

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜZ RESİMLERİNDEN CİNSİYET TAYİNİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Özlem ÖZBUDAK**

Anabilim Dalı : Elektronik ve Haberleşme Müh.

Programı : Elektronik Müh.

OCAK 2009

YÜZ RESİMLERİNDEN CİNSİYET TAYİNİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Özlem ÖZBUDAK
(504051233)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 29 Aralık 2008

Tezin Savunulduğu Tarih : 22 Ocak 2009

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ece Olcay GÜNEŞ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Bilge GÜNSEL (İTÜ)
Doç. Dr. Zehra ÇATALTEPE (İTÜ)

ŞUBAT 2009

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasının meydana gelmesinde kendisinden her türlü yardımı aldığım, bilgi ve deneyimlerini benden esirgemeyen değerli danışmanım Prof. Dr. Ece Olcay GÜNEŞ'e, çalışmalarımızda bizi yalnız bırakmayan sevgili hocalarım Doç. Dr. Mürvet ÜÇER ve Öğr. Gör. Yüksel ÇAKIR'a, ayrıca benden bilgisini esirgemeyen sevgili arkadaşım Kadir KIRTAÇ'a, çalışmalarım sırasında beni maddi açıdan destekleyen TÜBİTAK Bilim Adamı Yetiştirme Grubu'na, son olarak da, beni bugünlere getiren ve çalışmalarım boyunca bana her konuda destek olan sevgili aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.

Aralık 2008

Özlem ÖZBUDAK

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	xiii
SUMMARY.....	xv
1. GİRİŞ	1
2. CİNSİYET TAYİNİNDE KULLANILAN ALGORİTMALAR	5
2.1 Temel Bileşen Analizi	5
2.1.1 PCA teorisi	5
2.1.2 PCA'nın uygulanması	11
2.1 Fisher Lineer Ayırıştırma Analizi	12
2.2.1 FLD teorisi	12
2.2.2 FLD'nin uygulanması	18
2.3 En Yakın k Komşu Algoritması	19
2.3.1 kNN teorisi	19
2.3.2 Metrik uzaklıklar	20
3. CİNSİYET TAYİNİNDE KULLANILAN ALGORİTMALARIN	
BAŞARIMLARININ KARŞILAŞTIRILMASI	23
3.1 Test Yöntemleri	23
3.1.1 Holdout yöntemi	23
3.1.2 Rastgele alt örnekleme yöntemi	23
3.1.3 K-katlı çapraz geçerlilik yöntemi	24
3.1.4 Birini bırakarak çapraz geçerlilik yöntemi	25
3.2 Yapılan incelemeler	26
4. SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	37
KAYNAKLAR.....	39
EKLER.....	43

KISALTMALAR

PCA	: Principal Component Analysis
LDA	: Linear Discriminant Analysis
FLD	: Fisher Linear Discriminant
KNN	: K-Nearest Neighbour
FDF	: Four Directional Feature Fields
GMM	: Gaussian Mixture Model
SVM	: Support Vector Machine
FLD	: Fisher Linear Discriminant
RBF	: Radial Basis Function

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : FLD ve kNN sınıflandırıcılarının başarımlarının karşılaştırılması.....	27
Çizelge 3.2 : Kullanılan sınıflandırıcı testinde hesaba katılan özdeğer oranlarının karşılaştırılması.	27
Çizelge 3.3 : Mesafe hesaplanmasında kullanılan normların karşılaştırılması.....	28
Çizelge 3.4 : kNN sınıflandırıcısının farklı norm değerlerine göre hata hesabı.	28
Çizelge 3.5 : Sınıflandırıcı testinde mesafe hesaplanmasında Mahalonobis ve Öklit normu'nun karşılaştırılması.	28
Çizelge 3.6 : Farklı K değerlerinin kullanılması ile ortaya çıkan test sonuçları.....	29
Çizelge 3.7 : Gauss beyaz gürültüsünün cinsiyet belirleme üzerindeki etkisi.....	30
Çizelge 3.8 : Yüzün alt ve üst kısımlarının cinsiyet belirleme üzerindeki etkisi.....	31
Çizelge 3.9 : Şerit halinde maskeleme yapıldığına elde edilen hata oranları.	32
Çizelge 3.10 : Yalnızca organların maskelenmesi ile elde edilen hata oranları.	34
Çizelge 3.11 : Resmin alttan üstten sağdan soldan ve her yönden kesilmesi ile elde edilen hata oranları.	35
Çizelge 3.12 : Farklı ırkların cinsiyet belirleme üzerindeki etkisinin test edilmesi...35	

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

- Şekil 2.1 :** Belli bir veri kümesinin 2 boyutlu uzaydaki dağılımı: (a)Uygun olmayan doğrultu seçiminden kaynaklanan izdüşüm hataları. (b)Uygun doğrultu seçiminden oluşan izdüşüm hataları.6
- Şekil 2.2 :** Örnek kümesinin farklı iki eksen üzerindeki dağılımı: (a)Ortalaması $\hat{\mu}$ olan örneklerin $x'_1 - x'_2$ eksenleri üzerindeki dağılımı. (b)Herbir örnekten ortalaması çıkarılarak elde edilmiş 0 ortalamalı yeni örnek kümesinin $x''_1 - x''_2$ eksenleri üzerindeki dağılımı.7
- Şekil 2.3 :** λ_1 ve λ_2 özdeğerlerine sahip örnek kümesinin 2 boyutlu eksen üzerindeki dağılımı.10
- Şekil 2.4 :** Örnek ve izdüşüm kümelerinin dağılımı: (a) x örnek kümesinin 2 boyutlu eksen üzerindeki dağılımı. (b) y izdüşüm kümesinin 1 boyutlu eksen üzerindeki dağılımı.11
- Şekil 2.5 :** Görüntü matrisinin satırları kullanılarak vektör oluşturulması.11
- Şekil 2.6 :** 2 boyutlu belirli bir örnek kümesinin pca uygulanması sonucu 1 boyuttaki dağılımı.13
- Şekil 2.7 :** Belirli bir örnek kümesinin farklı iki doğrultu üzerindeki izdüşümleri.13
- Şekil 2.8 :** x_i örnek kümesinin, bulunan v doğrultusu üzerindeki izdüşümü.14
- Şekil 2.9 :** Sınıf ortalamaları μ_1 ve μ_2 olan iki sınıflı örnek kümesinin yatay ve dikey doğrultular üzerindeki izdüşümleri.15
- Şekil 2.10 :** $J(v)$ 'yi maksimum yapan v doğrultusu ve örneklerin bu doğrultu üzerindeki izdüşümleri.16
- Şekil 2.11 :** Sınıfı belli olmayan bir örneğin sınıfının kNN yöntemi ile sınıfının belirlenmesi amacıyla çizilen hiperküreler.19
- Şekil 3.1 :** Örnek kümesinin rastgele alt örnekleme yöntemi ile farklı sayılarda test kümesi ve eğitim kümesi olarak ayrılması.24
- Şekil 3.2 :** Örnek kümesinin k-katlı çapraz geçerlilik yöntemi ile farklı sayılarda test kümesi ve eğitim kümesi olarak ayrılması.25
- Şekil 3.3 :** Örnek kümesinin birini bırakarak çapraz geçerlilik yöntemi ile farklı sayılarda test kümesi ve eğitim kümesi olarak ayrılması.25
- Şekil 3.4 :** 128*128 piksel boyutundaki test fotoğrafları: (a)Orijinal test fotoğrafları. (b)Üzerine gürültü bindirilmiş test fotoğrafları.29
- Şekil 3.5 :** Cinsiyet belirlemede yüzün alt ve üst kısımlarının etkisinin araştırıldığı test resimleri: (a)Orijinal test fotoğrafları. (b)Yüz fotoğraflarında üst üçgen. (c)Yüz fotoğraflarında alt üçgen. (d)Alın ve gözleri kapsayacak şekilde yüzün üst kısmının maskelendiği fotoğraf. (e)Dudak ve çeneyi kapsayacak şekilde yüzün alt kısmının maskelendiği fotoğraflar.31

Şekil 3.6 : Yüz fotoğraflarında belli kısımların şerit halinde maskelenmesi:	
(a)Orijinal fotoğraflar. (b)Alnın şerit halinde maskelenmesi. (c)Gözlerin şerit halinde maskelenmesi. (d)Burnun şerit halinde maskelenmesi. (e)Dudakların şerit halinde maskelenmesi. (f)Çenenin şerit halinde maskelenmesi.	32
Şekil 3.7 : Yüzde belirli organların maskelenmesi: (a)Orijinal fotoğraflar. (b)Alnın maskelenmesi. (c)Kaşların maskelenmesi. (d)Gözlerin maskelenmesi. (e)Burnun maskelenmesi. (f)Dudakların maskelenmesi. (g)Çenenin maskelenmesi.	33
Şekil 3.8 : Fotoğrafların belirli kısımlarının kesilmesi: (a)Orijinal fotoğraflar. (b)Üstten kesme. (c)Alttan kesme. (d)Sağdan kesme. (e)Soldan kesme. (f)Her yönden kesme.	34

YÜZ RESİMLERİNDEN CİNSİYET TAYİNİ

ÖZET

Örüntü tanıma günümüzde önemi gittikçe artan bir çalışma alanı haline gelmiştir. El yazısını metne çevirme, sesin kime ait olduğunu bulma, imza sahibini belirleme, tıbbi veriye bakarak kişinin hasta olup olmadığını tespit etme gibi birçok farklı amaç için kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında yüz resimlerinden cinsiyet tayini konusu ele alınmıştır. Bu konunun farklı uygulama alanları vardır. Esas olarak cinsiyet tayini, kimlik tespit çalışmalarında bir ön aşama olarak kullanılır. Ayrıca çok farklı bir bakış açısıyla mağazalarda müşteri profilinin belirlenmesinde de kullanılabilir. Cinsiyet sınıflandırması görünüş ve geometrik tabanlı olmak üzere iki farklı şekilde yapılabilir. Bu tezde görünüş tabanlı yöntem kullanılarak sınıflandırma yapılmıştır. Ayrıca cinsiyet sınıflandırmada yüzdeki en etkin bölgenin neresi olduğu belirlenmiştir.

İlk bölümde daha önce bu konu ile ilgili yapılan çalışmalardan kısaca bahsedilmiştir ve bu çalışmada problemin nasıl ele alındığı anlatılmıştır. İkinci bölümde, bu çalışmada resimlerin boyutunu azaltmak amacıyla kullanılan Temel Bileşen Analizi (PCA) ile cinsiyet sınıflandırması amacıyla kullanılan Fisher Lineer Ayrıştırma (FLD) ve En Yakın K Komşuluk (KNN) algoritmaları anlatılmıştır. Üçüncü bölümde öncelikle, kullanılan test yöntemi anlatılmış, sonrasında bahsedilen algoritmalar kullanılarak yapılan testler ve sonuçları gösterilmiştir. Dördüncü ve son bölümde ise bu sonuçlar yorumlanmış ve ileriki dönemlerde bu konu ile ilgili hangi çalışmaların yapılabileceğinden bahsedilmiş, ayrıca geliştirmeler için önerilerde bulunulmuştur.

GENDER CLASSIFICATION FROM PICTURES OF HUMAN FACES

SUMMARY

Pattern recognition has become a work area which is getting more importance gradually. It is used in several domains like converting hand writing to text, recognizing human voice, processing medical data, recognizing signature and identification from finger print or iris. In this thesis, gender classification subject from pictures of human faces was studied. There are different application areas of this subject. Especially, it is used as a pre-process of identification. Besides, with a different point of view, it may be used to determine customer profile in shopping centers. Gender classification problem is solved by two methods. These are appearance-based and geometric-based methods. In this thesis, gender was classified by using appearance-based method. In addition, which part of the face is effective on gender classification was studied.

In the first chapter, the overview of gender classification methods previously used were presented and how the gender classification problem was solved in this thesis was told briefly. In chapter two, detailed information was given about Principle Component Analysis (PCA) algorithm used to reduce the dimensions of picture, Fisher Linear Discriminant (FLD) and K-Nearest Neighbor (KNN) algorithms used to classify the gender. In chapter three, firstly the test method was told and then test results were presented. In chapter four, these results were considered, some information was given about the feature works and some suggestions were given for better performance.

1. GİRİŞ

Örüntü tanıma, aralarında ortak özellik bulunan nesneleri veya işaretleri, tespit edilen özellikler ya da karakterler aracılığı ile tanımlama veya sınıflandırmadır. Teknolojinin ilerlemesiyle insan hayatında önemli bir yere sahip olmuştur. Günümüzde çok farklı alanlarda kullanılmaktadır. El yazısının metne çevrilmesi, imzanın gerçek mi taklit mi olduğunun belirlenmesi, sesin metne çevrilmesi, yüz resimlerinden yaş ve cinsiyet belirlenmesi, parmak izinden kişi tanıma ve sesin kime ait olduğunun bulunması, bu konuda yapılmış çalışmalardan sadece birkaçıdır. Yüz özelliklerinden kişiye ait özelliklerin belirlenmesi 1960'lı yıllara kadar uzanan bir geçmişe sahiptir [1-2]. Bugün hala, yüz resmi kullanılarak özellik belirleme probleminin henüz tamamlanamamış kısımları için çeşitli yöntemler kullanılarak çözümler üretilmeye çalışılmaktadır. Bu problemlerin bir kısmı yüzün dinamik bir eleman olmasından kaynaklanmaktadır. Yüz resmi kullanılarak özellik belirleme problemi, ancak belirli bir poz, mesafe, aydınlık düzeyi ve hiçbir yüz ifadesi olmayan resimler için iyi sonuç vermektedir. Yüz resimlerini kullanarak cinsiyet tayini, gün geçtikçe gelişen örüntü tanımanın kullanım alanlarından biridir. Günümüzde suç oranlarının artmasıyla kişi tanımanın önemi de artmıştır. Cinsiyet tayini, çeşitli güvenlik sistemlerinde, kişi tanımanın bir ön aşaması olarak kullanılabileceğinden dolayı, cinsiyet tanıma da giderek önem kazanmaktadır. Bunun yanında bir mağazanın genelindeki ya da belirli reyonlarındaki müşteri profilini tespit etmek amacıyla da kullanılabilir.

