoremi $SS_{Muameleler}/\sigma^2$ ve SS_E/σ^2 'nin bağımsız dağılmış ki-kare rassal değişkenleri olduğunu ortaya çıkarır. Böylece, muamele ortalamalarının aynı olduğunu ileri süren sıfır hipotezi, eğer aşağıdaki oran, $a-1$ ve $N-a$ serbestlik dereceleri ile F dağılıma sahip ise doğrudur. Bu denklemde F_0 'a sıfır hipotezi için **test istatistiği** denir.

$$F_0 = \frac{SS_{Muameleler} / (a - 1)}{SS_E / (N - a)} = \frac{MS_{Muameleler}}{MS_E} \quad (3.12)$$

MS_E , σ^2 'in tahmininde kullanılır; aynı şekilde eğer sıfır hipotezi doğru ise $MS_{Muameleler}$ da σ^2 'in tahmininde kullanılır. Eğer sıfır hipotezi doğru değilse, bu durumda $MS_{Muameleler}$ 'in beklenen değeri σ^2 'dan büyük çıkar. Böylece, alternatif hipotez altında, test istatistiğinin payının beklenen değeri, paydasının beklenen değerinden daha büyüktür, ve test istatistiğinin çok büyük değerlerinde H_0 'ı reddederiz. Eğer,

$$F_0 > F_{\alpha, a-1, N-a}$$

ise H_0 'ı redderiz ve muamele ortalamaları arasında fark olduğu sonucuna varırız.

$MS_{Muameleler}$ ve denklem 3.4'teki SS_T ifadesini sadeleştirerek ve yeniden yazarak aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (3.13)$$

$$SS_{Muameleler} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a y_i^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (3.14)$$

$$SS_E = SS_T - SS_{Muameleler} \quad (3.15)$$

Sınama prosedürü Tablo 3.2'de görülür. Bu tabloya **varyans analiz tablosu** denir.

Tablo 3.2 Tek faktör ve sabit etkiler modeli için varyans analizi

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F_0
Muameleler arasında	$SS_{Muameleler}$	$a - 1$	$MS_{Muameleler}$	$F_0 = \frac{MS_{Muameleler}}{MS_E}$
Hata (muameleler içinde)	SS_E	$N - a$	MS_E	
Toplam	SS_T	$N - 1$		

3.3 Model Uygunluğu Kontrolü

Muamele ortalamaları arasında fark olup olmadığını sınarken, belli varsayımların sağlanması gerekmektedir. Bu varsayımlardan birincisi, modelin

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

şeklinde ifade edilebilmesi; ikincisi ise hataların, ortalaması sıfır olan varyansı sabit ama bilinmeyen σ^2 olan normal ve bağımsız dağılmış olmalarıdır (Montgomery, 1996). Bu varsayımlar geçerli ise, varyans analizi metodu, muamele ortalamalarının aynı olduğunu ileri süren hipotez için mükemmel bir sınama olacaktır.

Pratik hayatta bu varsayımlar genellikle tam olarak sağlanamaz. Bu temel varsayımların ihlali ve model uygunluğu, kalıntıların incelenmesi ile kolaylıkla araştırılabilir (Montgomery, 1996). i.muameledeki j. gözlem için kalıntı şudur:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} \quad (3.16)$$

$\hat{y}_{ij}$, ona denk gelen y_{ij} gözleminin tahminidir:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{ij} &= \hat{\mu} + \hat{\tau}_i \\ &= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) \\ &= \bar{y}_{i.} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Denklem 3.17 incelendiğinde anlaşılmaktadır ki, i. muamele içindeki herhangi bir gözlemin tahmini değeri, tam olarak ilgili muamelenin ortalamasıdır.

Kalıntıların incelenmesi, varyans analizinin bir parçası olarak düşünölmelidir. Eğer model uygunsa kalıntılar belli bir yapı izlememelidir. Bu bölümde model uygunluğu teşhisinin, kalıntıların grafik analizleri ile nasıl kolay bir şekilde yapıldığı incelenecektir.

3.3.1 Normallik varsayımı

Normallik varsayımının kontrolü, kalıntıların histogramda işaretlenmesi ile kontrol edilebilir. Eğer hataların $N(0, \sigma^2)$ varsayımı sağlanıyorsa, bu diyagram merkezi sıfır olan normal bir dağılımdan alınan örnek gibi görünmelidir. Ancak, küçük örneklerde

belirgin dalgalanmalar oluşabilir. Böylece normallikten belirgin bir sapma meydana gelebilir. Fakat, bu varsayımların ciddi bir ihlali olarak değerlendirilmeyebilir. Normallikten büyük sapmalar potansiyel tehlikeli olabilirler ve daha fazla inceleme gerektirirler.

Çok yararlı bir prosedür de kalıntıların normal olasılık diyagramını oluşturmaktır. Varyans analizinde kalıntıları kullanmak daha kolay ve etkindir. Eğer örneğin hata dağılımı normal dağılımsa, bu diyagram düz bir çizgiyi andırır. Bu düz çizgiyi incelerken merkezdeki değerlere, uç değerlerden daha çok önem verilmelidir. Çünkü çeşitli nedenlerle verilerde oluşan uç hata değerleri, normallikten sapma anlamına gelmez. Ancak hatanın kaynağı aranmalıdır.

3.3.2 Zaman Sıralamasında Kalıntıların İşaretlenmesi

Veri toplanmasındaki zaman sıralamasına göre kalıntıların işaretlenmesi, kalıntılar arasında bağıntı olup olmadığını anlamada faydalıdır. Denemelerde, pozitif ve negatif kalıntı çıkma eğilimi, hataların birbirlerinden bağımsız olduğu varsayımının ihlali anlamına gelir. Deney süresince, deneyi yapan kişiler değişebilir, bu kişilerin kabiliyetlerinin birbirlerinden farklı olabilir, ya da çalışılan proses bir yöne meyilli veya daha düzensiz bir hal alabilir. Bu durum, genellikle, hata varyansının zaman içerisinde bir değişikliğe uğramasına neden olur. Bu, çok ciddi ve düzeltilmesi güç bir problemdir, bu nedenle mümkünse veriler toplanırken bu problemin önlenmesi gerekir. Bağımsızlığı sağlamada, deney için uygun rassallık önemli bir adımdır.

3.3.3 Kalıntıların Model Değerlerine Göre Karşılaştırmalı Diyagramı

Eğer model doğru ise ve varsayımlar sağlanıyorsa, kalıntılar belli bir yapı izlememeli; tahmin edilecek çıktı da dahil olmak üzere hiçbir değişkene bağlı olmamalıdır. Bunun basit kontrolü, kalıntıların model değerleri $\hat{y}_{ij}$ 'ye göre diyagramının çizilmesidir. Bu diyagramda gözlemlenecek en önemli tespit, sabit olmayan varyanstır. Bazan gözlemlerin değeri arttıkça, gözlemlerin varyansı da artabilir. Burada deney hatası, daha çok ölçüm aletlerindeki hatalardan dolayı, gözlem değerinin belli bir yüzdesi kadardır. Böylece y_{ij} değerleri arttıkça kalıntıların değerleri de artar.

4. RASSAL BLOKLAR

4.1 Rassal Tam Blok Tasarım

Herhangi bir deneyde, nüans faktörden oluşan varyans, sonuçları etkileyebilir. Genellikle nüans faktör, çıktı üzerinde etkisi olabilen ama bu etkiyle ilgilenilmeyen bir tasarım faktörüdür. Bazan bir nüans faktör bilinmeyen ve kontrol edilemeyen olabilir; yani biz bu faktörden haberdar olmayabiliriz ve bu faktör deney süresince değişik seviyelerde karşımıza çıkabilir. Rassallık, bu gizli nüans faktörü ile savaşmak için kullanılan tasarım tekniğidir. Bazı durumlarda da nüans faktör bilinen fakat kontrol edilemeyen olabilir. En azından bu faktörün deneydeki her bir denemede aldığı seviyeyi gözlemlersek, istatistik analizde bu faktörün etkisi elimine edilebilir. Eğer nüans faktör bilinen ve kontrol edilebilen bir faktör ise; ki bu çalışmada söz konusu edilecek olan bu tür nüans faktörlerdir; **bloklama** denen bir tasarım tekniği kullanılarak, muamelelerin istatistiksel karşılaştırılmaları üzerindeki etkisi sistematik olarak elimine edilir.

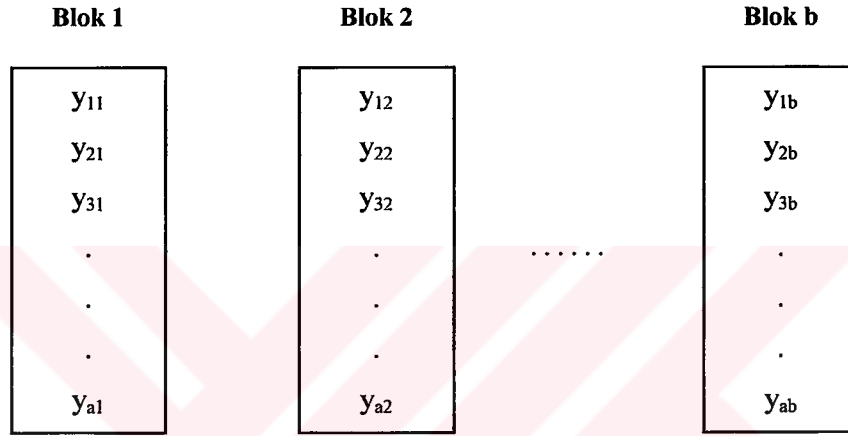
Deneysel hataları olabildiğince küçük tutma amacıyla, **rassal tam blok tasarımlar** bu tür çalışmalarda kullanılan metottur. Buradaki “tam” sözcüğü, herbir bloğun bütün muameleleri içermesi anlamındadır. Bu tasarım kullanılarak bloklar, muameleleri karşılaştırmak üzere, daha homojen deneysel birimler haline gelir. Bir blok içerisinde de muamelelerin sınıandığı sıra tamamen rassal olarak belirlenir.

Bu tasarım türüne deneysel çalışmalarda sık rastlanılır. Bir malzemedeki ham madde farklılıkları, deneyi yürüten insan faktörü, deneyin sürdüğü zaman farklılıkları tipik blok faktörleri içinde sıralanabilir. Bloklama, nüans faktörün tam bulunmadığı bazı deney tiplerinde de kullanılabilir (Coleman ve Montgomery, 1993). Örneğin, bir kimya mühendisi katalizör doyma oranının, polimer viskozitesi üzerindeki etkisini bulmak istesin. Katalizör doyma oranını; ham madde tipi, sıcaklık, operatör gibi kontrol edilmesi zor faktörlere bağlıdır. Bu nedenle katalizör doyma oranı faktörü

blok olarak düşünülebilir; bu faktör bir nüans faktör değildir ama blok, kontrol edilemeyen diğer faktörlerin bileşkesi olarak düşünülmüştür.

4.1.1 İstatistiksel Analiz

Karşılaştırılması istenen a muamele ve b blok olduğunu varsayalım. Şekil 4.1’de rassal tam blok tasarımı gösterilmiştir. Herbir blokta muamele başına bir gözlem bulunmakta, ve bu bloklar içindeki muamelelerin denenmesi rassal bir sırada yapılmakta.



Şekil 4.1 Rassal tam blok tasarım

Bu tasarım için istatistiksel model şöyledir:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \end{matrix} \quad (4.1)$$

μ genel ortalama, τ_i i.muamele etkisi, β_j j. blok etkisi ve ε_{ij} rassal hata terimidir $N(0, \sigma^2)$. Muameleler ve bloklar sabit faktörler olarak ele alınmıştır ve bunların etkileri, genel ortalamadan sapmalar olarak tanımlanır:

$$\sum_{i=1}^a \tau_i = 0 \quad (4.2)$$

$$\sum_{j=1}^b \beta_j = 0 \quad (4.3)$$

Muamele ortalamalarının eşitliğini sınamak isteriz. Böylece Bölüm 2’de geçen hipotezler ve yorumlar burada da geçerlidir. Ek olarak gelen, blok etkisidir.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a$$

$$H_1 : \text{en az bir } \mu_i \neq \mu_j$$

i. muamele ortalaması $\mu_i = (1/b) \sum_{j=1}^b (\mu + \tau_i + \beta_j) = \mu + \tau_i$ olduğu için, yukarıdaki

hipotezi aşağıdaki şekilde de ifade edebiliriz:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$$

$$H_1 : \tau_i \neq 0 \text{ en az bir } i \text{ için}$$

$y_{i.}$ i.muamele altında gerçekleşen tüm gözlemlerin toplamı olsun. $y_{.j}$ j. bloktaki tüm gözlemlerin toplamı olsun. $y_{..}$ tüm gözlemlerin genel toplamı olsun. $N=ab$ ise toplam gözlem sayısı olsun. Bunları matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$y_{i.} = \sum_{j=1}^b y_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, a \quad (4.4)$$

$$y_{.j} = \sum_{i=1}^a y_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, b \quad (4.5)$$

$$y = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij} = \sum_{i=1}^a y_{i.} = \sum_{j=1}^b y_{.j} \quad (4.6)$$

Benzer şekilde $\bar{y}_{i.}$ i. muamele altındaki gözlemlerin ortalamaları olsun. $\bar{y}_{.j}$ j. bloktaki gözlemlerin ortalamaları olsun. $\bar{y}_{..}$ da tüm gözlemlerin genel ortalaması olsun:

$$\bar{y}_{i.} = y_{i.}/b \quad \bar{y}_{.j} = y_{.j}/a \quad \bar{y}_{..} = y_{..}/N \quad (4.7)$$

Tüm düzeltilmiş kareler toplamı da aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \dots = b \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2 \quad (4.8)$$

Toplam kareleri sembolik olarak aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$SS_T = SS_{Muameleler} + SS_{Blokler} + SS_E \quad (4.9)$$

Toplam N adet gözlem olduğuna göre, SS_T 'nin serbestlik derecesi $N-1$ 'dir. a tane muamele ve b tane blok olduğundan dolayı, $SS_{Muameleler}$ ve $SS_{Blokler}$ 'in serbestlik dereceleri sırasıyla $a-1$ ve $b-1$ 'dir. Hata kareleri toplamı, hücreler arasındaki kareler toplamından, muameleler ve bloklar için kareler toplamının çıkarılmasına eşittir. ab adet hücre vardır dolayısıyla bunların serbestlik derecesi $ab-1$ dir. Böylese SS_E için serbestlik derecesi $ab-1-(a-1)-(b-1) = (a-1)(b-1)$ dir. Ayrıca denklem 4.9'da sol tarafın serbestlik derecesi toplamı, sağ tarafın serbestlik dereceleri toplamına eşittir; böylece hatalar üzerinde normallik varsayımı yapıldığında, Teorem 3.1'e göre $SS_{Muameleler}/\sigma^2$, $SS_{Blokler}/\sigma^2$ ve SS_E/σ^2 bağımsız dağılmış ki-kare rassal değişkenleridir. Herbir kareler toplamının ilgili serbestlik derecelerine bölünmesi, kareler ortalaması değerlerini verir. Kareler ortalamasının beklenen değerleri, eğer muamele ve bloklar sabit ise, aşağıdaki gibidir:

$$E(MS_{Muameleler}) = \sigma^2 + \frac{b \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a-1}$$

$$E(MS_{Blokler}) = \sigma^2 + \frac{a \sum_{j=1}^b \beta_j^2}{b-1} \quad (4.10)$$

$$E(MS_E) = \sigma^2$$

Bundan dolayı, muamele ortalamalarının eşitliklerini sınavabilmek için, aşağıdaki test istatistiğini kullanırız:

$$F_0 = \frac{MS_{Muameleler}}{MS_E} \quad (4.11)$$

Eğer sıfır hipotezi doğru ise test istatistiği $F_{a-1,(a-1)(b-1)}$ olarak dağılmıştır. Yani, $F_0 > F_{\alpha,a-1,(a-1)(b-1)}$ ise H_0 reddedilir.

Blok ortalamalarının karşılaştırılması da ilgilenilen bir konu olabilir. Eğer blok ortalamaları birbirlerinden çok farklı değilse, gelecek deneylerde bloklamaya önem göstermeye gerek kalmayacaktır. $H_0: \beta_j = 0$ hipotezi, $F_0 = MS_{Blok} / MS_E$ test istatistiğinin $F_{\alpha,b-1,(a-1)(b-1)}$ ile karşılaştırılması ile sınavabilir. Ancak unutulmaması gereken nokta, rassallığın sadece bloklar içindeki muamelere uygulandığıdır, bu nedenle bloklar rassallık üzerinde bir kısıtlama getirmektedir. Bu sınavanın uygun olup olmayacağı üzerinde değişik tartışmalar sürmektedir. Kabul edilen görüşlerden biri, ancak normallik varsayımının geçerli olması durumunda, bu sınavanın geçerli olacaktır (Box ve diğ., 1978). Bu görüşe göre rassallık kısıtlaması, bu sınavaya engel değildir. Diğer bir görüşe göre, blok ortalamaları karşılaştırılmasında kullanılacak olan test istatistiği, rassallık kısıtlaması nedeniyle, aslında blok ortalamaları eşitliği artı rassallık kısıtlaması (kısıtlama hatası) sınavasını içerir (Anderson ve McLean, 1974).

Ancak pratik hayatta normallik kuralı belirsiz bir haldedir. Bu nedenle, bu çalışmada varyans analizinde bu test istatistiği yer almayacaktır. Ancak, MS_{Blok} 'un MS_E 'ye oranı çok büyük ise bloklama faktörünün önemli bir etkisi olduğunu söylemek hatalı olmaz.

Tablo 4.1 Rassel tam blok tasarımı için varyans analizi

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F ₀
Muameleler	$SS_{Muameleler}$	$a - 1$	$\frac{SS_{Muameleler}}{a - 1}$	$\frac{MS_{Muameleler}}{MS_E}$
Bloklar	$SS_{Blokler}$	$b - 1$	$\frac{SS_{Blokler}}{b - 1}$	
Hata	SS_E	$(a - 1)(b - 1)$	$\frac{SS_E}{(a - 1)(b - 1)}$	
Toplam	SS_T	$N - 1$		

Tablo 4.1’de varyans analizi tablosunda metot özetlenmiştir. Genelde bu analizde hesaplamalar istatistik yazılım paketleri tarafından yaptırılmaktadır. Çalışmanın sonunda yapılacak uygulamada da bu tür bir paketten faydalanılacaktır. Ancak konunun anlaşılabilmesi için formüller açıkça belirtilmiştir. Formüllerin düzenlenmesiyle kareler toplamı aşağıdaki formüllerle ifade edilebilir:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (4.12)$$

$$SS_{Muameleler} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^a y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (4.13)$$

$$SS_{Blokler} = \frac{1}{a} \sum_{j=1}^b y_{.j}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (4.14)$$

$$SS_E = SS_T - SS_{Muameleler} - SS_{Blokler} \quad (4.15)$$

4.1.2 Model Uygunluğu Kontrolü

Model uygunluğunun kontrolü ile ilgili ayrıntılar, 3. Bölümde verilmişti. Normallik varsayımının ihlali; muamele, bloklar veya muamele-blok etkileşiminden kaynaklanan sabit olmayan hata varyansı, model uygunluğu için potansiyel problemlerdir. Burada da teşhis için kalıntı analizi kullanılmaktadır. Kalıntılar aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} \quad (4.16)$$

$$\hat{y}_{ij} = \bar{y}_{i.} + \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..} \quad (4.17)$$

$$e_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..} \quad (4.18)$$

Kalıntılar, ilgili grafiklere yerleştirilerek incelenir. Kalıntıların aldığı değerlerle model değerleri $\hat{y}_{ij}$, bloklar veya muameleler arasında hiçbir bağıntı olmamalıdır. Ayrıntılı bilgi için Bölüm 3'teki ilgili konu incelenebilir.



5. FAKTÖRYEL DİZAYNLAR

5.1 Temel Tanımlar ve Prensipler

Birçok deney, iki veya daha çok faktörün etkileri üzerine yapılır. Faktöryel tasarımlar da bu tür deneyler içinde en etkili olanlardandır. Faktöryel tasarım ile kastedilmek istenen, deneyin herbir koşumunda veya tekrarlamalar ile, ilgilenilen faktörlerin bütün kombinasyonları incelenmektedir. Örneğin A faktörünün a tane, B faktörünün de b tane seviyesi varsa, o halde herbir ab adet olan muamele kombinasyonunu incelenmelidir.

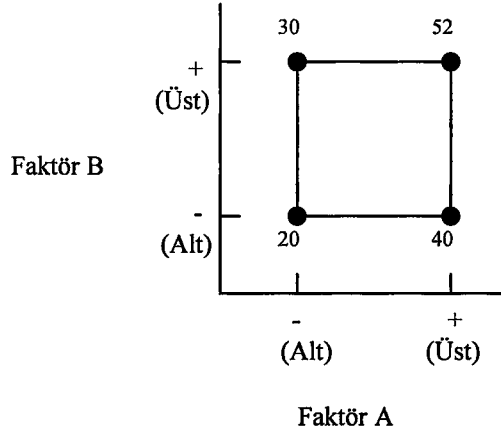
Bir faktörün etkisi, o faktörün seviyesindeki bir değişikliğe karşılık, çıktıda meydana gelen değişikliktir. Buna esas etki denir. Şekil 5.1'deki basit deney göz önüne alındığında, söz konusu olan ikişer seviyeli iki-faktörlü faktöryel deneydir. Bu seviyeler, “alt” ve “üst” diye adlandırıldı ve sırasıyla “-“ ve “+” işaretleri ile gösterildi. A faktörünün esas etkisi, A'nın üst seviyesindeki çıktı değerlerinin ortalaması ile A'nın alt seviyesindeki çıktının değerleri ortalaması arasındaki farktır. Bunu sayısal olarak aşağıdaki gibi gösterebiliriz:

$$A = \frac{40 + 52}{2} - \frac{20 + 30}{2} = 21$$

Bu demek oluyor ki, A faktörünün alt seviyeden üst seviyeye çıkması, çıktının 21 birim artmasına neden oluyor. Benzer şekilde B faktörünün esas etkisi, aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$B = \frac{30 + 52}{2} - \frac{20 + 40}{2} = 11$$

Eğer faktörler ikiden fazla seviyeye sahiplerse, yukarıdaki prosedürün değişmesi gerekir; bu durumlarda faktörün etkisini bulmada daha farklı yöntemler kullanılır. Ancak bu konu, bu çalışmanın kapsamı içerisinde değildir.



Şekil 5.1 İki-faktörlü faktöryel deney (köşelerdeki veriler y çıktısını ifade eder)

Bazı deneylerde bir faktörün seviyeleri arasındaki çıktı farklılıkları, diğer faktörlerin bütün seviyelerinde aynı değildir. Bir başka deyişle, bir faktörün çıktı değişkenine olan etkisi, diğer faktörlerin hangi değerde bulunduğuyla ilgili olabilir. Bu durumda, faktörler arasında **etkileşim** olduğu söylenir. Örneğin, Şekil 5.2'deki iki-faktörlü faktöryel deneyi göz önüne aldığımızda B faktörünün alt seviyesinde (B^-), A'nın etkisi;

$$A = 50 - 20 = 30$$

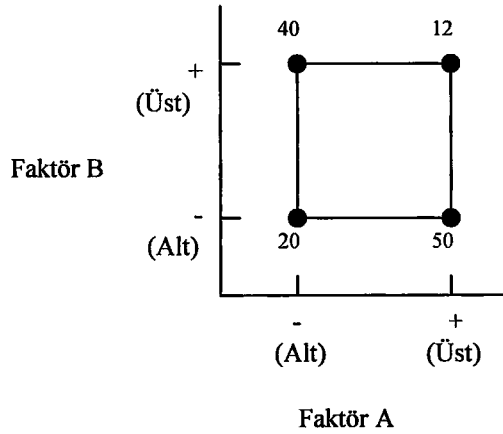
B faktörünün üst seviyesinde (B^+), A'nın etkisi;

$$A = 12 - 40 = -28 \text{ olarak bulunur.}$$

A'nın etkisi B'nin seçilen seviyesine göre değiştiği için, A ile B faktörleri arasında etkileşim vardır. Etkileşim etkisinin değeri, bu iki A etkisi farkının ortalaması kadardır:

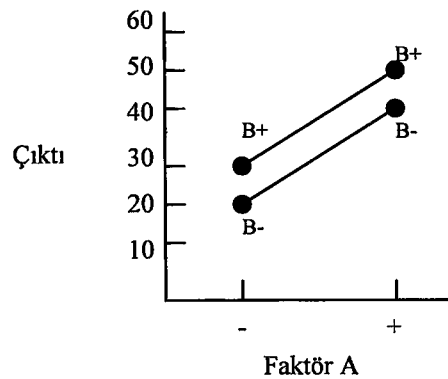
$$AB = (-28 - 30) / 2 = -29$$

Açıktır ki, bu deneyde etkileşim fazladır.

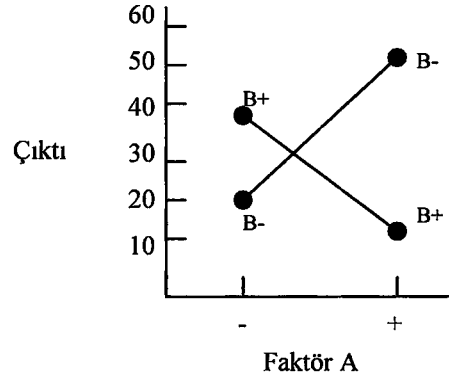


Şekil 5.2 Etkileşim olan iki-faktörlü faktöryel deney

Bu fikirler, grafiksel olarak da anlatılabilir. Şekil 5.3'te, Şekil 5.1'in çıktı verileri A faktörüne göre, B'nin her iki seviyesi için işaretlenmiştir. B^- ve B^+ doğruları neredeyse birbirine paraleldir, bu da A ve B arasında etkileşim olmadığını gösterir. Benzer şekilde Şekil 5.4'te de Şekil 5.2'nin verileri kullanılmıştır. Burada B^- ve B^+ doğruları paralel değildir. Bu durum, A ve B arasında etkileşim olduğunu gösterir. Grafikler büyük etkileşimleri açıklamada, formal yollara başvurmadan anlatmaya fırsat verir. Ancak bu yöntem veri analizinde tek teknik olarak kullanılmamalıdır çünkü yorumlama öznel olabilir ve görüntü bazan yanlış yönlendirebilir.



