

YAPILARIN OPTİMAL KONTROLU

700686

DOKTORA TEZİ

İnş.Y. Müh. Ünal ALDEMİR

100686

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 18. 9. 1998

Tezin Savunulduğu Tarih : 14. 1. 1999

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Mehmet Bakioğlu

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Akın Tezel

: Prof. Dr. Gülay Altay

: Prof. Dr. Seyidali Akhiev

: Doç. Dr. Gülten Gülay

[Handwritten signatures of Prof. Dr. Mehmet Bakioğlu, Prof. Dr. Akın Tezel, Prof. Dr. Gülay Altay, Prof. Dr. Seyidali Akhiev, and Doç. Dr. Gülten Gülay]

OCAK 1999

ÖNSÖZ

Bu çalışmam esnasında değerli bilgi ve tecrübe birikimini özveriyle bana aktarmaya çalışan ve çalışmanın her safhasında yapıcı, yol gösterici teşvik ve tavsiyeleriyle bana destek olan sayın hocam Prof. Dr. Mehmet Bakioğlu'na teşekkür etmeyi ve yaşamım boyunca kendisine şükran içinde olacağımı ifade etmeyi bir borç sayarım. Ayrıca bilgi ve yardımlarını esirgemeyen hocam Prof. Dr. Seyidali Akhiev'e şükran ve saygılarımı sunarım.

Her konuda göstermiş olduğu samimi ilgi ve yardımlarından dolayı hocam Prof. Dr. Vural Cinemre'ye, Anabilim Dalımızın diğer hocalarına ve çalışma arkadaşlarıma teşekkür eder, sevgilerimi sunarım.

24/9/1998

Ünal ALDEMİR

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
SEMBOL LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vii
TABLO LİSTESİ	ix
ÖZET	x
SUMMARY	xi
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1 Pasif kontrol	2
1.2 Aktif kontrol	4
BÖLÜM 2. OPTİMALLIĞIN GEREKLİ KOŞULLARI VE YETERLİ KOŞULLARI	10
2.1 Optimalliğin gerekli koşulları	11
2.2 Genişletilmiş maksimum prensibi formunda optimalliğin yeterli koşulları	14
2.2.1 Genişletilmiş Maksimum Prensibinin İspatı	18
BÖLÜM 3. OPTİMALLIĞIN GEREKLİ KOŞULLARI VE YETERLİ KOŞULLARI KULLANILARAK LİNEER REGÜLATÖR PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	22
3.1 Deprem etkisi altındaki çok katlı yapılar için lineer regülatör probleminin formülasyonu	22
3.2 Lineer regülatör probleminin gerekli koşullar ile çözümü	26
3.2.1 Kapalı çevrim kontrolü	27
3.2.2 Açık çevrim kontrolü	29
3.2.3 Kapalı-açık çevrim kontrolü	29
3.3 Lineer regülatör probleminin yeterli koşullar ile çözümü	31
3.4 Değerlendirme	36
3.5 Optimal kontrol probleminin sayısal çözümü	37
3.5.1 Lineer olmayan Riccati denkleminin lineer hale getirilmesi	38
3.5.2 Sayısal çözüm	40

BÖLÜM 4. DEPREMİN YAKIN GELECEK İVME DEĞERLERİNİN TAHMİNİ	46
4.1 Lineer otoregresif modeller	47
4.2 Kalman filtresi	50
4.2.1 Sistem ve gözlem modelleri	50
4.2.2 Kalman filtresi denklemleri	51
4.2.3 Depremi yakın gelecek ivme değerlerinin tahmini için Kalman filtresi denklemlerinin elde edilmesi	52
4.3 Maksimum entropi metodu	57
4.3.1 Formülasyon	58
BÖLÜM 5. SAYISAL UYGULAMALAR	63
5.1 Örnek 1.	63
5.2 Örnek 2.	70
BÖLÜM 6. LİNEER REGÜLATÖR PROBLEMİNİN KARARLILIK MERTESİ KAVRAMI DAHİL EDİLEREK İNCELENMESİ	76
BÖLÜM 7. YAPILARDA ÇOK NOKTALI ANİ KONTROL PROBLEMLERİ	87
7.1 Çok noktalı ani performans indeksi için aktif kontrolün elde edilmesi	88
7.2 Ağırlık katsayılarının özel formları	93
7.3 Sayısal uygulama	94
BÖLÜM 8. AYARLI KÜTLESEL SÖNÜMLEYİCİLERİN AÇIK DENİZ YAPILARINA UYGULANMASI	98
8.1 Problemin formülasyonu	99
8.2 Sayısal yöntem	101
8.3 Sayısal uygulamalar	109
SONUÇLAR	117
KAYNAKLAR	119
EKLER	125
Ek A. Kapalı-açık çevrim kontrol kuvvetinin yaklaşık çözümü için akış diyagramı.	125
Ek B. $\dot{S}(t) = DS(t) + p(t)$ formunda birinci mertebe matris diferansiyel denkleminin çözümü için akış diyagramı.	126
Ek C. Kalman filtresi ile deprem ivme değerlerinin tahmini için akış diyagramı.	127
ÖZGEÇMİŞ	128

SEMBOL LİSTESİ

A	:	Sistem matrisi
$\overline{\mathbf{A}}$	:	α 'ya bağılı sistem matrisi
a_{mn}	:	Maksimum entropi metodunda otoregresif model parametreleri
B	:	Kontrol kuvvetleri yer matrisi
$b_{m,t}$	:	Maksimum entropi metodunda başlangıç koşulları
C	:	Viskoz sönüm matrisi
C_m	:	Atalet katsayısı
$c_{i,j}$	:	Tanjant sönüm katsayısı
e	:	Otoregresif model parametreleri
$f(t)$	:	Deprem ivmesi
g_t	:	Otoregresif modelde t anındaki deprem ivmesi
$\hat{g}_{t+1}$	:	Otoregresif modelde $t+1$ anında tahmin edilen deprem ivmesi
H	:	Hamiltoniyen fonksiyonu
$H^*[\tilde{x}]$	:	$\tilde{x}$ olayının entropisi
h	:	Zaman aralığı
J	:	Performans indeksi
$J_{m,t}$	:	m -noktalı ani performans indeksi
J_α	:	α 'ya bağılı sistemin performans indeksi
K	:	Rijitlik matrisi
$k_{i,j}$	:	Tanjant rijitlik katsayısı
L	:	Lagrange fonksiyonu
M	:	Kütle matrisi
m_i	:	i .nci kat kütlesi
N	:	Hata kovaryans matrisi
P	:	Riccati matrisi
$P_{MEM}(f)$	:	Güç spektral yoğunluk fonksiyonu
Q	:	Simetrik pozitif semi definit ağırlık matrisi
$\overline{\mathbf{Q}}(k)$	:	İşlem gürültüsü kovaryans matrisi

$\mathbf{q}(t)$	:	Açık-çevrim terimi
$\bar{\mathbf{q}}(t)$	:	α 'ya bağlı sistemin açık-çevrim terimi
$\mathbf{R}$	:	Simetrik pozitif definit ağırlık matrisi
$S(w)^{\text{ME}}$	:	Maksimum entropi güç spektrumu
s_t	:	Maksimum entropi metodunda t anındaki mevcut veri
$\mathbf{T}$	:	Ölçüm gürültüsü kovaryans matrisi
t_1	:	Son kontrol zamanı
$\mathbf{U}$	:	Aktif kontrol kuvvet vektörü
$\mathbf{U}^*$	:	Optimal kontrol kuvveti
$\mathbf{V}$	:	Deprem ivmesi yer matrisi
v	:	Gemi yanaşma hızı
v_p	:	Platform hızı
$\mathbf{X}$	:	Yere göre rölatif deplasman vektörü
x_i	:	i .nci katın yere göre rölatif deplasmanı
$\hat{\mathbf{x}}(k k)$	:	En iyi lineer minimum varyans tahmini
$\mathbf{Y}$	:	Ölçüm matrisi
$\mathbf{Z}$	:	Durum vektörü
$\mathbf{Z}^*$	:	Optimal yörünge
α	:	Kararlılık mertebesi
Γ	:	Sınır fonksiyonu
ε_i	:	Beyaz gürültü
θ	:	Wilson-theta sabiti
λ	:	Lagrange çarpanları vektörü
π	:	Hamiltoniyen-Krotov fonksiyonu
Φ	:	Kalman kazanç matrisi
ϕ_i	:	i . nci mertebe otokorelasyon katsayısı
ψ	:	Bellman fonksiyonu
Ω	:	$\Psi(t, \mathbf{Z})$ fonksiyonları kümesi
$\ \cdot\ $	:	Norm

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 4.1	AR(1) modeli ile El Centro depreminin bir adım ileri tahmini	49
Şekil 4.2	AR(2) modeli ile El Centro depreminin bir adım ileri tahmini.	49
Şekil 4.3	AR(3) modeli ile El Centro depreminin bir adım ileri tahmini.	49
Şekil 4.4	Kalman filtresi ile El Centro depreminin bir adım ileri tahmini.	54
Şekil 4.5	Kalman filtresi ile El Centro depreminin üç adım ileri tahmini.	55
Şekil 4.6	Kalman filtresi ile El Centro depreminin beş adım ileri tahmini.	55
Şekil 4.7	N hata kovaryans matrisinin izi.	55
Şekil 4.8	El Centro depreminin Kalman filtresi ile elde edilen model parametreleri.	56
Şekil 4.9	Kalman filtresi ile Erzincan depreminin bir adım ileri tahmini.	56
Şekil 4.10	Kalman filtresi ile Erzincan depreminin üç adım ileri tahmini.	57
Şekil 4.11	Kalman filtresi ile Erzincan depreminin beş adım ileri tahmini.	57
Şekil 4.12	Maksimum entropi metodu ile Erzincan depreminin bir adım ileri tahmini.	61
Şekil 4.13	Maksimum entropi metodu ile Erzincan depreminin üç adım ileri tahmini.	61
Şekil 4.14	Maksimum entropi metodu ile Erzincan depreminin model parametreleri	61
Şekil 5.1	İdealize edilmiş üç katlı yapı modeli.	64
Şekil 5.2	1940 El Centro depreminin kuzey-güney bileşeni.	65
Şekil 5.3	Sönümsüz üç katlı yapıda birinci kat deplasmanı.	66
Şekil 5.4	Sönümsüz üç katlı yapıda ikinci kat deplasmanı.	66
Şekil 5.5	Sönümsüz üç katlı yapıda üçüncü kat deplasmanı.	66
Şekil 5.6	Sönümsüz üç katlı yapıda birinci kat kontrol kuvveti.	67

Şekil 5.7	Sönümsüz üç katlı yapıda ikinci kat kontrol kuvveti.	67
Şekil 5.8	Sönümsüz üç katlı yapıda üçüncü kat kontrol kuvveti.	68
Şekil 5.9	İdealize edilmiş beş katlı yapı modeli.	70
Şekil 5.10	Sönümlü beş katlı yapıda birinci kat deplasmanı..	71
Şekil 5.11	Sönümlü beş katlı yapıda üçüncü kat deplasmanı.	71
Şekil 5.12	Sönümlü beş katlı yapıda beşinci kat deplasmanı	72
Şekil 5.13	Sönümlü beş katlı yapıda birinci kat kontrol kuvveti.	72
Şekil 5.14	Sönümlü beş katlı yapıda üçüncü kat kontrol kuvveti	73
Şekil 5.15	Sönümlü beş katlı yapıda beşinci kat kontrol kuvveti	73
Şekil 6.1	Üçüncü kat deplasmanı.	85
Şekil 6.2	Üçüncü kat kontrol kuvveti.	86
Şekil 7.1	Birinci kat deplasmanı.	95
Şekil 7.2	Üçüncü kat deplasmanı..	96
Şekil 7.3	Birinci kat kontrol kuvveti.	96
Şekil 7.4	Üçüncü kat kontrol kuvveti.	96
Şekil 8.1	Platform, gemi ve kütleli sönümleyiciden oluşan sistem modeli	100
Şekil 8.2	Yapısal modelin kütle-yay sistemi ile gösterimi.	100
Şekil 8.3	Kazıklar ve usturmaçalar için kuvvet-deplasman eğrileri.	109
Şekil 8.4	Lineer sönümsüz halde gemi kinetik enerjisi ve usturmaçalardaki potansiyel enerjinin değişimi.	115
Şekil 8.5	Lineer sönümsüz halde iskele, kazıklar ve kütleli sönümleyiciye ait enerji dağılımı.	115
Şekil 8.6	Lineer sönümsüz halde kütleli sönümleyicinin kazıkların potansiyel enerji değişimine etkisi.	116
Şekil 8.7	Lineer sönümsüz halde kütleli sönümleyicinin usturmaçaların potansiyel enerji değişimine etkisi.	116

TABLO LİSTESİ

Tablo 4.1	El Centro depremi ve bir adım ileri tahminlerinin istatistiki parametreleri.	62
Tablo 5.1	Sönümsüz üç katlı yapı için maksimum rölatif, katlararası deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.	69
Tablo 5.2	Sönümsüz üç katlı yapı için performans indeksi.	69
Tablo 5.3	Sönümlü beş katlı yapı için maksimum rölatif, katlararası deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.	74
Tablo 5.4	Sönümlü beş katlı yapı için performans indeksi.	75
Tablo 6.1	Değişik α değerleri için kapalı-çevrim sistem matrisinin özdeğerleri.	80
Tablo 6.2	α değerleri için G^{-n} matrisinin 2.normu.	82
Tablo 6.3	$\alpha=0$ için maksimum rölatif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.	83
Tablo 6.4	$\alpha=1$ için maksimum rölatif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.	84
Tablo 6.5	$\alpha=2$ için maksimum rölatif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.	84
Tablo 6.6	$\alpha=3$ için maksimum rölatif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.	84
Tablo 6.7	$\alpha=4$ için maksimum rölatif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.	85
Tablo 7.1	Deplasmanlar, kontrol kuvvetleri ve taban kesme kuvvetleri.	97
Tablo 8.1	Lineer sönümsüz hal (Kütlesel sönümleyici w_1 frekansına ayarlı)	111
Tablo 8.2	Lineer sönümsüz hal (Kütlesel sönümleyici w_2 frekansına ayarlı)	111
Tablo 8.3	Kütlesel sönümleyici w_1 frekansına ayarlanmıştır(2.durum)	112
Tablo 8.4	Kütlesel sönümleyici w_2 frekansına ayarlanmıştır(2.durum)	112
Tablo 8.5	Kütlesel sönümleyici w_1 frekansına ayarlanmıştır(3.durum)	113
Tablo 8.6	Kütlesel sönümleyici w_2 frekansına ayarlanmıştır(3.durum)	113

YAPILARIN OPTİMAL KONTROLÜ

ÖZET

Yapıların aktif kontrolü ile ilgili yapılan çalışmaların büyük bir kısmı, optimallığın gerekli koşullarından yararlanarak entegral formda tanımlanmış kuadratik amaç fonksiyonunun minimizasyonundan elde edilen ve lineer regülatör probleminin bir tür uygulaması olan klasik aktif kontrol algoritmalarına dayanmaktadır. Bu algoritmalarından sadece yaklaşık optimal olan kapalı-çevrim kontrolü yapılara uygulanabilmektedir. Kapalı-açık ve açık-çevrim kontrolleri ise depremin önceden bilinmesini gerektirdiklerinden yapı kontrolüne uygulanamamaktadırlar.

Bu çalışmada yapı kontrolü için tanımlanan lineer regülatör probleminin analitik çözümü V. F. Krotov tarafından verilen optimallığın yeterli koşullarından yararlanarak elde edilmiştir. Ayrıca kapalı-açık çevrim kontrol algoritmasının yaklaşık çözümü depremin yakın-gelecek ivme değerleri Kalman filtresi tekniği ile tahmin edilerek elde edilmiştir. Sayısal uygulama olarak sönümsüz üç ve sönümlü beş katlı iki binanın El Centro depremi altındaki davranışları incelenmiş ve depremin yakın gelecek ivme değerleri hassas olarak tahmin edilebildiği takdirde optimal çözüme yaklaşılabileceği gösterilmiştir. Daha sonra lineer regülatör problemi kararlılık mertebesi kavramı dahil edilerek çözülmüş ve kararlılık mertebesi ile tahmin edilen deprem ivme değerleri arasındaki ilişki sayısal olarak incelenmiştir.

Klasik kontrol algoritmalarının mevcut eksikliğine ikinci bir alternatif olarak çok noktalı kuadratik ani amaç fonksiyonu önerilmiş ve Lagrange yöntemiyle elde edilen algoritma üç katlı sönümsüz yapıya uygulanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ayrıca, üzerine pasif ayarlı kütleli sönümleyici yerleştirilmiş bir esnek deniz yapısına bir geminin yanaşma problemi Wilson- θ yöntemiyle lineer ve lineer olmayan durumlar için sayısal olarak incelenmiş ve kütleli sönümleyicinin sisteme olan etkisi enerji dağılımı hesaplanarak araştırılmıştır.

OPTIMAL CONTROL OF STRUCTURES

SUMMARY

In recent decades, many advances have been made in modern control theory and their applications to engineering systems. Since the pioneer works of J. T. P. Yao based on the control theory, considerable progress has been made in the applications of the structural control. The optimal control problem for the structures which is given by T. T. Soong and the other authors can be solved by using the classical method (The method of calculus of variations), Pontryagin's maximum principle or the method of dynamic programming of R. Bellman.

A great number of the researches presented previously are based on the classical active control algorithms, which are the applications of the regulator problem. These algorithms which are based on the minimization of a quadratic performance index lead to the Riccati type differential equations. Optimal regulator is derived generally based on the necessary conditions of optimality. Depending on whether the algorithm depends on the state of the system or directly on the forcing excitation it may be classified as closed-loop, open-loop or closed-open loop. Among these, only classical closed-loop control is applicable to structural control problems. However, since the Riccati equation is obtained by ignoring the earthquake excitation term classical closed-loop control is approximately optimal and does not satisfy the optimality condition. On the other hand, even though the classical closed-open loop and open-loop control algorithms are superior to the closed-loop control, since they require the whole knowledge of the earthquake acceleration history they are not applicable to earthquake-excited structures. Therefore, it is almost impossible to find the optimal control exactly for the structures under earthquake and wind forces and in terms of application in control of structures, none of these methods can be considered as optimal control.

In an attempt to resolve these problems, in Sections 2-4 of this thesis analytical solution of the linear regulator problem for structural control is derived based on the sufficient conditions of optimality given by V. F. Krotov and then the solution of the closed-open loop control is carried out based on the numerical solution with the prediction of near-future earthquake excitation using the Kalman filtering technique. The summary of the work done in Sections 2-4 is given below.

Introducing a $2n$ -dimensional state vector, $\mathbf{Z}(t)$, as follows

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

the equation of motion of a shear-beam lumped mass linear building structure under the one-dimensional earthquake ground acceleration and the control can be described in state-space form as

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{A} \mathbf{Z} + \mathbf{B} \mathbf{U} + \mathbf{H} f(t) \quad , \quad \mathbf{Z}(0) = \mathbf{0} \quad (2)$$

where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{L} \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (3)$$

in which $\mathbf{X}(t) = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ is the n -dimensional response vector denoting the relative displacement of the each story unit with respect to the ground; $\mathbf{M}$ is the $(n \times n)$ -dimensional diagonal constant mass matrix with diagonal elements m_i = mass of i th story ($i=1, 2, \dots, n$); $\mathbf{C}$ and $\mathbf{K}$ are $(n \times n)$ -dimensional viscous damping and stiffness matrices, respectively; $\mathbf{V} = (1, \dots, 1)^T$ is the n -dimensional vector; $\mathbf{L}$ is the $(n \times r)$ -dimensional location matrix of r controllers ($\mathbf{V}$ and $\mathbf{L}$ indicate the locations of the earthquake excitation terms and the controllers in the matrix equation, respectively); $\mathbf{U}(t)$ is the r -dimensional active control force vector and scalar function $f(t)$ is the one-dimensional earthquake acceleration.

In obtaining the optimal control law; the classical quadratic performance measure

$$J = \int_0^{t_1} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}) dt \quad (4)$$

is minimized under the constraints imposed by Eq. 2, where $[0, t_1]$ time interval is the control time and defined to be longer than that of the external excitation duration; $\mathbf{Q}$ is a $(2n \times 2n)$ dimensional positive semidefinite symmetric weighting matrix and $\mathbf{R}$ is a $(r \times r)$ dimensional positive definite symmetric weighting matrix. Numerical values for the elements of $\mathbf{Q}$ and $\mathbf{R}$ matrices are assigned according to the relative importance of the state variables and the control forces in the minimization procedure in order to adjust the power requirements in the actuators.

The sufficient conditions, which are used for the solution of the optimal control problem given by the Eqs. 2 and 4 are defined by using a definite function $\Psi(t, \mathbf{Z})$ which is a generalization of Bellman function. For a given function $\Psi(t, \mathbf{Z}) \in \Omega(\sigma)$, $\sigma = [0, t_1] \times \mathbb{R}^{2n}$, the following functions can be defined:

$$\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) = \Psi_t + \Psi_{\mathbf{Z}}^T \mathbf{F}(t, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) - F_0(\mathbf{Z}, \mathbf{U}) \quad (5)$$

and

$$I(t_1, \mathbf{Z}) = -\Psi(t_1, \mathbf{Z}), \quad \mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{2n} \quad (6)$$

where

$$\mathbf{F}(t, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) = \mathbf{A} \mathbf{Z} + \mathbf{B} \mathbf{U} + \mathbf{H} f(t) \quad ; \quad F_0(\mathbf{Z}, \mathbf{U}) = \mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}$$

If $(\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t))$ is an admissible process and if there exists at least one function $\Psi(t, \mathbf{Z}) \in \Omega(\sigma)$ such that

$$\max_{(\mathbf{Z}, \mathbf{v}) \in \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R}^r} \pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) = \pi(t, \mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t)) \quad (7)$$

and

$$\max_{\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{2n}} \Gamma(t_1, \mathbf{Z}) = \Gamma(t_1, \mathbf{Z}^*(t_1)) \quad (8)$$

then we say that the process $(\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t))$ satisfies the extended maximum principle.

The function $\Psi(t, \mathbf{Z})$ in the definition of extended maximum principle is selected as

$$\Psi(t, \mathbf{Z}) = -\mathbf{q}^T(t) \mathbf{Z} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{Z} \quad (9)$$

where $2n$ -dimensional column vector $\mathbf{q}(t)$ and $(2n \times 2n)$ -dimensional symmetric matrix $\mathbf{P}(t)$ are considered as unknowns. Since our performance index is quadratic, the function $\Psi(t, \mathbf{Z})$ is selected in this form.

Using the given function $\Psi(t, \mathbf{Z})$ and the sufficient conditions given by Eqs. 7 and 8, the optimal control force is obtained as

$$\mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{q} + \mathbf{P} \mathbf{Z}) \quad (10)$$

where $\mathbf{P}(t)$ and $\mathbf{q}(t)$ are the solutions of the following equations:

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \frac{1}{2} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad ; \quad \mathbf{P}(t_1) = \mathbf{0} \quad (11)$$

and

$$\dot{\mathbf{q}}(t) - \left(\frac{1}{2} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T - \mathbf{A}^T \right) \mathbf{q} - \mathbf{P} \mathbf{H} f = \mathbf{0} \quad ; \quad \mathbf{q}(t_1) = \mathbf{0} \quad (12)$$

Upon substituting the vector function $\mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z})$ given by Eq. 10 into Eq. 2 in place of $\mathbf{U}$, the equation of the structure under optimal control is obtained as

$$\dot{\mathbf{Z}} = \left(\mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \right) \mathbf{Z} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{q} + \mathbf{H} f \quad , \quad \mathbf{Z}(0) = \mathbf{0} \quad (13)$$

Backward integration of Eq. 12 requires the complete knowledge of the earthquake excitation in the whole control interval. Since it is impossible to know the earthquake

excitation a priori the closed-open loop control can not be applied to the structural control. So, forward integration of Eq. 12, instead of backward, is calculated by using the few steps ahead predictions of the earthquake excitation. This prediction is called near-future prediction.

Eqs. 11, 12 and Eq. 13 can be put into a similar form of the first-order matrix differential equation, which is given below:

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = \mathbf{D}\mathbf{S}(t) + \mathbf{p}(t) \quad (14)$$

When $\mathbf{D}$ is constant, the expression of $\mathbf{S}_k$ can be given by the following simple form:

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{G}^k \mathbf{S}_0 + \sum_{i=1}^k \mathbf{G}^{k-i} \mathbf{c}_i \quad (15)$$

Here, $\mathbf{G}_{j+1}$ is given by

$$\mathbf{G}_{j+1} = \mathbf{I} + h\mathbf{D}_{j+1} + \frac{1}{2!}h^2\mathbf{D}_{j+1}^2 + \frac{1}{3!}h^3\mathbf{D}_{j+1}^3 + \frac{1}{4!}h^4\mathbf{D}_{j+1}^4 \quad (16)$$

For Eq. (12), Eq.(15) becomes

$$\mathbf{S}_j = -\sum_{i=j+1}^m \mathbf{G}^{j-i} \mathbf{c}_i = -\mathbf{G}^{-1} \mathbf{c}_{j+1} - \mathbf{G}^{-2} \mathbf{c}_{j+2} - \dots - \mathbf{G}^{j-m} \mathbf{c}_m \quad (17)$$

As seen in Eq. 17, since $i > j$, $\mathbf{S}_j$ values at any point j are dependent on the $\mathbf{c}_i$ terms that are completely beyond the point j and include the unknown excitation terms. These terms will be predicted by using their known values in the past. Besides that, if the norm of the matrix $\mathbf{G}^{j-i}$ ($j-i < 0$), (2-norm), decreases sharply with the increasing i , the prediction of the first few excitation terms will be sufficient to obtain solutions close enough to optimal solution. The excitation terms in the more distant future do not effect the results significantly. Eq. 12 can be solved approximately using this property.

Kalman filtering technique is used for the prediction of several time steps ahead earthquake excitation. The effectiveness of the prediction algorithm is confirmed by comparing the predicted and observed time histories of NS component of the 1940 El Centro earthquake. For one step ahead prediction, the observed and the predicted acceleration values follow each other closely which indicates the efficiency of the method. But, it is an expected result that the prediction sensitivity decreases with the time step increase. Therefore, the prediction algorithm can predict the seismic excitations in the near future with high accuracy, although it lacks accuracy in predicting them in the more distant future.

As is well known, AR model orders for earthquake ground motion are generally selected between two and five. Thus, the earthquake ground motion is modeled as a second order AR process. Namely, only two acceleration values in the past are used for the prediction of future values.

In Section 5, to demonstrate the effectiveness of the algorithm, firstly undamped vibration of a three-story building and then damped vibration of a five-story building subject to seismic forcing is investigated. Numerical results of the proposed algorithm for the closed-open loop control are compared with the closed-open loop control in which the earthquake excitation is known a priori and the closed-loop control.

To show the efficiency of the approximate solution, the relative displacements, interstory displacements, maximum control forces and the performance measures are compared. In the first example, it is shown that the results of the approximate solutions of the closed-open loop control are better than the results of the closed-loop control. It is also shown that the approximate solution for the closed-open loop control gives better results than those of the instantaneous optimal control for the investigated problem. In the second example, similar results are obtained and it is shown that as we predict the more distant future accurately we can obtain results close to those of the closed-open loop in which the earthquake is assumed to be known.

In section 6, the solution of the linear regulator problem is investigated by taking into account the concept of stability. Using the transformations

$$\bar{\zeta}(t) = e^{\alpha t} Z(t) \quad (18)$$

$$\bar{u}(t) = e^{\alpha t} U(t) \quad (19)$$

the linear regulator problem given by (2) and (4) are obtained as

$$\dot{\bar{\zeta}}(t) = \bar{A} \bar{\zeta}(t) + B \bar{u}(t) + e^{\alpha t} H f(t) \quad ; \quad \bar{\zeta}(0) = 0 \quad (20)$$

$$\bar{J} = \int_0^{t_1} (\bar{\zeta}^T Q \bar{\zeta} + \bar{u}^T R \bar{u}) dt \quad (21)$$

where $\bar{A} = A + \alpha I$ and α is the stability order. Using the sufficient conditions of optimality, the problem given by (20) and (21) is solved and the optimal closed-open loop control force is found as

$$U^*(t, Z) = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T (\tilde{\varphi} + \bar{P} Z) \quad (22)$$

where $\tilde{\varphi}$ and $\bar{P}$ are the solutions of the following equations;

$$\dot{\tilde{\varphi}} - \left(\frac{1}{2} \bar{P} B R^{-1} B^T - \bar{A}^T \right) \tilde{\varphi} - \bar{P} H f = 0 \quad , \quad \tilde{\varphi}(t_1) = 0 \quad (23)$$

$$\dot{\bar{P}} + \bar{P} \bar{A} + \bar{A}^T \bar{P} - \frac{1}{2} \bar{P} B R^{-1} B^T \bar{P} + 2Q = 0 \quad , \quad \bar{P}(t_1) = 0 \quad (24)$$

where $\bar{\bar{A}} = A + 2\alpha I$. Using these results, undamped behavior of the three-story structure is investigated for different values of α and the relation between α and the number of the predicted earthquake excitation values is discussed.

In Section 7, to overcome the prementioned deficiency of the classical active control algorithms a new multipoint quadratic time dependent performance index that has the form

$$J_{m,t}(U) = \sum_{k=0}^m Z^T(t+k\delta) Q_k Z(t+k\delta) + U^T(t) R U(t) \quad (25)$$

is proposed as a second alternative. In above expression, Q_k 's can be treated as the penalty coefficients of $Z(t+k\delta)$. For sake of simplicity, necessary derivations will be made by considering three-point instantaneous functional instead of m points. Three-point instantaneous functional can be expressed as follows:

$$J_{2,t}(u) = \sum_{k=0}^2 Z^T(t+k\delta) Q_k Z(t+k\delta) + U^T(t) R U(t) \quad (26)$$

The method of Lagrange multipliers is used to find the active control for the proposed performance index. First, an active control algorithm including near-future states $Z(t+\delta)$ and $Z(t+2\delta)$ and then some approximations of this algorithm are found in the form of closed-loop. The effectiveness of the proposed algorithm is demonstrated numerically in the case of real-time control of a three-story structure subject to earthquake excitation. For the case of earthquake excited structure, displacement and the control forces are compared with those of the structure under the instantaneous optimal control and uncontrolled structure for different cases. It is also shown that the instantaneous optimal control algorithm is a special case of the proposed algorithm.

In section 8, a passive tuned mass damper is placed on an offshore structure and the berthing problem of a ship to this flexible marine structure is investigated. Tuning the damper vibration frequency to the vibration frequencies of the system, the effect of the damper on the system behavior is studied and the energy distribution is calculated.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bir yapının ömrü boyunca karşılaşılabileceği deprem yüklerine karşı sağlamlığı kesin olarak belirlenebilecek bir özellik değildir. Ancak yüklerin ve yapının dayanım özelliklerinin istatistiksel değerlerine göre istatistiksel bir değerlendirme yapılabilir. Deprem ve rüzgar gibi yapıya etkimesi beklenen dinamik yüklerin de gerçek değerleri kesin olarak bilinemez, ancak istatistiksel yöntemlerle belirli bir değeri aşma olasılığı ve oluşum sıklığı hesaplanabilir. Sabit yük, faydalı yük ve sıcaklık gibi etkilerle karşılaştırıldığında bir yapının ömrü boyunca depreme maruz kalma olasılığı çok küçüktür. Çoğu yapılar beklenen şiddette bir depreme maruz kalmadan faydalı ömürlerini tamamlarlar. Dolayısıyla tüm dünyada klasik depreme dayanıklı yapı tasarımındaki uygulama, yapının sık ve küçük şiddetteki depremleri elastik sınırlar içinde kalarak; orta şiddetteki depremleri elastik sınırların ötesinde, fakat taşıyıcı sistemde kolayca onarılabilecek önemsiz hasarlarla; çok seyrek şiddetli depremleri ise, büyük hasarla fakat taşıyıcı sistem tamamen göçmeden, can kaybı olmaksızın karşılayabilmesi şeklindedir[1].

Bu şekilde tasarlanmış bir yapının tahminlerin ötesinde olabilecek depremlere karşı güvenli olamayacağı açıktır. Nitekim, deprem yönetmeliğinde yapılan bütün iyileştirmelere rağmen Northridge(1994) ve Kobe(1995) depremleri tahmin edilenden çok daha şiddetli olduklarından çok büyük zararlara neden olmuşlardır[2]. Ayrıca çok kritik işlevi olan yapılar için de mevcut tasarımlar güvenli olmayabilir. Örneğin bir nükleer reaktörde normalde klasik tasarımda kabul edilebilen lokal hasarlara bile izin vermek mümkün değildir[3]. Bundan başka mevcut deprem yönetmeliklerinin değişen şartlara göre sürekli yenilenmeleri gerekmektedir. Örneğin Los Angeles şehrinin yakınında aktif bir fay hattı bulunduktan sonra mevcut yönetmelikler tekrar yenilenmiştir.

Diğer yandan malzeme teknolojisinin gelişmesine paralel olarak yeni yapı malzemelerinin mukavemeti artarken elastisite modülleri aynı oranda artmamaktadır. Bunun doğal sonucu olarak yeni yapılar daha sağlam fakat aynı zamanda da daha esnek olmaktadır. Dolayısıyla bu tür yapılarda şiddetli dinamik yükler altında oluşabilecek büyük deplasmanların önlenmesi ve yaşam konforunun sağlanması gerekmektedir.

Mevcut tasarımların eksiklikleri ve yaşanan tecrübeler yapıların sürekli değişen dinamik etkilere karşı kendilerini adapte edebilme özelliklerinin bulunması gerektiğini ortaya koymuştur. Bu da yapı kontrolü düşüncesini gündeme getirmiştir. Aslında bu fikrin başlangıcı 100 sene önce Japonya’da yaşamış Prof. John Milne’ye kadar gitmektedir. Prof. John Milne’nin küçük bir ahşap evi depremde izole edebilmek için metal bilyeler üzerine yerleştirdiği bilinmektedir[2].

Yirminci yüzyılın ilk yarısı lineer sistem teorisinin geliştirilmesi ve teorisinin titreşim problemlerine ve özellikle de yapı dinamiğine uygulanması ile geçmiştir. Bu çalışmaları teşvik eden en büyük etken otomobillerde ve uçaklarda kullanılan içten yanmalı makinelerin dizayn problemi olmuştur. Titreşim izolasyonu ve sönümü gibi kavramlar ise ilk kez II. Dünya savaşı sırasında efektif olarak uçaklarda uygulandı. Teknolojideki bu gelişmelerin yapı mühendisliğine girişi ise 1960’lı yıllarda başladı ve çeşitli alanlarda hızlı bir gelişme gösterdi.

1.1 PASİF KONTROL

Gelişen teknoloji ile birlikte klasik depreme dayanıklı yapı tasarımına ilk alternatif olarak pasif kontrol fikri gündeme geldi. Pasif kontrol kavramı herhangi bir dış enerji kaynağına ihtiyaç duymadan enerji yutan sistemleri içermektedir. Bu alandaki en büyük gelişmeler ise taban izolasyon sistemleri ve diğer pasif enerji sönümleyicilerde meydana gelmiştir.

Taban izolasyon sistemlerinin en önemli fonksiyonları yapıya gelen sismik enerjiyi kendi üzerlerinde absorbe ederek yapıya iletilen enerjiyi azaltmalarıdır. Buna imkan veren ise yatay yönde oldukça esnek düşey yönde ise rijit olmalarıdır. Taban

izolasyonlu sistemlerde yapının temel titreşim frekansı azalmakta , yani yapı depreme karşı daha uzun bir periyotla karşı koymaktadır. Bu süre yaklaşık 2 sn civarında olabilmektedir. Bunun doğal sonucu olarak oluşan büyük yatay deplasmanlar taban izolasyon sistemleri tarafından karşılanmakta, daha rijit olan esas üst yapı ise rijit bir blok gibi hareket etmektedir[4].

A.B.D ve Japonya’da taban izolasyon sistemlerinin alçak ve orta yükseklikteki yapılar için çok başarılı uygulamaları bulunmakla birlikte özellikle yüksek yapılarda birtakım kısıtlar da söz konusudur[5]. Bunlardan en önemlisi şiddetli depremlerden sonra taban izolasyon sistemlerinde oluşan büyük kalıcı deformasyonlardır. Bu deformasyonlar sistemi kullanılamaz hale getirmekte ve $P-\Delta$ etkisi önem kazanmaktadır. Bu yüzden rüzgara hassas yüksek yapılarda viskoz veya viskoelastik pasif enerji sönümleyici elemanlar yapıya uygun şekilde yerleştirilerek deplasmanlar azaltılmaya çalışılmaktadır. New York Dünya Ticaret Merkezi’nde ve California’da birçok binada bu tür sönümleyici elemanlar kullanılmıştır.

Diğer bir pasif enerji sönümleyici eleman da ayarlı kütleli sönümleyicilerdir. Bu tür sönümleyicilerin kullanılması fikri ilk olarak 1947’de Den Hartog[6] tarafından ileri sürülmüştür. Bu tür pasif kontrolde belirli bir frekansa özel olarak ayarlanmış yay ve sönüm elemanına sahip ikinci bir kütle esas sisteme uygun şekilde eklenmektedir. R. Villaverde ayarlı kütleli sönümleyici yerleştirilmiş üç farklı yapının dokuz farklı deprem altındaki davranışlarını incelemiştir[7]. Elde edilen sayısal ve deneysel sonuçlar farklı depremler etkisindeki aynı yapı veya aynı deprem etkisindeki farklı yapılar için ayarlı kütleli sönümleyicilerin deplasmanları azaltmada ki veriminin çok farklı olduğunu göstermiştir. Yani bazı durumlarda çok iyi performans gösterirlerken bazı durumlarda da hiç etkilerinin olmadığı görülmüştür. Bu da verimin depremlerin karakteristikleri ile çok ilişkili olduklarını göstermektedir. Depremin hakim frekansının kütleli sönümleyicinin ayarlandığı frekansa yakın olduğu durumlarda en iyi sonuçlar elde edilmiştir. Kütleli sönümleyici yapının temel frekansına ayarlandığında birinci mod titreşimleri büyük ölçüde bastırılmakla beraber yüksek modlardaki titreşimler çok az düşürülebilmekte hatta artmalar bile olabilmektedir. Bu tür sönümleyicilerin frekansa olan bağlılığını azaltabilmek için farklı frekanslara ayarlanmış birden fazla sönümleyici

kullanılabilir. Bir optimizasyon tekniği ile birlikte çok ayarlı kütleli sönümleyicilerin kullanılması fikri ilk olarak Clark[8] tarafından ileri sürülmüş ve bunu Xu ve Igusa'nın[9], daha sonra da Yamaguchi ve Harnpornchai'nin[10] çalışmaları izlemiştir. Setareh[11] ise esas yapıya seri olarak bağlanmış iki ayarlı kütle kullanmıştır.

Ayarlı kütleli sönümleyici yerleştirilen ilk bina Avustralya'da Sydney kentindeki Centerpoint Tower olarak bilinmektedir. A.B.D'de ise iki binada vardır. Bir tanesi New York şehrindeki Citycorp Center diğeri ise Boston'daki John Hancock Tower binasıdır. Japonya'da ise birçok binada bu sönümleyicilerden mevcuttur[2]. Pasif enerji sönümleyici elemanlar olarak taban izolasyonları ve ayarlı kütleli sönümleyicilerden başka sürtünme sönümleyicileri, viskoz sıvı sönümleyicileri ve ayarlı sıvı sönümleyicileri sayabiliriz. Bu tür sönümleyicilerin yapılara uygulamaları hakkında son yıllarda birçok çalışmalar yapılmıştır[12-20]

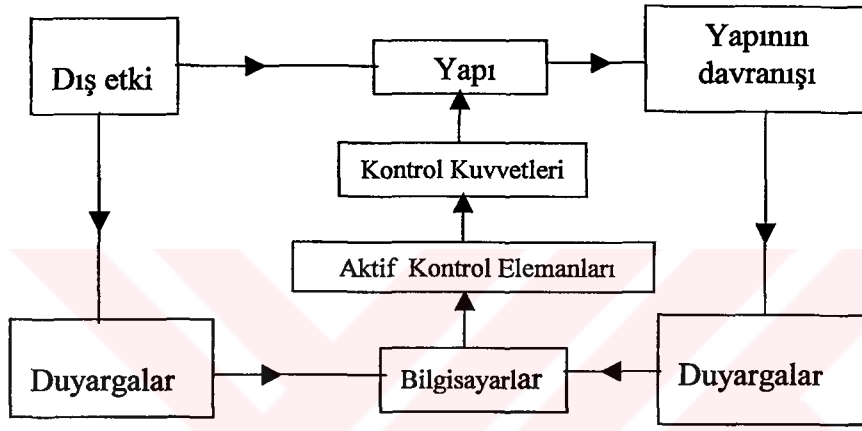
Yukarıda ifade edildiği gibi yapıların deprem ve rüzgar gibi dinamik özellikleri sürekli değişen yüklere karşı korunmalarında pasif kontrol sistemlerinin çok başarılı uygulamaları bulunmakla beraber önemli eksiklikleri de mevcuttur. En büyük eksiklikleri değişen dinamik yüklere karşı kendilerini adapte kabiliyetlerinin olmamasıdır. Dolayısıyla beklenenin dışında bir yük geldiğinde klasik tasarımda olduğu gibi bu sistemlerin de yapıyı korumaları mümkün değildir. Mevcut tasarımların bu eksikliklerinin giderilmesi ihtiyacı aktif yapı kontrolü kavramını gündeme getirmiştir.

1.2 AKTİF KONTROL

Aktif kontrol sistemleri sistemde hazır bulundurulan dış enerji kaynakları kullanılarak yapıya daha önce belirlenen şekilde kontrol kuvvetlerinin uygulandığı sistemlerdir. Aktif kontrol kavramı orijin olarak 1960'lara gitmektedir. Zuk[21-22] 1968'de 'Kinetik Yapı' kavramını teklif ederek aktif olarak kontrol edilen yapı ile kinetik yapı kavramlarını birbirinden ayırdı. Zuk'a göre aktif kontrollü sistemlerde yapının hareketini azaltmak için kullanılan kuvvetler yapının bizzat kendisinin oluşturulması için kullanılabilirdi. Bu kinetik yapı canlı bir organizma gibi hareket

edebilmeli, zamanla değişen ihtiyaçları karşılayabilmek için de kendisini yenileyebilmeliydi. Hatta bu yapı fabrikada kompakt olarak oluşturulduktan sonra inşa edileceği yere götürülüp bir düğmeye basıldığında içindeki kontrol sistemini devreye sokup kendi kendini inşa edebilmeliydi. Bu konuda kontrol teorisini esas alan ilk sistematik çalışma Yao[23] tarafından yapıldı.

Yao[23]'ün öncü çalışmasında belirtildiği gibi aktif kontrol sistemi Şekil 1.1'de görüldüğü gibi esas olarak 3 ana kısımdan meydana gelmektedir.



Şekil 1.1 Genel bir aktif kontrol sisteminin şematik gösterimi.

