

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
100736

SÜREKLİ FAZ MODÜLASYONUNUN ÇOK DÜZEYLİ KODLANMASI

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. İbrahim ALTUNBAŞ

100736

100736

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Eylül 1998

Tezin Savunulduğu Tarih : 22 Nisan 1999

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Ümit AYGÖLÜ

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Ahmet H. KAYRAN

: Prof.Dr. Bingül YAZGAN

: Prof.Dr. Avni MORGÜL (B.Ü.)

: Prof.Dr. Metin YÜCEL (Y.T.Ü.)

NİSAN 1999

ÖNSÖZ

Doktora tez çalışmam boyunca bana yardımcı olan ve yol gösteren hocam Sayın Prof.Dr. Ümit AYGÖLÜ'ne, bilgisayar çalışmalarımda destek olan Sayın Doç.Dr. Tevfik AKGÜN'e, her aşamadaki manevi desteklerinden dolayı aileme, sevgili eşime ve bu tezin ortaya çıkmasına katkıda bulunan herkese çok teşekkür ederim.

İstanbul, Nisan 1999

İbrahim Altunbaş



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	ii
SEMBOL LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ	xii
ÖZET	xiv
SUMMARY	xv
BÖLÜM 1 GİRİŞ	1
1.1 Konuyla İlgili Çalışmalar	2
1.2 Tez İle Getirilen Yenilikler ve İzlenen Yol	9
BÖLÜM 2 KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİKLERİ	12
2.1 Kafes Kodlamalı Modülasyon (TCM)	12
2.2 Çok Düzeyli Kodlama/Çok Aşamalı Kodçözme	15
2.2.1 Çok Düzeyli Kodlayıcı Yapısı	15
2.2.2 Çok Aşamalı Kodçözücü Yapısı	18
2.2.3 Çok Aşamalı Kodçözmede Gecikme Zamanı	20
BÖLÜM 3 SÜREKLİ FAZ MODÜLASYONU (CPM)	21
3.1 Sürekli Fazlı Frekans Kaydırmalı Anahtarlama (CPFSK)	23
3.1.1 2'li CPFSK, $h=1/2$ (MSK veya FFSK)	29
3.1.2 4'lü CPFSK, $h=1/2$	30
3.1.3 8'li CPFSK, $h=1/2$	31
3.1.4 16'lı CPFSK, $h=1/2$	33
3.1.5 4'lü CPFSK, $h=1/4$	35
3.1.6 8'li CPFSK, $h=1/4$	37
3.1.7 16'lı CPFSK, $h=1/4$	39
3.1.8 8'li CPFSK, $h=1/8$	43
3.1.9 16'lı CPFSK, $h=1/8$	44
BÖLÜM 4 SÜREKLİ FAZ MODÜLASYONUNUN ÇOK DÜZEYLİ KOD- LANMASI VE ÇOK AŞAMALI ÇÖZÜLMESİ	45
4.1 İşaret Kümesinin Seçimi ve Bölmelenmesi	45
4.1.1 4'lü CPFSK, $h=1/2$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi	48
4.1.2 8'li CPFSK, $h=1/2$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi	49

4.1.3 16'lı CPFSK, $h=1/2$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi	49
4.1.4 8'li CPFSK, $h=1/4$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi	52
4.1.5 16'lı CPFSK, $h=1/4$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi	53
4.1.6 16'lı CPFSK, $h=1/8$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi	53
4.2 Çok Düzeyli Kodlama İçin Genel CPFSK Sistem Modeli	56
4.3 İşaret kümesinin Çok Aşamalı Olarak Çözülmesi	57
BÖLÜM 5 AWGN KANALLAR İÇİN ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ CPFSK SİSTEMLERİ	61
5.1 Çok Düzeyli Kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ Sistemleri	62
5.2 Çok Düzeyli Kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ Sistemleri	73
5.3 Çok Düzeyli Kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ Sistemleri	77
5.4 Çok Düzeyli Kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ Sistemleri	80
5.5 Çok Düzeyli Kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ Sistemleri	83
5.6 Çok Düzeyli Kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/8$ Sistemleri	86
BÖLÜM 6 AWGN KANALLAR İÇİN TASARLANAN SİSTEMLERİN HATA BAŞARIM ANALİZİ	88
6.1 Çok Aşamalı Kodçözücü İçin AWGN Kanallarda Bit Hata Olasılığı Üst Sınırları	88
6.1.1 Tasarlanan Sistemler İçin Bit Hata Olasılığı Üst Sınırları	99
6.2 Tasarlanan Sistemlerin Hata Başarımlarının Bilgisayar Benzetimi Yardımıyla Belirlenmesi	104
BÖLÜM 7 SÖNÜMLEMELİ KANALLAR İÇİN ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ CPFSK SİSTEMLERİ	112
7.1 Çok Düzeyli Kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ Sistemleri	115
7.2 Çok Düzeyli Kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ Sistemleri	126
7.3 Çok Düzeyli Kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ Sistemleri	129
7.4 Çok Düzeyli Kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ Sistemleri	133
7.5 Çok Düzeyli Kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ Sistemleri	138
BÖLÜM 8 SÖNÜMLEMELİ KANALLAR İÇİN TASARLANAN SİSTEMLERİN HATA BAŞARIM ANALİZİ	141
8.1 Çok Aşamalı Kodçözücü İçin Sönümlemeli Kanallarda Bit Hata Olasılığı Üst Sınırları	141
8.1.1 Tasarlanan Sistemler İçin Bit Hata Olasılığı Üst Sınırları	149
8.2 Tasarlanan Sistemlerin Hata Başarımlarının Bilgisayar Benzetimi Yardımıyla Belirlenmesi	158
8.3 Çok Aşamalı Kodçözücü İçin İdeal Olmayan Sönümlemeli Kanallarda Bit Hata Olasılığı Üst Sınırları	166
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	180
KAYNAKLAR	186
ÖZGEÇMİŞ	194

SEMBOL LİSTESİ

k	: Kodlayıcı giriş biti sayısı
k'	: Kodlanan giriş biti sayısı
n	: Kodlayıcı çıkış biti sayısı
μ	: Modülasyon işareti başına kodlayıcının çıkışından alınan bit sayısı
R	: Kodlama oranı
R_s	: Bit/simge oranı
ν	: Bellek elemanı sayısı
L	: Kodçözme karmaşıklığı
M	: Bilgi genlik düzeyi sayısı
T	: Simge süresi (Modülasyon aralığı)
$d^2(.,.)$	: Simgeler arası karesel Öklid uzaklığı
d_{sH}	: Serbest Hamming uzaklığı
d_{sE}	: Serbest Öklid uzaklığı
$N(d_{sE})$	: d_{sE} uzaklıklı ortalama yol çifti sayısı
d_{sEN}	: Normalize edilmiş serbest Öklid uzaklığı
Δ_{i-1}	: i . bölmeleme düzeyinde alt kümeler arasındaki en küçük Öklid uzaklığı
$B0, B1$	: 8-PSK'nın ilk bölmelemesinde elde edilen alt kümeler
$C0, ., C3$	: 8-PSK'nın ikinci bölmelemesinde elde edilen alt kümeler
N_0	: Beyaz gürültünün tek yönlü güç spektral yoğunluğu
P_e	: Simge hata olasılığı
P_b	: Bit hata olasılığı
$Q(.)$	: Gauss hata işlevi
Q	: Düzey sayısı
C_i	: i . düzeydeki katlamalı kod
C_i^p	: i . düzeydeki boşluklu katlamalı kod
y_i	: Çok düzeyli yapının i . çıkış biti
$\hat{y}_i$	: y_i 'nin alıcıda çözölen değeri
D_i	: i . düzeydeki kodçözücü
λ	: Viterbi kodçözücü için karar adım sayısına etki eden bir parametre.

E	: Simge enerjisi
E_b	: Bilgi biti enerjisi
$s(.,.)$	: CPM işareti
s	: CPM işarete ilişkin simge
h	: Modülasyon indisi
P	: CPM modülatörünün durum sayısı
$g(.)$	: Faz yanıtı
$f(.)$	: Ani frekans darbe yanıtı
N	: Darbe uzunluğu
$\phi(.,.)$	: CPM işaretin faz terimi
$\tilde{\phi}(.,.)$	: CPM işaretin fiziksel faz terimi
$\psi(.,.)$	: CPM işaretin eğik faz terimi
$\tilde{\psi}(.,.)$	: CPM işaretin fiziksel eğik faz terimi
f_c	: Taşıyıcı frekansı
f_1	: Değiştirilmiş taşıyıcı frekansı
α_n	: n . bilgi simgesi
β_n	: Değiştirilmiş n . bilgi simgesi
θ_n	: n . anda fazın fiziksel başlangıç değeri
φ_n	: $(n - 1)$. ana kadar toplamsal olarak oluşan faz değeri
$\Delta\psi_n$	: n . andaki faz farkı
$S^{y_1 y_2 \dots y_i}$	: i . bölmeleme ile elde edilen alt küme
$\underline{z}$	: Vericiden iletilen simge dizisi
$\underline{r}$	: Alıcıya ulaşan simge dizisi
η	: Beyaz Gauss gürültüsü
$m(.,.)$	: Kodçözücünün kullandığı metrik
$T(.,.)$	: Aktarım işlevi
a_d	: d uzaklıklı yol çifti sayısı
ξ	: Karesel Öklid uzaklığı
$W^{(i)}$	: i . düzeydeki alt kümenin hatalı çözülmesi olasılığı üst sınırı
G	: Üreteç matrisi
$A^{(i)}$	: i . düzeydeki bir alt kümeden diğer alt kümeye Δ_{i-1} uzaklıklı toplam simge sayısı

- $F(.,.,.)$: Hata ağırlık profili
 $\underline{e}$: Hata dizisi
 $\underline{c}$: Çıkış dizisi
 ρ : Sönümlleme değişkeni
 $p(.)$: Olasılık yoğunluk işlevi
 K : Rician ölçütü
 $I_0(.)$: Sıfırıncı dereceden birinci tür değiştirilmiş Bessel işlevi
 ECL : Etkin kod uzunluğu
 d_p^2 : Karesel çarpımsal uzaklık
 $\overline{W^{(i)}}$: i . düzeydeki alt kümenin sönümlmeli kanallardaki hatalı çözülmesi olasılığı üst sınırı
 N_p : Kodçözme işlemi için fazladan alınan simge aralığı sayısı



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 Sayısal bir iletişim sisteminin blok diyagramı	2
Şekil 1.2 FFSK ve 4-PSK modülasyonlarına ilişkin spektrum	5
Şekil 2.1 (a) $k/k + 1$ oranlı kod için kodlayıcı-modülatör yapısı (b) Kafes diyagramı	12
Şekil 2.2 (a) $2/3$ oranlı Ungerboeck koduna ait kafes (b) İşaret kümesinin bölmelenmesi	14
Şekil 2.3 Q düzeyli kodlayıcı	16
Şekil 2.4 3 düzeyli 8-PSK kodlayıcısı	17
Şekil 2.5 Q aşamalı kodçözücü	18
Şekil 2.6 $\hat{y}_1\hat{y}_2\hat{y}_3=001$ için kodçözme işleminin işaret kümesi üzerinde gösterilmesi	19
Şekil 3.1 Sürekli faz modülatörü	22
Şekil 3.2 (a) CPFSK'ya ait $f(t)$ (b) $f(t)$ 'nin integrali $g(t)$	23
Şekil 3.3 İkili CPFSK faz ağacı	24
Şekil 3.4 FFSK fiziksel faz kafes diyagramı	25
Şekil 3.5 (a) İkili CPFSK eğik faz ağacı (b) FFSK fiziksel eğik faz kafesi	26
Şekil 3.6 M 'li CPFSK, $h = J/P$ 'nin fiziksel eğik faz kafesi (işaret kümesi)	27
Şekil 3.7 2'li CPFSK, $h=1/2$ 'nin işaret kümesi	29
Şekil 3.8 4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'nin işaret kümesi	30
Şekil 3.9 8'li CPFSK, $h=1/2$ 'nin işaret kümesi	32
Şekil 3.10 16'lı CPFSK, $h=1/2$ 'nin işaret kümesi	34
Şekil 3.11 4'lü CPFSK, $h=1/4$ 'ün işaret kümesi	36
Şekil 3.12 8'li CPFSK, $h=1/4$ 'ün işaret kümesi	38

Şekil 3.13	16'lı CPFSK, $h=1/4$ 'ün işaret kümesi	42
Şekil 3.14	8'li CPFSK, $h=1/8$ 'in işaret kümesi	43
Şekil 3.15	16'lı CPFSK, $h=1/8$ 'in işaret kümesi	44
Şekil 4.1	M 'li CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h = J/P, M \geq 2P$)	46
Şekil 4.2	Son düzeydeki alt kümelerin sürekli faz kodlayıcısı ve belleksiz eşleyiciye ayrıştırılması	47
Şekil 4.3	4'lü CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h=1/2$)	48
Şekil 4.4	8'li CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h=1/2$)	50
Şekil 4.5	16'lı CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h=1/2$)	51
Şekil 4.6	8'li CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h=1/4$)	52
Şekil 4.7	16'lı CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h=1/4$)	54
Şekil 4.8	16'lı CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h=1/8$)	55
Şekil 4.9	Çok düzeyli kodlanmış M 'li CPFSK, $h = J/P$ sistemi	56
Şekil 4.10	Çok düzeyli kodlanmış M 'li CPFSK, $h = J/P$ 'yi çözmek için kullanılan çok aşamalı kodçözücü	58
Şekil 5.1	4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'nin 2 düzeyli kodlanmasına bir örnek . . .	63
Şekil 6.1	(a) $2/7$ oranlı C_1 kodlayıcısı (b) Kafes diyagramı	93
Şekil 6.2	C_1 kodlayıcısının hata durum diyagramı	93
Şekil 6.3	(a) Bir FFSK kodlayıcı yapısı (b) Birleşik kafes diyagramı . .	94
Şekil 6.4	İkinci düzeydeki FFSK kafes kodun hata durum diyagramı . .	96
Şekil 6.5	$\bar{O}r. - 1$, $\bar{O}r. - 2$ sistemlerinin ve $Ref. - 1$ kodunun bit hata olasılığı üst sınırları	98
Şekil 6.6	4'lü CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları	100
Şekil 6.7	8'li CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları	101
Şekil 6.8	16'lı CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları	102
Şekil 6.9	8'li CPFSK, $h=1/4$ için bit hata olasılığı üst sınırları	103

Şekil 6.10	Serpiştirici kullanıldığı durumda $\ddot{O}r. - 1$ ve $\ddot{O}r. - 2$ sistemlerinin modellenmesi	106
Şekil 6.11	$\ddot{O}r. - 1$, $\ddot{O}r. - 2$ sistemlerinin ve $Ref. - 1$ kodunun benzetim sonuçları ve bit hata olasılığı üst sınırları	107
Şekil 6.12	Serpiştirici kullanılmadığı durumda 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları	109
Şekil 6.13	Serpiştirici kullanıldığı durumda 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları	110
Şekil 6.14	8'li CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları	111
Şekil 7.1	Son düzeyin kodlanması için bu tezde tasarlanan "uyumlu" kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/4$ yapıları (a) 4 durumlu (b) 8 durumlu	134
Şekil 8.1	İkinci düzeydeki FFSK kafes kodun hata durum diyagramı (sönümlemeli kanal)	145
Şekil 8.2	$\ddot{O}r. - 1$, $\ddot{O}r. - 2$ sistemlerinin ve $Ref. - 1$ kodunun bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$)	147
Şekil 8.3	$\ddot{O}r. - 1$, $\ddot{O}r. - 2$ sistemlerinin ve $Ref. - 1$ kodunun bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$)	148
Şekil 8.4	4'lü CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$)	150
Şekil 8.5	4'lü CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$)	151
Şekil 8.6	8'li CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$)	152
Şekil 8.7	8'li CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$)	153
Şekil 8.8	16'lı CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$)	154
Şekil 8.9	16'lı CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$)	155
Şekil 8.10	8'li CPFSK, $h=1/4$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$)	156
Şekil 8.11	8'li CPFSK, $h=1/4$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$)	157
Şekil 8.12	$\ddot{O}r. - 1$, $\ddot{O}r. - 2$ sistemlerinin ve $Ref. - 1$ kodunun benzetim sonuçları ve bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$)	159
Şekil 8.13	$\ddot{O}r. - 1$, $\ddot{O}r. - 2$ sistemlerinin ve $Ref. - 1$ kodunun benzetim sonuçları ve bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$)	160
Şekil 8.14	4'lü CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları ($K=0$)	162

Şekil 8.15	4'lü CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları ($K=10$)	163
Şekil 8.16	8'li CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları ($K=0$)	164
Şekil 8.17	8'li CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları ($K=10$)	165
Şekil 8.18	İdeal olmayan sönümlleme durumunda $\tilde{O}r. - 1$ sisteminin serpiştirici kullanılarak gerçekleştirilmesi (4'lü CPFSK, $h=1/2$)	167
Şekil 8.19	$\tilde{O}r. - 1$ sisteminin ikinci düzeyinin anahtarlı ve doğrudan bağlı biçimleri	168
Şekil 8.20	$2CPE_2 + MM'_2$ 'nin yapısı	169
Şekil 8.21	(a) $1/2$ oranlı C'_2 kodlayıcısı. (b) Kafes diyagramı	170
Şekil 8.22	İkinci düzeydeki C'_2 kodlayıcısının hata durum diyagramı . . .	172
Şekil 8.23	$\tilde{O}r. - 1$ sisteminin ideal ve ideal olmayan sönümlmeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (4'lü CPFSK, $h=1/2$, $K=0$) . . .	174
Şekil 8.24	$\tilde{O}r. - 1$ sisteminin ideal ve ideal olmayan sönümlmeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (4'lü CPFSK, $h=1/2$, $K=10$) . .	175
Şekil 8.25	$SF - 13$ ve $SF - 32$ sistemlerinin ideal ve ideal olmayan sönümlmeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (4'lü CPFSK, $h=1/2$, $K=0$)	176
Şekil 8.26	$SF - 13$ ve $SF - 32$ sistemlerinin ideal ve ideal olmayan sönümlmeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (4'lü CPFSK, $h=1/2$, $K=10$)	177
Şekil 8.27	$SF - 80$ sisteminin ideal ve ideal olmayan sönümlmeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (8'li CPFSK, $h=1/2$, $K=0$) . . .	178
Şekil 8.28	$SF - 80$ sisteminin ideal ve ideal olmayan sönümlmeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (8'li CPFSK, $h=1/2$, $K=10$) . .	179

TABLO LİSTESİ

		<u>Sayfa No</u>
Tablo 3.1	2'li CPFSK, $h=1/2$ değerleri	29
Tablo 3.2	4'lü CPFSK, $h=1/2$ değerleri	30
Tablo 3.3	8'li CPFSK, $h=1/2$ değerleri	31
Tablo 3.4	16'lı CPFSK, $h=1/2$ değerleri	33
Tablo 3.5	4'lü CPFSK, $h=1/4$ değerleri	35
Tablo 3.6	8'li CPFSK, $h=1/4$ değerleri	37
Tablo 3.7	16'lı CPFSK, $h=1/4$ değerleri	39
Tablo 4.1	Son bölmeleme düzeyindeki S^0 ve S^1 alt kümelerinin iç uzaklıkları ($h=1/2$)	49
Tablo 5.1	AWGN kanallar için örnek olarak verilen 2 düzeyli sistemlere ilişkin değerler (4'lü CPFSK, $h=1/2$)	64
Tablo 5.2	AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri	65
Tablo 5.3	AWGN kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile literatürdeki kodların karşılaştırılması (4'lü CPFSK, $h=1/2$)	72
Tablo 5.4	AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemleri	73
Tablo 5.5	AWGN kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile literatürdeki kodların karşılaştırılması (8'li CPFSK, $h=1/2$)	76
Tablo 5.6	AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri	77
Tablo 5.7	AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ sistemleri	80
Tablo 5.8	AWGN kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile literatürdeki kodların karşılaştırılması (8'li CPFSK, $h=1/4$)	83

Tablo 5.9	AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri	84
Tablo 5.10	AWGN kanallar için tasarlanan 2 düzeyli 16'lı CPFSK, $h=1/8$ sistemleri ile literatürdeki kodların karşılaştırılması	87
Tablo 6.1	4'lü CPFSK, $h=1/2$ için ilk bölmeleme düzeyinde elde edilen S^0 ve S^1 alt kümelerinin simgeleri arasındaki Δ_0 uzaklıkları	94
Tablo 6.2	İkinci düzeye ilişkin çıkış dizilerinin karesel hata ağırlıkları	95
Tablo 6.3	İkinci düzeye ilişkin hata dizilerinin olası hata ağırlık profilleri	96
Tablo 7.1	Sönümlemeli kanallar için örnek olarak verilen 2 düzeyli sistemlere ilişkin değerler	117
Tablo 7.2	Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri	118
Tablo 7.3	Sönümlemeli kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile referans kodların karşılaştırılması (4'lü CPFSK, $h=1/2$)	125
Tablo 7.4	Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemleri	126
Tablo 7.5	Sönümlemeli kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile referans kodların karşılaştırılması (8'li CPFSK, $h=1/2$)	129
Tablo 7.6	Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri	130
Tablo 7.7	Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ sistemleri	135
Tablo 7.8	Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri	138
Tablo 8.1	İkinci düzeye ilişkin çıkış dizilerinin karesel hata ağırlıkları (sönümlemeli kanal)	144
Tablo 8.2	İkinci düzeye ilişkin hata dizilerinin olası hata ağırlık profilleri (sönümlemeli kanal)	145
Tablo 8.3	$2CPE_2$ 'nin giriş bitlerine karşı düşen simge çiftleri	170
Tablo 8.4	İkinci düzeye ilişkin çıkış dizilerinin karesel hata ağırlıkları (ideal olmayan sönümlemeli kanal)	171
Tablo 8.5	İkinci düzeye ilişkin hata dizilerinin olası hata ağırlık profilleri (ideal olmayan sönümlemeli kanal)	172

ÖZET

Sürekli faz modülasyonu, sabit zarf, iyi band ve güç verimliliği özellikleri nedeniyle, gezgin radyo ve uydu iletişimi gibi band ve güç sınırlı ortamlar için oldukça uygun bir modülasyon türüdür. Üstelik dış kodlama işlemi yardımıyla güç verimliliği daha da artırılabilir. Çok düzeyli kodlama/ çok aşamalı kodçözme, modülasyonlu işaretin birden fazla kodlayıcı tarafından belirlendiği ve alıcı kısımda da çok aşamalı olarak çözüldüğü bir kanal kodlama tekniğidir. Bu teknik, kodlama kazancı yüksek (hata olasılığı düşük) ve alıcı donanımı basit sistem tasarımlarına olanak tanımaktadır.

Bu çalışmada, literatürde bulunan yöntemlere yeni bir alternatif olarak sürekli faz modülasyonunun çok düzeyli olarak kodlanması ve çok aşamalı olarak çözülmesi önerilmektedir. Bu amaçla, sürekli faz modülasyonunun en çok bilinen biçimi olan, frekans darbe yanıtının dikdörtgen olarak seçildiği CPFSK modülasyonu için, çok düzeyli kodlama/çok aşamalı kodçözme tekniğine dayalı olarak AWGN ve sönümlemeli kanallar için yeni sistemler tasarlanmıştır. Sistemler, J ve P ortak bölenleri olmayan iki tamsayı olmak üzere, modülasyon indisi J/P olan M bilgi genlik düzeyli CPFSK modülasyonu için $M \geq 2P$ koşulu altında elde edilmiştir.

Tasarlanan sistemlerin hata başarımları incelemeleri, analitik bit hata olasılığı üst sınırları ve bilgisayar benzetimleri yardımıyla yapılmıştır. Bu amaçla, çok düzeyli sistemlerin AWGN ve sönümlemeli kanallardaki bit hata olasılığı üst sınırlarının hesaplanabilmesine olanak tanıyan yeni bir yöntem önerilmiştir. Böylece, üst sınırlardan, bilgisayar benzetiminden ve ayrıca kodçözücülerin donanım karmaşıklığının bir ölçütü olan "kodçözme karmaşıklığı" tanımından yararlanarak, yeni sistemlerin, literatürde daha önce var olan kodlara kıyasla hata başarımları ve kodçözme karmaşıklığı üstünlükleri sağladıkları gösterilmiştir. Ayrıca, literatürde daha önce tek düzeyli durumda belirtilenlerin aksine, kodlama ile sürekli faz modülasyonunun kolayca birleştirilebileceği ve değişik bit/simge oranlarında kod tasarımının kolayca gerçekleştirilebileceği gösterilmiştir.

MULTILEVEL CODING OF CONTINUOUS PHASE MODULATION

SUMMARY

Because of their attractive bandwidth efficiency properties, continuous phase modulation (CPM) schemes have gained considerable interest in modern digital telecommunications. The phase continuity of CPM signals improves spectral properties, and introduces memory which induces error control capability and therefore power efficiency. In a channel with a nonlinear transmitter power amplifier, constant envelope signals must be used. Even though some modulation techniques without memory (e.g. PSK) have constant envelope, the use of the transmitter filter destroys constant envelope property. Since CPM has excellent spectral properties without the need for filtering of the transmitted signal, it is well suited choice for such cases. The power efficiency of CPM can be improved by combining coding with CPM. In recent years, mainly three different optimization techniques for coded CPM have been proposed for additive white gaussian noise (AWGN) channels.

In the first technique, the external encoder and CPM modulator are optimized for the predetermined CPM parameters, the rate and the constraint length of the encoder, by looking for the code achieving the maximum free Euclidean distance (d_{fE}) which is the key parameter in error performance evaluation at high signal-to-noise ratio for AWGN channels. In the second method, called matched encoding, the combined coding and CPM schemes maximize d_{fE} for a given total number of trellis states. In the third technique, CPM is decomposed into a time invariant continuous phase encoder (CPE) and a time invariant memoryless modulator (MM). This decomposition allows the direct combination of memory parts of the CPM modulator and the external convolutional encoder. By using this method, the overall encoder can be designed to obtain maximum d_{fE} . All of the optimization methods cited above are partly based on trellis coded modulation (TCM) which is a well known power/bandwidth efficient coded modulation technique.

Another power/bandwidth efficient coded modulation technique is the multilevel coding/multistage decoding which leads to large coding gain and low decoding complexity at the expense of an increase in the decoding delay. The multilevel coding scheme employs, at each signalling interval, one or more output bits of each of several binary error-control encoders to construct the signal to be transmitted. The Hamming distances of component binary codes are linearly related to the Euclidean distances between partitioned signal subsets. An important advantage of the multilevel coding is the possibility of suboptimum multistage decoding of each code with decoded information transferred from one stage to

the next. This permits the decoding complexity to be reduced at each stage and therefore for the overall system.

In coding theory, although the most frequently assumed channel model is AWGN channel, fading channel is also another important channel model for many communication systems such as mobile satellite, HF radio and meteor burst links. Due to the strictly band-limiting condition caused by the growing demand of the users, good spectral properties have further importance besides power efficiency properties for this kind of channels. Therefore, CPM is very suitable for fading channels. As mentioned, the design criterion for the TCM technique on the AWGN channel is the maximization of d_{fE} . However, the codes optimized for the AWGN channel are not generally optimum for fading channels for which the effective code length (ECL) and the squared product distance (d_p^2) are the most significant criteria instead of d_{fE} . ECL is defined as the number of nonzero pairwise distances between the symbols along the shortest erroneous path and those along the correct path and d_p^2 is defined as the product of the nonzero squared pairwise distances between the symbols along the path pair with length ECL . In the literature, there is not any research on coding of CPM for fading channels except for a few papers. So, this is an open area for coding theory.

In this thesis, multilevel coding of continuous phase frequency shift keying (CPFSK) which is the rectangular frequency pulse shaped case of CPM is proposed in order to obtain systems having high coding gain and low decoding complexity for AWGN and/or fading channels. The proposed systems are obtained under the constraint $M \geq 2P$ for M-ary CPFSK with modulation index $h = J/P$, where J and P are relatively prime positive integers. It is also shown that combining multilevel coding with CPFSK provides the design simplicity.

For fading channels, it is assumed that the fading effect on the phase of the received signal is compensated for by some technique, e.g. phase-locked loop. So, the fading only effects the amplitude of the received signal. It is also considered the case of independent fading of adjacent symbols (ideal fading) under ideal interleaver/deinterleaver conditions and coherent detection with ideal channel state information (CSI) where the fading amplitude is determined at the receiver.

The transmitted M-ary CPFSK signal having "tilted phase" over the interval $nT \leq t \leq (n+1)T$ can be written as

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + 2\pi h \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n] \quad (1)$$

where E is the symbol energy, T is the symbol duration, f_c is the carrier frequency and $f_1 = f_c - (M-1)h/2T$ is the modified carrier frequency. $\alpha_n \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$ is the n th information symbol and $\beta_n \in \{0, 1, \dots, M-1\}$ is the modified n th information symbol which is defined as $\beta_n = (\alpha_n + (M-1))/2$. θ_n denotes the memory term of the modulation and satisfies

$$\theta_{n+1} = (\theta_n + 2\pi h \beta_n)_{\text{mod } 2\pi}. \quad (2)$$

Then, the phase trellis corresponding to this equation is time invariant and can be shown as in Fig. 1 where $M \geq 2P$. Note that, for $h = J/P$, $\theta_n \in \{0, (2\pi h)_{\text{mod } 2\pi}, (4\pi h)_{\text{mod } 2\pi}, \dots\}$ with P different phase values for all n . M branches

originate from each state and there are M/P parallel branches between the states. $s(t)$ can be one of the MP different signals which are represented as $\{s_0, s_1, \dots, s_{MP-1}\}$ in a modulation interval.

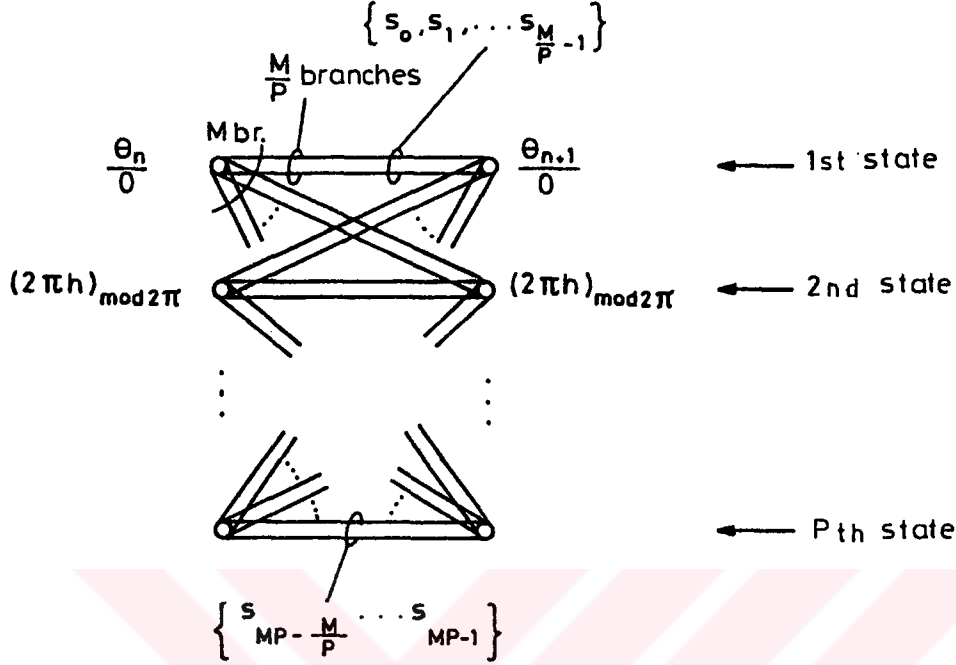


Fig. 1. M-ary CPFSK phase trellis ($h = J/P, M \geq 2P$).

M-ary CPFSK signal set S_0 can be divided into Q -level nonoverlapping subsets to form a partition chain $S_0/S_1/\dots/S_Q$, where S_i denotes the i th level partitioned set ($i = 0, 1, \dots, Q$), with minimum subset distances $\Delta_0 \leq \Delta_1 \leq \dots \leq \Delta_{Q-1}$, respectively. Here, Δ_{i-1} denotes the minimum Euclidean distance between two subsets produced by the partition S_{i-1}/S_i ($i = 1, 2, \dots, Q$). If the partitioning is performed as dividing the (sub)sets by two at each level, excluding the last one, in that case Q equals to $\log_2(2M/P)$. At the last level, each subsets of S_{Q-1} have P^2 signals and these signals and the phases can be represented by a P -state trellis diagram without parallel transitions. Each of these subsets can be considered as trellis of the last level's combined (inherent) continuous phase encoder (CPE_Q) and the memoryless mapper structure (MM_Q). The coding rate of CPE_Q is $\log_2 P / 2 \log_2 P$. Each of the M/P subsets of S_{Q-1} are equivalent to a P -ary CPFSK signal set with modulation index $h = J/P$ in terms of internal Euclidean distances and phase states. For example, for $h = 1/2$, each of the subsets of S_{Q-1} is equivalent to 2-ary CPFSK, $h=1/2$ (fast frequency shift keying (FFSK) or minimum shift keying (MSK)) signal set. Such a partitioning leads to design simplicity for coded $M=4$ or higher level CPFSK modulation schemes. Note that the phase continuity of the overall M-ary CPFSK system is satisfied at the last level.

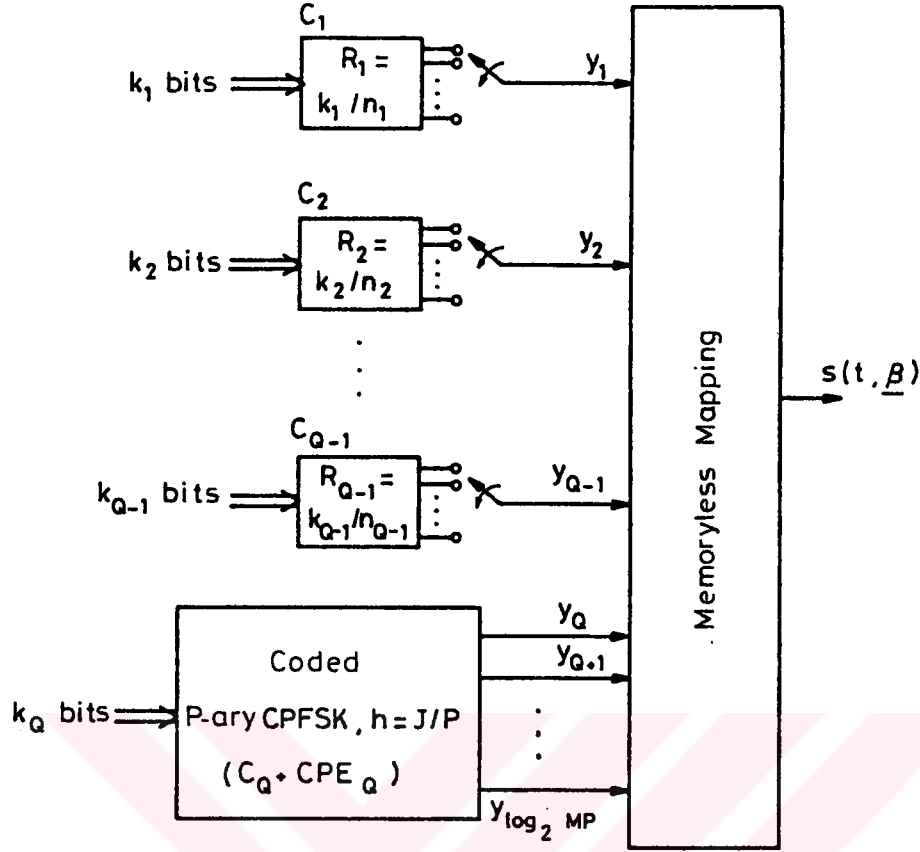


Fig. 2. Multilevel coded M-ary CPFSK system ($Q = \log_2(2M/P)$).

The proposed multilevel coded system structure having Q coding levels is shown in Fig. 2. To each partitioning level $S_{i-1}/S_i, i = 1, 2, \dots, Q$ a binary convolutional code C_i is associated with free Hamming distance d_{fH_i} and rate $R_i = k_i/n_i$. In order to achieve high coding gain and low decoding complexity, convolutional codes which maximize the performance criteria for a given code rate and having the suitable constraint length for a given Hamming distance are used. To reduce further the decoding complexity punctured convolutional codes are also used. At the last level, P -ary CPFSK, $h = J/P$ signal set can be coded by a convolutional encoder (C_Q) with rate $R_Q = k_Q/n_Q$. The combination of C_Q and CPE_Q ($C_Q + CPE_Q$) is represented as "coded P -ary CPFSK, $h = J/P$ " in the figure. For the last level, previously given P -ary CPFSK, $h = J/P$ trellis codes can be used. In Fig. 2, MM represents memoryless mapping rule of the overall system. If μ_i denotes the number of the i th encoder output bits per channel symbol, it can be easily shown that

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \dots, Q-1 \\ \log_2 P, & i = Q \end{cases} \quad (3)$$

for the proposed system. R_s denoting the multilevel system rate in bits/symbol is also given by

$$R_s = \sum_{i=1}^Q R_i \mu_i. \quad (4)$$

For AWGN channels, the squared free Euclidean distance (d_{fE}^2) of the overall system is given by

$$\begin{aligned} d_{fE}^2 &= \min_{1 \leq i \leq Q} [d_{fEi}^2] \\ &= \min_{1 \leq i \leq Q-1} [\Delta_{i-1}^2 d_{fHi}, d_{fEQ}^2] \end{aligned} \quad (5)$$

where d_{fEi}^2 is the squared free Euclidean distance of the i th level trellis code. d_{fEQ}^2 is obtained from coded P -ary CPFSK, $h = J/P$ trellis. The normalized squared free Euclidean distance (d_{fEN}^2) is defined as $d_{fEN}^2 = d_{fE}^2/2E_b$ where E_b is the energy per information bit. The equation $E = R_s E_b$ can be easily derived.

For fading channels, the effective code length (ECL) of the overall system is given by

$$\begin{aligned} ECL &= \min_{1 \leq i \leq Q} [ECL_i] \\ &= \min_{1 \leq i \leq Q-1} [d_{fHi}, ECL_Q] \end{aligned} \quad (6)$$

where ECL_i is the effective code length of the i th level trellis code. ECL_Q is obtained from coded P -ary CPFSK, $h = J/P$ trellis. For $i = 1, 2, \dots, Q-1$, squared product distance (d_{pi}^2) is equal to $(\Delta_{i-1}^2)^{d_{fHi}}$. For the last level, d_{pQ}^2 is obtained from coded P -ary CPFSK, $h = J/P$ trellis. The squared product distance of the overall system is equal to the squared product distance of the coding level which gives ECL .

At the receiver, the multistage decoding technique is used. In the multistage decoded structure, there are Q decoders and the decoder of the i th level, decodes i th level code ($i = 1, 2, \dots, Q$). At the last decoding level, the decoder uses trellis of the combined $C_Q + CPE_Q$ structure. Each decoder uses output information from the previous level decoders as a side information. If the Viterbi Algorithm is used at each decoder, the decoding complexity per received signal can be defined as the number of comparisons per received signal. It can be shown that for a binary convolutional code C_i with rate $R_i = k_i/n_i$, the decoding complexity is equal to

$$L_i = 2^{\nu_i} (2^{k_i} - 1) \mu_i / n_i \quad (7)$$

where 2^{ν_i} denotes the number of states of the i th level trellis code. When C_i is a punctured convolutional code with rate k_i/n_i , the decoding complexity is calculated from

$$L_i = 2^{\nu_i} k_i \mu_i / n_i. \quad (8)$$

The sum of L_i 's for $i = 1, 2, \dots, Q$ gives the total decoding complexity, L .

Table 1. Some examples of two-level systems for AWGN channels.
(4-ary CPFSK, $h=1/2$)

<i>Sys.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{fHi}	d_{fEi}^2/E	d_{fE}^2/E	R_s	d_{fEN}^2	L_i	L
1	C_1	2/7	1	6	12	12	11/14	4.71	0.86	1.86
	C_2	1/2	1		12				1	
2	C_1	2/7	2	9	18	12	11/14	4.71	1.72	2.72
	C_2	1/2	1		12				1	
3	C_1	1/4	3	13	26	24	3/4	9	2	6
	C_2	1/2	3		24				4	
4	C_1	1/4	4	16	32	24	3/4	9	4	8
	C_2	1/2	3		24				4	
5	C_1	1/3	3	10	20	16	1	8	2.67	10.67
	C_2	2/3	3		16				8	

As an example, 5 new systems are represented in Table 1. These systems are designed for 4-ary CPFSK, $h=1/2$ modulation on AWGN channels. In Table 1, ν_i denotes the number of memory elements of the i th level trellis code. First level codes (C_1) are classical convolutional codes. Second level codes are FFSK trellis codes taken from the Morales-Moreno and Pasupathy's paper. For example, *Sys.* – 1 achieves d_{fEN}^2 of 4.71 at a decoding complexity of 1.86 and bits/symbol rate of 11/14. ν_1 for *Sys.* – 2 is twice that of *Sys.* – 1. Therefore, *Sys.* – 2 outperforms *Sys.* – 1 in error performance point of view, even though d_{fEN}^2 values are the same. In the literature, for 4-ary CPFSK, $h=1/2$, the best trellis codes are designed by N.Naraghi-Pour using matched encoding method. These codes are taken as reference codes in this work. For example, *Sys.* – 1 achieves $10\log(4.71/2.67) = 2.46$ dB of asymptotic coding gain (ACG) with respect to the reference code with $R_s=2/3$, $d_{fEN}^2=2.67$ and $L=2$. It has also bit rate and decoding complexity advantages. *Sys.* – 2 has the same advantages except for the decoding complexity. *Sys.* – 3 and *Sys.* – 4 have 1.76 dB ACG with respect to another reference code having $R_s=2/3$, $d_{fEN}^2=6$ and $L=8$ at a larger bits/symbol rate. Similarly, *Sys.* – 5 has ACG and decoding complexity advantages over the corresponding reference codes. In this thesis, 60 new systems with various bits/symbol rates are proposed for 4-ary CPFSK, $h=1/2$ on AWGN channels. The new systems have larger ACGs and lower decoding complexities with respect to the best reference codes. 20 new systems are proposed for 8-ary CPFSK, $h=1/2$ and 16-ary CPFSK, $h=1/2$. Similarly, 20 systems are proposed for 8-ary CPFSK, $h=1/4$ and 16-ary CPFSK, $h=1/4$ and 5 new sytems are proposed for 16-ary CPFSK, $h=1/8$. The new systems have ACG and decoding complexity advantages over their counterparts given in the literature.

The ACG is a fair performance measure only at high signal to noise ratio values. A more general performance measure for the trellis codes are the upper bounds on the error probabilities derived by the transfer function approach. The

performance in terms of bit error probability has been evaluated by Zehavi-Wolf approach which can be applied to a broad class of trellis codes with some symmetry properties, namely, “uniform error properties” (UEP). For a multilevel system, the bit error probability was firstly analyzed by Kofman, Zehavi and Shamai for 8-PSK modulation. In this thesis, a new error probability upper bound between the partitioned subsets is proposed. By using this approach, for AWGN channels, the bit error probability of the decoder at the i th level ($i = 1, 2, \dots, Q$) is upper bounded by

$$P_{bi} \leq \frac{1}{k_i} Q\left[\sqrt{\frac{d_{fEi}^2 R_s E_b}{2EN_0}}\right] \exp\left(\frac{d_{sEi}^2 R_s E_b}{4EN_0}\right) \frac{\partial T_i(W^{(i)}, I)}{\partial I} \Bigg|_{I=1} \quad (9)$$

where $Q(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_x^\infty \exp(-t^2/2) dt$ and $T_i(W^{(i)}, I)$ is the transfer function of the i th level code. $W^{(i)}$ is the bit error probability upper bound between the i th level subsets which can be calculated from

$$W^{(i)} = \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} \exp(-\Delta_{i-1}^2/4N_0) \quad (10)$$

where $A^{(i)}$ denotes the total number of signals with distance Δ_{i-1} between each of the partitioned subset elements. Note that, the i th level decoder is related to a total number of $MP2^{-i+1}$ signals. For the last level ($i = Q$), $T_i(W^{(i)}, I)$ can be obtained from the error state diagram of the $C_Q + CPE_Q$ trellis. However, for the last level, $W^{(i)}$ is equal to $\exp(-E/4N_0)$. I is an abstract parameter whose power corresponds to the number of information bits which differ in the binary information sequence, associated with the all-zero transition and the particular state transition under consideration. N_0 is the one-sided white noise spectral density. Similar to that generally done in the literature, it is assumed that the side information carried by the preceeding decoders is always correct. The overall bit error probability upper bound is given by

$$P_b = \frac{\sum_{i=1}^Q R_i P_{bi}}{\sum_{i=1}^Q R_i}. \quad (11)$$

By using the above method, the bit error probability upper bound curves of some of the new systems are obtained and it is confirmed that the new systems outperform the reference codes especially at high signal to noise ratio values.

In order to verify the analytical results, in the presence of AWGN, computer simulations are also done for some systems. At the receiver side, the decision depth for the Viterbi Algorithm is chosen to be equal to 10 signaling intervals. It is seen from the simulation curves that, for example, at a bit error probability of $P_b = 10^{-5}$, the coding gain of $Sys. - 2$ given in Table 1, over the corresponding reference code is equal to 1.25 dB. Furthermore, by using 50*56 block interleaver at the first coding level, this gain is improved to 1.4 dB. $Sys - 5$ achieves approximately 0.7 dB coding gain over the corresponding reference codes. When 50*60 interleaver is used at the first level, this gain becomes about 1 dB. Similar coding gains are obtained for other simulated systems.

Table 2. Some examples of two-level systems for fading channels.
(4-ary CPFSK, $h=1/2$)

Sys.	C_i	R_i	ν_i	d_{fHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
1	C_1	2/7	1	6	6	4	$64E^4$	11/14	0.86	1.86
	C_2	1/2	1		4				1	
2	C_1	2/7	2	9	9	4	$64E^4$	11/14	1.72	2.72
	C_2	1/2	1		4				1	
3	C_1	1/4	3	13	13	8	$4096E^8$	3/4	2	6
	C_2	1/2	3		8				4	
4	C_1	1/4	4	16	16	8	$4096E^8$	3/4	4	8
	C_2	1/2	3		8				4	
5	C_1	1/3	3	10	10	6	$256E^6$	1	2.67	10.67
	C_2	2/3	3		6				8	

For fading channels, 5 new systems are shown as an example, in Table 2. These systems are designed for 4-ary CPFSK, $h=1/2$ and the same as in Table 1. Actually, there is an important advantage since these systems can be used on fading and AWGN channels with the best error performance. As seen from this Table, Sys. - 1 achieves $ECL=4$, $d_p^2 = 64E^4$ at a decoding complexity of 1.86 and bits/symbol rate of 11/14. No coding scheme has been reported in the literature, for M -ary CPFSK on Rayleigh and Rician fading channels. Therefore, the new systems are compared with the reference codes designed by Naraghi-Pour for AWGN channels. Sys. - 1 and Sys. - 2 have larger ECL and d_p^2 values with respect to the reference code with $R_s=2/3$, $ECL=3$, $d_p^2 = 16E^3$, $L=2$ and Sys. - 1 has decoding complexity advantage. Sys. - 3 and Sys. - 4 have $ECL=8$ and $d_p^2 = 4096E^8$ values which provides very good error performance for fading channels. 60 new systems are designed for 4-ary CPFSK, $h=1/2$ and 25 new systems are designed for other considered modulations. These systems have ECL , d_p^2 and L value advantages with respect to the corresponding reference codes.

The ECL and d_p^2 are fair performance measures only at high signal to noise ratio values. Therefore, the bit error probability upper bounds of the new systems are obtained by using the transfer function approach. In this thesis, a new error probability upper bound between the partitioned subsets is proposed. For fading channels, the bit error probability of the decoder at the i th level ($i = 1, 2, \dots, Q$) is upper bounded by

$$P_{bi} \leq \frac{1}{k_i} \left. \frac{\partial T_i(\overline{W}^{(i)}, I)}{\partial I} \right|_{I=1} \quad (12)$$

where $\overline{W}^{(i)}$ is the bit error probability upper bound between the partitioned subsets for fading channels which can be given as

$$\overline{W^{(i)}} = \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} \frac{1+K}{1+K+\frac{\Delta_{i-1}^2}{E}\gamma} e^{(-K\frac{\Delta_{i-1}^2}{E}\gamma)/(1+K+\frac{\Delta_{i-1}^2}{E}\gamma)} \quad (13)$$

where $\gamma = E/4N_0$. In this equation, K represents the ratio of the power in direct and specular component to that in the diffuse component. When there is no direct and specular component ($K=0$), the Rayleigh fading which corresponds to a severely fading, occurs. $K=10$ is Rician fading case and it is the typical value of the mobile satellite channel. For the last level ($i = Q$),

$$\overline{W^{(i)}} = \frac{1+K}{1+K+\xi\gamma} e^{-K\xi\gamma/(1+K+\xi\gamma)} \quad (14)$$

where ξ is the squared Euclidean distance between the signal elements normalized to E . The overall bit error probability upper bound is given by Equation (11). By using this technique, bit error probability upper bound curves of the new systems are obtained for $K=0$ (Rayleigh) and $K=10$ (Rician) cases. From this curves, it is shown that the proposed systems have error performance advantage with respect to the reference codes.

For fading channels, in order to verify the analytical results, computer simulations are also performed for some systems. The simulation results show that the new systems outperform significantly the reference codes. For example, when $K=0$, at a probability of $P_b = 10^{-4}$, *Sys. - 1* and *Sys. - 2* achieve 2.5 dB and 4 dB coding gains, respectively over the reference code. When $K=10$, these gains are 0.7 dB and 1.4 dB. *Sys. - 4* has approximately 6 dB of coding gain over the reference code at $P_b = 10^{-4}$ for Rayleigh channels. For Rician channels, this gain is approximately 1.8 dB. Similarly, *Sys. - 5* achieves coding gains up to 4.5 dB and 1.5 dB for Rayleigh and Rician channels, respectively. The other new systems have similar coding gains with respect to the reference codes.

At the last part, performances of the new systems designed for ideal fading channels are analyzed in the presence of correlative fading. In such case, interleaver/deinterleaver pairs have to be used at all levels of the system. At the last level, interleaver is replaced between external convolutional encoder (C_Q) and continuous phase encoder (CPE_Q) of the P -ary CPFSK, $h = J/P$. Therefore, at the last decoding level, combined trellis structure can not be used and a separation of P -ary CPFSK, $h = J/P$ demodulator and trellis decoder C_Q is needed. This separation degrades the error performance of the system. However, the degradation is only at the last level, so, it does not effect the overall system's performance very much. Furthermore, if C_Q is designed so that to be matched to CPE_Q , this effect becomes lowered. The analytical bit error probability upper bounds of some new systems are obtained and it is shown that, as expected, there is a moderate degradation in the performance.

Although the new systems have bits/symbol rate, error performance and decoding complexity advantages, their decoding delays are large due to the multi-stage decoding technique and (in some case) the interleaver/deinterleaver pairs. Therefore, the proposed systems are not very suitable for digital speech applications. However, the new systems are well suited to mobile satellite applications, digital audio, video broadcasting and data packet transmission.

For future researches, some recommendations are as follows: The multilevel systems for M -ary CPFSK, $h = J/P$ which satisfy $M \leq P$ condition can be investigated. Partial response CPM and multi-h CPM can be coded by using multilevel coding technique. For fading channels, phase noise effects should be investigated. Noncoherent detection and no channel state information cases can also be considered. In order to further improve error performance, iterative decoders should be used at each decoding level. Furthermore, turbo encoder/decoder pairs can be used at each level. The last techniques further increase decoding delay. Therefore, the techniques which minimize the decoding delay can be developed.

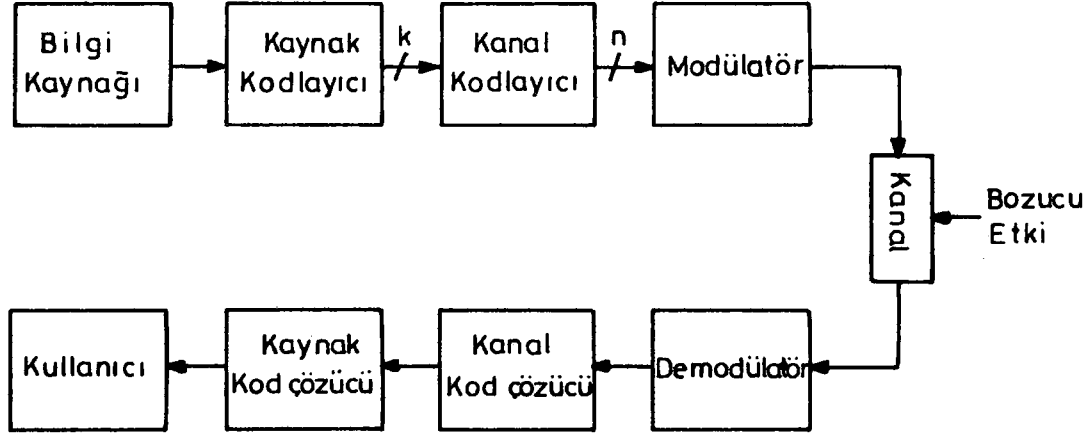


BÖLÜM 1

GİRİŞ

Sayısal iletişimin temel amacı, belli bir zaman aralığında olabildiğince çok bilgiyi, bozucu etkenlerden en az etkilenmiş olarak kaynaktan kullanıcıya iletmektir. Dolayısıyla temel başarımlar (performans) ölçütü olarak, belli bir iletim hızı için alıcının hata olasılığı alınır ve bu olasılığın olabildiğince küçük olması istenir. Son yıllarda, iletişim kuramı ve teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak hızlı iletişime gereksinim duyulmasının yanında, her geçen gün artan kullanıcı sayısı, iletim ortamına ait frekans bandının daha verimli kullanılmasını gerektirmektedir. Buradan hareketle, iletişim sistemlerinden istenen bir diğer temel özelliğın, yüksek band verimliliğı [bit/sn/Hz] olduğı görülmektedir. Yüksek band verimliliğı, iletim hızı [bit/sn] artırılarak ve/veya iletim band genişliğı [Hz] azaltılarak sağlanabilir.

Genel olarak sayısal bir iletişim sisteminin blok diyagramı Şekil 1.1'deki gibidir. Verici kısımda kaynağın ürettiğı bilgiler (ses, görüntü, veri vb.), kaynak kodlayıcısı yardımıyla bilgi kaybı olmaksızın (veya kabul edilebilir bir bilgi kaybı ile) mümkün olan en kısa uzunluklu ikili dizilere dönüştürölür. Kaynak kodlayıcısının çıkışındaki k bitlik ikili diziler, kanal kodlayıcı yardımıyla $n - k$ tane kontrol biti eklenerek n bitlik dizilere dönüştürölür ($n \geq k$). Kanal kodlamanın amacı, bilgi dizilerini kanalın bozucu etkisinden korumaktır. Kodlanmış diziler, daha sonra, belli uzunlukta bloklara ayrılarak, kullanılacak modölasyona ilişkin işaret kümesinin (darbe biçiminin) elemanlarından birine eşlenip, modölle edilerek kanala verilir. Kullanılan modölasyon türü, kanalın özelliğine bağılı olarak genlik modölasyonu (AM), faz kaydırmalı anahtarlama (PSK) veya dik genlik modölasyonu (QAM) gibi belleksiz modölasyonlar olabileceğı gibi, sürekli faz modölasyonu (continuous phase modulation, CPM) gibi bellekli modölasyon da olabilir.



Şekil 1.1. Sayısal bir iletişim sisteminin blok diyagramı.

Alıcı kısımda ise demodülatör, alınan bozulmuş dalgaların kodçözücüde işlenebilecek biçime getirilmesini sağlar. Kanal ve kaynak kodçözücüleri, sırasıyla kanal ve kaynak kodlayıcıların tersi işlemleri yaparak gönderilen bilgileri bulur ve kullanıcıya aktarır. Bu tezde, kaynak kodlayıcıları/kodçözücüleri ile ilgilenilmeyecek ve kaynak kodlayıcısının çıkışındaki ikili dizi, bilgi dizisi olarak kabul edilecektir.

Verici kısımda kanal kodlaması işleminden dolayı dizi uzunluğunun artması, bilgi iletim hızını düşürür. Bu düşüşü önlemenin bir yolu modülasyon hızını artırmaktır. Modülasyon hızının artması kanal işaretine ilişkin süreyi kısaltmak demektir ki bu, kanal işaretlerinin band genişliğinin artması anlamına gelir. Dolayısıyla, kanalın band genişliği uygun ise bu yola gidilebilir. İşaret kümesinin genişletilmesi (örneğin 4-PSK yerine 8-PSK modülasyonu kullanılması) ise, band sınırlı kanallarda iletim hızındaki düşüşü karşılamanın bir diğer yoludur.

1.1 KONUYLA İLGİLİ ÇALIŞMALAR

1980’li yılların başlarına dek kullanılan klasik sayısal iletişim sistemlerinde, kodlama ile modülasyon işlemleri ayrı ayrı ele alınmaktaydı. Bu yöntemde ikili bilgi dizisi, çıkış dizileri arasındaki "Hamming uzaklığı" (farklı bit sayısı) maksimum olacak şekilde kodlanmakta ve çıkış bitleri kanal işaretlerine karşı düşürülmektedir. Çoğu modülasyon türü için Hamming uzaklığı ile kanal işaretlerinin vektör (işaret) uzayındaki uzaklık ölçütü olan "Öklid uzaklığı" arasında doğrusal bir ilişki yoktur. Bu nedenle bu karşı düşürme işlemi, kodlayıcının Hamming uzaklığını

maksimum yapma işlevini tam olarak yansıtmamaktadır. Yani çıkış dizileri arasındaki serbest Hamming uzaklığı maksimum iken, bu çıkış dizisine karşı düşen kanal işaret dizileri arasındaki Öklid uzaklığı olabilecek en büyük değerde değildir. Ayrıca demodülasyon işlemi sırasında, alınan kanal simgelerinin doğrudan ikili dizilere karşı düşürülmesi ve Viterbi Algoritmasına [1] göre çalışan kodçözücüde bu ikili dizilerin kullanılması, yani "sert kararlı" bir kodçözücü kullanılması, sonradan geri alınamayacak kayıplara neden olmaktadır. Dolayısıyla, klasik kodlama sonucu iletim hızındaki düşüşe razı olunup işaret kümesinin genişletilmesi yoluna gidilmese bile, yukarıdaki nedenlerden dolayı sistemin hata olasılığı istenilen düzeylerde olmayacaktır. İletim hızındaki düşüşü gidermek amacıyla işaret kümesi genişletildiğinde ise, işaretler birbirine yaklaşacağından, Viterbi Algoritması Hamming uzaklığına göre çalışan sistemin hata başarımı daha da kötüleşecektir.

Hata başarımını kısıtlayan bu problemlere bir çözüm, Ungerboeck'in [2-5] ortaya attığı kafes kodlamalı modülasyon (trellis coded modulation, TCM) tekniği sayesinde bulunabilmiştir. Bu yöntemde Ungerboeck, kodlama ile modülasyon işlemlerini bir bütün olarak ele almaktadır. Kodlayıcı yapısını, ikili dizilere ait Hamming uzaklığını maksimum yapmak yerine, modülasyonu da düşünerek iletilecek kanal işaret dizileri arasındaki Öklid uzaklığını maksimum yapacak şekilde tasarlamakta ve alıcı kısımda da alınan simgeye ait Öklid uzaklıklarını işleyen "yumuşak kararlı" Viterbi kodçözücü kullanmaktadır. İletim hızından kayıp olmasını önlemek için de genişletilmiş işaret kümesini kullanmaktadır. Ungerboeck, işaret kümesinin sadece iki kat genişletilmesinin iyi bir hata başarımı için yeterli olduğunu göstermiştir. İşaret kümesi genişletilerek işaretler birbirine yaklaştırılmış olmakla beraber, kodlama sonucu işaret dizileri birbirinden uzaklaştırılmış ve böylece hem iletim hızı korunmuş, hem de kanal gürültüsünün etkisi oldukça azaltılarak hata başarımı çok iyi olan kodlar tasarlanabilmiştir. Ungerboeck'in TCM tekniğini ortaya atmasından sonra, bu konu üzerine araştırmalar yoğunlaşmış ve bu tekniğe dayalı olarak toplamsal beyaz Gauss gürültülü (AWGN) [6-10] ve sönmülemeli (fading) [11-15] kanallar için pek çok yeni sistem geliştirilmiştir. Ungerboeck, TCM tekniğinde katlamalı (convolutional) kodlar kullanmış olmasına karşın, daha sonra benzer mantıkla blok kodları kullanan yöntemler (BCM) [16-19] de geliştirilmiştir.

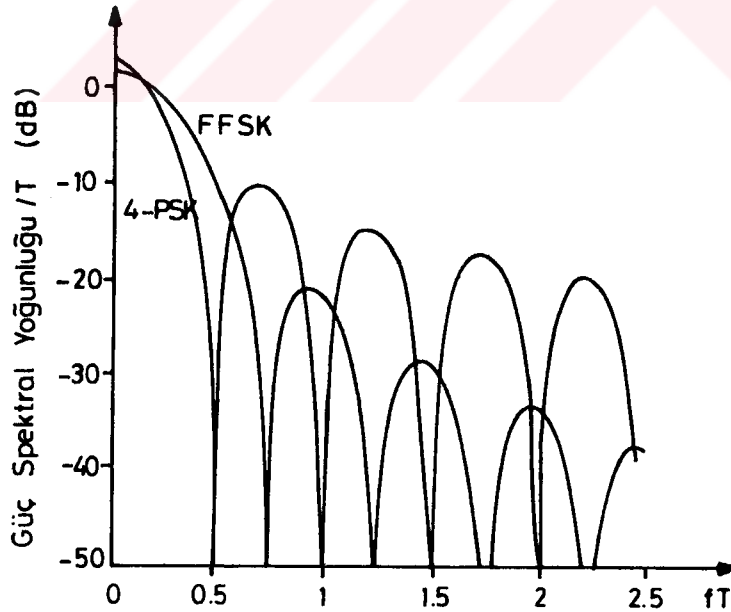
Bir diğ er önemli kanal kodlama yöntemi, çok düzeyli kodlama/çok aşamalı kodçözme tekniğidir [20]. İlk kez Imai ve Hirakawa tarafından önerilen bu teknikteki temel d    nce, modülasyonlu işaretin birden fazla kodlayıcı tarafından belirlenmesi ve alıcı kısmında da çok aşamalı olarak çözülmesidir. Aslında bu teknikteki mantık, Ungerboeck'in   klid uzaklığına göre tasarım yapılması mantığına benzer olmasına karşın, ilk  nerildiğ  yıllarda blok kodlar ve sert kararlı kodçözücüler kullanıldığından önemli oranda bir hata ba arım  elde edilememiş ve dolayısıyla fazla dikkat çekmemiştir. Ancak daha sonra Yamaguchi ve Imai [21,22], katlamalı kodlar ve yumuşak kararlı kodçözücüler kullanarak hata ba arım  çok iyi olan kodlar tasarlamı lar ve böylece bu yöntemin önemi anlaşılmıştır. Çok düzeyli kodlar, hata ba arım  üstünlüğü yanında, kodçözücüye ilişkin donanım basitliğ  üstünlüğü de sağlamaktadır. Bu nedenle, son yıllarda bu yöntemi kullanan sistemlerin tasarımları gitgide artmaktadır.

Çok düzeyli kodlar ilk kez Pottie ve Taylor [23] tarafından genelle tirilmi  ve Ungerboeck kodları dahil, bir çok kodun aslında çok düzeyli kodların özel bir biçimi olduğu gösterilmiştir. Pottie ve Taylor'un ele aldığı kodlar ile, Imai ve Hirakawa'nın  nerdiğ  kodların tümü çok düzeyli olmalarına karşın, aralarında kodlama işlemi açısından farklılık bulunmaktadır. Birçok araştırmacı tarafından, çok düzeyli kodlama/çok aşamalı kodçözme tekniğ  ile AWGN kanallar için [24-29] ve sönümlemeli kanallar için [30-35] PSK, QAM gibi belleksiz modülasyon türlerini kullanan sistem tasarımları ve bu sistemlerin hata başarım analizleri yapılmıştır. Gerek TCM tekniğ  ile, gerekse çok düzeyli kodlama tekniğ  ile hata ba arım  iyile irken, sistemin band verimliliğ nde d  me olmamaktadır. Bu nedenle bu teknikler, "band ve g   verimlilikli kodlama yöntemleri" olarak adlandırılırlar.

Kodlama sonucu hata ba arım  iyile irken band verimliliğ ni korumanın bir diğ er yolu ise, modülasyon türü olarak CPM modülasyonunu kullanmaktır [36,37]. CPM sürekli fazlı bir modülasyon olduğu için, iletilen işaretler arasında faz atlaması olmamakta ve bundan dolayı diğ er mod lasyonlara kıyasla daha dar bir band geni liğ nden iletim olanağı tanımaktadır. CPM modülasyonunun faz sürekli liğ , i  yapısındaki "kafes kod" (bellek) yardımıyla sağlanmaktadır. Bu nedenle CPM işaretler, bu kafes kod üzerinden Viterbi Algoritması ile çözülebilmekte ve

böylece band verimliliğinin yanında, (dış) kodlama olmaksızın güç verimliliği de sağlamaktadır [38]. Bu özelliklerinden dolayı CPM, örneğin gezgin radyo ve uydu kanalları gibi band ve güç sınırlı kanallar için oldukça uygun bir modülasyon türüdür [39]. Genel olarak bir CPM yapısı, M düzeyli giriş alfabesi (örneğin $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$), modülasyon indisi ve frekans darbe yanıtı ile belirlenir. CPM'in bilgi genlik düzeyini ifade edebilmek için, bu yapı kısaca M 'li CPM olarak adlandırılmaktadır. CPM modülasyonunun en çok bilinen biçimi, sürekli fazlı frekans kaydırmalı anahtarlama (continuous phase frequency shift keying, CPFSK)'dır. CPFSK, sürekli faz modülasyonuna ilişkin frekans darbe yanıtının dikdörtgen olarak seçilmiş durumudur [36]. Daha çok bu modülasyon üzerinde olmak üzere, genel olarak sürekli faz modülasyonunun AWGN kanallardaki hata başarımı, güç spektrumu ve alıcı yapıları Aulin vd. [40,41], Ekanayake [42], Sundberg [36] ile Anderson ve Sundberg [39] tarafından incelenmiştir.

CPM işaretlerin frekans bandına ilişkin yan kulakçıklar hızla sönümlenmiş biçimdedir. Bu durum, Şekil 1.2'de hızlı frekans kaydırmalı anahtarlama (FFSK) ve 4-PSK modülasyonlarına ilişkin frekans spektrumları kabaca karşılaştırılarak gösterilmektedir [43]. Burada T simge süresini göstermektedir.



Şekil 1.2. FFSK ve 4-PSK modülasyonlarına ilişkin spektrum.

FFSK, CPFSK modülasyonunun bilgi genlik düzeyi sayısının $M=2$ ve modülasyon indisinin $1/2$ seçilmiş biçimidir ve minimum kaydırmalı anahtarlama

(MSK) olarak da bilinir [43,44]. Şekilden görüldüğü gibi, FFSK'nın yan kulakçıkları 4-PSK'nın yan kulakçıklarına göre çok daha hızlı bir şekilde sönümlenmektedir. Bu özellik, tüm CPM türleri için geçerlidir. Bundan dolayı pratikte, modülatör çıkışındaki CPM işaretlerinin frekans sınırlayıcı bir süzgeçten geçirilmesine gerek yoktur. Böylece sabit zarf özelliği korunarak, verici ve alıcı kısımda doğrusal olmayan kuvvetlendirici kullanımı bir sorun oluşturmamakta ve bu kuvvetlendiricilerin maksimum güçte çalışmaları mümkün olmaktadır. Bu özellik; gücün düşük olduğu gezgin uydu iletişimi için oldukça önemlidir. Oysa örneğin PSK modülasyonu da kuramsal olarak sabit zarfı olmasına karşın, frekans bandında fazla yer kapladığı için, verici kısımdan süzgeçlenerek iletilmesi gerekmekte ve bu nedenle sabit zarf özelliği ortadan kalkmaktadır.

Diğer önemli CPM türleri olarak, Gaussian MSK (GMSK) ve "yumuşatılmış" frekans modülasyonu (TFM) gösterilebilir [36]. GMSK bugün, Avrupa sayısal iletişim sistemi GSM'de ve DECT'te kullanılan modülasyon türüdür [45].

Sürekli faz modülasyonunun bellekli olmasından dolayı elde edilen güç verimliliği, kodlama işlemi yardımıyla daha da artırılabilir. Ancak, sürekli faz modülasyonunun kodlanması sonrasında hata başarımları iyileşirken faz sürekliliğinin bozulmayacak olması, tasarımı, faz sürekliliği kısıtlaması olmayan PSK, QAM gibi modülasyon türlerindeki kıyasla oldukça güçleştirmektedir. Bu nedenle ve ayrıca, değişik bit/simge oranlarında sistem tasarımına daha fazla olanak tanıdığı için kod tasarlama işleminin olabildiğince basit yöntemlerle yapılması istenmektedir.

Kodlama işlemi CPM'in güç verimliliğini artırmakla birlikte, alıcı kısımda kodlanmış CPM'i çözen kodçözücünün karmaşıklığını da artırmaktadır. Gerçekten de, belli bir hata başarımları için, kodlanmış CPM'e ilişkin kodçözücü karmaşıklığı, kodlanmış PSK veya kodlanmış QAM'deki karmaşıklığa kıyasla oldukça yüksek olmaktadır. Burada karmaşıklığı artıran etken, alıcı kısımdaki Viterbi kodçözücünün, kodlayıcı ve sürekli faz modülatörüne ilişkin birleşik kafesi çözmesidir. Bu kafesin durum sayısı ise, kodlayıcının durum sayısı ile sürekli faz modülatörünün durum sayısı çarpımı kadar olabilmektedir. Bu nedenle karmaşıklığın, kodçözücüyü pratikte gerçekleyebilecek düzeylerde olması istenmektedir.

Genel olarak sürekli faz modülasyonunun kodlanmasına ilişkin bugüne değin 3

ana yöntem önerilmiştir. Bunlardan ilki [37,46,47] klasik yöntem olarak adlandırılır ve seçilen bir modülasyon türü için kodlayıcı-modulatör birleşiminden oluşan ortak yapıya ilişkin hata başarımlar ölçütünü en iyi yapan kodlayıcı aranır. Bu yöntemde alıcı kısımdaki Viterbi kodçözücünün durum sayısı, kodlayıcının durum sayısı ile sürekli faz modulatörünün durum sayısının çarpımına eşittir. Lindell vd. [46], 1/2 kodlama oranlı katlamalı kodlayıcılar kullanarak 2'li ve 4'lü CPFSK modülasyonlarında ve Lindell ile Sundberg [48], 2/3, 3/4, 4/5 kodlama oranlı katlamalı kodlayıcılar kullanarak 8'li, 16'lı ve 32'li CPFSK modülasyonlarında değişik modülasyon indisleri için klasik yöntem ile elde edilen en iyi çözümleri vermişlerdir. Bu yöntemde, en iyi kodu bulabilmek için tüm katlamalı kodlayıcıların taranması gerektiğinden tasarım oldukça güçleşmektedir. Buna bir çözüm olarak Ho ve McLane [49], taranacak kod sayısını azaltan bazı tasarım kuralları geliştirmişler ve bu yolla 4'lü CPFSK, 8'li CPFSK ve diğer CPM türleri için kodlar tasarlamışlardır. Ayrıca Anderson vd. [37], 1/2 ve 2/3 kodlama oranlı katlamalı kodlayıcılar yardımıyla 2'li, 4'lü, 8'li, 16'lı, 32'li CPFSK için ve Pizzi ile Wilson [47] 1/2 oranlı katlamalı kodlayıcılar yardımıyla değişik CPM türleri için klasik yöntem ile elde edilen en iyi çözümleri vermişlerdir.