Şekil 5.3 Etkileşim olmayan bir faktöryel deney



Şekil 5.4 Etkileşim olan bir faktöryel deney

Genellikle, etkileşim çok olduğunda, söz konusu esas etkiler az görünür. Şekil 5.2'deki örnek için A'nın esas etkisi şöyledir:

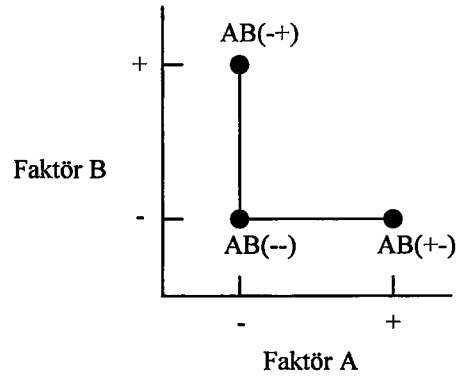
$$A = \frac{50 + 12}{2} - \frac{20 + 40}{2} = 1$$

Bu etki çok küçüktür ve buradan hemen sonuç çıkarılması durumunda A'ya bağlı bir etkinin olmadığı düşünülebilir. Ancak A'nın etkisini B'nin değişik seviyelerinde incelediğimizde, durum çok farklıdır: A faktörünün etkisi vardır, ama bu etki B'nin seviyelerine bağlıdır. Demek ki AB etkileşiminin bilgisi, esas etki bilgisinden daha faydalı olmaktadır. Önemli bir etkileşim genellikle esas etkilerin önemini perdeleyecektir. Bu durum Şekil 5.4'te açıkça görülmektedir. Önemli bir etkileşim olması durumunda, deney sahibi bir faktörün, örneğin A, esas etkisi hakkında sonuca varmak istiyorsa, A'nın seviyelerini incelerken diğer faktörlerin seviyelerini sabit tutarak inceleme yapmalıdır.

5.2 Faktöryellerin Avantajları

Faktöryellerin avantajları, bir örnekle basitçe açıklanabilir. A ve B gibi, ikişer seviyelere sahip, iki faktör ele alalım. Faktörlerin seviyelerini A^+ , A^- , B^+ , B^- gösterelim. Her iki faktör için bilgi Şekil 5.5'te görüldüğü gibi bir kerede bir faktörü değiştirerek elde edilebilir. A faktörünü değiştirmenin etkisi $A^+B^- - A^-B^-$ olarak ve B faktörünü değiştirmenin etkisi de $A^+B^+ - A^-B^+$ olarak bulunur. Deneysel hatayı azaltmak amacıyla her bir muamele kombinasyonu için ikişer tekrar yapacağımızı

düşünelim; ki bu sayede faktör etkilerini gözlemlerin ortalamalarını kullanarak tahmin edebiliriz. Böylece toplam altı adet gözlem gerekecektir.



Şekil 5.5 Bir-kerede-bir-faktör deneyi

Eğer faktöryel deney yapacak olsaydık, A^+B^+ muamele kombinasyonunu da ek olarak gözlemlememiz gerekecekti. Burada, sadece dört gözlem kullanarak, A faktörü etkisi hakkında iki tahmin yapılabilir: $A^+B^- - A^-B^-$ ve $A^+B^+ - A^-B^+$. Benzer şekilde B faktörü etkisi hakkında da iki tahmin yapılabilir. Herbir esas etkinin bu iki tahminin ortalamaları alınarak, ortalama esas etkisi saptanır, ki sonuç yukarıda açıklanan iki tekrarlı bir-kerede-bir-faktör deneyinin sonucu kadar kesindir. Üstelik sadece dört gözlem gerekmektedir, buna göre faktöryel tasarımın bir-kerede-bir-faktör deneyine göre relatif verimliliği $(6/4) = 1.5$ tur. Bu relatif verimlilik, faktör sayısı arttıkça, artacaktır. Örneğin faktör sayısı üç iken relatif verimlilik 2, beş iken 3, 6 iken 3.5 olmaktadır.

Faktörler arasında etkileşim olduğunu varsayalım. Eğer bir-kerede-bir-faktör tasarımı A^-B^+ ve A^+B^- nin A^-B^- ye göre daha iyi çıktı değerleri veriyorsa A^+B^+ nin en iyi çıktı değerini vereceği çıkarımı mantıklıdır. Ancak etkileşimin var olması durumunda bu çıkarım ciddi hatalar içerir. Örnek olarak Şekil 5.2'ye bakılabilir.

Sonuç olarak, faktöryel tasarımların pek çok avantajı bulunmakta. Bu tasarımlar, bir-kerede-bir-faktör tasarımlarından çok daha verimlidirler. Daha da fazlası, etkileşimin bulunması durumunda faktöryel tasarımlar hatalı sonuç çıkarımlarını önler. Ayrıca, faktöryel tasarımlar, bir faktörün etkisinin, diğer faktörlerin değişik seviyelerinde tahmin edilmesini sağlar.

5.3 İki-Faktörlü Faktöryel Tasarım

En basit faktöryel tasarım iki faktörden veya muameleler kümesinden oluşur. A faktörünün a adet seviyesi ve B faktörünün b adet seviyesi olsun, ve bunlar faktöryel tasarıma göre düzenlensinler; yani deneyde tüm ab muamele kombinasyonu gözlemlensin. İki-faktörlü faktöryel tasarım Tablo 5.1'deki gibi olacaktır. y_{ijk} , A faktörü i . seviyede ($i=1,2,\dots,a$) ve B faktörü j . seviyede ($j=1,2,\dots,b$) iken, k . tekrarda gözlemlenen çıktının değeridir. Deneyde herbir muamele kombinasyonu n kez tekrar edilsin. abn adet gözlemin sırası rassal olarak belirlenmiştir, böylece "tam rassal tasarım" elde edilir.

Tablo 5.1 İki-faktörlü faktöryel tasarım için genel düzenlemeler

		Faktör B			
		1	2	...	b
Faktör A	1	$y_{111}, y_{112},$... , y_{11n}	$y_{121}, y_{122},$... , y_{12n}		$y_{1b1}, y_{1b2},$... , y_{1bn}
	2	$y_{211}, y_{212},$... , y_{21n}	$y_{221}, y_{222},$... , y_{22n}		$y_{2b1}, y_{2b2},$... , y_{2bn}
	.				
	.				
	a	$y_{a11}, y_{a12},$... , y_{a1n}	$y_{a21}, y_{a22},$... , y_{a2n}		$y_{ab1}, y_{ab2},$... , y_{abn}

Gözlemler, aşağıdaki doğrusal istatistiksel model ile ifade edilebilirler:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad i = 1, 2, \dots, a \quad (5.1)$$

$$j = 1, 2, \dots, b$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

μ genel ortalamayı, τ_i satır faktörü A'nın i . seviyesinin etkisini, β_j sütun faktörü B'nin j . seviyesinin etkisini, $(\tau\beta)_{ij}$ ise τ_i ve β_j arasındaki etkileşim etkisini, ε_{ijk} da rassal hata bileşkesini ifade eder. Tüm faktörlerin sabit olduğu varsayılmakta, ve muamele etkileri genel ortalamadan sapmalar olarak tanımlanmaktadır; böylece

$\sum_{i=1}^a \tau_i = 0$ ve $\sum_{j=1}^b \beta_j = 0$ olur. Benzer şekilde etkileşim etkileri de sabittir ve

$\sum_{i=1}^a (\tau\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^b (\tau\beta)_{ij} = 0$ şeklinde gösterilirler. Deneyde n adet tekrar olduğundan

dolayı, toplam abn adet gözlem vardır.

İki-faktörlü faktöryel tasarımda, satır ve sütun faktörleri (veya muameleler), A ve B, eşit derecede önemlidir. Satır muameleleri etkilerinin eşitliği ile ilgili hipotezi sınamak isteriz:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0 \quad (5.2a)$$

$$H_1 : \text{en az bir } \tau_i \neq 0$$

Sütun muameleleri etkilerinin eşitliği ile ilgili hipotezi sınamak isteriz:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0 \quad (5.2b)$$

$$H_1 : \text{en az bir } \beta_j \neq 0$$

Diğer bir ilgi alanımız da satır ve sütun muameleleri arasında etkileşim olup olmadığı ilse ilgilidir. Bu nedenle, aşağıdaki hipotezi de sınamak isteriz:

$$H_0 : (\tau\beta)_{ij} = 0 \quad \text{bütün } i, j \text{ için} \quad (5.2c)$$

$$H_1 : \text{en az bir } (\tau\beta)_{ij} \neq 0$$

Şimdi iki-faktör varyans analizini kullanarak bu hipotezlerin nasıl sımlandığı gösterilecektir.

5.3.1 Sabit Etkiler Modelinin İstatistiksel Analizi

$y_{i..}$ A faktörünün i . seviyesi altındaki tüm gözlemlerin toplamını; $y_{.j}$ B faktörünün j . seviyesi altındaki tüm gözlemlerin toplamını; y_{ij} (ij) . hücredeki gözlemlerin toplamı; $y_{...}$ de tüm gözlemlerin genel toplamını ifade etsin. $\bar{y}_{i..}, \bar{y}_{.j}, \bar{y}_{ij}, \bar{y}_{...}$ de sırasıyla satır, sütun, hücre ve genel ortalamaları ifade etsin. Matematiksel gösterimle aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
y_{i..} &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} & \bar{y}_{i..} &= \frac{y_{i..}}{bn} & i &= 1, 2, \dots, a \\
y_{.j.} &= \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk} & \bar{y}_{.j.} &= \frac{y_{.j.}}{an} & j &= 1, 2, \dots, b \\
y_{ij.} &= \sum_{k=1}^n y_{ijk} & \bar{y}_{ij.} &= \frac{y_{ij.}}{n} \\
y_{...} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} & \bar{y}_{...} &= \frac{y_{...}}{abn}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Tüm düzeltilmiş kareler toplamı da aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 &= \dots = bn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 + an \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 \\
&\quad + n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Yukarıdaki bütün kareler toplamı denklemini incelendiğinde, satırlara veya faktör A'ya bağlı kareler toplamı (SS_A), sütunlara veya faktör B'ye bağlı kareler toplamı (SS_B), A ve B arasındaki etkileşime bağlı kareler toplamı (SS_{AB}), ve hataya bağlı kareler toplamı (SS_E) bileşkelerinden oluştuğu görülür. Denklemin sağındaki en son bileşkeden de anlaşılabacağı üzere hata kareleri toplamını elde etmek için en az iki tekrar gerekmektedir ($n \geq 2$).

Denklem 5.4'ü sembolik olarak aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E \tag{5.5}$$

Toplam $abn-1$ olan serbestlik derecesi, kareler toplamına şöyle paylaştırılır: Esas etkiler A ve B'nin sırasıyla a ve b kadar seviyesi bulunmakta; böylece serbestlik dereceleri $a-1$ ve $b-1$ 'dir. Etkileşimin serbestlik derecesi, hücrelerin serbestlik

derecesinden ($= ab-1$) iki esas etkinin serbestlik derecesinin çıkarımıdır, bu da $ab-1-(a-1)-(b-1) = (a-1)(b-1)$ dir. Herbir ab hücresi içinde; n tekrar arasında $n-1$ serbestlik derecesi bulunduğundan, hatanın serbestlik derecesi $ab(n-1)$ dir. Dikkat edilirse denklemin soluna ait serbestlik derecesi toplamı, denklemin sağına ait serbestlik derecesi toplamına eşittir. Bunlar, Tablo 5.2’de gösterilmiştir.

Tablo 5.2 2^2 tasarımıda serbestlik dereceleri

Etki	Serbestlik Derecesi
A	$a - 1$
B	$b - 1$
AB etkileşimi	$(a - 1)(b - 1)$
Hata	$ab(n - 1)$
Toplam	$abn - 1$

Herbir kareler toplamının serbestlik derecesine bölümü, **kareler ortalamasını** verir.

Kareler ortalamasının beklenen değerleri aşağıdaki gibidir:

$$E(MS_A) = E\left(\frac{SS_A}{a-1}\right) = \sigma^2 + \frac{bn \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a-1}$$

$$E(MS_B) = E\left(\frac{SS_B}{b-1}\right) = \sigma^2 + \frac{an \sum_{j=1}^b \beta_j^2}{b-1}$$

$$E(MS_{AB}) = E\left(\frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}\right) = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\tau\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$$

$$E(MS_E) = E\left(\frac{SS_E}{ab(n-1)}\right) = \sigma^2$$

Yukarıdaki kareler ortalaması denklemleri incelendiğinde şu sonuç çıkar: Eğer satır muamele etkilerinin ve sütun muamele etkilerinin, ve etkileşimin olmadığı ile ilgili sıfır hipotezi doğru ise, MS_A , MS_B , MS_{AB} ve MS_E nin hepsi σ^2 ’yi tahmin edeceklerdir. Buna karşılık, örneğin satır muamele etkileri arasında farklılıklar var ise MS_A nın değeri MS_E den büyük olacaktır. Benzer şekilde sütun muamele etkileri

ve etkileşim bulunursa, ortalama MS_E den büyük olacaktır. Bundan dolayı, her iki esas etkinin ve etkileşimlerinin önemini sınamak için, ilgili kareler ortalamasını hata kareleri ortalamasına böleriz. Bu oranın büyük değerleri, verilerin sıfır hipotezini desteklemediğini gösterir.

Denklem 5.1'deki modelin uygun olduğunu ve hataların (ε_{ijk}) sabit bir varyansla (σ^2) normal ve bağımsız olarak dağıldığını varsaydığımızda, herbir kareler ortalaması oranı (MS_A/MS_E , MS_B/MS_E , MS_{AB}/MS_E) pay değerleri sırasıyla $a-1$, $b-1$, $(a-1)(b-1)$ olmak üzere; payda değerleri de $ab(n-1)$ olmak üzere F dağılımına sahiptirler. Bu sınamaya prosedürü Tablo 5.3'de özetlenmiştir.

Tablo 5.3 İki-faktör faktöryel, sabit etkiler modeli için varyans analizi

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F_0
A muameleleri	SS_A	$a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{a - 1}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MS_E}$
B muameleleri	SS_B	$b - 1$	$MS_B = \frac{SS_B}{b - 1}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MS_E}$
Etkileşim	SS_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a - 1)(b - 1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Hata	SS_E	$ab(n - 1)$	$MS_E = \frac{SS_E}{ab(n - 1)}$	
Toplam	SS_T	$abn - 1$		

Varyans analizi, genellikle istatistik yazılım paketleri kullanılarak yapılır. Fakat denklem 5.5'teki kareler toplamı bileşenleri el ile de kolayca hesaplanabilir. Bütün kareler toplamı aşağıdaki denklemle hesaplanır:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (5.6)$$

Esas etkilerin kareler toplamı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$SS_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (5.7)$$

$$SS_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{.j}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (5.8)$$

SS_{AB} 'yi iki aşamada hesaplamak daha uygundur. Öncelikle ab hücre toplamaları arasındaki kareler toplamı hesaplanır, ki çıkan değere “alt toplam” denir:

$$SS_{Alttoplam} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (5.9)$$

Ancak bu kareler toplamı SS_A ve SS_B 'yi de içermektedir. Böylece, ikinci adım SS_{AB} 'yi hesaplamak olur:

$$SS_{AB} = SS_{Alttoplam} - SS_A - SS_B$$

SS_E de aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$SS_E = SS_T - SS_{AB} - SS_A - SS_B \quad (5.10)$$

veya

$$SS_E = SS_T - SS_{Alttoplam}$$

5.3.2 Model Uygunluğu Kontrolü

Varyans analizi sonuçlarını çıkarmadan önce modelin uygunluğu sınanmalıdır. Temel kontrol yöntemi, daha önce de belirtildiği gibi, kalıntı analizidir. İki-faktörlü faktöryel model için kalıntılar aşağıdaki gibidir:

$$e_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} \quad (5.11)$$

Model değerleri $\hat{y}_{ijk} = \bar{y}_{ij.}$ olduğuna göre (ij. hücredeki gözlemlerin ortalaması), denklem 5.11 aşağıdaki hali alır:

$$e_{ijk} = y_{ijk} - \bar{y}_{ij.} \quad (5.12)$$

Kalıntıları hesapladıktan sonra, model uygunluğunu sınamada kullanılan grafikler ve yorumlamaları, daha önceki ilgili bölümlerde anlatıldığı gibidir.

5.4 Genel Faktöryel Tasarımlar

İki-faktörlü faktöryel tasarım sonuçları; A faktörü için a adet seviye, B faktörü için b adet seviye, C faktörü için c adet seviye, ..., olacak şekilde genel faktöryel tasarım için genişletilebilir. Eğer deneyde n 'er adet tekrar varsa, $abc...n$ adet toplam gözlem bulunacaktır. Hatırlanmalıdır ki, eğer olası tüm etkileşimler modele dahil edilmişse, hataya bağlı kareler toplamını belirlemek için en az iki adet tekrar olmalıdır ($n \geq 2$).

Eğer deneydeki tüm faktörler sabit ise esas etkiler ve etkileşimler ile ilgili hipotezleri kolayca sınavabiliriz. Sabit etkiler modelinde herbir esas etki ve etkileşim için test istatistiği, ilgili kareler ortalamasının hata kareleri ortalamasına bölümüdür. Esas etkiler için serbestlik derecesi, seviye sayısının bir eksikliğidir.. Etkileşim için serbestlik derecesi, o etkileşime ait faktörlerin serbestlik derecelerinin çarpımıdır.

Örnek olarak, **üç-faktörlü varyans analizi** modelini ele alalım:

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl} \quad (5.13)$$

$$i = 1, 2, \dots, a$$

$$j = 1, 2, \dots, b$$

$$k = 1, 2, \dots, c$$

$$l = 1, 2, \dots, n$$

A, B ve C'nin sabit olduğunu varsaydığımızda, varyans analizi tablosu Tablo 5.4'teki gibidir. Esas etkiler ve etkileşimler ile ilgili F testleri, doğrudan beklenen kareler ortalaması üzerinden yapılır.

Tablo 5.4 Üç-faktör sabit etkiler modeli için varyans analizi

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	Beklenen Kare Ortalaması	F_0
A	SS_A	$a-1$	MS_A	$\sigma^2 + \frac{bcn \sum \tau_i^2}{a-1}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MS_E}$
B	SS_B	$b-1$	MS_B	$\sigma^2 + \frac{acn \sum \beta_j^2}{b-1}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MS_E}$
C	SS_C	$c-1$	MS_C	$\sigma^2 + \frac{abn \sum \gamma_k^2}{c-1}$	$F_0 = \frac{MS_C}{MS_E}$
AB	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	MS_{AB}	$\sigma^2 + \frac{cn \sum \sum (\tau\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
AC	SS_{AC}	$(a-1)(c-1)$	MS_{AC}	$\sigma^2 + \frac{bn \sum \sum (\tau\gamma)_{ik}^2}{(a-1)(c-1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AC}}{MS_E}$
BC	SS_{BC}	$(b-1)(c-1)$	MS_{BC}	$\sigma^2 + \frac{an \sum \sum (\beta\gamma)_{jk}^2}{(b-1)(c-1)}$	$F_0 = \frac{MS_{BC}}{MS_E}$
ABC	SS_{ABC}	$(a-1)(b-1)(c-1)$	MS_{ABC}	$\sigma^2 + \frac{n \sum \sum \sum (\tau\beta\gamma)_{ijk}^2}{(a-1)(b-1)(c-1)}$	$F_0 = \frac{MS_{ABC}}{MS_E}$
Hata	SS_E	$abc(n-1)$	MS_E	σ^2	
Toplam	SS_T	$abcn-1$			

Varyans analizi ile ilgili hesaplamalar genellikle istatistik yazılım paketi kullanılarak yapılır. Ancak, Tablo 5.4'teki kareler toplamı formülleri el ile kolayca hesaplanabilir. Bütün kareler toplamı aşağıdaki gibidir:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n y_{ijkl}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{abcn} \quad (5.14)$$

Esas etkilerin kareler toplamı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$SS_A = \frac{1}{bcn} \sum_{i=1}^a y_{i\dots}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{abcn} \quad (5.15)$$

$$SS_B = \frac{1}{acn} \sum_{j=1}^b y_{j..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abcn} \quad (5.16)$$

$$SS_C = \frac{1}{abn} \sum_{k=1}^c y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{abcn} \quad (5.17)$$

İki-faktör etkileşimlerinin kareler toplamını hesaplamak için, A×B, A×C ve B×C hücrelerinin toplamı gereklidir.

$$\begin{aligned} SS_{AB} &= \frac{1}{cn} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abcn} - SS_A - SS_B \\ &= SS_{Alttoplam(AB)} - SS_A - SS_B \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} SS_{AC} &= \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c y_{i.k.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abcn} - SS_A - SS_C \\ &= SS_{Alttoplam(AC)} - SS_A - SS_C \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} SS_{BC} &= \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c y_{.jk.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abcn} - SS_B - SS_C \\ &= SS_{Alttoplam(BC)} - SS_B - SS_C \end{aligned} \quad (5.20)$$

Üç-faktör etkileşimi de şöyle hesaplanır:

$$\begin{aligned} SS_{ABC} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c y_{ijk.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abcn} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{AB} - SS_{AC} - SS_{BC} \\ &= SS_{Alttoplam(ABC)} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{AB} - SS_{AC} - SS_{BC} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Hata kareleri toplamı, bütün kareler toplamından herbir esas etki ve etkileşimlerin kareler toplamının çıkarılması ile bulunur:

$$SS_E = SS_T - SS_{Alttoplam(ABC)} \quad (5.22)$$

5.5 Faktöryel Tasarımlarda Bloklama

Faktöryel tasarımlar, bu ana kadar, tam rassal deneyler çerçevesi içinde incelendi. Ancak bazı durumlarda, faktöryelin tüm denemelerini tam rassal yürütmek mümkün veya pratik olmayabilir. Örneğin, nüans bir faktörün varlığı, deneyin bloklar içinde yürütülmesini gerektirebilir. Bloklama ilgili temel kavramlar ve prensipler, Bölüm 4'te incelenmişti. Bu bölümde de bloklamanın faktöryel ile nasıl kullanıldığı gösterilecektir.

A ve B gibi iki faktörden ve n tekrardan oluşan bir faktöryel deney göz önüne alalım. Bu tasarımın doğrusal istatistik modeli şöyledir:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{array} \quad (5.23)$$

τ_i , β_j ve $(\tau\beta)_{ij}$ sırasıyla A, B faktörleri etkisini ve AB etkileşimini ifade eder. Bu deneyi yürütmek için belli bir hammaddenin gerektiğini varsayalım. Bu hammadde ancak partiler halinde bulunsun ve bir parti, deneyin tüm abn muamele kombinasyonlarını gözlemleyecek kadar büyük olmasın. Ancak, bir parti, ab gözlemi için yeterli malzeme içeriyorsa herbir n tekrarı farklı bir partideki hammadde ile yürütecek şekilde alternatif bir tasarım oluşturulabilir. Böylece, hammadde partileri bir rassallık kısıtlaması veya **blok** oluşturur; ve tek tekrarlı tam faktöryel tasarım, herbir blok içerisinde yürütülür. Bu yeni tasarım için model şöyledir:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \delta_k + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{array} \quad (5.24)$$

δ_k , k. blok etkisidir. Elbette, herbir blok içerisindeki muamele kombinasyonları tamamen rassal olarak yürütülür.

Model (denklem 5.24), bloklar ve muameleler arasındaki etkileşimin ihmal edilebilir derecede önemsiz varsayar. Bu varsayım, önceki rassal blok tasarım analizlerinde de yapılmıştı. Eğer bu etkileşimler mevcutsa, bunlar hata bileşeninden ayrılamazlar.

Aslında, bu modeldeki hata terimi $(\tau\delta)_{ik}$, $(\beta\delta)_{jk}$ ve $(\tau\beta\delta)_{ijk}$ etkileşimlerinden oluşur. Varyans analiz Tablo 5.5'te özetlenmiştir. Tablo, faktöryel tasarımı çağrıştırır; burada hata kareleri toplamı, bloklar kareleri toplamı kadar daha azdır. Bloklar kareleri toplamı, n blok toplamı $(y_{..k})$ arasındaki kareler toplamıdır.

Tablo 5.5 Rassal tam blok içinde iki-faktör faktöryelin varyans analizi

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Beklenen Kare Ortalaması	F_0
Bloklar	$\frac{1}{ab} \sum_k y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$n-1$	$\sigma^2 + ab\sigma_\delta^2$	
A	$\frac{1}{bn} \sum_i y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$a-1$	$\sigma^2 + \frac{bn \sum \tau_i^2}{a-1}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$
B	$\frac{1}{an} \sum_j y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$b-1$	$\sigma^2 + \frac{an \sum \beta_j^2}{b-1}$	$\frac{MS_B}{MS_E}$
AB	$\frac{1}{n} \sum_i \sum_j y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B$	$(a-1)(b-1)$	$\sigma^2 + \frac{n \sum \sum (\tau\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$	$\frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Hata	<i>Çıkarma</i>	$(ab-1)(n-1)$	σ^2	
Toplam	$\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$abn-1$		

6. 2^k FAKTÖRYEL DİZAYNLAR

6.1 Giriş

Faktöryel tasarımlar, değişik faktörlerin bulunduğu ve bu faktörlerin etkileşimlerini incelemeye sıkça kullanılan deneylerdir. Bölüm 5’te faktöryel tasarımların analizinde kullanılan genel metotlar verilmişti. Bunun yanında, genel faktöryel tasarımların spesifik özel durumlarda kullanılanları da bulunmaktadır.

Bu özel durumlardan en önemlisi, sadece ikişer seviyeye sahip olan k faktörün incelenenidir. Bu seviyeler nicel olabilir; sıcaklık, basınç veya zamanın iki değeri gibi. Seviyeler, nitel de olabilir; iki makine, iki işçi, bir faktörün “üst” ve “alt” seviyesi, ya da bir faktörün bulunması ya da bulunmaması gibi. Böyle bir tasarımın tüm kombinasyonlarının denenmesi için $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$ adet gözlem gerekmektedir ve böyle bir tasarıma da **2^k faktöryel tasarım** denir.

Bu bölümde, bu spesifik tasarım üzerinde durulacaktır. Bu bölüm boyunca şu varsayımlar yapılacaktır:

1. Faktörler sabittir.
2. Tasarım, tam rassaldır.
3. Normallik varsayımı gerçekleşmiştir.

2^k tasarımı, özellikle faktör seviyesinin çok olduğu deneysel çalışmanın ilk safhalarında kullanılır. k faktör için tam bir faktöryel tasarım, en az deneme sayısını gerektirir. Bu nedenle, bu tasarımlar özellikle **faktör izleme deneylerinde** kullanılır.

Herbir faktörün ikişer seviyesi bulunduğundan dolayı, çıktının seçilen faktörlerin aralığı üzerinde doğrusal olduğu varsayılır. Birçok faktör izleme deneyinde, bir proses veya sistem ilk incelenmeye başlanıldığında, bu varsayım makul bir varsayımdır.

