

151569

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SIĞ VE DERİN REZERVUARLARDAN OLUŞAN
DÜŞÜK SICAKLIKLI JEOTERMAL SİSTEMLERİN
MODELLENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Emine Didem KORKMAZ
(505011239)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 22 Aralık 2003

Tezin Savunulduğu Tarih : 15 Ocak 2004

Tez Danışmanı :

Prof. Dr. Abdurrahman SATMAN (İTÜ)

Diğer Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Mustafa ONUR (İTÜ)

Prof. Dr. Erkin NASUF (İTÜ)

OCAK 2004

ÖNSÖZ

Jeotermal rezervuar modellemesinin başlıca amacı, uzun dönem jeotermal rezervuar potansiyelinin doğru ve gerçekçi olarak tahmin edilip, rezervuarın karakterinin belirlenmesidir. Uygun modelin seçiminde, eldeki verilerin güvenilirliği, miktarı ve ayrıca modellemenin amacı göz önünde bulundurulmalıdır. Yeni üretime açılmış bir sahanın eldeki sınırlı verilerle gelecekteki potansiyelini tahmin etmek için en uygun yöntem, boyutsuz rezervuar modellemesidir diyebiliriz. Boyutsuz rezervuar modellemesinde, rezervuar bir bütün olarak alınır. Rezervuara giren ve rezervuardan çıkanlar gözetilerek ve akışkan/kayaç özellikleri kullanılarak, zamana veya rezervuardan yapılan üretime göre rezervuar basıncı ve sıcaklığının davranışı belirlenmeye çalışılır.

Bu Yüksek Lisans tezinde, sıg ve derin rezervuarlardan oluşan düşük sıcaklıklı akiferli ve akifersiz jeotermal sistemler için geliştirilen bilgisayar programları kullanılarak, rezervuar ve akifer parametrelerinin rezervuar basıncına etkileri incelenmektedir.

Bu tez çalışmasında araştırılan konuyu öneren ve tez çalışmam boyunca beni yönlendirip, bilgi ve deneyimleri ile bana yol gösteren, desteği ile yalnız bu tezi tamamlamama değil aynı zamanda mesleki gelişimime de katkıda bulunan değerli Hocam sayın Prof. Dr. Abdurrahman SATMAN'na teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Çalışmalarım sırasında bilgi alışverişinde bulunduğum, yapıcı eleştirileri ve katkılarıyla beni yönlendiren sayın jüri üyelerim Prof. Dr. Mustafa ONUR ve Prof. Dr. Erkin Nasuf'a teşekkürlerimi sunarım.

Üniversite hayatım boyunca desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen tüm öğretim görevlilerine, çalışmam sırasında bilgi alışverişinde bulunduğum ve görüşünü aldığım Arş. Grv. ablam Hülya Sarak'a ve destekleri ile hep yanımda olan araştırma görevlilerine teşekkür ederim.

Tüm hayatım boyunca beni her konuda destekleyen, maddi ve manevi olarak her zaman yanımda hissettiğim KORKMAZ AİLESİ'ne en içten saygılarımı sunar ve teşekkürlerimi iletirim.

Ocak 2004

Emine Didem KORKMAZ

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
SEMBOL LİSTESİ	vii
Sİ METRİK DÖNÜŞÜM FAKTÖRLERİ	viii
ÖZET	ix
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
1.1. Jeotermal Sistem Tanımı	2
1.2. Doğal Su Girişi	3
1.2.1. Akış Türleri	4
1.2.2. Kararlı Akış-Schilthuis Modeli	5
1.3. Jeotermal Rezervuar Modellemesi	6
1.4. Düşük Sıcaklıklı Jeotermal Rezervuar Sistemleri	8
1.5 Boyutsuz Rezervuar Modellemesi	11
2. DÜŞÜK SICAKLIKLI JEOTERMAL SİSTEMLER İÇİN GELİŞTİRİLEN MODELLER	13
2.1. Akifersiz İki Rezervuar Tankı Modeli (1 Sığ, 1 Derin Rezervuar Tankı ve Beslenme Kaynağı Modeli)	15
2.2. Akiferli İki Rezervuar Tankı Modeli (1 Sığ, 1 Derin Rezervuar, 1 Akifer Tankı ve Beslenme Kaynağı Modeli)	20
3. REZERVUAR VE AKİFER PARAMETRELERİNİN BASINÇ DAVRANIŞLARINA ETKİSİ	27
3.1. Akifersiz İki Rezervuar Tankı Modeli	27
3.1.1. Sığ Rezervuarın Beslenmesinin ($\alpha_{sığ}$) Etkisi	27
3.1.2. Derin Rezervuarın Beslenmesinin (α_{derin}) Etkisi	29
3.1.3. Sığ ve Derin Rezervuarlar Arası Hidrolik İletişimin ($\alpha_{sığ-derin}$) Etkisi	31
3.1.4. Sığ Rezervuarın Depolama Kapasitesinin ($\kappa_{sığ}$) Etkisi	31
3.1.5. Derin Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{derin}) Etkisi	34
3.1.6. Sığ Rezervuardan Yapılan Üretimin ($w_{sığ}$) Etkisi	36
3.1.7. Derin Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{derin}) Etkisi	36
3.2. Akiferli İki Rezervuar Tankı Modeli	39
3.2.1. Akifer Tankının Beslenmesinin (α_{akifer}) Etkisi	39
3.2.2. Sığ Rezervuarın Beslenmesinin ($\alpha_{sığ}$) Etkisi	41
3.2.3. Derin Rezervuarın Beslenmesinin (α_{derin}) Etkisi	41

3.2.4. Rezervuarlar Arasındaki Hidrolik İletişimin ($\alpha_{sığ-derin}$) Etkisi	44
3.2.5. Akiferin Depolama Kapasitesinin (κ_{akifer}) Etkisi	44
3.2.6. Sığ Rezervuarın Depolama Kapasitesinin ($\kappa_{sığ}$) Etkisi	47
3.2.7. Derin Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{derin}) Etkisi	47
3.2.8. Sığ Rezervuardan Yapılan Üretimin ($w_{sığ}$) Etkisi	50
3.2.9. Derin Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{derin}) Etkisi	52
3.2.10. Sığ Rezervuardan Üretim Yokken, Akifersiz Modelin Akiferli Modele Yakınsaması	52
4. SONUÇLAR	58
KAYNAKLAR	60
EK A	62
EK B	75
ÖZGEÇMİŞ	96

KISALTMALAR

$\alpha_{a0} = \alpha_{akifer}$	: Akifer Tankının Beslenme Sabiti, kg/bar-s
$\alpha_{a1} = \alpha_{siğ}$	: Sığ Rezervuar Tankının Beslenme Sabiti, kg/bar-s
$\alpha_{a2} = \alpha_{derin}$	: Derin Rezervuar Tankının Beslenme Sabiti, kg/bar-s
$\alpha_{12} = \alpha_{siğ-derin}$	: Sığ –Derin Rezervuar Arası Beslenme Sabiti, kg/bar-s
$\kappa_{r1} = \kappa_{siğ}$	: Sığ Rezervuar Tankının Depolama Kapasitesi Sabiti, kg/bar
$\kappa_{r2} = \kappa_{derin}$	: Derin Rezervuar Tankının Depolama Kapasitesi Sabiti, kg/bar
$\kappa_{a0} = \kappa_{akifer}$	: Akifer Tankının Depolama Kapasitesi Sabiti, kg/bar
$w_{a1} = w_{siğ}$	: Sığ Rezervuarın Üretim Debisi, kg/s
$w_{a2} = w_{derin}$	: Derin Rezervuarın Üretim Debisi, kg/s
$p_{a0} = p_{akifer}$	: Akifer Tankının Basıncı, bar
$p_{r1} = p_{siğ}$	: Sığ Rezervuarın Basıncı, bar
$p_{r2} = p_{derin}$	: Derin Rezervuarın Basıncı, bar
$\Delta p_{max,siğ} = \Delta p_{sssiğ}$	: Sığ Rezervuarın Kararlı Akışa Geçme Durumunda Basınç Düşümü, bar
$\Delta p_{max,derin} = \Delta p_{ssderin}$	: Derin Rezervuarın Kararlı Akışa Geçme Durumunda Basınç Düşümü, bar

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Kararlı Akış Durumunda Su Girişi	6
Şekil 1.2 : Düşük Sıcaklıklı Sisremler İçin Isı Kaynağı Mekanizması Modeli	8
Şekil 1.3 : Taşınımın Etken Olduğu Kaynaklar İçin Basit Modeller	9
Şekil 1.4 : İzmir-Balçova Jeotermal Sisteminin Şematik Gösterimi	10
Şekil 1.5 : Jeotermal Sistem Modeli	11
Şekil 1.6 : Boyutsuz Rezervuar Modeli	12
Şekil 2.1 : 1 Sığ 1 Derin Rezervuar Tankı ve Beslenme Kaynağı Modeli	15
Şekil 2.2 : 1 Sığ 1 Derin Rezervuar, 1 Akifer Tankı ve Beslenme Kaynağı Modeli	21
Şekil 3.1 : Sığ Rezervuarın Beslenmesinin ($\alpha_{sığ}$) Etkisi	28
Şekil 3.2 : Derin Rezervuarın Beslenmesinin (α_{derin}) Etkisi	30
Şekil 3.3 : Sığ ve Derin Rezervuarlar Arasındaki Hidrolik İletişimin ($\alpha_{sığ-derin}$) Etkisi	32
Şekil 3.4 : Sığ Rezervuarın Depolama Kapasitesinin ($\kappa_{sığ}$) Etkisi	33
Şekil 3.5 : Derin Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{derin}) Etkisi	35
Şekil 3.6 : Sığ Rezervuardan Yapılan Üretimin ($w_{sığ}$) Etkisi	37
Şekil 3.7 : Derin Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{derin}) Etkisi	38
Şekil 3.8 : Akiferin Beslenmesinin (α_{akifer}) Etkisi	40
Şekil 3.9 : Akiferli Modelde Sığ Rezervuarın Beslenmesinin ($\alpha_{sığ}$) Etkisi.	42
Şekil 3.10 : Akiferli Modelde Derin Rezervuarın Beslenmesinin (α_{derin}) Etkisi	43
Şekil 3.11 : Akiferli Modelde Rezervuarlar Arasındaki Hidrolik İletişimin ($\alpha_{sığ-derin}$) Etkisi.	45
Şekil 3.12 : Akiferin Depolama Kapasitesinin (κ_{akifer}) Etkisi.	46
Şekil 3.13 : Akiferli Modelde Sığ Rezervuarın Depolama Kapasitesinin ($\kappa_{sığ}$) Etkisi	48
Şekil 3.14 : Akiferli Modelde Derin Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{derin}) Etkisi.	49
Şekil 3.15 : Akiferli Modelde Sığ Rezervuardan Yapılan Üretimin ($w_{sığ}$) Etkisi	51
Şekil 3.16 : Akiferli Modelde Derin Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{derin}) Etkisi	53
Şekil 3.17 : Akifersiz İki Tank Modeli Zaman - Basınç Düşümü Grafiği	54
Şekil 3.18 : Akifer Beslenmesine Bağlı Olarak Akiferli ve Akifersiz Modelin Birbirlerine Yakınsaması	56
Şekil 3.19 : Akiferin Depolama Kapasitesine Bağlı Olarak Akiferli ve Akifersiz Modelin Birbirlerine Yakınsaması	57

SEMBOL LİSTESİ

$\frac{\Delta P}{\Delta P}$	: basınç düşümü, bar
$\frac{\Delta P}{\Delta P}$	: Laplace uzayındaki basınç düşümü, bar-s
ϕ	: gözeneklilik
t	: zaman, gün
t_s	: maksimum basınç değişimine ulaşım zamanı, gün
s	: Laplace sabiti
μ	: akmaçlık, cP
ρ	: yoğunluk, g/cm ³
α	: beslenme sabiti, kg/bar-s
κ	: depolama kapasitesi sabiti, kg/bar
w_u	: kütleli üretim debisi, kg/s
w_e	: kütleli su girişi debisi, kg/s
W_e	: su girişi miktarı, kg
c_t	: toplam (akışkan + formasyon) sıkıştırılabilirlik, 1/bar
V_r	: rezervuar hacmi, m ³
ϕ_r	: rezervuar gözenekliliği
ρ_r	: rezervuar akışkanının yoğunluğu, g/cm ³
p_i	: beslenme kaynağının basıncı, bar
$p_{r1} = p_{sig}$	: sig rezervuar tankının basıncı, bar
$p_{r2} = p_{derin}$	: derin rezervuar tankının basıncı, bar
$p_a = p_{akifer}$	: akifer tankının basıncı, bar
$\kappa_{r1} = \kappa_{sig}$	: sig rezervuar tankının depolama kapasitesi, kg/bar
$\kappa_{r2} = \kappa_{derin}$	: derin rezervuar tankının depolama kapasitesi, kg/bar
$\kappa_a = \kappa_{akifer}$	: akifer tankının depolama kapasitesi, kg/bar
$\alpha_{a0} = \alpha_{akifer}$	: akifer tankının beslenmesi, kg/bar-s
$\alpha_{a1} = \alpha_{sig}$	: sig rezervuar tankının beslenmesi, kg/bar-s
$\alpha_{a2} = \alpha_{derin}$	: derin rezervuar tankının beslenmesi, kg/bar-s
$\alpha_r = \alpha_{sig-derin}$	: sig – derin rezervuar tankları arası beslenmesi, kg/bar-s
$w_{u1} = w_{sig}$	: sig rezervuardan yapılan net üretim miktarı, kg/s
$w_{u2} = w_{derin}$	: derin rezervuardan yapılan net üretim miktarı, kg/s
$\Delta p_{max, sig} = \Delta p_{sssig}$	: sig rezervuarın kararlı akışa ulaşma anındaki maksimum basınç düşümü, bar
$\Delta p_{max, derin} = \Delta p_{ssderin}$	: derin rezervuarın kararlı akışa ulaşma anındaki maksimum basınç düşümü, bar
μ_1, μ_2, μ_3	: üçüncü dereceden denklemin kökleri

SI METRİK DÖNÜŞÜM FAKTÖRLERİ

$$ft \times 3.048 * E - 01 = m$$

$$^{\circ}F (^{\circ}F - 32) / 1.8 = ^{\circ}C$$

$$gal \times 3.785412 E - 03 = m^3$$

$$mile \times 1.609344 * E + 00 = km$$

$$mile^2 \times 2.589988 * E + 00 = km^2$$

$$bar \times 1 * E + 05 = Pa = 10^2 kPa$$



SİĞ VE DERİN REZERVUARLARDAN OLUŞAN DÜŞÜK SICAKLIKLI JEOTERMAL SİSTEMLERİN MODELLENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada, sığ ve derin rezervuarlardan oluşan, düşük sıcaklıklı sıvının etken olduğu jeotermal sistemlerin üretim davranışı modellenmektedir. Modelde, üretim, tekrar - basma ve doğal beslenmenin jeotermal sistemin basınç veya su seviyesi üzerindeki etkileri gözönüne alınmaktadır.

