

**SO(14) GRUBUNUN SPİNOR TEMSİLİ ALTINDA
3+1 AİLENİN BİRLEŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fizik Müh. Durşen SAYGIN

509971110

100963

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 31 Ağustos 2000

Tezin Savunulduğu Tarih : 8 Eylül 2000

100963

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Hakkı Tuncay ÖZER

Diğer Jüri Üyeleri : Prf. Dr. Hasan Rifat KARADAYI (Kültür Ü.)

Prf. Dr. Mahmut HORTAÇSU

AĞUSTOS 2000

ÖNSÖZ

Yüksek lisans tez çalışmamın gerçekleştirilmesinde gösterdiği ilgi, destek ve yönlendirmeden dolayı hocam Yrd. Doç. Dr. Hakkı T. ÖZER'e teşekkür ederim.

Bu çalışma, Prof. Dr. Hasan R. KARADAYI tarafından 1982 yılında ICTP TRIESTE' de bulunduğu süre zarfında hazırlanmış olan “SO(14) Unification of 3+1 Families” başlıklı dökümanı temel alınarak hazırlanmıştır. Bu nedenle de kendilerine teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Haziran 2000

Durşen SAYGIN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
SEMBOL LİSTESİ	v
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
1. GİRİŞ	1
2. 3+1 AİLENİN AYAR ETKİLEŞMELERİNİN TANIMLANMASI	4
2.1. Ayar Grubunun Tanımlanması	10
2.2. Yüksüz Etkileşme Lagranjiyenin Tanımlanması	12
2.3. SO(14) Ayar Grubunda Spinor Temsilinin Tanımlanması	16
2.4. Fiziksel Alanlar Karışımı ve En Genel Yük Tanımı	20
2.5. Fermiyonların Spinor Temsiline Atanması ve Yük Tayini	21
3. KÜTLE MEKANİZMASI	31
3.1. Skaler Alanların Oluşturulması	32
3.2. Yüksüz Aracı Bozonlar için Kütle Matrisinin Tanımlanması	36
3.3. Vakum Beklenen Değerlerinin Elde Edilmesi	38
3.4. Yüksüz Aracı Bozonların Kütle Terimleri	40
SONUÇLAR	47
KAYNAKLAR	48
EK-A GENEL KAVRAMLARIN TANIMLANMASI	49
A.1. SO(2N) Yapısındaki Grupların Tanımlanması	49
A.2. Orbit Kavramı ve Temsillerin Ayrışımı	51
A.3. Baz Seçimi ve Baz Elemanları Arasındaki İlişkiler	51
EK-B SO(10) GRUBU ALTINDA 1 AİLE OLUŞUMU VE YÜKSÜZ ARACI BOZONLARA KÜTLE KAZANDIRILMASI	53
B.1. SO(10) Grubu Altında 1 Aile Oluşumu	53
B.2. Kütle Mekanizması	57
EK-C $W(\lambda_3), W(\lambda_5)$ VE $W(2\lambda_7)$ ORBİTLERİNDEN GELECEK KÜTLE KATKILARI	62
ÖZGEÇMİŞ	67

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil A.1. $SO(2N)$ yapısındaki bir grubun Dynkin diyagramı



SEMBOL LİSTESİ

G	: Grup
g	: Grup elemanı
C_{ij}	: Cartan matrisi
λ_i	: Baskın ağırlık vektörü
α_i	: Basit kök vektörü
Φ	: Kök sistemi
Φ^+	: Pozitif kök sistemi
σ_a	: Weyl yansıma operatörü
μ	: Temel ağırlık vektörü
$V(\lambda_i)$	: Lie cebirinin λ_i indirgenemez temsili
$W(\lambda_i)$	: λ_i orbiti
H^a	: Cartan-Weyl bazı yüksüz elemanı
E^a, E^{-a}	: Cartan-Weyl bazı yüklü elemanları
Z^a	: Standart Cartan-Weyl bazında yüksüz grup alanları
W_a, W_{-a}	: Standart Cartan-Weyl bazında yüklü grup alanları
$X(14)_\mu$	: $SO(14)$ grubu için Standart Cartan-Weyl bazında tanımlanmış grup elemanları
λ^a	: Gell-Mann bazı yüksüz elemanları
λ_a	: Gell-Mann bazı yüklü elemanları
G_a	: Gell-Mann bazında yüksüz alanlar
$W_{a,i}, W_{a,j}$	: Gell-Mann bazındaki yüklü vektör alanları
A^a	: Fiziksel yüksüz vektör alanları
γ_i	: Dirac matrisleri
ψ_i	: Spinor alanları
D_μ	: Kovaryant türev
Q_i^a	: Fermiyon yükleri
T_{3i}	: $SU(2)_L$ grubunun Gell-Mann bazındaki diyagonal elemanları
O_{ba}	: Ortogonal baz elemanları
$M(G)_{ab}$	: En genel bir G_a grup alanına ait kütle matrisi elemanları
$M_{ab}'^A$	: A_a ayar alanlarına ait kütle matrisi elemanları
ρ_A	: Bir orbitin çokkatlılığı
ϕ_A	: Higgs skaler alanları
v_A	: Bir Higgs alanının vakum beklenen değeri

SO(14) GRUBUNUN SPİNOR TEMSİLİ ALTINDA 3+1 AİLENİN BİRLEŞTİRİLMESİ

ÖZET

Standart Model (SM), $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar gruplarıyla açıklanan elektrozayıf ve kuvvetli etkileşmelerin renormalize edilebilen ayar kuramı olarak bilinmektedir. Bu kuram, doğadaki temel kuvvetleri günümüzün mevcut enerji seviyelerinde anlayabilmemize olanak sağlayan temel kuramlardan bir tanesidir. Bu aynı zamanda, söz konusu kuvvetlerin birleştirilmesi açısından kuramsal bir alt yapı oluşturur. Bu çalışmanın konusu, SM ayar simetrisini daha büyük simetri grupları içerisinde barındıran Büyük Birleştirme kuramı (GUT)' dır. En basit GUT, SU(5) ve SO(10) modelleridir.

Bu çalışmada, SO(14) grubu altında 3+1 ailenin birleştirilmesi ele alınmıştır. Bu, SO(14) grubunun 64 boyutlu spinor temsili kullanılarak yapılmıştır. Yüksüz ayar etkileşmeleri için L-R asimetrisi gerçekleşmiştir. Bilinen kuvvetli ve elektromanyetik etkileşmeler, $SO(14) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ ayar grubunun simetri kırılması gözönüne alınarak tüm dört aile için elde edilmiştir. Bununla beraber, bilinen ilk üç ailenin zayıf etkileşmeleri SM' deki $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu ile elde edilebilirken, dördüncü aile belirli farklılıklar göstermektedir. 3+1 ailenin birleştirilmesi denilmesinin nedeni budur.

İkinci nokta ise, fermiyon ve vektör kütleler için Higgs mekanizmasının kullanılmasıdır. Bu mekanizmanın tanımlanmasında, SO(14) grubuna ait 14, 364, 2002 ve 1716 boyutlu temsiller kullanılmıştır. Bunlar, kütle terimini verecek olan $V(\lambda_7) \otimes V(\lambda_7)$ ikili tensör çarpımının yardımıyla elde edilmiştir. Ama kütleye 14 ve 364 boyutlu temsillerden katkı gelmediği görülmüştür.

Fiziksel açıdan, bizim sadece bilinen üç aile için fenomenolojik verilerimiz vardır. Fakat biz dördüncü ailenin varlığına, dördüncü nötrinonun varlığına götürecek kozmolojik verilen mümkün olması koşuluyla inanmaktayız.

Bu çalışmadaki hesapların tümü, Mathematica paket programının yoğun bir uygulaması ile mümkün olmaktadır.

THE UNIFICATION OF 3+1 FAMILIES UNDER THE SPINOR REPRESENTATION OF THE GROUP $SO(14)$

SUMMARY

It is well known that the Standard Model (SM) is a renormalizable gauge theory of the electroweak and strong interactions based on the gauge group $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. This theory is one of the present energy level of our understanding about the fundamental forces in nature. It also gives a basic framework towards the unification of these forces. Grand Unification, where in the SM partial gauge symmetry is embedded in larger symmetry is a subject of this work. The simplest Grand Unified Theory (GUT) is $SU(5)$ and $SO(10)$.

In the present work, $SO(14)$ unification of 3+1 families has been studied. This has been realized within the framework of the 64 dimensional spinor representation of $SO(14)$. The L-R asymmetry has been formulated for the neutral gauge interactions.

The conventional strong and electromagnetic interactions are obtained for all four families by concentrating only on the symmetry breaking $SO(14) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$. However, the conventional weak interactions of the first three families are obtained just as in the Standard Model $SU(2)_L \times U(1)_Y$ model, while those of the prescribed fourth family show certain differences. This is what we mean by 3+1 family unification.

The second point is the Higgs mechanisms for the fermion and vector masses. The description of this mechanism is done by using the 14, 364, 2002 and 1716 dimensional representations of the underlying group $SO(14)$. These are produced by the help of $V(\lambda_7) \otimes V(\lambda_7)$ tensor multiplication. But it has been seen that there comes no mass term from the 14 and 364 dimensional representations.

From the physical point of view, we only have phenomenologic data for the known three families. But we believe that the existence of fourth family will be only possible with the cosmological data which allow the existence of the fourth neutrino.

In this thesis, all algebraic calculations are performed by a dense application of Mathematica package.

1. GİRİŞ

Kuantum ayar alan kuramları, 20. yüzyılın ikinci yarısında yüksek enerji fizikçilerinin yanıtlamaya gayret ettiği güç ve temel bir problemin çözümüne doğru atılmış bulunan önemli adımlardan biri olarak kabul edilmektedir. Temel etkileşmelerin sınıflandırılması olarak nitelendirilebilen bu çalışmalarda temel olgu, esas olarak doğadaki maddenin yapıtaşlarının ve aralarındaki etkileşmelerin anlaşılmasında anahtar rol oynayabilecek bir yapıya sahiptir.

Temel parçacıklar arasındaki dört temel etkileşme kütle çekimi, zayıf, elektromanyetik ve kuvvetli etkileşmeler olarak sınıflandırılır. Elektromanyetik kuram, temel etkileşmelerden en iyi anlaşılanıdır. Başka bir deyişle elektromanyetik etkileşmelerin sadece klasik kuramı bilinmekle kalmayıp, kuantum elektrodinamiği sayesinde kuantum etkileri de hesaplanabilmektedir. Bu özellik, kütle çekimi dışındaki diğer etkileşmeler için de geçerlidir. Kuantum elektrodinamiğinin altında yatan ayar gurubu $U(1)$ grubu olup, 1954' te Yang ve Mills tarafından abelyen olmayan ayar gruplarına da genelleştirilmiş bulunmaktadır. Zayıf ve elektromanyetik etkileşmeler Glashow, Weinberg ve Salam tarafından $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu altında elektrozayıf kuram olarak ve Yang-Mills alanlarına bağlı olarak başarı ile birleştirilmesinin yanında kuvvetli etkileşmelerin de $SU(3)$ ayar grubu ile verilen kuantum renk ayar kuramı ile açıklanabilir olması, bu üç etkileşmeyi birleştiren bir birleşik ayar alan kuramını çekici hale getirmiştir. Standart Model olarak da adlandırılan bu birleşik ayar kuramının altında yatan simetri $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu ile verilmektedir.

Bu birleşik alan kuramı, yüksek enerji fizikçilerinin doğadaki temel kuvvetleri günümüzün mevcut enerji seviyelerinde anlayabilmelerine olanak sağlayacak olan 20. yüzyılın en büyük başarılarından biri olarak kabul edilmektedir. Her şeye rağmen bu birleşik alan kuramı yine de temel parçacıkların en son kuramı olabilme özelliğine henüz tam olarak sahip değildir. Standart Model, ayrıca kütleçekim dışında diğer etkileşmelerin birleştirilebilmesine olanak sağlayan ve Büyük Birleşik Kuramlar (BBT) olarak adlandırılan çalışmalara da bir temel teşkil etmektedir. BBT'de, Standart modelin bazı parametreleri, örneğin elektrozayıf teorideki kütesiz ayar parçacıklarının karışım oranını veren Weinberg açısı denilen parametre hesaplanmış

ve deneyle uyumlu bulunmuştur. Bu amaçla yapılan en basit ve en temel birleşik kuramlara örnek olarak $SU(5)$ ve $SO(10)$ ayar kuramları verilebilir.

Bir G ayar grubu ile tanımlanan en genel bir birleştirme şemasında, fenomenolojinin gerekli gördüğü kırılma zinciri

$$G \rightarrow \dots \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \times U(1)_{e.m.} \quad (1.1)$$

biçiminde verilmektedir.

Günümüzde fenomenoloji, $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ parçalı simetrisinin gerçekleştiği enerji seviyelerini bilmemektedir. Ama SM'deki kiral (chirality) fermiyon yüklerinin bulunması ile düşük enerji seviyelerindeki yüksüz ayar etkileşmelerinin sağlandığını söylenebilir. Bu, gerçekleştirilen çalışmanın çıkış noktası olmuştur.

Bu çalışma esas itibarıyla üç bölümden oluşmaktadır. 2. Bölümünde, yukarıdaki kırılma zinciri $SO(14)$ ayar grubu için göz önüne alınarak, 3+1 parçacık ailelerinin bu grubun 64 boyutlu spinor temsili altında birleştirilmesi problemi ele alınmıştır [1]. Bunun için, 3+1 ailenin ayar etkileşmeleri tanımlanmıştır. Ayar grubu tanımlanarak yüksüz etkileşmeler için Lagranjiyen elde edilmiştir. Daha sonra, $SO(14)$ ayar grubunda spinor temsili tanımlanmış ardından da fiziksel alanlar oluşturularak en genel yük tanımı elde edilmiştir. Fermiyonların spinor temsiline atanması sırasında L-R asimetri mekanizması çalıştırılmış [2] ve yük tayini ile 3+1 ailenin birleşimi gözlenmiştir.

3. bölümde ise, (1.1) kırılma zinciri gözönünde bulundurularak yüksüz aracı bozonlara kütle kazandırılmaya çalışılmıştır [1]. Kütle mekanizması için gerekli temsiller ve orbital ayrışmaları açık olarak verildikten sonra, bu orbitlerin boy koşulundan kütle mekanizması için gerekli skaler alanlar elde edilmiştir. Ardından, yüksüz aracı bozonlar için kütle matrisi tanımlanmış ve bundan yararlanılarak foton kütle terimi oluşturulmuştur. Foton kütle teriminin sıfır olması koşulundan dolayı kütle mekanizmasında kullanılacak skaler alanlar, boy koşulundan gelen diğer alanlardan elenerek son haliyle elde edilmiştir. Kütle matrisinin köşegenleştirilmesi koşulu ile, kütle mekanizmasında rol alan temsillere göre yüksüz aracı bozonlarına kütle kazandırılmıştır.

EK-A' da, yapılan çalışmanın matematiksel yönteminde kullanılan bazı terimlere açıklık getirilmiştir. Bu tanımlar altında $SO(10)$ ve $SO(14)$ grupları tanımlanmaya çalışılmıştır.

EK-B' de de $SO(10)$ grubunun spinor temsili altında 1 aile oluşumu gerçekleştirilmiş ve yüksüz aracı bozonlarına kütle kazandırılmıştır.

EK-C' de ise, 3. bölümde oluşturulan her bir skaler alanın vakum beklenen değerinin kütle terimini ne şekilde etkilediği açık olarak verilmiştir.



2. 3+1 AİLENİN AYAR ETKİLEŞMELERİNİN TANIMLANMASI

Standart Model’de, temel etkileşmelerin karakterini belirleyebilecek olan bir Lagranjiyen

$$L = L_{ayar} + L_{madde} \quad (2.1)$$

biçiminde iki kısımdan oluşmaktadır.