Birinci kısım, dış etkileri veya yapının deplasman ve hız gibi büyüklüklerini ölçmek için kullanılan duyargaları içermektedir. Bunlar optik, mekanik veya kimyasal duyargalar olabilmektedir. İkinci kısımda ölçülen bilgiyi değerlendiren ve belirli bir kontrol algoritmasına göre uygulanması gereken kontrol kuvvetlerini hesaplayan elektronik cihazlar vardır. Bunların en önemlileri bilgisayarlardır. Üçüncü kısımda ise sistemde bulundurulmuş dış enerji kaynağı kullanılarak hesaplanmış kontrol kuvvetlerini yapıya uygulayan aktif kontrol elemanları vardır.

Aktif yapı kontrolünün analitik teorileri esas olarak karışık kontrol, stokastik kontrol, adaptiv kontrol ve optimal kontrol olmak üzere 4 kısımdan oluşmaktadır. Bunlardan karışık kontrol hem aktif hem de pasif kontrol elemanlarının birlikte kullanıldığı sistemleri içermektedir. Karışık kontrolün esas amacı pasif kontrol sistemlerinin performansını iyileştirmek veya aktif kontrol sisteminin ihtiyaç

duyabileceği fazla enerji miktarını azaltmaktır. Örneğin taban izolasyonlu bir yapıda taban izolasyonuna bir aktif kütleli sönümleyici bağlanmış ise bu bir karışık kontrol uygulamasıdır ve esas amaç taban izolasyonunu kalıcı deformasyonlardan korumaktır. Literatürde karışık kontrol stratejileri ile ilgili son yıllarda yapılmış birçok çalışma vardır[24-33].

Yapıyı ve sürekli değişen dinamik yükleri modellemedeki belirsizlikler ve ölçülen büyüklüklerdeki istenmeyen bozucu etkiler nedeniyle oluşan bozulmalar yapı kontrolüne stokastik bir yaklaşımı gerektirmektedir. Problemlere istatistiksel yaklaşımlar 300 senedir kullanılmakla beraber olasılık teorisinin mühendislerin de kullanabileceği şekilde formüle edilmesi ancak 1930'lu yıllarda gerçekleşmiş ve bundan sonra stokastik kontrol teorisi büyük gelişmeler göstermiştir.

Adaptiv kontrol ise bir sistemin parametrelerinin bilinmediği veya belirsizlikler içerdiği durumlarda kullanılır. Adaptiv kontrol metotları genellikle doğrudan ve dolaylı olmak üzere iki kısma ayrılırlar. Doğrudan metotlarda kontrol parametreleri ölçülen ve istenen çıkışlar arasındaki hataya bağlı olarak ayarlanmaktadır. Dolaylı metotlarda ise belirsizlik içeren sistemin model parametreleri belirli bir algoritmaya göre her anda tahmin edilir ve bu parametrelere bağlı olarak kontrol parametreleri hesaplanır. Literatürde bu konuyla ilgili çeşitli yayınlar bulunmaktadır[34-38].

Optimal kontrolde ise yapıya uygulanacak olan kontrol kuvvetleri belirli bir amaç fonksiyonunun minimum veya maksimum yapılmasından elde edilirler. Verilen bir dinamik sistemin optimalliklerinden bahsedebilmek için sistemin hangi kısıtlar altında hangi kritere göre optimal olduğunun mutlaka belirtilmesi gerekir. Çünkü optimallik kavramı seçilen amaç fonksiyonu ve problemin kısıtlarına göre değişmektedir. Yani belirli bir problem için optimal olan bir çözüm başka bir problem için optimal olmayabilir. Dolayısıyla ancak amaç fonksiyonu ve sağlanması gereken kısıtlar belirlendikten sonra verilen kısıtlar altında amaç fonksiyonunu minimum yapacak olan kabul edilebilir mümkün kontrol fonksiyonu aranabilir.

Amaç fonksiyonu belirlendikten sonra onun minimizasyonu başlar. Bunun için klasik varyasyon hesabı metodu, Pontryagin Minimum Prensibi[39] veya dinamik

programlama metodu[40] kullanılabilir. Klasik varyasyon hesabı metodunda optimal kontrol için gerekli koşullar amaç fonksiyonunun birinci varyasyonunun sıfıra eşitlenmesinden elde edilirler. Pontryagin Minimum Prensibine göre Hamiltoniyen olarak verilen bir fonksiyon kontrol kuvvetine göre minimum değerini kabul edilebilir mümkün kontrol kuvvetler kümesi üzerinde alır. Pontryagin Minimum Prensibi kontrol kuvvetleri üzerinde kısıtların bulunduğu daha genel hal için verilmesine rağmen, kontrol kuvvetlerinin sürekli ve kısıtsız olduğu problemlere de uygulanabilir. Dinamik programlama metodu ise bütün kontrol aralığında optimal olan bir çözüm her bir alt aralıkta da optimaldir prensibine dayanmaktadır.

Yapıların aktif kontrolü ile ilgili bugüne kadar yapılmış çalışmaların büyük bir kısmı integral formda tanımlanmış kuadratik amaç fonksiyonunun kullanıldığı regülatör problemlerinin uygulamaları olan klasik aktif kontrol algoritmalarına dayanmaktadır. Bu çalışmalarda optimal kontrol kuvveti durum ve kontrol vektörlerine göre kuadratik olarak integral formda seçilmiş amaç fonksiyonunun minimizasyonundan elde edilmiştir. Bu şekilde elde edilen algoritmalarından sadece kontrol kuvvetinin durum vektörüne bağlı olduğu klasik kapalı-çevrim algoritması deprem etkisi altındaki yapı kontrolüne uygulanabilmektedir. Fakat, Riccati denkleminin elde edilmesinde deprem terimi ihmal edildiğinden optimallik koşulları sağlanmamaktadır. Dolayısıyla klasik kapalı-çevrim algoritması yaklaşık olarak optimaldir[41].

Kontrol kuvvetinin deprem ivmesine de bağlı olduğu kapalı-açık çevrim ve açık-çevrim algoritmaları kapalı-çevrim kontrolünden üstün olmakla beraber uygulamaları mümkün değildir. Çünkü bu algoritmalar kontrol aralığının tamamında depremin önceden bilinmesini gerektirmektedirler. Bilindiği gibi deprem ivmesi ölçülebilmekle beraber önceden kesin olarak bilmek mümkün değildir. Dolayısıyla deprem etkisi altındaki yapılar için optimal kontrolü kesin olarak bulmak mümkün değildir.

Klasik aktif kontrol algoritmalarının bu eksikliğine karşı çeşitli kontrol algoritmaları önerilmiştir[42-44]. Bunlardan bir tanesi de Yang ve diğerleri[41] tarafından önerilen ani optimal kontrol algoritmalarıdır. Bu algoritmalar optimal kontrol kuvveti

entegral tipli fonksiyonel yerine zamana bağılı kuadratik skaler fonksiyon olarak seçilmiş amaç fonksiyonunun minimizasyonundan elde edilmektedir. Bu durumda çözümü birtakım güçlükler içeren matris Riccati denkleminin çözülmesine gerek kalmamaktadır.

Kapalı-açık çevrim tipinde diğer bir çalışma Kawahara ve Fukazawa[45] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada yapıların optimal kontrol problemi dinamik programlama metodu kullanılarak izleme problemi şeklinde incelenmiştir. Iemura ve diğerleri[46] yapı ve zemini tek bir sistem olarak ele almış ve stokastik kontrol teorisinden yararlanarak yeni bir kapalı-açık çevrim algoritması önermiştir. Sato ve Toki[47] ise yapıya gelen sismik enerjiyi hesaba katan yeni bir ani kapalı-açık çevrim algoritması teklif etmiştir.

Bu çalışmada ise yapı kontrolü için tanımlanan lineer regülatör probleminin genellikle gerekli koşullar kullanılarak elde edilen analitik çözümü Krotov[48-49] tarafından verilen optimallığın yeterli koşullarından yararlanarak elde edilmiştir. Kesin çözümü bulunamayan klasik kapalı-açık çevrim kontrol algoritmasının yaklaşık çözümü depremin yakın-gelecek ivme değerlerinin tahminine dayalı olarak elde edilmiştir. Depremin yakın-gelecek ivme değerlerinin tahmini için filtreleme içermeyen 1., 2. ve 3. mertebe otoregresif(AR) modeller, Kalman filtresi metodu ve maksimum entropi metodu kullanılmıştır. Sayısal uygulama olarak sönümsüz üç katlı ve sönümlü beş katlı iki binanın El Centro depremi altındaki davranışları incelenmiş ve önerilen yaklaşık çözümle uygulanabilen tek klasik kontrol algoritması olan kapalı-çevrim algoritmasından daha iyi sonuçlar elde edilerek çözümün deprem ivme değerlerine nasıl bağlı olduğu araştırılmıştır. Depremin yakın gelecek ivme değerleri kabul edilebilir bir yaklaşıklıkla tahmin edilebildiği takdirde kesin çözüme çok yakın sonuçlar elde edilebileceği amaç fonksiyonunun değerleri hesaplanarak gösterilmiştir. Daha sonra tanımlanan yeni amaç fonksiyonu ile lineer regülatör problemi kararlılık mertebesi kavramı dahil edilerek tekrar çözülmüştür. Sistemin kararlılık mertebesi, tahmin edilen deprem ivme değerleri ve sistemin cevabı arasındaki ilişki sönümsüz üç katlı yapı örneği üzerinde incelenmiştir.

Ayrıca klasik kontrol algoritmalarının mevcut eksikliğine ikinci bir alternatif olarak çok noktalı kuadratik ani amaç fonksiyonu önerilmiş ve özel halde üç noktalı kuadratik ani amaç fonksiyonu kullanılarak optimal kontrol kuvveti Lagrange çarpanları yöntemiyle[50] elde edilmiştir. Optimal kontrol kuvveti önce en genel halde bulunmuş daha sonra bazı terimler ihmal edilerek kapalı-çevrim formunda algoritmalar elde edilmiştir. Elde edilen algoritmalar sönümsüz üç katlı yapıya uygulanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Son bölümde ise pasif ayarlı kütleli sönümleyicilerin açık deniz yapılarına bir uygulaması yapılmıştır. Esnek bir açık deniz yapısı üzerine pasif ayarlı kütleli sönümleyici yerleştirilerek bir geminin bu deniz yapısına belirli bir hızla çarpmasından itibaren bu yapıdan ayrılana kadar geçen süre içindeki sistemin davranışı ve ayarlı kütleli sönümleyicinin sistem davranışına etkisi sistemdeki enerji dağılımı da incelenerek araştırılmıştır.

BÖLÜM 2

OPTİMALLIĞIN GEREKLİ KOŞULLARI VE YETERLİ KOŞULLARI

Verilen bir lineer sistem için $Z(t_0)$ başlangıç durumunu $(t_f - t_0)$ sonlu zaman aralığında $t=t_f$ 'de verilmiş herhangi bir $Z(t_f)$ son durumuna transfer edebilecek parça parça sürekli bir $U(t)$ kontrol fonksiyonu varsa bu sistem $t=t_0$ 'da kontrol edilebilir bir sistemdir. Eğer bu durum bütün t_0 başlangıç zamanları ve $Z(t_0)$ başlangıç durumları için geçerli ise sistem tamamiyle kontrol edilebilir bir sistemdir. Parça parça sürekli $U(t)$ kontrol fonksiyonlarının oluşturduğu küme kabul edilebilir mümkün kontrol fonksiyonları kümesi olarak isimlendirilir. Gözlemlenebilirlik kavramı ise şu şekilde tarif edilebilir: Sistemin $Z(t_0)$ başlangıç durumu (t_f-t_0) sonlu zaman aralığında herhangi $y(t)$ ölçüm vektöründen belirlenebiliyorsa bu sistem $t=t_0$ 'da gözlemlenebilir bir sistemdir. Bu durum bütün t_0 başlangıç zamanları için geçerli ise sistem tamamiyle gözlemlenebilir bir sistemdir[51].

Verilen bir dinamik sistemin optimalliğinden bahsedebilmek için sistemin hangi kısıtlar altında hangi kritere göre optimal olduğunun mutlaka belirtilmesi gerekir. Çünkü optimallik kavramı seçilen amaç fonksiyonu ve problemin kısıtlarına göre değişmektedir. Yani belirli bir problem için optimal olan bir çözüm başka bir problem için optimal olmayabilir. Dolayısıyla ancak amaç fonksiyonu ve sağlanması gereken kısıtlar belirlendikten sonra verilen kısıtlar altında amaç fonksiyonunu minimum yapacak olan kabul edilebilir mümkün $U(t)$ kontrol fonksiyonu aranabilir. Eğer dinamik bir sistem tamamiyle kontrol edilebilir ise bu sistemi herhangi bir başlangıç durumundan istenen diğer bir duruma transfer edecek en az bir kontrol mevcuttur. Sistem kontrol edilebilir değilse optimal kontrol aramak anlamsızdır. $U(t)$ kontrol fonksiyonunun sağlaması gereken fakat optimallik için yeterli olmayan koşullara optimalliğin gerekli koşulları denir. Yani bu koşulları sağladığı halde optimal olmayan çözümler bulunabilir. Gerekli koşulları sağlayan bir çözümün kesin

optimal olabilmesi için sağlaması gereken koşullara da yeterli koşullar denilir. Bölüm 2.1 ve 2.2’de optimalliğin gerekli koşulları ve yeterli koşulları ayrıntılı olarak verilecektir.

2.1 OPTİMALLIĞIN GEREKLİ KOŞULLARI

Şimdi dinamik davranışı

$$\dot{Z}(t) = F (Z(t), U(t), t) \quad (2.1)$$

şeklinde birinci mertebe nonlinear diferansiyel denklemle verilen kontrol edilebilir ve gözlemlenebilir bir sistemi ele alalım. Burada $Z(t)$ sistemin durum vektörü, $U(t)$ kontrol vektörü ve F ise durum vektörü, kontrol vektörü ve t zamanına bağlı verilen bir fonksiyondur. Minimum yapılacak amaç fonksiyonu ise en genel halde

$$J = h(Z(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(Z(t), U(t), t) dt \quad (2.2)$$

formunda seçilmiş olsun. Burada h ve g verilen fonksiyonlar, t_0 ve t_f ise kontrol aralığının başlangıç ve bitiş zamanlarıdır. t_0 başlangıç zamanı ve $Z(t_0)$ başlangıç durumunun verildiği kabul edilirse optimal kontrol problemi, verilen t_0 başlangıç anından t_f anına kadar (2.2) ile verilen amaç fonksiyonunu minimum yapacak şekilde (2.1) ile tanımlanan sisteme uygulanması gereken $U^*(t)$ optimal kontrol kuvvetini bulma problemi olarak ifade edilebilir.

Optimal kontrol için gerekli koşulların elde edilmesi Kirk[52] ve diğer yazarlar tarafından detaylı olarak verildiğinden burada sadece direkt olarak sonuçlar verilecektir. Fakat özet olarak ifade etmek gerekirse gerekli koşullar, (2.2) ile verilen amaç fonksiyonun δJ birinci varyasyonunu sıfıra eşitleyerek elde edilirler. Optimalliğin gerekli koşullarını özet olarak verebilmek için önce Hamiltoniyen fonksiyonunu aşağıdaki şekilde tanımlayalım.

$$H = g(\mathbf{Z}(t), \mathbf{U}(t), t) + \lambda^T [\mathbf{F}(\mathbf{Z}(t), \mathbf{U}(t), t)] \quad (2.3)$$

Burada $\lambda(t)$ Lagrange çarpanları vektörüdür ve literatürde eş-durum vektörü olarak da adlandırılmaktadır. $\mathbf{U}^*(t)$ 'nin optimal kontrol olabilmesi için gerekli koşullar

$$\dot{\mathbf{Z}}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda} (\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t), \lambda^*(t)) \quad , \quad t_0 < t < t_f \quad (2.4)$$

$$\dot{\lambda}^* = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{Z}} (\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t), \lambda^*(t)) \quad , \quad t_0 < t < t_f \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{U}} = \mathbf{0} \quad , \quad t_0 < t < t_f \quad (2.6)$$

denklemleriyle verilmektedir. Bu denklemlere ek olarak sınır koşullarının

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial h}{\partial \mathbf{Z}} (\mathbf{Z}^*(t_f), t_f) - \lambda^*(t_f) \right]^T \delta \mathbf{Z}(t_f) + \\ & \left[H(\mathbf{Z}^*(t_f), \mathbf{U}^*(t_f), \lambda^*(t_f), t_f) + \frac{\partial h}{\partial t} (\mathbf{Z}^*(t_f), t_f) \right] \delta t_f = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

denklemini sağlaması gerekmektedir.

(2.4-2.7) denklemleri sağlandığı takdirde $\mathbf{U}^*(t)$ optimal kontrol, ona karşı gelen $\mathbf{Z}^*(t)$ optimal yörünge ve $(\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t))$ ise optimal süreç olarak adlandırılır. (2.7) ile verilen koşul $\mathbf{Z}(t_f)$ ve/veya t_f serbest bırakılmış yani belirlenmemiş ise dikkate alınması gereken bir koşuldur. Çünkü $\mathbf{Z}(t_f)$ ve t_f belirlenmiş ise (2.7) koşulu otomatik olarak sağlanmaktadır. $\mathbf{Z}(t_f)$ veya t_f sabit değilse gerekli sınır koşulları (2.7) denkleminde bu terimlere karşı gelen parentezler içindeki ifadelerin sıfıra eşitlenmesinden elde edilir. Burada şunu önemle vurgulamak gerekir ki, yukarıda verilen koşullar amaç fonksiyonunun birinci varyasyonunun sıfıra eşitlenmesinden elde edildiklerinden sadece gerekli koşullardır, genel halde yeterli koşullar değildirler.

(2.4-2.7) denklemleriyle verilen gerekli koşullar kabul edilebilir mümkün $U(t)$ kontrol kuvvetlerinin düzgün sürekli olmaları ve üzerlerinde hiçbir kısıt olmaması halinde geçerlidirler. Bu ise pratikte sağlanması çok zor olan bir koşuldur. Çünkü çoğu kontrol uygulamalarında $U(t)$ kontrol kuvvetleri $-\infty$ ile $+\infty$ arasında her değeri almaları mümkün değildir ve üzerlerinde $|U(t)| \leq U_{\text{limit}}$ şeklinde kısıtlar vardır. Yani $U(t)$ kabul edilebilir mümkün kontrol kuvvetlerini içeren ve verilmiş olan belirli bir kümenin elemanı olmak zorundadır. Dolayısıyla yukarıda verilen optimalliğin gerekli koşullarının kabul edilebilir mümkün kontrol kuvvetleri üzerine konabilecek kısıtları da içerecek şekilde genelleştirilmesi gerekir. Literatürde Pontryagin minimum prensibi olarak bilinen bu genelleştirme L. S. Pontryagin tarafından yapılmıştır ve dinamik sistemler için optimal kontrol teorisinin temel taşlarından biri olarak kabul edilmektedir[39].

Pontryagin minimum prensibine göre (2.3) ile verilen Hamiltoniyen fonksiyonu $U(t)$ kontrol kuvvetine göre minimum değerini kabul edilebilir mümkün kontrol kuvvetler kümesi üzerinde alır. Diğer bir ifadeyle Pontryagin minimum prensibi, üzerinde kısıt olmayan kontrol kuvvetleri için geçerli olan (2.6) gerekli koşulu yerine

$$H(Z^*(t), U^*(t), \lambda^*(t), t) \leq H(Z^*(t), U(t), \lambda^*(t), t), \quad U(t) \in \Omega \quad (2.8)$$

şeklindeki gerekli koşulu getirmektedir.

Pontryagin minimum prensibi kontrol kuvvetleri üzerinde kısıtların bulunduğu daha genel hal için verilmesine rağmen, kontrol kuvvetlerinin sürekli ve kısıtsız olduğu problemlere de uygulanabilir. Bu durumda,

$$\frac{\partial H}{\partial U}(Z^*(t), U^*(t), \lambda^*(t), t) = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial U^2}(Z^*(t), U^*(t), \lambda^*(t), t) > 0 \quad (2.10)$$

koşullarının sağlanması gerekmektedir. Bu koşullardan anlaşılmaktadır ki, Pontryagin minimum prensibi klasik varyasyon hesabıyla elde edilen (2.4-2.7) denklemleri ile verilen optimalliğin gerekli koşulları ile tamamiyle uyum halindedir. (2.10) koşulu ise Hamiltoniyen fonksiyonunun lokal minimuma sahip olmasını garanti eden yeterli koşuldur. Klasik varyasyon hesabında bu sonuç ikinci varyasyon ile elde edilir[53].

2.2 GENİŞLETİLMİŞ MAKSİMUM PRENSİBİ FORMUNDA OPTİMALİĞİN YETERLİ KOŞULLARI

Bu bölümde genel halde

$$\dot{Z}(t) = F(Z(t), U(t), t), \quad t \in [0, t_1], \quad Z(0) = Z^0 \quad (2.11)$$

$$J(Z, U) = \varphi(Z(t_0), Z(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} g(Z(t), U(t), t) dt \rightarrow \min \quad (2.12)$$

denklemleriyle tanımlanan optimal kontrol probleminin analitik çözümü Krotov [48-49] tarafından verilmiş olan global minimumun genişletilmiş maksimum prensibi şeklinde verilen belirli bir yeterli koşulundan faydalanarak bulunacaktır. Burada $U(t)$ kontrolü $[0, t_1]$ kontrol aralığında parça parça sürekli bir fonksiyondur. Verilmiş bir $U(t)$ için (2.11) denkleminin çözümü $Z(t)$ ise $(Z(t), U(t))$ çifti kabul edilebilir proses olarak isimlendirilir. (2.11) ve (2.12) denklemleriyle verilen optimal kontrol probleminin çözümünde kullanılacak olan yeterli koşullar Bellman fonksiyonunun bir genelleştirilmesi olan belirli bir $\Psi(t, Z)$ fonksiyonu yardımıyla verilecektir. Bu amaçla, verilen bir $\Psi(t, Z)$ fonksiyonunun aşağıdaki özellikleri sağladığını kabul edelim.

i) $\Psi(t, Z)$ fonksiyonu $\sigma = [0, t_1] \times \mathbb{R}^{2n}$ bölgesinde sürekli bir fonksiyondur.

ii) $\Psi(t, \mathbf{Z})$ fonksiyonu verilen aralıkta $(t, \mathbf{Z})$ vektör argümanının elemanlarına göre $\frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial t}, \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}_i}, (i = 1, \dots, 2n)$ parça parça sürekli kısmi türevlerine sahiptir.

Burada $\mathbb{R}^{2n}$, $2n$ boyutlu $\mathbf{Z}$ sütun vektörlerinin Öklid uzayıdır.

Yukarıda tanımlanan özelliklere sahip $\Psi(t, \mathbf{Z})$ fonksiyonlarının kümesini $\Omega = \Omega(\sigma)$ ile gösterelim. Bu durumda verilen herhangi bir $\Psi(t, \mathbf{Z}) \in \Omega(\sigma)$ fonksiyonunun yardımıyla aşağıda tanımlanan fonksiyonları oluşturmak mümkündür.

$$\begin{aligned} \pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) &= \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial t} + \sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}_k} \mathbf{F}_k(t, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) - g(t, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) \\ &= \Psi_t + \Psi_{\mathbf{Z}}^T \mathbf{F}(t, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) - g(\mathbf{Z}, \mathbf{U}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$I(\mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}_1) = -\varphi(\mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}_1) - \Psi(t_1, \mathbf{Z}_1) + \Psi(t_0, \mathbf{Z}_0) \quad (2.14)$$

Genişletilmiş maksimum prensibini (2.13) ve (2.14) denklemleri ile verilen fonksiyonlar yardımıyla

$$\max_{(\mathbf{Z}, \mathbf{v}) \in \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R}^r} \pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) = \pi(t, \mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t)) \quad (2.15)$$

$$\max_{\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{2n}} I(\mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}_1) = I(\mathbf{Z}^*(t_0), \mathbf{Z}^*(t_1)) \quad (2.16)$$

şeklinde tanımlamak mümkündür. (2.15) koşulundan anlaşılmaktadır ki, $\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})$ fonksiyonu $\mathbf{Z}$ ve $\mathbf{v}$ argümanlarına göre maksimum değerini $\mathbf{Z}(t) = \mathbf{Z}^*(t)$ ve $\mathbf{v}(t) = \mathbf{U}^*(t)$ olduğunda almaktadır. (2.16) ile verilen koşula göre de $I(\mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}_1)$ sınır fonksiyonu maksimum değerini $\mathbf{Z}(t) = \mathbf{Z}^*(t)$ olduğunda almaktadır.

Tanım 1: Öyle en az bir $\Psi(t, \mathbf{Z}) \in \Omega(\sigma)$ fonksiyonu ve ona uygun öyle keyfi kabul edilebilir bir $(\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t))$ süreci varsa ve bunlar için (2.15) ve (2.16) koşulları sağlanıyorsa $(\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t))$ süreci genişletilmiş maksimum prensibini sağlıyor denilir.

Teorem 1: Genişletilmiş maksimum prensibini sağlayan keyfi kabul edilebilir $(Z^*(t), U^*(t))$ süreci optimaldir[48-49].

Burada şunu önemle vurgulamak gerekir ki, (2.15) koşulundan görüleceği gibi genişletilmiş maksimum prensibinde maksimum alma işlemi hem Z durum vektörü hem de v kontrol vektörüne göre yapılmaktadır. Fakat Pontryagin Maksimum Prensibinde maksimum alma işlemi sadece kontrol vektörüne göre yapılmaktadır. Bu nedenden dolayı (2.15) ve (2.16) denklemleriyle verilen optimalliğin yeterli koşulları genişletilmiş maksimum prensibi olarak adlandırılmaktadır. Genişletilmiş maksimum prensibi tipli koşullar ilk olarak Krotov[48-49] tarafından incelenmiştir. Adi diferansiyel denklemler sistemi ile ilgili optimal kontrol problemlerinde genişletilmiş maksimum prensibi tipli koşullar Bellman denkleminin genelleştirilmesi gibi ele alınabilir. Fakat Bellman denkleminde farklı olarak genişletilmiş maksimum prensibi kısmi türevli diferansiyel denklemlerle ilgili olan optimal kontrol problemleri için de genelleştirilebilir[54].

Şimdi özel halde $I(Z_0, Z_1)$ sınır fonksiyonunun keyfi bir c_0 sabitine eşit olduğunu varsayalım. Bu durumda $I(Z_0, Z_1)$ sınır fonksiyonu Z_0 ve Z_1 'den bağımsız olacağından genişletilmiş maksimum prensibini sağlayan (Z^*, U^*) süreci kullanılarak Z_0 ve Z_1 aşağıdaki şekilde seçilebilir.

$$Z_0 = Z^*(t_0) \quad (2.17)$$

$$Z_1 = Z^*(t_1) \quad (2.18)$$

Dolayısıyla (2.17) ve (2.18) denklemleri kullanılarak (2.16) ile verilen koşul aşağıdaki şekilde sağlanmış olur.

$$\max_{Z \in R^{2n}} I(Z_0, Z_1) = c_0 = I(Z^*(t_0), Z^*(t_1)) \quad (2.19)$$

Genişletilmiş maksimum prensibinde $\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})$ fonksiyonundan maksimum alma işleminin hem $\mathbf{v}$ hem de $\mathbf{Z}$ vektör argümanlarına göre yapıldığını daha önce ifade etmiştik. Dolayısıyla $\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})$ fonksiyonunun önce $\mathbf{v}$ argümanına göre maksimumunu bulalım. Bu işlem

$$\max_{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^r} \left[\frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial t} + \sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}_k} \mathbf{F}_k(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) - g(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) \right] \quad (2.20)$$

şeklinde ifade edilir. Parantez içindeki ilk terim $\mathbf{v}$ 'den bağımsız olduğundan maksimum alma işleminin dışına alınabilir. Bu durumda (2.20) denklemi

$$\max_{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^r} [\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})] = \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial t} + \max_{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^r} \left[\sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}_k} \mathbf{F}_k(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) - g(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) \right] \quad (2.21)$$

haline gelir. Varsayalım ki köşeli parantez içindeki

$$\sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}_k} \mathbf{F}_k(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) - g(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) \quad (2.22)$$

ifadesi $\mathbf{v}$ argümanına göre maksimum değerini $\mathbf{v} = \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z})$ olduğunda alsın ve değeri de $\bar{Q}(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}))$ olsun. Bu durumda (2.21) denklemi tekrar yazılırsa

$$\max_{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^r} [\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})] = \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial t} + \bar{Q}(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z})) \quad (2.23)$$

elde edilir. Şimdi bu denklemin sağ tarafının sadece zamana bağlı bir $c(t)$ fonksiyonuna eşit olduğunu varsayalım. Yani;

$$\frac{\partial \Psi(t, \mathbf{Z})}{\partial t} + \bar{Q}(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z})) = c(t) \quad (2.24)$$

eşitliği geçerli olsun. Bu denklem daha açık olarak yazılırsa,

$$\max_{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^r} [\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})] = \pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z})) = c(t) \quad (2.25)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadenin her iki tarafının $\mathbf{Z}$ argümanına göre de maksimumu alınır,

$$\max_{(\mathbf{Z}, \mathbf{v}) \in \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R}^r} [\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})] = \max_{\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{2n}} [\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}))] = \max_{\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{2n}} [c(t)] = c(t) \quad (2.26)$$

elde edilir. Bu ifadede açıkça görülmektedir ki, $\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})$ fonksiyonunun $\mathbf{v}$ ve $\mathbf{Z}$ argümanlarına göre maksimum değeri $c(t)$ fonksiyonuna eşittir ve $\mathbf{Z}$ 'den bağımsızdır. Dolayısıyla (2.26) denkleminde $\mathbf{Z}$ yerine $\mathbf{Z}^*$ yazılarak

$$\begin{aligned} \max_{(\mathbf{Z}, \mathbf{v}) \in \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R}^r} [\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v})] &= \max_{\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{2n}} [\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}))] = \max_{\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{2n}} [c(t)] = c(t) \\ &= \pi(t, \mathbf{Z}^*(t), \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}^*(t))) = \pi(t, \mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t)) \end{aligned} \quad (2.27)$$

denklemini elde edilir. (2.19) ve (2.27) denklemlerinden açıkça görülmektedir ki, $(\mathbf{Z}^*, \mathbf{U}^*)$ süreci Tanım1 gereği genişletilmiş maksimum prensibini sağlamaktadır ve Teorem1 gereğince de optimal süreçtir.

2.2.1 Genişletilmiş maksimum prensibinin ispatı

Genişletilmiş maksimum prensibinin ispatı ilk olarak Krotov [48-49] tarafından yapılmakla beraber bütünlüğü sağlamak açısından bu bölümde de verilecektir. Bu amaçla kabul edelim ki; $(\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t))$ süreci genişletilmiş maksimum prensibini sağlayan keyfi kabul edilebilir bir süreç, $(\mathbf{Z}(t), \mathbf{U}(t))$ süreci ise herhangi keyfi bir süreç olsun. Bu durumda Tanım 1'e göre $(\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t))$ süreci için (2.15) ve (2.16) koşullarını sağlayan en az bir $\Psi(t, \mathbf{Z}) \in \Omega(\sigma)$ fonksiyonu vardır. Dolayısıyla (2.15) denkleminde

$$\pi(t, Z(t), U(t)) \leq \pi(t, Z^*(t), U^*(t)) \quad (2.28)$$

koşulu elde edilir.

Yukarıdaki ifadenin her iki tarafı daha açık olarak yazılırsa,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Psi(t, Z)}{\partial t} + \sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \Psi(t, Z)}{\partial Z_k} F_k(t, Z, U) - g(t, Z, U) \\ & \leq \frac{\partial \Psi(t, Z^*)}{\partial t} + \sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \Psi(t, Z^*)}{\partial Z_k^*} F_k(t, Z^*, U^*) - g(t, Z^*, U^*) \end{aligned} \quad (2.29)$$

elde edilir. $\Psi(t, Z)$ fonksiyonunun zamana göre türevi alınır

$$\frac{d\Psi(t, Z)}{dt} = \frac{\partial \Psi(t, Z)}{\partial t} + \sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \Psi(t, Z)}{\partial Z_k} F_k(t, Z, U) \quad (2.30)$$

denklemini elde edilir. Yukarıdaki eşitlik kullanılarak (2.29) denklemini tekrar yazılırsa aşağıdaki denkleme varılır:

$$\frac{d\Psi(t, Z)}{dt} - g(t, Z, U) \leq \frac{d\Psi(t, Z^*)}{dt} - g(t, Z^*, U^*) \quad (2.31)$$

Bu denklemin her iki tarafının zamana göre (t_0, t_1) aralığında entegrali alınır

$$\begin{aligned} & \Psi(t_1, Z(t_1)) - \Psi(t_0, Z(t_0)) - \int_{t_0}^{t_1} g(t, Z(t), U(t)) dt \\ & \leq \Psi(t_1, Z^*(t_1)) - \Psi(t_0, Z^*(t_0)) - \int_{t_0}^{t_1} g(t, Z^*(t), U^*(t)) dt \end{aligned} \quad (2.32)$$

elde edilir. Bu ifadenin her iki tarafı $(-)$ ile çarpılırsa

$$\begin{aligned}
& -\Psi(t_1, Z^*(t_1)) + \Psi(t_0, Z^*(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} g(t, Z^*(t), U^*(t)) dt \\
& \leq -\Psi(t_1, Z(t_1)) + \Psi(t_0, Z(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} g(t, Z(t), U(t)) dt
\end{aligned} \tag{2.33}$$

elde edilir.

$(Z^*(t), U^*(t))$ süreci genişletilmiş maksimum prensibini sağlayan süreç olduğuna göre (2.16) ile verilen koşulu da sağlamalıdır, yani bu süreç $I(Z_0, Z_1)$ sınır fonksiyonuna maksimum değer vermelidir. Bu durumda (2.16) koşulunun yardımıyla aşağıdaki denklemi yazmak mümkündür.

$$I(Z^*(t_0), Z^*(t_1)) \geq I(Z(t_0), Z(t_1)) \tag{2.34}$$

Yukarıdaki ifadenin her iki tarafı (2.14) denkleminde yararlanarak tekrar yazılırsa

$$\begin{aligned}
& -\varphi(Z^*(t_0), Z^*(t_1)) - \Psi(t_1, Z^*(t_1)) + \Psi(t_0, Z^*(t_0)) \\
& \geq -\varphi(Z(t_0), Z(t_1)) - \Psi(t_1, Z(t_1)) + \Psi(t_0, Z(t_0))
\end{aligned} \tag{2.35}$$

elde edilir. Bu ifadenin her iki tarafı (-) ile çarpılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \varphi(Z^*(t_0), Z^*(t_1)) + \Psi(t_1, Z^*(t_1)) - \Psi(t_0, Z^*(t_0)) \\
& \leq \varphi(Z(t_0), Z(t_1)) + \Psi(t_1, Z(t_1)) - \Psi(t_0, Z(t_0))
\end{aligned} \tag{2.36}$$

elde edilir. (2.33) ve (2.36) denklemleri taraf tarafa toplanırsa

$$\varphi(Z^*(t_0), Z^*(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} g(t, Z^*(t), U^*(t)) dt$$

$$\leq \varphi(\mathbf{Z}(t_0), \mathbf{Z}(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} g(t, \mathbf{Z}(t), \mathbf{U}(t)) dt \quad (2.37)$$

ifadesi bulunur. (2.12) ile tanımlanan amaç fonksiyonu göz önüne alınarak (2.37) denklemini tekrar yazılırsa

$$J(\mathbf{Z}^*, \mathbf{U}^*) \leq J(\mathbf{Z}, \mathbf{U}) \quad (2.38)$$

ifadesi elde edilir. Yani $(\mathbf{Z}, \mathbf{U})$ süreci keyfi süreç olduğuna göre genişletilmiş maksimum prensibini sağlayan $(\mathbf{Z}^*, \mathbf{U}^*)$ süreci $J(\mathbf{Z}, \mathbf{U})$ amaç fonksiyonuna minimum değer vermektedir ve dolayısıyla da optimaldir.

BÖLÜM 3

OPTİMALLIĞIN GEREKLİ KOŞULLARI VE YETERLİ KOŞULLARI KULLANILARAK LİNEER REGÜLATÖR PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bölüm 2’de en genel halde verilmiş bir problem için optimallığın gerekli koşulları ve yeterli koşulları verilmişti. Bu bölümde ise ilk olarak deprem etkisi altındaki çok katlı yapılar için lineer regülatör probleminin formülasyonu verilecek, daha sonra ise bu problem Bölüm 2’de verilen hem optimallığın gerekli koşulları ve hem de yeterli koşulları kullanılarak çözülecektir.

3.1 DEPREM ETKİSİ ALTINDAKİ ÇOK KATLI YAPILAR İÇİN LİNEER REGÜLATÖR PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU

Tek boyutlu $f(t)$ deprem ivmesi ve $U(t)$ kontrol kuvveti etkisindeki toplu kütleli sistem olarak modellenmiş lineer bir kayma binası n -serbestlik dereceli bir sistem olarak Şekil 3.1’de görüldüğü gibi idealize edilebilir. Şekil 3.1’den yararlanarak elde edilen i . nci kata ait serbest cisim diyagramı Şekil 3.2’de verilmiştir. Burada m_i , k_i ve c_i katsayıları sırasıyla i .nci kata ait kütle, rijitlik ve sönümü; x_i ve u_i ise i .nci kata ait yere göre rölatif deplasmanı ve kat kontrol kuvvetini ifade etmektedir. Bu diyagramdan yararlanarak i . nci kata ait hareket denklemi mutlak ivme kullanılarak

$$m_i [\ddot{x}_i + f(t)] = c_i \dot{x}_{i-1} - (c_i + c_{i+1}) \dot{x}_i + c_{i+1} \dot{x}_{i+1} + k_i x_{i-1} - (k_i + k_{i+1}) x_i + k_{i+1} x_{i+1} + u_{i+1} - u_i \quad (3.1)$$

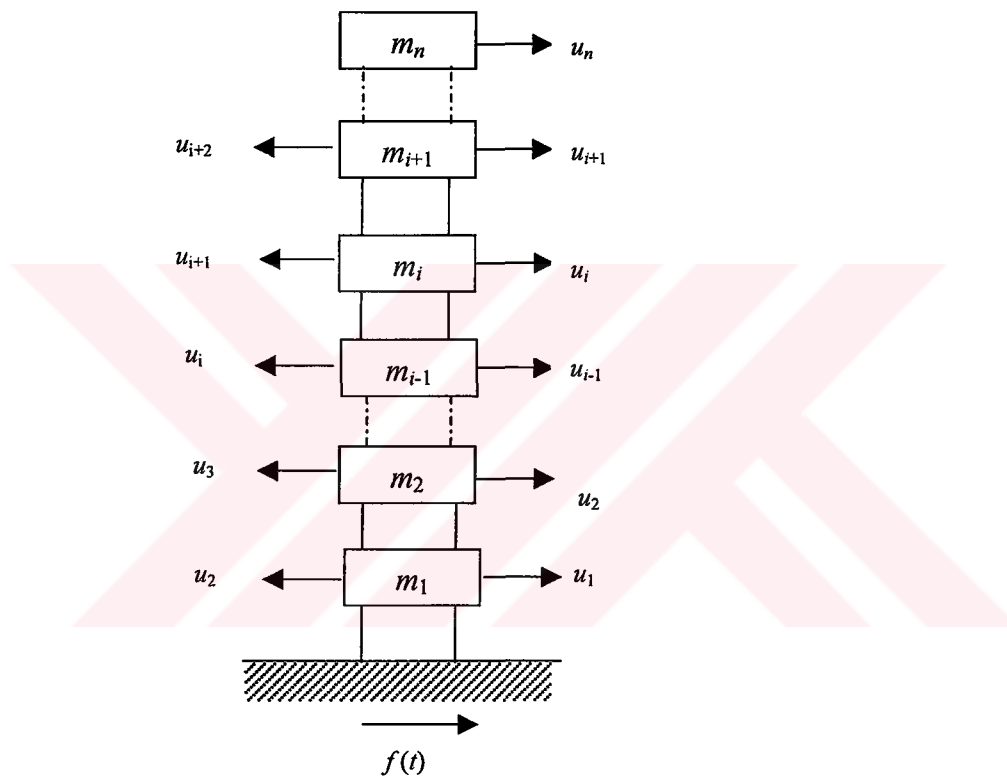
şeklinde elde edilir.(3.1) denklemi tekrar düzenlenir ve $i=1, 2, \dots, n$ için ayrı ayrı yazılırsa

$$m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = -m_1 f(t) + u_2 - u_1 \quad (3.2)$$

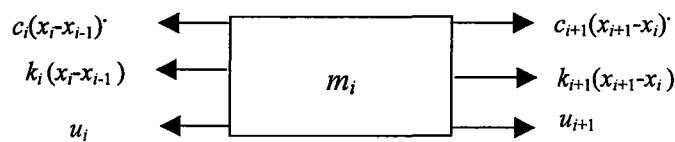
$$m_2 \ddot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + (c_2 + c_3) \dot{x}_2 - c_3 \dot{x}_3 - k_2 x_1 + (k_2 + k_3) x_2 - k_3 x_3 = -m_2 f(t) + u_3 - u_2 \quad (3.3)$$

$$m_n \ddot{x}_n - c_n \dot{x}_{n-1} + c_n \dot{x}_n - k_n x_{n-1} + k_n x_n = -m_n f(t) - u_n \quad (3.4)$$

denklemleri elde edilir.



Şekil 3.1 İdealize edilmiş yapı modeli.



Şekil 3.2 i . nci kata ait serbest cisim diyagramı.

Yukarıda verilen (3.2)-(3.4) denklemleri yazılırken zemine ait $\dot{x}_0$ ve x_0 terimlerinin ve $(n+1)$.nci kata ait k_{n+1} ve c_{n+1} katsayılarının sıfır alınacağı açıktır.

Ayrık formda yazılmış (3.2)-(3.4) denklemlerini matris formunda

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{V}f(t) + \mathbf{L}\mathbf{U}(t) \quad (3.5)$$

denklemleriyle de ifade etmek mümkündür. Burada $\mathbf{X}(t) = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ katların zemine göre rölatif deplasmanlarını ifade eden n -boyutlu deplasman vektörü (burada ^{T} vektör veya matris transpozunu ifade etmektedir); $\mathbf{M}$ köşegen elemanları kat kütlelerine karşı gelen $(n \times n)$ boyutlu köşegen sistem kütle matrisi; $\mathbf{C}$ ve $\mathbf{K}$ sırasıyla $(n \times n)$ boyutlu viskoz sönüm ve rijitlik matrisleri; $\mathbf{V} = (1, 1, 1, \dots, 1)^T$ n -boyutlu vektör; $\mathbf{L}$ $(n \times n)$ boyutlu n tane kontrol elemanının yerleşim matrisi, $\mathbf{U}(t)$ kontrol kuvvet vektörü ve skaler $f(t)$ fonksiyonu ise bir boyutlu deprem yer ivmesidir. $\mathbf{C}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$ ve $\mathbf{L}$ matrislerinin açık ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & & & \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -c_{n-1} & c_{n-1} + c_n & -c_n \\ & & & & -c_n & c_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & m_3 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_n \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -k_{n-1} & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ & & & & -k_n & k_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 1 \\ & & & & -1 \end{bmatrix}$$

(3.6) ile verilen $\mathbf{L}$ matrisi Şekil 3.1'de de açıkça görüldüğü gibi her kata kontrol kuvveti uygulandığı durumda bu kuvvetlerin bir evvelki ve sonraki katlara olan etkisini de içeren $(n \times n)$ boyutlu bir matrisdir. Özel halde her kata kontrol kuvveti uygulanmadığında veya kontrol kuvvetlerinin uygulanma şekline bağlı olarak katlara uygulanan kuvvetlerin diğer katlarla ilgisi olmadığında geçerli olan $\mathbf{L}$ matrisi, (3.6)'da verilen $\mathbf{L}$ matrisinin ilgili elemanları sıfır alınarak kolaylıkla elde edilebilir.

