

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EĞRİSEL BİR YÜZEY BOYUNCA NON-NEWTONYEN DUVAR JETİ

TEZİN ENSTİTÜYE VERİLDİĞİ TARİHİ
5.6.2000

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. C. Raik ORBAY
511980016011

101142

101142

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 5 Haziran 2000
Tezin Savunulduğu Tarih: 23 Haziran 2000

Tez Danışmanı: Prof.Dr. M. Zeki ERİM
Diğer Juri Üyeleri: Prof.Dr. M. Adil Yükselen
Prof. Dr. A. Rüstem ASLAN

[Signatures]

HAZİRAN 2000

ÖNSÖZ

Akışkanlar mekaniği problemleri, mühendislik uygulamalarının önemli bir bölümünü oluşturmaktadır; özellikle Uçak Mühendisliğinin inceleme alanlarının büyük bir kısmını akışkanlar meydana getirmektedir. Bu durumda, konu olan akışkanların çok iyi modellenmiş olması, deneysel ve numerik yaklaşımların birbirleriyle uyuşması gerekmektedir.

Bu çalışmanın amacı da Newtonyen olmayan akışkanların incelenmesi ve davranış biçimlerinin irdelenmesi olacaktır. Akış alanıyla ilgili diferansiyel denklem, power law fluid davranışı sergileyen akışkanlara ait n parametresine bağlı olarak çözülmeye çalışılmıştır. Sonuç olarak n parametresinin değişiminin ne oranda sürüklemeye sebep olacağının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

Çalışmanın her noktasındaki destekleri için değerli hocam Prof.Dr. M. Zeki Erim'e, yardımları için Prof.Dr. M. Adil Yükselen'e ve ayrıca anneme teşekkürlerimi sunarım.

Haziran, 2000

C. Raik ORBAY

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No.</u>
ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
SEMBOL LİSTESİ	v
ÖZET	vii
SUMMARY	ix
1. GİRİŞ	1
1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı	1
2. VİSKOZ AKIŞKANLAR	3
2.1. Giriş	3
2.2. Matematiksel Modelin Oluşturulması	3
3. EĞRİSEL BİR DUVAR BOYUNCA DUVAR JETİ	12
3.1. Giriş	12
3.2. Eğrisel Yüzey Boyunca Hareket	12
4. SONUÇ	18
KAYNAKLAR	20
EKLER	21
ÖZGEÇMİŞ	26

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1. Eğrisel Yüzey	10
Şekil 3.1. Eğrisel Duvar Boyunca Duvar Jeti	12
Şekil 3.2. Çözüm Sonuçları Örneği	16
Şekil A.1. $n = 0.2$ değeri için çözüm	21
Şekil A.2. $n = 0.4$ değeri için çözüm	22
Şekil A.3. $n = 0.6$ değeri için çözüm	23
Şekil A.4. $n = 0.8$ değeri için çözüm	24
Şekil A.5. $n = 1.0$ değeri için çözüm	25



SEMBOL LİSTESİ

τ	: Kayma Gerilmesi
μ	: Dinamik Viskozite
σ	: Normal Gerilme
$\vec{n}$	: Yüzey Normali Vektörü
$\tilde{T}, T_{ij}$	: Toplam Viskoz Gerilme Tansörü
p	: Basınç
$\tilde{I}$	: Birim Tansör
$\tilde{D}$	: Deformasyon Hızları Tansörü
T	: Sıcaklık
δ_{ij}	: Kroenecker Delta
$\epsilon^{mn}, \epsilon_r$	: 2. dereceden Şekil Değiştirme Tansörleri
e_1, e_2, e_3	: İnvariantlar
a_2, b_2, c_2	: Sıcaklığa Bağlı Fiziksel Sabitler
u, v, w	: Hızlar
x, y, z	: Doğrultular
$B_{ij,mn}$	: 4. dereceden Kovaryant Tansör
$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_0, \beta_1$	: Sıcaklığa ve İnvariantlara Bağlı Karakteristik Katsayılar
ϵ_{ijk}	: Permutasyon Tansörü
∇	: Nabla Operatörü
κ	: Non-Newtoneyen Viskozite Uyum Katsayısı
n	: Power-Law Fluid Parametresi
λ_L, μ_L	: Uyum Katsayıları
h_1, h_2, h_3	: Ölçek Faktörleri
K	: Eğrilik
R	: Eğrilik Yarıçapı
ρ	: Yoğunluk
P_∞	: Atmosfer Basıncı
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	: Boyutsuz Hızlar
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	: Boyutsuz Doğrultular
$\bar{p}$	: Boyutsuz Basınç
$\bar{Re}$	: Boyutsuz Reynolds Sayısı
$\bar{K}$	: Boyutsuz Eğrilik
L	: Karakteristik Uzunluk
H	: Karakteristik Jet Genişliği
U_R	: Referans Hızı

Ψ	: Cereyan Fonksiyonu
$\overline{A}_H$	: Bir Katsayı
η	: (3.5) denklemiyle verilen benzerlik değişkeni
F	: İta'ya Bağlı Boyutsuz Cereyan Fonksiyonu



EĞRİSEL BİR YÜZEY BOYUNCA NON-NEWTONYEN DUVAR JETİ

ÖZET

Gerilme ile şekil değiştirmeleri arasında lineer bir bağıntı bulunmayan akışkanlar özellikle yüzey sürüklemesi azaltılması yolunda birçok araştırmanın konusunu oluşturmaktadır. Newton viskozite kanununa aykırı davranış gösteren bu akışkanlar farklı yaklaşımlarla modellenmektedirler.

Bu çalışmada eğrisel bir yüzey üzerinde Non-Newtonyen akışkan jetinin davranışı incelenmiştir.

Cauchy gerilme formüllerinden toplam viskoz gerilme tansörü elde

$$\tilde{T} = -p\tilde{I} + \tilde{\sigma} \quad (1)$$

edilebilir. Bu ifadede $\tilde{I}$ birim tansörü, $\tilde{\sigma}$ ise gerilme tansörünü gösterir. Bu eşitlik tamamen viskoz bir akışkan ortam harekete geçtiğinde

$$T_{ij} = p\delta_{ij} + \sigma_{ij} \quad (2)$$

haline gelecektir. Benzer bir ifade, çeşitli matematiksel işlemleri takiben[4]

$$\tilde{\sigma} = -p\tilde{I} + 2\mu_L \tilde{D} \quad (3)$$

eşitliği olarak elde edilebilir. Söz konusu akışkan viskozitesiz kabul edilirse (3) ifadesi

$$\tilde{\sigma} = -p\tilde{I} \quad (4)$$

basit eşitliğine dönüşecektir.

İfade edilen bilgilerin ışığında sıkıştırılmaz ortamlar için sınır tabakada hareketin temel denklemleri boyutsuzlaştırıldığında

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} [(1 + h\bar{K}\bar{y})\bar{v}] = 0 \quad (5)$$

$$(1 - \bar{K}h\bar{y})\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + h\bar{K}\bar{u}\bar{v} = -(1 - h\bar{K}\bar{y}) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \quad (6)$$
$$+ n \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} - h\bar{K}\bar{u} \right|^{n-1} \left[\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{2-n}{n} \bar{K} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right]$$

$$h\bar{K}\bar{u}^2 = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} \quad (7)$$

denklem üçlüsü elde edilecektir. Benzerlik çözümü ve çeşitli matematiksel adımları takiben elde edilen

$$nF_0^{(n-1)}F_0''' + F_0F_0'' + 2F_0'^2 = 0 \quad (8)$$

diferansiyel denklemi akım alanını tanımlamaktadır.

Bu diferansiyel denklem, FORTRAN77 programlama dilinde geliştirilmiş ve Runge - Kutta metoduna dayanan kod aracılığıyla iteratif olarak çözülmüştür.

Çözüm sonuçlarından anlaşıldığı üzere power-law fluid parametresi (n) azaldıkça duvar üzerindeki kesme kuvveti azalmaktadır.

NON-NEWTONIAN JET ALONG A CURVED SURFACE

SUMMARY

The fluids which do not represent a linear relation between stress and strain are in the focus of several researches, especially which target a reduction in skin friction drag. These fluids which violate Newton's Law of Viscosity are modelled via different means.

This work aims to describe the behaviour of a non-Newtonian fluid flowing along a curved surface.

From Cauchy Stress Formulas[4] total viscous stress can be manipulated as

$$\tilde{T} = -p\tilde{I} + \tilde{\sigma} \quad (1)$$

In this expression $\tilde{I}$ presents unit tensor, $\tilde{\sigma}$ represents stress tensor. When completely viscous fluid media starts to move, this equation changes into

$$T_{ij} = p\delta_{ij} + \sigma_{ij} \quad (2)$$

equation (2).