Modellemede yöntem olarak boyutsuz rezervuar modellemesi (lumped parameter modeling) yaklaşımı kullanılmaktadır. Jeotermal sistemi oluşturan derin ve sığ rezervuarlar ve akifer ayrı ayrı tanklar olarak temsil edilmektedir. İlk olarak 1 sığ rezervuar -1 derin rezervuar ve beslenme kaynağından oluşan jeotermal sistem için ve daha sonra 1 sığ rezervuar -1 derin rezervuar –1 akifer ve beslenme kaynağından oluşan jeotermal sistem için analitik çözümler elde edilmektedir. Rezervuar jeotermal sistemde üretim ve tekrar - basma yapılan bölgeyi, akifer ise rezervuarı besleyen bölgeyi temsil etmektedir.

Modellerin sonuçları sabit debide üretim / tekrar - basma durumunda analitik ifadeler şeklinde verilmektedir. Elde edilen analitik çözümlerden yararlanılarak rezervuar ve akifer parametrelerinin sistemin basınç davranışı üzerindeki etkileri tartışılmaktadır.

Bu modelleme çalışması sırasında kullanılan modeller, bölümümüzde halen doktora çalışmasını sürdüren H. Sarak'ın çalışması sırasında geliştirilmiştir. Bu yüksek lisans çalışmasında, geliştirilen modellerin parametrik çalışması yapılarak, parametrelerin basınç davranışı üzerindeki etkileri incelenmektedir. Bütünlük açısından modellerin analitik çözümleri Ek A ve Ek B'de sunulmaktadır.

Anahtar Kelimeler : Jeotermal Rezervuar Davranışı, Doğal Beslenme,
Analitik Modeller

MODELLING OF LOW TEMPERATURE GEOTHERMAL SYSTEMS CONSISTING OF SHALLOW AND DEEP RESERVOIRS

SUMMARY

In this project the production behavior of a low-temperature liquid-dominated geothermal system that consists of one shallow and one deeper reservoirs will be simulated. Models consider the effects of production and re-injection rates and natural recharge on pressure or water level behavior of a low-temperature, liquid-dominated geothermal system.

As modeling method, lumped parameter modeling is applied. Geothermal system consists of an aquifer and two reservoirs, one shallow and one deeper, which are represented by different tanks. The analytical solutions are given for 1 shallow reservoir - 1 deep reservoir – recharge system and 1 shallow reservoir - 1 deep reservoir -1 aquifer – recharge system. The reservoirs simulate the production and re-injection parts of the geothermal system, and the aquifer simulates the recharge part of the system.

The model results for constant production / re-injection flow rates are given in the form of analytical expressions. By the help of the analytical expressions, the effects of reservoir and aquifer parameters on reservoir production behavior are discussed.

Models used in this study were derived during H.Sarak's PhD research conducted at our department. In this study the models are analyzed parametrically and effects of parameters on pressure behavior are investigated. The analytical solutions of models are given at Appendix A and Appendix B.

Key Words: Geothermal Reservoir Behavior; Natural Recharge;
Analytical Models

1. GİRİŞ

Jeotermal enerji dünyada elektrik üretimi, konut ve sera ısıtılması, endüstride ısıtma işlemi, kimyasalların elde edilmesi, turistik ve balneolojik amaçlı olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle, jeotermal enerji her geçen gün biraz daha önem kazanmaktadır.

Ülkemiz, jeotermal enerji açısından dünyanın zengin ülkelerinden birisidir. Türkiye’de Denizli-Kızıldere’de 20 MWe’lik santralda elektrik üretimi, Afyon, Balçova, Gönen, Simav, Kırşehir, Kızılcahamam ve Sandıklı gibi il ve ilçelerde toplam 52000 konut eşdeğeri 350 MWt ‘lık merkezi ısıtma mevcuttur.^[1,2] Sıcak jeotermal akışkan soğuk kış dönemlerinde rezervuardan üretilerek konutların ısıtılması sağlanmaktadır.

Soğuk dönemlerde rezervuardan yapılan akışkan üretimine bağlı olarak rezervuar basıncı ve su seviyesi düşmekte, sıcak dönemlerde üretimin azaltılması veya durdurulması sonucunda ise doğal beslenmenin etkisi ile, rezervuar basıncı ve su seviyesi tekrar yükselmektedir. Rezervuardan üretim tekrar – basma (reenjeksiyon) farkı olarak tanımlanan net üretim miktarının, doğal beslenmeyle veya tekrar basma ile karşılanması durumunda jeotermal sistem yenilenebilir veya sürdürülebilir bir sistem olarak çalışmaktadır. Karşılanmaması durumunda ise tükenebilir bir jeotermal sistem gündeme gelir.

Bu yüksek lisans çalışmasının amacı, rezervuar ve akifer parametrelerinin rezervuar basıncı veya su seviyesi üzerindeki etkilerini incelemek için sığ ve derin rezervuarlardan oluşan jeotermal sistemlerin modellenmesidir. Rezervuarın üretim sırasındaki ve yıl boyunca davranışının incelenebilmesi için beslenme kaynağından akifere ve akiferden rezervuara doğal beslenmenin tahmin edilmesi gerekmektedir. Çalışmada, üretim, ve doğal beslenmenin rezervuar davranışına etkisi H. Sarak^[5] tarafından geliştirilen analitik modeller veya boyutsuz modellerle incelenmektedir. Bu modellere ait ayrıntılar bütünlük açısından Ek – A ve Ek – B’de sunulmaktadır.

1.1 Jeotermal Sistem Tanımı

Jeotermal sistemler ve jeotermal enerji çoğunlukla yerküredeki levha sınırlarıyla ilişkilendirilmektedir. Jeotermal enerji volkanik bölgelerde bulunmakla beraber, sedimenter formasyonlar içinde ılık yeraltı suları olarak da görülmektedir. Doğal çıkışı olan jeotermal sistemler olduğu gibi herhangi bir yeryüzü etkinliği göstermeyen sistemler de bulunmaktadır.^[1]

Jeotermal saha, jeotermal sistem ve jeotermal rezervuarları birbirinden ayırmak üzere aşağıdaki tanımlar yapılabilir:

Jeotermal Saha: Yeryüzünde bir jeotermal etkinliği gösteren coğrafik bir tanımdır. Eğer yeryüzünde herhangi bir etkinlik yoksa, yeraltındaki jeotermal rezervuarın üstündeki alanı tanımlamakta kullanılmaktadır.

Jeotermal Sistem: Yeraltındaki hidrolik sistemi bütün parçalarıyla birlikte (beslenme zonu, yeryüzüne çıkış noktaları ve yeraltındaki kısımları gibi) tanımlamakta kullanılmaktadır.

Jeotermal Rezervuar: Doğrudan işletilen jeotermal sistemin sıcak ve geçirgen kısmını tanımlamaktadır.

Jeotermal sistemler ve rezervuarlar; rezervuar sıcaklığı, akışkan entalpisi, fiziksel durumu, doğası ve jeolojik yerleşimi gibi özelliklerine göre sınıflandırılırlar. Örneğin jeotermal rezervuarda 1 km derinlikteki sıcaklığa bağlı olarak sistemleri 2 gruba ayırmak olasıdır^[1]:

1) Rezervuar sıcaklığının 150⁰C'dan düşük olduğu düşük sıcaklıklı sistemler :

Bu tür sistemler genelde yeryüzüne ulaşmış doğal sıcak su veya kaynar çıkışlar gösterirler.

2) Rezervuar sıcaklığının 200⁰C'dan yüksek olduğu yüksek sıcaklıklı sistemler: Bu tür sistemler ise buhar, kaynayan çamur göletleri ve altere olmuş yeraltı formasyonlarıyla bilinirler.

Türkiye'de Kızıldere ve Germencik jeotermal rezervuarlarının sıcaklığı 200-220⁰C arasında olup, Balçova - İzmir'in de içinde bulunduğu diğerleri ise genelde düşük sıcaklıklı sistemlerdir.^[1]

Jeotermal sistemler sınıflandırılırken sistemin fiziksel durumuna bağlı olarak yapılan sınıflandırma literatürde daha fazla rağbet görmektedir. Bu yaklaşıma göre 3 farklı rezervuar durumu tanımlanmaktadır:^[1]

1) Sıvının etken olduğu jeotermal rezervuarlar: Rezervuardaki basınç koşullarında su sıcaklığının buharlaşma sıcaklığından daha düşük olduğu rezervuarları tanımlamakta kullanılır. Rezervuar basıncını sıvı su fazı kontrol etmektedir. Bu tür rezervuarlarda, özellikle basıncın düşük olduğu üretim kuyuları civarında su buharına rastlamak olasıdır.

2) İki fazlı jeotermal rezervuarlar: Rezervuarda sıvı su ve su buharı birlikte bulunmaktadır ve rezervuar basıncı ve sıcaklığı suyun buhar basıncı eğrisini izler.

3) Buharın etken olduğu jeotermal rezervuarlar: Rezervuar basıncındaki akışkan sıcaklığının suyun buhar basıncı eğrisi sıcaklığından daha yüksek olması durumunda bu tür rezervuarlar oluşurlar. Rezervuardaki basıncı su buharı fazı kontrol etmektedir.

Türkiye’de buharın etken olduğu rezervuar keşfedilmemiştir. Tümü sıvının etken olduğu rezervuarlar grubundandır. Kütleli olarak %1.5 kadar CO₂ içeren Kızıldere jeotermal rezervuarı başlangıçta sıvının etken olduğu bir rezervuar davranışı gösterirken, yapılan üretim sonucu oluşan rezervuar basıncının sıvı su-CO₂ sistemi için geçerli buharlaşma (veya gazlaşma) basıncından daha düşük düzeylere inmesinden dolayı, rezervuar şu anda iki fazlı jeotermal rezervuar davranışı göstermektedir. Dünyada buharın etken olduğu jeotermal rezervuarlar olarak A.B.D’deki Geysers sahası ve İtalya’daki Larderello sahası örnek olarak verilebilir^[1].

1.2 Doğal Su Girişi

Jeotermal rezervuarların üretim potansiyellerini belirlemede rezervuarı besleyen akiferin önemi büyüktür. Petrol ve doğal gaz rezervuarlarında akiferin boyutu, rezervuar boyutuna göre çok büyük olabileceği gibi ihmal edilebilecek kadar küçük de olabilmektedir^[3]. Jeotermal rezervuarlarda ise, rezervuar boyutuna göre büyük olan bir akiferin varlığı esastır. Ayrıca, petrol ve doğal gaz rezervuarlarında geçirimsiz bir tabaka ile çevrelenmiş akifer sınırları mevcut olabilirken^[3], petrol ve doğal gaz rezervuarlarından farklı olarak jeotermal rezervuarlarda genelde yüzey ile bağlantılı olan ve yüzey suları ile beslenen akifer sınırları mevcuttur.

Rezervuardan yapılan üretime bağlı olarak azalan rezervuar basıncı, akiferden rezervuara doğal su girişine sebep olmaktadır. Böylece, üretim dönemi boyunca rezervuar ortalama basıncının düşmesi, akiferden olan beslenmenin miktarına bağlı olarak, beslenme olmaması durumundakine oranla daha az düşmekte veya hiç düşmemektedir. Bu durumda rezervuarın üretim süresi de artmaktadır. Bu anlamda doğal su girişinin, rezervuar basıncı ve su seviyesi üzerindeki etkisini belirlemek için akiferden rezervuara giren suyun miktarı belirlenmelidir.

Bilindiği gibi rezervuara olan doğal su girişi, rezervuardan yapılan üretim sonucunda rezervuar – akifer sınırında basıncın düşmesiyle oluşmaktadır. Rezervuar - akifer sınırındaki basınç, rezervuarın ortalama basıncından büyüktür ancak yapılan çalışmalar bu iki basınç arasında büyük farklılıklar olmadığını göstermiştir^[3].

Bu nedenle de, doğal su girişi hesaplamalarında rezervuar-akifer sınırındaki basınç, rezervuarın ortalama basıncı olarak alınmaktadır^[3]. Doğal su girişi miktarı, W_e ve su girişi debisi, dW_e/dt , rezervuar-akifer sınır basıncı, p ve zamanın, t , fonksiyonu olarak farklı akış türleri hesaplanabilmektedir^[3,4].