Açıktır ki bu durumda r tane kontrol elemanı varsa $\mathbf{L}$ matrisi $(n \times r)$ boyutlu bir matris olacaktır.

İkinci mertebe matris diferansiyel denklem olan (3.5) denklemini $2n$ -boyutlu $\mathbf{Z}(t)$ durum vektörü kullanılarak aşağıdaki şekilde durum-uzayı formunda yazmakda mümkündür.

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{Z}(t) + \mathbf{B} \mathbf{U} + \mathbf{H} f(t) \quad , \quad \mathbf{Z}(0) = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

Burada;

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{L} \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{V} \end{bmatrix}$$

olarak tanımlanmıştır. Optimal kontrol kuvveti bulunurken

$$J = \int_0^{t_1} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}) dt \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanan durum vektörü $\mathbf{Z}(t)$ ve kontrol kuvveti $\mathbf{U}(t)$ 'ye göre kuadratik olan entegral formda seçilmiş amaç fonksiyonu kullanılmıştır. Burada $[0, t_1]$ zaman aralığı deprem süresinden daha uzun seçilen kontrol süresi; $\mathbf{Q}$ $(2n \times 2n)$ boyutlu pozitif semi definit simetrik ağırlık matrisi ve $\mathbf{R}$ ise $(r \times r)$ boyutlu pozitif definit simetrik ağırlık matrisidir. $\mathbf{Q}$ ve $\mathbf{R}$ matrislerinin elemanlarının sayısal değerleri durum değişkenleri ve kontrol kuvvetleri arasındaki göreceli öneme göre atanır. Görüldüğü gibi inşaat mühendisliğinde yapı sistemlerinin kontrolü için (3.7) ve (3.9) denklemleri ile tanımlanan problem bir lineer regülatör problemidir.

3.2 LİNEER REGÜLATÖR PROBLEMİNİN GEREKLİ KOŞULLAR İLE ÇÖZÜMÜ

(3.7) ve (3.9) denklemleri ile verilen lineer regülatör probleminde sistemin $\mathbf{Z}(t)$ durumları ve $\mathbf{U}(t)$ kontrol kuvvetleri üzerine hiçbir kısıt konmamıştır. Son durum vektörü $\mathbf{Z}(t_f)$ 'nin bütün elemanları serbest bırakılmakla beraber t_f zamanı t_1 olarak sabit seçilmiştir. (2.3) denklemi ile verilen Hamiltoniyen, (3.7)-(3.9) problemi için yazılırsa

$$H = \mathbf{Z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{Z}(t) + \mathbf{U}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{U}(t) + \lambda^T [\mathbf{A} \mathbf{Z}(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}(t) + \mathbf{H} f(t)] \quad (3.10)$$

ifadesi elde edilir. Yukarıda tanımlanan Hamiltoniyen için (2.4)-(2.6) denklemleri ile verilen optimalliğin gerekli koşulları tekrar yazılırsa

$$\dot{\mathbf{Z}}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = \mathbf{A} \mathbf{Z}^*(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}^*(t) + \mathbf{H} f(t) \quad (3.11)$$

$$\dot{\lambda}^* = - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{Z}} = -2 \mathbf{Q} \mathbf{Z}^*(t) - \mathbf{A}^T \lambda^*(t) \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{U}} = \mathbf{0} = 2 \mathbf{R} \mathbf{U}^*(t) + \mathbf{B}^T \lambda^*(t) \quad (3.13)$$

gerekli koşulları elde edilir.

Daha önce ifade edildiği gibi t_f zamanı t_1 olarak sabit alındığından $\delta t_f = 0$ olur. Fakat $\delta \mathbf{Z}(t_f) \neq 0$ olduğundan (2.7) denklemiyle verilen gerekli koşuldaki ilk parantezdeki ifadenin sıfır olması şartından

$$\lambda^*(t_f) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{Z}} (\mathbf{Z}^*(t_f), t_f) \quad (3.14)$$

koşulu elde edilir. Fakat (3.7)-(3.9) sisteminde $h=0$ olduğundan $\lambda^*(t)$ için sınır koşulu

$$\lambda^*(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.15)$$

olarak elde edilir. (3.13) denkleminden optimal kontrol kuvveti $\mathbf{U}^*(t)$ için

$$\mathbf{U}^*(t) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \lambda^*(t) \quad (3.16)$$

ifadesi elde edilir. (3.11), (3.12) ve (3.16) denklemlerinden oluşan sistem $\mathbf{Z}^*(t)$, $\mathbf{U}^*(t)$ ve $\lambda^*(t)$ için optimal çözümü vermektedir. $\mathbf{Z}^*(t)$ için başlangıç koşulu $t=0$ 'da, $\lambda^*(t)$ için başlangıç koşulu ise $t=t_f$ 'de verildiğinden bu denklemler sistemi bir iki nokta sınır değer problemi tanımlamaktadır.

3.2.1 Kapalı çevrim kontrolü

Kontrol kuvvetinin sadece durum vektörü ile regüle edildiği geri beslemeli bir kapalı-çevrim kontrol algoritması elde etmek için eş-durum vektörü $\lambda^*(t)$

$$\lambda^*(t) = \mathbf{P}(t) \mathbf{Z}^*(t) \quad (3.17)$$

formunda seçilir. Burada $\mathbf{P}(t)$ belirlenmesi gereken zamana bağlı bir matristir. (3.17) denkleminin zamana göre türevinden

$$\dot{\lambda}^*(t) = \dot{\mathbf{P}}(t) \mathbf{Z}^*(t) + \mathbf{P}(t) \dot{\mathbf{Z}}^*(t) \quad (3.18)$$

ifadesi elde edilir. (3.17) ve (3.18) denklemleri (3.11), (3.12) ve (3.13) denklemlerinde yerine yazılırsa bilinmeyen $\mathbf{P}(t)$ matrisinin sağlanması gereken

$$[\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) + 2 \mathbf{Q}] \mathbf{Z}^*(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{H} f(t) = \mathbf{0} \quad (3.19)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemde $f(t)$ terimi sıfır alınırsa ve bu denklemin bütün $\mathbf{Z}^*(t)$ 'ler için de sağlanması gerektiği düşünülürse (3.19) denklemini

$$\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) + 2 \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

denkleminde indirgenir. Yukarıda verilen lineer olmayan diferansiyel denklem Riccati matris diferansiyel denklemdir.

(3.15) ve (3.17) denklemlerinden $t=t_1$ için

$$\mathbf{P}(t_1) \mathbf{Z}^*(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.21)$$

olduğundan $\mathbf{P}(t)$ için sınır koşulu

$$\mathbf{P}(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.22)$$

olarak elde edilir.

(3.17) denklemi (3.16) denkleminde yerine yazılırsa lineer optimal kontrol kuvveti

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^*(t) &= -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{Z}^*(t) \\ &= \mathbf{G}(t) \mathbf{Z}^*(t) \end{aligned} \quad (3.23)$$

olarak elde edilir. Burada $\mathbf{G}(t)$ kontrol kazanç matrisidir. Bu şekilde elde edilen kapalı-çevrim sisteminin kararlı olduğu bilinmektedir[55]. Bu kontrol algoritmasının uygulanabilmesi için $\mathbf{Z}(t)$ durum vektörünün bütün bileşenlerinin her t anında ölçülebilir olması gerekmektedir. (3.23) denklemi (3.7) denkleminde yerine yazılırsa optimal olarak kontrol edilen yapının davranışını tanımlayan

$$\dot{\mathbf{Z}}^*(t) = \left(\mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \right) \mathbf{Z}^*(t) + \mathbf{H} f(t) \quad , \quad \mathbf{Z}^*(0) = \mathbf{0} \quad (3.24)$$

denklemi elde edilir.

3.2.2 Açık çevrim kontrolü

Açık çevrim kontrolünde kontrol kuvveti sadece deprem ivmesine bağlıdır ve durum vektöründen bağımsızdır. Dolayısıyla bu halde eş-durum vektörü

$$\lambda^*(t) = \mathbf{q}(t) \quad (3.25)$$

olarak seçilir. Burada $\mathbf{q}(t)$ optimalliğin gerekli koşullardan bulunacak olan $2n$ boyutlu vektördür. (3.25) ve (3.16) denklemlerinden açık çevrim kontrol kuvveti

$$\mathbf{U}^*(t) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{q}(t) \quad (3.26)$$

olarak elde edilir. (3.25) ve (3.26) denklemleri (3.11) ve (3.12) denklemlerinde yerine yazılırsa açık-çevrim için

$$\dot{\mathbf{Z}}^*(t) = \mathbf{A} \mathbf{Z}^*(t) - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{q}(t) + \mathbf{H} f(t), \quad \mathbf{Z}^*(0) = \mathbf{0} \quad (3.27)$$

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = -\mathbf{A}^T \mathbf{q}(t) - 2 \mathbf{Q} \mathbf{Z}^*(t), \quad \mathbf{q}(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.28)$$

denklemleri elde edilir.

3.2.3 Kapalı-açık çevrim kontrolü

Bu tür kontrolde, kontrol kuvvetinin sistemin durum vektörü ve deprem tarafından regüle edilebilmesi için eş-durum vektörü

$$\lambda^*(t) = \mathbf{P}(t) \mathbf{Z}^*(t) + \mathbf{q}(t) \quad (3.29)$$

şeklinde seçilir. Yukarıdaki ifadede eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim kapalı-çevrim kontrolüne, ikinci terim ise açık-çevrim kontrolüne karşı gelmektedir. (3.29)

denkleminin zamana göre türevi alınıp (3.11), (3.12) ve (3.13) denklemlerinde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} & [\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P}(t) + \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) + 2 \mathbf{Q}] \mathbf{Z}^*(t) \\ & + \dot{\mathbf{q}}(t) - [\frac{1}{2} \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T - \mathbf{A}^T] \mathbf{q}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{H} f(t) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.30)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem bütün $\mathbf{Z}^*(t)$ durum vektörleri için sağlanması gerektiğinden; $\mathbf{P}(t)$ ve $\mathbf{q}(t)$ matrislerinin de

$$\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) + 2 \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (3.31)$$

$$\dot{\mathbf{q}}(t) - [\frac{1}{2} \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T - \mathbf{A}^T] \mathbf{q}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{H} f(t) = \mathbf{0} \quad (3.32)$$

denklemlerini sağlaması gerekir.

(3.15) ve (3.29) denklemlerinden $t=t_1$ için

$$\mathbf{P}(t_1) \mathbf{Z}^*(t_1) + \mathbf{q}(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.33)$$

olduğundan (3.31) ve (3.32) denklemleri için sınır koşulları

$$\mathbf{P}(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{q}(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.35)$$

olarak elde edilir. (3.29) denklemini (3.16) denkleminde yerine yazıldığında elde edilen optimal kapalı-açık çevrim kontrolü aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{U}^*(t) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T [\mathbf{P}(t) \mathbf{Z}^*(t) + \mathbf{q}(t)] \quad (3.36)$$

(3.36) denklemi (3.7) denkleminde yerine yazılırsa optimal kapalı-açık çevrim kontrolü altındaki yapının davranışını tanımlayan

$$\dot{\mathbf{Z}}^*(t) = (\mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}) \mathbf{Z}^*(t) - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{q}(t) + \mathbf{H} f(t) \quad , \quad \mathbf{Z}^*(0) = \mathbf{0} \quad (3.37)$$

denklemi elde edilir.

3.3 LİNEER REGÜLATÖR PROBLEMİNİN YETERLİ KOŞULLAR İLE ÇÖZÜMÜ

(3.7)-(3.9) denklemleriyle verilen lineer regülatör probleminin genişletilmiş maksimum prensibi formunda verilmiş yeterli koşullar ile çözülebilmesi için (2.31) ve (2.37) ile verilen koşulları sağlayan $\Psi(t, \mathbf{Z})$ fonksiyonunun belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla (3.7) ile verilen amaç fonksiyonu kuadratik olduğundan $\Psi(t, \mathbf{Z})$ fonksiyonunu

$$\Psi(t, \mathbf{Z}) = -\mathbf{q}^T(t) \mathbf{Z} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{Z} \quad (3.38)$$

şeklinde seçelim. Burada $2n$ -boyutlu sütun vektör $\mathbf{q}(t)$ ve $(2n \times 2n)$ boyutlu simetrik matris $\mathbf{P}(t)$, $[0, t_1]$ aralığında parça parça sürekli türevlere sahip bilinmeyenlerdir. Bu bilinmeyenler Bölüm (2.2)'de tanımlanan optimalliğin yeterli koşullarından elde edilecektir. (3.38) denkleminde $\Psi(t, \mathbf{Z})$ fonksiyonunun $\Psi_t(t, \mathbf{Z})$ ve $\Psi_Z(t, \mathbf{Z})$ kısmi türevleri aşağıda şekilde elde edilirler.

$$\Psi_t(t, \mathbf{Z}) = -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{Z} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}^T \dot{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \quad (3.39)$$

$$\Psi_Z(t, \mathbf{Z}) = -\mathbf{q} - \mathbf{P}(t) \mathbf{Z} \quad (3.40)$$

(3.38) şeklinde seçilen $\Psi(t, \mathbf{Z})$ fonksiyonunun sağlaması gereken (2.31) ve (2.37) koşulları daha açık olarak yazılırsa

$$-\varphi(\mathbf{Z}(0), \mathbf{Z}(t_1)) - \Psi(t_1, \mathbf{Z}(t_1)) + \Psi(t_0, \mathbf{Z}(t_0)) = c_0 \quad (3.41)$$

$$\Psi_t(t, \mathbf{Z}) + \max_{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^r} [\Psi_{\mathbf{Z}}^T \mathbf{F}(t, \mathbf{Z}, \mathbf{v}) - F_0(\mathbf{Z}, \mathbf{v})] = c(t) \quad (3.42)$$

denklemleri elde edilir. (3.39) ve (3.40) denklemleri (3.42) denkleminde yerine yazılırsa

$$-\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{Z} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}^T \dot{\mathbf{P}} \mathbf{Z} +$$

$$\max_{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^r} [(-\mathbf{q} - \mathbf{P}(t) \mathbf{Z})^T (\mathbf{A} \mathbf{Z} + \mathbf{B} \mathbf{v} + \mathbf{H} f) - \mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} - \mathbf{v}^T \mathbf{R} \mathbf{v}] = c(t) \quad (3.43)$$

elde edilir. (3.43) denkleminde görüldüğü gibi $[(-\mathbf{q} - \mathbf{P}(t) \mathbf{Z})^T (\mathbf{A} \mathbf{Z} + \mathbf{B} \mathbf{v} + \mathbf{H} f) - \mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} - \mathbf{v}^T \mathbf{R} \mathbf{v}]$ ifadesinin $\mathbf{v}$ argümanına göre maksimumunun bulunması gerekmektedir. $\mathbf{v}$ kontrol argümanı üzerinde herhangi bir kısıt olmadığından bu ifadeyi maksimum yapan $\mathbf{v} = \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z})$ değeri $[(-\mathbf{q} - \mathbf{P}(t) \mathbf{Z})^T (\mathbf{A} \mathbf{Z} + \mathbf{B} \mathbf{v} + \mathbf{H} f) - \mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} - \mathbf{v}^T \mathbf{R} \mathbf{v}]$ ifadesinin $\mathbf{v}$ 'ye göre kısmi türevinin sıfıra eşitlenmesinden elde edilir. Bu işlem yapıldığında $\mathbf{v}$ değeri

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{q} + \mathbf{P} \mathbf{Z}), \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}) \in \mathbb{R}^r \quad (3.44)$$

olarak bulunur. (3.44) denklemi (3.43) denkleminde yerine yazılarak gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$[-\dot{\mathbf{q}}^T - \mathbf{q}^T (\mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}) - f \mathbf{H}^T \mathbf{P}] \mathbf{Z} +$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^T \left[-\frac{1}{2} \dot{\mathbf{P}} - \frac{1}{2} \mathbf{P} \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \frac{1}{4} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} \right] \mathbf{Z} + \\ -\mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{f} + \frac{1}{4} \mathbf{q}^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{q} = c(t) \end{aligned} \quad (3.45)$$

denklemini elde edilir. Yukarıdaki denklemde sol tarafın sadece t zamanına bağlı $c(t)$ fonksiyonuna eşit olması için

$$-\dot{\mathbf{q}}^T - \mathbf{q}^T \left(\mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \right) - \mathbf{f}^T \mathbf{H}^T \mathbf{P} = 0 \quad (3.46)$$

$$-\frac{1}{2} \dot{\mathbf{P}} - \frac{1}{2} \mathbf{P} \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \frac{1}{4} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} = 0 \quad (3.47)$$

şartları sağlanmalıdır. (3.46) denkleminin her iki tarafı $(-)$ ile çarpılıp transpozesi alındığında; (3.47) denkleminin ise her iki tarafı (-2) ile çarpıldığında aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\dot{\mathbf{q}}(t) - \left(\frac{1}{2} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T - \mathbf{A}^T \right) \mathbf{q} - \mathbf{P} \mathbf{H}^T \mathbf{f} = 0 \quad (3.48)$$

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \frac{1}{2} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = 0 \quad (3.49)$$

Bu şartlar $\mathbf{q}$ ve $\mathbf{P}$ bilinmeyenlerinin bulunmasını sağlayan diferansiyel denklemlerdir. (3.48) ve (3.49) denklemlerini çözebilmek için gerekli olan sınır koşulları (3.41) denkleminden yararlanarak elde edilir. (3.7)-(3.9) denklemleriyle verilen lineer regülatör probleminde $\varphi=0$ olduğundan (3.41) denklemindeki ilk terim yok olur. (3.38) denklemi ve $\mathbf{Z}(0)=0$ koşulu göz önüne alındığında (3.41) denklemindeki 3.terim olan $\Psi(0, \mathbf{Z}(0))$ terimi de yok olur. Dolayısıyla sonuç olarak

$$-\Psi(t_1, \mathbf{Z}(t_1)) = c_0 \quad (3.50)$$

koşulu elde edilir. Burada c_0 keyfi bir sabit olduğundan özel halde sıfır almakta mümkündür. Bu durumda (3.50) denklemi (3.38) denkleminde yararlanarak açık olarak tekrar yazılırsa

$$\mathbf{q}^T(t_1) \mathbf{Z}(t_1) + \frac{1}{2} \mathbf{Z}^T(t_1) \mathbf{P}(t_1) \mathbf{Z}(t_1) = 0 \quad (3.51)$$

denklemi elde edilir. Yukarıdaki ifadenin bütün $\mathbf{Z}$ 'ler için sağlanması

$$\mathbf{q}(t_1) = 0 \quad (3.52)$$

$$\mathbf{P}(t_1) = 0 \quad (3.53)$$

koşullarının sağlanmasıyla mümkündür. Özet olarak ifade etmek gerekirse (3.46) ve (3.47) denklemleri (3.52) ve (3.53) sınır koşulları altında çözülerek (3.44) ile verilen optimal kontrol kuvveti $\mathbf{U}^*(t) = \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z})$ bulunacak ve bu kontrol kuvveti (3.7) ile verilen hareket denkleminde yerine yazılarak ona uygun $\mathbf{Z}^*$ yörüngesi elde edilecektir. Dolayısıyla $\Psi(t, \mathbf{Z})$ fonksiyonu ve ona uygun $(\mathbf{Z}^*, \mathbf{U}^*)$ süreci Tanım.1 gereğince genişletilmiş maksimum prensibini sağladığından Teorem.1'e göre optimal süreçtir.

Şimdi özel halde kapalı ve açık çevrim kontrollerinin yeterli koşullardan kolaylıkla elde edilebileceğini gösterelim. Kapalı çevrim kontrolünü bulmak için (3.38) denkleminde $\mathbf{q}(t)=0$ alalım. Bu durumda (3.45) denkleminde

$$\mathbf{Z}^T \left[-\frac{1}{2} \dot{\mathbf{P}} - \frac{1}{2} \mathbf{P} \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \frac{1}{4} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} \right] \mathbf{Z} - f \mathbf{H}^T \mathbf{P} \mathbf{Z} = 0, \quad \mathbf{P}(t_1) = 0 \quad (3.54)$$

elde edilir. Bu durumda (3.44) ile verilen optimal regülatör

$$\mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{Z} \quad (3.55)$$

şeklinde elde edilir. (3.55) denklemindeki $\mathbf{P}$ matrisi (3.54) denkleminde $f(t)$ deprem ivmesi ihmal edilerek elde edilir. Bu durumda (3.47) ve (3.49) denklemlerinden dolayı (3.54) denklemi

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \frac{1}{2} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} ; \mathbf{P}(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.56)$$

denklemine indirgenmiş olur.

Açık çevrim kontrolünü elde etmek için direk olarak (2.15) ve (2.16) denklemleriyle verilen yeterli koşulları kullanalım. Bu amaçla $\mathbf{P}(t) = \mathbf{0}$ kabul ederek (2.13) denkleminde

$$\pi(t, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) = -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{Z} - \mathbf{q}^T (\mathbf{A}\mathbf{Z} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{H}f) - \mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} - \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} \quad (3.57)$$

eşitliği elde edilir. (2.15) denkleminde açıkça görülmektedir ki; $(\mathbf{Z}^*(t), \mathbf{U}^*(t))$ optimal süreci için

$$\pi_{\mathbf{Z}} = -\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{A}^T \mathbf{q} - 2\mathbf{Q}\mathbf{Z} = \mathbf{0} , \quad \mathbf{q}(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.58)$$

$$\pi_{\mathbf{U}} = -\mathbf{B}^T \mathbf{q} - 2\mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (3.59)$$

koşulları sağlanmalıdır. (3.59) denkleminde açık çevrim kontrolü

$$\mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{q} \quad (3.60)$$

olarak elde edilir. Burada $\mathbf{q}(t)$ bilinmeyen (3.58) denkleminin çözümünden elde edilir.

3.4 DEĞERLENDİRME

Bölüm (3.2) ve (3.3)'de lineer regülatör problemi için optimalliğin gerekli koşulları ve optimalliğin yeterli koşulları kullanılarak kapalı-çevrim, açık-çevrim ve kapalı-açık çevrim için optimal kontrol kuvvetleri elde edildi. Dolayısıyla (3.23), (3.26), (3.36) ve (3.55), (3.60), (3.44) denklemleri karşılaştırıldığında optimalliğin gerekli koşulları ve yeterli koşulları kullanılarak elde edilen optimal kontrol kuvvetlerinin her üç durum için de üst üste düştüğü görülmektedir.

Bununla birlikte bu üç algoritmanın deprem etkisindeki yapılara uygulanmasında ciddi problemler vardır. Her şeyden önce (3.55) denklemleriyle verilen kapalı-çevrim kontrol algoritmasında, (3.56) denkleminde elde edilen $P(t)$ Riccati matrisinin optimal çözüm vermesi için, deprem ivmesi $f(t)$ 'nin kontrol aralığında sıfır olması veya sıfır ortalamaya sahip beyaz gürültü formunda bir stokastik süreç olması gerekir[41]. Fakat deprem etkisi altındaki yapılar için kontrol aralığında depremi sıfır alamayacağımız gibi beyaz gürültü olarak kabul etmemiz de pek gerçekçi değildir. Çünkü depremin yapısı gereği özelliklerini önceden kesin olarak bilmek mümkün değildir. Dolayısıyla (3.55) denklemleriyle verilen kontrol kuvveti optimallik koşullarını sağlamadığından yaklaşık olarak optimaldir.

(3.60) ile verilen açık-çevrim kontrol algoritmasının uygulanabilmesi için (3.58) denkleminin sondan başa doğru çözülmesi gerekmektedir. Bu ise ancak depremin $[0, t_1]$ kontrol aralığında bilinmesi ile mümkündür. Bu mümkün olmadığından bu tür kontrol de yapılara uygulanamamaktadır.

Son olarak (3.44) ile verilen kapalı-açık çevrim kontrolünde, kapalı-çevrimin aksine deprem göz ardı edilmeyerek, optimal kontrol kuvveti ölçülen durum değişkeni ve deprem ivmesinden yararlanarak bulunmaktadır. Dolayısıyla bu çevrim kapalı-çevrim ve açık-çevrimden daha üstündür. Fakat maalesef bu tür kontrolün deprem etkisi altındaki yapı kontrolüne uygulanması mümkün değildir. Bu zorluk (3.48) denkleminin çözümünden kaynaklanmaktadır. $q(t)$ için başlangıç koşulu $t = t_1$ 'de verildiğinden bu denklem sondan başa doğru çözülmelidir. Bunun içinde kontrol

aralığının tamamında $f(t)$ deprem ivme değerlerinin önceden bilinmesi gerekmektedir. Deprem ivmesini her t anında ölçmek mümkün olmakla beraber gelecek ivme değerlerinin tamamının önceden bilinmesi imkansızdır. Dolayısıyla kapalı-açık çevrim kontrolünü deprem etkisi altındaki yapılara optimal olarak uygulamak mümkün görülmemektedir.

3.5 OPTİMAL KONTROL PROBLEMİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

Bölüm 3.3'de (3.7) ve (3.9) denklemleriyle verilen optimal kontrol probleminin simetrik P , Q ve R matrisleri için çözümü aşağıdaki 1. mertebe matris diferansiyel denklemler sisteminin çözümüne indirgenmektedir.

$$\dot{P} + PA + A^T P - \frac{1}{2} P B R^{-1} B^T P + 2Q = 0 ; P(t_1) = 0 \quad (3.61)$$

$$\dot{q}(t) = \left(\frac{1}{2} P B R^{-1} B^T - A^T \right) q + P H f ; q(t_1) = 0 \quad (3.62)$$

$$\dot{Z} = \left(A - \frac{1}{2} B R^{-1} B^T P \right) Z - \frac{1}{2} B R^{-1} B^T q + H f ; Z(0) = 0 \quad (3.63)$$

$$U = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T (q + P Z) \quad (3.64)$$

Burada U , optimal regülatör $v^*(t, Z)$ 'yi göstermektedir. (3.61) lineer olmayan matris Riccati denklemi ise Bölüm (3.4.1)'de açıklanacak olan matris transformasyonları yardımıyla lineer matris diferansiyel denklemine dönüştürüldükten sonra çözülecektir. Bu denklem $f(t)$ deprem ivmesi terimini içermediğinden başlangıç koşulunun sonda verilmesi denklemin çözümünde hiçbir güçlük oluşturmayacaktır.

(3.62) denkleminin çözümündeki güçlük denklemin $f(t)$ terimini içermesi ve başlangıç koşulunun sonda verilmesinden kaynaklanmaktadır. Çünkü, (3.62) denkleminin çözümü kontrol aralığının tamamında depremin önceden bilinmesini gerektirmektedir. Daha önce de ifade edildiği gibi depremin önceden kesin olarak bilinmesi mümkün olmadığından kapalı-açık çevrim kontrolü deprem ve rüzgar gibi etkiler altındaki yapılara uygulanamamaktadır. Bu çalışmada (3.62) denkleminin ileriye doğru çözümü deprem ivme değerlerinin yakın gelecek tahminlerinin yardımıyla yapılacaktır. (3.62) denkleminde $q(t)$ bulunduğundan sonra (3.63) denklemi adım adım entegrasyon ile ileriye doğru çözülürken yine depremin bir adım ileri tahmini gerekmektedir. (3.64) denklemiyle verilen $U(t)$ optimal kontrol kuvveti $q(t)$, $P(t)$ ve $Z(t)$ bulunduğundan sonra kolaylıkla hesaplanabilir. Kapalı-açık çevrim kontrol kuvvetinin yaklaşık çözümü için akış diyagramı Ek A'da verilmiştir.

3.5.1 Lineer olmayan Riccati denkleminin lineer hale getirilmesi.

(3.61) denklemi lineer olmayan matris diferansiyel denklem olduğundan çözümünde birtakım güçlükler bulunmaktadır. Bu güçlükler A sistem matrisine ve mertebesine göre değişiklikler göstermektedir. Bu güçlükleri ortadan kaldırabilmek için çeşitli metotlar geliştirilmiştir. Bu metotların bir kısmı Kwakernaak ve Sivan[55] ve Dorato[56] tarafından verilmiştir.

Yapı kontrolü problemlerinde sayısal hesaplar göstermiştir ki, $P(t)$ matrisi t_1 anına çok yakın kısa bir zaman aralığı hariç bütün kontrol aralığında sabit kalmaktadır. Dolayısıyla bu tür problemlerde (3.61) denklemindeki türev terimi ihmal edilerek

$$P(t) A - \frac{1}{2} P(t) B R^{-1} B^T P(t) + A^T P(t) + 2 Q = 0 \quad (3.65)$$

şeklindeki cebrik matris Riccati denklemi çözülmektedir. Fakat bu çalışmada bu yol izlenmemiş ve (3.61) lineer olmayan Riccati matris denklemi uygun matris transformasyonları kullanılarak lineerleştirilerek çözülmüştür[51]. Bu amaçla $P(t)$ için aşağıda tanımlanan matris transformasyonu kullanılmıştır.

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{E}(t) \mathbf{F}^{-1}(t) \quad (3.66)$$

Bu transformasyon kullanılarak $\dot{\mathbf{P}}(t)$ matrisi

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \dot{\mathbf{E}}(t) \mathbf{F}^{-1}(t) + \mathbf{E}(t) \dot{\mathbf{F}}^{-1} \quad (3.67)$$

şeklinde elde edilir. Yukarıdaki denklemdeki $\dot{\mathbf{F}}^{-1}$ matrisi

$$\mathbf{F}^{-1}(t) \mathbf{F}(t) = \mathbf{I} \quad (3.68)$$

eşitliğinin yardımıyla elde edilir. Bu eşitliğin her iki tarafının zamana göre türevi alınırsa

$$\dot{\mathbf{F}}^{-1} \mathbf{F} + \mathbf{F}^{-1} \dot{\mathbf{F}} = \mathbf{0} \quad (3.69)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemin her iki tarafı sağdan $\mathbf{F}^{-1}$ ile çarpılırsa

$$\dot{\mathbf{F}}^{-1} = - \mathbf{F}^{-1} \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} \quad (3.70)$$

denklemine varılır. (3.70) denklemini ile (3.67) denklemine gidilirse aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \dot{\mathbf{E}}(t) \mathbf{F}^{-1}(t) - \mathbf{E}(t) \mathbf{F}^{-1}(t) \dot{\mathbf{F}}(t) \mathbf{F}^{-1}(t) \quad (3.71)$$

(3.66) ve (3.71) denklemleri ile (3.61) ile verilen lineer olmayan matris Riccati denklemine gidilir ve elde edilen denklemin her iki tarafı sağdan $\mathbf{F}(t)$ ile çarpılırsa

$$\dot{\mathbf{E}} - \mathbf{E} \mathbf{F}^{-1} \dot{\mathbf{F}} = [- \mathbf{Q} \mathbf{F} - \mathbf{A}^T \mathbf{E}] - [\mathbf{E} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{F} + \mathbf{E} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{E}] \quad (3.72)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemde parantez içindeki ifadeler için aşağıdaki denklemlerin sağlandığını kabul edelim.

$$\dot{\mathbf{E}} = -\mathbf{Q}\mathbf{F} - \mathbf{A}^T\mathbf{E} \quad (3.73)$$

$$\mathbf{E}\mathbf{F}^{-1}\dot{\mathbf{F}} = -\mathbf{E}\mathbf{F}^{-1}[-\mathbf{A}\mathbf{F} + \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{E}] \quad (3.74)$$

(3.74) denklemi soldan $\mathbf{F}\mathbf{E}^{-1}$ ile çarpılırsa

$$\dot{\mathbf{F}} = -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{E} + \mathbf{A}\mathbf{F} \quad (3.75)$$

denklemi elde edilir. (3.53) ile verilen sınır koşulu (3.66) denklemi göz önüne alınarak yazılırsa

$$\mathbf{P}(t_1) = \mathbf{E}(t_1)\mathbf{F}^{-1}(t_1) = \mathbf{0} \quad (3.76)$$

eşitliği elde edilir. Buradan $\mathbf{E}(t)$ ve $\mathbf{F}(t)$ için sınır koşulları

$$\mathbf{E}(t_1) = \mathbf{0}, \mathbf{F}^{-1}(t_1) = \mathbf{I} \quad (3.77)$$

şeklinde yazılabilir. Daha sonra (3.73) ve (3.75) denklemleri birarada yazılırsa aşağıdaki lineer matris diferansiyel denklemi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{E}}(t) \\ \dot{\mathbf{F}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}^T & \mathbf{Q} \\ \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}(t) \\ \mathbf{F}(t) \end{bmatrix}; \mathbf{E}(t_1) = \mathbf{0}, \mathbf{F}(t_1) = \mathbf{I} \quad (3.78)$$

Açıktır ki; (3.61) ile verilen lineer olmayan Riccati matris diferansiyel denkleminin çözümü (3.78) ile verilen lineer matris diferansiyel denklemin çözümünden elde edilebilir. (3.78) denkleminin çözümünden $\mathbf{E}$ ve $\mathbf{F}$ matrisleri bulunduktan sonra (3.66) denkleminin yardımıyla $\mathbf{P}(t)$ Riccati matrisi elde edilir.

3.5.2 Sayısal Çözüm

Çözülmesi gereken (3.62), (3.63) ve (3.78) denklemlerinin tamamı başlangıç koşulları hariç

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = \mathbf{D} \mathbf{S}(t) + \mathbf{p}(t) \quad (3.79)$$

tipinde birinci mertebe matris diferansiyel denklemdir. Burada $\mathbf{p}(t)$ deprem de dahil olmak üzere bütün bilinen terimleri ifade etmektedir. $\mathbf{S}(0)$ başlangıç koşulu verildiğinde (3.79) denkleminin çözümü (Bakınız Ek B)

$$\mathbf{S}(t) = \Lambda_0^t(\mathbf{D}) \mathbf{S}(0) + \int_0^t \Lambda_0^t(\mathbf{D}) [\Lambda_0^\tau(\mathbf{D})]^{-1} \mathbf{p}(\tau) d\tau \quad (3.80)$$

olarak verilmektedir[57]. Burada

$$\Lambda_0^t(\mathbf{D}) = e^{\int_0^t \mathbf{D}(\tau) d\tau} \quad (3.81)$$

Sabit $\mathbf{D}$ matrisi için (3.80) denklemi

$$\mathbf{S}(t) = e^{\mathbf{D}t} \mathbf{S}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{D}(t-\tau)} \mathbf{p}(\tau) d\tau \quad (3.82)$$

şeklinde. Çoğu durumlarda Λ_0^t ve $e^{\mathbf{D}t}$ ifadelerinin kapalı çözümlerini elde etmek mümkün değildir. Dolayısıyla problemin çözümü için çeşitli sayısal metotlar geliştirilmiştir. Sabit $\mathbf{D}$ matrisi için $e^{\mathbf{D}t}$ Taylor açılımı

$$e^{\Theta} = \mathbf{I} + \Theta + \frac{1}{2!} \Theta^2 + \frac{1}{3!} \Theta^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \Theta^k / k! \quad (3.83)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\Theta = \mathbf{D}t$ olarak tanımlanmıştır. (3.83) denkleminin yardımıyla e^{Θ} hesaplanırken yuvarlatma ve kesme hatalarının Θ matrisinin normuyla arttığı görülmüştür. Dolayısıyla sonuçlar tatmin edici değildir[58]. Θ matrisinin normu t ve $\mathbf{D}$ matrisinin normuna bağlıdır. $\mathbf{D}$ matrisinin normu küçük olsa bile t 'nin büyük değerleri Θ matrisinin normunu arttırmaktadır.

(3.79) denklemiyle verilen diferansiyel denklemin homojen kısmının sayısal çözümünü Runge-Kutta metodu ile bulmak için $[0, t_1]$ kontrol aralığı m eşit parçaya bölünürse, $(m+1)$ nokta $(0,1,2,...,m)$ ve m aralık $(1,2,3,...,m)$ elde edilir. 4. mertebe Runge Kutta metodu kullanılarak, $(j+1)$ noktasındaki S_{j+1} vektörü j noktasındaki S_j vektörü cinsinden

$$S_{j+1} = S_j + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (3.84)$$

denklemiyle elde edilir. Burada h zaman aralığı, k_1, k_2, k_3 ve k_4 ise

$$\begin{aligned} k_1 &= D_{j+1} S_j, \quad k_2 = D_{j+1} \left(S_j + \frac{1}{2} k_1 \right) \\ k_3 &= D_{j+1} \left(S_j + \frac{1}{2} h k_2 \right), \quad k_4 = D_{j+1} (S_j + h k_3) \end{aligned} \quad (3.85)$$

şeklinde tanımlanan vektörlerdir.

(3.85) ile verilen ifadelerde D_{j+1} , $(j+1)$.nci aralıktaki D matrisinin ortalama değeridir. k_1, k_2, k_3 ve k_4 ifadeleri ile (3.84) denklemine gidildiğinde S_{j+1} için

$$S_{j+1} = G_{j+1} S_j \quad (3.86)$$

denklemini elde edilir. G_{j+1} 'in açık ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$G_{j+1} = I + hD_{j+1} + \frac{1}{2!}h^2 D_{j+1}^2 + \frac{1}{3!}h^3 D_{j+1}^3 + \frac{1}{4!}h^4 D_{j+1}^4 \quad (3.87)$$

(3.86) ve (3.87) denklemlerinden açıkça görülmektedir ki; 4.mertebe Runge Kutta metodu yuvarlatma hataları hariç 4.mertebe Taylor serisi metoduna denktir. Sabit zaman adımı h ve sabit matris $\mathbf{D}$ için $\mathbf{G}$ matrisi sabit olduğundan, Taylor serisi metodunda $\mathbf{G}_{j+1}$ matrisi sadece bir kere hesaplanmaktadır. Runge Kutta metodunda ise $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3$ ve $\mathbf{k}_4$ her adımda hesaplanmaktadır. Gerektiğinde (3.87) denkleminde daha yüksek mertebeden terimler kolaylıkla eklenebilmektedir. Bu çalışmada Runge Kutta metoduna göre avantajlarından dolayı Taylor serisi yöntemi adım adım kullanılmıştır.

Bütün Runge-Kutta metotları , $\lim_{h \rightarrow 0} [\mathbf{S}_r - \mathbf{S}(t_i)] = 0$ [59] şartını sağladıklarından yakınsama problemi yoktur, yani yakınsaktırlar. Rölatif lokal hata toleransını belirlemede

$$\|\mathbf{S}_{j+1}^* - \mathbf{S}_{j+1}\| = \varepsilon \|\mathbf{S}_j\| \quad (3.88)$$

denklemini kullanılabilir[57]. Burada $\mathbf{S}_{j+1}^*$, 5.mertebe Taylor serisi kullanılarak elde edilen $\mathbf{S}_{j+1}$ 'in değerini, ε rölatif hata toleransını ve $\|\cdot\|$ ise vektör normunu ifade etmektedir. Bu çalışmada vektörler için l_2 -normu kullanılacaktır, fakat diğer normlarda mümkündür. Buna karşı gelen matris normu $\|\mathbf{D}\|_2 = \rho^{1/2}_{\min}(\mathbf{D}^T \mathbf{D})$ şeklindedir. Burada $\rho_{\min}(\mathbf{D}^T \mathbf{D})$, $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ matrisinin en büyük özdeğerini ifade etmektedir.

4. ve 5. mertebe Taylor serileri için (3.86) denklemini yazılır ve birbirinden çıkarılırsa

$$\mathbf{S}_{j+1}^* - \mathbf{S}_{j+1} = (\mathbf{G}_{j+1}^5 - \mathbf{G}_{j+1}^4) \mathbf{S}_j = \frac{h_{j+1}^5 \mathbf{D}_{j+1}^5}{5!} \mathbf{S}_j \quad (3.89)$$

denklemini elde edilir. (3.88) ve (3.89) denklemleri kullanılarak $(j+1)$.ci aralıktaki h_{j+1} adımının değeri

$$h_{j+1} = \sqrt[5]{\frac{5! \varepsilon}{\|\mathbf{D}_{j+1}^5\|_2}} \quad (3.90)$$

olarak bulunur. Adımı her aralıkta değiştirmek pratik değildir. Sabit $\mathbf{D}$ matrisi için sabit h adımı (3.90) denkleminde bulunabilir. $\mathbf{D}$ matrisi değişken olduğunda minimum h_{j+1} sabit adım olarak kullanılabilir. Hassasiyeti arttırmak için iki farklı adım kullanılarak Richardson ekstrapolasyonu uygulanabilir.

(3.82) denklemindeki entegral terimini hesaplayabilmek için $(j+1)$.nci aralıktaki $\mathbf{c}_{j+1}$ terimi

$$\mathbf{c}_{j+1} = \int_0^h e^{\mathbf{D}_{j+1}(h-\tau)} \mathbf{p}(\tau) d\tau \quad (3.91)$$

şeklinde tanımlanır ve $\mathbf{p}(\tau)$ yük teriminin de her bir aralıkta lineer olarak değiştiği kabul edilirse, $\mathbf{c}_{j+1}$ terimi $e^{\mathbf{D}_{j+1}(h-\tau)}$ teriminin Taylor serisi açılımından yararlanarak

$$\mathbf{c}_{j+1} = \mathbf{b}_{j+1} \mathbf{p}_j + \mathbf{d}_{j+1} (\mathbf{p}_{j+1} - \mathbf{p}_j) \quad (3.92)$$

denklemleriyle elde edilir. Bu denklemde $\mathbf{p}_j$ ve $\mathbf{p}_{j+1}$, $\mathbf{p}(t)$ 'nin j ve $j+1$ noktalarındaki değerleridir. $\mathbf{b}_{j+1}$ ve $\mathbf{d}_{j+1}$ için açık ifadeler aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{b}_{j+1} = h \left(\mathbf{I} + \frac{1}{2} h \mathbf{D}_{j+1} + \frac{1}{6} h^2 \mathbf{D}_{j+1}^2 + \frac{1}{24} h^3 \mathbf{D}_{j+1}^3 + \frac{1}{120} h^4 \mathbf{D}_{j+1}^4 \right) \quad (3.93)$$

$$\mathbf{d}_{j+1} = h \left(\frac{1}{2} \mathbf{I} + \frac{1}{6} h \mathbf{D}_{j+1} + \frac{1}{24} h^2 \mathbf{D}_{j+1}^2 + \frac{1}{120} h^3 \mathbf{D}_{j+1}^3 + \frac{1}{720} h^4 \mathbf{D}_{j+1}^4 \right)$$

(3.86) denklemi birinci aralıktan k .nci aralığa kadar $\mathbf{c}_i$ terimini de hesaba katarak yazılırsa, k .nci aralıktaki $\mathbf{S}_k$ vektörü $\mathbf{S}_0$ vektörü cinsinden aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{G}^k \mathbf{S}_0 + \sum_{i=1}^k \mathbf{G}^{k-i} \mathbf{c}_i \quad (3.94)$$

(3.94) denkleminde yararlanarak (3.63) denkleminin ileriye doğru çözümü($\mathbf{q}(t)$ bulunduğundan sonra) ve (3.78) denkleminin geriye doğru çözümü(negatif zaman adımı ile) kolaylıkla elde edilir. Fakat (3.62) denkleminde başlangıç koşulu sonda $\mathbf{S}_m=0$ olarak verilmiştir. Bu koşul ve (3.94) denklemi kullanılarak $t=0$ anındaki $\mathbf{S}_0$ vektörü

$$\mathbf{S}_0 = -\sum_{i=1}^m \mathbf{G}^{-i} \mathbf{c}_i \quad (3.95)$$

olarak elde edilir. (3.95) denklemi (3.94) denkleminde yerine yazılarak herhangi bir j noktası için (3.94) denklemi tekrar yazılırsa

$$\mathbf{S}_j = -\sum_{i=j+1}^m \mathbf{G}^{j-i} \mathbf{c}_i = -\mathbf{G}^{-1} \mathbf{c}_{j+1} - \mathbf{G}^{-2} \mathbf{c}_{j+2} - \dots - \mathbf{G}^{j-m} \mathbf{c}_m \quad (3.96)$$

denklemi elde edilir. (3.96) denkleminde açıkça görülmektedir ki, $\mathbf{S}_j$ değerleri $i>j$ olduğundan tamamen j noktasından ilerideki $\mathbf{c}_i$ terimlerine bağlıdır ve $\mathbf{c}_i$ terimleri bilinmeyen deprem ivme değerlerini de içermektedir. Dolayısıyla bu denklemin kesin çözümünü bulmak ilerideki deprem ivme değerlerinin tamamının önceden bilinmesini gerektirdiğinden mümkün değildir. Fakat $\mathbf{G}^{j-i}$ matrisinin 2.normu artan i ile beraber hızlı bir şekilde azalıyorsa ilk birkaç ivme değerinin çözümdeki etkisi fazla olacağından bu ivme değerleri bilinen geçmiş ivme değerlerinden yararlanarak tahmin edilmek suretiyle optimal çözüme oldukça yakın yaklaşık çözümler elde etmek mümkündür. Sayısal uygulamalarda (3.62) denklemi bu özellikten yararlanarak (3.94) denkleminin yardımıyla yaklaşık olarak çözülmüştür.