Geçmişte örüntü tanıma ile ilgili birçok çalışma yapılması ile birlikte, cinsiyet belirlenmesi ile ilgili yapılan çalışmaların sayısı daha azdır. Cinsiyet belirleme, psikolojik çalışmalarda önemli bir yer tutmasına rağmen, öğrenme tabanlı görüntüleme sistemlerinde bu konuda fazla çalışma yoktur. Bu çalışmaların çoğunu da yapay sinir ağı tabanlı çalışmalar oluşturmaktadır. Bu konuda ilk çalışma, 1991 yılında Yapay Sinir Ağları kullanılarak Jain ve Huang tarafından yapılmıştır [3]. Sonraki çalışma ise yine 1991 yılında Yapay Sinir Ağları kullanılarak % 8.1 hata oranı ile Golomb, Lawrence, ve Sejnowski tarafından gerçekleştirilmiştir [4]. Kawano, Kato, ve Yamamoto, yüzü belirli bölümlere ayırmış ve tüm yüz ile ayırmış

oldukları bölümler üzerine LDA (Linear Discriminant Analysis) ve FDF (Four Directional Feature Fields) algoritmalarını uygulayarak cinsiyet tayini yapmışlardır. Bunun sonucunda %93.7 doğruluk elde edilmiş, ayrıca cinsiyet tayininde en etkili organın çene olduğu sonucuna varılmıştır [5]. Bundan biraz farklı olarak cinsiyet tayininde GMM (Gaussian Mixture Model) algoritması da kullanılmış, burada hem bayan hem de erkek için özellik çıkarımı ile Gauss modeli oluşturulmuş ayrıca cinsiyet belirlemede yüz ile birlikte saç stili ve vücudun üst bölgesinin giyim tarzı da dikkate alınmıştır, böylelikle toplamda %7.8 hata oranı ile sınıflandırma yapılmıştır [6]. Bu konuda, önemli çalışmalardan bir tanesi de Moghaddam ve Yang tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada SVM (Support Vector Machine) sınıflandırıcısı Lineer, Kuadratik, FLD (Fisher Linear Discriminant) ve kNN (k-Nearest Neighbour) algoritmaları ile ayrıca daha modern bir teknik olan RBF (Radial Basis Function) yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak %3.4 hata oranı ile sınıflandırıcı tasarlanmıştır [7]. Yukarıda bahsedilen yöntemler görünüş bazlı olmakla birlikte, bu konuda geometrik bazlı yöntemler kullanılarak da sınıflandırma yapılmıştır. Yani bu yöntemlerle yüz uzunluğu, yüz genişliği ve benzeri mesafeler cinsiyet belirlenmesinde önemli hale gelmiştir. V. Bruce ve çalışma grubu yüzde tam olarak 73 nokta belirlemiş ve her noktanın birbiri ile mesafesini hesapladıktan sonra ayırıştırma analizi yaparak sınıflandırma yapmıştır [8]. Ayrıca Brunelli ve Poggio yüzden 16 geometrik özellik çıkarımı yapmış ve bu özellikler cinsiyeti sınıflandırmada kullanılmıştır [9].

Bu çalışmada boyut azaltma amacıyla PCA algoritması, sınıflandırma amacıyla da FLD ve kNN algoritmaları kullanılmıştır. Veri kümesi olarak Stanford Üniversitesi Tıp Fakültesi öğrencilerinin oluşturduğu 200'ü bayan ve 200'ü erkek olmak üzere 400 tane yüksek çözünürlüklü resim kullanılmıştır. Bu resimlerden 360 tanesi eğitim amacıyla, 40 tanesi de test amacıyla kullanılmıştır. İlk olarak resimlere, C'de OpenCv kütüphanesinin yüz bulma amacıyla kullanılan facedetect.c isimli programı uygulanmıştır [10], sonrasında bulunan yüz resimleri kullanılarak FLD ve kNN sınıflandırıcılarını tasarlamak için Matlab'da program yazılmıştır [Ek.A]. Bu programda FLD sınıflandırıcısı tasarlanırken her resim bir vektör haline getirilmiştir. Eğitim kısmında öncelikle PCA doğrultusu bulunmuş ve vektörler bu doğrultuya izdüşürülerek boyut azaltılmıştır. Sonrasında ise FLD uygulanarak, sınıf içi dağılım az, sınıflar arası dağılım fazla olacak şekilde yeni bir doğrultu bulunmuş ve bu

doğrultu üzerinden sınıflandırma yapılmıştır. Diğer sınıflandırma yönteminde ise PCA uygulandıktan sonra kNN yöntemi uygulanmıştır ve bu iki sınıflandırıcının başarımları karşılaştırılmıştır. Ayrıca yüzün hangi kısmının cinsiyet belirlenmesinde daha etkin olduğu üzerine de testler yapılmıştır. Literatürde cinsiyet belirlemede ırk ve yaş faktörü konusunda herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle bu çalışmada etnik kökenin yüz resimlerinden cinsiyet tayini yapmadaki etkisi de incelenmiş, bu amaçla testler gerçekleştirilmiştir. Yaş faktörünü incelemek için aynı kişilerin değişik yaş gruplarındaki resimleri ile test yapılmaya çalışılmış, ancak yeterli veri tabanı elde edilemediği için bu testler gerçekleştirilememiştir.

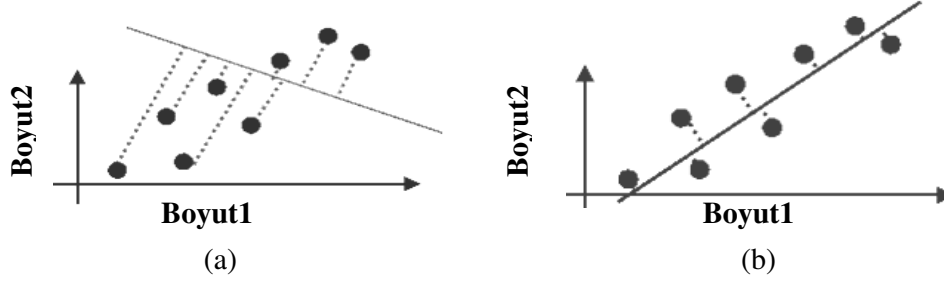
2. CİNSİYET TAYİNİNDE KULLANILAN ALGORİTMALAR

2.1 Temel Bileşen Analizi

2.1.1 PCA teorisi

Temel Bileşen Analizi, veri tanımada ve sıkıştırmada kullanılan en etkili yöntemlerden bir tanesidir. PCA’da amaç boyut azaltmaktır. PCA ile tahmin, gereksiz bilginin atılması, özellik çıkarımı, veri sıkıştırma gibi işler de yapılabilir, çünkü PCA lineer bölgede çalışan bir algoritmadır ve işaret işleme, görüntü işleme, sistem ve kontrol teorisi, haberleşme gibi lineer modellere sahip uygulamalar yapmaya uygundur. PCA bir vektör uzayı dönüşümüdür, sıklıkla çok boyutlu veri kümelerinin boyutlarını azaltmada kullanılır. Uygulama alanına bağlı olarak, ayrık Karhunen-Loève dönüşümü veya Hotelling dönüşümü olarak da adlandırılır. PCA ilk olarak 1901’de Karl Pearson tarafından bulunmuştur [11]. PCA’nın gelişiminde, Pearson d boyutlu uzayda noktaların sistemine en uygun olacak şekilde bir doğrultu ya da düzlem bulmakla ilgilenmiştir. Geometrik olarak noktaları, kitle merkezi orijin olacak şekilde yeniden yerleştirmiş ve koordinat eksenlerini maksimum varyansı sağlayacak şekilde döndürmüştür.

Daha öncede belirtildiği gibi PCA’da amaç, veri kaybı minimum olacak şekilde boyutu azaltmaktır. İzdüşürme işlemi yapılırken, varyansın en fazla olduğu doğrultu seçilerek, ortaya çıkabilecek hata sayısı da en aza indirgenmiş olur. Örneğin; 2 boyutlu bir uzay olduğu varsayılın, bunun 1 boyutlu uzaya izdüşürülmesi istensin ve bu şekilde boyutta bir azaltma yapılsın. Şekil 2.1a ve Şekil 2.1b’de aynı veri kümesi için farklı iki doğrultu seçilmiş ve örnekler bu doğrultular üzerine izdüşürülmüştür. Şekilden de anlaşılacağı gibi izdüşürme işlemi yapılırken, birinci şekilde projeksiyondan kaynaklanan hata ikinci şekle göre daha fazladır. Yani 2 boyutlu uzaydan 1 boyutlu uzaya geçmek istenmiş ve farklı iki doğrultu seçilmiştir. Bu doğrultulardan ikincisi, varyansın yani dağılımın en fazla olduğu doğrultudur, ve bu doğrultu üzerine örnek kümesi izdüşürüldüğünde oluşacak hata diğerine göre daha azdır.



Şekil 2.1 : Belli bir veri kümesinin 2 boyutlu uzaydaki dağılımı: (a)Uygun olmayan doğrultu seçiminden kaynaklanan izdüşüm hataları. (b)Uygun doğrultu seçiminden oluşan izdüşüm hataları.

PCA’da amaç, izdüşürmenin yapılacağı doğrultuyu bulmak ve bu doğrultu üzerine örnekleri izdüşürmektir. Bunu yaparken izdüşümden kaynaklanan hatanın minimum olması gerekmektedir, hatanın minimum olması ise doğrultunun maksimum varyansı sağlayacak şekilde seçilmesine bağlıdır. PCA’da bu doğrultu varyansın en fazla olduğu doğrultudur. Bu doğrultu çok değişkenli, ortalaması μ , ve varyansı Σ olan, $N(\mu, \Sigma)$ Normal dağılıma sahip olan x örnek kümesinin kovaryans matrisinin en büyük özdeğerine ilişkin olan özvektördür. Bu doğrultuya ulaşabilmek için yapılması gereken işlemler şunlardır.

V , d boyutlu lineer uzay ve W , k boyutlu V ’nin lineer alt uzayı olsun. Bu durumda her zaman W için ortonormal baz oluşturacak d boyutlu vektörler bulunabilir ve $\{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ ve $i \neq j \Rightarrow \langle e_i, e_j \rangle = 0$ ve $\Rightarrow \langle e_i, e_i \rangle = 1$ eşitlikleri yazılabilir. Bu yüzden W ’nin herhangi bir vektörü için $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ skaler olmak üzere aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \dots + \alpha_k e_k = \sum_{i=1}^k \alpha_i e_i \quad (2.1)$$

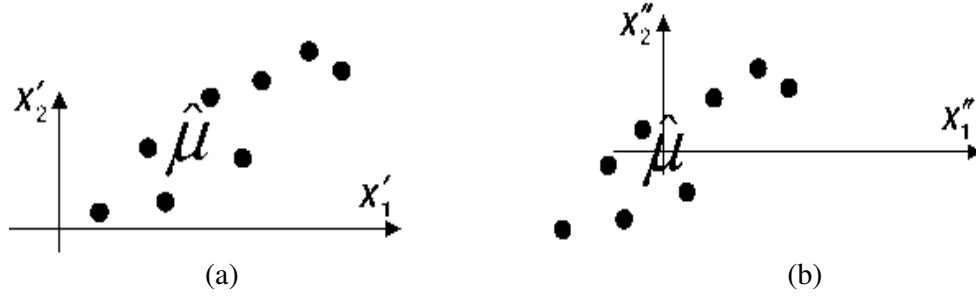
PCA uygulanmadan önce örnek kümesinin ortalaması her bir örnekten çıkarılır.

$$x - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = x - \hat{\mu} \quad (2.2)$$

Bunun sonucu olarak yeni elde edilen küme 0 ortalamaya sahip olur.

$$E(X - E(X)) = E(X) - E(X) = 0 \quad (2.3)$$

Böylelikle Şekil 2.2a’daki gibi bir dağılıma sahip olan örnek kümesinin ortalaması 0 olacak şekilde koordinat eksenleri kaydırılır. Şekil 2.2b’de 0 ortalamaya sahip örnek kümesinin dağılımı gösterilmiştir.



Şekil 2.2 : Örnek kümesinin farklı iki eksen üzerindeki dağılımı: (a) Ortalaması $\hat{\mu}$ olan örneklerin $x'_1 - x'_2$ eksenleri üzerindeki dağılımı. (b) Herbir örnekten ortalaması çıkarılarak elde edilmiş 0 ortalamalı yeni örnek kümesinin $x''_1 - x''_2$ eksenleri üzerindeki dağılımı.

Bundan sonra $k < d$ boyutlu W altuzayında $D = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ örneklerinin en doğru gösterimi bulunur. $\{e_1, e_2, \dots, e_k\}$, W 'nin ortonormal bazı olsun. W 'deki herhangi bir

vektör $\sum_{i=1}^k \alpha_i e_i$ şeklinde yazılabilir. Böylelikle x_1 , W 'deki bazı vektörler tarafından

$\sum_{i=1}^k \alpha_i e_i$ şeklinde ifade edilebilir. Bu gösterimdeki hata hesaplanırsa,

$$\text{hata} = \left\| x_1 - \sum_{i=1}^k \alpha_i e_i \right\| \quad (2.4)$$

şeklinde olacaktır. Toplam hatayı bulmak için ise her bir x_j örneğinin hatası bulunur

ve bunlar toplanır. Herhangi bir x_j örneği $\sum_{i=1}^k \alpha_{ji} e_i$ şeklinde yazılabilir. Böylelikle

tüm örneklerden kaynaklanan toplam hata şu şekilde gösterilebilir.

$$J(e_1, \dots, e_k, \alpha_{11}, \dots, \alpha_{nk}) = \sum_{j=1}^n \left\| x_j - \sum_{i=1}^k \alpha_{ji} e_i \right\|^2 \quad (2.5)$$

Hatanın en az olacağı doğrultunun bulunması için J 'nin minimum yapılması gerekmektedir. Bunun için her iki tarafın türevinin alınması gerekmektedir. Bunu göstermek gerekirse:

Önce eşitliğin her iki tarafı düzenlenir, böylelikle ifade daha basit ve anlaşılır olur.

$$J(e_1, \dots, e_k, \alpha_{11}, \dots, \alpha_{nk}) = \sum_{j=1}^n \|x_j\|^2 - 2 \sum_{j=1}^n x_j' \left(\sum_{i=1}^k \alpha_{ji} e_i \right) + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k \alpha_{ji}^2 \quad (2.6a)$$

$$J(e_1, \dots, e_k, \alpha_{11}, \dots, \alpha_{nk}) = \sum_{j=1}^n \|x_j\|^2 - 2 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k \alpha_{ji} x_j^t e_i + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k \alpha_{ji}^2 \quad (2.6b)$$

İfade bu şekilde açıldıktan sonra α_{ml} 'e göre kısmi türevi alınsın.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{ml}} J(e_1, \dots, e_k, \alpha_{11}, \dots, \alpha_{nk}) = -2x_m^t e_l + 2\alpha_{ml} \quad (2.7)$$

Böylelikle α_{ml} için optimum değer ,

$$-2x_m^t e_l + 2\alpha_{ml} = 0 \Rightarrow \alpha_{ml} = x_m^t e_l \quad (2.8)$$

olur. α_{ml} için optimum değerini bulunmasının ardından, daha önceden bulunan $\alpha_{ml} = x_m^t e_l$ değeri (2.6b)'de yerine konulursa,

$$J(e_1, \dots, e_k) = \sum_{j=1}^n \|x_j\|^2 - 2 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k (x_j^t e_i) x_j^t e_i + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k (x_j^t e_i)^2 \quad (2.9)$$

ifadesi elde edilmiş olur. (2.9) ifadesi sadeleştirildiğinde ise aşağıdaki ifade elde edilir.

$$J(e_1, \dots, e_k) = \sum_{j=1}^n \|x_j\|^2 - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k (x_j^t e_i)^2 \quad (2.10)$$

Küçük bir hatırlatma yapılırsa:

$$(a^t b)^2 = (a^t b)(a^t b) = (b^t a)(a^t b) = b^t (aa^t) b \quad (2.11)$$

olduğunu bilinmektedir. Buna göre (2.10) ifadesi yeniden düzenlenirse,

$$J(e_1, \dots, e_k) = \sum_{j=1}^n \|x_j\|^2 - \sum_{i=1}^k e_i^t \left(\sum_{j=1}^n (x_j x_j^t) \right) e_i \quad (2.12a)$$

$$J(e_1, \dots, e_k) = \sum_{j=1}^n \|x_j\|^2 - \sum_{i=1}^k e_i^t S e_i \quad (2.12b)$$

ifadeleri elde edilmiş olur.