1.2.1 Akış Türleri

Rezervuar ve rezervuarı besleyen akifer bir tank olarak düşünülürse, rezervuar üretime açıldığında rezervuardan yapılan üretim sonunda rezervuar tankının basıncı ve dolayısıyla rezervuar-akifer sınırındaki basınç düşecektir. Zamanın küçük değerlerinde, rezervuar-akifer sınırındaki basınç düşümünün etkileri henüz akifer dış sınırına ulaşmayacaktır. Bu dönemde akifer sonsuz akifermiş gibi davranacaktır ve akiferin basıncı zamanla değişecektir. Akiferde oluşan bu akış rejimi “Kararsız Akış” olarak bilinmektedir. Zaman ilerledikçe dış sınıra olan uzaklık, formasyon ve akışkan özellikleri ve akiferin geçirgenliğine bağlı olarak, rezervuar-akifer sınırındaki basınç düşümü etkileri akiferin dış sınırına iletilecektir. Akiferin dış sınırından sürekli su ile beslenmesi durumunda akifer dış sınırındaki basınç, tüm zaman değerleri için sabit kalacaktır.

Bu akış rejimi ise “Kararlı Akış” olarak isimlendirilmektedir. Akifer dış sınırından sürekli beslenmiyor ve dış sınırında geçirimsiz bir tabaka bulunuyorsa oluşan akış rejimi ise “Yarı Kararlı Akış” tır. Kararlı Akışın hidrolojik benzetmeleri ve matematiksel ifadeleri aşağıda gösterilmektedir^[3].

1.2.2 Kararlı Akış – Schilthuis Modeli

Rezervuar ve rezervuarı besleyen akiferi bir tank olarak düşünerek, akiferden rezervuara olan su girişi Şekil 1.1’de görüldüğü gibi tanımlanabilir. Burada akiferden rezervuara akış kum doldurulmuş bir boru ile gerçekleşmektedir. Başlangıçta her iki tank da aynı seviyede akışkan ile dolu ve basınçları, p_i , aynıdır. Rezervuardan sabit debide üretime başlandığında, rezervuarın basıncı p_i ‘den p ’ye düşecektir. Bu durumda beklenildiği gibi akiferden rezervuara su girişi başlayacaktır. Su girişi, boru içindeki kumun geçirgenliği, borunun kesit alanı ve basınç düşümü ile doğru orantılı olarak; suyun akmazlığı ve borunun uzunluğu ile ise ters orantılı olarak gerçekleşecektir. Akifer tankının sürekli su ile beslendiği veya akifer tankının rezervuar tankına oranla çok büyük olduğu düşünülürse, rezervuar tankından yapılan üretim akifer tankının basıncını etkilemeyecek ve akifer tankının basıncı sabit kalacaktır. Maksimum su girişi debisi, rezervuar tankının basıncı sıfır ($p=0$) olduğunda oluşacaktır. Bu maksimum debinin rezervuarın hacimsel boşalma (veya üretim) debisinden büyük olması durumunda; öyle bir basınca ulaşılabilecektir ki, bu basınç değerinde su girişi debisi rezervuarın boşalma debisine eşit olacak ve rezervuar basıncı sabitlenecektir. Yani rezervuar tankına giren akışkan ile rezervuar tankından üretilen akışkan hacmi eşit olacak ve rezervuar tankının basıncı üretimle düşmeyecektir. Denklem 1.1 ile bir karşılaştırma yapılırsa; Denklem 1.1’deki su girişi sabitinin, α , geçirgenliğin, akifer kayacın boyutlarının ve akifer suyunun ortalama akmazlığının bir fonksiyonu olduğu söylenebilir.^[1,3,5]

$$\left. \begin{aligned} W_e &= \alpha \int_0^t (p_i - p) dt \quad , \quad w_e = \frac{dW_e}{dt} = \alpha (p_i - p) \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Burada;

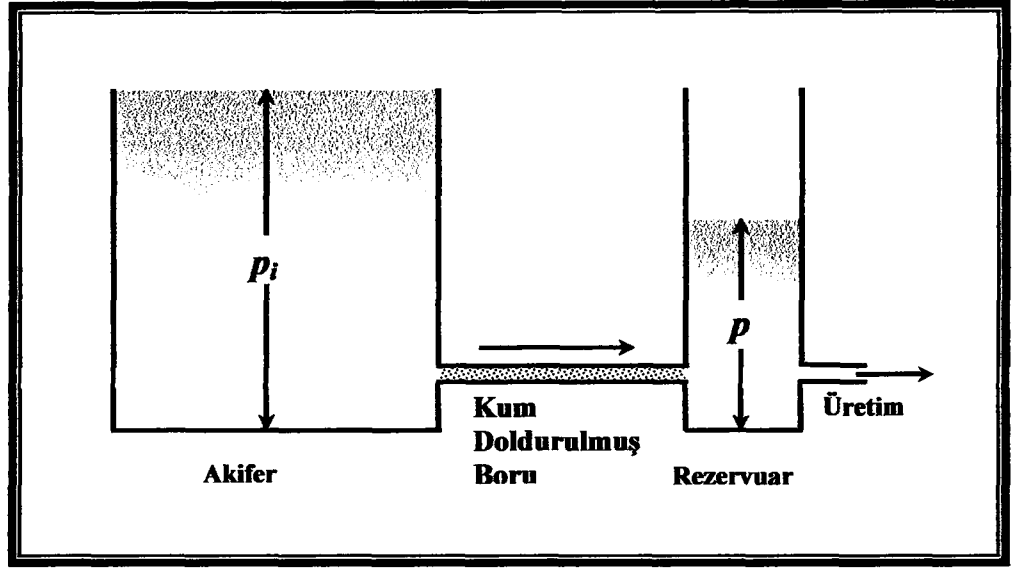
W_e : su girişi miktarı (kg)

α : su girişi sabiti (kg/bar-s)

w_e : su girişi debisi (kg/s)

t : zaman (sn)

$(p_i - p)$: rezervuar-akifer sınırındaki basınç düşümü (bar)



Şekil 1.1 : Kararlı Akış Durumunda Su Girişi.^[3]

1.3 Jeotermal Rezervuar Modellemesi

Jeotermal rezervuar modellemesinin başlıca amacı, uzun dönem jeotermal rezervuar potansiyelinin doğru ve gerçekçi olarak tahmin edilmesidir. Bu amaçla, özellikle son kırk yıl içinde jeotermal rezervuarların davranışlarını modelleyen birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemler, karmaşıklıkları ve maliyetleri açısından çok farklılık göstermektedirler. Uygun yöntemin (modelin) seçiminde, eldeki verilerin güvenilirliği, miktarı ve ayrıca modellemenin amacı göz önünde bulundurulmalıdır.

Jeotermal sistemler faylar, çatlaklar, faz değişimleri, kimyasal tepkimeler ve ısıl etkilerden dolayı genellikle çok karmaşıktırlar. Jeotermal sistem modeli geliştirilirken varolan saha verileri dikkatle değerlendirilmeli ve sistemin fiziksel yapısı belirlenmelidir.^[1] Bu şekilde kavramsal model oluşturulduktan sonra jeotermal rezervuarın davranışını en uygun temsil edecek model kullanılarak, jeotermal rezervuarın gelecekteki performansı tahmin edilir.

Literatürde jeotermal rezervuar davranışlarını modelleyen çeşitli modeller mevcuttur. Bunlar “üretim debisi azalma yöntemi”, “boyutsuz rezervuar modellemesi yöntemi” ve “3 boyutlu sayısal modelleme yöntemi” olarak üç ana başlık altında toplanabilir.^[6]

Üretim debisi azalma analizi yönteminde, kuyuların ve rezervuarın üretim verileri uygun cebirsel denklemlerde kullanılarak, gelecekteki üretim debileri tahmin edilmektedir. Geleceğe yönelik üretim debisinin değişimi ve toplam üretilen

akışkan miktarı tahminleri bu yaklaşımın amacıdır. Üretim debilerinin tahmininin yapılmasıyla gelecekte sisteme eklenmesi gerekli yeni kuyu sayıları da belirlenebilmektedir. Ancak, yaklaşımın kullanılabilmesi için yeterli üretim verisinin varolması gereklidir. Bu yöntemdeki en önemli sorun saha işletimindeki değişiklikleri (geliştirme sondajları, ek kuyular, enjeksiyon v.b.) göz önünde bulundurmamasıdır.^[6]

Boyutsuz rezervuar modellemesinde, rezervuar bir bütün olarak alınır.^[1,5,6,8] Rezervuara giren ve rezervuardan çıkanlar gözetilerek ve akışkan/kayaç özellikleri kullanılarak, rezervuardan zamana göre yapılan üretime göre rezervuar basıncı ve sıcaklığının davranışını belirlemeyi amaçlayan bir modelleme şeklidir. Bu yöntemin başlıca avantajları arasında kullanımının basitliği ve büyük bilgisayar kapasitelerine gereksinim duyulmaması sayılabilir. Dezavantajları ise; (1) rezervuardaki akışkan akışını göz önüne almaması ve termodinamik koşulların ve rezervuar özelliklerinin yerel dağılımlarını ihmal etmesi, (2) büyük blok boyutu kullandığı için üretilen akışkanın ortalama entalpi ve yoğunlaşmayan gaz içeriğinin gözlemlenen değerleri ile karşılaştırılamaması, (3) faz ve ısıl cepheleri modelleyememesi, (4) kuyu aralıkları ve enjeksiyon kuyularının yerleşimleri hakkındaki sorulara yanıt verememesidir.^[5]

Rezervuarın 3 boyutlu olarak alındığı sayısal modellerde rezervuara ait her türlü akışkan ve kuyu özellikleri modele girilmekte, yerel, bölgesel ve rezervuar genelinde geçerli tüm parametrelerin dağılımı göz önüne alınarak rezervuar performansı incelenmektedir. Ancak bu tür modellerin doğruluğu, girilen verilerin doğruluğuyla olduğu kadar çokluğuyla da ilişkilidir. Genellikle bu tür sayısal modelleme çalışmaları, rezervuar ile ilgili verilerin yeterli duruma ulaştığı ve belirli bir üretim ve rezervuar performansı geçmişinin olduğu aşamalarda tercih edilmektedir.^[5] Bu yöntemin başlıca avantajı ise tüm matematiksel denklemleri bir bilgisayar kodunda saklaması ve kullanıcıya ne kadar ayrıntılı bir modelleme yapacağına ve hangi fiziksel işlemlerin gerekli olduğuna karar vererek modelleme yapmasına izin vermesidir. En önemli dezavantajı ise deneyimli kullanıcılara gereksinim duyulmasıdır.^[6]

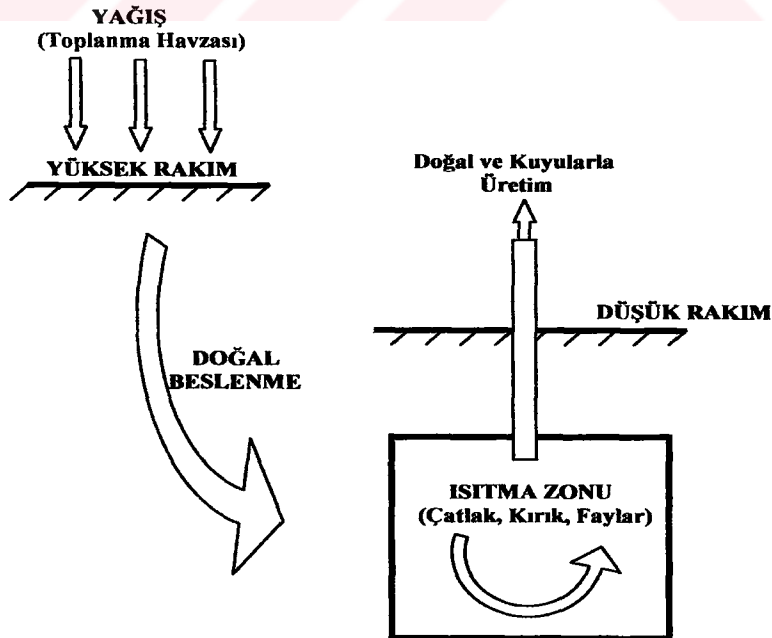
3 boyutlu rezervuar modellerinde önemli ölçüde jeolojik, jeofizik, jeokimyasal ve hidrolojik verilere gereksinim duyulması ve gerekli verileri elde etmenin hem fazla zaman alması, hem de maliyet açısından pahalı olması nedeniyle, daha uygun yaklaşım boyutsuz rezervuar modelinin kullanılmasıdır. Yeni bulunan bir jeotermal

saha için zaman ve maliyet önemli bir kriter olup, ayrıca elde yeterli miktarda veri de bulunmamaktadır. Saha hakkında daha çok üretim verisi elde edinildiğinde ise 3 boyutlu rezervuar modellemesi en uygun ve gerçekçi yaklaşımdır.

1.4 Düşük Sıcaklıklı Jeotermal Rezervuar Sistemleri

Jeotermal kaynakların üç önemli bileşeni vardır : (1) ısı kaynağı, (2) ısıyı yeraltından yüzeye taşıyan akışkan, (3) suyun dolaşımını sağlamaya yeterli kayaç geçirgenliği. Düşük sıcaklıklı sistemler için, ısı kaynağı normalden yüksek sıcaklıktaki yer kabuğudur. Süregelen tektonik aktiviteler sonucunda akışa açık olan çatlak, kırık ve faylar, yeraltından ısı taşıyan ve sistem içinde dolaşan su için kanallar oluşturur.