BÖLÜM 4

DEPREMİN YAKIN GELECEK İVME DEĞERLERİNİN TAHMİNİ

Bölüm 3’de deprem etkisi altındaki yapılar için formülasyonu verilen lineer regülatör problemi hem gerekli koşullar hem de yeterli koşullar kullanılarak çözülmüş ve sonuçların her iki halde de aynı olduğu gösterilmişti. Bu algoritmaların optimal olarak yapılara uygulanabilmesi ise depremin tamamının önceden bilinmesini gerektiriyordu. Bu mümkün olmadığından depremin yakın gelecek ivme değerleri tahmin edilerek yaklaşık optimal çözümler elde edilebileceği ifade edilmişti. Bu bölümde ise depremin yakın gelecek ivme değerlerinin nasıl tahmin edileceği anlatılacaktır. Bu amaçla ilk olarak depremin yakın gelecek ivme değerlerinin tahmini için filtreleme içermeyen 1., 2. ve 3. mertebe otoregresif(AR) modeller daha sonra ise Kalman filtresi metodu ve Maksimum Entropi metodu anlatılmış ve bu metotlar El Centro ve Erzincan depremlerine uygulanarak metotların etkinliği araştırılmıştır.

Bilindiği gibi deprem dalgaları üç ana dalga grubundan meydana gelmektedir. Bunlar P boyuna dalgaları, S kayma dalgaları ve L yüzey dalgalarıdır. Açıktır ki, zemin hareketlerinin özellikleri bu dalgaların yansıma ve kırılmaları ile direkt olarak ilişkilidir. Deprem esnasında bu dalgalar peş peşe geldikçe yer hareketinin dinamik özellikleri de hiç şüphesiz değişecektir. Dolayısıyla zemin hareketi modellenirken sürekli değişen dinamik karakteristikleri göz önüne alan modeller kullanılmalıdır. Yani model parametreleri zamana bağlı olmalı ve dinamik karakteristikleri yansıtmalıdır. Son yıllarda otoregresif (AR) ve otoregresif-kayan ortalama(ARIMA) modelleri deprem yer hareketlerini ideal olarak modellemede birçok araştırmacı tarafından kullanılmakla beraber otoregresif işlem parametrelerinin belirlenmesi daha kolay olduğundan literatürde otoregresif (AR) modellere daha çok rastlanmaktadır. Deprem yer hareketi için otoregresif modellerin mertebesi genellikle iki ile beş arasında seçildiğinde iyi sonuçlar elde edilmektedir[60-61]. Bu çalışmada da

yukarıdaki nedenlerden dolayı deprem 1., 2. ve 3. mertebe otoregresif süreçler olarak modellenmiştir.

4.1 LİNEER OTOREGRESİF MODELLER

Deprem birinci mertebe otoregresif model, AR(1), olarak

$$X_i = \phi_1 X_{i-1} + \varepsilon_i \quad (4.1)$$

denklemleriyle ifade edilir. Burada $\phi_1 = \rho_1$, birinci mertebe otokorelasyon katsayısını, X_{i-1} , $t = (i-1)\delta t$ anındaki deprem yer ivmesini, X_i tahmin edilen ivme değerini ve ε_i ise sıfır ortalamaya sahip, varyansı $(1-\rho_1)$ olan normal dağılmış bağımsız değişkeni ifade etmektedir. ρ_1 'in açık ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$\rho_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (X_i - \bar{X})(X_{i+1} - \bar{X})}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (4.2)$$

Burada,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad (4.3)$$

şeklinde tanımlanan ortalama değeri ifade etmektedir. İkinci mertebe otoregresif modelde, AR(2), X_i değeri kendinden evvelki X_{i-1} ve X_{i-2} değerlerine bağlı olarak

$$X_i = \phi_1 X_{i-1} + \phi_2 X_{i-2} + \varepsilon_i \quad (4.4)$$

denkleminde elde edilir. (4.4) denkleminde ϕ_1 ve ϕ_2 sırasıyla birinci ve ikinci mertebe otokorelasyon katsayılarını ifade etmektedir. Otokorelasyon katsayıları ile ε_i ve ρ_2 değerlerinin bu modeldeki açık ifadeleri aşağıda verilmiştir:

$$\phi_1 = \frac{\rho_1 - \rho_1 \rho_2}{1 - \rho_1^2} \quad ; \quad \phi_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \quad (4.5)$$

$$\rho_2 = \frac{\sum_{i=1}^{N-2} (X_i - \bar{X})(X_{i+2} - \bar{X})}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad ; \quad \varepsilon_i = (1 - R^2)$$

Yukarıdaki ifadelerde R^2 terimi

$$R^2 = \frac{(\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1^2 \rho_2)}{1 - \rho_1^2} \quad (4.6)$$

denkleminde elde edilir. Benzer şekilde üçüncü mertebe otoregresif modelde, AR(3), ise (4.4) denklemi

$$X_i = \phi_1 X_{i-1} + \phi_2 X_{i-2} + \phi_3 X_{i-3} + \varepsilon_i \quad (4.7)$$

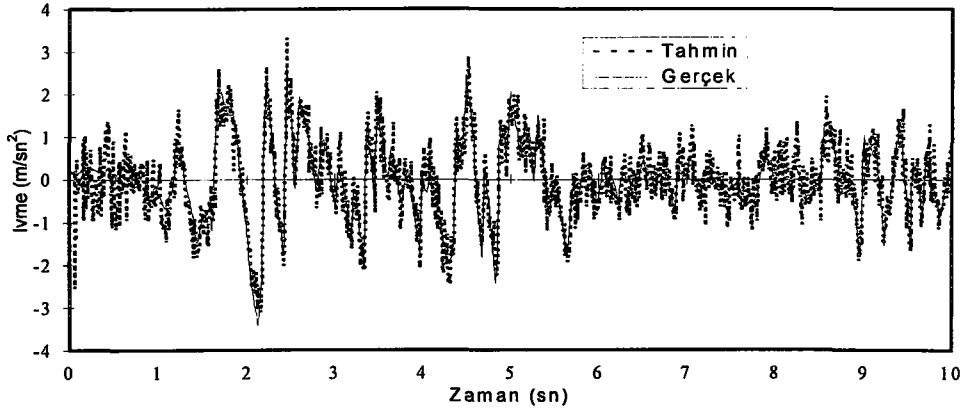
şeklindedir. Yani X_i değeri geçmiş üç değerden yararlanarak bulunmaktadır. Bu modeldeki otokorelasyon katsayıları ve ilgili terimlerin açık ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$\phi_1 = \frac{(1 - \rho_1)^2 (\rho_1 - \rho_2)}{(1 - \rho_2)(1 - 2\rho_1^2 + \rho_2)} \quad ; \quad \phi_2 = \frac{\rho_2 + \rho_2^2 - \rho_1^2 - \rho_1 \rho_3}{(1 - \rho_2)(1 - 2\rho_1^2 + \rho_2)}$$

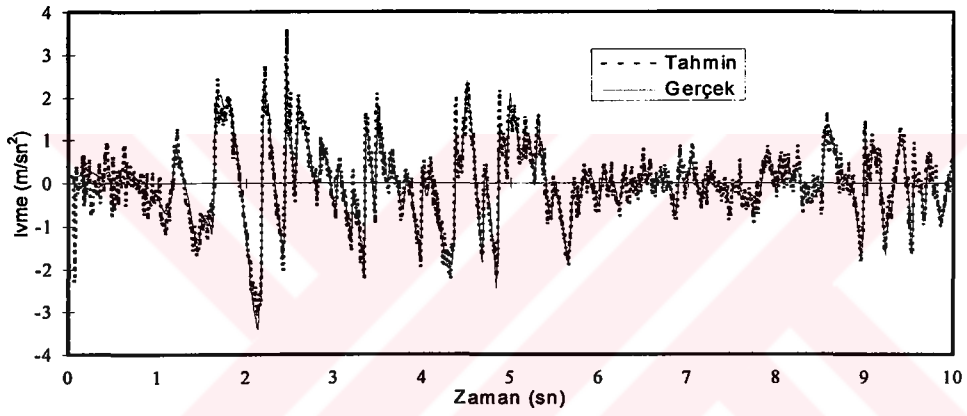
$$\phi_3 = \frac{(\rho_1 - \rho_3)(\rho_1^2 - \rho_2) - (1 - \rho_2)(\rho_1 \rho_2 - \rho_3)}{(1 - \rho_2)(1 - 2\rho_1^2 + \rho_2)} \quad (4.8)$$

$$\varepsilon_i = (1 - R^2) \quad ; \quad R^2 = \rho_1 \phi_1 + \rho_2 \phi_2 + \rho_3 \phi_3$$

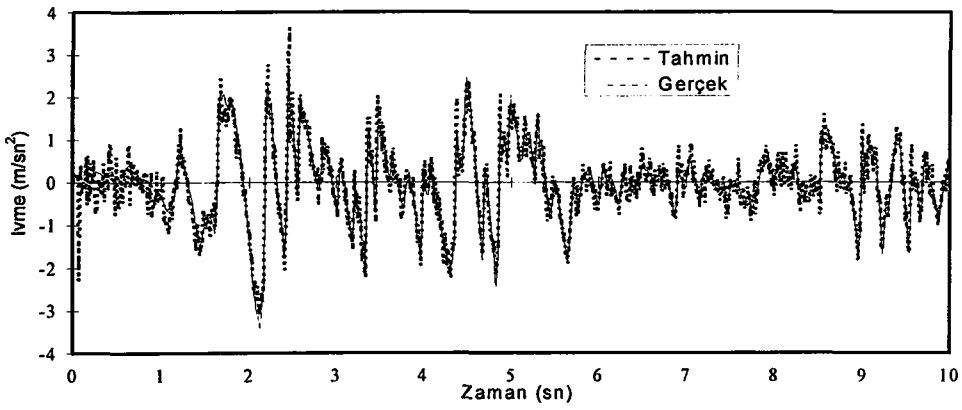
Bu modellerin etkinlik derecesini görebilmek için AR(1), AR(2) ve AR(3) modelleri ile El Centro depreminin bir adım ileri tahminleri elde edilerek gerçek ve tahmini değerlere ait grafikler sırasıyla Şekil 4.1, Şekil 4.2 ve Şekil 4.3’de verilmiştir.



Şekil 4.1 AR(1) modeli ile El Centro depreminin bir adım ileri tahmini.



Şekil 4.2 AR(2) modeli ile El Centro depreminin bir adım ileri tahmini.



Şekil 4.3 AR(3) modeli ile El Centro depreminin bir adım ileri tahmini.

Ayrıca diğer metotlarla karşılaştırma yapabilmek için gerekli istatistik parametreleri hesaplanarak Tablo 4.1’de verilmiştir. Şekil 4.1-4.3 ve Tablo 4.1’de görüldüğü gibi otoregresif modelin mertebesi artırılrsa bile belirgin bir iyileşme görülmemektedir.

4.2 KALMAN FİLTRESİ

İlk olarak 1960 senesinde R.E. Kalman tarafından geliştirilen Kalman filtresi ayrık dinamik sistemler için ardışık tahmin problemini çözmektedir. Sürekli sistemler için geliştirilen filtre ise literatürde Kalman-Bush filtresi olarak adlandırılmaktadır.

Kalman filtresinin uygulandığı alanlara örnek olarak yörünge belirleme ve izleme, seyir, uzaktan algılama, güç sistemleri ve hidroloji verilebilir. Kalman filtresi sistem ve gözlem modellerinden elde edilen bilgiyi en iyi şekilde birleştirip değerlendiren bir yöntemdir ve uygulanabilmesi için sistem ve gözlem modellerinin oluşturulması gerekmektedir.

4.2.1 Sistem ve gözlem modelleri

Bir sistemin n -boyutlu lineer dinamik modeli:

$$\mathbf{x}(k+1) = \overline{\Phi}(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.9)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\mathbf{x}$, n -boyutlu bir ayrık rastgele işlemdir ve durum vektörü olarak isimlendirilir. $\overline{\Phi}(k)$, k ile değişebilen $n \times n$ boyutlu sabitler matrisidir. $\mathbf{v}(k)$, işlem gürültüsü olarak isimlendirilen n - boyutlu beyaz gürültüdür. İşlem gürültüsünün her k için $\overline{\mathbf{Q}}(k) = \mathbf{E}(\mathbf{v}(k)\mathbf{v}(k)^T)$ şeklinde tanımlanan kovaryansının bilindiği kabul edilmektedir. Burada $\mathbf{E}$ beklenen değeri ifade etmektedir. Ayrıca işlem gürültüsünün

$$\mathbf{E}(\mathbf{v}(k) \mathbf{x}(j)^T) = \mathbf{0}, \quad j \leq k \quad (4.10)$$

koşulunu sağladığı varsayılmaktadır.

Ölçüm modeli olarak da isimlendirilen gözlem modelinde ise durum vektörü ile doğada veya laboratuarda gözlemlenen ölçüm vektörü arasındaki ilişki

$$\mathbf{z}(k) = \bar{\mathbf{H}}(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (4.11)$$

denklemleriyle ifade edilmektedir. Burada, $\bar{\mathbf{H}}(k)$ $m \times n$ boyutlu bilinen ölçüm matrisi, $\mathbf{w}(k)$ ise sıfır ortalamaya sahip beyaz gürültüdür ve ölçümlerdeki hatayı ifade etmektedir. Ölçüm gürültüsünün $\mathbf{T}(k) = \mathbf{E}(\mathbf{w}(k)\mathbf{w}(k)^T)$ şeklinde tanımlanan kovaryansının bilindiği ve

$$\mathbf{E}(\mathbf{w}(k) \mathbf{v}(j)^T) = 0 \quad (4.12)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{w}(k) \mathbf{x}(j)^T) = 0 \quad (4.13)$$

koşullarının bütün j ve k değerleri için sağlandığı kabul edilmektedir.

4.2.2 Kalman filtresi denklemleri

Kalman filtresi denklemlerinin elde edilmesi Gelb[62] tarafından detaylı olarak verilmektedir. Dolayısıyla burada (4.9) ve (4.11) denklemlerine uygun notasyonlar ile sadece sonuçlar verilecektir. En iyi lineer minimum varyans tahmini $\hat{\mathbf{x}}(k | k)$ ardışık olarak

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1 | k+1) = \bar{\Phi}(k) \hat{\mathbf{x}}(k | k) + \Phi(k+1) [\mathbf{z}(k+1) - \bar{\mathbf{H}}(k+1) \bar{\Phi}(k) \hat{\mathbf{x}}(k | k)] \quad (4.14)$$

denkleminde elde edilir. Burada $\Phi(k+1)$ Kalman kazanç matrisi olarak isimlendirilen düzeltme matrisidir ve

$$\Phi(k+1) = \mathbf{N}(k+1 | k) \bar{\mathbf{H}}^T(k+1) [\bar{\mathbf{H}}(k+1) \mathbf{N}(k+1 | k) \bar{\mathbf{H}}^T(k+1) + \mathbf{T}(k+1)]^{-1} \quad (4.15)$$

denkleminde elde edilir. $\mathbf{N}(k+1 | k)$ ise hata kovaryans matrisidir ve ardışık olarak

$$\mathbf{N}(k|k) = [\mathbf{I} - \Phi(k) \bar{\mathbf{H}}(k)] \mathbf{N}(k|k-1) \quad (4.16)$$

$$\mathbf{N}(k+1|k) = \bar{\Phi}(k) \mathbf{N}(k|k) \bar{\Phi}(k)^T + \bar{\mathbf{Q}}(k) \quad (4.17)$$

denklemlerinden elde edilir. Algoritmayı başlatabilmek için başlangıç durumu $\hat{\mathbf{x}}(0)$, hata kovaryans matrisi $\mathbf{N}(0)$ ve $\mathbf{T}(0)$ hakkında kabuller yapmak gerekmektedir.

4.2.3 Depremın yakın gelecek ivme değerlerinin tahmini için Kalman filtresi denklemlerinin elde edilmesi

Daha önce ifade edildiği gibi deprem q -boyutlu bir otoregresif işlem olarak

$$g_t = -e_1 g_{t-1} - e_2 g_{t-2} - \dots - e_q g_{t-q} + v_t \quad (4.18)$$

denklemleriyle ifade edilebilir. Burada g_t , t anındaki deprem ivmesini, v_t beyaz gürültüyü, e_i ise otoregresif işlem parametrelerini göstermektedir. (4.18) denklemi vektör-matris notasyonu kullanılarak

$$\mathbf{g}_t = \mathbf{Y}_{t-1} \mathbf{e} + v_t \quad (4.19)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Burada gözlem matrisi $\mathbf{Y}_{t-1}$ ve parametre vektörü $\mathbf{e}$ sırasıyla;

$$\mathbf{Y}_{t-1} = [-g_{t-1}, -g_{t-2}, \dots, -g_{t-q}] \quad (4.20)$$

$$\mathbf{e} = [e_1, e_2, \dots, e_q]^T \quad (4.21)$$

şeklinde tanımlanmışlardır.

Otoregresif işlem parametrelerinin t ve $(t-1)$ anlarındaki değerleri arasındaki ilişki

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{I} \mathbf{e}_{t-1} \quad (4.22)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Kalman filtresi hem gözlem hem de sistem modellerinden gelen bilgiyi değerlendiren bir yöntem olduğundan, (4.19) ve (4.22) denklemleri sırasıyla gözlem ve sistem modelleri olarak seçildiği takdirde otoregresif işlem parametreleri bilinmeyen durum değişkenleri olarak ele alınabilir.

Bu problemde (4.19) denklemi ölçüm denklemine, (4.22) denklemi ise sistem denklemine karşı geldiğinden (4.19) ve (4.22) denklemleri ile (4.9) ve (4.11) denklemleri karşılaştırıldığında

$$\bar{\Phi}(k) = \mathbf{I} \quad , \quad \mathbf{v}(k) = \mathbf{0} \quad \text{ve} \quad \bar{\mathbf{Q}}(k) = \mathbf{0} \quad (4.23)$$

olduğu görülecektir. Bu sonuçlar kullanılarak Kalman filtresi için verilen (4.14)-(4.17) denklemleri bu problem için tekrar yazılırsa,

$$\Phi_t = \mathbf{N}_{t|t-1} \mathbf{Y}_t^T [\mathbf{Y}_t \mathbf{N}_{t|t-1} \mathbf{Y}_t^T + \mathbf{T}]^{-1} \quad (4.24)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{t|t} = \hat{\mathbf{e}}_{t|t-1} + \Phi_t [\mathbf{g}_t - \mathbf{Y}_t \hat{\mathbf{e}}_{t|t-1}] \quad (4.25)$$

$$\mathbf{N}_{t|t-1} = \mathbf{N}_{t-1|t-1} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{N}_{t|t} = \mathbf{N}_{t|t-1} - \Phi_t \mathbf{Y}_t \mathbf{N}_{t|t-1} \quad (4.27)$$

denklemleri elde edilir.

Bu algoritmanın başlatılabilmesi için $\mathbf{e}$, $\mathbf{N}$ ve $\mathbf{T}$ için başlangıç koşullarının belirlenmesi gerekir. Parametreler tahmin edildikten sonra $(t+1)$ ve $(t+1+i)$ anındaki ivme değerleri

$$\hat{g}_{t+1} = Y_t \hat{e}_{t+1|t} \quad (4.28)$$

$$\hat{g}_{t+1+i} = Y_{t+i} \hat{e}_{t+1|t} \quad (4.29)$$

denklemlerinden elde edilir. Burada Y_{t+i}

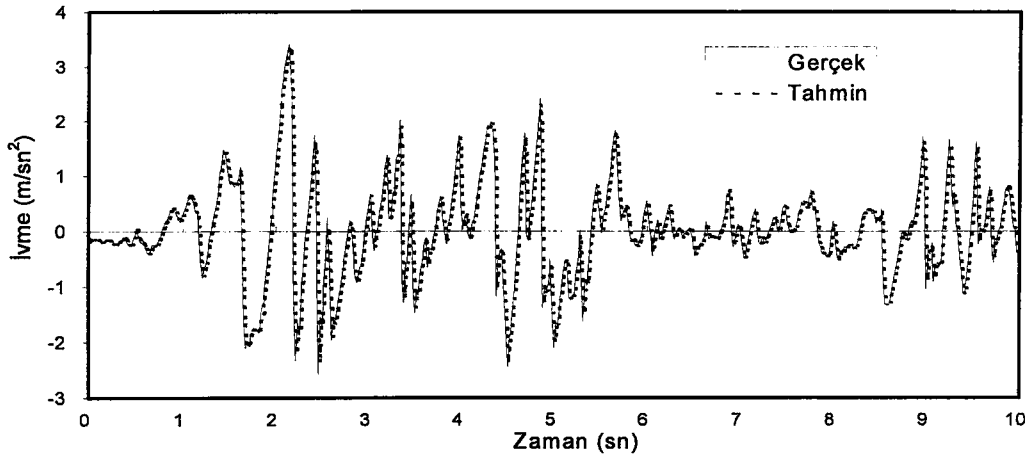
$$Y_{t+i} = [-\hat{g}_{t+i}, -\hat{g}_{t+i-1}, \dots, -g_t, -g_{t-1}, \dots, -g_{t+i-q+1}] \quad (4.30)$$

şeklindedir. Algoritmanın akış diyagramı Ek C’de verilmiştir.

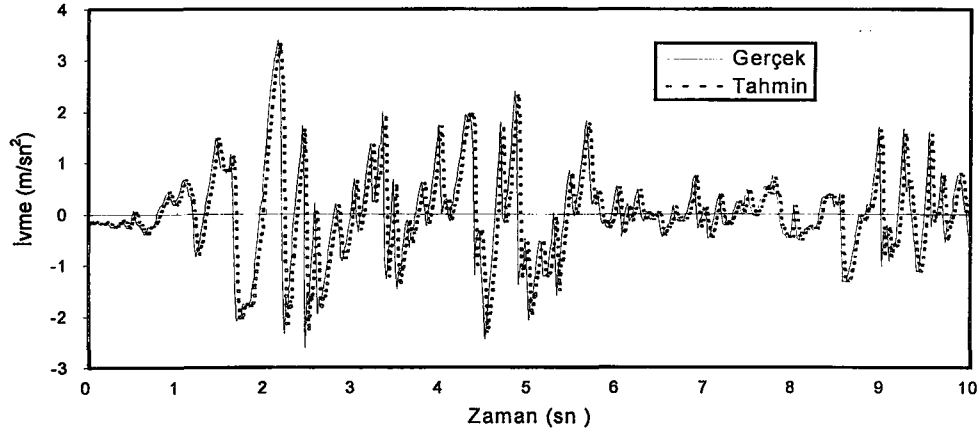
Bu metotla ilk olarak El Centro daha sonrada Erzincan depremlerinin bir, üç ve beş adım ileri tahminleri bulunarak gerekli istatistik parametreleri hesaplanmıştır. Algoritma için başlangıç koşulları

$$e = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}; N = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.0 \\ 0.0 & 0.01 \end{bmatrix}; T = [1000] \quad (4.31)$$

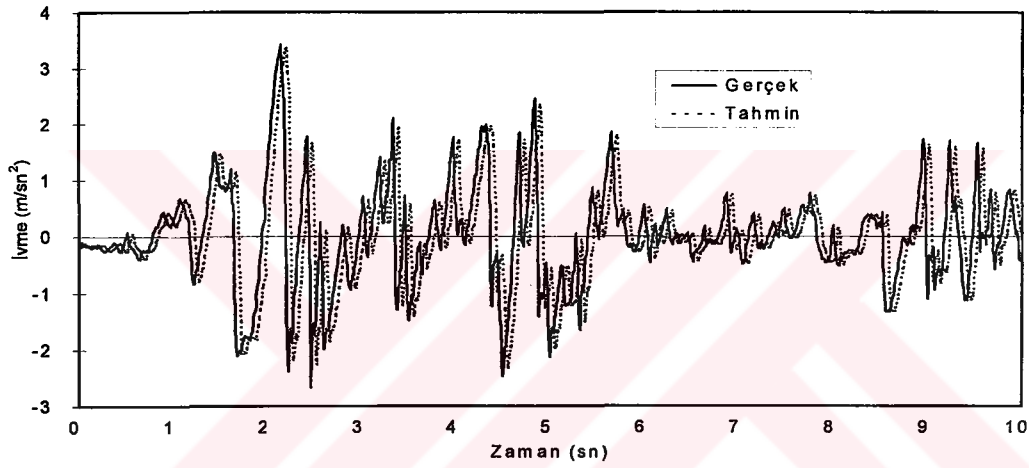
olarak seçilmiştir. Deprem AR(2) olarak modellenmiş, dolayısıyla yakın gelecek ivme değerleri geçmiş iki değerden yararlanarak tahmin edilmiştir. El Centro depremine ait sonuçlar Şekil 4.4, Şekil 4.5 ve Şekil 4.6’da verilmiştir.



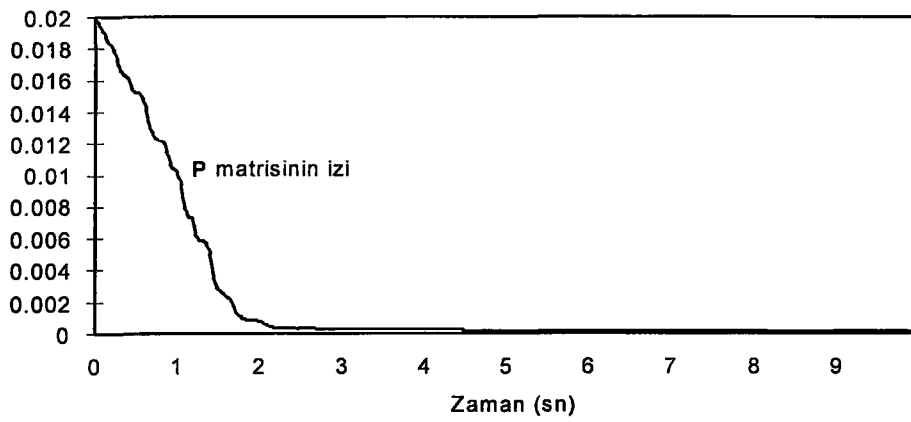
Şekil 4.4 Kalman filtresi ile El Centro depreminin bir adım ileri tahmini.



Şekil 4.5 Kalman filtresi ile El Centro depreminin üç adım ileri tahmini.



Şekil 4.6 Kalman filtresi ile El Centro depreminin beş adım ileri tahmini.

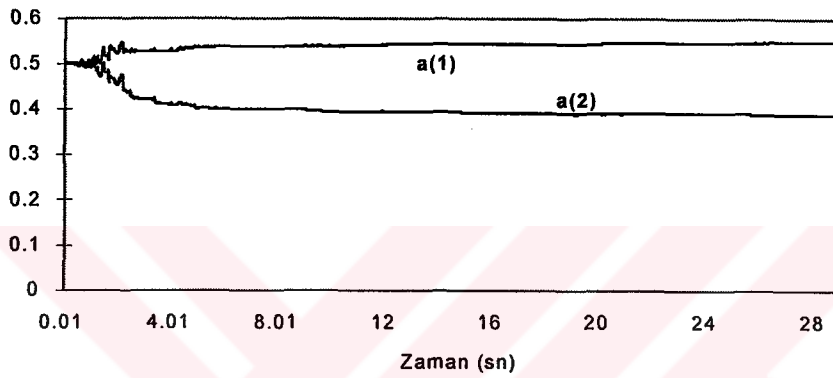


Şekil 4.7 N hata kovaryans matrisinin izi.

Bu şekillerde görüldüğü gibi bir adım ileri tahminlerde gerçek ivme değerleri ile tahmin edilen değerler hemen hemen üst üste düşmekle beraber daha ileri

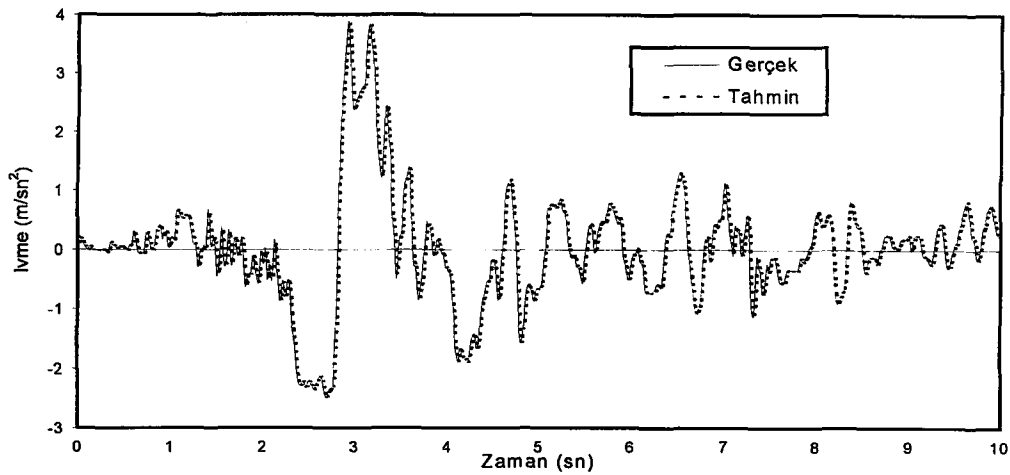
tahminlerde hata büyümektedir. Yani daha ileri değerleri doğru olarak tahmin etmek güçleşmektedir. Hata kovaryans matrisi N 'nin izinin zamanla değişimi Şekil 4.7'de verilmiştir. N hata kovaryans matrisinin izinin zamanla hızlı bir şekilde azalması tahmin metodunun ne kadar etkili olduğunun bir göstergesidir[63].

Otoregresif model parametrelerinin zamanla değişimi ise Şekil 4.8'de verilmiştir. Görüldüğü gibi model parametreleri belirli bir değere ulaştıktan sonra sabit kalmaktadır. Bu sabitleşme işlemin stasyoner olduğunun bir göstergesidir.

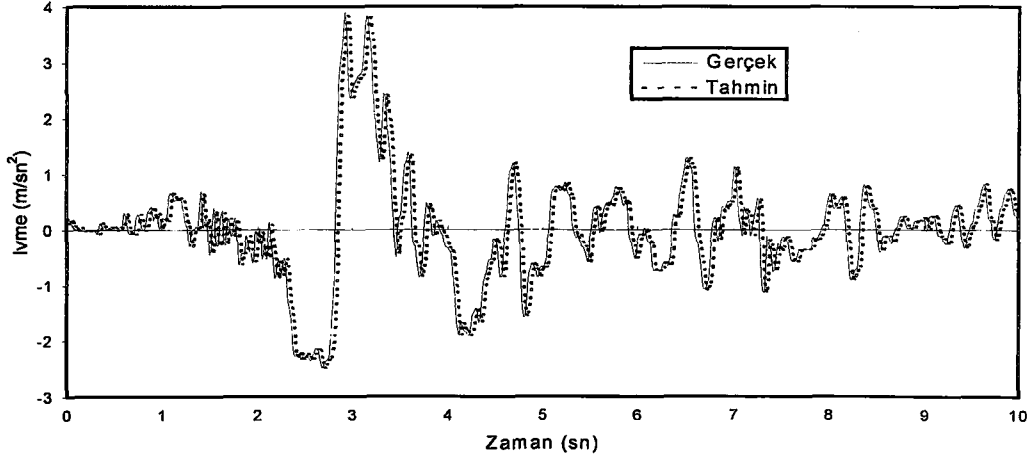


Şekil 4.8 El Centro depreminin Kalman filtresi ile elde edilen model parametreleri.

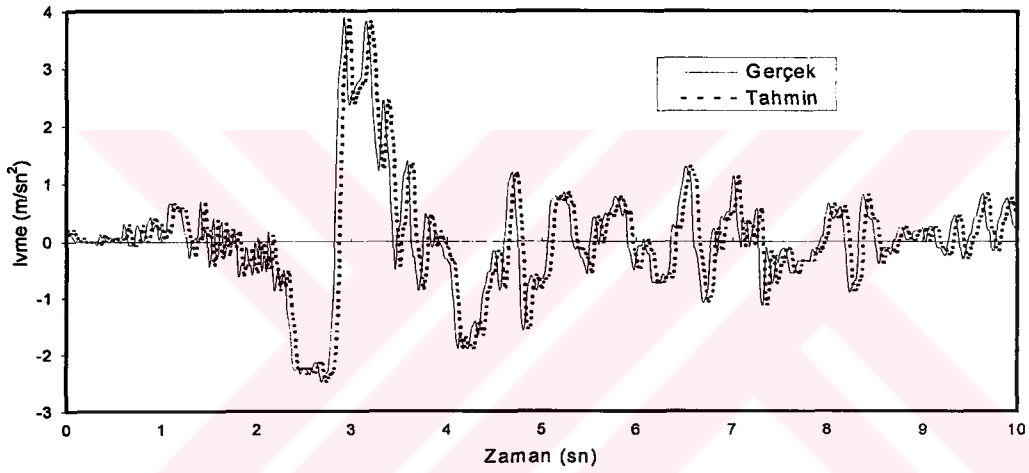
Erzincan depremine ait tahminler ise Şekil 4.9, Şekil 4.10 ve Şekil 4.11'de verilmiştir. El Centro depremindeki benzer sonuçlar burada da elde edilmiştir.



Şekil 4.9 Kalman filtresi ile Erzincan depreminin bir adım ileri tahmini.



Şekil 4.10 Kalman filtresi ile Erzincan depreminin üç adım ileri tahmini.



Şekil 4.11 Kalman filtresi ile Erzincan depreminin beş adım ileri tahmini.

4.3 MAKSİMUM ENTROPİ METODU

Rastgele işlemlerin zaman serisi modellerini parametrik olarak tanımlamak mümkündür. Beyaz gürültü işlemleri ile sürülen bu sınıf parametrik modeller otoregresif (AR), kayan ortalama(MA) ve otoregresif-kayan ortalama(ARMA) modelleri olarak adlandırılırlar[64]. Bu modellerin güç spektral yoğunluklarını beyaz gürültü işleminin varyansı ve model parametreleri cinsinden ifade etmek mümkündür. Dolayısıyla spektral tahmin diğer bir ifadeyle güç spektrumunun tahmini model parametrelerinin tahmini ile mümkün olmaktadır. Literatürde otoregresif işlemin güç spektral yoğunluğunun tahmini maksimum entropi metodu olarak adlandırılmaktadır[65]. Spektral analiz için maksimum entropi metodu ilk

olarak Burg [66] tarafından geliştirilmiş, metodun matematiksel özellikleri ise Lacoss [67] tarafından detaylı olarak açıklanmıştır.

Otoregresif işlemler otokorelasyon dizileri veya parametre dizileriyle ifade edilebilirler. Model parametreleri ile otokorelasyon dizileri lineer denklemler ile birbirlerine bağlıdır. Otokorelasyon dizileri verildiği takdirde model parametrelerini lineer denklem takımının çözümünden elde etmek mümkündür. Otoregresif işlem ve spektrum özelliklerinden yararlanarak sadece mevcut datalardan model parametrelerini tahmin etmek için çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir. Bu amaçla hızlı ve basit bir ardışık algoritma da Andersen[68] tarafından geliştirilmiştir.

4.3.1 Formülasyon

Sonuçları m farklı şekilde olabilecek bir olay için her bir farklı sonuç $\tilde{x}_i$ ve $\tilde{x}_i$ sonucunun meydana gelme olasılığı da $\bar{P}[\tilde{x}_i]$ olsun. Bu olay için entropi

$$H^*[\tilde{x}_i] = - \sum_{i=1}^m \bar{P}[\tilde{x}_i] \log \bar{P}[\tilde{x}_i] \quad (4.32)$$

ifadesiyle tarif edilmektedir. Bu ifadeden anlaşılmaktadır ki entropi bir olayın sonucunun belirsizliğinin bir ölçüsüdür. Belirsizlik arttıkça entropi de artmaktadır. $\tilde{x}$ olayının değişik $\tilde{x}_i$ sonuçlarının her birinin meydana gelme olasılığı aynı ise yani dağılım uniform ise entropi maksimumdur. Sürekli $p(\tilde{x})$ olasılık fonksiyonuna sahip bir sürekli rastgele değişken için entropi

$$H^*(\tilde{x}) = - \int_{-\infty}^{\infty} p(\tilde{x}) \ln [p(\tilde{x})] d\tilde{x} \quad (4.33)$$

denklemleri verilmektedir. Bu ifadede $p(\tilde{x})$ yerine sıfır ortalamaya sahip Gaussian olasılık yoğunluk fonksiyonu yazılırsa entropi hızı,

$$- \int_{-1/(2\Delta t)}^{1/(2\Delta t)} \ln P_{\text{MEM}}(f) df \quad (4.34)$$

olarak elde edilir. Burada $P_{\text{MEM}}(f)$, işlemin güç spektral yoğunluk fonksiyonudur. Entropi hızını maksimum yapan $P_{\text{MEM}}(f)$

$$P_{\text{MEM}}(f) = \frac{\Delta t \bar{R}_w}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a_p[k] \exp(-j2\pi f k T) \right|^2} \quad (4.35)$$

denklemlerle elde edilir. Burada f frekansı Nyquist aralığı, $[-\frac{1}{2\Delta t}, \frac{1}{2\Delta t}]$, içinde değişmektedir.

Bu ifade beyaz gürültü işlemi ile sürülen bir otoregresif işlem için

$$S(w)^{\text{ME}} = \frac{\Delta t \bar{R}_w}{\left| 1 + \sum_{n=1}^m a_{mn} \exp(-jw_n \Delta t) \right|^2} \quad (4.36)$$

şeklinde. Burada $S(w)^{\text{ME}}$ maksimum entropi güç spektrumunu, a_{mn} ise m .nci mertebe otoregresif işlem parametrelerini ifade etmektedir. $\bar{R}_w$ terimi

$$\bar{R}_w = \Phi_0^* + a_1 \Phi_1^* + \dots + a_m \Phi_m^* = \Phi_0^* + \sum_{k=1}^m a_k \Phi_k^* \quad (4.37)$$

denklemlerle verilmektedir. Burada Φ_i^* , i gecikmeli otokorelasyonu ifade etmektedir. $\bar{R}_w$ ve a_{mn} parametreleri bir lineer denklem takımının çözümünden elde edilirler.

Andersen [68] bu çözümden yararlanarak a_{mn} parametrelerinin tahmini için basit ve hızlı bir rekursif algoritma geliştirmiştir. Algoritmanın ardışık formülleri

$$a_{mn} = a_{m-1, k} - a_{m, m} a_{m-1, m-k}, \quad k = 1, \dots, m-1 \quad (4.38)$$

$$a_{m, m} = 2 \sum_{t=1}^{N-m} b_{m, t} b_{m, t}^* / \sum_{t=1}^{N-m} (b_{m, t})^2 (b_{m, t}^*)^2 \quad (4.39)$$

$$b_{m, t} = b_{m-1, t} - a_{m-1, m-1} b_{m-1, t}^* \quad (4.40)$$

$$b_{m, t}^* = b_{m-1, t+1}^* - a_{m-1, m-1} b_{m-1, t+1} \quad (4.41)$$

denklemleriyle verilmektedir. Burada $a_{m,k}$ m -boyutlu otoregresif işlemin k .nci parametresini, N ise parametreleri belirlemede kullanılacak nokta sayısını ifade etmektedir.

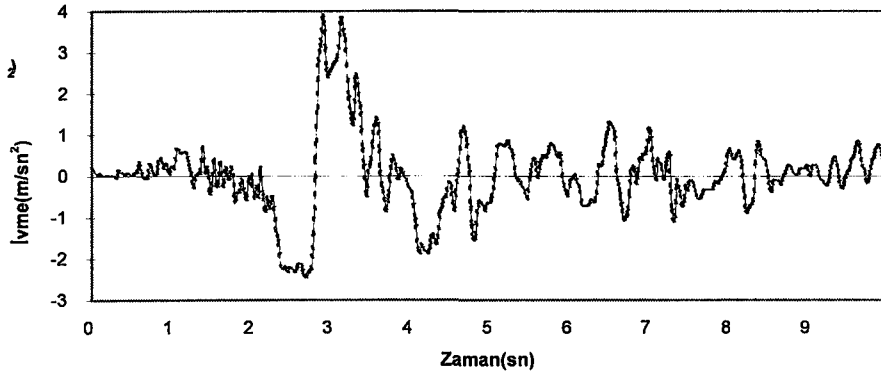
Algoritmayı başlatabilmek için gerekli başlangıç koşulları da

$$b_{1, t} = s_t, \quad b_{1, t}^* = s_{t+1}, \quad t = 1, \dots, N-1 \quad (4.42)$$

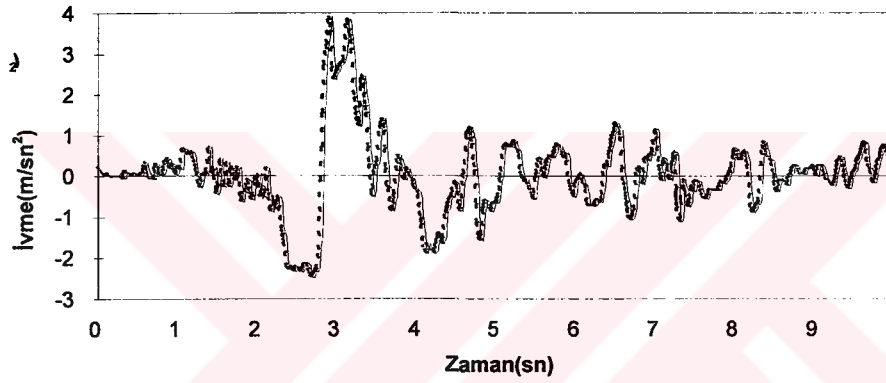
denklemlerinden elde edilir. Burada s_t , t anındaki mevcut veriyi ifade etmektedir.