After several mathematical operations, a similar expression would be like

$$\tilde{\sigma} = -p\tilde{I} + 2\mu_L \tilde{D} \quad (3)$$

relation (3). If the fluid is assumed to be inviscid, (3) expression would give the

$$\tilde{\sigma} = -p\tilde{I} \quad (4)$$

simple equation (4).

In the light of information presented above, fundamental dimensionless family of equations for incompressible boundary layer yields

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} [(1 + h\bar{K}\bar{y})\bar{v}] = 0 \quad (5)$$

$$(1 - \bar{K}h\bar{y})\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + h\bar{K}\bar{u}\bar{v} = -(1 - h\bar{K}\bar{y}) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + n \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} - h\bar{K}\bar{u} \right|^{n-1} \left[\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{2-n}{n} \bar{K} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right] \quad (6)$$

$$h\bar{K}\bar{u}^2 = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} \quad (7)$$

trio of equations (5,6,7) . Following self-similar solutions and some other mathematical steps

$$nF_0^{n(n-1)} F_0''' + F_0 F_0'' + 2F_0'^2 = 0 \quad (8)$$

equation (8) which describes the flow field is obtained.

This differential equation is solved by means of an iterative code based on method of Runge-Kutta, in FORTRAN77 programming language.

As seen from the results, the shearing stress on the wall is reduced by a decrease in power-law fluid index, (n) .

1. GİRİŞ

1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı

Hava ve benzeri tüm gazlar, su gibi tabiatta ve çoğu mühendislik uygulamalarında rastlanan akışkanlarda gerilme ile şekil değiştirme arasında lineer bir bağıntı mevcuttur. Bu özelliğe sahip akışkanlar Newtonyen Akışkanlar adını alır.

Bu tip ortamlar için, örneğin τ kayma gerilmesi $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ şeklinde ifade edilebilir

[1]. Buna göre akışkan tabakaları arasındaki τ kayma gerilmesi $\frac{\partial u}{\partial y}$ ile değişir. Bu

ifadede daima pozitif olan orantı katsayısı μ kısaca viskozite adını alır ve gözönüne alınan ortama ait karakteristik bir malzeme özelliğidir. μ , genel olarak sıcaklık ve basınca bağlıdır. Belirtelim ki μ viskozitesi, bu tip ortamlar için, deformasyon hızına bağlı değildir. Aerodinamik, hidrodinamik ve yağlama gibi konular Newtonyen akışkanlara ait uygulama alanlarını oluştururlar ve Uçak Mühendislerinin yabancı olmadığı uygulamalardır.

Newtonyen akışkanlar için geçerli olan $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ bağıntısı, üç yönden çok basittir.

Belirtilen basitliğe ait birinci husus (τ) kayma gerilmesi, seçilen akışkan taneciğinin o andaki ani hareketine bağlıdır. Yani, önceki zamanlara ait akışkan hareketinin o anda oluşan gerilmede etkisi yoktur.

İkinci konu ise, bir noktadaki kayma gerilmesi (τ) yalnız kayma hızına, yani bu noktadaki hız gradyanına bağlıdır.

Üçüncü konu ise yerel kayma gerilmesinin doğrudan kayma hızı ile yani hız gradyanı ile orantılı olmasıdır. Bu özelliklere ait uygulamalara klasik Akışkanlar Mekaniği kitaplarında rastlanır [1, 2, 3].

Mühendislik problemlerinin çoğu uygulamalarında rastlanan akışkan ortamlar ise Newtonyen özelliklere sahip değildirler. Nitekim plastikler, polimer çözeltileri, boyalar, vernikler, çeşitli süspansiyonlar, kan gibi insanı da ilgilendiren tabii akışkanlar, Newtonyen bir akışkandan beklenenden farklı özellikler sergileyecek şekilde hareket ederler. Bu nedenle Newtonyen özellikler taşımayan bu tip akışkan ortamlara Non-Newtonyen akışkan ortamlar adı verilmektedir [4]. Bu tip ortamlara ait bilgiler son zamanlarda araştırmacıların ilgi odağı olmuştur. [5, 6].

Mühendislikte önemli olan araştırma konularından biri de jet akımlarına yöneliktir [3]. Newtonyen akışkanlar halinde iki boyutlu veya eksenel simetriye sahip jet akımlarıyla ilgili bilgilere de klasik kitaplarda rastlanabilir [1, 3]. Non-Newtonyen akışkanlara ait iki boyutlu veya eksenel simetrik jet problemi, power-law akışkanlar halinde bazı araştırmacılarca incelenmiştir [7, 8, 9]. Bu araştırmalarda yalnız hız alanıyla ilgili bilgi ve grafikler verilmiştir. Kaldı ki bunlardan, örneğin, duvar-jeti halinde sürtünmeyi veren akım fonksiyonunun ikinci türevi sıfır değerinden geçmektedir. Dolayısıyla anılan araştırmacıların tekillik içeren bu konuyu nasıl çözdükleri, dolayısıyla çözümlerinin yakınsayıp yakınsamadıkları gibi konularda göze çarpan noktaların aydınlatılması bu tezin konusu olacaktır. Ayrıca eğrisel bir duvar boyunca akan Non-Newtonyen akışkanlara ait duvar-jeti problemine de açıklık getirmeye çalışılacaktır.

Non-Newtonyen akışkanların iki boyutlu jet problemini irdellemek için gerekli teorik bilgiler 2. bölümde incelenecek, iki boyutlu veya eğrisel bir duvar boyunca jet probleminin çözümüyle ilgili bilgilere 3. bölümde yer verilecek ve nihayet bölüm 4 de bu tezde incelenen konulardan çıkan sonuçlar irdelenecektir.

2. VİSKOZ AKIŞKANLAR

2.1. Giriş

Akışkan ortamlara ait bilgiler ve bu bilgiler ışığında oluşturulan modeller yeni değildir [2 , 3] . Non-Newtonyen akışkan ortamlar ise daha çok geçen yüzyılda araştırmacıların dikkatini çekmiştir. Bu tipe ait ön bilgiler, örneğin G. Astarita ve G. Marrucci [4] tarafından verilmiştir.

2.2. Matematiksel modelin oluşturulması

Deneylerle uyuşan gaz veya sıvı ortamlara ait hipotezler aşağıda sıralanmıştır:

1) Durgun haldeki akışkan ortama etkiyen toplam $\tilde{T}$ gerilmesinin deviatorik kısmı sıfırdır. Burada bir $\vec{n}$ yönündeki $\vec{\tau}$ kayma gerilmesi sıfır olup toplam gerilme σ normal gerilmesinden ibaret olur. Fazla olarak seçilen $\vec{n}$ yönü ne olursa olsun toplam gerilme bir normal gerilmeden ibaret kalır ve bu normal gerilmeye p hidrostatik basıncı adı verilir ve daima $(-\vec{n})$ tarafına doğru yönelmiştir.

2) Hareketli ortamlar halinde toplam $\tilde{T}$ gerilmesi için

$$\tilde{T} = -p\tilde{I} + \tilde{\sigma} \quad (2.1)$$

bağıntısı yazılabilir. Burada $\tilde{I}$ birim tansörü, $\tilde{\sigma}$ ise gerilme tansörünü gösterir.

Akışkan harekete başladığı zaman $\tilde{T}$ tansörünün bileşenleri $\tilde{D}$ deformasyon hızları tansörünün bileşenlerinin ve T sıcaklığının fonksiyonu olarak değişirler.

3) Tamamen viskoz olan akışkan ortam homojen bir yapıya sahiptir.

Bu hipotezlere Stokes ve Reiner-Rivlin aşağıda belirtilen hipotezleri ilave etmişlerdir:

4) Ortam izotrop olup özellikler seçilen yöne bağlı değildir.

5) Tamamen viskoz bir akışkan ortam harekete geçtiğinde $\tilde{T}$ toplam gerilmesinin bileşenleri aşağıdaki gibi bir polinom şeklinde yazılabilir:

$$T_{ij} = p\delta_{ij} + \sigma_{ij} = A_{ij,mn} \dot{\varepsilon}^{mn} + B_{ij,mn} \dot{\varepsilon}^{mr} \dot{\varepsilon}^n + C_{ij,mn} \dot{\varepsilon}^s \dot{\varepsilon}^n + \dots \quad (2.2)$$

Burada $A_{ij,mn}$, $B_{ij,mn}$, ... tansörleri dördüncü mertebeden tansörler olup akışkan ortamın özelliklerinin karakteristiklerini gösterir ve yalnız akışkanın termodinamik haline bağlıdır. $\dot{\varepsilon}^{mn}$ 'ler ise ikinci mertebeden tansörel büyüklükler olup sürekli ortamın şekil değişim(deformasyon) halini ifade ederler.