İkinci yöntem uyumlu kodlama tekniği [50] olarak adlandırılır ve başlangıçta belirlenen bir Viterbi kodçözücü durum sayısı için kodlayıcı-modulatör birleşik yapısının hata başarımlar ölçütü en iyi yapılmaya çalışılır. Burada kodlayıcı modulatöre "uyumlu" olduğu için, Viterbi kodçözücünün durum sayısı, kodlayıcının durum sayısı ile modulatörün durum sayısının çarpımından küçük olmakta, çoğu durumda yalnızca kodlayıcının durum sayısına eşit olmaktadır. Morales-Moreno ve Pasupathy [50] FFSK modülasyonunun, Naraghi-Pour [51] ise 4'lü CPFSK modülasyonunun indisinin 1/2 olduğu durumun uyumlu kodlanmasında en iyi katlamalı kodlayıcıları elde etmişlerdir. Yang vd. [52] de, aynı tekniği kullanarak, 2'li CPFSK ve 4'lü CPFSK modülasyonları için en iyi uyumlu kodlayıcıları elde etmişlerdir.

Üçüncüsü ayrıştırma tekniğidir [53,54] ve bu yöntemde sürekli faz modulatörü, zamanla değişmeyen bir sürekli faz kodlayıcısı ile belleksiz bir modulatöre ayrıştırılır. Sürekli faz kodlayıcısı, modülasyonun bellek kısmını simgelemektedir ve dış kodlayıcı ile sürekli faz kodlayıcısının birleşiminden elde edilen ortak

kafese ilişkin hata başarımlar ölçütü maksimum yapılmaya çalışılır. Bu yöntemde, katlamalı kodlayıcının doğrusal sistematik yapıda seçilmesi durumunda, kodlayıcı ile sürekli faz kodlayıcısının bazı bellek elemanları ortak olabilmekte ve böylece birleşik yapının durum sayısı, kodlayıcının durum sayısı ile sürekli faz kodlayıcısının durum sayısının çarpımından küçük olmaktadır. Rimoldi [54], ayrıştırma yöntemi ile 4'lü CPFSK modülasyonunun indisinin $1/4$ olduğu durum için $1/2$ oranlı en iyi katlamalı kodlayıcıları elde etmiştir. Karam vd. [55] ise, $2/3$ oranlı katlamalı kodlayıcılar ile 8'li CPFSK modülasyonu için en uygun çözümleri vermişlerdir. Huber ve Liu [56], Rimoldi'den bağımsız olarak CPM'in ayrıştırılarak kodlanmasını ele almış ve 4'lü CPFSK, 8'li CPFSK ve diğer modülasyon türleri için kodlar tasarlamışlardır.

Sürekli faz modülasyonunun band verimliliğini daha da artırmak amacıyla, farklı genliklerdeki MSK (FFSK) işaretler uygun biçimde toplanarak çok genlikli MSK (MAMSK) modülasyonu elde edilebilir [57]. Bu modülasyon türü yine sürekli fazlı olmakla birlikte, artık sabit zarflı değildir. MAMSK modülasyonunun, AWGN ve sönümlemeli kanallarda, uyumlu kodlama ve ayrıştırma teknikleri birarada kullanılarak kodlanması Altunbaş ve Aygölü [58] tarafından gerçekleştirilmiştir. Benzer biçimde literatürde, yukarıdaki tekniklerin bazılarını birarada kullanan ve küçük yöntem farklılıkları içeren başka teknikler de bulunmaktadır [59-62].

Sürekli faz modülasyonunun kodlanmasına ilişkin yukarıda tanıtılan tekniklerin tümü tek düzeyli olup, Ungerboeck'in [2] TCM tekniğine dayanmaktadır. Bu konudaki araştırmalar genel olarak AWGN kanallar için yapılmaktadır. Yukarıda anlatılan 3 ana yöntemi öneren yazarlar, araştırma sonuçlarını Gauss gürültülü kanallar için vermişlerdir. Gezgin iletişimde daha sık karşılaşılan sönümlemeli kanallar için sürekli faz modülasyonunun kodlanmasına yönelik araştırmalar ise henüz başlangıç düzeyindedir [63-65].

Kodlanmış CPM'in alıcı kısmındaki kodçözme karmaşıklığını azaltmak amacıyla, kodlayıcıyı sürekli faz modülatörüne uyumlu tasarlayarak Viterbi kodçözücünün durum sayısını olabilecek en küçük değere getirmenin yanında, geçmişte başka yöntemler de önerilmiştir [66,67]. Bir diğer yaklaşım olarak, örneğin Huber ve Liu [68], birleşik kafes üzerinde karmaşıklığı azaltan kimi algoritmaların kulla-

nılmasını incelemiştir. Bu konudaki bir diğer yöntem ise, kodlayıcı-sürekli faz modülatörü birleşik kafesini ayırarak, alınan işaretlerin önce CPM kafesi üzerinden demodüle edilmesi ve sonra CPM işaretlere ilişkin elde edilen faz durumu bilgisinin kodlayıcının kafesini çözen Viterbi kodçözücüye aktarılmasıdır. Abrishamkar ve Biglieri [63] ve Sarı vd. [69] tarafından incelenen bu yöntemin sakıncası, alıcı kısmında birleşik kafes kullanılmadığı için hata başarımındaki düşüştür.

1.2 TEZ İLE GETİRİLEN YENİLİKLER VE İZLENEN YOL

Bu tezde, hata başarımını iyileştirmek, kodçözücü karmaşıklığını azaltmak ve basit bir şekilde tasarım olanağı sağlamak amacıyla, literatürde bulunan yöntemlere yeni bir alternatif olarak CPFSK modülasyonunun çok düzeyli olarak kodlanması ve çok aşamalı olarak çözülmesi önerilmektedir. Tezin oluşum süresi içinde, başlangıçta, indisi $1/2$ olan CPFSK modülasyonunun AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanması önerilmiş [70,71] ve sonra bu yöntem diğer modülasyon indisleri için genelleştirilmiştir [72,73]. Daha sonra aynı yöntemle, sönümlmeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış CPFSK sistemleri tasarlanmıştır [74]. Ayrıca, tezdekenden kısmen farklı bir yol izleyerek, FFSK modülasyonunun çok düzeyli kodlanması gerçekleştirilmiştir [75].

Tezin 2. Bölümünde, TCM ve çok düzeyli kodlama/çok aşamalı kodçözme ile ilgili temel kavramlar ayrıntılı olarak açıklanmaktadır. Bu amaçla, AWGN kanallardaki temel tasarım ölçütleri, işaret kümesinin bölmelenmesi ve kodçözücü karmaşıklığı kavramları her iki kodlama türü için anlatılmaktadır.

3. Bölümde, CPM ve özellikle CPFSK modülasyonu ile ilgili ön bilgilerden sonra, CPFSK'nın kodlamaya daha uygun olan bir biçimi, "eğik fazlı CPFSK" modülasyonu tanıtılmaktadır. Ayrıca, bu tezde ele alınacak olan eğik fazlı CPFSK türleri için işaretlerin matematiksel ifadeleri, başlangıç ve bitiş faz değerleri ile işaret kümeleri (eğik faz kafesleri) verilmektedir.

4. Bölümde, CPFSK'nın kodlanması amacıyla bu tezde önerilen çok düzeyli kodlama/ çok aşamalı kodçözme yöntemi tanıtılmaktadır. Bu amaçla önce, CPFSK'ya ilişkin işaret kümesinin seçimi ve uygun biçimde bölmelenme kuralları gösterilmektedir. Daha sonra çok düzeyli kodlama için genel CPFSK sistem

modelinde, çok düzeyli kodlayıcı ve çok aşamalı kodçözücü yapıları verilmektedir. Ayrıca bu yapı ile ilgili olarak, kodçözücü karmaşıklığının matematiksel bir ifadesi verilmektedir.

Tezin 5. Bölümünde, AWGN kanallarda indisi $1/2$ olan 4'lü CPFSK, 8'li CPFSK, 16'lı CPFSK, indisi $1/4$ olan 8'li CPFSK, 16'lı CPFSK ve indisi $1/8$ olan 16'lı CPFSK modülasyonları için tasarlanan çok düzeyli kodlanmış CPFSK sistemleri, gerekli büyüklüklerle beraber tablolar halinde verilmektedir. Sistem tasarımının aşamaları, örnek olarak seçilen iki sistem üzerinde açıklanmaktadır. Tasarlanan sistemlerin literatürde var olan kodlarla karşılaştırmaları yapılmakta ve yeni sistemlerin hata başarımı ve kodçözme karmaşıklığı üstünlüklerine sahip oldukları gösterilmektedir.

6. Bölüm, AWGN kanallar için tasarlanan çok düzeyli sistemlerin bit hata olasılığı üst sınırlarının analitik olarak hesaplanması yöntemlerini ve elde edilen sonuçları doğrulayarak, gerçek olasılık değerlerine yaklaşabilmek amacıyla yapılan bilgisayar benzetimi sonuçlarını kapsamaktadır. Bu bölümde ayrıca, çok düzeyli kodlanmış sistemlerin bit hata olasılığı üst sınırı hesabında kullanılabilecek yeni bir "alt kümeler arası hata sınırı" tanımı yapılmaktadır. Bu tanım kullanılarak elde edilen bit hata olasılığı üst sınır eğrileri, modülasyon indisi $1/2$ olan 4'lü CPFSK, 8'li CPFSK ve 16'lı CPFSK için ve modülasyon indisi $1/4$ olan 8'li CPFSK için, referans olarak seçilen kodların hata olasılığı üst sınır eğrileri ile karşılaştırmalı olarak verilmektedir. Bilgisayar benzetim sonuçları, 4'lü CPFSK ve 8'li CPFSK için modülasyon indisinin $1/2$ olduğu durumda verilmektedir.

7. Bölümde, ideal sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış CPFSK sistem tasarımları verilmektedir. Tasarlanan sistemler, modülasyon indisi $1/2$ olan 4'lü CPFSK, 8'li CPFSK, 16'lı CPFSK ve modülasyon indisi $1/4$ olan 8'li CPFSK, 16'lı CPFSK için tablolar halinde verilmektedir. Ayrıca sönümlemeli kanallar için temel başarımlar ölçütleri dikkate alınarak, yeni sistemlerin referans olarak alınan kodlarla karşılaştırılması yapılmakta ve yeni sistemlerin üstünlükleri ortaya konmaktadır.

8. Bölümde, sönümlemeli kanallar için tasarlanan sistemlerin bit hata olasılığı üst sınırının analitik hesabı ve bilgisayar benzetimi yardımıyla hata başarımlar analizi yapılmaktadır. Bu amaçla, çok düzeyli sistemlerin sönümlemeli kanallar-

daki bit hata olasılığı üst sınır hesabında kullanılabilecek yeni bir "alt kümeler arası hata sınırı" tanımı verilmektedir. Buradan elde edilen hata olasılığı üst sınır eğrileri, modülasyon indisi $1/2$ olan 4'lü CPFSK, 8'li CPFSK, 16'lı CPFSK ve modülasyon indisi $1/4$ olan 8'li CPFSK için verilmektedir. Bilgisayar benzetim sonuçları ise, modülasyon indisi $1/2$ olan 4'lü CPFSK ve 8'li CPFSK için verilmektedir. Ayrıca, sönümlemenin ideal olmadığı duruma ilişkin hata başarımların analizi de yapılmış ve tasarlanan sistemlerin ideal olmayan sönümleme durumunda da yaklaşık aynı hata başarımlarına sahip oldukları gösterilmiştir.

9. Bölüm, elde edilen sonuçların özetlenmesine, değerlendirilmesine ve gelecekte bu konu üzerine yapılabilecek çalışmaların tartışılmasına ayrılmıştır.



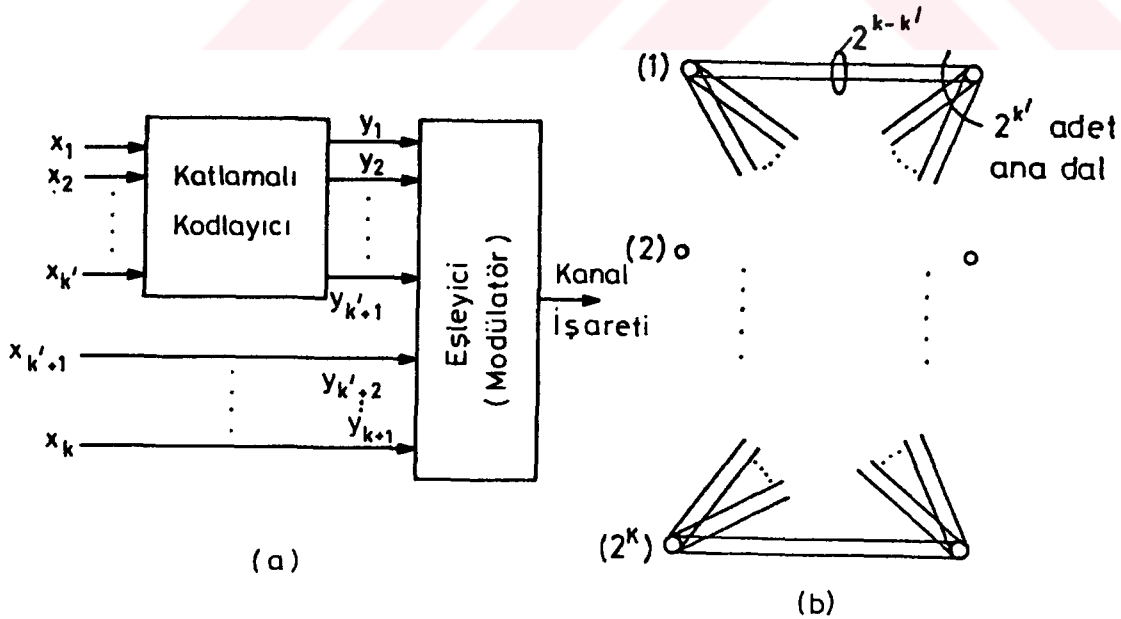
BÖLÜM 2

KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİKLERİ

Bu bölümde, band verimlilikli kodlama yöntemlerinden kafes kodlamalı modülasyon ve çok düzeyli kodlama/çok aşamalı kodçözme teknikleri tanıtılmaktadır.

2.1 KAFES KODLAMALI MODÜLASYON (TCM)

Her T zaman aralığında k adet bilgi biti ileten kodlamasız bir sistem, bu aralıkta 2^k adet işaretten birini kanala gönderir ve böylece sistemin bit/simge oranı $R_s = k$ olur. Ungerboeck'in [2] TCM sisteminde ise, $k/k + 1$ oranlı kodlayıcı yardımıyla, her T aralığında 2^{k+1} işaretten biri gönderilir ve bit/simge oranı yine $R_s = k$ olur. Bu amaçla Şekil 2.1a'da görülen katlamalı kodlayıcı ve eşleyici (modülator) kullanılır.



Şekil 2.1. (a) $k/k + 1$ oranlı kod için kodlayıcı-modülator yapısı. (b) Kafes diyagramı.

Şekildeki genel TCM yapısında, kodlayıcıya gelen k adet bilgi bitinden k' adedi kodlanmaktadır. Katlamalı kodlayıcıda ν adet bellek elemanı varsa, kafes diyagramı Şekil 2.1b'de görüldüğü gibi 2^ν durumlu olur ve ν 'ye kodun sınırlama uzunluğu (constraint length) adı verilir. Kodlanmadan geçen $k - k'$ adet bit, kafes yapıda her geçişte $2^{k-k'}$ adet paralel dala karşılık gelir.

a_i ve b_i kanal simgelerini göstermek üzere, a_i ve b_i arasındaki karesel Öklid uzaklığı $d^2(a_i, b_i)$ ile gösterilebilir. Alıcı kısımda yumuşak kararlı kodçözücünün en büyük olasılıkla yapabileceği hata, iletilen belli bir simge dizisi yerine, buna en yakın Öklid uzaklıklı simge dizisine karar vermektir. Kafes yapıda herhangi bir ortak durumdan başlayıp herhangi bir ortak durumda sona eren tüm $\underline{a}$ ve $\underline{b}$ dizileri arasındaki en küçük uzaklık, "serbest Öklid uzaklığı" olarak tanımlanır ve karesel olarak

$$d_{sE}^2 = \min \left\{ \sum_{\{a_i\} \neq \{b_i\}} d^2(a_i, b_i) \right\} \quad (2.1)$$

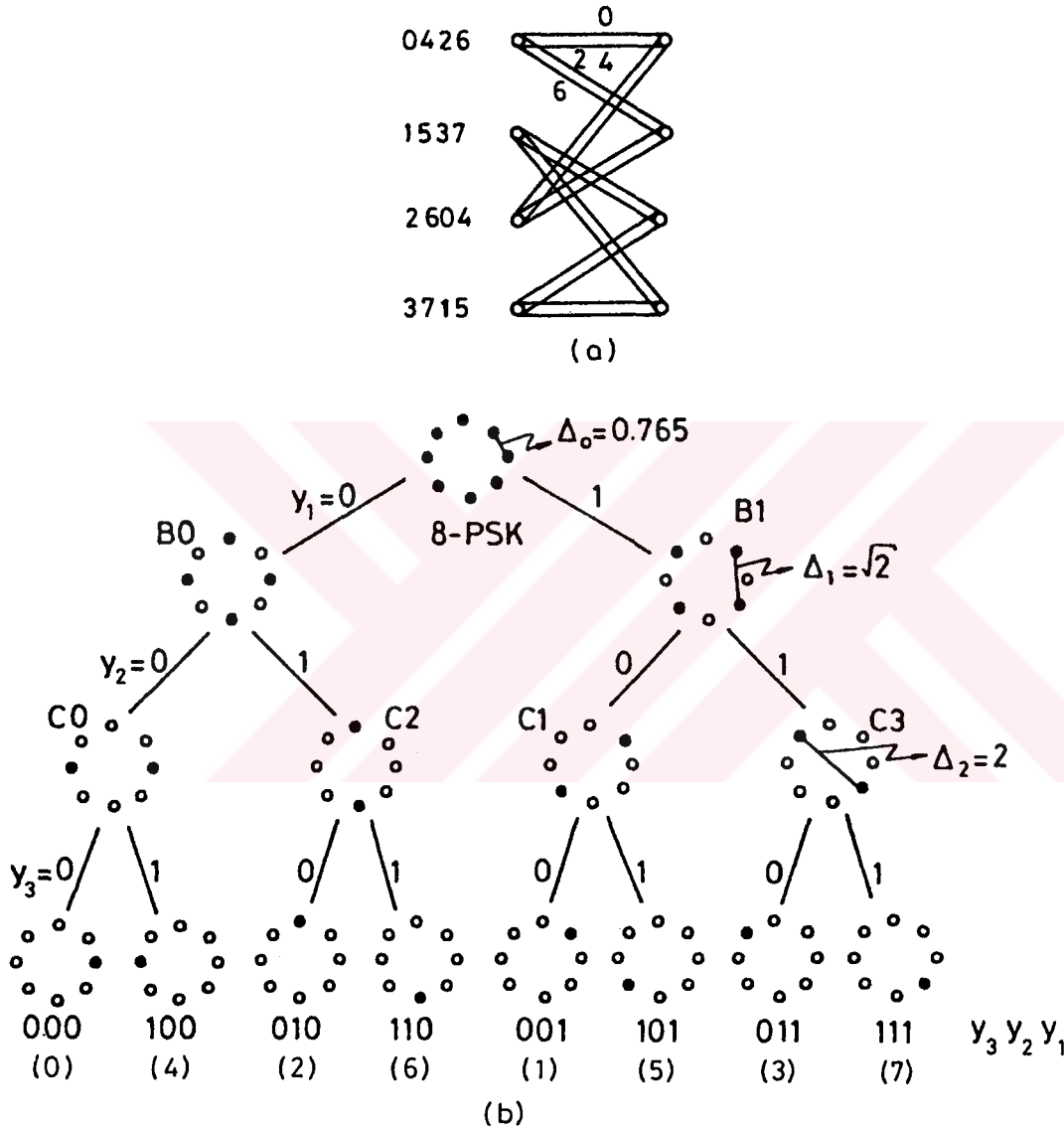
ile verilir [2]. Toplamsal Gauss gürültülü kanallarda yüksek işaret/gürültü oranları için sistemin hata başarım ölçütü serbest Öklid uzaklığıdır. $N_0/2$ Gauss gürültüsünün varyansı ve $N(d_{sE})$ kafes yapı üzerinde d_{sE} uzaklıklı ortalama yol çifti sayısı olmak üzere, yüksek işaret/gürültü oranlarında kodçözücünün hata olasılığı

$$P_e \geq N(d_{sE})Q\left(\frac{d_{sE}}{\sqrt{2N_0}}\right) \quad (2.2)$$

ile alttan sınırlıdır. Burada $Q(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_x^\infty \exp(-t^2/2) dt$ biçiminde Gauss hata işlevidir. Görüldüğü gibi hata başarımını iyileştirmek için kodun serbest Öklid uzaklığı en büyük olacak şekilde tasarlanmalıdır.

Kodlayıcı çıkışındaki ikili dizilerin modülasyonlu işaretlere eşlenmesi "küme bölmeleyerek eşleme" (mapping by set partitioning) [2] yöntemine göre yapılır. Bu yöntemde 2^{k+1} elemanlı işaret kümesi, alt kümedeki elemanlar birbirinden maksimum uzaklıklı olacak şekilde giderek daha az elemanlı alt kümelere bölünmektedir. Bölmeleme işlemi; Δ_{i-1}, i . bölmeleme düzeyindeki alt kümeler arasındaki en küçük Öklid uzaklığını göstermek üzere, $\Delta_0 \leq \Delta_1 \leq \Delta_2 \leq \dots$ koşulu

sağlanacak şekilde yapılmaktadır. Oluşturulan bu alt kümeler, seçilen kafes yapının dallarına, kodlayıcı çıkışındaki ikili diziye karşı gelen kanal işaret dizileri arasındaki serbest Öklid uzaklığı maksimum olacak şekilde yerleştirilir. Örneğin birim enerjili 8-PSK modülasyonu için Ungerboeck tarafından tasarlanan 2/3 oranlı, 4 durumlu bir kod ve işaret kümesinin bölmelenmesi Şekil 2.2'deki gibidir.



Şekil 2.2. (a) 2/3 oranlı Ungerboeck koduna ait kafes. (b) İşaret kümesinin bölmelenmesi.

Hata başarımı ve bit/simge oranı yanında, kodlayıcı tasarımı sırasında gözönüne alınması gereken bir diğer ölçüt kodçözücü karmaşıklığıdır. Kodçözücü karmaşıklığının artması, çok geniş ölçekli tümleştirme (VLSI) teknolojisi ile gerçekleştirilen kodçözücü yongasının alıcıda daha fazla yüzeysel alan kaplaması de-

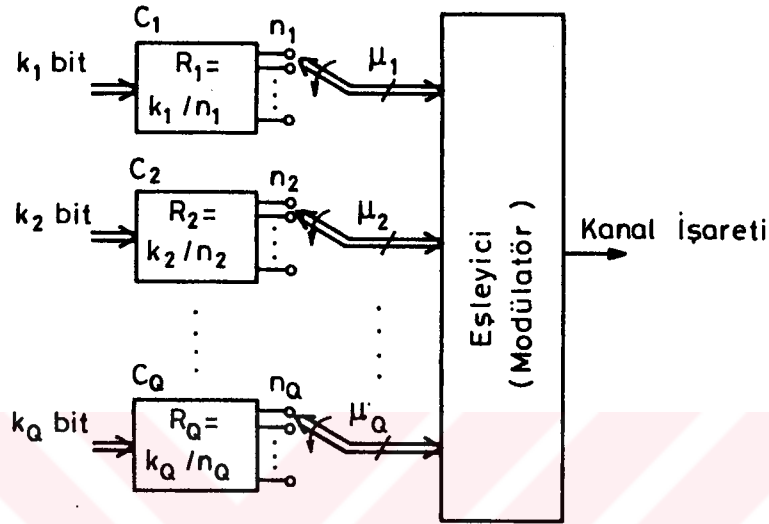
mektir [76]. Viterbi kodçözücü, iletilen simge dizisine karar verirken toplama, karşılaştırma ve seçme (add-compare-select, ACS) işlemleri yapar [1]. Donanım olarak gerçekleştirilen bu işlemler içinde kodçözücü karmaşıklığını en fazla artıran etken karşılaştırma işlemi olduğu için daha çok bu ölçüt gözönüne alınmaktadır. Karşılaştırma işlemi, alınan kanal işareti başına Viterbi kodçözücünün yaptığı karşılaştırma sayısı olarak tanımlanan "kodçözme karmaşıklığı" ile belirlenir. Viterbi Algoritması kullanan alıcılarda kodçözme karmaşıklığı, kodlayıcının bellek elemanı sayısı ve giriş biti sayısı ile üstel olarak değişmekte ve yüksek kodlama oranlı ve/veya yüksek hata başarımı kodlar, Ungerboeck'in yöntemi ile yüksek kodçözme karmaşıklığında tasarlanabilmektedir. Bu nedenle son yıllardaki çalışmalar yüksek kodlama kazançlı, fakat düşük kodçözme karmaşıklıklı sistemlerin tasarımına yönelmiştir. Bu tür sistemlerin tasarımı, "çok düzeyli kodlama/çok aşamalı kodçözme" [20] tekniğine dayanmaktadır.

2.2 ÇOK DÜZEYLİ KODLAMA/ÇOK AŞAMALI KOD ÇÖZME

2.2.1 Çok Düzeyli Kodlayıcı Yapısı

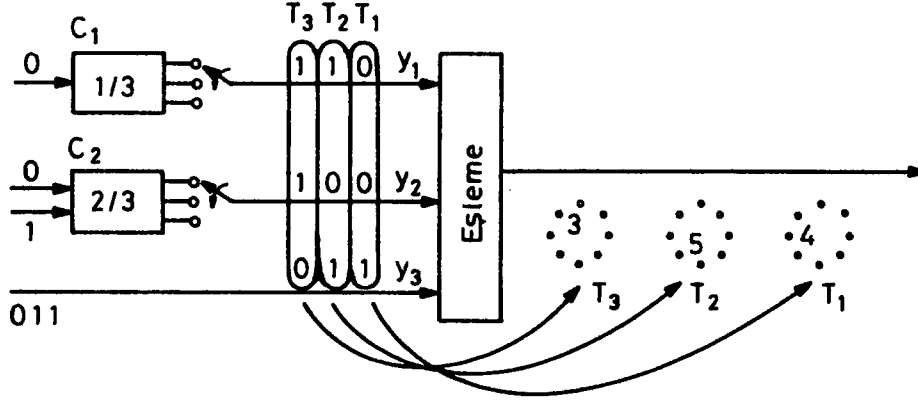
Kanala verilecek modülasyonlu işaretin, tek bir kodlayıcının çıkış dizisi yerine, birden fazla kodlayıcının çıkış dizilerine göre belirlenmesi düşüncesine dayanan çok düzeyli kodlayıcı yapısı Şekil 2.3'teki gibidir. Elde edilen yapı, birden fazla kodlayıcı içerdiği için "sistem" olarak adlandırılacaktır. Görüldüğü gibi sistem Q düzeylidir ve k_i bitlik bloklara ayrılmış ikili bilgi dizileri, i . düzeydeki C_i kodlayıcısının girişine uygulanarak kodlanmaktadır ($i = 1, 2, \dots, Q$). Düzeylerdeki kodlayıcılar farklı türden olabilir. Örneğin bir düzeyde katlamalı kod varken bir başka düzeyde blok kod bulunabilir. Dahası, kodlamasız geçişler bile bir düzey tanımlayabilir. Bir modülasyonlu işaret, C_i kodlayıcısının n_i adet çıkış bitinden μ_i tanesi kullanılarak belirlenmektedir. Sonraki modülasyon aralığında kodlayıcıların kalan bitlerinden μ_i tane daha alınır ve işleme böyle devam edilir. $\mu_i = 1, \forall i$ özel durumu, Imai-Hirakawa tipi kodlama olarak da adlandırılan, çok düzeyli kodlamanın ilk önerildiği biçime karşı düşer [20]. Bu yapıda bir işareti belirlemek için kodlayıcıların birer biti kullanılmaktadır. Dolayısıyla modülasyonlu işaret kaç bit

ile simgeleniyorsa kodlayıcı sayısı da o kadardır. Pottie-Taylor tipi kodlama olarak adlandırılan $\mu_i = n_i$ durumu ise, Pottie ve Taylor [23] tarafından verilen çok düzeyli kodlayıcı yapısına karşı düşer. Kodlayıcıların çıkış dizilerinin modülasyonlu işaretlere eşlenmesinde TCM tekniğinde olduğu gibi küme bölmeleyerek eşleme yöntemi kullanılır.



Şekil 2.3. Q düzeyli kodlayıcı.

Örnek olarak Imai-Hirakawa tipi kodlama ve 8-PSK modülasyonunu kullanan 3 düzeyli bir sistem ele alınsın. Düzeylerdeki kodlayıcıların oranları sırasıyla $R_1=1/3$, $R_2=2/3$ ve $R_3=1$ (kodlamasız) seçilirse, Şekil 2.4'deki 3 düzeyli yapı elde edilir. Şekilde ayrıca, modülasyonlu işaretin belirlenmesine ilişkin sayısal bir örnek de verilmektedir. 8-PSK'nın küme bölmelemesi ise Şekil 2.2b'deki gibidir. C_1 kodlayıcısı, ilk bölmelemede B0 veya B1 alt kümelerinden birini seçer. C_2 kodlayıcısı ise; ilk bölmelemede B0 seçilmişse C0 veya C2 alt kümelerini, B1 seçilmişse C1 veya C3 alt kümelerini seçer. C_3 kodlayıcısı ise modülasyonlu işareti belirler. Örnekte görülen T_1 modülasyon aralığında, $(y_1y_2y_3) = (001)$ olduğu için, C_1 kodlayıcısı B0 kümesini, C_2 kodlayıcısı C0 kümesini ve C_3 kodlayıcısı ise 001 ile simgelenen kanal işaretini seçer. Benzer şekilde, T_2 ve T_3 aralıklarında sırasıyla 101 ve 110 ile simgelenen işaretler seçilir.



Şekil 2.4. 3 düzeyli 8-PSK kodlayıcısı.

C_i kodlayıcısının serbest Hamming uzaklığı d_{sH_i} ise, i . düzeye ilişkin serbest Öklid uzaklığının

$$d_{sE_i} = \sqrt{d_{sH_i} \Delta_{i-1}} \quad (2.3)$$

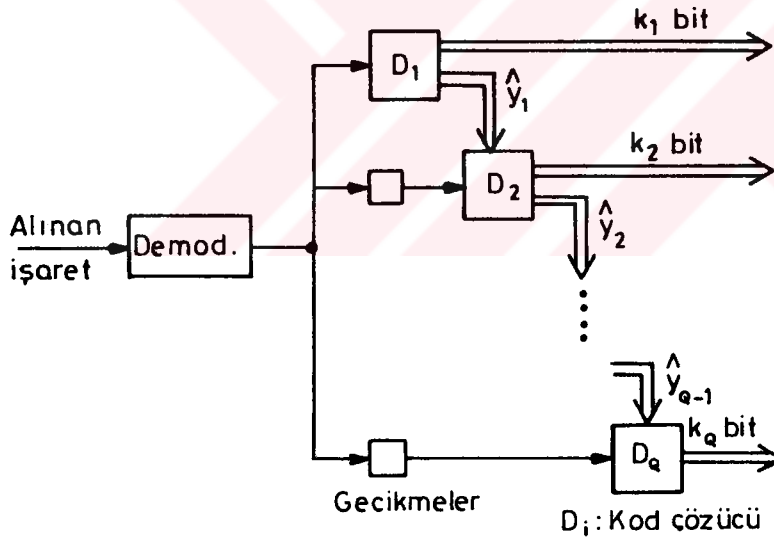
biçiminde olduğu gösterilebilir [21]. Küme bölmeleyerek eşleme yöntemi, TCM tekniğindeki gibi $\Delta_0 \leq \Delta_1 \leq \dots \leq \Delta_{Q-1}$ koşulu sağlanacak biçimde yapılır. Tüm sistemin serbest Öklid uzaklığı ise,

$$d_{sE} = \min_i \{d_{sE_i}\}, \quad i = 1, 2, \dots, Q \quad (2.4)$$

ile bulunur. Yani, çok düzeyli bir yapının serbest Öklid uzaklığı, tüm düzeylerin serbest Öklid uzaklıklarının en küçük olanıdır. (2.3) ve (2.4) ifadelerinden görüldüğü üzere, çok düzeyli kodlayıcı tasarımında en önemli ölçütler düzeylerdeki kodların serbest Hamming uzaklıkları ve küme bölmelemesindeki en küçük alt küme uzaklıklarıdır. Dolayısıyla belirli bir işaret kümesi için, literatürde var olan kodlardan serbest Hamming uzaklıkları uygun olanlar seçilerek serbest Öklid uzaklığı istenildiği gibi ayarlanabilir. Bu yöntem; kodlayıcı tasarımını TCM tekniğine kıyasla çok basitleştirmektedir. Çok düzeyli sistemlerde, genelde, daha küçük Δ_{i-1} değerleri ile ilk düzeylerde karşılaşıldığı için, ilk düzeylere hata düzeltme yeteneği (serbest Hamming uzaklığı) daha büyük olan kodların konulması gerekmektedir. Şekil 2.4'te gösterilen örnek sistem için, kodların serbest Hamming uzaklıkları $d_{sH1}=10$, $d_{sH2}=3$ biçiminde olsun. Son düzeyde kodlama olmadığına göre $d_{sH3}=1$ olacaktır. Bu durumda, 8-PSK modülasyonu kullanan bu sistem için serbest Öklid uzaklığı $d_{sE} = \min\{2.41, 2.44, 2\}=2$ olur.

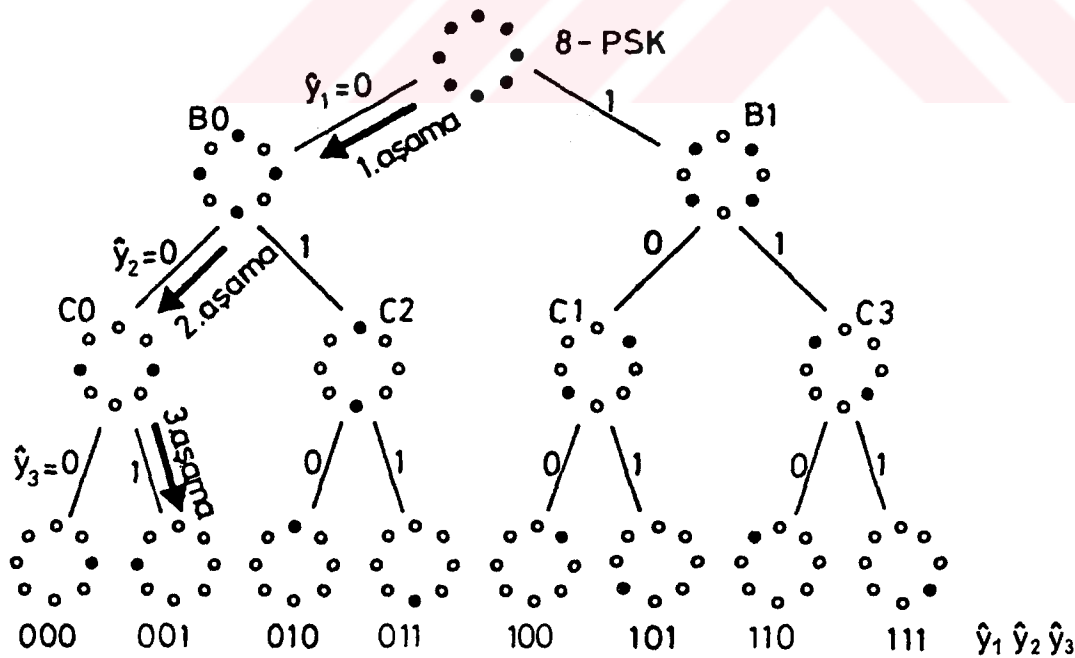
2.2.2 Çok Aşamalı Kodçözücü Yapısı

Genel olarak çok düzeyli kodlanmış bir bilgi dizisi, verici kısımdaki kodlayıcıların kafesleri birleştirilip, tüm yapıya eşdeğer ortak bir kafes kullanarak tek kodçözücü ile çözülebilir ve bu çözüm en iyi (optimum) çözümdür. Ancak bu durumda elde edilen ortak kafesin durum sayısı, düzeylerdeki kodlayıcıların durum sayıları çarpımına eşit olmaktadır. Çoğu yapıda, ortak kafesin durum sayısı ve buna eşdeğer olarak kodçözme karmaşıklığı, kodçözücünün pratik olarak gerçekleştirilmesine olanak tanımayacak ölçüde büyük olmaktadır. Bu probleme bir çözüm olarak kullanılan yöntem, -çok düzeyli kodlama ile de uyum sağlayacak şekilde- verici kısımdaki her kodlayıcı için alıcı kısımda ayrı bir kodçözücü kullanmak ve bilgi dizisini çok aşamalı olarak çözmektir [20]. Bu durumda tüm sistemin kodçözme karmaşıklığı, kodçözücülerin kodçözme karmaşıklıkları çarpımına değil toplamına eşit olmakta ve bu yolla çok düşük kodçözme karmaşıklığına sahip sistemler tasarlanabilmektedir.



kodçözücüsüne yan bilgi olarak aktarılmaktadır. D_1 kodçözücüsü, alınan simgeler uygun bir algoritma ile çözerek, C_1 kodunun giriş ve çıkış bitlerinin ne olduğuna karar verir. $\hat{y}_1$ 'lerin belirlenmesi ile çözülecek her simge için işaret kümesinde ilgilenilen eleman sayısı yarıya indirilir. D_2 kodçözücüsü ise $\hat{y}_1$ 'lerden ve alınan simgelerden yararlanarak C_2 'nin giriş ve çıkış bitlerini çözer. İşleme bu şekilde devam edilir. En sonunda D_Q kodçözücüsü, daha önceki kodçözücü çıkışlarına ve alınan simgelere bakarak hangi elemanların gönderilmiş olduğunu bulur.

Şekil 2.4'te gösterilmiş bulunan Imai-Hirakawa tipi $Q = 3$ düzeyli kodlayıcı örneği tekrar ele alınırsa; D_1 kodçözücüsü C_1 koduna ilişkin giriş bitlerine ve çıkışının 0 ya da 1 olduğuna karar verir. Yani, 8-PSK işaret kümesinde B0 veya B1 alt kümelerini seçer. Böylece, bir modülasyon aralığı için ilgilenilen işaret sayısı 4'e inmiş olur. D_2 ise bu seçimden yararlanarak C_2 koduna ilişkin giriş bitlerine ve çıkışına karar verir. Yani D_1 kodçözücüsü B0 kümesini seçmişse C0 veya C2 alt kümelerini, B1 kümesini seçmişse C1 veya C3 alt kümelerini seçer. Son olarak D_3 kodçözücüsü kalan iki elemandan birini seçerek gönderilen elemanı bulur. Şekil 2.6'da D_1 'in B0'ı, D_2 'nin C0'ı ve D_3 'ün 001 ile simgelenen işareti seçtiği bir örnek görülmektedir.



Şekil 2.6. $\hat{y}_1\hat{y}_2\hat{y}_3=001$ için kodçözme işleminin işaret kümesi üzerinde gösterilmesi.

Kolaylıkla farkedilebileceği gibi, ilk kodlayıcının verdiği karar hatalı ise, bu, sonraki kararların da hatalı olmasına yol açacaktır. Verici kısımda ilk düzeylere hata düzeltme yeteneği açısından "daha güçlü" kodların yerleştirilmesi bu nedenledir. Çok aşamalı kodçözücüde her kodçözücünün aynı algoritmayı kullanması zorunlu değildir. Örneğin bir kodçözücü Viterbi Algoritması kullanıyorken, diğeri uygun başka bir algoritmayı kullanabilir. Dahası, aynı algoritmalara ait parametreler, örneğin Viterbi Algoritması için karar adım sayısı, her aşama için farklı olabilir. Bunlar, çok aşamalı kodçözmenin getirdiği esnekliklerdir.

2.2.3 Çok Aşamalı Kodçözmede Gecikme Zamanı

Çok aşamalı kodçözme işleminde birden fazla kodçözücü kullanıldığı için, alınan simgelerin çözülmesi için geçen süre Ungerboeck tipi sistemlerinkine göre daha uzundur. Kodçözücülerde Viterbi Algoritması kullanılması durumunda gecikme zamanı, algoritmanın karar adım sayısı ile doğru orantılıdır [22],[77]. Çok aşamalı kodçözmede, λ tüm kodçözücüler için sabit bir parametre olarak varsayılırsa, i . düzey için karar adım sayısı $\nu_i n_i \lambda$ [bit] olarak verilebilir [22]. Burada ν_i , i . düzeydeki kodun bellek elemanı sayısını göstermektedir. λ genelde 5 veya 6 gibi bir sayıdır. Toplam kodçözme gecikmesi, kodçözücülerin gecikme zamanları toplamıdır. Kodçözme gecikmesinin bir miktar yüksek olması, bu yöntemin konuşma işaretlerinin gerçek zamanda iletimi gibi gecikme süresinin önemli olduğu bazı alanlara uygulanabilmesini güçleştirmektedir. Bunun dışında, gecikmenin çok önemli bir etken olmadığı bütün alanlar (örneğin veri iletimi, sayısal radyo, görüntü iletimi) için çok aşamalı kodçözme tekniği oldukça uygundur. Üstelik VLSI teknolojisindeki ilerlemeler, Viterbi kodçözücülerin gitgide daha hızlı çalışmasını sağlamak ve gecikme süresinin bütün uygulama alanları için bir sorun olmasını önleyecek görünmektedir.

BÖLÜM 3

SÜREKLİ FAZ MODÜLASYONU (CPM)

Bu bölümde, sürekli faz modülasyonu ve onun özel bir biçimi olan sürekli fazlı frekans kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ile ilgili bilgiler verilmektedir. Ayrıca, sürekli fazlı frekans kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun "eğik (tilted) fazlı" biçimi ayrıntılı olarak tanıtılmaktadır.

Sabit zarflı CPM işaretleri

$$s(t, \underline{\alpha}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_c t + \phi(t, \underline{\alpha}) + \phi_0], \quad t \geq 0 \quad (3.1)$$

olarak gösterilebilir. Burada $E = R_s E_b$ simge enerjisini (E_b : Bilgi biti enerjisi), T modülasyon aralığını, f_c taşıyıcı frekansını ve ϕ_0 başlangıç fazını göstermektedir. Genelliği bozmaksızın $\phi_0=0$ alınabilir. Bilgi taşıyan faz terimi

$$\phi(t, \underline{\alpha}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi h \alpha_k g(t - kT), \quad t \geq 0 \quad (3.2)$$

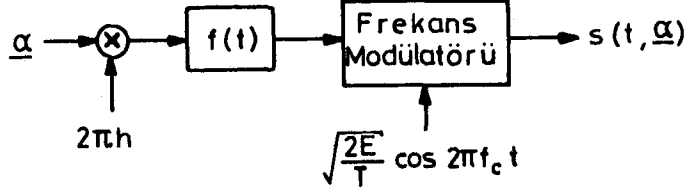
şeklinde. h modülasyon indisini göstermektedir ve pratik amaçlar için, J ve P ortak bölenleri olmayan iki tamsayı olmak üzere,

$$h = \frac{J}{P} \quad (3.3)$$

biçiminde seçilir. Aksi halde CPM sisteminin durum sayısı ve dolayısıyla alıcının karmaşıklığı sonsuz olmaktadır. M , 2'nin kuvveti olmak üzere M düzeyli bir CPM için α_k bağımsız bilgi simgeleri, $\mp 1, \mp 3, \dots, \mp (M-1)$ değerlerini $1/M$ eş olasılığı ile alırlar. Örneğin ikili ($M=2$) CPM için $\alpha_k = \mp 1$ 'dir. $g(t)$ faz yanıtı olarak adlandırılır ve

$$g(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

ile ifade edilir. $f(t)$, ani frekans darbe yanıtı işlevidir. N darbe uzunluğunu göstermek üzere, $f(t)$ işlevi $0 \leq t \leq NT$ süresince sıfırdan farklı, bu aralık dışında sıfır seçilir. Sürekli faz modülatörünü simgeleyen bir model, (3.1) eşitliğinden yararlanarak Şekil 3.1'deki gibi elde edilebilir.



Şekil 3.1. Sürekli faz modülatörü.

$f(t)$ 'nin seçimi faz teriminin düzlüğünü/biçimini belirler. Herhangi bir simge aralığında, α_k simgesinin neden olduğu en büyük faz değişiminin $\pi h \alpha_k$ biçiminde olabilmesi için, $f(t)$ işlevi $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1/2$ olacak şekilde seçilir. Bu koşul altında $f(t)$ 'nin biçimi, h ve M parametreleri değiştirilerek birçok CPM ifadesi elde edilebilir. Örneğin $f(t)$, N uzunluklu (NT süreli) yükseltilmiş kosinüs (NRC) veya dikdörtgen darbe (NREC) seçilebilir. NRC ve NREC için sırasıyla,

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2NT} (1 - \cos \frac{2\pi t}{NT}), & 0 \leq t \leq NT \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.5)$$

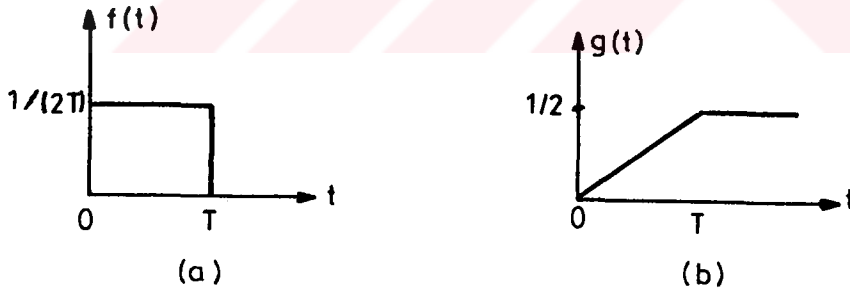
ve

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2NT}, & 0 \leq t \leq NT \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.6)$$

biçimindedir. Sürekli faz modülasyonu, $N=1$ için "tam yanıtı (full response) CPM" [40], $N > 1$ için "kısmi yanıtı (partial response) CPM" [41] olarak adlandırılır. Çoğu durumda kısmi yanıtı CPM sistemleri, tam yanıtı CPM sistemlerinden daha iyi spektral özellikler taşırlar. Buna karşın, kısmi yanıtı CPM sistemlerinin özellikle alıcı kısmındaki donanım karmaşıklığı çok artmaktadır. Bu nedenle ve tasarım/analiz kolaylığından dolayı sürekli faz modülasyonu konusundaki araştırmaların büyük çoğunluğu tam yanıtı CPM üzerine yapılmaktadır.

3.1 SÜREKLİ FAZLI FREKANS KAYDIRMALI ANAHTARLAMA

Sürekli faz modülasyonuna ilişkin ani frekans darbe yanıtı işlevi $f(t)$ 'nin, Şekil 3.2a'da gösterildiği gibi 1REC, yani T süreli bir dikdörtgen darbe ve dolayısıyla faz yanıtının Şekil 3.2b'deki gibi olduğu durum, sürekli fazlı frekans kaydırmalı anahtarlama (CPFSK) olarak adlandırılır. CPFSK, bilinen frekans kaydırmalı anahtarlama (FSK) modülasyonunun sürekli fazlı biçimidir. Ancak, faz sürekliliği özelliğinden dolayı daha dar bir frekans spektrumu sağlamasının yanında, modülatöründe tek bir osilatör gerektirmesi, CPFSK için FSK'ya göre önemli üstünlükler getirmektedir. Gerçekten de, FSK işaretlerini elde edebilmek için toplam işaret sayısı kadar osilatör gereklidir ve bilgi bit dizisine göre frekans değiştirilirken bir osilatörden diğer osilatöre anahtarlama yapılmalıdır. Uygulamada bu anahtarlama işleminin ideal olarak gerçekleşememesi faz atlamalarını artıracak ve FSK işaretine ilişkin frekans spektrumunun daha da yayılmasına neden olacaktır. CPFSK modülasyonunda ise tek bir osilatör olduğu için, hem osilatör sayısı minimumda tutulmuş olmakta, hem de faz atlamaları önlenmiş olmaktadır. Böylece, FSK'ya kıyasla daha dar bir iletim band genişliği elde edilebilmektedir.



Şekil 3.2. (a) CPFSK'ya ait $f(t)$. (b) $f(t)$ 'nin integrali $g(t)$.

$nT \leq t \leq (n+1)T$ zaman aralığında CPFSK işaretleri

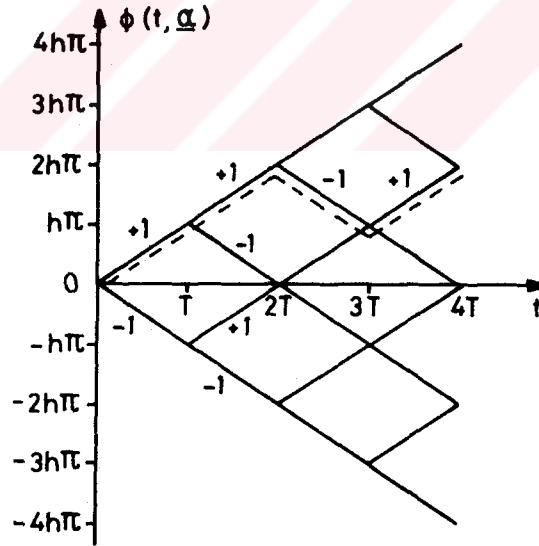
$$\begin{aligned}
 s(t, \alpha) &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi h \sum_{k=-\infty}^n \alpha_k \frac{(t - kT)}{2T}\right] \\
 &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[2\pi f_c t + \pi h \alpha_n \frac{(t - nT)}{T} + \varphi_n\right]
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

olarak yazılabilir. Burada φ_n ,

$$\varphi_n = [\pi h \sum_{k=-\infty}^{n-1} \alpha_k]_{\text{mod } 2\pi} \quad (3.8)$$

eşitliği ile ifade edilen ve $(n-1)T$ anına kadar toplamsal olarak oluşan faz değerlerini gösteren bellek terimidir. Gösterilebilir ki, J çift ise $\varphi_n \in \{0, \pi J/P, 2\pi J/P, \dots, (P-1)\pi J/P\}$ ve J tek ise $\varphi_n \in \{0, \pi J/P, 2\pi J/P, \dots, (2P-1)\pi J/P\}$ 'dir.

Genel olarak, CPFSK işaretlerinin AM, PSK ve QAM modülasyonlarında olduğu gibi işaret uzayında gösterilimi mümkün olmamaktadır. Çünkü CPFSK'ya ilişkin işaret uzayı 3'ten fazla boyut içerebilmektedir. Bu nedenle CPFSK işaretlerinin simgelenmesinde bir alternatif olarak (3.2) eşitliğindeki faz terimi $\phi(t, \underline{\alpha})$, zamanın bir işlevi olarak "faz ağacı" yardımıyla gösterilmektedir. Örneğin, başlangıç fazı ve zamanı sıfır alınarak ikili CPFSK'ya ilişkin faz ağacı Şekil 3.3'teki gibi verilebilir. Görüldüğü gibi, her T modülasyon aralığında $\alpha_n = \mp 1$ değerine göre düzgün bir faz değişimi vardır. Ayrıca şekil üzerinde örnek olarak verilen $\underline{\alpha} = \{+1, +1, -1, +1\}$ bilgi dizisine ilişkin faz değişim yolu kesikli çizgilerle gösterilmiştir.

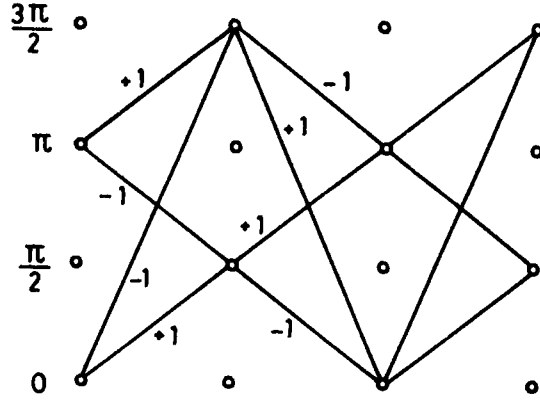


Şekil 3.3. İkili CPFSK faz ağacı.

Zamanla sürekli büyüyen faz ağacı yerine, taşıyıcı fazının fiziksel dünyada 0 ile 2π arasında değer alabileceği gerçeğinden hareketle,

$$\tilde{\phi}(t, \underline{\alpha}) = [\phi(t, \underline{\alpha})]_{\text{mod } 2\pi} \quad (3.9)$$

ifadesi ile "fiziksel faz" tanımı yapılmaktadır. Bu durumda CPFSK modülasyonunun "fiziksel faz kafesi" çizilebilir. Örneğin, CPFSK modülasyonunda $M=2$ ve $h=1/2$ seçilmiş durum için elde edilen FFSK modülasyonunun fiziksel faz kafesi Şekil 3.4'teki gibidir.



Şekil 3.4. FFSK fiziksel faz kafesi diyagramı.

Şekilden görüldüğü gibi, FFSK modülasyonunun kafes yapısı zamanla değişen türdendir. Kafes yapısının zamanla değişen türden olması, sürekli faz modülasyonunun bir kodlayıcı yardımıyla kodlanması durumundaki analizleri (örneğin hata başarımları analizi) güçleştirmektedir. Bu nedenle, kodlama tekniği açısından CPFSK modülasyonunun zamanla değişmeyen bir kafes diyagramına sahip olması daha uygun olmaktadır. CPFSK modülasyonunun bu özelliği sağlayan bir türü Rimoldi [53] tarafından önerilmiştir ve "eğik fazlı CPFSK modülasyonu" olarak adlandırılmaktadır.

Bu amaçla (3.1) ifadesi,

$$s(t, \underline{\alpha}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \psi(t, \underline{\alpha})], \quad t \geq 0 \quad (3.10)$$

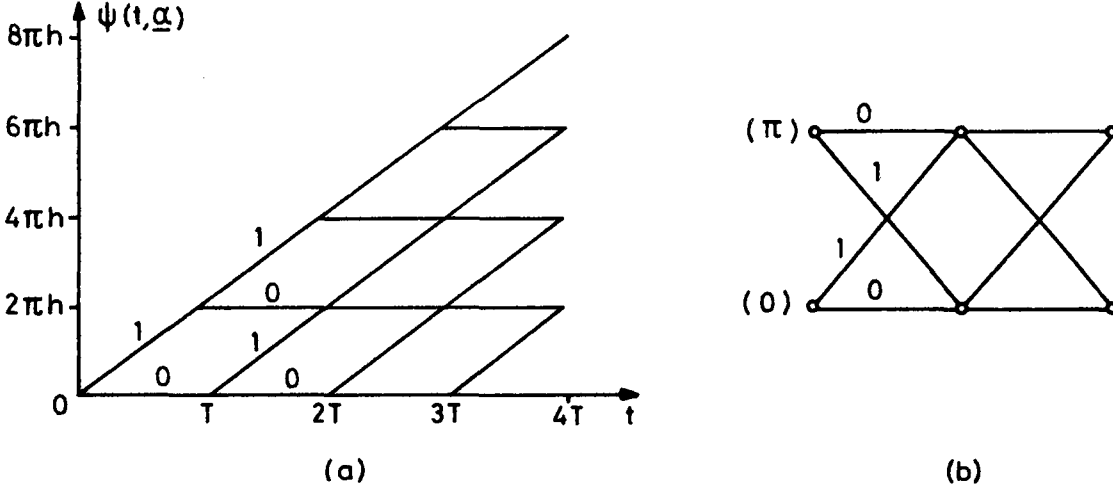
biçiminde yeniden yazılsın. Burada $f_1 = f_c - h(M-1)/2T$ değiştirilmiş taşıyıcı frekansı ve $\psi(t, \underline{\alpha})$,

$$\psi(t, \underline{\alpha}) = \phi(t, \underline{\alpha}) + \frac{\pi h(M-1)t}{T} \quad (3.11)$$

ile verilen "eğik faz" terimidir. Şekil 3.5a, ikili CPFSK'ya ilişkin "eğik faz ağacını", Şekil 3.5b ise FFSK modülasyonunun,

$$\tilde{\psi}(t, \underline{\alpha}) = [\psi(t, \underline{\alpha})]_{\text{mod } 2\pi} \quad (3.12)$$

ile tanımlanan fiziksel eğik faz kafesini göstermektedir.



Şekil 3.5. (a) İkili CPFSK eğik faz ağacı. (b) FFSK fiziksel eğik faz kafesi.

Şekil 3.5b'den görüldüğü gibi, elde edilen FFSK fiziksel eğik faz kafes yapısı artık zamanla değişmeyen türdendir. Bu özellik diğer CPM türlerine genelleştirilebilir [53]. Yani tüm CPM modülasyon türleri için, fiziksel eğik faz kafesleri zamanla değişmeyen türdendir. Eğik fazlı CPFSK modülasyonu için işaret formu, (3.7) ve (3.10) ifadelerinden yararlanarak,

$$s(t, \underline{\alpha}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[2\pi f_1 t + \pi h \alpha_n \frac{(t - nT)}{T} + \varphi_n + \frac{\pi h(M-1)t}{T}\right] \quad (3.13)$$

ve $\beta_n = (\alpha_n + M - 1)/2$ değişken dönüşümü yardımıyla

$$\begin{aligned} s(t, \underline{\beta}) &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \psi(t, \underline{\beta})] \\ &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[2\pi f_1 t + 2\pi h \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \varphi_n + n\pi h(M-1)\right] \\ &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[2\pi f_1 t + 2\pi h \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \psi(nT, \underline{\beta})\right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

biçiminde yazılır. Burada β_n , değiştirilmiş n . bilgi simgesidir ve $\{0, 1, \dots, M-1\}$ kümesinden değer alır. $\psi(nT, \underline{\beta}) = \varphi_n + n\pi h(M-1)$ olduğu kolaylıkla görülmektedir.

$$\theta_n = [\psi(nT, \underline{\beta})]_{\text{mod } 2\pi} \quad (3.15)$$

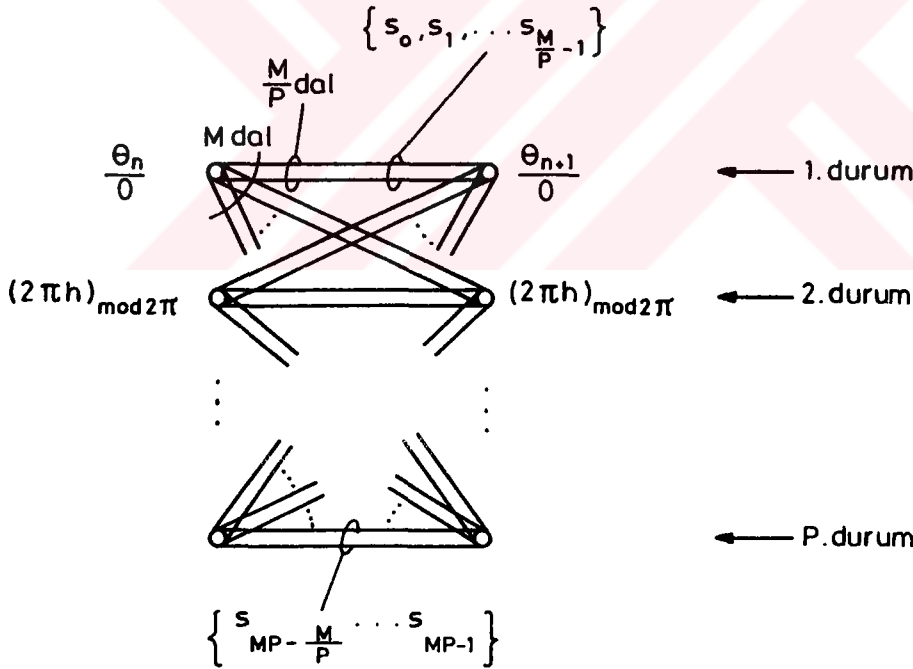
olarak tanımlanırsa,

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + 2\pi h \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n] \quad (3.16)$$

yazılabilir. (3.16) ifadesi, eğik fazlı CPFSK modülasyonuna ilişkin genel işaret biçimini göstermektedir. θ_n , $t = nT$ anında fazın başlangıç değeri, yani modülasyonun faz sürekliliğini sağlayan bellek terimidir. Ayrıca,

$$\theta_{n+1} = (\theta_n + 2\pi h \beta_n)_{\text{mod } 2\pi} \quad (3.17)$$

olduğu kolaylıkla gösterilebilir. θ_{n+1} ile θ_n aynı eleman kümesinden değer almak zorundadır. Dolayısıyla $\theta_n \in \{0, (2\pi h)_{\text{mod } 2\pi}, (4\pi h)_{\text{mod } 2\pi}, \dots\}$ biçiminde P farklı değer alacaktır. Buradan yararlanarak (3.17) ifadesi dikkatle incelenecek olursa, bu ifadenin θ_n faz değerlerini durum olarak alan ve zamanla değişmeyen sonlu (P) durumlu bir kafes diyagram ile simgelenebileceği görülecektir. Üstelik bu diyagramda, her bir β_n giriş değerine ve θ_n başlangıç fazına bağlı olarak elde edilecek $s(t, \underline{\beta})$ çıkış işareti de gösterilebilir.



Şekil 3.6. M 'li CPFSK, $h = J/P$ 'nin fiziksel eğik faz kafesi (işaret kümesi).

Elde edilen kafes diyagram Şekil 3.6'daki gibidir. Aslında bu kafes, Şekil 3.5b'de FFSK için verilen fiziksel eğik faz kafesinin CPFSK için genelleştirilmiş halidir. Kafes diyagramda her durumdan M adet dal çıkmaktadır. s_i , β_n ve θ_n

değerlerine göre elde edilebilecek MP adet $s(t, \underline{\beta})$ işaretinden i .sini simgelemektedir ($i = 0, 1, \dots, MP - 1$). Tezin bu bölümünden sonra, M bilgi genlik düzeyine ve $h = J/P$ modülasyon indisine sahip eğik fazlı CPFSK, kısaca M 'li CPFSK, $h = J/P$ olarak gösterilecek ve Şekil 3.6'daki yapı M 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesi olarak adlandırılacaktır.

İzleyen alt bölümlerde, bu tezde ele alınacak M 'li CPFSK, $h = J/P$ modülasyon türleri için $nT \leq t \leq (n+1)T$ zaman aralığında $s(t, \underline{\beta})$ işaret biçimi, bilgi genlik düzeyleri, $\psi(t, \underline{\beta})$ değerleri, modülasyonlu işarete karşı düşen s_i simgeleri ile işaret kümeleri verilmektedir. Ayrıca, ilgili modülasyon türlerine ilişkin karesel serbest Öklid uzaklıkları ve R_s [bit/simge] değerleri de verilmektedir. Karesel serbest Öklid uzaklığının hesabında gerekli olan, M 'li CPFSK, $h=J/P$ için $\underline{\beta}$ ve $\underline{\beta}'$ bilgi simge dizileri ile belirlenen herhangi iki işaret arasındaki karesel Öklid uzaklığı

$$d^2(\underline{\beta}, \underline{\beta}') = \begin{cases} 2E[1 - \frac{\sin\Delta\psi_{n+1} - \sin\Delta\psi_n}{\Delta\psi_{n+1} - \Delta\psi_n}], & \Delta\psi_{n+1} \neq \Delta\psi_n \\ 2E[1 - \cos\Delta\psi_n], & \Delta\psi_{n+1} = \Delta\psi_n \end{cases} \quad (3.18)$$

olarak verilir [54,78]. Burada $\Delta\psi_n$ ve $\Delta\psi_{n+1}$,

$$\Delta\psi_n = \psi(nT, \underline{\beta}) - \psi(nT, \underline{\beta}') \quad (3.19)$$

$$\Delta\psi_{n+1} = \psi((n+1)T, \underline{\beta}) - \psi((n+1)T, \underline{\beta}') \quad (3.20)$$

ile ifade edilen, sırasıyla nT ve $(n+1)T$ anlarındaki faz farklarını göstermektedir. CPM modülasyonunda h modülasyon indisi ne kadar küçükse, işaretin band genişliği de o kadar dar olur. Bu nedenle, bu tezde, modülasyon indisi ifadesinde $J=1$ alınmıştır.

3.1.1 2'li CPFSK , $h=1/2$ (MSK veya FFSK)

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \pi \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

$$\alpha_n \in \{-1, +1\} \Rightarrow \beta_n \in \{0, 1\}$$

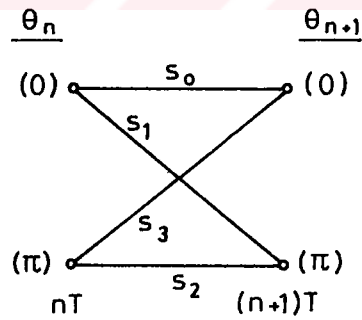
$$\theta_n \in \{0, \pi\}$$

$$R_s = 1 \text{ bit/simg}$$

$$d_{sE}^2 = 4E$$

Tablo 3.1. 2'li CPFSK, $h=1/2$ değerleri.

θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
0	0	0	0	0	s_0
	1	$\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	π	s_1
π	0	π	π	π	$s_2 = -s_0$
	1	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	2π	$s_3 = -s_1$



Şekil 3.7. 2'li CPFSK, $h=1/2$ 'nin işaret kümesi.

3.1.2 4'lü CPFSK , $h=1/2$

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \pi \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

$$\alpha_n \in \{-3, -1, +1, +3\} \Rightarrow \beta_n \in \{0, 1, 2, 3\}$$

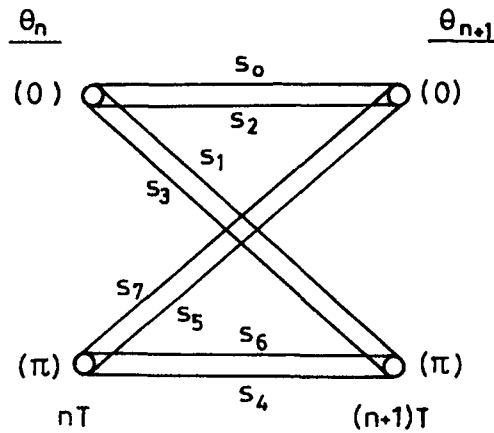
$$\theta_n \in \{0, \pi\}$$

$$R_s = 2 \text{ bit/simge}$$

$$d_{sE}^2 = 4E$$

Tablo 3.2. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ değerleri.

θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
0	0	0	0	0	s_0
	1	$\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	π	s_1
	2	$2\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	2π	s_2
	3	$3\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	3π	s_3
π	0	π	π	π	$s_4 = -s_0$
	1	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	2π	$s_5 = -s_1$
	2	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	3π	$s_6 = -s_2$
	3	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	4π	$s_7 = -s_3$



Şekil 3.8. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'nin işaret kümesi.

3.1.3 8'li CPFSK , $h=1/2$

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \pi \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

$$\alpha_n \in \{-7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7\} \implies \beta_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

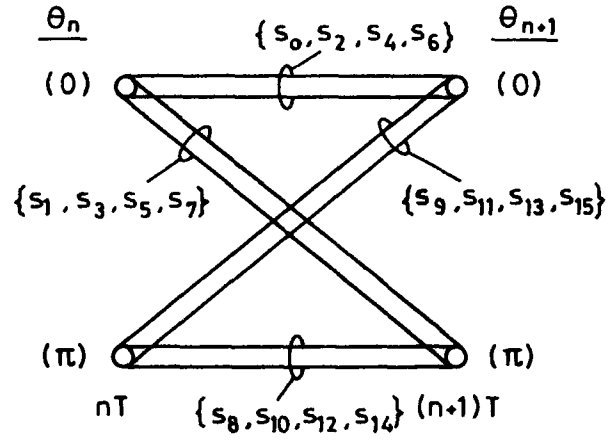
$$\theta_n \in \{0, \pi\}$$

$$R_s = 3 \text{ bit/simge}$$

$$d_{s,E}^2 = 2E$$

Tablo 3.3. 8'li CPFSK, $h=1/2$ değerleri.

θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
0	0	0	0	0	s_0
	1	$\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	π	s_1
	2	$2\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	2π	s_2
	3	$3\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	3π	s_3
	4	$4\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	4π	s_4
	5	$5\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	5π	s_5
	6	$6\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	6π	s_6
	7	$7\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	7π	s_7
π	0	π	π	π	$s_8 = -s_0$
	1	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	2π	$s_9 = -s_1$
	2	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	3π	$s_{10} = -s_2$
	3	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	4π	$s_{11} = -s_3$
	4	$4\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	5π	$s_{12} = -s_4$
	5	$5\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	6π	$s_{13} = -s_5$
	6	$6\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	7π	$s_{14} = -s_6$
	7	$7\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	8π	$s_{15} = -s_7$



Şekil 3.9. 8'li CPFSK, $h=1/2$ 'nin işaret kümesi.

3.1.4 16'lı CPFSK , $h=1/2$

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \pi \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

$$\alpha_n \in \{-15, -13, -11, -9, -7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7, +9, +11, +13, +15\}$$

$$\Rightarrow \beta_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$\theta_n \in \{0, \pi\}$$

$$R_s = 4 \text{ bit/simge}$$

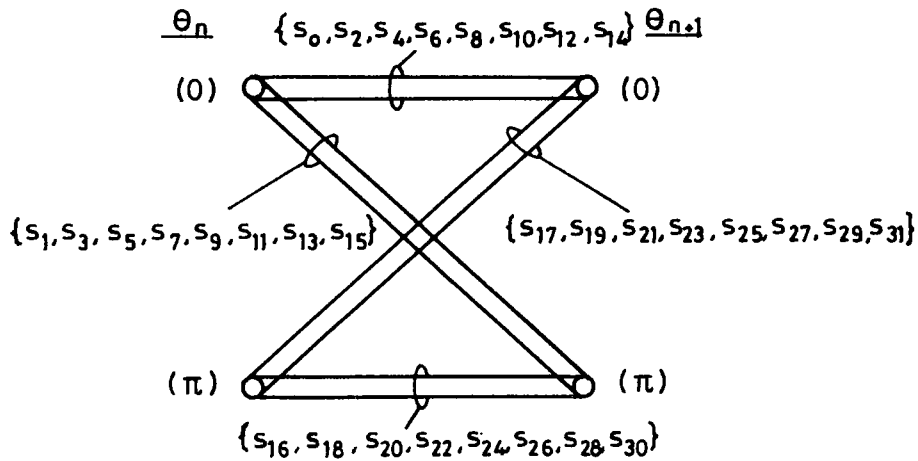
$$d_{sE}^2 = 2E$$

Tablo 3.4. 16'lı CPFSK, $h=1/2$ değerleri.

θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
0	0	0	0	0	s_0
	1	$\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	π	s_1
	2	$2\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	2π	s_2
	3	$3\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	3π	s_3
	4	$4\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	4π	s_4
	5	$5\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	5π	s_5
	6	$6\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	6π	s_6
	7	$7\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	7π	s_7
	8	$8\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	8π	s_8
	9	$9\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	9π	s_9
	10	$10\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	10π	s_{10}
	11	$11\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	11π	s_{11}
	12	$12\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	12π	s_{12}
	13	$13\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	13π	s_{13}
	14	$14\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	14π	s_{14}
	15	$15\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	15π	s_{15}

Tablo 3.4. 16'lı CPFSK, $h=1/2$ değerleri (Devam).

θ_n	β_n	$\psi(t, \beta)$	$\psi(nT, \beta)$	$\psi((n+1)T, \beta)$	s_i
π	0	π	π	π	$s_{16} = -s_0$
	1	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	2π	$s_{17} = -s_1$
	2	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	3π	$s_{18} = -s_2$
	3	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	4π	$s_{19} = -s_3$
	4	$4\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	5π	$s_{20} = -s_4$
	5	$5\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	6π	$s_{21} = -s_5$
	6	$6\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	7π	$s_{22} = -s_6$
	7	$7\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	8π	$s_{23} = -s_7$
	8	$8\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	9π	$s_{24} = -s_8$
	9	$9\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	10π	$s_{25} = -s_9$
	10	$10\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	11π	$s_{26} = -s_{10}$
	11	$11\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	12π	$s_{27} = -s_{11}$
	12	$12\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	13π	$s_{28} = -s_{12}$
	13	$13\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	14π	$s_{29} = -s_{13}$
	14	$14\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	15π	$s_{30} = -s_{14}$
	15	$15\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	16π	$s_{31} = -s_{15}$

Şekil 3.10. 16'lı CPFSK, $h=1/2$ 'nin işaret kümesi.

3.1.5 4'lü CPFSK , $h=1/4$

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \frac{\pi}{2} \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

$$\alpha_n \in \{-3, -1, +1, +3\} \implies \beta_n \in \{0, 1, 2, 3\}$$

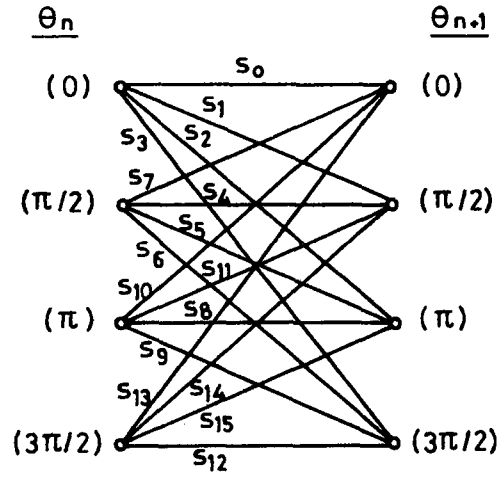
$$\theta_n \in \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$$

$$R_s = 2 \text{ bit/simge}$$

$$d_{sE}^2 = 1.44E$$

Tablo 3.5. 4'lü CPFSK, $h=1/4$ değerleri.

θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
0	0	0	0	0	s_0
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{\pi}{2}$	s_1
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	π	s_2
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{3\pi}{2}$	s_3
$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	s_4
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π	s_5
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	s_6
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	2π	s_7
π	0	π	π	π	$s_8 = -s_0$
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$s_9 = -s_1$
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	2π	$s_{10} = -s_2$
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{5\pi}{2}$	$s_{11} = -s_3$
$\frac{3\pi}{2}$	0	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$s_{12} = -s_4$
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$s_{13} = -s_5$
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	$s_{14} = -s_6$
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	3π	$s_{15} = -s_7$



Şekil 3.11. 4'lü CPFSK, $h=1/4$ 'ün işaret kümesi.

3.1.6 8'li CPFSK , $h=1/4$

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \frac{\pi}{2} \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

$$\alpha_n \in \{-7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7\} \implies \beta_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\theta_n \in \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$$

$$R_s = 3 \text{ bit/simge}$$

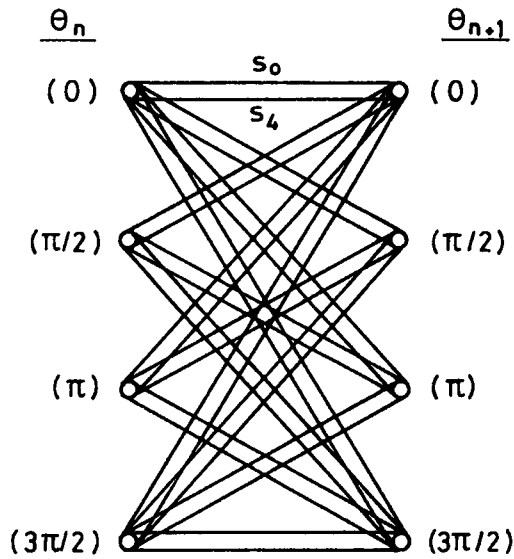
$$d_{sE}^2 = 1.44E$$

Tablo 3.6. 8'li CPFSK, $h=1/4$ değerleri.

θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
0	0	0	0	0	s_0
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{\pi}{2}$	s_1
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	π	s_2
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{3\pi}{2}$	s_3
	4	$2\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	2π	s_4
	5	$\frac{5\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{5\pi}{2}$	s_5
	6	$3\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	3π	s_6
	7	$\frac{7\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{7\pi}{2}$	s_7
$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	s_8
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π	s_9
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	s_{10}
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	2π	s_{11}
	4	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	s_{12}
	5	$\frac{5\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	3π	s_{13}
	6	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	s_{14}
	7	$\frac{7\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	4π	s_{15}

Tablo 3.6. 8'li CPFSK, $h=1/4$ değerleri (Devam).

θ_n	β_n	$\psi(t, \beta)$	$\psi(nT, \beta)$	$\psi((n+1)T, \beta)$	s_i
π	π	π	π	π	$s_{16} = -s_0$
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$s_{17} = -s_1$
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	2π	$s_{18} = -s_2$
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{5\pi}{2}$	$s_{19} = -s_3$
	4	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	3π	$s_{20} = -s_4$
	5	$\frac{5\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{7\pi}{2}$	$s_{21} = -s_5$
	6	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	4π	$s_{22} = -s_6$
	7	$\frac{7\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{9\pi}{2}$	$s_{23} = -s_7$
$\frac{3\pi}{2}$	0	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$s_{24} = -s_8$
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$s_{25} = -s_9$
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	$s_{26} = -s_{10}$
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	3π	$s_{27} = -s_{11}$
	4	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	$s_{28} = -s_{12}$
	5	$\frac{5\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	4π	$s_{29} = -s_{13}$
	6	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$	$s_{30} = -s_{14}$
	7	$\frac{7\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	5π	$s_{31} = -s_{15}$

Şekil 3.12. 8'li CPFSK, $h=1/4$ 'ün işaret kümesi.

3.1.7 16'lı CPFSK , $h=1/4$

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \frac{\pi}{2} \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

$$\alpha_n \in \{-15, -13, -11, -9, -7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7, +9, +11, +13, +15\}$$

$$\Rightarrow \beta_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$\theta_n \in \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$$

$$R_s = 4 \text{ bit/simge}$$

$$d_{sE}^2 = 1.44E$$

Tablo 3.7. 16'lı CPFSK, $h=1/4$ değerleri.

θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
0	0	0	0	0	s_0
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{\pi}{2}$	s_1
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	π	s_2
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{3\pi}{2}$	s_3
	4	$2\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	2π	s_4
	5	$\frac{5\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{5\pi}{2}$	s_5
	6	$3\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	3π	s_6
	7	$\frac{7\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{7\pi}{2}$	s_7
	8	$4\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	4π	s_8
	9	$\frac{9\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{9\pi}{2}$	s_9
	10	$5\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	5π	s_{10}
	11	$\frac{11\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{11\pi}{2}$	s_{11}
	12	$6\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	6π	s_{12}
	13	$\frac{13\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{13\pi}{2}$	s_{13}
	14	$7\pi \frac{(t-nT)}{T}$	0	7π	s_{14}
	15	$\frac{15\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T}$	0	$\frac{15\pi}{2}$	s_{15}

Tablo 3.7. 16'lı CPFSK, $h=1/4$ değerleri (Devam).

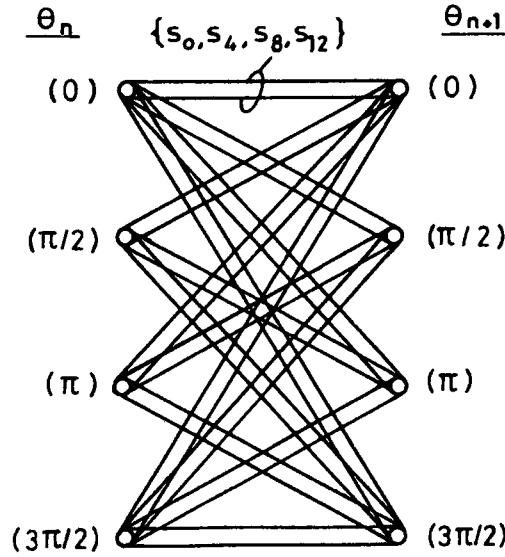
θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	s_{16}
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π	s_{17}
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	s_{18}
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	2π	s_{19}
	4	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	s_{20}
	5	$\frac{5\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	3π	s_{21}
	6	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	s_{22}
	7	$\frac{7\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	4π	s_{23}
	8	$4\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$	s_{24}
	9	$\frac{9\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	5π	s_{25}
	10	$5\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{2}$	s_{26}
	11	$\frac{11\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	6π	s_{27}
	12	$6\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{13\pi}{2}$	s_{28}
	13	$\frac{13\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	7π	s_{29}
	14	$7\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{15\pi}{2}$	s_{30}
	15	$\frac{15\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	8π	s_{31}

Tablo 3.7. 16'lı CPFSK, $h=1/4$ değerleri (Devam).

θ_n	β_n	$\psi(t, \underline{\beta})$	$\psi(nT, \underline{\beta})$	$\psi((n+1)T, \underline{\beta})$	s_i
π	0	π	π	π	$s_{32} = -s_0$
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$s_{33} = -s_1$
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	2π	$s_{34} = -s_2$
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{5\pi}{2}$	$s_{35} = -s_3$
	4	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	3π	$s_{36} = -s_4$
	5	$\frac{5\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{7\pi}{2}$	$s_{37} = -s_5$
	6	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	4π	$s_{38} = -s_6$
	7	$\frac{7\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{9\pi}{2}$	$s_{39} = -s_7$
	8	$4\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	5π	$s_{40} = -s_8$
	9	$\frac{9\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{11\pi}{2}$	$s_{41} = -s_9$
	10	$5\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	6π	$s_{42} = -s_{10}$
	11	$\frac{11\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{13\pi}{2}$	$s_{43} = -s_{11}$
	12	$6\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	7π	$s_{44} = -s_{12}$
	13	$\frac{13\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{15\pi}{2}$	$s_{45} = -s_{13}$
	14	$7\pi \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	8π	$s_{46} = -s_{14}$
	15	$\frac{15\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \pi$	π	$\frac{17\pi}{2}$	$s_{47} = -s_{15}$

Tablo 3.7. 16'lı CPFSK, $h=1/4$ değerleri (Devam).

θ_n	β_n	$\psi(t, \beta)$	$\psi(nT, \beta)$	$\psi((n+1)T, \beta)$	s_i
$\frac{3\pi}{2}$	0	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$s_{48} = -s_{16}$
	1	$\frac{\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$s_{49} = -s_{17}$
	2	$\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	$s_{50} = -s_{18}$
	3	$\frac{3\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	3π	$s_{51} = -s_{19}$
	4	$2\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	$s_{52} = -s_{20}$
	5	$\frac{5\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	4π	$s_{53} = -s_{21}$
	6	$3\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$	$s_{54} = -s_{22}$
	7	$\frac{7\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	5π	$s_{55} = -s_{23}$
	8	$4\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{2}$	$s_{56} = -s_{24}$
	9	$\frac{9\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	6π	$s_{57} = -s_{25}$
	10	$5\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{13\pi}{2}$	$s_{58} = -s_{26}$
	11	$\frac{11\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	7π	$s_{59} = -s_{27}$
	12	$6\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{15\pi}{2}$	$s_{60} = -s_{28}$
	13	$\frac{13\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	8π	$s_{61} = -s_{29}$
	14	$7\pi \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{17\pi}{2}$	$s_{62} = -s_{30}$
	15	$\frac{15\pi}{2} \frac{(t-nT)}{T} + \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	9π	$s_{63} = -s_{31}$

Şekil 3.13. 16'lı CPFSK, $h=1/4$ 'ün işaret kümesi.

3.1.8 8'li CPFSK , $h=1/8$

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \frac{\pi}{4} \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

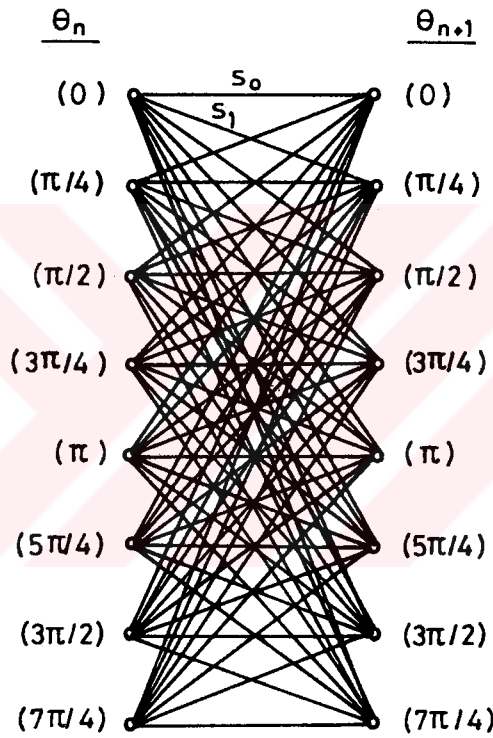
$$\alpha_n \in \{-7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7\} \Rightarrow$$

$$\beta_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\theta_n \in \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4\}$$

$$R_s = 3 \text{ bit/simg}$$

$$d_{sE}^2 = 0.398E$$



Şekil 3.14. 8'li CPFSK, $h=1/8$ 'in işaret kümesi.

3.1.9 16'lı CPFSK , $h=1/8$

$$s(t, \underline{\beta}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_1 t + \frac{\pi}{4} \beta_n \frac{(t - nT)}{T} + \theta_n]$$

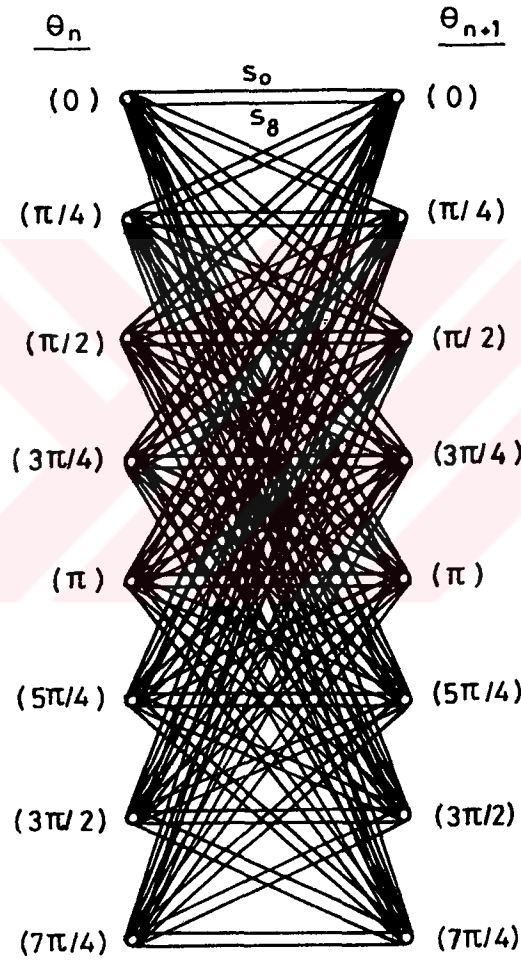
$$\alpha_n \in \{-15, -13, -11, -9, -7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7, +9, +11, +13, +15\}$$

$$\Rightarrow \beta_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$\theta_n \in \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4\}$$

$$R_s = 4 \text{ bit/simg}$$

$$d_{sE}^2 = 0.398E$$



Şekil 3.15. 16'lı CPFSK, $h=1/8$ 'in işaret kümesi.

BÖLÜM 4

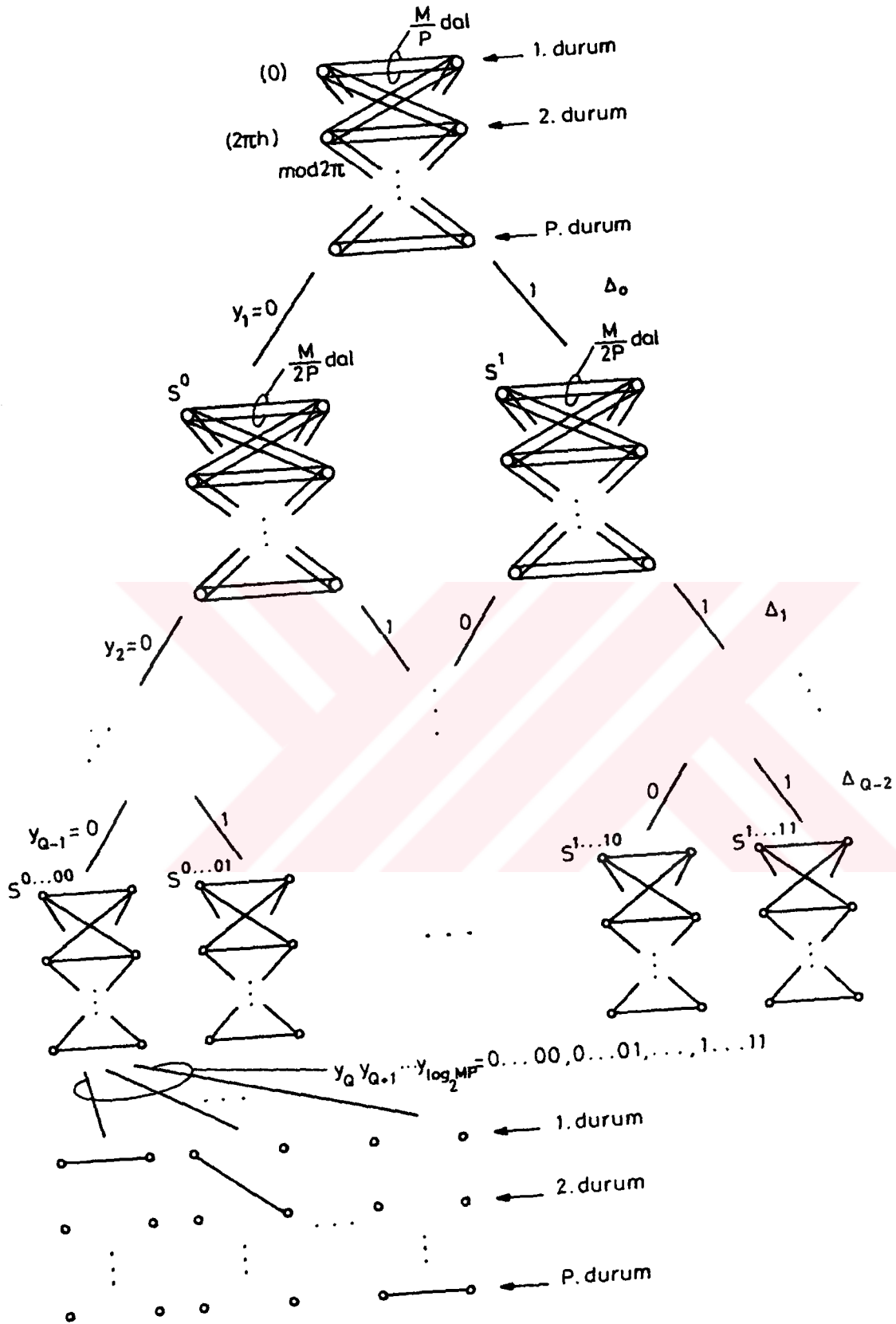
SÜREKLİ FAZ MODÜLASYONUNUN ÇOK DÜZEYLİ KODLANMASI VE ÇOK AŞAMALI ÇÖZÜLMESİ

Bu bölümde, literatürde bulunan yöntemlere yeni bir alternatif olarak önerilen, CPFSK modülasyonunun çok düzeyli olarak kodlanması ve çok aşamalı olarak çözülmesi yöntemi açıklanmaktadır.

4.1 İŞARET KÜMESİNİN SEÇİMİ VE BÖLMELENMESİ

CPFSK modülasyonunun bu tezde önerilen çok düzeyli kodlama tekniği ile kodlanabilmesi için işaret kümesindeki durumlar arasında en az 2 adet dal, yani paralel geçişler olmalıdır. M 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesinin paralel geçişli olması matematiksel olarak $M \geq 2P$ ile ifade edilebilir ve herhangi iki durum arasında frekansları farklı, fakat başlangıç fazları aynı ve bitiş fazları aynı olan $M/P (\geq 2)$ adet işaretin var olması anlamına gelir. Başlangıç ve bitiş fazları aynı olan bu işaretler küme bölmelemede farklı alt kümelerle atanarak, kodlama işlemi sonucu seçilen alt küme ne olursa olsun faz sürekliliğinin korunması sağlanmaktadır. $M = P$ durumunda ise, başlangıç fazları aynı ve bitiş fazları aynı olan herhangi iki işaret olmadığı için, bu tezde önerilen yöntem ile faz sürekliliği sağlanamamaktadır.

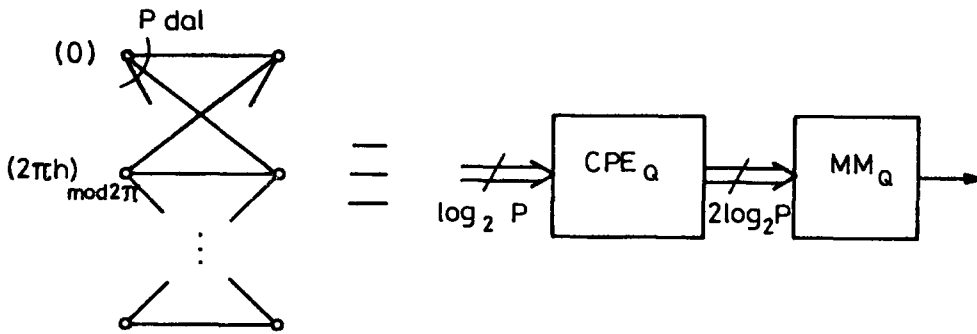
Şekil 3.6'daki M 'li CPFSK işaret kümesi, $M \geq 2P$ koşulu altında, birbirinden farklı alt kümelere Şekil 4.1'de görüldüğü gibi bölmelenmektedir. Q bölmeleme düzeyi sayısıdır. Görüldüğü gibi bölmeleme işlemi, son düzey dışında sürekli ikiye bölerek ve son düzeydeki alt kümelerde paralel geçiş kalmayacak şekilde yapılmaktadır. Bu durumda $Q = \log_2(2M/P)$ olur. Elde edilen alt kümeler, şekilde görülen y_i değişkenlerinin aldığı 0 ya da 1 değerlerine göre, birinci düzeyde,



Şekil 4.1. M 'li CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h = J/P, M \geq 2P$).

S^0, S^1 ve $Q > 2$ ise, ikinci düzeyde $S^{00}, S^{01}, S^{10}, S^{11}, \dots$ biçiminde etiketlenilmektedir. Son düzeydeki paralel geçişsiz alt kümelerin her birinde P durum, P^2 işaret vardır ve her durumdan P dal çıkmaktadır. Bu alt kümelerin bölmeleme işlemi, P^2 'ye bölerek yapılmaktadır.

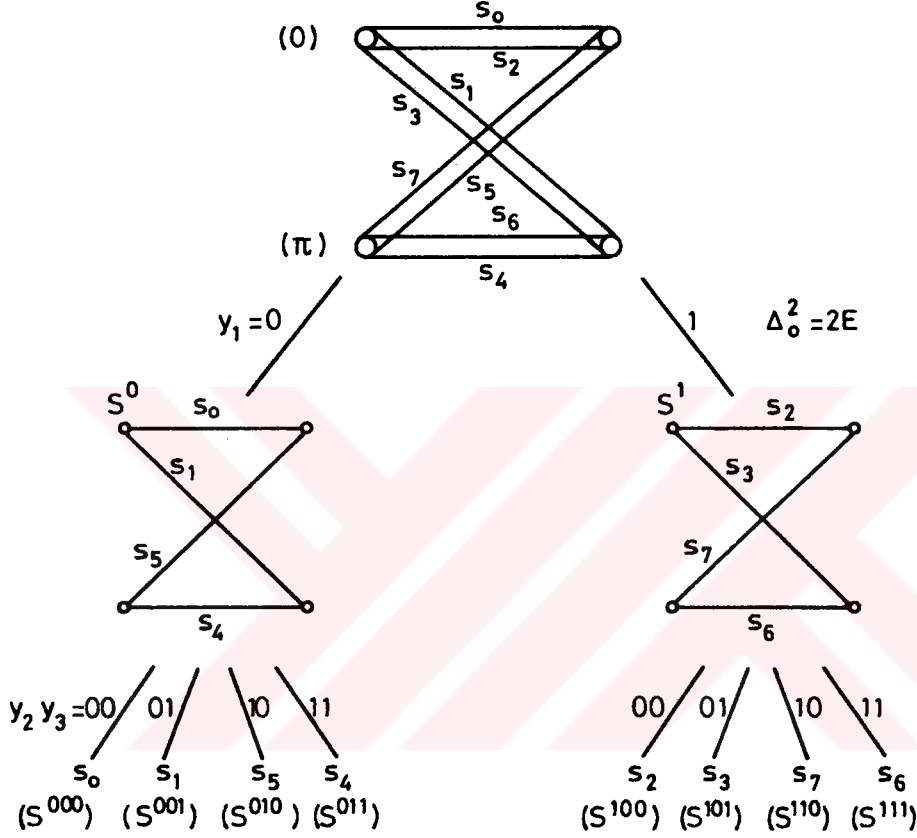
Küme bölmelemesi yapılırken dikkat edilmesi gereken en önemli nokta, bir bölmeleme düzeyindeki tüm alt kümelerin faz durumları ile iç Öklid uzaklıkları açısından birbirlerine tamamen eşdeğer olmasıdır. Bu özellik, sistemin faz sürekliliğini korumasını ve hata başarımlarının sağlıklı bir şekilde yapılmasını sağlamaktadır. Bu durumda son bölmeleme düzeyinde karşılaşılan M/P adet alt kümenin herbiri ($S^{y_1 y_2 \dots y_{Q-1}}, y_1 y_2 \dots y_{Q-1} = 0 \dots 00, 0 \dots 01, \dots, 1 \dots 11$), modülasyon indisi $h = J/P$ olan P 'li CPFSK işaret kümesine iç uzaklıklar ve faz durumları açısından eşdeğer olmaktadır. Gösterilebilir ki, son bölmeleme düzeyindeki alt kümeler, Rimoldi'nin [54] ayrıştırma tekniği kullanılarak $\log_2 P / 2 \log_2 P$ oranlı ve P durumlu bir son düzey-süreklî faz kodlayıcısı (CPE_Q) ve bir son düzey-belleksiz eşleyicisine (MM_Q) Şekil 4.2'deki gibi ayrıştırılabilir. Bu ayrıştırma, ilerideki analizlerde kullanılmak üzere yapılmaktadır. Tek bir kodlayıcı ve eşleyici ile gerçekleştirilebilen bu ayrıştırma işlemine olanak tanıyan en önemli etken, küme bölmeleme işleminde son düzeydeki alt kümelerin eşdeğer yapılmasıdır. Aksi halde, son düzeydeki her alt küme için ayrı bir süreklî faz kodlayıcısı ve belleksiz eşleyici gerekecekti.



Şekil 4.2. Son düzeydeki alt kümelerin süreklî faz kodlayıcısı ve belleksiz eşleyiciye ayrıştırılması.

4.1.1 4'lü CPFSK, $h=1/2$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi

4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonuna ait işaret kümesi Şekil 3.8'deki gibidir. İşaret kümesinde faz durumları 0 ve π değerlerini alabilmekte ve durumlar arasında paralel geçiş bulunmaktadır. Bu küme, önceki bölümde belirtilen kurallar doğrultusunda Şekil 4.3'teki gibi bölmelenir.



Şekil 4.3. 4'lü CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h=1/2$).

Bölmeleme işlemi, her düzeyde bir üst düzeye ait paralel geçişli işaretlerin yarısı farklı alt kümeye yerleşecek ve son düzeyde paralel geçiş kalmayacak şekilde yapılmaktadır. Böylece, başlangıçtaki paralel geçişli işaretlerin her biri son düzeyde farklı alt kümeye atanmış olmaktadır. Bölmeleme düzeyi sayısı $Q=2$ 'dir. İlk bölmeleme düzeyindeki alt kümeler ($S^0 = \{s_0, s_1, s_5, s_4\}$ ve $S^1 = \{s_2, s_3, s_7, s_6\}$) arasındaki en küçük karesel Öklid uzaklığı, (3.18) bağıntısından yararlanarak $\Delta_0^2 = d^2(s_0, s_2) = 2E$ olarak bulunur. Bu iki alt küme, aynı sırada olmak kaydıyla 0 ve π faz durumlarına sahiptir. Alt kümelerin simgeleri arasındaki iç uzaklıklar, Tablo 4.1'deki gibi elde edilebilir.

Tablo 4.1. Son bölmeleme düzeyindeki S^0 ve S^1 alt kümelerinin iç uzaklıkları ($h=1/2$).

d^2	s_0	s_1	s_5	s_4
s_0	—	$2E$	$2E$	$4E$
s_1		—	$4E$	$2E$
s_5			—	$2E$
s_4				—

d^2	s_2	s_3	s_7	s_6
s_2	—	$2E$	$2E$	$4E$
s_3		—	$4E$	$2E$
s_7			—	$2E$
s_6				—

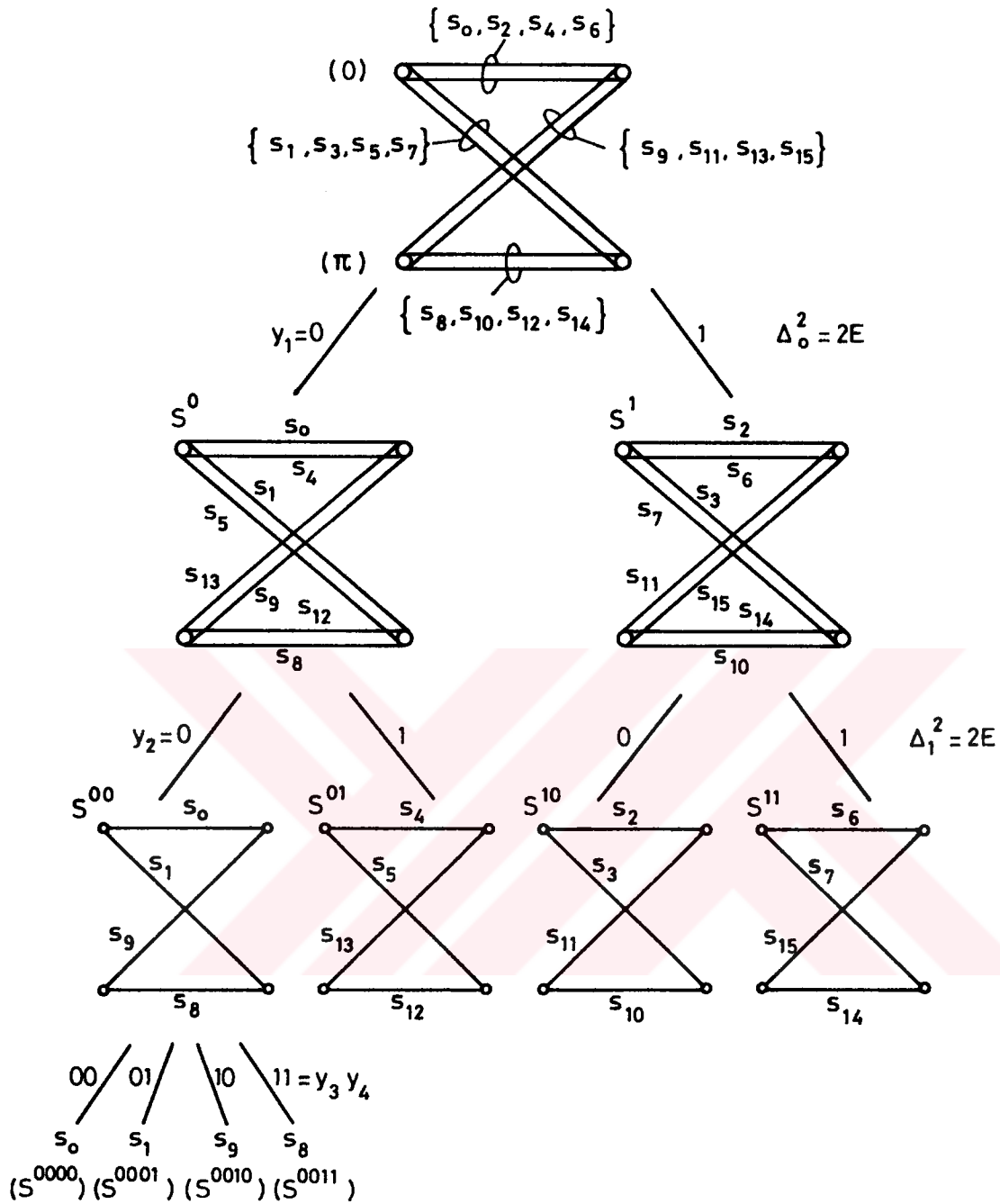
Görüldüğü gibi işaretler arası iç uzaklıklar, her iki alt küme için de aynıdır. Dolayısıyla bu alt kümelerin her biri Şekil 3.7’de verilen 2’li CPFSK, $h=1/2$ (FFSK) işaret kümesine faz durumları ve iç uzaklıklar açısından eşdeğerdir.

4.1.2 8’li CPFSK, $h=1/2$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi

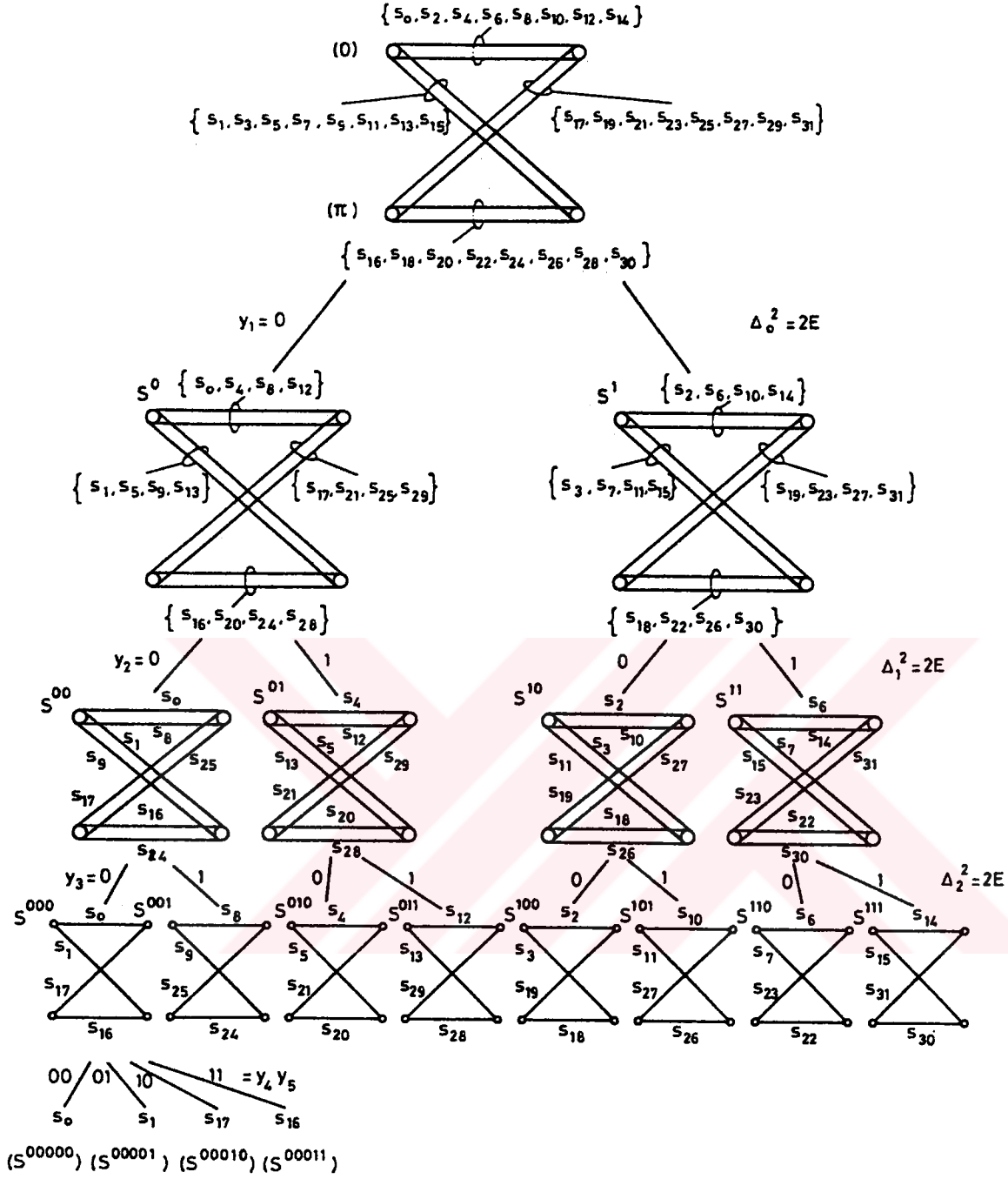
Şekil 3.9’daki 8’li CPFSK, $h=1/2$ işaret kümesinin bölmelenmesi, Şekil 4.4’teki gibi yapılmaktadır. Bölmeleme düzeyi sayısı $Q=3$ ’tür. 4’lü CPFSK, $h=1/2$ işaret kümesindekine benzer olarak, burada da son düzeyde elde edilen $S^{00}, S^{01}, S^{10}, S^{11}$ alt kümelerinin her biri faz durumları ve iç uzaklıklar açısından FFSK’ya eşdeğerdir. Bölmeleme işlemi sonrasında alt kümeler arasındaki en küçük karesel uzaklıklar $\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = 2E$ olarak bulunur.

4.1.3 16’lı CPFSK, $h=1/2$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi

Şekil 4.5’de ise, 16’lı CPFSK, $h=1/2$ işaret kümesinin (Şekil 3.10) çok düzeyli kodlamaya uygun şekilde $Q=4$ düzeye bölmelenmesi gösterilmektedir. Bölmeleme düzeylerinde alt kümeler arasındaki en küçük karesel uzaklıklar $\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = \Delta_2^2 = 2E$ biçimindedir. Burada da son düzeyde elde edilen alt kümelerin ($S^{000}, S^{001}, \dots, S^{111}$) her biri faz durumları ve iç uzaklıklar açısından FFSK’ya eşdeğerdir.



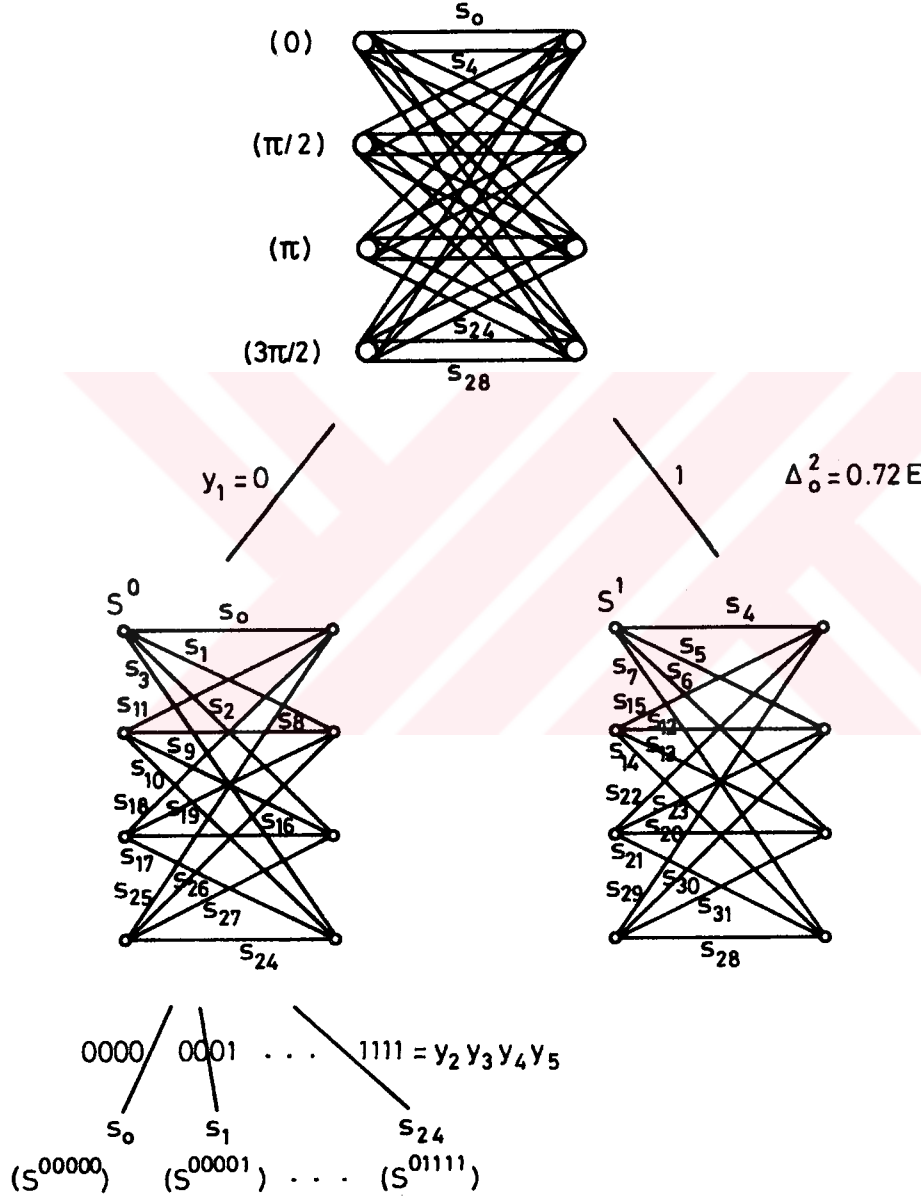
Şekil 4.4. 8'li CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h = 1/2$).



Şekil 4.5. 16'lı CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h=1/2$).

4.1.4 8'li CPFSK, $h=1/4$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi

8'li CPFSK, $h=1/4$ modülasyon türüne ait işaret kümesi, Şekil 3.12'deki gibidir. Faz durumlarının alabileceği değerler $0, \pi/2, \pi$ ve $3\pi/2$ 'dir. Toplam işaret sayısı 32 olup, herhangi iki faz durumu arasında 2 paralel geçiş bulunmaktadır. 8'li CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesi, Şekil 4.6'daki gibi bölmelenmektedir.



Şekil 4.6. 8'li CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h = 1/4$).

Bölmeleme düzeyi sayısı $Q=2$ 'dir. İlk bölmeleme düzeyinde elde edilen S^0 ve S^1 alt kümeleri arasındaki en küçük karesel Öklid uzaklığı $\Delta_0^2 = d^2(s_0, s_4) =$

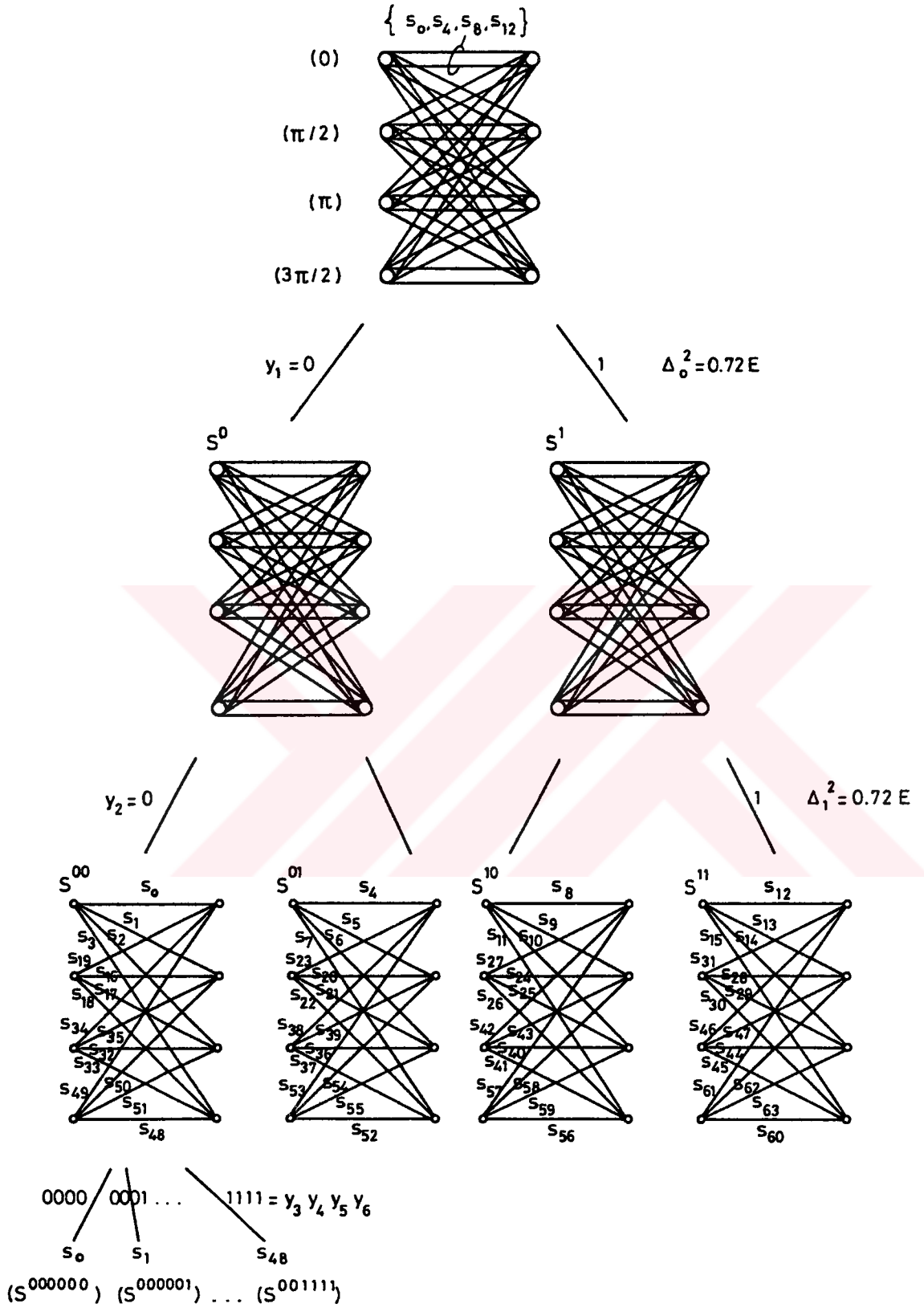
$0.72E$ olarak bulunur. Bu alt kümeler, aynı faz durumlarına ve aynı iç uzaklık değerlerine sahiptir ve her biri, 4'lü CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesine eşdeğerdir.

4.1.5 16'lı CPFSK, $h=1/4$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi

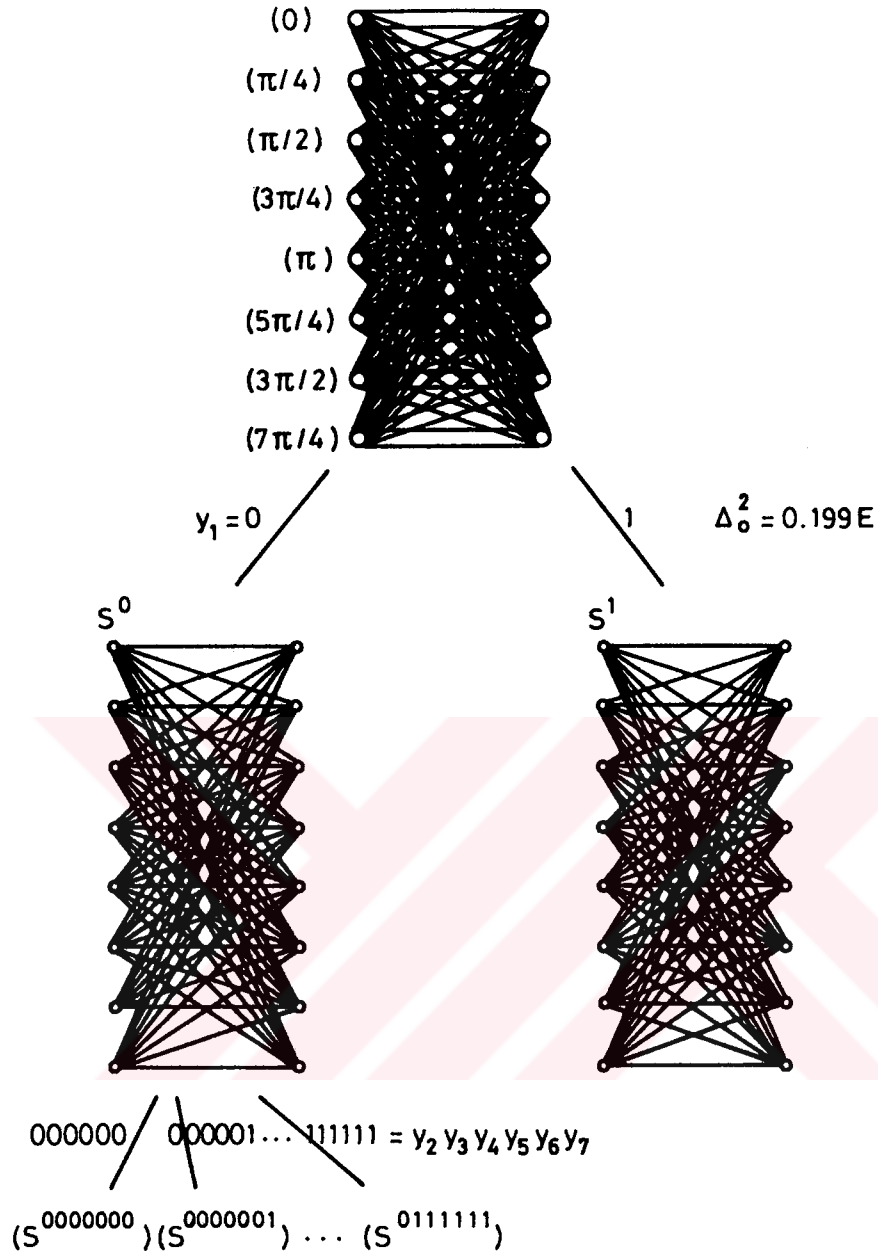
Şekil 3.13'te gösterilen 16'lı CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesinin $Q=3$ düzeye bölmelenmesi Şekil 4.7'de gösterilmektedir. Son düzeyde elde edilen S^{00} , S^{01} , S^{10} , S^{11} alt kümelerinin her biri, yine 4'lü CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesine eşdeğerdir. Bölmeleme işlemi sonrası alt kümeler arasındaki en küçük karesel uzaklıklar $\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = 0.72E$ olmaktadır.

4.1.6 16'lı CPFSK, $h=1/8$ İşaret Kümesinin Bölmelenmesi

16'lı CPFSK, $h=1/8$ modülasyon türüne ait işaret kümesi, Şekil 3.15'teki gibidir. Faz durumlarının alabileceği değerler $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2$ ve $7\pi/4$ olup, herhangi iki faz durumu arasında 2 paralel geçiş bulunmaktadır. Toplam işaret sayısı 64'tür. 16'lı CPFSK $h=1/8$ işaret kümesi, son düzeydeki S^0 ve S^1 alt kümelerinin her biri 8'li CPFSK, $h=1/8$ işaret kümesine (Şekil 3.14) eşdeğer olacak biçimde $Q=2$ düzeye Şekil 4.8'deki gibi bölmelenmektedir. Bu durumda $\Delta_0^2 = 0.199E$ olmaktadır.



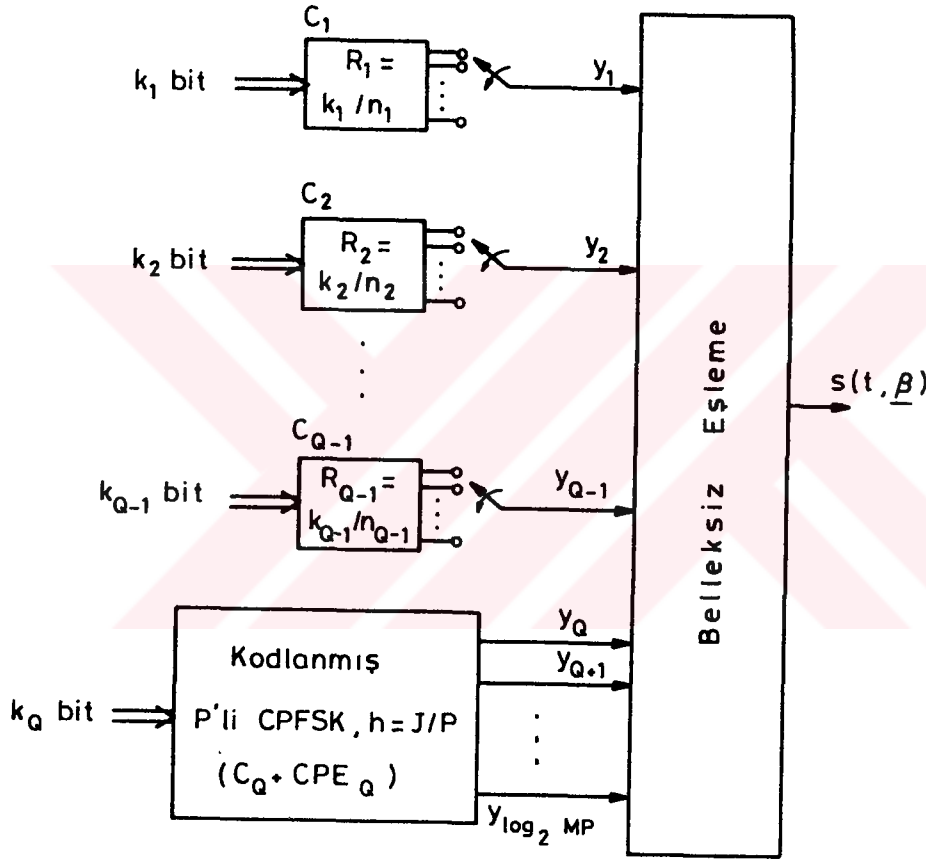
Şekil 4.7. 16'lı CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h = 1/4$).



Şekil 4.8. 16'lı CPFSK'nın küme bölmelemesi ($h = 1/8$).

4.2 ÇOK DÜZEYLİ KODLAMA İÇİN GENEL CPFSK SİSTEM MODELİ

Bölmelemesi yapılan M 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesinin çok düzeyli kodlanması amacıyla önerilen sistem Şekil 4.9'da görülmektedir. Önerilen sistemde bölmeleme düzeyi sayısı (Q) kadar kodlama düzeyi bulunmakta ve i . bölmeleme düzeyindeki alt kümeler, $R_i = k_i/n_i$ kodlama oranlı katlamalı kodlayıcılar ile kodlanmaktadır ($i = 1, 2, \dots, Q$).



Şekil 4.9. Çok düzeyli kodlanmış M 'li CPFSK, $h = J/P$ sistemi.

Son düzey dışındaki katlamalı kodlayıcılar ($C_i, i = 1, 2, \dots, Q - 1$), literatürde sınırlama uzunlukları ve serbest Hamming uzaklıkları verilmiş olan klasik kodlayıcılar [77,79,80] arasından seçilirler. Son bölmeleme düzeyindeki P 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesi ise $R_Q = k_Q/n_Q$ oranlı bir katlamalı kodlayıcı (C_Q) ile kodlanmaktadır. C_Q katlamalı kodlayıcısı ile P 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesinin sürekli faz kodlayıcısı CPE_Q birleşiminden oluşan yapı ($C_Q + CPE_Q$), son

düzeyde kodlanmış P 'li CPFSK, $h = J/P$ olarak gösterilmektedir. Son düzeyin kodlanmasında, literatürde verilen P 'li CPFSK, $h = J/P$ kafes kodları kullanılabilir. Şekil 4.9'da son düzeye ilişkin belleksiz eşleyici ile diğer düzeylere ilişkin belleksiz eşleyiciler birleştirilerek gösterilmektedir. Bu belleksiz eşleyici, Şekil 4.1'de gösterilen y_i değişkenlerini C_i kodlayıcısının çıkış bitleri olarak alıp, karşı düşen alt kümeye (son düzeyde kanal işaretine) eşlemektedir.

Önerilen sistemde, bir modülasyon aralığındaki işareti belirlemek için i . düzeydeki kodlayıcının çıkışından alınan bit sayısı μ_i ,

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \dots, Q - 1 \\ \log_2 P, & i = Q \end{cases} \quad (4.1)$$

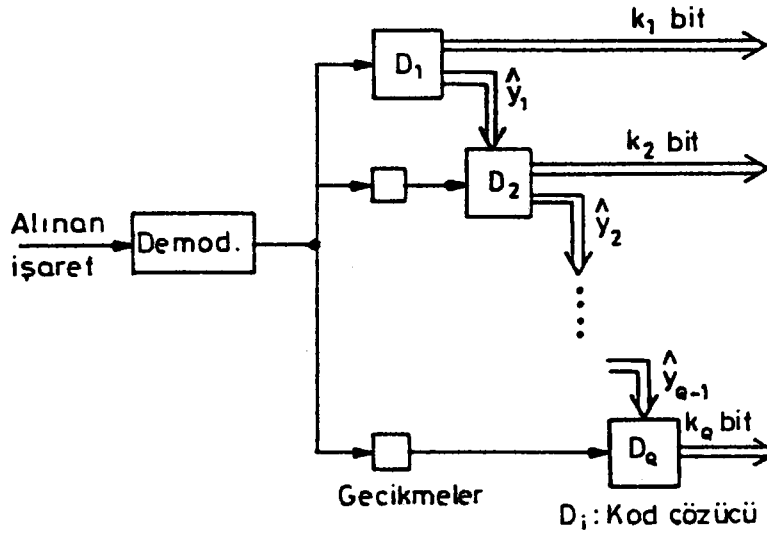
biçimindedir. C_i kodlayıcısının kodlama oranı $R_i = k_i/n_i$ ise, tüm sistemin bit/simge oranı aşağıdaki bağıntı ile hesaplanabilir:

$$R_s = \sum_{i=1}^Q R_i \mu_i. \quad (4.2)$$

4.3 İŞARET KÜMESİNİN ÇOK AŞAMALI OLARAK ÇÖZÜLMESİ

Bu bölümde, kanalda bozulan işaretlerin kodçözücülerde işlenmesi için gerekli bilgileri çıkartan (sezen) demodülatör devresinin eşzamanlı çalıştığı varsayılmaktadır. Bu durumda, Şekil 4.9'daki sistem yardımıyla kodlanan bilgi bitlerinin çözülmesi amacıyla Şekil 4.10'daki çok aşamalı kodçözücü yapısı kullanılabilir.

Bu yapıda Q adet kodçözücü ($D_i, i = 1, 2, \dots, Q$) vardır ve D_i kodçözücüsü C_i kodunu çözer. Her kodçözücü Viterbi Algoritması kullanmaktadır. Bir düzeydeki Viterbi kodçözücü, kanal türüne göre değişen "metrik"lerden yararlanarak, belli bir uzunluktaki bozulmuş olarak alınan simge dizisinin, o düzeye ilişkin kafes üzerindeki tüm alt küme (veya son düzeyde simge) dizilerinden hangisine en yakın olduğunu bulur. Örneğin AWGN kanallar için metrikler, alınan simgeler ile o düzeydeki alt kümeler (son düzeyde simgeler) arasındaki en küçük Öklid uzaklıklarıdır. Çok aşamalı kodçözücü yapısında, üst düzeydeki kodçözücüler,



Şekil 4.10. Çok düzeyli kodlanmış M 'li CPFSK, $h = J/P$ 'yi çözmek için kullanılan kodçözücü.

daha alt düzeydeki kodçözücülerin "kararlarını" bir yan bilgi olarak kullanırlar. D_1 kodçözücüsü alınan simge dizisini işleyerek, C_1 kodlayıcısı tarafından Şekil 4.1'de gösterilen küme bölmelemede ilk bölmeleme düzeyinde hangi alt kümelerin "seçilmiş" olduğunu bulur. Yani, C_1 kodlayıcısının giriş ve çıkış bitlerini belirler. D_2 kodçözücüsü ise, D_1 kodçözücüsünün C_1 kodlayıcısı çıkış bitlerine ilişkin verdiği kararı ve yine alınan simge dizisini kullanarak, ikinci bölmeleme düzeyinde hangi alt kümelerin seçilmiş olduğunu ve dolayısıyla C_2 kodlayıcısının giriş ve çıkış bitlerini bulur. Kodçözme işlemine bu şekilde devam edilir ve en sonunda D_Q kodçözücüsü, kodlanmış P 'li CPFSK, $h = J/P$, yani $C_Q + C_{PEQ}$ birleşik kafesinden yararlanarak gönderilen simgeleri ve C_Q kodlayıcısının giriş bitlerini bulur.

Çok aşamalı kodçözme, kodçözücüler yan bilgi kullandıkları için ve düzeylerdeki herbir kodçözücü kafesinin yol çiftleri sayısı (path multiplicity) [23] tüm sistemin yol çiftleri sayısını -en iyi çözüme göre- artırdığı için, her ne kadar düzeylerde en iyi algoritmalar kullanılsa da, tüm sistem açısından en iyi değil, en iyiye yakın (suboptimum) bir kodçözme yöntemidir. Ancak gösterilebilir ki, en iyi çözüm ile aynı asimptotik hata başarımını garanti eder [32]. Çok düzeyli kodlama/çok aşamalı kodçözme tekniği ile "çok güçlü" kodlar tasarlanabildiği için, alıcı kısımda en iyiye yakın kodçözme yöntemi kullanılmasına rağmen, bu tezde

de gösterildiği gibi, literatürde en iyi kodçözme yöntemini kullanan sistemlerinkinden daha iyi hata başarımları elde edilebilmektedir.

İşaret kümesinin çok aşamalı olarak çözülmesi kodçözme karmaşıklığını oldukça azaltmaktadır. i . düzeydeki kodlayıcının klasik katlamalı kodlayıcı olması durumunda bu düzeyin kodçözme karmaşıklığı şu şekilde hesaplanır: i . düzeydeki Viterbi kodçözücü, her durumdaki en küçük yol uzunluğunu hesaplayabilmek için $2^{k_i} - 1$ adet karşılaştırma yapacaktır. Bu düzeye ilişkin kafes yapıda durum sayısının 2^{n_i} ve her dalda n_i/μ_i adet simge olduğundan hareketle, alınan simge (işaret) başına kodçözme karmaşıklığı

$$L_i = 2^{n_i} (2^{k_i} - 1) \mu_i / n_i \quad (4.3)$$

olarak bulunur ($i = 1, 2, \dots, Q$) [21]. Kodlamasız düzeylerin kodçözme karmaşıklığı sıfırdır. Tüm sistemin kodçözme karmaşıklığı ise, düzeylerin kodçözme karmaşıklıkları toplamıdır:

$$L = \sum_{i=1}^Q L_i. \quad (4.4)$$

(4.3)'ten görüldüğü gibi, kodlayıcı giriş biti sayısı k_i arttıkça, kodçözme karmaşıklığı da üstel olarak artmaktadır. (4.1) ifadesine göre, önerilen çok düzeyli sistemde $i = 1, 2, \dots, Q - 1$ düzeyleri için $\mu_i = 1$ olması, L_i ifadesindeki üstel terimlere $1/n_i$ çarpanı getirmekte ve kodçözme karmaşıklığı bu düzeyler için çok azaltılabilmektedir. Son düzey için ise aynı çarpan, modülasyon indisinin $h=1/2$ olduğu durumlarda gelmekte ve son düzey için de düşük kodçözme karmaşıklıkları elde edilebilmektedir. $h=1/4$ olduğu durumlarda bile üstel terimlere gelen $2/n_i$ çarpanı, çoğu durumda son düzeydeki kodçözme karmaşıklığının artmasını önleyecek değerlerde olmaktadır.

Ancak yine de, herhangi bir düzeyde örneğin 7/8 veya 11/12 gibi yüksek kodlama oranları için klasik katlamalı kodlayıcıların kullanılması, kodçözme karmaşıklığının çok aşamalı kodçözme yöntemiyle bile yüksek çıkmasına yol açabilmektedir. Bu yüzden bu tür durumlarda, karmaşıklığı azaltmak için yüksek oranlı klasik katlamalı kodların yerine boşluklu (punctured) katlamalı kodlar (C_i^p) [81-85] kullanılmaktadır. İlk kez Cain [81] tarafından ortaya atılan bu tür kodlar, genellikle 1/2 gibi düşük oranlı bir katlamalı kodlayıcının çıkışındaki bazı bitlerin

bir silme matrisine göre peryodik olarak silinmesi yoluyla oluşturulurlar. Bu tür kodlar da Viterbi Algoritması ile çözülebilir. Boşluklu katlamalı kodların kafes yapısında her duruma 2 adet dal geldiği için paralel geçiş yoktur ve en küçük yol uzunluğunu hesaplamak için her durumda 1 karşılaştırma yapılır. i . düzeydeki kodda 2^{ν_i} adet durum olduğuna göre, bir bilgi bitini çözmek için 2^{ν_i} karşılaştırma yapılır. k_i/n_i oranlı boşluklu katlamalı koddaki k_i adet bilgi bitini çözmek için ise $2^{\nu_i} k_i$ adet karşılaştırma yapılır. Böylece, i . düzeydeki boşluklu katlamalı kodların çözülmesinde alınan simge başına kodçözme karmaşıklığı

$$L_i = 2^{\nu_i} k_i \mu_i / n_i \quad (4.5)$$

olarak bulunur ($i = 1, 2, \dots, Q$) [28]. Görüldüğü gibi, boşluklu katlamalı kodlar için kodçözme karmaşıklığı, bilgi biti sayısı ile üstel değil doğrusal olarak artmaktadır.

BÖLÜM 5

AWGN KANALLAR İÇİN ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ CPFSK SİSTEMLERİ

Bu bölümde, toplamsal beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanallarda, değişik modülasyon indisleri ve bilgi genlik düzeyleri için çok düzeyli kodlanmış CPFSK sistemleri tasarlanmakta ve tablolar halinde verilmektedir. Ayrıca, tasarlanan sistemlerin literatürdeki kodlara olan üstünlükleri ortaya konmaktadır.

AWGN kanallar, iletişim kanalları için yaygın olarak kullanılan en basit kanal modelidir. Vericiden iletilen simge dizisi $\mathbf{z} = (z_0, z_1, \dots)$ biçiminde gösterilsin. Burada z_n , sürekli faz modülatörü çıkışındaki n . simgeye karşı düşmektedir ($z_n \in \{s_0, s_1, \dots, s_{MP-1}\}$). Kanaldan geçerek alıcıya ulaşan simge dizisi $\mathbf{r} = (r_0, r_1, \dots)$ olsun. AWGN kanallar için alınan n . simge,

$$r_n = z_n + \eta_n, \quad n = 0, 1, \dots \quad (5.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada η_n , ortalaması sıfır ve varyansı $N_0/2$ olan beyaz Gauss gürültüsüdür. Kodlama ile modülasyonun tasarım sırasında birlikte ele alındığı durumlarda, AWGN kanallar için yüksek işaret/gürültü oranlarında hata başarım ölçütü serbest Öklid uzaklığıdır. M 'li CPFSK, $h = J/P$ modülasyonunun çok düzeyli kodlanması amacıyla, Şekil 4.9'da önerilen çok düzeyli sistem için karesel serbest Öklid uzaklığı, (2.3) ve (2.4) bağıntılarından hareketle,

$$\begin{aligned} d_{sE}^2 &= \min_{1 \leq i \leq Q} [d_{sEi}^2] \\ &= \min_{1 \leq i \leq Q-1} [\Delta_{i-1}^2 d_{sHi}, d_{sEQ}^2] \end{aligned} \quad (5.2)$$

olarak bulunur. Burada d_{sHi} , i . düzeyde kullanılan katlamalı (C_i) veya boşluklu katlamalı (C_i^p) kodlayıcının serbest Hamming uzaklığıdır. d_{sEQ}^2 ise, son düzeye

ilişkin karesel serbest Öklid uzaklığını göstermektedir. d_{sEQ}^2 değeri, son düzeydeki katlamalı kodlayıcı, P 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesine ait sürekli faz kodlayıcısı ve belleksiz eşleyici birleşiminden oluşan kodlanmış P 'li CPFSK, $h = J/P$ kafes yapısından elde edilmektedir.

Faz sürekliliği bozulmayacak biçimde Şekil 4.1'deki gibi bölmelenen işaret kümesinin her bir düzeyi, (4.2) ile istenen R_s değerini sağlayan uygun oranlı kodlayıcılar ile kodlanmaktadır. Kodlayıcılar seçilirken, tüm sistemin karesel serbest Öklid uzaklığının maksimum ve kodçözme karmaşıklığının minimum olmasına çalışılmaktadır.

Alıcı kısımda, alınan n . simge için i . düzeydeki ($i = 1, 2, \dots, Q - 1$) C_i kodlayıcısının çıkış biti y_i 'nin 0 ya da 1 olduğuna karar veren Viterbi kodçözücünün AWGN kanallar için kullandığı metrik,

$$m_i(r_n, y_i) = \min_{z_n \in S^{\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{i-1} y_i}} |r_n - z_n|^2, \quad y_i = 0, 1 \quad (5.3)$$

olarak verilir. Burada $\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{i-1}$, üst düzeylerdeki kodçözücülerin i . düzeye aktardıkları yan bilgi bitlerini ve $S^{\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{i-1} y_i}$ alınan işarete göre metriği hesaplanan, i . bölmeleme düzeyindeki alt kümeyi göstermektedir (Şekil 4.1). $i = Q$. düzeydeki D_Q kodçözücüsünün kullandığı metrik ise,

$$m_Q(r_n, y_Q y_{Q+1} \dots y_{\log_2 MP}) = \min_{z_n \in S^{\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{Q-1} y_Q \dots y_{\log_2 MP}}} |r_n - z_n|^2, \quad (5.4)$$

$$y_Q y_{Q+1} \dots y_{\log_2 MP} = 0 \dots 00, 0 \dots 01, \dots, 1 \dots 11$$

biçimindedir. Burada $S^{\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{Q-1} y_Q \dots y_{\log_2 MP}}$, son bölmeleme düzeyinde elde edilen alt kümelerin elemanlarını göstermektedir.