Burada S , denklemlerden de anlaşılacağı üzere $S = \sum_{j=1}^n x_j x_j^t$ ifadesine eşittir. S

saçılma matrisi olarak adlandırılır. Bu saçılma matrisi aynı zamanda, örneklerin kovaryans matrisinin (n-1) katıdır. Böylece aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\hat{\sum} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \hat{\mu})(x_j - \hat{\mu})^t \quad (2.13)$$

(2.12b)'de amaç J 'yi minimum yapmaktır. Burada (2.12b)'nin minimum yapılması,

$\sum_{i=1}^k e_i^t S e_i$ 'nin maksimum yapılması ile eşdeğerdir. Her i için $e_i^t e_i = 1$ sınırlamasının

göz önüne alınması gerekmektedir. Belirsiz $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ sınırlamaları ile birleştirilip, Lagrange çarpanı metodu kullanılır ve (2.14) eşitliği elde edilir, bu yeni eşitlikte ise u 'nun minimum yapılması gerekmektedir.

$$u(e_1, \dots, e_k) = \sum_{i=1}^k e_i^t S e_i - \sum_{j=1}^k \lambda_j (e_j^t e_j - 1) \quad (2.14)$$

Kısa bir hatırlatma yapılırsa: x bir vektör ve $f(x) = f(x_1, \dots, x_d)$ bir fonksiyon olsun, her iki tarafın türevinin alınması (2.15) eşitliği ile gösterilebilir.

$$\frac{d}{dx} f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_d} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\frac{d}{dx} (x^t x) = 2x \quad (2.16a)$$

(2.16a) eşitliği bu türev almaya örnek olarak gösterilebilir. Eğer A simetrik matris ise

$$\frac{d}{dx} (x^t A x) = 2Ax \quad (2.16b)$$

(2.16b) eşitliği yazılabilir. (2.14) eşitliğinde her iki tarafın e_m 'ye göre türevi alınırsa,

$$\frac{\partial}{\partial e_m} u(e_1, \dots, e_k) = 2S e_m - 2\lambda_m e_m = 0 \quad (2.17)$$

eşitliği bulunur. Buradan da λ_m ve e_m 'in S saçılma matrisinin özdeğerleri ve özvektörleri olduğu söylenebilir. Buradan,

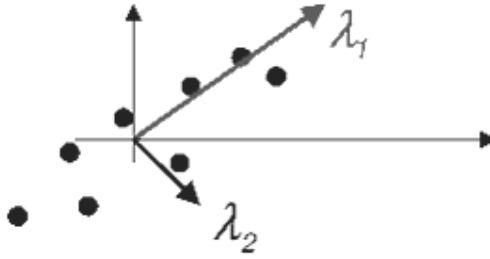
$$S e_m = \lambda_m e_m \quad (2.18)$$

ifadesi elde edilir. (2.12b) eşitliğinde (2.18) ifadesi yerine konulursa (2.19) eşitliği elde edilir.

$$J(e_1, \dots, e_k) = \sum_{j=1}^n \|x_j\|^2 - \sum_{i=1}^k \lambda_i \|e_i\|^2 = \sum_{j=1}^n \|x_j\|^2 - \sum_{i=1}^k \lambda_i \quad (2.19)$$

(2.19)'da J 'yi minimize etmek için S 'nin k tane özvektörlerine ilişkin olan k tane özdeğerleri alınır. Varyansın en büyük olduğu doğrultu, S 'nin en büyük özdeğerine ilişkin özvektörün doğrultusudur.

Şekil 2.3'ten de görüldüğü gibi özdeğerlerden $\lambda_1 > \lambda_2$ dir. Buradan da anlaşılacağı gibi, λ_1 özdeğerine ilişkin özvektörün doğrultusu varyansın en büyük olduğu doğrultudur, o halde izdüşüm yapılması gereken doğrultu da budur. Yani izdüşüm yapılacak doğrultu örnek saçılmasının en fazla olduğu doğrultudur.



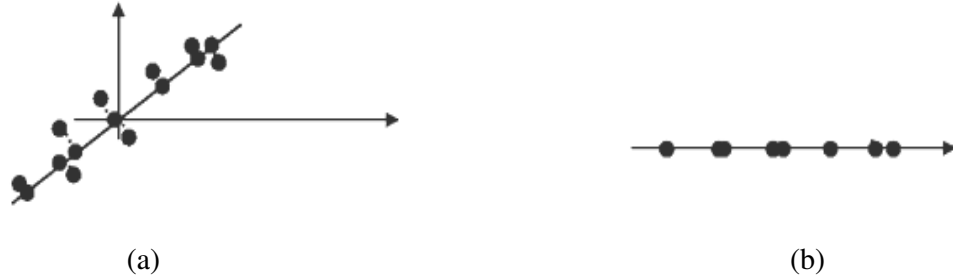
Şekil 2.3 : λ_1 ve λ_2 özdeğerlerine sahip örnek kümesinin 2 boyutlu eksen üzerindeki dağılımı.

Doğrultunun bulunmasından sonra en büyük varyansın olduğu eksen, x eksenini ile örtüşecek şekilde döndürülür. Bu doğrultu bulunurken örneğin; d adet $\{e_1, e_2, \dots, e_d\}$ özvektör S saçılma matrisinin özvektörleri olsun ve bunlar büyükten küçüğe sıralansın. x_i örnek kümesi denklem (2.20)'de görüldüğü gibi ifade edilsin.

$$x_i = \sum_{j=1}^d \alpha_j e_j = \underbrace{\alpha_1 e_1 + \dots + \alpha_k e_k}_{x_i \text{ 'nin yaklaşıklığı}} + \overbrace{\alpha_{k+1} e_{k+1} + \dots + \alpha_d e_d}^{\text{yaklaşıklık hatası}} \quad (2.20)$$

Burada ilk k adet özvektör seçilir bunlar temel bileşenler olur. k ne kadar büyük olursa, x_i 'nin yaklaşıklığı da o kadar büyük olur ve yaklaşıklık hatası da o derece küçük olur. PCA'yı uygulamadaki son aşama ise örnekleri yeni doğrultu üzerine

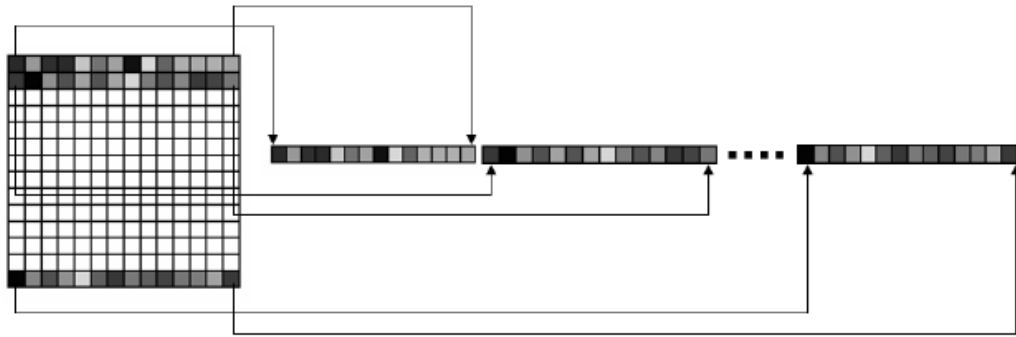
izdüşürmektir. Bu doğrultu üzerine izdüşürülen örnek kümesi ise şu şekilde bulunur. S saçılma matrisinin en büyük k tane özdeğerlerine ilişkin özvektörler matrisi oluşturulur. $E = [e_1 \dots e_k]$, Şekil 2.4a'daki örnek kümesinin yeni doğrultu üzerindeki izdüşümüne yani, Şekil 2.4b'deki y izdüşüm kümesine $y = E^T x$ ile ulaşılır.



Şekil 2.4 : Örnek ve izdüşüm kümelerinin dağılımı: (a) x örnek kümesinin 2 boyutlu eksen üzerindeki dağılımı. (b) y izdüşüm kümesinin 1 boyutlu eksen üzerindeki dağılımı.

2.1.2 PCA'nın uygulanması

PCA'nın uygulanması temel olarak anlatılmak istenirse: Her yüz bir görüntüdür, bu görüntüler birer vektör olarak kabul edilebilirler. Örneğin görüntünün genişliği w ve yüksekliği h olsun. Burada w yatay doğrultudaki piksel sayısı, h ise dikey doğrultudaki piksel sayısı ise her vektörün toplam piksel sayısı $w \cdot h$ olmaktadır. Görüntüden bir vektör elde edebilmek için Şekil 2.5'deki gibi her satır, sırası ile yan yana dizilir ve görüntüden vektör oluşur.



Şekil 2.5 : Görüntü matrisinin satırları kullanılarak vektör oluşturulması.

Böylelikle oluşan her bir vektör bir yüzü göstermektedir. Görüntü matrisinin boyutu $N \times N$ iken, görüntü vektörü yani yüz vektörünün boyutu $N^2 \times 1$ olmuştur. $D = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ bu vektörlerden oluşan veri kümesi olsun. Her bir x_i vektörünün d boyutlu olduğu bilinsin ve PCA ile k boyuta azaltılmak istensin. Öncelikle yapılması gereken iş $\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ veri kümesinin yani örnek ortalamasının bulunmasıdır. Daha sonra bulunan bu ortalama ile her bir örnek arasındaki fark $z_i = x_i - \hat{\mu}$ bulunur. Daha sonra saçılma matrisi $S = \sum_{i=1}^n z_i z_i^t$ hesaplanır ve buradan da S 'nin en büyük k tane özdeğeri ve bu özdeğerlere ilişkin özvektörleri hesaplanır ve bu özvektörlerden $E = [e_1, e_2, \dots, e_k]$ matrisi oluşturulur. Son olarak istenen k boyutlu y izdüşüm kümesine $y = E^t z$ işlemi ile ulaşılır.

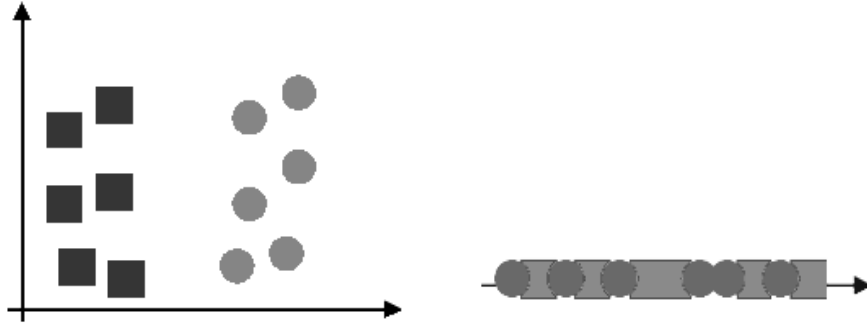
2.1 Fisher Lineer Ayırıştırma Analizi

2.2.1 FLD teorisi

Lineer Ayırıştırma Analizi yüz tanımda sıklıkla kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. LDA ile boyut azaltma işlemi yapılırken sınıfların da birbirinden mümkün olduğunca ayrı olmasına dikkat edilir. PCA ile karşılaştırmak gerekirse, ikisi de boyut azaltmak amacı ile kullanılabilir. PCA özellik sınıflandırması yaparken, LDA veri sınıflandırması yapar. PCA varyansın maksimum olduğu doğrultuya izdüşüm yaparken, LDA sınıflar arası varyansın, sınıf içi varyansına oranının maksimum olduğu doğrultuya izdüşüm yapar. PCA'da örneklerin hangi sınıftan geldiği bilinmezken ve önemsenmezken, LDA'da örneklerin hangi sınıftan geldiği bilinmektedir ve kullanılmaktadır. Fisher Lineer Ayırıştırma da LDA ile benzer bir metoddur, boyut azaltma yaptığı gibi sınıflandırma da yapabilmektedir. FLD ve LDA sıklıkla birbirlerinin yerlerine kullanılabilirler. Fisher 1936'da bu iki algoritma arasında çok az fark olduğunu belirtmiştir. FLD, LDA'nın yaptığı gibi normal olarak dağılmış sınıflar ve eşit sınıf kovaryansları gibi varsayımlar yapmaz [12].

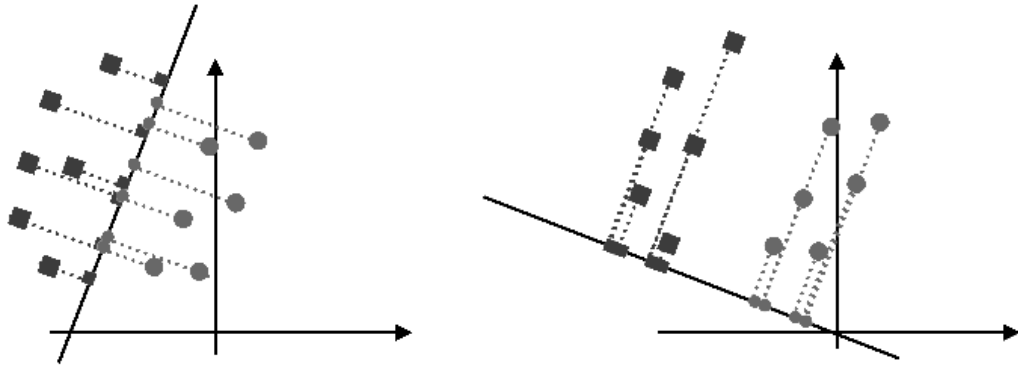
Daha önce de belirtildiği gibi PCA boyut azaltma yaparken varyansın maksimum olduğu doğrultuya izdüşüm yapar. Şekil 2.6'da görüldüğü gibi 2 sınıftan oluşan belirli bir örnek kümesi varyansın maksimum olduğu doğrultuya izdüşürülmüştür. Ancak, şekilden de anlaşıldığı gibi varyansın maksimum olduğu doğrultu verinin

sınıflandırılması için uygun bir doğrultu değildir. Bunun yanında FLD kullanılarak izdüşüm yapılan doğrultu ise veri sınıflandırması için en uygun doğrultudur.



Şekil 2.6 : 2 boyutlu belirli bir örnek kümesinin pca uygulanması sonucu 1 boyuttaki dağılımı.