Denklemlerden anlaşılmaktadır ki, t anındaki parametreler, $(t-N\delta t)$ 'den t anına kadar olan mevcut verilerden elde edilmektedir. Fakat model mertebesinin ve kullanılacak nokta sayısı N 'nin belirlenmesinde kesin bir kural yoktur. Araştırmacı deneme yoluyla kendisi karar vermelidir. Parametreler belirlendikten sonra $(t+1)\delta t$ ve $(t+1+i)\delta t$ anındaki değerler (4.28) ve (4.29) denklemlerine bir hata terimi ekleyerek elde edilir.

Bu metotla elde edilen Erzincan depreminin bir ve üç adım ileri tahminleri Şekil 4.12 ve Şekil 4.13'de görülmektedir. Bu grafiklerde sürekli çizgiler gerçek değerleri, kesikli çizgiler ise tahminleri göstermektedir. Görüldüğü gibi bir adım ileri tahminde gerçek ve tahmini değerler birbirini çok yakın olarak takip etmekte, hemen hemen çakışmaktadır. Fakat üç adım tahminde değerler arasındaki fark tahmin hatasındaki artıştan dolayı büyümektedir.

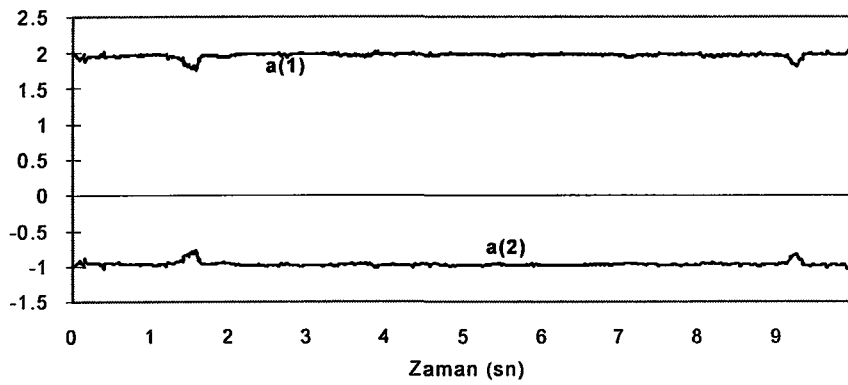


Şekil 4.12 Maksimum entropi metodu ile Erzincan depreminin bir adım ileri tahmini.



Şekil 4.13 Maksimum entropi metodu ile Erzincan depreminin üç adım ileri tahmini.

Erzincan depreminin bu metodla belirlenen model parametreleri Şekil 4.14’de verilmiştir. El Centro depreminde olduğu gibi model parametreleri belirli bir değer etrafında çok küçük salınımlar yapmaktadır.



Şekil 4.14 Maksimum entropi metodu ile Erzincan depreminin model parametreleri.

El Centro depremi ve bir adım ileri tahminlerine ait istatistiki parametreler Tablo 4.1’de verilmiştir. Bu değerlerden Kalman filtresi ve maksimum entropi metodunun ne kadar etkili olduğu açıkça görülmektedir[69].

Tablo 4.1 El Centro depremi ve bir adım ileri tahminlerinin istatistiki parametreleri

	Gerçek seri	Kalman Filtresi	AR(1)	AR(2)	AR(3)	Maksimum entropi
Maksimum ivme	2.62	2.35	3.63	3.59	3.63	2.77
Minimum ivme	-3.41	-3.36	-3.06	-3.07	-3.06	-3.42
Ortalama değer	0.0001	0.0004	-0.006	-0.005	-0.006	0.0005
Standart sapma	0.60	0.59	0.69	0.62	0.62	0.60
Çarpıklık katsayısı	-0.36	-0.36	-0.13	-0.19	-0.21	-0.35

BÖLÜM 5

SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde önceki bölümlerde detaylı olarak verilen depremin yakın gelecek ivme değerlerinin tahminine dayanan yaklaşık optimal kapalı-açık çevrim kontrol algoritmasının yapılara uygulaması yapılacak ve sonuçlar diğer algoritmalarla karşılaştırılacaktır. İlk uygulama olarak deprem etkisi altındaki toplu kütleli sistem olarak modellenmiş üç katlı bir yapının sönümsüz titreşimleri , daha sonra ise aynı şekilde modellenmiş beş katlı bir yapının sönümlü titreşimleri incelenecektir.

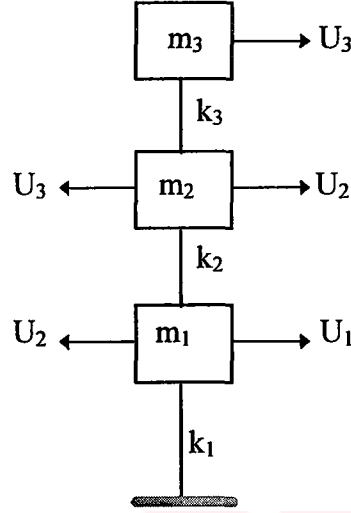
5.1 ÖRNEK 1.

Bu örnekte El Centro depremi etkisindeki üç katlı bir yapının sönümsüz titreşimleri incelenmiştir. Kat kütleleri eşit ve 48000 kg, kat rijitlikleri ise sırasıyla $k_1=46420$ kN/m, $k_2=41780$ kN/m ve $k_3=23210$ kN/m olarak seçilmiştir. Kontrol kuvvetleri, Şekil 5.1’de görüldüğü gibi her kata yerleştirilmiş aktif kontrol elemanları ile uygulanmaktadır. Önerilen algoritmanın etkinliğini gösterebilmek için yapının dinamik davranışı farklı durumlar için incelenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

İlk olarak yapının kontrolsüz davranışı incelenmiş, daha sonra sırasıyla ani optimal kontrol, kapalı-çevrim kontrolü, depremin tamamının bilindiği kabulü ile optimal kapalı-açık çevrim kontrolü ve bu çalışmada önerilen depremin yakın-gelecek ivme değerlerinin tahminine dayanan kontrol altındaki davranışı incelenmiştir. Son durumda deprem ivme değerleri için en fazla altı adım ileri tahminler kullanılmıştır. Bunun sebebi daha ileri tahminlerde tahmin hassasiyetinin gittikçe azalmasıdır.

Bu çalışmada depremin tamamının önceden bilindiği kabul edilerek elde edilen kapalı-açık çevrim kontrolü kapalı-açık çevrim olarak isimlendirilmiştir. Kapalı-

çevrim çözümleri ise kontrol aralığında depremi ihmal ederek veya beyaz gürültü formunda bir rastgele süreç kabul ederek elde edilmiştir.



Şekil 5.1 İdealize edilmiş üç katlı yapı modeli.

Ani optimal kontrol durumu hariç diğer bütün durumlarda $\mathbf{R}$ ağırlık matrisi köşegen elemanları 10^{-5} olan köşegen matris olarak seçilmiştir. $\mathbf{Q}$ ağırlık matrisi ise aşağıdaki şekilde tanımlanan $\mathbf{Q}_{ij}$ alt matrislerine bölünmüştür.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Q}_{ij}$ matrislerine atanan sayısal değerler aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{Q}_{11} = \mathbf{Q}_{12} = \mathbf{Q}_{21} = \mathbf{Q}_{22} = \begin{bmatrix} 10.5 & 7.875 & 4.2 \\ 7.875 & 7.35 & 4.2 \\ 4.2 & 4.2 & 3.675 \end{bmatrix}$$

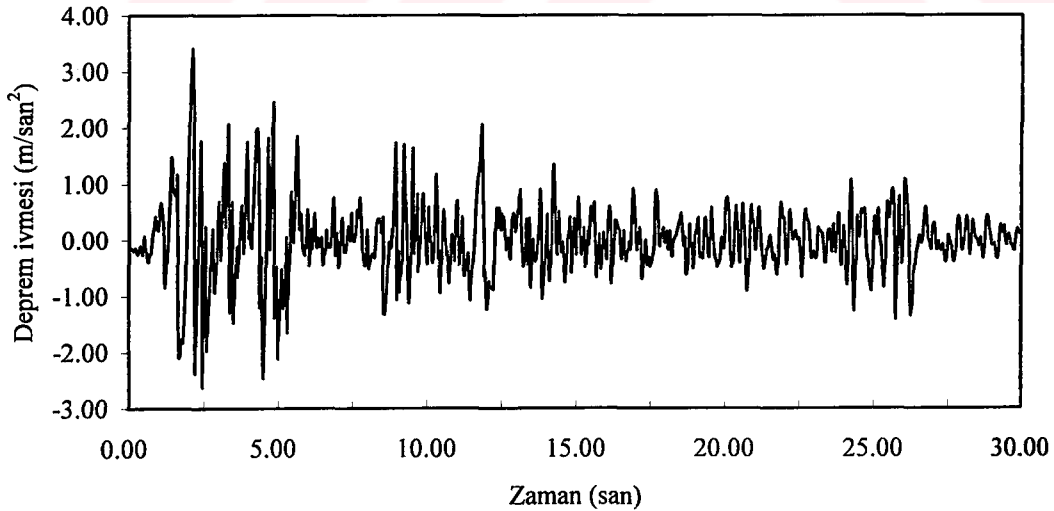
Ani optimal kontrol durumunda $\mathbf{R}$ ağırlık matrisi köşegen elemanları 10^{-6} olan köşegen matris olarak seçilmiştir. $\mathbf{Q}$ matrisinin $\mathbf{Q}_{11}$ ve $\mathbf{Q}_{12}$ alt matrisleri kontrol kuvvetlerine katkıda bulunmadığından sıfır matris olarak seçilmişlerdir.

Q_{21} ve Q_{22} alt matrisleri için atanan sayısal değerler ise aşağıda verilmiştir.

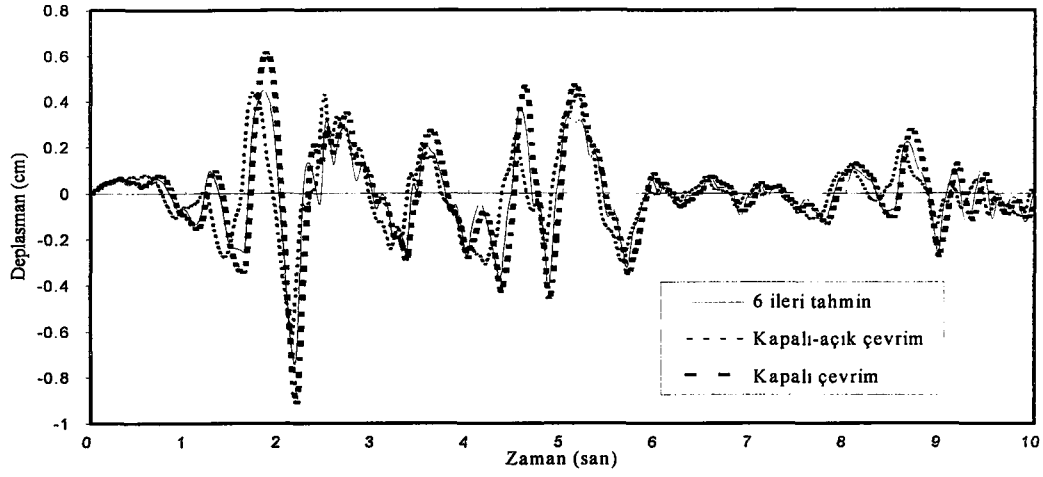
$$Q_{21} = \begin{bmatrix} 1074.0 & -156.8 & 0.4 \\ -156.8 & 985.8 & -87.14 \\ 0.4 & -87.14 & 827.9 \end{bmatrix} ; \quad Q_{22} = \begin{bmatrix} 178.6 & 0.75 & 0.4 \\ 0.75 & 178.3 & 0.4 \\ 0.4 & 0.4 & 177.9 \end{bmatrix}$$

Daha önce ifade edildiği gibi, (3.94) denkleminin yardımıyla (3.62) denkleminin sayısal olarak çözülebilmesi için G^n ($n=1, 2, \dots, j-m$) matrisinin normunun n ile nasıl değiştiği çok önemlidir. Örnekte seçilen yapı için G^n matrisinin 2.normu artan n ile beraber 30.59, 28.74, 21.06, 16.07, 13.85, 11.10, 8.93, 8.69, 7.17, 7.04, 6.84, ... şeklinde azalmaktadır. Dolayısıyla (3.62) denkleminin yaklaşık çözümü, depremin yakın-gelecek ivme değerleri tahmin edilerek (3.94) denklemi yardımıyla elde edilebilir.

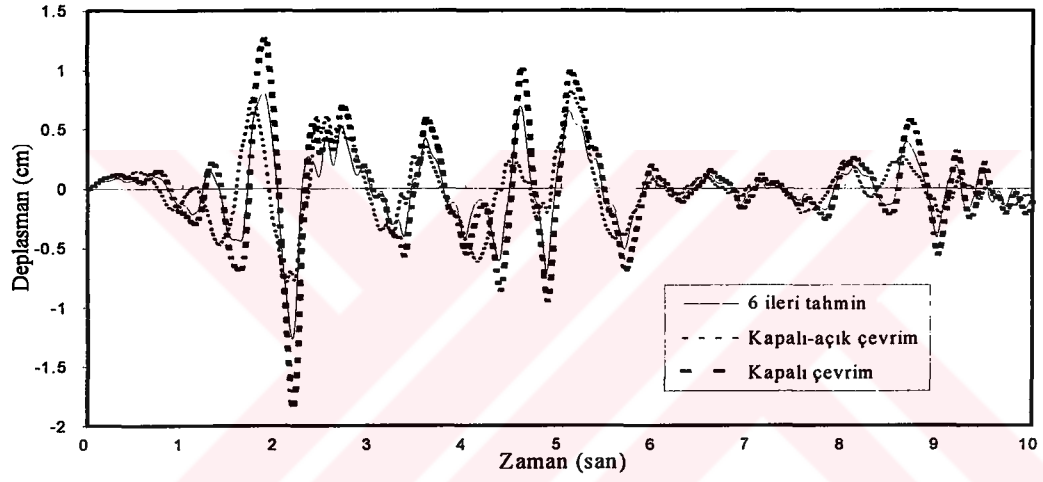
Şekil 5.2’de verilen El Centro depremi etkisindeki yapı için kapalı-çevrim, kapalı-açık çevrim ve bu çalışmada önerilen tahmine dayalı kapalı-açık çevrim(altı adım ileri tahmin) ile elde edilen kat deplasmanları Şekil 5.3-5.5’de, katlara uygulanan kontrol kuvvetleri ise Şekil 5.6-5.8’de görülmektedir.



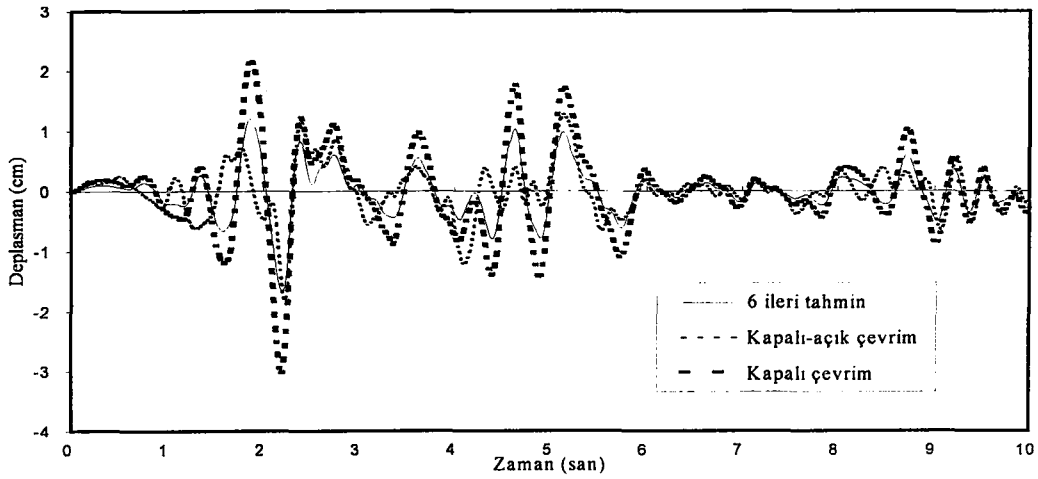
Şekil 5.2 1940 El Centro depreminin kuzey-güney bileşeni.



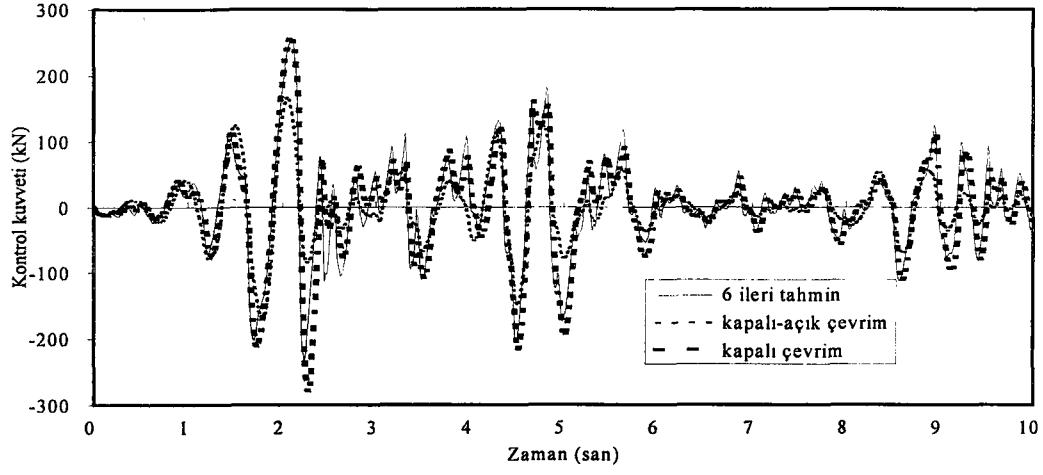
Şekil 5.3 Sönümsüz üç katlı yapıda 1. kat deplasmanı.



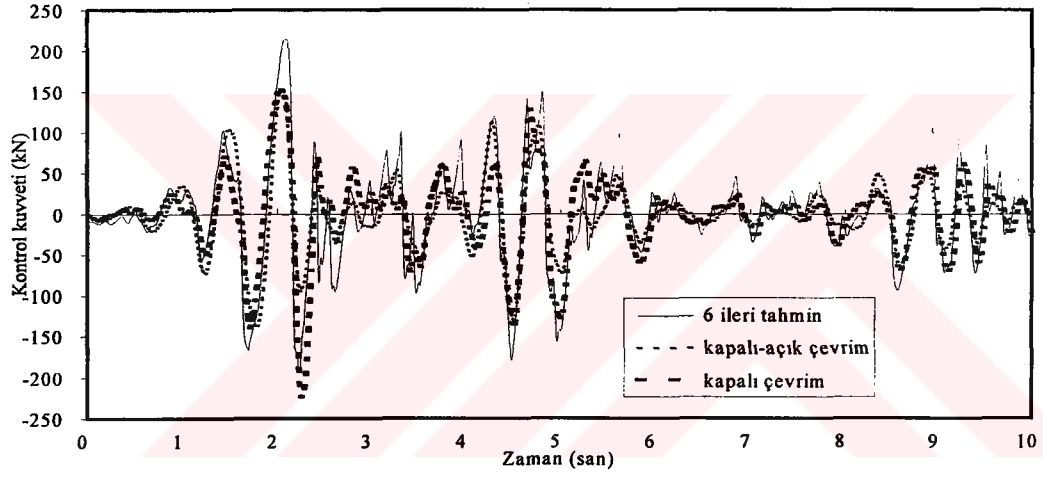
Şekil 5.4 Sönümsüz üç katlı yapıda 2.kat deplasmanı.



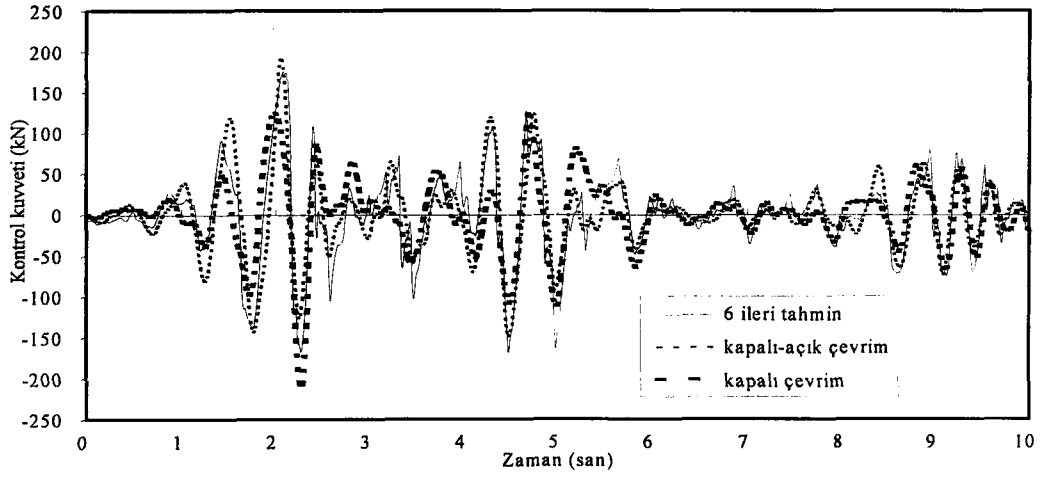
Şekil 5.5 Sönümsüz üç katlı yapıda 3.kat deplasmanı.



Şekil 5.6 Sönümsüz üç katlı yapıda 1.kat kontrol kuvveti.



Şekil 5.7 Sönümsüz üç katlı yapıda 2.kat kontrol kuvveti.



Şekil 5.8 Sönümsüz üç katlı yapıda 3.kat kontrol kuvveti.

Hesaplamalar bütün deprem süresi için yapılmakla beraber grafiklerde sadece ilk on sn'lik kısım verilmiştir. Şekil 5.6-5.9'da görüldüğü gibi 1.kata ait kapalı-açık çevrim ve tahmine dayanan kapalı-açık çevrim hallerine ait deplasmanlar arasındaki uyum diğer katlardan daha iyidir.

Bütün durumlara ait maksimum rölatif deplasmanlar, maksimum katlar arası deplasmanlar ve maksimum kontrol kuvvetleri Tablo 5.1'de verilmiştir. Tablo 5.1'den açıkça görülmektedir ki, depremin tamamı önceden bilindiği takdirde kapalı-açık çevrim hem ani optimal kontrol hem de kapalı-çevrimden çok daha üstündür. Fakat kapalı-açık çevrimin deprem etkisi altındaki yapılara uygulanması mümkün olmadığından ancak diğer kontrol algoritmalarının etkinliğini kontrol için ideal optimal kontrol olarak kullanılabilir. Depremin tamamının önceden bilinmesi imkansız olduğundan deprem ivme değerlerinin altı adım ileri tahminlerinin yardımıyla elde edilen kapalı-açık çevrim çözümlerinin de yine kapalı-çevrim ve bu örnek için ani optimal kontrolden daha iyi olduğunu görüyoruz. Çünkü daha küçük kontrol kuvvetleri ile daha küçük deplasmanlar elde edilmiştir.

Ayrıca ani optimal kontrol hariç diğer durumlarda amaç fonksiyonları aynı olduğundan bu durumlar için kontrol aralığındaki amaç fonksiyonunun değeri hesaplanarak sonuçlar Tablo 5.2'de verilmiştir. Dolayısıyla Tablo 5.2'den açıkça görülmektedir ki, kapalı-açık çevrim için J 'nin değeri kapalı-çevrimden % 56.5 daha küçüktür.

Tahmine dayanan kapalı-açık çevrimde ise her bir ilave adımda amaç fonksiyonun değeri küçülmekte ve kapalı-çevrimden uzaklaşarak kapalı-açık çevrime yaklaşmaktadır. Altı adım ileri tahminle elde edilen amaç fonksiyonu kapalı-çevrim amaç fonksiyonundan % 23.4 daha küçüktür. Dolayısıyla depremin ilerdeki ivme değerleri daha hassas tahmin edilebildiği takdirde optimal çözüme yaklaşmak mümkün olacaktır.

Tablo 5.1 Sönümsüz üç katlı yapı için maksimum rölatif, katlar arası deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.

Kontrol tipi	Maksimum kat rölatif deplasmanları(cm)			Maksimum katlararası deplasmanlar(cm)			Maksimum kat kontrol kuvvetleri (kN)		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Kontrolsüz	4.90	8.58	12.72	4.90	4.09	5.40			
Kapalı-çevrim	0.91	1.85	3.05	0.91	0.95	1.30	280	223	211
Ani optimal kontrol(Yang)	1.08	1.91	2.56	1.08	0.84	0.66	263	220	162
Kapalı-açık çevrim*	0.61	0.82	1.81	0.61	0.59	1.25	167	152	192
Kapalı-açık çevrim 1 adım ileri tahmin	0.82	1.66	2.75	0.82	0.85	1.12	278	212	195
Kapalı-açık çevrim 2 adım ileri tahmin	0.76	1.52	2.48	0.76	0.77	1.06	285	206	182
Kapalı-açık çevrim 3 adım ileri tahmin	0.73	1.41	2.23	0.73	0.70	0.98	283	203	173
Kapalı-açık çevrim 4 adım ileri tahmin	0.72	1.33	2.00	0.72	0.65	0.95	275	200	167
Kapalı-açık çevrim 5 adım ileri tahmin	0.73	1.29	1.81	0.73	0.61	0.97	264	209	166
Kapalı-açık çevrim 6 adım ileri tahmin	0.74	1.26	1.67	0.74	0.58	1.01	253	214	175

* Depremi tamamı önceden biliniyor.

Tablo 5.2 Sönümsüz üç katlı yapı için performans indeksi.

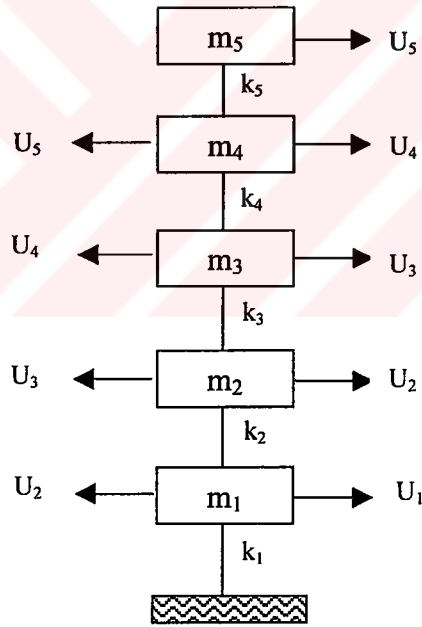
	Kapalı çevrim	Kapalı açık çevrim*	Tahmine dayanan kapalı-açık çevrim					
			1 adım	2 adım	3 adım	4 adım	5 adım	6 adım
<i>J</i>	2.984	1.297	2.735	2.551	2.418	2.334	2.292	2.285

* Depremi tamamı önceden biliniyor.

5.2 ÖRNEK 2.

Bu örnekte ise El Centro depremi etkisindeki Şekil 5.9 ile verilen beş katlı bir yapının sönümlü titreşimleri incelenmiştir. Kat kütleleri, rijitlikleri ve sönüm katsayıları bütün katlarda eşit ve sırasıyla $m=150000$ kg, $k= 145000$ kN/m ve $c=1260$ ton/sn olarak seçilmiştir. Kontrol kuvvetleri her kata yerleştirilmiş aktif kontrol elemanları ile uygulanmaktadır.

Örnek 1.'de olduğu gibi önerilen algoritmanın etkinliğini gösterebilmek için yapının dinamik davranışı farklı durumlar için incelenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. İlk olarak yapının kontrolsüz davranışı incelenmiş, daha sonra sırasıyla kapalı-çevrim kontrolü, depremin tamamının bilindiği kabulü ile optimal kapalı-açık çevrim kontrolü ve bu çalışmada önerilen depremin yakın-gelecek ivme değerlerinin tahminine dayanan kontrol altındaki davranışı incelenmiştir



Şekil 5.9 İdealize edilmiş beş katlı yapı modeli.

$\mathbf{R}$ ağırlık matrisi köşegen elemanları 10^{-4} olan (5×5) boyutlu köşegen pozitif definit bir matris olarak seçilmiştir. $\mathbf{Q}$ ağırlık matrisi ise aşağıdaki şekilde tanımlanan (5×5) boyutlu $\mathbf{Q}_{ij}$ alt matrislerinden oluşan pozitif semi definit bir matris olarak seçilmiştir.

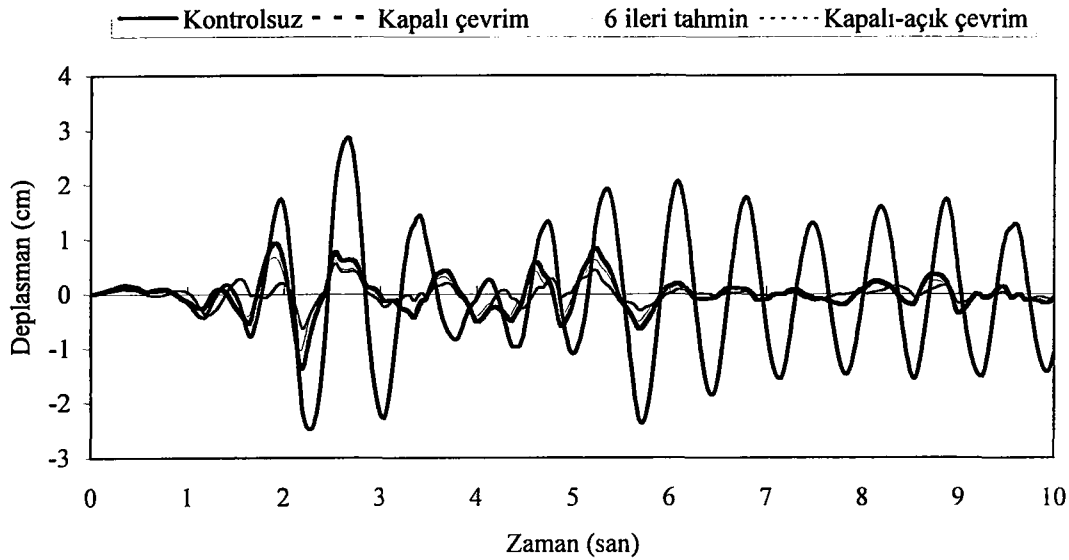
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Q}_{ij}$ matrislerine atanan sayısal değerler aşağıda verilmiştir.

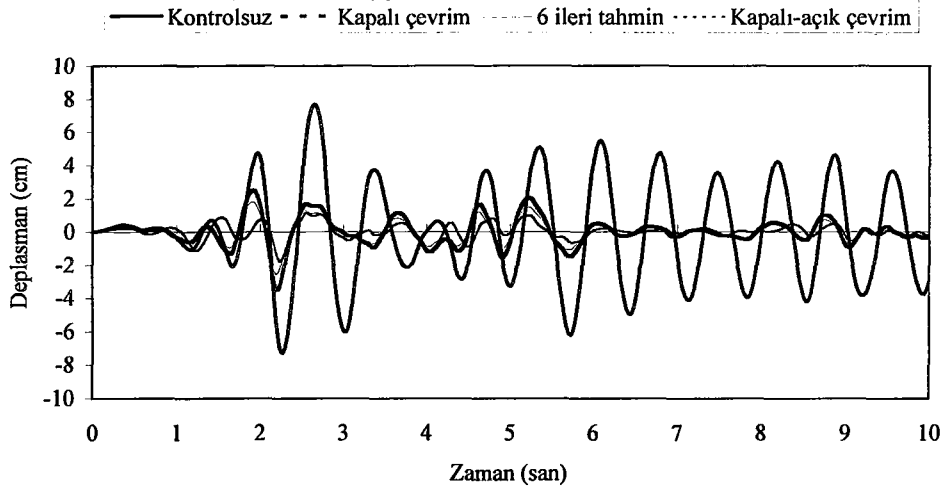
$$\mathbf{Q}_{11} = 100000 \mathbf{I} ; \quad \mathbf{Q}_{12} = \mathbf{Q}_{21} = \mathbf{Q}_{22} = \mathbf{0}$$

Bu örnek içinde $\mathbf{G}^n$ matrisinin 2.normu artan n ile beraber 28.93, 27.01, 25.51, 22.13, 17.78, 16.88, 15.00, 12.39, 9.45, 7.28, ... şeklinde azaldığından (3.62) denkleminin yaklaşık çözümünü depremin yakın-gelecek ivme değerlerinin tahmininden yararlanarak (3.94) denklemi yardımıyla elde etmek mümkün olabilecektir.

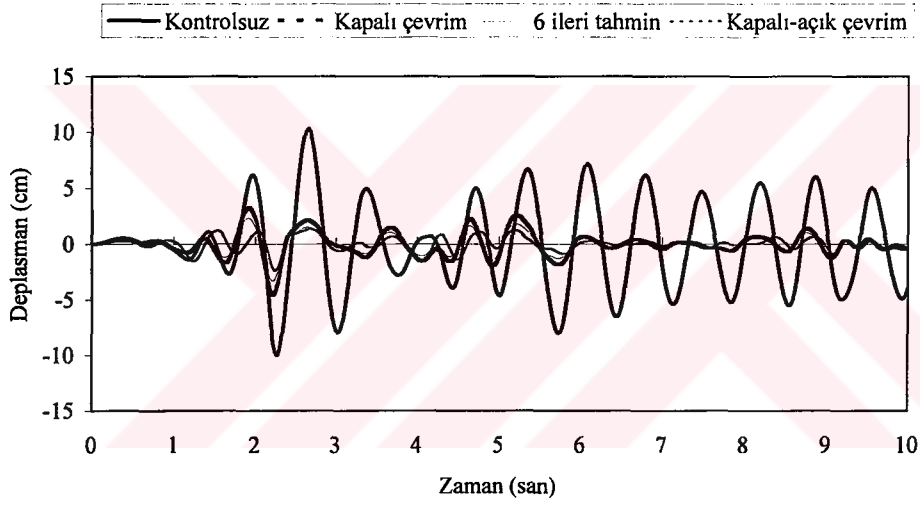
Şekil 5.2’de verilen El Centro depremi etkisindeki yapı için kontrolsüz durum, kapalı-çevrim, kapalı-açık çevrim ve bu çalışmada önerilen tahmine dayalı kapalı-açık çevrim(altı adım ileri tahmin) ile elde edilen 1., 3. ve 5. kat deplasmanları Şekil 5.10-5.12’de, bu katlara uygulanan kontrol kuvvetleri ise Şekil 5.13-5.15’de görülmektedir. Bu örnekte de hesaplamalar bütün deprem süresi için yapılmakla beraber grafiklerde sadece ilk on saniyelik kısım verilmiştir.



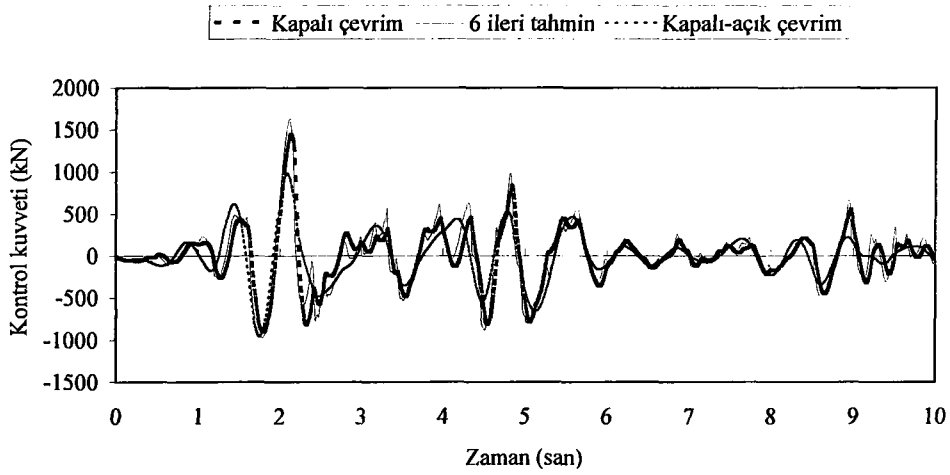
Şekil 5.10 Beş katlı sönümlü yapıda 1.kat deplasmanı.



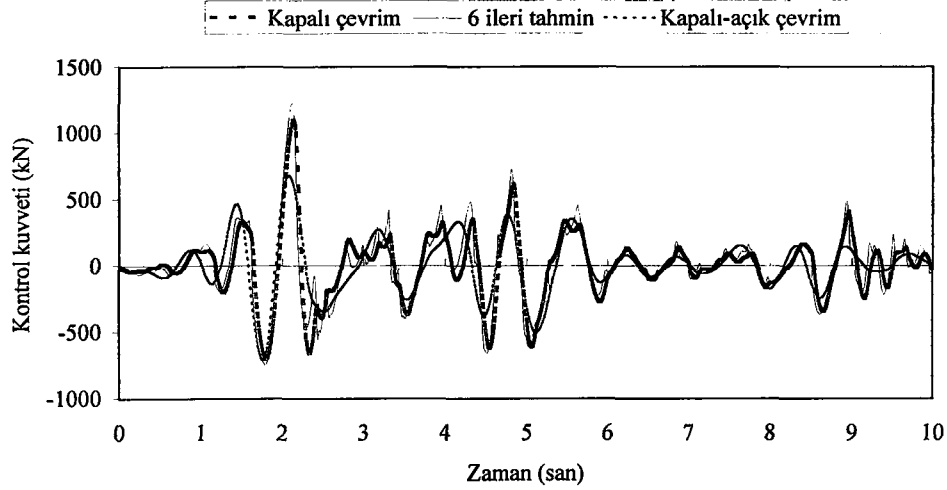
Şekil 5.11 Beş katlı sönümlü yapıda 3.kat deplasmanı.



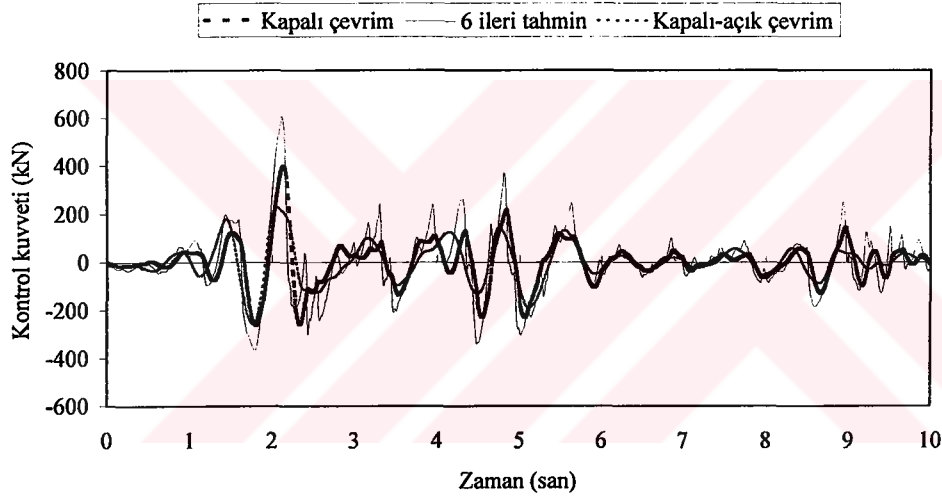
Şekil 5.12 Beş katlı sönümlü yapıda 5.kat deplasmanı.



Şekil 5.13 Beş katlı sönümlü yapıda 1.kat kontrol kuvveti.



Şekil 5.14 Beş katlı sönümlü yapıda 3.kat kontrol kuvveti.



Şekil 5.15 Beş katlı sönümlü yapıda 5.kat kontrol kuvveti.

Bütün durumlara ait maksimum rölatif(yere göre) deplasmanlar, maksimum katlar arası deplasmanlar ve maksimum kat kontrol kuvvetleri Tablo 5.3’de verilmiştir. Tablo 5.3’den açıkça görülmektedir ki, Örnek 1’deki sönümsüz halde olduğu gibi depremin tamamı önceden bilindiği takdirde kapalı-açık çevrim kontrol algoritması kapalı-çevrim kontrol algoritmasından çok daha iyi sonuçlar vermektedir. Daha önce ifade edildiği gibi kapalı-açık çevrim kontrol algoritması ideal bir durumu göstermektedir ve pratikte uygulanması mümkün değildir. Tahmine dayanan kapalı-açık çevrimde ise tahmin edilen nokta sayısı arttıkça kontrol kuvvetlerindeki bir

miktar artışla birlikte hem yere göre olan hem de katlar arası deplasmanlarda azalmalar görülmektedir.

Tablo 5.3 Sönümlü beş katlı yapı için maksimum rölatif, katlar arası deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.

Kontrol tipi	Maksimum kat rölatif deplasmanları(cm)			Maksimum katlararası deplasmanlar(cm)			Maksimum kat kontrol kuvvetleri (kN)		
	1	3	5	1	3	5	1	3	5
Kontrolsüz	2.87	7.67	10.27	2.87	2.30	0.96			
Kapalı-çevrim	1.37	3.52	4.56	1.37	1.06	0.42	1445	1099	399
Kapalı-açık çevrim	0.63	1.78	2.38	0.63	0.61	0.25	978	709	256
Kapalı-açık çevrim 1 adım ileri tahmin	1.29	3.33	4.31	1.29	1.00	0.39	1489	1120	403
Kapalı-açık çevrim 2 adım ileri tahmin	1.23	3.15	4.08	1.23	0.95	0.39	1528	1144	426
Kapalı-açık çevrim 3 adım ileri tahmin	1.17	2.98	3.86	1.17	0.90	0.39	1559	1164	461
Kapalı-açık çevrim 4 adım ileri tahmin	1.12	2.82	3.66	1.12	0.85	0.39	1589	1185	508
Kapalı-açık çevrim 5 adım ileri tahmin	1.08	2.68	3.48	1.08	0.81	0.41	1614	1208	558
Kapalı-açık çevrim 6 adım ileri tahmin	1.04	2.55	3.31	1.04	0.77	0.43	1633	1230	609

* Depremin tamamı önceden biliniyor.

Bu algoritmaları birbiriyle karşılaştırabilmek için minimum yapmak istediğimiz amaç fonksiyonunun bu durumlara ait değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu değerler Tablo 5.4’de verilmiştir. Tablo 5.4’de görüldüğü gibi, kapalı-açık çevrim için J ‘nin değeri kapalı-çevrimden % 48.8 daha küçüktür. Tahmine dayanan kapalı-açık çevrimde ise herbir ilave adımda amaç fonksiyonun değeri küçülmekte ve kapalı-çevrimden uzaklaşarak kapalı-açık çevrime yaklaşmaktadır. Altı adım ileri tahminle elde edilen amaç fonksiyonu kapalı-çevrim amaç fonksiyonundan % 16.6

daha küçüktür. Dolayısıyla daha çok deprem ivmesi daha hassas tahmin edilebildiği takdirde optimal çözüme belirli ölçüde yakın sonuçlar elde etmek mümkün olacaktır.