Burada L_{ayar} ve L_{madde} , ilgili ayar grubunun aracı bozonlarını içerecektir. Bu çalışmanın amacı gereği yüksüz aracı bozonlar göz önüne alınacaktır. (1.1) ifadesi altında, yüksüz ayar etkileşmelerin tüm düşük enerji testleri, Standart Model’deki kiral (chirality) fermiyon yüklerinin bulunabilmesi sonucu olacaktır. Bu yüklerin elde edilebilmesini göstermek için, spini $s = \frac{1}{2}$, kütlesi m ve elektrik yükü Q_e olan serbest bir ψ Dirac alanı göz önüne alınırsa, bu fiziksel sistemin sağlayacağı Lagranjiyen

$$L = \bar{\psi}(i\partial_{\mu}\gamma^{\mu} - m)\psi \quad (2.2)$$

olacaktır. Buna karşılık gelecek olan Dirac denklemi ise

$$(i\partial_{\mu} - m)\psi = 0 \quad (2.3)$$

şeklinde elde edilebilir. (2.2) ifadesi ile verilen Lagranjiyenin, alanlar ve alanların türevleri üzerinde etkiyen global $U(1)$ dönüştürmeleri

$$\psi \rightarrow e^{iQ\theta} , \quad \partial_\mu \psi \rightarrow e^{iQ\theta} \partial_\mu \psi \quad (2.4)$$

altında değişmez kalacağı gösterilebilir. Burada $Q\theta$ global faz ve θ sürekli değişkendir.

Noether'in kuramına göre, (2.2) ifadesi ile verilen Lagranjiyenin bu global $U(1)$ dönüşümü, J_μ elektromanyetik akımının

$$J_\mu = \bar{\psi} \gamma_\mu eQ \psi \quad (2.5)$$

ve eQ elektromanyetik yükün

$$eQ = \int d^3x J_0 \quad (2.6)$$

olacak biçiminde korunumunu beraberinde getirmektedir.

(2.2) ifadesi ile verilen Lagranjiyene, yerel $U(1)$ dönüşümü, yani θ sürekli değişkeninin konuma bağlı olduğu durumdaki dönüşüm uygulanacak olursa, Lagranjiyenin bu dönüşüm altında değişmez kalmadığı görülebilir. Bu durumda, ψ spinor alanı ile etkileşen ve $U(1)$ ayar dönüşümleri altında gerektiği gibi dönüşebilen A_μ foton alanı

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \theta(x) \quad (2.7)$$

olacak biçimde tanımlanabilir. Bu ayardan etkilenmez Lagranjiyenin kurulmasında en iyi yol, ∂_μ normal türevinin D_μ kovaryant türevi ile

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - ieQA_\mu \quad (2.8)$$

olacak şekilde değiştirilmesidir. Lagranjiyene, foton alanının ilerlemesini dahil edebilmek amacı ile ayardan etkilenmez olan

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.9)$$

terimi katılır. Sonuçta, yerel $U(1)$ dönüşümü altında değişmez kalan

$$L = \bar{\psi}(x)(iD_\mu \gamma^\mu - m)\psi(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x) \quad (2.11)$$

Lagranjiyen elde edilir. Foton aracı bozonunu da içeren ve (2.1) ifadesinde verilen L_{madde} kısmının

$$\bar{\psi}eQA_\mu \gamma^\mu \psi \quad (2.12)$$

şeklinde oluştuğu görülebilir.

Bu ifadeye bakılarak, Q_{Li}^a ve Q_{Ri}^a kiral fermiyon yükleri olmak üzere, yüksüz aracı bozonların oluşturduğu Lagranjiyen

$$\sum_{i,a} A_\mu^a (Q_{Li}^a \bar{\psi}_{Li} \gamma^\mu \psi_{Li} + Q_{Ri}^a \bar{\psi}_{Ri} \gamma^\mu \psi_{Ri}) \quad (2.13)$$

olacak şekilde yazılabilir. Burada i , fermiyonlara ve a da kuramdaki fiziksel yüksüz vektör alanlarına karşı gelmektedir. Ayrıca (2.13) ifadesinde verilen ψ_L ve ψ_R kiral fermiyon alan bileşenleri

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi \quad , \quad \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi \quad (2.14)$$

olarak tanımlanmaktadır.

(2.14) ifadesinden ψ fermiyon alanının

$$\psi = \psi_L + \psi_R \quad (2.15)$$

olduğu açıkça görülmektedir.

Elektromanyetik etkileşme parçacıkların elektrik yüklerinden, zayıf etkileşme ise parçacıkların zayıf yüklerinden kaynaklanmaktadır. Kuvvetli etkileşme de kuarkların bir çeşit kuvvetli yükünden kaynaklanır. Elektrik yükü bir çeşit olabildiği halde, kuvvetli yük üç farklı renk olarak düşünülmüştür. Üç kuvvetli yükün eşit karışımı, kuvvetli yükü yüksüz olan bir hadron oluşturmaktadır. Altı kuarkın (u,d,c,s,t,b) herbiri bu üç rengi taşıyabilmektedir. Buna göre, üç kuark öyle bir şekilde bir araya gelmelidir ki, renk yükü daima sıfır olmalıdır.

Standart Model' de, her bir ailenin kuvvetli yükleri

$$\begin{aligned} N_L^S = N_R^S = 0 \quad , \quad U_L^S = U_R^S = 1 \\ E_L^S = E_R^S = 0 \quad , \quad D_L^S = D_R^S = 1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

olarak verilirken elektromanyetik yükleri de

$$\begin{aligned}
N_L^{e.m.} = N_R^{e.m.} = 0 \quad , \quad U_L^{e.m.} = U_R^{e.m.} = \frac{2}{3} \\
E_L^{e.m.} = E_R^{e.m.} = -1 \quad , \quad D_L^{e.m.} = D_R^{e.m.} = -\frac{1}{3}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

olarak verilmiştir. Burada U yukarı quark, D aşağı quark, N nötrino ve E de elektron benzeri fermiyonlara karşı gelmektedir.

(1.1) ile verilen simetri kırılması içerisinde ortaya çıkacak $SU(2)_L \times U(1)_Y$ yerel simetri kırılması altında, zayıf yüksüz etkileşmeler görülebilir. Standart Model'deki zayıf yüklerin elde edilmesini gösterebilmek için, en basit leptonlar olan e ve ν göz önüne alınıyor olsun. Bunlar, $e_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)e$ olmak üzere sol-elli $SU(2)_L$ dubleti

$$L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

ve $R = e_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)e$ olmak üzere $SU(2)_L$ singületi içerisinde gruplanabilir. Bütün parçacıklar için

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y \tag{2.19}$$

ifadesi geçerli olacak şekilde dublete $Y = -1$ ve singülete $Y = -2$ hiperyükü atanır.

T_i ve Y doğuraylarına sahip grup $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubudur. $SU(2)_L$ alt grubuna ait üç tane A_μ^i ile $U(1)$ alt grubuna ait bir B_μ ayar bozonuna, yani toplam dört tane ayar bozonuna sahiptir. Bunlara bağlı olarak model

$$L = L_{ayar} + L_{leptonlar} \tag{2.20}$$

olacak şekilde iki parçadan oluşur. L_{ayar} kısmı

$$L_{ayar} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.21)$$

olarak hesaplanabilir. Burada alanların ilerlemesi $F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g\varepsilon^{ijk} A_\mu^j A_\nu^k$ ve $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ olarak ele alınmaktadır. Modelin $L_{leptonlar}$ kısmı ise

$$L_{leptonlar} = \bar{R}i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig'B_\mu)R + \bar{L}i\gamma^\mu (\partial_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu - ig\frac{\tau^i}{2}A_\mu^i)L \quad (2.22)$$

şeklinde oluşturulabilir.

(2.22) ifadesinden kütesiz nötrino, kütesiz elektron ve dört tane de kütesiz elektrozayıf aracı bozon elde edilir. Ama doğa kütleli elektona, kütesiz nötrinoya, üç kütleli zayıf aracı bozona ve bir kütesiz elektromanyetik aracı bozona, yani fotona sahiptir. Bunların modelde elde edilebilmesi için Higgs mekanizmasının çalıştırılması gerekmektedir. Bunun için, Higgs skalerlerinden (kompleks) oluşmuş bir dublet

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

olacak biçimde tanımlanıyor olsun. (2.22) ile verilen Lagranjiyene de

$$L_{skaler} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) \quad (2.24)$$

aracı bozonları elde edilir. Burada x^2 parametresi, θ_W Weinberg açısıdır ve mevcut enerji seviyelerinde $x^2 = \sin^2 \theta_W = 0.23$ olarak verilmektedir bilinmektedir.

Bu fiziksel olamayan bozonları fiziksel hale getiren dönüşümlerden yararlanarak, T_3^i parametreleri $SU(2)_L$ alt grubunun köşegen doğuraylarının özdeğerleri olmak üzere zayıf yükler

$$\frac{e}{2x\Lambda}(T_3^i - Q_i x^2) \quad (2.30)$$

şeklinde genellenebilir.

Bu durumda, $\lambda^2 = 1 - x^2$ olmak üzere, her bir aile için fermiyonların sağlaması gereken zayıf yükler [3]

$$\begin{aligned} N_L^W &= \frac{e}{2x\lambda} & , & & N_R^W &= 0 \\ U_L^W &= \frac{e}{2x\lambda} \left[1 - \frac{4}{3}x^2\right] & , & & U_R^W &= \frac{e}{2x\lambda} \left[-\frac{4}{3}x^2\right] \\ D_L^W &= \frac{e}{2x\lambda} \left[-1 + \frac{2}{3}x^2\right] & , & & D_R^W &= \frac{e}{2x\lambda} \left[\frac{2}{3}x^2\right] \\ E_L^W &= \frac{e}{2x\lambda} \left[-1 + 2x^2\right] & , & & E_R^W &= \frac{e}{2x\lambda} \left[2x^2\right] \end{aligned} \quad (2.31)$$

olarak bulunur.

2.1. Ayar Grubunun Tanımlanması

$X(14)_\mu$ parametreleri, $SO(14)$ grubunun grup elemanları olmak üzere D_μ kovaryant türevi

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - \frac{i}{\sqrt{2}} g X(14)_\mu \quad (2.32)$$

olarak tanımlanabilir. Burada $X(14)_\mu$ ile verilen grup elemanları [4]

$$\begin{aligned} X(14) &= X(14)_a^{NE} + X(14)_a^{CH} \\ X(14)_a^{NE} &\equiv \sum_{a=1}^7 Z_a H^a \\ X(14)_a^{CH} &\equiv \sum_{\alpha \in \Phi^+} (W_\alpha E^\alpha + W_{-\alpha} E^{-\alpha}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada H^a parametreleri, $SO(14)$ grubuna ait Lie cebrinin Standart Cartan-Weyl bazı altında tanımlanan yüksüz doğuraylarken, E^α ve $E^{-\alpha}$ doğurayları da aynı bazda tanımlanmış yüklü doğuraylardır. Bu baz elemanları arasındaki ilişkiler EK-A bölümünde verilmiştir. Z_a grup alanları da aynı bazda yüksüz alanlara, W_α ve $W_{-\alpha}$ grup alanları da yüklü alanlara karşı gelmektedir.

Aynı cebirin Gell-Mann bazındaki yüklü λ_α doğurayları ile, Standart Cartan Weyl bazındaki yüklü doğuraylar arasındaki ilişki Serre teoremi [5] ile

$$\lambda_{\alpha 1} \equiv E_{-\alpha} + E_\alpha, \quad \lambda_{\alpha 2} \equiv i(E_{-\alpha} - E_\alpha) \quad (2.34)$$

olarak verilebilir. İki bazın yüklü alanları arasındaki ilişki de

$$W_\alpha^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\alpha,1} \mp i W_{\alpha,2}) \quad (2.35)$$

olarak tanımlanır.

Yüksüz etkileşmeler için zayıf karışımlara ihtiyaç vardır. Çünkü renksiz $SU(3)_c$ etkileşmesine yol açan karışımlar oluşmamaktadır ve böylece yüksüz alan vektörleri sadece elektrozayıf etkileşmesine yol açan karışımlara ihtiyaç duyacaktır.

Bunu açık olarak görebilmek için, $SO(14)$ grubu altında Gell-Mann bazındaki yüksüz λ^a doğurayı ile Standart Cartan-Weyl bazındaki yüksüz H^a doğurayı arasında bir ilişki belirlemek gerekecektir.

2.2. Yüksüz Etkileşme Lagranjiyeninin Tanımlanması

$SO(14)$ grubunun temel temsilindeki ağırlıkların sayısı grubun rankına eşittir. Ağırlık ve gerekli diğer kavramlar EK-A bölümünde açıklanmıştır. Grubun $V(\lambda_1)$ temel temsilinden elde edilen ağırlıkların sayısı 14 tanedir. Bu temsil reel olduğu için temel ağırlıkların sayısı rank kadardır yani 7 tanedir. Bunlar grup uzayında yedi bileşenli vektörlerdir. $SO(14)$ grubunun Cartan alt-cebrindeki H^a doğurayları ile aralarındaki ilişki

$$H_{AB}^a = \mu_A^a \delta_{AB} \quad ; \quad a=1,\dots,7 \quad , \quad A,B=1,\dots,7 \quad (2.36)$$

şeklinde verilebilir.

Cartan alt-cebri ve Gell-Mann bazının doğurayları arasındaki ilişkiyi belirleyebilmek amacıyla, $SO(14)$ grubu için parametreleri m_A olarak verilen genel bir ağırlık vektörü

$$\begin{aligned} (m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7) \equiv & \frac{1}{\sqrt{2}}(m_1 O_{1a} + \frac{1}{\sqrt{3}} m_2 O_{2a} + \frac{1}{\sqrt{6}} m_3 O_{3a} \\ & + \frac{1}{\sqrt{10}} m_4 O_{4a} + \frac{1}{\sqrt{10}} m_5 O_{5a} + m_6 O_{6a} + m_7 O_{7a}) \end{aligned} \quad (2.37)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Burada O_{ba} parametreleri ortogonal bir matrisin elemanları olarak düşünülmüştür.

m_A parametreleri ile temel ağırlıklar arasındaki bağlantı

$$\begin{aligned}\mu_A^a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(m_{A1}O_{1a} + \frac{1}{\sqrt{3}}m_{A2}O_{2a} + \frac{1}{\sqrt{6}}m_{A3}O_{3a} + \frac{1}{\sqrt{10}}m_{A4}O_{4a} + \frac{1}{\sqrt{10}}m_{A5}O_{5a} \\ &\quad + m_{A6}O_{6a} + m_{A7}O_{7a}) \\ &\equiv (m_{A1}, m_{A2}, m_{A3}, m_{A4}, m_{A5}, m_{A6}, m_{A7})\end{aligned}\quad (2.38)$$

şeklinde oluşturulabilir.

Gell-Mann doğurayları λ^a ve m_A parametreleri arasındaki ilişki

$$\lambda_{AB}^a = m_{Aa} \delta_{AB} \quad (2.39)$$

olarak alınırsa, bu doğurayların Cartan alt-cebrindeki H^a doğurayları ile arasındaki ilişkinin

$$H_{AB}^a = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_{AB}^a O_{ba} \quad (2.40)$$

olarak belirlenebileceği görülür.

Yüksüz grup alanları Z_b olarak alınacak olursa, H^a doğurayları ile oluşturulacak yüksüz Lagranjiyen

$$L = g(\bar{\psi}\gamma^\mu H^a \psi)Z_a^\mu \quad (2.41)$$

şeklinde yazabilir. Bu Lagranjiyeni, Gell-Mann normalizasyonundaki yüksüz G_a alanları cinsinden yazabilmek için (2.39) ve (2.40) ifadeleri

$$\begin{aligned} H_{AB}^a &= \frac{1}{\sqrt{2}} m_{Aa} O_{ba} \delta_{AB} \\ H_A^a &= \frac{1}{\sqrt{2}} m_{Aa} O_{ba} \end{aligned} \quad (2.42)$$

oluşturacak şekilde ilişkilendirebilir.

(2.42) ifadesi (2.41) içinde kullanılırsa ve

$$G_a = O_{ab} Z_b \quad (2.43)$$

olmak kaydıyla, SO(14) grubunun yedi boyutlu temsilini oluşturan bir ψ multipletinin yüksüz etkileşmelerini veren Lagranjiyeni

$$\begin{aligned} L^{NE} &= \frac{1}{2} g \bar{\psi}_A \gamma_\mu \psi_A (G_1^\mu m_{A1} + \frac{1}{\sqrt{3}} G_2^\mu m_{A2} + \frac{1}{\sqrt{6}} G_3^\mu m_{A3} + \frac{1}{\sqrt{10}} G_4^\mu m_{A4} \\ &+ \frac{1}{\sqrt{10}} G_5^\mu m_{A5} + G_6^\mu m_{A6} + G_7^\mu m_{A7}) \\ &; \quad A=1,\dots,7 \end{aligned} \quad (2.44)$$

olarak yazılabilir. Son ifade ile (2.13) ifadesi karşılaştırıldığında, fermiyon yüklerinin m_A parametreleri ile ilişkili olarak bulunabileceği görülebilir ve buradan elde edilecek yükler (2.16), (2.17), ve (2.31) ifadelerinde verilen fenomenolojik yüklerle kıyaslanabilir. Bundan dolayı fermiyonlara uygun olan grubu ve o gruba ait uygun temsili seçmek çok önemlidir.