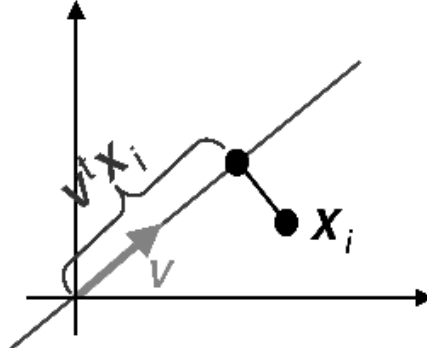
Şekil 2.7’den de görüleceği gibi, 2 sınıftan oluşan belirli bir örnek kümesi farklı iki doğrultuya izdüşürülmüştür. Bunlardan ilki varyansın maksimum olduğu doğrultudur. Ancak görüldüğü gibi bu doğrultu üzerindeki örnekler, sınıfların birbirinden ayrılması için pek uygun değildir. Buna karşılık diğer doğrultunun sınıfların birbirinden ayrılmasında en uygun doğrultu olduğu görülmektedir. Bu doğrultu FLD kullanılarak bulunan doğrultudur. Buradaki amaç ise bu doğrultunun ne olduğunun bulunmasıdır.



Şekil 2.7 : Belirli bir örnek kümesinin farklı iki doğrultu üzerindeki izdüşümleri.

$x_1, x_2, \dots, x_n$ ’in 2 sınıflı ve d boyutlu bir örnek kümesi olduğu varsayalım. Burada n_1 birinci sınıfa ait örneklerin sayısı, n_2 ise ikinci sınıfa ait örneklerin sayısı, v ’de bu örneklerin izdüşürüleceği doğrultu olsun. Şekil 2.8’de görüldüğü gibi x_i örneği v doğrultusu üzerine izdüşürülmüştür. Burada $v^T x_i$, x_i ’nin v doğrultusu üzerindeki

izdüşümünün orijinden olan uzaklığıdır. Yani $v^t x_i$, x_i 2 boyutlu örnek kümesinin bir boyutlu olan alt uzaya yani v doğrultusu üzerine izdüşümüdür.



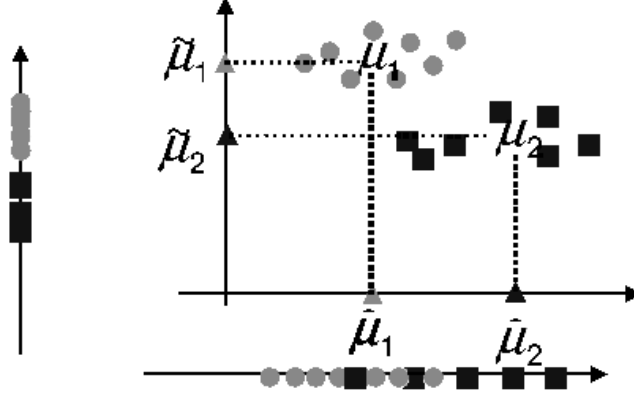
Şekil 2.8 : x_i örnek kümesinin, bulunan v doğrultusu üzerindeki izdüşümü.

Şimdi amaç farklı sınıfların izdüşümlerinin arasındaki ayrımın belirlenmesidir. $\tilde{\mu}_1$ ve $\tilde{\mu}_2$ sırasıyla 1. ve 2. sınıftaki örneklerin izdüşümlerinin ortalaması olsun. μ_1 ve μ_2 ise sırası ile 1. ve 2. sınıftaki örneklerin ortalaması olsun. Her iki sınıfın izdüşümleri arasındaki fark $|\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2|$ bağıntısı ile ifade edilebilir. Burada $\tilde{\mu}_1$ ve $\tilde{\mu}_2$,

$$\tilde{\mu}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{x_i \in C_1} v^t x_i = v^t \left(\frac{1}{n_1} \sum_{x_i \in C_1} x_i \right) = v^t \mu_1 \quad (2.21a)$$

$$\tilde{\mu}_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{x_i \in C_2} v^t x_i = v^t \left(\frac{1}{n_2} \sum_{x_i \in C_2} x_i \right) = v^t \mu_2 \quad (2.21b)$$

şeklinde ifade edilir. Sınıfların birbirinden kolaylıkla ayrılabilmesi için, izdüşüm ortalamaları arasındaki fark olan $|\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2|$ iyi bir kriterdir. Bu fark ne kadar büyük olursa, sınıfların birbirinden ayrılması da o kadar iyi olur. Şekil 2.9'da örnekler hem yatay hem de düşey eksen üzerine izdüşürülmüştür.



Şekil 2.9 : Sınıf ortalamaları μ_1 ve μ_2 olan iki sınıflı örnek kümesinin yatay ve dikey doğrultular üzerindeki izdüşümleri.

Şekilden de görüldüğü gibi sınıfların ayrılmasında dikey eksen, yatay eksenden daha iyidir. Ancak buna rağmen $|\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2| > |\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2|$ 'dir. Yani yatay eksenindeki izdüşüm ortalamaları arasındaki fark, düşey eksenindeki izdüşüm ortalamaları arasındaki farktan daha büyüktür. Burada yatay eksenindeki varyans dikey eksene göre daha büyük olmasına rağmen, sınıfların ayrılabilirliği daha zordur. Bu nedenle FLD'de $|\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2|$ bulunurken, PCA'da olduğu gibi varyansın maksimum olduğu doğrultu dikkate alınmaz. Ancak varyans ile orantılı bir çarpan ile $|\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2|$ normalize edilir.

Bunu yaparken; $z_1, z_2, \dots, z_n$ belirli bir örnek kümesi, $\mu_z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$ ise bu örnek

kümesinin ortalaması olsun. Buradan $s = \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_z)^2$ ifadesi ile saçılma bulunmuş

olur. Bu saçılma, örneklerin varyansının örnek sayısı n ile çarpımından elde edilmiştir. Saçılma, varyans gibi örneklerin ortalama etrafındaki yayılımını ölçer ancak derecelendirme bakımından varyanstan farklıdır. Fisher'ın buna ilişkin çözümü incelenirse; y_i 'ler örnek izdüşümleri olsun ve $y_i = v^t x_i$ bağıntısı ile gösterilsin.

$$\tilde{s}_1^2 = \sum_{y_i \in C_1} (y_i - \tilde{\mu}_1)^2 \quad (2.22a)$$

$$\tilde{s}_2^2 = \sum_{y_i \in C_2} (y_i - \tilde{\mu}_2)^2 \quad (2.22b)$$

1. sınıfa ve 2. sınıfa ait örnek izdüşümlerinin saçılması sırası ile (2.22a) ve (2.22b) bağıntıları ile gösterilmiştir. Bundan sonra 1. sınıfın ve 2. sınıfın saçılmalarının normalize edilmesi gerekmektedir. Bunun için FLD bu örnekleri öyle bir v doğrultusu üzerine izdüşürür ki bu v doğrultusu $J(v)$ 'nin maksimum olduğu doğrultudur.

$$J(v) = \frac{(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2)^2}{\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_2^2} \quad (2.23)$$

$J(v)$ 'nin maksimum olması her iki sınıfın kendi içindeki saçılmanın, yani sınıf içi saçılmanın küçük olması ve aynı zamanda her iki sınıfın örnek ortalamalarının farkının büyük olması ile mümkün olmaktadır. Şekil 2.10'dan da görüleceği gibi her iki sınıfa ait örnek izdüşümlerinin ortalamaları arasındaki fark sınıfların birbirinden ayrılmasını sağlayacak büyüklüktedir.



Şekil 2.10 : $J(v)$ 'yi maksimum yapan v doğrultusu ve örneklerin bu doğrultu üzerindeki izdüşümleri.

Burada öncelikle J 'yi v 'nin fonksiyonu olarak ifade etmek gerekmektedir. Bunun için de öncelikle her iki sınıfa ait örneklerin saçılması tanımlanır.

$$S_1 = \sum_{x_i \in C_1} (x_i - \mu_1)(x_i - \mu_1)^t \quad (2.24a)$$

$$S_2 = \sum_{x_i \in C_2} (x_i - \mu_2)(x_i - \mu_2)^t \quad (2.24b)$$

Daha sonra sınıf içi saçılma $S_w = S_1 + S_2$ olarak tanımlanır. (2.22a) ve (2.22b) bağıntıları, $y_i = v^t x_i$ ile (2.21a) ve (2.21b)'deki sonuçlar kullanılarak yeniden düzenlenecek olursa,

$$\tilde{s}_1^2 = \sum_{y_i \in C_1} (v^t x_i - v^t \mu_1)^2 = \sum_{y_i \in C_1} (v^t (x_i - \mu_1))^t (v^t (x_i - \mu_1)) \quad (2.25a)$$

$$\tilde{s}_1^2 = \sum_{y_i \in C_1} ((x_i - \mu_1)^t v)^t ((x_i - \mu_1)^t v) \quad (2.25b)$$

$$\tilde{s}_1^2 = \sum_{y_i \in C_1} v^t (x_i - \mu_1)(x_i - \mu_1)^t v = v^t S_1 v \quad (2.25c)$$

$$\tilde{s}_2^2 = \sum_{y_i \in C_2} v^t (x_i - \mu_2)(x_i - \mu_2)^t v = v^t S_2 v \quad (2.25d)$$

denklem takımları elde edilir, buradan da

$$\tilde{s}_1^2 = v^t S_1 v \quad (2.26a)$$

$$\tilde{s}_2^2 = v^t S_2 v \quad (2.26b)$$

(2.26a) ve (2.26b) bağıntıları kullanılarak (2.27) bağıntısına ulaşılır.

$$\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_2^2 = v^t S_1 v + v^t S_2 v = v^t S_w v \quad (2.27)$$

Sınıflar arası saçılma matrisi olan S_B ise (2.28) bağıntısı ile tanımlanır.

$$S_B = (\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 - \mu_2)^t \quad (2.28)$$

S_B izdüşüm yapılmadan önceki sınıf ortalamaları arasındaki ayrımı ifade etmektedir, izdüşüm yapıldıktan sonra sınıf ortalamaları arasındaki ayrım ise aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2)^2 = (v^t \mu_1 - v^t \mu_2)^2 = v^t (\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 - \mu_2)^t v \quad (2.29a)$$

$$(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2)^2 = v^t S_B v \quad (2.29b)$$

$J(v)$ (2.27) ve (2.29b)'daki sonuçlara göre yeniden düzenlenirse (2.30) elde edilir.

$$J(v) = \frac{(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\mu}_2)^2}{\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_2^2} = \frac{v^t S_B v}{v^t S_w v} \quad (2.30)$$

Böylelikle J , v 'ye bağlı olarak ifade edilmiş olur. $J(v)$ 'nin maksimum olduğu nokta, v 'ye göre türevinin 0'a eşit olduğu noktadır. $J(v)$ 'nin v 'ye göre türevi alınıp 0'a eşitlenirse aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\frac{d}{dv} J(v) = \frac{\left(\frac{d}{dv} v^t S_B v \right) v^t S_w v - \left(\frac{d}{dv} v^t S_w v \right) v^t S_B v}{(v^t S_w v)^2} = 0 \quad (2.31a)$$

$$\frac{d}{dv} J(v) = \frac{(2S_B v) v^t S_w v - (2S_w v) v^t S_B v}{(v^t S_w v)^2} = 0 \quad (2.31b)$$

$$v^t S_w v (S_B v) - v^t S_B v (S_w v) = 0 \quad (2.31c)$$

$$\frac{v^t S_w v (S_B v)}{v^t S_w v} - \frac{v^t S_B v (S_w v)}{v^t S_w v} = 0 \quad (2.31d)$$

$$S_B v - \frac{v^t S_B v}{v^t S_w v} (S_w v) = 0 \quad (2.31e)$$

Böylelikle (2.32)'de genelleştirilmiş özdeğer problemine ulaşılır.

$$S_B v = \lambda S_w v \quad (2.32)$$

Eğer S_w matrisinin tersi alınabilirse (2.32)'deki bağıntı $S_w^{-1} S_B v = \lambda v$ şeklinde ifade edilebilir.

$$S_B x = (\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 - \mu_2)^t x = (\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 - \mu_2)^t = \alpha(\mu_1 - \mu_2) \quad (2.33)$$

Her bir x vektörü için $S_B x$, $|\mu_1 - \mu_2|$ olarak aynı noktayı işaret etmektedir. Bu nedenle özdeğer problemi (2.34)'de olduğu gibi çözümlenebilir.

$$v = S_w^{-1}(\mu_1 - \mu_2) \quad (2.34)$$

Sonuç olarak buradan da (2.35)'teki eşitliğe ulaşılır.

$$S_w^{-1} S_B [S_w^{-1}(\mu_1 - \mu_2)] = S_w^{-1} [\alpha(\mu_1 - \mu_2)] = \alpha [S_w^{-1}(\mu_1 - \mu_2)] \quad (2.35)$$

2.2.2 FLD'nin uygulanması

FLD'nin uygulanma şekli özetlenecek olursa, c_1 1. sınıfa ait vektörlerin oluşturduğu

bir küme, c_2 de 2. sınıfa ait vektörlerin oluşturduğu bir küme, $\mu_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i$ ve

$\mu_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} x_i$ de bu sınıflara ait vektörlerin ortalaması, $S_1 = \sum_{x_i \in C_1} (x_i - \mu_1)^2$ ve

$S_2 = \sum_{x_i \in C_2} (x_i - \mu_2)^2$ sırası ile 1. ve 2. sınıflara ait saçılma matrisleri olsun. Bu saçılma

matrisleri kullanılarak $S_w = S_1 + S_2$ sınıf içi saçılma matrisi elde edilir. Bu saçılma

matrisinin tersine bakılır. S_w^{-1} mevcut ise $v = S_w^{-1}(\mu_1 - \mu_2)$ bağıntısı ile FLD

doğrultusu bulunur. Son olarak ise $Y_1 = v^t c_1^t$ ve $Y_2 = v^t c_2^t$ ile eğitim kümesindeki

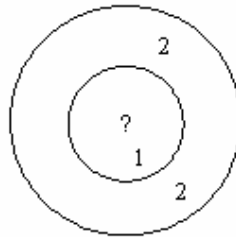
örneklerin FLD doğrultusu üzerindeki izdüşümleri elde edilir.

2.3 En Yakın k Komşu Algoritması

2.3.1 kNN teorisi

kNN algoritması makine öğrenmesi algoritmaları içinde en basit olanıdır. Bu algoritma, olasılık yoğunluklarının güvenilir parametrik tahminlerinin bilinmediği ya da belirlenmesinin zor olduğu zaman, ayrıştırma analizine duyulan ihtiyaçtan dolayı geliştirilmiştir. kNN methodu ilk olarak 1951 yılında Fix ve Hodges tarafından, örüntü sınıflandırma için tanımlanmıştır [13]. Bu algoritmada sınıfının belirlenmesi istenen bir örnek için, onun en yakın k tane komşuluklarına bakılır. Burada k bir tamsayıdır ve aynı zamanda tektir, k sayısı mümkün olduğunca küçük seçilir. k'nın 1 olması durumunda, test edilecek örneğin en yakın komşusuna bakılır ve en yakın komşu hangi sınıftan ise test örneği de aynı sınıftandır denir. Eğer k sayısı 3 ise, bu sefer test örneğinin en yakın 3 komşusuna bakılır ve çoğunluk hangi sınıftan ise test örneği de o sınıftandır denir.