Tablo 5.4 Sönümlü beş katlı yapı için performans indeksi.

	Kapalı çevrim	Kapalı açık çevrim*	Tahmine dayanan kapalı-açık çevrim					
			1 adım	2 adım	3 adım	4 adım	5 adım	6 adım
<i>J</i>	946.55	484.32	898.79	861.38	832.41	811.53	797.48	789.24

* Depremin tamamı önceden biliniyor.

BÖLÜM 6

LİNEER REGÜLATÖR PROBLEMİNİN KARARLILIK MERTEBESİ KAVRAMI DAHİL EDİLEREK İNCELENMESİ

Belirli bir kritere göre kontrol edilen sistemin kontrol kuvvetleri uygulandıktan sonra da kararlılığını koruyabilmesi için kapalı-çevrim sisteminin bütün özdeğerlerinin gerçel kısımlarının negatif olması gerekmektedir. Eğer bütün özdeğerlerin gerçel kısımları belirli bir $-\alpha$, $\alpha > 0$, negatif sayısından küçükse bu α sayısı sistemin kararlılık mertebesi olarak değerlendirilebilir[56]. Dolayısıyla kapalı-çevrim sisteminin bütün özdeğerlerinin gerçel kısmı kompleks düzlemin sol tarafında daha derinlere gittikçe sistemin kararlılık mertebesi büyüyecektir.

Şimdi kararlılık mertebesi kavramını kullanarak (3.7)-(3.9) denklemleriyle verilen lineer regülatör problemini

$$\bar{\zeta}(t) = e^{\alpha t} Z(t) \quad (6.1)$$

$$\bar{u}(t) = e^{\alpha t} U(t) \quad (6.2)$$

şeklinde tanımlanan dönüşümleri kullanarak tekrar yazalım. Bu yapıldığı takdirde

$$\dot{\bar{\zeta}}(t) = \bar{A} \bar{\zeta}(t) + \bar{B} \bar{u}(t) + e^{\alpha t} H f(t) \quad ; \quad \bar{\zeta}(0) = 0 \quad (6.3)$$

$$J = \int_0^{t_1} e^{-2\alpha t} (\bar{\zeta}^T Q \bar{\zeta} + \bar{u}^T R \bar{u}) dt \quad (6.4)$$

denklemleri elde edilir.

Açıktır ki, (6.3) denkleminde

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \alpha \mathbf{I} \quad (6.5)$$

eşitliği geçerlidir. Amaç fonksiyonunu (3.7) formunda seçmek bize kolaylık sağlayacağından (6.4) ile verilen amaç fonksiyonunu

$$\bar{J} = \int_0^{t_f} (\bar{\zeta}^T \mathbf{Q} \bar{\zeta} + \bar{u}^T \mathbf{R} \bar{u}) dt \quad (6.6)$$

şeklinde değiştirelim. (6.6) ile verilen amaç fonksiyonu durum vektörü $\mathbf{Z}(t)$ ve kontrol kuvveti $\mathbf{U}(t)$ cinsinden tekrar yazılırsa

$$J_\alpha = \int_0^{t_f} e^{2\alpha t} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}) dt \quad (6.7)$$

elde edilir. Sonuç olarak (3.7)-(3.9) lineer regülatör probleminden (6.1)-(6.2) dönüşümlerinin yardımıyla (6.3) ve (6.6) denklemleriyle verilen başka bir lineer regülatör problemi elde edilmiş oldu. (6.3) ve (6.6) denklemleriyle verilen problemin $\mathbf{Z}(t)$ ve $\mathbf{U}(t)$ cinsinden eşdeğeri ise (3.7) ve (6.7) denklemlerine karşı gelmektedir.

(6.3) ve (6.6) denklemleriyle verilen lineer regülatör probleminin optimallik koşullarından yararlanarak elde edilen $\bar{\zeta}(t)$ çözümünün asimtotik kararlı olacağı bilinmektedir[56]. Dolayısıyla (3.7) ve (6.7) denklemleriyle verilen eşdeğer problemin $\mathbf{Z}(t)$ çözümü de (6.1) dönüşümünden dolayı $-\alpha$ kararlılık mertebesinde asimtotik kararlı olacaktır.

(6.3) ve (6.6) denklemleriyle verilen lineer regülatör problemi Bölüm 3'de verilen optimalliğin yeterli koşullarından yararlanarak kolaylıkla çözülebilir. Orada (3.7)-(3.9) probleminin çözümünde optimal kapalı-çevrim kontrol kuvvetini, $\mathbf{U}^*(t)$, bulabilmek için (3.49) denklemleriyle verilen

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \frac{1}{2}\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{P}(t_1) = \mathbf{0} \quad (6.8)$$

lineer olmayan matris Riccati diferansiyel denkleminin çözümü gerekmektedir. Dolayısıyla (6.3) ve (6.6) ile verilen problemde optimal kapalı-çevrim kontrol kuvveti $\hat{u}^*(t)$ 'yi bulabilmek içinde benzer şekilde

$$\dot{\bar{\mathbf{P}}} + \bar{\mathbf{P}}\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}^T\bar{\mathbf{P}} - \frac{1}{2}\bar{\mathbf{P}}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\bar{\mathbf{P}} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad , \quad \bar{\mathbf{P}}(t_1) = \mathbf{0} \quad (6.9)$$

denkleminin çözülmesi gerekmektedir. (6.9) denkleminde sistem matrisi $\mathbf{A}$ yerine $\bar{\mathbf{A}}$ geldiğinden bu problem için Riccati matrisi $\bar{\mathbf{P}}$ olarak gösterilmiştir.

Bu durumda optimal kapalı-çevrim kontrol kuvveti $\hat{u}^*(t)$, (3.55) denklemiyle verilen

$$\mathbf{U}^*(t) = \mathbf{v}^*(t, \mathbf{Z}) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{Z} \quad (6.10)$$

yerine

$$\hat{u}^*(t, \bar{\boldsymbol{\zeta}}) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\bar{\mathbf{P}}\bar{\boldsymbol{\zeta}} \quad (6.11)$$

denkleminde elde edilir. (6.11) denklemi (6.1)-(6.2) dönüşümlerinin yardımıyla $\mathbf{Z}(t)$ ve $\mathbf{U}(t)$ cinsinden tekrar yazılacak olursa

$$\mathbf{U}^*(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\bar{\mathbf{P}}\mathbf{Z} \quad (6.12)$$

ifadesi elde edilir. (6.10) ve (6.12) denklemleri arasındaki tek fark Riccati matrisidir. Çünkü daha önce ifade edildiği gibi, $\mathbf{P}$ matrisi (3.49) denkleminin çözümünden elde edilirken, $\bar{\mathbf{P}}$ matrisi (6.9) denkleminin çözümünden elde edilmektedir. Bunun da sebebi, karşı gelen problemlerin amaç fonksiyonlarının farklı olmasıdır. Yani, (6.10)

ile verilen optimal kontrol kuvveti (3.7) kısıtı altında (3.9) fonksiyoneline minimum verirken, (6.12) ile verilen optimal kontrol kuvveti (3.7) kısıtı altında (6.7) fonksiyoneline minimum vermektedir. Açıktır ki, $\alpha=0$ olduğunda (6.7) fonksiyoneli (3.9) fonksiyoneli ile aynı olduğundan her iki problem de üst üste düşecektir. Bu durumda $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{P}$ olacağından (6.10) ve (6.12) optimal kontrol kuvvetleri de aynı olacaktır.

(6.12) ile verilen optimal kapalı-çevrim kontrol kuvveti (3.7) sistem denkleminde yerine yazılırsa optimal kontrol altındaki sistemin davranışını tanımlayan kapalı-çevrim sistemi

$$\dot{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{Z} + \mathbf{H} f(t) \quad (6.13)$$

olarak elde edilir. Burada kapalı-çevrim sistem matrisi $\tilde{\mathbf{A}}$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}} \quad (6.14)$$

şeklinde dir. Sisteme kontrol kuvvetleri uygulanmadığı durumda $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A}$ olur. Lineer kuadratik hale karşı gelen $\alpha=0$ olduğunda ise

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (6.15)$$

eşitliği geçerlidir.

Şimdi Bölüm 5’de incelenen toplu kütleli sistem olarak modellenmiş sönümsüz 3 katlı yapıyı göz önüne alalım. Bu yapıya kontrol kuvvetleri uygulanmadığında $\mathbf{A}$ sistem matrisinin özdeğerleri $50.425i$, $-50.425i$, $31.102i$, $-31.102i$, $12.868i$, $-12.868i$ olarak elde edilir. Bulunan özdeğerlerin tamamının gerçel kısımları negatif olmadığından kontrolsüz sistem asimtotik kararlı değildir. Bunun da sebebi sistemde sönüm olmamasıdır. Sistemde sönüm olmadığından dolayı deprem ile yapıya gelen enerji hiçbir şekilde yok olmayacağından dolayı yapı teorik olarak sonsuza kadar

salınım yapacak ve hiçbir zaman başlangıçtaki denge konumuna gelemeyecektir. Yapıya uygulanan kontrol kuvvetlerinin sistem matrisine etkilerini görebilmek için $\alpha = 0, 1, 2, 3, 4$ ve 5 olduğunda (6.14) ile verilen kapalı-çevrim sistem matrisinin özdeğerleri hesaplanarak Tablo 6.1’de verilmiştir.

Tablo 6.1 Değişik α değerleri için kapalı-çevrim sistem matrisinin özdeğerleri.

$\alpha=0$	$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=3$	$\alpha=4$	$\alpha=5$
$-2.4+50.4i$	$-3.6+50.4i$	$-5.1+50.4i$	$-6.8+50.4i$	$-8.6+50.4i$	$-10.5+50.4i$
$-2.4-50.4i$	$-3.6-50.4i$	$-5.1-50.4i$	$-6.8-50.4i$	$-8.6-50.4i$	$-10.5-50.4i$
$-3.4+31.0i$	$-4.5+31.0i$	$-5.9+31.0i$	$-7.5+31.0i$	$-9.2+31.0i$	$-11.0+31.0i$
$-3.4-31.0i$	$-4.5-31.0i$	$-5.9-31.0i$	$-7.5-31.0i$	$-9.2-31.0i$	$-11.0-31.0i$
$-1.7+12.7i$	$-2.9+12.7i$	$-4.6+12.7i$	$-6.4+12.7i$	$-8.3+12.7i$	$-10.3+12.7i$
$-1.7-12.7i$	$-2.9-12.7i$	$-4.6-12.7i$	$-6.4-12.7i$	$-8.3-12.7i$	$-10.3-12.7i$

Tablo 6.1’de görüldüğü gibi lineer regülatör problemine karşı gelen $\alpha=0$ durumunda kapalı-çevrim sistem matrisinin özdeğerlerinin tamamının gerçel kısımları negatif olduğundan sistem asimtotik karardır. Yani deprem nedeniyle yapıya gelen sismik enerji kontrol kuvvetlerinin yapmış olduğu karşı işle yok edilmektedir. Tablo 6.1’den elde edilen ikinci önemli sonuç, α büyüdükçe kapalı-çevrim sistem matrisinin özdeğerlerinin gerçel kısımlarının kompleks düzlemin sol tarafında $-\alpha$ ’dan daha derinlere gittiğidir. Örneğin $\alpha=3$ olduğunda bütün gerçel kısımlar eksi üçten daha küçük olmaktadır. Özdeğerlerin gerçel kısımlarının kompleks düzlemin sol tarafında daha derinlere gitmesi ise sistemin daha çabuk denge konumuna gelmesine neden olacaktır. Bu nedenden dolayı α literatürde sistemin kararlılık mertebesi olarak isimlendirilmektedir[56].

Şimdi (6.3) ve (6.6) denklemleriyle verilen lineer regülatör probleminin çözümünü Bölüm 3’de elde edilen sonuçları kullanarak kapalı-açık çevrim kontrolü için tekrar yazalım. Bunun için A yerine $\bar{A}$, P yerine $\bar{P}$, q yerine $\bar{q}$ ve $f(t)$ yerine $e^{\alpha t} f(t)$ yazmak yeterli olacaktır. Bu yapıldığında

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}}(t) - \left(\frac{1}{2} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T - \bar{\mathbf{A}}^T \right) \bar{\mathbf{q}} - e^{\alpha t} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{H} f = \mathbf{0} , \quad \bar{\mathbf{q}}(t_1) = \mathbf{0} \quad (6.16)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{P}}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{P}} - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} , \quad \bar{\mathbf{P}}(t_1) = \mathbf{0} \quad (6.17)$$

$$\bar{\mathbf{v}}^*(t, \bar{\boldsymbol{\zeta}}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T (\bar{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\boldsymbol{\zeta}}) \quad (6.18)$$

denklemleri elde edilir. (6.18) denklemiyle verilen kapalı-açık çevrim kontrol kuvveti (6.1)-(6.2) dönüşümlerinin yardımıyla $\mathbf{Z}(t)$ ve $\mathbf{U}(t)$ cinsinden tekrar yazılacak olursa

$$\mathbf{U}^*(t, \mathbf{Z}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T (e^{-\alpha t} \bar{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z}) \quad (6.19)$$

elde edilir. Bu sonuçları daha önce elde edilen sonuçlara benzetebilmek için (6.1)-(6.2) ve

$$\tilde{\boldsymbol{\varphi}}(t) = e^{-\alpha t} \bar{\mathbf{q}} \quad (6.20)$$

dönüşümünden yararlanarak

$$\bar{\mathbf{q}} = e^{\alpha t} \tilde{\boldsymbol{\varphi}} \quad (6.21)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\varphi}}} = \alpha e^{\alpha t} \tilde{\boldsymbol{\varphi}} + e^{\alpha t} \dot{\tilde{\boldsymbol{\varphi}}} \quad (6.22)$$

ifadelerinin yardımıyla (6.16) ve (6.19) denklemleri tekrar yazılırsa

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\varphi}}} - \left(\frac{1}{2} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T - \bar{\mathbf{A}}^T \right) \tilde{\boldsymbol{\varphi}} - \bar{\mathbf{P}} \mathbf{H} f = \mathbf{0} , \quad \tilde{\boldsymbol{\varphi}}(t_1) = \mathbf{0} \quad (6.23)$$

$$\mathbf{U}^*(t, \mathbf{Z}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T (\tilde{\varphi} + \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z}) \quad (6.24)$$

denklemleri elde edilir. Burada

$$\bar{\bar{\mathbf{A}}} = \mathbf{A} + 2\alpha \mathbf{I} \quad (6.25)$$

Özetlemek gerekirse (3.7) kısıtı altında (6.7) fonksiyoneline minimum değer veren optimal kapalı-açık çevrim kontrolü (6.24) denklemiyle verilmektedir. $\bar{\mathbf{P}}$ ve $\tilde{\varphi}$, (6.17) ve (6.23) denklemlerinin çözümünden elde edilecektir. $\alpha=0$ olduğunda (6.17), (6.23) ve (6.24) denklemleri Bölüm 3’de verilen (3.49), (3.48) ve (3.44) denklemleri ile üst üste düşer.

Şimdi α kararlılık katsayısının kapalı-açık çevrim kontrolünü nasıl etkilediğini araştıralım. Bilindiği gibi (6.23) denkleminin çözümü $\mathbf{G}^{-n}$ matrisinin 2.normunun n ile nasıl değiştiğine çok bağlıdır. Burada $\mathbf{G}$ matrisi

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T - \bar{\bar{\mathbf{A}}}^T \quad (6.26)$$

olarak tanımlanmıştır. α ’nın değişik değerleri için $\mathbf{G}^{-n}$ matrisinin 2.normu Tablo 6.2’de verilmiştir.

Tablo 6.2 α değerleri için $\mathbf{G}^{-n}$ matrisinin 2.normu.

	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$
$\alpha=0$	30.59	28.74	21.06	16.07	13.85	11.10	8.93
$\alpha=1$	31.62	30.05	22.21	17.46	15.19	12.26	9.91
$\alpha=2$	32.66	31.35	23.36	18.96	16.61	13.51	10.91
$\alpha=3$	33.72	32.66	24.52	20.57	18.14	14.83	11.94
$\alpha=4$	34.82	33.99	25.68	22.30	19.77	16.24	13.9

Tablo 6.2’de görüldüğü gibi bütün α değerleri için G^n matrisinin 2.normu n ile beraber hızlı bir şekilde azalmaktadır. Dolayısıyla (6.23) denkleminin yaklaşık çözümü depremin yakın-gelecek ivme değerleri tahmin edilerek (3.94) denkleminin yardımıyla elde edilebilir.

G^n matrisinin 2.normu aslında deprem ivme değerlerinin çözüme olan etkisini gösteren bir katsayı olarak değerlendirilebilir. Bu katsayı küçüldüğünde o ivme değerinin etkisi küçülmekte, arttığında ise çözüme olan katkısı artmaktadır. Tablo 6.2 bu açıdan incelendiğinde sistemin kararlılık mertebesi arttıkça her bir ivme değerinin çözümdeki ağırlığının arttığı görülecektir. Dolayısıyla kararlı sistemlerde daha az kararlı sistemlere göre daha az nokta tahmin ederek daha düşük deplasmanlar elde edilebilecektir. Bu amaçla değişik α değerleri için daha önce çözülen üç katlı yapı tekrar çözülmüş ve sonuçlar Tablo 6.3-6.7’de verilmiştir.

Şimdi Tablo 6.3-6.7’de verilen sonuçlara göre $\alpha=0$ olduğunda beş ileri tahminle elde edilen deplasmanların diğer α değerlerinde kaç ileri tahminle elde edildiğine bakalım.

Tablo 6.3 $\alpha=0$ için maksimum rölatif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.

Katlar	Maksimum kat rölatif deplasmanları(cm)			Maksimum kat kontrol kuvvetleri (kN)		
	1	2	3	1	2	3
1 adım ileri tahmin	0.82	1.66	2.75	278	212	195
2 adım ileri tahmin	0.76	1.52	2.48	285	206	182
3 adım ileri tahmin	0.73	1.41	2.23	283	203	173
4 adım ileri tahmin	0.72	1.33	2.00	275	200	167
5 adım ileri tahmin	0.73	1.29	1.81	264	209	166

Tablo 6.4 $\alpha=1$ için maksimum rölâtif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.

Katlar	Maksimum kat rölâtif deplasmanları(cm)			Maksimum kat kontrol kuvvetleri (kN)		
	1	2	3	1	2	3
1 adım ileri tahmin	0.70	1.41	2.28	294	212	191
2 adım ileri tahmin	0.64	1.26	2.00	305	206	176
3 adım ileri tahmin	0.61	1.15	1.74	304	205	164
4 adım ileri tahmin	0.61	1.08	1.50	296	223	157
5 adım ileri tahmin	0.61	1.03	1.31	284	235	179

Tablo 6.5 $\alpha=2$ için maksimum rölâtif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.

Katlar	Maksimum kat rölâtif deplasmanları(cm)			Maksimum kat kontrol kuvvetleri (kN)		
	1	2	3	1	2	3
1 adım ileri tahmin	0.59	1.18	1.86	316	214	183
2 adım ileri tahmin	0.53	1.03	1.57	328	207	165
3 adım ileri tahmin	0.51	0.93	1.30	327	229	151
4 adım ileri tahmin	0.51	0.85	1.07	318	248	175
5 adım ileri tahmin	0.52	0.81	0.89	306	262	207

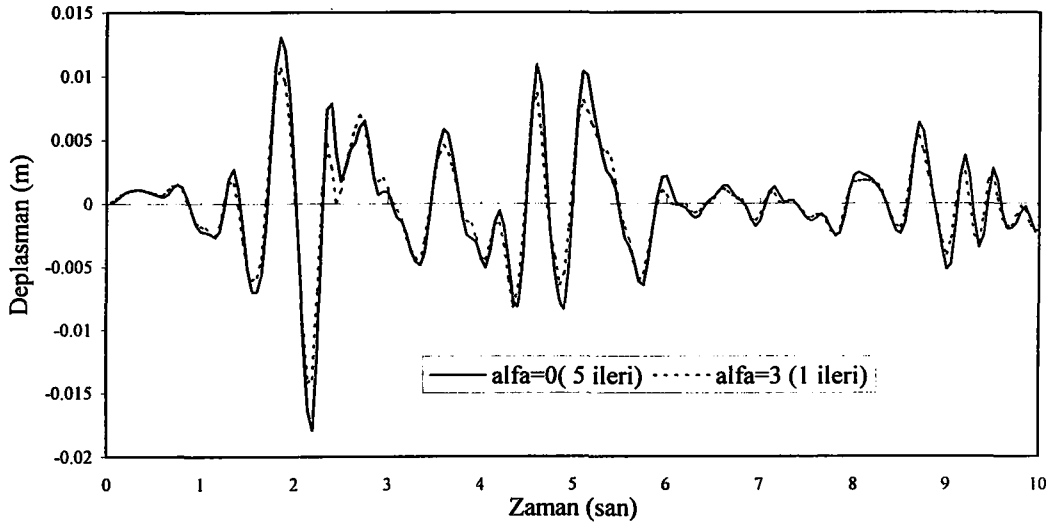
Tablo 6.6 $\alpha=3$ için maksimum rölâtif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.

Katlar	Maksimum kat rölâtif deplasmanları(cm)			Maksimum kat kontrol kuvvetleri (kN)		
	1	2	3	1	2	3
1 adım ileri tahmin	0.50	0.98	1.50	338	216	173
2 adım ileri tahmin	0.44	0.84	1.21	351	228	154
3 adım ileri tahmin	0.42	0.73	0.94	350	251	164
4 adım ileri tahmin	0.42	0.66	0.71	340	271	195
5 adım ileri tahmin	0.44	0.62	0.57	327	284	227

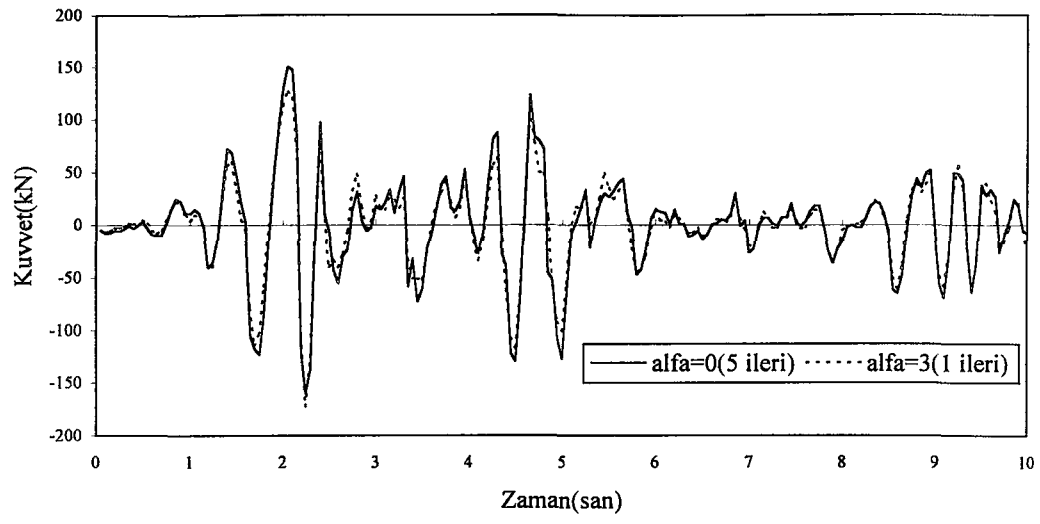
Tablo 6.7 $\alpha=4$ için maksimum rölâtif deplasmanlar ve kontrol kuvvetleri.

Katlar	Maksimum kat rölâtif deplasmanları(cm)			Maksimum kat kontrol kuvvetleri (kN)		
	1	2	3	1	2	3
1 adım ileri tahmin	0.42	0.82	1.22	359	223	163
2 adım ileri tahmin	0.36	0.68	0.92	372	246	151
3 adım ileri tahmin	0.34	0.57	0.66	370	270	178
4 adım ileri tahmin	0.35	0.51	0.45	360	284	209
5 adım ileri tahmin	0.37	0.48	0.36	345	303	242

Tablo 6.4'e göre, $\alpha=1$ olduğunda daha küçük deplasmanlar üç adım ileri tahminle elde edilmiştir. $\alpha=2$ olduğunda $\alpha=1$ 'den daha iyi sonuçlar sadece iki adım ileri tahminle elde edilmiştir. $\alpha=3$ olduğunda ise $\alpha=0$ iken beş adım ileri tahminle elde edilen deplasmanlardan daha küçük deplasmanlar sadece bir adım ileri tahminle elde edilmişlerdir. Buna karşılık özellikle 1. ve 2. kat kontrol kuvvetlerinde artmalar olmuştur. Ayrıca $\alpha=0$ (5 ileri) ve $\alpha=3$ (1 ileri) durumlarına ait 3.kat deplasman ve kontrol kuvvetleri Şekil 6.1 ve Şekil 6.2' de verilmiştir.



Şekil 6.1 3.kat deplasmanı.



Şekil 6.2 3.kat kontrol kuvveti.

BÖLÜM 7

YAPILARDA ÇOK NOKTALI ANİ KONTROL PROBLEMLERİ

Daha önce ifade edildiği gibi (3.7)-(3.9) denklemleriyle verilen lineer regülatör probleminin deprem etkisindeki yapılara uygulanması ancak kapalı-çevrim kontrolü şeklinde olmaktadır. Çünkü kapalı-açık ve açık-çevrim kontrolleri depremin tamamının önceden bilinmesini gerektirdiklerinden yapılara uygulanmaları mümkün olmamaktadır. Bu güçlüğü ortadan kaldırabilmek için çeşitli kontrol algoritmaları önerilmiştir. Bu algoritmaların geniş bir özeti [3]'de verilmiştir. Yang[41] tarafından önerilen ani optimal kontrol algoritması bunlardan bir tanesidir. Bu algoritmada performans indeksi olarak (3.9) ile verilen entegral tipli fonksiyonel yerine,

$$J(U) = Z^T(t) Q Z(t) + U^T(t) R U(t) \quad (7.1)$$

şeklinde zamana bağlı bir fonksiyon ele alınmış ve aktif kontrolün $U(t)$ değeri (7.1) fonksiyonunun minimum yapılması koşulundan elde edilmiştir. Bu algoritmada lineer regülatör probleminde karşılaşılan ve çözümü özellikle yüksek serbestlik dereceli sistemler için güçlükler içeren lineer olmayan matris Riccati denkleminin çözümüne gerek olmamaktadır.

Bu bölümde aktif kontrolü belirlemek için

$$J_{m,t}(U) = \sum_{k=0}^m Z^T(t+k\delta) Q_k Z(t+k\delta) + U^T(t) R U(t) \rightarrow \min \quad (7.2)$$

şeklinde çok noktalı ani performans indeksi kullanılmış ve aktif kontrolün ifadesi Lagrange çarpanları yöntemiyle elde edilmiştir. (7.2) ifadesinde Q_k 'lar negatif

olmayan $(2n \times 2n)$ boyutlu simetrik sabit matrislerdir, $\mathbf{R}$ ise $(r \times r)$ boyutlu pozitif belirli simetrik sabit matristir. $\delta > 0$ ise kontrol anları arasındaki süredir.

7.1 ÇOK NOKTALI ANİ PERFORMANS İNDEKSİ İÇİN AKTİF KONTROLÜN ELDE EDİLMESİ

(5.2) ile verilen çok noktalı ani performans indeksini özel halde üç noktalı olarak

$$J_{2,t}(\mathbf{U}) = \sum_{k=0}^2 \mathbf{Z}^T(t+k\delta) \mathbf{Q}_k \mathbf{Z}(t+k\delta) + \mathbf{U}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{U}(t) \rightarrow \min \quad (7.3)$$

şeklinde seçelim. Yani aktif kontrolün t noktasındaki değerini (7.3) fonksiyonuna minimum değer veren $\mathbf{U}(t)$ noktası olarak tanımlayalım. (3.7) denkleminin çözümü

$$\mathbf{Z}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \mathbf{Z}^0 + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-s)} \mathbf{q}(s) ds \quad (7.4)$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{B} \mathbf{U}(t) + \mathbf{H} f(t) \quad (7.5)$$

olduğu aşıkardır. (7.4) denkleminde kolaylıkla

$$\mathbf{Z}(t) = e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{Z}(t-\delta) + \int_{t-\delta}^t e^{\mathbf{A}(t-s)} \mathbf{q}(s) ds \quad (7.6)$$

elde edilir. Burada $t \geq \delta$ şartı geçerlidir.

(7.6) denkleminin sağ tarafındaki entegral trapez kuralı ile yaklaşık olarak hesaplanırsa

$$\mathbf{Z}(t) = e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{Z}(t-\delta) + (\delta/2) e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{q}(t-\delta) + (\delta/2) [\mathbf{B} \mathbf{U}(t) + \mathbf{D} f(t)] + O(\delta^3) \quad (7.7)$$

denklemini elde edilir. Burada $O(\delta^3)$ ile $\delta \rightarrow +0$ olduğunda $|g(\delta)| \leq C_0 \delta^3$, $C_0 = \text{sabit} > 0$ koşulunu sağlayan $g(\delta)$ büyüklüğü gösterilmiştir. (7.4) denkleminde benzer şekilde

$$\mathbf{Z}(t+\delta) = e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{Z}(t) + (\delta/2) e^{\mathbf{A}\delta} [\mathbf{B} \mathbf{U}(t) + \mathbf{D} f(t)] + (\delta/2) \mathbf{q}(t+\delta) + O(\delta^3) \quad (7.8)$$

ve

$$\mathbf{Z}(t+2\delta) = e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{Z}(t+\delta) + (\delta/2) e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{q}(t+\delta) + (\delta/2) \mathbf{q}(t+2\delta) + O(\delta^3) \quad (7.9)$$

denklemleri elde edilir.

Şimdi

$$\omega(t-\delta) = e^{\mathbf{A}\delta} [\mathbf{Z}(t-\delta) + (\delta/2) \mathbf{q}(t-\delta)] \quad (7.10-a)$$

$$\mathbf{y}_1(t) = (1/2) \mathbf{q}(t+\delta) \quad (7.10-b)$$

$$\mathbf{y}_2(t) = (1/2) [e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{q}(t+\delta) + \mathbf{q}(t+2\delta)] \quad (7.10-c)$$

olsun. O zaman (7.7)-(7.9) denklemlerinde $O(\delta^3)$ mertebeli büyüklükler ihmal edilirse

$$\mathbf{Z}(t) = \omega(t-\delta) + (\delta/2) [\mathbf{B} \mathbf{U}(t) + \mathbf{D} f(t)] \quad (7.11-a)$$

$$\mathbf{Z}(t+\delta) = e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{Z}(t) + (\delta/2) e^{\mathbf{A}\delta} [\mathbf{B} \mathbf{U}(t) + \mathbf{D} f(t)] + \delta \mathbf{y}_1(t) \quad (7.11-b)$$

$$\mathbf{Z}(t+2\delta) = e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{Z}(t+\delta) + \delta \mathbf{y}_2(t) \quad (7.11-c)$$

denklemleri elde edilir. Dolayısıyla (7.3) fonksiyonunun (7.11) koşulları altında minimum değerinin bulunması problemi elde edilir. Bu problemin Lagrange fonksiyonu [50]

$$\begin{aligned}
L = & \lambda^T(t) [\mathbf{Z}(t) - (\delta/2) \mathbf{B} \mathbf{U}(t) - (\delta/2) \mathbf{D} f(t) - \omega(t-\delta)] + \lambda^T(t+\delta) [\mathbf{Z}(t+\delta) - e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{Z}(t) \\
& - \delta/2 e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{B} \mathbf{U}(t) - (\delta/2) e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{D} f(t) - \delta \mathbf{y}_1(t)] + \lambda^T(t+2\delta) [\mathbf{Z}(t+2\delta) \\
& - e^{\mathbf{A}\delta} \mathbf{Z}(t+\delta) - \delta \mathbf{y}_2(t)] + \mu(t) [\sum_{k=0}^2 \mathbf{Z}^T(t+k\delta) \mathbf{Q}_k \mathbf{Z}(t+k\delta) + \mathbf{U}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{U}(t)] \quad (7.12)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

Burada $\lambda(t+k\delta)$ 'lar sabit sütun vektör çarpanlarıdır, $\mu(t)$ ise sabit skaler çarpanıdır. Lagrange prensibinden minimum noktası için ,

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{Z}(t)} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Z}(t+\delta)} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Z}(t+2\delta)} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{U}(t)} = 0 \quad (7.13)$$

koşulları elde edilir. Bu koşullar açık şekilde yazılırsa

$$\lambda(t) - \bar{\mathbf{K}}^T \lambda(t+\delta) + \mu(t) \hat{\mathbf{Q}}_0 \mathbf{Z}(t) = \mathbf{0} \quad (7.14-a)$$

$$\lambda(t+\delta) - \bar{\mathbf{K}}^T \lambda(t+2\delta) + \mu(t) \hat{\mathbf{Q}}_1 \mathbf{Z}(t+\delta) = \mathbf{0} \quad (7.14-b)$$

$$\lambda(t+2\delta) + \mu(t) \hat{\mathbf{Q}}_2 \mathbf{Z}(t+2\delta) = \mathbf{0} \quad (7.14-c)$$

$$-(\delta/2) \mathbf{B}^T \lambda(t) - (\delta/2) \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{K}}^T \lambda(t+\delta) + \mu(t) \hat{\mathbf{R}} \mathbf{U}(t) = \mathbf{0} \quad (7.14-d)$$

denklemleri elde edilir. Burada

$$\bar{\mathbf{K}} = e^{\mathbf{A}\delta}; \quad \hat{\mathbf{Q}}_0 = \mathbf{Q}_0 + \mathbf{Q}_0^T; \quad \hat{\mathbf{Q}}_1 = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_1^T \quad (7.15-a)$$

$$\hat{\mathbf{Q}}_2 = \mathbf{Q}_2 + \mathbf{Q}_2^T; \quad \hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R} + \mathbf{R}^T \quad (7.15-b)$$

(7.14) denklemlerinden $\mu(t)=1$ olduğu elde edildikten sonra (7.14-d) denkleminde $U(t)$ için

$$U(t) = (\delta/2) \hat{R}^{-1} B^T [\lambda(t) + \bar{K}^T \lambda(t+\delta)] \quad (7.16)$$

ifadesine varılır. (7.16) denkleminde (7.14-a) -(7.14-c) denklemlerinin yardımıyla

$$U(t) = -(\delta/2) \hat{R}^{-1} B^T [\hat{Q}_0 Z(t) + 2 \bar{K}^T \hat{Q}_1 Z(t+\delta) + 2(\bar{K}^T)^2 \hat{Q}_2 Z(t+2\delta)] \quad (7.17)$$

şeklinde kapalı çevrim kontrolü elde edilir. Açık ki (7.17) çevrimi durumun sadece $Z(t)$ değerine değil, aynı zamanda $Z(t+\delta)$ ve $Z(t+2\delta)$ değerlerine de bağlıdır. Bu çevrimin uygulanabilmesi için açıktır ki her bir t anında $Z(t+\delta)$ ve $Z(t+2\delta)$ durumlarının belirli bir ekstrapolasyon yardımıyla tahmin edilerek bulunması gerekir. Şimdi ise (7.17)'den $Z(t+\delta)$ ve $Z(t+2\delta)$ terimlerini içermeyen kapalı çevrim şeklinde bazı yaklaşımlar elde edelim. Bunun için (7.11-b) ve (7.11-c) denklemleri (7.17) denkleminde yerine yazılırsa

$$U(t) = -(\delta^2/2) \hat{R}^{-1} B^T \bar{K}^T (\hat{Q}_1 + \bar{K}^T \hat{Q}_2 \bar{K}) \bar{K} B U(t) - (\delta/2) \hat{R}^{-1} B^T M_1 Z(t) \\ - (\delta^2/2) \hat{R}^{-1} B^T M_2 f(t) - (\delta^2/2) \hat{R}^{-1} B^T y(t) \quad (7.18)$$

ifadesi elde edilir. Burada

$$M_1 = \hat{Q}_0 + 2 \bar{K}^T (\hat{Q}_1 + \bar{K}^T \hat{Q}_2 \bar{K}) \bar{K} \quad (7.19-a)$$

$$M_2 = \bar{K}^T (\hat{Q}_1 + \bar{K}^T \hat{Q}_2 \bar{K}) \bar{K} D \quad (7.19-b)$$

$$y(t) = \bar{K}^T [(\hat{Q}_1 + 2 \bar{K}^T \hat{Q}_2 \bar{K}) q(t+\delta) + \bar{K}^T \hat{Q}_2 q(t+2\delta)] \quad (7.19-c)$$

şeklinde tanımlanmıştır. (7.18) denkleminde $U(t)$ için

$$\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{I} + (\delta^2/2) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{K}}^T (\hat{\mathbf{Q}}_1 + \bar{\mathbf{K}}^T \hat{\mathbf{Q}}_2 \bar{\mathbf{K}}) \bar{\mathbf{K}} \mathbf{B} \quad (7.20)$$

şeklinde tanımlanan $\bar{\mathbf{S}}$ matrisi kullanılarak

$$\mathbf{U}(t) = -(\delta/2) \bar{\mathbf{S}}^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T [\mathbf{M}_1 \mathbf{Z}(t) + \delta \mathbf{M}_2 f(t) + \delta \mathbf{y}(t)] \quad (7.21)$$

ifadesi elde edilir.

Açıktır ki aktif kontrolün (7.21) ifadesinde $\mathbf{Z}(t)$ durumuna bağlı olan terim esas terimdir, geriye kalan terimler ise daha küçük terimlerdir. (7.21) denklemi (7.11-a)'da yerine yazılırsa

$$\mathbf{Z}(t) = \omega(t-\delta) - (\delta^2/4) \mathbf{B} \bar{\mathbf{S}}^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T [\mathbf{M}_1 \mathbf{Z}(t) + \delta \mathbf{M}_2 f(t) + \delta \mathbf{y}(t)] + (\delta/2) \mathbf{D} f(t) \quad (7.22)$$

denklemi elde edilir. Buradan ise $\mathbf{Z}(t)$ için

$$\mathbf{Z}(t) = \hat{\mathbf{N}}^{-1} [\omega(t-\delta) + (\delta/2) \mathbf{D} f(t)] - (\delta^3/4) \hat{\mathbf{N}}^{-1} \bar{\mathbf{S}}^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T [\mathbf{M}_2 f(t) + \mathbf{y}(t)] \quad (7.23)$$

elde edilir. Burada açıktır ki $\hat{\mathbf{N}}$ ve $\hat{\mathbf{N}}^{-1}$ için

$$\hat{\mathbf{N}} = \mathbf{I} + (\delta^2/4) \mathbf{B} \bar{\mathbf{S}}^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M}_1 \quad (7.24)$$

$$\hat{\mathbf{N}}^{-1} = \mathbf{I} - (\delta^2/4) \mathbf{B} \bar{\mathbf{S}}^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M}_1 + O(\delta^4) \quad (7.25)$$

eşitliği geçerlidir. Bu ise (7.23)'de esas terimin birinci terim olduğunu göstermektedir. Eğer aktif kontrolün ifadesinde $O(\delta^2)$ mertebeli terimler ihmal edilirse o zaman (7.18)'den

$$\mathbf{U}(t) = -(\delta/2) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M}_1 \mathbf{Z}(t) \quad (7.26)$$

kapalı-çevrim kontrolü elde edilir. (7.26) çevrimi kolaylıkla (7.21)'den de elde edilebilir. (7.26) aktif kontrolüne uygun olan durum ise (7.23)'den

$$\mathbf{Z}(t) = \hat{\mathbf{N}}^{-1} [\omega(t-\delta) + (\delta/2) \mathbf{D} f(t)] + O(\delta^3) \quad (7.27)$$

şeklinde elde edilir. Açıkta ki (7.26) kapalı-çevrimi

$$\mathbf{U}(t) = - (\delta/2) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T (\hat{\mathbf{Q}}_0 + 2\hat{\mathbf{Q}}_1 + 2\hat{\mathbf{Q}}_2) \mathbf{Z}(t) + O(\delta^2) \quad (7.28)$$

şeklinde de yazılabilir. Bu çevrime karşı gelen durum ise

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{N}_0^{-1} [\omega(t-\delta) + (\delta/2) \mathbf{D} f(t)] + O(\delta^3) \quad (7.29)$$

şeklindedir. Burada

$$\mathbf{N}_0 = \mathbf{I} + (\delta^2/4) \mathbf{B} \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{B}^T (\hat{\mathbf{Q}}_0 + 2\hat{\mathbf{Q}}_1 + 2\hat{\mathbf{Q}}_2) \quad (7.30)$$

7.2 AĞIRLIK KATSAYILARININ ÖZEL FORMLARI

$\mathbf{Q}_0$, $\mathbf{Q}_1$ ve $\mathbf{Q}_2$ matrisleri performans indeksine uygun olarak $\mathbf{Z}(t)$, $\mathbf{Z}(t+\delta)$ ve $\mathbf{Z}(t+2\delta)$ durumlarına verilmiş olan ağırlık katsayılarıdır. Bu katsayıları özel şekilde seçerek (7.28) denkleminde çeşitli kapalı çevrimler elde edilebilir. Birinci durumda yapıya kontrol kuvveti uygulanmamaktadır. Diğer bütün durumlarda ise $\mathbf{Q}$ ve $\mathbf{R}$ matrisleri simetrik olarak seçilmiştir.

İkinci durumda $\mathbf{Q}_0=\mathbf{Q}$; $\mathbf{Q}_1=\mathbf{Q}_2=0$ olarak seçilmiştir. Bu durumda $\hat{\mathbf{Q}}_0=2\mathbf{Q}$; $\hat{\mathbf{R}}=2\mathbf{R}$, $\hat{\mathbf{R}}^{-1}=(1/2)\mathbf{R}^{-1}$ olur. Bu değerlerle (7.28) ve (7.29) denklemlerine gidilirse

$$\mathbf{U}(t) = - (\delta/2) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z}(t) + O(\delta^2) \quad (7.31)$$

$$\mathbf{Z}(t) = [\mathbf{I} + (\delta^2/4) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}]^{-1} [\omega(t-\delta) + (\delta/2) \mathbf{D} f(t)] + O(\delta^3) \quad (7.32)$$

denklemleri elde edilir. (7.32) ile verilen aktif kontrol kuvveti Yang[41] tarafından verilen ani optimal kontrol ile üst üste düşmektedir. Dolayısıyla ani optimal kontrol burada önerilen çok noktalı ani kontrolün özel bir halidir.

Üçüncü durumda penaltı katsayıları $\mathbf{Q}_0 = \mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q}$ şeklinde seçilmiştir. O zaman $\hat{\mathbf{Q}}_k = 2\mathbf{Q}$, $\hat{\mathbf{R}} = 2\mathbf{R}$, $\hat{\mathbf{R}}^{-1} = (1/2)\mathbf{R}^{-1}$ olur. Bu durumda (7.28) ve (7.29)'dan $\mathbf{U}(t)$ ve ona karşı gelen $\mathbf{Z}(t)$ için

$$\mathbf{U}(t) = - (5 \delta / 2) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z}(t) + O(\delta^2) \quad (7.33)$$

$$\mathbf{Z}(t) = [\mathbf{I} + (5 \delta^2 / 4) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}]^{-1} [\omega(t - \delta) + (\delta / 2) \mathbf{D} f(t)] + O(\delta^3) \quad (7.34)$$

denklemleri elde edilir.