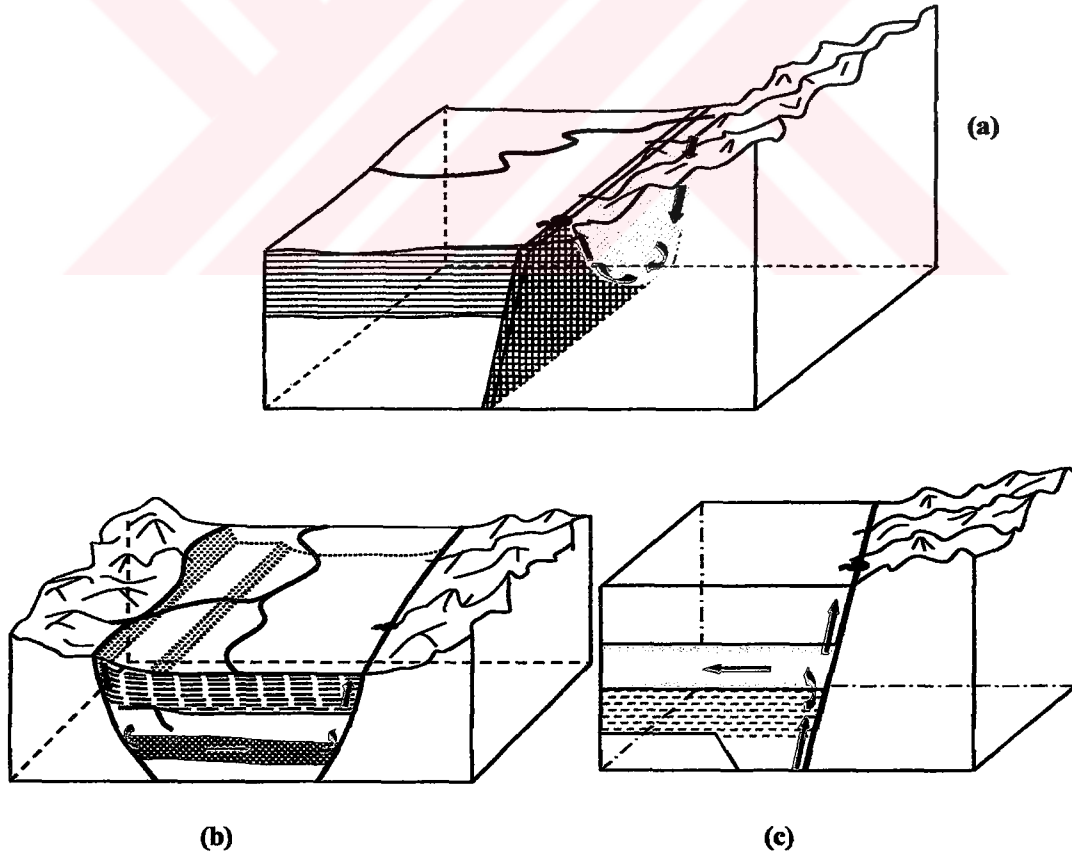
Düşük sıcaklıklı bir sistem için basitleştirilmiş bir model Şekil 1.2’de gösterilmektedir. Bir toplanma havzası özelliğine sahip yüksek rakımlı yerlerde oluşan yağış süzülerek birkaç km derinlikteki ana kayaya ulaşır. Burada sıcak kayadan ısı alır ve yoğunluğu azaldığından dolayı tekrar yeryüzüne doğru yükselmeye başlar. Toplanma havzası ile sıcak akışkanın yeryüzüne çıkış noktası olan düşük rakımlı yer arasındaki uzaklık değişebilir, ancak ortak özellik ısının derinden sığ formasyonlara su ile taşınmasıdır. Isıtma zonu içindeki ve yüzeye kadar uzanabilen çatlak, kırık ve faylar akışkanın ısıtma zonu içindeki hareketini belirleyen akış kanallarıdır.^[1]



Şekil 1.2 : Düşük Sıcaklıklı Sistemler İçin Isı Kaynağı Mekanizması Modeli.^[1]

Isı taşınımının etken olduğu jeotermal sistemler, jeolojik faylanma ve kıvrımlanmanın aktif olduğu, bölgesel ısı akışının normalden yüksek olduğu yerlerde görülür. Türkiye'nin Batı Anadolu bölgesinde bilinen jeotermal sistemler ısı taşınımının etken olduğu sistemlere örnek olarak verilebilir.

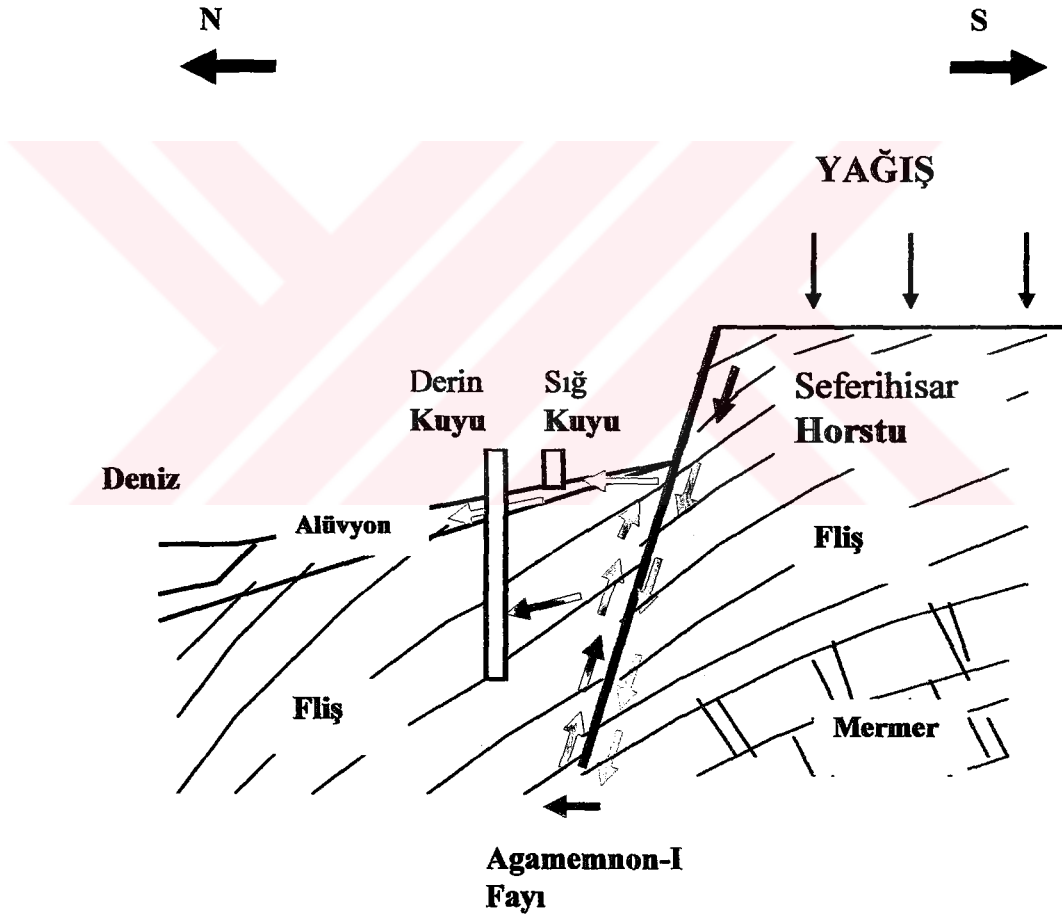
Taşınımın etken olduğu kaynaklar için bazı basit modeller Şekil 1.3'de gösterilmektedir^[1]. Şekil 1.3(a)'da bir fay zonu boyunca yer alan bir kaynak gösterilmektedir. Fay zonunun bir tarafından su derine iner ve ısındıktan sonra aynı fayın diğer tarafından yeryüzüne yükselir. Kaynağın işletilmesi için açılan kuyunun fay zonunu derinde kesmesi yeterli olacaktır. Şekil 1.3(b)'de ise dağlarla sınırlanmış bir fay bloğu vadisi içindeki olası taşınım sistemi gösterilmektedir. Vadinin bir kenarındaki fay zonu boyunca su derine iner, derinde yatay bir akifer içinde ısınır. Daha sonra da vadinin diğer kenarındaki ikinci fay zonu içinde yükselerek yeryüzüne ulaşır. Şekil 1.3(c)'de ise bir fay zonu boyunca yükselen sıcak suyun bir bölümünün yeryüzüne ulaşmadan önce bir yeraltı akiferine girmesi olasılığını şematik olarak gösteren bir model yer almaktadır.



Şekil 1.3 : Taşınımın Etken Olduğu Kaynaklar İçin Basit Modeller.^[1]

Fay zonu boyunca yüzeye ulaşan sıcak su jeotermal sistemin bir parçasını oluştururken, vadi içindeki gözenekli ve geçirgen tabakalı akifer içerdiği sıcak su ile jeotermal sistemin ikinci parçası olmaktadır. Jeotermal akışkanın soğuk yeraltı suyu ile karışması durumunda akışkanın sıcaklığı da düşecektir^[1].

Şekil 1.4’de İzmir-Balçova jeotermal sistemi şematik olarak gösterilmektedir. İzmir-Balçova jeotermal sisteminde yağmur suları Seferihisar Horstu (toplanma havzası) boyunca uzanan Agamemnon-I Fayı ile derinlere iner. Bu bölgede ısı akışı normalden yüksek olduğu için jeotermal akışkan ısınarak yine Agememnon-I Fayı boyunca yeryüzüne yükselir.

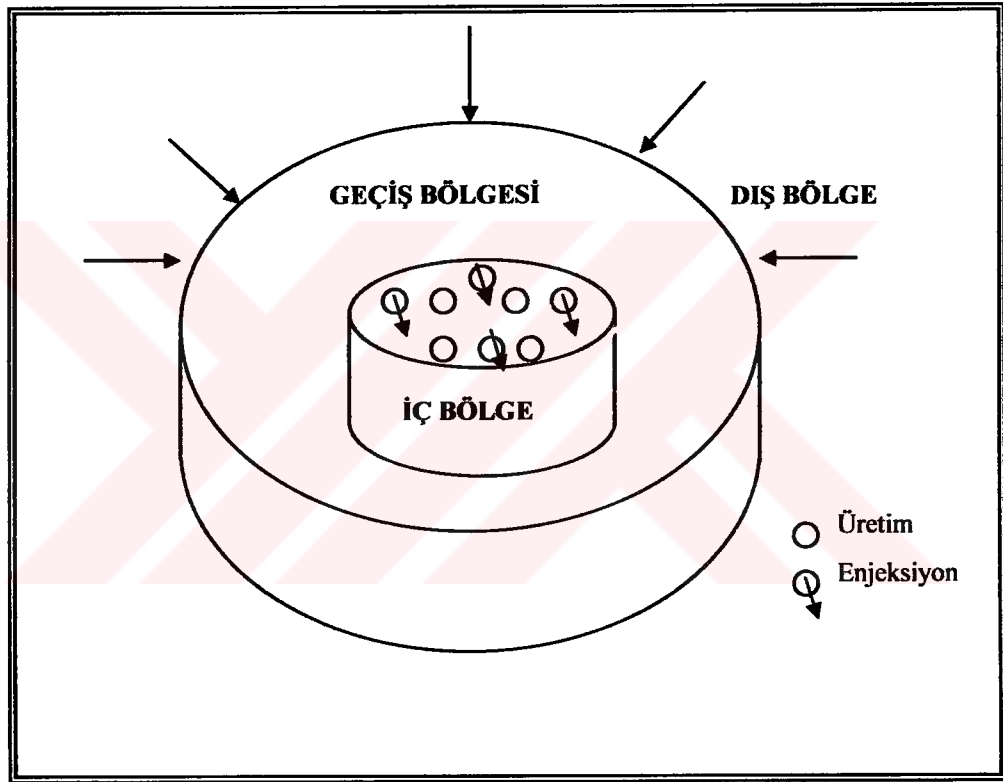


Şekil 1.4 : İzmir-Balçova Jeotermal Sisteminin Şematik Gösterimi.^[1]

1.5 Boyutsuz Rezervuar Modellemesi

Yeni üretime açılmış bir sahanın eldeki sınırlı verilerle gelecekteki potansiyelini tahmin etmek için en uygun yöntem, boyutsuz rezervuar modellemesidir.

Boyutsuz modellemede jeotermal sistem üç ayrı bölgeden oluşuyor olarak temsil edilebilir (Şekil 1.5). Şekil 1.5’de, “İç Bölge” olarak gösterilen kısım üretim ve tekrar - basma gerçekleştiği jeotermal rezervuarı, “Geçiş Bölgesi” jeotermal rezervuarı besleyen akiferi ve “Dış Bölge” ise akiferin beslendiği beslenme kaynağını temsil etmektedir.