Şekil 2.11'de sınıfı belli olmayan bir örneğin hangi sınıftan olduğunun bulunması istenmektedir. Bunun için test örneğinin bulunduğu nokta merkez olacak şekilde ve r yarıçapını artırarak, k tane (k=1,3) sınıfı belirli en yakın komşu örneği içine alacak şekilde çemberler çizilmiştir. Küçük çemberde görüldüğü gibi sadece sınıfı belirli olan bir örnek bulunmaktadır ve en yakın komşu metoduna göre test örneğinin 1. sınıftan olduğu belirlenmiştir. Büyük çemberde ise sınıfı belirli 3 tane örnek vardır. Yani k burada 3'tür. Test kümesinin en yakın 3 komşusunu içine alacak şekilde bir çember çizilmiştir. Burada çoğunluk 2. sınıftan olduğu için test örneğinin de 2. sınıftan olduğu söylenir. k'nın ne olması gerektiğine değinilecek olursa, $k > 1$ olmalıdır, fakat tam olarak hangi değere eşit olması gerektiği yapılan testlerin başarımlarına göre belirlenmektedir.



Şekil 2.11 : Sınıfı belli olmayan bir örneğin sınıfının kNN yöntemi ile sınıfının belirlenmesi amacıyla çizilen hiperküreler.

Daha açık bir şekilde açıklanmaya çalışılırsa; bu tür sınıflandırmada eğitim kümesindeki örneklerin hangi sınıftan geldiği bilinmektedir. Örneğin; $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ ifadesinde x_i 'ler eğitim kümesindeki örnekleri, y_i 'ler ise her bir örneğin ait olduğu sınıfı gösteriyor olsun. Ayrıca $x_i = (x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(d)})$ ifadesinden de anlaşılacağı gibi her bir örnek d boyutlu, y_i her i için $\{1 \dots C\}$ arasında bir sınıf etiketi olsun. Burada istenen, sınıfı belli olmayan bir x_{new} test örneğinin y_{new} sınıfının ne olduğunun belirlenmesidir. Bunun için sınıfının belirlenmesi istenen test örneği ile eğitim kümesindeki her bir örnek arasındaki mesafe hesaplanır. Bu mesafelerin hesaplanmasında farklı metrik uzaklık ölçütleri kullanılabilir. Bunlardan en yaygın olanı Öklit metrik uzaklığıdır. Bunun dışında bu tezde Mahalonobis metrik uzaklığı kullanıldığı gibi norm1, norm3, norm4, ve sonsuz norm da metrik uzaklık ölçütü olarak test amacıyla kullanılmıştır.

2.3.2 Metrik uzaklıklar

Bu bölümde bir önceki bölümde bahsedilen metrik uzaklıklar hakkında kısaca bilgi verilecektir. Sıfır olmayan bir vektör uzayında, tüm vektörlere bir uzunluk, boyut karşı düşüren fonksiyonlara norm denmektedir. Ayrıca vektör normunun (2.36a), (2.36b), (2.37) ve (2.38)'deki özellikleri sağlaması gerekmektedir.

$x \in R^n$ olmak üzere x 'in normu $\|x\|: R^n \rightarrow R$ şeklinde ifade edilir.

$$\|x\| \geq 0, \quad \forall x \in R^n \quad (2.36a)$$

$$\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad (2.36b)$$

$$\|kx\| = |k| \|x\| \quad \forall k \in R, \quad \forall x \in R^n \quad (2.37)$$

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\| \quad \forall x, y \in R^n \quad (2.38)$$

Vektörlere farklı türden normlar kullanılarak bir uzunluk karşı düşürülmektedir. Kullanılan en yaygın norm, norm2'dir. Buna Öklit metrik uzaklığı ya da Öklit Normu da denmektedir. Öklit normu genlik olarak da bilinmektedir, iki nokta arasındaki mesafenin cetvel ile ölçülmesi ile belirlenebilir. Ayrıca Pisagor teoremi ile de bu metrik uzaklık hesaplanabilir. Mesafe olarak Pisagor teoreminin kullanılması ile Öklit bir metrik uzay haline gelir, buna Hilbert uzayı da denilmektedir. Eski

kaynaklarda bu metrik, Pisagor metriği olarak da geçmektedir. Öklit uzaklığı şu şekilde tanımlanabilir:

$P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ ve $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ n boyutlu Öklit uzayında iki nokta olsun. Bu noktalar arasındaki mesafe (2.39) bağıntısı ile hesaplanır.

$$\sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + \dots + (p_n - q_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i - q_i)^2} \quad (2.39)$$

Bu tanımlamaya göre; $P = (p_x)$ ve $Q = (q_x)$ 1 boyutlu Öklit uzayındaki iki nokta olsun, bu noktalar arasındaki mesafe (2.40) bağıntısına göre hesaplanır.

$$\sqrt{(p_x - q_x)^2} = |p_x - q_x| \quad (2.40)$$

$P = (p_x, p_y)$ ve $Q = (q_x, q_y)$ 2 boyutlu Öklit uzayında iki nokta olsun bu noktalar arasındaki mesafe ise (2.41) bağıntısına göre hesaplanabilir.

$$\sqrt{(p_x - q_x)^2 + (p_y - q_y)^2} \quad (2.41)$$

$P = (r_1, \theta_1)$ ve $Q = (r_2, \theta_2)$ 2 boyutlu Öklit uzayında bulunan iki noktanın kutupsal koordinatları olsun, bu noktalar arasındaki mesafe ise (2.42) bağıntısı ile hesaplanabilir.

$$\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)} \quad (2.42)$$

Üç boyutlu öklit uzayında ise hesaplama diğerleri gibidir.

$P = (p_x, p_y, p_z)$ ve $Q = (q_x, q_y, q_z)$ 3 boyutlu öklit uzayındaki iki nokta olsun bu noktalar arasındaki mesafe ise (2.43) bağıntısı ile hesaplanabilir.

$$\sqrt{(p_x - q_x)^2 + (p_y - q_y)^2 + (p_z - q_z)^2} \quad (2.43)$$

Vektörlerin p normu ise genel olarak (2.44) bağıntısı ile hesaplanabilir.

$$\|x\|_p = (|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p)^{1/p} = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p} \quad (2.44)$$

(2.44) bağıntısı kullanılarak bazı özel normlar hesaplanabilir. Bunlar (2.45)'de görüldüğü gibi norm1 ve (2.46)'da görüldüğü gibi sonsuz normdur.

$$\|x\|_1 = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| = \sum_{i=1}^n |x_i| \quad (2.45)$$

$$\|x\|_\infty = \max(|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|) \quad (2.46)$$

Mahalonobis uzaklığı, istatistiksel uzaklık olarak da bilinir, ilk olarak 1936'da P.C. Mahalonobis tarafından tanımlanmıştır [14]. Farklı paternleri tanımlayan ve analiz eden değişkenlerin arasındaki korelasyonu temel almıştır. Bilinmeyen bir örnek kümesinin bilinen bir örnek kümesine benzerliğinin tanımlanmasında faydalı bir yöntemdir. Veri kümesinin korelasyonunu dikkate alması açısından Öklit metrik uzaklığından farklıdır. Çok değişkenli bir $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)^T$ vektörü için Σ , kovaryans matris ve $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_p)^T$, bir grup değerlerin ortalaması olsun. Bu gruba olan Mahalanobis uzaklığı (2.47) bağıntısı ile hesaplanır.

$$D_M(x) = \sqrt{(x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)} \quad (2.47)$$

İki vektör arasındaki Mahalanobis uzaklığı ise (2.48) bağıntısı ile hesaplanır.

$$d(\vec{x}, \vec{y}) = \sqrt{(\vec{x} - \vec{y})^T \Sigma^{-1} (\vec{x} - \vec{y})} \quad (2.48)$$

3. CİNSİYET TAYİNİNDE KULLANILAN ALGORİTMALARIN BAŞARIMLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

3.1 Test Yöntemleri

Yüz resimlerinden cinsiyet belirlemede daha önceki bölümlerde anlatılan algoritmalar kullanılarak yapılan çalışmaların doğruluk oranının belirlenmesi için, bir takım değerlendirme yöntemleri bulunmaktadır. Bu değerlendirme yöntemlerinde eğitim ve test kümesi adı verilen 2 küme kullanılır. Eğitim kümesi, sınıflandırıcıyı eğitmek amacıyla, test kümesi ise eğitilmiş sınıflandırıcının hata oranını bulmak amacıyla kullanılır. Bu bölümde sınıflandırma algoritmalarının başarımlarını değerlendirmek amacıyla Çapraz Geçerlilik (Cross Validation) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem ilk olarak Seymour Geisser tarafından ortaya atılmıştır [15-16]. Aşağıda anlatılacağı üzere 4 farklı şekilde uygulanır.

3.1.1 Holdout yöntemi

Bu yöntemde, örnek kümesi, eğitim ve test kümesini oluşturmak üzere 2 gruba ayrılır. Holdout metodu 2 temel eksikliğe sahiptir. Bunlardan birincisi, örnek kümesinde çok fazla örnek olmadığı durumlarda test için verileri belirli oranlarda ayırmak mümkün olmayabilir. Diğer bir eksiklik ise, eğitim ve test denemesi yalnızca bir kez yapıldığı için, uygun olmayan bir veri ayrımı yapıldığında bulunan hata oranı yanıltıcı olabilir [17].

Holdout metodunun sınırlamaları, tek bir deneme yerine çok sayıda deneme içeren yöntemler kullanılarak aşılabılır. Bunlar çapraz geçerlilik yöntemleri olarak bilinen, rastgele alt örnekleme (random subsampling), k-katlı çapraz geçerlilik (k-fold cross validation), birini bırakarak çapraz geçerlilik (leave-one-out cross validation)'dir.

3.1.2 Rastgele alt örnekleme yöntemi

Şekil 3.1'de görüldüğü gibi, bu yöntemde tüm veri kümesinden test kümesini oluşturmak üzere ve tekrar yerine konulmama şartı ile rastgele örnekler alınır. Kalan örnekler ise eğitim kümesini oluşturur. Bu yöntem bir açıdan sakıncalıdır. Bazı

örnekler test kümesine bir defadan fazla girerken, bazı örnekler hiç girmeyebilir. Eğitim kümesinin test kümesine olan oranının iterasyon sayısına bağlı olmaması yöntemin üstünlüklerindendir [17].



Şekil 3.1 : Örnek kümesinin rastgele alt örnekleme yöntemi ile farklı sayılarda test kümesi ve eğitim kümesi olarak ayrılması.

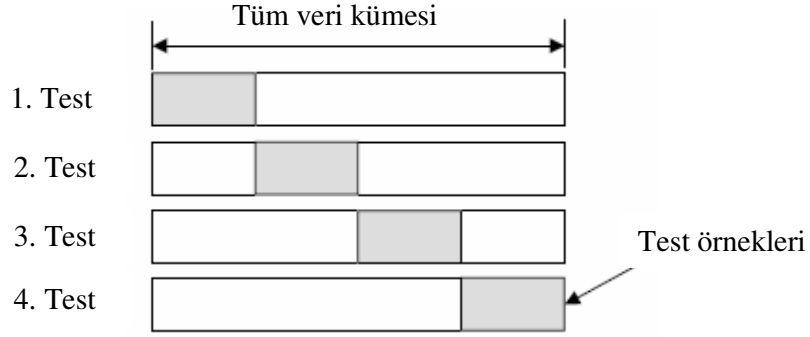
Bu yöntemde K sayıda test yapıldığı düşünülürse, doğru hata tahmini (3.1) eşitliğinde olduğu gibi her test sonucu hesaplanan hataların ortalaması ile bulunur.

$$E = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K E_i \quad (3.1)$$

Bu hata tahmini holdout hata tahmininden önemli ölçüde daha iyidir.

3.1.3 K-katlı çapraz geçerlilik yöntemi

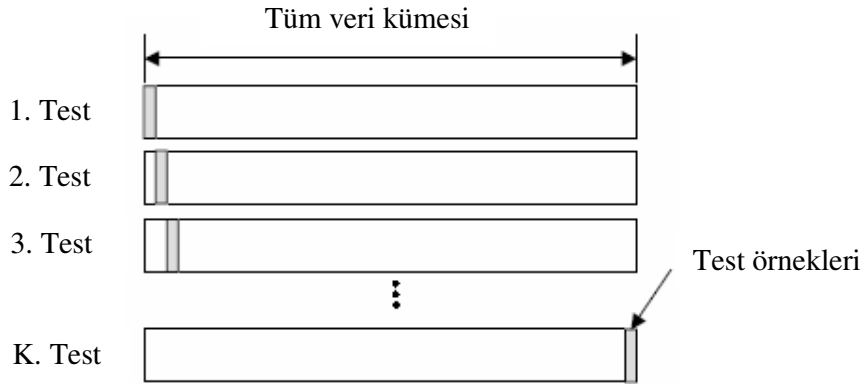
Bu yöntemde veri kümesi Şekil 3.2’de görüldüğü gibi K eşit parçaya bölünür. Bu K parçanın 1 tanesi test kümesi olarak kullanılır. Kalan K-1 tane ise eğitim kümesini oluşturur. Böylelikle bu yönteme göre K tane test yapılır. Bu yöntem rastgele alt örnekleme yöntemine benzemektedir ancak K-katlı çapraz geçerlilik yöntemi daha üstün bir yöntemdir. Çünkü bu yöntemde her örnek mutlaka hem eğitim kümesi içinde hem de test kümesi içinde kullanılır. Burada da hata hesabı (3.1) eşitliği kullanılarak hesaplanır. Doğru hata, yapılan K adet test sonucunda ortaya çıkan hatanın ortalaması alınarak bulunur [17].



Şekil 3.2 : Örnek kümesinin k-katlı çapraz geçerlilik yöntemi ile farklı sayılarda test kümesi ve eğitim kümesi olarak ayrılması.

3.1.4 Birini bırakarak çapraz geçerlilik yöntemi

Birini bırakarak çapraz geçerlilik yöntemi, Şekil 3.3’de görüldüğü üzere K-katlı çapraz geçerlilik yönteminin biraz değişmiş halidir. Burada K sayısı örnek sayısına eşittir. K-katlı çapraz geçerlilik’de olduğu gibi burada da örnek sayısı N ise, 1 tane örnek, test amacı ile kullanılır, kalan N-1 adet örnek ise eğitim kümesini oluşturur. Her bir örnek hem eğitim kümesinde kullanılır hem de ayrı olarak test kümesini oluşturur. Örnek sayısı kadar test yapılmasını gerektirdiği için kullanıma pek uygun değildir. Hata hesabı diğerlerinde olduğu gibi (3.1) eşitliği ile yani her bir test sonucunda hesaplanan hatanın ortalaması alınarak bulunur [17].



Şekil 3.3 : Örnek kümesinin birini bırakarak çapraz geçerlilik yöntemi ile farklı sayılarda test kümesi ve eğitim kümesi olarak ayrılması.