6.2 2² Tasarımı

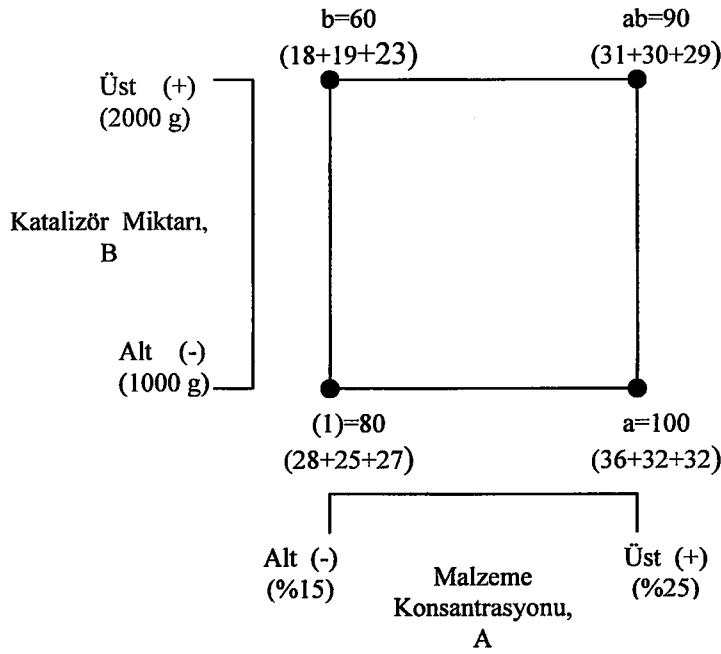
2^k serisinde incelenecek ilk tasarım, A ve B gibi, ikişer seviyeye sahip iki faktörün bulunduğu tasarımlardır. Bu tasarımlara 2² faktöryel tasarım denir. Faktörlerin seviyeleri keyfi olarak “alt” ve “üst” diye nitelendirilebilir. Örnek olarak, kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde reaksiyona giren malzeme konsantrasyonu ve katalizör miktarının etkilerini araştırmak üzere bir deney tasarlayalım (Montgomery, 1996). Reaksiyona giren malzeme konsantrasyonu, A faktörü olsun, ve ilgilenilen iki seviyesi %15 ve %25 olsun. Katalizör faktörü de B olsun; ve üst seviye katalizörün 1000 gram kullanımını, alt seviyede 2000 gram kullanımını ifade etsin. Deney üç kere tekrar edilsin, ve veriler Tablo 6.1’deki gibi olsun:

Tablo 6.1 Örnek deney verileri

Faktör		Muamele Kombinasyonları	Tekrar			Toplam
A	B		I	II	III	
-	-	A alt, B alt	28	25	27	80
+	-	A üst, B alt	36	32	32	100
-	+	A alt, B üst	18	19	23	60
+	+	A üst, B üst	31	30	29	90

Bu tasarımın muamele kombinasyonları, Şekil 6.1’deki gibidir. Bir faktörün etkisi, büyük harfle ifade edilmiştir. “A”, A faktörünün etkisine; “B”, B faktörünün etkisine; “AB”, AB etkileşimine denk gelir. 2² tasarımda A ve B’nin alt ve üst seviyeleri, A ve B ekseninde, sırasıyla “-“ ve “+” ile gösterilmiştir. A eksenindeki - konsantrasyonun alt seviyesini (%15); + ise üst seviyesini (%25) gösterir. B eksenindeki - katalizörün alt seviyesini; + ise üst seviyesini gösterir.

Tasarımdaki dört muamele kombinasyonu, Şekil 6.1’de küçük harflerle ifade edilmiştir. Muamele kombinasyonunda üst seviyesi ile bulunan faktör, ilgili küçük harfle; alt seviyesi ile bulunan faktör ise ilgili harfin bulunmaması ile ifade edilir. Böylece *a*, A faktörünün üst seviyede olduğunu ve B faktörünün alt seviyede olduğunu ifade eder. Benzer şekilde *b*, B faktörünün üst seviyede olduğunu ve A faktörünün alt seviyede olduğunu ifade eder. *ab* de her iki faktörün de üst seviyede olduğunu ifade eder. (1) ise her iki faktörün de alt seviyede olduğunu gösterir. Bu notasyonlar, 2^k tasarımlarında hep kullanılır.



Şekil 6.1 2^2 tasarımında muamele kombinasyonları

A'nın, B alt seviyedeyken etkisi $[a-(1)]/n$ dir; A'nın, B üst seviyedeyken etkisi ise $[ab-b]/n$ dir. Bu değerlerin ortalaması, A'nın esas etkisini verir:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2n} \{ [ab - b] + [a - (1)] \} \\
 &= \frac{1}{2n} [ab + a - b - (1)]
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

B'nin, A alt seviyedeyken etkisi $[b-(1)]/n$ dir; B'nin, A üst seviyedeyken etkisi ise $[ab-a]/n$ dir. Bu değerlerin ortalaması, B'nin esas etkisini verir:

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{2n} \{ [ab - a] + [b - (1)] \} \\
 &= \frac{1}{2n} [ab + b - a - (1)]
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

AB etkileşim etkisi ise A'nın, B üst seviyedeyken etkisi ile B alt seviyedeyken etkisi arasındaki farkın ortalamasıdır:

$$\begin{aligned}
AB &= \frac{1}{2n} \{ [ab - b] - [a - (1)] \} \\
&= \frac{1}{2n} [ab + (1) - a - b]
\end{aligned} \tag{6.3}$$

Alternatif olarak AB etkileşim etkisi B'nin, A üst seviyedeyken etkisi ile A alt seviyedeyken etkisi arasındaki farkın ortalamasıdır. Bu da denklem 6.3'teki sonuçla aynıdır.

A, B ve AB etkileri ile ilgili yukarıdaki formüller için başka bir yöntem de sunulabilir. A'nın etkisi, Şekil 6.1'deki karenin sağ tarafındaki iki muamele kombinasyonunun ortalama çıktısı ile (bu ortalama $\bar{y}_{A^+}$ ile gösterilir, A'nın üst seviyelerindeki çıktıların ortalamasıdır), sol tarafındaki iki muamele kombinasyonunun ortalama çıktısı ($\bar{y}_{A^-}$) arasındaki farktır:

$$\begin{aligned}
A &= \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} \\
&= \frac{ab + a}{2n} - \frac{b + (1)}{2n} \\
&= \frac{1}{2n} [ab + a - b - (1)]
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Bu sonuç, Denklem 6.1'deki sonucun aynısıdır. Benzer şekilde B'nin etkisi, karenin üstündeki iki muamele kombinasyonunun ortalama çıktısı ile ($\bar{y}_{B^+}$), A'nın üst seviyelerindeki çıktıların ortalamasıdır), sol tarafındaki iki muamele kombinasyonunun ortalama çıktısı ($\bar{y}_{B^-}$) arasındaki farktır:

$$\begin{aligned}
B &= \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} \\
&= \frac{ab + b}{2n} - \frac{a + (1)}{2n} \\
&= \frac{1}{2n} [ab + b - a - (1)]
\end{aligned} \tag{6.5}$$

AB etkileşimi ise, karenin sağdan-sola köşegeni üzerinde bulunan muamele kombinasyonlarına ait çıktıların ortalaması ile [ab ve (1)], soldan-sağa köşegeni üzerinde bulunan muamele kombinasyonlarına ait çıktıların ortalaması (a ve b) arasındaki farktır. Çıkan sonuç, Denklem 6.3'teki ile aynıdır:

$$\begin{aligned}
 AB &= \frac{ab + (1)}{2n} - \frac{a + b}{2n} \\
 &= \frac{1}{2n} [ab + (1) - a - b]
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Şekil 6.1'deki örneği göz önüne aldığımızda, yukarıdaki denklemleri kullanarak ortalama etkileri tahmin edebiliriz:

$$A = \frac{1}{2(3)} (90 + 100 - 60 - 80) = 8.33$$

$$B = \frac{1}{2(3)} (90 + 60 - 100 - 80) = -5.00$$

$$AB = \frac{1}{2(3)} (90 + 80 - 100 - 60) = 1.67$$

A'nın etkisi pozitif; bu demek oluyor ki A'yı alt seviyeden (%15) üst seviyeye çıkarmak (%25), çıktı değerini artıracaktır. B'nin etkisi ise negatif; prosese eklenen katalizör miktarını artırmak, çıktı değerini azaltacaktır. Etkileşim etkisi, diğer iki esas etkiye göre önemsiz kalmaktadır.

2^k tasarım içeren pekçok deneyde, hangi değişkenlerin ne derece önemli olduğunu belirlemek amacıyla faktörlerin etkilerinin şiddetlerini ve yönlerini incelemek durumundayız. Bu amaçla, varyans analizi kullanılır. 2^k tasarımlarını kurma ve analiz etmede değişik istatistik yazılım paketleri mevcut durumda. El ile hesaplamalar için de zaman kazandırıcı metotlar bulunmakta.

A, B ve AB için kareler toplamını ele alalım. Denklem 6.1'de A'yı tahmin ederken **kontrast** kullanılmıştır:

$$\text{Kontrast}_A = ab + a - b - (1) \tag{6.7}$$

Bu kontrasta A'nın toplam etkisi denir. Denklem 6.2 ve 6.3 de incelendiğinde, B ve AB tahminler için de kontrastların kullanıldığı görülür. Kareler toplamını, kontrastlar yardımıyla aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$SS_A = \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{4n} \quad (6.8)$$

$$SS_B = \frac{[ab + b - a - (1)]^2}{4n} \quad (6.9)$$

$$SS_{AB} = \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{4n} \quad (6.10)$$

Şekil 6.1'deki deney göz önüne alındığında, Denklem 6.8, 6.9 ve 6.10'u kullanarak aşağıdaki kareler toplamına ulaşılır:

$$SS_A = \frac{(50)^2}{4(3)} = 208.33$$

$$SS_B = \frac{(-30)^2}{4(3)} = 75.00$$

$$SS_{AB} = \frac{(10)^2}{4(3)} = 8.33$$

Tüm kareler toplamı da daha önceki bölümlerde hesaplandığı gibi bulunur:

$$SS_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{4n} \quad (6.11)$$

SS_T 'nin serbestlik derecesi $4n - 1$ dir. Hata kareleri toplamının serbestlik derecesi $4(n - 1)$ dir ve şöyle hesaplanır:

$$SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} \quad (6.12)$$

Şekil 6.1'deki örnek için SS_T ve SS_E hesaplamaları şöyledir:

$$SS_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^3 y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{4(3)} = 9398.00 - 9075.00 = 323.00$$

$$SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} = 323.00 - 208.33 - 75.00 - 8.33 = 31.34$$

Bu örnek için varyans analizinin tümü Tablo 6.2'de gösterilmiştir. Deneylerde α değeri genellikle 0.05 olarak alınır. Elbette ki α değeri küçüldükçe deneyin hassasiyeti ve güvenilirliği artar. Ancak gerek mali açıdan gerekse pratik hayatta α 'yı sıfıra çok yakın almak mümkün olamamakta. p-değerlerine dayanarak, esas etkilerin istatistiksel açıdan önemli olduğu, ve faktörler arasında etkileşim olmadığı sonucu çıkarılır. Çünkü $\alpha \geq p$ iken sıfır hipotezi reddedilir.

Tablo 6.2 Şekil 6.1'deki deney için varyans analizi

Varyans Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F ₀	p-Değeri
A	208.33	1	208.33	53.15	0.0001
B	75.00	1	75.00	19.13	0.0024
AB	8.33	1	8.33	2.13	0.1826
Hata	31.34	8	3.92		
Toplam	323.00	11			

Dikkat edilirse, kontrast katsayıları ya “+1” ya da “-1” dir. Tablo 6.3'deki + ve – işaretler, herbir muamele kombinasyonu için uygun işaretleri belirler. Tablodaki sütun başlıkları, A ve B esas etkileri ile AB etkileşim etkisidir. Ayrıca sütunlarda, tüm deneyin toplamını veya ortalamasını ifade eden (I) bulunmaktadır. I'ya denk gelen sütunda sadece + işaretleri bulunur. Satırlar, muamele kombinasyonlarını ifade eder. Herhangi bir etkiyi tahmin etmede kullanacağımız kontrastı bulmak için, tablodaki ilgili kolonun işaretleri ile denk gelen muamele kombinasyonunu çarpıp ekleriz. Örneğin, A'yı tahmin etmek için kontrastımız, -(1)+a-b+ab dir, ki bu da denklem 6.1'deki ile aynıdır. Ayrıca dikkat edilirse, etkileşim etkisini tahmin etmek için kullanılan kontrast katsayıları, iki esas etkinin ilgili katsayılarının çarpımlarıdır. AB kolonunun katsayıları, A ve B kolonunun ilgili katsayılarının çarpımına eşittir.

Tablo 6.3 2^2 Tasarımda Etkileri Hesaplamak için cebirsel işaretler

Muamele Kombinasyonları	Faktöryel Etkiler			
	I	A	B	AB
(1)	+	-	-	+
a	+	+	-	-
b	+	-	+	-
ab	+	+	+	+

Regresyon Modeli : 2^k faktöryel tasarımda, deney sonuçlarını regresyon modeli ile ifade etmek oldukça kolaydır. Elde edilen verileri analiz ettikten sonra, y çıktısını regresyon analizi ile ifade ederek, herhangi bir faktör kombinasyonunda y'nin alacağı tahmini değeri bulabiliriz. Örneğin kesişme olmayan bir 2^2 faktöryel tasarımı için regresyon modeli şöyledir:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon$$

Kesişme olması durumunda model şu hali alır:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon$$

Şekil 7.1 deneyi için regresyon modeli şöyledir:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon$$

x_1 , reaksiyona giren malzeme konsantrasyonunu ifade eden kodlu değişkendir. x_2 , katalizör miktarını ifade eden kodlu değişkendir. β 'ler ise regresyon katsayılarıdır. Doğal değişkenler (malzeme konsantrasyonu ve katalizör miktarı) ile, kodlu değişkenler arasındaki ilişki şöyledir:

$$x_1 = \frac{Konsant - (Konsant_{alt} + Konsant_{üst})/2}{(Konsant_{üst} - Konsant_{alt})/2}$$

$$x_2 = \frac{Katalizör - (Katalizör_{alt} + Katalizör_{üst})/2}{(Katalizör_{üst} - Katalizör_{alt})/2}$$

Doğal değişkenler sadece ikişer seviyeye sahip olduklarından, kodlama yöntemi, kodlu değişkenler için ± 1 notasyonla bağlantılı sonuçlar çıkaracaktır. Bunu örneğimiz ile daha anlaşılır kılmak mümkün:

$$x_1 = \frac{Konsant - (15 + 25)/2}{(25 - 15)/2} = \frac{Konsant - 20}{5}$$

Böylece, eğer konsantrasyon üst seviyede ise ($Konsant = \%25$), $x_1 = +1$ olur; eğer konsantrasyon alt seviyede ise ($Konsant = \%15$), $x_1 = -1$ olur.

$$x_2 = \frac{Katalizör - (1 + 2)/2}{(2 - 1)/2} = \frac{Katalizör - 1.5}{0.5}$$

Eğer katalizör üst seviyede ise ($Katalizör = 2000$ g), $x_2 = +1$ olur; eğer katalizör alt seviyede ise ($Katalizör = 1000$ g), $x_2 = -1$ olur.

Bulunan yudurulmuş regresyon modeli şöyledir:

$$\hat{y} = 27.5 + \left(\frac{8.33}{2}\right)x_1 + \left(\frac{-5.00}{2}\right)x_2$$

Regresyon katsayılarından 27.5 değeri, tüm 12 gözlemin genel ortalamasıdır. $\hat{\beta}_1$ ve $\hat{\beta}_2$ katsayıları ise, ilgili faktör etkisi tahmininin yarısı kadardır. Bunun nedeni şöyle açıklanabilir: Regresyon katsayısı, x üzerindeki bir birimlik değişimin y üzerindeki etkisini ölçer ve bu etki tahmini iki-birimlik bir değişime (-1'den +1'e) bağlıdır.

Kalıntılar ve Model Uygunluğu : Regresyon modeli, y'nin, tasarımın dört noktası için, tahmini değerlerini belirlemede kullanılır. Kalıntılar, gözlemlenen ve tahmin edilen y değerleri arasındaki farktır. Örneğin, malzeme konsantrasyonu alt seviyede (yken ($x_1 = -1$) ve katalizör alt seviyede (yken ($x_2 = -1$), y'nin tahmini değeri;

$$\hat{y} = 27.5 + \left(\frac{8.33}{2}\right)(-1) + \left(\frac{-5.00}{2}\right)(-1) = 25.835$$

Bu muamele kombinasyonuna ait üç gözlem yapılmıştır. Buna göre kalıntılar;

$$e_1 = 28 - 25.835 = 2.165$$

$$e_2 = 25 - 25.835 = -0.835$$

$$e_3 = 27 - 25.835 = 1.165$$

Diğer tahmin y değerleri ve kalıntılar benzer şekilde hesaplanır. Malzeme konsantrasyonu üst seviyede, katalizör alt seviyede iken;

$$\hat{y} = 27.5 + \left(\frac{8.33}{2}\right)(+1) + \left(\frac{-5.00}{2}\right)(-1) = 34.165$$

$$e_4 = 36 - 34.165 = 1.835$$

$$e_5 = 32 - 34.165 = -2.165$$

$$e_6 = 32 - 34.165 = -2.165$$

Malzeme konsantrasyonu alt seviyede, katalizör üst seviyede iken;

$$\hat{y} = 27.5 + \left(\frac{8.33}{2}\right)(-1) + \left(\frac{-5.00}{2}\right)(+1) = 20.835$$

$$e_7 = 18 - 20.835 = -2.835$$

$$e_8 = 19 - 20.835 = -1.835$$

$$e_9 = 23 - 20.835 = 2.165$$

Her iki faktör üst seviyede iken;

$$\hat{y} = 27.5 + \left(\frac{8.33}{2}\right)(+1) + \left(\frac{-5.00}{2}\right)(+1) = 29.165$$

$$e_{10} = 31 - 29.165 = 1.835$$

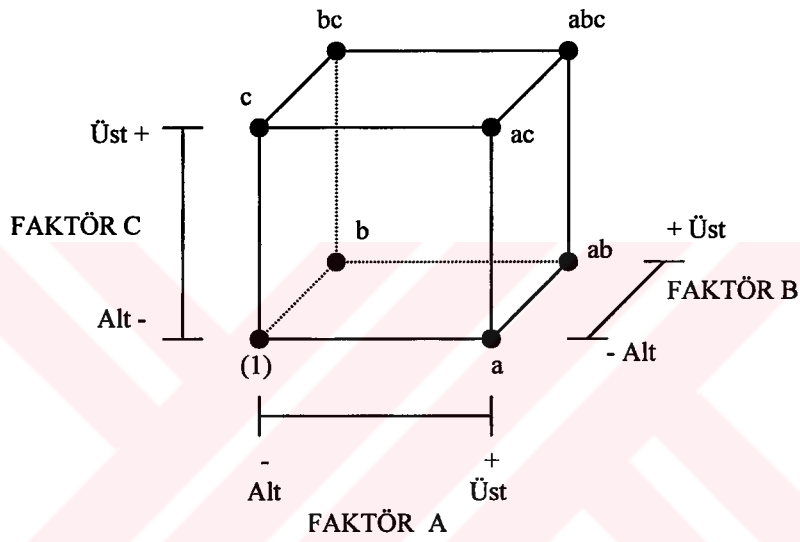
$$e_{11} = 30 - 29.165 = 0.835$$

$$e_{12} = 29 - 29.165 = -0.165$$

Bulunan kalıntılar kullanılarak normal olasılık diyagramı ve tahmini çıktı değerlerine göre karşılaştırmalı diyagramı çizildiğinde elde edilen sonuçlar göstermektedir ki, bu model uygundur.

6.3 2^3 Tasarımı

Her biri ikişer seviyeye sahip A, B, C gibi ilgilenilen üç faktör olduğu varsayılın. Bu tasarıma 2^3 faktöryel tasarım denir ve sekiz muamele kombinasyonu geometrik olarak Şekil 6.2’de görüldüğü gibi bir kübün köşeleri olarak ifade edilebilir. “+ ve –” işaretleri, faktörlerin üst ve alt seviyelerini göstermektedir. Bölüm 6.2’de kullanılan notasyonlar genişletilerek, muamele kombinasyonları standart sıralarıyla (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc olarak belirtilir. Hatırlanırsa, bu semboller tasarımda kullanılan tüm gözlemleri ifade etmektedir.



Şekil 6.2 2^3 faktöryel tasarım için geometrik gösterim

2^k tasarımda çoğunlukla kullanılan üç değişik notasyon türü vardır. Bunlardan ilki, + ve – notasyonudur ki buna geometrik notasyon denir. İkincisi, muamele kombinasyonlarını belirtmek amacıyla küçük harflerle yazılan etiketlerdir. Sonuncusu da üst ve alt seviyeyi göstermek amacıyla kullanılan 1 ve 0 notasyonudur. Bu üç farklı notasyon, 2^3 tasarımı için aşağıdaki Tablo 6.4’te görülmektedir:

Tablo 6.4 2^3 Faktöryel tasarım için kullanılan notasyonlar

Deneme	A	B	C	Etiket	A	B	C
1	-	-	-	(1)	0	0	0
2	+	-	-	a	1	0	0
3	-	+	-	b	0	1	0
4	+	+	-	ab	1	1	0
5	-	-	+	c	0	0	1
6	+	-	+	ac	1	0	1
7	-	+	+	bc	0	1	1
8	+	+	+	abc	1	1	1

2^3 tasarımda sekiz muamele kombinasyonu arasında serbestlik derecesi yedidir. Üç serbestlik derecesini, esas etkiler A, B ve C paylaşmışlardır. Dört serbestlik derecesinden her biri de AB, AC, BC ve ABC etkileşimlerine dağılmışlardır.

Esas etkileri tahmin etme işlemi ele alalım. Önce, A esas etkisini tahmin edelim. B ve C alt seviyedeyken A'nın esas etkisi $[a-(1)]/n$ olur. Benzer şekilde B üst, C alt seviyedeyken A'nın esas etkisi $[ab-b]/n$ olur. B alt seviyede, C üst seviyedeyken A'nın esas etkisi $[ac-c]/n$ olur. Son olarak B ve C üst seviyedeyken A'nın esas etkisi $[abc-bc]/n$ olur. Böylece A'nın ortalama etkisi, dördünün ortalamasıdır:

$$A = \frac{1}{4n} [a - (1) + ab - b + ac - c + abc - bc] \quad (6.13)$$

Bu denklem A'nın üst seviyede olduğu kübün sağ yüzeyindeki dört muamele kombinasyonu ile A'nın alt seviyede olduğu sol yüzeyindeki dört muamele kombinasyonu için kontrast oluşturarak da elde edilebilir. Bu da A'nın üst seviyede olduğu dört muamele kombinasyonunun ortalaması ile A'nın alt seviyede olduğu dört muamele kombinasyonunun ortalaması arasındaki farktır:

$$\begin{aligned} A &= \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} \\ &= \frac{a + ab + ac + abc}{4n} - \frac{(1) + b + c + bc}{4n} \\ &= \frac{1}{4n} [a + ab + ac + abc - (1) - b - c - bc] \end{aligned}$$

Benzer şekilde B'nin etkisi; B'nin üst seviyede olduğu (kübün arka yüzü) dört muamele kombinasyonunun ortalaması ile B'nin alt seviyede olduğu (kübün ön yüzü) dört muamele kombinasyonunun ortalaması arasındaki farktır:

$$\begin{aligned} B &= \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} \\ &= \frac{1}{4n} [b + ab + bc - (1) - a - c - ac] \end{aligned} \quad (6.14)$$

C'nin etkisi; C'nin üst seviyede olduğu (kübün üst yüzü) dört muamele kombinasyonunun ortalaması ile C'nin alt seviyede olduğu (kübün alt yüzü) dört muamele kombinasyonunun ortalaması arasındaki farktır:

$$\begin{aligned} C &= \bar{y}_{C^+} - \bar{y}_{C^-} \\ &= \frac{1}{4n} [c + ac + bc + c - (1) - a - b - ab] \end{aligned} \quad (6.15)$$

İki-faktör etkileşim etkileri de şöyle hesaplanır: AB etkileşiminin değeri, B'nin iki seviyesi için A'nın ortalama etkileri arasındaki farkın yarısıdır. Sembolik olarak gösterimi şöyledir:

<u>B</u>	<u>Ortalama A etkisi</u>
Üst (+)	$\frac{[abc - bc + (ab - b)]}{2n}$
Alt (-)	$\frac{\{(ac - c) + [a - (1)]\}}{2n}$
Fark	$\frac{[abc - bc + ab - b - ac + c - a + (1)]}{2n}$

AB etkileşimi, bu farkın yarısıdır:

$$AB = \frac{[abc - bc + ab - b - ac + c - a + (1)]}{4n} \quad (6.16)$$

Denklem 6.16 şu şekilde yazılabilir:

$$AB = \frac{abc + ab + c + (1)}{4n} - \frac{bc + b + ac + a}{4n}$$

Aynı yaklaşımla, AC ve BC etkileşimleri şöyle bulunur:

$$AC = \frac{1}{4n}[(1) - a + b - ab - c + ac - bc + abc] \quad (6.17)$$

$$BC = \frac{1}{4n}[(1) + a - b - ab - c - ac + bc + abc] \quad (6.18)$$

ABC etkileşimi, C'nin iki farklı seviyesi için AB etkileşimi arasındaki farkın ortalamasıdır:

$$\begin{aligned} ABC &= \frac{1}{4n} \{ [abc - bc] - [ac - c] - [ab - b] + [a - (1)] \} \\ &= \frac{1}{4n} [abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)] \end{aligned} \quad (6.19)$$

Denklem 6.13'ten 6.19'a kadar parantez içinde görülen değerler kontrastlardır. Kontrastlar için Tablo 6.5'teki gibi artı ve eksi işaretleri oluşturulabilir. Esas etkiler için işaret oluştururken üst seviyeler için artı, alt seviyeler için de eksi verilir. Esas etkiler için işaretler belirlendikten sonra, artı kalan sütunlar için işaretler, ilgili diğer sütunların işaretlerinin satır satır çarpılması ile oluşan işaretlerdir.

Tablo 6.5 2^3 Tasarımda etkileri hesaplamak için cebirsel işaretler

Muamele Kombinasyonları	Faktöryel Etkiler							
	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
(1)	+	-	-	+	-	+	+	-
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	+	+	-	-	-	-
c	+	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	+	-	-	+	+	-	-
bc	+	-	+	-	+	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

Tablo 6.5'in ilginç özellikleri vardır: (1) I sütunu dışındaki tüm sütunlarda eşit sayıda artı ve eksi işareti vardır. (2) Herhangi iki sütunun işaretlerinin çarpımının toplamı sıfırdır. (3) I sütununun herhangi bir diğer sütunla çarpımı, o sütunu değiştirmeden bırakır. I, bu nedenle etkisiz elemandır. (4) Herhangi iki sütunun çarpımı, yine o

tabloda bulunan bir sütuna eşit olur. Örneğin $A \times B = AB$, ve $AB \times B = AB^2 = A$ dır. Görülmektedir ki çarpımların üssü, mod 2'ye göre durum almaktadır.