Dördüncü durumda benzer şekilde (7.28) ve (7.29) denklemlerinden $\mathbf{Q}_0 = \mathbf{Q}$, $\mathbf{Q}_1 = (1/2)\mathbf{Q}$ ve $\mathbf{Q}_2 = (1/4)\mathbf{Q}$ için

$$\mathbf{U}(t) = - (5 \delta / 4) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z}(t) + O(\delta^2) \quad (7.35)$$

$$\mathbf{Z}(t) = [\mathbf{I} + (5 \delta^2 / 8) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}]^{-1} (\omega(t - \delta) + (\delta / 2) \mathbf{D} f(t)) + O(\delta^3) \quad (7.36)$$

elde edilir.

$\mathbf{Q}_0 = \mathbf{Q}$, $\mathbf{Q}_1 = 2\mathbf{Q}$ ve $\mathbf{Q}_2 = 4\mathbf{Q}$ olduğu son durumda ise

$$\mathbf{U}(t) = - (13 \delta / 2) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z}(t) + O(\delta^2) \quad (7.37)$$

$$\mathbf{Z}(t) = [\mathbf{I} + (13 \delta^2 / 4) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}]^{-1} [\omega(t - \delta) + (\delta / 2) \mathbf{D} f(t)] + O(\delta^3) \quad (7.38)$$

olur.

7.3 SAYISAL UYGULAMA

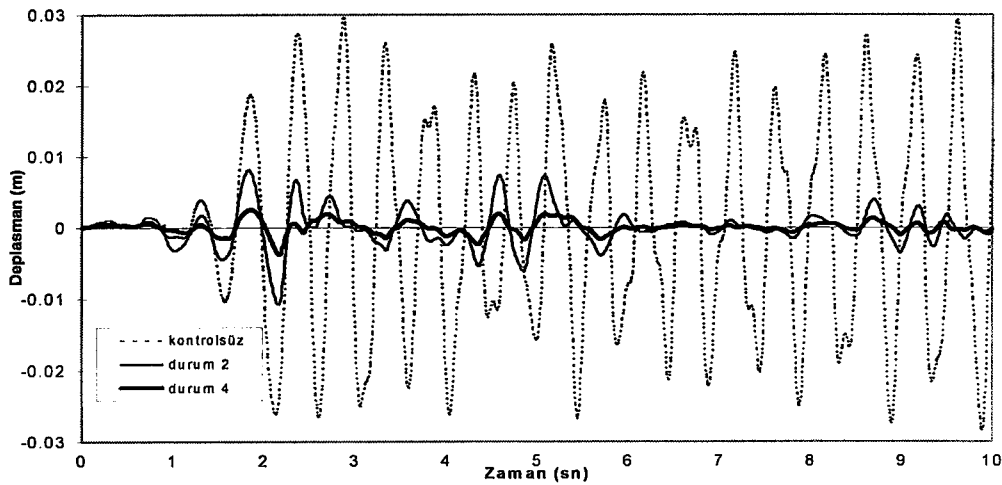
Sayısal uygulama olarak Bölüm 5.'te verilen üç katlı sönümsüz yapının yukarıda tarif edilen durumlar için davranışı incelenmiştir. $\mathbf{Q}$ ve $\mathbf{R}$ ağırlık matrislerine atanan sayısal değerler karşılaştırma yapabilmek amacıyla Bölüm. 5'te ani optimal kontrol

için seçilenler ile aynıdır. Yapıya dış yük olarak Şekil 4.16'da verilen 1940 El Centro depreminin ilk on saniyesi etki ettirilmiştir.

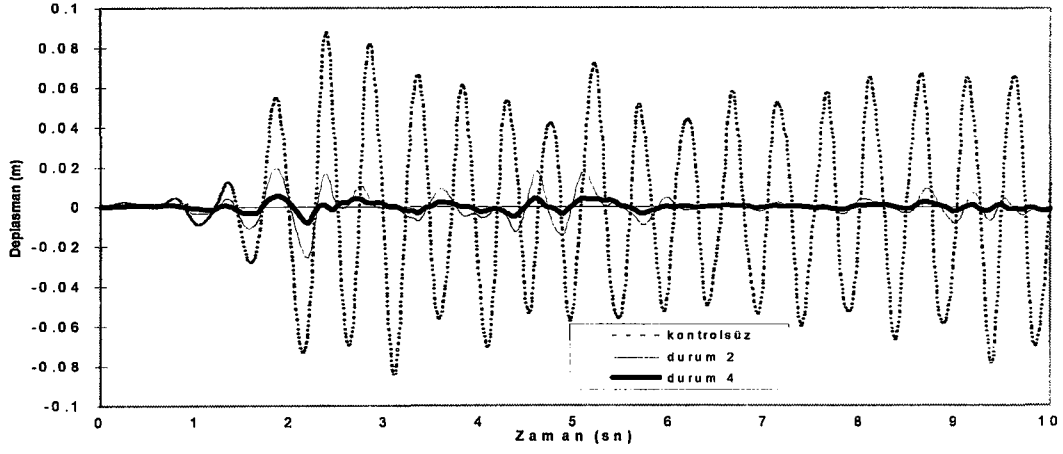
Kontrolsüz, durum 2 ve durum 4 için ilk ve son katlara ait deplasman ve kontrol kuvvetleri sırasıyla Şekil 7.1-7.4'de gösterilmiştir. Ayrıca bütün durumlar için maksimum deplasmanlar, kontrol kuvvetleri ve taban kesme kuvvetleri Tablo 7.1'de verilmiştir.

Şekil 7.1-7.2 ve Tablo 7.1'den elde edilen ilk sonuç önerilen kontrol algoritması kullanıldığında bütün durumlarda kontrolsüz deplasmanların çok belirgin bir şekilde azaldığıdır. İkinci sonuç ise 3., 4. ve 5.durumların deplasmanların azalması bakımından 2.durumdan daha iyi performans gösterdiği'dir. Daha öncede belirtildiği gibi 2.durum burada önerilen çok noktalı ani kontrolün özel bir halidir ve [41]'de verilen ani optimal kontrol ile aynıdır.

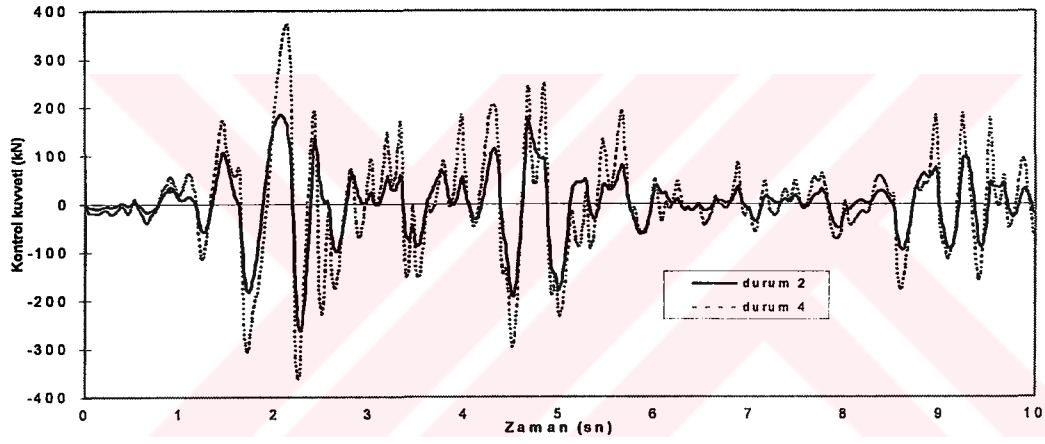
Deplasmanlardaki belirgin azalmanın karşılığı olarak özellikle ilk katlarda kontrol kuvvetlerinin artması beklenen bir sonuçtur. Nitekim Tablo 7.1'de görüldüğü gibi 1. ve 2.kat kontrol kuvvetlerinde artış görülmektedir. Fakat bununla beraber 4.durumdaki 3.kat kontrol kuvveti 2.durumdaki 3.kat kontrol kuvvetinden daha küçüktür.



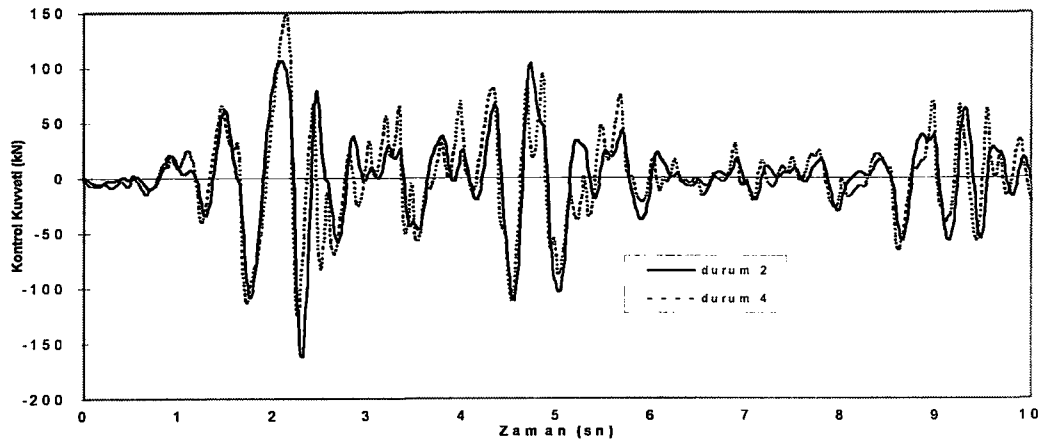
Şekil 7.1 Birinci kat deplasmanı.



Şekil 7.2 Üçüncü kat deplasmanı.



Şekil 7.3 Birinci kat kontrol kuvveti.



Şekil 7.4 Üçüncü kat kontrol kuvveti.

Tablo 7.1 Deplasmanlar, kontrol kuvvetleri ve taban kesme kuvvetleri.

	Birinci Kat		İkinci Kat		Üçüncü Kat		Taban Kesme Kuvveti
	$x_{\max}$ (cm)	$U_{\max}$ (kN)	$x_{\max}$ (cm)	$U_{\max}$ (kN)	$x_{\max}$ (cm)	$U_{\max}$ (kN)	$S_{\max}$ (kN)
Durum 1	2.96	-	5.42	-	8.81	-	1374.50
Durum 2	1.08	263.24	1.91	220.36	2.56	162.05	500.87
Durum 3	0.65	352.30	1.13	257.70	1.43	140.80	301.57
Durum 4	0.38	373.70	0.66	258.70	0.81	148.90	177.50
Durum 5	0.16	439.70	0.27	297.40	0.33	156.90	74.53

BÖLÜM 8

AYARLI KÜTLESEL SÖNÜMLEYİCİLERİN AÇIK DENİZ YAPILARINA UYGULANMASI

Gemi dizaynında meydana gelen gelişmeler daha büyük yeni yanaşma yapılarını gerektirmektedir. Fakat mevcut limanlardaki yer darlığı ve gemilerin manevrası için gerekli derin su ihtiyacından dolayı yanaşma yapıları liman dışında yapılmaktadır. Bunun doğal sonucu olarak bu yapıların daha büyük yükler ve deplasmanlar için dizayn edilmeleri gerekmektedir. Çünkü bu yapılar gemilerin yanaşması esnasında oluşan kuvvetlerden başka aynı zamanda dalga ve rüzgar gibi kuvvetlerinde etkisindedirler.

Ayrıca gemi trafiğindeki artış ve diğer çeşitli sebeplerden dolayı yanaşma esnasında hem insan hayatına hem de çevreye büyük zarar verebilecek kazalar meydana gelmektedir. Bu sorunları çözmede mevcut yönetmeliklerin ve kuralların yenilenmeleri bir dereceye kadar etkili olmaktadır.

Yukarıda bir kısmı ifade edilen nedenler bir açık deniz yapısına yanaşma probleminin ve yanaşma yapısının daha dikkatli bir şekilde ele alınmasını gerektirmektedir. Her ne sebeple olursa olsun yanaşma yapılarında oluşabilecek fazla miktarda enerjinin yardımcı sistemler tarafından alınarak esas yapının korunması gerekmektedir.

Yanaşma yapılarında bu iş için usturmaçalar kullanılmaktadır. Usturmaçalar fazla miktarda kinetik enerjiyi absorbe ederek yanaşma yapısına ve gemiye daha az kuvvet gelmesine sebep olurlar. Başka yardımcı sistemler olmadığından usturmaçalarda çok büyük deplasmanlar oluşmaktadır. Bu durumda büyük deplasmanlardan dolayı usturmaçalarda oluşan lineer olmayan davranışın ve histeriz kayıplarının modellemede dikkate alınması gerekmektedir. Esnek deniz yapılarına yanaşma

probleminin analitik modelleri ve çözümü hakkında literatürde birçok çalışma vardır[70-73].

Bu çalışmada ise deniz yapısını ve gemiyi maruz kalabilecekleri büyük kuvvetlere karşı korumada usturmaçalara ek olarak pasif kontrol sistemlerinden ayarlı kütleli sönümleyicilerin kullanılması önerilmiş ve sayısal örneklerle sonuçlar tartışılmıştır.

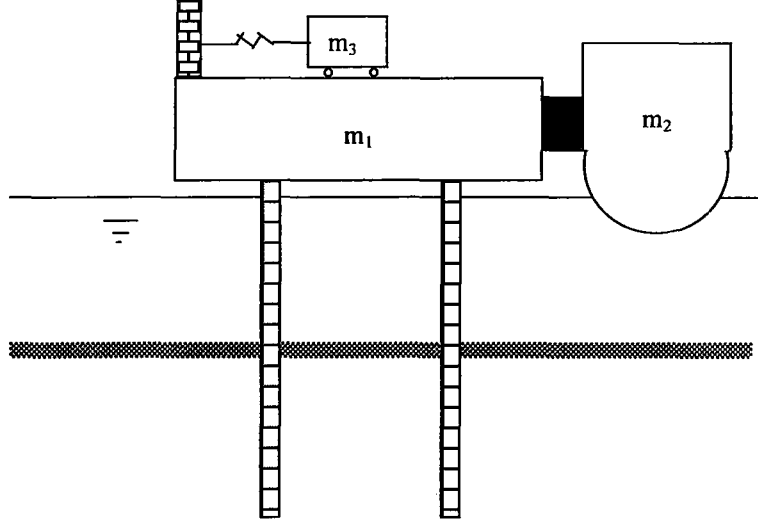
Problem en genel halde lineer olmayan bir esnek deniz yapısına yanaşma problemi olarak ele alınmış, daha sonra lineer çözüm bu genel çözümden özel hal olarak elde edilmiştir. Modellemede yanaşma yapısı dipten kazıklarla mesnetlenmiş bir rijit platform, gemi ise rijit bir cisim olarak kabul edilmiştir. Platform ve gemi arasındaki dönmeler ve hidrodinamik etkileşimler ihmal edilmiş ve sabit ilave kütle(constant added mass) kabul edilmiştir. Genel halde usturmaça ve kazıklar lineer olmayan yaylar ile modellenmişlerdir. İç ve dış sönümler hızın fonksiyonu olarak kabul edilmiştir. Problemin çözümü durum vektörü kavramı kullanılarak Wilson- θ yöntemiyle zaman ortamında yapılmıştır. Programda lineer olmayan sönüm ve elastik-plastik özellikler de dikkate alınmıştır.

Yanaşma yapısı üzerine pasif ayarlı kütleli sönümleyici yerleştirilerek 3 farklı durum için sistemin davranışı incelenmiş ve sonuçlar tartışılmıştır. Birinci durumda bütün iç ve dış sönümler ihmal edilerek sistem lineer olarak ele alınmıştır. İkinci durumda birinci duruma ek olarak lineer iç sönümler ile birlikte kazıklara ve gemiye ait lineer olmayan dış sönümler de dikkate alınmıştır. Üçüncü durumda ise iç sönümler hariç sistem en genel halde lineer olmayan sistem olarak ele alınmıştır.

8.1 PROBLEMİN FORMÜLASYONU

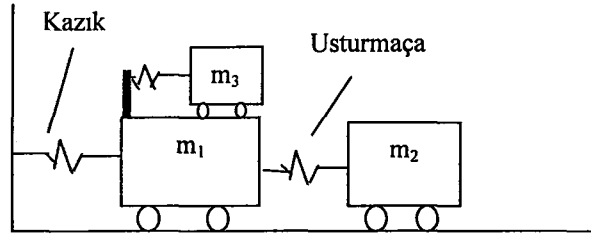
Yanaşma yapısı zemine kazıklarla bağlanmış rijit bir platform olarak modellenmiştir. Platformun kazıklarla beraber toplam kütlesi m_1 'dir. Rijit cisim olarak kabul edilen gemi ise sabit ilave kütleyi de içerecek şekilde m_2 kütesindedir. Yanaşma yapısı üzerine yerleştirilen kütleli sönümleyici m_3 kütesindedir. Geminin yanaşma hızı v 'dir.

Platform, gemi ve kütleli sönümleyiciden oluşan sistem Şekil 8.1’de görülmektedir.



Şekil 8.1 Platform, gemi ve kütleli sönümleyiciden oluşan sistem modeli.

Gemi ve yanaşma yapısının dönmeleri ihmal edilmiştir. Kazıklar ve usturmaçalar lineer olmayan yaylar ile modellenmiştir. Bu kabuller ve idealleştirmeler altında yanaşma yapısı, gemi ve kütleli sönümleyici sistemi yay-kütle sistemi ile Şekil 8.2’de görüldüğü gibi modellenmiştir.



Şekil 8.2 Yapısal modelin kütle-yay sistemi ile gösterimi.

Bu sistemin hareket denklemleri

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + f_1^d(t) + f_1^s(t) - f_2^d(t) - f_2^s(t) - f_3^d(t) - f_3^s(t) = 0 \quad (8.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + f_2^d(t) + f_2^s(t) = 0 \quad (8.2)$$

$$m_3 \ddot{x}_3(t) + f_3^d(t) + f_3^s(t) = 0 \quad (8.3)$$

şeklindedir. Burada $f_i^d(t)$ ve $f_i^s(t)$, ($i=1,2,3$), yapı, gemi ve sönümleyici üzerine etki eden sönüm ve geri çağırıcı kuvvetlerdir. Bu kuvvetlerin

$$f_i^d(t) = f_i^d[\dot{x}_j(t)] \quad (8.4)$$

$$f_i^s(t) = f_i^s[x_j(t)]$$

şeklinde hız ve deplasmanın fonksiyonları oldukları kabul edilmiştir. (8.1)-(8.3) denklemlerini aşağıdaki şekilde matris-vektör notasyonu ile de yazmak mümkündür.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{F}^d[\dot{\mathbf{X}}(t)] + \mathbf{F}^s[\mathbf{X}(t)] = \mathbf{0} \quad (8.5)$$

Burada $\mathbf{M}$, (3x3) köşegen kütle matrisi, $\mathbf{X}(t)$, $\mathbf{F}^d(t)$ ve $\mathbf{F}^s(t)$ ise sırasıyla 3-boyutlu deplasman, sönüm ve rijitlik kuvvet vektörleridir. Problem için başlangıç koşulları

$$\mathbf{X}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{X}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ -v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

olarak verilmiştir.

7.2 SAYISAL YÖNTEM

(8.5) denklemini (8.6) koşulu altında Wilson- θ yönteminden yararlanarak direk entegrasyonla çözmek mümkündür. Bu çözüm kontrol kuvvetlerini de içerecek şekilde Yang[5] tarafından verilmiştir. Burada aynı algoritma kullanılacaktır. Çözümde h zaman aralığını ifade etmek üzere nh anındaki herhangi bir değer n indisi ile gösterilmiştir. Örneğin nh anındaki ivme, hız ve deplasman vektörleri

$\ddot{\mathbf{X}}_n, \dot{\mathbf{X}}_n$ ve $\mathbf{X}_n$ ile gösterilmiştir. (8.5) denklemi $(nh+h)$ ve (nh) anları için tekrar yazılırsa

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}_{n+1} + \mathbf{F}_{n+1}^d + \mathbf{F}_{n+1}^s = \mathbf{0} \quad (8.7)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}_n + \mathbf{F}_n^d + \mathbf{F}_n^s = \mathbf{0} \quad (8.8)$$

denklemleri elde edilir. (8.8) denklemi (8.7) denkleminden çıkarılırsa

$$\mathbf{M} \Delta \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{F}_{n+1}^d - \mathbf{F}_n^d + \mathbf{F}_{n+1}^s - \mathbf{F}_n^s = \mathbf{0} \quad (8.9)$$

elde edilir. Burada

$$\Delta \ddot{\mathbf{X}} = \ddot{\mathbf{X}}_{n+1} - \ddot{\mathbf{X}}_n \quad (8.10)$$

(8.9) denklemindeki sönüm ve geri çağırıcı kuvvetler artımı yaklaşık olarak

$$\mathbf{F}_{n+1}^d - \mathbf{F}_n^d = \mathbf{C}_n (\dot{\mathbf{X}}_{n+1} - \dot{\mathbf{X}}_n) \quad (8.11)$$

$$\mathbf{F}_{n+1}^s - \mathbf{F}_n^s = \mathbf{K}_n (\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n) \quad (8.12)$$

denklemleriyle ifade edilebilir. Burada $\mathbf{C}_n$ ve $\mathbf{K}_n$ sönüm ve rijitlik matrisleridir. Bu matrislerin tanjant sönüm ve rijitliği ifade eden c_{ij} ve k_{ij} elemanları

$$c_{ij}(nh) = \frac{\partial f_i^d(nh)}{\partial x_j(nh)} \quad ; \quad k_{ij}(nh) = \frac{\partial f_i^s(nh)}{\partial x_j(nh)} \quad (8.13)$$

denklemleriyle verilmektedir[74]. (8.7) denklemi (8.11) ve (8.12) denklemleri kullanılarak tekrar yazılırsa

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}_{n+1} + \mathbf{F}_n^d + \mathbf{C}_n (\dot{\mathbf{X}}_{n+1} - \dot{\mathbf{X}}_n) + \mathbf{F}_n^s + \mathbf{K}_n (\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n) = \mathbf{0} \quad (8.14)$$

denklemini elde edilir. (8.14) ile verilen non-lineer denklemin çözümü durum vektörü kavramı kullanılarak Wilson- θ yöntemiyle elde edilebilir. (nh) anındaki $\mathbf{Z}(t)$ durum vektörü

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_n \\ \dot{\mathbf{X}}_n \end{bmatrix} \quad (8.15)$$

olarak tanımlanmıştır. $(nh+h)$ anındaki durum vektörünü (nh) anındaki durum, sönüm ve rijitlik vektörleri cinsinden ifade etmek mümkündür. Bunun için gerekli işlemler aşağıda verilmiştir.

$(nh+\theta h)$ ve (nh) anları arasında ivmenin lineer değiştiği kabulü ile $(nh+\theta h)$ anındaki ivme ve hız, $\ddot{\mathbf{X}}_{n+\theta}, \dot{\mathbf{X}}_{n+\theta}$, aşağıda verilmiştir[75]

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{X}}_{n+\theta} &= \frac{6}{(\theta h)^2} [\mathbf{X}_{n+\theta} - \mathbf{X}_n - \theta h \dot{\mathbf{X}}_n - \frac{1}{3}(\theta h)^2 \ddot{\mathbf{X}}_n] \\ \dot{\mathbf{X}}_{n+\theta} &= \frac{3}{\theta h} (\mathbf{X}_{n+\theta} - \mathbf{X}_n) - 2 \dot{\mathbf{X}}_n - \frac{1}{2} \theta h \ddot{\mathbf{X}}_n \end{aligned} \quad (8.16)$$

Burada $\mathbf{X}_n, \dot{\mathbf{X}}_n$ ve $\ddot{\mathbf{X}}_n$ (nh) anında hesaplanmış deplasman, hız ve ivme vektörleridir. $\mathbf{X}_{n+\theta}$ ise $(nh+\theta h)$ anında hesaplanmış deplasman vektörüdür.

(nh) anından $(nh+\theta h)$ anına kadar olan ivme ve hız artımı, $\hat{\Delta}\ddot{\mathbf{X}}, \hat{\Delta}\dot{\mathbf{X}}$, (8.16) denklemleri kullanılarak

$$\hat{\Delta}\ddot{\mathbf{X}} = \frac{6\hat{\Delta}\mathbf{X}}{(\theta h)^2} - \frac{6\dot{\mathbf{X}}_n}{\theta h} - 3\ddot{\mathbf{X}}_n \quad (8.17)$$

$$\hat{\Delta}\dot{\mathbf{X}} = \frac{3\hat{\Delta}\mathbf{X}}{\theta h} - 3\dot{\mathbf{X}}_n - \frac{\theta h}{2}\ddot{\mathbf{X}}_n$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}} = \ddot{\mathbf{X}}_{n+\theta} - \ddot{\mathbf{X}}_n \quad ; \quad \hat{\Delta} \dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{X}}_{n+\theta} - \dot{\mathbf{X}}_n \quad ; \quad \hat{\Delta} \mathbf{X} = \mathbf{X}_{n+\theta} - \mathbf{X}_n \quad (8.18)$$

(8.5) denklemi $(nh+\theta h)$ ve (nh) anları için yazılır ve ikinci denklem birinciden çıkarılırsa

$$\mathbf{M} \hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}_n \hat{\Delta} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_n \hat{\Delta} \mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (8.19)$$

denklemi elde edilir. $\hat{\Delta} \mathbf{X}$, $\hat{\Delta} \dot{\mathbf{X}}$ ve $\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}}$ artımlarını $\dot{\mathbf{X}}_n$ ve $\ddot{\mathbf{X}}_n$ cinsinden elde edebilmek için (8.17)-(8.19) denklemleri kullanılabilir. (8.17) ile verilen $\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}}$ ve $\hat{\Delta} \dot{\mathbf{X}}$ terimleri (8.19) denkleminde yerine yazılarak $\hat{\Delta} \mathbf{X}$ elde edilir. Bulunan $\hat{\Delta} \mathbf{X}$ değeri (8.17) denklemlerinin birincisinde yerine yazılırsa $\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}}$ elde edilir. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra $\hat{\Delta} \mathbf{X}$ ve $\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}}$ aşağıdaki şekilde elde edilirler.

$$\hat{\Delta} \mathbf{X} = \mathbf{E} \mathbf{A} \ddot{\mathbf{X}}_n + \mathbf{E} \mathbf{G} \dot{\mathbf{X}}_n \quad (8.20)$$

$$\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}} = \left[\frac{6\mathbf{E} \mathbf{A}}{(\theta h)^2} - 3\mathbf{I} \right] \ddot{\mathbf{X}}_n - \left[\frac{6\mathbf{E} \mathbf{G}}{(\theta h)^2} - \frac{6\mathbf{I}}{\theta h} \right] \dot{\mathbf{X}}_n$$

Burada

$$\mathbf{E} = \left[\frac{6\mathbf{M}}{(\theta h)^2} + \frac{3\mathbf{C}_n}{\theta h} + \mathbf{K}_n \right]^{-1} \quad ; \quad \mathbf{A} = 3\mathbf{M} + \frac{\theta h}{2} \mathbf{C}_n \quad ; \quad \mathbf{G} = \frac{6\mathbf{M}}{\theta h} + 3\mathbf{C}_n \quad (8.21)$$

$(nh+h)$ ve (nh) anları arasında ivmenin lineer değiştiği kabulü ile $(nh+h)$ anındaki deplasman ve hız, $\mathbf{X}_{n+1}$, $\dot{\mathbf{X}}_{n+1}$, aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + h \dot{\mathbf{X}}_n + \frac{1}{3} h^2 \ddot{\mathbf{X}}_n + \frac{1}{6} h^2 \ddot{\mathbf{X}}_{n+1} \quad (8.22)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_{n+1} = \dot{\mathbf{X}}_n + \frac{1}{2} h (\ddot{\mathbf{X}}_n + \ddot{\mathbf{X}}_{n+1})$$

(8.22) denklemleri kullanılarak (nh) anından $(nh+h)$ anına kadar olan deplasman ve hız artımı, $\Delta \mathbf{X}, \Delta \dot{\mathbf{X}}$,

$$\Delta \mathbf{X} = h \dot{\mathbf{X}}_n + \frac{1}{2} h^2 \ddot{\mathbf{X}}_n + \frac{1}{6} h^2 \Delta \ddot{\mathbf{X}} \quad (8.23)$$

$$\Delta \dot{\mathbf{X}} = h \ddot{\mathbf{X}}_n + \frac{1}{2} h \Delta \ddot{\mathbf{X}}$$

denklemlerinden elde edilirler. Burada

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n \quad ; \quad \Delta \dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{X}}_{n+1} - \dot{\mathbf{X}}_n \quad (8.24)$$

$(nh)-(nh+h)$ ve $(nh)-(nh+\theta h)$ aralıklarında ivmenin lineer değiştiği kabul edilirse

$$\Delta \ddot{\mathbf{X}} = \frac{\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}}}{\theta} \quad (8.25)$$

denklemini yazmak mümkündür.

(8.20), (8.23), (8.25) denklemleri ve (8.24) tanımı kullanılarak $\mathbf{X}_{n+1}$ ve $\dot{\mathbf{X}}_{n+1}$, $\mathbf{X}_n$ ve $\dot{\mathbf{X}}_n$ cinsinden elde edilebilir. (8.20) ile verilen $\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}}$, (8.25) denkleminde yerine yazılır ve (8.25)' den elde edilen $\hat{\Delta} \ddot{\mathbf{X}}$ (8.23) denkleminde yerine yazılırsa, (8.24) ile verilen tanımında yardımıyla istenen sonuçlar elde edilir. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra $(nh+h)$ anındaki deplasman ve hız vektörleri, $\mathbf{X}_{n+1}, \dot{\mathbf{X}}_{n+1}$,

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \left(\frac{1}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{G} + b_1 \mathbf{I}\right) \dot{\mathbf{X}}_n + \left(\frac{1}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{A} + b^2 \mathbf{I}\right) \ddot{\mathbf{X}}_n \quad (8.26)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \left(\frac{b^3}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{G} + b_4 \mathbf{I}\right) \dot{\mathbf{X}}_n + \left(\frac{b^3}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{A} + b^5 \mathbf{I}\right) \ddot{\mathbf{X}}_n$$

olarak elde edilir. Burada

$$b_1 = \frac{h}{1 - 1/\theta^2} \quad , \quad b_2 = \frac{h^2(\theta - 1)}{2\theta} \quad (8.27)$$

$$b_3 = \frac{3}{h} \quad , \quad b_4 = 1 - \frac{3}{\theta^2} \quad , \quad b_5 = \frac{h(\theta - 3/2)}{\theta}$$

(8.26) denklemleri kullanılarak $(nh+h)$ anındaki durum vektörü $\mathbf{Z}_{n+1}$

$$\mathbf{Z}_{n+1} = \mathbf{P}_n^1 \mathbf{Z}_n + \mathbf{P}_n^2 \ddot{\mathbf{X}}_n \quad (8.28)$$

olarak elde edilir. Burada

$$\mathbf{Z}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{n+1} \\ \dot{\mathbf{X}}_{n+1} \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{Z}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_n \\ \dot{\mathbf{X}}_n \end{bmatrix} \quad (8.29)$$

$$\mathbf{P}_n^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \frac{1}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{G} + b_1 \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \frac{b_3}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{G} + b_4 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{P}_n^2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{A} + b_2 \mathbf{I} \\ \frac{b_3}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{A} + b_5 \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{P}_n^1$ ve $\mathbf{P}_n^2$ terimlerindeki n indisi bu terimlerin (nh) anında hesaplanacaklarını ifade etmektedir. $\mathbf{I}$, (2x2) boyutlu birim matristir. (nh) anındaki $\ddot{\mathbf{X}}_n$ ivmesi

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}_n + \mathbf{C}_n \dot{\mathbf{F}}_n^d + \mathbf{K}_n \mathbf{F}_n^s = \mathbf{0} \quad (8.30)$$

denkleminde elde edilecektir. (8.30) denkleminde $\ddot{\mathbf{X}}_n$ bulunarak (8.28) denkleminde yerine yazılırsa $\mathbf{Z}_{n+1}$

$$\mathbf{Z}_{n+1} = \mathbf{P}_n^1 \mathbf{Z}_n - \mathbf{P}_n^2 \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{C}_n \dot{\mathbf{F}}_n^d + \mathbf{K}_n \mathbf{F}_n^s) \quad (8.31)$$

denkleminde elde edilir. Bu ifadeden anlaşılmaktadır ki, durum vektörü $\mathbf{Z}_{n+1}$, (nh) anındaki değerlere bağlı olarak bulunmaktadır.

Lineer viskoz sönüm olduğunda $\mathbf{F}_n^d$ sönüm kuvvetleri

$$\mathbf{F}_n^d = \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}}_n \quad (8.32)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\mathbf{C}$ sabit sönüm matrisidir. Bu durumda (8.31) denkleminde

$$\mathbf{Z}_{n+1} = \mathbf{P}_n^3 \mathbf{Z}_n + \mathbf{P}_n^4 \mathbf{F}_n^s \quad (8.33)$$

denkleminde indirgenir. Burada

$$\mathbf{P}_n^3 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \frac{1}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{G} + b_1 \mathbf{I} - \mathbf{P}_n^2 \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \frac{b_3}{\theta^3} \mathbf{E} \mathbf{G} + b_4 \mathbf{I} - \mathbf{P}_n^2 \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P}_n^4 = -\mathbf{P}_n^2 \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}_n \quad (8.34)$$

Yapı, usturma ve kütleli sönümleyici için lineer sönüm olduğunda sönüm kuvvetleri (8.35) denklemleriyle verilmiştir. (8.35) denklemlerinde c_1 , c_2 ve c_3 sırasıyla kazıklar, usturma ve kütleli sönümleyici için lineer sönüm sabitleridir. c_1^* ve c_2^* ise yanaşma yapısı ve gemi için lineer dış sönüm sabitleridir.

$$\begin{aligned}
f_1^d &= c_1 \dot{x}_1 - c_2(x_2 - x_1) + c_1^* \dot{x}_1 + c_3(x_1 - x_3) \\
f_2^d &= c_2(x_2 - x_1) + c_2^* \dot{x}_2 \\
f_3^d &= c_3(x_3 - x_1)
\end{aligned} \tag{8.35}$$

Lineer geri çağırıcı kuvvetler ise benzer yolla aşağıdaki şekilde elde edilirler.

$$\begin{aligned}
f_1^s &= k_1 x_1 - k_2(x_2 - x_1) + k_3(x_1 - x_3) \\
f_2^s &= k_2(x_2 - x_1) \\
f_3^s &= k_3(x_3 - x_1)
\end{aligned} \tag{8.36}$$

Lineer halde sönüm ve rijitlik matrisleri (8.13) kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilirler.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + c_3 + c_1^* & -c_2 & -c_3 \\ -c_2 & c_2 + c_2^* & 0 \\ -c_3 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \tag{8.37}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_3 & -k_2 & -k_3 \\ -k_2 & k_2 & 0 \\ -k_3 & 0 & k_3 \end{bmatrix}$$

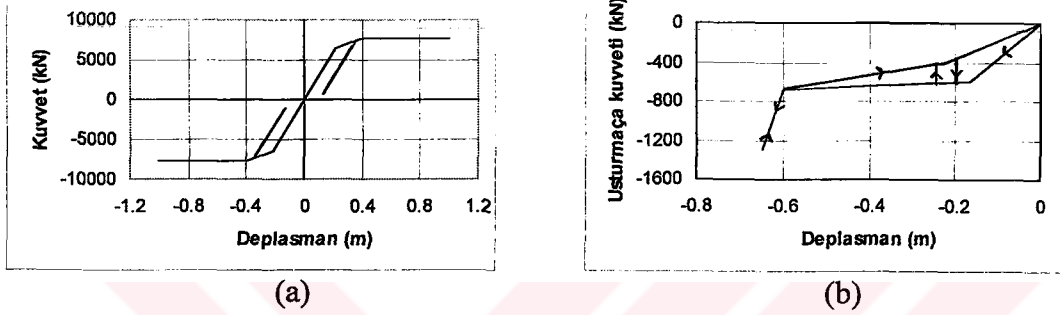
Köşegen kütle matrisi ise

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \tag{8.38}$$

şeklindedir.

8.3 SAYISAL UYGULAMALAR

Platform, her biri 24m uzunluğundaki 60 adet içine beton doldurulmuş çelik tüplerle zemine bağlanmış $10^m \times 100^m \times 1^m$ boyutlarında bir betonarme kazık başlığından meydana gelmektedir. Kazıklarla beraber platformun yaklaşık kütlesi 3000 tondur. Çelik tüpler 0.6m çapında ve 1 cm kalınlığındadır. Kazıklar ve usturmaça için kuvvet-deplasman eğrileri sırasıyla Şekil 8.3(a) ve (b)'de verilmiştir.



Şekil 8.3 Kazıklar ve usturmaçalar için kuvvet-deplasman eğrileri.

Geminin kütlesi sabit ilave kütle ile birlikte 8302 ton olarak alınmıştır. Geminin yavaşma hızı olarak $v = 0.3$ m/sn seçilmiştir. Kazıklar için iç sönüm viskoz kabul edilmiş ve viskoz sönüm katsayısı kazık-platform sisteminin kritik sönüm değerinin %5'i olarak seçilmiştir. Usturmaça için iç sönüm ise histeriz eğrisi ile hesaba katılmıştır.

Gemi için dış sönüm kuvveti f_s^d aşağıdaki bağıntıyla hesaplanmıştır[73].

$$f_s^d = \frac{1}{2} \rho C_d A_s v |v| \quad (8.39)$$

Burada ρ , sıvının yoğunluğu; C_d , Reynolds sayısı ve sınır koşullarına bağlı ve genellikle model testlerinden elde edilen drag katsayısıdır ve 1 olarak alınmıştır; A_s hız yönüne dik izdüşüm alanı, $A_s = D(\text{Derinlik}) \cdot \text{LWL}(\text{Su hattı boyunca olan uzunluk})$; D ve LWL sırasıyla 6.2m ve 96.0m alınmıştır; v ise gemi hızıdır. Kazıkların birim uzunluğu için dış sönüm kuvveti f_p aşağıda verilen Morison denklemiyle hesaba katılmaktadır.

$$f_p = \frac{1}{2} \rho C_d D v |v| + \rho C_m \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (8.40)$$

Burada ρ , sıvının yoğunluğu; C_d ve C_m çeşitli faktörlere bağlı drag ve atalet katsayılarıdır. C_d genellikle 0.6 ile 1.2 arasında bir değer almaktadır. Sayısal hesaplarda $C_d=1$ olarak alınmıştır. Burada D kazık çapıdır ; v ise hızdır.

Hızın kazık başından dibine kadar olan değişimi lineer kabul edilmiş ve atalet etkisi ihmal edilmiştir. Bu kabuller altında Morison denklemi kazık dibinden başına kadar entegre edilirse dış sönüm kuvveti , f_p^d ,

$$f_p^d = \frac{1}{6} \rho C_d D H v_p |v_p| \quad (8.41)$$

olarak elde edilir. Burada H kazık yüksekliği ve v_p platform hızıdır.

İlk olarak sistemin davranışı lineer sönümsüz hal için kütle sönümleyici yokken incelenmiştir. Bu durumda lineer elastik rijitlik katsayıları olarak Şekil 8.3(a) ve 8.3(b)'de görülen lineer olmayan kuvvet-deplasman eğrilerinin birinci lineer kısımları seçilmiştir. Buna göre kazıklar ve usturmaça için lineer rijitlik katsayıları sırasıyla $k_1=29224.2$ kN/m ve $k_2=3636.4$ kN/m olarak bulunmuştur. Bütün iç ve dış sönümler ihmal edilmiştir. Bu kabuller altında sistemin doğal titreşim frekansları $w_1=0.623$ rad/sn ve $w_2=3.317$ rad/sn olarak elde edilmiştir. Maksimum kazık kuvveti 1747 kN ve maksimum usturmaça kuvveti ise 1579 kN 'dur.

Daha sonra kazıklara ve usturmaçaya dolayısıyla da gemiye gelen kuvveti bir ölçüde azaltabilmek ve enerjinin bir kısmını absorbe edebilmek için yavaşma yapısı üzerine Şekil 8.1'de görüldüğü gibi pasif kütleli sönümleyici eklenmiştir. Bu sönümleyici ilk olarak iskele-gemi sisteminin birinci doğal frekansı w_1 'e ayarlanmıştır ve bu frekans sabit kalmak üzere kütleli sönümleyicinin kütlesi ve yay katsayısı uygun şekilde değiştirilerek sistemin davranışı incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Tablo 8.1'de verilmiştir. Daha sonra sönümleyici w_2 frekansına ayarlanarak aynı işlemler bu durum içinde yapılmış ve sonuçlar Tablo 8.2'de verilmiştir.

Tablo 8.1 Lineer sönümsüz hal (Kütlesel sönümleyici w_1 frekansına ayarlı).

Sönümleyici Kütlesi (ton)	Sönümleyici Yay Katsayısı (kN/m)	Maks. Kazık Kuvveti (kN)	Maks. Usturmaça Kuvveti (kN)
200	78	1746.7	1579.5
300	116	1746.5	1579.5
400	155	1746.3	1579.4
500	194	1746.1	1579.3
600	233	1745.9	1579.2
700	272	1745.8	1579.2

Tablo 8.2 Lineer sönümsüz hal (Kütlesel sönümleyici w_2 frekansına ayarlı).

Sönümleyici Kütlesi (ton)	Sönümleyici Yay Katsayısı (kN/m)	Maks. Kazık Kuvveti (kN)	Maks. Usturmaça Kuvveti (kN)
200	2201	1580.4	1564.2
300	3301	1578.1	1558.1
400	4401	1584.3	1553.1
500	5501	1610.5	1549.1
600	6602	1654.6	1546.1
700	7702	1696.7	1543.9

Tablo 8.1 ve 8.2’de görüldüğü gibi kısmen iyi sonuçlar sönümleyici w_2 ‘ye ayarlandığında elde edilmektedir. Bu durumda sönümleyici kütlesi 300 ton ve yay katsayısıda 3301 kN/m seçildiğinde maksimum kazık kuvvetinde yaklaşık %10’luk bir azalma sağlanmaktadır.

İkinci durumda lineer iç sönümler ile birlikte kazıklar ve gemiye ait olan lineer olmayan dış sönümler de hesaba katılmıştır. Kazıklar için lineer iç sönüm katsayısı 936.3 kN-sn / m olarak seçilmiştir. Bu değer kazık-iskele sistemi için %5 sönüm oranına karşı gelmektedir. Usturmaça için iç sönüm ise Şekil 8.3 ile verilen histeriz eğrisi ile hesaba katılmaktadır. Ayarlı kütlesel sönümleyici için iç sönüm katsayısı ise sönüm oranı %2 olacak şekilde seçilmiştir. Gemi ve kazıklar için dış sönüm

katsayıları (8.39) ve (8.41) denklemleri kullanılarak sırasıyla 607.347 kN-sn/m ve 146.939 kN-sn/m olarak hesaplanmıştır.