Yapılan testlerde, veri kümesinin bölüneceği parça sayısının, yani K sayısının aldığı değere göre bazı üstün ve sakıncalı durumlar ortaya çıkmaktadır. Bunlardan bahsedilirse; K 'nın çok büyük değer almasının üstün tarafı şudur: Gerçek hata oranı kestiricisinin (true error rate estimator) sapması küçük olacak, böylelikle kestirici çok doğru, bunun yanında gerçek hata oranı kestiricisinin varyansı büyük olacaktır. Ayrıca çok fazla test yapılacağı için hesaplama zamanı da çok fazla olacaktır. K değeri çok küçük seçilecek olursa, yapılacak olan test sayısı da az olacağı için hesaplama zamanı az, kestiricinin varyansı küçük olacaktır. Kestircinin sapması ise büyük olacaktır. Pratikte K 'nın seçimi veri kümesinin büyüklüğüne bağlıdır. Çok büyük veri kümeleri için 3 katlı çapraz geçerlilik yöntemi oldukça doğru sonuç vermektedir. Çok küçük veri kümeleri için tüm örnekleri eğitmek amacı ile çoğunlukla birini bırakarak çapraz geçerlilik yöntemi kullanılmaktadır. Genel olarak hata belirleme işlemlerinde, $K=10$ alınarak K -katlı çapraz geçerlilik yöntemi kullanılmaktadır [17]. Bu tezde de bu nedenle hatanın belirlenmesinde $K=10$ alınarak, K -katlı çapraz geçerlilik yöntemi kullanılmıştır.

3.2 Yapılan incelemeler

Tezde yapılan incelemelerde veritabanı olarak Stanford Üniversitesi Tıp Fakültesi öğrencilerinin yüz resimlerinden oluşan bir veritabanı kullanılmıştır. Bu veritabanı 128*128 boyutlarında 200 bayan resmi ve 200 erkek resmi olmak üzere toplam 400 resimden oluşmaktadır. Yapılan incelemelerde hata oranını bulmak için daha önce bahsedilen yöntemlerden K -katlı çapraz geçerlilik yöntemi, $K=10$ seçilerek kullanılmış ve bu yöntem ile veri kümesi, her bir kümede 20 bayan ve 20 erkek resmi olacak şekilde 10 eşit parçaya bölünmüştür. Böylelikle eğitim kümesinde 180 bayan ve 180 erkek olmak üzere toplam 360 resim bulunurken, test kümesinde ise 20 bayan ve 20 erkek olmak üzere toplam 40 resim bulunmaktadır. Kullanılan algoritmaların hata oranını hesaplamak için toplam 10 kez test yapılmış, böylelikle her resim hem eğitim kümesinin hem de test kümesinin bir elemanı olmuştur.

Yapılan testlerde öncelikli olarak işlem kolaylığı sağlaması bakımından boyutu azaltmak amacıyla PCA kullanılmıştır. Boyut azaltma işleminden sonra FLD ve kNN algoritmaları kullanılarak bu iki sınıflandırıcı karşılaştırılmıştır. Çizelge 3.1'de bu karşılaştırmanın sonucu görülmektedir. Elde ettiğimiz bu test sonuçlarına göre,

insanın yüz resimlerinden cinsiyetinin belirlenmesinde FLD sınıflandırıcısı, kNN sınıflandırıcısından daha iyi sonuç vermektedir.

Çizelge 3.1 : FLD ve kNN sınıflandırıcılarının başarımlarının karşılaştırılması.

	PCA + FLD	PCA + kNN
Hata Oranı	%7.00	%9.00

Cinsiyet belirlenmesi amacıyla resimlere FLD sınıflandırıcısı uygulanırken hesaplanan özdeğerlerin belirli oranlardaki kısmı dikkate alınarak testler yapılmış ve Çizelge 3.2’den de anlaşılabacağı ve beklendiği gibi, sınıflandırıcı en iyi sonucu, özdeğerlerin toplamının %98’ini oluşturacak sayıda özdeğer hesaba katıldığında vermiştir. Özdeğerlerin %100’ünün hesaba katılması durumunda daha iyi sonuç elde edileceği beklenen bir sonuçtur, ancak işlem sayısını azaltmak ve zamandan tasarruf etmek amacı ile en büyük özdeğerler hesaba katılmış, özdeğerlerin toplamında %2’lik bir azalma olurken, hesaba katılan özdeğerlerin sayısında önemli oranda azalma olmuştur. Hesaba katılan özdeğer toplamlarının yüzde oranları azaldığında ise hata oranının arttığı gözlenmiştir.

Çizelge 3.2 : Kullanılan sınıflandırıcı testinde hesaba katılan özdeğer oranlarının karşılaştırılması.

	Özdeğerlerin Hesaba Katılan Kısmı				
	0.80	0.85	0.90	0.95	0.98
Hata Oranı	%10.50	%10.00	%9.50	%9.00	%7.00

Yapılan bu çalışmada hangi sınıflandırıcının daha iyi sonuç verdiğinin araştırılmasının dışında; bir yöntemde değişik parametreler söz konusuysa, bunların değiştirilmesinin o yöntemin başarımını ne ölçüde değiştirdiği de incelenmiştir. Örneğin; kNN yönteminde mesafe ölçümü olarak hangi normun daha doğru sonuç verdiği de incelenmiştir. kNN algoritması ile sınıflandırma yaparken öncelikle boyut azaltmak amacı ile PCA uygulanmıştır. Daha sonra kNN uygulanırken ise dört farklı norm kullanılarak mesafeler hesaplanmıştır. Çizelge 3.3’den de anlaşılabacağı gibi mesafe ölçümünde norm1 ve norm2 bize daha doğru sonuçlar vermektedir.

Çizelge 3.3 : Mesafe hesaplanmasında kullanılan normların karşılaştırılması.

	Norm1	Norm2	Norm3	Norm4
Hata Oranı	%9.00	%9.00	%11.25	%10.75

Bunun yanında yine cinsiyet belirlenmesinde farklı normlar kullanılarak, hangi normun daha doğru sonuç verdiği de araştırılmıştır. Bunun için kNN yöntemi tek başına kullanılmış, yani bir önceki testte PCA ile boyut azaltma işlemi yapılırken, bu testte ise boyut azaltma işlemi yapılmadan, veri kümesine doğrudan kNN yöntemi uygulanmıştır. Burada da Çizelge 3.4’te görüldüğü gibi, norm1 ve norm2 daha doğru sonuçlar vermiştir. Ancak norm1 genelde kullanılmamaktadır, bunun sebebi ise norm1 değerinin norm2’ye göre çok büyük olmasıdır. Değer büyük olacağı için yapılan işlemler daha fazla zaman gerektirecektir, norm2’nin kullanılması ile zamandan da tasarruf edilmesi söz konusudur.

Çizelge 3.4 : kNN sınıflandırıcısının farklı norm değerlerine göre hata hesabı.

	Norm1	Norm2	Norm3	Norm4	Sonsuz norm
Hata Oranı	%10	%11.50	%13	%16.75	%32

Bunun yanında bir önceki bölümde bahsedilen Mahalonobis metrik uzaklığının da doğruluk üzerine etkisi araştırılmıştır. Bunun için PCA ile boyut azalttıktan sonra kNN yöntemi uygulanmış ancak mesafe ölçümünde hem Mahalonobis metrik uzaklığı hem de Öklit metrik uzaklığı ayrı ayrı kullanılmıştır. Çizelge 3.5’den de anlaşılacağı gibi cinsiyet belirleme amacıyla kullanılan KNN yönteminde Öklit metrik uzaklığının kullanılması daha iyi sonuç vermiştir.

Çizelge 3.5 : Sınıflandırıcı testinde mesafe hesaplanmasında Mahalonobis ve Öklit normu’nun karşılaştırılması.

	Mahalonobis	Öklit Normu
Hata Oranı	%11.25	%9.00

Cinsiyet belirlemede kNN algoritması kullanılırken k için hangi değerin uygun olduğuna dair de birçok test yapılmıştır. Yapılan bu testlerde, aynı eğitim kümesi ve aynı veri kümesi için farklı k değerleri kullanılmıştır. Yani test örneğinin en yakın k tane komşularına bakılmıştır. Çizelge 3.6'dan da görüldüğü gibi k değeri arttıkça hata oranının da arttığı gözlenmiştir, k=1 kullanılarak, yani test örneğinin sadece en yakın bir komşusuna bakarak hata hesaplamasının doğru olmadığı düşünülmüştür, çünkü sadece en yakın komşusuna bakmakla hassas bir sınıflandırıcı yapılmış olmaz. k için optimum değerin ne olduğu farklı k değerleri için yapılan testlerle bulunabilir. Bu tezde yapılan diğer testlerde k=3 değeri kullanılmıştır.

Çizelge 3.6 : Farklı K değerlerinin kullanılması ile ortaya çıkan test sonuçları.

	k=1	k=3	k=5	k=7
Hata Oranı	%12.25	%11.25	%11.25	%11.50

Sınıflandırma algortimaların başarımlarını ölçmek için yapılan bir diğer test de resimlere gürültü bindirilmesi ve algoritmanın başarımının incelenmesidir. Bu nedenle gürültünün cinsiyet belirleme üzerindeki etkisi de araştırılmıştır. Bunun için test resimlerine ortalaması 0 ve varyansı 0.1 olan Gauss beyaz gürültüsü eklenmiştir. Şekil 3.4 (a)'da orijinal fotoğraflar, (b)'de ise Gauss gürültüsü eklenmiş fotoğraflar görülmektedir. Yapılan çalışmada K-katlı çapraz geçerlilik yöntemi ile 10 farklı eğitim kümesi ve test kümesi alınmıştır. Her bir grup için 10 kez test yapılmıştır, çünkü her defasında resme ortalaması 0 olan ama dağılımı farklı olan Gauss beyaz gürültüsü eklenmektedir. Her grup için yapılan 10 testin ortalaması alınmış, böylelikle ortalama hata bulunmuştur. Çizelge 3.7'de bu testin sonuçları görülmektedir. Buna göre test resimlerine Gauss gürültüsü eklenmiş iken elde edilen hata oranı normal test sonuçlarına göre biraz artmıştır.

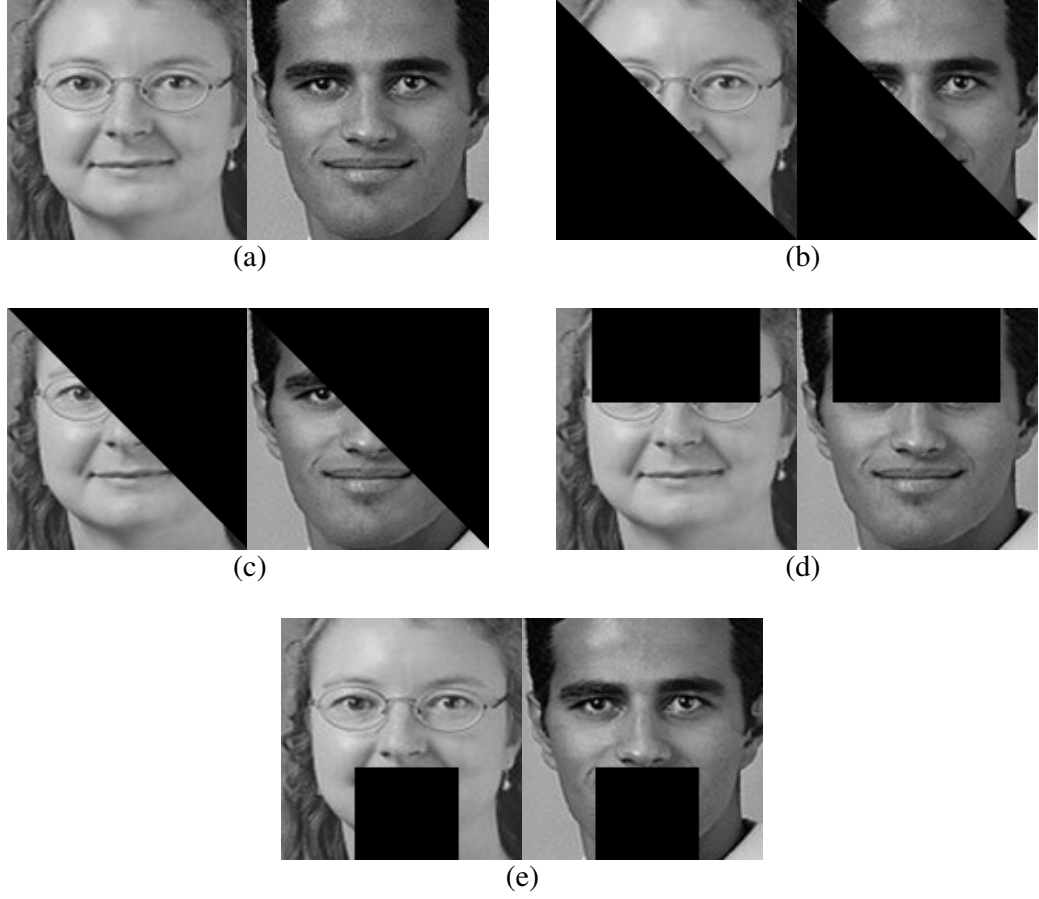


Şekil 3.4 : 128*128 piksel boyutundaki test fotoğrafları: (a)Orijinal test fotoğrafları. (b)Üzerine gürültü bindirilmiş test fotoğrafları.

Çizelge 3.7 : Gauss beyaz gürültüsünün cinsiyet belirleme üzerindeki etkisi.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
gürültülü	%7.2	%2.1	%3.1	%1.2	%1.9	%1.2	%1.2	%3.7	%6.4	%3.0
normal	% 7	%2	%3	%1	%2	%1	%1	%3	%6	%2

Bunlardan farklı olarak cinsiyet belirlenmesinde yüzün üst kısmının mı yoksa alt kısmının mı daha etkili olduğu konusunda araştırma yapılmıştır. Bunun için yüz resimlerinin alt kısmı ve üst kısmı ayrı ayrı teste tabi tutulmuştur. Şekil 3.5’de teste tabi tutulan yüz resimleri görülmektedir. Burada yüzün üst üçgeni, alt üçgeni, alın ve göz aynı anda, ayrıca dudak ve çene de aynı anda maskelenerek yüzün alt veya üst kısmının hangisinin cinsiyet belirlemede daha etkin olduğu ortaya çıkarılmıştır. Çizelge 3.8’de bu testin sonuçları görülmektedir. Yapılan testlere ve bu çizelgeye göre; en fazla hata, üst üçgen maskelendiğinde ortaya çıkmıştır, üst üçgen maskeleme; alın, burun ve gözlerin önemli bir bölümünü kapsamaktadır. Buradan, burun ve göz bölgesinin cinsiyet belirlemede dudak ve çene bölgesine göre daha etkili olduğu sonucuna varılabilir.