Etkiler için kareler toplamı hesabı, herbir etkinin serbestlik derecesi bir olduğundan dolayı, oldukça kolaydır. n tekrarlı 2^3 tasarımı için, herhangi bir etki için kareler toplamı aşağıdaki gibidir:

$$SS = \frac{(Kontrast)^2}{8n} \quad (6.20)$$

6.4 Genel 2^k Tasarımı

Bu ana kadar verilen analiz metotları, 2^k faktöryel tasarım için (her biri ikişer seviyeli k faktör) genelleştirilebilir. 2^k tasarım için istatistiksel model k esas etki, $\binom{k}{2}$ iki-faktör etkileşimi, $\binom{k}{3}$ üç-faktör etkileşimi, . . . , ve bir k-faktör etkileşimi içerecektir. Böylece 2^k tasarımın tam modeli, $2^k - 1$ etki içerecektir. Önceden belirtilen muamele kombinasyonu notasyonları burada da kullanılacaktır. Örneğin 2^5 tasarımı için abd ; A, B ve D faktörlerinin üst seviyede olduğu, C ve E faktörlerinin ise alt seviyede olduğu muamele kombinasyonunu ifade eder. Muamele kombinasyonları, standart sırada yazılabilir: faktörler belirlendikten sonra, her yeni yazılan faktör, kendinden önce yazılmış olanlarla sırasıyla çarpılarak listeye eklenir. Örneğin 2^4 tasarımı için standart sıra (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc, d, ad, bd, abd, cd, acd, bcd ve abcd'dir.

2^k tasarımının istatistiksel analizi için genel yaklaşımı Tablo 6.6'te verilmiştir (Hinkelmann ve Kempthorne, 1994). Daha önceden de ifade edildiği gibi, bu analiz prosesinde çoğunlukla yazılım paketleri rol alır.

Tablo 6.6 2^k Tasarımı için analiz prosedürü

1. Faktör etkilerini tahmin et.
2. Başlangıç olarak ilk modeli oluştur.
3. İstatistiksel sınamaları uygula.
4. Modeli arındır.
5. Kalıntıları analiz et.
6. Sonuçları yorumla.

Tablo 6.6'daki adımlar, şu ana kadar çalışma esnasında uygulandı. İlk adım, faktör etkilerini tahmin etmek ve işaretleri ile şiddetlerini incelemektir. Bu adım, hangi faktörlerin ve etkileşimlerin önemli olabileceği ve çıktıyı iyileştirmek amacıyla bu faktörlerin hangi yönde ayarlanması gerektiği konusunda, deney sahibine ilk bilgileri verir. Deney için başlangıç modeli oluşturmada, genellikle tam model seçilir; tüm esas etkiler ve etkileşimler modele katılır. Adım 3'te, esas etki ve etkileşimlerin önemliliğini formal olarak sınamak amacıyla varyans analizi kullanılır. Tablo 6.7, 2^k faktöryel tasarım için varyans analizinin genel şeklini vermektedir. Adım 4'te ise tam modelden önemsiz değişkenlerin atılması işlemidir, böylece model arınmış hale gelir. Adım 5'te ise model uygunluğunu ve varsayımları sınamak amacıyla kalıntı analizi yapılır. Bazı durumlarda model, kalıntı analizinden sonra hatalı ve oldukça uygunsuz çıkarsa, model arındırması bu adımdan sonra yapılır. En son adımda ise çoğunlukla esas etki veya etkileşim diyagramları, çıktı yüzeyi veya kontür diyagramları gibi grafiksel analizler yapılır.

Yukarıda bahsedilen hesaplamaların hemen hemen hepsi bilgisayarlara yaptırılıyorsa da, bir etkinin kareler toplamını veya etkisinin tahminini elde hesaplamak gerekli olabilir. Bir etkiyi tahmin etmek veya o etkiye ait kareler toplamını hesaplamak için, öncelikle o etkiye ait kontrastın belirlenmesi gerekir. Bunun belirlenmesi ise Tablo 6.3 ve 6.4 ve 6.5'teki gibi artı ve ekisi işaretleri kullanılarak yapılabilir. Ancak k 'nın büyük değerleri için böyle bir tablo oluşturmak oldukça zor ve zaman alıcı olacaktır. Genel olarak, AB...K etkisi için kontrast belirlemeyi aşağıdaki gibi yaparız:

$$\text{Kontrast}_{AB\dots K} = (a\pm 1)(b\pm 1) \dots (k\pm 1) \quad (6.21)$$

Denklem 6.21 açılırsa, çarpım sonucu çıkan “1”, (I) ile değiştirilir. Herbir parantez içindeki işaret, eğer o faktör dahil edilmişse eksi, dahil edilmemişse artı olur.

Örnek olarak 2^3 tasarımını ele alalım. AB için kontrast şöyledir:

$$\text{Kontrast}_{AB} = (a-1)(b-1)(c+1) = abc + ab + c + (I) - ac - bc - a - b$$

2^5 tasarımı için ABCD’ye ait kontrastı belirleyelim:

$$\begin{aligned} \text{Kontrast}_{ABCD} &= (a-1)(b-1)(c-1)(d-1)(e+1) \\ &= abcde + cde + bde + ade + bce + ace + abe + e + abcd + cd + bd \\ &\quad + ad + bc + ac + ab + (I) - a - b - c - abc - d - abd - acd - bcd - ae \\ &\quad - be - ce - abce - de - abde - acde - bcde \end{aligned}$$

Etkilerin kontrastları hesaplandıktan sonra, etkilerin tahminini ve kareler toplamını, aşağıdaki formüllere göre hesaplarız:

$$AB...K = \frac{2}{n2^k} (\text{Kontrast}_{AB...K}) \quad (6.22)$$

$$SS_{AB...K} = \frac{1}{n2^k} (\text{Kontrast}_{AB...K})^2 \quad (6.23)$$

Burada n tekrar sayısını ifade eder. Analiz prosedürünün diğer adımları, önceki bölümlerde anlatıldığı gibi uygulanır. Burada tekrar anlatılmayacaktır.

Tablo 6.7 2^k tasarımı için varyans analizi

Varyans Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi
<i>k esas etki</i>		
A	SS_A	1
B	SS_B	1
.	.	.
.	.	.
.	.	.
K	SS_K	1
<i>İki-faktör etkileşimleri</i>		
AB	SS_{AB}	1
AC	SS_{AC}	1
.	.	.
.	.	.
.	.	.
JK	SS_{JK}	1
<i>Üç-faktör etkileşimleri</i>		
ABC	SS_{ABC}	1
ABD	SS_{ABD}	1
.	.	.
.	.	.
.	.	.
IJK	SS_{IJK}	1
.	.	.
.	.	.
.	.	.
<i>k-faktör etkileşimi</i>		
ABC ... K	$SS_{ABC...K}$	1
Hata	SS_E	$2^k(n-1)$
Toplam	SS_T	$n2^k-1$

6.5 Tek Tekrarlı 2^k Tasarımı

Faktör sayısı arttıkça, 2^k tasarımda incelenecek muamele kombinasyonları sayısı da çok artar. Örneğin 2^5 tasarımın 32 tane muamele kombinasyonu, 2^6 tasarımın 64 adet muamele kombinasyonu, ... vardır. Kaynaklar limitli olduğundan dolayı, deneydeki tekrar sayısı kısıtlı olabilir. Genellikle mevcut kaynaklar sadece bir tekrara olanak sağlar. Bu durumda deney sahibi bazı orjinal faktörleri göz ardı etmek durumundadır. Ayrıca deney sahibi, üzerinde çalıştığı prosesteki rassal hatanın çok küçük olduğu varsayımını yapmaktan rahatsızlık duyuyorsa, bu tür bir tasarım türüne yönelmemelidir.

Tek tekrarlı 2^k tasarıma genellikle “tekrarsız faktöryel” denir. Bir tekrar ile hata tahmini yapmak mümkün değildir. Tekrarsız faktöryellerde, belli yüksek dereceden etkileşimlerin önemsiz derecede küçük olduğu ve bunların bileşimlerine ait kareler ortalamalarının hatayı tahmin edeceği varsayılır. Zaten pekçok sistem de esas etkiler ve küçük dereceden etkileşimler ile ilgilenir; yüksek dereceden etkileşimler ile ilgilenmez.

Tekrarsız faktöryel tasarımlarda verileri analiz ederken, bazı durumlarda önemli yüksek dereceden etkileşimler oluşabilir. Bu durumda yüksek dereceden etkileşimleri birleştirerek kareler ortalamalarını, hatayı tahmin etmede kullanmak yanlış olacaktır. Bu problemin üstesinden gelmek için şu yöntem kullanılır: Etki tahminlerinin normal olasılık diyagramını çizmek (Daniel, 1959). Önemsiz etkiler, ortalamaları sıfır ve varyansları σ^2 olacak şekilde normal dağılırlar; böylece önemsiz etkiler bu diyagramda düz bir çizgi oluştururlar. Önemli etkiler ise sıfıra eşit olmayan ortalamalara sahiptirler ve bu düz çizgi üzerinde bulunmazlar. Böylece başlangıç modeli, normal olasılık diyagramına dayanarak, sıfıra eşit olmayan etkileri içerir. Önemsiz görülen etkiler ise hatanın tahmini için birleştirilirler.

2^k dizyanda tek tekrar var ise ve normal olasılık diyagramında önemsiz h ($h < k$) faktör tespit edilirse, bu faktörler modelden çıkarılır. Böylece modelde $k-h$ adet faktör kalır ve model tek tekrarlı tasarımdan 2^h tekrarlı tasarıma dönüşür (Box ve Meyer, 1986).

7. İKİ-SEVİYELİ KESİRLİ FAKTÖRYEL DENEYLER

7.1 Giriş

2^k faktöryel tasarımda faktör sayısı arttıkça, tam bir tekrar için gerekli deneme sayısı oldukça fazla artar. Örneğin 2^6 tasarımının tam bir tekrarı, 64 deneme gerektirir. Bu tasarımda 63 serbestlik derecesinden yalnızca 6 tanesi esas etkiyle, yalnızca 15 tanesi iki-faktör etkileşimi ile ilgilidir. Geriye kalan 42 serbestlik derecesi ise üç-faktör ve daha yüksek etkileşimler ile ilgilidir.

Eğer deney sahibi belli yüksek dereceden etkileşimlerin önemsiz olduğunu varsayabiliyorsa esas etki ve düşük dereceli etkileşimler ilgili bilgiler, tam faktöryel deneyin sadece bir kesimi yürütülerek elde edilebilir. Bu kesirli faktöryel tasarımlar, ürün tasarımı, proses tasarımı, proses iyileştirme gibi alanlarda uygulama alanı çok bulmaktadır.

Kesirli faktöryel tasarımların kullanımdaki başarısı, üç ana fikire dayanmaktadır:

1. Farklı pek çok değişken olduğunda, sistem ya da proses, bazı esas etkiler ve düşük dereceden etkileşimler tarafından yönlendirilir.
2. Kesirli deneyler, önemli etkilerin bir alt kümesi olarak geniş tasarımlar haline dönüşebilir.
3. Faktörler ve ilgilenilen etkileşimlerle ilgili etkileri tahmin etmede daha büyük tasarımlar elde etmek için, iki veya daha fazla kesirli faktöryellerin denemeleri birleştirilebilir.

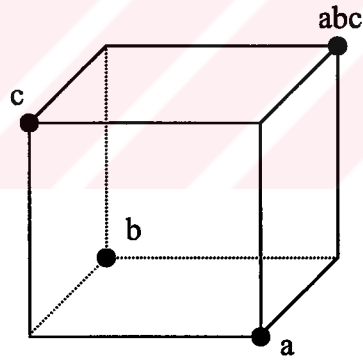
7.2 Yarım-Kesirli 2^k Tasarımı

Üç faktörün bulunduğu, ancak deneyde $2^3 = 8$ muamele kombinasyonunun hepsinin denenemeyeceği, sadece dört deneme yapılabileceği bir durum düşünelim. Bu durum

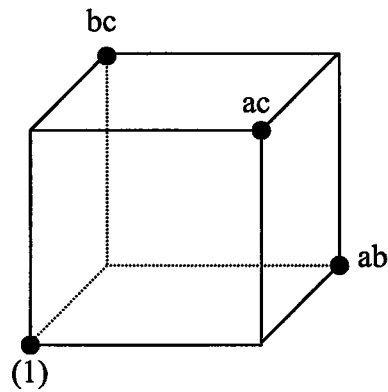
2^3 tasarımı için yarım-kesirli bir tasarımdır. Çünkü tasarım $2^{3-1} = 4$ muamele kombinasyonu içermektedir. 2^3 deneyi için yarım-kesir, 2^{3-1} tasarım olarak adlandırılır. 2^3 tasarım için artı ve eksi tablosu, Tablo 7.1’de görülmektedir. Yarım-kesir için a , b , c ve abc muamele kombinasyonlarını seçtiğimizi varsayalım. Bu denemeler Tablo 7.1’in üst yarısında ve Şekil 7.1a’da görülmektedir.

Tablo 7.1 2^3 tasarım için artı ve eksi işaretleri

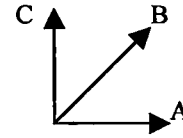
Muamele Kombinasyonları	I	A	B	Faktöryel Etkiler				
				C	AB	AC	BC	ABC
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
c	+	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	+	-	+	-	+	-	-
bc	+	-	+	+	-	-	+	-
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-



(a) Esas Kesir, $I = +ABC$



(b) = Alternatif Kesir, $I = -ABC$



Şekil 7.1 2^3 tasarım için iki yarım-kesir

Dikkat edilirse, 2^{3-1} tasarımı, ABC sütununda + işarete sahip olan muamele kombinasyonları seçilmiştir. Bu nedenle ABC, bu kesirli deney için üreticidir. ABC gibi üreticilere bazen kelime de denilmektedir. Aynı zamanda etkisiz eleman I sadece artılara sahiptir, bu nedenden dolayı

$$I = ABC$$

eşitliğine, bu tasarım için belirleyici ilişki denir. Bir kesirli faktöryel için belirleyici ilişki, etkisiz sütun I'ya eşit olan tüm sütunlar kümesidir.

2^{3-1} tasarımıdaki muamele kombinasyonları, esas etkileri tahmin etmede kullanacağımız üç serbestlik derecesine sahiptir. Tablo 7.1'e baktığımızda A, B ve C'nin esas etkilerini tahmin etmede kullanılan doğrusal kombinasyonların şunlar oldukları görülür:

$$l_A = \frac{1}{2}(a - b - c + abc)$$

$$l_B = \frac{1}{2}(-a + b - c + abc)$$

$$l_C = \frac{1}{2}(-a - b + c + abc)$$

İki-faktör etkileşimler için ise doğrusal kombinasyonlar aşağıdaki gibidir:

$$l_{BC} = \frac{1}{2}(a - b - c + abc)$$

$$l_{AC} = \frac{1}{2}(-a + b - c + abc)$$

$$l_{AB} = \frac{1}{2}(-a - b + c + abc)$$

Böylece $l_A = l_{BC}$, $l_B = l_{AC}$, $l_C = l_{AB}$ olduğu görülür. Dolayısıyla A ve BC'yi, B ve AC'yi, C ve AB'yi birbirinden ayırmak imkansızdır. A, B ve C'yi tahmin ederken, aslında A + BC, B + AC ve C + AB'yi tahmin etmekteyiz. Bu özelliğe sahip iki veya daha çok etkilere eşad denir. Yukarıdaki örnekte A ve BC, B ve AC, C ve AB eşaddır. Bu durum, $l_A \rightarrow A + BC$, $l_B \rightarrow B + AC$, $l_C \rightarrow C + AB$ notasyonu ile gösterilir.

Bu tasarım için eşad yapı, $I = ABC$ belirleyici ilişkiyi kullanarak kolayca bulunabilir. Herhangi bir sütunu belirleyici ilişki ile çarptığımızda, o etki için eşadlar bulunur.

Örneğin A'nın eşadları şöyle bulunur:

$$A \cdot I = A \cdot ABC = A^2BC$$

Herhangi bir sütunun karesi I'ya eşit olduğundan

$$A = BC$$

Benzer şekilde B ve C için eşadlar şöyle bulunur:

$$B \cdot I = B \cdot ABC$$

$$B = AB^2C = AC$$

$$C \cdot I = C \cdot ABC$$

$$C = ABC^2 = AB$$

$I = ABC$ 'ye sahip bu yarım kesire esas kesir denir.

Şimdi de Tablo 7.1'de ABC sütununun eksi işaretli muamele kombinasyonlarının oluşturduğu diğer yarım-kesiri göz önüne alalım. Alternatif ya da tamamlayıcı yarım-kesir, Şekil 7.1b'de görülmektedir; (1), *ab*, *ac* ve *bc* kombinasyonunu içermektedir. Bu tasarım için belirleyici ilişki şudur:

$$I = - ABC$$

Bu gözlemlerin doğrusal kombinasyonu; l'_A, l'_B, l'_C ; aşağıdaki bağıntıları verir:

$$l'_A \rightarrow A - BC$$

$$l'_B \rightarrow B - AC$$

$$l'_C \rightarrow C - AB$$

Böylece, A, B ve C'yi tahmin ederken aslında $A - BC$, $B - AC$, $C - AB$ etkilerini tahmin ediyoruz.

Pratikte hangi kesrin kullanıldığının hiçbir önemi yoktur. İki kesir de aynı ailedendir; iki yarım-kesir birlikte tam 2^3 tasarımı oluşturur. Bu durum, Şekil 7.1'de de gözlemlenmektedir.

2^3 tasarımın bir yarım-kesirini yürüttükten sonra, diğer yarım-kesiri de yürüttüğümüzü farzedelim. Böylece tam 2^3 tasarım ile bağlantılı sekiz adet deneme mevcuttur. Bu durum, iki yarım-kesirin etkilerin doğrusal kombinasyonlarının toplamı ve çıkarımı ile de elde edilebilir. Örneğin $l_A \rightarrow A + BC$ ve $l'_A \rightarrow A - BC$ ikilisini göz önüne alalım.

$$\frac{1}{2} (l_A + l'_A) = \frac{1}{2} (A + BC + A - BC) \rightarrow A$$

$$\frac{1}{2} (l_A - l'_A) = \frac{1}{2} (A + BC - A + BC) \rightarrow BC$$

Böylece doğrusal kombinasyonların üç çifti için aşağıdaki ifadeler elde edilir:

i	$\frac{1}{2} (l_A + l'_A)$ 'den	$\frac{1}{2} (l_A - l'_A)$
A	A	BC
B	B	AC
C	C	AB

Tasarım Çözünürlüğü : Üstteki 2^{3-1} tasarımına **çözünürlük III tasarım**ı adı verilir. Böyle bir tasarımda, esas etkiler iki-faktörlü etkileşimler ile eşaddır. Bir tasarımın çözünürlük R tasarımı olması için hiçbir p -faktör etkileşiminin $R - p$ 'den daha az faktör içeren herhangi bir etkileşimle eşad olmaması gereklidir (Montgomery, 1996). Tasarım çözünürlükleri Romen rakamları ile gösterilir. En önemli çözünürlük tasarımlar aşağıda verilmiştir:

1. **Çözünürlük III tasarım** : Bu tasarımda hiçbir esas etki, diğer esas etkiler ile eşad değildir. Ancak esas etkiler ile iki-faktörlü etkiler, ve iki-faktörlü etkiler ile iki-faktörlü etkiler eşad yapı oluşturur. Örneğin Tablo 7.1'deki 2^{3-1} tasarımı çözünürlük III tasarımıdır (2^{3-1}_{III}).

2. **Çözünürlük IV tasarımı** : Bu tasarımda hiçbir esas etki, diğer esas etkiler ile veya iki-faktörlü etkiler ile eşad değildir. Ancak iki-faktörlü etkiler, ve iki-faktörlü etkiler ile iki-faktörlü etkiler eşad yapı oluşturur. Örneğin I = ABCD'li 2^{4-1} tasarımı çözünürlük IV tasarımıdır (2^{4-1}_{IV}).
3. **Çözünürlük V tasarımı** : Bu tasarımda hiçbir esas etki ya da iki-faktörlü etki, diğer esas etkiler ile ya da iki-faktörlü etkiler ile eşad değildir. Ancak iki-faktörlü etkiler, üç-faktörlü etkiler ile eşad yapı oluşturur. Örneğin I = ABCDE'li 2^{5-1} tasarımı çözünürlük V tasarımıdır (2^{5-1}_V).

Genelleme yaptığımızda, iki-seviyeli faktöryel tasarım için çözünürlük, belirleyici ilişkideki kelimelerden en az sayıdaki harf içeren kelimelerin harf sayısı kadardır. Deneyin kesir derecesine göre, kesirli tasarımlara mümkün en yüksek çözünürlüğü uygulamak isteriz. Çözünürlük ne kadar yüksek olursa, hangi etkileşimlerin göz ardı edilebilir olduğu ile ilgili varsayımların sınırlayıcılığı azalır (Hamada ve Wu, 1992).

7.2.1 Yarım-Kesirleri Oluşturmak

En yüksek çözünürlüklü 2^k tasarımın yarım kesirini oluştururken, ilk önce tam bir 2^{k-1} faktöryelin denemelerinden oluşan temel tasarım yazılır. Daha sonra k . faktörü, artı ve eksilerini en yüksek dereceden etkileşimin ABC...(K-1) artı ve eksi işaretleri ile tanımlayarak ekleriz (Gunst ve Mason, 1991.). Böylece 2^{3-1}_{III} kesirli deney, temel tasarım olarak 2^2 tasarımı yazarak ve daha sonra faktör C'yi AB etkileşimine eşitleyerek ekleriz. Bu yaklaşım, Tablo 7.2'de görülmektedir. Dikkat edilirse temel tasarım, doğru deneme sayısı içermekte, ancak sütunlardan biri eksik kalmaktadır. Üretici I = ABC...K , kayıp K sütunu için çözülür, böylece K = ABC...(K-1), k . faktörün seviyelerinde kullanılmak üzere her bir satır için artı ve eksi işaretlerin çarpımını sunar.

Herhangi bir etkileşim etkisi, k . faktör sütununu üretmede kullanılabilir. Ancak, ABC...(K-1)'den farklı bir etki kullanmak, mümkün en yüksek çözünürlüklü tasarım oluşturamayacaktır.

Tablo 7.2 2^3 tasarım için iki yarım-kesir

Deneme	Tam 2^2 Tasarım (Temel Tasarım)		2^{3-1}_{III} , I = ABC			2^{3-1}_{III} , I = - ABC		
	A	B	A	B	C = AB	A	B	C = - AB
1	-	-	-	-	+	-	-	-
2	+	-	+	-	-	+	-	+
3	-	+	-	+	-	-	+	+
4	+	+	+	+	+	+	+	-

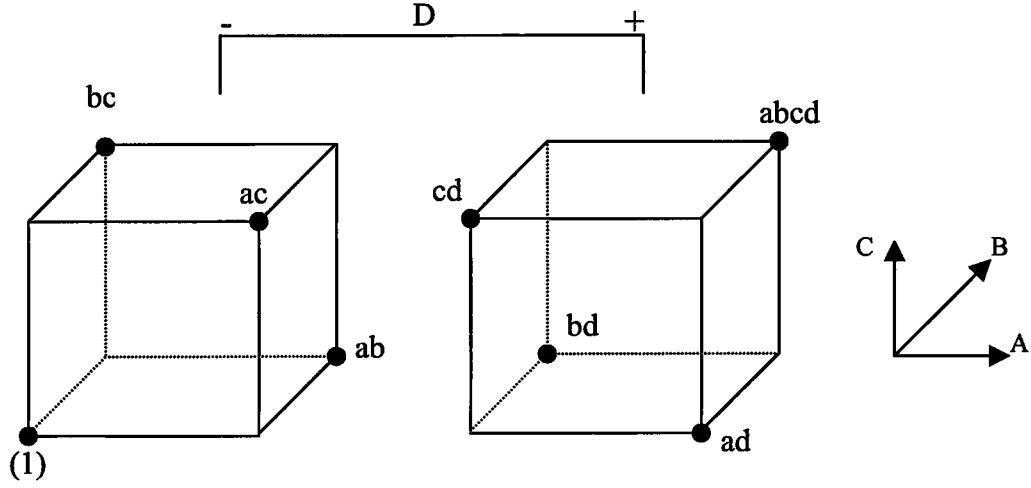
7.2.2 Kesirleri Faktöryellere Dönüştürme

R çözünürlüklü herhangi bir kesirli faktöryel tasarım, $R - 1$ faktörün herhangi bir alt kümesi için tam bir faktöryel tasarım (tekrarlı veya tekrarsız) içermektedir. Bu tanım, çok önemli ve kullanışlıdır. Örneğin deneyde çeşitli faktörler varsa ve bu faktörlerden $R - 1$ kadarının önemli olduğuna inanılıyorsa, o halde R çözünürlüklü kesirli deney, uygun bir tasarım olacaktır. Eğer deney sahibi bu inancında haklı çıkıyorsa, R çözünürlüklü kesirli faktöryel tasarım, $R - 1$ önemli etkinin bulunduğu tam faktöryel tasarıma dönüşecektir.

Örnek olarak $I = ABCD$ belirleyici ilişkili 2^{4-1}_{IV} tasarımı ele alınabilir. Bu tasarıma ait muamele kombinasyonları Tablo 7.3'te verilmiştir. Aynı deneye ait geometrik gösterim ise, Şekil 7.2'den gözlenebilir.