(2.1) veya (2.2) bağıntısında gösterilen $\tilde{\sigma}$ veya σ_{ij} gerilme tansörü simetrik bir tansördür. Dolayısıyla $\tilde{T}$ toplam gerilme tansörü ve şekil değişim tansörü veya deformasyon hızları tansörü $\tilde{D}$ simetrik tansörlerdir. Sürekli ortam izotrop kabul edildiğine göre $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C} \dots$ şeklinde yazılan tansörler, özellikleri izotrop olan tansörlerdir. Buna göre $A_{ij,mn} \dot{\varepsilon}^{mn}$ şeklinde belirtilen tansörel büyüklük, anılan ortamlar için aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$A_{ij,mn} \dot{\varepsilon}^{mn} = a_1 \dot{e}_I \delta_{ij} + 2a_2 \dot{\varepsilon}_{ij} \quad (2.3)$$

Burada a_1 ve a_2 yalnız sıcaklığın fonksiyonu olan skaler büyüklüklerdir. $\dot{e}_I$ şekil değişimi tansörünün birinci invariantını gösterir. Şekil değişim tansörünün ikinci ve üçüncü invariantları ise $\dot{e}_{II}$ ve $\dot{e}_{III}$ ile gösterilecektir. Bir $\tilde{B}$ tansörel büyüklüğünün belirtilen üç invariantla ilgili

$$\tilde{B}^3 - \dot{e}_I \tilde{B}^2 + \dot{e}_{II} \tilde{B} - \dot{e}_{III} \tilde{I} = 0$$

bağıntısını gerçeklemesi gerekir. Bu bağıntı Cayley-Hamilton teoremi şeklinde ifade edilir [4].

Akışkan ve gaz ortamlar için ε_{ij} şekil değişim tansörü $\tilde{D}$ deformasyon hızları tansöründen ibarettir. O halde (2.2) ve (2.3) bağıntılarında belirtilen ε_{ij} ler yerine $\tilde{D}$ tansörü yazılabilir, ve buna göre (2.3) ve benzeri şekilde yazılan bağıntılar (2.2) de yerinde konursa akışkan ortamlar için $\tilde{T}$ toplam gerilmesi

$$\tilde{T} = f(\dot{e}_I, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}, T) \tilde{I} + 2a_2 \tilde{D} + 2b_2 \tilde{D}^2 + 2c_2 \tilde{D}^3 + \dots \quad (2.4)$$

şeklinde yazılabilir. (2.4) bağıntısında $f(\dot{e}_I, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}, T)$ fonksiyonu, deformasyon hızları tansörü $\tilde{D}$ nın $\dot{e}_I, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}$ invariantları ile T sıcaklığının bir fonksiyonudur. a_2, b_2, c_2 ise yalnız sıcaklığa bağlı akışkan ortamın fiziksel sabitleridir [10] , [11].

Gerçekte ifade edilen Cayley-Hamilton Teoremi uygulanırsa (2.4) bağıntısı

$$\tilde{T} = \alpha_0(\dot{e}_I, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}, T) \tilde{I} + \alpha_1(\dot{e}_I, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}, T) \tilde{D} + \alpha_2(\dot{e}_I, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}, T) \tilde{D}^2 + \dots \quad (2.5)$$

şeklinde de ifade edilebilir. (2.5) bağıntısında $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \dots \dot{e}_I, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}$ invariantlarının polinomlarıdır ve bu polinomların katsayıları akışkan ortamın reolojik özelliklerinin yalnız sıcaklığa bağlı karakteristikleridir [4]. Şekil değişim tansörünün veya deformasyon hızları tansörünün invaryantları aşağıda verilen ifadeler yardımıyla hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} \dot{e}_I &= 2(e_{ii}) \\ \dot{e}_{II} &= 4e_{ij} e_{ji} = \frac{1}{2} \left[(\text{trace} \tilde{D})^2 - \text{trace} \tilde{D}^2 \right] \\ \dot{e}_{III} &= 8 \epsilon_{ijk} e_{1i} e_{2j} e_{3k} \end{aligned} \quad (2.5a)$$

Özel bir hal olarak gözönüne alınan akışkan ortam için yoğunluk değişimi ihmal edilebilir olsun. Bu halde deformasyon hızları tansörünün birinci invaryantı süreklilik denkleminde

$$\dot{e}_1 = \nabla \cdot \vec{V} = 0$$

olur. Bu ortamlar için $\alpha_0 = 0$ kabul edilirse (2.5) bağıntısı yerine

$$\tilde{T} = \alpha_1(0, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}, T) \tilde{D} + \alpha_2(0, \dot{e}_{II}, \dot{e}_{III}, T) \tilde{D}^2 + \dots \quad (2.6)$$

şeklinde verilen bağıntı alınabilir. Bellet [10] göre (2.6) bağıntısındaki α_1 ve α_2 fonksiyonları

$$\alpha_1 \geq \frac{3}{2} \frac{\dot{e}_{III}}{\dot{e}_{II}} \alpha_2 \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edilen Clausius-Duhem bağıntısını doğrulamak zorundadır. Eğer (2.7) bağıntısında üçüncü invaryant $\dot{e}_{III} = 0$ ise (2.7) bağıntısı $\alpha_1 \geq 0$ eşitsizliğini doğrulamak zorundadır.

Toplam gerilmeyle ilgili olarak verilen bu genel bilgilerden sonra bazı basit örneklemeler yapmak konunun daha iyi anlaşılmasını sağlayacaktır. Bu amaçla (2.5) bağıntısı gözönüne alınsın. Bu genel ifadenin en basit hali için

$$\tilde{T} = \tilde{\sigma} + P\tilde{I} = \alpha_0\tilde{I} + \alpha_1\tilde{D} \quad (2.8)$$

ifadesi yazılabilir. (2.8) bağıntısı deneysel olarak doğrulanan bir bağıntıdır [10], [4]. İnvaryantlara ve sıcaklığa bağlı olan α_0, α_1 katsayıları için basit olarak:

$$\alpha_0 = \lambda_L(T) \dot{e}_1 \quad (2.9)$$

ve

$$\alpha_1 = 2\kappa[2\dot{e}_1^2 - 4\dot{e}_{II}] \quad (2.10)$$

bağıntılarının geçerli olduğunu düşünelim. (2.9) ve (2.10) bağıntıları α_0 katsayısının yalnız birinci invaryanta ve α_1 katsayısının ise birinci ve ikinci invaryanta bağlı olduklarını gösterir. İki boyutlu akım alanları için geçerli olması gereken bu hale ait kural Ostwald-de Waele kanunu veya üstel kanun adını alır. Bu kanunun bazı tip akışkan ortamlar için geçerli olduğu deneysel olarak doğrulanmıştır [4],[10]. Newtonyen akışkan ortamlara en yakın olan bu gerilme hali uygulamada non-Newtonyen olan akışkan ortamlar için en çok uygulanan modeli oluşturur.

İfade edilegelen modelde (2.9) ve (2.10), (2.8) de yerine konursa

$$\tilde{T} = \tilde{\sigma} + P\tilde{I} = \lambda_L(T)\dot{e}_1 + 2\kappa(2\dot{e}_1^2 - 4\dot{e}_{II}) \quad (2.11)$$

bağıntısı büyük bir grup akışkan ortam için geçerlidir. Bu gruba giren akışkan ortamlar için kullanılan modellerden ikisi uygulamada önemli bir yer tutar [10]. Bunlar iki boyutlu akım alanları için

Ostwald-de Waele Modeli

$$\alpha_1 = 2\kappa[2\dot{e}_1^2 - 4\dot{e}_{II}]^{n-1} \quad (2.12a)$$

ve

Sisko Modeli

$$\alpha_1 = 2A + 2B[2\dot{e}_1^2 - 4\dot{e}_{II}]^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.12b)$$

olarak isimlendirilen modellerdir.

Bu modellerden hareketle viskoz Newtonyen akışkanlara geçmek son derece basittir. Örneğin

$$\alpha_1 = 2\mu_L \quad (2.13)$$

bağıntısı geçerli farzedilirse (2.8) ifadesi

$$\tilde{T} = \lambda_L \dot{e}_1 I + 2\mu_L \tilde{D} \quad (2.14)$$

şeklini alır. Böylece viskoz Newtonyen bir akışkan ortama ait toplam gerilme ifadesi elde dilmiş olur. Bu model hidro- ve aerodinamik çalışmaların esasını oluşturur[1,2].