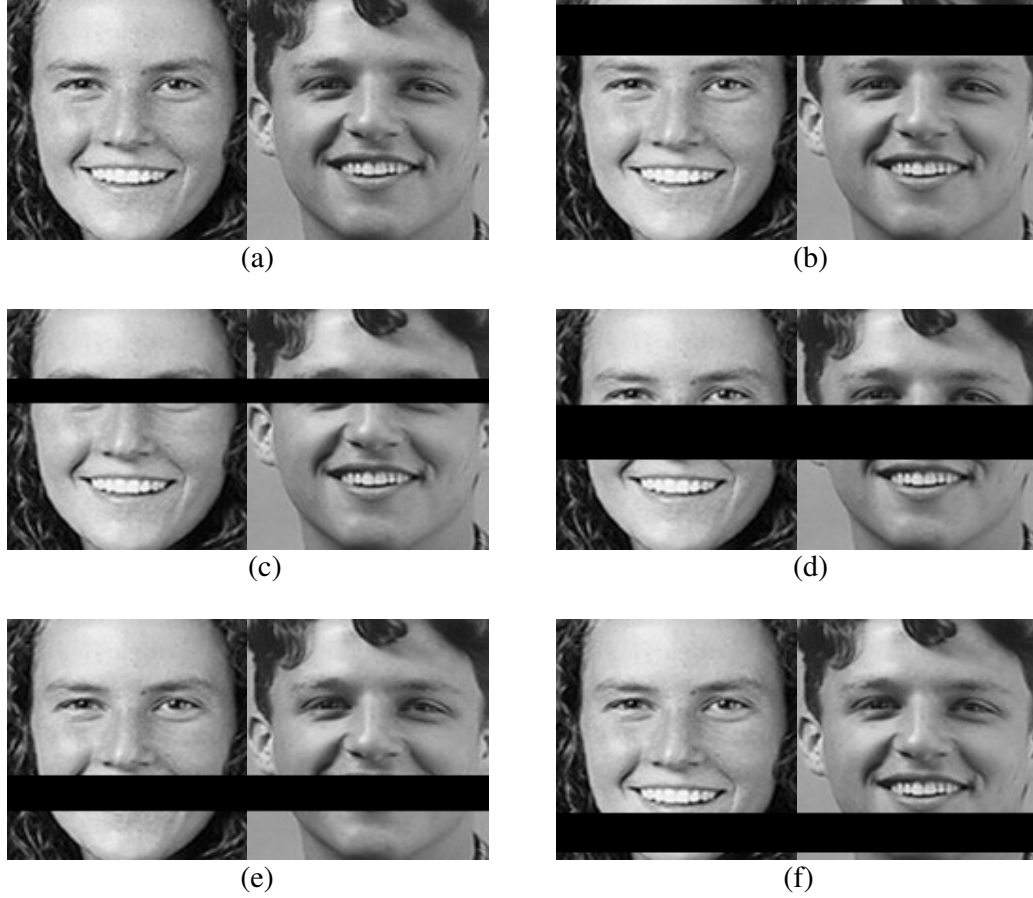
Şekil 3.5 : Cinsiyet belirlemede yüzün alt ve üst kısımlarının etkisinin araştırıldığı test resimleri: (a)Orijinal test fotoğrafları. (b)Yüz fotoğraflarında üst üçgen. (c)Yüz fotoğraflarında alt üçgen. (d)Alın ve gözleri kapsayacak şekilde yüzün üst kısmının maskelendiği fotoğraf. (e)Dudak ve çeneyi kapsayacak şekilde yüzün alt kısmının maskelendiği fotoğraflar.

Çizelge 3.8 : Yüzün alt ve üst kısımlarının cinsiyet belirleme üzerindeki etkisi.

	Alt üçgen	Üst üçgen	Alın+göz	Çene+dudak
Hata Oranı	% 26.75	% 47.50	% 27.50	% 7.50

Bulduğumuz bu sonuçların doğruluğunu desteklemek amacı ile bu kez de yüzün belirli kısımları şerit halinde maskelenmiştir. Şekil 3.6'dan da görüldüğü gibi alın, göz, burun, dudak ve çene şerit halinde maskelenmiş ve bu maskelenmiş resimler kullanılarak yapılan testin sonuçları Çizelge 3.9'da verilmiştir. Yapılan testlere ve bu çizelgeye göre en fazla hata burun maskelendiğinde ortaya çıkmıştır. Daha sonra en fazla hata sırasıyla alın, göz, dudak ve çene maskelendiğinde ortaya çıkmıştır.

Buradan şu sonuç çıkarılabilir, cinsiyet belirlemede burun diğer organlara göre daha fazla etkiye sahiptir. En az etkili olan organ ise çenedir. Bu sonuçlar elde edilerek, bir önceki testin sonuçları doğrulanmıştır.



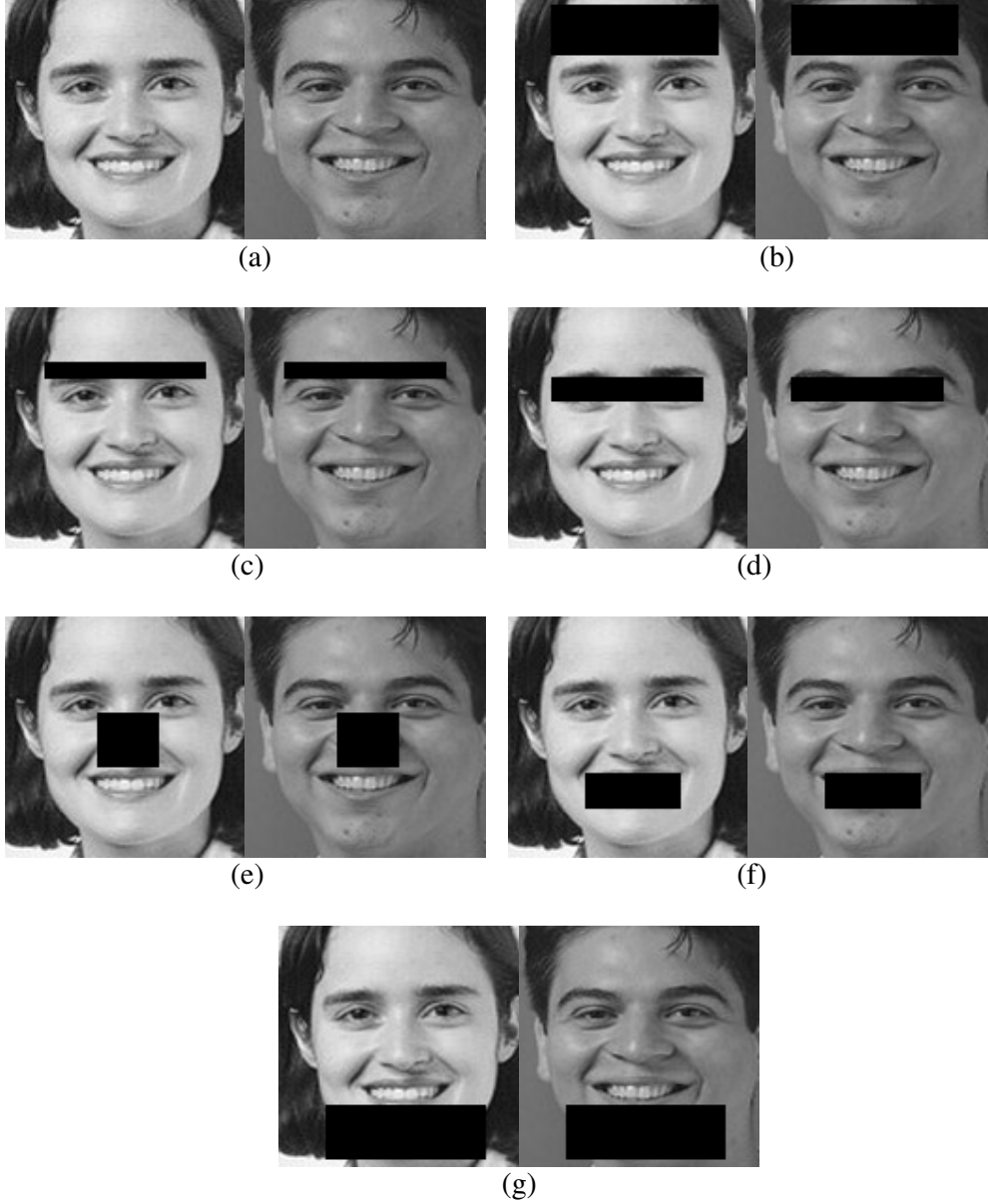
Şekil 3.6 : Yüz fotoğraflarında belli kısımların şerit halinde maskelenmesi: (a)Orijinal fotoğraflar. (b)Alnın şerit halinde maskelenmesi. (c)Gözlerin şerit halinde maskelenmesi. (d)Burnun şerit halinde maskelenmesi. (e)Dudakların şerit halinde maskelenmesi. (f)Çenenin şerit halinde maskelenmesi.

Çizelge 3.9 : Şerit halinde maskeleye yapıldığına elde edilen hata oranları.

	Alın	Göz	Burun	Dudak	Çene
Hata Oranı	% 20.50	% 15.75	% 40.25	% 12.00	% 7.25

Elde edilen sonuçların doğruluğunun desteklenmesi amacı ile bu sefer farklı bir maskeleye yöntemi uygulanmıştır. Bu testte, yüzdeki organlar şerit halinde değil de yalnızca organ olarak maskelenmiştir. Şekil 3.7’de sırası ile alın, kaş, göz, burun dudak ve çene maskelenmiş ve bu şekilde teste tabi tutulmuştur. Test sonuçları Çizelge 3.10’da görülmektedir. Yapılan bu testin sonuçlarına göre en fazla hata

burun maskelendiğinde ortaya çıkmıştır. Daha önceden de belirtildiği gibi, burun cinsiyet ayrımında diğer organlara göre daha etkilidir. Cinsiyet ayrımında burundan sonra etkili olan yüz bölümü ise alındır. Bu çizelgeye göre cinsiyet ayrımında etkisi en az olan organ ise yine çenedir. Yapılan bu testin sonuçları diğer testlerin sonuçlarını da doğrulamaktadır.

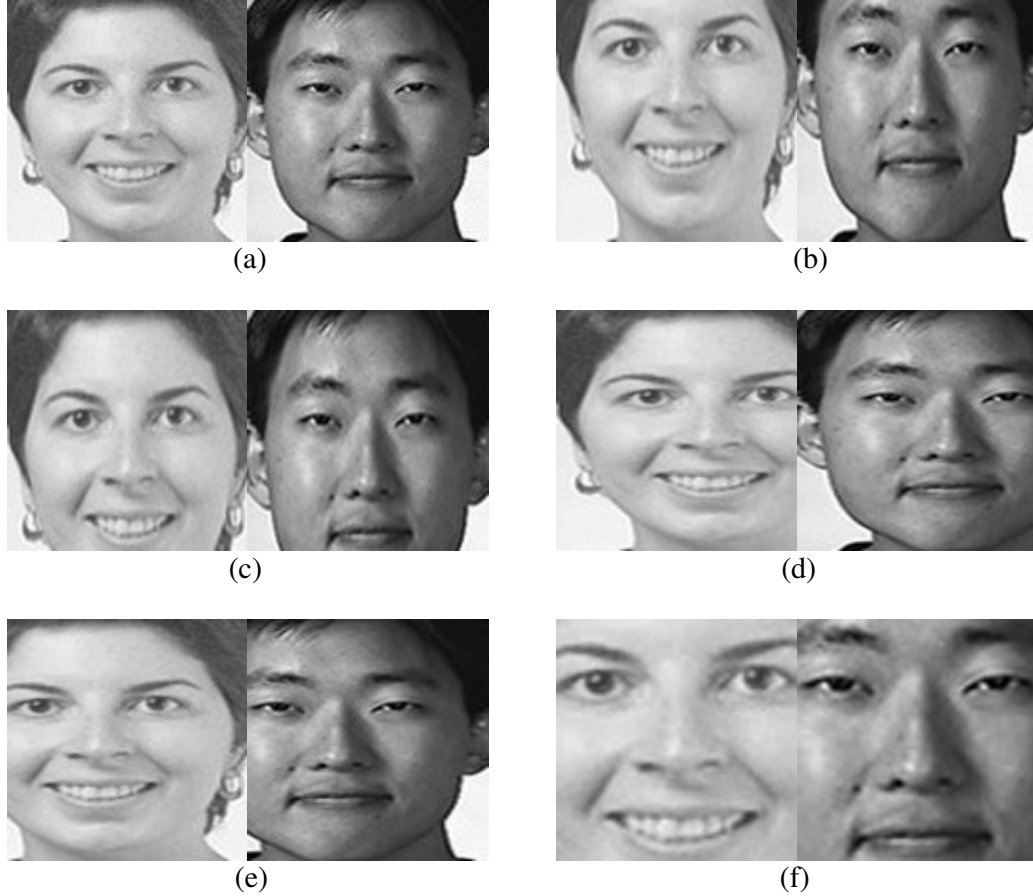


Şekil 3.7 : Yüzde belirli organların maskelenmesi: (a)Orijinal fotoğraflar. (b)Alnın maskelenmesi. (c)Kaşların maskelenmesi. (d)Gözlerin maskelenmesi. (e)Burnun maskelenmesi. (f)Dudakların maskelenmesi. (g)Çenenin maskelenmesi.

Çizelge 3.10 : Yalnızca organların maskelenmesi ile elde edilen hata oranları.

	Alın	Kaş	Göz	Burun	Dudak	Çene
Hata oranı	% 35.50	%10.75	% 7.50	% 45.75	% 8.75	% 6.75

Son olarak yapılan testlerde resmin belirli ölçüde üstten, alttan, sağdan, soldan ve her taraftan kesilmesinin cinsiyet belirlenmesinde ne kadar etkili olacağı araştırılmıştır. Buna göre yapılan testte test resimleri daha önce bahsedilen yönlerden %5, %10, %15, %20 ve %30 oranlarında kesilmiş ve bu kesilme sonrasında resim yine eski boyutuna getirilmiştir. Şekil 3.8’de test resimlerinin %20 oranında üstten, alttan, sağdan, soldan ve her yönden kesildiği görülmektedir. Yapılan bu testin sonucuna göre elde edilen hata oranları da Çizelge 3.11’de gösterilmiştir.



Şekil 3.8 : Fotoğrafların belirli kısımlarının kesilmesi: (a)Orijinal fotoğraflar. (b)Üstten kesme. (c)Alttan kesme. (d)Sağdan kesme. (e)Soldan kesme. (f)Her yönden kesme.

Çizelge 3.11 : Resmin alttan üstten sağdan soldan ve her yönden kesilmesi ile elde edilen hata oranları.

	%5	%10	%15	%20	%30
Üstten	%10.50	%20.75	%22.50	%24.00	%23.50
Alttan	%9.50	%16.50	%20.75	%21.75	%27.00
Sağdan	%9.50	%22.00	%32.00	%31.25	%36.75
Soldan	%9.00	%18.75	%31.75	%40.25	%22.75
Hertaraftan	%13.25	%46.50	%52.00	%50.50	%51.50

Bunlardan farklı olarak daha önceden bu çalışmalar ile ilgili kaynak bulunamadığından, cinsiyet belirlemenin yaş ve ırk üzerindeki etkisi de test edilmeye çalışılmıştır. Yaşın sınıflandırma üzerindeki etkisi test edilmeye başlanmış ancak yeterince test resmi bulunamadığı için çalışmaya devam edilememiştir. Irkın sınıflandırma üzerindeki etkisi ise başarı ile test edilmiştir. Bunun için siyah ırk ve uzakdoğulu insan resimleri kullanılmıştır. Bu çalışma yapılırken eğitim kümesinde hiç uzak doğulu ve siyah ırktan insan resimleri yokken test kümesine uzakdoğulu ve siyah ırktan insan resimleri ayrı ayrı konularak test edilmiştir. Test sonuçları Çizelge 3.12’de görülmektedir.