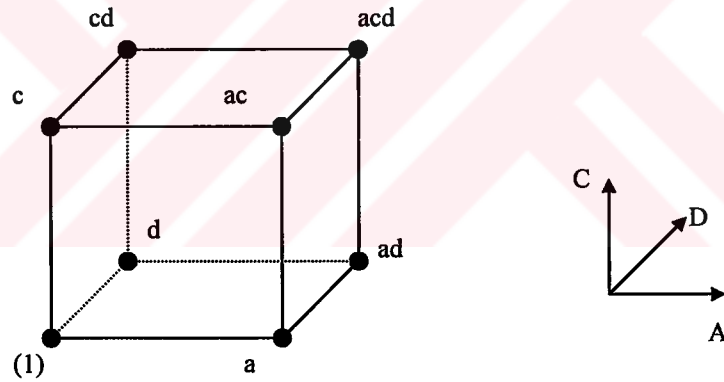
Tablo 7.3 $I = ABCD$ belirleyici ilişkili 2^{4-1}_{IV} tasarımı

Deneme	Temel Tasarım			D = ABC	Muamele Kombinasyonu
	A	B	C		
1	-	-	-	-	(1)
2	+	-	-	+	ad
3	-	+	-	+	bd
4	+	+	-	-	ab
5	-	-	+	+	cd
6	+	-	+	-	ac
7	-	+	+	-	bc
8	+	+	+	+	abcd



Şekil 7.2 Tablo 7.3'teki 2^{4-1}_{IV} tasarım örneği

Varyans analizi prosedüründen sonra çıkan sonuca göre faktörlerden birinin, örneğin B'nin, önemsiz etkide çıktığını varsayalım. Bu durumda 2^{4-1}_{IV} tasarım A, C ve D faktörlerinden oluşan 2^3 faktöryel tasarıma dönüşebilir. Bu tasarıma ait muamele kombinasyonları, Şekil 7.3'te görülmektedir.



Şekil 7.3 2^{4-1}_{IV} tasarımın A, C, D faktörlerinden oluşan 2^3 faktöryel tasarıma dönüşmesi

7.3 Genel 2^{k-p} Kesirli Faktöryel Tasarımlar

2^{k-p} adet deneme içeren 2^k kesirli faktöryel tasarımlara $1/2^p$ kesirli 2^k tasarım denir, ya da daha basitçe 2^{k-p} kesirli faktöryel tasarım denir. Bu tasarımlar p adet bağımsız üreticinin seçilmesini öngörürler. p üreticiden oluşan deney için belirleyici ilişki seçilir.

Eşad yapı, herbir etki sütununun belirleyici ilişki ile çarpılması ile bulunur. Üretici seçerken, ilgilenilen etkilerin birbirleriyle eşad olmamasına önem verilir. Herbir etkinin 2^p-1 adet eşadı vardır. Faktör sayısı k 'nın büyük değerleri için, yüksek dereceden etkileşimlerin (örneğin üçüncü, dördüncü veya daha yüksek) gözardı edilebilir olduğu varsayılır, ve bu da eşad yapıyı oldukça basitleştirir.

2^{k-p} kesirli faktöryel deney için p üretici öyle seçilmelidir ki, mümkün en iyi eşad yapı elde edilsin. Üreticileri seçmede mantıklı yol, 2^{k-p} tasarımın mümkün en yüksek çözünürlüğe sahip olmasıdır. Tablo 7.4, faktör sayısı $k \leq 10$ ve deneme sayısı $n \leq 128$ için 2^{k-p} kesirli faktöryel deney seçimlerini göstermektedir. Bu tabloda önerilen üreticiler, ilgili tasarımlar için mümkün en yüksek çözünürlüğü sağlamaktadır. Bu tabloda verilen eşad yapılar esas etkiler, iki-faktör ve üç-faktör etkileşimlerine odaklanmaktadır.

Tablo 7.4 Seçilmiş 2^{k-p} kesirli faktöryel tasarımlar

Faktör Sayısı, k	Kesir	Deneme Sayısı	Tasarım Üreticileri
3	2^{3-1}_{III}	4	$C = \pm AB$
4	2^{4-1}_{IV}	8	$D = \pm ABC$
5	2^{5-1}_V	16	$E = \pm ABCD$
	2^{5-2}_{III}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$
6	2^{6-1}_{VI}	32	$F = \pm ABCDE$
	2^{6-2}_{IV}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$
	2^{6-3}_{III}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$ $F = \pm BC$
7	2^{7-1}_{VII}	64	$G = \pm ABCDEF$
	2^{7-2}_{IV}	32	$F = \pm ABCD$ $G = \pm ABDE$
	2^{7-3}_{IV}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$ $G = \pm ACD$
	2^{7-4}_{III}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$ $F = \pm BC$

Tablo 7.4 (devamı)

8	2_{V}^{8-2}	64	G = $\pm$ ABC G = $\pm$ ABCD H = $\pm$ ABEF
	2_{IV}^{8-3}	32	F = $\pm$ ABC G = $\pm$ ABD H = $\pm$ BCDE
	2_{IV}^{8-4}	16	E = $\pm$ BCD F = $\pm$ ACD G = $\pm$ ABC H = $\pm$ ABD
9	2_{VI}^{9-2}	128	H = $\pm$ ACDFG J = $\pm$ BCEFG
	2_{IV}^{9-3}	64	G = $\pm$ ABCD H = $\pm$ ACEF J = $\pm$ CDEF
	2_{IV}^{9-4}	32	F = $\pm$ BCDE G = $\pm$ ACDE H = $\pm$ ABDE J = $\pm$ ABCE
10	2_{III}^{9-5}	16	E = $\pm$ ABC F = $\pm$ BCD G = $\pm$ ACD H = $\pm$ ABD J = $\pm$ ABCD
	2_{V}^{10-3}	128	H = $\pm$ ABCG J = $\pm$ ACDE K = $\pm$ ACDF
	2_{IV}^{10-4}	64	G = $\pm$ BCDF H = $\pm$ ACDF J = $\pm$ ABDE K = $\pm$ ABCE
	2_{IV}^{10-5}	32	F = $\pm$ ABCD G = $\pm$ ABCE H = $\pm$ ABDE J = $\pm$ ACDE K = $\pm$ BCDE
	2_{III}^{10-6}	16	E = $\pm$ ABC F = $\pm$ BCD G = ACD H = ABD J = ABCD K = AB

7.3.1 2^{k-p} Kesirli Faktöryellerin Analizi

2^{k-p} kesirli faktöryellerin analizinde kullanılmak üzere çeşitli bilgisayar programları mevcuttur. Tasarım, şu temeller üzerinde şekillenmiştir:

$$l_i = \frac{2(Kontrast_i)}{N} = \frac{Kontrast_i}{(N/2)} \quad (7.1)$$

i . etkinin tahmini yukarıdaki formülle bulunur. $Kontrast_i$, i .sütundaki artı ve eksi işaretlerini kullanılarak bulunur. $N = 2^{k-p}$ toplam gözlem sayısıdır. 2^{k-p} tasarımı sadece $2^{k-p}-1$ etkinin (ve eşadlarının) tahminine imkan tanır.

7.3.2 Kesirli Faktöryelleri Bloklama

Bazı durumlarda, bir kesirli faktöryel deneyin gerektirdiği tüm gözlemlerin hepsi homojen bir yapıda gerçekleşemeyebilir. Bu durumda, kesirli faktöryel bloklara bölünebilir. Tablo 7.5, çeşitli kesirli faktöryel tasarımlar için bloklama düzenlemeleri önermektedir. Bu tasarımlar için minimum blok büyüklüğü, sekiz denemedir.

Örnek olarak $I = ABCE = BCDF = ADEF$ belirleyici ilişkiye sahip 2^{6-2}_{IV} kesirli deneyi göz önüne alalım. Tasarımı herbiri sekiz muamele kombinasyonuna sahip iki blokta yürüttüğümüzü farzedelim. Bloklarla örtüşen etkileşimi seçerken, eşad yapıyı incelediğimizde, sadece üç-faktörlü etkileşimlerden oluşan iki eşad kümesi olduğunu gözlemledik. Tablo 7.5, ABD'yi (ve eşadlarını) bloklarla örtüşen olarak önermektedir. Buna göre Şekil 7.4'te görülen iki blok oluşur. Dikkat edilirse esas blok, ABD sütunda artı işaretlere sahip muamele kombinasyonlarını içermektedir.

Blok 1	Blok 2
(1)	ae
abf	acf
cef	bef
abce	bc
aef	df
bde	abd
acd	cde
bcdf	abcdef

Şekil 7.4 ABD ile örtüşen iki bloklu 2^{6-2}_{IV} tasarımı

Tablo 7.5 Seçilmiş 2^{k-p} kesirli faktöryel tasarımlar için bloklar

Faktör Sayısı, k	Kesir	Deneme Sayısı	Bloklar
3	2^{3-1}_{III}	4	-
4	2^{4-1}_{IV}	8	-
5	2^{5-1}_V	16	8'lik 2 blok : AB = CDE
	2^{5-2}_{III}	8	-
6	2^{6-1}_{VI}	32	8'lik 4 blok : BC ; ABF = CDE ; ACF = BDE 16'lık 2 blok : ABF = CDE 8'lik 2 blok : ABD = CDE = ACF = BEF
	2^{6-2}_{IV}	16	
	2^{6-3}_{III}	8	-
7	2^{7-1}_{VII}	64	16'lık 4 blok : ABC ; CEF ; CDG 32'lik 2 blok : ACE = AFG 8'lik 4 blok : ACE = AFG ; BCE = BFG ; AB = CDF = DEG
	2^{7-2}_{IV}	32	
	2^{7-3}_{IV}	16	16'lık 2 blok : ACE = AFG 8'lik 2 blok : ABD = CDE = ACF = BEF = BCG = AEF = DFG
	2^{7-4}_{III}	8	-
8	2^{8-2}_V	64	16'lık 4 blok : CDE = FGH ; ACF ; BDH 32'lik 2 blok : CDE = FGH 8'lik 4 blok : ABE = CEF = DEG ; ABF = CFH = DGH ; EH = BCD = ADF = ACG = BFG
	2^{8-3}_{IV}	32	
	2^{8-4}_{IV}	16	16'lık 2 blok : ABE = CEF = DEG 8'lik 2 blok : AB = EF = CG = DH
9	2^{9-3}_{IV}	64	16'lık 4 blok : CFG ; AGJ = BEF = DGH ; ADE = EHJ 32'lik 2 blok : CFG 8'lik 4 blok : AEF = BEG = CEH = DEJ ; AB = FG = DEH = CEJ ; CD = BEF = AEG = HJ
	2^{9-4}_{IV}	32	
	2^{9-5}_{III}	16	16'lık 2 blok : AEF = BEG = CEH = DEJ 8'lik 2 blok : AB = CE = FG = DH
10	2^{10-4}_{IV}	64	16'lık 4 blok : AGJ = CEF = BHJ ; AGK = DEF = BHK ; CD = BFG = AFH = JK 32'lik 2 blok : AGJ = CEF = BHJ 8'lik 4 blok : AK = EF = DG = CH = BJ ; AJ = CDE = CFG = DFG = EGH = BK ; AB = CDF = CEG = DEH = FGH = JK
	2^{10-5}_{IV}	32	
	2^{10-6}_{III}	16	16'lık 2 blok : AK = EF = DG = CH = BJ 8'lik 2 blok : AG = CD = BF = EH = JK

8. 2^k FAKTÖRYEL DENEY UYGULAMASI

8.1 Problemin Tanımı

Bu deney tasarımında, NETAŞ'ta bir montaj hattındaki PCB komponent bacaklarının otomatik olarak lehimlendiği proses göz önüne alınmıştır. Bu sistemde özellikle lehimleme makinası olarak Elektrovert Ultrapak 600 c. kullanılmaktadır. Bu montaj hattında öncelikle daha önceden üretilmiş PCB'lere bütün komponentler manuel olarak monte edilmektedir. Daha sonra, bu komponentler, lehimleme makinası ile lehimlenmektedir. Lehimleme makinası üç bölümden oluşur:

1.Ön ısıtıcı

2.Lehimleme silindiri

3.Soğutucu

Lehim makinasında bulunan lehim havuzunun sıcaklığı sabit ve 250 °C'dir. PCB ve manuel montajı yapılmış komponentler, lehim makinasına bir konveyör aracılığıyla taşınmaktadır. Öncelikle PCB'leri lehimleme öncesi uygun sıcaklığa çıkartmak için ön ısıtıcıdan geçirmek gerekir. Hızlı bir ısıtma işlemi PCB'de şekil bozukluğu ve çatlama gibi hasarlara yol açacağından ön ısıtıcı üç bölümden oluşmuştur. Bu üç bölüm boyunca PCB'nin sıcaklığı kademeli olarak uygun sıcaklığa çıkarılır. Daha sonra PCB'ler lehimleme silindirine gönderilirler. Bu bölümde bulunan silindir, lehim havuzunda döndürülerek havuzda dalga oluşması sağlanır. Böylece oluşan dalga sonucu lehimleme maddesi komponentin açık bacakları arasına sızarak lehimleme gerçekleşir. Ancak lehimleme prosesini etkileyen bazı faktörlerden dolayı lehimlenmemiş komponentler, kısa devre, lehim fazlalığı gibi bir takım problemler oluşabilir.

8.1.1 Faktörlerin ve Seviyelerinin Belirlenmesi

Üç faktör, lehim hatalarını azaltmak üzere kontrol edilebilir faktörler olarak tanımlanmıştır. Bu faktörler dalga boyu, konveyör hızı ve ön ısıtıcı sıcaklığıdır. Herbir faktör ikişer seviyeye sahiptir, ve bu seviyeler Tablo 8.1’de gösterilmiştir.

Tablo 8.1 Kontrol edilebilir faktörler ve seviyeleri

	Dalga Boyu (devir/dak)	Konveyör Hızı(m/dak)	Ön-ısıtıcı Sıcaklığı (°C)
Seviye 1	1380	1.0	380
Seviye 2	1410	1.2	420

8.1.2 Çıktı Değişkeninin Belirlenmesi

Bu deney için çıktı değişkeni olarak, hatalı PCB sayısı uygun görülmüştür. Çıktı göz önüne alındığında amaç, hatalı PCB sayısını minimuma getirmektir.

8.2 Deneyin Tasarımı

Herbir denemede, 50 farklı PCB rassal olarak seçilmekte ve deney rassal tablolardan faydalanılarak oluşturulan sırada gerçekleştirilmektedir. Deney için uygun görülen 2 tekrarlı 2^3 deney tasarımı için faktör seviyeleri kombinasyonları, Tablo 8.2’de görülmektedir.

Tablo 8.2 2 tekrarlı 2^3 tam faktöryel tasarım

Deneme	Faktör Etkileri							
	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	+1	- 1	- 1	- 1	+1	+1	+1	- 1
2	+1	+1	- 1	- 1	- 1	- 1	+1	+1
3	+1	- 1	+1	- 1	- 1	+1	- 1	+1
4	+1	+1	+1	- 1	+1	- 1	- 1	- 1
5	+1	- 1	- 1	+1	+1	- 1	- 1	+1
6	+1	+1	- 1	+1	- 1	+1	- 1	- 1
7	+1	- 1	+1	+1	- 1	- 1	+1	- 1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

8.3 Deneyin Yapılışı

Deneyde elde edilen veriler Tablo 8.3 ve Tablo 8.4'te özetlenmiştir.

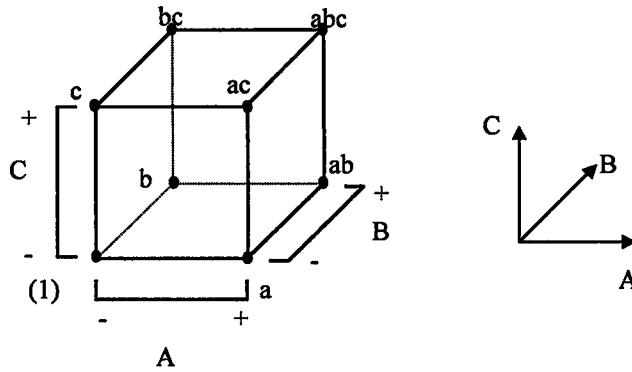
Tablo 8.3 Deney verileri

Deneme	A	B	C	Tekrar 1	Tekrar 2	Ortalama	Toplam
1	- 1	- 1	- 1	14	12	13	26
2	+1	- 1	- 1	7	7	7	14
3	- 1	+1	- 1	12	10	11	22
4	+1	+1	- 1	10	10	10	20
5	- 1	- 1	+1	9	11	10	20
6	+1	- 1	+1	8	6	7	14
7	- 1	+1	+1	6	8	7	14
8	+1	+1	+1	6	6	6	12

Tablo 8.4 Deney için verilerin dağılımı

Dalga Boyu (A)	Konveyör Hızı (B)			
	1 m/dak.		1.2 m/dak.	
	Sıcaklık (C)		Sıcaklık (C)	
	380 °C	420 °C	380 °C	420 °C
1380 dev/dak	14	9	12	6
	12	11	10	8
	$26 = (1)$	$20 = c$	$22 = b$	$14 = bc$
1410 dev/dak	7	8	10	6
	7	6	10	6
	$14 = a$	$14 = ac$	$20 = ab$	$12 = abc$

Deney verileri, geometrik olarak Şekil 8.1'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 8.1 Deney için 2^3 tasarımı

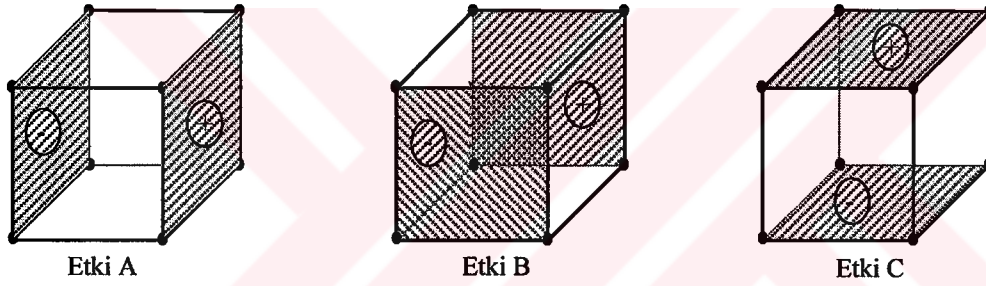
8.4 Deney İstatistiksel Veri Analizi

Etkiler için kontrastlar hesaplandıktan sonra, etkilerin tahminini ve kareler toplamı, n tekrar sayısını göstermek üzere aşağıdaki formüller kullanılarak hesaplanabilir.

$$AB...K = \frac{2}{n2^k} [Kontrasts_{AB...K}] \quad (8.1)$$

$$SS_{AB...K} = \frac{1}{n2^k} [Kontrasts_{AB...K}]^2 \quad (8.2)$$

Etki hesaplamalarında, Şekil 8.2'deki geometrik şekillerden faydalanılabilir.



Şekil 8.2 2^3 tasarıma ait esas etkiler için kontrastlara denk gelen geometrik gösterimler

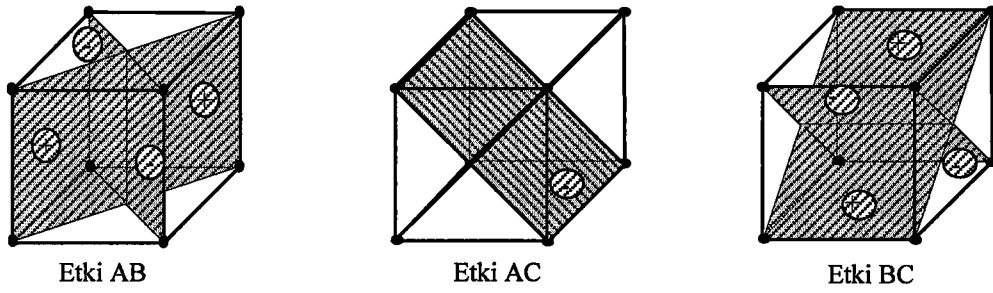
Ortalama etki tahminleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$A = \frac{1}{4n} [a + ab + ac + abc - (1) - b - c - bc] = \frac{1}{8} [-22] = -2.75$$

$$B = \frac{1}{4n} [b + ab + bc + abc - (1) - a - c - ac] = \frac{1}{8} [-6] = -0.75$$

$$C = \frac{1}{4n} [c + ac + bc + abc - (1) - a - b - ab] = \frac{1}{8} [-22] = -2.75$$

A etkisi (dalga boyu) negatiftir, bu demek oluyor ki artan dalga boyu, lehimleme hatalarını azaltmaktadır. B etkisi (konveyör hızı) de negatiftir; konveyör hızını alt seviyeden üst seviyeye çıkarmak hata sayısını azaltır. C etkisi (sıcaklık) de diğerleri gibi negatiftir ve A'nın etkisiyle aynı değere sahiptir. C'nin de üst seviyeye çıkartılması, hata sayısını azaltır. Görülmektedir ki, B etkisi diğerlerine göre daha küçük kalmaktadır.



Şekil 8.3 2^3 tasarıma ait iki-faktör etkileşimler için kontrastlara denk gelen geometrik gösterimler

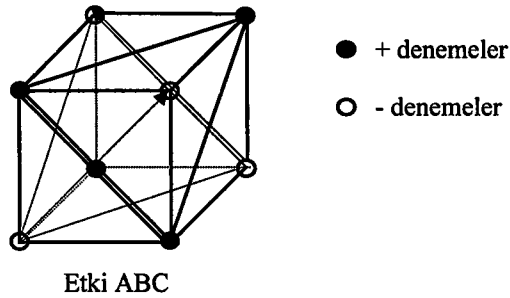
İki-faktör etkileşimlere ait kontrastların hesaplanmasında, Şekil 8.3'teki geometrik gösterimlerden faydalınılabılır. İki-faktör etkileşimler için etki tahminleri şöyle hesaplanmıştır.

$$AB = \frac{1}{4n} [abc + ab + c + (1) - bc - b - ac - a] = \frac{1}{8} [14] = 1.75$$

$$AC = \frac{1}{4n} [(1) + b + ac + abc - a - ab - bc] = \frac{1}{8} [6] = 0.75$$

$$BC = \frac{1}{4n} [(1) + a + bc + abc - b - ab - c - ac] = \frac{1}{8} [-10] = -1.25$$

Üç-faktör etkileşimi ABC için Şekil 8.4'teki geometrik ifaden faydalanılabilir.



Şekil 8.4 2^3 tasarıma ait üç faktör etkileşimi için kontrastına denk gelen geometrik gösterim

Üç faktör etkileşimi için etki tahmini aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$ABC = \frac{1}{4n} [abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)] = \frac{1}{8} [-6] = -0.75$$

Hesaplanan tüm faktörler, Tablo 8.5’te verilmiştir.

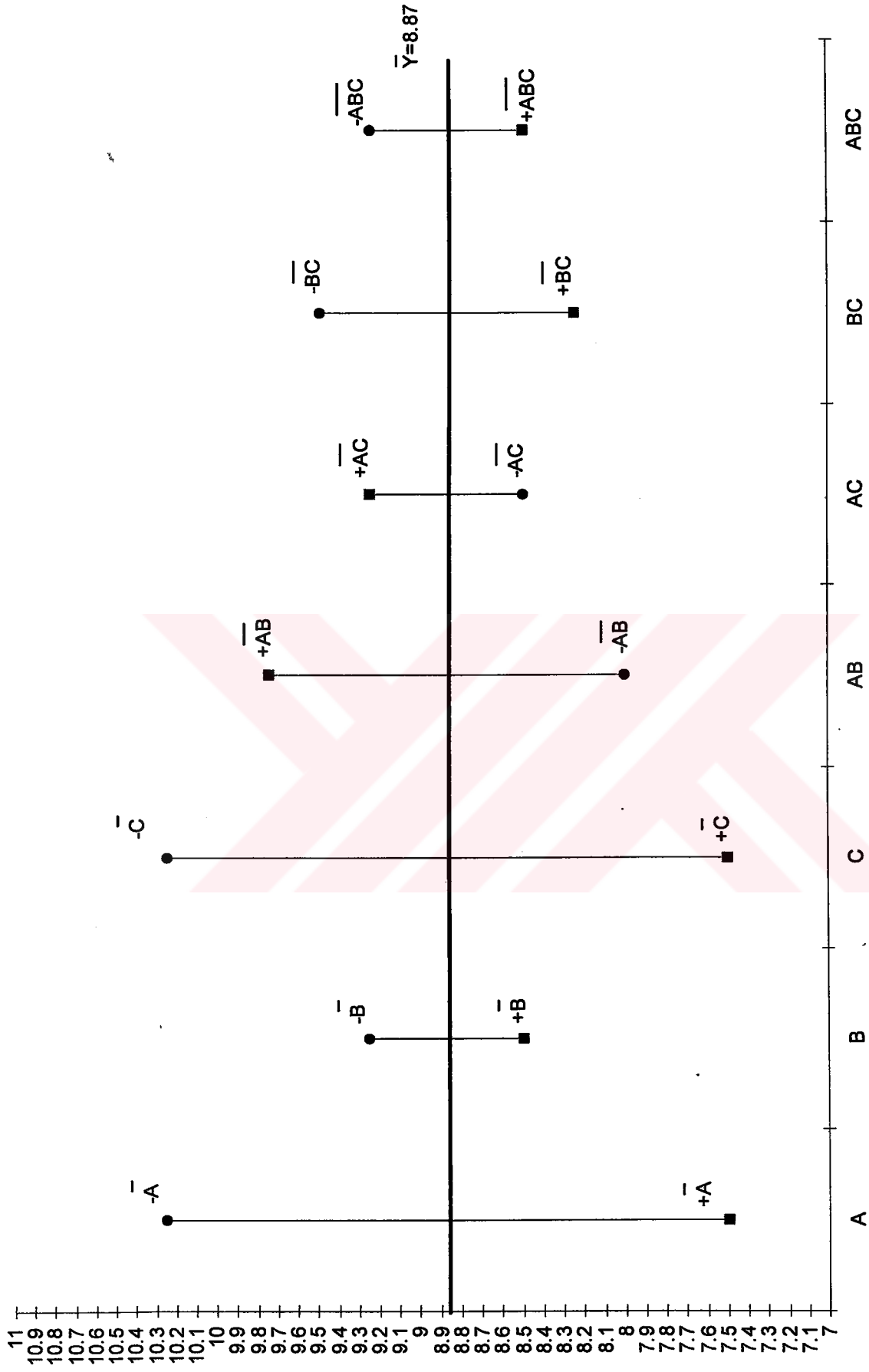
Tablo 8.5 Faktör etkileri

Etkiler	
A	-2.75
B	-0.75
C	-2.75
AB	1.75
AC	0.75
BC	-1.25
ABC	-0.75

Tablo 8.6’da iki tekrarlıma sonrası elde edilen sonuçların ortalamaları, muamele kombinasyonlarına göre düzenlenerek gösterilmiş ve bu veriler kullanılarak etki tahmini hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. Şekil 8.5’te ise faktörlerin alt ve üst seviyelerindeki etki ortalamaları görülmektedir.