2.3. SO(14) Ayar Grubunda Spinor Temsilinin Tanımlanması

Yapılan çalışmanın sonunda da görülebileceği üzere, grubu SO(14) ve temsili de bu grubun 64 boyutlu spinor temsili olarak seçmek uygun olacaktır. Bu temsili açık olarak oluşturmak için m_A parametrelerinin açık ifadesine ihtiyaç vardır. Basit köklerin kullanılmasıyla bunların elde edilmesi mümkündür. Burada ise m_A parametreleri (2.40) ifadesinden yararlanılarak bulunacaktır. SO(14) grubunun Gell-Mann bazındaki köşegen elemanları

$$\begin{aligned}
 \lambda^1 &\equiv \text{diag}(1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\
 \lambda^2 &\equiv \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag}(1 \quad 1 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\
 \lambda^3 &\equiv \frac{1}{\sqrt{6}} \text{diag}(1 \quad 1 \quad 1 \quad -3 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\
 \lambda^4 &\equiv \frac{1}{\sqrt{10}} \text{diag}(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -4 \quad 0 \quad 0) \\
 \lambda^5 &\equiv \frac{1}{\sqrt{10}} \text{diag}(\mp 2 \quad \mp 2 \quad \mp 2 \quad \mp 2 \quad \mp 2 \quad 0 \quad 0) \\
 \lambda^6 &\equiv \text{diag}(0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1) \\
 \lambda^7 &\equiv \text{diag}(0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1)
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

olarak verilir. (2.45) ifadesi ile verilen değerler (2.40) ifadesi içinde kullanılır ve (2.36) ifadesinde verilen eşitlik gözönüne alınırsa, temel ağırlıklar

$$\begin{aligned}
\mu_1 &= (1 & 1 & 1 & 1 & \mp 2 & 0 & 0) \\
\mu_2 &= (-1 & 1 & 1 & 1 & \mp 2 & 0 & 0) \\
\mu_3 &= (0 & -2 & 1 & 1 & \mp 2 & 0 & 0) \\
\mu_4 &= (0 & 0 & -3 & 1 & \mp 2 & 0 & 0) \\
\mu_5 &= (0 & 0 & 0 & -4 & \mp 2 & 0 & 0) \\
\mu_6 &= (0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1) \\
\mu_7 &= (0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1)
\end{aligned} \tag{2.46}$$

olarak elde edilebilir. (2.23) ifadesinin yardımıyla $SO(14)$ grubunun tüm temsillerinin ağırlıkları, bu temel temsilin temel ağırlıkları μ_A cinsinden yazılabilir. $SO(14)$ grubunun, EK-A bölümünde tanımlanan Weyl yansıması sonucunda elde edilecek $V(\lambda_7)$ spinor temsiline 64 ağırlığı da, (2.46) ifadesi ile verilen μ_A parametreleri cinsinden yazılabilir.

Fakat 64 boyutlu spinor temsiline ağırlıklarını Weyl yansımasına gerek kalmadan

$$\prod_{i=1}^7 \varepsilon_i = 1 \tag{2.47}$$

şartı altında ,

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} (\varepsilon_1 \mu_1 + \varepsilon_2 \mu_2 + \varepsilon_3 \mu_3 + \varepsilon_4 \mu_4 + \varepsilon_5 \mu_5 + \varepsilon_6 \mu_6 + \varepsilon_7 \mu_7) \\
& \equiv (\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \varepsilon_4 \quad \varepsilon_5 \quad \varepsilon_6 \quad \varepsilon_7)
\end{aligned} \tag{2.48}$$

[6] vektör tanımlaması yaparak oluşturulabilir.

Buradan tüm 64 ağırlığın, temsiline alt orbitlerine göre

$$\begin{aligned}
(+ + + + + + +) &\equiv \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7) \in W_7 \\
(+ + + + + - -) &\equiv \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 - \mu_6 - \mu_7) \in W_5 \\
(+ + + - - - -) &\equiv \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 - \mu_6 - \mu_7) \in W_3 \\
(+ - - - - - -) &\equiv \frac{1}{2}(\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 - \mu_6 - \mu_7) \in W_1
\end{aligned} \tag{2.49}$$

olarak sınıflandırılabilirliği görülür.

Alt orbitlerin boyutu

$$\begin{aligned}
\dim W_7 &= \binom{7}{7} = 1, & \dim W_3 &= \binom{7}{3} = 35 \\
\dim W_5 &= \binom{7}{5} = 21, & \dim W_1 &= \binom{7}{1} = 7
\end{aligned} \tag{2.50}$$

şeklinde olacaktır.

Buradan da görülebileceği üzere, $SU(7)$ maximal alt grup olarak ortaya çıkar ve $SO(14)$ grubunun 64 boyutlu temsiliinin alt gruplara göre ayrışımı

$$\underline{64} = \underline{1} + \underline{21} + \underline{35} + \underline{7} \tag{2.51}$$

şeklinde oluşturulabilir.

Yeni formalizme göre 64 ağırlıktan sekiz tanesi

$$\begin{aligned}
(+ \ - \ -) + + \ - \ - &\equiv (\ 1 \ \ 1 \ -2 \ -2 \ -1 \ 0 \ -1 \) \\
(- \ + \ -) + + \ - \ - &\equiv (-1 \ \ 1 \ -2 \ -2 \ -1 \ 0 \ -1 \) \\
(- \ - \ +) + + \ - \ - &\equiv (\ 0 \ -2 \ -2 \ -2 \ -1 \ 0 \ -1 \)
\end{aligned} \tag{2.52}$$

$$\begin{aligned}
(- \ + \ +) + + \ + \ - &\equiv (-1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -3 \ 1 \ 0 \) \\
(+ \ - \ +) + + \ + \ - &\equiv (\ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -3 \ 1 \ 0 \) \\
(+ \ + \ -) + + \ + \ - &\equiv (\ 0 \ \ 2 \ -1 \ -1 \ -3 \ 1 \ 0 \)
\end{aligned} \tag{2.53}$$

$$(+ \ + \ +) + + \ - \ - \equiv (\ 0 \ \ 0 \ \ 0 \ \ 0 \ -5 \ 0 \ -1 \) \tag{2.54}$$

$$(- \ - \ -) + + \ + \ - \equiv (\ 0 \ \ 0 \ -3 \ -3 \ 1 \ 1 \ 0 \) \tag{2.55}$$

örnek olarak verilsin.

Kuvvetli etkileşmenin simetri kırılmasının ilk basamağında ayrılması durumunda, quark ve lepton ağırlıklarının hangileri olduğu (2.46) ifadesindeki topolojik ifadelerle bakılarak anlaşılabilir. Bu durumda fiziksel $SU(3)_c$ grubunun lepton ve anti-lepton singületleri (2.54) ve (2.55) ifadelerinde de olduğu gibi

$$\begin{aligned}
(\ - \ \ - \ \ - \ \ \varepsilon_4 \ \ \varepsilon_5 \ \ \varepsilon_6 \ \ \varepsilon_7 \) \\
(\ + \ \ + \ \ + \ \ \varepsilon_4 \ \ \varepsilon_5 \ \ \varepsilon_6 \ \ \varepsilon_7 \)
\end{aligned} \tag{2.56}$$

formunda kendini gösterir.

Aynı grubun quark ve anti-quarkları da (2.52) ve (2.53) ifadelerinde olduğu gibi, en genel şekilde gösterilecek olursa

$$\begin{bmatrix}
+ & - & - & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 & \varepsilon_6 & \varepsilon_7 \\
- & + & - & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 & \varepsilon_6 & \varepsilon_7 \\
- & - & + & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 & \varepsilon_6 & \varepsilon_7 \\
+ & + & - & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 & \varepsilon_6 & \varepsilon_7 \\
- & + & + & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 & \varepsilon_6 & \varepsilon_7 \\
+ & - & + & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 & \varepsilon_6 & \varepsilon_7
\end{bmatrix} \quad (2.57)$$

formu elde edilir.

(2.44) ifadesine bakılarak kuvvetli yüklerin grup alanlarının G_1^μ ve G_2^μ olduğu görülebilir. Bu alanlar, renksiz kuvvetli etkileşmeye giren vektörlerdir ve bu da simetri kırılmasının ilk basamağında fiziksel $SU(3)_c$ grubunun ayrılmış olmasının sebebidir.

2.4. Fiziksel Alanlar ve En Genel Yük Tanımı

(2.44) ifadesindeki geri kalan beş yüksüz grup alanının etkileşmeye katıldığı görülmektedir. Spinor temsili 64 ağırlığını kullanarak oluşturulacak aile birleşimi için, fiziksel olmayan bu grup alanları

$$\begin{aligned}
G_{3a} &= \frac{e}{g} \frac{\sqrt{6}}{3} \sum_{a=1}^5 C_{1a} A^a \\
G_{4a} &= \frac{e}{g} \frac{\sqrt{10}}{4} \sum_{a=1}^5 C_{2a} A^a \\
G_{5a} &= \frac{e}{g} \frac{\sqrt{10}}{5} \sum_{a=1}^5 C_{3a} A^a \\
G_{6a} &= \frac{e}{g} \sum_{a=1}^5 C_{4a} A^a \\
G_{7a} &= \frac{e}{g} \sum_{a=1}^5 C_{5a} A^a
\end{aligned} \quad (2.58)$$

ifadesindeki eşitlikler kullanılarak fiziksel hale getirilebilir. Bunlar, beş grup alanı arasındaki elektrozayıf karışımı anlatmaktadırlar. Burada C_{ba} parametreleri $OO^T = 1$ şartını sağlayacak biçimde seçilmelidir.

(2.17) ve (2.31) ifadelerindeki yükleri bu serbestlik altında elde edebiliriz. (2.13) ve (2.44) ifadelerinin de kullanılmasıyla, fermiyon yüklerine karşılık gelen yükleri m_{Aa} parametreleri cinsinden

$$Q_{Aa} = \frac{e}{2} \left(\frac{1}{3} m_{A3} C_{1a} + \frac{1}{4} m_{A4} C_{2a} + \frac{1}{5} m_{A5} C_{3a} + m_{A6} C_{4a} + m_{A7} C_{5a} \right) \quad (2.59)$$

şeklinde elde edilebilir.

2.5. Fermiyonların Spinor Temsiline Atanması ve Yük Tayini

(2.17) ifadesi ile verilen elektromanyetik yük değerleri ve spinor temsilinden oluşturulan 64 ağırlık (2.59) ifadesinde kullanılacak olursa, C_{bi} katsayıları

$$C_{11} = -\frac{1}{2} \quad , \quad C_{21} = -\frac{2}{5} \quad , \quad C_{31} = 1 \quad , \quad C_{41} = 1 \quad , \quad C_{51} = 1 \quad (2.60)$$

şeklinde bulunur. Bu çözüm seti, elektromanyetik etkileşmedeki yüklerle

oluşturulduğu için, buradaki söz konusu A_i yüksüz fiziksel alanı

$$A_i = A \quad (2.61)$$

olacaktır. A , Standart Model' deki elektromanyetik etkileşmelerin yüksüz aracı bozonudur yani foton alanıdır.

(2.59) ifadesi ile (2.31) ifadesinde verilen yüklere bakıldığında ise, tüm 64 ağırlığın yüküne bakıldığında 3+1 aile oluşumu açık olarak görülebilir. Bu ailelerin oluşumu için L-R asimetri [2] mekanizması çalıştırılmış ve (2.31) ifadesindeki düşük enerjilerdeki zayıf etkileşme yükleri göz önüne alınmıştır. Dolayısıyla buradaki söz konusu fiziksel yüksüz A_2 alanı

$$A_2 = Z \quad (2.62)$$

olacaktır. Z , Standart Model' deki zayıf etkileşmelerin yüksüz aracı bozonudur.

Bunlar sonucunda elde edilecek C_{b2} katsayıları

$$x^2 \equiv \frac{e^2}{g^2} \quad , \quad \lambda^2 \equiv 1 - x^2 \quad (2.63)$$

şartı altında

$$\begin{aligned} C_{12} &= \frac{3 + 2x^2}{4x\lambda} \quad , \quad C_{22} = \frac{3 + 2x^2}{5x\lambda} \\ C_{32} &= \frac{\lambda}{x} \quad , \quad C_{42} = \frac{\lambda}{x} \quad , \quad C_{52} = -\frac{x}{\lambda} \end{aligned} \quad (2.64)$$

olarak ortaya çıkacaktır.

Grubun 64 boyutlu spinor temsilinden elde edilen dört ailenin fermiyon yükleri, fenomenolojide verilen elektromanyetik ve kuvvetli etkileşmelerin yüklerini aynen

sağlarlar. Zayıf etkileşme için dördüncü ailenin fermiyon yükleri (2.31) ile verilen fenomenolojik yüklerden farklı çıkarken, üç aile beklenen fenomenolojik yükleri sağlamaktadır. Yani zayıf etkileşme sonucunda, fermiyon temsili altında üç ailedeki elektron benzeri fermiyonlar için zayıf yükler aynı iken ve (2.31) ifadesindeki verilen fenomenolojik değerleri sağlıyorken, dördüncü aile için farklı olmaktadır. Aynı durum nötrino benzeri, yukarı quark benzeri ve aşağı quark benzeri fermiyonlar için de geçerlidir. 3+1 ailenin birleştirilmesi denilmesinin sebebi budur.

Bu aile ayrıcalıklı aile olarak isimlendirilerek, dört aile için 64 ağırlığın fermiyon karşılıkları şu şekilde verilebilir:

N_{Lex}

$$(- - -) - - + - \equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -5 \quad 0 \quad 1) \quad (2.65)$$

N_{Lex} , ayrıcalıklı nötrino benzeridir.

N_{Lex}^c

$$(+ + +) - - - - \equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad -3 \quad 1 \quad -1 \quad 1) \quad (2.66)$$

N_{Lex}^c , ayrıcalıklı nötrino benzerin eşleniğidir.

N_{Li}

$$\begin{aligned} (+ + +) - - + - &\equiv (0 \quad 0 \quad 3 \quad 3 \quad -1 \quad 0 \quad 1) \\ (+ + +) - + + - &\equiv (0 \quad 0 \quad 3 \quad -1 \quad -3 \quad 1 \quad 0) \\ (+ + +) + - + - &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad -3 \quad 1 \quad 0) \end{aligned} \quad (2.67)$$

N_{Li} , üç aile için nötrino benzerleridir.

N_{Li}^c

$$\begin{aligned} (- - -) - - - + &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 5 \quad -1 \quad 0) \\ (- - -) - + - - &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad -4 \quad 3 \quad 0 \quad -1) \\ (- - -) + - - - &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad -1) \end{aligned} \quad (2.68)$$

N_{Li}^c , üç aile için nötrino benzerlerinin eşlenikleridir.

E_{Lex}

$$(+ + +) - - - - \equiv (0 \quad 0 \quad 3 \quad 3 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \quad (2.69)$$

E_{Lex} , ayrıcalıklı elektron benzeridir.

E_{Lex}^c

$$(- - -) - - + - \equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 5 \quad 1 \quad 0) \quad (2.70)$$

E_{Lex}^c , ayrıcalıklı elektron benzerinin eşleniğidir.

E_{Li}

$$\begin{aligned} (+ + +) + + - - &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -5 \quad 0 \quad -1) \\ (+ + +) + - - + &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad -3 \quad -1 \quad 0) \\ (+ + +) - + - + &\equiv (0 \quad 0 \quad 3 \quad -1 \quad -3 \quad -1 \quad 0) \end{aligned} \quad (2.71)$$

E_{Li} , üç aile için elektron benzerleridir.