Eğer akışkan sıkıştırılamazsa

$$\dot{e}_1 = \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.15)$$

şeklinde ifade edilen süreklilik denklemi gözönüne alınarak (2.14) ile verilen toplam gerilme tansörü için

$$\tilde{T} = \sigma + p\tilde{I} = 2\mu_L \tilde{D}$$

ifadesi veya

$$\tilde{\sigma} = -p\tilde{I} + 2\mu_L \tilde{D} \quad (2.16)$$

bağıntısı yazılabilir.

Eğer akışkan viskozitesiz ise deviatorik tansör

$$\tilde{\sigma} = -p\tilde{I} \quad (2.17)$$

bağıntısıyla ifade edilen basit şekle gelir. Hareketin genel denklemleri sıkıştırılamaz sürekli akışkan ortamlar için kütlelenin sabitliği ile momentumun korunumu kurallarından oluşur. Bu kurallar ise matematiksel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir [5]

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.18)$$

$$\rho \frac{D\vec{I}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \hat{\sigma} \quad (2.19)$$

Sürekli ortamın enerji durumu sabit yoğunluklu sürekli ortamlar halinde hareket denkleminde ayrı olarak hesaplanır. Bu tezde ortamın sabit sıcaklıkta olduğu ve enerji alış-verişinin bulunmadığı kabul edileceğinden enerji denklemiyle ilgili konulara değinilmemiştir.

Bu tezde non-Newtonyen akışkan modeli için (2.12a) ile verilen Ostwald-de Waele modeli alınacaktır, ancak akışkan ortam sıkıştırılmaz olduğundan anılan model

$$\alpha_1 = 2\kappa \left| \sqrt{\frac{\dot{e}_{II}}{2}} \right|^{n-1} \quad (2.20)$$

bağıntısıyla hesaplanacaktır. Zira süreklilik denkleminde birinci invaryantın sıfır olacağı görüleceğinden α_1 katsayısının yalnız ikinci invaryantın fonksiyonu olacağı hemen anlaşılır.

Deformasyon hızları tansörünün ifade edilegelen invaryantlarının genel ifadesi ortogonal koordinat sisteminde aşağıda verilmişlerdir:

$$\dot{e}_I = 2e_{ii} = 2(e_{11} + e_{22} + e_{33}) = \nabla \cdot \vec{V} \quad (2.21a)$$

$$\dot{e}_{II} = 4e_{ij}e_{ji} = 4[e_{11}^2 + e_{22}^2 + e_{33}^2 + 2(e_{12}^2 + e_{13}^2 + e_{23}^2)] \quad (2.21b)$$

ve

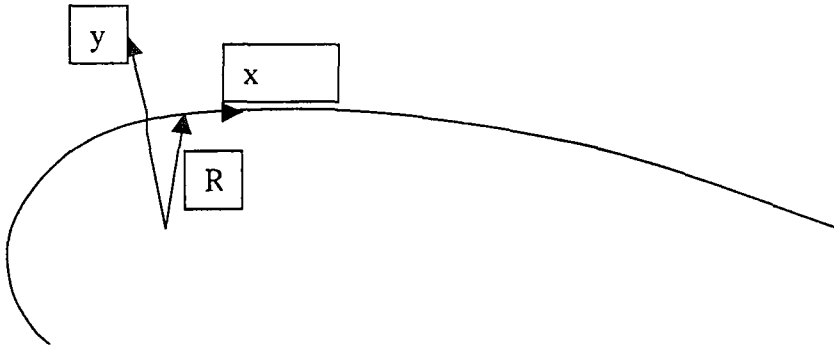
$$\begin{aligned} \dot{e}_{III} &= 8 \epsilon_{ijk} e_{1i} e_{2j} e_{3k} = 8 \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{vmatrix} \\ &= [e_{11}(e_{22}e_{33} - e_{32}e_{23}) - e_{12}(e_{21}e_{33} - e_{31}e_{23}) + e_{13}(e_{21}e_{32} - e_{31}e_{22})] \end{aligned} \quad (2.21c)$$

(2.21) bağıntılarında gösterilen e_{ij} bileşenleri yine ortogonal koordinat sisteminde

$$\begin{aligned}
e_{11} &= \frac{1}{h_1} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial y} + \frac{w}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial z} \\
e_{22} &= \frac{1}{h_2} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v_3}{h_2 h_3} \frac{\partial h_2}{\partial z} + \frac{u}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} \\
e_{33} &= \frac{1}{h_3} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{u}{h_3 h_1} \frac{\partial h_3}{\partial x} + \frac{v}{h_2 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial y} \\
e_{12} = e_{21} &= \frac{1}{2} \left[\frac{h_2}{h_1} \frac{\partial (v/h_2)}{\partial x} + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u}{h_1} \right) \right] \\
e_{13} = e_{31} &= \frac{1}{2} \left[\frac{h_1}{h_3} \frac{\partial (u/h_1)}{\partial z} + \frac{h_3}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{w}{h_1} \right) \right] \\
e_{23} = e_{32} &= \frac{1}{2} \left[\frac{h_3}{h_2} \frac{\partial (w/h_3)}{\partial y} + \frac{h_2}{h_3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{h_2} \right) \right] \quad (2.22)
\end{aligned}$$

bağıntıları yardımıyla hesaplanabilir. Burada h_1, h_2, h_3 büyüklükleri x, y, z doğrultularındaki ölçek faktörleridir [5].

Bu bilgiler ışığında, Yükselen ve Erim [5] eğrisel bir yüzey boyunca Non-Newtonyen bir akışkanın iki boyutlu daimi hareketinde hareket denklemlerini vermişlerdir. Şekil 2.1, bu tipten bir yüzeyi göstermek için çizilmiştir



Şekil 2.1. Eğrisel Yüzey

Bu halde $h_2 = 1$, $h_1 = 1 + Ky = 1 + \frac{y}{R}$ alınabilir. K eğriliği, R ise $R = \frac{1}{K}$ şeklinde eğrilik yarıçapını gösterir. Bir uygulama olarak deformasyon hızları tansörünün (2.22) ile verilen e_{ij} bileşenleri kolayca hesaplanabilir. Nitekim aşağıda bu bileşenler verilmiştir.

$$\begin{aligned} e_{11} &= \frac{1}{1 + Ky} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{K}{1 + Ky} v \\ e_{22} &= \frac{\partial u}{\partial y} \\ e_{12} = e_{21} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 + Ky} \frac{\partial v}{\partial x} + (1 + Ky) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u}{1 + Ky} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

Yükselen ve Erim [5] anılan koordinat sisteminde hareket denklemlerini vermişlerdir. (x) doğrultusundaki değişimler ihmal edilirse bu denklemlerden hareketle sınır tabaka denklemleri anılan koordinat sisteminde süreklilik denklemi

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} [(1 + Ky)v] = 0 \quad (2.24)$$

hareket denklemleri

$$\begin{aligned} \rho(1 + Ky) \left[(1 - Ky)u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + Kuv \right] \equiv \\ - \frac{\partial p}{\partial x} + (1 + Ky)Ku \left[\frac{\partial u}{\partial y} - Ku \right]^{n-1} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{2-n}{n} K \frac{\partial u}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (2.25a)$$

$$K\rho u^2 = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.25b)$$

şeklinde ifade edilmişlerdir.

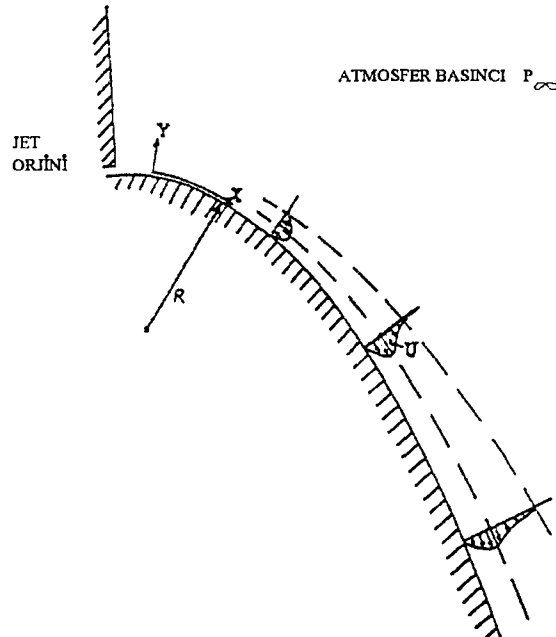
3. EĞRİSEL BİR DUVAR BOYUNCA DUVAR JETİ

3.1. Giriş

Bu bölümde Bölüm 2 'de verilen bilgiler ışığında duvar-jeti problemine değinilecektir. Sıkıştırılmaz Newtonyen akışkanlar halinde, anılan konu Parks ve Petersen [12] tarafından incelenmiştir. Non-Newtonyen halde deneysel duvar jeti problemi Mitwally [9] tarafından incelenmiştir. Mitwally tarafından ele alınan problemin eğrisel bir duvar boyunca incelenmesi bu bölümün konusu olacaktır.