5.1 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 4'LÜ CPFSK, $h=1/2$ SİSTEMLERİ

İşaret kümesinin bölmelenmesi Şekil 4.3'teki gibi yapılan 4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için kodlama düzeyi sayısı $Q=2$ 'dir. İlk bölmeleme düzeyi sonrası elde edilen S^0 ve S^1 alt kümeleri arasındaki en küçük karesel uzaklık $\Delta_0^2 = 2E$ 'dir.

Bu alt kümeler FFSK'ya eşdeğer oldukları için, bu düzeyin kodlanmasında Morales-Moreno ve Pasupathy [50] tarafından uyumlu kodlama tekniği ile tasarlanmış olan FFSK kafes kodları kullanılabilir.

Örnek:

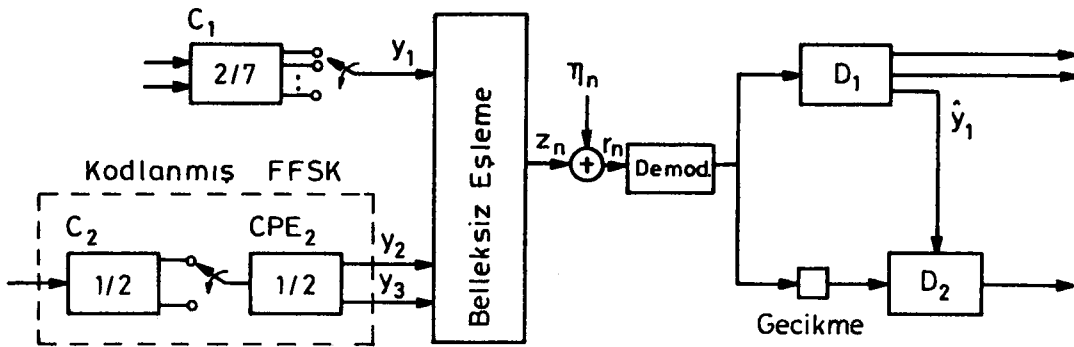
İkinci düzeyde, $R_2=1/2$ kodlama oranlı, $2^{\nu_2}=2$ durumlu, $d_{sE2}^2 = 12E$ karesel serbest Öklid uzaklıklı FFSK kafes kodu [50] kullanılsın. Bu durumda tüm sisteme ilişkin karesel serbest Öklid uzaklığı en fazla $12E$ olabilir. İlk düzeye, bir koşul olmamakla birlikte, bu değeri küçültmeyecek şekilde $R_1=2/7$ kodlama oranlı, $2^{\nu_1}=2$ durumlu ve $d_{sH1}=6$ serbest Hamming uzaklıklı bir kod [80] yerleştirilsin. Bu durumda verici, kanal ve alıcı kısımlara ilişkin yapı Şekil 5.1'deki gibi olur. Şekilde C_1 ve C_2 , sırasıyla birinci ve ikinci düzeydeki katlamalı kodlayıcıları, $\log_2 P / 2 \log_2 P = 1/2$ oranlı CPE_2 ise son bölmeleme düzeyindeki FFSK'ya eşdeğer altkümelerin sürekli faz kodlayıcısını göstermektedir. C_2 ile CPE_2 uyumlu olduğu için, son düzeye ilişkin ortak durum sayısı, C_2 'nin durum sayısına eşittir. D_1 ve D_2 kodçözücüler, sırasıyla birinci ve ikinci düzeylere ilişkin kafes kodları çözmektedir. D_1 'in kullandığı metrik,

$$m_1(r_n, y_1) = \min_{z_n \in S^{y_1}} |r_n - z_n|^2, \quad y_1 = 0, 1 \quad (5.5)$$

ve D_2 'nin kullandığı metrik,

$$m_2(r_n, y_2 y_3) = \min_{z_n \in S^{y_2 y_3}} |r_n - z_n|^2, \quad y_2 y_3 = 00, 01, 10, 11 \quad (5.6)$$

biçimindedir (Şekil 4.3). Görüldüğü gibi, C_1 'in çıkış bitlerine ilişkin D_1 'in verdiği karar ($\hat{y}_1$), D_2 tarafından bir yan bilgi olarak kullanılmaktadır.



Şekil 5.1. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'nin 2 düzeyli kodlanmasına bir örnek.

Tüm sistemin bit/simge oranı (4.2) bağıntısından $R_s=2/7 + 1/2=11/14$, karesel serbest Öklid uzaklığı (5.2) bağıntısından $d_{sE}^2 = \min\{2E * 6, 12E\} = 12E$ ve kodçözme karmaşıklığı (4.3) ve (4.4) bağıntılarından $L=2^1(2^2 - 1)/7 + 2^1(2^1 - 1)/2=1.86$ olarak bulunur. Elde edilen 2 düzeyli sistem *Örnek - 1* veya kısaca *Ör. - 1* olarak adlandırılmakta ve ilgili değerler Tablo 5.1'de düzenli olarak verilmektedir. Diğer kodlarla serbest Öklid uzaklığı karşılaştırmasını daha doğru yapabilmek için,

$$d_{sEN}^2 = d_{sE}^2/2E_b \quad (5.7)$$

ile verilen $2E_b$ 'ye normalize edilmiş karesel serbest Öklid uzaklığı tanımını kullanmak yerinde olacaktır. Bu nedenle tabloda *Ör. - 1* sisteminin $d_{sEN}^2 = 12E/2E_b = 6R_s=4.71$ değeri de verilmiştir. Çok düzeyli sistemlerde, hata düzeltme yeteneği açısından ilk düzeydeki kodların yeterli olmadığı durumlarda, tüm sistemin hata başarımında kayıp olabilmektedir. Bu nedenle, ilk düzeyde aynı kodlama oranında serbest Hamming uzaklığı daha büyük olan bir kod kullanılırsa, R_s bit/simge oranı değişmeyecek ve Tablo 5.1'de *Ör. - 2* olarak adlandırılan sistem elde edilecektir. *Ör. - 1* ve *Ör. - 2* sistemleri karşılaştırıldığında; her iki sistem aynı d_{sEN}^2 değerine sahip iken, *Ör. - 1*'in kodçözme karmaşıklığının düşük olduğu görülmektedir ise de, ilerideki bölümlerde de gösterileceği üzere, *Ör. - 2*'nin hata başarımı daha iyi olacaktır.

Tablo 5.1. AWGN kanallar için örnek olarak verilen 2 düzeyli sistemlere ilişkin değerler (4'lü CPFSK, $h=1/2$).

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
<i>Ör. - 1</i>	C_1	2/7	1	6	12	12	11/14	4.71	0.86	1.86
	C_2	1/2	1		12				1	
<i>Ör. - 2</i>	C_1	2/7	2	9	18	12	11/14	4.71	1.72	2.72
	C_2	1/2	1		12				1	

Tablo 5.2'de, bu tezde AWGN kanallar için elde edilen 60 adet çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri verilmektedir. Sistem adlarındaki "G"

harfi, sistemin AWGN kanallar için tasarlanmış olduğunu simgelemektedir. Sistemlerin sıralaması, R_s değerine göre küçükten büyüğe doğrudur. Ayrıca, $SG-13$ ve $SG-14$ 'ün örnek olarak verilen sistemler ($\bar{O}r. - 1$ ve $\bar{O}r. - 2$) oldukları görülmektedir. Sistem sayısı, farklı oranlı kod kullanımı ve farklı yerleşimler ile daha da artırılabilir. Tabloda, $R_s=2/3, 3/4, 5/6, 1, 7/6, 5/4, 4/3, 17/12, 3/2, 67/42$ bit/simge oranlarında elde edilen en iyi sistemler verilmektedir.

Tablo 5.2. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri.
($\Delta_0^2 = 2E$)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG-1	C_1	1/6	2	16	32	12	2/3	4	0.67	1.67
	C_2	1/2	1		12				1	
SG-2	C_1	1/6	3	20	40	12	2/3	4	1.34	2.34
	C_2	1/2	1		12				1	
SG-3	C_1	1/6	2	16	32	16	2/3	5.34	0.67	2.67
	C_2	1/2	2		16				2	
SG-4	C_1	1/6	3	20	40	16	2/3	5.34	1.34	3.34
	C_2	1/2	2		16				2	
SG-5	C_1	1/6	2	16	32	24	2/3	8	0.67	4.67
	C_2	1/2	3		24				4	
SG-6	C_1	1/6	3	20	40	24	2/3	8	1.34	5.34
	C_2	1/2	3		24				4	
SG-7	C_1	1/4	2	10	20	12	3/4	4.5	1	2
	C_2	1/2	1		12				1	
SG-8	C_1	1/4	2	10	20	16	3/4	6	1	3
	C_2	1/2	2		16				2	

Tablo 5.2. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	$d_{sE_i}^2/E$	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 9	C_1	1/4	3	13	26	16	3/4	6	2	4
	C_2	1/2	2		16				2	
SG – 10	C_1	1/4	2	10	20	20	3/4	7.5	1	5
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 11	C_1	1/4	3	13	26	24	3/4	9	2	6
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 12	C_1	1/4	4	16	32	24	3/4	9	4	8
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 13 (Ör. – 1)	C_1	2/7	1	6	12	12	11/14	4.71	0.86	1.86
	C_2	1/2	1		12				1	
SG – 14 (Ör. – 2)	C_1	2/7	2	9	18	12	11/14	4.71	1.72	2.72
	C_2	1/2	1		12				1	
SG – 15	C_1	2/7	2	9	18	16	11/14	6.28	1.72	3.72
	C_2	1/2	2		16				2	
SG – 16	C_1	2/7	3	11	22	16	11/14	6.28	3.43	5.43
	C_2	1/2	2		16				2	
SG – 17	C_1	2/7	4	14	28	16	11/14	6.28	6.86	8.86
	C_2	1/2	2		16				2	

Tablo 5.2. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 18	C_1	2/7	2	9	18	18	11/14	7.07	1.72	5.72
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 19	C_1	2/7	3	11	22	22	11/14	8.64	3.43	7.43
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 20	C_1	2/7	4	14	28	24	11/14	9.42	6.86	10.86
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 21	C_1	2/7	5	16	32	24	11/14	9.42	13.72	17.72
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 22	C_1	1/3	2	8	16	12	5/6	5	1.34	2.34
	C_2	1/2	1		12				1	
SG – 23	C_1	1/3	3	10	20	12	5/6	5	2.67	3.67
	C_2	1/2	1		12				1	
SG – 24	C_1	1/3	2	8	16	16	5/6	6.67	1.34	3.34
	C_2	1/2	2		16				2	
SG – 25	C_1	1/3	3	10	20	16	5/6	6.67	2.67	4.67
	C_2	1/2	2		16				2	
SG – 26	C_1	1/3	3	10	20	20	5/6	8.34	2.67	6.67
	C_2	1/2	3		24				4	

Tablo 5.2. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = 2E)$
 (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	$d_{sE_i}^2/E$	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 27	C_1	1/3	4	12	24	24	5/6	10	5.34	9.34
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 28	C_1	1/3	5	13	26	24	5/6	10	10.67	14.67
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 29	C_1	1/3	6	15	30	24	5/6	10	21.34	25.34
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 30	C_1	1/2	2	5	10	10	1	5	2	3
	C_2	1/2	1		12				1	
SG – 31	C_1	1/2	3	6	12	12	1	6	4	5
	C_2	1/2	1		12				1	
SG – 32	C_1	1/2	4	7	14	14	1	7	8	10
	C_2	1/2	2		16				2	
SG – 33	C_1	1/2	6	10	20	20	1	10	32	36
	C_2	1/2	3		24				4	
SG – 34	C_1	1/3	2	8	16	12	1	6	1.34	5.34
	C_2	2/3	2		12				4	
SG – 35	C_1	1/3	3	10	20	12	1	6	2.67	6.67
	C_2	2/3	2		12				4	

Tablo 5.2. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG - 36	C_1	1/3	2	8	16	16	1	8	1.34	9.34
	C_2	2/3	3		16				8	
SG - 37	C_1	1/3	3	10	20	16	1	8	2.67	10.67
	C_2	2/3	3		16				8	
SG - 38	C_1	1/3	4	12	24	16	1	8	5.34	13.34
	C_2	2/3	3		16				8	
SG - 39	C_1	1/2	2	5	10	8	7/6	4.67	2	4
	C_2	2/3	1		8				2	
SG - 40	C_1	1/2	2	5	10	10	7/6	5.83	2	6
	C_2	2/3	2		12				4	
SG - 41	C_1	1/2	3	6	12	12	7/6	7	4	8
	C_2	2/3	2		12				4	
SG - 42	C_1	1/2	4	7	14	12	7/6	7	8	12
	C_2	2/3	2		12				4	
SG - 43	C_1	1/2	5	8	16	12	7/6	7	16	20
	C_2	2/3	2		12				4	
SG - 44	C_1	1/2	4	7	14	14	7/6	8.16	8	16
	C_2	2/3	3		16				8	

Tablo 5.2. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 45	C_1	1/2	5	8	16	16	7/6	9.34	16	24
	C_2	2/3	3		16				8	
SG – 46	C_1	1/2	6	10	20	16	7/6	9.34	32	40
	C_2	2/3	3		16				8	
SG – 47	C_1^p	3/4	2	3	6	6	5/4	3.75	3	4
	C_2	1/2	1		12				1	
SG – 48	C_1^p	3/4	3	4	8	8	5/4	5	6	7
	C_2	1/2	1		12				1	
SG – 49	C_1	2/3	1	2	4	4	4/3	2.67	2	4
	C_2	2/3	1		8				2	
SG – 50	C_1^p	2/3	2	3	6	6	4/3	4	2.67	4.67
	C_2	2/3	1		8				2	
SG – 51	C_1^p	2/3	3	4	8	8	4/3	5.34	5.34	9.34
	C_2	2/3	2		12				4	
SG – 52	C_1^p	2/3	5	6	12	12	4/3	8	21.34	25.34
	C_2	2/3	2		12				4	
SG – 53	C_1^p	3/4	2	3	6	6	17/12	4.25	3	5
	C_2	2/3	1		8				2	

Tablo 5.2. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 54	C_1^p	3/4	3	4	8	8	17/12	5.67	6	8
	C_2	2/3	1		8				2	
SG – 55	C_1^p	3/4	6	5	10	10	17/12	7.08	48	52
	C_2	2/3	2		12				4	
SG – 56	C_1^p	5/6	2	2	4	4	3/2	3	3.34	5.34
	C_2	2/3	1		8				2	
SG – 57	C_1^p	5/6	3	3	6	6	3/2	4.5	6.67	8.67
	C_2	2/3	1		8				2	
SG – 58	C_1^p	5/6	5	4	8	8	3/2	6	26.67	30.67
	C_2	2/3	2		12				4	
SG – 59	C_1^p	13/14	2	2	4	4	67/42	3.19	3.72	5.72
	C_2	2/3	1		8				2	
SG – 60	C_1^p	13/14	5	3	6	6	67/42	4.78	29.72	31.72
	C_2	2/3	1		8				2	

Literatürde 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için TCM tekniğine dayalı olarak klasik kodlama yöntemi [37,46] ve uyumlu kodlama yöntemi [51,52] ile tasarlanmış $R_s=2/3$ ve $R_s=1$ bit/simge oranlı kodlar bulunmaktadır. Bu açıdan bakıldığında, 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için $R_s > 1$ değerinde kod tasarımı ilk kez bu tezde yapılmıştır. Karşılaştırma amacıyla Tablo 5.3'te, yeni önerilen kimi sistemler (solda) ile literatürden referans olarak alınan N.Naraghi-Pour'un [51] kodlarına ilişkin değerler (sağda) özetlenmiştir. Referans kod olarak literatürde en iyi başarıma sahip olan kodlar alınmıştır. Genel olarak, yeni önerilen sistemlerin daha

büyük d_{sEN}^2 değerine ve daha küçük kodçözme karmaşıklığına sahip oldukları görülmektedir. Örneğin 1. referans kod (*Ref.* – 1), $R_s=2/3$, $d_{sEN}^2=2.67$ ve $L=2$ değerlerine sahiptir [51]. *SG* – 13 ve *SG* – 14 sistemi ise, bu koda göre daha iyi bir R_s değerinde, $10\log(4.71/2.67)=2.46$ dB asimptotik kodlama kazancına sahiptir. *SG* – 11 ve *SG* – 12, *Ref.* – 3'e göre yine daha iyi R_s değerinde, 1.76 dB asimptotik kodlama kazancına sahiptir. Aynı sistemler, *Ref.* – 5 ve *Ref.* – 6'ya göre, sırasıyla 3.5 dB ve 2.5 dB asimptotik kodlama kazancına sahiptir. *SG* – 36 ve *SG* – 37, *Ref.* – 6 koduna göre aynı bit/simge oranında daha büyük d_{sEN}^2 ve daha küçük L değerlerine sahiptir. *SG* – 45 aynı kodçözme karmaşıklığında *Ref.* – 7'ye göre R_s ve d_{sEN}^2 üstünlüklerine sahiptir. Diğer karşılaştırmalar benzer biçimde yapılabilir.

Tablo 5.3. AWGN kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile literatürdeki kodların karşılaştırılması (4'lü CPFSK, $h=1/2$).

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L	<i>Ref. Kodlar</i> [51] (R_s , d_{sEN}^2 , L)
<i>SG</i> – 11	C_1	1/4	3	13	24	3/4	9	6	1) (2/3, 2.67, 2)
	C_2	1/2	3						
<i>SG</i> – 12	C_1	1/4	4	16	24	3/4	9	8	2) (2/3, 4.67, 4)
	C_2	1/2	3						
<i>SG</i> – 13 (Ör. – 1)	C_1	2/7	1	6	12	11/14	4.71	1.86	3) (2/3, 6, 8)
	C_2	1/2	1						
<i>SG</i> – 14 (Ör. – 2)	C_1	2/7	2	9	12	11/14	4.71	2.72	4) (1, 2, 3)
	C_2	1/2	1						
<i>SG</i> – 36	C_1	1/3	2	8	16	1	8	9.34	5) (1, 4, 6)
	C_2	2/3	3						
<i>SG</i> – 37	C_1	1/3	3	10	16	1	8	10.67	6) (1, 5, 12)
	C_2	2/3	3						
<i>SG</i> – 45	C_1	1/2	5	8	16	7/6	9.34	24	7) (1, 7, 24)
	C_2	2/3	3						

5.2 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 8'Lİ CPFSK, $h=1/2$ SİSTEMLERİ

8'li CPFSK, $h=1/2$ işaret kümesinin bölmelenmesi Şekil 4.4'te gösterilmektedir. Bölmelenen işaret kümesi $Q=3$ düzeyli olarak kodlanacaktır. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonunun çok düzeyli kodlanmasında olduğu gibi, burada da son düzeyde elde edilen S^{00} , S^{01} , S^{10} ve S^{11} alt kümelerinin her biri FFSK'ya eşdeğer olduğundan, bu düzeyde yine FFSK kafes kodları kullanılmaktadır.

Tablo 5.4'te, bu tezde AWGN kanallar için tasarlanan 20 adet 3 düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemi verilmektedir. Tasarımlar yapılırken kolaylık sağlamak amacıyla, genelde birinci ve ikinci düzeylere aynı kodlayıcılar yerleştirilmiştir. Ancak, örneğin $SG - 71$ sisteminde olduğu gibi, farklı kodlayıcılar kullanılarak da sistem tasarımı yapılabilir. Tabloda $R_s=3/2, 5/3, 11/6, 2, 13/6, 5/2$ bit/simge oranlarında elde edilen en iyi sistemler verilmektedir.

Tablo 5.4. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemleri.
($\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = 2E$)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG - 61	C_1	1/2	2	5	10				2	
	C_2	1/2	2	5	10	10	3/2	7.5	2	5
	C_3	1/2	1		12				1	
SG - 62	C_1	1/2	3	6	12				4	
	C_2	1/2	3	6	12	12	3/2	9	4	9
	C_3	1/2	1		12				1	
SG - 63	C_1	1/2	4	7	14				8	
	C_2	1/2	4	7	14	14	3/2	10.5	8	18
	C_3	1/2	2		16				2	
SG - 64	C_1	1/2	5	8	16				16	
	C_2	1/2	5	8	16	16	3/2	12	16	34
	C_3	1/2	2		16				2	
SG - 65	C_1	1/2	6	10	20				32	
	C_2	1/2	6	10	20	20	3/2	15	32	68
	C_3	1/2	3		24				4	

Tablo 5.4. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = 2E)$
 (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	$d_{sE_i}^2/E$	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 66	C_1	1/2	2	5	10				2	
	C_2	1/2	2	5	10	8	5/3	6.67	2	6
	C_3	2/3	1		8				2	
SG – 67	C_1	1/2	2	5	10				2	
	C_2	1/2	2	5	10	10	5/3	8.34	2	8
	C_3	2/3	2		12				4	
SG – 68	C_1	1/2	3	6	12				4	
	C_2	1/2	3	6	12	12	5/3	10	4	12
	C_3	2/3	2		12				4	
SG – 69	C_1	1/2	4	7	14				8	
	C_2	1/2	4	7	14	14	5/3	11.67	8	24
	C_3	2/3	3		16				8	
SG – 70	C_1	1/2	5	8	16				16	
	C_2	1/2	5	8	16	16	5/3	13.34	16	40
	C_3	2/3	3		16				8	
SG – 71	C_1	1/2	3	6	12				4	
	C_2^p	2/3	5	6	12	12	11/6	11	21.34	29.34
	C_3	2/3	2		12				4	
SG – 72	C_1^p	3/4	2	3	6				3	
	C_2^p	3/4	2	3	6	6	2	6	3	7
	C_3	1/2	1		12				1	
SG – 73	C_1^p	3/4	3	4	8				6	
	C_2^p	3/4	3	4	8	8	2	8	6	13
	C_3	1/2	1		12				1	
SG – 74	C_1^p	2/3	5	6	12				21.34	
	C_2^p	2/3	5	6	12	12	2	12	21.34	46.67
	C_3	2/3	2		12				4	

Tablo 5.4. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG - 75	C_1^p	2/3	6	6	12				42.67	89.34
	C_2^p	2/3	6	6	12	12	2	12	42.67	
	C_3	2/3	2		12				4	
SG - 76	C_1^p	3/4	2	3	6				3	8
	C_2^p	3/4	2	3	6	6	13/6	6.5	3	
	C_3	2/3	1		8				2	
SG - 77	C_1^p	3/4	3	4	8				6	14
	C_2^p	3/4	3	4	8	8	13/6	8.67	6	
	C_3	2/3	1		8				2	
SG - 78	C_1^p	3/4	5	4	8				24	50
	C_2^p	3/4	5	4	8	8	13/6	8.67	24	
	C_3	2/3	1		8				2	
SG - 79	C_1^p	3/4	6	5	10				48	100
	C_2^p	3/4	6	5	10	10	13/6	10.83	48	
	C_3	2/3	2		12				4	
SG - 80	C_1^p	11/12	2	2	4				3.67	9.34
	C_2^p	11/12	2	2	4	4	5/2	5	3.67	
	C_3	2/3	1		8				2	

Literatürde 8'li CPFSK, $h=1/2$ için TCM tekniğine dayalı olarak ayrıştırma yöntemi ile Karam vd. [55] tarafından tasarlanmış $R_s=2$ bit/simge oranlı kodlar bulunmaktadır. Dolayısıyla bu modülasyon türü için, $R_s < 2$ ve $R_s > 2$ değerlerinde kod tasarımı ilk kez bu tezde yapılmış bulunmaktadır. Yeni önerilen kimi sistemler ile referans olarak alınan kodların karşılaştırması Tablo 5.5'te özetlenmiştir. Çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'nin literatürdeki kodlara kıyasla sahip olduğu üstünlüklerin, burada da 8'li CPFSK, $h=1/2$ için geçerli olduğu görülmektedir. Gerçekten de, örneğin SG - 62, $d_{sEN}^2=9$ ve $L=9$ değerlerine sahiptir. 1/2 bit/simge oranı kaybı karşılığında bu sistem, tüm referans kodlara göre d_{sEN}^2 ve L değeri üstünlüklerine sahiptir. Örneğin, SG - 68, 1. referans koda

göre (*Ref.* – 1), 0.34 bit/simge oranı kaybı karşılığında, aynı kodçözme karmaşıklığında beş katı d_{sEN}^2 değerine sahiptir. *SG* – 74, 3. referans koda (*Ref.* – 3) göre aynı bit/simge oranı ve aynı kodçözme karmaşıklığında, iki katı d_{sEN}^2 değerine, yani 3 dB asimptotik kodlama kazancına sahiptir. *SG* – 77 tüm referans kodlara kıyasla, bit/simge oranı, hata başarımı ve ilk referans kod dışında kodçözme karmaşıklığı üstünlüklerine sahiptir.

Tablo 5.5. AWGN kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile literatürdeki kodların karşılaştırılması (8’li CPFSK, $h=1/2$).

<i>Sis.</i>	<i>C_i</i>	<i>R_i</i>	<i>ν_i</i>	<i>d_{sHi}</i>	<i>d_{sE}²/E</i>	<i>R_s</i>	<i>d_{sEN}²</i>	<i>L</i>	<i>Ref. Kodlar</i> [55] (<i>R_s</i> , <i>d_{sEN}²</i> , <i>L</i>)		
<i>SG – 62</i>	<i>C₁</i>	1/2	3	6	12	3/2	9	9	1) (2, 2, 12)		
	<i>C₂</i>	1/2	3	6							
	<i>C₃</i>	1/2	1								
<i>SG – 68</i>	<i>C₁</i>	1/2	3	6	12	5/3	10	12		2) (2, 4, 24)	
	<i>C₂</i>	1/2	3	6							
	<i>C₃</i>	2/3	2								
<i>SG – 71</i>	<i>C₁</i>	1/2	3	6	12	11/6	11	29.34			3) (2, 6, 48)
	<i>C₂^p</i>	2/3	5	6							
	<i>C₃</i>	2/3	2								
<i>SG – 74</i>	<i>C₁^p</i>	2/3	5	6	12	2	12	46.67	4) (2, 6, 96)		
	<i>C₂^p</i>	2/3	5	6							
	<i>C₃</i>	2/3	2								
<i>SG – 75</i>	<i>C₁^p</i>	2/3	6	6	12	2	12	89.34			
	<i>C₂^p</i>	2/3	6	6							
	<i>C₃</i>	2/3	2								
<i>SG – 77</i>	<i>C₁^p</i>	3/4	3	4	8	13/6	8.6	14			
	<i>C₂^p</i>	3/4	3	4							
	<i>C₃</i>	2/3	1								
<i>SG – 78</i>	<i>C₁^p</i>	3/4	5	4	8	13/6	8.6	50			
	<i>C₂^p</i>	3/4	5	4							
	<i>C₃</i>	2/3	1								

5.3 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 16'LI CPFSK, $h=1/2$ SİSTEMLERİ

16'lı CPFSK, $h=1/2$ işaret kümesinin çok düzeyli kodlamaya uygun şekilde bölmelemesi Şekil 4.5'te gösterilmektedir. Yine burada son düzeydeki alt kümelerin ($S^{000}, S^{001}, \dots, S^{111}$) her biri, faz sürekliliği ve iç uzaklıklar açısından FFSK'ya eşdeğer olduğundan, son düzeyde FFSK kafes kodları kullanılarak tasarlanan 20 adet yeni sistem Tablo 5.6'da verilmektedir. Tablodaki sistemler, $R_s=2, 13/6, 7/3, 5/2, 8/3, 35/12, 3$ ve $145/42$ bit/simge oranlarında elde edilen en iyi sistemlerdir. AKK , kodlamasız duruma göre asimptotik kodlama kazancını göstermektedir. Literatürde bu modülasyon türü için tasarlanmış kod bulunmamaktadır. Kodlamasız 16'lı CPFSK, $h=1/2$ için $R_s=4, d_{sEN}^2=4, L=30$ olduğundan, önerilen kodlanmış sistemlerin yüksek asimptotik kodlama kazancına ve düşük kodçözme karmaşıklığına sahip oldukları görülmektedir. Örneğin $SG - 97$ sistemi, kodlamasız duruma göre daha düşük kodçözme karmaşıklığında $AKK = 10\log(11.67/4)=4.62$ dB asimptotik kodlama kazancına sahiptir.

Tablo 5.6. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. ($\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = \Delta_2^2 = 2E$)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	AKK [dB]	L_i	L
SG - 81	C_1	1/2	2	5	10					2	
	C_2	1/2	2	5	10	10	2	10	3.98	2	7
	C_3	1/2	2	5	10					2	
	C_4	1/2	1		12					1	
SG - 82	C_1	1/2	3	6	12					4	
	C_2	1/2	3	6	12	12	2	12	4.77	4	13
	C_3	1/2	3	6	12					4	
	C_4	1/2	1		12					1	
SG - 83	C_1	1/2	4	7	14					8	
	C_2	1/2	4	7	14	14	2	14	5.44	8	26
	C_3	1/2	4	7	14					8	
	C_4	1/2	2		16					2	

Tablo 5.6. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = \Delta_2^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	AKK [dB]	L_i	L
SG – 84	C_1	1/2	5	8	16					16	50
	C_2	1/2	5	8	16	16	2	16	6.02	16	
	C_3	1/2	5	8	16					16	
	C_4	1/2	2		16					2	
SG – 85	C_1	1/2	6	10	20					32	100
	C_2	1/2	6	10	20	20	2	20	6.98	32	
	C_3	1/2	6	10	20					32	
	C_4	1/2	3		24					4	
SG – 86	C_1	1/2	2	5	10					2	10
	C_2	1/2	2	5	10	10	13/6	10.83	4.32	2	
	C_3	1/2	2	5	10					2	
	C_4	2/3	2		12					4	
SG – 87	C_1	1/2	3	6	12					4	16
	C_2	1/2	3	6	12	12	13/6	13	5.12	4	
	C_3	1/2	3	6	12					4	
	C_4	2/3	2		12					4	
SG – 88	C_1	1/2	4	7	14					8	32
	C_2	1/2	4	7	14	14	13/6	15.16	5.78	8	
	C_3	1/2	4	7	14					8	
	C_4	2/3	3		16					8	
SG – 89	C_1	1/2	5	8	16					16	56
	C_2	1/2	5	8	16	16	13/6	17.34	6.36	16	
	C_3	1/2	5	8	16					16	
	C_4	2/3	3		16					8	
SG – 90	C_1	1/2	3	6	12					4	47.67
	C_2^p	2/3	5	6	12	12	7/3	14	5.44	21.34	
	C_3^p	2/3	5	6	12					21.34	
	C_4	1/2	1		12					1	
SG – 91	C_1^p	2/3	2	3	6					2.67	9
	C_2^p	2/3	2	3	6	6	5/2	7.5	2.73	2.67	
	C_3^p	2/3	2	3	6					2.67	
	C_4	1/2	1		12					1	

Tablo 5.6. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = \Delta_2^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	AKK [dB]	L_i	L
SG – 92	C_1^p	2/3	3	4	8					5.34	17
	C_2^p	2/3	3	4	8	8	5/2	10	3.98	5.34	
	C_3^p	2/3	3	4	8					5.34	
	C_4	1/2	1		12					1	
SG – 93	C_1^p	2/3	2	3	6					2.67	10
	C_2^p	2/3	2	3	6	6	8/3	8	3.01	2.67	
	C_3^p	2/3	2	3	6					2.67	
	C_4	2/3	1		8					2	
SG – 94	C_1^p	2/3	3	4	8					5.34	18
	C_2^p	2/3	3	4	8	8	8/3	10.67	4.26	5.34	
	C_3^p	2/3	3	4	8					5.34	
	C_4	2/3	1		8					2	
SG – 95	C_1^p	2/3	5	6	12					21.34	68
	C_2^p	2/3	5	6	12	12	8/3	16	6.02	21.34	
	C_3^p	2/3	5	6	12					21.34	
	C_4	2/3	2		12					4	
SG – 96	C_1^p	3/4	2	3	6					3	11
	C_2^p	3/4	2	3	6	6	35/12	8.75	3.39	3	
	C_3^p	3/4	2	3	6					3	
	C_4	2/3	1		8					2	
SG – 97	C_1^p	3/4	3	4	8					6	20
	C_2^p	3/4	3	4	8	8	35/12	11.67	4.62	6	
	C_3^p	3/4	3	4	8					6	
	C_4	2/3	1		8					2	
SG – 98	C_1^p	5/6	3	3	6					6.67	21
	C_2^p	5/6	3	3	6	6	3	9	3.52	6.67	
	C_3^p	5/6	3	3	6					6.67	
	C_4	1/2	1		12					1	
SG – 99	C_1^p	5/6	5	4	8					26.67	81
	C_2^p	5/6	5	4	8	8	3	12	4.77	26.67	
	C_3^p	5/6	5	4	8					26.67	
	C_4	1/2	1		12					1	

Tablo 5.6. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = \Delta_2^2 = 2E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	AKK [dB]	L_i	L
SG - 100	C_1^p	13/14	2	2	4					3.7	13.1
	C_2^p	13/14	2	2	4	4	145/42	6.9	2.36	3.7	
	C_3^p	13/14	2	2	4					3.7	
	C_4	2/3	1		8					2	

5.4 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 8'Lİ CPFSK, $h=1/4$ SİSTEMLERİ

$\Delta_0^2 = 0.72E$ olacak biçimde Şekil 4.6'daki gibi bölmelenen 8'li CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesi $Q=2$ düzeyli olarak kodlanacaktır. İkinci bölmeleme düzeyinde elde edilen S^0 ve S^1 alt kümelerinin her biri 4'lü CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesine eşdeğer olduğu için, bu düzeyin kodlanmasında Rimoldi [54] tarafından ayrıştırma tekniği ile tasarlanmış olan 4'lü CPFSK, $h=1/4$ kafes kodları kullanılmaktadır.

Tablo 5.7'de, 8'li CPFSK, $h=1/4$ modülasyonu için elde edilen 2 düzeyli kodlanmış 20 adet sistem verilmektedir. Bu tabloda $R_s=4/3$, $3/2$, $7/4$ bit/simge oranlarında elde edilen en iyi sistemler bulunmaktadır.

Tablo 5.7. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ sistemleri.
 $(\Delta_0^2 = 0.72E)$

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG - 101	C_1	1/3	3	10	7.2				2.67	6.67
	C_2	1/2	2		4.3	4.3	4/3	2.86	4	
SG - 102	C_1	1/3	2	8	5.76				1.34	9.34
	C_2	1/2	3		7.14	5.76	4/3	3.84	8	
SG - 103	C_1	1/3	3	10	7.2				2.67	10.67
	C_2	1/2	3		7.14	7.14	4/3	4.76	8	

Tablo 5.7. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = 0.72E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 104	C_1	1/3	4	12	8.64	7.14	4/3	4.76	5.34	13.34
	C_2	1/2	3		7.14				8	
SG – 105	C_1	1/3	4	12	8.64	8.64	4/3	5.76	5.34	21.34
	C_2	1/2	4		9.02				16	
SG – 106	C_1	1/3	5	13	40	9.02	4/3	6.01	10.67	26.67
	C_2	1/2	4		9.02				16	
SG – 107	C_1	1/3	5	13	9.36	9.36	4/3	6.24	10.67	42.67
	C_2	1/2	5		11.64				32	
SG – 108	C_1	1/3	6	15	10.8	10.8	4/3	7.2	21.34	53.34
	C_2	1/2	5		11.64				32	
SG – 109	C_1	1/3	7	16	11.52	11.52	4/3	7.68	42.67	74.67
	C_2	1/2	5		11.64				32	
SG – 110	C_1	1/3	8	18	12.96	11.64	4/3	7.76	85.34	117.34
	C_2	1/2	5		11.64				32	
SG – 111	C_1	1/3	8	18	12.96	12.36	4/3	8.24	85.34	149.34
	C_2	1/2	6		12.36				64	
SG – 112	C_1	1/2	2	5	3.6	3.6	3/2	2.7	2	6
	C_2	1/2	2		4.3				4	

Tablo 5.7. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = 0.72E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 113	C_1	1/2	3	6	4.3	4.3	3/2	3.22	4	8
	C_2	1/2	2		4.3				4	
SG – 114	C_1	1/2	4	7	5.04	5.04	3/2	3.78	8	16
	C_2	1/2	3		7.14				8	
SG – 115	C_1	1/2	5	8	5.76	5.76	3/2	4.32	16	24
	C_2	1/2	3		7.14				8	
SG – 116	C_1	1/2	6	10	7.2	7.14	3/2	5.35	32	40
	C_2	1/2	3		7.14				8	
SG – 117	C_1	1/2	8	12	8.64	7.14	3/2	5.35	64	72
	C_2	1/2	3		7.14				8	
SG – 118	C_1^p	3/4	2	3	2.16	2.16	7/4	1.89	3	7
	C_2	1/2	2		4.3				4	
SG – 119	C_1^p	3/4	3	4	2.88	2.88	7/4	2.52	6	10
	C_2	1/2	2		4.3				4	
SG – 120	C_1^p	3/4	6	5	3.6	3.6	7/4	3.15	48	52
	C_2	1/2	2		4.3				4	

Literatürde 8'li CPFSK, $h=1/4$ için, ayrıştırma yöntemi ile Karam vd. [55] tarafından tasarlanmış $R_s=2$ bit/simge oranlı kodlar bulunmaktadır. Bu tezde ise, değişik bit/simge oranlarına sahip sistemler önerilmektedir. Karşılaştırma amacıyla Tablo 5.8'de, yeni önerilen kimi sistemler ile Karam vd.'nin kodlarına ilişkin değerler verilmektedir. Örneğin SG – 109, karşılık gelen referans koda

(*Ref.* – 3) göre daha iyi d_{sEN}^2 ve L değerlerine sahiptir, ancak bit/simge oranı daha düşüktür. Genel olarak 8’li CPFSK, $h=1/4$ için ilk bölmeleme düzeyinde elde edilen Δ_0^2 değerinin küçük olması nedeniyle, yeni önerilen sistemlerin d_{sEN}^2 ve L değerleri, bit/simge oranından bir miktar kayıp karşılığında referans kodlarından daha iyi olmaktadır.

Tablo 5.8. AWGN kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile literatürdeki kodların karşılaştırılması (8’li CPFSK, $h=1/4$).

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L	<i>Ref. Kodlar</i> [55] (R_s, d_{sEN}^2, L)
SG – 109	C_1	1/3	7	16	11.52	4/3	7.68	74.67	1) (2, 4, 24)
	C_2	1/2	5						
SG – 115	C_1	1/2	5	8	5.76	3/2	4.32	24	2) (2, 4.47, 48)
	C_2	1/2	3						
SG – 116	C_1	1/2	6	10	7.14	3/2	5.35	40	3) (2, 6, 96)
	C_2	1/2	3						

5.5 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 16’LI CPFSK, $h=1/4$ SİSTEMLERİ

16’lı CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesinin bölmelenmesi Şekil 4.7’de gösterilmektedir. Son düzeyde elde edilen $S^{00}, S^{01}, S^{10}, S^{11}$ alt kümeleri, 4’lü CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesine eşdeğerdir. Bu nedenle 16’lı CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesinin $Q=3$ düzeyde kodlanmasında son düzey için, Rimoldi’nin 4’lü CPFSK, $h=1/4$ kafes kodları kullanılmaktadır. Tablo 5.9’da, bu tezde elde edilen 20 adet 3 düzeyli kodlanmış 16’lı CPFSK, $h=1/4$ sistemi verilmektedir.

Tablo 5.9. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri.
 $(\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = 0.72E)$

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 121	C_1	1/3	2	8	5.76				1.34	
	C_2	1/3	2	8	5.76	4.3	5/3	3.58	1.34	6.67
	C_3	1/2	2		4.3				4	
SG – 122	C_1	1/3	3	10	7.2				2.67	
	C_2	1/3	3	10	7.2	4.3	5/3	3.58	2.67	9.34
	C_3	1/2	2		4.3				4	
SG – 123	C_1	1/3	2	8	5.76				1.34	
	C_2	1/3	2	8	5.76	5.76	5/3	4.8	1.34	10.67
	C_3	1/2	3		7.14				8	
SG – 124	C_1	1/3	3	10	7.2				2.67	
	C_2	1/3	3	10	7.2	7.14	5/3	5.95	2.67	13.34
	C_3	1/2	3		7.14				8	
SG – 125	C_1	1/3	4	12	8.64				5.34	
	C_2	1/3	4	12	8.64	7.14	5/3	5.95	5.34	18.67
	C_3	1/2	3		7.14				8	
SG – 126	C_1	1/3	3	10	7.2				2.67	
	C_2	1/3	3	10	7.2	7.2	5/3	6	2.67	21.34
	C_3	1/2	4		9.02				16	
SG – 127	C_1	1/3	4	12	8.64				5.34	
	C_2	1/3	4	12	8.64	8.64	5/3	7.2	5.34	26.67
	C_3	1/2	4		9.02				16	
SG – 128	C_1	1/3	5	13	9.36				10.67	
	C_2	1/3	5	13	9.36	9.02	5/3	7.51	10.67	37.34
	C_3	1/2	4		9.02				16	
SG – 129	C_1	1/3	5	13	9.36				10.67	
	C_2	1/3	5	13	9.36	9.36	5/3	7.8	10.67	53.34
	C_3	1/2	5		11.64				32	

Tablo 5.9. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = 0.72E)$
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	$d_{sE_i}^2/E$	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG – 130	C_1	1/3	6	15	10.8				21.34	
	C_2	1/3	6	15	10.8	10.8	5/3	9	21.34	74.67
	C_3	1/2	5		11.64				32	
SG – 131	C_1	1/3	7	16	11.52				42.67	
	C_2	1/3	7	16	11.52	11.52	5/3	9.6	42.67	117.34
	C_3	1/2	5		11.64				32	
SG – 132	C_1	1/2	2	5	3.6				2	
	C_2	1/2	2	5	3.6	3.6	2	3.6	2	8
	C_3	1/2	2		4.3				4	
SG – 133	C_1	1/2	3	6	4.3				4	
	C_2	1/2	3	6	4.3	4.3	2	4.3	4	12
	C_3	1/2	2		4.3				4	
SG – 134	C_1	1/2	4	7	5.04				8	
	C_2	1/2	4	7	5.04	4.3	2	4.3	8	20
	C_3	1/2	2		4.3				4	
SG – 135	C_1	1/2	5	8	5.76				16	
	C_2	1/2	5	8	5.76	4.3	2	4.3	16	36
	C_3	1/2	2		4.3				4	
SG – 136	C_1	1/2	4	7	5.04				8	
	C_2	1/2	4	7	5.04	5.04	2	5.04	8	24
	C_3	1/2	3		7.14				8	
SG – 137	C_1	1/2	5	8	5.76				16	
	C_2	1/2	5	8	5.76	5.76	2	5.76	16	40
	C_3	1/2	3		7.14				8	
SG – 138	C_1	1/2	6	10	7.2				32	
	C_2	1/2	6	10	7.2	7.2	2	7.2	32	80
	C_3	1/2	4		9.02				16	

Tablo 5.9. AWGN kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri
 $(\Delta_0^2 = \Delta_1^2 = 0.72E)$.
 (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L
SG - 139	C_1^p	3/4	2	3	2.16				3	
	C_2^p	3/4	2	3	2.16	2.16	5/2	2.7	3	10
	C_3	1/2	2		4.3				4	
SG - 140	C_1^p	3/4	3	4	2.88				6	
	C_2^p	3/4	3	4	2.88	2.88	5/2	3.6	6	16
	C_3	1/2	2		4.3				4	

16'lı CPFSK, $h=1/4$ 'ün kodlanması için literatürde bir tek kod bulunmaktadır. Bu referans kod [37] klasik kodlama yöntemi ile elde edilmiş olup, $R_s=3$ bit/simge, $d_{sEN}^2 = 3$ ve $L=56$ değerlerine sahiptir. Bu değerler, Tablo 5.9'da çok düzeyli kodlama ile elde edilen sistemlerin R_s , d_{sEN}^2 , L değerleri ile karşılaştırıldığında, belli bir bit/simge oranı kaybı karşılığında, yeni tasarlanan sistemlerin referans koda kıyasla hata başarımı ve kodçözme karmaşıklığı üstünlüklerine sahip olduğu görülmektedir.

5.6 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 16'LI CPFSK, $h=1/8$ SİSTEMLERİ

16'lı CPFSK $h=1/8$ için küme bölmelemesi Şekil 4.8'deki gibidir. Son bölmeleme düzeyindeki S^0 ve S^1 alt kümeleri, 8'li CPFSK $h=1/8$ işaret kümesine eşdeğer olduğu için, bu düzeyin kodlanmasında Karam vd.[55] tarafından ayrıştırma tekniğine göre tasarlanmış olan 8'li CPFSK $h=1/8$ kafes kodları kullanılabilir. Tablo 5.10'da, 16'lı CPFSK, $h=1/8$ için elde edilen 5 adet sistem ve literatürde bulunan referans kodlar verilmektedir. Tablodaki yeni tasarlanan sistemler için $R_s=19/18$, $5/2$ ve $11/4$ bit/simge'dir. Görüldüğü gibi yeni tasarlanan sistemler, bir miktar bit/simge oranı kaybı karşılığında referans olarak alınan kodlara d_{sEN}^2 ve L değeri üstünlüğü sağlamaktadır.

Tablo 5.10. AWGN kanallar için tasarlanan 2 düzeyli 16'lı CPFSK, $h=1/8$ sistemleri ile literatürdeki kodların karşılaştırılması ($\Delta_0^2 = 0.199E$).

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	d_{sEi}^2/E	d_{sE}^2/E	R_s	d_{sEN}^2	L_i	L	Ref. Kodlar [55] (R_s, d_{sEN}^2, L)
SG - 141	C_1	3/8	5	11	2.18	2.18	19/8	2.59	28	76	1) (3, 2.21, 112) 2) (3, 3, 224)
	C_2	2/3	4		2.55				48		
SG - 142	C_1	1/2	2	5	0.99	0.99	5/2	1.24	2	50	
	C_2	2/3	4		2.55				48		
SG - 143	C_1	1/2	5	8	1.59	1.59	5/2	1.99	16	64	
	C_2	2/3	4		2.55				48		
SG - 144	C_1	1/2	6	10	1.99	1.99	5/2	2.48	32	80	
	C_2	2/3	4		2.55				48		
SG - 145	C_1^P	3/4	6	5	0.99	0.99	11/4	1.03	48	96	
	C_2	2/3	4		2.55				48		

BÖLÜM 6

AWGN KANALLAR İÇİN TASARLANAN SİSTEMLERİN HATA BAŞARIM ANALİZİ

AWGN kanallar için hata başarımları ölçütü olarak serbest Öklid uzaklığının alınması ancak yüksek işaret/gürültü oranları için sağlıklı olmaktadır. En büyük olasılıklı hata olayına dayalı bu ölçüt, daha küçük olasılıklı hata olaylarının da etkin olduğu düşük işaret/gürültü oranlarında anlamını yitirmektedir. Bu nedenle düşük işaret/gürültü oranlarında da geçerli bir hata başarımları ifadesi elde edilmelidir. Bu amaçla genel olarak kullanılan yöntemler, tasarlanan sisteme ilişkin analitik bir hata olasılığı ifadesi elde etmek ve/veya bilgisayar benzetimi (simülasyonu) ile sistemin hata başarımlarını yeterince deneme yaparak belirlemektir. Bu bölümde, çok düzeyli kodlanmış sistemlerin hata olasılık üst sınırlarının hesaplanmasında kullanılabilecek yeni bir "alt kümeler arası hata sınırı" tanımı yapılmakta ve bu tanım kullanılarak, tasarlanan sistemlerin bit hata olasılığı üst sınırları elde edilmektedir. Ayrıca bilgisayar benzetimi ile sistemlerin gerçek bit hata olasılıkları elde edilmekte ve hata olasılığı üst sınırlarına ilişkin bulunan sonuçlar doğrulanmaktadır.

6.1 ÇOK AŞAMALI KODÇÖZÜCÜ İÇİN AWGN KANALLARDA BİT HATA OLASILIĞI ÜST SINIRLARI

Doğrusal katlamalı kodları kullanan sistemler için bit hata olasılığı üst sınır hesabında kodların aktarım işlevlerinden yararlanılmaktadır. Gerçekten de, katlamalı bir kodun aktarım işlevi, o kodun hata dağılım özelliği hakkında bilgi taşır. Bu tür kodlarda, genelliği bozmaksızın doğru kod dizisinin tüm sıfır dizisi olduğu

varsayılabilir. Bu durumda kodun kafesi üzerindeki herhangi bir yolun, doğru olduğu varsayılan tüm sıfır yoluna Hamming uzaklığı, adım uzunluğu ve hatalı bit sayısı kodun aktarım işlevinden yararlanılarak bulunabilir [86].

Literatürde, kodlama ile modülasyonun birlikte ele alındığı sistemlere ilişkin hata başarımları analizi, TCM tekniğine dayalı olarak geliştirilmiştir. Oysa TCM sistemleri, modülasyonu da içerdikleri için doğrusal değildirler. Dolayısıyla bu kodlarda sıfır dizisini doğru kod dizisi olarak varsaymanın bir anlamı yoktur. Bu durumda, kafes kodlar için doğru ve hatalı yol çiftleri arasındaki Öklid uzaklığı doğru yola bağlı olmakta; dolayısıyla hata olayları başlangıç durumuna bağlı olmaktadır. Kafes kodlamalı sistemlerde hata olasılığı üst sınırının hesaplanmasına ilişkin ilk yöntem Biglieri [87] tarafından önerilmiştir. Biglieri'nin yönteminde, 2^v durumlu bir kafes kodlayıcı durum diyagramından, tüm olurlu doğru dizilerle tüm olurlu hatalı dizileri karşılaştırabilmek amacıyla her durum çiftini bir durum varsayan 2^{2v} durumlu yeni bir diyagrama geçiş gerekmektedir. Bu yeni diyagram, ilgili kafes kodun olası hata özellikleri hakkında bilgi taşır. Bu nedenle, "hata durum diyagramı" olarak adlandırılır. Hata durum diyagramının aktarım işlevine ise, kafes kodun "geliştirilmiş aktarım işlevi" denir. Geliştirilmiş aktarım işlevinden yararlanarak hata başarımları üst sınırları bulunabilmektedir. Ancak, bu yöntem için gerekli diyagramın durum sayısının basit kafes kodlar için bile yüksek olması, işlem karmaşıklığını çok artırmaktadır. Bu nedenle bu yöntem sadece küçük durum sayısına sahip kodlar için elverişlidir. Belli bir simetriyi sağlayan kafes kodları için, hata olasılık üst sınırlarının hesaplanmasına ilişkin çok daha kullanışlı bir yöntem Zehavi ve Wolf [88] tarafından geliştirilmiştir. Burada istenen simetri, kafese ait her durumdan çıkan elemanların oluşturduğu kümeye ilişkin "ağırlık profilleri"nin belli bir hata dizisi için aynı olmasıdır. Bu simetri sağlandığı durumda, kafes kodların geliştirilmiş aktarım işlevleri, kodlayıcının durum sayısına (2^v) eşit durumlu hata durum diyagramları yardımıyla bulunabilmektedir. "Düzgün hata özelliğini (UEP)" [89] sağlayan bu koşullar, hata olaylarını doğrusal kodlarda olduğu gibi, başlangıç koşulundan bağımsız kılmaktadır.

Çok düzeyli kodlara ilişkin hata başarımları analizi ilk kez Kofman vd. [28] tarafından yapılmıştır. Daha sonra bu konuda, Altunbaş ve Aygölü [90], Woerz ve Hagenauer [91], Lee ve Kschischang [29] tarafından çeşitli araştırmalar yapılmış-

tır. Bunların yanında, çok düzeyli kodların sönümlemeli kanallardaki başarımları Kofman vd. [30], Wu ve Lin [31], Seshadri ve Sundberg [32] tarafından incelenmiştir. Yapılan bütün bu analizlerde, belleksiz modülasyon türleri ele alınmıştır. Düzeylerde katlamalı kodlar yerine blok kodlar kullanılması durumundaki hata başarımları analizleri ise, Zhang ve Vucetic [34], Kasami vd. [25] ve Takata vd. [92] tarafından yapılmıştır.

Çok aşamalı kodçözme için bit hata olasılığı üst sınırının analitik hesabı, alt düzeydeki kodçözümlerin çıkışlarını üst düzeydeki kodçözümlerin bir yan bilgi olarak kullanması nedeniyle oldukça karmaşıktır. Bu nedenle, kodçözümlere ait yan bilgilerin her zaman doğru olduğu varsayımı yapılır [28]. Aslında bu, hata yapma olasılığının en yüksek olduğu ilk düzeylere "yeterince güçlü" kodların yerleştirilmesi koşuluyla, gerçeğe oldukça yakın bir varsayımdır. Şekil 4.9'da önerilen çok düzeyli sistem için $i = 1, 2, \dots, Q - 1$ düzeylerinde karesel Öklid uzaklığı ile Hamming uzaklığı arasında doğrusal bir ilişki vardır. Bu nedenle, bu düzeylerde doğrusal katlamalı kodlar kullanılması durumunda, karşı gelen kafes kodlar "düzgün hata özelliği" gösterecek ve hata başarımları analizinde ikili katlamalı kodların aktarım işlevlerini kullanmak mümkün olacaktır. Buna göre, i . düzeydeki C_i kodunun belirlediği kafesin aktarım işlevi

$$T_i(W^{(i)}, I) = \sum_j \sum_d a_d [W^{(i)}]^d I^j \quad (6.1)$$

biçiminde yazılabilir ($i = 1, 2, \dots, Q - 1$). Burada a_d katlamalı kodun kafesinde d Hamming uzaklıklı yol çifti, yani kodçözümlerde d Hamming uzaklıklı olası "hata olayları"nın sayısıdır. Bir Viterbi kodçözümlerde hata olayı, hatalı bir karar sonucu doğru diziden belli bir Hamming uzaklığı boyunca (burada d bit) ayrılınması olarak tanımlanır. Bu nedenle d , Hamming hata ağırlığı olarak da adlandırılır. I bir yardımcı parametre olup, I 'nin kuvveti j , hata olaylarındaki hatalı veri biti sayısını göstermektedir. M 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesinin $M \geq 2P$ koşulu altında Şekil 4.1'deki gibi bölmeleme işlemi i . düzeyde ikiye bölerek yapıldığı için, bu düzeydeki kodçözümlerin "ilgilendiği" iki altküme olacaktır ve bu altkümlerin herbiri $MP2^{-i}$ simgeye sahip olacaktır. i . düzeydeki kodçözümler, verici kısımda belli bir modülasyon aralığında bu altkümlerin hangisinin seçildiğine karar verir.

En büyük olasılıkla hatalı bir karar, vericinin seçtiği altkümenin $MP2^{-i}$ simgesinin herhangi biri yerine, diğer altkümenin $MP2^{-i}$ elemanından en yakın (Δ_{i-1} uzaklıklı) olan simgelerin seçilmesi ile gerçekleşir. Bu nedenle hatanın, yalnızca, bir alt kümedeki herhangi bir simgenin, diğer alt kümedeki en yakın (Δ_{i-1}) uzaklıklı simgelere "karışması" ile oluştuğu varsayılmaktadır.

Kolaylıkla gösterilebilir ki, eşit olasılıklı ve ξ karesel Öklid uzaklıklı iki simgenin, sıfır ortalamalı ve $N_0/2$ varyanslı AWGN kanallar üzerinden hatalı çözülme olasılığı $Q(\sqrt{\xi/2N_0})$ 'dir. İşlem kolaylığı açısından, $Q(x) < e^{-x^2/2}$ ifadesinden yararlanılırsa, iki simgenin hatalı çözülme olasılıkları $e^{-\xi/4N_0}$ ile üstten sınırlanabilir. Öyleyse, i . düzeydeki bir alt kümenin belirli bir elemanının, diğer alt kümedeki Δ_{i-1} uzaklıklı belirli bir simgeye karışması olasılığı üst sınırı $e^{-\Delta_{i-1}^2/4N_0}$ olacaktır. Sözü edilen elemanın seçilme olasılığı $1/MP2^{-i}$ olduğuna göre, bir alt kümenin herhangi bir simgesinin seçilme ve bu simge seçildiğine göre diğer alt kümedeki Δ_{i-1} uzaklıklı bir simgeye karışması olasılığı $e^{-\Delta_{i-1}^2/4N_0}/MP2^{-i}$ ile üstten sınırlanacaktır. Bir alt kümeden diğer alt kümeye Δ_{i-1} uzaklıklı toplam simge sayısı $A^{(i)}$ ile gösterilirse, " i . düzeydeki bir altkümeyle ilişkin herhangi bir simgenin (dolayısıyla altkümenin) hatalı olarak çözülmesi olasılığı üst sınırı" olarak tanımlanabilecek olan $W^{(i)}$ aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$W^{(i)} = \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} \exp(-\Delta_{i-1}^2/4N_0), \quad i = 1, 2, \dots, Q-1. \quad (6.2)$$

Burada $A^{(i)}/MP2^{-i}$ terimi, bir alt kümedeki belirli bir simgeye, diğer alt kümeden Δ_{i-1} uzaklıklı ortalama kaç simge olduğunu göstermektedir. $[W^{(i)}]^d$ ise, C_i kodunun d hata ağırlıklı çıkış dizisinin "hata ağırlık profili" olarak adlandırılır ve aralarındaki Hamming uzaklığı d olan iki yol çiftinin birbirine karışması olasılığının üst sınırını verir.

Son düzeyde ($i = Q$) ise, genel olarak karesel Öklid uzaklığı ile Hamming uzaklığı arasında doğrusal bir ilişki olmayabilir. Bu nedenle bu düzeyin hata başarımlarının analizinde, katlamalı kodlayıcı, sürekli faz kodlayıcısı ve belleksiz eşleyicinin birleşiminden oluşan kodlanmış P 'li CPFSK, $h = J/P$ kafes yapısından yola çıkılarak bulunan hata durum diyagramının aktarım işlevi kullanılır. Bu durumda

son düzeydeki kafes yapının geliştirilmiş aktarım işlevi

$$T_Q(W^{(Q)}, I) = \sum_j \sum_{\xi} a_{\xi} [W^{(Q)}]^{\xi} I^j \quad (6.3)$$

olarak yazılabilir. Burada a_{ξ} , E 'ye normalize ξ karesel Öklid hata ağırlıklı yol çifti sayısını göstermektedir. $W^{(Q)}$, "son düzeydeki herhangi bir simgenin hatalı olarak çözülmesi olasılığının üst sınırı" olarak tanımlanır ve

$$W^{(Q)} = \exp(-E/4N_0) = \exp(-R_s E_b/4N_0) \quad (6.4)$$

ile verilir. $[W^{(Q)}]^{\xi}$ ise, P 'li CPFSK, $h = J/P$ kafes kodunun ξ karesel hata ağırlıklı çıkış dizisinin hata ağırlık profili olarak adlandırılır.

Böylece, toplamsal beyaz Gauss gürültüsü ile modellenen kanallar için, i . düzeydeki Viterbi kodçözücünde veri biti dizisinden hatalı olarak çözülen bit sayısının olasılığı olarak tanımlanan bit hata olasılığı,

$$P_{bi} \leq \frac{1}{k_i} Q \left[\sqrt{\frac{d_{sEi}^2 R_s E_b}{2EN_0}} \right] \exp \left(\frac{d_{sEi}^2 R_s E_b}{4EN_0} \right) \frac{\partial T_i(W^{(i)}, I)}{\partial I} \Big|_{I=1} \quad (6.5)$$

ile üstten sınırlanabilir ($i = 1, 2, \dots, Q$) [88]. Tüm sistemin bit hata olasılığı ise aşağıdaki biçimde verilir:

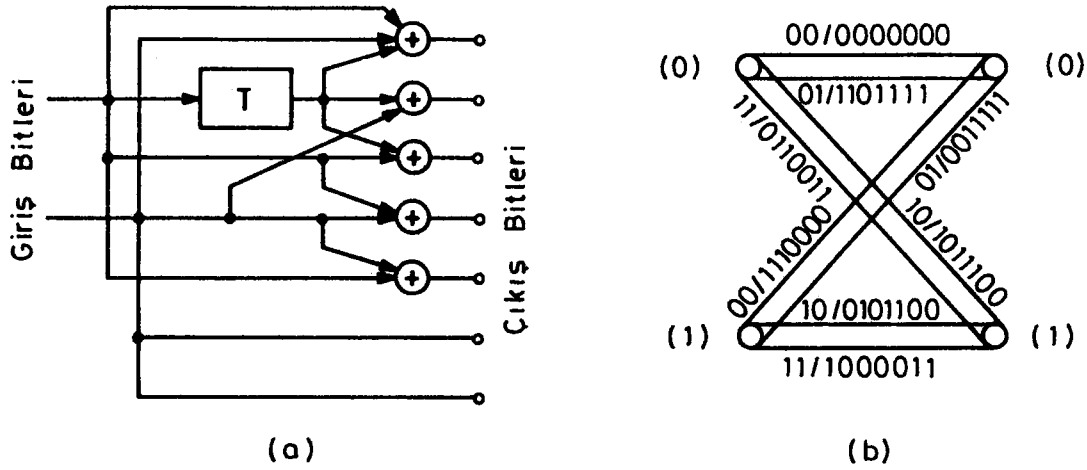
$$P_b = \frac{\sum_{i=1}^Q R_i P_{bi}}{\sum_{i=1}^Q R_i} \quad (6.6)$$

Örnek:

Bölüm 5.1'de 4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için tasarlanan ve $\bar{O}r. - 1$ ($SG - 13$) olarak adlandırılan 2 düzeyli sistem ele alınsın. İlk düzeydeki $R_1 = k_1/n_1=2/7$ kodlama oranlı, $\nu_1=1$ bellek elemanlı ve $d_{sH1}=6$ serbest Hamming uzaklıklı katlamalı kodlayıcı (C_1) için üreteç matrisi oktal biçimde

$$G = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 2 & \end{bmatrix}$$

olarak verilir [80]. Böylece C_1 için kodlayıcı yapısı ve kafes diyagramı sırasıyla, Şekil 6.1a ve Şekil 6.1b'deki gibi olacaktır. Şekilde T , kodlayıcının bellek elemanını simgelemektedir. İlk düzey için eşleme kuralı, $0 \Rightarrow S^0 = \{s_0, s_1, s_5, s_4\}$ ve $1 \Rightarrow S^1 = \{s_2, s_3, s_7, s_6\}$ biçimindedir. Buradaki alt kümeler, 4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'nin ilk bölmelenmesi sonrası elde edilen ve her biri FFSK işaret kümesine eşdeğer olan kümeleri göstermektedir (Şekil 4.3).

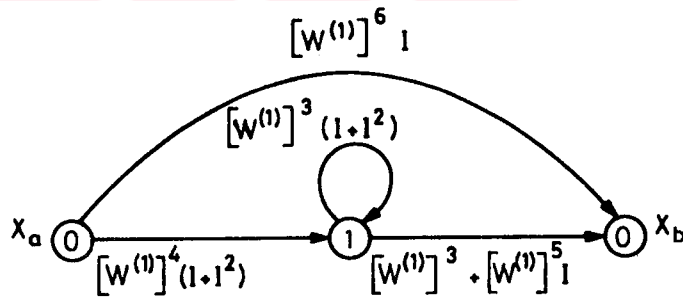


Şekil 6.1. (a) 2/7 oranlı C_1 kodlayıcısı. (b) Kafes diyagramı.

Buradan C_1 kodlayıcısına ilişkin, başlangıç (X_a) ve bitiş (X_b) durumlarını 0 durumu olarak alan, hata durum diyagramı Şekil 6.2'deki gibi elde edilebilir. Hata durum diyagramı, aslında, bir durumdan diğer duruma hatalı olarak geçişin neden olabileceği toplam hata ağırlık profilini göstermektedir. Şekil 6.2'den yararlanarak C_1 kodlayıcısının aktarım işlevi

$$T_1(W^{(1)}, I) = \frac{X_b}{X_a} = [W^{(1)}]^6 I + \frac{[W^{(1)}]^4 (I + I^2) ([W^{(1)}]^3 + [W^{(1)}]^5 I)}{1 - [W^{(1)}]^3 (I + I^2)} \quad (6.7)$$

olarak bulunur.



Şekil 6.2. C_1 kodlayıcısının hata durum diyagramı.

4'lü CPFSK, $h=1/2$ için ilk bölmeleme düzeyinde elde edilen S^0 ve S^1 alt kümeleri arasındaki Δ_0 uzaklıklı toplam simge sayısı, Tablo 6.1'den yararlanarak, $A^{(1)}=16$ olarak bulunur.

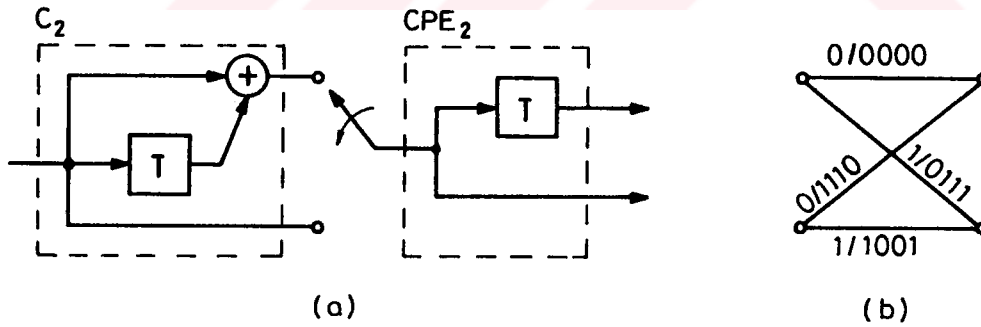
Tablo 6.1. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için ilk bölmeleme düzeyinde elde edilen S^0 ve S^1 alt kümelerinin simgeleri arasındaki Δ_0 uzaklıkları.

d	s_2	s_3	s_7	s_6
s_0	Δ_0	Δ_0	Δ_0	Δ_0
s_1	Δ_0	Δ_0	Δ_0	Δ_0
s_5	Δ_0	Δ_0	Δ_0	Δ_0
s_4	Δ_0	Δ_0	Δ_0	Δ_0

İlk düzey için $d_{s_{E1}}^2 = 12E = 12R_s E_b = (66/7)E_b$ olduğu da göz önüne alınırsa, (6.2) ve (6.5) ifadelerinden yararlanarak C_1 kodunu çözen D_1 kodçözücüsü için bit hata olasılığı üst sınır ifadesi aşağıdaki gibi bulunur:

$$P_{b1} \leq \frac{1}{2} Q\left[\sqrt{\frac{33E_b}{7N_0}}\right] \exp\left(\frac{33E_b}{14N_0}\right) \frac{\partial T_1(W^{(1)}, I)}{\partial I} \Big|_{I=1, W^{(1)}=4\exp(-\frac{11E_b}{28N_0})} \quad (6.8)$$

Ör. - 1 sistemine ilişkin ikinci düzeydeki FFSK kafes kodlayıcısı, oktal formda $G=[3 \ 2]$ üreteç matrisine sahip olan $R_2=1/2$ oranlı katlamalı bir kodlayıcı ve yine $1/2$ oranlı sürekli faz kodlayıcısı ile belleksiz eşleyici birleşiminden elde edilmektedir [50]. İkinci düzeydeki bu kodlayıcıların yapıları ve birleşik kafes yapıları Şekil 6.3'teki gibi olacaktır.



Şekil 6.3. (a) Bir FFSK kodlayıcı yapısı. (b) Birleşik kafes diyagramı.

Görüldüğü gibi dış kodlayıcı, FFSK'nın sürekli faz kodlayıcısına uyumlu olduğu için, ortak kafesin durum sayısı dış kodlayıcının durum sayısına eşittir. Son düzeyde bit dizilerini modülasyonlu işaretlere eşleme kuralı $00 \Rightarrow S^{000} = s_0$, $01 \Rightarrow S^{001} = s_1$, $10 \Rightarrow S^{010} = s_5$ ve $11 \Rightarrow S^{011} = s_4$ olarak verilir (Şekil 4.3). Burada ilk düzeydeki C_1 kodlayıcısının çıkış bitinin 0 olduğu varsayılmıştır.

Eğer çıkış biti 1 ise ilk düzeyde diğer alt küme seçilmiş demektir ve s_0, s_1, s_5, s_4 yerine sırasıyla $S^{100} = s_2, S^{101} = s_3, S^{110} = s_7, S^{111} = s_6$ yazılmalıdır. Aslında, ilk düzeyden gelen yan bilginin her zaman doğru olduğu varsayımı yapıldığı için ve alt kümeler birbirlerine eşdeğer oldukları için, ikinci düzeyin bit hata olasılığı üst sınır analizinde, ilk düzeyde hangi kümenin seçildiğinin önemi yoktur. Dolayısıyla ilk düzeyde her zaman $\{s_0, s_1, s_5, s_4\}$ kümesinin seçildiği varsayılabilir. Böylece ikinci düzeyde karşılaşılabilecek simge dizileri, $\{0000, 0111, 1110, 1001\}$ çıkış dizilerine karşı düşen $\{s_0s_0, s_1s_4, s_4s_5, s_5s_1\}$ kümesi ile verilebilir. FFSK kafes kodunun 0 ve 1 durumlarına karşı düşen $A_0 = \{s_0s_0, s_1s_4\}$ ve $A_1 = \{s_4s_5, s_5s_1\}$ kümelerinin belli bir hata dizisi için hata ağırlık profillerinin aynı olması, ikinci düzey için düzgün hata özelliği (UEP) koşullarını sağlamakta ve böylece hata başaırim analizi yapılabilmektedir. A_j kümesinin (burada $j = 0, 1$) verilen bir $\underline{e}$ hata dizisine göre ağırlık profili

$$F(A_j, \underline{e}, W^{(Q)}) = \sum a_\ell [W^{(Q)}]^\ell \quad (6.9)$$

olarak tanımlanır [88]. Burada toplama işlemi, $\underline{e}$ 'ye göre karesel hata ağırlıklarının olurlu tüm değerleri üzerinden alınmaktadır. Bu örnekte A_0 ve A_1 kümelerinin ağırlık profillerini bulmak amacıyla, çıkış dizilerinin ($\underline{c}$), hata dizileri ($\underline{e}$) ile karıştığı durumda, çıkış dizilerinin E 'ye normalize karesel hata ağırlıkları ($d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$) Tablo 6.2'deki gibi verilir.

Tablo 6.2. İkinci düzeye ilişkin çıkış dizilerinin karesel hata ağırlıkları.