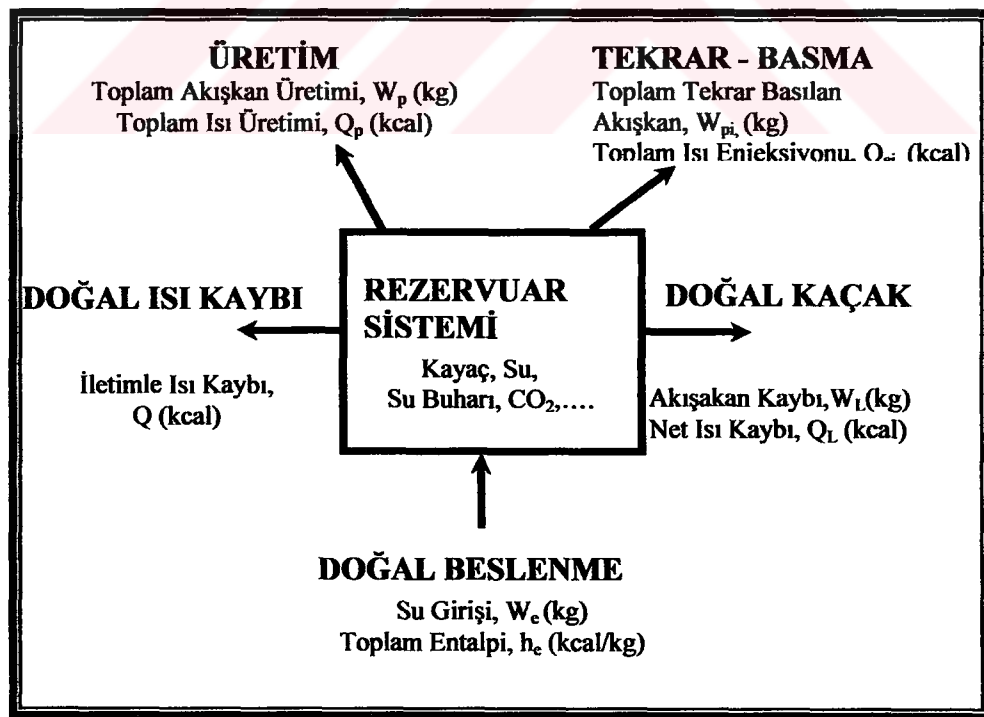
Şekil 1.5 : Jeotermal Sistem Modeli.^[4]

Jeotermal rezervuarların üretim potansiyelerini belirlemede önemli kriterlerden biri de, rezervuarı çevreleyen ve besleyen bir akiferin varlığıdır. Rezervuardan yapılan üretime bağlı olarak azalan rezervuar basıncı, akiferden rezervuara doğal su girişine sebep olmaktadır. Bir başka deyişle rezervuardan yapılan üretim sonunda rezervuarın basıncının düşmesi ile akiferden rezervuara su girişi olup, akiferin basıncı düşer. Böylece beslenme kaynağından akifere su girişi gerçekleşir. Üretim dönemi boyunca rezervuar ortalama basıncının, akiferden olan beslenmenin miktarına bağlı olarak,

beslenme olmaması durumundakine oranla daha az düşmekte veya hiç düşmemektedir. Bu durumda rezervuarın üretim süresi de artmaktadır. Bu anlamda doğal su girişinin, rezervuar basıncı ve su seviyesi üzerindeki etkisini belirlemek için akiferden rezervuara giren suyun miktarı belirlenmelidir. Bazı jeotermal sistemlerde beslenme kaynağı (Dış Bölge) olmayabilir. Bu durumda akifer beslenemeyecek ve basıncı zamana bağlı olarak azalacaktır. Akiferin rezervuarı beslemesi de rezervuardan yapılan üretim miktarına bağlı olarak değişecektir^[4].

Jeotermal rezervuar homojen bir tank gibi düşünülerek, modele giriş verileri olarak rezervuar hacmi, doğal beslenme, toplam ısı ve akışkan üretimi, rezervuardan doğal ısı ve akışkan kaçakları alınır. Şekil 1.6 boyutsuz rezervuar modellemesinde göz önüne alınan parametreleri göstermektedir. ^[1] Boyutsuz rezervuar modelinde enerji dengesi ihmal edilerek, sistemin izotermal olduğu düşünülmekte ve temel olarak aşağıda verilmekte olan kütle denge denkleminde dayandırılmaktadır:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \text{Üretilen} & - & \text{Doğal} & - & \text{Tekrar} \\ \text{Kütle} & & \text{Beslenme} & & \text{Basılan} \\ \hline (W_p) & & (W_e) & & (W_i) \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{Rezervuar} \\ \text{Akışkan} \\ \text{Kütlesi} \\ \hline (W_c) \\ \hline \end{array} c_p \Delta p \quad (1.2)$$



Şekil 1.6 : Boyutsuz Rezervuar Modeli ^[1].

2. DÜŞÜK SICAKLIKLI JEOTERMAL SİSTEMLER İÇİN GELİŞTİRİLEN MODELLER

Sıvının etken olduğu jeotermal rezervuarlarda, üretim süresince izotermal koşullar (yere göre sıcaklık farkının olmadığı) geçerlidir.^[6, 8-10]

Üretim dönemi süresince, üretilen akışkan doğal beslenme ile akiferden karşılanacağı için rezervuar basıncı da beslenecektir. Sistemden kütle kaybının olmadığı düşünülürse, kütle denge denklemi;

$$W_c = W_i - W_u + W_a \quad (2.1)$$

şeklinde yazılır. Burada; incelenen zaman değerinde rezervuardaki kütle, W_c , rezervuardaki ilk kütle, W_i , üretilen kütle, W_u , beslenme ile akiferden rezervuara giren kütle, W_a ile gösterilmektedir.

Kapalı sistemlerde (confined system) üretim, sıkışmış akışkanın genişmesi ile gerçekleşmektedir. Sistemin kapalı olmasına bağlı olarak, sıvının etken olduğu rezervuarlarda başlangıçta akışkan sıkışmış sudur. Bu durumda rezervuardan üretime başlanması ile birlikte, su sıkıştırılabilirliği nedeniyle genişleyecektir. Rezervuar hacmi, V_r , için yerindeki akışkan kütlesi,

$$W_c = (V_r \phi_r \rho_r)_i \quad (2.2)$$

şeklinde verilir. Burada; ϕ_r , rezervuar gözenekliliği ve ρ_r , rezervuar akışkanının yoğunluğudur. Denklem (2.1)'in zamana göre türevi alınır ve izotermal sıkıştırılabilirliğin tanımı kullanılırsa;

$$w_a - w_u = V_r \phi_r \rho_r c_t \frac{dp}{dt} = \kappa_r \frac{dp}{dt} \quad (2.3)$$

elde edilir. Burada; w_a ve $w_{\ddot{u}}$ sırasıyla beslenme ve üretim debileri, c_t ise toplam (akışkan + formasyon) sıkıştırılabilirliktir.

Bu çalışmada, jeotermal sistem 2 farklı tank sistemi kullanılarak modellenmiştir. Rezervuar basıncının davranışını modellemek için analitik çözümler elde edilmiştir. Kullanılan tank sistemleri aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir :

Sistem I. 1 sığ, 1 derin rezervuar tankı ve beslenme kaynağı

Sistem II. 1 sığ, 1 derin rezervuar , 1 akifer tankı ve beslenme kaynağı

Modellerde, tanklar arasındaki (akifer-rezervuar veya rezervuar -rezervuar) su girişi, Schilthuis kararlı akış denklemi ile ifade edilmektedir.

Beslenmenin, tanklar ile beslenme kaynağı arasındaki basınç farkı ile orantılı olduğu varsayılmaktadır. Sistemin dış sınırındaki beslenme kaynağının basıncının sabit olması durumunda su girişi (beslenme) debisi Schilthuis modeli kullanılarak;

$$w_a = \alpha_a (p_i - p_r) \quad (2.4)$$

şeklinde elde edilir. Burada; p_i , beslenme kaynağının basıncı; p_r , rezervuar tankının basıncı ve α_a , rezervuarın beslenme sabitidir.

Bunlara ek olarak, rezervuardan sabit debi ile üretim yapılması durumu incelenmektedir. Rezervuar basıncının korunması için tekrar - basmanın da göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Boyutsuz rezervuar modellemesinde tekrar - basılan edilen akışkan kütlesi (W_e), kütle denge denkleminde uygun şekilde eklenmektedir.

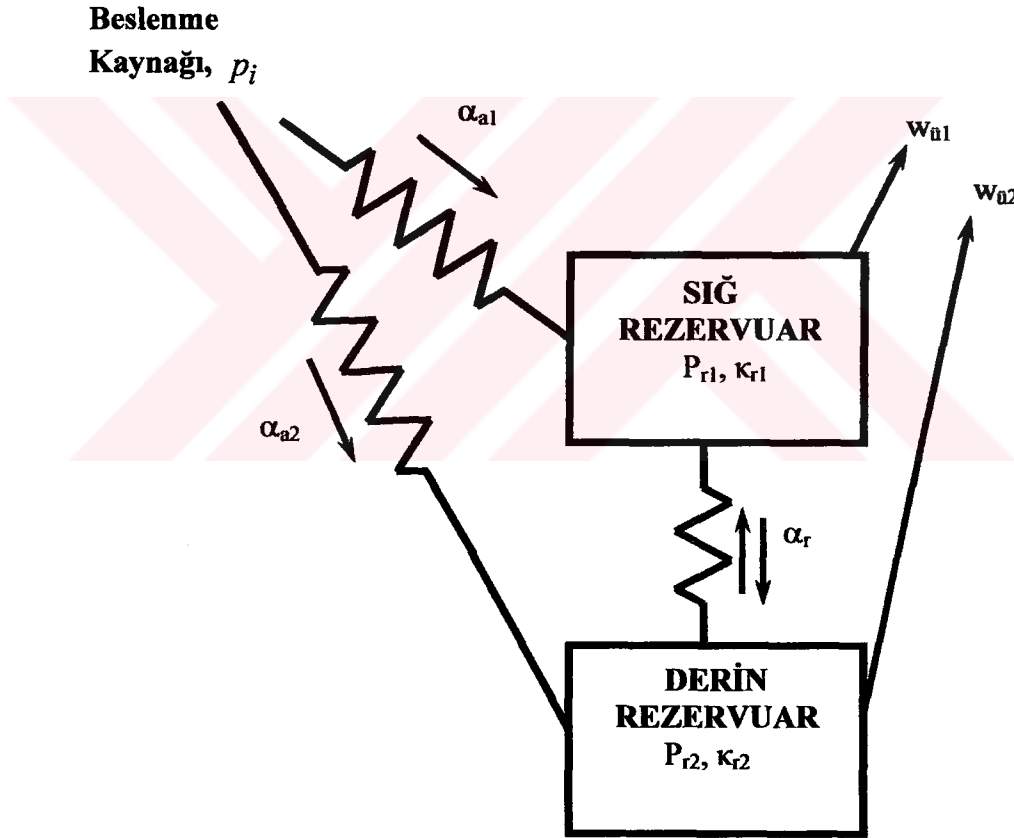
$$W_c = W_i - W_{\ddot{u}} - W_l + W_a + W_e \quad (2.5)$$

Burada; W_i : başlangıçtaki kütle, $W_{\ddot{u}}$: üretilen kütle, W_l : kaçak kütle(kontrolsüz), W_a : beslenmeye giren kütle, W_e : tekrar - basılan kütle'dir. Doğal çıkışlar ile kontrolsüz olarak kaçan kütle boyutsuz modellemeye diğerlerine göre görece olarak küçüklüğünden dolayı ihmal edilmektedir. Tekrar - basma ve üretim terimleri *Net Üretim* terimi olarak Denklem 2.6'da verildiği gibi birleştirilebilmektedir.

$$W_{\ddot{u},net} = W_{\ddot{u}} - W_e \text{ veya kütleli debi olarak } w_{\ddot{u},net} = w_{\ddot{u}} - w_e \quad (2.6)$$

2.1 1 Sığ, 1 Derin Rezervuar Tankı ve Beslenme Kaynağı Modeli (Akifersiz İki Rezervuar Tankı Modeli)

Bu modellemede jeotermal sistemin, 1 sığ ve 1 derin olmak üzere iki ayrı rezervuar tankından oluştuğu ve her iki rezervuar tankının sabit basınçlı bir beslenme kaynağından beslendiği düşünülmektedir (Şekil 2.1). Sığ ve derin rezervuardan yapılan net üretim (sırasıyla, w_{u1} ve w_{u2}) miktarına bağlı olarak rezervuar tankları arasında da akışkan akışı gerçekleşmektedir. Burada incelenen model, Balçova jeotermal sistemini temsil edebilecek olası bir model olarak düşünülebilir (bkz Şekil 1.4).^[11]



Şekil 2.1 1 Sığ, 1 Derin Rezervuar Tankı ve Beslenme Kaynağı.

Bu modellemede, rezervuar tanklarının ve beslenme kaynağının hidrolik dengede olması varsayılarak analitik çözümler geliştirilmiştir.

Rezervuar tankları için kütle denge denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir :

Sığ Rezervuar Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$\alpha_{a1}(p_i - p_{r1}) + \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}) - w_{u1} = \kappa_{r1} \frac{dp_{r1}}{dt} \quad (2.7)$$

$$\kappa_{r1} = V_{r1} \phi_{r1} \rho_{r1} c_{t1}$$

Derin Rezervuar Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$\alpha_{a2}(p_i - p_{r2}) - \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}) - w_{u2} = \kappa_{r2} \frac{dp_{r2}}{dt} \quad (2.8)$$

$$\kappa_{r2} = V_{r2} \phi_{r2} \rho_{r2} c_{t2}$$

$$\text{Başlangıç Koşulu} \quad : \quad \Delta p_{r1} = \Delta p_{r2} = 0 \text{ @ } t = 0 \quad (2.9)$$

Denklem 2.7 – 2.9 kullanılarak, sığ ve derin rezervuar tankının basıncının zamana göre ifadeleri aşağıdaki şekilde elde etmek mümkündür. Çözüm ayrıntılı olarak Ek-A’da sunulmaktadır.

$$p_{r1}(t) = p_i - \left\{ w_{u1} \left[\frac{a_1}{\mu_1 \mu_2} - \frac{\mu_1 - \kappa_{r1} a_1}{\kappa_{r1} \mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_1 t) + \frac{\mu_2 - \kappa_{r1} a_1}{\kappa_{r1} \mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \right] + w_{u2} \left[\frac{a_2}{\mu_1 \mu_2} + \frac{a_2}{\mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_1 t) - \frac{a_2}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \right] \right\} \quad (2.10)$$

$$p_{r2}(t) = p_i - \left\{ \begin{aligned} &w_{a1} \left[\begin{aligned} &\frac{a_2}{\mu_1 \mu_2} + \frac{a_2}{\mu_1(\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_1 t) \\ &- \frac{a_2}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \end{aligned} \right] \\ &+ w_{a2} \left[\begin{aligned} &\frac{a_3}{\mu_1 \mu_2} - \frac{\mu_1 - \kappa_{r2} a_3}{\kappa_{r2} \mu_1(\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_1 t) \\ &+ \frac{\mu_2 - \kappa_{r2} a_3}{\kappa_{r2} \mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Burada μ_1 ve μ_2 Ek-A'de verilen ikinci derece denklemin kökleridir ve

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= \frac{a_4 + \sqrt{a_4^2 - 4a_5}}{2} \\ \mu_2 &= \frac{a_4 - \sqrt{a_4^2 - 4a_5}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{\alpha_{a2} + \alpha_r}{\kappa_{r1} \kappa_{r2}} \\ a_2 &= \frac{\alpha_r}{\kappa_{r1} \kappa_{r2}} \\ a_3 &= \frac{\alpha_{a1} + \alpha_r}{\kappa_{r1} \kappa_{r2}} \\ a_4 &= \frac{\kappa_{r2}(\alpha_{a1} + \alpha_r) + \kappa_{r1}(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r1} \kappa_{r2}} \\ a_5 &= \frac{\alpha_{a1} \alpha_{a2} + \alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_{r1} \kappa_{r2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

şeklinde ifade edilir.