3.2. Eğrisel Yüzey Boyunca Hareket

Eğrisel bir yüzey boyunca hareket eden jete ait şematik gösterim Şekil 3.1 'de verilmiştir.



Şekil 3.2. Eğrisel Yüzey Boyunca Duvar Jeti

Jet akımına ait (x) yönündeki karakteristik bir referans hız U_R , karakteristik uzunluk L, yüzey eğrilik yarıçapı $R = \frac{1}{K}$ ve karakteristik jet genişliği H olsun. L karakteristik jet uzunluğu ile yüzey eğrilik yarıçapı aynı mertebeden ise harekete ait genel denklemler (2.24) ve (2.25) ile verilen bağıntılar olacaktır. Hareketin düzlemsel ve daimi, akışkanın sıkıştırılmaz olması halinde geçerli olan bu bağıntılar önce

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \frac{u}{U_R}, \quad \bar{v} = \frac{v}{U_R} \text{Re}^{\frac{1}{1+n}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{H} \\ \bar{K} &= KL, \quad \bar{P} = \frac{P}{\rho U_R^2}, \quad \text{Re} = \frac{\rho}{K} U_R^{2-n} L^n\end{aligned}\quad (3.1)$$

dönüşümleriyle boyutsuz hale getirelim. (3.1) ifadesi (2.24) 'de yerine konulursa

$$\frac{H}{L} = h = \frac{1}{\text{Re}^{\frac{1}{1+n}}}\quad (3.2)$$

olduğu görülebilir. Buna göre (2.24) ve (2.25) denklemleri boyutsuz olarak

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} [(1 + h\bar{K}\bar{y})\bar{v}] = 0\quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}(1 - \bar{K}h\bar{y})\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + h\bar{K}\bar{u}\bar{v} &= -(1 - h\bar{K}\bar{y}) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \\ + n \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} - h\bar{K}\bar{u} \right]^{n-1} &\left[\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{2-n}{n} \bar{K} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right]\end{aligned}\quad (3.4a)$$

$$h\bar{K}\bar{u}^2 = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}}\quad (3.4b)$$

şeklinde yazılabilirler.

(3.3) ve (3.4) denklemlerinin ifade edilen eğrisel bir yüzey boyunca akan jet için çözümünde

$$\Psi = \bar{A}_w^{\frac{2n-1}{3}} \bar{x}^{\frac{1}{5n-1}} F(\eta)$$

$$\eta = \frac{\bar{A}_w^{\frac{2-n}{3}}}{(5n-1)^{\frac{1}{2n-1}} \bar{x}^{\frac{3}{5n-1}}} \bar{y} \quad (3.5)$$

dönüşümlerini yapalım. (3.5) bağıntıları yardımıyla kolayca

$$\bar{u} = \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \bar{y}} = \frac{\bar{A}_w^{\frac{n+1}{3}}}{(5n-1)^{\frac{1}{2n-1}} \bar{x}^{\frac{2}{5n-1}}} F'(\eta) \quad (3.6a)$$

$$\bar{v} = -\frac{\bar{A}_w^{\frac{2n-1}{3}} \bar{x}^{\frac{2-5n}{5n-1}}}{5n-1} [F - 3\eta F'] \quad (3.6b)$$

bağıntıları yazılabilir. (3.5) ve buradan elde edilen (3.6) bağıntıları (3.3) ve (3.4) denklemlerinde yerlerine konulursa $\bar{K}$ eğriliği

$$\bar{K} = \frac{\bar{A}_w^{\frac{2-n}{3}}}{(5n-1)^{\frac{1}{2n-1}} \bar{x}^{\frac{3}{5n-1}}} \quad (3.7)$$

olmak kaydıyla

$$\begin{aligned} & -2F'^2 - FF'' - h(FF' - 3\eta F'^2) \equiv \\ & n[F'' - hF']^{n-1} \left[F''' + \frac{2-n}{n} hF'' \right] \\ & + h \int_{\eta}^{\infty} (4F'^2 + 6F'F'') d\eta \end{aligned} \quad (3.8)$$

bağıntılarına ulaşılır. (3.8) denklemi eğrilik dağılımının (3.7) denklemiyle verilen şekle sahip olması halinde benzerlik çözümünün bulunabileceğini ifade eder. Benzerlik çözümü adi bir diferansiyel denklem sistemi verdiği için sayısal çözümde büyük kolaylıklar sağlar. Bu nedenle son derece önemlidir. (3.8) denklemi, eğriliği temsil eden $h = 0$ için eğrileksiz halde Mitwally[9] tarafından verilen sonucu verir.

Dolayısıyla Mitwally tarafından verilen benzerlik çözümünün eğriliği içerecek şekilde genelleştirilmiş şeklidir. Bu denklemin çözümü için gerekli başlangıç ve sınır şartları

$$\begin{aligned} y \rightarrow 0 & & F(0) = F'(0) = 0 \\ y \rightarrow \infty & & F'(\infty) = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

şeklinde ifade edilebilir. Verilen başlangıç ve sınır şartları gerçekleşecek şekilde (3.8) denkleminin eğriliğin küçük olması halindeki çözümü için

$$F = F_0 + hF_1 + h^2F_2 + \dots$$

şeklinde ifade edilebilen seri açılımı gözönüne alınmış olsun. Bu açılımda sıfırıncı mertebeden yaklaşım

$$nF_0^{(n-1)} + F_0''' + F_0F_0'' + 2F_0'^2 = 0 \quad (3.10)$$

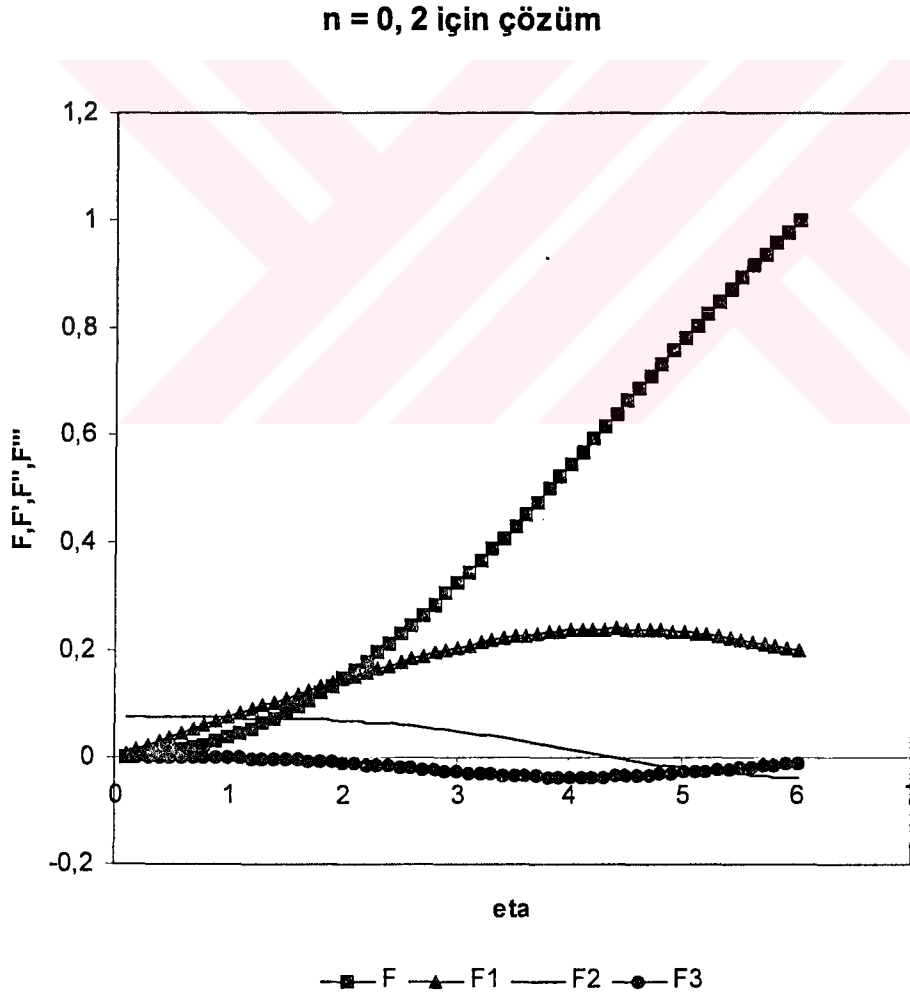
denkleminden ibaret olup F_1 ve daha yüksek mertebeden büyüklüklerin hesabı (3.10) denkleminin çözümünden sonra yapılacaktır. Bu nedenle (3.10) denkleminin (3.9) sınır şartlarıyla çözümünden sonra F_1 gibi yüksek mertebeden terimlerle ilgili çözümlere geçilmesi uygun olacaktır. Gerçekte (3.10) bağıntısı (3.8) ile verilen genelleştirilmiş duvar jeti probleminin çözümünün daha basit şekilde yapılabilmesinin amaçlanmasından ortaya çıkmıştır. Ayrıca bu genel halin Mitwally[9] tarafından verilen özel hali içerdiğini de göstermeyi hedeflemiştir.