A_j	$\underline{c}$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$
	0000	0000	0000	0	0111	0111	6
	0111	0000	0111	0	0111	0000	6
	1110	0000	1110	0	0111	1001	6
	1001	0000	1001	0	0111	1110	6

A_j	$\underline{c}$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$
	0000	1110	1110	6	1001	1001	4
	0111	1110	1001	6	1001	1110	4
	1110	1110	0000	6	1001	0111	4
	1001	1110	0111	6	1001	0000	4

Tablodan,

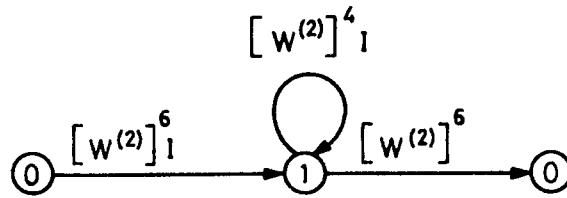
$$\begin{aligned}
 F(A_0, 0000, W^{(2)}) &= F(A_1, 0000, W^{(2)}) = 2 \\
 F(A_0, 0111, W^{(2)}) &= F(A_1, 0111, W^{(2)}) = 2[W^{(2)}]^6 \\
 F(A_0, 1110, W^{(2)}) &= F(A_1, 1110, W^{(2)}) = 2[W^{(2)}]^6 \\
 F(A_0, 1001, W^{(2)}) &= F(A_1, 1001, W^{(2)}) = 2[W^{(2)}]^4
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

olduğu görülmektedir. Yani ikinci düzey için düzgün hata özelliği koşulları sağlanmaktadır. Böylece her bir hata dizisi için hata ağırlık profilleri ile her hata dizisinin belli bir durumda ortaya çıkma olasılığı çarpılarak elde edilmiş "olası hata ağırlık profilleri" Tablo 6.3'teki gibi olur.

Tablo 6.3. İkinci düzeye ilişkin hata dizilerinin olası hata ağırlık profilleri.

Hata Dizisi	Ağırlık Profili $\times 2^{-1}$
0000	1
0111	$[W^{(2)}]^6$
1110	$[W^{(2)}]^6$
1001	$[W^{(2)}]^4$

Buradan, ikinci düzeydeki FFSK kafes koda ait hata durum diyagramı Şekil 6.4'teki gibi elde edilir.



Şekil 6.4. İkinci düzeydeki FFSK kafes kodun hata durum diyagramı.

Hata durum diyagramından yararlanarak, FFSK kodun geliştirilmiş aktarım işlevi

$$T_2(W^{(2)}, I) = \frac{[W^{(2)}]^{12} I}{1 - [W^{(2)}]^4 I} \tag{6.11}$$

olarak elde edilir. İkinci düzeyde $d_{sE_2}^2 = 12E = 12R_s E_b = (66/7)E_b$ olduğu için, (6.4) ve (6.5) ifadelerinden yararlanarak

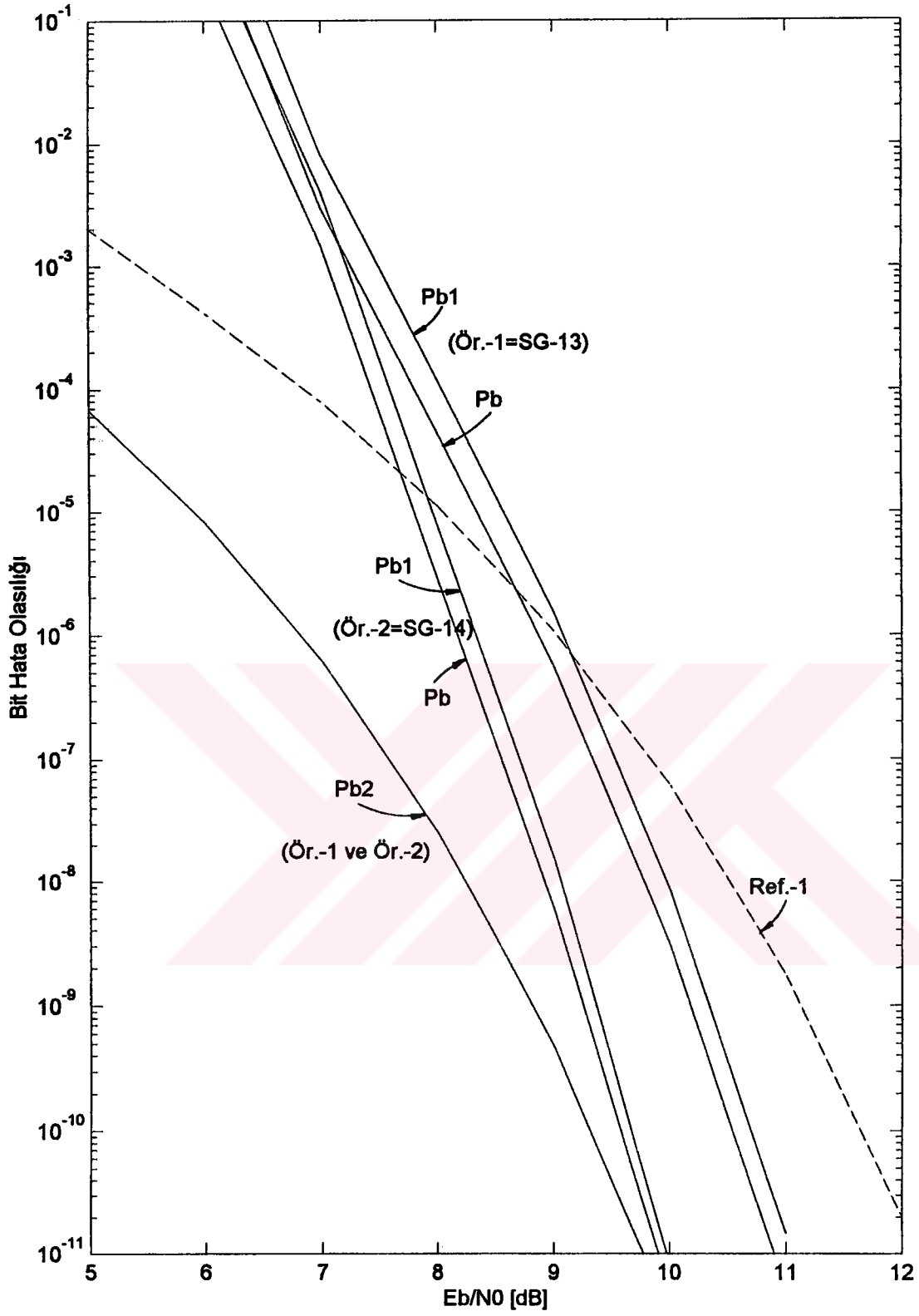
$$P_{b2} \leq Q\left[\sqrt{\frac{33E_b}{7N_0}}\right] \exp\left(\frac{33E_b}{14N_0}\right) \frac{\partial T_2(W^{(2)}, I)}{\partial I} \Big|_{I=1, W^{(2)}=\exp(-\frac{11E_b}{56N_0})} \quad (6.12)$$

olarak bulunur. Tüm sistemin bit hata olasılığı üst sınırı ise (6.6) ifadesinden,

$$P_b = \frac{\frac{2}{7}P_{b1} + \frac{1}{2}P_{b2}}{\frac{2}{7} + \frac{1}{2}} \quad (6.13)$$

olarak elde edilir. $\tilde{O}r. - 1$ sisteminin hata olasılık üst sınırlarına ilişkin eğriler bilgisayarda sayısal olarak hesaplanmış ve işaret/gürültü oranı E_b/N_0 'a göre Şekil 6.5'te verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, ikinci düzeydeki bit hata olasılığı üst sınırı (P_{b2}), ilk düzeydekine (P_{b1}) göre çok daha küçüktür. Bu nedenle, $\tilde{O}r. - 1$ sisteminin bit hata olasılığı üst sınırının belirlenmesinde birinci düzeyin hata başarımının etkisi daha çok olmaktadır. İlk düzeyin hata olasılığı küçültülme istenirse, bu düzeydeki 2/7 oranlı katlamalı kodlayıcı olarak $\nu_1=2$ ve $d_{sH1}=9$ değerlerine sahip kodlayıcı kullanılabilir. Bu durumda Bölüm 5.1'de $\tilde{O}r. - 2$ olarak adlandırılan sistem elde edilir. Bu sistemde, ikinci düzeyin bit hata olasılığı üst sınır ifadesi -ilk düzeyden gelen yan bilginin her zaman doğru olduğu varsayımı yapıldığı için- $\tilde{O}r. - 1$ 'inki ile aynı olacaktır. $\tilde{O}r. - 2$ sisteminin bit hata olasılığı üst sınır eğrileri yine Şekil 6.5'te verilmiştir. Görüldüğü gibi ilk düzeyin hata başarımındaki iyileşme, tüm sistemin hata başarımını da iyileştirmektedir. Örneğin $P_b = 10^{-5}$ değerine erişebilmek için, $\tilde{O}r. - 1$ sistemi, $\tilde{O}r. - 2$ sistemine göre 0.6 dB daha fazla işaret/gürültü oranı gerektirmektedir. Karşılaştırma amacıyla Şekil 6.5'te, Tablo 5.3'teki 1. referans koda ilişkin üst sınır eğrisi de verilmektedir. $\tilde{O}r. - 1$ ve $\tilde{O}r. - 2$ sistemlerinin, özellikle yüksek işaret/gürültü oranlarında, *Ref. - 1*'e göre hata başarımı üstünlüğüne sahip oldukları görülmektedir.

Düşük işaret/gürültü oranlarında her iki sistem için de bit hata olasılığı üst sınırlarının çok yüksek olması, gerçek bit hata olasılıklarının yüksek olmasından değil, ilerideki bölümde de gösterileceği üzere, üst sınır ifadelerinin bu bölge için "zayıf" oluşundan kaynaklanmaktadır. Aslında bu özellik, çok düzeyli kodlanmış tüm sistemler için geçerlidir. Bunun nedeni, (6.2) ifadesindeki $A^{(i)}/MP2^{-i}$ teriminin çoğu durumda 1'den büyük olması ve aktarım işlevi hesabında kullanılan $[W^{(i)}]^d$ terimini çok büyütmesidir. $[W^{(i)}]^d$ teriminin çok büyük olması, özellikle düşük işaret/gürültü oranlarında bit hata olasılığı üst sınırının, gerçek bit hata olasılığı değerlerinden çok yüksek görünmesine yol açmaktadır.

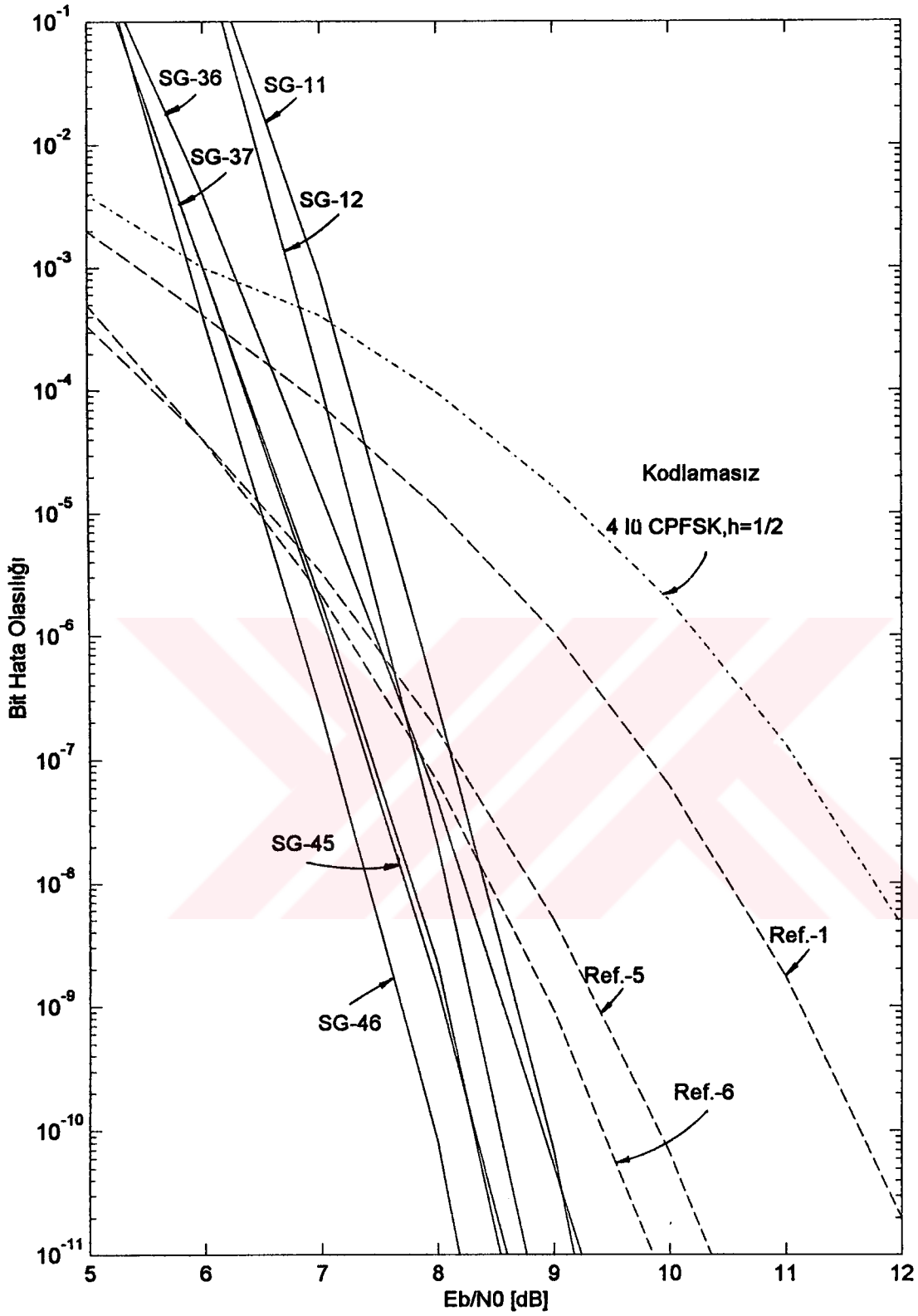


Şekil 6.5. Ör. - 1, Ör. - 2 sistemlerinin ve Ref. - 1 kodunun bit hata olasılığı üst sınırları.

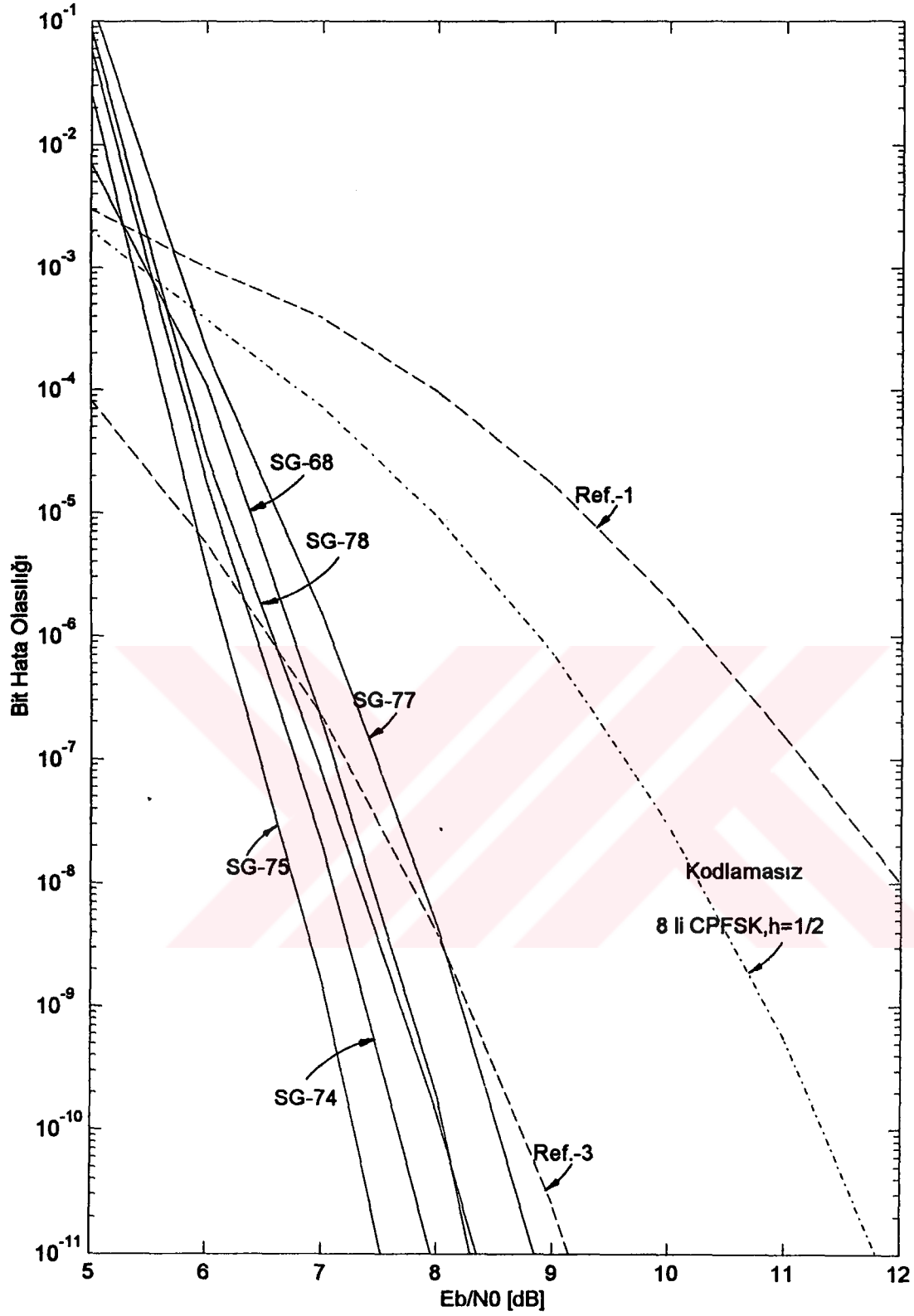
6.1.1 Tasarlanan Sistemler İçin Bit Hata Olasılığı Üst Sınırları

Şekil 6.6'da 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanan diğer bazı sistemlerin ve literatürde referans olarak alınan bazı kodların bit hata olasılık üst sınır eğrileri görülmektedir. Ayrıca kodlama olmadığı duruma ait eğri de gösterilmektedir. Buradaki referans kodlar, Tablo 5.3'te verilen referans kodlardır. Şekilden görüldüğü gibi, yeni tasarlanan sistemlerin özellikle yüksek işaret/gürültü oranlarında hata başarımlarına sahip oldukları görülmektedir. Örneğin $SG - 37$ ve $SG - 45$ sistemlerinin bit hata olasılığı üst sınırları, yaklaşık olarak 7 dB'den daha büyük E_b/N_0 değerleri için $Ref. - 5$ ve $Ref. - 6$ 'nınkinden küçük olmaktadır.

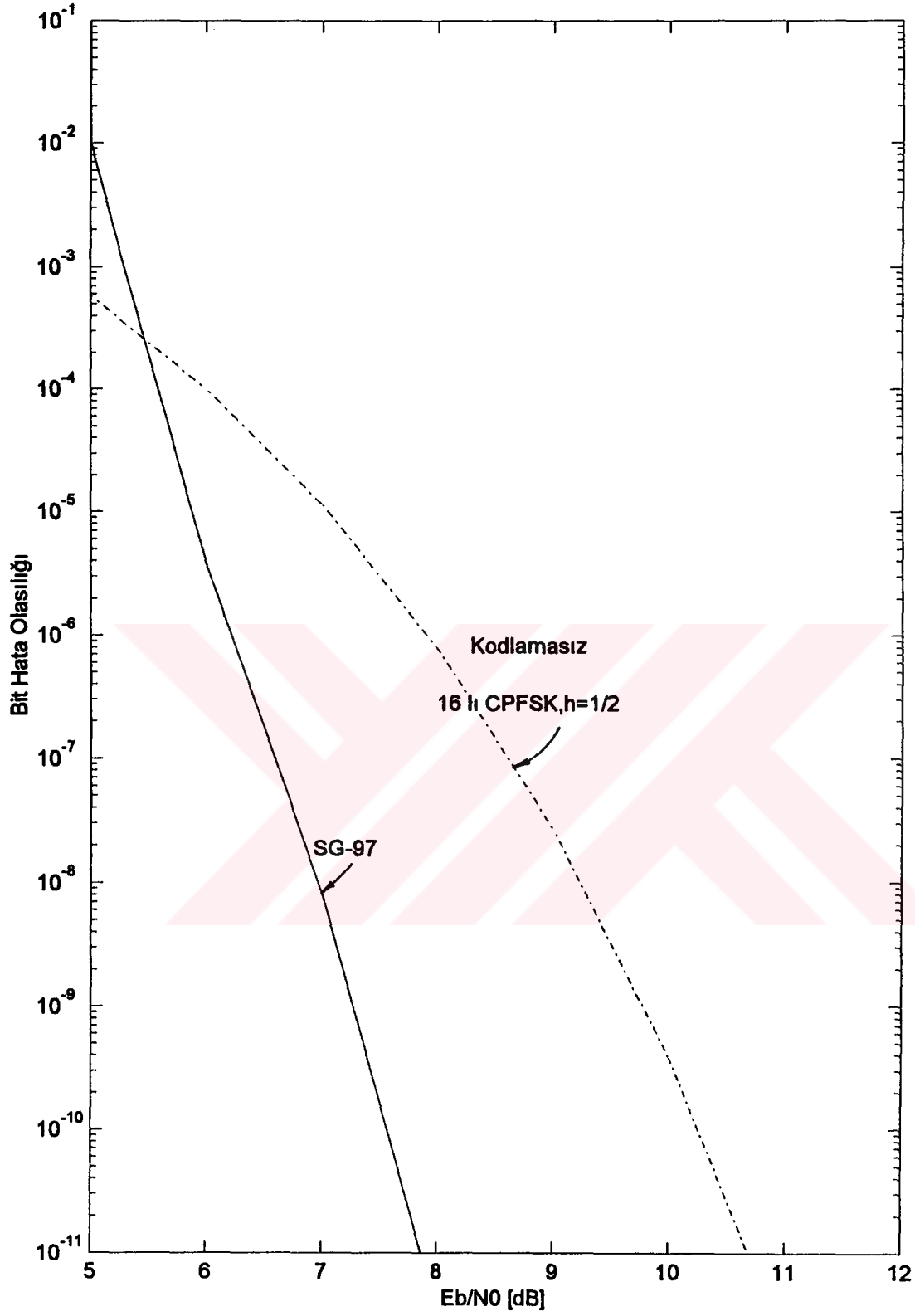
Şekil 6.7'de 8'li CPFSK, $h=1/2$ için, Şekil 6.8'de 16'lı CPFSK, $h=1/2$ için ve Şekil 6.9'da 8'li CPFSK, $h=1/4$ için tasarlanan ve literatürden referans olarak alınan bazı sistemlerin bit hata olasılığı üst sınır eğrileri verilmektedir. 8'li CPFSK, $h=1/2$ ve 8'li CPFSK, $h=1/4$ için referans olarak alınan kodlar, sırasıyla Tablo 5.5 ve Tablo 5.8'den alınmıştır. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'da olduğu gibi, burada da yeni tasarlanan sistemlerin özellikle yüksek işaret/gürültü oranlarında hata başarımlarına sahip oldukları görülmektedir.



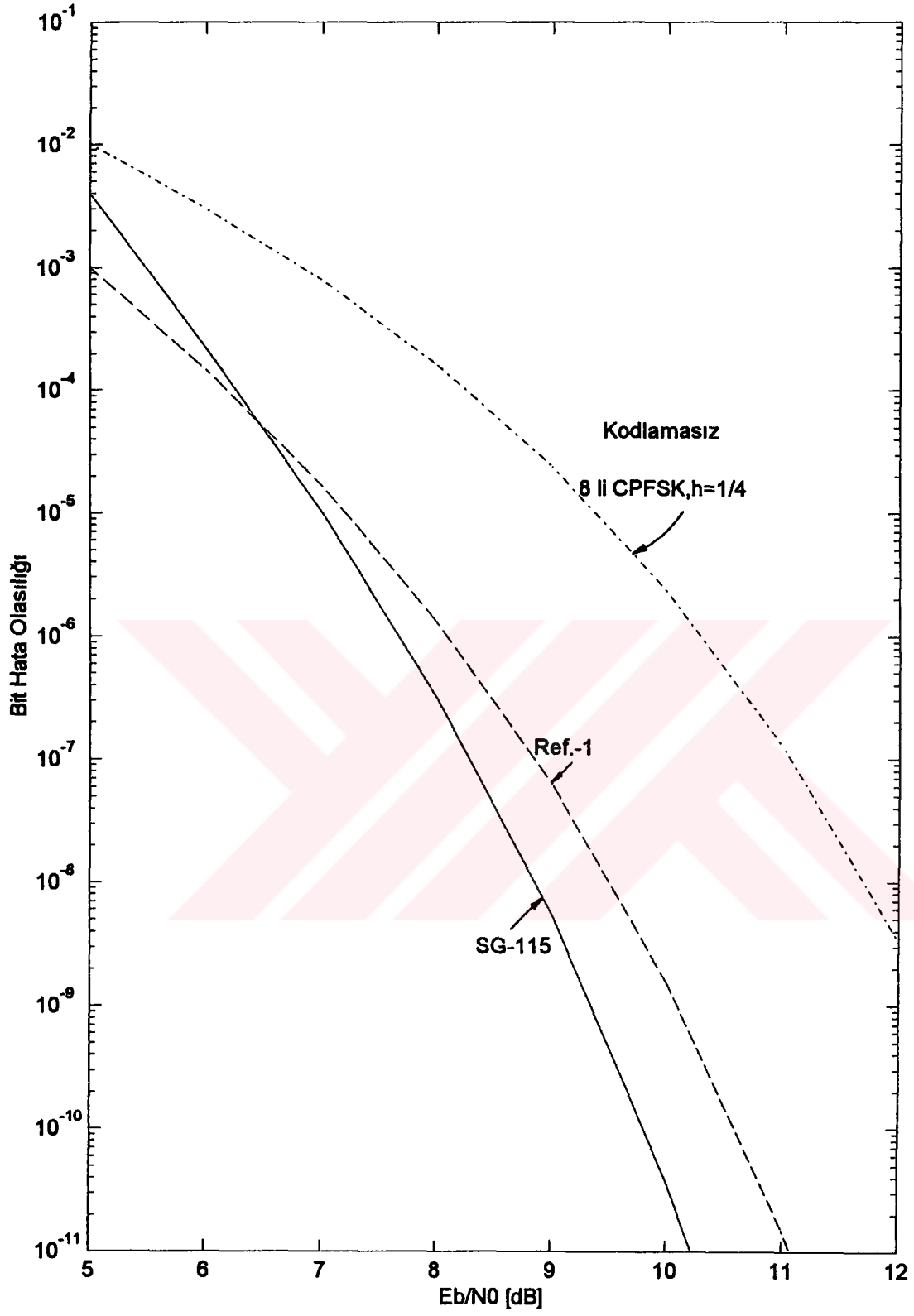
Şekil 6.6. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları.



Şekil 6.7. 8'li CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları.



Şekil 6.8. 16'lı CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları.



Şekil 6.9. 8'li CPFSK, $h=1/4$ için bit hata olasılığı üst sınırları.

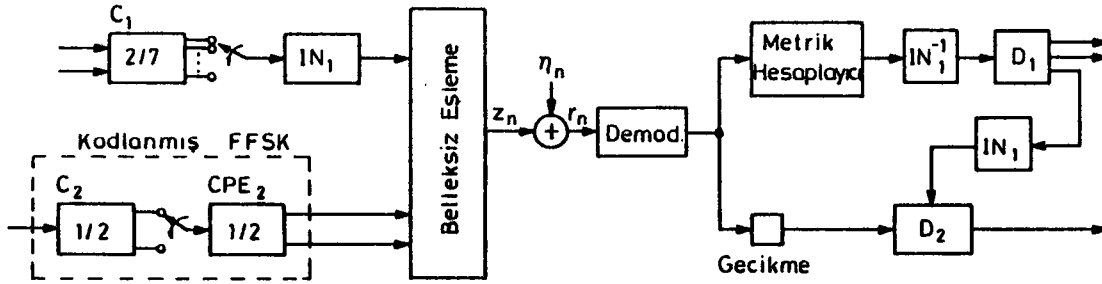
6.2 TASARLANAN SİSTEMLERİN HATA BAŞARIMLARININ BİLGİSAYAR BENZETİMİ YARDIMIYLA BELİRLENMESİ

Tasarlanan sistemlerin gerçek bit hata olasılıklarını bulmak ve analitik olarak bulunan bit hata olasılığı üst sınırlarının gerçek hata olasılıklarına yakınlığını belirlemek amacıyla bilgisayar benzetiminden yararlanılmaktadır. Bu tezde, yapılan benzetimlerde Monte-Carlo yöntemi [93] kullanılmıştır. Bu amaçla, benzetimi yapılacak her sistem için C programlama dili yardımıyla ayrı bir program yazılmıştır. Kanal, belirli olasılık yoğunluk işlevine sahip rastgele değişken üretme teknikleri [93] kullanılarak, sıfır ortalımalı toplamsal beyaz Gauss gürültüsü ile modellenmiştir. Gürültünün gönderilen işarete karışması, vektör uzayında her bir işaret boyutu için toplamsal olarak gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla, CPFSK işaretlerin vektörel uzayda gösterilimi için MATLAB paket programı üzerinde bir program geliştirilmiştir. Gürültünün varyansı değiştirilerek sağlanan her bir işaret/gürültü oranı için sistem girişine yeterli sayıda istatistiksel bağımsız, düzgün dağılımlı bilgi bitleri girilerek, alıcı kısımda bu bitlerin kaç tanesinin hatalı çözüldüğü belirlenmiştir. Bu işlem de yeterli sayıda yinelenerek, o işaret/gürültü oranı için gerçek hata olasılıkları belirlenmiştir. Viterbi kodçözücünün karar adım sayısı 10 olarak seçilmiştir.

Çok düzeyli kodlama ile tasarlanmış sistemlerin hata başarımını daha da iyileştirebilmek için kullanılan bir yöntem, verici kısımda çeşitli düzeylerdeki kodlayıcıların çıkış bitlerini bir "serpiştirici"den (interleaver) geçirerek modülatöre vermektir [28]. Alıcı kısımda ise, çıkış bitlerini asıl sırasında elde edebilmek için "serpiştirici çözücü" (deinterleaver) kullanılmalıdır. Serpiştiricilerin, blok serpiştirici, katlamalı serpiştirici, rastgele serpiştirici gibi türleri bulunmaktadır [83]. Pratikte daha çok kullanılan serpiştirici, belli bir satır ve sütun büyüklüğü ile belirlenen, matris biçimindeki blok serpiştiricidir. Blok serpiştirici, girişine gelen bitleri satır satır belleğine yazar, sonra bu bitleri sütun sütun okuyarak çıkışına verir. Böylece bitler arasında başlangıçta var olan komşuluklar, yani ilişkiler serpiştirici çıkışında oldukça azaltılmış olur. Serpiştiricinin boyutları ne kadar büyük olursa, hata başarımı o denli iyileşir. Kuramsal analizlerde ise, serpiştirici

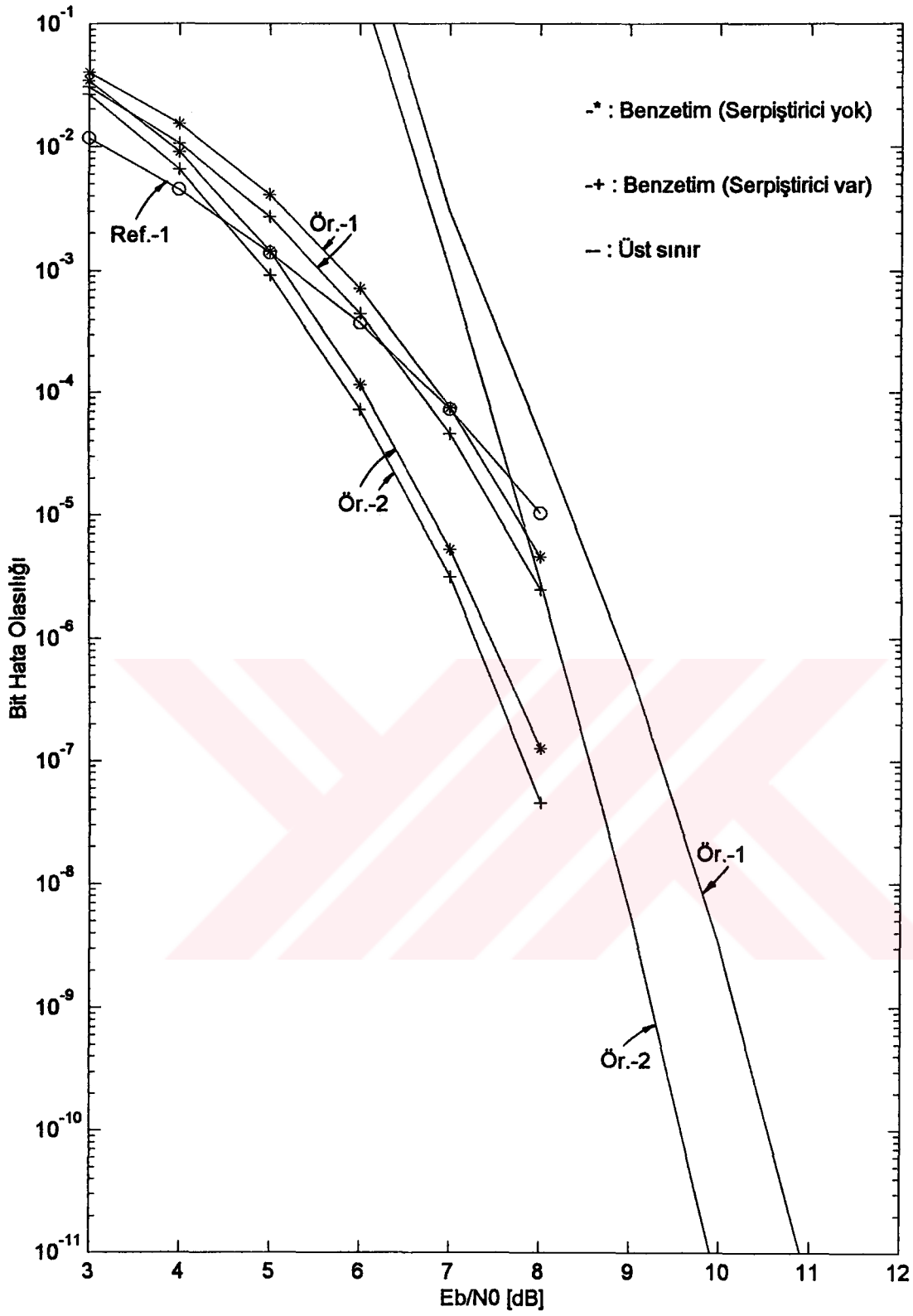
boyutları sonsuz alınarak, kanalın belleksiz biçimde modellenmesi sağlanmakta ve böylece analitik hata başarımı için üst sınır elde etme teknikleri kullanılabilir. Çok düzeyli sistemlerde serpiştiricinin işlevi, kodlayıcı çıkış bitleri arasındaki bağımlılığı azaltarak, alıcı kısımda bir düzeyde yapılabilecek hatanın sonraki düzeyleri sürekli olarak etkilemesini, yani "hata patlamasını" engellemektir. Serpiştirme işleminin verimli olabilmesi için, tüm düzeylerdeki serpiştiriciler farklı türden seçilmelidirler. Eğer aynı türden iseler, en azından serpiştirici boyutları veya serpiştirme kuralları birbirlerinden farklı olmalıdır. Serpiştirici kullanarak hata başarımını daha da iyileştirmenin bedeli, kodçözme gecikme süresinin ve bellek gereksiniminin daha da artmasıdır. Bu nedenle, gecikmenin veya bellek kullanımının sorun oluşturduğu durumlarda, bazı düzeylerdeki serpiştirici/serpiştirici çözücü çiftleri kaldırılabilir veya boyutları küçültülebilir.

Ör. – 1 ve Ör. – 2 için iletişim sistemi, serpiştirici kullanılmadığı durumda Şekil 5.1'deki gibi, serpiştirici kullanıldığı durumda ise, Şekil 6.10'daki gibi modellenmektedir. Şekilde IN_1 , ilk düzeyde kullanılan serpiştiricidir. İkinci düzeyde serpiştirici kullanılmamaktadır. Çünkü, CPE_2 çıkışına yerleştirilecek serpiştirici faz sürekliliğini bozacaktır. Faz sürekliliğini bozmayacak şekilde serpiştiricinin yerleştirilebileceği tek yer C_2 ile CPE_2 arasındadır. Bu da, alıcı kısımda $C_2 + CPE_2$ birleşik kafesini bozacak ve hata başarımında düşüşe yol açacaktır. Metrik hesaplayıcı, kodçözücüde kullanılmak üzere, alınan gürültülü 4'lü CPFSK, $h=1/2$ simgeleri ile, Şekil 4.3'teki ilk bölmeleme sonrası elde edilen alt kümeler arasındaki (5.5) ifadesi ile verilen metriği hesaplar. IN_1^{-1} , IN_1 serpiştiricisinin tersi işlemleri, hesaplanan metrikler üzerinde yapan serpiştirici çözücüdür. Alıcı kısımda, birinci düzeydeki D_1 kodçözücüsünden ikinci düzeydeki D_2 kodçözücüsüne aktarılan yan bilginin yeniden IN_1 ile serpiştirilmesi, kanaldan alınan işaret ile yan bilgiyi eşzamanlı duruma getirmek içindir. Verici kısmın ikinci düzeyinde serpiştirme olmadığı için, alıcı kısmın ikinci düzeyinde serpiştirici çözücü yoktur. Bu düzeye ilişkin (5.6) ile verilen metriğin, D_2 kodçözücüsünde hesaplandığı varsayılmaktadır.



Şekil 6.10. Serpiştirici kullanıldığı durumda $\ddot{O}r. - 1$ ve $\ddot{O}r. - 2$ sistemlerinin modellenmesi.

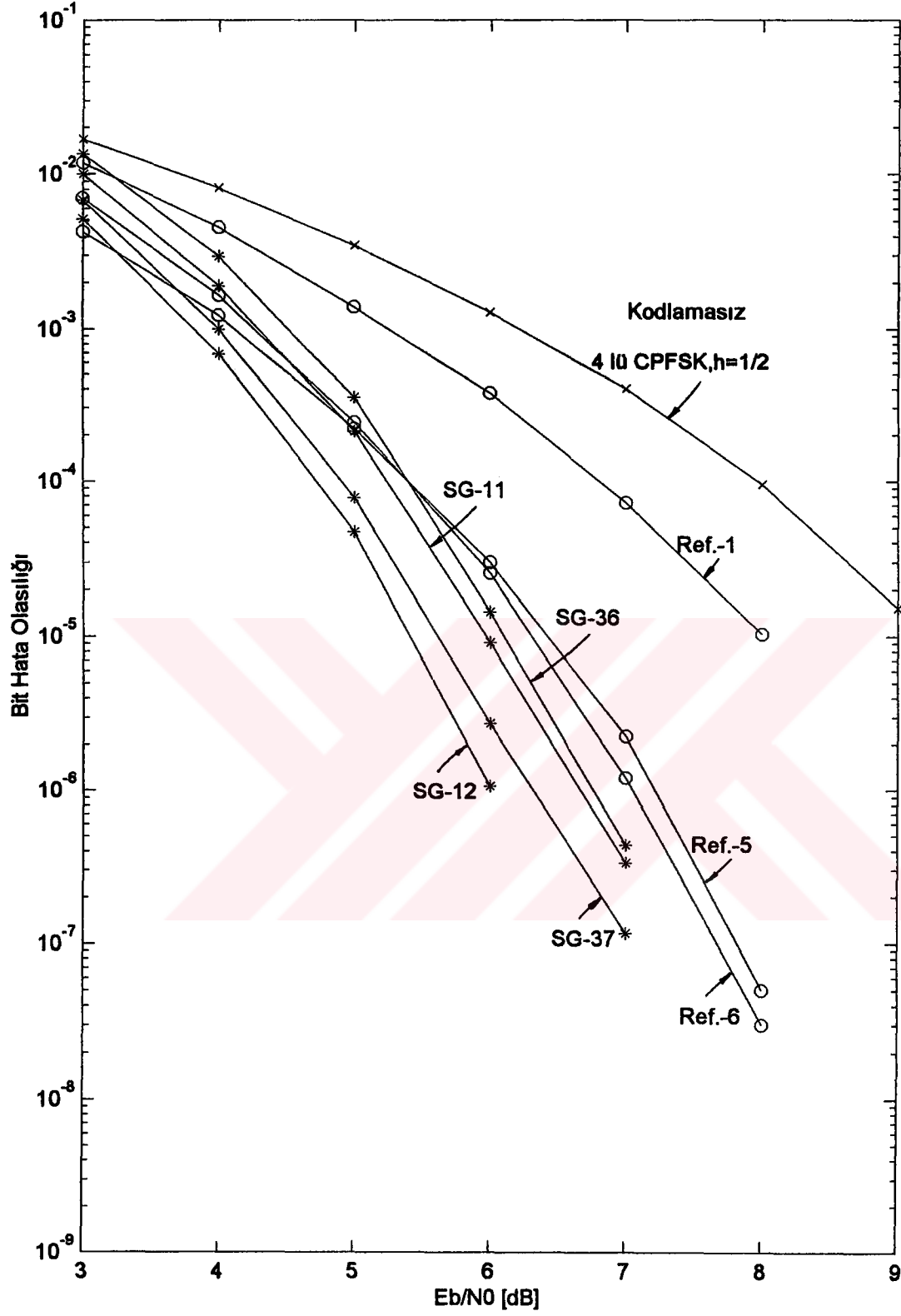
Şekil 6.11’de, Bölüm 5.1’de tanımlanan ve Bölüm 6.1’de bit hata olasılığı üst sınırları verilen $\ddot{O}r. - 1$ ve $\ddot{O}r. - 2$ sistemleri için serpiştirici kullanıldığı ve kullanılmadığı durumlardaki benzetim sonuçları, bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ile beraber verilmektedir. Daha önce de belirtildiği gibi, tasarlanan sistemlerin bit hata olasılığı üst sınır değerleri, düşük işaret/gürültü oranları için gerçek hata olasılıklarından oldukça büyük olmaktadır. İşaret/gürültü oranı yükseldikçe aradaki fark gitgide kapanmaktadır. IN_1 olarak, 50×56 boyutlarında blok serpiştirici seçilmiştir. Serpiştirici kullanıldığı durumda, bit hata olasılığındaki iyileşme açıkça görülmektedir. Serpiştiricinin boyutları büyüdükçe, bu iyileşme daha da artacaktır. $\ddot{O}r. - 1$ ve $\ddot{O}r. - 2$ sistemlerinin serbest Öklid uzaklıkları aynı olmasına karşın, $\ddot{O}r. - 2$ ’nin üst düzeyinde daha güçlü bir kod kullanıldığı için, örneğin $P_b = 10^{-5}$ değerindeki işaret/gürültü oranı 1 dB kadar iyileşmektedir. Şekil 6.11’de ayrıca, Tablo 5.3’teki *Ref. - 1* koduna ilişkin benzetim sonuçları verilmektedir. Şekilden görüldüğü gibi $\ddot{O}r. - 1$ sistemi, $P_b = 10^{-5}$ değerinde, *Ref. - 1*’e göre, serpiştirici kullanılmadığı durumda 0.25 dB, serpiştirici kullanıldığı durumda 0.5 dB kodlama kazancı sağlamaktadır. $\ddot{O}r. - 1$ sistemi bu kazançları daha iyi bit/simge oranı ve kodçözme karmaşıklığında sağlamaktadır. $\ddot{O}r. - 2$ sistemi ise, aynı bit hata olasılığı için, serpiştirici kullanılmadığı durumda 1.25 dB, serpiştirici kullanıldığı durumda 1.4 dB kodlama kazancı sağlamaktadır. Yukarıda da belirtildiği gibi, serpiştirici boyutları büyütülerek sözü edilen kazançlar daha da artırılabilir.



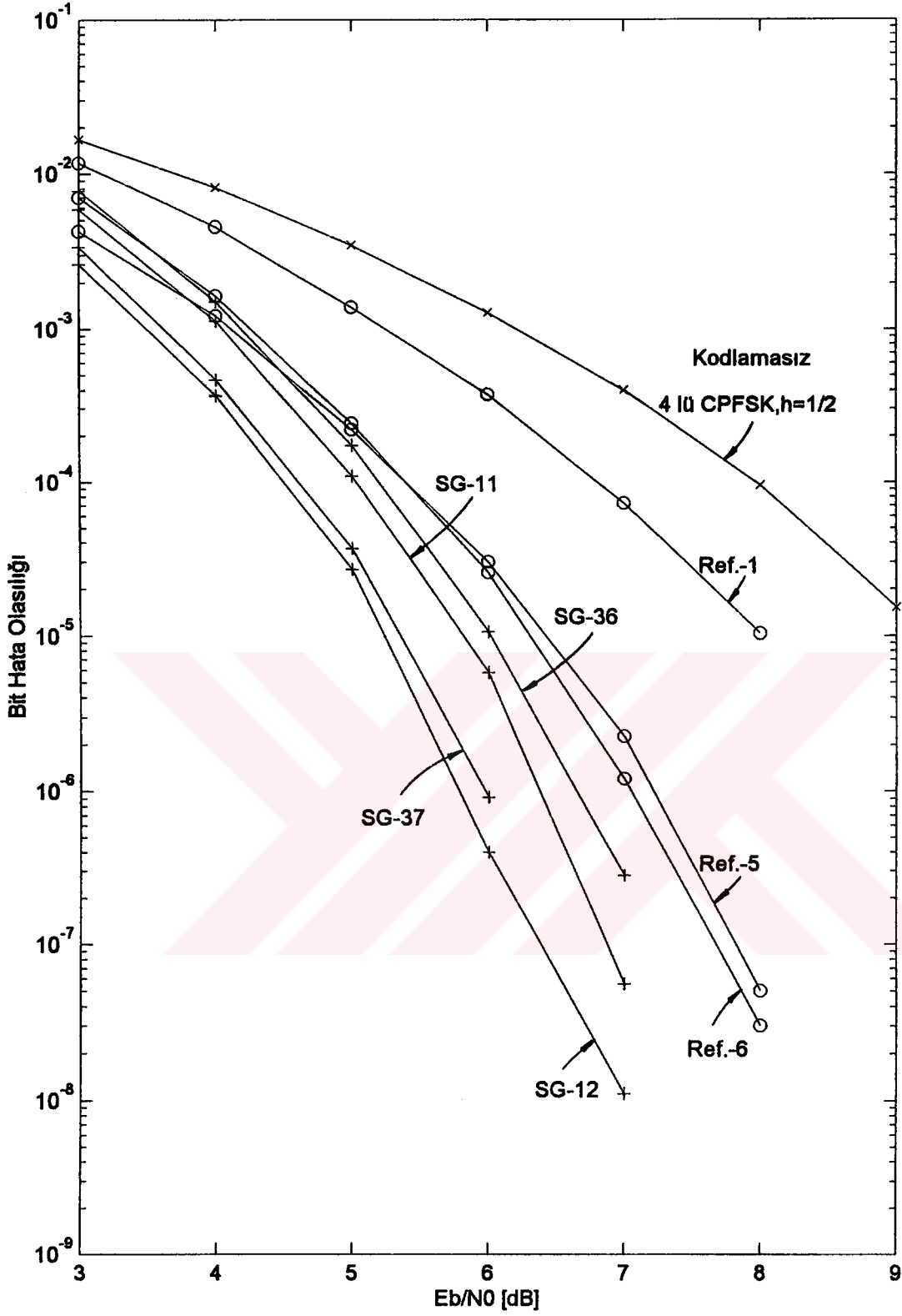
Şekil 6.11. Ör. - 1, Ör. - 2 sistemlerinin ve Ref. - 1 kodunun benzetim sonuçları ve bit hata olasılığı üst sınırları.

4'lü CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanan diğer bazı sistemlerin ve Tablo 5.3'teki referans kodların bit hata olasılığı benzetim sonuçları, Şekil 6.12'de serpiştirici kullanılmadığı durum için, Şekil 6.13'te serpiştirici kullanıldığı durum için verilmektedir. Benzetimde $SG-11$, $SG-12$, $SG-36$, $SG-37$ için kullanılan serpiştiriciler 50×60 boyutlarındadır. Şekil 6.12'den görülmektedir ki, yeni tasarlanan sistemlerin gerçek bit hata olasılıkları, belirli işaret/gürültü oranı değerlerinden sonra referans kodlarından daha küçük olmaktadır. Örneğin $SG-11$ sistemi, $E_b/N_0 = 4.8$ dB değerinden sonra $Ref.-5$ 'ten, $E_b/N_0 = 4.5$ dB değerinden sonra $Ref.-6$ 'dan daha iyi hata başarımı vermektedir. $SG-12$ sistemi ise, pratik olarak karşılaşılabılır tüm işaret/gürültü oranlarında referans kodlara göre kodlama kazancı sağlamaktadır. Sözü edilen kazançlar, $P_b = 10^{-5}$ değeri için $Ref.-5$ 'e göre 1 dB, $Ref.-6$ 'ya göre 0.9 dB civarındadır. Benzer biçimde örneğin, $E_b/N_0 = 6$ dB için $SG-36$ ve $SG-37$ sistemlerinin bit hata olasılıkları sırasıyla 1.43×10^{-5} ve 2.73×10^{-6} iken, $Ref.-5$ ve $Ref.-6$ 'nın bit hata olasılıkları sırasıyla, 2.95×10^{-5} ve 2.53×10^{-5} olmaktadır. Şekil 6.13 incelendiğinde ise, serpiştirici kullanımı sonucu yukarıdaki üstünlüklerin artarak devam ettiği görülmektedir. Örneğin $SG-11$, $E_b/N_0 = 3.8$ dB değerinden sonra $Ref.-5$ 'ten, tüm işaret/gürültü oranlarında $Ref.-6$ 'dan daha iyi hata başarımı sağlamaktadır. Yine, $SG-12$ ve $SG-37$ sistemleri, tüm işaret/gürültü oranlarında şekildeki referans kodlara göre hata başarımı üstünlüğüne sahiptir. Kodlama kazaçları, $P_b = 10^{-5}$ için $Ref.-5$ 'e göre 1.25 dB, $Ref.-6$ 'ya göre 1 dB civarındadır. Serpiştirici kullanımıyla, $E_b/N_0 = 6$ dB'de, $SG-36$ ve $SG-37$ sistemlerinin bit hata olasılıkları sırasıyla 1.06×10^{-5} ve 9×10^{-7} değerlerine düşmektedir.

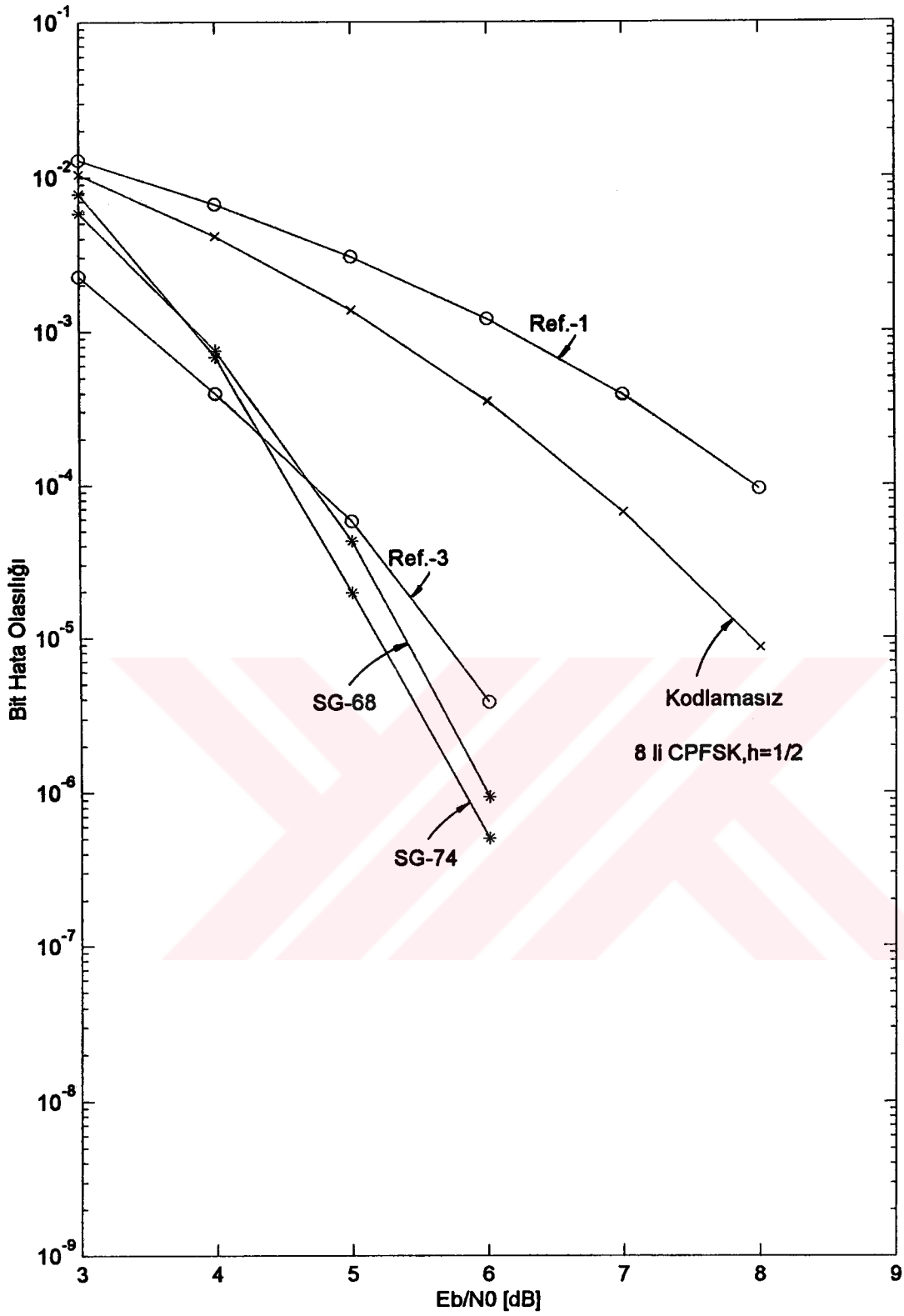
Şekil 6.14'te ise, 8'li CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanan bazı sistemlerin ve referans kodların, serpiştirici kullanılmadığı durumda benzetim sonuçları verilmektedir. Buradaki sonuçların, Şekil 6.7'de verilen bit hata olasılığı üst sınırlarını doğrular nitelikte olduğu görülmektedir. $SG-68$ ve $SG-74$ sistemleri, Tablo 5.5'teki $Ref.-3$ koduna göre, sırasıyla 4.7 dB ve 4.3 dB işaret/gürültü oranından sonra daha iyi hata başarımı sağlamaktadır.



Şekil 6.12. Serpiştirici kullanılmadığı durumda 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları.



Şekil 6.13. Serpiştirici kullanıldığı durumda 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları.



Şekil 6.14. 8'li CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları.

BÖLÜM 7

SÖNÜMLEMELİ KANALLAR İÇİN ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ CPFSK SİSTEMLERİ

Bu bölümde, sönümlemeli kanallarda, değişik modülasyon indisleri ve bilgi genlik düzeyleri için çok düzeyli kodlanmış CPFSK sistemleri tasarlanmakta ve tablolar halinde verilmektedir. Ayrıca, tasarlanan sistemlerin literatürden referans olarak alınan kodlara üstünlükleri ortaya konmaktadır.

Giriş bölümünde belirtildiği gibi, sürekli faz modülasyonu özellikle gezgin radyo ve uydu kanalları için oldukça uygun bir modülasyon türüdür. Bu kanallarda karşılaşılan bir bozucu etki Gauss gürültüsü olmasına karşın, daha önemli bozucu etki sönümlemedir. Gönderilen işaretin, alıcıya farklı yollardan ve değişik zaman gecikmeleri ile ulaşması sönümleme etkisini doğurur. Bu durumda alınan işaret, gönderilen işaretin rastgele genlik ve faz değerlerine sahip kopyalarının birleşiminden oluşur. Yani, sönümlemeye yol açan temel neden, yayılım ortamının çok yollu doğasıdır. Bu nedenle, sönümleme etkisi ile özellikle kentsel yerleşim merkezlerindeki yüksek binalar veya ağaç, tepe gibi etkenlerin yoğun olduğu bölgelerde karşılaşılır. Ayrıca, birbirini doğrudan görmeyen ve yer dalga yayılımı yapamayacak kadar uzakta bulunan iki nokta arasında iletişim kurmak amacıyla iyonosferik katmanların yansıtıcı olarak kullanıldığı durumlarda da sönümleme etkisi ile karşılaşılır. İyonosferik katmanların yükseklikleri ve elektron yoğunlukları güneş ışınlarıyla yakından ilişkilidir ve bu etkenler, gece-gündüz değişimleri ve güneşin parlama oranlarıyla değişmektedir. Bu dinamik değişimler, iletim yolunun uzunluğunu değiştirmekte ve sönümlemeye neden olmaktadır [11].

Vericiden iletilen simge dizisi $\underline{z} = (z_0, z_1, \dots)$ ve kanaldan geçerek alıcıya ulaşan simge dizisi $\underline{r} = (r_0, r_1, \dots)$ olmak üzere, sönümlemeli kanaldan alınan n . simge,

$$r_n = \rho_n z_n + \eta_n, \quad n = 0, 1, \dots \quad (7.1)$$

şeklinde yazılabilir ($z_n \in \{s_0, s_1, \dots, s_{MP-1}\}$). Burada η_n , ortalaması sıfır ve varyansı $N_0/2$ olan beyaz Gauss gürültüsüdür. $\rho_n \geq 0$ ise, olasılık yoğunluk işlevi Rician dağılımlı, yani

$$p(\rho_n) = 2\rho_n(1+K)\exp(-\rho_n^2(1+K) - K)I_0(2\rho_n\sqrt{K(1+K)}) \quad (7.2)$$

biçiminde olan normalize edilmiş ($E[\rho_n^2]=1$) sönümleme değişkenidir. $I_0(\cdot)$, sıfıncı dereceden birinci tür değiştirilmiş Bessel işlevidir. K , doğrudan alınan işaret gücü ile yerden yansıyan bileşenin gücü toplamının, çevredeki yansımalar sonucu değişik yollardan alınan (saçılmış) işaret gücüne oranını göstermektedir. $K=0$ durumu Rayleigh sönümlemesi olarak adlandırılır ve bu durumda antene gelen tüm işaret çevredeki yansılardan elde edilmektedir (aşırı sönümleme). $K=10$ durumu, gezgin uydu kanalları için tipik bir değerdir. $K=\infty$ ise, sönümlemesiz (yalnızca Gauss) duruma karşı düşer. Bu tezde, sönümlemenin neden olduğu faz bozulmalarının, alıcıda faz kilitlemeli çevrim gibi teknikler kullanılarak bütünüyle dengelendiği ve bu nedenle sönümlemenin iletilen simgenin yalnızca genliğine etki ettiği varsayılmıştır. Ayrıca sönümleme değişkenlerinin istatistiksel bağımsız oldukları (ideal sönümleme) ve demodülasyon işleminin eşzamanlı olarak gerçekleştirildiği varsayılmıştır [11,94].

AWGN kanallarda yüksek işaret/gürültü oranları için en önemli hata başarımlı ölçütü serbest Öklid uzaklığı olmasına rağmen, sönümlemeli kanallar için yüksek işaret/gürültü oranlarında en önemli hata başarımlı ölçütü, etkin kod uzunluğu (effective code length, ECL), ikinci olarak da karesel çarpımsal uzaklıktır (product distance, d_p^2) [94,95]. Bir kafesin etkin kod uzunluğu, en kısa adımda birleşen yol çiftlerindeki farklı simge sayısıdır. Karesel çarpımsal uzaklık ise, etkin kod uzunluğunu veren yol çiftindeki simgelerin karesel Öklid uzaklıklarının çarpımı olarak tanımlanır. Sönümlemeli kanallar için iyi bir kod tasarımında etkin kod uzunluğunun ve karesel çarpımsal uzaklığın olabildiğince büyük yapılmasına çalışılır. Açık ki başarımlı ölçütleri farklı olduğundan, AWGN kanallar için en iyi olarak tasarlanmış bir kod sönümlemeli kanallar için en iyi olmayabilir. Bununla beraber, tasarlanan bir kodun her iki kanal türünde de en yüksek başarıma sahip

olması ideal olarak istenilen bir durumdur. Bu bölümde gösterileceği üzere, bu tezde tasarlanan sistemlerin büyük çoğunluğu, hem AWGN hem de sönümlemeli kanallar için en iyi sistemlerdir.

AWGN kanallar için olduğu gibi, sönümlemeli kanallar için de $M \geq 2P$ koşulu altında faz sürekliliği bozulmayacak biçimde Şekil 4.1'deki gibi bölmelenen M 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesi, Şekil 4.9'da önerilen çok düzeyli sistem yardımıyla kodlanmaktadır. Çok düzeyli bir sistemin etkin kod uzunluğu, tüm düzeylerin etkin kod uzunluklarının en küçük olanıdır [31]. Buradan hareketle, önerilen çok düzeyli sistem için etkin kod uzunluğu,

$$\begin{aligned} ECL &= \min_{1 \leq i \leq Q} [ECL_i] \\ &= \min_{1 \leq i \leq Q-1} [d_{sH_i}, ECL_Q] \end{aligned} \quad (7.3)$$

olarak verilebilir. Yukarıdaki ifadeden, $i = 1, 2, \dots, Q-1$ düzeyleri için etkin kod uzunluğunun, düzeylerdeki kodlayıcıların serbest Hamming uzaklıkları ile belirlendiği görülmektedir. ECL_Q son düzeyin etkin kod uzunluğudur ve bu düzeydeki kodlanmış P 'li CPFSK, $h = J/P$ kafes yapısından elde edilir. $i = 1, 2, \dots, Q-1$ düzeylerine ilişkin karesel çarpımsal uzaklığın $d_{p_i}^2 = (\Delta_{i-1}^2)^{d_{sH_i}}$ biçiminde olduğu kolaylıkla gösterilebilir. Son düzeyin karesel çarpımsal uzaklığı, yine bu düzeydeki kodlanmış P 'li CPFSK, $h = J/P$ kafes yapısından elde edilir. Tüm sistemin karesel çarpımsal uzaklığı (d_p^2) ise, ECL 'yi veren düzeyin karesel çarpımsal uzaklığı olarak tanımlanır. Bölmelenen M 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesinin her bir düzeyi, (4.2) ile verilen R_s değerini sağlayan uygun oranlı kodlayıcılar ile kodlanmaktadır. Kodlayıcılar seçilirken, tüm sistemin etkin kod uzunluğu ile karesel çarpımsal uzaklığının maksimum ve kodçözme karmaşıklığının minimum olmasına çalışılmaktadır.

Bu tezde alıcının ideal kanal durum bilgisine sahip olduğu varsayılmaktadır. Yani, gönderilen n . simgenin genliğine çarpımsal olarak etkiyen ρ_n sönümleme değişkeninin alıcıda bütünüyle belirlenebildiği varsayılmaktadır. Bu işlem için uygulamada, modüle edilen işaretle birlikte genliği bilinen sinüsoidal bir işaret kanala verilir. Alıcı kısmında sinüsoidal işaret süzülüp, başlangıçtaki gücünün bilinmesinden yararlanılarak ρ_n değerleri kestirilir [94]. Alınan n . simge için

$i = 1, 2, \dots, Q - 1$ düzeylerindeki C_i kodlayıcısının çıkış biti y_i 'nin 0 ya da 1 olduğuna karar veren Viterbi kodçözücünün, sönümlemeli kanallar için ideal kanal durum bilgisi altında kullandığı metrik,

$$m_i(r_n, y_i) = \min_{z_n \in S^{\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{i-1} y_i}} |r_n - \rho_n z_n|^2, \quad y_i = 0, 1 \quad (7.4)$$

olarak verilir. Burada $\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{i-1}$, üst düzeylerdeki kodçözücülerin i . düzeye aktardıkları yan bilgi bitlerini ve $S^{\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{i-1} y_i}$ alınan işarete göre metriği hesaplanan, i . bölmeleme düzeyindeki alt kümeyi göstermektedir (Şekil 4.1). $i = Q$ düzeyindeki D_Q kodçözücüsünün kullandığı metrik ise,

$$m_Q(r_n, y_Q y_{Q+1} \dots y_{\log_2 MP}) = \min_{z_n \in S^{\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{Q-1} y_Q \dots y_{\log_2 MP}}} |r_n - \rho_n z_n|^2, \quad (7.5)$$

$$y_Q y_{Q+1} \dots y_{\log_2 MP} = 0 \dots 00, 0 \dots 01, \dots, 1 \dots 11$$

biçimindedir. Burada $S^{\hat{y}_1 \dots \hat{y}_{Q-1} y_Q \dots y_{\log_2 MP}}$, son bölmeleme düzeyinde elde edilen alt kümelerin elemanlarını göstermektedir. Alıcıda kanal durum bilgisinin olmadığı durumlarda ise, (7.4) ve (7.5) metrik ifadelerindeki ρ_n çarpanı kaldırılır.

7.1 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 4'LÜ CPFSK, $h=1/2$ SİSTEMLERİ

4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için işaret kümesinin bölmelenmesi, Şekil 4.3'teki gibidir. Buradan, kodlama düzeyi sayısının $Q=2$ olduğu görülmektedir. İkinci bölmeleme düzeyinde elde edilen $S^0 = \{s_0, s_1, s_5, s_4\}$ ve $S^1 = \{s_2, s_3, s_7, s_6\}$ alt kümeleri FFSK'ya eşdeğer oldukları için, bu düzeyin kodlanmasında sönümlemeli kanallar için tasarlanmış olan FFSK kafes kodları kullanılmalıdır. Literatürde sönümlemeli kanallar için verilmiş FFSK kafes kodu bulunmamaktadır. Bu amaçla, FFSK modülasyonu için yeni kod tasarlama yoluna gidilmiştir. Ancak elde edilen sonuçlar, Morales-Moreno ve Pasupathy'nin [50] AWGN kanallar için tasarladığı FFSK kafes kodları ile aynı yapıları vermekte, böylece bu kodların sönümlemeli kanallar için de en iyi kodlar olduğunu göstermektedir. Yani, serbest Öklid uzaklığı maksimum olacak şekilde tasarlanan FFSK kafes kodları, ECL ve d_p^2 değerlerini de maksimum yapmaktadır. Aslında bu sonuç, bir genelleme yapılamamasına karşın, faz sürekliliği kısıtlamasından dolayı kafese ait dallar üzerine

işaret yerleşiminde fazla seçenek olmayışından kaynaklanmaktadır. Bu nedenle son düzeyin kodlanmasında yine Morales-Moreno ve Pasupathy'nin FFSK kafes kodları kullanılmıştır.

Örnek:

İkinci düzeyde, $R_2=1/2$ kodlama oranlı, $2^{v_2}=2$ durumlu FFSK kafes kodu kullanılsın. Bu kodun ECL değeri 4 ve karesel çarpımsal uzaklığı $d_p^2 = 2E * 4E * 4E * 2E = 64E^4$ 'dir. İlk düzeye, $R_1=2/7$ kodlama oranlı, $2^{v_1}=2$ durumlu ve $d_{sH1}=6$ değerine sahip bir kod yerleştirilirse, tüm sistemin bit/simge oranı (4.2) bağıntısından $R_s=11/14$ olur. Bu sistem, Bölüm 5.1'de AWGN kanallar için $\ddot{O}r. - 1$ olarak adlandırılan sistemin aynısıdır. $\ddot{O}r. - 1$ sistemi için, (7.3) bağıntısından $ECL = \min\{6, 4\} = 4$ ve ECL 'yi veren yol çiftinin karesel çarpımsal uzaklığından $d_p^2 = 64E^4$ olarak bulunur. Kodçözme karmaşıklığı ise $L=1.86$ 'dır (Bölüm 5.1). Tablo 7.1'de bu sisteme ilişkin değerler düzenli olarak verilmektedir. Hata başarımını daha da iyileştirmek amacıyla ilk düzeye aynı kodlama oranlı, fakat $2^{v_1}=4$ durumlu ve $d_{sH1}=9$ değerine sahip bir kod yerleştirilirse, Bölüm 5.1'de $\ddot{O}r. - 2$ olarak adlandırılan sistem elde edilir. Görüldüğü gibi $\ddot{O}r. - 1$ ve $\ddot{O}r. - 2$ sistemleri hem AWGN kanallar için, hem de sönümlemeli kanallar için kullanılabilen sistemlerdir. AWGN kanallar için olduğu gibi, sönümlemeli kanallar için de $\ddot{O}r. - 2$ sistemi, $\ddot{O}r. - 1$ sistemine göre hata başarımı üstünlüğüne sahiptir. Bu üstünlüğün bedeli, kodçözme karmaşıklığının bir miktar artmasıdır. $\ddot{O}r. - 2$ sistemine ilişkin değerler de Tablo 7.1'de verilmektedir. Her iki sistem için de kullanılan yapının Şekil 5.1'dekinden farkı, kanaldaki sönümleme nedeniyle alınan işaretin $r_n = \rho_n z_n + \eta_n$ biçiminde olması ve bu nedenle D_1 'in kullandığı metriğin,

$$m_1(r_n, y_1) = \min_{z_n \in S^{y_1}} |r_n - \rho_n z_n|^2, \quad y_1 = 0, 1 \quad (7.6)$$

ve D_2 'nin kullandığı metriğin,

$$m_2(r_n, y_2 y_3) = \min_{z_n \in S^{y_2 y_3}} |r_n - \rho_n z_n|^2, \quad y_2 y_3 = 00, 01, 10, 11 \quad (7.7)$$

biçiminde olmasıdır.

Tablo 7.1. Sönümlemeli kanallar için örnek olarak verilen 2 düzeyli sistemlere ilişkin değerler.

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
$\bar{O}r. - 1$	C_1	2/7	1	6	6	4	$64E^4$	11/14	0.86	1.86
	C_2	1/2	1		4				1	
$\bar{O}r. - 2$	C_1	2/7	2	9	9	4	$64E^4$	11/14	1.72	2.72
	C_2	1/2	1		4				1	

Tablo 7.2’de, bu tezde sönümlemeli kanallar için elde edilen 60 adet çok düzeyli kodlanmış 4’lü CPFSK, $h=1/2$ sistemi verilmektedir. Sistem adlarındaki "F" harfi, sistemin sönümlemeli (fading) kanallar için tasarlanmış olduğunu simgelemektedir. Sistem sayısı, farklı oranlı kod kullanımı ve farklı yerleşimler ile daha da artırılabilir. Burada, $R_s=2/3, 3/4, 5/6, 1, 7/6, 5/4, 4/3, 17/12, 3/2, 67/42$ bit/simge oranlarında elde edilen en iyi sistemler verilmektedir. Sistemlerin sıralaması, R_s değerine göre küçükten büyüğe doğrudur. Son düzey kodları, Morales-Moreno ve Pasupathy’nin [50] FFSK kafes kodları arasından seçilmiştir. Ayrıca, $SF - 12$ ve $SF - 13$ ’ün örnek olarak verilen sistemler ($\bar{O}r. - 1$ ve $\bar{O}r. - 2$) oldukları görülmektedir.