E_{Li}^c

$$\begin{aligned}
 (- - -) + + + - &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad -3 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \\
 (- - -) + - + + &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad 1) \\
 (- - -) - + + + &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad -4 \quad 3 \quad 0 \quad 1)
 \end{aligned} \tag{2.72}$$

E_{Li}^c , üç aile için elektron benzerlerinin eşlenikleridir.

Buradan da görülebileceği üzere, lepton ve anti-leptonların m_{A1} ve m_{A2} parametreleri, kuvvetli etkileşmeye karışmamalarından dolayı sıfır çıkmaktadır.

D_{Lex}

$$\begin{aligned}
 (+ - -) - - - - &\equiv (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad -1) \\
 (- + -) - - - - &\equiv (-1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad -1) \\
 (- - +) - - - - &\equiv (0 \quad -2 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad -1)
 \end{aligned} \tag{2.73}$$

D_{Lex} , ayrıcalıklı aşağı quark benzeridir.

D_{Lex}^c

$$\begin{aligned}
 (- + +) - - + - &\equiv (-1 \quad -1 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \\
 (+ - +) - - + - &\equiv (1 \quad -1 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \\
 (+ + -) - - + - &\equiv (0 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0)
 \end{aligned} \tag{2.74}$$

D_{Lex}^c , ayrıcalıklı aşağı quark benzerinin eşleniğidir.

D_{Li}

$$\begin{aligned}
(+ - -) + + - - &\equiv (1 \quad 1 \quad -2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \\
(- + -) + + - - &\equiv (-1 \quad 1 \quad -2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \\
(- - +) + + - - &\equiv (0 \quad -2 \quad -2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \\
\\
(+ - -) + - - + &\equiv (1 \quad 1 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad -1 \quad 0) \\
(- + -) + - - + &\equiv (-1 \quad 1 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad -1 \quad 0) \\
(- - +) + - - + &\equiv (0 \quad -2 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad -1 \quad 0) \\
\\
(+ - -) - + - + &\equiv (1 \quad 1 \quad 1 \quad -3 \quad 1 \quad -1 \quad 0) \\
(- + -) - + - + &\equiv (-1 \quad 1 \quad 1 \quad -3 \quad 1 \quad -1 \quad 0) \\
(- - +) - + - + &\equiv (0 \quad -2 \quad 1 \quad -3 \quad 1 \quad -1 \quad 0)
\end{aligned} \tag{2.75}$$

D_{Li} , üç aile için aşağı quark benzerleridir.

D_{Li}^c

$$\begin{aligned}
(- + +) + + + - &\equiv (-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -3 \quad 1 \quad 0) \\
(+ - +) + + + - &\equiv (1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -3 \quad 1 \quad 0) \\
(+ + -) + + + - &\equiv (0 \quad 2 \quad -1 \quad -1 \quad -3 \quad 1 \quad 0) \\
\\
(- + +) + - + + &\equiv (-1 \quad -1 \quad -1 \quad 3 \quad -1 \quad 0 \quad 1) \\
(+ - +) + - + + &\equiv (1 \quad -1 \quad -1 \quad 3 \quad -1 \quad 0 \quad 1) \\
(+ + -) + - + + &\equiv (0 \quad 2 \quad -1 \quad 3 \quad -1 \quad 0 \quad 1) \\
\\
(- + +) - + + + &\equiv (-1 \quad -1 \quad 2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1) \\
(+ - +) - + + + &\equiv (1 \quad -1 \quad 2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1) \\
(+ + -) - + + + &\equiv (0 \quad 2 \quad 2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1)
\end{aligned} \tag{2.76}$$

D_{Li}^c , üç aile için aşağı quark benzerlerinin eşlenikleridir.

U_{Lex}

$$\begin{aligned}
 (+ - -) + + + + &\equiv (1 \quad 1 \quad -2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1) \\
 (- + -) + + + + &\equiv (-1 \quad 1 \quad -2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1) \\
 (- - +) + + + + &\equiv (0 \quad -2 \quad -2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1)
 \end{aligned} \tag{2.77}$$

U_{Lex} , ayrıcalıklı aile için yukarı quark benzeridir.

U_{Lex}^c

$$\begin{aligned}
 (- + +) + + - + &\equiv (-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -3 \quad -1 \quad 0) \\
 (+ - +) + + - + &\equiv (1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -3 \quad -1 \quad 0) \\
 (+ + -) + + - + &\equiv (0 \quad 2 \quad -1 \quad -1 \quad -3 \quad -1 \quad 0)
 \end{aligned} \tag{2.78}$$

U_{Lex}^c , ayrıcalıklı aile için yukarı quark benzerin eşleniğidir.

U_{Li}

$$\begin{aligned}
 (+ - -) - - + + &\equiv (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad 1) \\
 (- + -) - - + + &\equiv (-1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad 1) \\
 (- - +) - - + + &\equiv (0 \quad -2 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad 1) \\
 \\
 (+ - -) + - + - &\equiv (1 \quad 1 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \\
 (- + -) + - + - &\equiv (-1 \quad 1 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \\
 (- - +) + - + - &\equiv (0 \quad -2 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \\
 \\
 (+ - -) - + + - &\equiv (1 \quad 1 \quad 1 \quad -3 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \\
 (- + -) - + + - &\equiv (-1 \quad 1 \quad 1 \quad -3 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \\
 (- - +) - + + - &\equiv (0 \quad -2 \quad 1 \quad -3 \quad 1 \quad 1 \quad 0)
 \end{aligned} \tag{2.79}$$

U_{Li} , üç aile için yukarı quark benzerleridir.

U_{Li}^c

$$\begin{aligned}
(- + +) - - - + &\equiv (-1 \quad -1 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad -1 \quad 0) \\
(+ - +) - - - + &\equiv (1 \quad -1 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad -1 \quad 0) \\
(+ + -) - - - + &\equiv (0 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad -1 \quad 0) \\
\\
(- + +) + - - - &\equiv (-1 \quad -1 \quad -1 \quad 3 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \\
(+ - +) + - - - &\equiv (1 \quad -1 \quad -1 \quad 3 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \\
(+ + -) + - - - &\equiv (0 \quad 2 \quad -1 \quad 3 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \\
\\
(- + +) - + - - &\equiv (-1 \quad -1 \quad 2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \\
(+ - +) - + - - &\equiv (1 \quad -1 \quad 2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad -1) \\
(+ + -) - + - - &\equiv (0 \quad 2 \quad 2 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad -1)
\end{aligned} \tag{2.80}$$

U_{Li}^c , üç aile için yukarı quark benzerlerinin eşlenikleridir.

Burada $i=1,2,3$ dür.

3+1 ailenin birleşimindeki ayrıcalıklı ailenin zayıf etkileşmedeki lepton ve anti-lepton için yükleri

$$\begin{aligned}
N_{Lex} &= -\frac{e}{2x\lambda} \quad , \quad N_{Lex}^c = -\frac{2e}{2x\lambda} \\
E_{Lex} &= \frac{e}{2x\lambda}(1+2x^2) \quad , \quad E_{Lex}^c = \frac{2e}{2x\lambda}(1-x^2)
\end{aligned} \tag{2.81}$$

şeklinde bulunur. Aynı ailenin aynı etkileşmedeki quark ve anti-quark yükleri ise

$$\begin{aligned}
D_{Lex} &= \frac{e}{2x\lambda}(1+\frac{2}{3}x^2) \quad , \quad D_{Lex}^c = \frac{e}{2x\lambda}(2-\frac{2}{3}x^2) \\
U_{Lex} &= -\frac{e}{2x\lambda}(1+\frac{4}{3}x^2) \quad , \quad U_{Lex}^c = \frac{e}{2x\lambda}(-2+\frac{4}{3}x^2)
\end{aligned} \tag{2.82}$$

şeklinde kendini gösterecektir.

(2.81) ve (2.82) ifadeleri (2.31) ifadesi ile verilen zayıf etkileşme yükleri ile kıyaslandığında, ayrıcalıklı ailenin kesinlikle L-R asimetri mekanizmasına katılmadığı görülebilir. Çünkü elde edilen U quark, D quark ve elektron benzeri fermiyonların zayıf etkileşmelerinin yük ifadelerinde, $SU(2)_L$ alt grubunun diyagonal doğuraylarının özdeğerleri kullanılarak oluşturulan (2.30) ifadesi ile bir benzerlik görülmektedir.

Ayrıca, bu 3+1 ailenin birleşimi için

$$C_{1a} = \frac{5}{4}C_{2a}, \quad C_{2a} = -\frac{2}{5}C_{3a} + C_{4a} - C_{5a} \quad (2.83)$$

şeklinde bir ek koşul kullanılmalıdır. Eğer (2.83) koşulu olmazsa A_3, A_4 ve A_5 alanları 3+1 aile birleşimi yapısının bozulduğu görülebilir.

C_{b1} ve C_{b2} ($b=1,2,...,5$) katsayılarının açık ifadelerini kullanarak, 3+1 aile yapısı için gerekli olan ortagonallik şartının sağlanmasından elde edilecek model parametrelerinin bulunabilmesi için

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{6}}{3} x & \frac{3+2x^2}{4x\Lambda} \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} \frac{\sqrt{6}}{3} x & \frac{\sqrt{6}}{3} C_{13} x & \frac{\sqrt{6}}{3} C_{14} x & \frac{\sqrt{6}}{3} C_{15} x \\ -\frac{2}{5} \frac{\sqrt{10}}{4} x & \frac{3+2x^2}{5x\Lambda} \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} \frac{\sqrt{10}}{4} x & \frac{\sqrt{10}}{4} C_{23} x & \frac{\sqrt{10}}{4} C_{24} x & \frac{\sqrt{10}}{4} C_{25} x \\ \frac{\sqrt{10}}{5} x & \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} \frac{\sqrt{10}}{5} x & \frac{\sqrt{10}}{5} C_{33} x & \frac{\sqrt{10}}{5} C_{34} x & \frac{\sqrt{10}}{5} C_{35} x \\ x & \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} \frac{\Lambda}{x} x & C_{43} x & C_{44} x & C_{45} x \\ x & -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} \frac{x}{\Lambda} x & C_{53} x & C_{54} x & C_{55} x \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

matrisi gözönüne alınmalıdır.

(2.84) ifadesi ile verilen matris O olarak isimlendirilirse, $OO^T = 1$ şartından ilk olarak

$$x^2 = \frac{3}{8} = \sin^2 \theta_W \quad (2.85)$$

ifadesi elde edilir. Ayrıca, $OO^T = O^T O = 1$ şartından, içinde bilinmeyen katsayıları içeren toplam 27 tane denklem elde edilmektedir. Tüm bu denklemler yardımıyla ve (2.83) şartının da kullanılmasıyla diğer parametrelerin değerleri

$$\begin{aligned} C_{13} &= \frac{2}{\sqrt{13}} & , & & C_{14} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} & , & & C_{15} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ C_{23} &= \frac{8}{5\sqrt{13}} & , & & C_{24} &= 2\sqrt{\frac{2}{3}} & , & & C_{25} &= 2\frac{\sqrt{2}}{5} \\ C_{33} &= -\frac{22}{3\sqrt{13}} & , & & C_{34} &= 0 & , & & C_{35} &= 2\frac{\sqrt{2}}{3} \\ C_{43} &= \frac{4}{3\sqrt{13}} & , & & C_{44} &= 0 & , & & C_{45} &= -2\frac{\sqrt{2}}{3} \\ C_{53} &= \frac{8}{3\sqrt{13}} & , & & C_{54} &= 0 & , & & C_{55} &= 2\frac{\sqrt{2}}{3} \end{aligned} \quad (2.86)$$

olacak şekilde bulunabilir.

Bütün bunlar göz önüne alındığında, bunların A ve Z alanları tarafından yol açılan etkileşmelere iki farklı kuplaj sabiti getirdiği görülebilir. Burada C_{4a}, C_{5a}, C_{b4} ve C_{b5} katsayıları, $a, b=1, \dots, 5$ durumları için açık olarak hesaplanmış olmasına rağmen, yüksüz aracı bozonlara kütle kazandırılırken bunlara ihtiyaç olmayacaktır.

3. KÜTLE MEKANİZMASI

Bundan önceki bölümde, (2.16), (2.17) ve (2.31) ifadelerindeki fenomenolojik değerlerin oluşturulan L-R asimetri mekanizması ile elde edilebileceği gösterildi, ama yüksüz aracı bozonların kütleleri tanımlanmadı. Bunun için de, aracı bozonlara kütle kazandırabilecek skaler alanları oluşturmak gerekmektedir.

Söz konusu kütlelerin hesaplanabilmesi için

$$V(\lambda_7) \otimes V(\lambda_7) = V(\lambda_1) \oplus V(\lambda_3) \oplus V(\lambda_5) \oplus V(2\lambda_7) \quad (3.1)$$

ayrışımı gözönüne alınacaktır.

(3.1) ifadesindeki indirgenemez temsillerin boyutları

$$V(\lambda_1) = \underline{14} \quad , \quad V(\lambda_3) = \underline{364} \quad , \quad V(\lambda_5) = \underline{2002} \quad , \quad V(2\lambda_7) = \underline{1716} \quad (3.2)$$

olarak bilinmektedir.

(3.1) ifadesi ile verilen ayrışımındaki indirgenemez temsiller içerdikleri orbitlere göre orbit ayrışimleri

$$\begin{aligned} V(\lambda_1) &\equiv W(\lambda_1) \\ V(\lambda_3) &\equiv W(\lambda_3) + 6W(\lambda_1) \\ V(\lambda_5) &\equiv W(\lambda_5) + 4W(\lambda_3) + 15W(\lambda_1) \\ V(2\lambda_7) &\equiv W(2\lambda_7) + W(\lambda_5) + 3W(\lambda_3) + 10W(\lambda_1) \end{aligned} \quad (3.3)$$

şeklinde açık olarak yazılabilir.

Burada $W(2\lambda_7)$, esas baskın ağırlık $2\lambda_7$ parametresinin 64 boyutlu orbitidir. λ_1, λ_3 ve λ_5 de bu temsilin diğer esas baskın ağırlıklarıdır.

3.1. Skaler Alanların Oluşturulması

Yüksüz aracı bozonlara kütle kazandırabilecek skaler alanların bulunabilmesi için, bir temsildeki orbitlerin tüm ağırlıklarının boylarının aynı olması koşulunu kullanılabilir.

SO(14) grubu için Λ esas baskın ağırlık olmak üzere, temel ağırlıklar μ_i ile ilişkileri

$$\Lambda = \sum_{i=1}^7 n_i \mu_i \quad (3.4)$$

şeklinde verilebilir.

(2.46) ifadesinde m_A parametreleri cinsinden verilen μ_i temel ağırlıkları, (3.4) ifadesinde kullanılacak olursa, Λ esas baskın ağırlık

$$\Lambda = (n_1 - n_2, n_1 + n_2 - 2n_3, n_1 + n_2 + n_3 - 3n_4, n_1 + n_2 + n_3 + n_4 - 4n_5, -2[n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5], n_6 - n_7, n_6 + n_7) \quad (3.5)$$

şeklinde bulunabilir.

Daha önce de renkli QCD etkileşmelerinin SO(14) grubunun bir alt grubu olan SU(3) grubundan kaynaklandığını belirtmiş. Bu etkileşmeler SU(3) grubunun pozitif kök sistemini oluşturan α_1, α_2 ve $\alpha_1 + \alpha_2$ kökleri ile gerçekleşmektedir. Bu vektörlerin kütesiz olmalarından dolayı, kütle mekanizması için gerekli olacak skaler alan sayılarına dolaylı olarak bir sınırlandırma getirmektedir. Bundan dolayı

$$(0 \quad 0 \quad m_{A3} \quad m_{A4} \quad m_{A5} \quad m_{A6} \quad m_{A7}) \quad (3.6)$$

formunda olan ağırlıklar göz önüne alınacaktır. (3.4) ifadesi altında $n = n_2 = n_3 = n$ bulunacaktır ve buna göre Λ esas baskın ağırlık

$$\Lambda = (0, 0, 3n - 3n_4, 3n + n_4 - 4n_5, -2[3n + n_4 + n_5], n_6 - n_7, n_6 + n_7) \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir.

Boy koşulunun

$$(\Lambda, \Lambda)_k = 2k + 1 = 3n^2 + n_4^2 + n_5^2 + n_6^2 + n_7^2 \quad (3.8)$$

olarak elde edebileceği görülür. Burada $k=0$ durumu $W(\lambda_1)$ orbitindeki ağırlıkların boylarına karşılık gelmektedir. Yani o orbitteki tüm ağırlıkların boyları bire eşit olmalıdır.