(3.10) denkleminin sayısal çözümü Mitwally[9] tarafından verilmiştir. Ancak bu çözümde ikinci türeve ait değişim gösterilmemiştir. Ayrıca ikinci türevin sebep olduğu tekillikten de bahsedilmemiştir. Bu nedenle Mitwally[9] tarafından verilen çözümün doğruluğu kabul edilebilir görülmemiştir.

Belirtilen konuya açıklık getirmek için (3.10) denkleminin Runge-Kutta metodu ile çözümüne gidilmiş ve n 'nin çeşitli değerlerinde F_0 fonksiyonu ve türevlerinin değişimleri hesaplanmış ve grafikler halinde EK'te verilmiştir. Bu grafiklerden görüleceği gibi n 'in 0.6 değerinden sonra çözümün yakınsaması

zorlaşmaktadır. Ayrıca n küçülürken F_0 'ın ikinci türevinin değeri azalmakta ve ayrıca sınır tabakanın kalınlığı artmaktadır. Bu husus üzerinde durulması gereken önemli bir konudur. Ancak sayısal çözümde elde edilen bu tespitin doğruluğundan emin olmak gerekir. Zira 0.6'dan küçük n değerleri için çözümün yakınsamasındaki zorlukları güvenilir bir şekilde izah etmek zorlaşmaktadır. Kaldı ki Runge-Kutta metoduyla yapılan çözümden şüphe etmemek viskoziteden kaynaklanan tekillik nedeniyle zor olmaktadır. Nitekim Şekil 3.3 $n=0.2$ için Çözüm sonuçlarını grafik olarak göstermektedir. Şekilden açık olarak görüldüğü gibi çözüm yakınsamamaktadır. Bu husus belirtilen endişeleri doğrular niteliktedir.

Çözümün yakınsamasını sağlamak ve belirtilen tekillikten kurtulmak bakımından ikinci türevin değeri sıfır civarına ulaştığında, viskozitenin 10^{-4}



Şekil 3.3 Çözüm sonuçları örneği

mertebede sabit bir değere sahip olduğu kabul edilmiştir. Böylece ikinci türevin sıfır olmasından kaynaklanacak tekilliğin giderilmesine çalışılmıştır. Bu anlayış çerçevesinde Runge-Kutta metoduyla Mitwally[9] tarafından elde edilen ve özel olarak bu tezde birinci mertebeden yaklaşım olarak verilen (3.10) denkleminin (3.9) sınır şartlarıyla çözümü yapılmıştır. Çözüm sonucunda elde edilen F_0 fonksiyonu ve türevlerine ait eğriler EK’te verilmiştir. EK’ten görüleceği gibi n ’in 0.6’dan küçük olması halinde elde edilen sonuçların doğruluğu tartışmalı olabilecek niteliktedir.

4. SONUÇ

Bu tezde viskozitesi üstel değişen non-Newtonyen bir akışkana için eğrisel bir yüzey boyunca duvar jeti problemi incelenmiştir. Bu incelemede akışkan akımı laminar kabul edilmiştir. Genelde jet problemleri türbülanslı bir özellik göstermelerine rağmen laminar akım kabulü ile jet akımlarına ait çözümler de gözönüne alınmıştır [3]. Bu nedenle belirtilen akışkan için türbülanslı akım kabulü halinde duvar jeti probleminin incelenmesi sonraya bırakılarak doğrudan laminar duvar jeti probleminin ele alınması daha doğru bulunmuştur. Bu problem incelenirken anılan non-Newtonyen akışkana ait sınır tabaka denklemlerinin doğrudan sayısal olarak çözülebileceği düşünülmüş ancak düz duvar halinde daha önce Mitwally[9] tarafından verilen sonuçlardan hareketle eğrilik etkilerinin incelenmesi daha olumlu bir yol olarak görülmüştür. Bu yol sınır tabaka denklemlerinin eğrilik etkilerini içerecek şekilde yazılmasına yol açmıştır. Eğrilik etkilerini içeren bu denklemlerin benzerlik çözümü verme koşulları bulunmuş ve bunun sonucunda Mitwally[9] tarafından verilen benzerlik çözümü eğrilik etkilerini içerecek şekilde genelleştirilmiştir.

Bu tezde verilen (3.8) denklemi açıklanan bilgiler ışığında Ostwald-de Waele tipi non-Newtonyen akışkanlara ait genelleştirilmiş benzerlik çözümüdür. Bu denklemin çözümü için gerekli sınır şartları (3.9) bağıntısıyla verilmiştir. (3.8) ile verilen benzerlik çözümüne ilk defa bu çalışmada yer verilmiştir. Bu bakımdan tezin özgünlüklerinden biridir.

Bu tezdeki ikinci özgünlük, daha önce Mitwally[9] tarafından verilen sayısal çözümün viskoziteden kaynaklanan tekillik nedeniyle doğru olamayacağının gösterilmesidir.

Bu tezdeki üçüncü özgünlük ise Ostwald-de Waele viskozite modelinin, cereyan fonksiyonunun ikinci türevinin sıfır olması halinde, sayısal çözüm için

uygun olmadığının gösterilmesidir. Bu özgünlüğe literatürde rastlanmaması bu tezdeki çalışmanın ve çalışma sonucu elde edilen sonuçların önemini arttırmaktadır.

Sayısal çözüm için seçilen Runge-Kutta metodu öncelikle eğriliksiz hale ait (3.10) denkleminin çözümünde uygulanmıştır. Bu uygulamada $n > 0.6$ için eğriliksiz hale ait çözüm eğrileri EK’te verilmiş, verilen bu eğriler gösteriyor ki n değeri $n=1.0$ ’den itibaren azalırken duvardaki sürtünme kuvveti azalmaktadır. Ayrıca sınır tabaka da kalınlaşmaktadır.

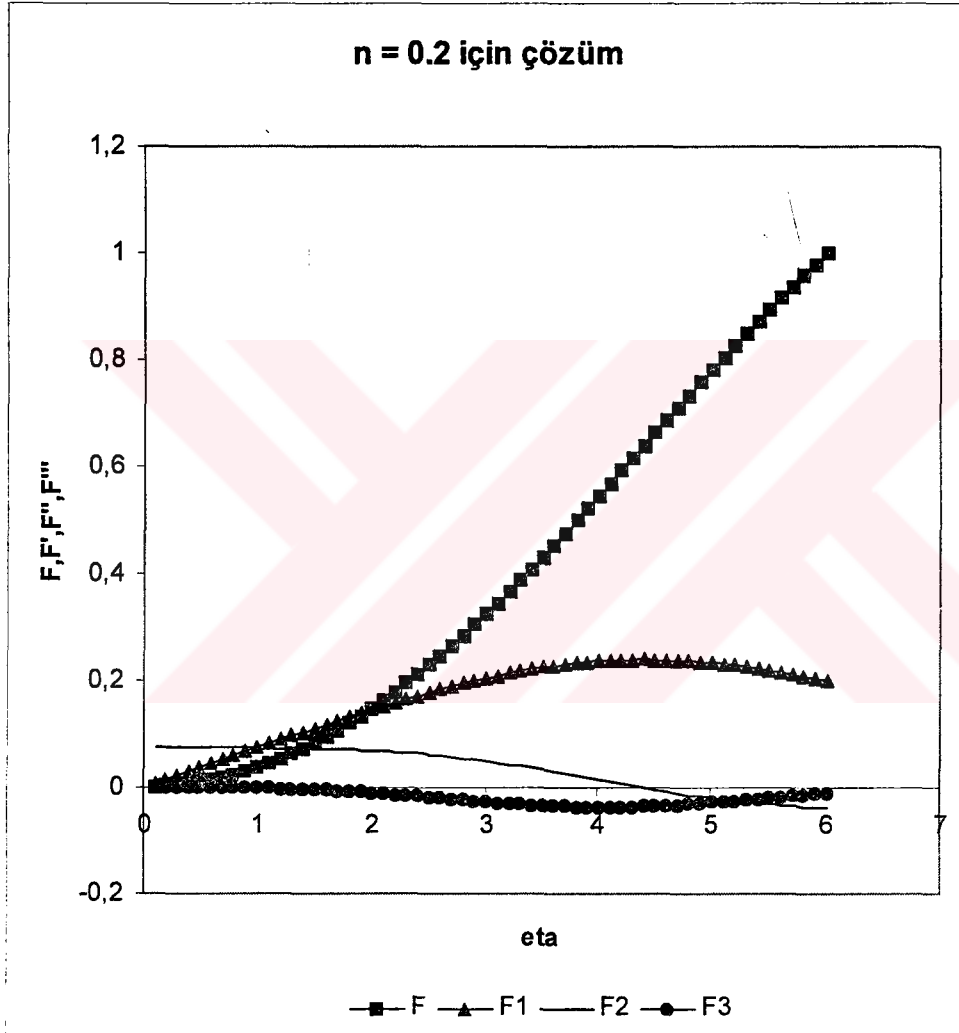
Belirtilen çözüm sonuçlarının $n < 0.6$ halinde de geçerli olduğunu söylemek zorlaşmaktadır. Zira bu sonuncu halde seçilen viskozite modelinde viskozitenin sıfıra yaklaşması (3.8) denkleminde tekilliğe yol açmaktadır. Dolayısıyla $n < 0.6$ halinde güvenilir bir sayısal çözüm elde edilememiştir. Buna göre bütün n değerleri için güvenilir bir sayısal sonuç elde edilebilmesi, ya yeni bir çözüm yöntemi üretilmesi veya da yeni bir viskozite modelinin denenmesi gerekliliğini doğurur.