Sönümlemeli kanallar için tasarlanmış sistemler ile Tablo 5.2’de verilen AWGN kanallar için tasarlanmış sistemler karşılaştırılırsa, çoğu sistemin ortak olduğu görülür. Örneğin $SG - 11$ ile $SF - 10$ sistemleri aynı sistemlerdir. Benzer biçimde, örneğin $SG - 13$ ile $SF - 12$ ve $SG - 36$ ile $SF - 32$ aynı sistemlerdir. Daha önce de belirtildiği gibi, bu, tasarlanan bir sistemin hem AWGN kanallar hem de sönümlemeli kanallar en iyi hata başarımı ile kullanılabileceğini gösterir ve istenilen bir durumdur. Tasarlanan sistemlerin çoğunun her iki kanal türü için de ortak olmasının nedeni, $i = 1, 2, \dots, Q - 1$ düzeylerinde AWGN kanallar için (5.2) ve sönümlemeli kanallar için (7.3) ile verilen tasarım ölçütlerinin ikisinin de kodların serbest Hamming uzaklığı ile doğrusal olarak değişmesi, $i = Q$ düzeyi için ise, faz sürekliliğinin kafes üzerindeki işaretlerin yerleştirilmesine kısıtlama getirmesidir. Buna karşılık, örneğin Tablo 5.1’deki $SG - 42$ yalnızca AWGN ka-

nallar için, Tablo 7.2'deki $SF - 29$ yalnızca sönümlemeli kanallar için önerilen sistemlerdir.

Tablo 7.2. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri.

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
$SF - 1$	C_1	1/6	2	16	16	4	$64E^4$	2/3	0.67	1.67
	C_2	1/2	1		4				1	
$SF - 2$	C_1	1/6	2	16	16	6	$256E^6$	2/3	0.67	2.67
	C_2	1/2	2		6				2	
$SF - 3$	C_1	1/6	3	20	20	6	$256E^6$	2/3	1.34	3.34
	C_2	1/2	2		6				2	
$SF - 4$	C_1	1/6	2	16	16	8	$4096E^8$	2/3	0.67	4.67
	C_2	1/2	3		8				4	
$SF - 5$	C_1	1/6	3	20	20	8	$4096E^8$	2/3	1.34	5.34
	C_2	1/2	3		8				4	
$SF - 6$	C_1	1/4	2	10	10	4	$64E^4$	3/4	1	2
	C_2	1/2	1		4				1	
$SF - 7$	C_1	1/4	2	10	10	6	$256E^6$	3/4	1	3
	C_2	1/2	2		6				2	
$SF - 8$	C_1	1/4	3	13	13	6	$256E^6$	3/4	2	4
	C_2	1/2	2		6				2	
$SF - 9$	C_1	1/4	2	10	10	8	$4096E^8$	3/4	1	5
	C_2	1/2	3		8				4	

Tablo 7.2. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF</i> – 10	C_1	1/4	3	13	13	8	$4096E^8$	3/4	2	6
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF</i> – 11	C_1	1/4	4	16	16	8	$4096E^8$	3/4	4	8
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF</i> – 12 (Ör. – 1)	C_1	2/7	1	6	6	4	$64E^4$	11/14	0.86	1.86
	C_2	1/2	1		4				1	
<i>SF</i> – 13 (Ör. – 2)	C_1	2/7	2	9	9	4	$64E^4$	11/14	1.72	2.72
	C_2	1/2	1		4				1	
<i>SF</i> – 14	C_1	2/7	1	6	6	6	$64E^6$	11/14	0.86	2.86
	C_2	1/2	2		6				2	
<i>SF</i> – 15	C_1	2/7	2	9	9	6	$256E^6$	11/14	1.72	3.72
	C_2	1/2	2		6				2	
<i>SF</i> – 16	C_1	2/7	3	11	11	6	$256E^6$	11/14	3.43	5.43
	C_2	1/2	2		6				2	
<i>SF</i> – 17	C_1	2/7	2	9	9	8	$4096E^8$	11/14	1.72	5.72
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF</i> – 18	C_1	2/7	3	11	11	8	$4096E^8$	11/14	3.43	7.43
	C_2	1/2	3		8				4	

Tablo 7.2. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF – 19</i>	C_1	1/3	2	8	8	4	$64E^4$	5/6	1.34	2.34
	C_2	1/2	1		4				1	
<i>SF – 20</i>	C_1	1/3	2	8	8	6	$256E^6$	5/6	1.34	3.34
	C_2	1/2	2		6				2	
<i>SF – 21</i>	C_1	1/3	3	10	10	6	$256E^6$	5/6	2.67	4.67
	C_2	1/2	2		6				2	
<i>SF – 22</i>	C_1	1/3	2	8	8	8	$256E^8$	5/6	1.34	5.34
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF – 23</i>	C_1	1/3	3	10	10	8	$4096E^8$	5/6	2.67	6.67
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF – 24</i>	C_1	1/3	4	12	12	8	$4096E^8$	5/6	5.34	9.34
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF – 25</i>	C_1	1/2	2	5	5	4	$64E^4$	1	2	3
	C_2	1/2	1		4				1	
<i>SF – 26</i>	C_1	1/2	2	5	5	5	$32E^5$	1	2	4
	C_2	1/2	2		6				2	
<i>SF – 27</i>	C_1	1/2	3	6	6	6	$64E^6$	1	4	6
	C_2	1/2	2		6				2	

Tablo 7.2. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri (Devam).

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF - 28</i>	C_1	1/2	4	7	7	6	$256E^6$	1	8	10
	C_2	1/2	2		6				2	
<i>SF - 29</i>	C_1	1/2	4	7	7	7	$128E^7$	1	8	12
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF - 30</i>	C_1	1/2	5	8	8	8	$256E^8$	1	16	20
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF - 31</i>	C_1	1/2	6	10	10	8	$4096E^8$	1	32	36
	C_2	1/2	3		8				4	
<i>SF - 32</i>	C_1	1/3	2	8	8	6	$256E^6$	1	1.34	9.34
	C_2	2/3	3		6				8	
<i>SF - 33</i>	C_1	1/3	3	10	10	6	$256E^6$	1	2.67	10.67
	C_2	2/3	3		6				8	
<i>SF - 34</i>	C_1	1/3	4	12	12	6	$256E^6$	1	5.34	13.34
	C_2	2/3	3		6				8	
<i>SF - 35</i>	C_1	1/3	5	13	13	6	$256E^6$	1	10.67	18.67
	C_2	2/3	3		6				8	
<i>SF - 36</i>	C_1^p	2/3	2	3	3	3	$8E^3$	7/6	2.67	3.67
	C_2	1/2	1		4				1	

Tablo 7.2. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
SF – 37	C_1^p	2/3	7	7	7	7	$128E^7$	7/6	85.34	89.34
	C_2	1/2	3		8				4	
SF – 38	C_1	1/2	2	5	5	3	$16E^3$	7/6	2	4
	C_2	2/3	1		3				2	
SF – 39	C_1	1/2	2	5	5	4	$64E^4$	7/6	2	6
	C_2	2/3	2		4				4	
SF – 40	C_1	1/2	3	6	6	4	$64E^4$	7/6	4	8
	C_2	2/3	2		4				4	
SF – 41	C_1	1/2	2	5	5	5	$32E^5$	7/6	2	10
	C_2	2/3	3		6				8	
SF – 42	C_1	1/2	3	6	6	6	$64E^6$	7/6	4	12
	C_2	2/3	3		6				8	
SF – 43	C_1	1/2	4	7	7	6	$256E^6$	7/6	8	16
	C_2	2/3	3		6				8	
SF – 44	C_1	1/2	5	8	8	6	$256E^6$	7/6	16	24
	C_2	2/3	3		6				8	
SF – 45	C_1	1/2	6	10	10	6	$256E^6$	7/6	32	40
	C_2	2/3	3		6				8	

Tablo 7.2. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
SF – 46	C_1^p	3/4	2	3	3	3	$8E^3$	5/4	3	4
	C_2	1/2	1		4				1	
SF – 47	C_1^p	3/4	3	4	4	4	$16E^4$	5/4	6	7
	C_2	1/2	1		4				1	
SF – 48	C_1^p	2/3	2	3	3	3	$8E^3$	4/3	2.67	4.67
	C_2	2/3	1		3				2	
SF – 49	C_1^p	2/3	3	4	4	3	$16E^3$	4/3	5.34	7.34
	C_2	2/3	1		3				2	
SF – 50	C_1^p	2/3	3	4	4	4	$16E^4$	4/3	5.34	9.34
	C_2	2/3	2		4				4	
SF – 51	C_1^p	2/3	5	6	6	4	$64E^4$	4/3	21.34	25.34
	C_2	2/3	2		4				4	
SF – 52	C_1^p	2/3	5	6	6	6	$64E^6$	4/3	21.34	29.34
	C_2	2/3	3		6				8	
SF – 53	C_1^p	3/4	2	3	3	3	$8E^3$	17/12	3	5
	C_2	2/3	1		3				2	
SF – 54	C_1^p	3/4	3	4	4	3	$16E^3$	17/12	6	8
	C_2	2/3	1		3				2	

Tablo 7.2. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
SF – 55	C_1^p	3/4	3	4	4	4	$16E^4$	17/12	6	10
	C_2	2/3	2		4				4	
SF – 56	C_1^p	3/4	6	5	5	5	$32E^5$	17/12	48	56
	C_2	2/3	3		6				8	
SF – 57	C_1^p	5/6	3	3	3	3	$8E^3$	3/2	6.67	8.67
	C_2	2/3	1		3				2	
SF – 58	C_1^p	5/6	5	4	3	3	$16E^3$	3/2	26.67	28.67
	C_2	2/3	1		3				2	
SF – 59	C_1^p	5/6	5	4	4	4	$16E^4$	3/2	26.67	30.67
	C_2	2/3	2		4				4	
SF – 60	C_1^p	13/14	5	3	3	3	$8E^3$	67/42	29.72	31.72
	C_2	2/3	1		3				2	

Literatürde sönümlemeli kanallar için verilmiş olan 4'lü CPFSK, $h=1/2$ kafes kodu bulunmamaktadır. Bu nedenle, karşılaştırma amacıyla N.Naraghi-Pour'un [51] AWGN kanallar için tasarladığı kafes kodlar referans olarak alınacaktır. Aslında TCM tekniği ile Gauss gürültüsüne göre tasarlanmış bu referans kodların, faz sürekliliği kısıtlamasından dolayı, sönümlemeli kanallar için de en iyi hata başarımına sahip kodlar olması beklenebilir. Ancak bu konuda bugüne değin yapılmış bir araştırma yoktur. Tablo 7.3'te önerilen bazı sistemler ile, referans olarak alınan bazı kodlara ilişkin değerler özetlenmiştir. Genel olarak, önerilen sistemlerin daha büyük ECL , d_p^2 değerlerine ve daha küçük kodçözme karmaşıklıklarına sahip oldukları görülmektedir. Örneğin SF – 12 sistemi, $L=1.86$ ve $ECL=4$, $d_p^2 = 64E^4$ değerlerine sahiptir. Bu sistemle karşılaştırılabilecek bir

referans kod (*Ref.* – 1), $R_s=2/3$ bit/simge oranında ve $L=2$ kodçözme karmaşıklığında $ECL=3$ ve $d_p^2 = 16E^3$ değerlerine sahiptir. $SF-10$ ve $SF-11$ sistemleri, yine oldukça düşük bir kodçözme karmaşıklığında $ECL=8$ ve $d_p^2 = 4096E^8$ gibi, sönmülemeli kanallar için çok iyi bir hata başarımı sağlayabilecek değerlere sahiptir. Bu sistemlerle ve ayrıca $SF-32$ sistemi ile kıyaslanabilecek bir referans kod ise (*Ref.* – 4), $R_s=1$ bit/simge oranında ve $L=6$ kodçözme karmaşıklığında $ECL=4$ ve $d_p^2 = 16E^4$ değerlerine sahiptir.

Tablo 7.3. Sönmülemeli kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile referans kodların karşılaştırılması (4'lü CPFSK, $h=1/2$).

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL	d_p^2	R_s	L	Ref. Kodlar [51] (R_s, ECL, d_p^2, L)
SF – 10	C_1	1/4	3	13	8	$4096E^8$	3/4	6	1) (2/3, 3, $16E^3$, 2) 2) (2/3, 5, $128E^5$, 4) 3) (1, 2, $4E^2$, 3) 4) (1, 4, $16E^4$, 6) 5) (1, 4, $32E^4$, 12)
	C_2	1/2	3						
SF – 11	C_1	1/4	4	16	8	$4096E^8$	3/4	8	
	C_2	1/2	3						
SF – 12 (Ör. – 1)	C_1	2/7	1	6	4	$64E^4$	11/14	1.86	
	C_2	1/2	1						
SF – 13 (Ör. – 2)	C_1	2/7	2	9	4	$64E^4$	11/14	2.72	
	C_2	1/2	1						
SF – 32	C_1	1/3	2	8	6	$256E^6$	1	9.34	
	C_2	2/3	3						
SF – 33	C_1	1/3	3	10	6	$256E^6$	1	10.67	
	C_2	2/3	3						
SF – 52	C_1^p	2/3	5	6	6	$64E^6$	4/3	29.34	
	C_2	2/3	3						

7.2 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 8'Lİ CPFSK, $h=1/2$ SİSTEMLERİ

Şekil 4.4'teki gibi bölmelenen 8'li CPFSK, $h=1/2$ işaret kümesi, $Q=3$ düzeyli olarak kodlanacaktır. Tablo 7.4'te, bu tezde sönümlemeli kanallar için tasarlanan 25 adet 3 düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemi verilmektedir. Tabloda $R_s=3/2, 5/3, 11/6, 2, 13/6$ bit/simge oranlarında elde edilen en iyi sistemler bulunmaktadır. Son düzey kodları, Morales-Moreno ve Pasupthy'nin FFSK kodları arasından seçilmiştir.

Tablo 7.4. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemleri.

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
SF - 61	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	4	$64E^4$	3/2	2	5
	C_3	1/2	1		4				1	
SF - 62	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	6	$32E^5$	3/2	2	6
	C_3	1/2	2		6				2	
SF - 63	C_1	1/2	3	6	6				4	
	C_2	1/2	3	6	6	6	$64E^6$	3/2	4	10
	C_3	1/2	2		6				2	
SF - 64	C_1	1/2	4	7	7				8	
	C_2	1/2	4	7	7	6	$256E^6$	3/2	8	18
	C_3	1/2	2		6				2	
SF - 65	C_1	1/2	4	7	7				8	
	C_2	1/2	4	7	7	7	$128E^7$	3/2	8	20
	C_3	1/2	3		8				4	
SF - 66	C_1	1/2	5	8	8				16	
	C_2	1/2	5	8	8	8	$256E^8$	3/2	16	36
	C_3	1/2	3		8				4	
SF - 67	C_1	1/2	6	10	10				32	
	C_2	1/2	6	10	10	8	$4096E^8$	3/2	32	68
	C_3	1/2	3		8				4	

Tablo 7.4. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF – 68</i>	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	3	$16E^3$	5/3	2	6
	C_3	2/3	1		3				2	
<i>SF – 69</i>	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	4	$64E^4$	5/3	2	8
	C_3	2/3	2		4				4	
<i>SF – 70</i>	C_1	1/2	3	6	6				4	
	C_2	1/2	3	6	6	4	$64E^4$	5/3	4	12
	C_3	2/3	2		4				4	
<i>SF – 71</i>	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	5	$32E^5$	5/3	2	12
	C_3	2/3	3		6				8	
<i>SF – 72</i>	C_1	1/2	3	6	6				4	
	C_2	1/2	3	6	6	6	$64E^6$	5/3	4	16
	C_3	2/3	3		6				8	
<i>SF – 73</i>	C_1	1/2	4	7	7				8	
	C_2	1/2	4	7	7	6	$256E^6$	5/3	8	24
	C_3	2/3	3		6				8	
<i>SF – 74</i>	C_1	1/2	5	8	8				16	
	C_2	1/2	5	8	8	6	$256E^6$	5/3	16	40
	C_3	2/3	3		6				8	
<i>SF – 75</i>	C_1^p	2/3	3	4	4				5.34	
	C_2^p	2/3	3	4	4	4	$16E^4$	11/6	5.34	11.67
	C_3	1/2	1		4				1	
<i>SF – 76</i>	C_1^p	2/3	5	6	6				21.34	
	C_2^p	2/3	5	6	6	6	$64E^6$	11/6	21.34	44.68
	C_3	1/2	2		6				2	

Tablo 7.4. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF – 77</i>	C_1	1/2	3	6	6				4	
	C_2^p	2/3	5	6	6	4	$64E^6$	11/6	21.34	29.34
	C_3	2/3	2		4				4	
<i>SF – 78</i>	C_1^p	3/4	2	3	3				3	
	C_2^p	3/4	2	3	3	3	$8E^3$	2	3	7
	C_3	1/2	1		4				1	
<i>SF – 79</i>	C_1^p	3/4	3	4	4				6	
	C_2^p	3/4	3	4	4	4	$16E^4$	2	6	13
	C_3	1/2	1		4				1	
<i>SF – 80</i>	C_1^p	2/3	5	6	6				21.34	
	C_2^p	2/3	5	6	6	4	$64E^4$	2	21.34	46.67
	C_3	2/3	2		4				4	
<i>SF – 81</i>	C_1^p	2/3	5	6	6				21.34	
	C_2^p	2/3	5	6	6	6	$64E^6$	2	21.34	50.67
	C_3	2/3	3		6				8	
<i>SF – 82</i>	C_1^p	3/4	2	3	3				3	
	C_2^p	3/4	2	3	3	3	$8E^3$	13/6	3	8
	C_3	2/3	1		3				2	
<i>SF – 83</i>	C_1^p	3/4	3	4	4				6	
	C_2^p	3/4	3	4	4	3	$16E^3$	13/6	6	14
	C_3	2/3	1		3				2	
<i>SF – 84</i>	C_1^p	3/4	3	4	4				6	
	C_2^p	3/4	3	4	4	4	$16E^4$	13/6	6	16
	C_3	2/3	2		4				4	
<i>SF – 85</i>	C_1^p	3/4	6	5	5				48	
	C_2^p	3/4	6	5	5	5	$32E^5$	13/6	48	104
	C_3	2/3	3		6				8	

Karam vd.'nin [55] AWGN kanallar için tasarladığı 8'li CPFSK, $h=1/2$ kodları referans olarak alınır, Tablo 7.5'teki gibi bir karşılaştırma yapılabilir. Tablodan görüldüğü gibi, yeni tasarlanan sistemler referans kodlara göre hata başarımı ve kodçözme karmaşıklığı üstünlüklerine sahiptir.

Tablo 7.5. Sönümlemeli kanallar için yeni önerilen bazı sistemler ile referans kodların karşılaştırılması (8'li CPFSK, $h=1/2$).

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL	d_p^2	R_s	L	Ref. Kodlar [55] (R_s, ECL, d_p^2, L)
SF – 67	C_1	1/2	6	10	8	$4096E^8$	3/2	68	1) (2, 1, 2E, 12) 2) (2, 3, 8E ³ , 48)
	C_2	1/2	6	10					
	C_3	1/2	3						
SF – 70	C_1	1/2	3	6	4	$64E^4$	5/3	12	
	C_2	1/2	3	6					
	C_3	2/3	2						
SF – 80	C_1^p	2/3	5	6	4	$64E^4$	2	46.67	
	C_2^p	2/3	5	6					
	C_3	2/3	2						
SF – 83	C_1^p	3/4	3	4	3	$16E^3$	13/6	14	
	C_2^p	3/4	3	4					
	C_3	2/3	1						

7.3 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 16'LI CPFSK, $h=1/2$ SİSTEMLERİ

16'lı CPFSK, $h=1/2$ işaret kümesinin çok düzeyli kodlamaya uygun şekilde bölmenmesi Şekil 4.5'te gösterilmektedir. Son düzeyde FFSK kafes kodları kullanılarak tasarlanan 25 adet yeni sistem Tablo 7.6'da verilmektedir. Tablodaki sistemler, $R_s=2, 13/6, 7/3, 5/2, 8/3, 35/12$ ve 3 bit/simge oranlarında sönümlemeli kanallar için elde edilen en iyi sistemlerdir. Kodlamasız 16'lı CPFSK, $h=1/2$ için $R_s=4, ECL=1, d_p^2 = 2E$ ve $L=30$ olduğu dikkate alınır (Şekil 3.10), önerilen kodlanmış sistemlerin çok yüksek ECL ve d_p^2 değerlerine, buna karşılık çok düşük kodçözme karmaşıklığına sahip oldukları görülmektedir.

Tablo 7.6. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri.

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF – 86</i>	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	4	$64E^4$	2	2	7
	C_3	1/2	2	5	5				2	
	C_4	1/2	1		4				1	
<i>SF – 87</i>	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	5	$32E^5$	2	2	8
	C_3	1/2	2	5	5				2	
	C_4	1/2	2		6				2	
<i>SF – 88</i>	C_1	1/2	3	6	6				4	
	C_2	1/2	3	6	6	6	$64E^6$	2	4	14
	C_3	1/2	3	6	6				4	
	C_4	1/2	2		6				2	
<i>SF – 89</i>	C_1	1/2	4	7	7				8	
	C_2	1/2	4	7	7	7	$128E^7$	2	8	28
	C_3	1/2	4	7	7				8	
	C_4	1/2	3		8				4	
<i>SF – 90</i>	C_1	1/2	5	8	8				16	
	C_2	1/2	5	8	8	8	$256E^8$	2	16	52
	C_3	1/2	5	8	8				16	
	C_4	1/2	3		8				4	
<i>SF – 91</i>	C_1	1/2	6	10	10				32	
	C_2	1/2	6	10	10	8	$4096E^8$	2	32	100
	C_3	1/2	6	10	10				32	
	C_4	1/2	3		8				4	
<i>SF – 92</i>	C_1	1/2	6	10	10				32	
	C_2	1/2	6	10	10	8	$4096E^8$	2	32	84
	C_3	1/2	5	8	8				16	
	C_4	1/2	3		8				4	

Tablo 7.6. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

$Sis.$	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
$SF - 93$	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	3	$16E^3$	13/6	2	8
	C_3	1/2	2	5	5				2	
	C_4	2/3	1		3				2	
$SF - 94$	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	4	$64E^4$	13/6	2	10
	C_3	1/2	2	5	5				2	
	C_4	2/3	2		4				4	
$SF - 95$	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	5	$32E^5$	13/6	2	14
	C_3	1/2	2	5	5				2	
	C_4	2/3	3		6				8	
$SF - 96$	C_1	1/2	3	6	6				4	
	C_2	1/2	3	6	6	6	$64E^6$	13/6	4	20
	C_3	1/2	3	6	6				4	
	C_4	2/3	3		6				8	
$SF - 97$	C_1	1/2	4	7	7				8	
	C_2	1/2	4	7	7	6	$256E^6$	13/6	8	32
	C_3	1/2	4	7	7				8	
	C_4	2/3	3		6				8	
$SF - 98$	C_1	1/2	5	8	8				16	
	C_2	1/2	5	8	8	6	$256E^6$	13/6	16	48
	C_3	1/2	4	7	7				8	
	C_4	2/3	3		6				8	
$SF - 99$	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2^p	2/3	3	4	4	4	$64E^4$	7/3	5.34	13.67
	C_3^p	2/3	3	4	4				5.34	
	C_4	1/2	1		4				1	

Tablo 7.6. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

$Sis.$	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
$SF - 100$	C_1	1/2	3	6	6				4	15.67
	C_2^p	2/3	3	4	4	4	$64E^4$	7/3	5.34	
	C_3^p	2/3	3	4	4				5.34	
	C_4	1/2	1		4				1	
$SF - 101$	C_1^p	2/3	2	3	3				2.67	9
	C_2^p	2/3	2	3	3	3	$8E^3$	5/2	2.67	
	C_3^p	2/3	2	3	3				2.67	
	C_4	1/2	1		4				1	
$SF - 102$	C_1^p	2/3	3	4	4				5.34	17
	C_2^p	2/3	3	4	4	4	$16E^4$	5/2	5.34	
	C_3^p	2/3	3	4	4				5.34	
	C_4	1/2	1		4				1	
$SF - 103$	C_1^p	2/3	5	6	6				21.34	66
	C_2^p	2/3	5	6	6	6	$64E^6$	5/2	21.34	
	C_3^p	2/3	5	6	6				21.34	
	C_4	1/2	2		6				2	
$SF - 104$	C_1^p	2/3	2	3	3				2.67	10
	C_2^p	2/3	2	3	3	3	$8E^3$	8/3	2.67	
	C_3^p	2/3	2	3	3				2.67	
	C_4	2/3	1		3				2	
$SF - 105$	C_1^p	2/3	3	4	4				5.34	20
	C_2^p	2/3	3	4	4	4	$16E^4$	8/3	5.34	
	C_3^p	2/3	3	4	4				5.34	
	C_4	2/3	2		4				4	
$SF - 106$	C_1^p	3/4	2	3	3				3	11
	C_2^p	3/4	2	3	3	3	$8E^3$	35/12	3	
	C_3^p	3/4	2	3	3				3	
	C_4	2/3	1		3				2	

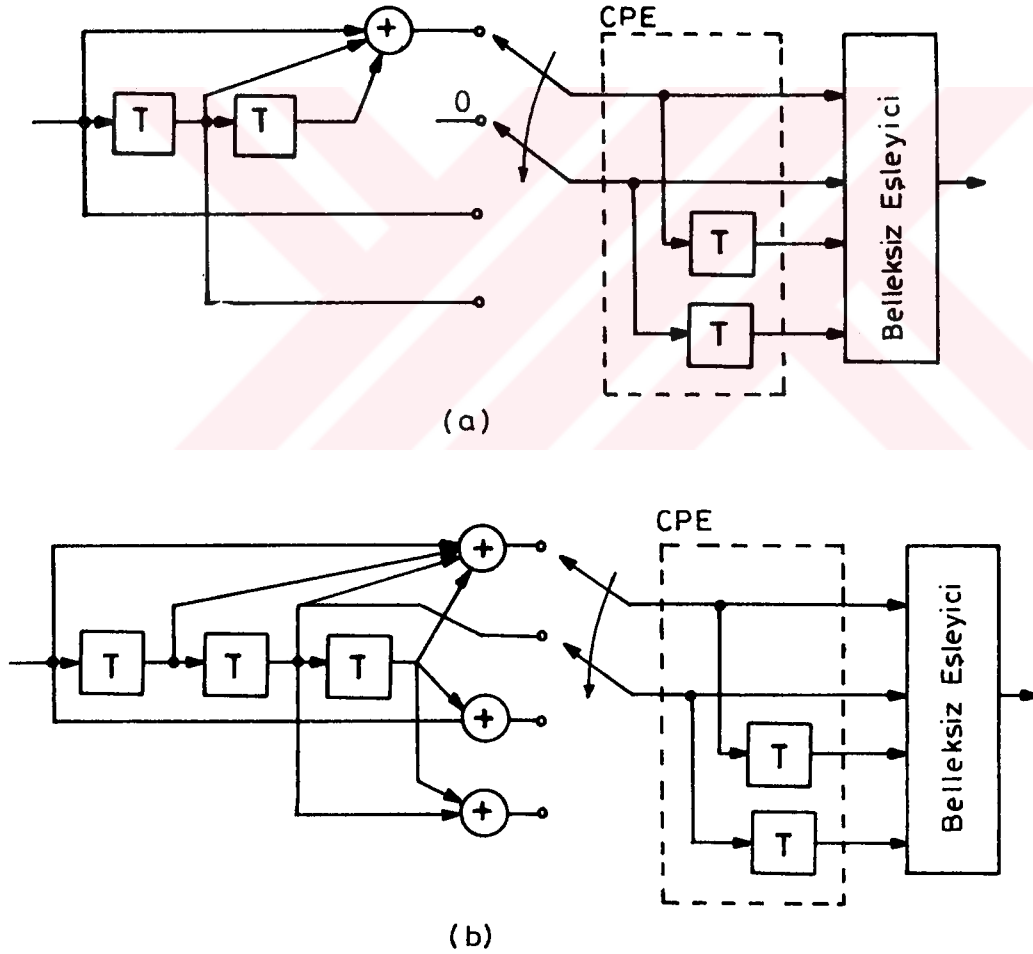
Tablo 7.6. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/2$ sistemleri. (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
SF – 107	C_1^p	3/4	3	4	4				6	
	C_2^p	3/4	3	4	4	3	$16E^3$	35/12	6	20
	C_3^p	3/4	3	4	4				6	
	C_4	2/3	1		3				2	
SF – 108	C_1^p	3/4	3	4	4				6	
	C_2^p	3/4	3	4	4	4	$16E^4$	35/12	6	22
	C_3^p	3/4	3	4	4				6	
	C_4	2/3	2		4				4	
SF – 109	C_1^p	3/4	6	5	4				48	
	C_2^p	3/4	3	4	4	4	$16E^4$	35/12	6	64
	C_3^p	3/4	3	4	4				6	
	C_4	2/3	2		4				4	
SF – 110	C_1^p	5/6	3	3	3				6.67	
	C_2^p	5/6	3	3	3	3	$8E^3$	3	6.67	21
	C_3^p	5/6	3	3	3				6.67	
	C_4	1/2	1		4				1	

7.4 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 8'Lİ CPFSK, $h=1/4$ SİSTEMLERİ

8'li CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesinin $Q=2$ düzeyli olarak bölmelenmesi Şekil 4.6'da gösterilmektedir. İlk bölmeleme düzeyinde elde edilen S^0 ve S^1 alt kümelerinin her biri 4'lü CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesine eşdeğer olduğu için, bu düzeyin kodlanmasında sönümlemeli kanallar için tasarlanmış olan 4'lü CPFSK, $h=1/4$ kafes kodları kullanılmalıdır. Literatürde sönümlemeli kanallar için önerilmiş 4'lü CPFSK, $h=1/4$ kafes kodu bulunmadığı için, son düzey için yeni kod tasarlama yoluna gidilmiştir. 4'lü CPFSK, $h=1/4$ için kodlayıcı tasarımı, ayrıştırma [54] veya uyumlu kodlama [50] yöntemi ile yapılabilir. Katlamalı kodlayıcının oranı $R_Q=1/2$ seçilerek ayrıştırma yöntemi ile yapılan araştırmalar sonunda elde edilen kodların başarımları, Rimoldi'nin [54] AWGN kanallar için tasarladığı 4'lü

CPFSK, $h=1/4$ kafes kodlarının sönümlemeli kanallardaki başarımları ile aynı olmaktadır. AWGN kanallar için tasarlanan kodların sönümlemeli kanallar için de en iyi başarıma sahip olması, bir önceki bölümde olduğu gibi, faz sürekliliği kısıtlamasından kaynaklanmaktadır. Ancak, Rimoldi'nin kodlarında durum sayısındaki artış karşılığında, ECL değerindeki artışın düşük kalması nedeniyle, yüksek ECL değerlerine ulaşabilmek için kodlayıcının oranı $R_Q=1/4$ 'e düşürülmüş ve uyumlu kodlama tekniği kullanılarak, son düzeyde kullanılmak üzere yeni 4'lü CPFSK, $h=1/4$ kafes kodları tasarlanmıştır. Şekil 7.1'de, uyumlu kodlama yöntemi ile elde edilen 4 ve 8 durumlu, sırasıyla $ECL=6$, $d_p^2 = 329.6E^6$ ve $ECL=8$, $d_p^2 = 1318.4E^8$ değerlerine sahip kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/4$ yapıları görülmektedir.



Şekil 7.1 Son düzeyin kodlanması için bu tezde tasarlanan "uyumlu" kodlanmış 4'lü CPFSK, $h=1/4$ yapıları. (a) 4 durumlu. (b) 8 durumlu.

Tablo 7.7’de, 8’li CPFSK, $h=1/4$ modülasyonu için elde edilen 2 düzeyli kodlanmış 25 adet sistem verilmektedir. Tabloda $R_s=4/3, 3/2, 7/4$ bit/simge oranlarında elde edilen en iyi sistemler bulunmaktadır. Son düzey, Rimoldi’nin 4’lü CPFSK, $h=1/4$ kafes kodları ve yukarıda açıklandığı gibi, yeni tasarlanan kodlar kullanılarak oluşturulmuştur.

Tablo 7.7. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8’li CPFSK, $h=1/4$ sistemleri.

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
SF – 111	C_1	2/5	3	8	8	6	$339.6E^6$	9/10	4.8	6.8
	C_2	1/4	2		6				2	
SF – 112	C_1	2/5	4	10	10	6	$339.6E^6$	9/10	9.2	11.2
	C_2	1/4	2		6				2	
SF – 113	C_1	2/5	4	10	10	8	$1318.4E^8$	9/10	9.6	13.6
	C_2	1/4	3		8				4	
SF – 114	C_1	2/5	5	11	11	8	$1318.4E^8$	9/10	19.2	23.2
	C_2	1/4	3		8				4	
SF – 115	C_1	1/2	3	6	6	6	$0.13E^6$	1	4	6
	C_2	1/4	2		6				2	
SF – 116	C_1	1/2	4	7	7	6	$329.6E^6$	1	8	10
	C_2	1/4	2		6				2	
SF – 117	C_1	1/2	5	8	8	6	$329.6E^6$	1	16	18
	C_2	1/4	2		6				2	
SF – 118	C_1	1/2	6	10	10	6	$329.6E^6$	1	32	34
	C_2	1/4	2		6				2	

Tablo 7.7. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ sistemleri. (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF – 119</i>	C_1	1/2	5	8	8	8	$0.07E^8$	1	16	20
	C_2	1/4	3		8				4	
<i>SF – 120</i>	C_1	1/2	6	10	10	8	$1318.4E^8$	1	32	36
	C_2	1/4	3		8				4	
<i>SF – 121</i>	C_1	1/2	8	12	12	8	$1318.4E^8$	1	64	68
	C_2	1/4	3		8				4	
<i>SF – 122</i>	C_1	3/5	5	7	7	6	$329.6E^6$	11/10	44.8	46.8
	C_2	1/4	2		6				2	
<i>SF – 123</i>	C_1	1/3	2	8	8	3	$2.26E^3$	4/3	1.34	5.34
	C_2	1/2	2		3				4	
<i>SF – 124</i>	C_1	1/3	3	10	10	3	$2.26E^3$	4/3	2.67	6.67
	C_2	1/2	2		3				4	
<i>SF – 125</i>	C_1	1/3	2	8	8	4	$9.9E^4$	4/3	1.34	9.34
	C_2	1/2	3		4				8	
<i>SF – 126</i>	C_1	1/3	3	10	10	4	$9.9E^4$	4/3	2.67	10.67
	C_2	1/2	3		4				8	
<i>SF – 127</i>	C_1	1/2	2	5	5	3	$2.26E^3$	3/2	2	6
	C_2	1/2	2		3				4	
<i>SF – 128</i>	C_1	1/2	3	6	6	3	$2.26E^3$	3/2	4	8
	C_2	1/2	2		3				4	

Tablo 7.7. Sönümlmeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 8'li CPFSK, $h=1/4$ sistemleri. (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF – 129</i>	C_1	1/2	2	5	5	4	$9.9E^4$	3/2	2	10
	C_2	1/2	3		4				8	
<i>SF – 130</i>	C_1	1/2	3	6	6	4	$9.9E^4$	3/2	4	12
	C_2	1/2	3		4				8	
<i>SF – 131</i>	C_1	1/2	4	7	7	4	$9.9E^4$	3/2	8	16
	C_2	1/2	3		4				8	
<i>SF – 132</i>	C_1^p	3/4	3	4	4	3	$2.26E^3$	7/4	6	10
	C_2	1/2	2		3				4	
<i>SF – 133</i>	C_1^p	3/4	6	5	5	3	$2.26E^3$	7/4	48	52
	C_2	1/2	2		3				4	
<i>SF – 134</i>	C_1^p	3/4	3	4	4	4	$0.26E^4$	7/4	6	14
	C_2	1/2	3		4				8	
<i>SF – 135</i>	C_1^p	3/4	6	5	5	4	$9.9E^4$	7/4	48	56
	C_2	1/2	3		4				8	

Tasarlanan sistemler, Karam vd.[55] tarafından AWGN kanallar için önerilen ve Tablo 5.8'in sağ kısmında gösterilen referans kodlar ile karşılaştırılsın. Örneğin *SF – 113* ile karşılaştırılabilecek bir referans kod (*Ref. – 1*), $R_s=2$, $ECL=2$, $d_p^2 = 4E^2$ ve $L=24$ değerlerine sahiptir. *SF – 113* sistemi ise, $ECL=8$, $d_p^2 = 1318.4E^8$ ve $L=13.6$ değerlerine sahiptir. Görüldüğü gibi yeni tasarlanan sistem, çok daha küçük kodçözme karmaşıklığında, bir miktar bit/simge oranı kaybı karşılığında çok yüksek ECL ve d_p^2 değerlerine sahiptir.

7.5 ÇOK DÜZEYLİ KODLANMIŞ 16'LI CPFSK, $h=1/4$ SİSTEMLERİ

16'lı CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesinin $Q=3$ düzeye bölmelenmesi Şekil 4.7'de gösterilmektedir. Burada da, son düzeyde elde edilen alt kümelerin ($S^{00}, S^{01}, S^{10}, S^{11}$) her biri 4'lü CPFSK, $h=1/4$ işaret kümesine eşdeğerdir. Bu nedenle son düzey için, Rimoldi'nin 4'lü CPFSK, $h=1/4$ kafes kodları ve bir önceki bölümde anlatıldığı gibi yeni tasarlanan kodlar kullanılmaktadır. Tablo 7.8'de, bu tezde elde edilen 25 adet 3 düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri verilmektedir.

Tablo 7.8. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri.

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
SF - 136	C_1	2/5	3	8	8				4.8	
	C_2	2/5	3	8	8	6	$329.6E^6$	13/10	4.8	11.6
	C_3	1/4	2		6				2	
SF - 137	C_1	2/5	3	8	8				4.8	
	C_2	2/5	3	8	8	8	$0.07E^8$	13/10	4.8	13.6
	C_3	1/4	3		8				4	
SF - 138	C_1	2/5	4	10	10				9.6	
	C_2	2/5	4	10	10	8	$1318.4E^8$	13/10	9.6	23.2
	C_3	1/4	3		8				4	
SF - 139	C_1	2/5	5	11	11				19.2	
	C_2	2/5	5	11	11	8	$1318.4E^8$	13/10	19.2	42.4
	C_3	1/4	3		8				4	
SF - 140	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	5	$0.19E^5$	3/2	2	6
	C_3	1/4	2		6				2	
SF - 141	C_1	1/2	3	6	6				4	
	C_2	1/2	3	6	6	6	$0.13E^6$	3/2	4	10
	C_3	1/4	2		6				2	
SF - 142	C_1	1/2	4	7	7				8	
	C_2	1/2	4	7	7	6	$329.6E^6$	3/2	8	18
	C_3	1/4	2		6				2	

Tablo 7.8. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri. (Devam)

Sis.	C_i	R_i	ν_i	d_{sH_i}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
SF – 143	C_1	1/2	5	8	8				16	
	C_2	1/2	5	8	8	6	$329.6E^6$	3/2	16	34
	C_3	1/4	2		6				2	
SF – 144	C_1	1/2	5	8	8				16	
	C_2	1/2	5	8	8	8	$0.07E^8$	3/2	16	36
	C_3	1/4	3		8				4	
SF – 145	C_1	1/2	6	10	10				32	
	C_2	1/2	6	10	10	8	$1318.4E^8$	3/2	32	68
	C_3	1/4	3		8				4	
SF – 146	C_1	1/3	2	8	8				1.34	
	C_2	1/3	2	8	8	3	$2.26E^3$	5/3	1.34	6.67
	C_3	1/2	2		3				4	
SF – 147	C_1	1/3	3	10	10				2.67	
	C_2	1/3	3	10	10	3	$2.26E^3$	5/3	2.67	9.34
	C_3	1/2	2		3				4	
SF – 148	C_1	1/3	2	8	8				1.34	
	C_2	1/3	2	8	8	4	$9.9E^4$	5/3	1.34	10.67
	C_3	1/2	3		4				8	
SF – 149	C_1	1/3	3	10	10				2.67	
	C_2	1/3	3	10	10	4	$9.9E^4$	5/3	2.67	13.34
	C_3	1/2	3		4				8	
SF – 150	C_1	3/5	3	5	5				11.2	
	C_2	3/5	3	5	5	5	$0.19E^5$	17/10	11.2	24.4
	C_3	1/4	2		6				2	
SF – 151	C_1	3/5	4	6	6				22.4	
	C_2	3/5	4	6	6	6	$0.13E^6$	17/10	22.4	46.8
	C_3	1/4	2		6				2	

Tablo 7.8. Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış 16'lı CPFSK, $h=1/4$ sistemleri. (Devam)

<i>Sis.</i>	C_i	R_i	ν_i	d_{sHi}	ECL_i	ECL	d_p^2	R_s	L_i	L
<i>SF</i> – 152	C_1	3/5	5	7	7				44.8	
	C_2	3/5	5	7	7	6	$329.6E^6$	17/10	44.8	91.6
	C_3	1/4	2		6				2	
<i>SF</i> – 153	C_1	3/5	5	7	7				44.8	
	C_2	3/5	5	7	7	7	$0.1E^7$	17/10	44.8	93.6
	C_3	1/4	3		8				4	
<i>SF</i> – 154	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	3	$2.26E^3$	2	2	8
	C_3	1/2	2		3				4	
<i>SF</i> – 155	C_1	1/2	2	5	5				2	
	C_2	1/2	2	5	5	4	$9.9E^4$	2	2	12
	C_3	1/2	3		4				8	
<i>SF</i> – 156	C_1	1/2	3	6	6				4	
	C_2	1/2	3	6	6	4	$9.9E^4$	2	4	16
	C_3	1/2	3		4				8	
<i>SF</i> – 157	C_1^p	3/4	2	3	3				3	
	C_2^p	3/4	2	3	3	3	$0.37E^3$	5/2	3	10
	C_3	1/2	2		3				4	
<i>SF</i> – 158	C_1^p	3/4	3	4	4				6	
	C_2^p	3/4	3	4	4	3	$2.26E^3$	5/2	6	16
	C_3	1/2	2		3				4	
<i>SF</i> – 159	C_1^p	3/4	3	4	4				6	
	C_2^p	3/4	3	4	4	4	$0.26E^4$	5/2	6	20
	C_3	1/2	3		4				8	
<i>SF</i> – 160	C_1^p	3/4	6	5	5				48	
	C_2^p	3/4	6	5	5	4	$9.9E^4$	5/2	48	104
	C_3	1/2	3		4				8	

BÖLÜM 8

SÖNÜMLEMELİ KANALLAR İÇİN TASARLANAN SİSTEMLERİN HATA BAŞARIM ANALİZİ

Sönümlmeli kanallar için hata başarıml ölçütü olarak etkin kod uzunluğu ve karesel çarpımsal uzaklığın alınması, ancak yüksek işaret/gürültü oranları için sağlıklı olmaktadır. Tüm işaret/gürültü oranlarında hata başarımlarını inceleyebilmek amacıyla, AWGN kanallarda olduğu gibi, tasarlanan sistemlerin bit hata olasılığı üst sınır ifadeleri analitik olarak elde edilmekte ve/veya bilgisayar benzetiminden yararlanılmaktadır. Bu bölümde ayrıca, çok düzeyli kodlanmış sistemlerin sönümlmeli kanallardaki hata olasılığı üst sınır hesabında kullanılabilecek yeni bir hata sınırı tanımı yapılmaktadır.

8.1 ÇOK AŞAMALI KODÇÖZÜCÜ İÇİN SÖNÜMLEMELİ KANALLARDA BİT HATA OLASILIĞI ÜST SINIRLARI

AWGN kanallarda olduğu gibi, sönümlmeli kanallar için de, bit hata olasılığı üst sınır ifadesinin elde edilmesinde kodların aktarım işlevlerinden yararlanılmaktadır. Burada da analiz kolaylığı açısından, çok aşamalı kodçözücüde alt düzeydeki kodçözücülerin üst düzeylere gönderdikleri yan bilgilerin her zaman doğru olduğu varsayımı yapılmaktadır.

Divsalar ve Simon'un [95] gösterdiklerine göre, eşit olasılıklı ve ξ karesel Öklid uzaklıklı iki simgenin AWGN kanallarda hatalı çözülme olasılığı üst sınırı $e^{-\xi/4N_0}$ ise, aynı simgelerin sönümlmeli kanallarda hatalı çözülme olasılığı üst sınırı $\overline{e^{-\xi\rho^2/4N_0}}$ 'dir. Burada ρ sönümleme değişkeni olup,

$$\overline{e^{-\xi\rho^2/4N_0}} = \int_0^\infty e^{-\xi\rho^2/4N_0} p(\rho) d\rho \quad (8.1)$$

olarak tanımlanmaktadır. Görüldüğü gibi, ρ 'nun ξ üzerine etkisi, ρ üzerinden beklenen değer alınarak belirlenmektedir. $p(\rho)$, (7.2) ifadesindeki gibidir. M 'li CPFSK, $h = J/P$ işaret kümesinin bölmeleme sonucu i . bölmeleme düzeyinde elde edilen bir alt kümedeki belirli bir simgenin, diğer alt kümedeki Δ_{i-1} uzaklıklı belirli bir simgeye karışması olasılığı üst sınırı AWGN kanallar için $e^{-\Delta_{i-1}^2/4N_0}$ 'dir. Öyleyse aynı üst sınır, sönümlemeli kanallar için $e^{-\Delta_{i-1}^2\rho^2/4N_0}$ olacaktır. Buradan, 6. Bölümdeki analize benzer biçimde, bir alt kümedeki simgenin seçilme olasılığı ve bu simge seçildiğine göre diğer alt kümedeki Δ_{i-1} uzaklıklı bir simgeye karışması olasılığı $e^{-\Delta_{i-1}^2\rho^2/4N_0}/MP2^{-i}$ ile üstten sınırlanabilir. Böylece, sönümlemeli kanallar için, bir alt kümenin $\overline{W^{(i)}}$ ile gösterilen hatalı çözülme olasılığı üst sınırı,

$$\overline{W^{(i)}} = \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} e^{-\Delta_{i-1}^2\rho^2/4N_0}, \quad i = 1, 2, \dots, Q-1 \quad (8.2)$$

olarak elde edilir. $A^{(i)}$, i . bölmeleme düzeyinde bir alt kümeden diğer alt kümeye Δ_{i-1} uzaklıklı toplam simge sayısını göstermektedir. (8.1)'den yararlanarak (8.2) ifadesi üzerinde işlemler yapılırsa,

$$\begin{aligned} \overline{W^{(i)}} &= \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} \int_0^\infty e^{-\Delta_{i-1}^2\rho^2/4N_0} p(\rho) d\rho \\ &= \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} \int_0^\infty e^{-\Delta_{i-1}^2\rho^2/4N_0} 2\rho(1+K)e^{-K-\rho^2(1+K)} I_0(2\rho\sqrt{K(1+K)}) d\rho \\ &= \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} 2(1+K)e^{-K} \int_0^\infty \rho e^{-[\Delta_{i-1}^2/4N_0+1+K]\rho^2} I_0(2\sqrt{K(1+K)}\rho) d\rho \\ &= \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} 2(1+K)e^{-K} \frac{1}{2[\Delta_{i-1}^2/4N_0+1+K]} e^{K(1+K)/(\Delta_{i-1}^2/4N_0+1+K)} \\ &= \frac{A^{(i)}}{MP2^{-i}} \frac{1+K}{1+K+\frac{\Delta_{i-1}^2}{E}\gamma} e^{(-K\frac{\Delta_{i-1}^2}{E}\gamma)/(1+K+\frac{\Delta_{i-1}^2}{E}\gamma)} \end{aligned} \quad (8.3)$$

elde edilir. Yukarıdaki ifadede

$$\gamma = \frac{E}{4N_0} \quad (8.4)$$

biçimindedir ve integralin çözümünde

$$\int_0^\infty x e^{-ax^2} I_0(bx) dx = \frac{1}{2a} e^{b^2/4a} \quad (8.5)$$

eşitliğinden yararlanılmıştır [96]. Böylece, i . düzeydeki kodun (6.1) ifadesi ile verilen aktarım işlevinde $W^{(i)}$ yerine $\overline{W^{(i)}}$ konularak, sönümlemeli kanallar için aktarım işlevi $T_i(\overline{W^{(i)}})$ elde edilebilir ($i = 1, 2, \dots, Q-1$).

Son düzeyde ($i = Q$) ise, bu düzeydeki kodlanmış P 'li CPFSK, $h = J/P$ kafes yapısının belirlediği geliştirilmiş aktarım işlevinden yararlanır. Bu amaçla, son düzeydeki kafes kodun hata durum diyagramında $[W^{(Q)}]^\xi$ yerine $[\overline{W^{(Q)}}]_{\xi\rho^2}$ yazılarak sönümlmeli kanallar için geliştirilmiş aktarım işlevi $T_Q([\overline{W^{(Q)}}]_{\xi\rho^2}, I)$ elde edilir. $W^{(Q)} = e^{-E/4N_0} = e^{-\gamma}$ biçimindedir. Dolayısıyla, simgeler arasındaki karesel Öklid uzaklığını gösteren ξ , E 'ye normalize alınmalıdır. Ayrıca,

$$[\overline{W^{(Q)}}]_{\xi\rho^2} = \frac{1+K}{1+K+\xi\gamma} e^{-K\xi\gamma/(1+K+\xi\gamma)} \quad (8.6)$$

olduğu, (8.1)'den yararlanarak gösterilebilir. Aktarım işlevi oluşturulurken dikkat edilmesi gereken bir nokta, $[W^{(Q)}]_{\xi_1} \cdot [W^{(Q)}]_{\xi_2}$ şeklinde üstel terimlerle karşılaşıldığı zaman, bu terimler yerine $[\overline{W^{(Q)}}]_{(\xi_1+\xi_2)\rho^2}$ değil, $[\overline{W^{(Q)}}]_{\xi_1\rho^2} \cdot [\overline{W^{(Q)}}]_{\xi_2\rho^2}$ yazılması gerektiğidir.

Böylece, sönümlmeli kanallar için, i . düzeydeki Viterbi kodçözücünün bit hata olasılığı üst sınırı

$$P_{bi} \leq \left. \frac{1}{k_i} \frac{\partial T_i(\overline{W^{(i)}}, I)}{\partial I} \right|_{I=1} \quad (8.7)$$

olarak bulunur ($i = 1, 2, \dots, Q$). Son düzeyin bit hata olasılığında $\overline{W^{(i)}}$ yerine $[\overline{W^{(Q)}}]_{\xi\rho^2}$ yazılmalıdır. Tüm sistemin bit hata olasılığı, $P_b = \sum_{i=1}^Q R_i P_{bi} / \sum_{i=1}^Q R_i$ biçimindedir.

Örnek:

Bölüm 7.1'de 4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için tasarlanan $\ddot{O}r. - 1$ sistemi ele alınsın. İlk düzeydeki $R_1 = 2/7$ kodlama oranlı, $\nu_1=1$ bellek elemanlı ve $d_{sH1}=6$ serbest Hamming uzaklıklı katlamalı kodlayıcı (C_1) için, (6.7) ile verilen aktarım işlevinde $W^{(1)}$ yerine $\overline{W^{(1)}}$ yazarak, sönümlmeli kanallar için aktarım işlevi,

$$T_1(\overline{W^{(1)}}, I) = [\overline{W^{(1)}}]^6 I + \frac{[\overline{W^{(1)}}]^4 (I + I^2) ([\overline{W^{(1)}}]^3 + [\overline{W^{(1)}}]^5 I)}{1 - [\overline{W^{(1)}}]^3 (I + I^2)} \quad (8.8)$$

biçiminde elde edilir. Burada ilk düzey için eşleme kuralı, $0 \Rightarrow S^0 = \{s_0, s_1, s_5, s_4\}$ ve $1 \Rightarrow S^1 = \{s_2, s_3, s_7, s_6\}$ biçiminde seçilmiş olup,

$$\begin{aligned} \overline{W^{(1)}} &= \frac{16}{4 \cdot 2 \cdot 2^{-1}} e^{-2E\rho^2/4N_0} \\ &= 4 \frac{1+K}{1+K+2\gamma} e^{(-2K\gamma)/(1+K+2\gamma)} \end{aligned} \quad (8.9)$$

ve $\gamma = E/4N_0 = (11/56)E_b/N_0$ 'dir. Böylece C_1 kodunu çözen D_1 kodçözücüsü için bit hata olasılığı üst sınır ifadesi,

$$P_{b1} \leq \frac{1}{2} \frac{\partial T_1(\overline{W^{(1)}}, I)}{\partial I} \Big|_{I=1} \quad (8.10)$$

olarak bulunur.

Bölüm 6.1'den de yararlanarak, Ör. – 1 sistemine ait ikinci düzeydeki FFSK kodlayıcısı için hata analizi şu şekilde yapılır: İlk düzeydeki C_1 kodlayıcısının çıkış bitinin 0 olduğu, yani, ilk kodçözme düzeyinde $S^0 = \{s_0, s_1, s_5, s_4\}$ kümesinin seçildiği varsayılın. İkinci düzeyin işaret eşleme kuralı $00 \Rightarrow s_0$, $01 \Rightarrow s_1$, $10 \Rightarrow s_5$ ve $11 \Rightarrow s_4$ olarak verilsin. Bu durumda Şekil 6.3b'deki kafes diyagramda, FFSK kafes kodunun 0 ve 1 durumlarına karşı düşen kümeler $A_0 = \{s_0s_0, s_1s_4\}$ ve $A_1 = \{s_4s_5, s_5s_1\}$ olacaktır. Bu kümelerin verilen bir ikili $\underline{e}$ hata dizisine göre ağırlık profillerini bulmak amacıyla, çıkış dizilerinin ($\underline{c}$), hata dizileri ($\underline{e}$) ile karıştığı durumda, çıkış dizilerinin E' 'ye normalize karesel hata ağırlıkları ($d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$) Tablo 8.1'deki gibi verilir.

Tablo 8.1. İkinci düzeye ilişkin çıkış dizilerinin karesel hata ağırlıkları (sönümlemeli kanal).

A_j	$\underline{c}$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$
A_0	0000	0000	0000	0 + 0	0111	0111	2 + 4
	0111	0000	0111	0 + 0	0111	0000	2 + 4
A_1	1110	0000	1110	0 + 0	0111	1001	2 + 4
	1001	0000	1001	0 + 0	0111	1110	2 + 4

A_j	$\underline{c}$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$
A_0	0000	1110	1110	4 + 2	1001	1001	2 + 2
	0111	1110	1001	4 + 2	1001	1110	2 + 2
A_1	1110	1110	0000	4 + 2	1001	0111	2 + 2
	1001	1110	0111	4 + 2	1001	0000	2 + 2

Tablodan yararlanarak, hata ağırlık profilleri,

$$F(A_0, 0000, [\overline{W^{(2)}}]_{\xi\rho^2}) = F(A_1, 0000, [\overline{W^{(2)}}]_{\xi\rho^2}) = 2$$

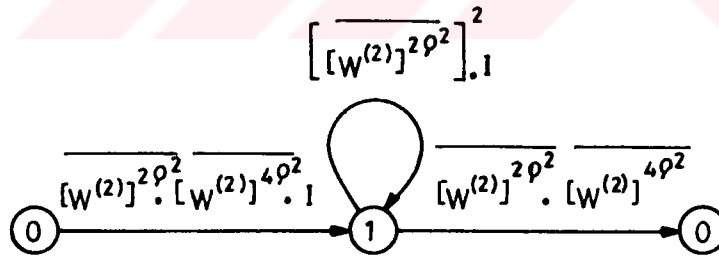
$$\begin{aligned}
F(A_0, 0111, \overline{[W^{(2)}]^{\xi\rho^2}}) &= F(A_1, 0111, \overline{[W^{(2)}]^{\xi\rho^2}}) = 2\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}} \cdot \overline{[W^{(2)}]^{4\rho^2}} \\
F(A_0, 1110, \overline{[W^{(2)}]^{\xi\rho^2}}) &= F(A_1, 1110, \overline{[W^{(2)}]^{\xi\rho^2}}) = 2\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}} \cdot \overline{[W^{(2)}]^{4\rho^2}} \\
F(A_0, 1001, \overline{[W^{(2)}]^{\xi\rho^2}}) &= F(A_1, 1001, \overline{[W^{(2)}]^{\xi\rho^2}}) = 2[\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}}]^2 \quad (8.11)
\end{aligned}$$

olarak bulunmakta ve ikinci düzey için düzgün hata özelliği koşulları sağlanmaktadır. Burada $\overline{[W^{(2)}]^{\xi\rho^2}}$, (8.6) eşitliğinde tanımlandığı gibidir. Böylece her bir hata dizisi için hata ağırlık profilleri ile, her hata dizisinin belli bir durumda ortaya çıkma olasılıkları çarpılarak elde edilmiş olan olası hata ağırlık profilleri Tablo 8.2'deki gibi olur:

Tablo 8.2. İkinci düzeye ilişkin hata dizilerinin olası hata ağırlık profilleri (sönümlmeli kanal).

Hata Dizisi	Ağırlık Profili $\times 2^{-1}$
0000	1
0111	$\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}} \cdot \overline{[W^{(2)}]^{4\rho^2}}$
1110	$\overline{[W^{(2)}]^{4\rho^2}} \cdot \overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}}$
1001	$[\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}}]^2$

Buradan, ikinci düzeydeki FFSK kafes koda ait hata durum diyagramı Şekil 8.1'deki gibi elde edilir.



Şekil 8.1. İkinci düzeydeki FFSK kafes kodun hata durum diyagramı (sönümlmeli kanal).

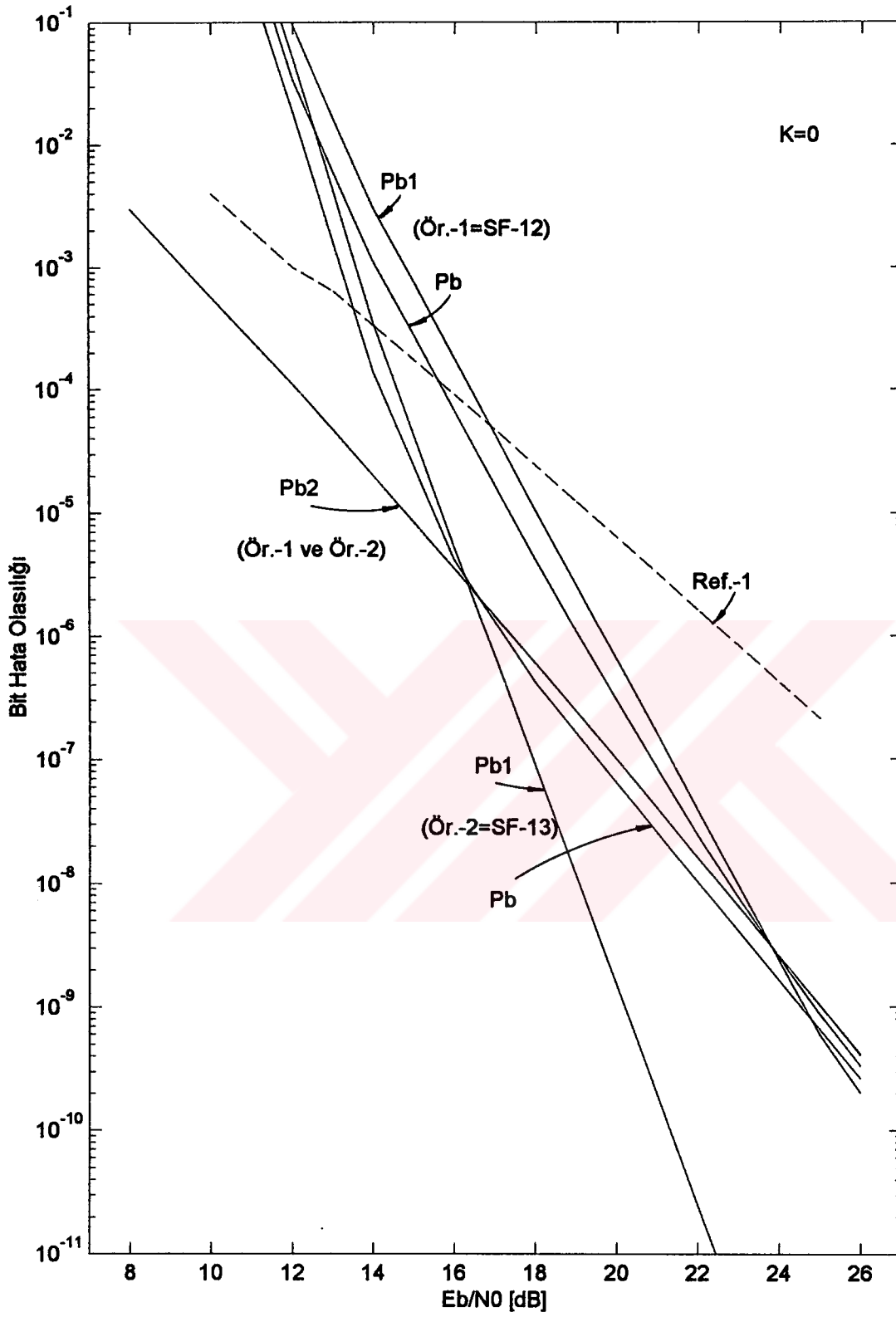
Bu diyagramdan yararlanarak, ikinci düzeyin geliştirilmiş aktarım işlevi,

$$T_2(\overline{[W^{(2)}]^{\xi\rho^2}}, I) = \frac{[\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}}]^2 \cdot [\overline{[W^{(2)}]^{4\rho^2}}]^2 I}{1 - \overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}} I} \quad (8.12)$$

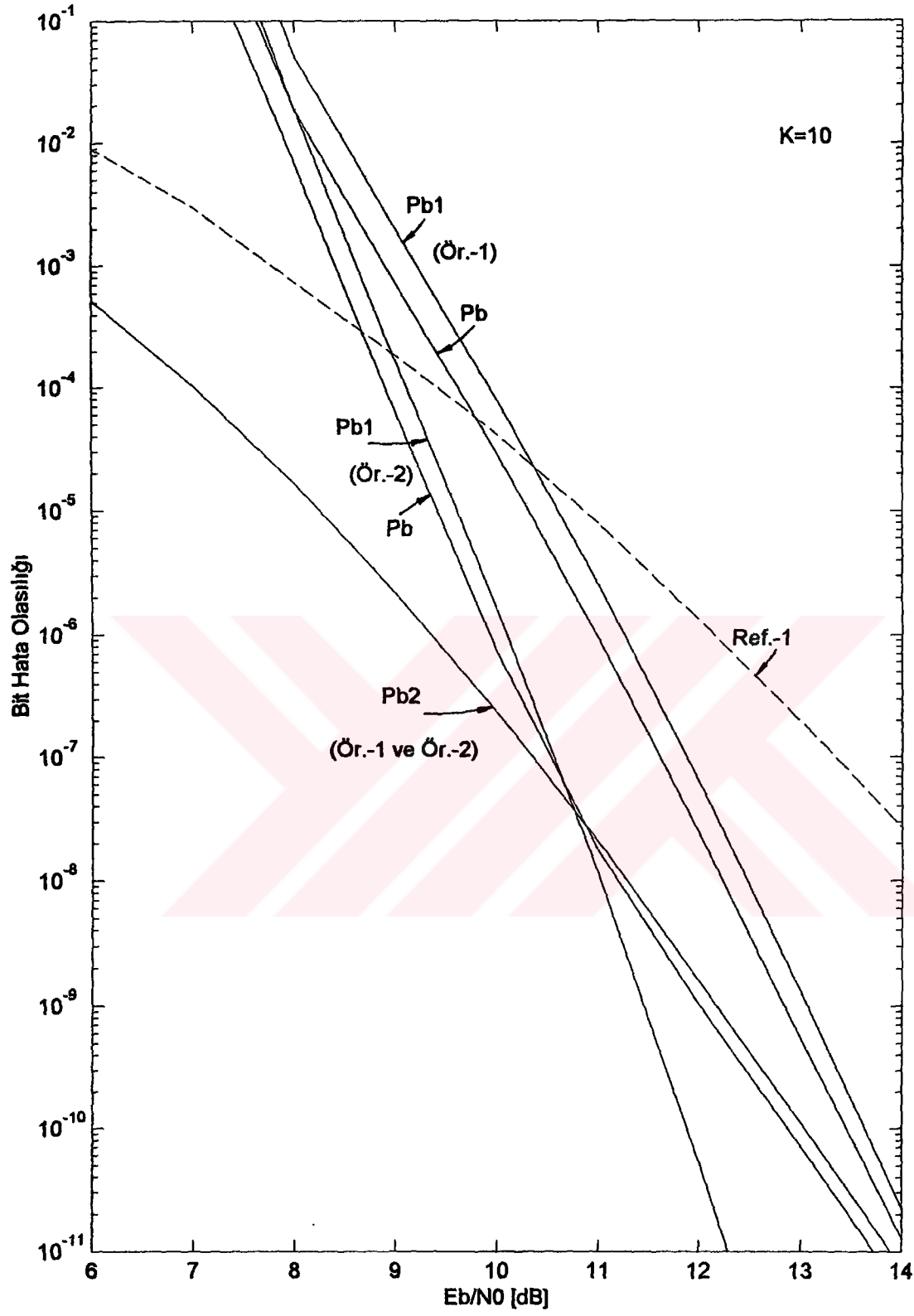
olarak elde edilir. Böylece ikinci düzeydeki kodçözücünün bit hata olasılığı üst sınırı

$$P_{b2} \leq \left. \frac{\partial T_2([W^{(2)}]^{E\rho^2}, I)}{\partial I} \right|_{I=1} \quad (8.13)$$

olur. Tüm sistemin bit hata olasılığı üst sınırı ise, $P_b = ((2/7)P_{b1} + (1/2)P_{b2}) / (2/7 + 1/2)$ olur. $\tilde{O}r. - 1$ sisteminin bit hata olasılığı üst sınırlarına ilişkin eğriler bilgisayarda sayısal olarak hesaplanmış ve işaret/gürültü oranı E_b/N_0 'a göre $K=0$ (Rayleigh) için Şekil 8.2'de ve $K=10$ (Rician) için Şekil 8.3'te verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, hata olasılığındaki etkin terim ilk düzeyden gelmektedir. İlk düzeyin hata olasılığı küçültülmek istenirse, bu düzeydeki 2/7 oranlı katlamalı kodlayıcı olarak $\nu_1=2$ ve $d_{sH1}=9$ değerlerine sahip kodlayıcı kullanılabilir. Bu durumda Bölüm 7.1'de $\tilde{O}r. - 2$ olarak adlandırılan sistem elde edilir. $\tilde{O}r. - 2$ sisteminin bit hata olasılığı üst sınır eğrileri yine $K=0$ ve $K=10$ durumları için sırasıyla yine Şekil 8.2'de ve Şekil 8.3'te verilmiştir. $P_b=10^{-5}$ 'te, $\tilde{O}r. - 2$ sisteminin $\tilde{O}r. - 1$ sistemine göre $K=0$ için 2 dB, $K=10$ için 1 dB daha fazla kodlama kazancına sahip olduğu görülmektedir. Karşılaştırma amacıyla, Şekil 8.2 ve Şekil 8.3'te, Tablo 7.3'teki *Ref. - 1* koduna ilişkin üst sınır eğrileri de verilmektedir. $K=0$ ve $K=10$ için, $\tilde{O}r. - 1$ ve $\tilde{O}r. - 2$ sistemlerinin her ikisi de, özellikle yüksek işaret/gürültü oranlarında *Ref. - 1*'e göre daha iyi hata başarımı sağlamaktadır.



Şekil 8.2. Ör. - 1, Ör. - 2 sistemlerinin ve Ref. - 1 kodunun bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$).

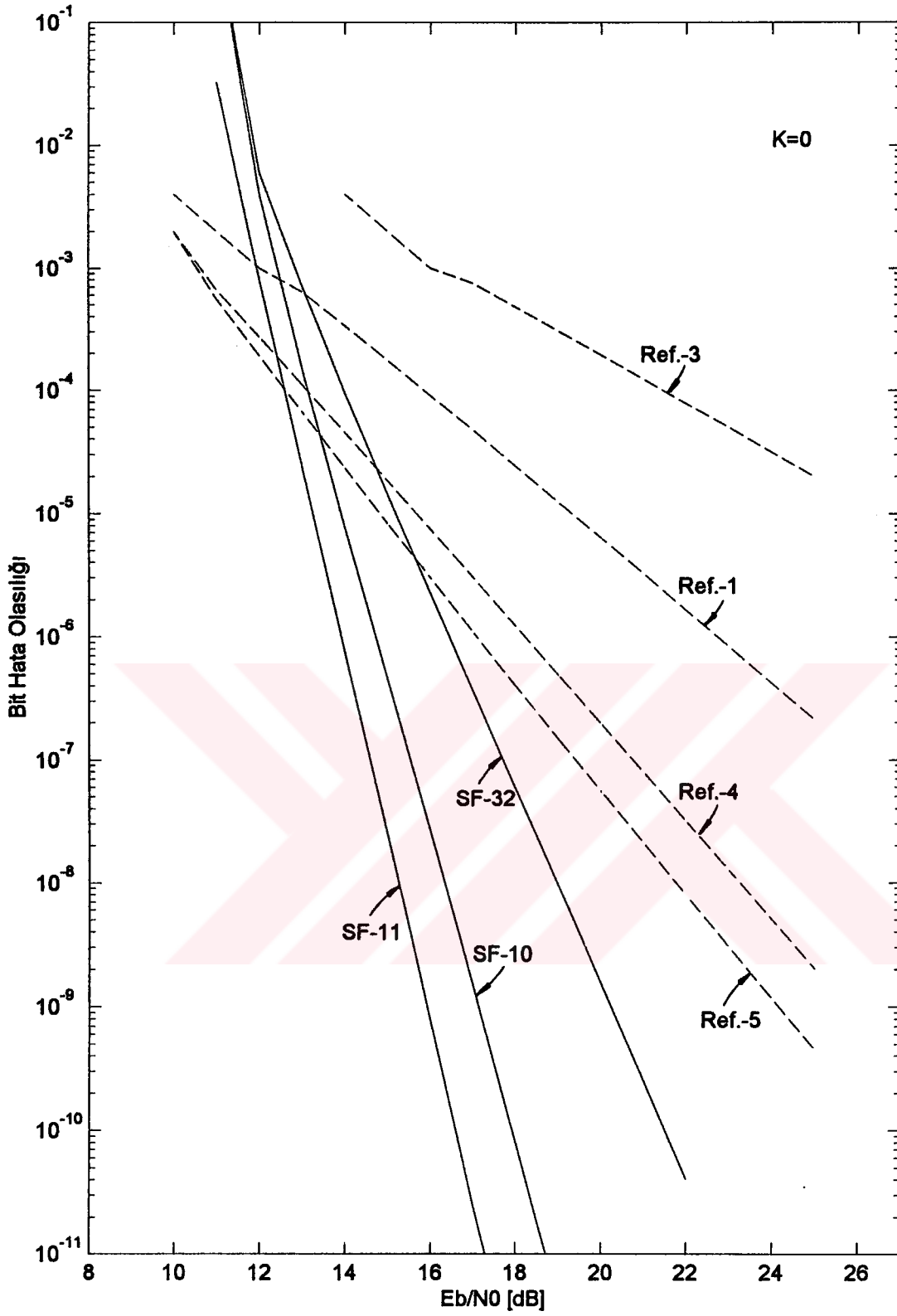


Şekil 8.3. Ör. - 1, Ör. - 2 sistemlerinin ve Ref. - 1 kodunun bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$).