Tablo 8.6 İki tekrar çıktıların ortalamasının düzenlenmiş tablo sonuçları

Deneme	Sıra	Çıktı	A		B		C		AB		AC		BC		ABC	
		$\bar{y}$ -ortalama	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
5	1	13	13		13		13		13		13		13		13	
8	2	7	7		7		7		7		7		7		7	
3	3	11	11		11		11		11		11		11		11	
6	4	10	10		10		10		10		10		10		10	
2	5	10	10		10		10		10		10		10		10	
4	6	7	7		7		7		7		7		7		7	
1	7	7	7		7		7		7		7		7		7	
7	8	6	6		6		6		6		6		6		6	
Toplam		71	41	30	37	34	41	30	32	39	34	37	38	33	37	34
n		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Ortalama		8.87	10.25	7.5	9.25	8.5	10.25	7.5	8	9.75	8.5	9.25	9.5	8.25	9.25	8.5
Etki			-2.75		-0.75		-2.75		1.75		0.75		-1.25		-0.75	



Şekil 8.5 Etkilerin grafiksel gösterimi

Esas etkilerin kareler toplamı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$SS_A = \frac{1}{n2^k} [a + ab + ac + abc - (1) - b - c - bc]^2 = \frac{1}{16} [-22]^2 = 30.25$$

$$SS_B = \frac{1}{n2^k} [b + ab + bc + abc - (1) - a - c - ac]^2 = \frac{1}{16} [-6]^2 = 2.25$$

$$SS_C = \frac{1}{n2^k} [c + ac + bc + abc - (1) - a - b - ab]^2 = \frac{1}{16} [-22]^2 = 30.25$$

İki faktör etkileşim etkileri için kareler toplamı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$SS_{AB} = \frac{1}{n2^k} [abc + ab + c + (1) - bc - b - ac - a]^2 = \frac{1}{16} [14]^2 = 12.25$$

$$SS_{AC} = \frac{1}{n2^k} [(1) + b + ac + abc - a - ab - bc]^2 = \frac{1}{16} [6]^2 = 2.25$$

$$SS_{BC} = \frac{1}{n2^k} [(1) + a + bc + abc - b - ab - c - ac]^2 = \frac{1}{16} [-10]^2 = 6.25$$

Üç faktör etkileşim etkisi için kareler toplamı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$SS_{ABC} = \frac{1}{n2^k} [abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)]^2 = \frac{1}{16} [-6]^2 = 2.25$$

Sonra, tüm kareler toplamı ve hata kareleri toplamı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{abcn} = 1356 - 1260.25 = 95.75$$

$$SS_E = SS_T - SS_{Alttoplam(ABC)} = 95.75 - 85.75 = 10$$

Tablo 8.7 Deneyin varyans analizi tablosu

Varyans Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F ₀
Dalga Boyu (A)	30.25	1	30.25	24.2
Konveyör Hızı (B)	2.25	1	2.25	1.8
Sıcaklık (C)	30.25	1	30.25	24.2
AB	12.25	1	12.25	9.8
AC	2.25	1	2.25	1.8
BC	6.25	1	6.25	5
ABC	2.25	1	2.25	1.8
Hata	10.00	8	1.25	
Toplam	95.75	15		

Tablo 8.7’de varyans analizi prosedürü özetlenmiştir. İlgili tablolardan F_{0.05,1,8} değeri olarak 5,32 değeri okunur. Buna göre bu değerden büyük olan ya da bu değere çok yakın olan değerlere sahip etki ya da etkileşimler çıktı üzerinde önemli kabul edilecektir. A (dalga boyu) ve C (sıcaklık) esas etkilerinin önemli olduğu tablodan

görülmektedir. AB ve BC etkileşim etkilerinin de önemli olduğu tablodan anlaşılmaktadır. B, AC ve ABC etkilerine ait F değerleri, deney test istatistiğinden oldukça küçük olduklarından bunların çıktı üzerinde önemli etkileri yoktur.

8.4.1 Faktör Etkileşimleri

Aşağıdaki Tablo 8.8 , Tablo 8.9 ve Tablo 8.10'de sırasıyla AB, AC ve BC etkileşimleri için muamele kombinasyonlarına ait ortalama çıktı değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra bu tablolardan yararlanarak etkileşimler grafik haline getirilmiştir.

Tablo 8.8 AB etkileşimine göre çıktı değerleri

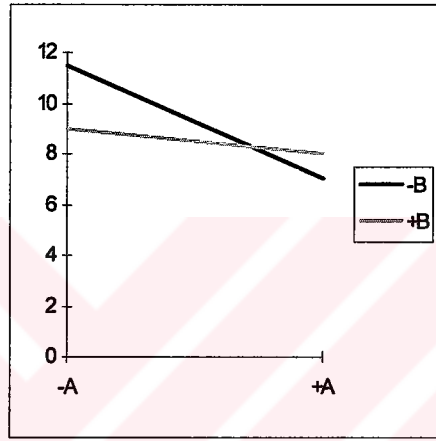
A	B	ÇIKTI	ORTALAMA
-1	-1	14 12	11.5
-1	-1	9 11	
-1	1	12 10	9
-1	1	6 8	
1	-1	8 6	7
1	-1	7 7	
1	1	10 10	8
1	1	6 6	

Tablo 8.9 AC etkileşimine göre çıktı değerleri

A	C	ÇIKTI	ORTALAMA
-1	-1	14 12	12
-1	-1	12 10	
-1	1	9 11	8.5
-1	1	6 8	
1	-1	7 7	8.5
1	-1	10 10	
1	1	8 6	6.5
1	1	6 6	

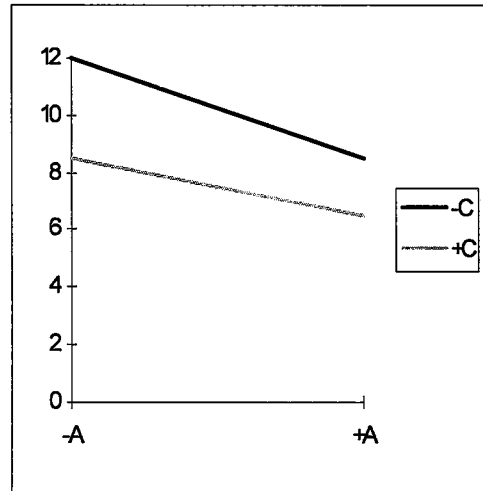
Tablo 8.10 BC etkileşimine göre çıktı değerleri

B	C	ÇIKTI	ORTALAMA
-1	-1	14 12	10
-1	-1	7 7	
-1	1	9 11	8.5
-1	1	8 6	
1	-1	12 10	10.5
1	-1	10 10	
1	1	6 8	6.5
1	1	6 6	



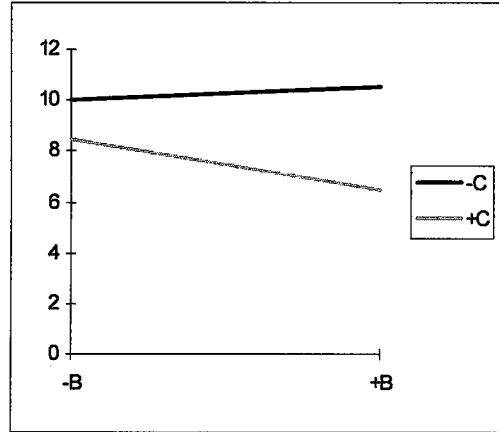
Şekil 8.6 AB etkileşimi

Şekil 8.6'dan görüldüğü üzere B- ve B+ doğruları birbirlerine paralel değildir. Bu nedenle A ve B arasında önemli bir etkileşim olduğu anlaşılır.



Şekil 8.7 AC etkileşimi

Şekil 8.7'den görüldüğü üzere C- ve C+ doğruları birbirlerine hemen hemen paraleldir. Bu nedenle A ve C arasında önemli bir etkileşim olduğu söylenemez.

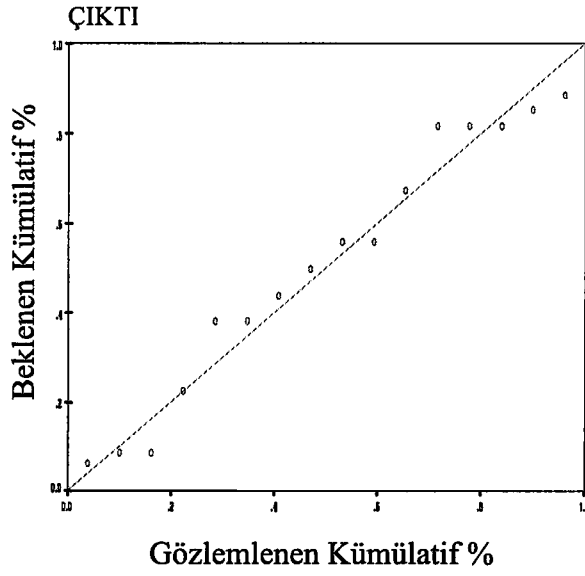


Şekil 8.8 BC etkileşimi

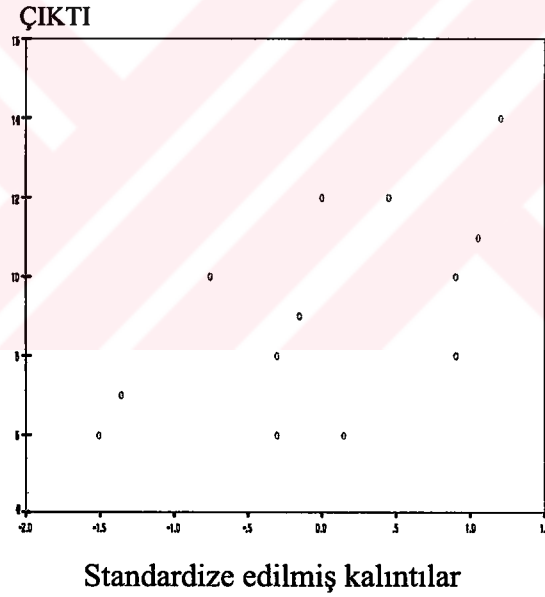
AB etkileşimine benzer olarak, Şekil 8.8'den görüldüğü üzere C- ve C+ doğruları birbirlerine paralel değildir. Bu nedenle B ve C arasında önemli bir etkileşim olduğu anlaşılır.

8.5 Model Uygunluğu Kontrolü

Model uygunluğu kontrolü, kalıntıların incelenmesi ile yapılabilir. Eğer, hataların sıfır ortalamayla ve bilinmeyen fakat sabit bir varyansla normal ve bağımsız dağıldığı varsayımı doğru ise, kalıntıların normal olasılık diyagramı düz bir çizgiyi andırmalıdır. Aşağıdaki Şekil 8.9'daki şekilde düz bir çizgi elde edilmiştir. Şekil 8.10'da ise kalıntılar, gözlemlenen çıktı değerlerine bağlı bir yapı içermemekte, bağımsız dağılmaktadır. Böylece bu varsayımların geçerli olduğu ve modelin uygun olduğu anlaşılır.



Şekil 8.9 Kalıntıların bağımlı değişkene göre normal olasılık diyagramı



Şekil 8.10 Kalıntıların gözlemlenen çıktılarına göre diyagramı

8.6 Deney Sonucu

A (dalga boyu) ve C (sıcaklık) faktörlerinin kareler toplamı ve etki değerleri, diğerlerinden daha yüksek olduğundan PCB'lerdeki hata sayılarına etkileri çok daha fazla olmaktadır. A'nın ve C'nin etkileri negatif olduğundan, bu faktörler üst seviyede tutulmalıdır. Bir başka deyişle dalga boyu 1410 dev/dak., sıcaklık ise 420 °C'de tutulmalıdır.

9. KESİRLİ FAKTÖRYEL DENEY UYGULAMASI

9.1 Giriş

Bu uygulamada, bir plastik makina parçasının proses kalitesinin istatistiksel analizi yapılmıştır. Öncelikle çıktı değişkeni ve bu değişken üzerinde etkili olduğu düşünülen faktörler ve seviyeleri belirlenmiştir. Deney tasarım edildikten sonra, deney gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, elde edilen veriler, bir istatistiksel veri analizi yazılımı olan SPSS ile değerlendirilmiş ve sonuçlar elde edilmiştir.

9.2 Problemin Tanımı

Uygulama bir plastik enjeksiyon fabrikası olan “AYYILDIZ PLASTİK A.Ş.’de gerçekleştirilmiştir. Plastik enjeksiyon, endüstride çok sık kullanılan bir üretim tekniğidir. Deney tasarımının incelediği problem, bu fabrikada üretimi gerçekleştirilmekte olan, halı yıkama makinasında kullanılan bir boru dirseği için enjeksiyon kalıp prosesi ile ilgilidir. Bu parça 150 gram ağırlığındadır ve ABS plastik malzemesi kullanılarak üretilmektedir. Bu parçanın üretimi için kullanılan plastik enjeksiyon makinası, 250 gram enjeksiyon kapasiteli, Stube markalı Alman yapımı bir makinadır. Bu deneyde plastik enjeksiyon prosesinde karşılaşılabilecek problemleri en azlamak için faktör seviyelerinin en uygun kombinasyonun bulunması amaçlanmaktadır.

Plastik enjeksiyon proseslerinde değişik problemlerle sıkça karşılaşmak mümkündür. Bunlardan en önemlileri ve muhtemel nedenleri aşağıda sıralanmıştır:

- Kalın bölgelerde çökeltiller

Nedenleri : Bu problem genellikle kalın parçalarda, yetersiz enjeksiyon basıncı ve polimer moleküllerinin yetersiz geçişinden kaynaklanır. Bu sebepleri şu şekilde sıralayabiliriz:

1. Düşük basınç
2. Düşük tutma süresi
3. Yüksek eriyik sıcaklığı
4. Yüksek kalıp sıcaklığı
5. Makinanın enjeksiyon kapasitesinin düşüklüğü

- Parçadaki delikler

Nedenleri : Parçadaki delikler, polimer moleküllerinin yetersiz geçişlerinden kaynaklanır. Bunun sebepleri şu şekilde sıralayabiliriz:

1. Düşük basınç
2. Düşük tutma süresi
3. Yüksek enjeksiyon hızı
4. Düşük kalıp sıcaklığı
5. Yüksek eriyik sıcaklığı

- Eksik Parçalar

Nedenleri : Bu problem, eriyiğin kalıbı tam olarak dolduramamasından kaynaklanır. Bunun sebeplerini şu şekilde sıralayabiliriz:

1. Düşük enjeksiyon basıncı
2. Düşük enjeksiyon hızı
3. Düşük enjeksiyon süresi
4. Düşük kalıp sıcaklığı
5. Düşük eriyik sıcaklığı

9.2.1 Faktörlerin ve Seviyelerinin Belirlenmesi

Kullanılan enjeksiyon maddesine bağlı olarak faktörler için farklı seviye aralıkları vardır. Parçanın özelliklerini etkileyen ana faktörler aşağıda sıralanmıştır:

1. Enjeksiyon basıncı (A)
2. Enjeksiyon süresi (B)
3. Eriyik sıcaklığı (C)
4. Tutma süresi (D)
5. Kalıp sıcaklığı (E)
6. Enjeksiyon hızı (F)

ABS tipi malzeme için teknik referans tabloları kullanılarak, faktör seviyeleri Tablo 9.1'deki gibi bulunmuştur.

Tablo 9.1 Kontrol edilebilir faktörler ve seviyeleri

	Enjeksiyon Basıncı (bar/cm ²)	Enjeksiyon Süresi (s)	Eriyik Sıcaklığı (°C)	Tutma Süresi (s)	Kalıp Sıcaklığı (°C)	Enjeksiyon Hızı (g/s)
Seviye I	50	5	180	13	50	25
Seviye II	60	6	210	15	60	30

9.2.2 Çıktı Değişkeninin Belirlenmesi

Bu deney için çıktı değişkeni, kusurlu parça sayısı olarak seçilmiştir. Parçanın kusurluluğu, yukarıda bahsedilen üç tip kusurdan oluşmaktadır.

9.3 Deneyin Tasarımı

Bu deneyde kusurlu sayısını etkileyen toplam altı faktör bulunmaktadır. Her faktör ikişer seviyeye sahiptir. 2^k faktöryel tasarımda faktör sayısı arttıkça, tam bir tekrar için gerekli deneme sayısı da büyük ölçüde artmaktadır. 2^6 faktöryel tasarımın tam bir tekrarı için 64 deneme gereklidir. Bu tasarımda 63 serbestlik derecesinin ancak 6

tanesi esas etkiler ile, 13 tanesi iki-faktör etkileşimler ile ilgilidir. Geri kalan 42 serbestlik derecesi, üç-faktör veya daha yüksek dereceli etkileşimler ile ilgilidir.

Bu deney için yüksek dereceden etkileşimlerin göz ardı edilebilir olduğu öğrenilmiştir. Ayrıca eldeki kaynakların, tam bir tekrar için yetersiz kalacağı vurgulanmıştır. Bu nedenle, tam bir 2^6 faktöryel tasarım yerine, bu tasarımın çeyrek kesrinin yürütülmesine karar verilmiştir. Bu da $2^{6-2} = 2^4$ deneme yapılması anlamına gelmektedir.

Tasarım üretici $I = ABCE$ ve $I = BCDF$ olarak seçilmiştir. $ABCE$ ve $BCDF$ için genelleştirilmiş etkileşim $ADEF$ olarak bulunur. Böylece tasarım için belirleyici ilişki şöyledir:

$$I = ABCE = BCDF = ADEF$$

Dolayısıyla, bu bir çözünürlük IV tasarımıdır. Herhangi bir etkinin eşadlarını bulmak için ilgili etki, belirleyici ilişkideki her bir kelime ile çarpılır. Örneğin A için aşağıdaki eşad yapısı bulunur:

$$A = BCE = ABCDF = DEF$$

Bu deneyde, her bir esas etkinin üç-faktör ve beş-faktör etkileşimler ile, iki-faktör etkileşimlerin birbirleri ile ya da daha yüksek dereceden etkileşimler ile eşad yapı oluşturduğu görülmektedir. Böylece örneğin A'yı tahmin ederken, aslında $A + BCE + DEF + ABCDF$ 'yi tahmin ediyoruz. Bu tasarım için eşad yapının tamamı, Tablo 9.2'de verilmiştir. Eğer üç-faktör ve daha yüksek dereceden etkileşimler göz ardı edilebilir ise, bu tasarım esas etkiler hakkında kesin tahminler verecektir.

Tablo 9.2 2^{6-2}_{IV} tasarımı için eşad yapılar ($I = ABCE = BCDF = ADEF$)

$A = BCE = DEF = ABCDF$	$AB = CE = ACDF = BDEF$
$B = ACE = CDF = ABDEF$	$AC = BE = ABDF = CDEF$
$C = ABE = BDF = ACDEF$	$AD = EF = BCDE = ABCF$
$D = BCF = AEF = ABCDE$	$AE = BC = DF = ABCDEF$
$E = ABC = ADF = BCDEF$	$AF = DE = BCEF = ABCD$
$F = BCD = ADE = ABCEF$	$BD = CF = ACDE = ABEF$
	$BF = CD = ACEF = ABDE$
$ABD = CDE = ACF = BEF$	
$ACD = BDE = ABF = CEF$	

Tasarımı oluştururken öncelikle tam $2^{6-2} = 2^4$ tasarım için A, B, C ve D için 16 muamele kombinasyonundan oluşan temel tasarımı yazarız. Daha sonra iki faktör E ve F'nin artı ve eksi işaretlerini, sırasıyla ABC ve BCD etkileşimlerinin artı ve eksi işaretleri ile ilişkilendirerek, bu iki ana faktörü de ekleriz. Bu prosedür Tablo 9.3'de görülmektedir.

Tablo 9.3 2^{6-2}_{IV} tasarımının $I = ABCE$ ve $I = BCDF$ üreticileri ile oluşturulması

Deneme Sayısı	Temel Tasarım				ABC	BCD
	A	B	C	D		
1	-	-	-	-	-	-
2	+	-	-	-	+	-
3	-	+	-	-	+	+
4	+	+	-	-	-	+
5	-	-	+	-	+	+
6	+	-	+	-	-	+
7	-	+	+	-	-	-
8	+	+	+	-	+	-
9	-	-	-	+	-	+
10	+	-	-	+	+	+
11	-	+	-	+	+	-
12	+	+	-	+	-	-
13	-	-	+	+	+	-
14	+	-	+	+	-	-
15	-	+	+	+	-	+
16	+	+	+	+	+	+

Buradaki 2^{6-2} tasarımı tek tekrarlıdır ve herbir denemede 20 parça enjekte edilip kusurlu parça sayısı belirlenmektedir.

9.4 Deneyin Yapılışı

Herbir denemede, 20 boru dirseği enjekte edilmektedir, deneyler rassal sayı tablolarından faydalanılarak, rassal bir sırada gerçekleştirilmiştir. Herbir muamele kombinasyonuna ait elde edilen çıktı değerleri, Tablo 9.4'te verilmiştir.

Tablo 9.4 2^{6-2}_{IV} tasarımının çıktı değerleri (I = ABCE ve I = BCDF)

Deneme	Temel Tasarım				ABC	BCD	Kusurlu Sayısı
	A	B	C	D			
1	-	-	-	-	-	-	11
2	+	-	-	-	+	-	9
3	-	+	-	-	+	+	7
4	+	+	-	-	-	+	6
5	-	-	+	-	+	+	11
6	+	-	+	-	-	+	8
7	-	+	+	-	-	-	10
8	+	+	+	-	+	-	9
9	-	-	-	+	-	+	9
10	+	-	-	+	+	+	4
11	-	+	-	+	+	-	7
12	+	+	-	+	-	-	6
13	-	-	+	+	+	-	9
14	+	-	+	+	-	-	6
15	-	+	+	+	-	+	8
16	+	+	+	+	+	+	5

Bir etkinin tahminini bulmak veya etkinin kareler toplamını hesaplamak için, öncelikle o etkinin kontrastının bulunması gereklidir. Kontrast, her zaman artı ve eksi işaretleri tablolarından faydalanılarak bulunabilir. Ancak, k'nın büyük değerleri için bu işlem yorucu ve zaman alıcı olabilir. Bu nedenle, alternatif bir yöntem kullanılır. $AB \dots K$ etkisi için kontrast değerleri şu şekilde hesaplanır:

$$\text{Kontrast}_{AB \dots K} = (a \pm 1)(b \pm 1) \dots (k \pm 1) \quad (9.1)$$

Yukarıdaki eşitlikte, eğer bir faktör o etki içinde yer alıyorsa, ilgili parantez içindeki işaret negatif; yer almıyorsa pozitif olur. Böylece, bu deney için kontrast hesaplamaları Tablo 9.5'te gösterilmiştir:

Tablo 9.5 Kontrast Değerlerinin Hesaplanması

Kontrast _A	$= (a - 1)(b + 1)(c + 1)(d + 1)$ $= abcd + abc + abd + acd + ab + ac + ad + a - bcd - bc - bd - cd - b - c - d - (1)$ $= 5 + 9 + 6 + 6 + 6 + 8 + 4 + 9 - 8 - 10 - 7 - 9 - 7 - 11 - 9 - 11$ $= -19$
Kontrast _B	$= (a + 1)(b - 1)(c + 1)(d + 1)$ $= abcd + abc + abd + bcd + ab + bc + bd + b - acd - ac - ad - cd - a - c - d - (1)$ $= 5 + 9 + 6 + 8 + 6 + 10 + 7 + 7 - 6 - 8 - 4 - 9 - 9 - 11 - 9 - 11$ $= -9$
Kontrast _{AB+CE}	$= (a - 1)(b - 1)(c + 1)(d + 1)$ $= abcd + abc + abd + ab + cd + c + d + (1) - acd - bcd - ac - ad - bc - bd - a - b$ $= 5 + 9 + 6 + 6 + 9 + 11 + 9 + 11 - 6 - 8 - 8 - 4 - 10 - 7 - 9 - 7$ $= 7$
Kontrast _C	$= (a + 1)(b + 1)(c - 1)(d + 1)$ $= abcd + abc + acd + bcd + ac + bc + cd + c - abd - ab - ad - bd - a - b - d - (1)$ $= 5 + 9 + 6 + 8 + 8 + 10 + 9 + 11 - 6 - 6 - 4 - 7 - 9 - 7 - 9 - 11$ $= 7$
Kontrast _{AC+BE}	$= (a - 1)(b + 1)(c - 1)(d + 1)$ $= abcd + abc + acd + ac + bd + b + d + (1) - abd - bcd - ab - ad - bc - cd - a - c$ $= 5 + 9 + 6 + 8 + 7 + 7 + 9 + 11 - 6 - 8 - 6 - 4 - 10 - 9 - 9 - 11$ $= -1$
Kontrast _{AE+BC+DF}	$= (a + 1)(b - 1)(c - 1)(d + 1)$ $= abcd + abc + bcd + ad + bc + a + d + (1) - abd - acd - ab - ac - bd - cd - b - c$ $= 5 + 9 + 8 + 4 + 10 + 9 + 9 + 11 - 6 - 6 - 6 - 8 - 7 - 9 - 7 - 11$ $= 5$
Kontrast _E	$= (a - 1)(b - 1)(c - 1)(d + 1)$ $= abcd + abc + ad + bd + cd + a + b + c - abd - acd - bcd - ab - ac - bc - d - (1)$ $= 5 + 9 + 4 + 7 + 9 + 9 + 7 + 11 - 6 - 6 - 8 - 6 - 8 - 10 - 9 - 11$ $= -3$
Kontrast _D	$= (a + 1)(b + 1)(c + 1)(d - 1)$ $= abcd + abd + acd + bcd + ad + bd + cd + d - abc - ab - ac - bc - a - b - c - (1)$ $= 5 + 6 + 6 + 8 + 4 + 7 + 9 + 9 - 9 - 6 - 8 - 10 - 9 - 7 - 11 - 11$ $= -17$
Kontrast _{AD+EF}	$= (a - 1)(b + 1)(c + 1)(d - 1)$ $= abcd + abd + acd + ad + bc + b + c + (1) - abc - bcd - ab - ac - bd - cd - a - d$ $= 5 + 6 + 6 + 4 + 10 + 7 + 11 + 11 - 9 - 8 - 6 - 8 - 7 - 9 - 9 - 9 = -5$

Tablo 9.5 (devamı)

Kontrast BD+CF	$= (a + 1)(b - 1)(c + 1)(d - 1)$ $= abcd + abd + bcd + ac + bd + a + c + (1) - abc - acd - ab - ad - bc - cd - b - d$ $= 5 + 6 + 8 + 8 + 7 + 9 + 11 + 11 - 9 - 6 - 6 - 4 - 10 - 9 - 7 - 9$ $= 5$
Kontrast ABD	$= (a - 1)(b - 1)(c + 1)(d - 1)$ $= abcd + abd + ac + bc + cd + a + b + d - abc - acd - bcd - ab - ad - bd - c - (1)$ $= 5 + 6 + 8 + 10 + 9 + 9 + 7 + 9 - 9 - 6 - 8 - 6 - 4 - 7 - 11 - 11$ $= 1$
Kontrast BF+CD	$= (a + 1)(b + 1)(c - 1)(d - 1)$ $= abcd + acd + bcd + ab + cd + a + b + (1) - abc - abd - ac - ad - bc - bd - c - d$ $= 5 + 6 + 8 + 6 + 9 + 9 + 7 + 11 - 9 - 6 - 8 - 4 - 10 - 7 - 11 - 9$ $= -3$
Kontrast ABF	$= (a - 1)(b + 1)(c - 1)(d - 1)$ $= abcd + acd + ab + bc + bd + a + c + d - abc - abd - bcd - ac - ad - cd - b - (1)$ $= 5 + 6 + 6 + 10 + 7 + 9 + 11 + 9 - 9 - 6 - 8 - 8 - 4 - 9 - 7 - 11$ $= 1$
Kontrast _F	$= (a + 1)(b - 1)(c - 1)(d - 1)$ $= abcd + bcd + ab + ac + ad + b + c + d - abc - abd - acd - bc - bd - cd - a - (1)$ $= 5 + 8 + 6 + 8 + 4 + 7 + 11 + 9 - 9 - 6 - 6 - 10 - 7 - 9 - 9 - 11$ $= -9$
Kontrast AF+DE	$= (a - 1)(b - 1)(c - 1)(d - 1)$ $= abcd + ab + ac + ad + bc + bd + cd + (1) - abc - abd - acd - bcd - a - b - c - d$ $= 5 + 6 + 8 + 4 + 10 + 7 + 9 + 11 - 9 - 6 - 6 - 8 - 9 - 7 - 11 - 9$ $= -5$

Herbir etki için kontrastlar hesaplandıktan sonra, etki tahminleri ve kareler toplamı, n tekrar sayısı olmak üzere sırasıyla şöyle hesaplanır:

$$AB...K = \frac{2}{n2^k} [Kontrasts_{AB...K}] \quad (9.2)$$

$$SS_{AB...K} = \frac{1}{n2^k} [Kontrasts_{AB...K}]^2 \quad (9.3)$$

Böylece etki tahmin değerleri şöyledir:

$$A = \frac{1}{8}[-19] = -2,375$$

$$B = \frac{1}{8}[-9] = -1,125$$

$$C = \frac{1}{8}[7] = 0,875$$

$$D = \frac{1}{8}[-17] = -2,125$$

$$E = ABC = \frac{1}{8}[-3] = -0,375$$

$$F = BCD = \frac{1}{8}[-9] = -1,125$$

$$AB + CE = \frac{1}{8}[7] = 0,875$$

$$AC + BE = \frac{1}{8}[-1] = -0,125$$

$$AD + EF = \frac{1}{8}[-5] = -0,625$$

$$AE + BC + DF = \frac{1}{8}[5] = 0,625$$

$$BD + CF = \frac{1}{8}[5] = 0,625$$

$$BF + CD = \frac{1}{8}[-3] = -0,375$$

$$ABD = \frac{1}{8}[1] = 0,125$$

$$ACD = \frac{1}{8}[1] = 0,125$$

$$AF + DE = \frac{1}{8}[-5] = -0,625$$

9.5 Deney İstatistiksel Veri Analizi

Tablo 9.6, kareler toplamını, kareler ortalamalarını, F oranını ve p-değerlerini göstermektedir. Üçüncü ve dördüncü dereceden etkileşimler göz ardı edilmiştir.