Denklem 2.10 ve 2.11'u, sabit debi ile üretim yapılması durumu için zamanın küçük ve büyük değerlerinde inceleyelim.

a) **Zamanın Küçük Değerlerinde** ; Denklemler 2.10 ve 2.11'deki eksponansiyel terimler,

$$\exp(-\mu_1 t) \approx 1 - \mu_1 t \text{ ve } \exp(-\mu_2 t) \approx 1 - \mu_2 t \quad (2.14)$$

şeklinde yazılabilir Burada $e^{-x} \approx 1 - x$ ($x \leq 0.1$) ve Denklemler 2.10 ve Denklemler 2.11 aşağıdaki gibi elde edilir.

$$p_{r1}(t) = p_i - \left\{ \begin{array}{l} w_{a1} \left[\frac{a_1}{\mu_1 \mu_2} - \frac{\mu_1 - \kappa_{r1} a_1}{\kappa_{r1} \mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} (1 - \mu_1 t) \right] \\ + w_{a2} \left[\frac{a_2}{\mu_1 \mu_2} + \frac{a_2}{\mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} (1 - \mu_1 t) \right. \\ \left. - \frac{a_2}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} (1 - \mu_2 t) \right] \end{array} \right\} \quad (2.15)$$

$$= p_i - \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} t$$

$$p_{r2}(t) = p_i - \left\{ \begin{array}{l} w_{a1} \left[\frac{a_2}{\mu_1 \mu_2} + \frac{a_2}{\mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} (1 - \mu_1 t) \right. \\ \left. - \frac{a_2}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} (1 - \mu_2 t) \right] \\ + w_{a2} \left[\frac{a_3}{\mu_1 \mu_2} - \frac{\mu_1 - \kappa_{r2} a_3}{\kappa_{r2} \mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} (1 - \mu_1 t) \right. \\ \left. + \frac{\mu_2 - \kappa_{r2} a_3}{\kappa_{r2} \mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} (1 - \mu_2 t) \right] \end{array} \right\} \quad (2.16)$$

$$= p_i - \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} t$$

Denklemler 2.15 ve Denklemler 2.16'dan anlaşılacağı gibi, zamanın küçük değerlerinde hem sığ hem de derin rezervuarın basıncı zamana bağlı olarak doğrusal olarak azalmaktadır.

b) **Zamanın Büyük Değerlerinde** ; Denklem 2.10 ve Denklem 2.11'deki eksponansiyel terimler ,

$$\exp(-\mu_1 t) \cong 0 \text{ ve } \exp(-\mu_2 t) \cong 0 \quad (2.17)$$

şeklinde yazılabilir, burada $(-\mu_1 t = x > 5)$ ve Denklem 2.10 ve Denklem 2.11 aşağıdaki gibi elde edilir.

$$p_{r1}(t) = p_i - \left[w_{a1} \left(\frac{a_1}{\mu_1 \mu_2} \right) + w_{a2} \left(\frac{a_2}{\mu_1 \mu_2} \right) \right] \quad (2.18)$$

$$p_{r2}(t) = p_i - \left[w_{a1} \left(\frac{a_2}{\mu_1 \mu_2} \right) + w_{a2} \left(\frac{a_3}{\mu_1 \mu_2} \right) \right] \quad (2.19)$$

Denklem 2.18 ve Denklem 2.19'den anlaşılaçağı gibi, zamanın büyük değerlerinde, hem sığ hem de derin rezervuardan yapılan net üretim ile rezervuara olan su girişi miktarı dengelenmekte ve rezervuarların basıncı sabitlenmektedir. Denklem 2.18 ve Denklem 2.19 düzenlenirse, herbir rezervuar için kararlı akışa ulaşma anındaki maksimum basınç değeri, $\Delta p_{\max, \text{sığ}}$ ve $\Delta p_{\max, \text{derin}}$:

$$\Delta p_{\max, \text{sığ}} = \Delta p_{\text{ssığ}} = \left[\frac{w_{a1}(\alpha_{a2} + \alpha_r) + w_{a2}\alpha_r}{\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \right] \quad (2.20)$$

$$\Delta p_{\max, \text{derin}} = \Delta p_{\text{ssderin}} = \left[\frac{w_{a1}\alpha_r + w_{a2}(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \right] \quad (2.21)$$

şeklinde elde edilir.

$|\mu_1| > |\mu_2|$ olduğu için; $\exp(-\mu_1 t)$ terimi, $\exp(-\mu_2 t)$ teriminden çok daha önce sıfıra ulaşacaktır. Bu nedenle, basıncın sabitlendiğı zaman (maksimum basınç değışimine ulaşım zamanı) değeri bulmak için $\exp(-\mu_2 t)$ teriminin sıfır olduğu zaman değeri bulmak yeterli olacaktır.

Bilindiği gibi, $\mu_2 t > 5$ için $\exp(-\mu_2 t) \cong 0$ 'dır. Buradan; basıncın sabitlendiği zaman değeri, t_s :

$$t_s = \frac{10\kappa_{r1}\kappa_{r2}}{\kappa_{r2}(\alpha_{a1} + \alpha_r) + \kappa_{r1}(\alpha_{a2} + \alpha_r) - SQRT} \quad (2.22)$$

$$SQRT = \sqrt{(\kappa_{r2}\alpha_{a1} - \kappa_{r1}\alpha_{a2})^2 + (\kappa_{r2}\alpha_r + \kappa_{r1}\alpha_r)^2 + (\kappa_{r2} - \kappa_{r1})(2\kappa_{r2}\alpha_{a1}\alpha_r - 2\kappa_{r1}\alpha_{a2}\alpha_r)} \quad (2.23)$$

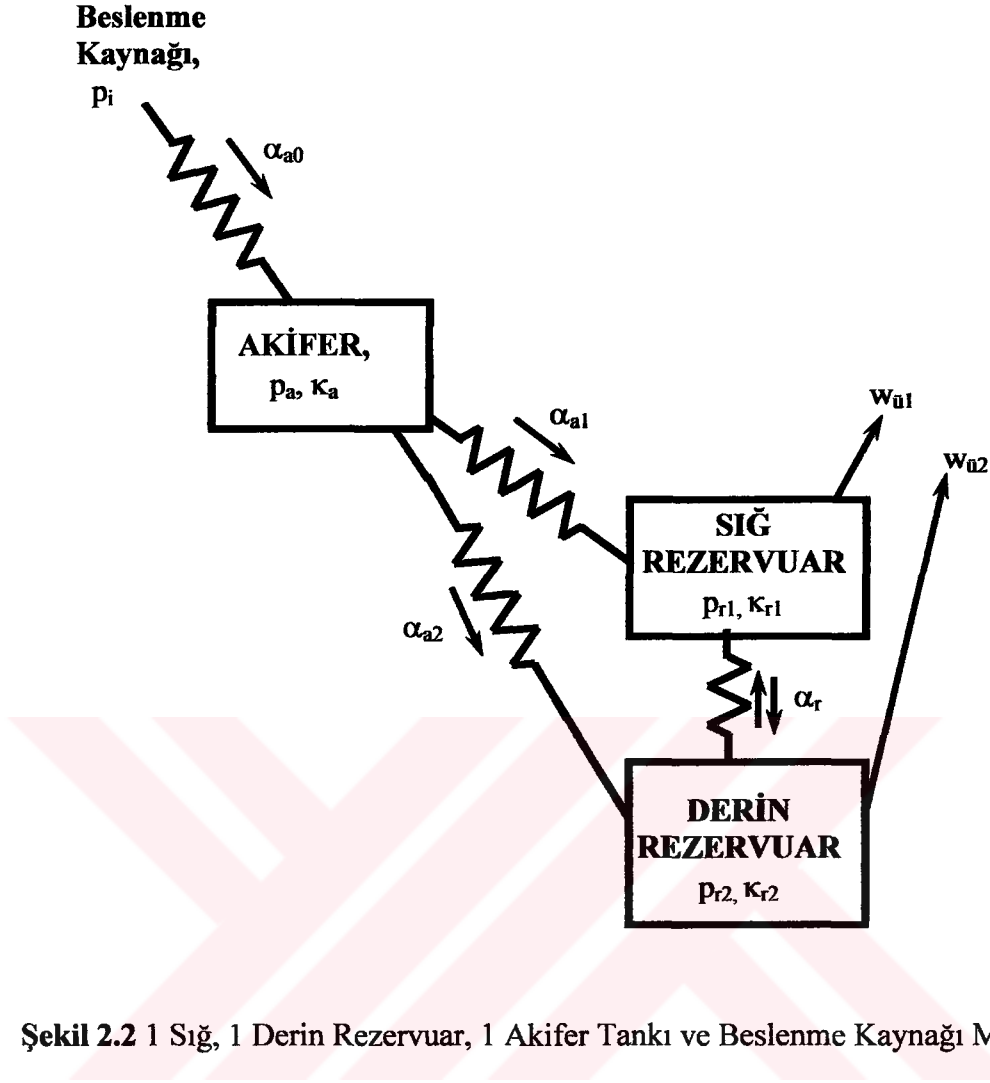
olarak bulunur. Basınc farkının, $\Delta p = p_i - p_{rj}$ ($j=1,2$), zamana karşı grafiği çizildiğinde, küçük zaman değerlerinde doğrunun eğimi w_{u1}/κ_{rj} (Denklem 2.15 ve Denklem 2.16) iken büyük zaman değerlerinde ($t > t_s$) basınc farkı sabitlenmektedir

ve sabitlendiği değer sığ rezervuar için $\left[\frac{w_{u1}(\alpha_{a2} + \alpha_r) + w_{u2}\alpha_r}{\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \right]$ (Denklem 2.20),

derin rezervuar için $\left[\frac{w_{u1}\alpha_r + w_{u2}(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \right]$ (Denklem 2.21) olarak verilmektedir.

2.2 1-Sığ, 1-Derin Rezervuar, 1-Akifer Tankı ve Beslenme Kaynağı Modeli (Akifeli İki Rezervuar Tankı Modeli)

Bu modellemede jeotermal sistemin, 1 sığ ve 1 derin olmak üzere iki ayrı rezervuar tankından oluştuğu ve her iki rezervuar tankının bir akifer tankından beslendiği düşünülmektedir (Şekil 2.2). Ayrıca, akifer tankının bir beslenme kaynağından beslendiği durum incelenmektedir. Sığ ve derin rezervuardan yapılan net üretim (sırasıyla, w_{u1} ve w_{u2}) miktarına bağlı olarak rezervuar tankları arasında da akışkan akışı gerçekleşmektedir. Burada incelenen durum, Bölüm 2.1'de incelenen modele göre beslenme kaynağı ve rezervuarlar arasında bir akifer olması durumunu yansıtmaktadır. Bu modellemede, rezervuar tanklarının, akifer tankının ve beslenme kaynağının hidrolik dengede olması varsayılarak analitik çözümler geliştirilmiştir.



Şekil 2.2 1 Sığ, 1 Derin Rezervuar, 1 Akifer Tankı ve Beslenme Kaynağı Modeli.