Bunu sağlayacak n_i parametrelerinin tüm olasılıkları göz önüne alınacak olursa

n	n_4	n_5	n_6	n_7			
0	1	0	0	$0 \rightarrow \mu_4$	$\equiv$	(0 0 -3 1 -2 0 0)	
0	-1	0	0	$0 \rightarrow -\mu_4$	$\equiv$	-(0 0 -3 1 -2 0 0)	
0	0	1	0	$0 \rightarrow \mu_5$	$\equiv$	(0 0 0 -4 -2 0 0)	
0	0	-1	0	$0 \rightarrow -\mu_5$	$\equiv$	-(0 0 0 -4 -2 0 0)	
0	0	0	1	$0 \rightarrow \mu_6$	$\equiv$	(0 0 0 0 0 1 1)	
0	0	0	-1	$0 \rightarrow -\mu_6$	$\equiv$	-(0 0 0 0 0 1 1)	
0	0	0	0	$1 \rightarrow \mu_7$	$\equiv$	(0 0 0 0 0 -1 1)	
0	0	0	0	$-1 \rightarrow -\mu_7$	$\equiv$	-(0 0 0 0 0 -1 1)	(3.9)

olacak şekilde $W(\lambda_1)$ orbitinden gelen skaler alanlar elde edilmiş olur.

$k=1$ durumu ile de $W(\lambda_3)$ orbitinden gelen skaler alanlar elde edilir. Boy şartını sağlayacak şekilde gerçekleştirilen n_i parametrelerinin dağılımından bu alanlar

$$\begin{aligned}
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 &\equiv (0 \quad 0 \quad 3 \quad 3 \quad -6 \quad 0 \quad 0) \\
\mu_4 + \mu_5 + \mu_6 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad -3 \quad -4 \quad 1 \quad 1) \\
\mu_4 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad 1 \quad -2 \quad 0 \quad 2) \\
\mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad -4 \quad -2 \quad 0 \quad 2) \\
\mu_4 + \mu_5 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad -3 \quad -4 \quad -1 \quad 1) \\
\mu_4 + \mu_5 - \mu_6 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad -3 \quad -4 \quad -1 \quad -1) \\
\mu_4 - \mu_5 + \mu_6 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad 5 \quad 0 \quad 1 \quad 1) \\
-\mu_4 + \mu_5 + \mu_6 &\equiv (0 \quad 0 \quad 3 \quad -5 \quad 0 \quad 1 \quad 1) \\
-\mu_4 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 3 \quad -1 \quad 2 \quad 0 \quad 2) \\
\mu_4 - \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad 1 \quad -2 \quad -2 \quad 0) \\
\mu_4 + \mu_6 - \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad 1 \quad -2 \quad 2 \quad 0) \\
-\mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad 2 \quad 0 \quad 2) \\
\mu_5 - \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad -4 \quad -2 \quad -2 \quad 0) \\
\mu_5 + \mu_6 - \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad -4 \quad -2 \quad 2 \quad 0) \\
\mu_4 + \mu_5 - \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad -3 \quad -4 \quad 1 \quad -1) \\
\mu_4 - \mu_5 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -3 \quad 5 \quad 0 \quad -1 \quad 1) \\
-\mu_4 + \mu_5 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 3 \quad -5 \quad 0 \quad -1 \quad 1)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

olarak bulunacaktır.

$W(\lambda_5)$ orbitinde bulunan ağırlıklar da $k=2$ durumuna uyarlar. Buradan elde edilecek skaler alanlar

$$\begin{aligned}
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 &\equiv (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -10 \ 0 \ 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 - \mu_5 &\equiv (0 \ 0 \ 0 \ 8 \ -6 \ 0 \ 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 &\equiv (0 \ 0 \ 6 \ -2 \ -6 \ 0 \ 0) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 &\equiv (0 \ 0 \ -6 \ -6 \ 2 \ 0 \ 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_6 &\equiv (0 \ 0 \ 0 \ 4 \ -8 \ 1 \ 1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 - \mu_6 &\equiv (0 \ 0 \ 0 \ 4 \ -8 \ -1 \ -1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 + \mu_6 &\equiv (0 \ 0 \ 6 \ 2 \ -4 \ 1 \ 1) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 + \mu_6 &\equiv (0 \ 0 \ -6 \ -2 \ 4 \ 1 \ 1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 0 \ 4 \ -8 \ -1 \ 1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 - \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 0 \ 4 \ -8 \ 1 \ -1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 6 \ 2 \ -4 \ -1 \ 1) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ -6 \ -2 \ 4 \ -1 \ 1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_5 + \mu_6 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ -1 \ -8 \ 1 \ 1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_5 - \mu_6 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ -1 \ -8 \ -1 \ -1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_5 + \mu_6 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ 7 \ -4 \ 1 \ 1) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_5 + \mu_6 &\equiv (0 \ 0 \ -3 \ -7 \ 4 \ 1 \ 1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ 3 \ -6 \ 0 \ 2) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_6 - \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ 3 \ -6 \ 2 \ 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ 3 \ -6 \ -2 \ 0) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ -3 \ -3 \ 6 \ 0 \ 2) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_5 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ -1 \ -8 \ -1 \ 1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_5 - \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ -1 \ -8 \ 1 \ -1) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_5 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ 3 \ 7 \ -4 \ -1 \ 1) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_5 + \mu_7 &\equiv (0 \ 0 \ -3 \ -7 \ 4 \ -1 \ 1)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

olarak bulunabilecektir.

$k=3$ durumu ise boy koşulunun yedi olarak ortaya çıktığı durumdur ki bu da

$W(2\lambda_7)$ orbitindeki ağırlıkların boyunu vermektedir.

Bu orbitten kaynaklanacak skaler alanlar

$$\begin{aligned}
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -10 \quad 0 \quad 2) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -6 \quad -6 \quad 2 \quad 0 \quad 2) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 6 \quad -2 \quad -6 \quad 0 \quad 2) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 - \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad -6 \quad 0 \quad 2) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 - \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -10 \quad -2 \quad 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 - \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -10 \quad 2 \quad 0) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad -8 \quad 6 \quad 0 \quad 2) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 - \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -6 \quad 2 \quad 6 \quad 0 \quad 2) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 - \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -6 \quad -6 \quad 2 \quad -2 \quad 0) \\
-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 - \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad -6 \quad -6 \quad 2 \quad 2 \quad 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 6 \quad 6 \quad -2 \quad 0 \quad 2) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 - \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 6 \quad -2 \quad -6 \quad -2 \quad 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 - \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 6 \quad -2 \quad -6 \quad 2 \quad 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 - \mu_5 - \mu_6 + \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad -6 \quad -2 \quad 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 - \mu_5 + \mu_6 - \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad -6 \quad 2 \quad 0) \\
\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 - \mu_6 - \mu_7 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -10 \quad 0 \quad -2)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

şeklinde elde edilebilir.

Sonuçta, $W(\lambda_1)$, $W(\lambda_3)$, $W(\lambda_5)$ ve $W(2\lambda_7)$ orbitlerinden boy koşuluna uygun olarak toplam 122 tane skaler alan elde edilir. Ama bunların hepsi kütle mekanizmasına katkıda bulunamazlar. Vakum beklenen değeri sıfır olan skaler alanlar hesaba katılmamalıdır. Bu elemeyi yapmak için A_1 foton alanının kütle teriminin sıfır olmasından yararlanılacaktır.

3.2. Yüksüz Aracı Bozonlar için Kütle Matrisinin Tanımlanması

G_b^μ grup alanları için $M(G)_{ab}$ kütle matrisi

$$\sum_{a,b=1}^7 M(G)_{ab} G_{a\mu} G_b^\mu \tag{3.13}$$

şeklinde tanımlanır.

SO(14) grubunun spinor temsiliinin orbitlerinden elde edilen ϕ_A Higgs alanları cinsinden $M(G)_{ab}$ kütle matrisi

$$M(G)_{ab} = g^2 \sum_{A \in V} \left| \langle \phi_A \rangle \right|^2 \mu_A^a \mu_A^b \rho_A \quad (3.14)$$

şeklinde oluşturabilir. Burada ρ_A parametreleri orbitlerden gelen çarpan faktörleridir. $\left| \langle \phi_A \rangle \right|^2$ parametreleri de ϕ_A Higgs alanlarının vakum beklenen değerleridir. Ayrıca $\psi_A^a = \phi_A \mu_A^a$ olarak alındığı da açık olarak görülmektedir.

Fiziksel vektör alanları $A_{a\mu}$ için kütle matrisi de

$$g^2 \sum_{A \in V} \sum_{a,b=1}^5 M_{ab}'^A A_{a\mu} A_b^\mu \quad (3.15)$$

şeklinde kendini gösterecektir.

(2.38) ile verilen μ_A^a ağırlıkları ve (2.58) ile verilen G_a alanları ile A_a alanları arasındaki ilişki (3.13) ifadesinde kullanılırsa, (3.15) ifadesindeki kütle terimi $M_{ab}'^A$

$$\begin{aligned} M_{ab}'^A = & \left| \langle \Phi_A \rangle \right|^2 \frac{x^2}{2} \left[\frac{1}{9} C_{1a} C_{1b} m_{A3}^2 + \frac{1}{16} C_{2a} C_{2b} m_{A4}^2 + \frac{1}{25} C_{3a} C_{3b} m_{A5}^2 \right. \\ & + C_{4a} C_{4b} m_{A6}^2 + C_{5a} C_{5b} m_{A7}^2 + \frac{1}{12} (C_{1a} C_{2b} + C_{2a} C_{1b}) m_{A3} m_{A4} \\ & + \frac{1}{15} (C_{1a} C_{3b} + C_{3a} C_{1b}) m_{A3} m_{A5} + \frac{1}{3} (C_{1a} C_{4b} + C_{4a} C_{1b}) m_{A3} m_{A6} \\ & + \frac{1}{3} (C_{1a} C_{5b} + C_{5a} C_{1b}) m_{A3} m_{A7} + \frac{1}{20} (C_{2a} C_{3b} + C_{3a} C_{2b}) m_{A4} m_{A5} \\ & + \frac{1}{4} (C_{2a} C_{4b} + C_{4a} C_{2b}) m_{A4} m_{A6} + \frac{1}{4} (C_{2a} C_{5b} + C_{5a} C_{2b}) m_{A4} m_{A7} \\ & + \frac{1}{5} (C_{3a} C_{4b} + C_{4a} C_{3b}) m_{A5} m_{A6} + \frac{1}{5} (C_{3a} C_{5b} + C_{5a} C_{3b}) m_{A5} m_{A7} \\ & \left. + (C_{4a} C_{5b} + C_{5a} C_{4b}) m_{A6} m_{A7} \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

olarak bulunabilir.

3.3. Vakum Beklenen Değerlerinin Elde Edilmesi

Bütün vakum beklenen değerleri üzerinden foton kütle teriminin

$$M'_{11}(v_A) = 0 \quad (3.17)$$

olmasını şartı kullanılırsa, Higgs mekanizmasında yararlanılacak vakum beklenen değeri yani v_A parametreleri sıfır olmayan skaler alanlar, temsildeki beş orbit için en son haliyle bulunabilir.

$W(2\lambda_7)$ orbitinden gelecek skaler alanlar

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -10 \quad 0 \quad 2) \\ \Phi_2 &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 - \mu_5 + \mu_6 - \mu_7 \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad -6 \quad 2 \quad 0) \\ \Phi_3 &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 \\ &= (0 \quad 0 \quad 6 \quad 6 \quad -2 \quad 0 \quad 2) \\ \Phi_4 &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 - \mu_7 \\ &= (0 \quad 0 \quad 6 \quad -2 \quad -6 \quad 2 \quad 0) \\ \Phi_5 &= -\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 - \mu_6 + \mu_7 \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 10 \quad -2 \quad 0) \\ \Phi_6 &= -\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 - \mu_6 + \mu_7 \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad -8 \quad 6 \quad 0 \quad -2) \\ \Phi_7 &= -\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 - \mu_6 + \mu_7 \\ &= (0 \quad 0 \quad -6 \quad -6 \quad 2 \quad -2 \quad 0) \\ \Phi_8 &= -\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 - \mu_6 + \mu_7 \\ &= (0 \quad 0 \quad -6 \quad 2 \quad 6 \quad 0 \quad -2) \end{aligned} \quad (3.18)$$

şeklinde bulunacaktır.

$W(\lambda_5)$ orbitinden kütle mekanizmasına katkıda bulunacak skaler alanlar ise

$$\begin{aligned}
\Phi_9 &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_6 = (0 \ 0 \ 0 \ 4 \ -8 \ 1 \ 1) \\
\Phi_{10} &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_5 + \mu_6 = (0 \ 0 \ 3 \ -1 \ -8 \ 1 \ 1) \\
\Phi_{11} &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_6 + \mu_7 = (0 \ 0 \ 3 \ 3 \ -6 \ 0 \ 2) \\
\Phi_{12} &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_6 - \mu_7 = (0 \ 0 \ 3 \ 3 \ -6 \ 2 \ 0) \\
\Phi_{13} &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 + \mu_6 = (0 \ 0 \ 6 \ 2 \ -4 \ 1 \ 1) \\
\Phi_{14} &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_5 + \mu_6 = (0 \ 0 \ 3 \ 7 \ -4 \ 1 \ 1)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

olarak ortaya çıkacaktır. Ayrıca $A=9,...,14$ durumunda, Φ_{-A} skaler alanlarının da vakum beklenen değerleri sıfırdan farklı çıkmaktadır.

$W(\lambda_3)$ orbitinden gelecek skaler alanlar da

$$\begin{aligned}
\Phi_{15} &= \mu_4 + \mu_5 + \mu_7 = (0 \ 0 \ -3 \ -3 \ -4 \ -1 \ 1) \\
\Phi_{16} &= \mu_4 + \mu_5 - \mu_7 = (0 \ 0 \ -3 \ -3 \ -4 \ 1 \ -1) \\
\Phi_{17} &= \mu_4 - \mu_5 + \mu_7 = (0 \ 0 \ -3 \ 5 \ 0 \ -1 \ 1) \\
\Phi_{18} &= \mu_4 - \mu_5 - \mu_7 = (0 \ 0 \ -3 \ 5 \ 0 \ 1 \ -1)
\end{aligned} \tag{3.20}$$

şeklinde verilebilir. Bu orbitten $A=15,...,18$ altında Φ_{-A} skaler alanları da gelmektedir.

Aynı amaçla, $W(\lambda_1)$ orbitinden kaynaklanacak skaler alanlar ise (3.9) ifadesindeki skaler alanlardan elenerek

$$\begin{aligned}
\Phi_{19} &= \mu_4 = (0 \ 0 \ -3 \ 1 \ -2 \ 0 \ 0) \\
\Phi_{20} &= \mu_5 = (0 \ 0 \ 0 \ -4 \ -2 \ 0 \ 0) \\
\Phi_{21} &= \mu_7 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 1)
\end{aligned} \tag{3.21}$$

olarak elde edilebilir. Burada da $A=19,20,21$ olmak şartıyla, Φ_{-A} skaler alanları kütleye katkıda bulunacaktır. Sonuçta, toplam 34 tane Higgs alanı elde edilecektir.

Vakum beklenen değeri sıfırdan farklı olan alanların vakum beklenen değeri

$$(v.b.d.)_A = v_A = \begin{cases} |\langle \Phi_A \rangle|^2 & , A = 1, \dots, 8 \\ |\langle \Phi_A \rangle|^2 + |\langle \Phi_{-A} \rangle|^2 & , A = 9, \dots, 21 \end{cases} \quad (3.22)$$

olarak isimlendirilebilir. Bu durumda 21 tane Higgs alanı kütle mekanizmasına katkıda bulunacaktır.

$A=1, \dots, 8$ durumu $W(2\lambda_7)$ orbitinin kompleks, $A=9, \dots, 21$ durumu da $W(\lambda_1), W(\lambda_3)$ ve $W(\lambda_5)$ orbitlerinin reel olmasından kaynaklanmaktadır.