Tablo 9.6 Deneyin varyans analizi tablosu

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	p
A	22,562	1	22,562	361,0	,003
B	5,063	1	5,063	81,0	,012
C	3,063	1	3,063	49,0	,020
D	18,063	1	18,063	289,0	,003
E	,563	1	,563	9,0	,095
F	5,063	1	5,063	81,0	,012
A*B	3,063	1	3,063	49,0	,020
A*C	,0625	1	,0625	1,0	,423
A*D	1,563	1	1,563	25,0	,038
A*E	1,563	1	1,563	25,0	,038
A*F	1,563	1	1,563	25,0	,038
B*D	1,563	1	1,563	25,0	,038
B*F	,563	1	,563	9,0	,095
Hata	,125	2	,0625		
Toplam	64,438	15			

İşletmede, esas etkileri yada etkileşimleri göreceli olarak diğerlerine göre yüksek olan faktörler üzerinde durulması istenilmiştir. Buna göre anlamlılık düzeyinin 0,01 olarak belirlenmesine karar verilmiştir. İlgili tablolardan $F_{0,01,1,2}$ değeri olarak 98,50 değeri okunur. Tablo 9.6'ya bakılırsa A ve D esas etkileri bu değerlerin üzerinde kalmaktadır. Ayrıca F_0 değerine yakın olan 81,00 değerine sahip B ve F etkileri de incelenmeye değer görülebilir. Diğer bir yorumlama, p-değerlerine bakılarak yapılabilir. Anlamlılık düzeyinin (0,01) altında kalan p-değerlerine sahip esas etkiler ya da etkileşimler çıktı üzerinde önemli kabul edilir. A ve D etkileri, anlamlılık düzeyinin altındadır. Bununla birlikte B ve F etkilerinin p-değerleri de anlamlılık düzeyine oldukça yakındır; incelenmeye değerdir. Sonuç olarak tablonun

yorumlanması sonucunda görülmektedir ki etkili olan faktörler A, B, D ve F'dir. Diğer esas etkiler ve etkileşimler önemsiz bulunmuştur.

Deneydeki esas etki ve etkileşim etkileri tahminleri ile ilgili ortalama, standart hata, %95 güven aralığına göre alt ve üst sınır değerleri Ek A'da Tablo A.1'den Tablo A.14'e kadar verilmiştir. Herbir esas etki ve etkileşim etkisi, Tablo A.1 ile Tablo A.14 arasından ilgili olan tabloya bakılarak, aşağıdaki gibi de hesaplanabilir:

A etkisi şu şekilde hesaplanır: $6.625(\text{üst})-9(\text{alt})=-2.375$

B etkisi şu şekilde hesaplanır: $7.250(\text{üst})-8.375(\text{alt})=-1.125$

C etkisi şu şekilde hesaplanır: $8.250(\text{üst})-7.375(\text{alt})=0.875$

D etkisi şu şekilde hesaplanır: $6.750(\text{üst})-8.875(\text{alt})=-2.125$

E etkisi şu şekilde hesaplanır: $7.625(\text{üst})-8.000(\text{alt})=-0.375$

F etkisi şu şekilde hesaplanır: $7.250(\text{üst})-8.375(\text{alt})=-1.125$

AB etkisi şu şekilde hesaplanır: $AB=(6.5+10-8-6.75)/2=0.875$

AC etkisi şu şekilde hesaplanır: $AC=(7+8.5-9.5-6.25)/2=-0.125$

AD etkisi şu şekilde hesaplanır: $AD=(5.250+9.750-8.250-8.000)/2=-0.625$

AE etkisi şu şekilde hesaplanır: $AE=(9.5+6.750-8.5-6.5)/2=0.625$

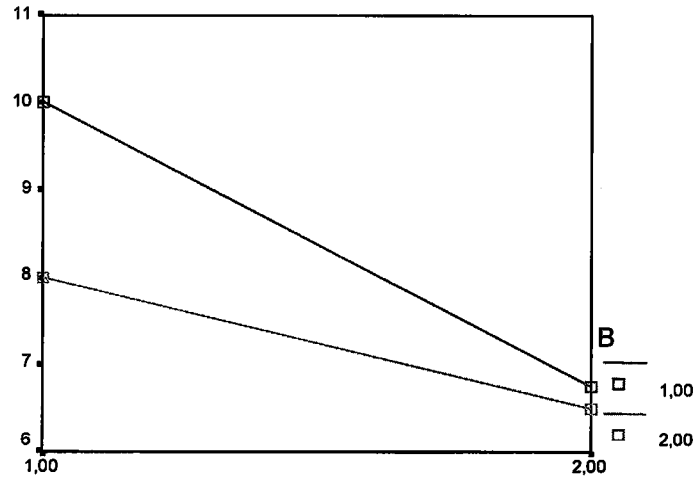
AF etkisi şu şekilde hesaplanır: $AF=(9.25+5.75-8.75-7.5)/2=-0.625$

BD etkisi şu şekilde hesaplanır: $BD=(9.75+6.5-7-8)/2=0.625$

BF etkisi şu şekilde hesaplanır: $BF=(7+8.5-9.5-6.25)/2=-0.125$

İki-faktör etkileşim etkilerine ait diyagramlar, Şekil 9.1a'dan Şekil 9.1o'ya kadar verilmiştir. Etkileşim doğrularının paralel olup olmamasına göre, etkileşimin önemi anlaşılır.

Çıktı Değerleri

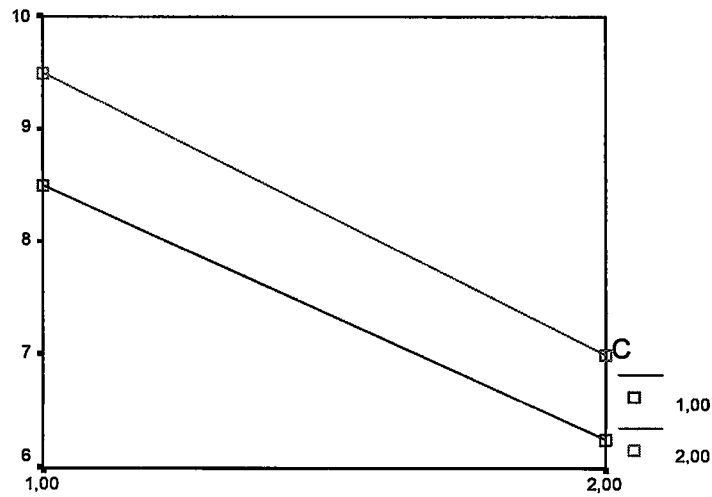


A

Şekil 9.1a A ve B etkileşim diyagramı

AB etkileşimi, Şekil 9.1a'de görülmektedir. A faktörü seviyesi arttıkça, kusurlu sayısı azalmaktadır. Ayrıca B faktörünün üst seviyesinde de kusurlu sayısı daha az olmaktadır. Çıktı değerinin en küçük olduğu değer, A'nın üst, B'nin üst seviyede olduğu 6.50 değeridir. A alt, B üst seviyedeysen çıktı değeri 6.75'tir. A alt, B üst seviyedeysen çıktı değeri 8'dir. Kusurlu sayısının en çok olduğu kombinasyon ise A'nın alt, B'nin de alt seviyede olduğu 10 değeridir. Diyagramda doğrular birbirlerine paralel olmadığından AB arasında etkileşim vardır.

Çıktı Değeri

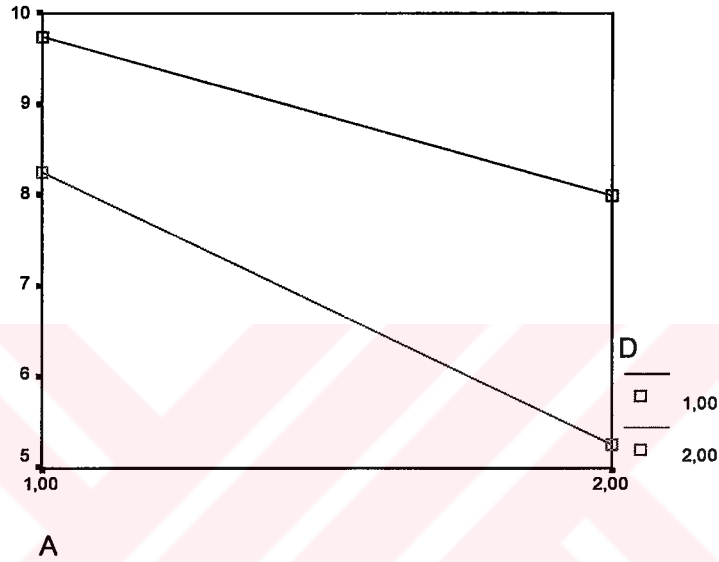


A

Şekil 9.1b A ve C etkileşim diyagramı

Şekil 9.1b'den de görüldüğü üzere doğrular birbirlerine hemen hemen paralel konumundadır, buradan anlaşılabacağı üzere A ve C arasında önemli bir etkileşim olduğu söylenemez. Çıktının en üst değeri, A'nın alt, C'nin üst seviyede olduğu 9.50 değeridir. Çıktının en düşük değeri ise A'nın üst, C'nin alt seviyede olduğu 6.25 değeridir. A ve C alt seviyede iken bu değer 8.50; A ve B üst seviyede iken bu değer ise 7.00 olmaktadır.

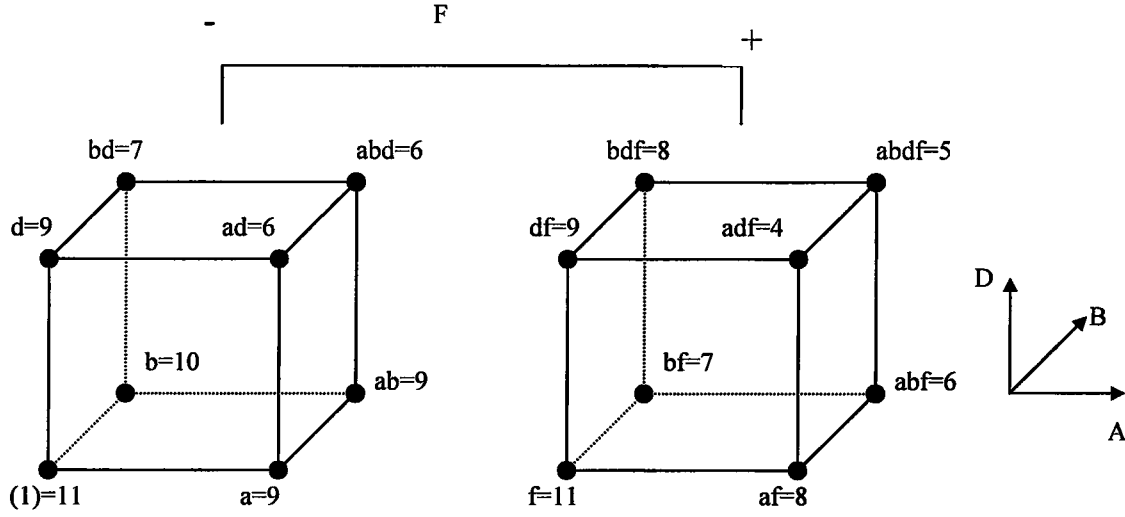
Çıktı Değeri



Şekil 9.1c A ve D etkileşim diyagramı

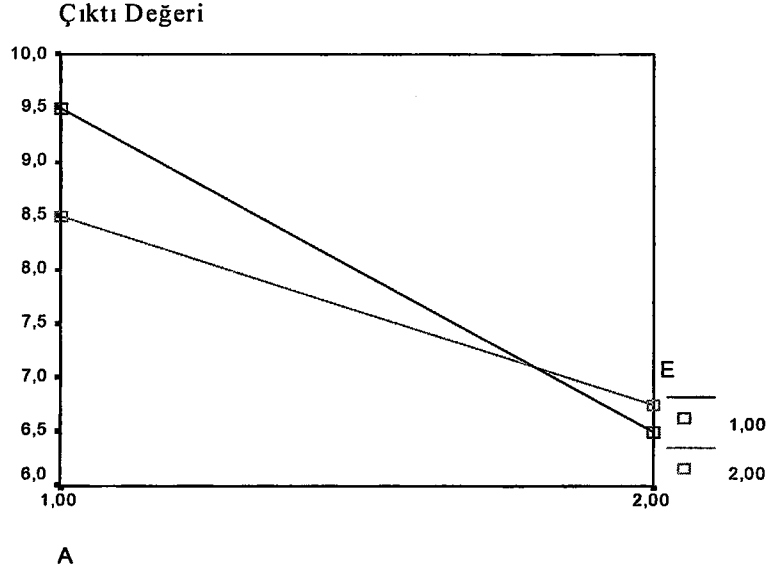
Şekil 9.1c'den görüldüğü üzere, A faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. D faktörü ise üst seviyede iken daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısının maksimuma ulaştığı değer, A ve D'nin alt seviyede bulunduğu 9.75 değeridir. Kusurlu sayısının minimuma indiği değer ise, A ve D'nin üst seviyede bulunduğu 5.25 değeridir. A alt, D üst seviyede iken bu değer 8.25 ; A üst, D alt seviyede iken bu değer 8.00 olmaktadır. Şekildeki doğrular birbirlerine tam paralel olmadığından, A ve D arasında küçük bir etkileşim olduğu söylenebilir.

9.7 Deney Sonucu



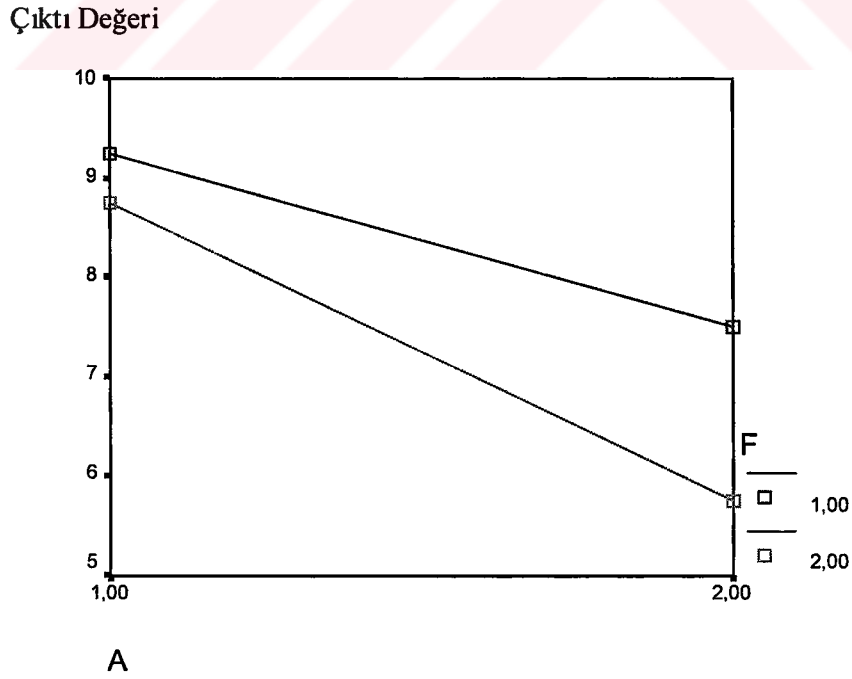
Şekil 9.5 2^{6-2}_{IV} deney tasarımının tek tekrarlı 2^4 faktöryel tasarıma dönüşmesi

Deneyde etkileri önemsiz bulunan C ve E faktörleri tasarımdan çıkarılırsa, 2^{6-2}_{IV} deney tasarımı tek tekrarlı 2^4 faktöryel tasarımına dönüşür. Önemli bulunan A, B, D ve F faktörlerine ait muamele kombinasyonlarını, Şekil 9.5'te gözlemlemek mümkündür. Muamele kombinasyonlarına ait çıktı değerleri incelendiğinde, A faktörü üst seviyede iken (küplerin sağ yan yüzü) çıktı daha düşük değerler almakta; B faktörü üst seviyede iken (küplerin arka yüzü) çıktı daha düşük değerler almakta; D faktörü üst seviyede iken (küplerin üst yüzü) çıktı daha düşük değerler almakta; F faktörü üst seviyede iken (sağ küp) çıktı daha düşük değerler almaktadır. En küçük çıktı değeri, adf kombinasyonuna ait 4 değeridir. Buna göre A üst seviyede, D üst seviyede, F üst seviyede, B ise alt seviyede olmalıdır. Ancak B faktörü gerek Şekil 9.5, gerek etkileşim şekilleri incelendiğinde, üst seviyede iken çıktı daha düşük değerler almaktadır. Buna göre optimum çıktı için olası tahmin A, B, D ve F'in üst seviyede olduğu muamele kombinasyonudur. Bir başka deyişle enjeksiyon basıncı 60 bar/cm^2 , enjeksiyon süresi 6 s., tutma süresi 15 s. ve enjeksiyon hızı 30 g/s.'de tutulmalıdır.



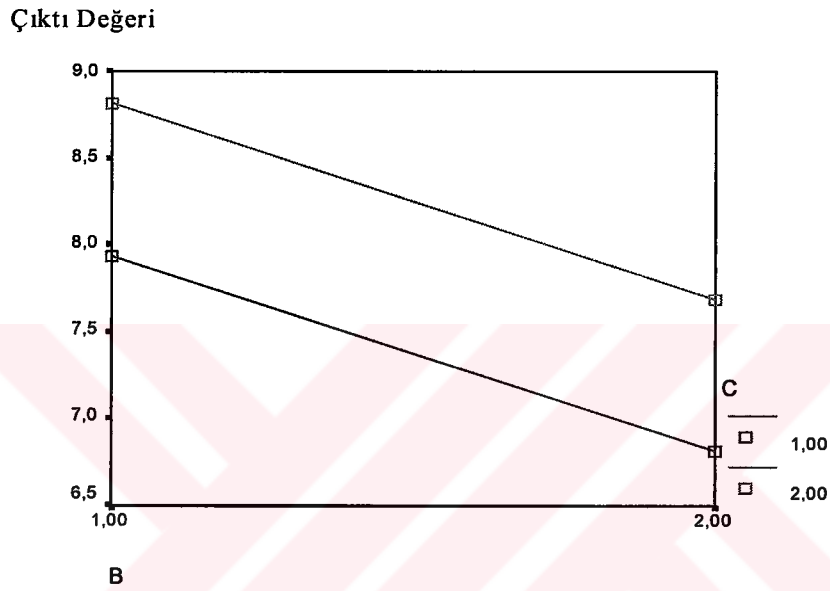
Şekil 9.1d A ve E etkileşim diyagramı

Şekil 9.1d'den görüldüğü üzere, A faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısının maksimuma ulaştığı değer, A ve E'nin alt seviyede bulunduğu 9.50 değeridir. Kusurlu sayısının minimuma indiği değer ise A'nın üst, E'nin alt seviyede bulunduğu 6.50 değeridir. A alt, E üst seviyede iken bu değer 8.50; A üst, E üst seviyede iken bu değer 6.75 olmaktadır. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olmadığından, A ve E arasında etkileşim bulunmaktadır.



Şekil 9.1e A ve F etkileşim diyagramı

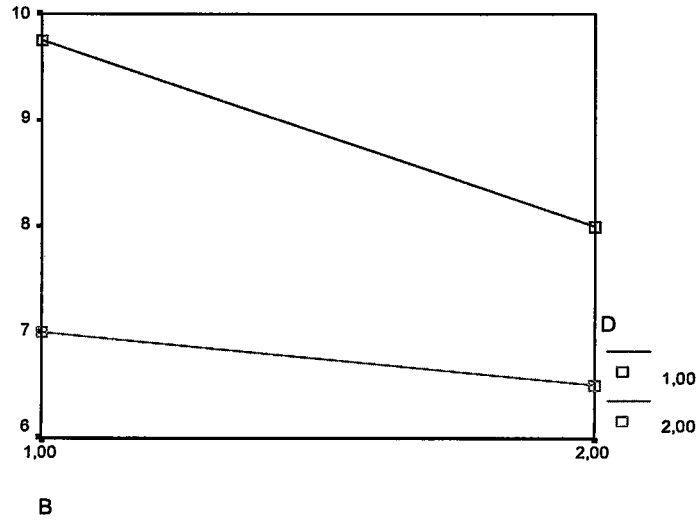
Şekil 9.1e’den görüldüğü üzere, A faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. F faktörü ise üst seviyedeysen daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısının maksimuma ulaştığı değer, A ve F’in alt seviyede bulunduğu 9.25 değeridir. Kusurlu sayısının minimuma indiği değer ise, A ve F’nin üst seviyede bulunduğu 5.75 değeridir. A alt, F üst seviyede iken bu değer 8.75 ; A üst, F alt seviyede iken bu değer 7.50 olmaktadır. Şekildeki doğrular birbirlerine tam paralel olmadığından, A ve F arasında etkileşim bulunmaktadır.



Şekil 9.1f B ve C etkileşim diyagramı

Şekil 9.1f’den görüldüğü üzere, B faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. C faktörü ise alt seviyedeysen daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısı minimuma B üst, C alt seviyede bulunurken inmektedir. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olduğundan, B ve C arasında etkileşim yoktur.

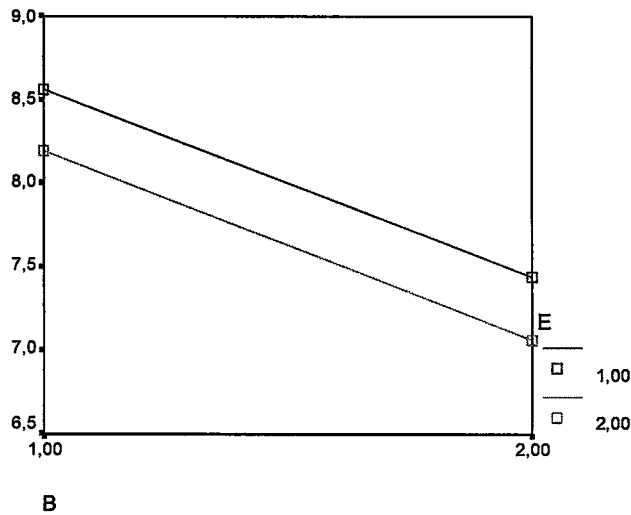
Çıktı Değeri



Şekil 9.1g B ve D etkileşim diyagramı

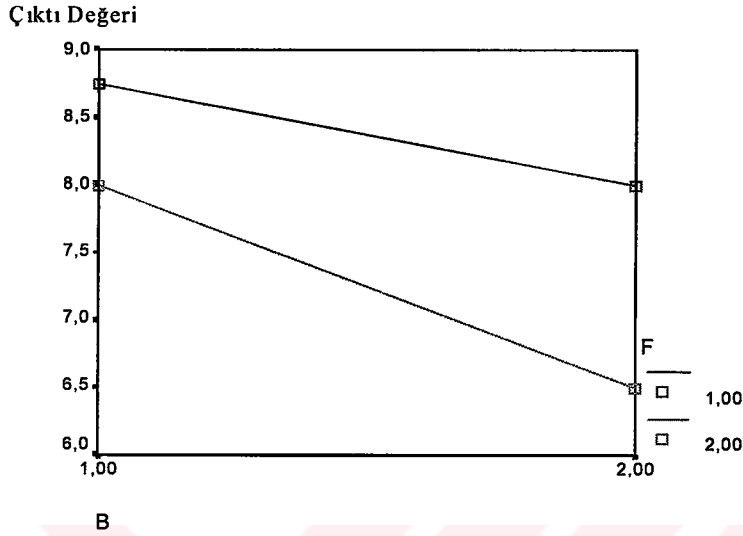
Şekil 9.1g'den görüldüğü üzere, B faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. D faktörü ise üst seviyedeysen daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısının maksimuma ulaştığı değer, B ve D'nin alt seviyede bulunduğu 9.75 değeridir. Kusurlu sayısının minimuma indiği değer ise, B ve D'nin üst seviyede bulunduğu 6.50 değeridir. B alt, D üst seviyede iken bu değer 7.00 ; B üst, D alt seviyede iken bu değer 8.00 olmaktadır. Şekildeki doğrular birbirlerine tam paralel olmadığından, B ve D arasında küçük bir etkileşim vardır.