Rezervuar ve akifer tankları için kütle denge denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir :

Akifer Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$\alpha_{a0}(p_i - p_a) - \alpha_{a1}(p_a - p_{r1}) - \alpha_{a2}(p_a - p_{r2}) = \kappa_a \frac{dp_a}{dt} \quad (2.24)$$

Sığ Rezervuar Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$\alpha_{a1}(p_a - p_{r1}) + \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}) - w_{u1} = \kappa_{r1} \frac{dp_{r1}}{dt} \quad (2.25)$$

Derin Rezervuar Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$\alpha_{a2}(p_a - p_{r2}) - \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}) - w_{a2} = \kappa_{r2} \frac{dp_{r2}}{dt} \quad (2.26)$$

$$\text{Başlangıç Koşulu} \quad : \quad \Delta p_a = \Delta p_{r1} = \Delta p_{r2} = 0 @ t = 0 \quad (2.27)$$

Denklem 2.24 – 2.27 kullanılarak, sıg ve derin rezervuar tankının basıncının zamana göre ifadeleri aşağıdaki şekilde elde etmek mümkündür. Çözüm ayrıntılı olarak Ek-B’de sunulmaktadır.

$$p_{r1}(t) = p_i - \left\{ \begin{array}{l} \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \left[\begin{array}{l} \frac{a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \\ - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_9) \mu_1 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} \exp(-\mu_1 t) \\ - \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_9) \mu_2 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2) (\mu_3 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \\ - \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_9) \mu_3 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3) (\mu_2 - \mu_3)} \exp(-\mu_3 t) \end{array} \right] \\ + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \left[\begin{array}{l} \frac{a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \\ - \frac{-a_6 \mu_1 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} \exp(-\mu_1 t) \\ - \frac{-a_6 \mu_2 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2) (\mu_3 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \\ - \frac{-a_6 \mu_3 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3) (\mu_2 - \mu_3)} \exp(-\mu_3 t) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (2.28)$$

$$p_{r2}(t) = p_i - \left\{ \begin{aligned} & \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \\ & - \frac{a_8 \mu_1 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} \exp(-\mu_1 t) \\ & - \frac{a_8 \mu_2 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \\ & - \frac{a_8 \mu_3 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} \exp(-\mu_3 t) \end{aligned} \right] \\ & + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \\ & - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_5) \mu_1 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} \exp(-\mu_1 t) \\ & - \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_5) \mu_2 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \\ & - \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_5) \mu_3 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} \exp(-\mu_3 t) \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Burada μ_1 , μ_2 ve μ_3 Ek-B'de verilen üçüncü derece denklemin kökleridir ve

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= 2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\theta}{3}\right) + \frac{(a_1 + a_5 + a_9)}{3} \\ \mu_2 &= 2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\theta + 2\pi}{3}\right) + \frac{(a_1 + a_5 + a_9)}{3} \\ \mu_3 &= 2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\theta + 4\pi}{3}\right) + \frac{(a_1 + a_5 + a_9)}{3} \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

$$Q = \frac{(a_1 + a_5 + a_9)^2 - 3(a_5 a_9 - a_6 a_8 + a_1 a_5 + a_1 a_9 - a_2 a_4 - a_3 a_7)}{9}$$

$$R = \frac{1}{54} \left[\begin{aligned} & 2(a_1 + a_5 + a_9)^3 \\ & - 9(a_1 + a_5 + a_9)(a_5 a_9 - a_6 a_8 + a_1 a_5 + a_1 a_9 - a_2 a_4 - a_3 a_7) \\ & + 27(a_1 a_5 a_9 - a_1 a_6 a_8 - a_2 a_4 a_9 - a_2 a_6 a_7 - a_3 a_4 a_8 - a_3 a_5 a_7) \end{aligned} \right] \quad (2.31)$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{R}{\sqrt{Q^3}}\right)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2}}{\kappa_a}, \quad a_2 = \frac{\alpha_{a1}}{\kappa_a}, \quad a_3 = \frac{\alpha_{a2}}{\kappa_a}, \\ a_4 &= \frac{\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}}, \quad a_5 = \frac{\alpha_{a1} + \alpha_r}{\kappa_{r1}}, \quad a_6 = \frac{\alpha_r}{\kappa_{r1}} \\ a_7 &= \frac{\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}}, \quad a_8 = \frac{\alpha_r}{\kappa_{r2}}, \quad a_9 = \frac{\alpha_{a2} + \alpha_r}{\kappa_{r2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

şeklinde ifade edilir.

Denklem 2.28 ve 2.29'u, sabit debi ile üretim yapılması durumu için zamanın küçük ve büyük değerlerinde inceleyelim.

a) Zamanın Küçük Değerlerinde ; Denklem 2.28 ve 2.29'daki eksponansiyel terimler,

$$\mu_1 t \leq 0.1 \quad \text{ve} \quad \mu_2 t \leq 0.1 \quad \text{için}$$

$$\exp(-\mu_1 t) \approx 1 - \mu_1 t \quad \text{ve} \quad \exp(-\mu_2 t) \approx 1 - \mu_2 t \quad (2.33)$$

şeklinde yazılabilir ve Denklem 2.28 ve 2.29 aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} p_{r1}(t) = p_i - & \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_9) \mu_1 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} (1 - \mu_1 t) \right] \\ & \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} - \left[\frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_9) \mu_2 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2) (\mu_3 - \mu_2)} (1 - \mu_2 t) \right] \\ & - \left[\frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_9) \mu_3 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3) (\mu_2 - \mu_3)} (1 - \mu_3 t) \right] \end{aligned} \right\} \\ & + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} - \frac{-a_6 \mu_1 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} (1 - \mu_1 t) \\ & - \frac{-a_6 \mu_2 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2) (\mu_3 - \mu_2)} (1 - \mu_2 t) \\ & - \frac{-a_6 \mu_3 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3) (\mu_2 - \mu_3)} (1 - \mu_3 t) \end{aligned} \right] \\ & = p_i - \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} t \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned}
p_{r2}(t) = p_i - & \left\{ \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} - \frac{-a_8 \mu_1 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} (1 - \mu_1 t) \\ & - \frac{-a_8 \mu_2 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2) (\mu_3 - \mu_2)} (1 - \mu_2 t) \\ & - \frac{-a_8 \mu_3 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3) (\mu_2 - \mu_3)} (1 - \mu_3 t) \end{aligned} \right] \right. \\
& + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_5) \mu_1 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} (1 - \mu_1 t) \\ & - \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_5) \mu_2 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2) (\mu_3 - \mu_2)} (1 - \mu_2 t) \\ & - \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_5) \mu_3 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3) (\mu_2 - \mu_3)} (1 - \mu_3 t) \end{aligned} \right] \Big\} \\
= p_i - & \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} t
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Denklem 2.34 ve 2.35'den anlaşılabacağı gibi, zamanın küçük değerlerinde hem sıg hem de derin rezervuarın basıncı zamana bağlı olarak doğrusal olarak azalmaktadır.

b) Zamanın Büyük Değerlerinde ; Denklem 2.28 ve 2.29'daki eksponansiyel terimler ,

$$\mu_1 t \geq 5 \text{ ve } \mu_2 t \geq 5 \text{ için}$$

$$\exp(-\mu_1 t) \cong 0 \text{ ve } \exp(-\mu_2 t) \cong 0 \tag{2.36}$$

şeklinde yazılabilir ve Denklem 2.28 ve 2.29 aşağıdaki gibi elde edilir.

$$p_{r1}(t) = p_i - \left\{ \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \left[\frac{a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \right] + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \left[\frac{a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \right] \right\} \tag{2.37}$$

$$p_{r2}(t) = p_i - \left\{ \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \left[\frac{a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \right] + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \left[\frac{a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \right] \right\} \tag{2.38}$$

Denklem 2.37 ve 2.38'den anlaşılacağı gibi, zamanın büyük değerlerinde, hem sığ hem de derin rezervuardan yapılan net üretim ile rezervuara olan su girişi miktarı dengelenmekte ve rezervuarların basıncı sabitlenmektedir. Denklem 2.37 ve 2.38 düzenlenirse, herbir rezervuar için kararlı akışa ulaşma anındaki maksimum basınç değeri, $\Delta p_{\max, \text{sığ}}$ ve $\Delta p_{\max, \text{derin}}$:

$$\Delta p_{\max, \text{sığ}} = \Delta p_{\text{ssığ}} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{w_{\#1} [(\alpha_{a2} + \alpha_r)(\alpha_{a0} + \alpha_{a1}) + \alpha_{a2}\alpha_r]}{\alpha_{a0}\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_{a0}\alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \\ + \frac{w_{\#2} [\alpha_r(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2}) + \alpha_{a1}\alpha_{a2}]}{\alpha_{a0}\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_{a0}\alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \end{array} \right\} \quad (2.39)$$

$$\Delta p_{\max, \text{derin}} = \Delta p_{\text{ssderin}} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{w_{\#1} [\alpha_r(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2}) + \alpha_{a1}\alpha_{a2}]}{\alpha_{a0}\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_{a0}\alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \\ + \frac{w_{\#2} [(\alpha_{a1} + \alpha_r)(\alpha_{a0} + \alpha_{a2}) + \alpha_{a1}\alpha_r]}{\alpha_{a0}\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_{a0}\alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \end{array} \right\} \quad (2.40)$$

şeklinde elde edilir.

Basınç farkının, $\Delta p = p_i - p_{rj}$ ($j=1,2$), zamana karşı grafiği çizildiğinde, küçük zaman değerlerinde doğrunun eğimi $\frac{w_{ij}}{K_{rj}}$ (Denklem 2.34 ve 2.35) iken büyük zaman

değerlerinde ($t > t_s$) basınç farkı sabitlenmektedir ve sabitlendiği değer

$$\text{sığ rezervuar için ;} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{w_{\#1} [(\alpha_{a2} + \alpha_r)(\alpha_{a0} + \alpha_{a1}) + \alpha_{a2}\alpha_r]}{\alpha_{a0}\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_{a0}\alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \\ + \frac{w_{\#2} [\alpha_r(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2}) + \alpha_{a1}\alpha_{a2}]}{\alpha_{a0}\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_{a0}\alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \end{array} \right\} \quad (2.41)$$

$$\text{derin rezervuar için ;} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{w_{\#1} [\alpha_r(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2}) + \alpha_{a1}\alpha_{a2}]}{\alpha_{a0}\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_{a0}\alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \\ + \frac{w_{\#2} [(\alpha_{a1} + \alpha_r)(\alpha_{a0} + \alpha_{a2}) + \alpha_{a1}\alpha_r]}{\alpha_{a0}\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_{a0}\alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \end{array} \right\} \quad (2.42)$$

olmaktadır.

3. REZERVUAR VE AKİFER PARAMETRELERİNİN BASINÇ DAVRANIŞLARINA ETKİSİ

3.1 Akifersiz İki Rezervuar Tankı Modeli

İzmir-Balçova Jeotermal Sahasında derin rezervuarda ortalama 2 bar, sığ rezervuarda ise ortalama 1 bar'lık basınç düşümü gözlenmektedir. Söz konusu basınç düşümleri 2000 yılına ait derin kuyulardan yapılan yaklaşık 75 kg/s ve sığ kuyulardan yapılan yaklaşık 25 kg/s üretim-tekrar basma farkı durumunda oluşmaktadır.^[5,11] Bu çalışmada incelenen modellemelerde sığ ve derin rezervuarlar için:

$$\alpha_{sig}=0-20 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{derin}=0-100 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{sig-derin}=0-20 \text{ kg/bar-s},$$

$$\kappa_{sig}=2 \times 10^6-2 \times 10^8 \text{ kg/bar}, \kappa_{derin}=2 \times 10^4-2 \times 10^{10} \text{ kg/bar}, w_{sig}=0-100 \text{ kg/s},$$

$w_{derin}=0-100 \text{ kg/s}$ değer aralıkları kullanılarak bu parameterlerin basınç davranışına etkileri incelenmektedir. Yukarıdaki parametre değerleri, Balçova sahasının davranışını inceleyen ve ayrıntıları Kaynak 5'de verilen ön değerlendirme çalışmalarından bulunan değerlerdir ve bu çalışmada incelenen değerler olarak alınmıştır. Bir önceki bölümdeki model parametrelerinin alt indisleri ile bu bölümde kullanılan alt indisler farklıdır. Uyumluluk açısından aşağıda ve kısaltmalar bölümünde gösterildiği şekilde model parametreleri ifade edilebilmektedir.

$$\alpha_{a0} \equiv \alpha_{akifer}, \quad \alpha_{a1} \equiv \alpha_{sig}, \quad \alpha_{a2} \equiv \alpha_{derin}, \quad \alpha_{12} \equiv \alpha_{sig-derin}, \quad \kappa_{r1} \equiv \kappa_{sig}, \quad \kappa_{r2} \equiv \kappa_{derin},$$

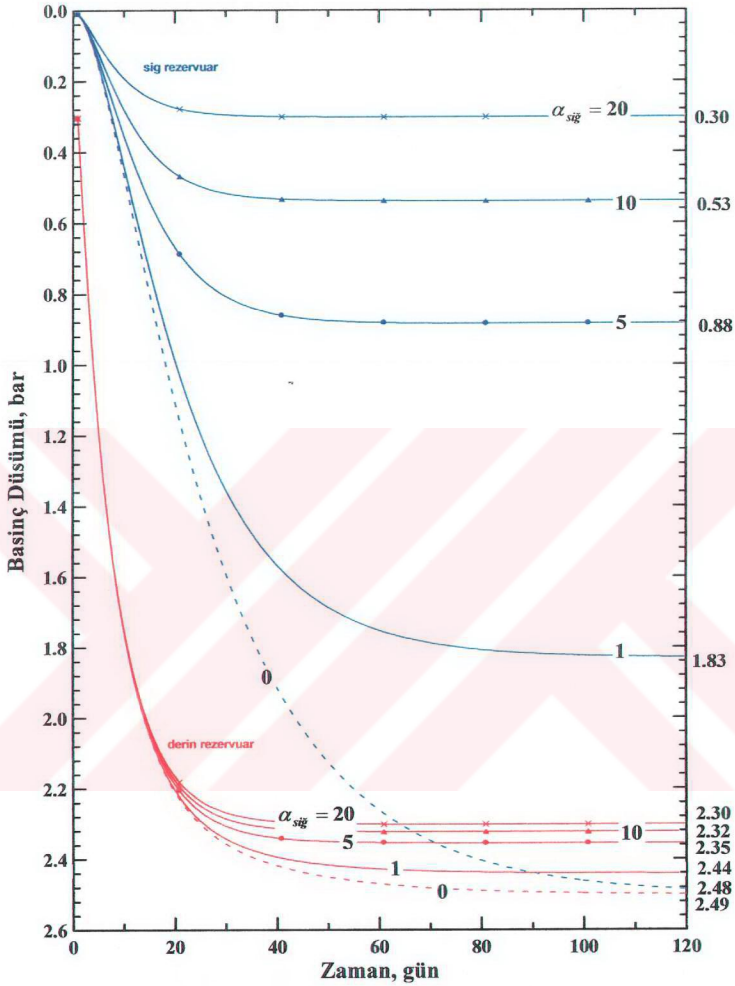
$$\kappa_{a0} \equiv \kappa_{akifer}, \quad w_{u1} \equiv w_{sig}, \quad w_{u2} \equiv w_{derin}, \quad p_{a0} \equiv p_{akifer}, \quad p_{r1} \equiv p_{sig}, \quad p_{r2} \equiv p_{derin}$$

3.1.1 Sığ Rezervuarın Beslenmesinin (α_{sig}) Etkisi

$$\kappa_{sig} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \alpha_{derin} = 30 \text{ kg/bar-s},$$

$$\alpha_{sig-derin} = 3 \text{ kg/bar-s}, w_{sig} = 0 \text{ kg/s}, w_{derin} = 75 \text{ kg/s} \text{ parametreleri sabit tutularak}$$

α_{sig} 'ın 0, 1, 5, 10, 20 kg/bar-s değerleri için hesaplanan basınç düşümü Şekil 3.1'de gösterilmektedir.