Bu durumda $W(\lambda_1)$ orbitinden yüksüz alanların kütle terimine gelecek katkı

$$\begin{aligned} M'_{ab(W(\lambda_1))} = & \frac{e^2}{2} 10 \{ v_{19} [C_{1a} C_{1b} + \frac{1}{16} C_{2a} C_{2b} + \frac{4}{25} C_{3a} C_{3b} - \frac{1}{4} (C_{1a} C_{2b} + C_{2a} C_{1b}) \\ & + \frac{2}{5} (C_{1a} C_{3b} + C_{3a} C_{1b}) - \frac{1}{10} (C_{2a} C_{3b} + C_{3a} C_{2b})] + v_{20} [C_{2a} C_{2b} + \frac{4}{25} C_{3a} C_{3b} \\ & + \frac{2}{5} (C_{2a} C_{3b} + C_{3a} C_{2b})] + v_{21} [C_{4a} C_{4b} + C_{5a} C_{5b} - (C_{4a} C_{5b} + C_{5a} C_{4b})] \} \end{aligned} \quad (3.23)$$

olarak bulunacaktır.

Diğer üç orbitten gelecek kütle katkıları, içerdikleri v_A vakum beklenen değerlerine göre EK-C bölümünde açık olarak verilmiştir.

3.4. Yüksüz Aracı Bozonların Kütle Terimleri

Kütle matrisinin köşegenleştirme koşulu

$$M'_{ab}(W) \equiv \sum_{A \in W} M'_{ab}(v_A) = 0 \quad , \quad a \neq b \quad (3.24)$$

yardımları ile, Z ve A_3 yüksüz aracı bozonların kütle terimleri arasında bir ilişki kurulabilir. (3.2) ifadesinde verilen temsillerin (3.3) ifadesindeki $W(\lambda_1), W(\lambda_3), W(\lambda_5)$ ve $W(2\lambda_7)$ orbitleri göz önüne alınacaktır. $V(\lambda_1)$ ve $V(\lambda_3)$ temsillerinde yer alan orbitlerden ise kütleye katkı gelmemektedir.

Z bozon karışımının kütle terimini, m_{Aa} parametrelerine bağlı olarak

$$\begin{aligned} M_{23}^{'A} = & \frac{e^2}{2} \frac{1}{\sqrt{195}} \left[\frac{5}{3} m_{A3}^2 + \frac{3}{5} m_{A4}^2 - \frac{22}{15} m_{A5}^2 + \frac{20}{3} m_{A6}^2 - 8m_{A7}^2 + 2m_{A3}m_{A4} \right. \\ & - 3m_{A3}m_{A5} + \frac{20}{3} m_{A3}m_{A6} + \frac{14}{3} m_{A3}m_{A7} - \frac{9}{5} m_{A4}m_{A5} + 4m_{A4}m_{A6} \\ & \left. + \frac{14}{5} m_{A4}m_{A7} - 6m_{A5}m_{A6} + \frac{106}{15} m_{A5}m_{A7} + \frac{28}{3} m_{A6}m_{A7} \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

şeklinde yazabilir.

Bu kütle terimi 2002 multipletini oluşturan $V(\lambda_5)$ temsili için, (3.22) ifadesi ile verilen v_A vakum beklenen değerlerine

$$\begin{aligned} M_{23}^{'2} = & -e^2 \frac{32}{3\sqrt{195}} [15(v_{19} + v_{20} + v_{21}) + 4(9v_{15} + v_{16} + v_{17} + v_{18}) \\ & - 22(v_{12} + v_{13} + v_{14})] \\ = & 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

biçiminde bağlı olarak çıkacaktır. Sırasıyla $W(\lambda_1), W(\lambda_3)$ ve $W(\lambda_5)$ orbitlerine göre v_A vakum beklenen değerlerini her bir orbit için

$$\begin{aligned} v_A = \eta & \quad , \quad A = 19, 20, 21 \\ v_A = \gamma & \quad , \quad A = 15, \dots, 18 \\ v_A = \beta & \quad , \quad A = 9, \dots, 14 \end{aligned} \quad (3.27)$$

şeklinde isimlendirilecek olursa, $V(\lambda_s)$ temsiline v_A vakum beklenen değerleri arasındaki ilişki

$$(15\eta + 16\gamma - 22\beta) = 0 \quad (3.28)$$

olarak bulunacaktır.

Bu koşul Z bozonun kütle terimi

$$\begin{aligned} M'_{22} = \frac{e^2}{2} & \left[\frac{5}{12} m_{A3}^2 + \frac{3}{20} m_{A4}^2 + \frac{1}{15} m_{A5}^2 + \frac{5}{3} m_{A6}^2 + \frac{3}{5} m_{A7}^2 + \frac{1}{2} m_{A3} m_{A4} \right. \\ & + \frac{1}{3} m_{A3} m_{A5} + \frac{5}{3} m_{A3} m_{A6} - m_{A3} m_{A7} + \frac{1}{5} m_{A4} m_{A5} + m_{A4} m_{A6} \\ & \left. - \frac{3}{5} m_{A4} m_{A7} - \frac{3}{5} m_{A4} m_{A7} + \frac{2}{3} m_{A5} m_{A6} - \frac{2}{5} m_{A5} m_{A7} - 2 m_{A6} m_{A7} \right] \end{aligned} \quad (3.29)$$

ve A_3 bozonunun kütle terimi M'_{33}

$$\begin{aligned} M'_{33} = \frac{e^2}{2} \frac{4}{117} & \left[m_{A3}^2 + \frac{9}{25} m_{A4}^2 + \frac{121}{25} m_{A5}^2 + 4 m_{A6}^2 + 16 m_{A7}^2 + \frac{6}{5} m_{A3} m_{A4} \right. \\ & - \frac{22}{5} m_{A3} m_{A5} + 4 m_{A3} m_{A6} + 8 m_{A3} m_{A7} - \frac{66}{25} m_{A4} m_{A6} + \frac{12}{5} m_{A4} m_{A6} \\ & \left. + \frac{24}{5} m_{A4} m_{A7} - \frac{44}{5} m_{A5} m_{A6} - \frac{88}{5} m_{A5} m_{A7} + m_{A6} m_{A7} \right] \end{aligned} \quad (3.30)$$

içerisinde kullanılacak olursa, aranılan ilişki kurulmuş olacaktır.

$V(\lambda_s)$ temsiline v_A vakum beklenen değerlerine göre M'_{22} kütle terimi

$$M_{22}'^2 = M_Z'^2 = e^2 \frac{32}{15} [15(v_{19} + v_{20} + v_{21}) + 4(9v_{15} + v_{16} + v_{17} + v_{18}) + 4(v_{12} + v_{13} + v_{14})] \quad (3.31)$$

şeklinde elde edilirken, $M_{33}'^2$ kütle terimi de

$$M_{33}'^2 = M_{A_3}'^2 = e^2 \frac{8}{117} [15(v_{19} + v_{20} + v_{21}) + 4(9v_{15} + v_{16} + v_{17} + v_{18}) + 870(v_{12} + v_{13} + v_{14})] \quad (3.32)$$

olarak ortaya çıkacaktır.

(3.31) ifadesi (3.27) ile tanıtilan yeni parametrelere göre

$$M_Z'^2 = e^2 \frac{32}{5} (15\eta + 16\gamma + 4\beta) \quad (3.33)$$

değerini alırken, (3.32) ifadesi de

$$M_{A_3}'^2 = e^2 \frac{8}{39} (15\eta + 16\gamma + 290\beta) \quad (3.34)$$

biçimini alacaktır.

(3.28) ifadesindeki parametrelerin ilişkileri sonucu $M_Z'^2$ kütle terimi

$$M_Z'^2 = e^2 \frac{832}{5} \beta \quad (3.35)$$

olurken, $M_{A_3}'^2$ kütle terimi de

$$M_{A_3}'^2 = e^2 64\beta \quad (3.36)$$

değerini alacaktır.

Sonuçta, Z ve A_3 bozonlarının kütle terimleri arasındaki bağıntı

$$\left(\frac{M_Z'}{M_{A_3}'} \right)^2 = \frac{13}{5} \quad (3.37)$$

olarak elde edilir.

1716 multipletini oluşturan $V(2\lambda_7)$ temsiline orbitlerinden gelecek kütle katkıları, (3.24) ile verilen köşegenleştirme şartı altında Z bozonun karışık kütle terimi için uygulanacak olursa

$$\begin{aligned} M_{23}'^2 &= -e^2 \frac{32}{3\sqrt{195}} [10(v_{19} + v_{20} + v_{21}) + 3(9v_{15} + v_{16} + v_{17} + v_{18}) \\ &\quad - 22(v_{12} + v_{13} + v_{14}) - 22(v_2 + v_3 + v_4) + 30v_1 - 36v_7] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

ifadesi elde edilir. Burada söz konusu olan orbitler $W(\lambda_1), W(\lambda_3), W(\lambda_5)$ ve $W(2\lambda_7)$ orbitleridir. (3.27) ifadesine ek olarak, (3.22) ile verilen v_A vakum beklen değerlerinden $W(2\lambda_7)$ orbiti ile ilişkili olarak

$$v_A = \alpha \quad , \quad A = 1, \dots, 8 \quad (3.39)$$

parametresi tanımlanabilir.

(3.27) ve (3.39) ifadeleri altında (3.38) ifadesinden

$$(5\eta + 6\gamma - 11\beta - 12\alpha) = 0 \quad (3.40)$$

koşulu elde edilecektir. Bu koşuldan yararlanarak Z ve A_3 bozonlarının kütle

terimleri arasında bir ilişki bulunabilir.

(3.29) ifadesine dayanarak Z bozonun kütle terimi (3.22) ile verilen v_A vakum beklen değerleri cinsinden

$$M_{22}'^2 = M_Z'^2 = e^2 \frac{32}{15} [10(v_{19} + v_{20} + v_{21}) + 3(9v_{15} + v_{16} + v_{17} + v_{18}) + 4(v_{12} + v_{13} + v_{14}) + 4v_1 + 16v_7 + (v_2 + v_3 + v_4)] \quad (3.41)$$

olarak bulunurken, A_3 bozonuna ilişkin kütle terimi (3.30) ifadesinin yardımıyla

$$M_{33}'^2 = M_{A_3}'^2 = e^2 \frac{8}{117} [10(v_{19} + v_{20} + v_{21}) + 3(9v_{15} + v_{16} + v_{17} + v_{18}) + 169(v_9 + v_{10} + v_{11}) + 121(v_{12} + v_{13} + v_{14}) + 225v_1 + 81v_7 + 121(v_2 + v_3 + v_4) + 169(v_5 + v_6 + v_8)] \quad (3.42)$$

şeklinde elde edilecektir.

(3.27) ve (3.39) ifadelerinin kullanılmasıyla (3.41) ifadesi

$$M_Z'^2 = e^2 \frac{64}{15} (15\eta + 18\gamma + 6\beta + 16\alpha) \quad (3.43)$$

olarak dönüşürken, (3.42) ifadesi de

$$M_{A_3}'^2 = e^2 \frac{16}{39} (5\eta + 6\gamma + 145\beta + 196\alpha) \quad (3.44)$$

şeklinde dönüşecektir.

(3.40) ile verilen koşul uygulanırsa (3.43) ifadesi

$$M_Z'^2 = e^2 \frac{832}{15} (4\alpha + 3\beta) \quad (3.45)$$

ve (3.44) ifadesi de

$$M_{A_3}'^2 = e^2 \frac{64}{3} (4\alpha + 3\beta) \quad (3.46)$$

olarak yazılabilir.

Açıkça görüldüğü gibi, kütle terimleri arasındaki oran vakum beklenen değerlerine burada da bağlı olmayacaktır ve sonuç

$$\left(\frac{M_Z'}{M_{A_3}'} \right)^2 = \frac{13}{5} \quad (3.47)$$

olarak ortaya çıkmaktadır ki bu, 2002 multiyeti için elde edilen (3.37) oranın aynısıdır.

SONUÇLAR

SO(14) grubunun 64 boyutlu spinor temsili altında 3+1 ailesi birleştirilmiştir. Bu da ancak, yüksüz ayar etkileşmeleri için L-R asimetrisi mekanizmasının çalıştırılmasıyla mümkün olmuştur. Bilinen kuvvetli ve elektromanyetik etkileşmeler, $SO(14) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ ayar grubunun simetri kırılması gözönüne alınarak tüm dört aile için elde edilmiştir. Bilinen ilk üç ailenin zayıf etkileşmeleri SM' deki $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu ile oluşturulmuştur. Ancak, dördüncü ailenin zayıf etkileşmedeki fermiyon yüklerinin düşük enerji seviyelerinde belirlenmiş yükleri sağlamadığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca, dördüncü ailenin zayıf etkileşme için elde edilen fermiyon yüklerinden bu ailenin sadece sol elli fermiyonlar içerdiği görülmüştür.

Fiziksel açıdan, sadece bilinen üç aile için fenomenolojik veriler vardır. Fakat dördüncü ailenin varlığı, dördüncü nötrinonun varlığına götürecek kozmolojik verilen mümkün olmasından dolayı mümkün olabilir.

SO(14) ayar grubunun simetri kırılması sırasında ortaya çıkacak yüksüz aracı bozonlara Higgs mekanizması ile kütle kazandırılmıştır. Yüksüz aracı bozonlar için Higgs mekanizmanın tanımlanması, SO(14) grubuna ait 2002 ve 1716 boyutlu temsilleri ile yapılmıştır. Sonuçta, bu temsillerin ikisinde de aracı bozonların kütle terimleri arasındaki ilişkinin aynı çıktığı görülmüştür.

KAYNAKLAR

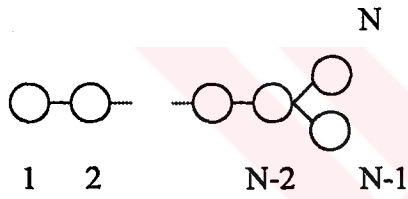
- [1] **KARADAYI, H. R. , “SO(14) Unification of 3+1 Families”, ICTP, Trieste, preprint IC/82/15**
- [2] **KARADAYI, H. R. , “L-R Symmetry in GUT’s”, ICTP, Trieste, preprint IC/82/6**
- [3] **HARARI, H. , SLAC-PUB-1974 (1977)**
- [4] **HUMPHYREYS, J. E. , Introduction to Lie Algebras and Representation Theory (Springer Verlag, 1972)**
- [5] **SERRE, J. P , Algebres de Lie-Simple Complexes (Benjamin, Newyork 1972)**
- [6] **KARADAYI, H. R. , “Anatomy of Grand Unifying Groups-II”, ICTP, Trieste, preprint IC/82/15**
- [7] **KARADAYI, H. R. , “Anatomy of Grand Unifying Groups”, ICTP, Trieste, preprint IC/82/213**

EK-A. GENEL KAVRAMLARIN TANIMLANMASI

A.1.SO(2N) Yapısındaki Grupların Tanımlanması

En genel bir SO(2N) grubu, rankı N olmak üzere D_N cebrine eşdeğerdir.

SO(2N)= D_N cebrinin Dynkin diyagramı



Şekil A.1 SO(2N) yapısındaki Bir Grubun Dynkin Diyagramı

olarak gösterilebilir.

Dynkin diyagramının yardımıyla grubun Cartan matrisi

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & \dots & & -1 & 2 & 0 \\ 0 & \dots & & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (A.1)$$

olarak yazılabilir.

α_i parametreleri basit kökler ve λ_i parametreleri de baskın ağırlıklar olmak üzere aralarındaki ilişki Cartan matrisi elemanlarına bağlı olarak $\alpha_i = C_{ij}\lambda_j$ şeklinde verilir.

λ ağırlıklarının baskın ağırlık olabilmesi için $(\lambda, \alpha_i) \in \mathbb{Z}^+$ şartı sağlanıyor olmalıdır. Ayrıca, $(\lambda_i, \alpha_j) = \delta_{ij}$ şartını sağlayan baskın ağırlıklara da temel baskın ağırlık denir.

Cebirin kök sistemi $\alpha = \sum_i n_i \alpha_i$, $n_i \in \mathbb{Z}^+$ olarak verilirken, kök sistemine dual olan ağırlık sistemi de $\lambda = \sum_i m_i \lambda_i$, $m_i \in \mathbb{Z}^+$ şeklinde tanımlanır. Gerek kök sistemi, gerekse ağırlık sistemi üzerinde, grubun rankına ilişkili olarak bir sınırlandırma mevcuttur.