Bu durumda kütleli sönümleyici yok iken maksimum kazık ve usturma kuvvetleri 1489.2 kN ve 1452.3 kN olarak elde edilmiştir. Lineer halde kullanılan kütleli sönümleyici bu durumda kullanıldığında elde edilen sonuçlar Tablo 8.3 ve 8.4’de verilmiştir. Tablo 8.3 ve 8.4’de görüldüğü gibi her iki halde de kazık veya usturma kuvvetlerinde belirgin bir azalma elde edilememiştir

Tablo 8.3 Kütleli sönümleyici w_1 frekansına ayarlanmıştır(2.durum).

Sönümleyici Kütlesi (ton)	Sönümleyici Yay Katsayısı (kN/m)	Maks. Kazık Kuvveti (kN)	Maks. Usturma Kuvveti (kN)
200	78	1489.2	1452.1
300	116	1489.1	1452.1
400	155	1489.0	1452.0
500	194	1490.7	1451.7
600	233	1488.8	1451.8

Tablo 8.4 Kütleli sönümleyici w_2 frekansına ayarlanmıştır(2.durum).

Sönümleyici Kütlesi (ton)	Sönümleyici Yay Katsayısı (kN/m)	Maks. Kazık Kuvveti (kN)	Maks. Usturma Kuvveti (kN)
200	2201	1480.0	1444.1
300	3301	1487.2	1441.2
400	4401	1508.1	1439.0
500	5501	1541.3	1437.3
600	6602	1574.9	1436.1

İkinci duruma ek olarak kazık ve usturma kuvvetlerinin de lineer olmayan yaylar olarak modellendiği son durumda ise kütleli sönümleyici yok iken maksimum kazık ve usturma kuvvetleri sırasıyla 1059 kN ve 926 kN olarak elde edilmiştir. Lineer halde doğal titreşim frekanslarına ayarlanmış pasif kütleli sönümleyici bu durumda da kullanılarak elde edilen sonuçlar Tablo 8.5 ve 8.6’da verilmiştir.

Tablo 8.5 Kütlesel sönümleyici w_1 frekansına ayarlanmıştır(3.durum).

Sönümleyici Kütlesi (ton)	Sönümleyici Yay Katsayısı (kN/m)	Maks. Kazık Kuvveti (kN)	Maks. Usturmaça Kuvveti (kN)
200	78	1057.1	926.6
300	116	1055.8	926.7
400	155	1054.3	926.9
500	194	1052.9	927.1
600	233	1051.5	927.3

Tablo 8.6 Kütlesel sönümleyici w_2 frekansına ayarlanmıştır(3.durum).

Sönümleyici Kütlesi (ton)	Sönümleyici Yay Katsayısı (kN/m)	Maks. Kazık Kuvveti (kN)	Maks. Usturmaça Kuvveti (kN)
200	2201	1041.5	849.2
300	3301	1137.5	837.6
400	4401	1203.4	836.5
500	5501	1244.7	839.7
600	6602	1266.1	844.4

Tablo 8.5 ve 8.6'da görüldüğü gibi her iki halde de kazık veya usturmaça kuvvetlerinde belirgin bir azalma elde edilememiştir.

Ayarlı kütlesel sönümleyicilerin sisteme olan etkisini enerji dağılımı bakımından inceleyebilmek için (8.5) ile verilen sistem hareket denkleminde enerji ifadelerinin elde edilmesi gerekmektedir. (8.5) denklemi sol taraftan hız vektörünün transpozesi $\dot{\mathbf{X}}(t)^T$ ile çarpılıp $t=0$ anından herhangi bir t anına kadar entegre edilirse

$$\int_0^t \dot{\mathbf{X}}(\tau)^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}(\tau) d\tau + \int_0^t \dot{\mathbf{X}}(\tau)^T \mathbf{F}_d(\tau) d\tau + \int_0^t \dot{\mathbf{X}}(\tau)^T \mathbf{F}_s(\tau) d\tau = 0 \quad (8.42)$$

denklemi elde edilir. Yukarıda verilen (8.42) denkleminde ilk terim sistemin toplam kinetik enerjisi olup, entegral sonucu aşağıda verilmektedir.

$$\int_0^t \dot{\mathbf{X}}(\tau)^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}(\tau)^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{X}}(\tau) \quad (8.43)$$

İkinci terim ise sistem tarafından sönüm olarak absorbe edilen enerjiyi göstermektedir. Üçüncü terim şekil değiştirme enerjisini göstermekte olup, lineer elastik sistemlerde;

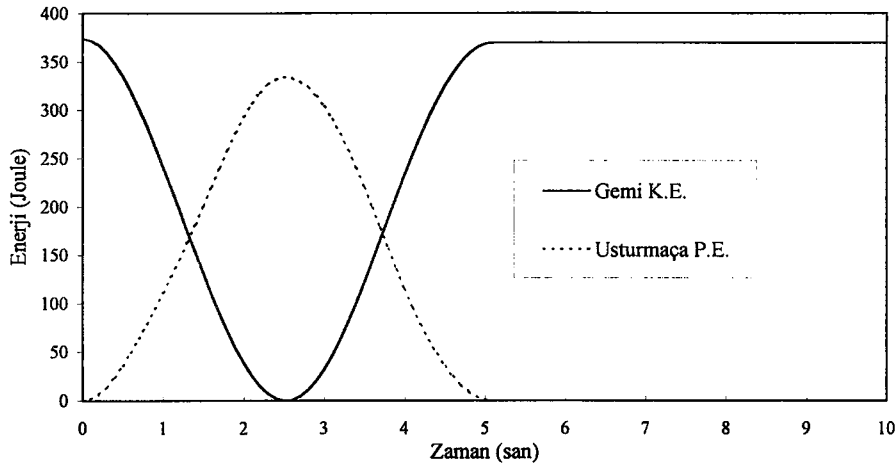
$$\int_0^t \dot{\mathbf{X}}(\tau)^T \mathbf{F}_s(\tau) d\tau = \int_0^t \dot{\mathbf{X}}(\tau)^T \mathbf{K} \mathbf{X}(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \mathbf{X}(\tau)^T \mathbf{K} \mathbf{X}(\tau) \quad (8.44)$$

şeklindedir. Sistemin enerji dengesini belirleyen (8.42) denklemi ile sistemdeki enerji dağılımını hesaplamak mümkün olmaktadır[76-77].

Nispeten iyi sonuçların elde edildiği lineer sönümsüz hal için (8.42) denkleminin yardımıyla enerji dağılımı incelenerek kütsel sönümleyicinin sisteme olan etkisi araştırılmıştır. Sistemin başlangıçtaki toplam enerjisi 373.5900 joule olarak hesaplanmıştır. Bu değer geminin başlangıçtaki kinetik enerjisine eşittir. Enerji korunumunu kontrol edebilmek için sistemin toplam enerjisi her an hesaplanmış ve maksimum toplam sistem enerjisi 373.6083 joule olarak elde edilmiştir. Başlangıçtaki toplam enerji ile olan çok küçük fark kabul edilebilir sınırlar içindedir.

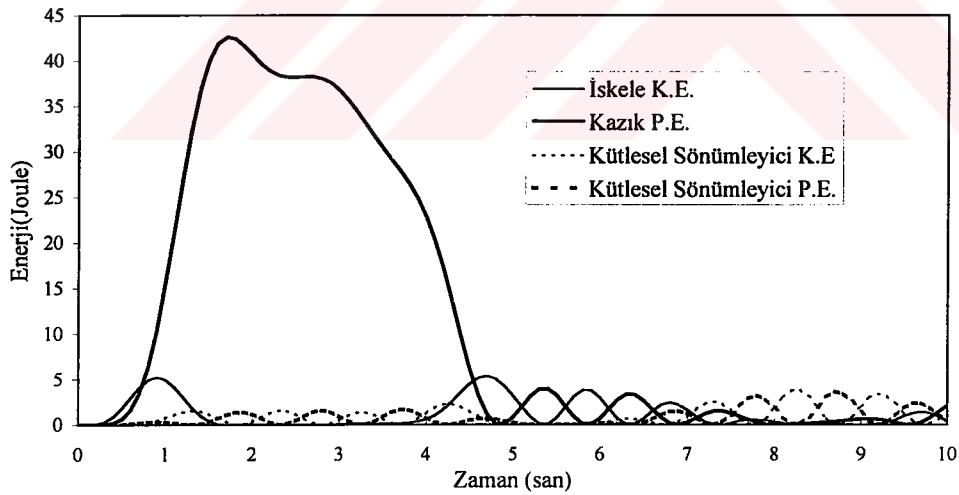
Gemi kinetik enerjisi ve usturmaçalardaki elastik deformasyon enerjisinin zamanla değişimi Şekil 8.4’de verilmiştir. Grafiklerde K.E. ve P.E. kısaltmaları kinetik ve potansiyel enerjiler için kullanılmıştır. Şekil 8.4’de görüldüğü gibi başlangıçta gemi kinetik enerjisi şeklindeki toplam enerjinin büyük bir kısmı usturmaçalarda elastik deformasyon enerjisine dönüşmektedir. Geminin kinetik enerjisi minimum olduğunda usturmaçalarda depolanan enerji toplam enerjinin %89.4’ü olan 333.7682 joule olarak hesaplanmıştır.

Şekil 8.4’de görüldüğü gibi, sistem lineer sönümsüz olduğundan t=5 saniye iken gemi iskeleden ayrıldığında başlangıçtaki kinetik enerjisini tekrar kazanmıştır.



Şekil 8.4 Lineer sönümsüz halde gemi kinetik enerjisi ve usturmaçalardaki potansiyel enerjinin değişimi.

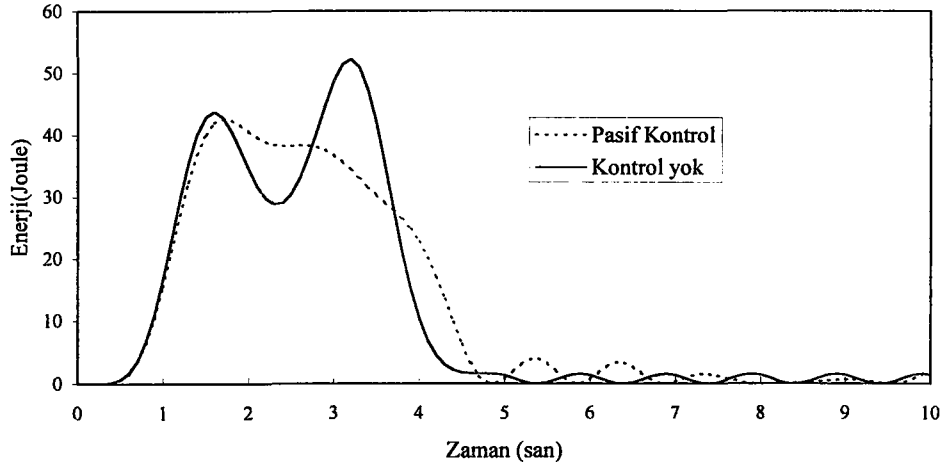
İskele, kazıklar ve kütleli sönümleyici ise toplam enerjinin yaklaşık %10.6'sını almaktadır ve bunlara ait enerji dağılımları ise Şekil 8.5'de verilmiştir. Bu değerler usturmaçalarda depolanan potansiyel enerji ile karşılaştırıldığında çok küçük kalmaktadır.



Şekil 8.5 Lineer sönümsüz halde iskele, kazıklar ve kütleli sönümleyiciye ait enerji dağılımı.

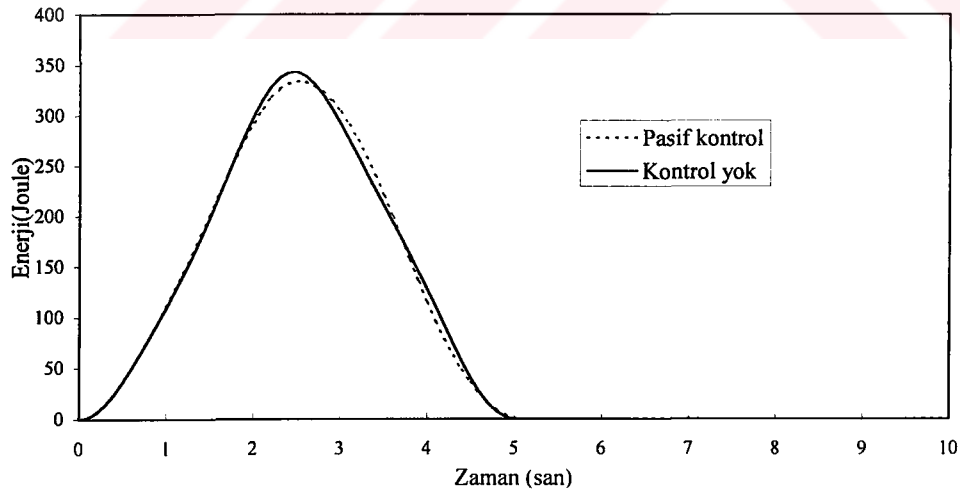
Kütleli sönümleyicinin kazıklardaki elastik deformasyon enerjisine olan etkisi Şekil 8.6'da görülmektedir. Açıkta ki kütleli sönümleyici varken kazıklardaki maksimum

potansiyel enerjide belirgin bir azalma olmaktadır. Bunun sonucu olarak da kazık kuvvetlerinde %10'luk bir azalma meydana gelmektedir.



Şekil 8.6 Lineer sönümsüz halde kütleli sönümleyicinin kazıkların potansiyel enerji değişimine etkisi.

Kütleli sönümleyicinin usturmaçalardaki elastik deformasyon enerjisine olan etkisi ise Şekil 8.7'de görülmektedir. Şekil 8.7'de görüldüğü gibi kütleli sönümleyicinin etkisi ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Bundan dolayıdır ki usturmaça kuvvetlerinde belirgin bir azalma elde edilememiştir.



Şekil 8.7 Lineer sönümsüz halde kütleli sönümleyicinin usturmaçaların potansiyel enerji değişimine etkisi.

SONUÇLAR

Literatürdeki mevcut çalışmalarda lineer regülatör probleminin yapılara uygulaması olan klasik aktif kontrol algoritmaları optimalliğin gerekli koşulları kullanılarak elde edilmiştir. Fakat bu çalışmada lineer regülatör probleminin analitik çözümü optimalliğin yeterli koşulları kullanılarak elde edilmiştir.

Bilindiği gibi kapalı-açık ve açık-çevrim kontrolleri kontrol aralığının tamamında depremin önceden bilinmesini gerektirdiklerinden yapılara uygulanamamaktadırlar. Bu yüzden kapalı-açık çevrim kontrol probleminin çözümü depremin yakın gelecek ivme değerlerinin tahminine dayalı bir sayısal yöntemle yaklaşık olarak çözülmüştür.

Depremin yakın gelecek ivme değerlerinin tahmini için filtreleme içermeyen AR modeller, Kalman filtresi metodu ve Maksimum Entropi metodu kullanılmıştır. Bu metotlarla El Centro ve Erzincan depremlerinin yakın gelecek ivme değerleri elde edilmiş ve karşılaştırma için gerekli olan istatistiki parametrelerin de yardımıyla Kalman filtresi ve Maksimum Entropi metodunun daha efektif olduğu gösterilmiştir.

Çalışmada önerilen yaklaşık çözümün efektifliğini gösterebilmek için sönümsüz üç ve sönümlü beş katlı iki yapının El Centro depremi altındaki davranışları incelenmiştir. Rölatif ve katlar arası deplasmanlar, kontrol kuvvetleri ve amaç fonksiyonları karşılaştırılarak önerilen yaklaşık çözümün uygulanabilen tek klasik aktif kontrol algoritması olan kapalı-çevrimden çok daha iyi sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Önerilen yaklaşık çözümün depremin yakın gelecek ivme değerlerine nasıl bağlı olduğu sayısal olarak elde edilmiştir. Depremin yakın gelecek ivme değerleri hassas olarak tahmin edildiği takdirde depremin tamamının bilindiği kapalı-açık çevrime çok yakın sonuçlar elde edilebileceği sayısal olarak gösterilmiştir. Lineer regülatör problemi kararlılık mertebesi kavramı da dahil edilerek çözülmüş ve kararlı sistemlerde daha az kararlı sistemlere göre daha az sayıda deprem ivmesi tahmin edilerek daha küçük deplasmanlar elde edilebileceği gösterilmiştir.

Klasik aktif kontrol algoritmalarına ikinci alternatif olarak çok noktalı ani amaç fonksiyonu önerilmiştir. Lagrange çarpanları yöntemi kullanılarak sistemin yakın gelecek durumlarını da içeren aktif kontrol algoritması kapalı formda elde edilmiştir. Daha sonra bazı yaklaşımların yardımıyla sistemin yakın gelecek durumlarını içermeyen bir kapalı-çevrim kontrol algoritması elde edilerek ani optimal kontrol algoritmalarının bu çözümün bir özel hali olduğu gösterilmiştir. Bu tür kontrolde klasik aktif kontrol algoritmalarında karşılaşılan ve çözümü bir takım güçlükler içeren lineer olmayan matris Riccati denkleminin çözümüne gerek olmamaktadır. Yeni algoritma üç katlı sönümsüz yapıya uygulanmış ve yapının yakın gelecek durumlarının penaltı katsayıları arttırıldığı takdirde kontrolsüz ve ani optimal kontrol durumlarına göre deplasmanlarda çok belirgin azalmalar olduğu sayısal olarak gösterilmiştir. Ayrıca penaltı katsayıları uygun şekilde seçilerek istenen kontrol veriminin elde edilebileceği gösterilmiştir.

Son olarak üzerine pasif ayarlı kütleli sönümleyici yerleştirilmiş bir esnek deniz yapısına bir geminin yanaşma problemi en genel halde lineer olmayan hal için çözülerek ayarlı kütleli sönümleyicilerin özellikle lineer hal için daha etkili olabilecekleri sayısal olarak gösterilmiştir. İskele ve gemiyi maruz kalabilecekleri büyük kuvvetlere karşı çok daha etkin bir şekilde koruyabilmek için pasif ayarlı kütleli sönümleyicilere ek olarak aktif kütleli sönümleyicilerinde kullanılması gerekmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **Celep, Z., and Kumbasar, N.,** 1993. Deprem Mühendisliğine Giriş ve Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı, İstanbul.
- [2] **Housner, G. W., Bergman, L. A., Caughey, T. K., Chassiakos, G., Claus, R. O., Masri, S.F., Skelton, R. E., Soong, T. T., Spencer, B. F. and Yao, J. T. P.,** 1997. Structural Control: Past, Present and Future, *ASCE, J. of Engrg. Mech.*, 123(9), pp. 897-958.
- [3] **Soong, T. T.,** 1990. Active Structural Control: Theory and Practice, Longman Scientific and Technical, Essex, England.
- [4] **Yang, J. N., and Danielians, A.,** 1990. Aseismic Hybrid Control System for Building Structures Under Strong Earthquake, *J. of Intell. Mater. Syst. and Struct.*, Vol. 1.
- [5] **Yang, J. N., Li, Z., Danielians, A., and Liu, S.C.,** 1992. Aseismic Hybrid Control of Nonlinear and Hysteretic Structures I, *ASCE, J. of Engrg. Mech.* 118(7), pp. 1423-1440.
- [6] **Den Hartog, J. P.,** 1947. Mechanical Vibrations, Mc Graw - Hill, Inc., New York, N.Y.
- [7] **Villaverde, R.,** 1994. Seismic Control of Structures with Damped Resonant Appendages, *Proc. First World Conf. on Struct. Control*, Vol.1, WP4-113, WP4-122.
- [8] **Clark, A. J.,** 1988. Multiple Passive Tuned Mass Damper for Reducing Earthquake Induced Building Motion, *Proc. 9th World Conf. on Earthquake Engrg.*, Vol.5 , pp. 779-784.
- [9] **Xu, K., and Igusa, T.,** 1992. Dynamic Characteristics of Multiple Sub-structures Under Closely Spaced Frequencies, *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.* 21, pp. 1059-1070.
- [10] **Yamaguchi, H., and Harnpornchai, N.,** 1993. Fundamental Characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers for Suppressing Harmonically Forced Oscillations, *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.* 22, pp. 51-62.
- [11] **Setareh, M.,** 1994. Use of the Doubly-tuned Mass Dampers for Passive Vibration Control, *Proc. First World Conf. on Struct. Control*, Vol.1, WP4-12, WP4-21.

- [12] Filiatrault, A., and Cherry, S., 1990. Seismic Design Spectra for Friction Damped Structures, *ASCE, J. of Struct. Engrg.*, 116 (5), pp.1334-1355.
- [13] Fujino, Y., Pacheco, B. M., Chaiseri, P., and Sun, L. M., 1988. Parametric Studies on Tuned Liquid Damper (TLD) Using Circular Containers by Free Oscillation Experiments, *Struct. Engrg. / Earthquake Engrg.*, 5(2), pp. 381-391.
- [14] Gregorian, C. E., Yang, T. S., and Popov, E. P., 1993. Slotted Bolted Connection Energy Dissipators, *Earthquake Spectra*, 9(3), pp.491-504.
- [15] Huffman, G. K., 1985. Full Base Isolation for Earthquake Protection by Helical Springs and Viscodampers, *Nuclear Engrg. Des.*, 84(3), pp.331-338.
- [16] Kelly, J. M., 1996. Earthquake Resistant Design with Rubber, 2nd Edition., Springer-Verlag New York, Inc., New York, N. Y.
- [17] Makris, N., Constantinou, M. C., and Dargush, G. F., 1993. Analytical Model of Viscoelastic Liquid Dampers, *ASCE, J. of Struct. Engrg.*, 119, pp. 3310-3325.
- [18] Makris, N., Dargush, G. F., and Constantinou, M. C., 1993. Dynamic Analysis of Generalized Viscoelastic Fluids, *ASCE, J. of Engrg. Mech.*, 119, pp. 1663-1679.
- [19] Pall, A. S., and Marsh, C., 1982. Response of Friction Damped Braced Frames, *ASCE, J. of Struct. Div.*, 108(6), pp. 1313-1323.
- [20] Skinner, R. I., Robinson, W. H., and Mcverry, G. H., 1993. An Introduction to Seismic Isolation, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [21] Zuk, W., 1968. Kinetic Structures, *Civil Engineering*, 39, pp. 62-4.
- [22] Zuk, W., and Clark, R. H., 1990. Kinetic Architecture, Von Nostrand Reinhold, New York.
- [23] Yao, J. T. P., 1972. Concept of Structural Control, *ASCE 98, J. of Struct. Div.*, pp. 1567-74.
- [24] Iemura, H., and Izuno, K., 1994. Development of the Self-Oscillating TMD and Shaking Table Tests, *Proc. First World Conf. On Struct. Control*, WP2: pp. 42-51.
- [25] Kelly, J. M., Leitmann, G., and Soldatos, A. G., 1987. Robust Control of Base-isolated Structures under Earthquake Excitations. *J. Optim. Th. Appl.*, 53, pp. 159-180.

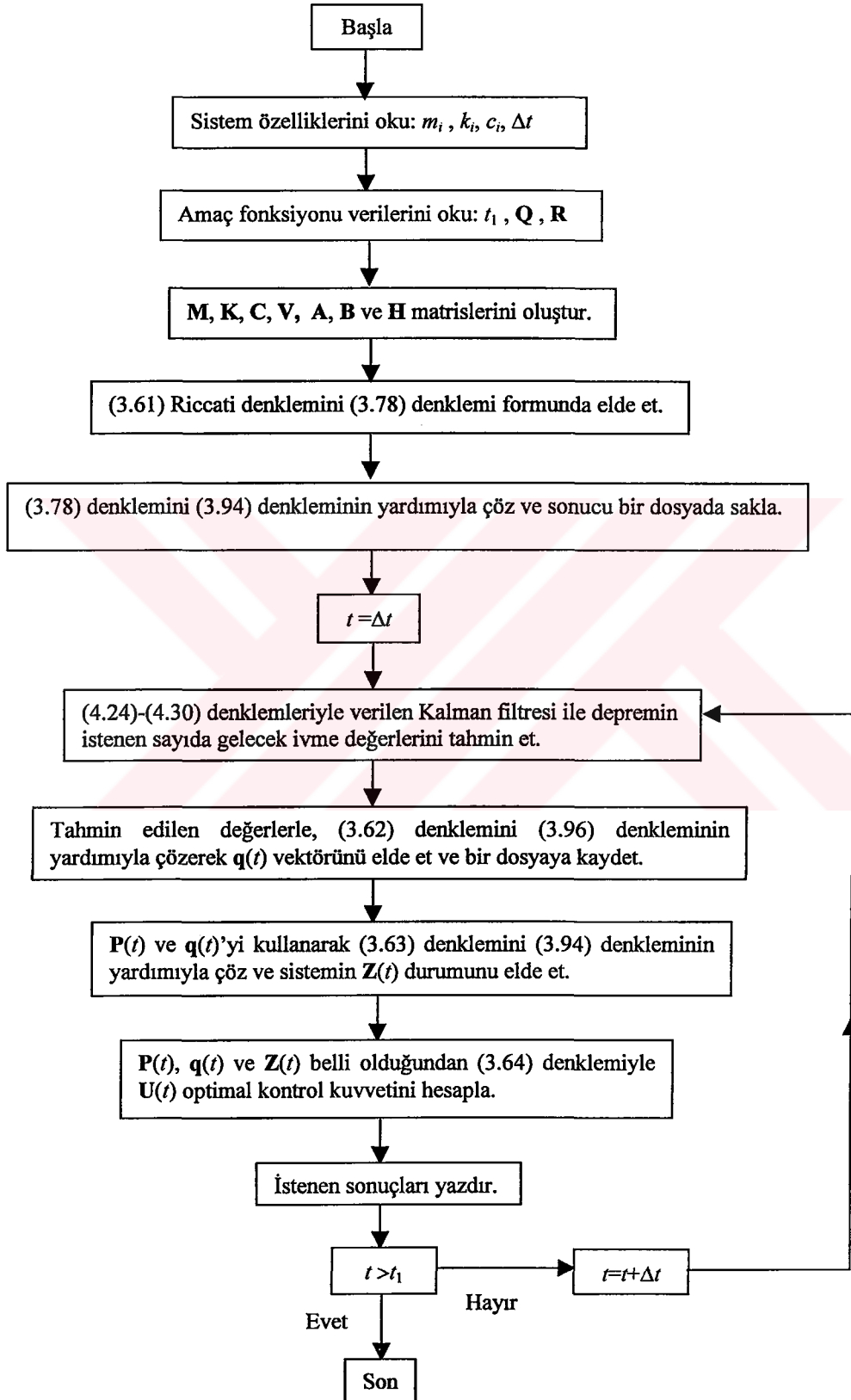
- [26] **Lee-Glauser, G.J., and Horta, L.G., 1997.** Integrated Passive/active Vibration Absorber for Multistory Buildings. *ASCE, J. of Struct. Engrg.*, 3(5).
- [27] **Nakamura, Y., Miyano, H., Hora, H., and Fujita, T., 1994.** Practical Application of Hybrid Mass Damper Using AC-servomotor for Vibration Control of a Slender Tall Building, *Proc. First World Conf. on Struct. Control*, WP2: pp. 62-71.
- [28] **Otsuka, S., Shimoda, I., Kawai, N., Inaba, K., Kurimoto, I., Yasui, K., and Mochimaru, M., 1994.** Development and Verification of Active-passive Mass Damper, *Proc. First World Conf. on Struct. Control*, WP2: pp. 72-79.
- [29] **Petti, L., Soong, T. T., and Palazzo, B. 1994.** Hybrid Mass Dampers for Structural Control Against Wind and Earthquakes. *Proc. First World Conf. on Struct. Control*, TP1, pp. 110-118.
- [30] **Sakamoto, M., Kobori, T., Yamada, T., and Takahashi, M., 1994.** Practical Applications of Active and Hybrid Control Systems and Their Verification by Earthquake and Strong Wind Observations, *Proc. First World Conf. on Struct. Control*, WP2: pp. 90-99.
- [31] **Seto, K., 1994.** Vibration Control Method for Flexible Structures Arranged in Parallel. *Proc. First World Conf. on Struct. Control*, Vol 3, FP3: pp. 62-71.
- [32] **Shing, P. B., Dixon, M., Kermiche, N., and Su, R., 1994.** Hybrid Control Techniques for Building Structures. *Proc. First World Conf. on Struct. Control*, WP2: pp. 100 -109.
- [33] **Soong, T. T., and Constantinou, M. C., 1994.** Passive and Active Vibrational Control in Civil Engineering. Springer - Verlag, New York, Inc., New York.
- [34] **Astrom, K. J., and Wittenmark, B., 1995.** Adaptive Control, Addison-Wesley publishing Company., Reading, Mass.
- [35] **Ioannou, P. A., and Datta, A., 1991.** Robust Adaptive Control: A Unified Approach, *Proc., IEEE*, 79, pp. 1736-1768.
- [36] **Ioannou, P. A., and Sun, J., 1996.** Robust Adaptive Control. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- [37] **Isserman, R., Lachmann, K. H., and Matko, D. 1992.** Adaptive Control Systems. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- [38] **Narendra, K. S., Ortega, R., and Dorato, P., 1991.** Advances in Adaptive Control. IEEE Press, Piscataway, N.J.

- [39] **Pontryagin, L. S., and Boltianski, P. V.,** 1962. Mathematical Theory of Optimal Processes, Fizmagtiz, Moscow.
- [40] **Bellman, R.,** 1957. Dynamic Programming, Princeton University Press, Princeton, N . J.
- [41] **Yang, J. N., Akbarpour, A., and Ghaemmaghami, P.,** 1987. New Optimal Control Algorithms for Structural Control, *ASCE, J. of Engrg. Mech.*, 113(9), pp. 1369-1386.
- [42] **Masri, S. F., Bekey, B. A., and Caughey, T. K.,** 1981. Optimal Pulse Control of Flexible Structures. *ASME, J. of Appl. Mech.* 48, pp. 619-26.
- [43] **Lee, S. K., and Kozin, F.,** 1986. Bounded State Control of Structures with Uncertain Parameters. *ASCE, Dynamic Response of Structures*, pp.788-94, New York.
- [44] **Rodellar, J., Barbat, A. H., and Martín-sanchez, J. M.,** 1987. Predictive Control of Structures. *ASCE, J. of Engrg. Mech.* 113, pp. 797-817.
- [45] **Kawahara, M., and Fukazawa, K.,** 1989. Optimal Control of Structure Subject to Earthquake Loading Using Dynamic Programming, *Structural Engrg./ Earthquake Engrg.* Vol. 6, No. 1, (*Proc. of JSCE* No.404/I-11), pp. 179-190.
- [46] **Iemura, H., Yamada, Y., Izuna, K., Iwasaki, Y. and Ohno, S.,** 1990. Phase -Adjusted Active Control of Structures with Identification of Random Earthquake Ground Motion. *U. S. Workshop on Structural Control*, Los Angeles.
- [47] **Sato, T., and Toki, K.,** 1990. Active Control of Seismic Response of Structures, *J. of Intell. Mater. Syst. and Struct*, Vol. 1, pp. 447-475.
- [48] **Krotov, V. M.,** 1962. Methods for Solving Variational Problems on the Basis of the Sufficient Conditions for an Absolute Minimum. I, *Autom. Remote Control* (Translated from *Avtomatika i Telemekhanika*) Vol. 3, 12, pp. 1571-1583.
- [49] **Krotov, V. M.,** 1996. Global Methods in Optimal Control Theory, Marcel Dekker, Inc. N.Y., New York.
- [50] **Alekseev, V. M., Tihomirov, V.M., and Fomin, S.V.,**1979. Optimal Control. Moscow ''Nauka'',(in Russian).
- [51] **Meirovitch, L.,** 1990. Dynamics and Control of Structures , John Wiley and Sons.
- [52] **Kirk, D. E.,** 1970. Optimal Control Theory, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

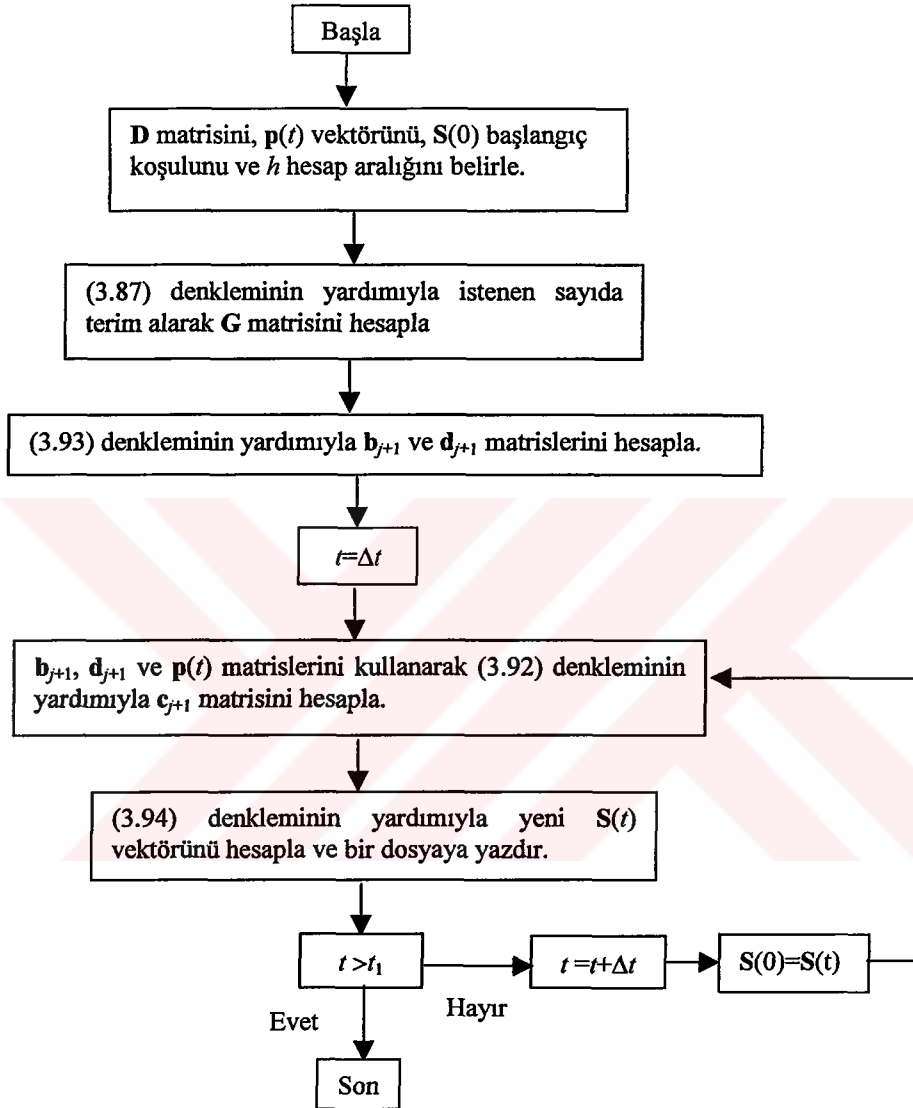
- [53] **Gelfand, I. M., and Fomin, S. V.**, 1970. *Calculus of Variations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [54] **Akhiev, S. S.**, 1973. *Optimal Kontrol Teorisinin Problemleri*, *Doktora tezi*, Bakü Azərbaycan Devlet Üniversitesi.
- [55] **Kwakernaak, H., and Sivan, R.**, 1972. *Linear Optimal Control Systems*, Wiley-Interscience, New York.
- [56] **Dorato, P.**, 1995. *Linear Quadratic Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [57] **Gantmacher, F. R.**, 1960. *The Theory of Matrices*, Vol II Chelsea Publication Company, New York.
- [58] **Moler, C., and Loan, V.C.**, 1978. Nineteen Dubious Ways to Compute the Exponential of a Matrix, *SIAM*, 20(4), pp. 801-836.
- [59] **Carnahan, B., Luther, H. A., and Wilkes, J. O.**, 1969. *Applied Numerical Methods*, Chapter 6, John Wiley and Sons Inc. New York.
- [60] **Hoshiya, M., and Maruyama, O.**, 1991. Adaptive Identification of Autoregressive Processes, *ASCE, J. of Engrg. Mech.*, 117(7), pp. 442-1454.
- [61] **Aldemir, Ü., Bakioğlu, M. and Cığızoğlu, H. K.**, 1997. Prediction of Near-future Earthquake Excitation, *First Japan-Turkey Workshop on Earthquake Engineering*, Istanbul.
- [62] **Gelb, A.**, 1974. *Applied Optimal Estimation*, MIT Press.
- [63] **Şen, Z.**, 1991. Adaptive Prediction of Hydrologic Series by Walsh-Kalman Model, *J. of Hydrology*, 122, pp. 221-234.
- [64] **Samaras, E., and Shinozuka, M.**, 1985. ARMA Representation of Random Processes, *ASCE, J. of Engrg. Mech.* 111(3), pp. 449-461.
- [65] **Bevensee, R.**, 1993. *Maximum Entropy Solutions to Scientific Problems*, Prentice Hall PTR, New Jersey.
- [66] **Burg, J. P.**, 1967. The Relationship Between the Maximum Entropy Spectra and Maximum Likelihood Spectra, *Geophysics*, 37, pp.375-376.
- [67] **Lacos, R. T.**, 1971. Data Adaptive Spectral Analysis Methods, *Geophysics*, 36, pp. 661-675.
- [68] **Andersen, N.**, 1974. On the Calculation of Filter Coefficient for Maximum Entropy Analysis, *Geophysics*, 39, pp. 69-72.

- [69] **Aldemir, Ü., and Bakioğlu, M., 1977.** Application of Maximum Entropy Method and the Kalman Filtering Technique for Near-future Prediction of Seismic Excitation, *Water and Statistics*, Satellite Meeting to the 51st International Statistical Institute Session, Ankara.
- [70] **Vasco, C. F., 1964.** The Berthing Ship, The Dock and Harbour Authority, 45, pp.22-26, pp. 49-52, pp. 90-94.
- [71] **Fontijn, H. L., 1980.** The Berthing of a Ship to a Jetty. *Proc. ASME, JWPO Div.* Vol. 106, pp. 239-259.
- [72] **Fontijn, H. L., 1985.** On the Determination of Berthing Forces, *Proc. Int. Con.on Num. and Hyd. Modelling of Ports and Harbours*, Birmingham, England, pp.187-193.
- [73] **Gaythwaiye, J. W., 1990.** Design of Marine Facilities for the Berthing, Mooring and Repair of Vessels, van Nostand Reinhold, New York.
- [74] **Clough, R. W., and Penzien, J., 1989.** Dynamics of Structures, Mc Graw-Hill.
- [75] **Humar, J. L., 1990.** Dynamics of Structures, Prentice Hall Inc.
- [76] **Aldemir, Ü., and Bakioğlu, M., 1995.** Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımında Aktif Kontrol, *III. Ulusal Deprem Konferansı*, İ.T.Ü. İstanbul.
- [77] **Bakioğlu, M., and Aldemir, Ü., 1995.** Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımında Pasif Kontrol, *III. Ulusal Deprem Konferansı*, İ.T.Ü. İstanbul.

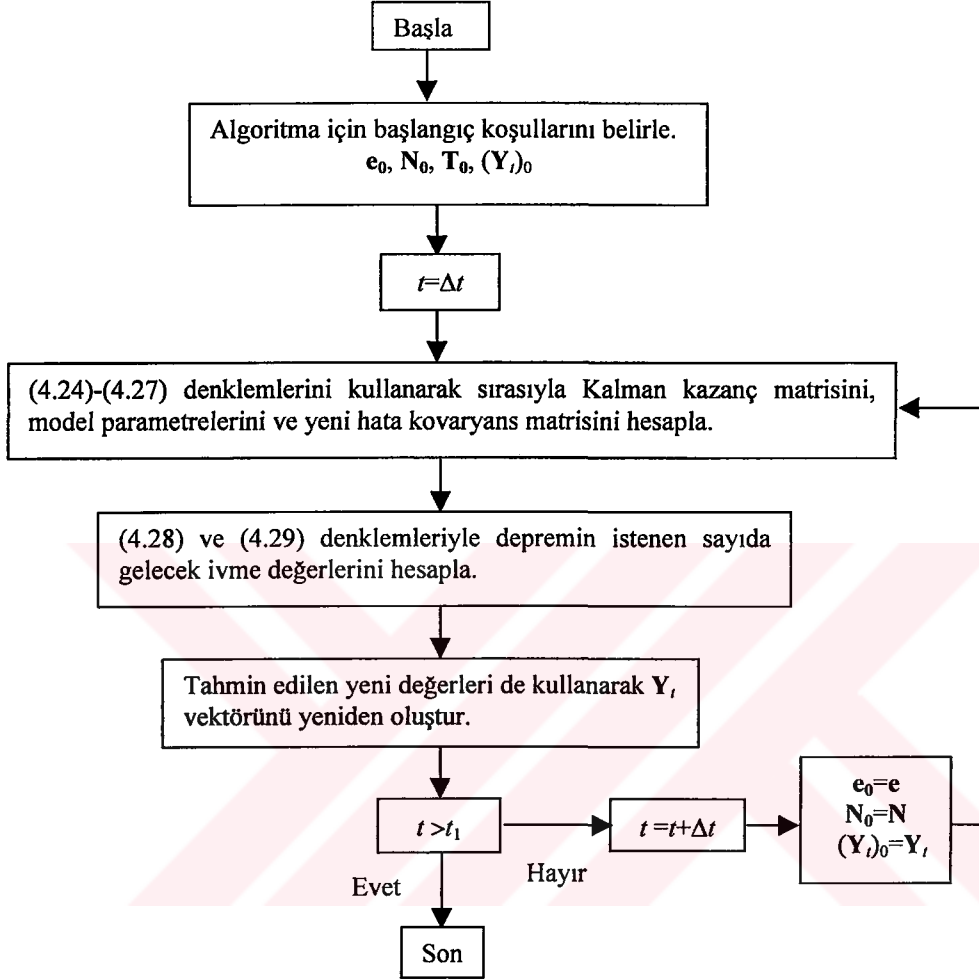
Ek A. Kapalı-açık çevrim kontrol kuvvetinin yaklaşık çözümü için akış diyagramı.



Ek B. $\dot{S}(t) = DS(t) + p(t)$ formunda birinci mertebe matris diferansiyel denkleminin çözümü için akış diyagramı.



Ek C. Kalman filtresi ile deprem ivme değerlerinin tahmini için akış diyagramı.



ÖZGEÇMİŞ

1965 yılında Kırşehir'in Çiçekdağı ilçesinin Kösefakılı köyünde doğdu. Orta öğrenimine Ankara Yusuf Karaman Ortaokulunda başlayarak Heybeliada Lisesinde tamamladı.

Boğaziçi Üniversitesi İnşaat Mühendisliği bölümünden 1991-1992 öğretim yılı yaz döneminde mezun olarak aynı yıl İ.T.Ü. İnşaat Fakültesinde yüksek lisans programını kazandı. Kasım-1992'de İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Mekanik Anabilim dalında Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Yüksek lisansı 1994 yılında tamamladı ve aynı yıl İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi yapı bölümünde doktora programına başladı. 1997 senesinde Tinçel Kültür Vakfı tarafından verilen araştırma bursunu kazanarak A.B.D.'de Duke Üniversitesinde 3 ay süre ile yapıların optimal kontrolu ile ilgili bilimsel çalışmalar yaptı. Halen İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Mekanik Anabilim dalında Araştırma Görevlisi olarak göreve devam etmektedir.