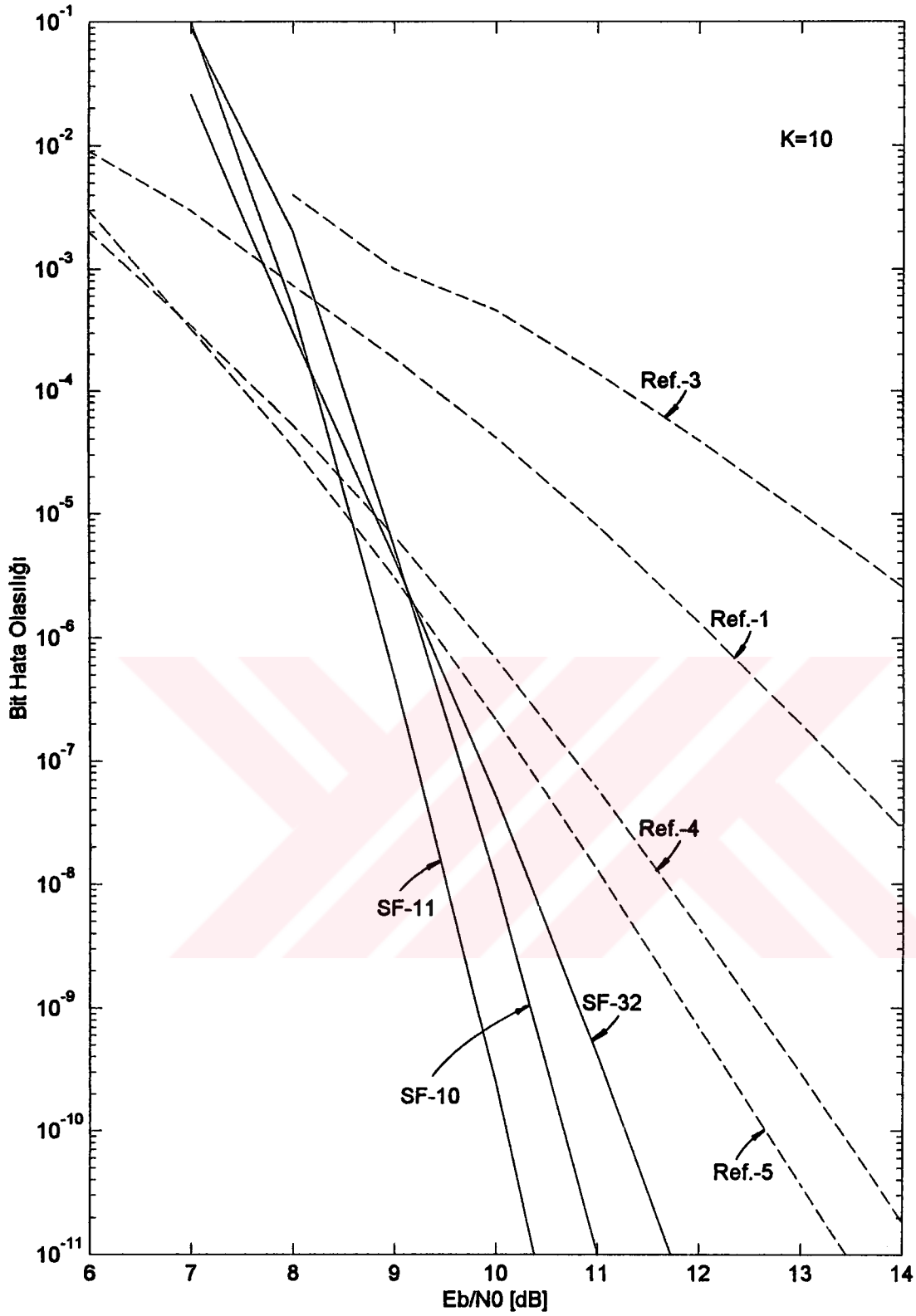
8.1.1 Tasarlanan Sistemler İçin Bit Hata Olasılığı Üst Sınırları

Şekil 8.4'te $K=0$ için ve Şekil 8.5'te $K=10$ için, 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanan diğer bazı sistemlerin ve literatürden referans olarak alınan bazı kodların bit hata olasılık üst sınır eğrileri görülmektedir. Buradaki referans kodlar, Tablo 7.3'te verilen referans kodlardır. Her iki şekilden görüldüğü gibi, yeni tasarlanan sistemler özellikle yüksek işaret/gürültü oranlarında hata başarım üstünlüğüne sahiptirler. Kodlamasız 4'lü CPFSK, $h=1/2$ işaret kümesi paralel geçiş içerdiği için, bu modülasyon türüne ilişkin $ECL=1$ olmaktadır ve bu nedenle sönümlmeli kanaldaki bit hata olasılığı üst sınırı çok büyük olmaktadır. Bu nedenle, kodlamasız duruma ilişkin üst sınır eğrisine şekilde yer verilmemiştir. Bu durum, bu tezdeki diğer tüm kodlamasız M 'li CPFSK, $h = J/P$ modülasyonları için geçerlidir.

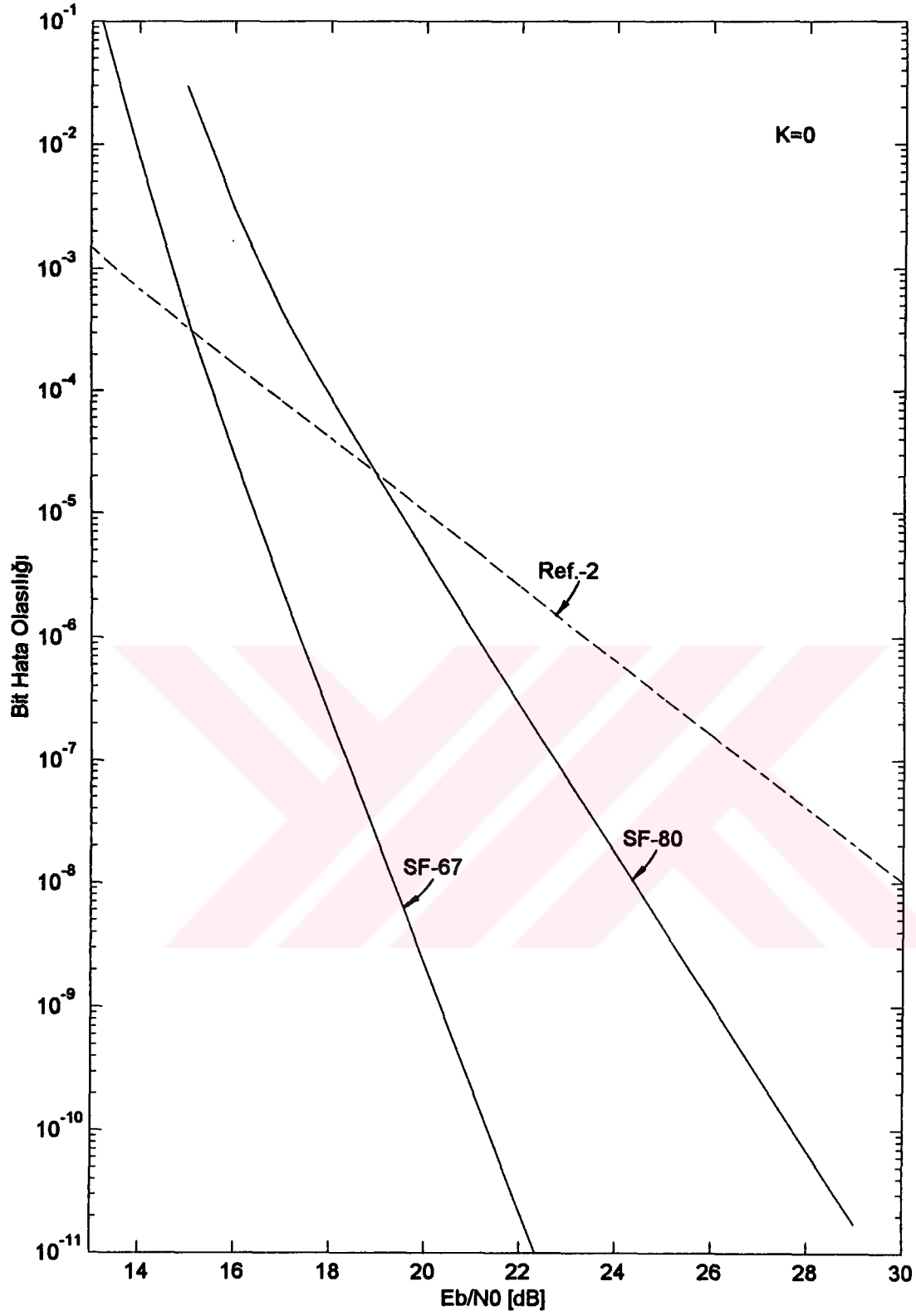
Şekil 8.6 ve Şekil 8.7'de 8'li CPFSK, $h=1/2$ için, Şekil 8.8 ve Şekil 8.9'da 16'lı CPFSK, $h=1/2$ için, Şekil 8.10 ve Şekil 8.11'de 8'li CPFSK, $h=1/4$ için tasarlanan ve literatürden referans olarak alınan bazı sistemlerin bit hata olasılığı üst sınır eğrileri, sırasıyla $K=0$ ve $K=10$ için verilmektedir. 8'li CPFSK, $h=1/2$ ve 8'li CPFSK, $h=1/4$ için referans olarak alınan kodlar, sırasıyla Tablo 7.5 ve Tablo 5.8'den alınmıştır. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'da olduğu gibi, burada da yeni tasarlanan sistemlerin özellikle yüksek işaret/gürültü oranlarında hata başarım üstünlüğüne sahip oldukları görülmektedir.



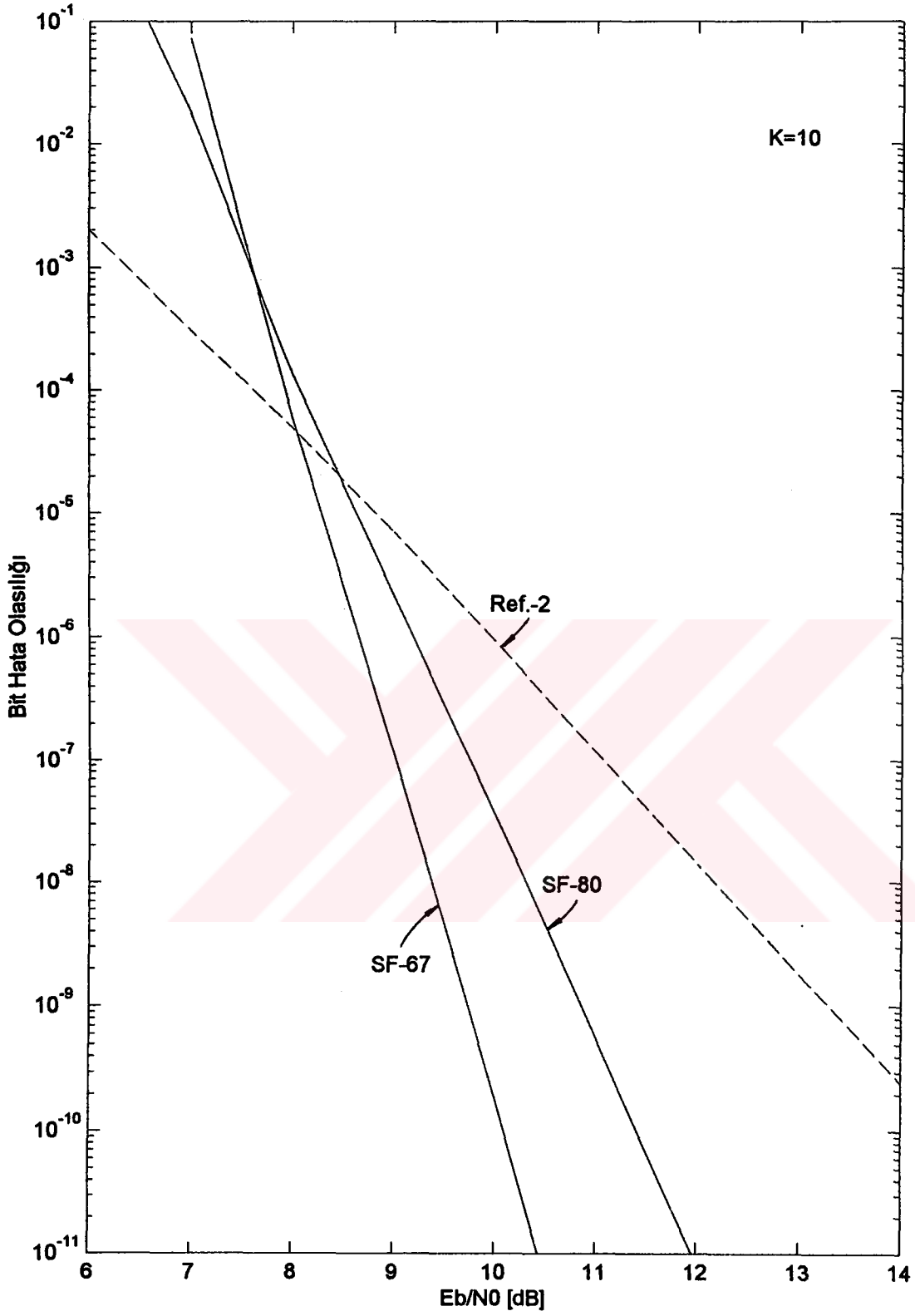
Şekil 8.4. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$).



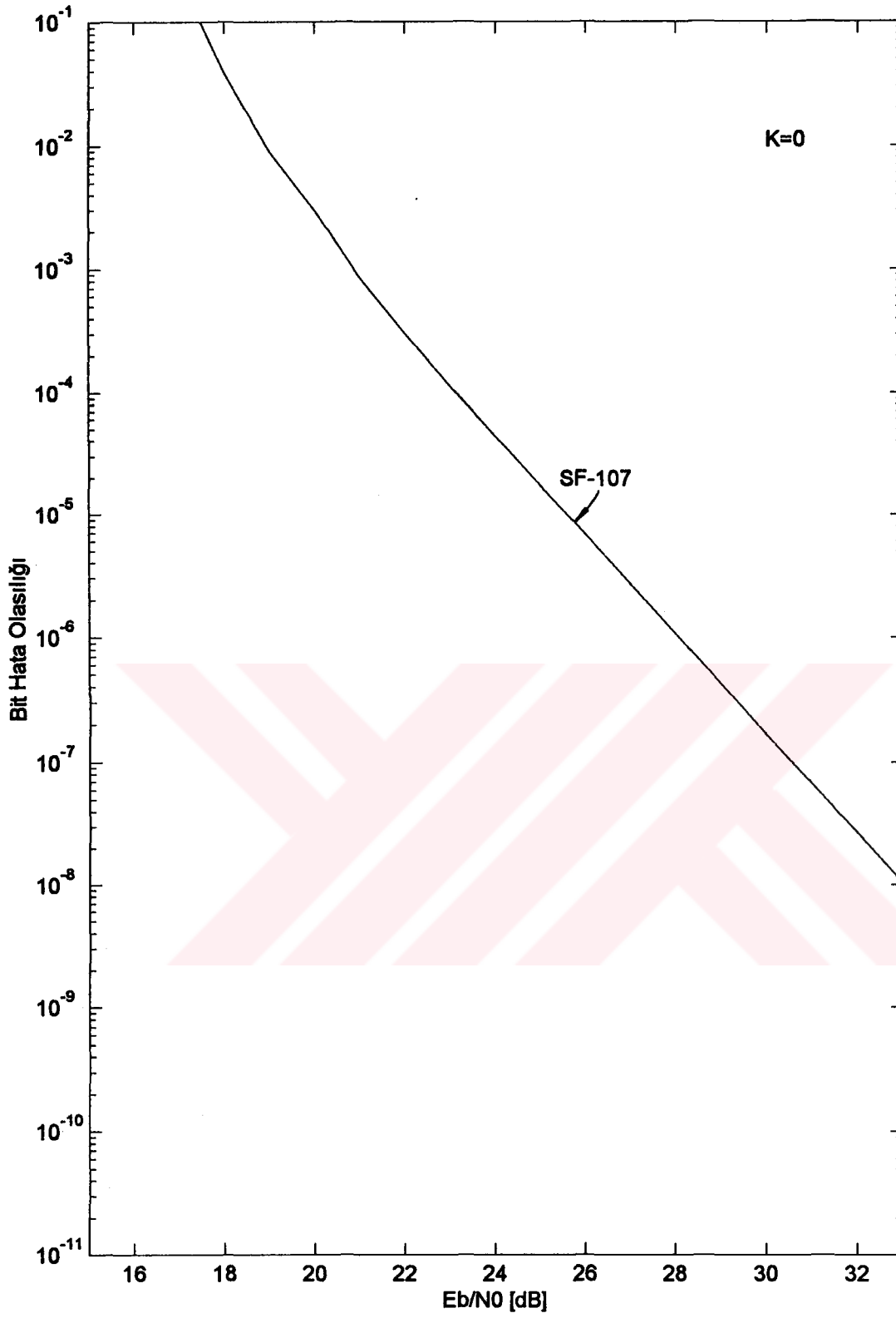
Şekil 8.5. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$).



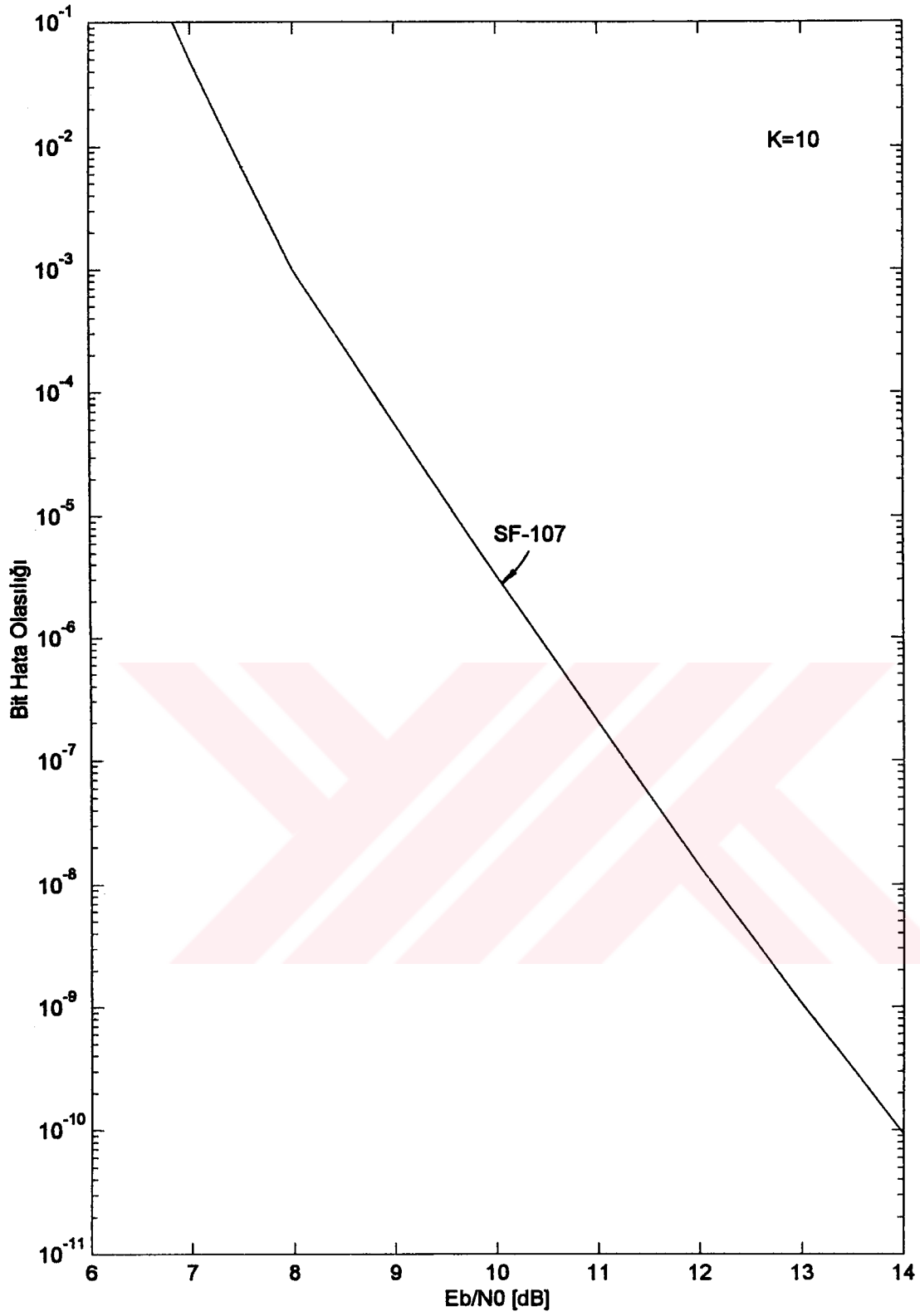
Şekil 8.6. 8'li CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$).



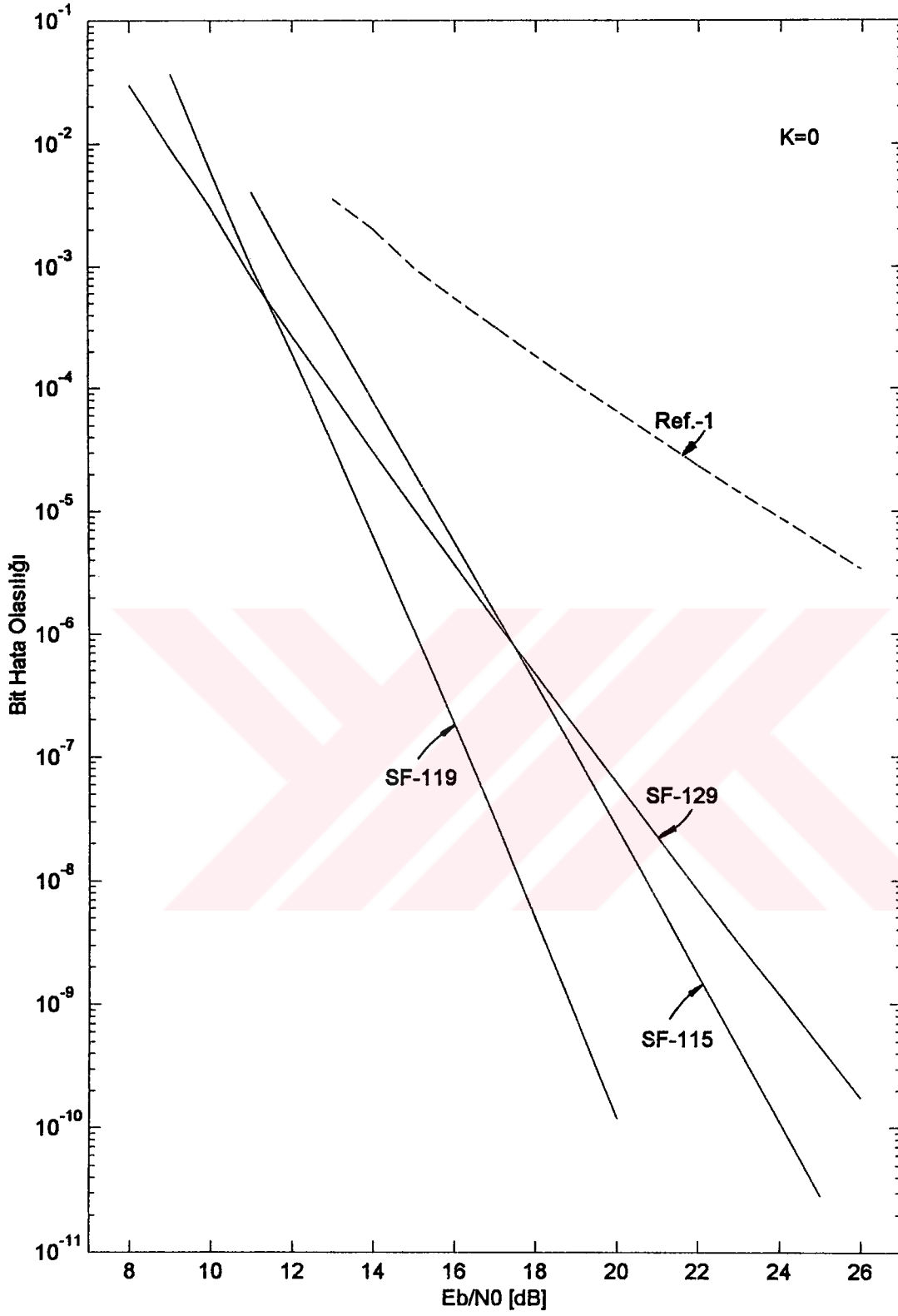
Şekil 8.7. 8'li CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$).



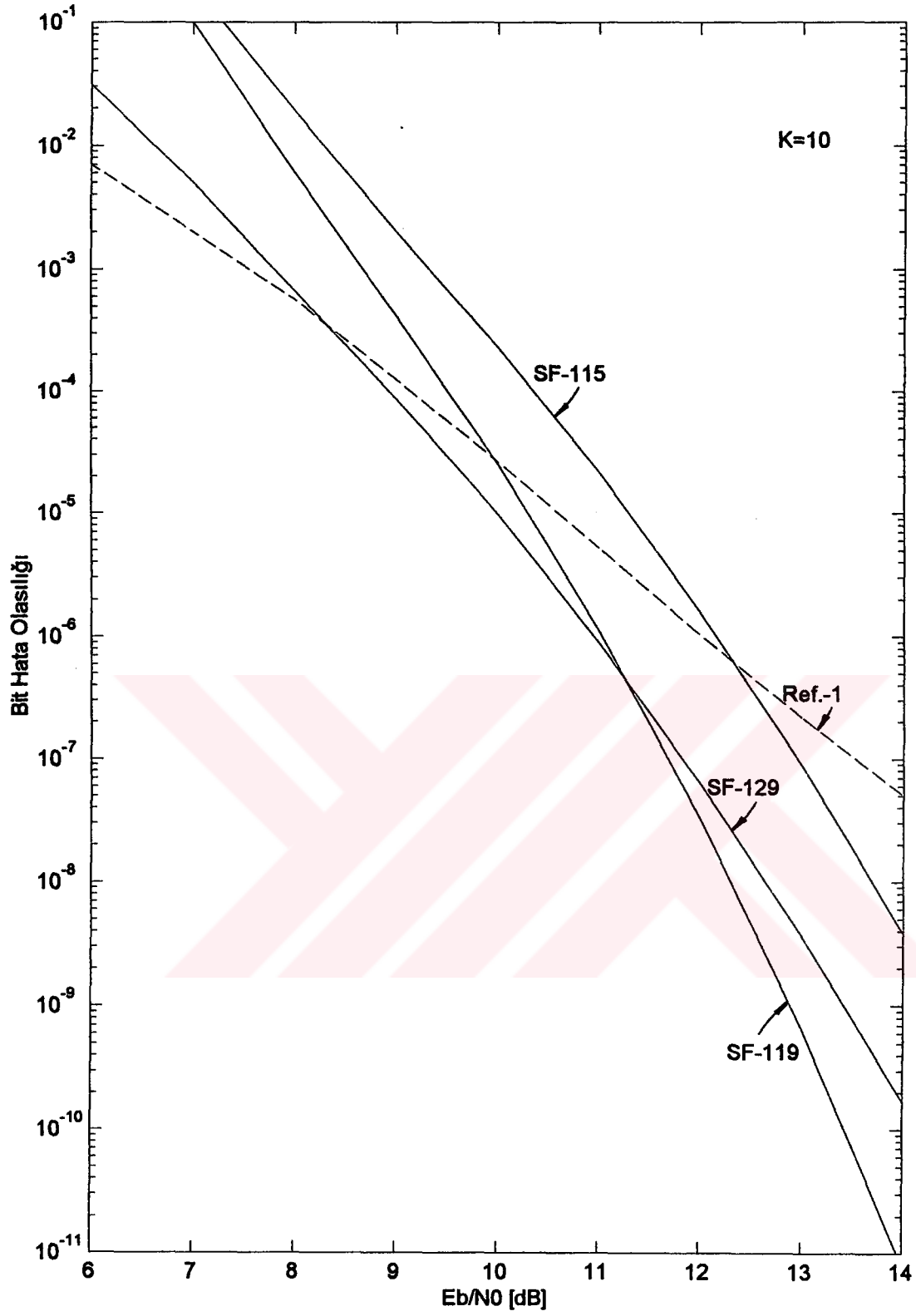
Şekil 8.8. 16'lı CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$).



Şekil 8.9. 16'lı CPFSK, $h=1/2$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$).



Şekil 8.10. 8'li CPFSK, $h=1/4$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$).

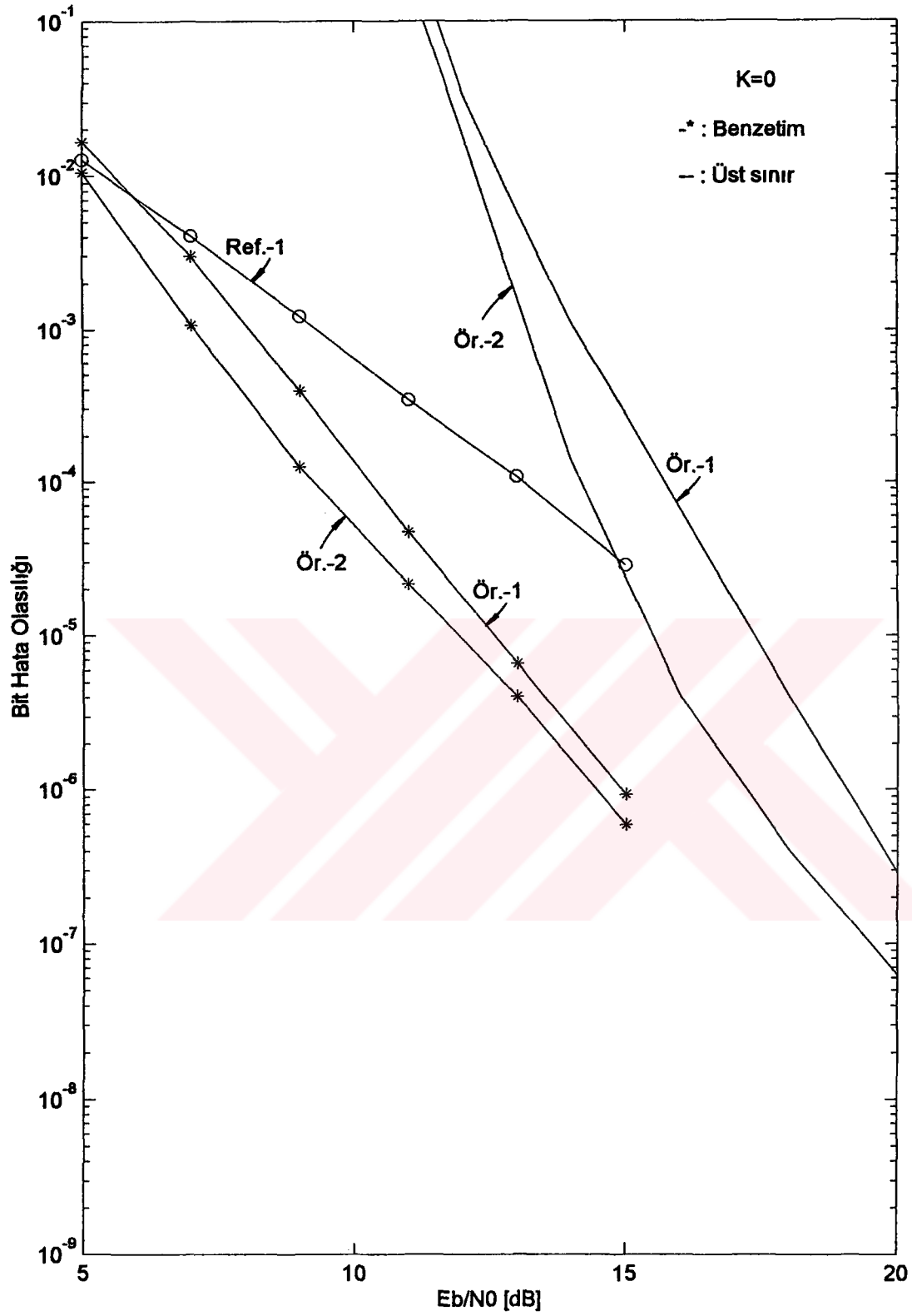


Şekil 8.11. 8'li CPFSK, $h=1/4$ için bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$).

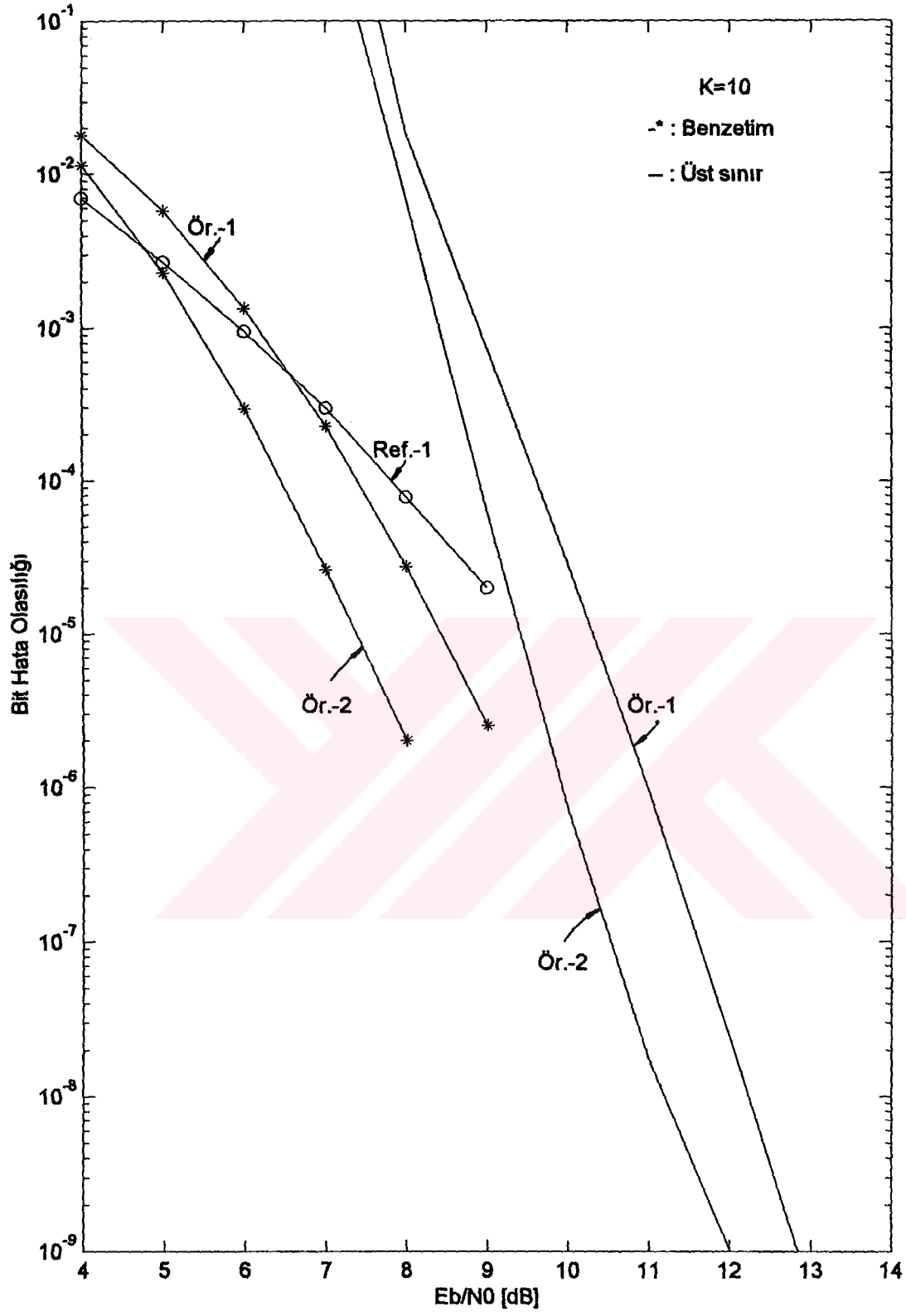
8.2 TASARLANAN SİSTEMLERİN HATA BAŞARIMLARININ BİLGİSAYAR BENZETİMİ YARDIMIYLA BELİRLENMESİ

Tasarlanan sistemlerin, sönümlemeli kanallarda gerçek bit hata olasılıklarını belirlemek amacıyla, bilgisayar benzetiminden yararlanılmış ve benzetimi yapılacak her sistem için C programlama dili yardımıyla ayrı bir program yazılmıştır. Benzetimlerde Monte-Carlo yöntemi kullanılmıştır. Kanal, belirli olasılık yoğunluk işlevine sahip rastgele değişken üretme teknikleri [93] kullanılarak, Rayleigh ($K=0$) ve Rician ($K=10$) sönümlemeli olarak modellenmiştir. Birbirinden istatistiksel bağımsız olarak üretilen sönümleme değişkenleri (ρ_n), gönderilen simgeler (z_n) ile çarpılmış ve toplamsal beyaz Gauss gürültüsü (η_n) eklenerek, alıcıya gelen işaret elde edilmiştir. Gürültünün varyansı değiştirilerek sağlanan her bir işaret/gürültü oranı için bit hata olasılıkları, yeteri sayıda deneme yapılarak belirlenmiştir. Viterbi kodçözücünün karar adım sayısı 10 olarak seçilmiştir.

Sönümlemeli kanal durumunda iletişim sistemi Şekil 5.1'deki yapı ile modellenmektedir. Tek fark, gönderilen işaretin AWGN'ye ek olarak bir çarpımsal sönümleme katsayısından etkilenmesi ve böylece alınan işaretin $r_n = \rho_n z_n + \eta_n$ biçiminde olmasıdır. Bu model yardımıyla Ör. – 1 ve Ör. – 2 sistemlerinin bilgisayar benzetimi gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, bit hata olasılığı üst sınırları ile beraber, $K=0$ için Şekil 8.12'de, $K=10$ için Şekil 8.13'te verilmektedir. Şekil 8.12 ve Şekil 8.13'te ayrıca, Tablo 7.3'teki Ref. – 1 kodu için benzetim sonuçları verilmektedir. Ör. – 1 sistemi, $P_b = 10^{-4}$ değerinde, Ref. – 1'e göre $K=0$ için 2.5 dB, $K=10$ için 0.7 dB kodlama kazancı sağlamaktadır. Ör. – 2 sistemi ise, aynı bit hata olasılığında, Ref. – 1'e göre $K=0$ durumunda 4 dB, $K=10$ durumunda 1.4 dB kodlama kazancı sağlamaktadır.



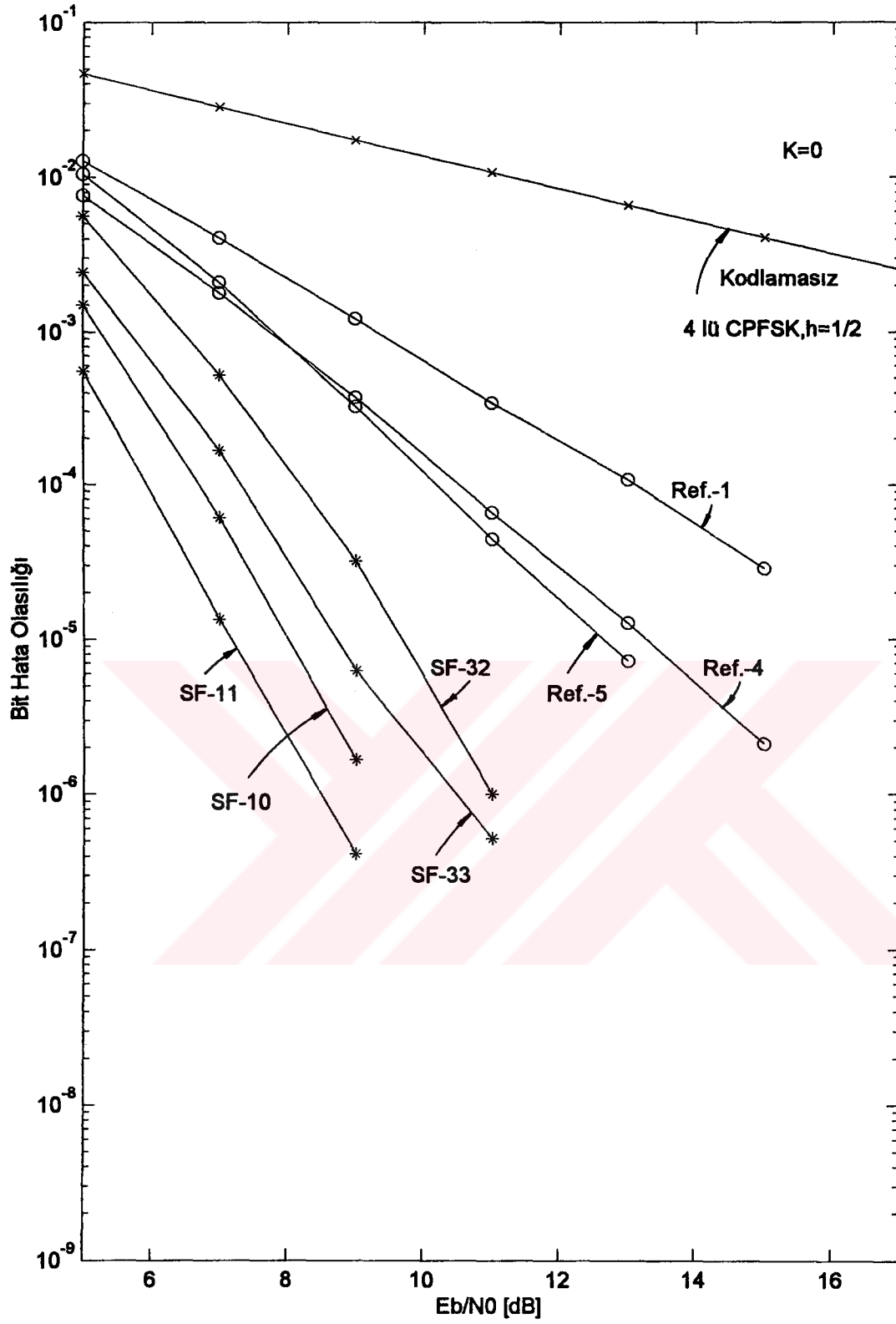
Şekil 8.12. Ör. - 1, Ör. - 2 sistemlerinin ve Ref. - 1 kodunun benzetim sonuçları ve bit hata olasılığı üst sınırları ($K=0$).



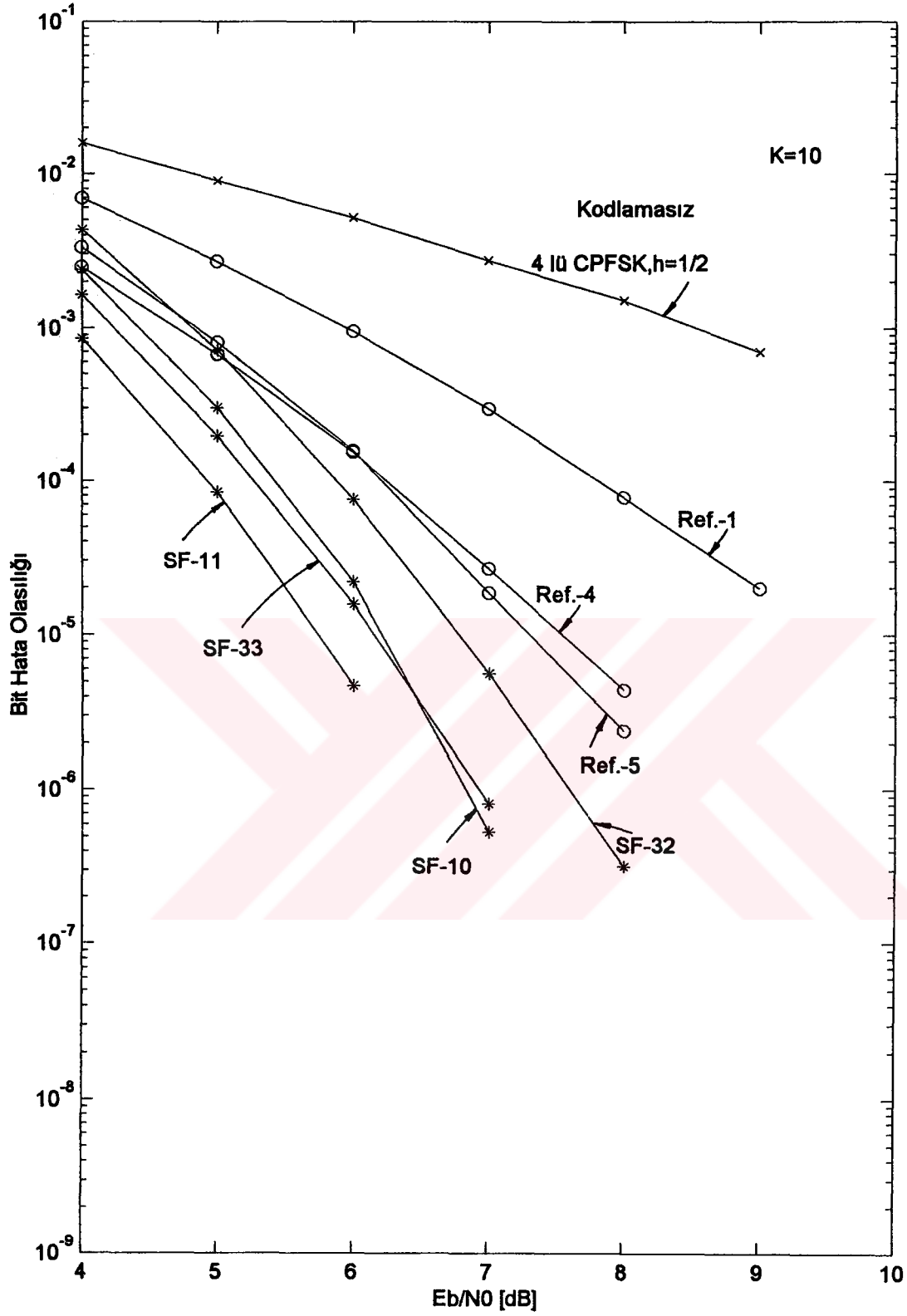
Şekil 8.13. Ör. - 1, Ör. - 2 sistemlerinin ve Ref. - 1 kodunun benzetim sonuçları ve bit hata olasılığı üst sınırları ($K=10$).

4'lü CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanan diğer bazı sistemlerin ve Tablo 7.3'teki referans kodların bit hata olasılığı benzetim sonuçları, Şekil 8.14'te $K=0$ için, Şekil 8.15'te ise $K=10$ için verilmektedir. Şekil 8.14'ten görüldüğü gibi, $K=0$ durumunda, yeni sistemler tüm referans kodlara göre hata başarımı üstünlüğüne sahiptir. Örneğin $SF - 32$ ve $SF - 33$ sistemleri, $P_b = 10^{-5}$ hata olasılığı için, $Ref. - 4$ 'e göre sırasıyla 3.75 dB ve 4.35 dB kodlama kazancı sağlamaktadır. Aynı sistemlerin $Ref. - 5$ 'e göre kazançları, sırasıyla 3 dB ve 4 dB'dir. $SF - 10$ ve $SF - 11$ sistemleri, $Ref. - 4$ ve $Ref. - 5$ 'e göre 6 dB'e varan kazançlar sağlamaktadır. Şekil 8.15'teki $K=10$ durumunda, $SF - 32$ dışındaki diğer sistemler, tüm referans kodlardan daha küçük hata olasılığına sahiptirler. Örneğin $E_b/N_0=7$ dB'deki bit hata olasılıkları, $Ref. - 4$ için $2.64 * 10^{-5}$, $Ref. - 5$ için $1.84 * 10^{-5}$ olmasına karşın, $SF - 33$ sistemi için $8 * 10^{-7}$ 'dir. $SF - 32$ sistemi, $P_b = 10^{-3}$ değerinden sonra $Ref. - 4$ ve $Ref. - 5$ 'e üstünlük sağlamaktadır.

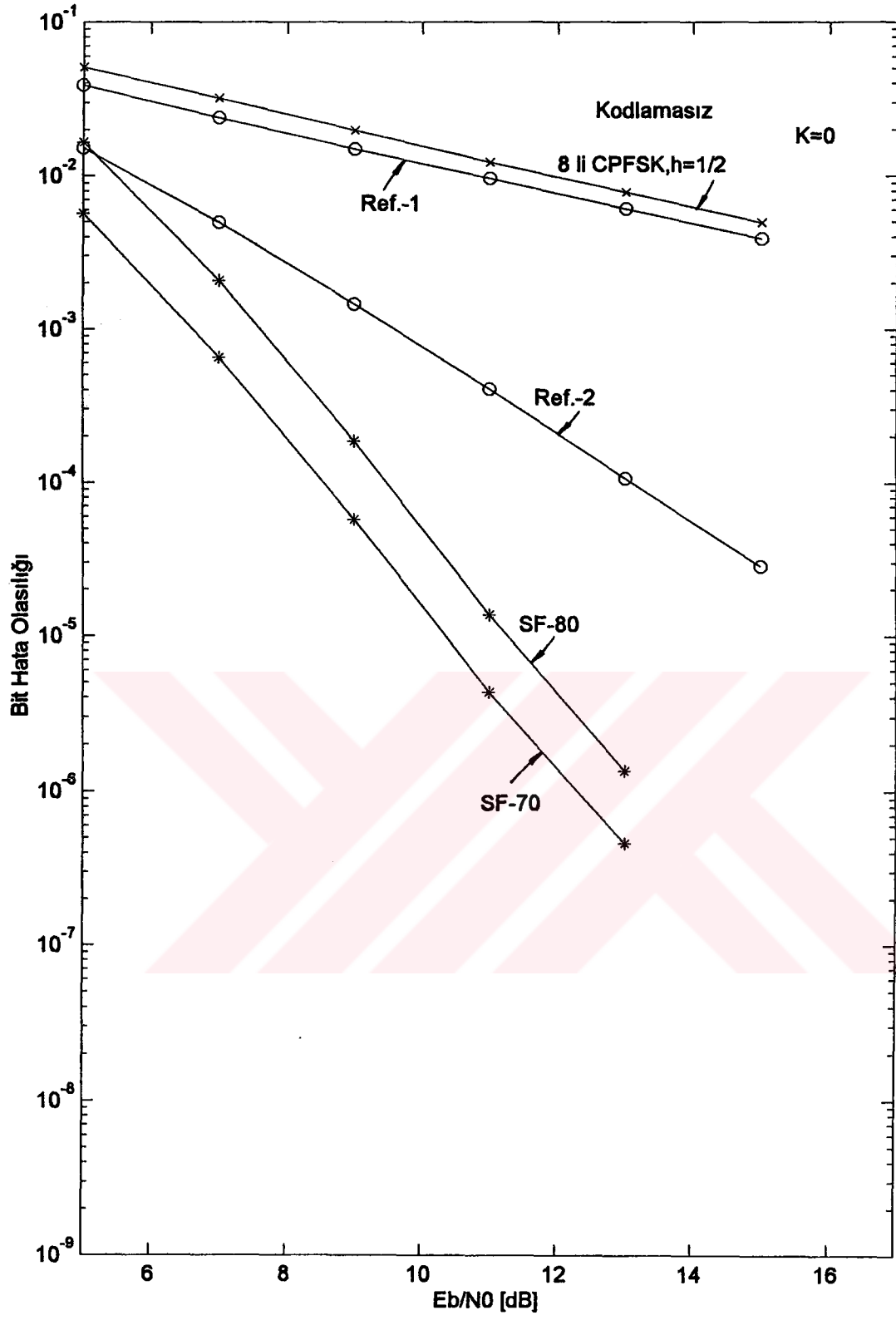
Şekil 8.16 ve Şekil 8.17'de ise, 8'li CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanan bazı sistemlerin ve Tablo 7.5'teki referans kodların benzetim sonuçları, sırasıyla $K=0$ ve $K=10$ için verilmektedir. Örneğin $K=0$ için $SF - 80$ sisteminin, $P_b = 10^{-4}$ 'de $Ref. - 2$ 'ye göre sağladığı kazanç 3.8 dB'dir. $SF - 70$ sisteminin sağladığı kazanç ise 4.3 dB'dir. $K=10$ için aynı sistemlerin, aynı hata olasılıklarında $Ref. - 2$ 'ye göre sağladıkları kazançlar sırasıyla 0.7 dB ve 0.8 dB olmaktadır.



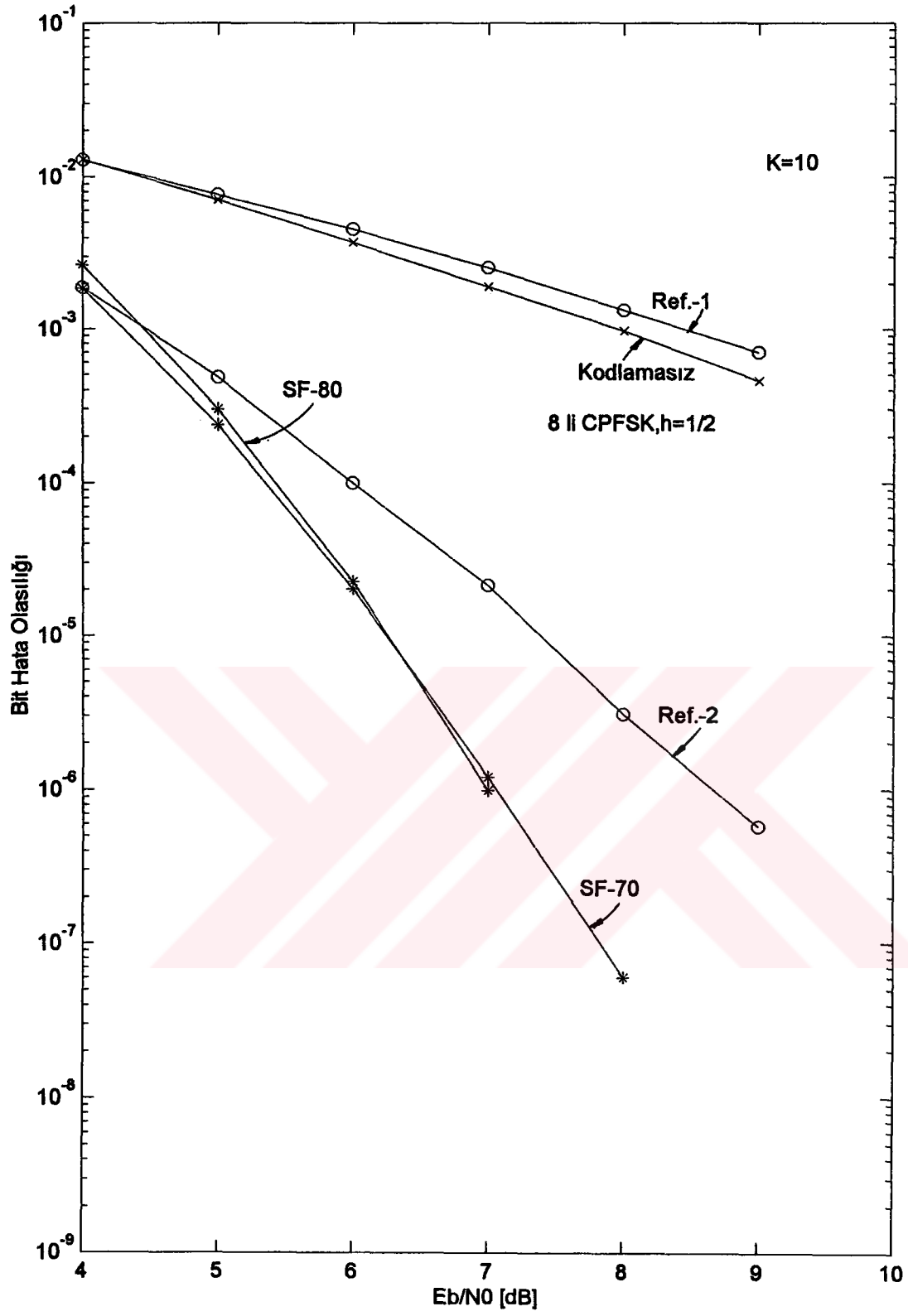
Şekil 8.14. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları ($K=0$).



Şekil 8.15. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları ($K=10$).



Şekil 8.16. 8'li CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları ($K=0$).



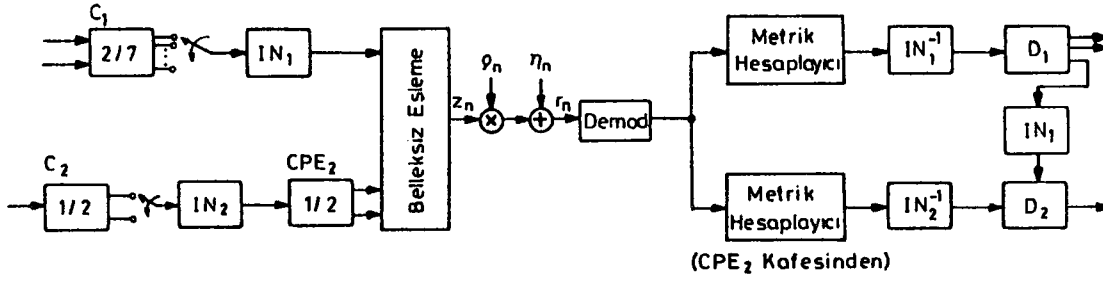
Şekil 8.17. 8'li CPFSK, $h=1/2$ için benzetim sonuçları ($K=10$).

8.3 ÇOK AŞAMALI KODÇÖZÜCÜ İÇİN İDEAL OLMAYAN SÖNÜMLEMELİ KANALLARDA BİT HATA OLASILIĞI ÜST SINIRLARI

Buraya kadar yapılan analizlerde, kanaldaki birbirini izleyen ρ_n sönümleme değişkenlerinin istatistiksel bağımsız olduğu varsayılmaktaydı. "İdeal olmayan sönümleme" olarak adlandırılan istatistiksel bağımsızlığın olmadığı durumlarda ise, hata başarımındaki düşüşü engellemek amacıyla, Viterbi kodçözücünde kullanılan metriklerdeki ρ_n sönümleme değişkenleri arasındaki ilişki en aza indirilmelidir. Bu amaçla kullanılan teknikler; serpiştirme, birden fazla alıcı anten kullanma (uzay çeşitlemesi-space diversity), işareti farklı frekanslardan gönderme (frekans çeşitlemesi-frequency diversity) veya kutuplama çeşitlemesi (polarization diversity) olarak sıralanabilir [86]. Frekans ve polarizasyon çeşitlemesi teknikleri, genel olarak iletim band genişliğini artırdıkları için, bu tezin amacına tam olarak uygun değildirler. Ancak, serpiştirme veya uzay çeşitlemesi band genişliğini de-ğiştirmedikleri için, ilişkili ρ_n durumunda kullanılabilirler. Dolayısıyla bu tezde ideal sönümlemeli kanallar için tasarlanmış tüm sistemler, serpiştirme veya uzay çeşitlemesi teknikleri ile birlikte ideal olmayan sönümleme durumunda da kullanılabilirler. Uzay çeşitlemesinde birden fazla alıcı anten kullanılarak, gönderilen işaretler farklı antenlerden alınmakta ve Viterbi kodçözücünde her simge aralığına ilişkin metrik hesabında farklı antenlerden elde edilen ρ_n değerleri kullanılarak, kodçözücünün istatistiksel bağımsız ρ_n değerlerinden etkilenmesi sağlanmaktadır. Ancak bu yöntemde birden fazla alıcı anten kullanımı, gezgin iletişim sistemleri için pratik bir çözüm değildir. Bu gibi durumlarda, çok aşamalı kodçözmede hata patlamasını önlemek amacıyla Bölüm 6.2'de anlatılmış bulunan serpiştirici tekniği kullanılması gerekmektedir. Yani serpiştirici, hata patlamasını önlemenin yanında, Viterbi kodçözücünde istatistiksel bağımsız ρ_n varsayımına olanak tanımaktadır. Ancak, Bölüm 6.2'den farklı olarak, ideal olmayan sönümlemeli kanallar için tüm kodlama düzeylerinde serpiştirici kullanımı zorunlu olmaktadır.

Örnek:

İdeal olmayan sönümlemeli kanallarda, 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanmış, serpiştirici kullanan $\bar{O}r.-1$ sistemine ilişkin iletişim modeli Şekil 8.18'deki gibidir.



Şekil 8.18. İdeal olmayan sönümlenme durumunda $\bar{O}r. - 1$ sisteminin serpiştirici kullanılarak gerçekleştirilmesi (4'lü CPFSK, $h=1/2$).

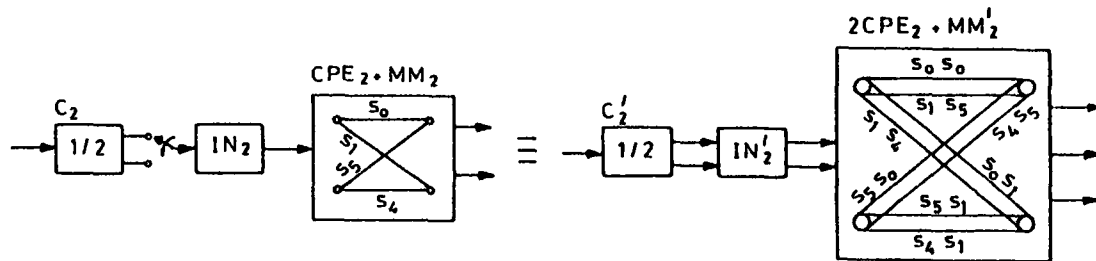
Şekilden görüldüğü gibi, her iki düzeye de serpiştirici yerleştirilmiştir. Serpiştiricilerin boyutları ne kadar büyük olursa, kanaldaki ρ_n 'ler arasındaki ilişki o denli az ölçüde Viterbi kodçözücülere yansiyacaktır. Genel olarak serpiştiricinin boyutları, sürekli sönümlenme etkisinin olduğu maksimum süreye göre seçilir. Alıcı kısmın ilk düzeyindeki metrik hesaplayıcı, (7.4) ile verilen metrikleri hesaplar. Bu metrikler, IN_1^{-1} serpiştirici çözücüsünden geçirilerek, C_1 kodunu çözmek üzere Viterbi Algoritması kullanan D_1 kodçözücüsüne verilir. Son düzeydeki IN_2 serpiştiricisi, alıcı kısımdaki ikinci düzeye ilişkin $C_2 + CPE_2$ birleşik kafesini bozmaktadır. Bu durumda alıcı kısmın ikinci düzeyinde, C_2 'nin kafesi ile CPE_2 'nin kafesi ayrılacaktır. Burada CPE_2 (FFSK) kafesi üzerinde Viterbi Algoritması kullanılamamaktadır. Çünkü sönümlenme değişkenleri arasındaki ilişki, hata başarımını düşürecektir. Bu nedenle önce, alınan işaretler FFSK demodülatörü yardımıyla demodüle edilir ve metrik hesaplayıcı yardımıyla metrikler hesaplanır. Sonra, metrikler IN_2^{-1} serpiştirici çözücüsünden geçirilerek D_2 kodçözücüsüne verilir. İkinci düzey için metrikler, genelde simge başına değil simge dizisi başına, (kodlamasız) FFSK kafesi üzerindeki yollar üzerinden hesaplanır. Bu durumda metrik,

$$m_2(\underline{r}, \underline{y_2y_3}) = \min_{z_k \in S(\hat{y}_1 y_2 y_3)_k} \sum_{k=n}^{n+N_p} |r_k - \rho_k z_k|^2, y_2 y_3 = 00, 01, 10, 11 \quad (8.14)$$

olarak verilebilir. N_p , ilgilenilen simge aralığı dışında, FFSK demodülatöründen fazladan kaç simge aralığı bilgi alındığının göstergesidir. $\underline{r} = (r_n r_{n+1} \dots r_{n+N_p})$ ise, $N_p + 1$ simge aralıklı alınan simge dizisini göstermektedir. $\underline{y_2y_3}$ ise, $\underline{y_2y_3} = (y_2 y_3)_n (y_2 y_3)_{n+1} \dots (y_2 y_3)_{n+N_p}$ biçiminde, C_2 kodlayıcısının $N_p + 1$ simgeye karşı düşen $2(N_p + 1)$ bitlik çıkış dizisini göstermektedir. $\hat{y}_1$, C_1 'in çıkış biti y_1 'in alıcıda

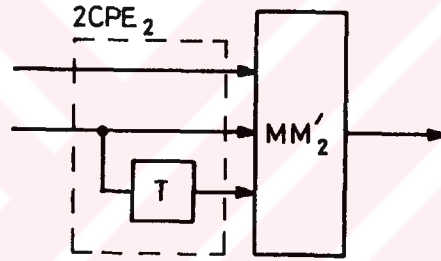
kestirilen değeri olup, $S^{(y_1 y_2 y_3)_k}$, k . anda son bölmeleme düzeyindeki FFSK alt kümesinin elemanlarını göstermektedir. Yukarıdaki ifadedeki minimum alma işlevi, FFSK kafesi üzerindeki tüm yollar dikkate alınarak yapılmaktadır. $N_p=0$ alınması, son düzeydeki FFSK kafesinden yararlanılmadan simge-simge metrik hesabına karşı düşer. Küçük N_p değerleri için, N_p arttıkça hata başarımı iyileşmektedir. Ancak bir N_p değerinden sonra (örneğin $N_p \geq 3$ için), metrik hesaplayıcı ve serpiştirici çözücü üzerinden Viterbi kodçözücüye aktarılan sönümleme değişkenleri arasındaki ilişki, hata başarımını düşürmeye başlar. Ayrıca N_p değerinin artması, hem gecikmenin hem de kodçözücü karmaşıklığının çok artmasına yol açar. Bu nedenle, olabildiğince küçük N_p değerlerinde olabildiğince iyi hata başarımı elde edilmeye çalışılır. Bu şekildeki kodçözme yöntemi, en iyiye yakın (suboptimum) bir yöntemdir. Bu tezde $N_p=0$ seçilerek, bu durumda bile, tasarlanan sistemlere ilişkin hata başarımlarının, birleşik kafes (en iyi çözüm) ile elde edilen hata başarımı ile yaklaşık aynı olduğu gösterilmektedir.

Serpiştirici kullanan, TCM tekniğine göre kodlanmış CPFSK'nın sönümlemeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırının hesaplanmasına ilişkin en iyiye yakın bir yöntem Yiin ve Stüber [97] tarafından verilmiştir. Ancak, Yiin ve Stüber'in yöntemiyle hata başarım analizinde elde edilen sonuçlar, Şekil 8.18'in son düzeyindeki anahtarlı yapı için değil, birbirine doğrudan bağlı kodlayıcı, serpiştirici ve sürekli faz modülatörü için verilmektedir. Bu nedenle, çok düzeyli kodlanmış durumda aynı yöntemle hata başarım analizi yapabilmek için ikinci düzeydeki anahtarlı yapının doğrudan bağlı eşdeğeri kullanılmalıdır. Şekil 8.19'da Ör. – 1 sisteminin ikinci düzeyinin birbirine eşdeğer anahtarlı ve doğrudan bağlı biçimleri gösterilmektedir.



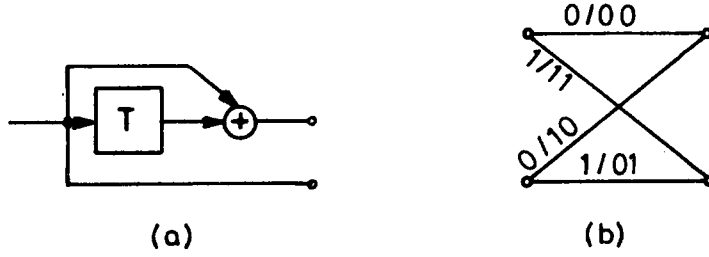
Şekil 8.19. Ör. – 1 sisteminin ikinci düzeyinin anahtarlı ve doğrudan bağlı biçimleri.

Şekilde $CPE_2 + MM_2$, ikinci düzeydeki sürekli faz kodlayıcısı (CPE_2) ile belsiz eşleyici (MM_2) birleşimini, yani 4'lü CPFSK, $h=1/2$ sistemleri için FFSK modülatörünü göstermektedir. Doğrudan bağlı yapıdaki $2CPE_2 + MM'_2$ bloğu ise, Lee vd. [60] 'nin geliştirdikleri yapıya benzer biçimde, iki tane FFSK modülatörü birleşiminden oluşan, son düzeye ilişkin yeni bir faz modülatörünü simgelemektedir. $2CPE_2 + MM'_2$ kafesinin dallarına hangi simgelerin yerleşeceği, aslında, ilk düzeyde C_1 tarafından hangi alt kümenin (Şekil 4.3) seçildiğine bağlıdır. Ancak, daha önceki bölümlerde de açıklandığı gibi, 4'lü CPFSK, $h=1/2$ 'de her iki alt küme de eşdeğer oldukları için, hata başarımlarındaki sonucu etkilemeyeceklerdir. Bu nedenle, ilk düzeyde $S^0 = \{s_0, s_1, s_5, s_4\}$ alt kümesinin seçildiği varsayılmıştır. Görüldüğü gibi bu yapıda, bir dal üzerine birden fazla simgenin yerleşmesi kodlama sonucu değil, doğrudan faz modülatörünün iç yapısından kaynaklanmaktadır. Bu durumda $2CPE_2$ sürekli faz kodlayıcısı $2/3$ oranlı olacaktır.



Şekil 8.20. $2CPE_2 + MM'_2$ 'nin yapısı.

Ör. – 1 sistemi için, anahtarlı yapıda C_2 kodlayıcısı Şekil 6.3a'da gösterildiği gibidir. Anahtarlı yapının eşdeğer kafesi ise, Şekil 6.3b'deki gibi olacaktır. $2CPE_2 + MM'_2$ 'nin yapısı, Şekil 8.20'deki gibi seçilsin. MM'_2 eşleme kuralı ise, $000 \Rightarrow s_0s_0$, $010 \Rightarrow s_0s_1$, $100 \Rightarrow s_1s_5$, $110 \Rightarrow s_1s_4$, $001 \Rightarrow s_5s_0$, $011 \Rightarrow s_5s_1$, $101 \Rightarrow s_4s_5$ ve $111 \Rightarrow s_4s_4$ olarak seçilsin. Bu durumda ara işlemlerden sonra, doğrudan bağlamalı yapı ile tasarlanabilecek bir C'_2 kodlayıcısının Şekil 8.21a'daki gibi olması gerektiği gösterilebilir. C'_2 kodlayıcısının kafes diyagramı ise Şekil 8.21b'deki gibi olacaktır.



Şekil 8.21. (a) 1/2 oranlı C'_2 kodlayıcısı. (b) Kafes diyagramı.