Eğer bir baskın ağırlık biliniyorsa, onunla ilgili baskın olmayan ağırlıklar Weyl yansıması ile bulunabilir.

μ herhangi bir ağırlık olmak üzere, herhangi bir α köküne göre Weyl yansıması

$$\sigma_\alpha : \mu \rightarrow \mu - (\mu, \alpha)\alpha \quad (\text{A.2})$$

olarak verilir. σ_α , Weyl yansıma operatörüdür.

SO(2N) yapısındaki bir grubun λ_1 baskın ağırlığına göre Weyl yansımaları

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \lambda_1 \\ \mu_2 &= -\lambda_1 + \lambda_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \mu_{N-2} &= -\lambda_{N-3} + \lambda_{N-2} \\ \mu_{N-1} &= -\lambda_{N-2} + \lambda_{N-1} + \lambda_N \\ \mu_N &= -\lambda_{N-1} + \lambda_N \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

şeklinde elde edilebilir. Burada çıkan yansımaların negatif değerleri de elde edilecektir. (A.3) ile verilen μ_i yansımalarına temel ağırlıklar denir ve bu ağırlıkların $(\mu_i, \mu_j) = \delta_{ij}$ şartını sağladığı açıkça görülebilir.

A.2. Orbit Kavramı ve Temsillerin Ayırışımı

Bir temsilin içerdiği tüm baskın ağırlıklar biliniyorsa, tüm ağırlık spektrumu (A.2) ile verilen Weyl yansımaları ile hesaplanabilir. Bu noktada Weyl orbiti kavramı önemli bir yer tutmaktadır. $W(\lambda)$ olarak simgelenen Weyl orbiti bir baskın ağırlık ve onun Weyl eşleniklerinden oluşmuştur. Burada Weyl orbiti kavramından söz ederken

- i) İki baskın ağırlık birbirinin Weyl eşleniği olamayacağı,
- ii) Birbirinin Weyl eşleniği olan iki ağırlık aynı temsilde aynı çok katlılığa sahip olacağını belirtmekte yarar olacaktır.

Bir grubun bir $V(\lambda)$ temsili için ağırlık spektrumu için

$$V(\lambda) = W(\lambda) + \sum_{\lambda_i} m(\lambda_i, \lambda) W(\lambda_i) \quad (\text{A.4})$$

şeklinde bir ayırışım düşünülebilir. Buradaki λ_i ağırlıkları λ baskın ağırlığının alt baskın ağırlıklarıdır. Pozitif tamsayı olan $m(\lambda_i, \lambda)$ sayıları ise bunların $V(\lambda)$ temsili içindeki çokkatlılıklarıdır. Sadece kendi Weyl orbitinden ibaret olan temsillere elementer temsil denir. (A.4) ifadesinde olduğu gibi diğer orbitleri de içeriyorsa bu temsillere bileşik temsiller denir. Sonuçta Weyl eşleniklerinin çok katlılıklarının eşit olduğu ve temel baskın ağırlıkların çokkatlılıklarının daima 1'e eşit olduğu görülecektir.

A.3. Baz Seçimi ve Baz Elemanları Arasındaki İlişkiler

Bir lineer vektör uzayı bazı olarak, bir L Lie cebrinin tasvirinde çeşitli baz sistemleri seçmek mümkündür. Bu çalışmada Standart Cartan–Weyl bazı elemanları kullanılmıştır.

Kök sistemleri ile cebri ilişkisini belirleyebilmek için Cartan alt cebri tanımına ihtiyaç vardır. Cartan alt cebri, Lie cebri köşegen matrislerini baz olarak kabul eden vektör uzayı olarak tanımlanır. Cebri köşegen elemanlarını içeren bu baz

elemanları H^a olarak isimlendirilir. Lie cebirinin köşegen olmayan elemanlarını ise E_α baz elemanı içermektedir.

Baz elemanları arasındaki ilişkiler

$$\begin{aligned} [E_\alpha, E_\beta] &= \begin{cases} N_{\alpha\beta} E_{\alpha+\beta} & , \alpha + \beta \in \Phi \\ \alpha^a H^a & , \alpha + \beta = 0 \\ 0 & , \alpha + \beta \notin \Phi, \alpha + \beta \neq 0 \end{cases} \\ [H^a, E_\alpha] &= \alpha^a E_\alpha & , \alpha \in \Phi \\ [H^a, H^b] &= 0 & , a, b = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (A.5)$$

şeklinde verilebilir.

Verilen ifadelerde Φ terimi kök sistemine, $N_{\alpha\beta}$ katsayıları ise normalizasyon sabitine karşılık gelmektedir.

EK-B SO(10) GRUBU ALTINDA 1 AİLE OLUŞUMU VE YÜKSÜZ ARACI BOZONLARA KÜTLE KAZANDIRILMASI

B.1. S0(10) Grubu Altında 1 Aile Oluşumu

SO(10) grubu için (1.1) ifadesinde verilen kırılma zincirini göz önüne alınacaktır. Yüksüz ayar etkileşmelerinin düşük enerjilerde sağlaması gereken Standart Model'deki kiral fermiyon yükleri, (2.13) ifadesindeki Lagranjiyende verilmiştir. (2.16), (2.17) ve (2.31) ifadeleri ile verilen fenomenolojik yükler bu Lagranjiyeni sağlıyor olmalıdır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, bu sefer fermiyon sayısının 16 olduğu ve dolayısıyla 1 aile için bilinen etkileşmelerin ortaya çıkacağıdır. Bu da ancak, grubun 16 boyutlu $V(\lambda_5)$ spinor temsili ile çalışılmasıyla elde edilebilmektedir.

SO(14) grubunda olduğu gibi burada da Standart Cartan-Weyl ve Gell-Mann bazlarındaki yüksüz doğuraylar arasında bir ilişki kurmaya çalışılmalıdır.

SO(10) grubunun μ_A temel ağırlıkları ile H^a Standart Cartan-Weyl bazı elemanı arasındaki ilişki

$$H_{AB}^a = \mu_A^a \delta_{AB} \quad ; \quad a = 1, \dots, 5 \quad , \quad A, B = 1, \dots, 5 \quad (B.1)$$

şeklinde verilebilir.

Buradan da görüldüğü üzere SO(10) grubunun temel ağırlıklarının sayısı grubun rankı kadardır.

μ_A temel ağırlıkları m_A parametreleri cinsinden

$$\mu_A^a = \frac{x}{\sqrt{2}}(m_{A1}O_{1a} + \frac{1}{\sqrt{3}}m_{A2}O_{2a} + \frac{1}{\sqrt{6}}m_{A3}O_{3a} + m_{A4}O_{4a} + m_{A5}O_{5a}) \quad (B.2)$$

şeklinde verilebilir. Burada O_{Aa} parametreleri ortagonal baz elemanlarıdır.

Gell-Mann baz elemanları λ^a ve m_{Aa} parametreleri arasındaki ilişki (2.39) ifadesi ile verilmiştir. H^a Standart Cartan–Weyl bazı elemanı ile λ^a arasındaki ilişkiyi veren (2.40) ifadesinin de yardımıyla H^a baz elemanları m_{Aa} parametrelerine (2.42) ifadesinde olduğu gibi bağlanabilir. (2.41) ile verilen Lagranjiyen altında Gell-Mann normalizasyon grup alanları G_a ve Z_b yüksüz grup alanları arasındaki ilişki (2.43) ifadesindeki gibi olacaktır.

Bunun sonucunda SO(10) için yüksüz Lagranjiyen

$$\delta L^{NE} = \frac{1}{2} g \overline{\psi_A} \gamma_\mu \psi_A (G_1^\mu m_{A1} + \frac{1}{\sqrt{3}} G_2^\mu m_{A2} + \frac{1}{\sqrt{6}} G_3^\mu m_{A3} + G_4^\mu m_{A4} + G_5^\mu m_{A5}) \quad (B.3)$$

şeklinde elde edilebilir.

Burada $A=1,...,5$ değerlerini alacak şekilde ψ_A terimleri fermiyon alanlarıdır.

SO(14) grubunda takip edilen yöntemle, SO(10) grubunun μ_A temel ağırlıkları m_A parametreleri cinsinden

$$\begin{aligned} \mu_1 &= (1 & 1 & -2 & 0 & 0) \\ \mu_2 &= (-1 & 1 & -2 & 0 & 0) \\ \mu_3 &= (0 & -2 & -2 & 0 & 0) \\ \mu_4 &= (0 & 0 & 0 & 1 & -1) \\ \mu_5 &= (0 & 0 & 0 & -1 & 1) \end{aligned} \quad (B.4)$$

şeklinde bulunabilir.

SO(10) grubunun 16 boyutlu spinor temsilinin ağırlıkları, Weyl yansımasına gerek kalmadan (2.49) ifadesine benzer şekilde alt orbitlere bağlı olarak elde edilebilir.

Bunun sonucunda grubun 16 boyutlu temsilinin alt orbitlere göre ayrışımı

$$\underline{16} = \underline{1} + \underline{10} + \underline{5}^* \quad (\text{B.5})$$

olarak elde edilebilir.

(B.3) ifadesinde verilen G_1 ve G_{2a} alanları renksiz gluonlardır ve simetri kırılmasının birinci basamağında ayrılmışlardır. Geri kalan üç aracı bozon için alanların fiziksel olmalarını sağlayacak

$$G_{3a} = \frac{e}{g} \frac{\sqrt{6}}{3} C_{1a} A^a, \quad G_{4a} = \frac{e}{g} C_{2a} A^a, \quad G_{5a} = \frac{e}{g} C_{3a} A^a \quad (\text{B.6})$$

şeklinde bir elektrozayıf karışım önerilebilir.

Bu karışımlar (B.3) ifadesinde kullanılır ve sonuç (2.13) ifadesi karşılaştırılırsa, fermiyonlar için yük ifadesi

$$Q_{Aa} = \frac{e}{2} \left(\frac{1}{3} m_{A3} C_{1a} + m_{A4} C_{2a} + m_{A5} C_{3a} \right) \quad (\text{B.7})$$

olacak şekilde elde edilebilir. (2.17) ile verilen elektromanyetik yük eşitlikleri için grubun spinor temsilinden elde edilen 16 ağırlık kullanılacak olursa C_{b1} katsayıları

$$C_{11} = C_{21} = C_{31} = 1 \quad (\text{B.8})$$

olarak bulunacaktır.

Bu çözüm setinden, A_1 alanının yüksüz foton alanı olduğu görülebilir.

Lepton ve anti-leptonlar için

$$\begin{aligned}
 (+ + + + +) &= (0 \quad 0 \quad -3 \quad 0 \quad 1) \rightarrow N_L \\
 (- - - - +) &= (0 \quad 0 \quad 3 \quad -1 \quad 0) \rightarrow N_L^c \\
 (+ + + - -) &= (0 \quad 0 \quad -3 \quad 0 \quad -1) \rightarrow E_L \\
 (- - - + -) &= (0 \quad 0 \quad 3 \quad 1 \quad 0) \rightarrow E_L^c
 \end{aligned} \tag{B.9}$$

ifadesi elde edilirken, quark ve anti-quark fermiyonları için

$$\begin{aligned}
 (- + + - +) &= (-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 0) \\
 (+ - + - +) &= (1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 0) \\
 (+ + - - +) &= (0 \quad 2 \quad -1 \quad -1 \quad 0)
 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} (- + + - +) \\ (+ - + - +) \\ (+ + - - +) \end{aligned}} \right\} \rightarrow U_L^c \tag{B.10}$$

$$\begin{aligned}
 (+ - - + +) &= (1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1) \\
 (- + - + +) &= (-1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1) \\
 (- - + + +) &= (0 \quad -2 \quad 1 \quad 0 \quad 1)
 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} (+ - - + +) \\ (- + - + +) \\ (- - + + +) \end{aligned}} \right\} \rightarrow U_L \tag{B.11}$$

$$\begin{aligned}
 (- + + + -) &= (-1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 0) \\
 (+ - + + -) &= (1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 0) \\
 (+ + - + -) &= (0 \quad 2 \quad -1 \quad 1 \quad 0)
 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} (- + + + -) \\ (+ - + + -) \\ (+ + - + -) \end{aligned}} \right\} \rightarrow D_L \tag{B.12}$$

$$\begin{aligned}
 (+ - - - -) &= (1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad -1) \\
 (- + - - -) &= (-1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad -1) \\
 (- - + - -) &= (0 \quad -2 \quad 1 \quad 0 \quad -1)
 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} (+ - - - -) \\ (- + - - -) \\ (- - + - -) \end{aligned}} \right\} \rightarrow D_L \tag{B.13}$$

ifadeleri yazılabilmektedir.

Fermiyonlar için belirlenen ağırlıkların (B.7) ifadesine uygulanınca (2.31) ile verilen fenomenolojik zayıf yükleri vermesi gerekir. Burada, $SO(14)$ grubunda olduğu gibi L-R asimetri mekanizması çalıştırılarak C_{b2} katsayıları

$$C_{12} = C_{22} = -\frac{x}{\lambda} \quad , \quad C_{32} = \frac{\lambda}{x} \quad (B.14)$$

şeklinde bulunabilir. Oluşturulan $A_2 = Z$ durumunda, Z zayıf etkileşmelerin yüksüz aracı bozonudur.

(B.6) ifadesinin yardımıyla oluşturulacak ortogonal matrisin $OO^T = 1$ şartından C_{b3} katsayıları

$$C_{13} = 2\sqrt{\frac{3}{5}} \quad , \quad C_{23} = -\frac{4}{\sqrt{15}} \quad , \quad C_{33} = 0 \quad (B.15)$$

olarak bulunurken $x^2 = \frac{3}{8}$ limit değerinin burada da elde edildiği gözlenir.

B.2. Kütle Mekanizması

Burada $SO(14)$ grubu için önerilen kütle mekanizmasının aynısı $SO(10)$ grubu için uygulanacaktır. Söz konusu kütlelerin eldesi için boyutları

$$V(\lambda_1) = \underline{10} \quad , \quad V(\lambda_3) = \underline{120} \quad , \quad V(2\lambda_5) = \underline{126} \quad (B.16)$$

ile verilen temsillerin

$$V(\lambda_5) \otimes V(\lambda_5) = V(\lambda_1) \oplus V(\lambda_3) \oplus V(2\lambda_5) \quad (B.17)$$

ayrışımı göz önüne alınacaktır.

Bu ifadenin tek başına yeterli olmayacağı açıktır. (B.16) ayrışımındaki indirgenemez temsillerin

$$\begin{aligned} V(\lambda_1) &\equiv W(\lambda_1) \\ V(\lambda_3) &\equiv W(\lambda_3) + 4W(\lambda_1) \\ V(2\lambda_5) &\equiv W(2\lambda_5) + W(\lambda_3) + 3W(\lambda_1) \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

şeklinde verilen orbit ayrışımına ihtiyaç vardır.

Burada $W(2\lambda_5)$, esas baskın ağırlık $2\lambda_5$ parametresinin 16 boyutlu orbitidir. λ_1 ve λ_3 de bu temsilin diğer esas baskın ağırlıklarıdır.

Yüksüz aracı bozonlara kütle kazandırabilecek skaler alanlarının elde edilmesi sırasında renkli QCD etkileşmelerinin α_1, α_2 basit köklerinden ve $\alpha_1 + \alpha_2$ köklerinden kaynaklandığı unutulmamalıdır. (3.6) ifadesinde verilen topolojik koşul burada da geçerlidir.

(3.4) ifadesinden yola çıkarak elde edilen (3.8) boy koşulu $SO(10)$ grubu için uyarlanacak olursa, $W(2\lambda)$ orbitinden kaynaklanacak skaler alanlar

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 \equiv (0 \quad 0 \quad -6 \quad 0 \quad 2) \\ \Phi_2 &= \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 \equiv (0 \quad 0 \quad -6 \quad 0 \quad -2) \\ \Phi_3 &= -\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 - \mu_5 \equiv (0 \quad 0 \quad 6 \quad 2 \quad 0) \\ \Phi_4 &= -\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 + \mu_5 \equiv (0 \quad 0 \quad 6 \quad -2 \quad 0) \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

olarak ortaya çıkacaktır.