Çizelge 3.12 : Farklı ırkların cinsiyet belirleme üzerindeki etkisinin test edilmesi.

	Siyah Irk	Uzakdoğulu
Hata Oranı	%13.00	%0.00

Yapılan tüm bu testler sonucunda, FLD’nin, kNN’ye göre daha iyi sınıflandırma yaptığı; mesafe ölçümünde Öklit Normu’nun Mahalonobis metrik uzaklığına göre sınıflandırmada daha doğru sonuç verdiği, cinsiyet sınıflandırmada burunun yüzdeki en etkili organ olduğu ayrıca yapılan sınıflandırıcının uzakdoğuluları sınıflandırmada, siyah ırkı sınıflandırmaya kıyasla daha başarılı olduğu ortaya çıkarılmıştır.

4. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu tezde, FLD ve kNN olmak üzere farklı iki algoritma kullanılmış ve yüz resimlerinden cinsiyet tayinindeki başarımları karşılaştırılmıştır. Denemeleri yapmadan önce PCA kullanılarak boyut azaltılmıştır. Veri kümesi olarak 200'ü kadın 200'ü erkek olmak üzere toplam 400 tane, Stanford Üniversitesi Tıp Fakültesi öğrencilerinin 128*128 boyutlarındaki yüksek çözünürlüklü yüz resimleri kullanılmıştır. Bu resimlerden 360 tanesi eğitim kümesi için 40 tanesi de test kümesi için ayrılmıştır. Test yöntemi olarak K- Katlı Çapraz Geçerlilik kullanıldığı için, her resim sırasıyla test amacı ile test kümesinde bulunmuştur.

Yapılan testlerde FLD'nin %7 hata oranı ile kNN'nin ise %9 hata oranı ile sınıflandırma yaptığı gözlemlenmiştir. Buna göre cinsiyet sınıflandırmada FLD'nin kNN'ye göre daha iyi başarımlar sergilediği söylenebilir. Ayrıca yüzün hangi kısmının cinsiyet belirlemede daha etkin olduğu araştırılmıştır. Bu amaçla yapılan testlerde ise cinsiyet belirlemede en etkili organın burun olduğu belirlenmiş, en az etkin olan kısım ise çene olarak tespit edilmiştir.

İrkin cinsiyet belirleme üzerindeki etkisi incelenirken yapılan testlerde siyah ırktan kişilere ait olan resimlerde hata oranı artmıştır, bunun nedeninin siyah ırktaki kadın ve erkeklerin yüzündeki kemik yapılarının birbirine çok benzer olduğunu, eğitim kümesinde yer alan beyaz ve uzakdoğuluların kadın ve erkeklerinin yüz kemik yapılarının siyah ırktakilerden farklı ve daha belirleyici olduğunu söyleyebiliriz. Kullanılan yöntemler, görünüş tabanlı olduğu için siyah ırktan kişilerin cinsiyetini belirlemede diğer ırktakilerin cinsiyetlerini belirlemeye göre daha az başarılı olmuştur.

Yaş faktörünü incelemek için aynı kişilerin değişik yaş gruplarındaki resimleri ile test yapılmaya çalışılmış, ancak yeterli veri tabanı elde edilemediği için bu testler gerçekleştirilememiştir. Bundan sonraki çalışmalarda aynı kişilerin değişik yaş gruplarındaki resimlerinden oluşan iyi bir veri tabanı oluşturularak testlerin gerçekleştirilmesi sağlanabilir.

Yöntemlerin başarımlarının iyileştirilmesi amacı ile sadece yüzü kesip, etrafını temizleyerek yani saç bilgisi olmadan sınıflandırma yapılması önerilmektedir. Ayrıca zamandan tasarruf etmek amacı ile yüksek çözünürlüklü resimler yerine düşük çözünürlüklü resimler kullanılarak da sınıflandırma yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Bledsoe, W. W.**, 1964. "The model method in facial recognition," Panoramic Research Inc., Tech. Rep. PRI:15, Palo Alto, CA.
- [2] **Kanade, T.**, 1977. "Computer Recognition of Human Faces". Basel and Stuttgart: Birkhauser.
- [3] **Jain, A. ve Huang, J.**, 2004: "Integrating Independent Components and Linear Discriminant Analysis for Gender Classification", *Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition*, 17-19 May, s. 159-163.
- [4] **Golomb, B., Lawrence, D. ve Sejnowski, T.**, 1991: "Sexnet: a Neural Network Identifies Sex from Human Faces", *Advances in Neural Information Processing Systems*, s. 572-577.
- [5] **Kawano, T., Kato, K. ve Yamamoto, K.**, 2004: "A Comparison of The Gender Differentiation Capability Between Facial Parts", *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'04)*, 23-26 August, s.350-353.
- [6] **Ueki, K., Komatsu, H., Imaizumi, S., Kaneko, K., Sekine, N., Katto, J., ve Kobayashi, T.**, 2004: "A method of gender classification by integrating facial, hairstyle, and clothing images", *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'04)*, 23-26 August, s. 443-446.
- [7] **Yang, M. H. ve Moghaddam, B.**, 2000: "Support Vector Machines for Visual Gender Classification," *ICPR 2000*, Vol. 1, 2000, s. 1115-1118.
- [8] **Burton, A., Bruce, V. ve Dench, N.**, 1993: "What's the Difference Between Men and Women? Evidence from Facial Measurements", *Perception*, vol. 22, s. 153-176.
- [9] **Brunelli, R. ve Poggio, T.**, 1992: "Hyberbf Networks for Gender Classification", *DARPA Image Understanding Workshop*, s. 311-314.
- [10] **<Url>**<http://sourceforge.net/projects/opencvlibrary> (Son Erişim Tarihi: 25.12.2008)
- [11] **Pearson, K.**, 1901: "On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space". *Philosophical Magazine* 2 (6) s. 559-572.

- [12] **Fisher, R.A.**, 1936. "The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems", *Annals of Eugenics*, 7: s. 179-188.
- [13] **Fix, E., Hodges, J. L.**, 1951. Discriminatory analysis, nonparametric discrimination: Consistency properties. Technical Report 4, USAF School of Aviation Medicine, Randolph Field, Texas.
- [14] **Mahalanobis, P. C.**, 1936. "On the generalised distance in statistics". *Proceedings of the National Institute of Sciences of India* 2 (1): 49-55.
- [15] **Geisser, S.**, 1975. "The Predictive Sample Reuse Method with Applications" *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 70, No.350. June 1975, s. 320-328.
- [16] **Cooil, B., Winer, R. S. ve Rados, D. L.**, 1987. "Cross Validation for Prediction", *Journal of Marketing Research*, Vol.24, August 1987, s. 271-279.
- [17] **Gutierrez, R.**, Intelligent Sensor Systems, Lecture 13, http://research.cs.tamu.edu/prism/lectures/iss/iss_113.pdf, (Son erişim tarihi: 25.12.2008)
- [18] **Veskler, O.**, 2004. Pattern Recognition, Lecture 7, Lecture 8, http://www.csd.uwo.ca/~olga/Courses//CS434a_541a/Lecture8.pdf (Son erişim tarihi : 19.12.2008).
- [19] **Alpaydın, E.**, 2004: Introduction to Machine Learning, The MIT Pres, London.
- [20] **Duda, R. O., Hart, P. E. And Stork, D. G.**, 2001: Pattern Classification, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [21] **Karimi, B.**, 2006: Comparative Analysis of Face Recognition Algorithms and Investigation on the Significance of Color, *M. Sc. Thesis*, Concordia University, Montreal, Quebec.
- [22] **Turk, M. A. and Pentland, A. P.**, 1991: Face Recognition using Eigenfaces, *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, s. 586-591.
- [23] **Smith, L.**, 2002: A tutorial on Principal Component Analysis, http://csnet.otago.ac.nz/cosc453/student_tutorials/principal_components.pdf (Son erişim tarihi: 05.09.2007).
- [24] **Naz, E., Umar, F. And Naz, T.**, 2006: Analysis of Principal Component Analysis-Based and Fisher Discriminant Analysis-Based Face Recognition Algorithms, 2. *International Conference on Emerging Technologies*, Peshawar, Pakistan, 13-14 November, s.121-127.

- [25] **Mika, S., Tatsch, G., Weston, J., Schölkopf, B. and Müller, K. R.,** 1999: Fisher Discriminant Analysis with Kernels, *Neural Networks for Signal Processing IX, IEEE*, s. 41-48.
- [26] **Tang, F. ve Tao, H.,** 2006: Fast Linear Discriminant Analysis Using Binary Bases, *The 18th International Conference on Pattern Recognition, IEEE*, Hong Kong, China, 20-24 August.
- [27] **Balakrishnama, S., Ganapathiraju, A. Ve Picone, J.,** 1999: Linear Discriminant Analysis for Signal Processing Problems, *Southeastcon '99. Proceedings, IEEE*, s. 78-81.
- [28] **Inoue, K. Ve Urahama, K.,** 2006: Non-Iterative Two-Dimensional Linear Discriminant Analysis, *The 18th International Conference on Pattern Recognition, IEEE*, Hong Kong, China, 20-24 August.
- [29] **Storkey, A.,** 2004: Learning From Data Nearest Neighbour Classification, http://www.inf.ed.ac.uk/teaching/courses/lfd/lectures/lfd_2005_nearest_neighbour.pdf (Son Erişim Tarihi : 19.12.2008).
- [30] **Yang, Z., Li, M. ve Ai, H.,** 2006: “An Experimental Study on Automatic Face Gender Classification”, *The 18th International Conference on Pattern Recognition, IEEE*, 20-24 August, s. 1099-1102
- [31] **Jain, A., Huang, J. ve Fang, S.,** 2005: “Gender identification using frontal facial images”, *IEEE International Conference on Multimedia and Expo, ICME 2005*, 6-8 July, s. 1082-1085.

EKLER

Ek.A Matlab Programları

Ek.A1 FLD sınıflandırıcısı için yazılan Matlab programı

```
clear all;
for i = 1 : 360
    im = imread(sprintf('%d.jpg', i));
    im = rgb2gray(im);
    vector(:,i) = reshape(im',[],1);
end

vector=double(vector);
meanface = transpose(sum(vector'))/360;
for i = 1 : 360
    A(:,i) = vector(:,i) - meanface;
End

L = A' * A;
[V D] = eigs(L, 360);
tempU = A * V;
U = normc(tempU);

TETALAMBDA = 0.98;
eigenvaluestotalall = trace(D);
eigenvaluestotalMprime = 0;
for i = 1 : 360
    eigenvaluestotalMprime = eigenvaluestotalMprime + D(i, i);
    if (eigenvaluestotalMprime / eigenvaluestotalall >= TETALAMBDA)
        Mprime = i;
        break
    end
end

Wpca = zeros(size(U, 1), Mprime);
for i = 1 : Mprime
    Wpca(:, i) = U(:, i);
End

projectv = Wpca' * A ;
meanforall = transpose(sum(projectv'))/360;

totalF = zeros(Mprime, 1);
for i = 1 : 180
    totalF = totalF + projectv(:,i);
end
meanforF = totalF / 180;

totalM = zeros(Mprime, 1);
for i = 181 : 360
    totalM = totalM + projectv(:,i);
end
meanforM = totalM / 180;
```

```

for i = 1 : 180
    DtempF(:,i) = projectv(:,i) - meanforF;
end

for i = 181 : 360
    DtempM(:,i-180) = projectv(:,i) - meanforM;
end
SW = 0;
for i = 1: 180
    SW = SW + DtempF(:,i) * DtempF(:,i)';
    SW = SW + DtempM(:,i) * DtempM(:,i)';
    clear DtempF(:,i);
    clear DtempM(:,i);
end

SB = (meanforF - meanforM) * (meanforF - meanforM)';
Ufld = inv(SW) * SB;
[Vfld Dfld] = eigs(Ufld,1);
Wopt = (Vfld' * Wpca)';

for i = 1 : 360
    omega(:,i) = Wopt' * vector(:,i);
end

results = fopen('results.txt', 'wt');

for i = 361 : 400
    imt = imread(sprintf('%d.jpg', i));
    imt = rgb2gray(imt);
    tvector(:,i-360) = reshape(imt,[],1);
end
tvector = double(tvector);

for i = 1 : 40
    teta(:,i) = Wopt' * tvector(:,i);
end
temperteta = zeros(360, 40);
temperteta = double(temperteta);
for i = 1 : 40
    for k = 1 : 360
        temperteta(k,i) = norm(teta(1,i) - omega(1,k));
    end
end

mins = min(temperteta);

z = 361;
for k = 1 : 40
    for i = 1 : 360
        if (mins(1, k) == temperteta(i, k))
            fprintf(results, ' %4d HIT ', i);
            if (i <= 180)
                fprintf(results, 'KADIN %d\n', z);
                z =z+1;
            else
                fprintf(results, 'ERKEK %d\n', z);
                z =z+1;
            end
        end
    end
end

```

```

end
if (k == 20)
    fprintf(results, '\n \n');
end

end

```

Ek.A2 kNN sınıflandırıcısı için yazılan Matlab programı

```

clear all;
for i = 1 : 400
    im = imread(sprintf('%d.jpg', i));
    im = rgb2gray(im);
    vector(:,i) = reshape(im',[],1);
end

vector=double(vector);
meanface = transpose(sum(vector'))/400;
for i = 1 : 400
    A(:,i) = vector(:,i) - meanface;
end
L = A' * A;
[V D] = eigs(L, 400);
tempU = A * V;
U = normc(tempU);

TETALAMBDA = 0.98;
eigenvaluestotalall = trace(D);
eigenvaluestotalMprime = 0;
for i = 1 : 400
    eigenvaluestotalMprime = eigenvaluestotalMprime + D(i, i);
    if (eigenvaluestotalMprime / eigenvaluestotalall >= TETALAMBDA)
        Mprime = i;
        break
    end
end

Wpca = zeros(size(U, 1), Mprime);
for i = 1 : Mprime
    Wpca(:, i) = U(:, i);
end
Wpca = double(Wpca);
projectv = Wpca' * A;
for i = 361 : 400
    tvector(:,i-360) = projectv(:,i);
end

for j = 1 : 360
    evector(:,j) = projectv(:,j);
end

tvector = double(tvector);

results = fopen('results.txt', 'wt');
i=0;
K = 3;
distance = zeros(40,360);

```

```

for i = 1:40
    for j = 1:360
        diffvector = tvector(:,i) - evector(:,j);
        v = abs(diffvector);
        distance(i,j) = sqrt(sum(v.^2));
    end

    [B index] = sort(distance(i,:));

    m = 0;
    f = 0;

    for s = 1:K
        if (index(1,s) <= 180)
            f = f + 1;
        else
            m = m + 1;
        end
    end

    if (f > m)
        fprintf(results, 'KADIN\n');
    else
        fprintf(results, 'ERKEK\n');
    end
    if (i == 20)
        fprintf(results, '\n \n');
    end
end
end

```

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Özlem ÖZBUDAK

Doğum Yeri ve Tarihi: Sivas, 16 Ocak 1981

Adres: Kavakpınar mah. N. Kemal cad. Doğan sok. No:28 Pendik/İSTANBUL

Lisans Üniversitesi: Yıldız Teknik Üniversitesi