Tasarlanan C'_2 kodlayıcısının önemli bir özelliği, $2CPE_2$ 'ye uyumlu olmasıdır. Bu özellik, son düzeyde C'_2 kodunu çözerek ikinci düzeyin giriş bitlerine karar veren kodçözücünün kullandığı kafesin durum sayısının, $C'_2 + 2CPE_2$ birleşik kafesinin durum sayısı ile aynı olmasını sağlamaktadır. Böylece serpiştirici kullanımı ile birleşik kafes bozulsa bile, son düzeyin hata başarımındaki düşüş önemsiz sayılabilecek düzeyde olmaktadır.

İdeal olmayan sönümlmeli kanallarda, birinci düzeyin bit hata olasılığı üst sınırı, kullanılan serpiştiricinin yeterli büyüklükte (kuramsal olarak sonsuz) olduğu varsayımı altında (8.8) ve (8.10)'daki gibidir. İkinci düzeyin bit hata olasılığı üst sınırı ise, en iyiye yakın kodçözme yöntemi kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir:

(8.14) ifadesindeki $N_p=0$ seçilmiştir. Yani, simge-simge metrik hesabı yapılarak, gecikme ve karmaşıklık minimuma indirilmiştir. $2CPE_2$ kafesinin her paralel geçişinden yalnız biri birleşik yapıda görülmektedir. Hangi simge çiftinin seçileceği, C'_2 kodlayıcısı yardımıyla belirlenmektedir. Bu durumda $2CPE_2$ 'nin mümkün olan tüm giriş bitleri ve karşılık gelen, seçilebilecek simge çiftleri Tablo 8.3'teki gibi olur.

Tablo 8.3. $2CPE_2$ 'nin giriş bitlerine karşı düşen simge çiftleri.

00	11	10	01
s_0s_0	s_1s_2	s_1s_3	s_0s_1
s_3s_0	s_2s_2	s_2s_3	s_3s_1

$2CPE_2$ 'nin giriş bitleri, C'_2 kodlayıcısının çıkış bitleridir. Bu durumda, C'_2 kodlayıcısının çıkış bitlerine (c), hata diziler (e) karıştığı durumda, çıkış bitlerinin

E 'ye normalize karesel hata ağırlıkları ($d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$) Tablo 8.4'teki gibi bulunabilir. Burada, hata olasılığındaki en üst sınırı (en kötü durum) belirlemek için, simge çiftleri arasındaki hata ağırlıklarının en büyük olanları seçilmiştir.

Tablo 8.4. İkinci düzeye ilişkin çıkış dizilerinin karesel hata ağırlıkları (ideal olmayan sönmülemeli kanal).

A_j	$\underline{c}$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$
A_0	00	00	00	0 + 0	11	11	2 + 4
	11	00	11	0 + 0	11	00	2 + 4
A_1	10	00	10	0 + 0	11	01	2 + 4
	01	00	01	0 + 0	11	10	2 + 4

A_j	$\underline{c}$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$	$\underline{e}$	$\underline{c} \oplus \underline{e}$	$d^2(\underline{c}, \underline{c} \oplus \underline{e})$
A_0	00	10	10	2 + 2	01	01	0 + 2
	11	10	01	2 + 2	01	10	0 + 2
A_1	10	10	00	2 + 2	01	11	0 + 2
	01	10	11	2 + 2	01	00	0 + 2

Şekil 8.21b'deki kafes diyagramda, C'_2 kodunun 0 ve 1 durumlarına karşı düşen kümeler sırasıyla, $A_0 = \{00, 11\}$ ve $A_1 = \{10, 01\}$ 'dir. Bu kümelere ilişkin hata ağırlık profilleri,

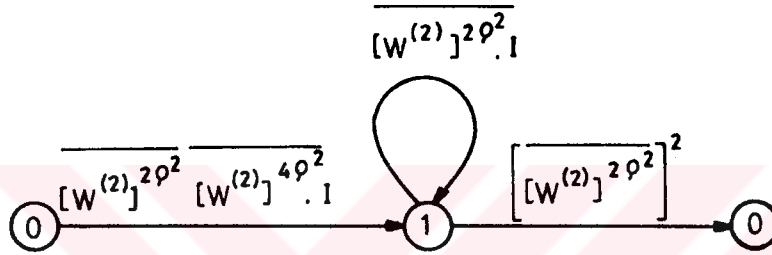
$$\begin{aligned}
 F(A_0, 00, \overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}) &= F(A_1, 00, \overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}) = 2 \\
 F(A_0, 11, \overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}) &= F(A_1, 11, \overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}) = 2 \overline{[W^{(2)}]^{2 \rho^2}} \cdot \overline{[W^{(2)}]^{4 \rho^2}} \\
 F(A_0, 10, \overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}) &= F(A_1, 10, \overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}) = 2 [\overline{[W^{(2)}]^{2 \rho^2}}]^2 \\
 F(A_0, 01, \overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}) &= F(A_1, 01, \overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}) = 2 \overline{[W^{(2)}]^{2 \rho^2}} \quad (8.15)
 \end{aligned}$$

olarak bulunur. $\overline{[W^{(2)}]^{\xi \rho^2}}$, (8.6) eşitliği ile tanımlanmaktadır. Buradan, ikinci düzey için düzgün hata özelliğinin sağlandığı görülmektedir. Böylece, her bir hata dizisi için hata ağırlık profilleri ile, her hata dizisinin belli bir durumda ortaya çıkma olasılıkları çarpılarak elde edilmiş olan olası hata ağırlık profilleri Tablo 8.5'teki gibi olur:

Tablo 8.5. İkinci düzeye ilişkin hata dizilerinin olası hata ağırlık profilleri (ideal olmayan sönmülemeli kanal).

Hata Dizisi	Ağırlık Profili $\times 2^{-1}$
00	1
11	$\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}} \cdot \overline{[W^{(2)}]^{4\rho^2}}$
10	$\overline{[[W^{(2)}]^{2\rho^2}]^2}$
01	$\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}}$

Buradan, C'_2 kodlayıcısına ait hata durum diyagramı Şekil 8.22'deki gibi elde edilir.



Şekil 8.22. İkinci düzeydeki C'_2 kodlayıcısının hata durum diyagramı.

Bu diyagramdan yararlanarak, C'_2 kodlayıcısının geliştirilmiş aktarım işlevi,

$$T_2(\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}}, I) = \frac{\overline{[[W^{(2)}]^{2\rho^2}]^3} \cdot \overline{[W^{(2)}]^{4\rho^2}} I}{1 - \overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}} I} \quad (8.16)$$

olarak bulunur. Böylece C'_2 kodunu çözen kodçözücünün bit hata olasılığı üst sınırı,

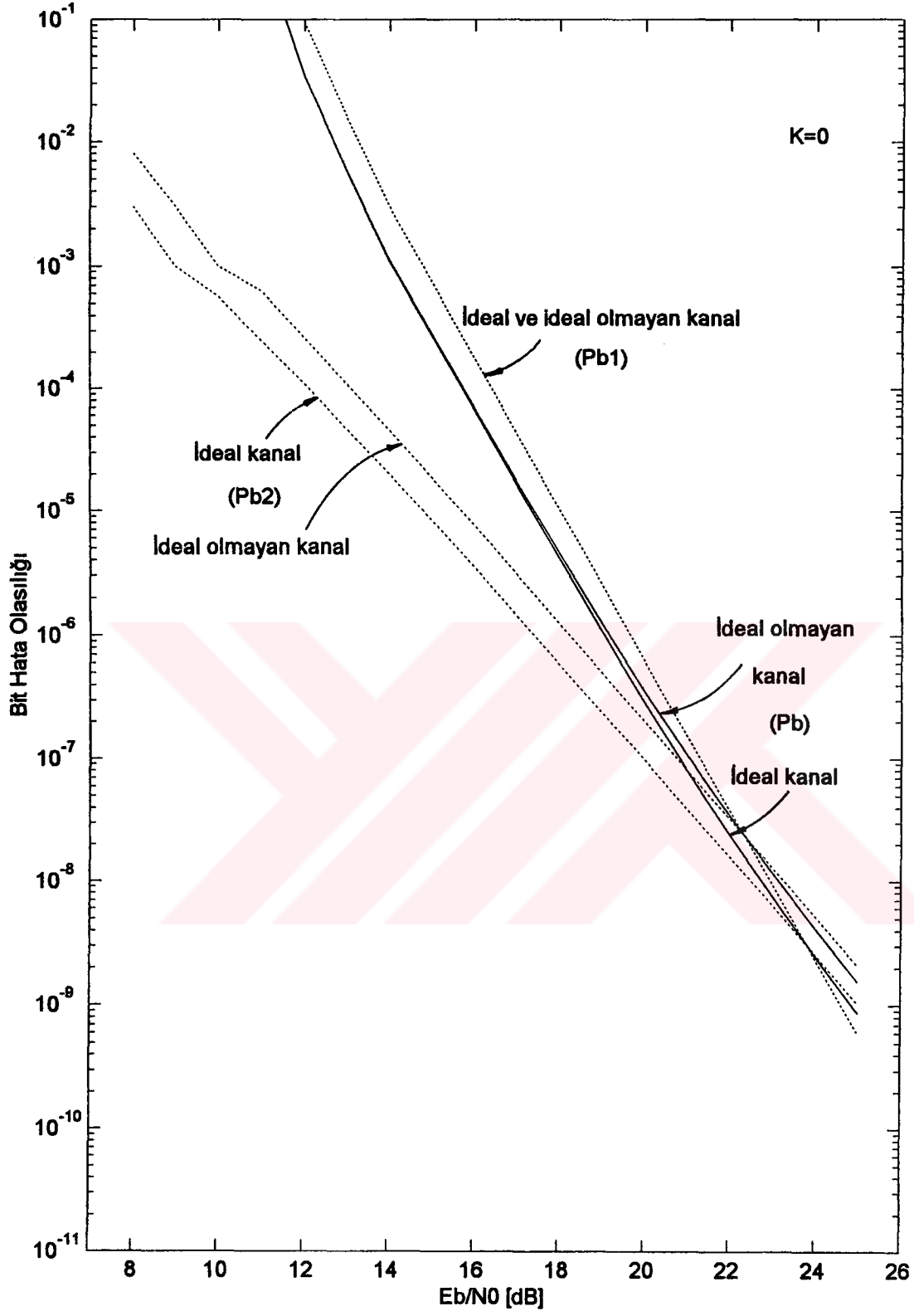
$$P_{b2} \leq \left. \frac{\partial T_2(\overline{[W^{(2)}]^{2\rho^2}}, I)}{\partial I} \right|_{I=1} \quad (8.17)$$

ve tüm sistemin bit hata olasılığı üst sınırı, $P_b = ((2/7)P_{b1} + (1/2)P_{b2}) / (2/7 + 1/2)$ olur. Şekil 8.23'te $K=0$ için, Şekil 8.24'te $K=10$ için, ideal olmayan sönmülemeli kanallar için, her iki düzeyinde de serpiştirici kullanan $\bar{O}r. - 1$ sisteminin bit hata olasılığı üst sınır eğrileri verilmektedir. Şekilde ayrıca, ideal kanala ait eğriler de verilmektedir. İkinci düzeyde en iyi ve en iyiye yakın kodçözme yöntemlerinin kullanıldığı durumlara ait P_{b2} üst sınır eğrileri karşılaştırılırsa, en iyiye yakın kodçözme yönteminde hata olasılığının -beklenildiği gibi- bir miktar arttığı görülür.

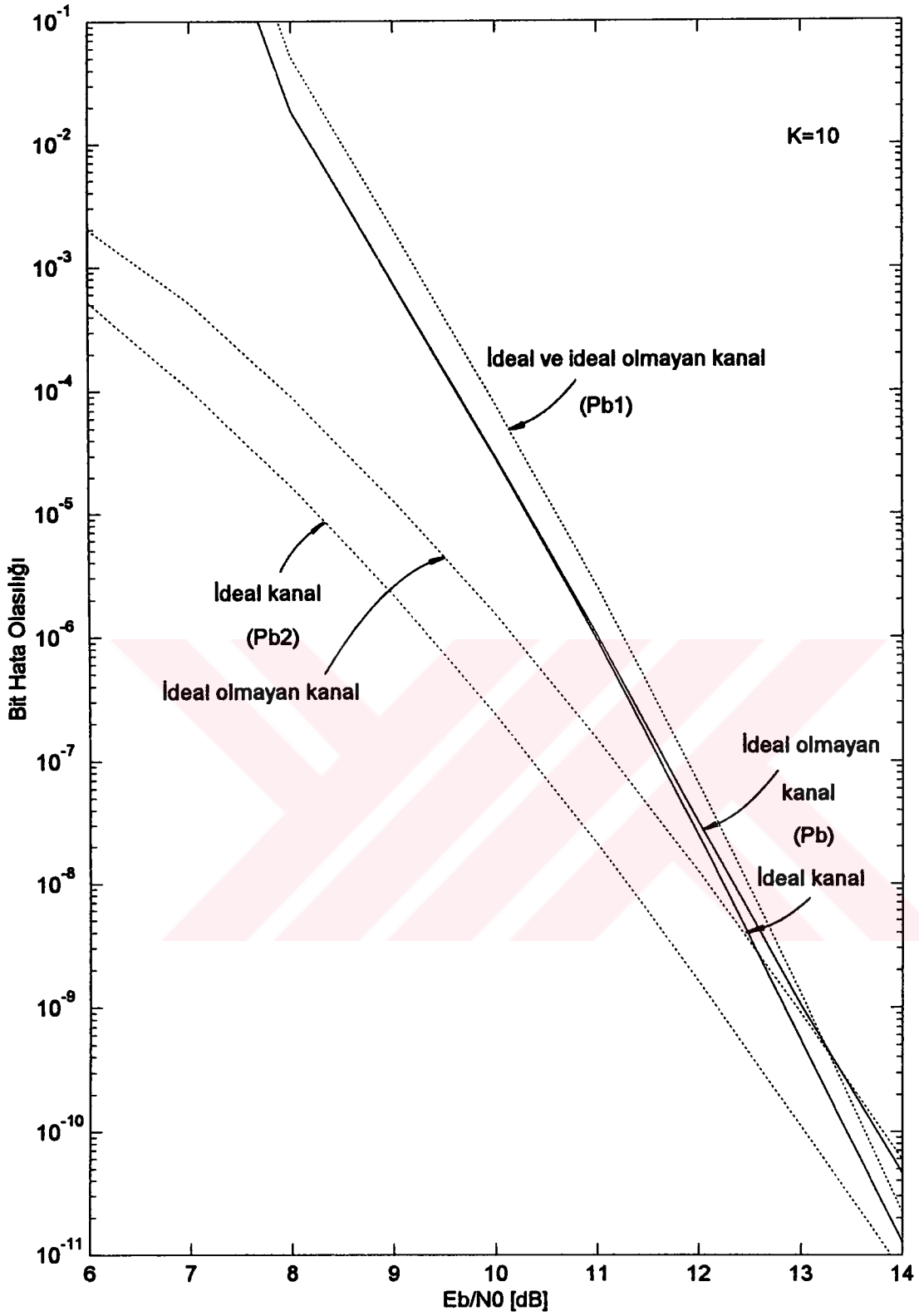
Ancak, her iki durum için P_b eğrileri karşılaştırıldığında, P_{b2} 'de az olan başarımların P_b 'ye daha da azalarak yansıdığı ve $P_b = 10^{-6}$ 'nın üstündeki hata olasılıkları için, P_b 'yi hemen hemen hiç etkilemediği görülmektedir.

Benzer biçimde, 4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonuna ilişkin $SF-13$ ve $SF-32$ sistemlerinin ideal ve ideal olmayan kanallardaki hata olasılığı üst sınırları, yukarıdaki yöntemleri kullanarak elde edilmiş ve Şekil 8.25'te ($K=0$) ve Şekil 8.26'da ($K=10$) verilmiştir. Şekil 8.27'de ($K=0$) ve Şekil 8.28'de ($K=10$), 8'li CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için tasarlanan $SF-80$ sistemine ilişkin üst sınırlar verilmiştir. Tüm bu şekillerdeki ortak özellik, ideal ve ideal olmayan kanal durumlarındaki üst sınırların birbirine çok yakın olduğu, kimi durumda da aynı olduğudur.

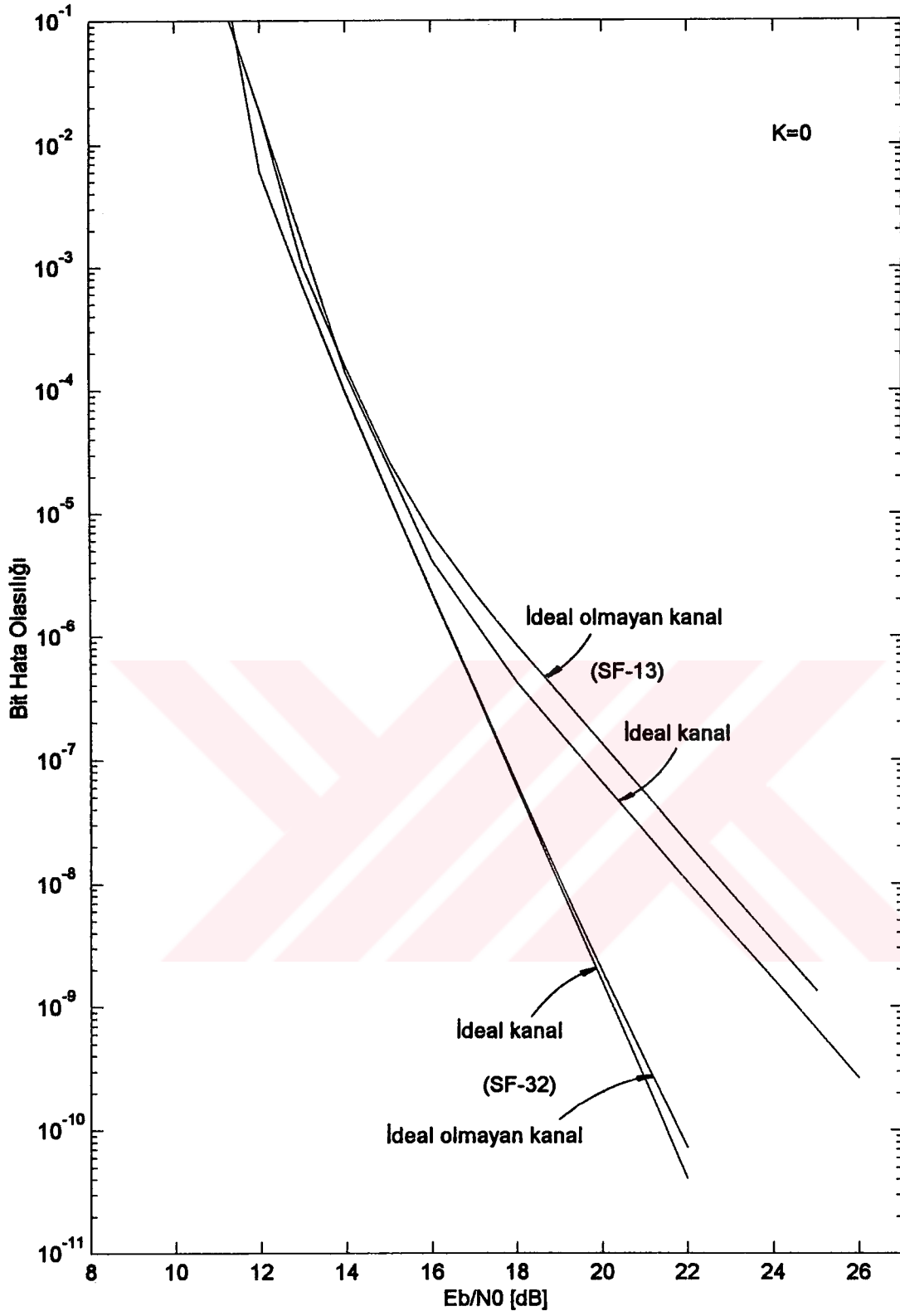
Ele alınan sistemlerin hata analizinden yola çıkılarak elde edilen sonuçlar göstermektedir ki, çok düzeyli kodlanmış M 'li CPFSK, $h = J/P$ sisteminin yalnızca son düzeyinde en iyiye yakın kodçözme yöntemi kullanılması durumundaki hata başarımı, tüm düzeylerde en iyi kodçözme yöntemi kullanılması durumundaki hata başarımıyla hemen hemen aynıdır. Bunu sağlayan etkenler, en iyiye yakın kodçözme algoritmasının sistemin yalnızca son düzeyinde kullanılması ve bu durumda bile hata başarımını çok düşürmemek için, son düzeye ilişkin kodlayıcının, bu düzeyin sürekli faz kodlayıcısına uyumlu yapılmasıdır. Böylece son düzeydeki kodçözücü, birleşik kafes ile aynı sayıda duruma sahip olmaktadır. Buradan, serpiştirme olmadığı durumdaki kodçözme karmaşıklığı ile, serpiştirici olduğu durumdaki kodçözme karmaşıklıklarının yaklaşık aynı olduğu sonucuna da varılabilir. Bu nedenle, bu tezde ideal sönümlemeli kanallar için tasarlanmış tüm sistemler, ideal olmayan sönümlemeli kanallar da da, yaklaşık aynı başarımda kullanılabilir.



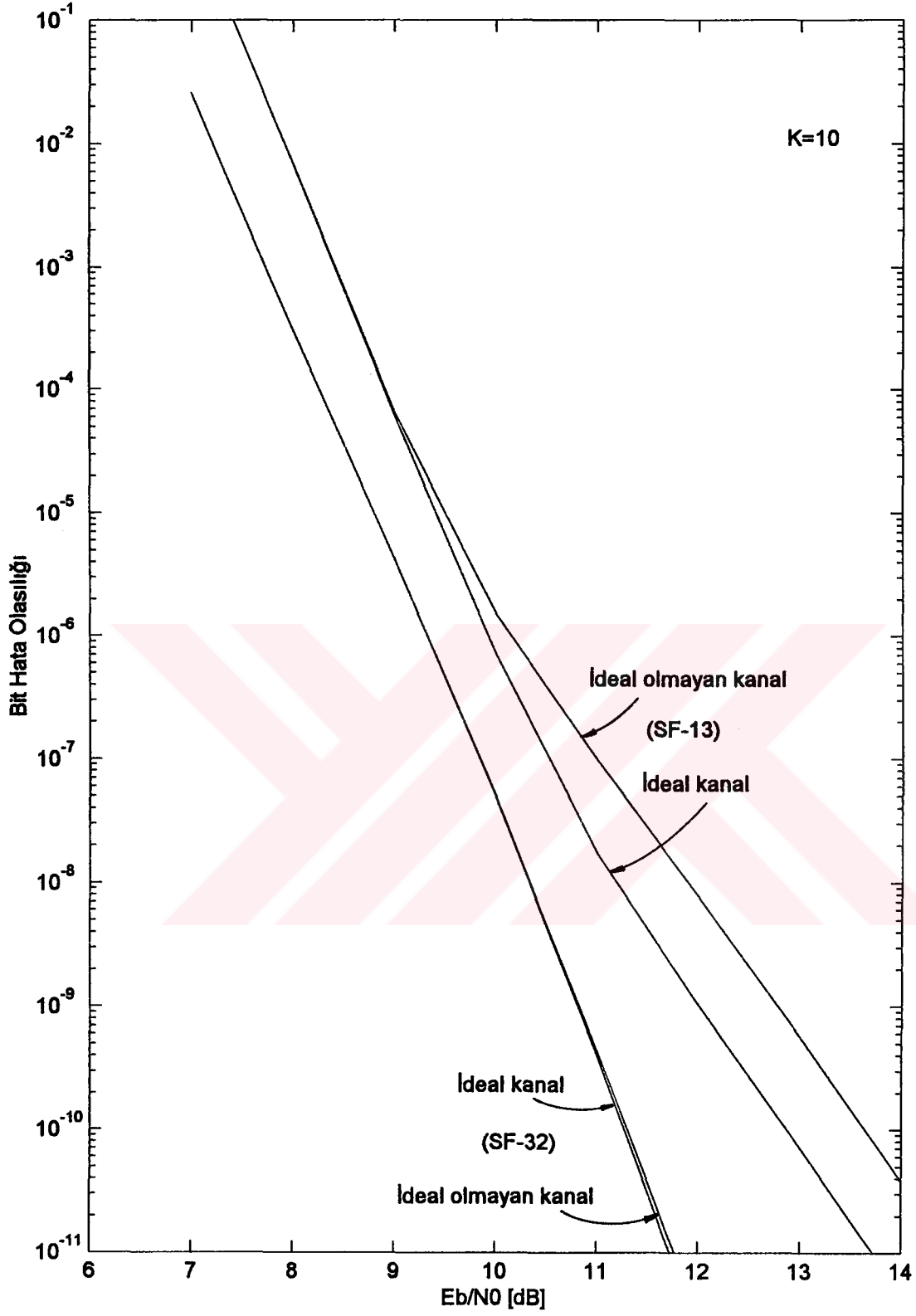
Şekil 8.23. Ör. – 1 sisteminin ideal ve ideal olmayan sönmülemeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (4'lü CPFSK, $h=1/2$, $K=0$).



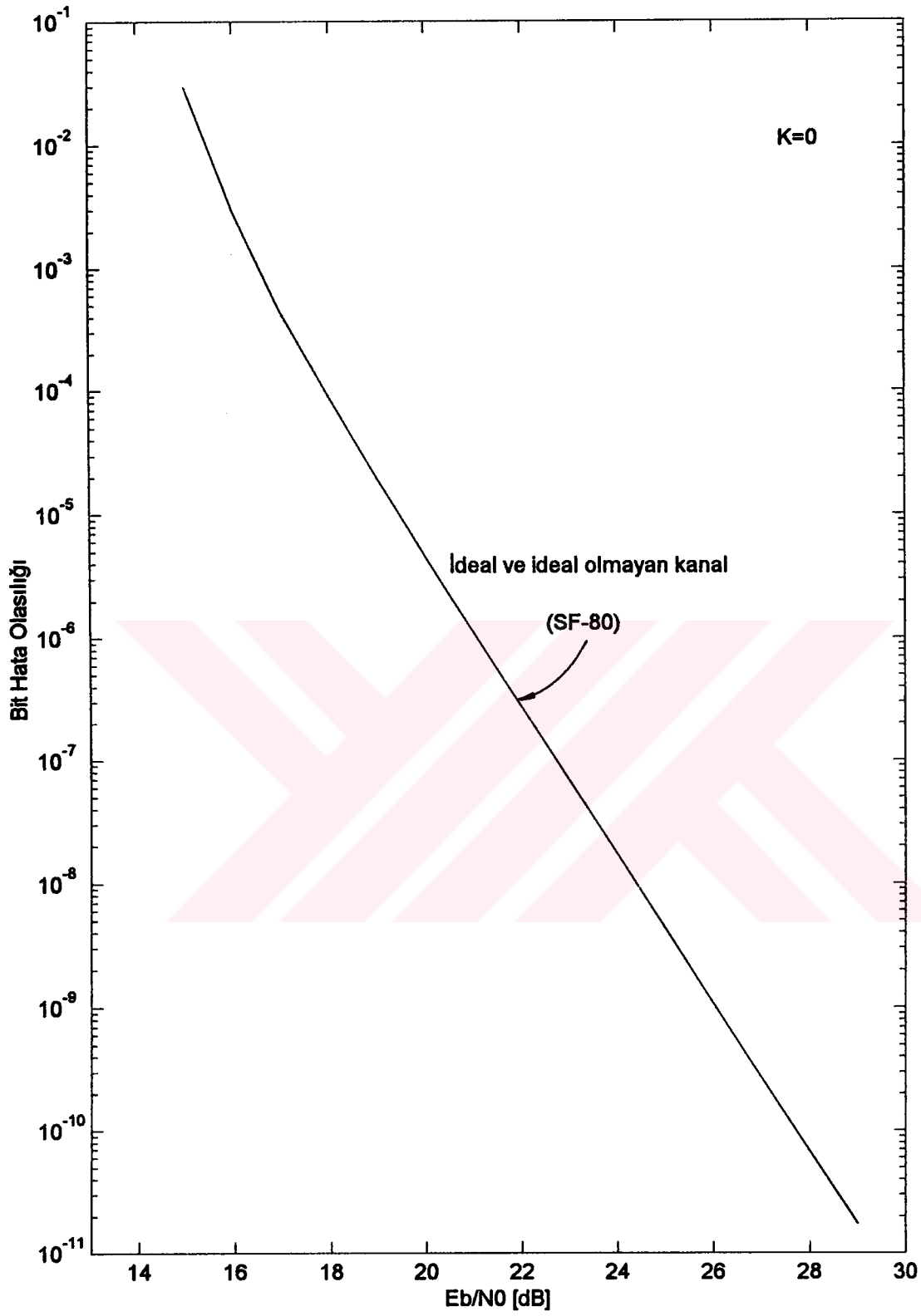
Şekil 8.24. Ör. – 1 sisteminin ideal ve ideal olmayan sönümlemeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (4'lü CPFSK, $h=1/2$, $K=10$).



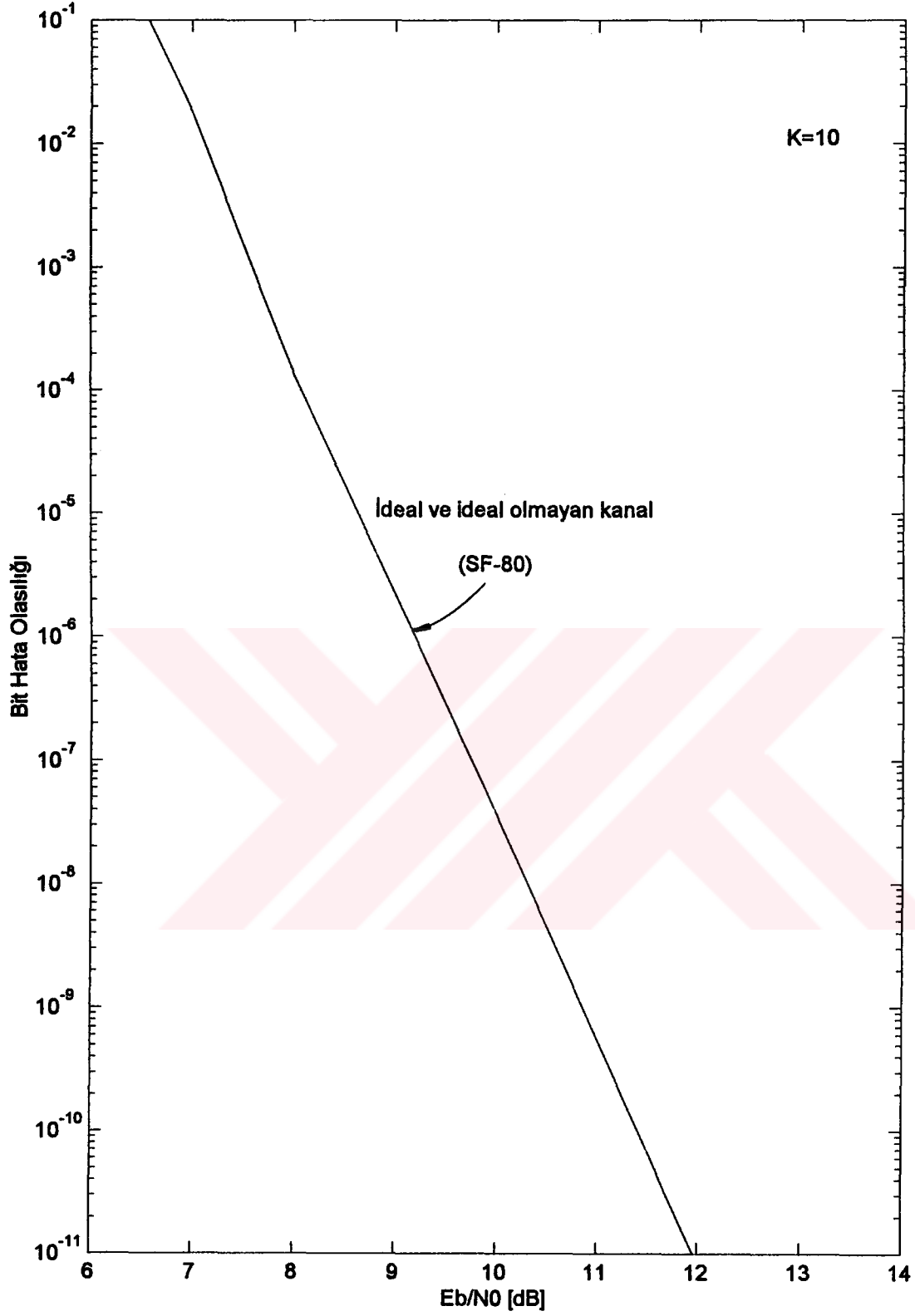
Şekil 8.25. $SF - 13$ ve $SF - 32$ sistemlerinin ideal ve ideal olmayan sönmülemeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (4'lü CPFSK, $h=1/2$, $K=0$).



Şekil 8.26. $SF - 13$ ve $SF - 32$ sistemlerinin ideal ve ideal olmayan sönmülemeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (4'lü CPFSK, $h=1/2$, $K=10$).



Şekil 8.27. $SF - 80$ sisteminin ideal ve ideal olmayan sönmülemeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (8'li CPFSK, $h=1/2$, $K=0$).



Şekil 8.28. $SF - 80$ sisteminin ideal ve ideal olmayan sönmülemeli kanallarda bit hata olasılığı üst sınırları (8'li CPFSK, $h=1/2$, $K=10$).

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tezde, PSK, QAM gibi belleksiz modülasyon türlerine kıyasla daha dar bir band genişliğinden iletim olanağı tanıyan sürekli faz modülasyonunun çok düzeyli olarak kodlanması ve çok aşamalı olarak çözülmesi önerilmiştir. Bu amaçla, sürekli faz modülasyonunun en çok bilinen biçimi olan, frekans darbe yanıtının dikdörtgen olarak seçildiği CPFSK modülasyonu için, çok düzeyli kodlama/çok aşamalı kodçözme tekniğine dayalı olarak AWGN ve sönümlemeli kanallar için yeni sistemler tasarlanmıştır. CPFSK modülasyonunun bu tezde önerilen yöntemle kodlanmasını sağlamak ve kodlama sonrası faz sürekliliğini korumak amacıyla, işaret kümesinin seçimi ve uygun şekilde bölmelenme kuralları verilmiştir. Bu kurallar doğrultusunda bölmelenen işaret kümesinin bölmeleme düzeylerinde elde edilen alt kümelerinin herbiri, dışarıdan eklenen katlamalı kodlayıcılarla kodlanmış ve böylece çok düzeyli sistem yapısı oluşturulmuştur. Önerilen sistemler, J ve P ortak bölenleri olmayan iki tamsayı olmak üzere, modülasyon indisi $h = J/P$ olan M bilgi genlik düzeyli (M 'li) CPFSK modülasyonu için $M \geq 2P$ koşulu altında $Q = \log_2(2M/P)$ düzeyli olarak elde edilmiştir. Tasarlanan sistemlerin, literatürde daha önce kafes kodlamalı modülasyon (TCM) tekniğine dayalı olarak tasarlanmış olan kodlara kıyasla hata başarımı ve kimi durumlarda iletim hızı (bit/simge oranı) üstünlüklerine sahip oldukları gösterilmiştir. Ayrıca, verici kısımda ayrı ayrı kodlanmış olan düzeylerin, alıcı kısımda da ayrı ayrı çözülmesi önerilmiştir. Böylece kodçözücülerin donanım karmaşıklığının bir ölçütü olan "kodçözme karmaşıklığı" tanımından yararlanarak, yeni sistemlerin literatürde var olan kodlarınkine kıyasla çok daha düşük kodçözme karmaşıklıklarına sahip oldukları gösterilmiştir.

AWGN kanallar için, modülasyon indisi $1/2$ olan 4'lü CPFSK için 60 adet, 8'li CPFSK ve 16'lı CPFSK için 20'şer adet, değişik bit/simge oranlarına sahip yeni sistemler önerilmiştir. Ayrıca modülasyon indisi $1/4$ olan 8'li CPFSK ve 16'lı CPFSK için 20'şer adet ve modülasyon indisi $1/8$ olan 16'lı CPFSK için

5 adet yeni sistem önerilmiştir. Böylelikle, literatürde daha önce belirtilenlerin aksine, kodlama işlemi ile sürekli faz modülasyonunun kolaylıkla birleştirilebileceği ve çok değişik bit/simge oranlarında kod tasarımının kolaylıkla gerçekleştirilebileceği gösterilmiştir. 4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için 1'den büyük bit/simge oranlarında kod tasarımı ilk kez bu tezde yapılmıştır. Benzer biçimde, 8'li CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için 2'den büyük ve 16'lı CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için 3'ten büyük bit/simge oranlarında kod tasarımı ilk kez bu tezde yapılmıştır.

Tasarlanan sistemlerin AWGN kanallardaki hata başarımları analizleri, önce, yüksek işaret/gürültü oranlarındaki hata başarımları ölçütü olan "normalize edilmiş karesel serbest Öklid uzaklığı, d_{sEN}^2 " tanımına göre yapılmıştır. Örneğin 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanmış $SG - 13$ ve $SG - 14$ sistemlerinin, literatürde bu modülasyon türü için yaklaşık olarak aynı kodçözme karmaşıklığında verilmiş olan en iyi referans koda (*Ref. - 1*) kıyasla, daha yüksek bit/simge oranında, 2.46 dB asimptotik kodlama kazancı sağladıkları gösterilmiştir (Tablo 5.3). Ayrıca $SG - 36$ ve $SG - 37$ sistemlerinin, karşı gelen en iyi referans koda göre 3 dB'e varan asimptotik kodlama kazançları sağladıkları gösterilmiştir. Benzer biçimde, 8'li CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için tasarlanan $SG - 74$ sistemi, karşı gelen referans koda (*Ref. - 3*) göre aynı bit/simge oranı ve aynı kodçözme karmaşıklığında 3 dB asimptotik kodlama kazancına sahiptir (Tablo 5.5). $SG - 77$ sistemi ise, literatürde 8'li CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için tasarlanmış olan tüm referans kodlara kıyasla bit/simge oranı, asimptotik kodlama kazancı ve bir referans kod dışında, kodçözme karmaşıklığı üstünlüklerine sahiptir. Sözü edilen üstünlükler, tasarlanan diğer sistemler için de geçerlidir. Modülasyon indisinin $1/4$ ve $1/8$ olduğu durumlardaki kodlama kazançları ve kodçözme karmaşıklığı üstünlükleri, referans kodlara kıyasla bit/simge oranından bir miktar kayıp karşılığında elde edilmektedir.

Sistemlerin AWGN kanallardaki hata başarımlarını daha iyi inceleyebilmek amacıyla, yalnızca yüksek işaret/gürültü oranlarında geçerli olan d_{sEN}^2 ölçütü yerine, tüm işaret/gürültü oranlarındaki başarımları gösterebilecek olan, analitik bit hata olasılığı üst sınırlarından yararlanılmıştır. Bu amaçla, çok düzeyli sistemlerin AWGN kanallardaki bit hata olasılığı üst sınır ifadelerinin elde edilmesinde kulla-

nılmak üzere yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem kullanılarak, tasarlanan sistemlerin bit hata olasılıkları üst sınırları bulunmuş ve referans kodlara kıyasla hata başarımların üstünlükleri gösterilmiştir. Ayrıca, tasarlanan kimi sistemlerin gerçek bit hata olasılıklarını elde etmek amacıyla bilgisayar benzetiminden yararlanılmıştır. Bu yolla, örneğin 4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için tasarlanmış olan SG-14 sisteminin, karşılık gelen referans koda göre (*Ref.*-1), $P_b = 10^{-5}$ değerinde 1.25 dB kodlama kazancı sağladığı gösterilmiştir (Şekil 6.11). Üstelik bu kodlama kazancı, SG-14 sisteminin ilk düzeyinde 50*56'lık bir blok serpiştirici kullanılarak 1.4 dB'e çıkarılmıştır. Serpiştirici boyutları artırılarak kazanç daha da artırılabilir. Örneğin SG-12 sistemi, pratik olarak karşılaşılabilecek tüm işaret/gürültü oranlarında referans kodlara göre kodlama kazancı sağlamaktadır. SG-37 sistemi ise, karşılık gelen referans kodlara (*Ref.*-5 ve *Ref.*-6) göre $P_b = 10^{-5}$ değerinde, sırasıyla 0.8 dB ve 0.7 dB kodlama kazançları sağlamaktadır (Şekil 6.12). Bu kazançlar, SG-37'nin ilk düzeyinde 50*60'lık bir serpiştirici kullanıldığında, sırasıyla 1.05 dB ve 0.95 dB'e çıkmaktadır (Şekil 6.13). Benzetimi yapılan diğer sistemler ile de yaklaşık aynı düzeylerde kazançlar elde edilmiştir. Benzer biçimde, 8'li CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için tasarlanan SG-68 ve SG-74 sistemlerinin, karşılık gelen referans kodlara göre hata başarımların üstünlüğü sağladıkları bilgisayar benzetimi yoluyla doğrulanmıştır.

Sönümlemeli kanallar için, 4'lü CPFSK, $h=1/2$ modülasyonu için 60 adet, diğer modülasyon türleri için 25'şer adet, çok değişik bit/simge oranlarına sahip yeni sistemler tasarlanmıştır. Tasarımlar yapılırken, gönderilen işaretlere etki eden sönümleme değişkenlerinin istatistiksel bağımsız oldukları, yani ideal sönümlemeli kanal durumu varsayılmıştır. Literatürde, sönümlemeli kanallar için bu tezde ele alınan modülasyon türlerini kullanan kod tasarımı yapılmamıştır. Bu nedenle tasarlanan sistemlere ilişkin karşılaştırmalar, literatürdeki AWGN kanallar için verilen kodların sönümlemeli kanallardaki başarımlarına göre yapılmıştır. Hata başarımların karşılaştırmaları önce, yüksek işaret/gürültü oranlarında sönümlemeli kanallar için hata başarımlar ölçütleri olan, etkin kod uzunluğuna (ECL) ve karesel çarpımsal uzaklığa (d_p^2) göre yapılmıştır. Örneğin 4'lü CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanan SF-12 ve SF-13 sistemlerinin, $ECL=4$ ve $d_p^2 = 64E^4$ değerlerine sahip oldukları; yaklaşık olarak aynı kodçözme karmaşıklığında karşılık gelen referans

kodun (*Ref.* – 1) ise $ECL=3$ ve $d_p^2 = 16E^3$ değerlerine sahip olduğu gösterilmiştir (Tablo 7.3). Üstelik $SF-12$ ve $SF-13$ sistemlerinin bit/simge oranları, referans kodlarıkinden daha yüksektir. $SF-10$ ve $SF-11$ sistemlerinin, oldukça düşük kodçözme karmaşıklıklarında, $ECL=8$ ve $d_p^2 = 4096E^8$ gibi sönümlemeli kanallar için çok iyi hata başarımı sağlayabilecek değerlere sahip oldukları gösterilmiştir. $SF-32$ ve $SF-33$ sistemleri de, karşılık gelen referans kodlara göre (*Ref.* – 4 ve *Ref.* – 5) ECL ve d_p^2 değeri üstünlüklerine sahiptir. Benzer olarak, 8’li CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanan sistemlerin de, referans kodlara göre ECL ve d_p^2 değeri üstünlüklerine sahip oldukları gösterilmiştir (Tablo 7.5). Sözü edilen üstünlükler tasarlanan diğer sistemler için de geçerlidir. Tüm işaret/gürültü oranında hata başarımını inceleyebilmek amacıyla, sistemlerinin bit hata olasılığı üst sınır ifadelerinin analitik olarak elde edilmesi yoluna gidilmiştir. Analizlerde, çok düzeyli sistemlerin sönümlemeli kanallardaki bit hata olasılığı üst sınırlarının elde edilmesinde yararlanılmak üzere bu tezde geliştirilen yeni bir yöntem kullanılmıştır. Buradan, Rayleigh ($K = 0$) ve Rician ($K = 10$) sönümlemeli kanallar için üst sınırlar bulunmuş ve her iki durum için de, yeni tasarlanan sistemlerin referans kodlara göre daha iyi hata başarımı sağladıkları gösterilmiştir. Üst sınırlar yoluyla elde edilen sonuçlar, bilgisayar benzetimi ile doğrulanmıştır. Örneğin 4’lü CPFSK, $h=1/2$ için tasarlanmış olan $SF-12$ ve $SF-13$ sistemleri, karşılık gelen referans koda (*Ref.* – 1) göre, Rayleigh kanal durumunda, $P_b = 10^{-4}$ değerinde sırasıyla 2.5 dB ve 4 dB kodlama kazançları sağlamaktadır (Şekil 8.12). Rician kanal durumunda ise aynı kazançlar, sırasıyla 0.7 dB ve 1.4 dB olmaktadır (Şekil 8.13). $SF-11$ sistemi, karşılık gelen referans kodlara göre (*Ref.* – 4 ve *Ref.* – 5), Rayleigh kanal durumunda $P_b = 10^{-4}$ değerinde, sırasıyla 6.05 dB ve 5.4 dB kodlama kazancı sağlamaktadır (Şekil 8.14). Rician kanal durumundaki kazançlar ise, 1.8 dB ve 1.55 dB’dir (Şekil 8.15). Benzer biçimde $SF-32$ ve $SF-33$ sistemleri, Rayleigh kanal için 4.5 dB’e varan, Rician kanal için 1.5 dB’e varan kodlama kazançları sağlamaktadır. 8’li CPFSK, $h=1/2$ için yeni tasarlanan sistemlerin kazançları, Rayleigh kanal için 5 dB (Şekil 8.16), Rician kanal için 1-1.5 dB (Şekil 8.17) dolaylarında olmaktadır.

AWGN ve sönümlemeli kanallar için tasarlanan sistemler karşılaştırıldığında çoğu sistemin aynı olduğu ve bu durumun, sistemlerin her iki ortamda da en iyi

hata başarımla kullanıma olanak tanıdığı için, pratik açıdan yararlı olduğu vurgulanmıştır.

İdeal sönümlmeli kanal varsayımı altında tasarlanmış olan sistemlerin, ideal olmayan sönümlmeli kanal, yani sönümleme değişkenlerinin ilişkili olduğu durumdaki başarımları tezin son kısmında incelenmiştir. Sistemlerin tüm düzeylerinde serpiştirici kullanıldığı varsayımı ile ideal olmayan sönümlmeli kanal durumuna ilişkin bit hata olasılığı üst sınırları analitik olarak elde edilmiş ve bu yolla, ideal durumdakine çok yakın hata başarımlı gösterdikleri bulunmuştur. Böylece, bu tezdeki yeni sistemlerin ideal olmayan kanal durumunda da çok iyi hata başarımlı ile kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

Yeni tasarlanan sistemlerin bit/simge oranı, hata başarımlı ve kodçözme karmaşıklığı üstünlüklerine karşılık, kodçözme gecikme süreleri bir miktar yüksektir. Gecikme süresini artıran etken, kodçözme işleminin çok aşamalı olması ve kimi durumlarda serpiştirici kullanımıdır. Bu nedenle, konuşma işaretlerinin gerçek zamanda iletimi gibi, gecikme süresinin önemli olduğu bazı alanlarda bu sistemler kullanılırken gecikme süresini azaltacak önlemler alınmalıdır. Bu amaçla, serpiştirici boyutlarının küçültülmesi ve/veya bazı düzeylerdeki serpiştiricilerin kaldırılması yoluna gidilebilir. Bunlar dışında, önerilen sistemler, veri iletimi, sayısal radyo, görüntü iletimi gibi gecikmenin çok önemli olmadığı diğer bütün alanlarda sorunsuz bir şekilde çalışabilirler.

Bu tezde ele alınan konuyu daha da geliştirmek üzere ileride yapılabilecek bir araştırma şu şekilde olabilir: Yeni önerilen sistemler ile referans olarak alınan kodların band verimliliği araştırmaları, bu tezde R_s [bit/simge] ölçütü yardımıyla yapılmış ve yeni sistemlerin üstünlükleri ortaya konmuştur. Band verimliliği analizi, yalnızca R_s değeri ile yetinilmeden, güç spektrumunun analitik olarak veya bilgisayar benzetimi ile elde edilmesi yoluyla yapılabilir ve yeni sistemlerin spektral üstünlükleri daha ayrıntılı olarak sergilenebilir. Bu yolla ayrıca, sürekli fazlı sistemlerin, her ne kadar bu tezde referans olarak alınmasa da, süreksiz fazlı sistemlere göre spektral üstünlükleri de daha belirgin hale getirilebilir. Literatürde, sürekli fazlı sistemlerin güç spektrumlarının analitik olarak elde edilebilmesi için çeşitli yöntemler önerilmiştir [98-101]. Ancak bu yöntemler, kodlamasız durumda bile karmaşık, tek düzeyli kodlama olduğu durumda ise çok karmaşık işlemler

gerektirmektedir. Bu tezdeki çok düzeyli kodlama durumunda ise yapılması gereken, kodlama düzeylerindeki kafesleri birleştirip, tüm yapıya eşdeğer ortak bir kafes elde etmek ve bu kafes üzerinden güç spektrumunu hesaplamaktır. Ancak, Bölüm 2.2.2’de de belirtildiği gibi, bu ortak kafesin durum sayısı, düzeylerdeki kafeslerin durum sayıları çarpımına eşit olmakta ve çoğu zaman bu değer, güç spektrumunun analitik olarak elde edilmesini olanaksız hale getirmektedir. Bu durumda, güç spektrumunun bilgisayar benzetimi yoluyla elde edilmesi yoluna gidilebilir.

Konuyla ilgili yapılabilecek diğer araştırmalar ise şu şekilde sıralanabilir: $M \leq P$ koşulunu sağlayan sürekli faz modülasyonunun çok düzeyli kodlanmasına olanak tanıyan sistemler araştırılabilir. Kısmi yanıtı CPM sistemlerinin (partial response CPM) veya birden fazla modülasyon indisli CPM sistemlerinin (multi-h CPM) [37] çok düzeyli kodlanması gerçekleştirilebilir. Ayrıca, kodlama düzeylerinde ikili katlamalı kodlar yerine ring katlamalı kodlar [59] kullanan çok düzeyli CPM sistemleri tasarlanabilir. Sönümlmeli kanal durumunda, kanaldaki faz bozulmalarının alıcıda tam olarak dengelenemediği ve bu nedenle sönümleme değişkeninin, iletilen işaretin fazına da etki ettiği durum için sistem tasarımları yapılabilir. Ayrıca alıcı kısmında demodülasyon işleminin eşzamanlı olmadığı ve/veya kanal durum bilgisinin elde edilemediği durumlara ilişkin araştırmalar yapılabilir. Hata başarımını daha da iyileştirmek amacıyla, alıcı kısmında iteratif [102] yöntemlerle çalışan kodçözücüler kullanılabilir. Ayrıca, kodlama düzeylerinde klasik katlamalı kodlar yerine "turbo" kodları [103,104] kullanan sistemler araştırılabilir. Buna paralel olarak, alıcı kısmın düzeylerinde turbo kodçözücüler kullanılmalıdır. Hata başarımını daha da iyileştirmeye yönelik olan bütün bu durumlarda gecikme süresi daha da artacaktır. Bu nedenle, gecikme süresini azaltacak yeni yöntemler geliştirilmelidir.

KAYNAKLAR

- [1] FORNEY, G.D., "The Viterbi Algorithm", *Proc. of IEEE*, vol.61, no.3, pp.268-278, March 1973.
- [2] UNGERBOECK, G., "Channel coding with multilevel/phase signals", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-28, pp.55-67, January 1982.
- [3] UNGERBOECK, G., "Trellis coded modulation with redundant signal sets-Part:1", *IEEE Comm. Mag.*, vol.25, no.2, pp.5-11, February 1987.
- [4] UNGERBOECK, G., "Trellis coded modulation with redundant signal sets-Part:2", *IEEE Comm. Mag.*, vol.25, no.2, pp.12-21, February 1987.
- [5] BIGLIERI, E. et al., "Introduction to trellis-coded modulation with applications", *McMillan Publishing Company*, New York, N.Y., 1991.
- [6] WILSON, S.G. et al., "Rate 3/4 convolutional coding of 16-PSK: Code design and performance study", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-32, pp.1308-1315, December 1984.
- [7] WEI, L.-F., "Rotationary invariant convolutional channel coding with expanded signal space-Part 1: 180°", *IEEE J. Select. Areas Comm.*, vol.SAC-2, no.5, pp.659-671, September 1984.
- [8] WEI, L.-F., "Rotationary invariant convolutional channel coding with expanded signal space-Part 2: Nonlinear codes", *IEEE J. Select. Areas Comm.*, vol.SAC-2, no.5, pp.672-685, September 1984.
- [9] DIVSALAR, D. and SIMON, M.K., "Multiple trellis coded modulation," *IEEE Trans. Comm.*, vol.36, no.4, pp.410-419, April 1988.
- [10] PIETROBON, S.S. et al., "Trellis-coded multidimensional phase modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-36, no.1, pp.63-89, January 1990.
- [11] DIVSALAR, D. and SIMON, M.K., "Trellis coded modulation for 4800-9600 bits/s transmission over a fading mobile satellite channel," *IEEE J. Select. Areas Comm.*, vol.SAC-5, no.2, pp.162-175, February 1987.
- [12] SCHLEGEL, C. and COSTELLO, D.J., Jr., "Bandwidth efficient coding for fading channels: Code construction and performance analysis," *IEEE J. Select. Areas Comm.*, vol.SAC-7, no.9, pp.1356-1368, December 1989.
- [13] DU, J. and VUCETIC, B., "Trellis coded 16-QAM for fading channels," *European Transactions on Telecommunications, ETT*, vol.-4, no.3, pp.101-107, May-June 1993.

- [14] DU, J. et al., "Construction of new MPSK trellis codes for fading channels," *IEEE Trans. Comm.*, vol.43, no.2/3/4, pp.776-784, February/March/April 1995.
- [15] LEONARDO, E.J. et al., "Multidimensional M-PSK trellis codes for fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-42, no.4, pp.1093-1108, July 1996.
- [16] SAYEGH, S.I., "A class of optimum block codes in signal space," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-34, pp.1093-1095, October 1986.
- [17] KSCHISCHANG, F.R. et al., "Block coset codes for M-ary phase shift keying," *IEEE J. Select. Areas Comm.*, vol.SAC-7, no.9, pp.900-913, August 1989.
- [18] KASAMI, T. et al., "A concatenated coded modulation scheme for error control," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-38, pp.752-764, June 1990.
- [19] WU, J.-M. and SU, S.-L., "Combination of block-coded modulation and trellis coded modulation," *IEE Proceedings-I*, vol.138, no.5, pp.381-386, October 1991.
- [20] IMAI, H. and HIRAKAWA, S., "A new multilevel coding method using error-correcting codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-23, no.3, pp.371-377, May 1977.
- [21] YAMAGUCHI, K. and IMAI, H., "Highly reliable multilevel channel coding system using binary convolutional codes", *Electronic Letters*, vol.23, no.18, pp.939-941, August 1987.
- [22] YAMAGUCHI, K. and IMAI, H., "A study on Imai-Hirakawa trellis-coded modulation schemes", *Lecture Notes in Computer Science*, no.357, pp.443-453, 1989 (an issue on Applied Algebra, Algebraic Algorithm and Error-correcting Codes).
- [23] POTTIE, G.J. and TAYLOR, D.P., "Multilevel codes based on partitioning", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-35, no.1, pp.87-98, January 1989.
- [24] CALDERBANK, A.R., "Multilevel codes and multistage decoding", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-37, no.3, pp.222-229, March 1989.
- [25] KASAMI, T. et al., "On multilevel block modulation codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-37, no.4, pp.965-975, July 1991.
- [26] HERZBERG, H. et al., "Concatenated multilevel block coded modulation", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-41, no.1, pp.41-49, January 1993.
- [27] HENKEL, W. and KOCH, M., "90°-Rotationary invariant multilevel convolutionally encoded QAM", *European Transactions on Telecommunications, ETT*, vol.-4, no.2, pp.141-147, March-April 1993.

- [28] KOFMAN, Y. et al., "Performance analysis of a multilevel coded modulation system", *EE Pub.*, no.751, Technion, Israel, 1990. (Ayrıca bakınız: *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-42, no.2/3/4, pp.299-312, February/March/April 1994.)
- [29] LEE, W.-M. and KSCHISCHANG, F.R., "Complexity/performance trade-offs in multistage decoders," *European Transactions on Telecommunications, ETT*, vol.-5, no.6, pp.665-679, November-December 1994.
- [30] KOFMAN, Y. et al., "A multilevel coded modulation scheme for fading channels," *EE Pub.*, no.778, Technion, Israel, 1990. (Ayrıca bakınız: *Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik, AEÜ* (Int. Journal of Electronics and Communications), Vol.46, No.6, pp.420-428, 1992.)
- [31] WU, J. and LIN, S., "Multilevel trellis MPSK modulation codes for the Rayleigh fading channel", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-41, no.9, pp.1311-1318, September 1993.
- [32] SESHADRI, N. and SUNDBERG, C.-E., "Multilevel trellis coded modulations for the Rayleigh fading channel", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-41, no.9, pp.1300-1310, September 1993.
- [33] SUNDBERG, C.-E. and SESHADRI, N., "Coded modulations for fading channels: An overview," *European Transactions on Telecommunications, ETT*, vol.-4, no.3, pp.309-324, May-June 1993.
- [34] ZHANG, L. and VUCETIC, B., "Multilevel block codes for Rayleigh-fading channels", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-43, no.1, pp.24-31, January 1995.
- [35] RHEE, D.J. et al., "Some block- and trellis-coded modulations for the Rayleigh fading channel", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-44, no.1, pp.34-42, January 1996.
- [36] SUNDBERG, C.-E., "Continuous phase modulation," *IEEE Comm. Mag.*, vol.24, pp.25-38, April 1986.
- [37] ANDERSON, J.B. et al., "Digital phase modulation", *Plenum*, New York 1986.
- [38] ANDERSON, J.B. and TAYLOR, D.P., "A bandwidth-efficient class of signal-space codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-24, no.6, pp.703-712, November 1978.
- [39] ANDERSON, J.B. and C-E Sundberg, "Advances in constant envelope coded modulation," *IEEE Comm. Mag.*, pp.36-45, December 1991.
- [40] AULIN, T. and SUNDBERG, C.-E., "Continuous phase modulation-Part 1: Full response signaling," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-29, no.3, pp.196-209, March 1981.

- [41] AULIN, T. et al., "Continuous phase modulation-Part 2: Partial response signaling," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-29, no.3, pp.210-225, March 1981.
- [42] EKANAYAKE, N., "M-ary continuous phase frequency shift keying with modulation index $1/M$," *IEE Proceedings-F*, vol.131, no.2, pp.173-178, April 1984.
- [43] PASUPATHY, S., "Minimum shift keying: A spectrally efficient modulation," *IEEE Comm. Mag.*, pp.14-22, July 1979.
- [44] LEIB, H. and PASUPATHY, S., "Error-control properties of minimum shift keying," *IEEE Comm. Mag.*, vol.31, pp.52-61, January 1993.
- [45] GOODMAN, J., "Trends in cellular and cordless communications," *IEEE Comm. Mag.*, pp.31-40, June 1991.
- [46] LINDELL, G. et al., "Minimum Euclidean distance for combinations of short rate $1/2$ convolutional codes and CPFSK modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-30, pp.509-520, May 1984.
- [47] PIZZI, S.V. and WILSON, S.G., "Convolutional coding combined with continuous phase modulation," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-33, pp.20-29, January 1985.
- [48] LINDELL, G. and SUNDBERG, C.-E., "Power and bandwidth efficient coded modulation schemes with constant amplitude," *Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik, AEÜ* (Int. Journal of Electronics and Communications), vol.39, no.1, pp.45-56, January-February 1985.
- [49] HO, P. and MCLANE, P.J., "Spectrum, distance and receiver complexity of encoded continuous phase modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-34, no.5, pp.1021-1032, September 1988.
- [50] MORALES-MORENO, F. and PASUPATHY, S., "Structure, optimization and realization of FFSK trellis codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.34, no.4, pp.730-751, July 1988.
- [51] NARAGHI-POUR, M., "Trellis codes for 4-ary continuous phase frequency shift keying," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-41, no.11, pp.1582-1587, November 1993.
- [52] YANG, H. et al., "Efficient design of coded CPFSK," in *Proc. GLOBECOM'90*, pp.907.3.1-907.3.5, 1990.
- [53] RIMOLDI, B.E., "A decomposition approach to CPM," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.34, no.2, pp.260-270, March 1988.
- [54] RIMOLDI, B.E., "Design of coded CPFSK modulation systems for bandwidth and energy efficiency," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-37, no.9, pp.897-905, September 1989.

- [55] KARAM, G. et al., "New coded 8-ary CPFSK schemes," in *Proc. ICC'93*, pp.1059-1063, Geneva, Switzerland, June 1993.
- [56] HUBER, J. and LIU, W., "Convolutional codes for CPM using the memory of the modulation process," in *Proc. GLOBECOM'87*, pp.43.1.1-5, Tokyo 1987.
- [57] WEBER, W. et al., "A bandwidth compressive modulation system using multiamplitude minimum shift keying (MAMSK)," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-26, no.5, pp.543-551, May 1978.
- [58] ALTUNBAŞ, İ. and AYGÖLÜ, Ü., "Multiamplitude minimum shift keying trellis codes for AWGN and fading channels", *Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik, AEÜ* (Int. Journal of Electronics and Communications), Vol.51, No.2, pp.63-72, March 1997.
- [59] YANG, H. and TAYLOR, D.P., "Trellis-coded continuous-phase frequency-shift keying with ring convolutional codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.40, no.4, pp.1057-1067, July 1994.
- [60] LEE, H. et al., "Multiple symbol trellis coding of CPFSK," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-44, no.5, pp.566-573, May 1996.
- [61] RIMOLDI, B.E. and LI, Q., "Coded continuous phase modulation using ring convolutional codes," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-43, no.11, pp.2714-2720, November 1995.
- [62] UGRELIDZE, N.A. and SHAVGULIDZE, S.A. , "Convolutional codes over rings for CPFSK signalling", *Electronic Letters*, vol.30, no.11, pp.832-834, May 1994.
- [63] ABRISHAMKAR, F. and BIGLIERI, E., "Suboptimum detection of trellis-coded CPM for transmission on bandwidth-and power-limited channels," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-39, no.7, pp.1065-1074, July 1991.
- [64] KERR, R.W. and MCLANE, P.J., "Coherent detection of interleaved trellis encoded CPFSK on shadowed mobile satellite channels," *IEEE Trans. Vehic. Tech.*, vol.-41, no.2, pp.159-169, May 1992.
- [65] UGRELIDZE, N.A. et al., "Simulated error performance of encoded MSK signals in Gaussian and Rician fading channels", *Electronic Letters*, vol.30, no.12, pp.932-933, June 1994.
- [66] SIMMONS, S. and WITTKE, P., "Low complexity decoders for constant envelope digital modulations," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-31, no.12, pp.1273-1280, December 1983.
- [67] SVENSSON, A. et al., "A class of reduced-complexity Viterbi detectors for partial response continuous phase modulation," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-32, no.10, pp.1079-1087, October 1984.

- [68] HUBER, J. and LIU, W., "An alternative approach to reduced-complexity CPM-receivers", *IEEE J. Select. Areas Comm.*, vol.SAC-7, no.9, pp.1437-1449, December 1989.
- [69] SARI, H. et al., "Trellis coded constant-envelope modulations with linear receivers," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-44, no.10, pp.1298-1307, October 1996.
- [70] ALTUNBAŞ, İ. and AYGÖLÜ, Ü., "Multilevel coded M-ary CPFSK with modulation index $1/2$ ", *Proc. of 5th Int. Conf. on Advances in Commun. and Control*, COMCON 5, pp.504-510, Rethymno, Greece, June 1995.
- [71] ALTUNBAŞ, İ. and AYGÖLÜ, Ü., "Design of multilevel coded M-ary CPFSK systems with modulation index $1/2$ ", *Proc. of IEEE Global Telecommun. Conf.*, GLOBECOM'95, pp.644-648, Singapore, November 1995.
- [72] ALTUNBAŞ, İ. and AYGÖLÜ, Ü., "Design and performance analysis of multilevel coded M-ary CPFSK", *Proc. of Int. Telecommun. Conf.*, ICT'96, pp.269-272, İstanbul, April 1996.
- [73] ALTUNBAŞ, İ. and AYGÖLÜ, Ü., "Çok düzeyli kodlanmış sürekli fazlı frekans kaydırmalı anahtarlama", *Elektrik Mühendisliği 6. Ulusal Kongresi*, s.786-789, Bursa, Eylül 1995.
- [74] ALTUNBAŞ, İ. ve AYGÖLÜ, Ü., "Sönümlemeli kanallar için çok düzeyli kodlanmış sürekli fazlı frekans kaydırmalı anahtarlama sistemleri", *5. Sinyal İşleme ve Uygulamaları Kurultayı*, SİU'97, s.371-376, Kuşadası, İzmir, 1-3 Mayıs 1997.
- [75] ALTUNBAŞ, İ. and AYGÖLÜ, Ü., "Multilevel coding of multiple FFSK", *Proc. of IEEE Int. Symposium on Information Theory*, ISIT'97, pp.393, Ulm, Germany, June 29-July 4, 1997.
- [76] FETTWEIS, G. and MEYR, H., "High-speed parallel Viterbi decoding: Algorithm and VLSI-Architecture", *IEEE Comm. Mag.*, vol.29, pp.46-55, May 1991.
- [77] LIN, S. and COSTELLO, D.J., Jr., "Error control coding: Fundamentals and applications", *Prentice-Hall*, Englewood Cliffs, N.J., 1983.
- [78] MULLIGAN, M. and WILSON, S.G., "An improved algorithm for evaluating trellis phase codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-30, no.6, pp.846-851, November 1984.
- [79] LARSEN, K.J., "Short convolutional codes with maximal free distance for rates $1/2$, $1/3$ and $1/4$ ", *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.IT-19, pp.371-372, May 1973.
- [80] DAUT, D.G. et al., "New short constraint length convolutional code constructions for selected rational rates", *Trans. Inf. Theory*, vol.IT-28, pp.794-800, September 1982.

- [81] CAIN, J.B. et al., "Punctured convolutional codes of rate $(n-1)/n$ and simplified maximum likelihood decoding", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-25, no.1, pp.97-100, January 1979.
- [82] YASUDA, Y. et al., "High-rate punctured convolutional codes for soft decision Viterbi decoding", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-32,no.3, pp.315-319, March 1984.
- [83] HACCOUN, D. and BEGIN, G., "High rate punctured convolutional codes for Viterbi and sequential decoding", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-37, pp.1113-1125, November 1989.
- [84] HOLE, K.J., "New short constraint length rate $(N-1)/N$ punctured convolutional codes for soft-decision Viterbi decoding", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-34, no.5, pp.1079-1081, September 1988.
- [85] BEGIN, G. et al., "Further results on high-rate punctured convolutional codes for Viterbi and sequential decoding", *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-37, pp.1922-1928, November 1990.
- [86] PROAKIS, J.G., *Digital communications*, 2nd ed. McGraw-Hill, New York, N.Y., 1989.
- [87] BIGLIERI, E., "High-level modulation and coding for nonlinear satellite channels," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-32, no.5, pp.616-626, May 1984.
- [88] ZEHAVID, E. and WOLF, J.K., "On the performance evaluation of trellis codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-33, pp.196-202, March 1987.
- [89] BIGLIERI, E. and MCLANE, P.J., "Uniform distances and error probabilities of TCM schemes," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-39, no.1, pp.41-53, January 1991.
- [90] ALTUNBAŞ, İ. and AYGÖLÜ, Ü., "Multilevel coded FSK/PSK modulation", *Proc. of Int. Conf. on Commun.*, ICC'94, pp.640-644, New Orleans, LA, May 1994.
- [91] WOERZ, T. and HAGENAUER, J., "Decoding of M-PSK multilevel codes," *European Transactions on Telecommunications, ETT*, vol.-4, no.3, pp.299-308, May-June 1993.
- [92] TAKATA, T. et al., "Linear structure and error performance analysis of block PSK modulation codes," *Trans. IEICE Jap.*, vol.J73-A, no.2, pp.314-321, February 1990.
- [93] JERUCHIM, M.C. et al., "Simulation of communication systems", *Plenum*, New York 1992.
- [94] JAMALI, S.H. and LE-NGOC, T., "Coded modulation techniques for fading channels", *Kluwer Academic Publishers*, Boston 1994.

- [95] DIVSALAR, D. and SIMON, M.K., "The design of trellis coded MPSK for fading channels: Performance criteria," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-36, pp.1004-1012, September 1988.
- [96] GRADSHTEYN, I.S. and RYZHIK, I.M., "Table of integrals, series and products", *Academic Press*, New York 1965.
- [97] YIIN, L. and STÜBER, L., "Error probability of coherent detection for trellis-coded partial response CPM on Rician fading channels," *IEEE Trans. Vehic. Tech.*, vol.-45, no.2, pp.358-363, May 1996.
- [98] WILSON, S.G. and GRAUS, R.C., "Power spectrum of multi-h phase codes," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-29, pp.250-257, March 1981.
- [99] MASENG, T., "Digital phase modulated signals," *IEEE Trans. Comm.*, vol.COM-33, pp.911-918, September 1985.
- [100] HO, P. and MCLANE, P.J., "The power spectral density of digital continuous phase modulation with correlated data symbols: Part One-The correlation function method," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol.133, part F, no.1, pp.95-105, February 1986.
- [101] HO, P. and MCLANE, P.J., "The power spectral density of digital continuous phase modulation with correlated data symbols: Part Two-The Rowe-Prabhu method," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol.133, part F, no.1, pp.106-114, February 1986.
- [102] HAGENAUER, J., "Iterative decoding of binary block and convolutional codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-42, pp.429-445, March 1996.
- [103] BERROU, C., GLAVIEUX, A. and THITIMAJSHIMA, P., "Near Shannon limit error correcting coding and decoding: Turbo codes", *Proc. of IEEE Int. Conf. on Commun.*, ICC'93, pp.1064-1070, Geneva, Switzerland, May 1993.
- [104] BENEDETTO, S. and MONTORSI, G., "Unveiling turbo codes: Some results on parallel concatenated coding schemes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-42, pp.409-428, March 1996.

ÖZGEÇMİŞ

İbrahim ALTUNBAŞ, 1967 yılında Isparta'nın Sütçüler ilçesinde doğdu. İlk ve orta öğrenimini Sütçüler'de tamamladı. 1984 yılında girdiği İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik-Elektronik Fakültesi'nden, 1988 yılında Elektronik ve Haberleşme mühendisi olarak mezun oldu. 1992 yılında aynı üniversitede yüksek lisans eğitimini tamamlayarak yüksek mühendis ünvanı aldı ve doktora öğrenimine başladı. Evli olan İbrahim Altunbaş, İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi Haberleşme Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisidir.

Bilimsel araştırma alanları, iletişim sistemleri ve iletişim kuramı olup, özellikle kodlama ve modülasyon konuları üzerine çalışmalar yapmaktadır. Eylül 1998 itibariyle, uluslararası 1 dergi yayını, 6 konferans bildirisi ve ulusal 4 konferans bildirisi bulunmaktadır.