$W(\lambda_3)$ orbitinden gelecek skaler alan

$$\Phi_4 = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 \equiv (0 \quad 0 \quad -6 \quad 0 \quad 0) \quad (\text{B.20})$$

olurken, $W(\lambda_1)$ orbitinden elde edilecek skaler alanlar ise

$$\begin{aligned} \Phi_5 = \mu_4 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1) \\ \Phi_6 = \mu_5 &\equiv (0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 1) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

şeklinde ortaya çıkacaktır.(B.20) ve (B.21) ifadelerinin negatif değerlerinin de geldiği görülecektir.

Görüldüğü üzere 10 tane Higgs alanı fermiyonlara kütle kazandırabilecek niteliktedir. Diğer skaler alanların vakum beklenen değerlerinin sıfır olmasından dolayı kütle mekanizmasına katkıda bulunabilmeleri imkansızdır.

(3.13) ile verilen kütle matris elemanlarının μ_A^a ağırlıklarını ne şekilde içerdiği (3.14) ifadesi ile verilmişti. (3.15) ifadesinde geçen A_a fiziksel alanlarıyla ilişkili $M_{ab}'^A$ kütle terimlerini bulmak için, (B.2) ile verilen μ_A^a ağırlıkları ve (B.6) ile verilen G_a ve A_a alanları arasındaki ilişki (3.13) ifadesinde kullanılırsa, $M_{ab}'^A$ kütle terimi

$$\begin{aligned} M_{ab}'^A &= \left\langle \Phi_A \right\rangle^2 \frac{x^2}{2} \rho_A \left[\frac{1}{9} C_{1a} C_{1b} m_{A3}^2 + C_{2a} C_{2b} m_{A4}^2 + C_{3a} C_{3b} m_{A5}^2 \right. \\ &\quad + \frac{1}{3} (C_{1a} C_{2b} + C_{2a} C_{1b}) m_{A3} m_{A4} + \frac{1}{3} (C_{1a} C_{3b} + C_{3a} C_{1b}) m_{A3} m_{A5} \\ &\quad \left. + (C_{2a} C_{3b} + C_{3a} C_{2b}) m_{A4} m_{A5} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

olarak yazılabilir.

Boy şartından elde edilen Higgs alanlarının kullanılmasıyla en genel bir matris elemanı

$$\begin{aligned}
M'_{ab} = & 3 \frac{e^2}{2} (\langle \Phi_{-2} \rangle^2 + \langle \Phi_2 \rangle^2) (C_{2a} C_{2b} + C_{3a} C_{3b} - C_{2a} C_{3b} - C_{3a} C_{2b}) \\
& + 4 \frac{e^2}{2} \langle \Phi_4 \rangle^2 (C_{1a} C_{1b} + C_{3a} C_{3b} - C_{1a} C_{3b} - C_{3a} C_{1b}) \\
& + 4 \frac{e^2}{2} \langle \Phi_7 \rangle^2 (C_{1a} C_{1b} + C_{2a} C_{2b} - C_{1a} C_{2b} - C_{2a} C_{1b})
\end{aligned} \tag{B.23}$$

şeklinde yazılabilir. Ayrıca bu işlemler sırasında foton kütle teriminin sıfır olması şartı da kullanılmıştır.

$$(v.b.d.)_A = v_A = \begin{cases} \langle \Phi_A \rangle^2 & , \quad A = 4, 7 \\ \langle \Phi_A \rangle^2 + \langle \Phi_{-A} \rangle^2 & , \quad A = 2 \end{cases} \tag{B.24}$$

ifadesi altında ve kütle matrisinin köşegenleştirilmesi koşulu ile $v_2 = 2v_4$ bulunur.

Yüksüz aracı bozonların kütleleri arasındaki bağıntı da

$$\left(\frac{M'_Z}{M'_{A_3}} \right)^2 = \frac{8v_4}{3v_4 + 5v_7} \tag{B.25}$$

olarak elde edilebilir.

Eğer aynı orbitten gelen vakum beklenen değerlerini eşit alırsa, $v_2 = v_7$ olacaktır ve bunun sonucunda (B.25) ifadesi

$$\left(\frac{M'_Z}{M'_{A_3}} \right)^2 = 1 \tag{B.26}$$

olarak hesaplanır. Görüldüğü gibi kütlelerin oranı, v_A vakum beklenen değerlerinden bağımsız çıkmaktadır.



EK-C. $W(\lambda_3), W(\lambda_5)$ VE $W(2\lambda_7)$ ORBİTLERİNDEN GELECEK KÜTLE KATKILARI

$W(\lambda_3)$ orbitinden gelecek kütle katkısını içerdiği v_{15} , v_{16} , v_{17} ve v_{18} vakum beklenen değerlerine göre ayrı ayrı yazacak olursak

$$\begin{aligned}
 M'_{ab}(v_{15}) = & \frac{e^2}{2} 3v_{15} [C_{1a}C_{1b} + \frac{9}{16}C_{2a}C_{2b} + \frac{16}{25}C_{3a}C_{3b} + C_{4a}C_{4b} + C_{5a}C_{5b} \\
 & + \frac{3}{4}(C_{1a}C_{2b} + C_{2a}C_{1b}) + \frac{4}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + (C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b}) \\
 & - (C_{1a}C_{5b} + C_{5a}C_{1b}) + \frac{3}{5}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) + \frac{3}{4}(C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) \\
 & - \frac{3}{4}(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) + \frac{4}{5}(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b}) - \frac{4}{5}(C_{3a}C_{5b} \\
 & + C_{5a}C_{3b}) - (C_{4a}C_{5b} + C_{5a}C_{4b})] \quad (C.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M'_{ab}(v_{16}) = & \frac{e^2}{2} 3v_{16} [C_{1a}C_{1b} + \frac{9}{16}C_{2a}C_{2b} + \frac{16}{25}C_{3a}C_{3b} + C_{4a}C_{4b} + C_{5a}C_{5b} \\
 & + \frac{3}{4}(C_{1a}C_{2b} + C_{2a}C_{1b}) + \frac{4}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) - (C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b}) \\
 & + (C_{1a}C_{5b} + C_{5a}C_{1b}) + \frac{3}{5}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) - \frac{3}{4}(C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) \\
 & + \frac{3}{4}(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - \frac{4}{5}(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b}) + \frac{4}{5}(C_{3a}C_{5b} \\
 & + C_{5a}C_{3b}) - (C_{4a}C_{5b} + C_{5a}C_{4b})] \quad (C.2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M'_{ab}(v_{17}) = & \frac{e^2}{2} 3v_{17} [C_{1a}C_{1b} + \frac{25}{16}C_{2a}C_{2b} + C_{4a}C_{4b} + C_{5a}C_{5b} - \frac{5}{4}(C_{1a}C_{2b} \\
& + C_{2a}C_{1b}) + (C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b}) - (C_{1a}C_{5b} + C_{5a}C_{1b}) - \frac{5}{4}(C_{2a}C_{4b} \\
& + C_{4a}C_{2b}) + \frac{5}{4}(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - (C_{4a}C_{5b} + C_{5a}C_{4b})] \quad (C.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M'_{ab}(v_{18}) = & \frac{e^2}{2} 3v_{18} [C_{1a}C_{1b} + \frac{25}{16}C_{2a}C_{2b} + C_{4a}C_{4b} + C_{5a}C_{5b} - \frac{5}{4}(C_{1a}C_{2b} \\
& + C_{2a}C_{1b}) - (C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b}) + (C_{1a}C_{5b} + C_{5a}C_{1b}) + \frac{5}{4}(C_{2a}C_{4b} \\
& + C_{4a}C_{2b}) - \frac{5}{4}(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - (C_{4a}C_{5b} + C_{5a}C_{4b})] \quad (C.4)
\end{aligned}$$

değerlerini bulabiliriz.

$W(\lambda_s)$ orbitinden gelecek katkıları da $A=9,10,...,15$ olmak üzere vakum beklenen değerleri v_A parametreleri cinsinden yazacak olursak

$$\begin{aligned}
M'_{ab}(v_9) = & \frac{e^2}{2} v_9 [C_{2a}C_{2b} + \frac{64}{25}C_{3a}C_{3b} + C_{4a}C_{4b} + C_{5a}C_{5a} - \frac{8}{5}(C_{2a}C_{3b} \\
& + C_{3a}C_{2b}) + (C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) + (C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - \frac{8}{5}(C_{3a}C_{4b} \\
& + C_{4a}C_{3b}) - \frac{8}{5}(C_{3a}C_{5b} + C_{5a}C_{3b}) + (C_{4a}C_{5b} + C_{5a}C_{4b})] \quad (C.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M'_{ab}(v_0) = & \frac{e^2}{2} v_0 [C_aC_b + \frac{1}{16}C_{2a}C_{2b} + \frac{64}{25}C_{3a}C_{3b} + C_{4a}C_{4b} + C_{5a}C_{5a} \\
& - \frac{1}{4}(C_aC_{2b} + C_{2a}C_b) - \frac{8}{5}(C_aC_{3b} + C_{3a}C_b) + (C_aC_{4b} + C_{4a}C_b) \\
& + (C_aC_{5b} + C_{5a}C_b) + \frac{2}{5}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) - \frac{1}{4}(C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) \\
& - \frac{1}{4}(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - \frac{8}{5}(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b}) - \frac{8}{5}(C_{3a}C_{5b} \\
& + C_{5a}C_{3b}) + (C_{4a}C_{5b} + C_{5a}C_{4b})] \quad (C.6)
\end{aligned}$$

$$M'_{ab}(v_{11}) = \frac{e^2}{2} v_{11} [C_{1a}C_{1b} + \frac{9}{16}C_{2a}C_{2b} + \frac{36}{25}C_{3a}C_{3b} + 4C_{5a}C_{5b} + \frac{3}{4}(C_{1a}C_{2b} + C_{2a}C_{1b}) - \frac{6}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + 2(C_{1a}C_{5b} + C_{5a}C_{1b}) - \frac{9}{10}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) + \frac{3}{2}(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - \frac{12}{5}(C_{3a}C_{5b} + C_{5a}C_{3b})] \quad (C.7)$$

$$M'_{ab}(v_{12}) = \frac{e^2}{2} v_{12} [C_{1a}C_{1b} + \frac{9}{16}C_{2a}C_{2b} + \frac{36}{25}C_{3a}C_{3b} + 4C_{4a}C_{4b} + \frac{3}{4}(C_{1a}C_{2b} + C_{2a}C_{1b}) - \frac{6}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + 2(C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b}) - \frac{9}{10}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) + \frac{3}{2}(C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) - \frac{12}{5}(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b})] \quad (C.8)$$

$$M'_{ab}(v_{13}) = \frac{e^2}{2} v_{13} [4C_{1a}C_{1b} + \frac{1}{4}C_{2a}C_{2b} + \frac{16}{25}C_{3a}C_{3b} + C_{4a}C_{4b} + C_{5a}C_{5b} + (C_{1a}C_{2b} + C_{2a}C_{1b}) - \frac{8}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + 2(C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b}) + 2(C_{1a}C_{5b} + C_{5a}C_{1b}) - \frac{2}{5}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) + \frac{1}{2}(C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) + \frac{1}{2}(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - \frac{4}{5}(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b}) - \frac{4}{5}(C_{3a}C_{5b} + C_{5a}C_{3b}) + (C_{4a}C_{5b} + C_{5a}C_{4b})] \quad (C.9)$$

$$M'_{ab}(v_{14}) = \frac{e^2}{2} v_{14} [C_{1a}C_{1b} + \frac{49}{16}C_{2a}C_{2b} + \frac{16}{25}C_{3a}C_{3b} + C_{4a}C_{4b} + C_{5a}C_{5b} + \frac{7}{4}(C_{1a}C_{2b} + C_{2a}C_{1b}) - \frac{4}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + (C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b})] \quad (C.10)$$

verilerini elde ederiz.

$W(2\lambda)$ orbitinden kaynaklanacak kütle katkısı da $A=1,2,...,8$ olmak kaydıyla v_A vakum beklenen değerlerine

$$M'_{ab}(v_1) = \frac{e^2}{2} v_1 [4C_{3a}C_{3b} + 4C_{5a}C_{5b} - 4C_{3a}C_{5b} - 4C_{5a}C_{3b}] \quad (C.11)$$

$$M'_{ab}(v_2) = \frac{e^2}{2} v_2 [4C_{2a}C_{2b} + \frac{36}{25}C_{3a}C_{3b} + 4C_{4a}C_{4b} - \frac{12}{5}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) \\ + 4(C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) - \frac{12}{5}(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b})] \quad (C.12)$$

$$M'_{ab}(v_3) = \frac{e^2}{2} v_3 [4C_{1a}C_{1b} + \frac{9}{4}C_{2a}C_{2b} - \frac{4}{25}C_{3a}C_{3b} + 4C_{5a}C_{5b} + 3(C_{1a}C_{2b} \\ + C_{2a}C_{1b}) - \frac{4}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + 4(C_{1a}C_{5b} + C_{5a}C_{1b}) - \frac{3}{5}(C_{2a}C_{3b} \\ + C_{3a}C_{2b}) + 3(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - \frac{4}{5}(C_{3a}C_{5b} + C_{5a}C_{3b})] \quad (C.13)$$

$$M'_{ab}(v_4) = \frac{e^2}{2} v_4 [4C_{1a}C_{1b} - \frac{1}{4}C_{2a}C_{2b} + \frac{36}{25}C_{3a}C_{3b} + 4C_{4a}C_{4b} - (C_{1a}C_{2b} \\ + C_{2a}C_{1b}) - \frac{12}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + 4(C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b}) \\ + \frac{3}{5}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) - (C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) - \frac{12}{5}(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b})] \quad (C.14)$$

$$M'_{ab}(v_5) = \frac{e^2}{2} v_5 [4C_{3a}C_{3b} + 4C_{4a}C_{4b} - 4(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b})] \quad (C.15)$$

$$M'_{ab}(v_6) = \frac{e^2}{2} v_6 [4C_{2a}C_{2b} + \frac{36}{25}C_{3a}C_{3b} + 4C_{5a}C_{5b} - \frac{12}{5}(C_{2a}C_{3b} + C_{3a}C_{2b}) \\ + 4(C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - \frac{12}{5}(C_{3a}C_{5b} + C_{5a}C_{3b})] \quad (C.16)$$

$$\begin{aligned}
M'_{ab}(v_7) = \frac{e^2}{2} v_7 [& 4C_{1a}C_{1b} + \frac{9}{4}C_{2a}C_{2b} + \frac{4}{25}C_{3a}C_{3b} + 4C_{4a}C_{4b} + 3(C_{1a}C_{2b} \\
& + C_{2a}C_{1b}) - \frac{4}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + 4(C_{1a}C_{4b} + C_{4a}C_{1b}) - \frac{3}{5}(C_{2a}C_{3b} \\
& + C_{3a}C_{2b}) + 3(C_{2a}C_{4b} + C_{4a}C_{2b}) - \frac{4}{5}(C_{3a}C_{4b} + C_{4a}C_{3b})] \quad (C.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M'_{ab}(v_8) = \frac{e^2}{2} v_8 [& 4C_{1a}C_{1b} + \frac{1}{4}C_{2a}C_{2b} + \frac{36}{25}C_{3a}C_{3b} + 4C_{5a}C_{5b} - (C_{1a}C_{2b} \\
& + C_{2a}C_{1b}) - \frac{12}{5}(C_{1a}C_{3b} + C_{3a}C_{1b}) + 4(C_{1a}C_{5b} + C_{5a}C_{1b}) + \frac{3}{5}(C_{2a}C_{3b} \\
& + C_{3a}C_{2b}) - (C_{2a}C_{5b} + C_{5a}C_{2b}) - \frac{12}{5}(C_{3a}C_{5b} + C_{5a}C_{3b})] \quad (C.18)
\end{aligned}$$

şeklinde bağlı olacaktır.

ÖZGEÇMİŞ

Durşen SAYGIN 1974 yılında Almanya’da doğmuş, ortaöğreniminin ilk yarısını Burdur Anadolu Lisesinde tamamladıktan sonra öğrenimine devam ettiği Trabzon Yomra Fen Lisesinden 1993 yılında mezun olmuştur. Aynı yıl girdiği İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Mühendisliği Bölümünü 1997 yılında bitirmiştir. 1997 yılında İ.T.Ü.’de Fizik Mühendisliği Bölümünde yüksek lisans programına başlamıştır. Halen İ.T.Ü. Fizik Mühendisliği Bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