Bu sonuncu bulgu ileriki çalışmalarda hem viskozite modeli seçimi veya da yeni bir sayısal yöntem geliştirilmesi yönlerinde bu araştırmanın devam ettirilmesi gerekliliğine yol açmıştır.

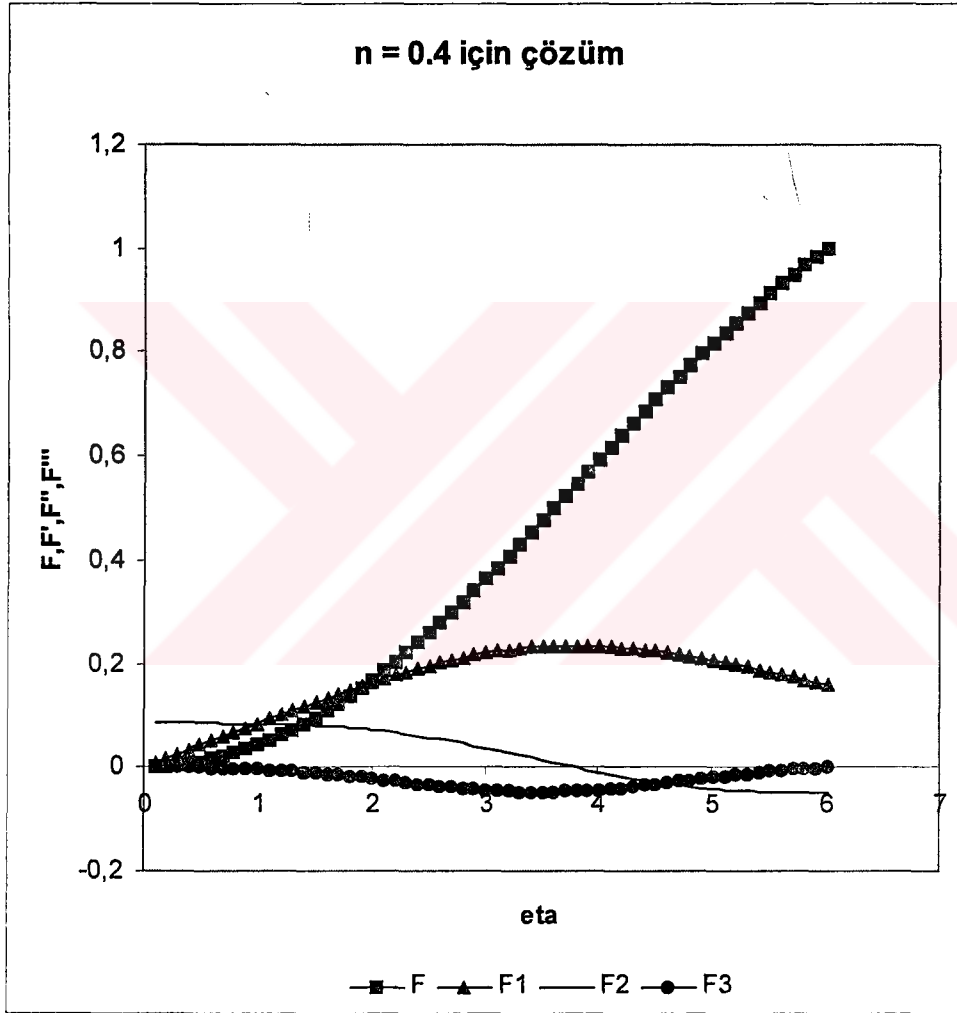
KAYNAKLAR

- [1] **Anderson, J. D.**, Fundamentals of Aerodynamics, McGraw-Hill, New York, 1991
- [2] **Milne-Thomson, L. M.**, Theoretical Hydrodynamics, Macmillan&Co. Ltd., London, 1955
- [3] **Schlichting, H.**, Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, New York, 1960.
- [4] **Astarita, G. and Marrucci, G.**, Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics, McGraw-Hill, London, 1974.
- [5] **Yükselen, M. A. and Erim, M. Z.**, Basic Equations for incompressible non-Newtonian fluids in curvilinear, non-orthogonal and accelerated coordinate systems, Acta Mech. Vol.118, 39 - 54, 1996
- [6] **Akçay, M. and Yükselen, M. A.**, Drag Reduction of a nonnewtonian fluid by fluid injection on a moving wall, Arch. of App. Mech. 69, 215, 1999
- [7] **Gutfluger, C. and Skinnar, R.**, Velocity Distributions in Two-Dimensional Laminar Liquid-into-Liquid jets in power-law Fluids, A. I. ch. E. J., Vol 10, No 5, 1964
- [8] **Vachopoulos, J. and Stourmaras, C.**, Laminar Two-Dimensional Non-Newtonian Jets, A. I. ch. E. J., Vol 21, No 2, 1975
- [9] **Mitwally, E. M.**, Solutions of Laminar Jet Flow Problems for Non-Newtonian Power-Law Fluids, ASME J. of Fluids Engineering, Vol. 100, 363, 1978
- [10] **Bellet, D.**, Panorama des milieux continus entre solides et liquides. Rheol. Acta 12, 299-310, 1973
- [11] **Panton, R. L.**, Incompressible Flow, John Wiley, New York, 1984