Çıktı Değeri



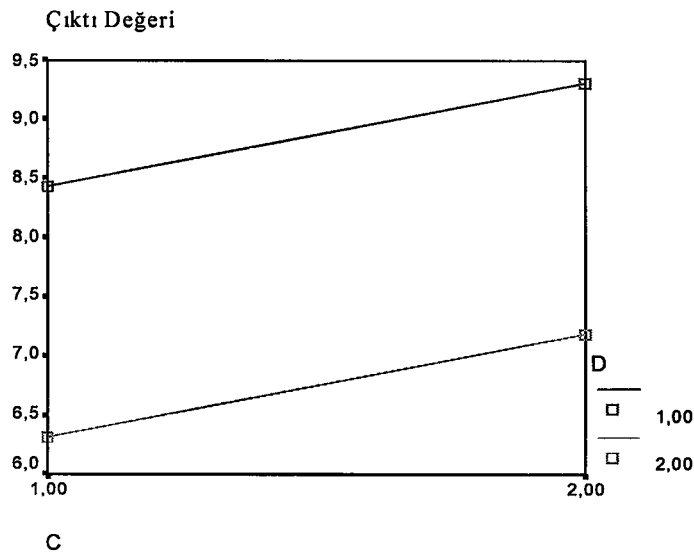
Şekil 9.1h B ve E etkileşim diyagramı

Şekil 9.1h'den görüldüğü üzere, B faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. E faktörü ise üst seviyedeysen daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısı minimuma B ve E üst seviyede bulunurken inmektedir. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olduğundan, B ve E arasında etkileşim yoktur.



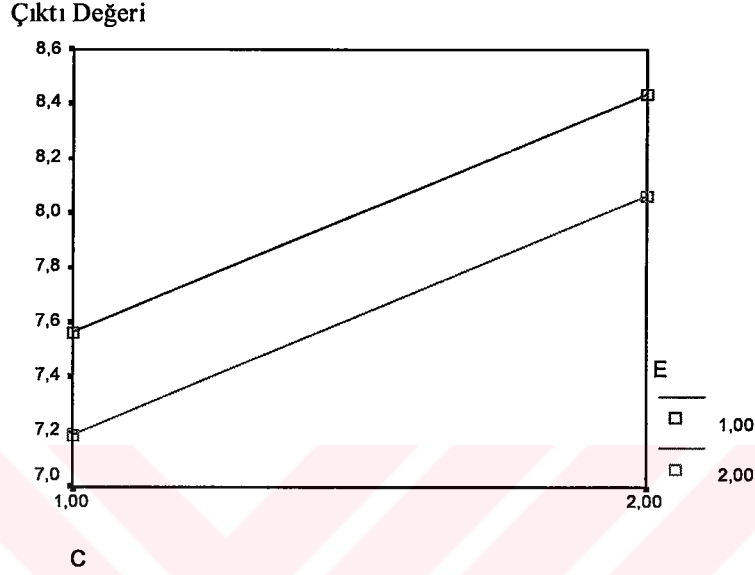
Şekil 9.1i B ve F etkileşim diyagramı

Şekil 9.1i'den görüldüğü üzere, kusurlu sayısının maksimuma ulaştığı değer, B ve F'nin alt seviyede bulunduğu 8.75 değeridir. Kusurlu sayısının minimuma indiği değer ise, B ve F'nin üst seviyede bulunduğu 6.50 değeridir. B alt, F üst seviyede iken bu değer 8.00 ; B üst, F alt seviyede iken de bu değer 8.00 olmaktadır. Şekildeki doğrular birbirlerine tam paralel olmadığından, B ve F arasında küçük bir etkileşim vardır.



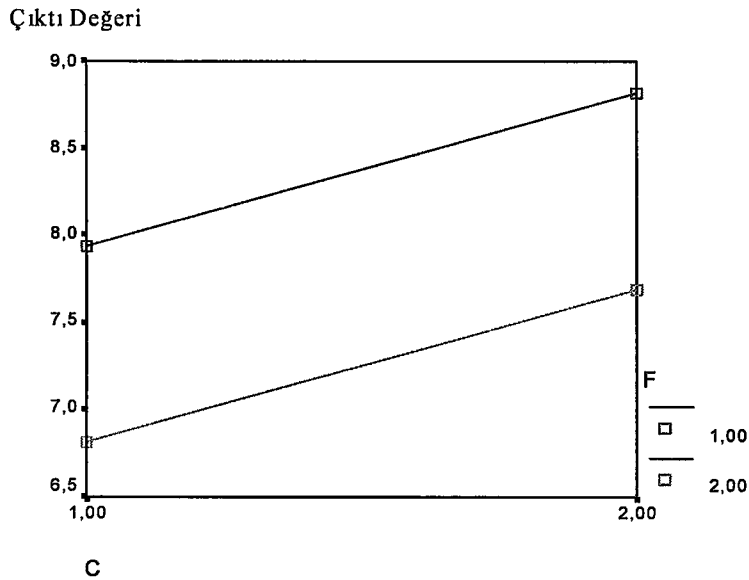
Şekil 9.1j C ve D etkileşim diyagramı

Şekil 9.1j'den görüldüğü üzere, C faktörünün alt seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. D faktörü ise üst seviyede daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısı minimuma C alt ve D üst seviyede bulunurken inmektedir. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olduğundan, C ve D arasında etkileşim yoktur.



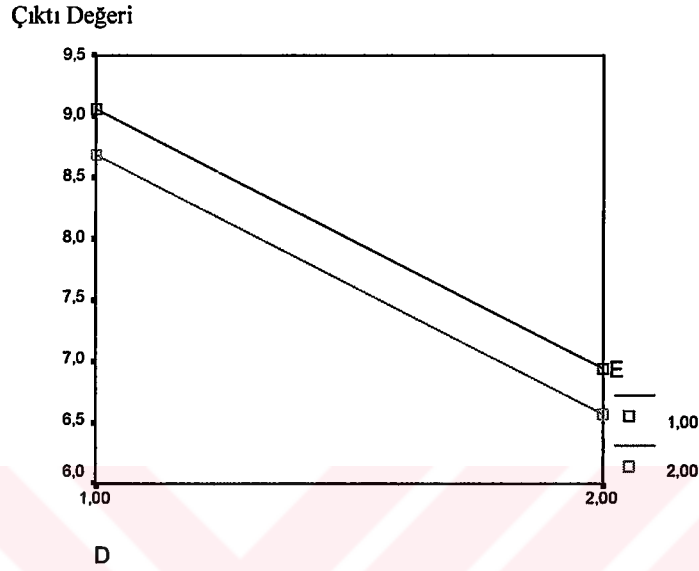
Şekil 9.1k C ve E etkileşim diyagramı

Şekil 9.1k'den görüldüğü üzere, kusurlu sayısı minimuma C alt ve E üst seviyede bulunurken inmektedir. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olduğundan, C ve E arasında etkileşim yoktur.



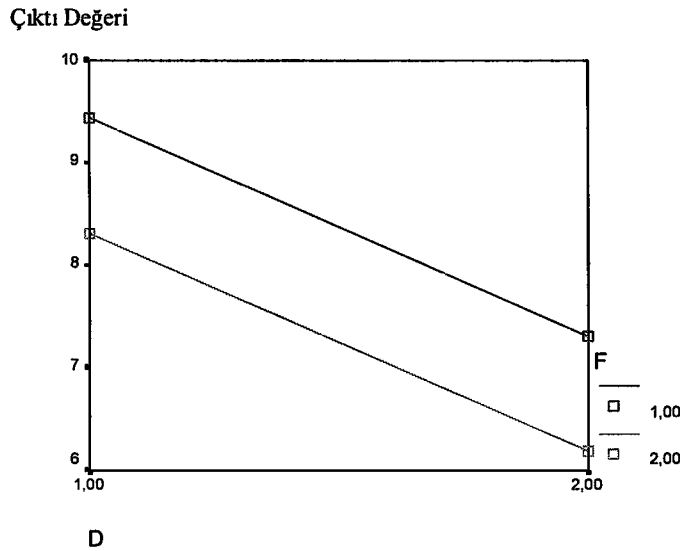
Şekil 9.11 C ve F etkileşim diyagramı

Şekil 9.11'den görüldüğü üzere, C faktörünün alt seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. F faktörü ise üst seviyedeysen daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısı minimuma C alt ve F üst seviyede bulunurken inmektedir. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olduğundan, C ve F arasında etkileşim yoktur.



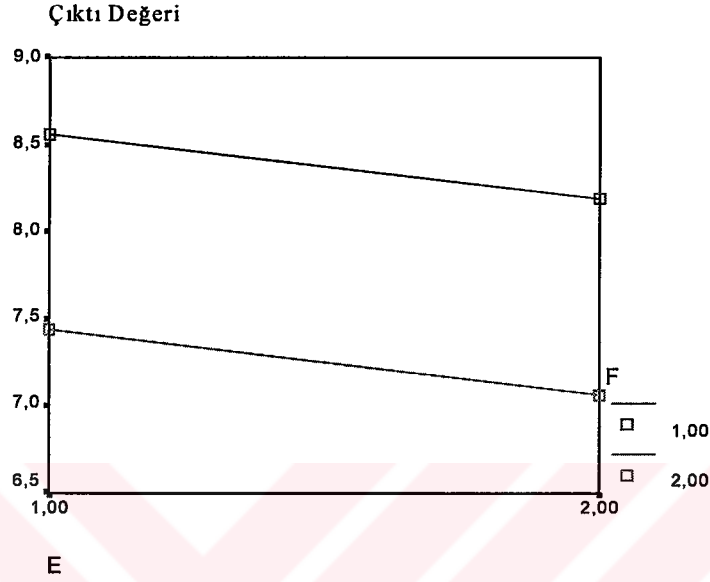
Şekil 9.1m D ve E etkileşim diyagramı

Şekil 9.1m'den görüldüğü üzere, D faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. E faktörü ise üst seviyedeysen daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısı minimuma D ve E üst seviyede bulunurken inmektedir. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olduğundan, D ve E arasında etkileşim yoktur.



Şekil 9.1n D ve F etkileşim diyagramı

Şekil 9.1n'den görüldüğü üzere, D faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. F faktörü ise üst seviyede daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısı minimuma D ve F üst seviyede bulunurken inmektedir. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olduğundan, D ve F arasında etkileşim yoktur.

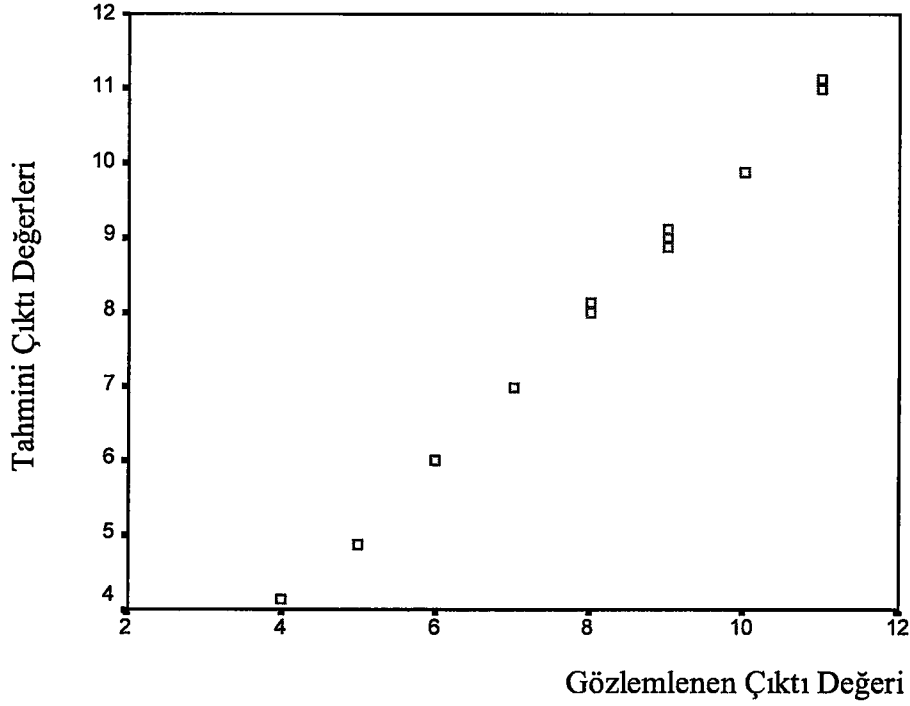


Şekil 9.1o E ve F etkileşim diyagramı

Şekil 9.1o'dan görüldüğü üzere, E faktörünün üst seviyesinde daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. F faktörü ise üst seviyede daha az kusurlu sayısı oluşmaktadır. Kusurlu sayısı minimuma E ve F üst seviyede bulunurken inmektedir. Şekildeki doğrular birbirlerine paralel olduğundan, E ve F arasında etkileşim yoktur.

9.6 Model Uygunluğu Kontrolü

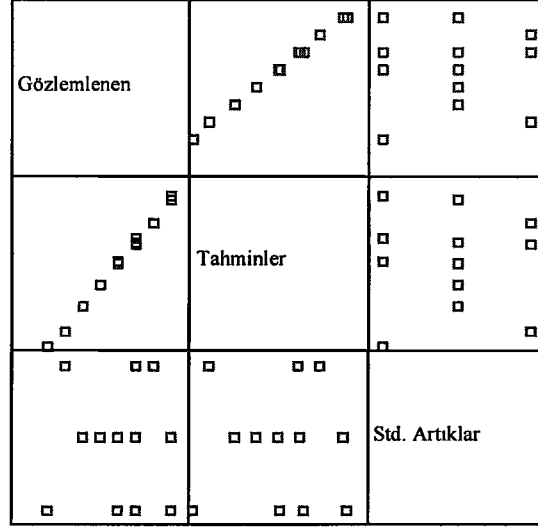
Normallik varsayımının kontrolü, kalıntıların normal olasılık diyagramı oluşturularak bulunabilir. Eğer hataların sıfır ortalama ve bilinmeyen fakat sabit bir varyansla normal ve bağımsız olarak dağıldığı varsayımı doğru ise, bu diyagram düz bir çizgiyi andırmalıdır. Kalıntıların normal olasılık dağılımı diyagramı, Şekil 9.2'de görülmektedir. Görülmektedir ki, normal olasılık diyagramı düz bir çizgi oluşturmaktadır.



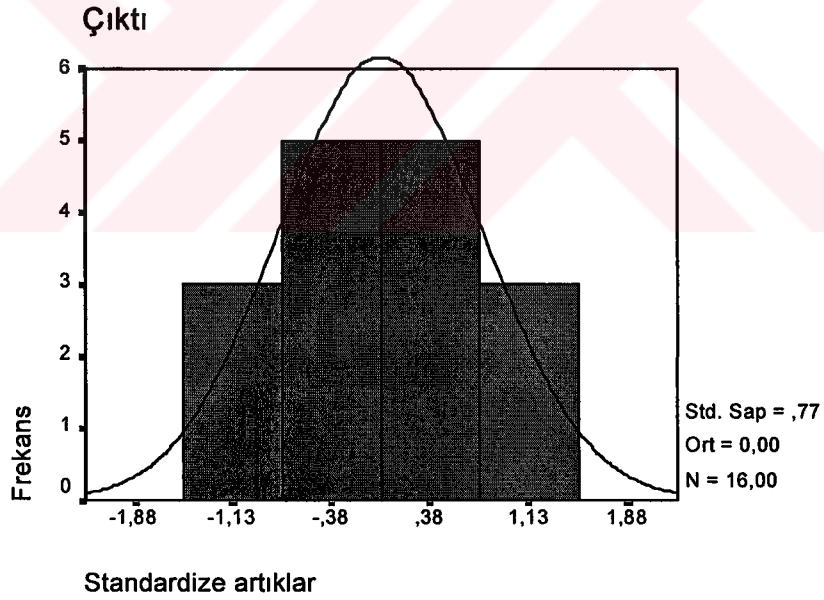
Şekil 9.2 Kalıntıların normal olasılık dağılım diyagramı

Şekil 9.3'te kalıntılar için çeşitli diyagramlar birarada görülmektedir. Herbir kare, dikey eksenine ve yatay eksenine denk gelen tanım okunarak yorumlanır. Örneğin sağ üst köşedeki karenin dikey eksenini “Gözlemlenen”, yatay eksenini ise “Std. Artıklar” oluşturur. Şekil incelendiğinde iki kare, kalıntıların düz bir çizgiyi andıran normal olasılık diyagramını göstermektedir. Diğer karelerde ise kalıntıların modelin tahmini değerlerine göre ve gözlemlenen değerlerine göre grafikleri görülmektedir, ve bu grafiklerde kalıntıların bu değişkenlere göre belirgin bir yapı göstermediği, bağımsız olarak dağıldığı anlaşılmaktadır.

Bağımlı Değişken:



Şekil 9.3 Kalıntı Diyagramları

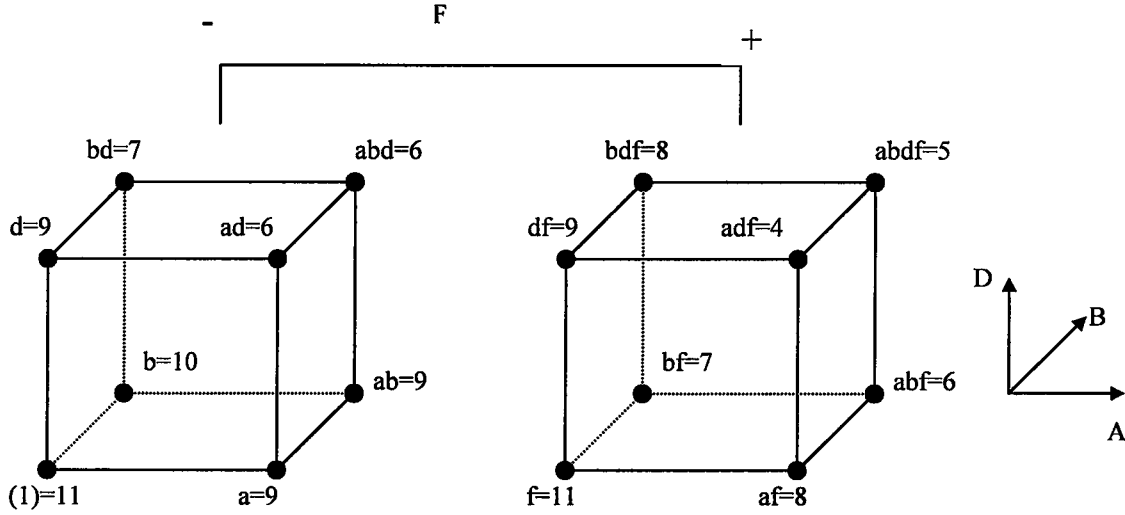


Şekil 9.4 Standardize kalıntı histogramı

Şekil 9.4'te ise kalıntıların histogramı görülmektedir. Burada kalıntıların normal dağılıma uygun olduğu görülmektedir. Dağılım, sıfır ortalamaya ve sabit bir varyansa sahiptir.

Sonuç olarak tüm bu diyagramlar göstermektedir ki, varsayımlar geçerlidir ve model uygundur.

9.7 Deney Sonucu



Şekil 9.5 2^{6-2}_{IV} deney tasarımının tek tekrarlı 2^4 faktöryel tasarıma dönüşmesi

Deneyde etkileri önemsiz bulunan C ve E faktörleri tasarımdan çıkarılırsa, 2^{6-2}_{IV} deney tasarımı tek tekrarlı 2^4 faktöryel tasarımına dönüşür. Önemli bulunan A, B, D ve F faktörlerine ait muamele kombinasyonlarını, Şekil 9.5'te gözlemlemek mümkündür. Muamele kombinasyonlarına ait çıktı değerleri incelendiğinde, A faktörü üst seviyede iken (küplerin sağ yan yüzü) çıktı daha düşük değerler almakta; B faktörü üst seviyede iken (küplerin arka yüzü) çıktı daha düşük değerler almakta; D faktörü üst seviyede iken (küplerin üst yüzü) çıktı daha düşük değerler almakta; F faktörü üst seviyede iken (sağ küp) çıktı daha düşük değerler almaktadır. En küçük çıktı değeri, adf kombinasyonuna ait 4 değeridir. Buna göre A üst seviyede, D üst seviyede, F üst seviyede, B ise alt seviyede olmalıdır. Ancak B faktörü gerek Şekil 9.5, gerek etkileşim şekilleri incelendiğinde, üst seviyedeyken çıktı daha düşük değerler almaktadır. Buna göre optimum çıktı için olası tahmin A, B, D ve F'in üst seviyede olduğu muamele kombinasyonudur. Bir başka deyişle enjeksiyon basıncı 60 bar/cm², enjeksiyon süresi 6 s., tutma süresi 15 s.ve enjeksiyon hızı 30 g/s.'de tutulmalıdır.

KAYNAKLAR

- Anderson, V. L. ve McLean R. A.,** 1974. Design of Experiments: A Realistic Approach, Dekker, New York.
- Box, G. E. P. ve Meyer R. D.,** 1986. An Analysis of Unreplicated Fractional Factorials, *Technometrics*, **28**, 11-18
- Box, G. E. P., Hunter W. G. ve Hunter J. S.,** 1978. Statistics For Experimenters, Wiley, New York.
- Coleman, D. E. ve Montgomery D. C.,** 1993. A Systematic Approach to Planning for a Designed Industrial Experiment, *Technometrics*, **35**, 1-27
- Daniel, C.,** 1959. Use of Half-Normal Plots in Interpreting Factorial Two Level Experiments, *Technometrics*, **1**, 311-342
- Gunst, R. F. ve Mason, R.L.,** 1991. How to Construct Fractional Factorial Experiments, ASQC Quality Press, Milwaukee.
- Hamada, M. ve Wu C. F.,** 1992. Analysis of Designed Experiments with Complex Aliasing, *Journal of Quality Technology*, **24**, 130-137
- Hinkelmann, K. ve Kempthorne O.,** 1994. Design and analysis of experiments, J. Wiley, New York.
- Montgomery, D. C.,** 1996. Design and Analysis of Experiments, John Wiley, New York.
- Şirvancı, M.,** 1997. Kalite İçin Deney Tasarımı: Taguchi Yaklaşımı, Literatür Yayınları, İstanbul.

EK A

Tablo A.1 Genel ortalama tahmini

Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
		Alt Sınır	Üst Sınır
7,813	,063	7,544	8,010

Tablo A.2 A etkisi tahmini

		Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
				Alt Sınır	Üst Sınır
A	1,00	9,000	,088	8,620	9,380
	2,00	6,625	,088	6,245	7,005

Tablo A.3 B etkisi tahmini

		Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
				Alt Sınır	Üst Sınır
B	1,00	8,375	,088	7,995	8,755
	2,00	7,250	,088	6,870	7,630

Tablo A.4 C etkisi tahmini

		Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
				Alt Sınır	Üst Sınır
C	1,00	7,375	,088	6,995	7,755
	2,00	8,250	,088	7,870	8,630

Tablo A.5 D etkisi tahmini

		Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
				Alt Sınır	Üst Sınır
D	1,00	8,875	,088	8,495	9,255
	2,00	6,750	,088	6,370	7,130

Tablo A.6 E etkisi tahmini

		Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
				Alt Sınır	Üst Sınır
E	1,00	8,000	,088	7,620	8,380
	2,00	7,625	,088	7,245	8,005

Tablo A.7 F etkisi tahmini

		Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
				Alt Sınır	Üst Sınır
F	1,00	8,375	,088	7,995	8,755
	2,00	7,250	,088	6,870	7,630

Tablo A.8 AB etkisi tahmini

				Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
						Alt Sınır	Üst Sınır
A	1,00	B	1,00	10,000	,125	9,462	10,538
			2,00	8,000	,125	7,462	8,538
	2,00	B	1,00	6,750	,125	6,212	7,288
			2,00	6,500	,125	5,962	7,038

Tablo A.9 AC etkisi tahmini

				Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
						Alt Sınır	Üst Sınır
A	1,00	C	1,00	8,500	,125	7,952	9,038
			2,00	9,500	,125	8,962	10,038
	2,00	C	1,00	6,250	,125	5,712	6,788
			2,00	7,000	,125	6,462	7,538

Tablo A.10 AD etkisi tahmini

				Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
						Alt Sınır	Üst Sınır
A	1,00	D	1,00	9,750	,125	9,212	10,288
			2,00	8,250	,125	7,712	8,788
	2,00	D	1,00	8,000	,125	7,462	8,538
			2,00	5,250	,125	4,712	5,788

Tablo A.11 AE etkisi tahmini

				Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
						Alt Sınır	Üst Sınır
A	1,00	E	1,00	9,500	,125	8,962	10,038
			2,00	8,500	,125	7,962	9,038
	2,00	E	1,00	6,500	,125	5,962	7,038
			2,00	6,750	,125	6,212	7,288

Tablo A.12 AF etkisi tahmini

				Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
						Alt Sınır	Üst Sınır
A	1,00	F	1,00	9,250	,125	8,712	9,788
			2,00	8,750	,125	8,212	9,288
	2,00	F	1,00	7,500	,125	6,962	8,038
			2,00	5,750	,125	5,212	6,288

Tablo A.13 BD etkisi tahmini

				Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
						Alt Sınır	Üst Sınır
B	1,00	D	1,00	9,750	,125	9,212	10,288
			2,00	7,000	,125	6,462	7,538
	2,00	D	1,00	8,000	,125	7,462	8,538
			2,00	6,500	,125	5,962	7,038

Tablo A.14 BF etkisi tahmini

				Ortalama	Standart Hata	%95 Güven Aralığı	
						Alt Sınır	Üst Sınır
B	1,00	F	1,00	8,750	,125	8,212	9,288
			2,00	8,000	,125	7,462	8,538
	2,00	F	1,00	8,000	,125	7,462	8,538
			2,00	6,500	,125	5,962	7,038

ÖZGEÇMİŞ

28.05.1974 yılında Erzincan'da doğdu. İlkokulu Balıkesir Mehmetçik İlkokulu'nda, ortaokul ve liseyi Balıkesir Sırrı Yırcalı Anadolu Lisesi'nde okudu. Daha sonra İTÜ İşletme Fakültesi Endüstri Mühendisliği bölümünden lisans derecesini 1996'da aldı. 1997 yılında İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Mühendislik Yönetimi yüksek lisans programına başladı. Halen İstanbul'da ikamet etmektedir.