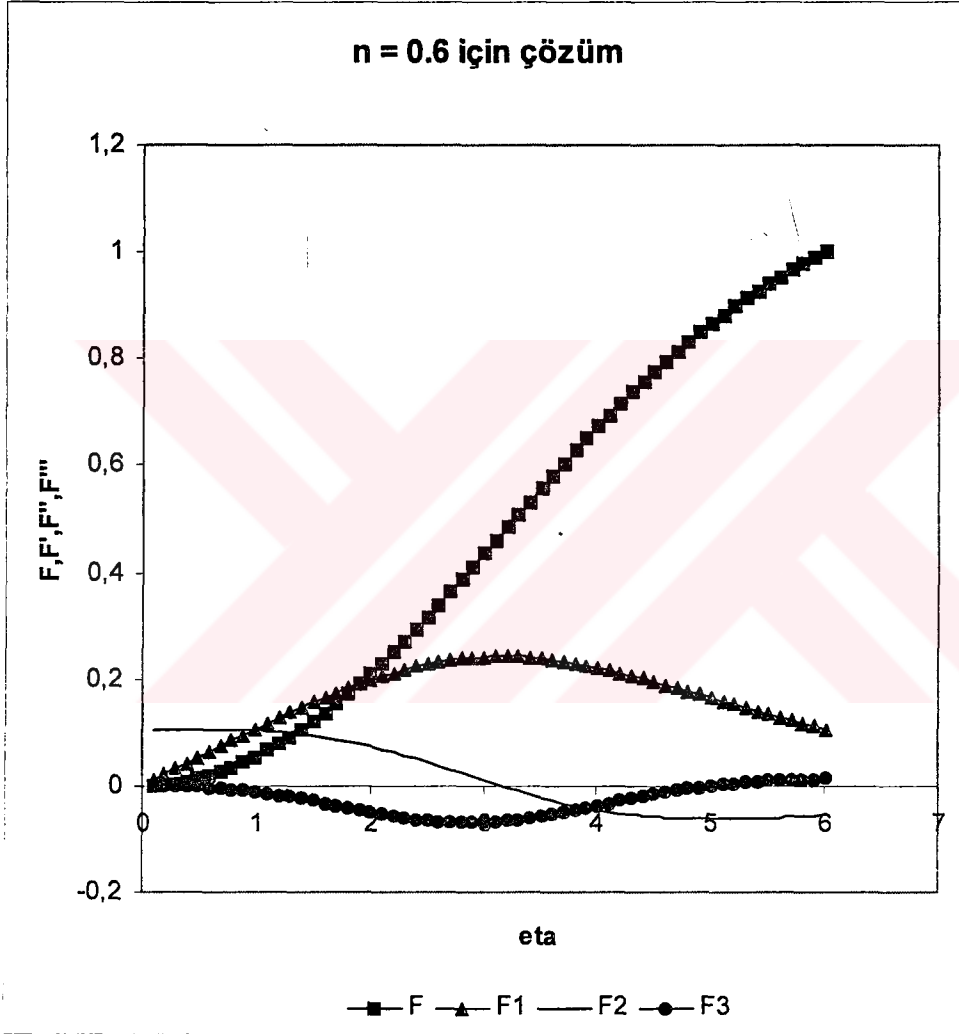
EK



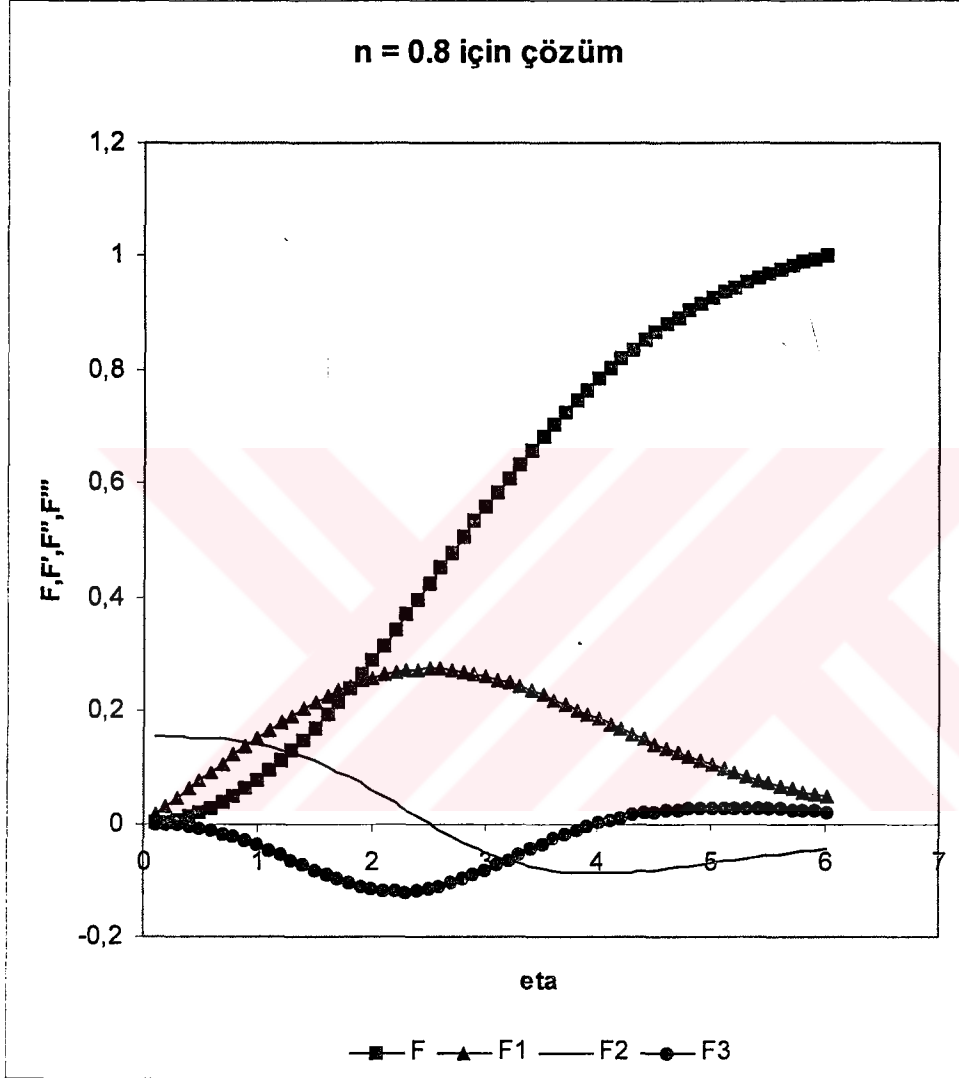
Şekil A.1. $n = 0.2$ değeri için çözüm



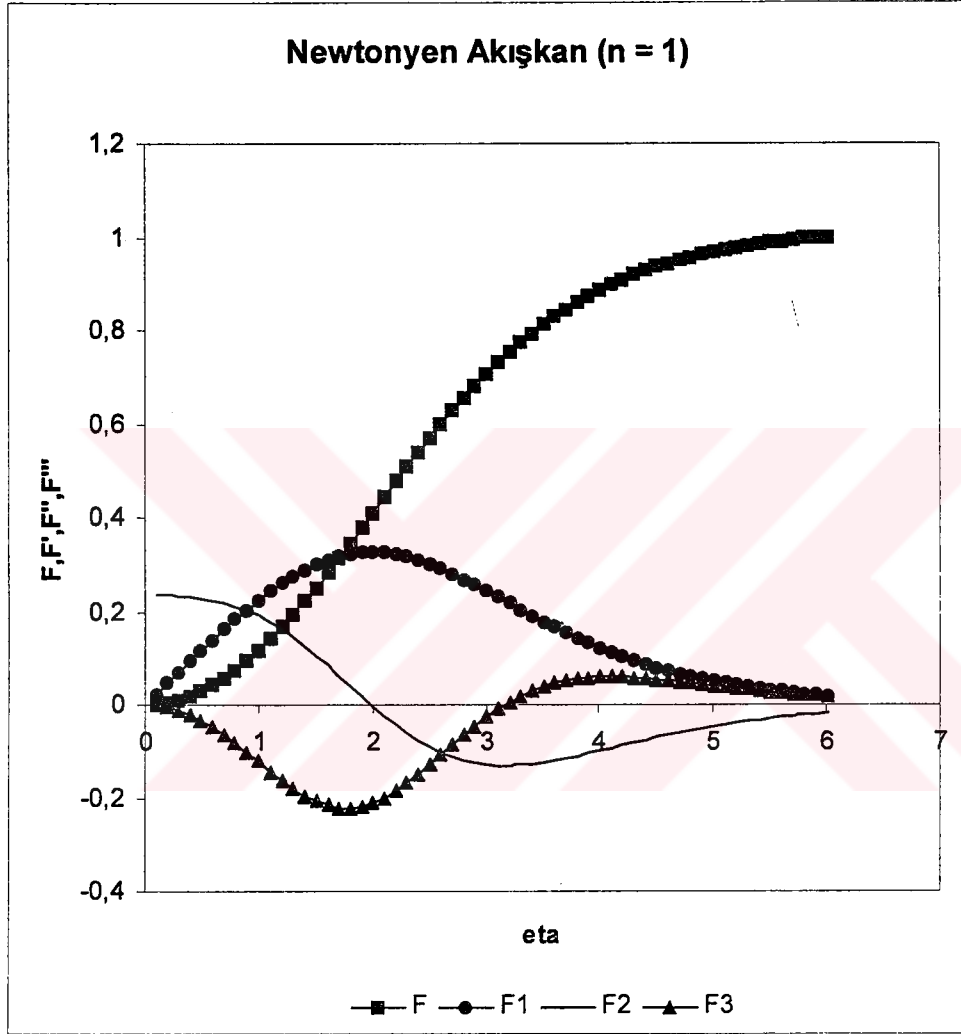
Şekil A.2. $n = 0.4$ için çözüm



Şekil A.3. n = 0.6 için çözüm



Şekil A.4. n = 0.8 için çözüm



Şekil A.5. $n = 1.0$ için çözüm

ÖZGEÇMİŞ

C. Raik Orbay 1974 yılında İstanbul'da doğdu. İlkokulu İstanbul'da okuduktan sonra orta eğitimini Zonguldak'ta tamamlayıp liseye devam etmek üzere tekrar İstanbul'a döndü. Lise ve Üniversite eğitimini İstanbul'da tamamlayan Orbay, İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak Mühendisliği Yüksek Lisans programına devam etmektedir. Şu an aynı bölümde Araştırma Görevlisi olarak görev yapmakta olan Orbay, iyi derecede İngilizce, Fransızca ve orta seviyede Almanca bilmektedir.