Şekil 3.1 Sığ Rezervuarın Beslenmesinin (α_{sig}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{derin} = 30 \text{ kg/bar-s}$,
 $\alpha_{sig-derin} = 3 \text{ kg/bar-s}$, $w_{sig} = 0 \text{ kg/s}$, $w_{derin} = 75 \text{ kg/s}$

Şekil 3.1'e göre sığ rezervuardan üretim olmamasına rağmen, sığ ve derin rezervuarlar arasındaki hidrolik bağlantı nedeniyle, derin rezervuardan yapılan üretim sonucu derin rezervuarda oluşan basınç düşümü, sığ rezervuardan derin rezervuara doğru akışkan akışına neden olmakta ve bu nedenle sığ rezervuarın basıncı etkilanmaktadır. Sığ rezervuarın beslenme sabiti artarken, sığ ve derin rezervuarlardaki basınç düşümü değeri azalmakta ve fakat sığ ve derin rezervuarların basınç düşümü değeri arasındaki fark ise artmaktadır. Çünkü sığ rezervuarın beslenmesinin artmasıyla sığ rezervuardaki basınç düşümü azalmakta, bu da rezervuarlar arasındaki basınç farkının artmasına sebep olmaktadır.

3.1.2 Derin Rezervuarın Beslenmesinin (α_{derin}) Etkisi

$$\kappa_{sığ} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \alpha_{sığ} = 20 \text{ kg/bar-s},$$

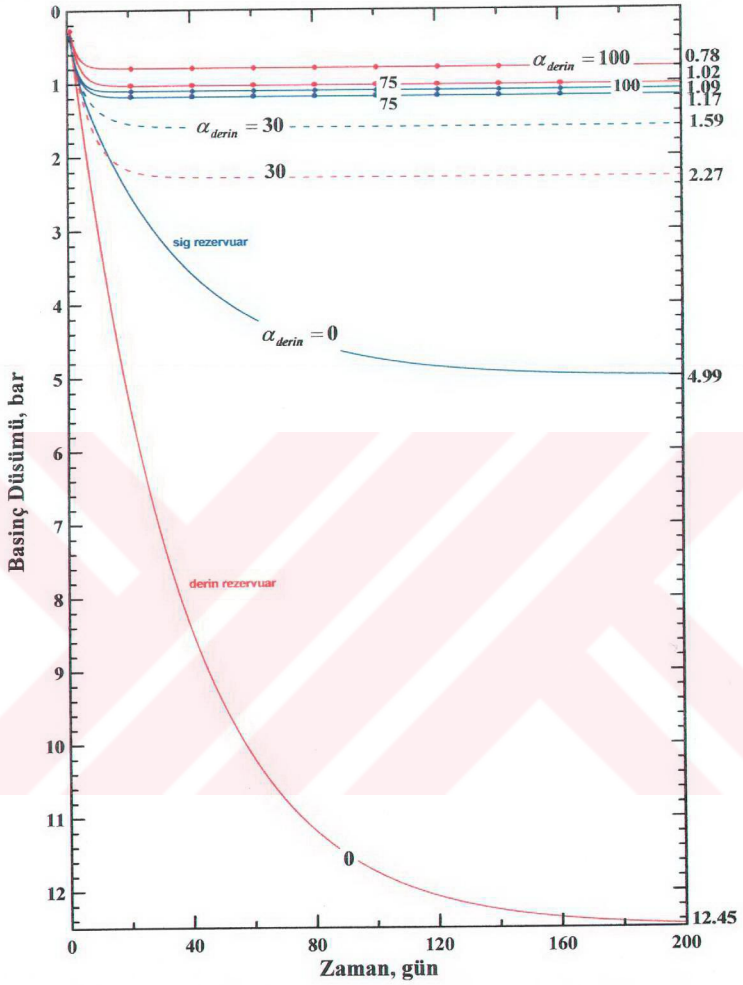
$\alpha_{sığ-derin} = 10 \text{ kg/bar-s}$, $w_{sığ} = 25 \text{ kg/s}$, $w_{derin} = 75 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak α_{derin} 'in 0, 30, 75, 100 kg/bar-s değeri için hesaplanan basınç düşümü değeri Şekil 3.2'de gösterilmektedir.

Şekil 3.2'ye göre, derin rezervuarın besleme sabiti değeri arttıkça, sığ ve derin rezervuarlar arasındaki basınç arasındaki farkı değeri azalmaktadır.

Derin rezervuarın beslenmesi az olduğunda (0 ve 30 kg/bar-s) sığ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. Derin rezervuarın beslenmesi arttıkça;

- 1) Δp_{derin} (derin rezervuarın basınç düşümü değeri) azalmakta,
- 2) sığ rezervuar derin rezervuarı besler durumda olduğundan $\Delta p_{sığ}$ değeri azalma olmaktadır.

Ancak derin rezervuarın beslenme sabiti değeri artırıldığında (75 ve 100 kg/bar-s) derin rezervuar sığ rezervuarı beslemekte ve derindeki basınç düşümünün sığın basınç düşümünden daha az olması durumu gerçekleşmektedir.



Şekil 3.2 Derin Rezervuarın Beslenmesinin (α_{derin}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s,
 $\alpha_{sig-derin} = 10$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s, $w_{derin} = 75$ kg/s

3.1.3 Sığ ve Derin Rezervuarlar Arasındaki Hidrolik İletişimin ($\alpha_{\text{sığ-derin}}$) Etkisi

$\kappa_{\text{sığ}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{sığ}} = 5 \text{ kg/bar-s}$
 $w_{\text{sığ}} = 0 \text{ kg/s}$, $w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak $\alpha_{\text{sığ-derin}}$ 'in 0, 1, 5, 10, 20
kg/bar-s değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.3'de gösterildiği
gibi bulunmuştur.

Şekil 3.3'e göre, sığ ve derin rezervuarlar arasındaki beslenme sabiti değeri sıfır
olduğunda yani rezervuarlar arasında hidrolik iletişim olmadığı ve sığ rezervuardan
üretim yapılmadığı durum için, sığ rezervuarda basınç düşümü gözlenmemektedir.
Buna karşın 75 kg/s'lik üretim yapılan derin rezervuarda 2.5 bar'lık basınç düşümü
gözlenmektedir.

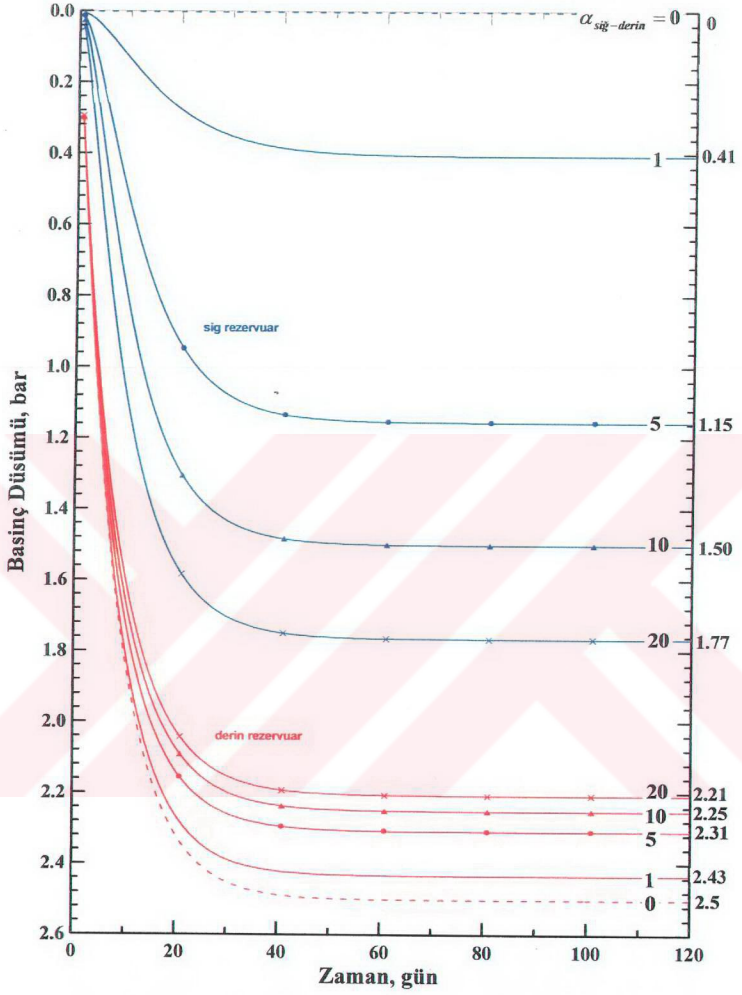
Rezervuarlar arasındaki beslenme sabiti değeri arttıkça sığ rezervuardaki basınç
düşümü artmakta, derin rezervuardaki basınç düşümü ise azalmaktadır. Bu durumda
sığ rezervuardan derin rezervuara kütle akışı, yani beslenme gerçekleşmektedir.

3.1.4 Sığ Rezervuarın Depolama Kapasitesinin ($\kappa_{\text{sığ}}$) Etkisi

$\kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{\text{sığ}} = 5 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{sığ-derin}} = 3 \text{ kg/bar-s}$
 $w_{\text{sığ}} = 0 \text{ kg/s}$, $w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak $\kappa_{\text{sığ}}$ 'ın
 2×10^6 , 2×10^7 , $2 \times 10^8 \text{ kg/bar}$ değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri
Şekil 3.4'de gösterilmektedir.

Şekil 3.4'e göre rezervuarlar arası hidrolik bağlantı olduğundan (yani rezervuarlar
arası beslenme olduğundan, $\alpha_{\text{sığ-derin}} = 3 \text{ kg/bar-s}$), sığ rezervuardan üretim
yapılmamasına karşın sığ rezervuarda basınç düşümü gözlenmektedir.

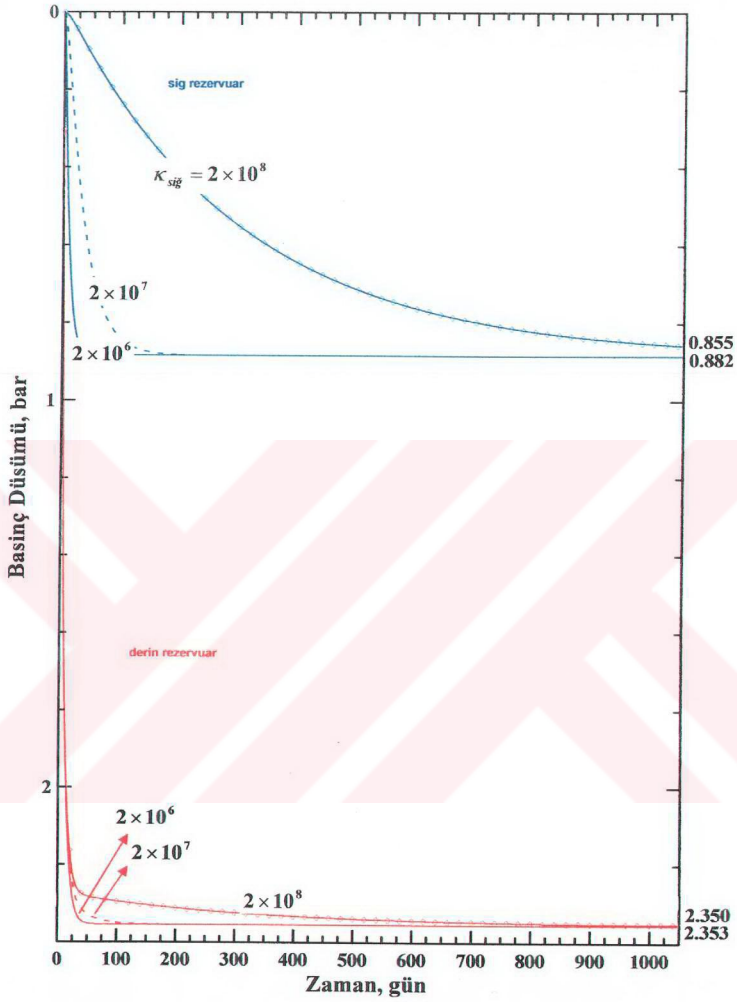
Sığ rezervuarın depolama kapasitesi değeri arttıkça, rezervuarlardaki basınç düşümü
değerleri azalmaktadır. Özellikle sığ rezervuardaki erken zaman davranışı $\kappa_{\text{sığ}}$ 'dan
etkilenmektedir. $\kappa_{\text{sığ}}$ küçüldükçe, sığ rezervuarda erken zamanlarda basınç düşümü
büyük olmaktadır ve kararlı akışa geçiş zamanı daha kısa olmaktadır. Ancak büyük
zaman değerlerinde oluşan kararlı akış Δp_{ss} değerleri $\kappa_{\text{sığ}}$ 'dan etkilenmemektedir.
Kararlı akış Δp_{ss} değerleri beslenme sabitlerine " α " ve üretim debilerine " w " bağlı



Şekil 3.3 Sığ ve Derin Rezervuarlar Arasındaki Hidrolik İletişimin

($\alpha_{sığ-derin}$) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sığ} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{sığ} = 5 \text{ kg/bar-s}$,
 $\alpha_{derin} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $w_{sığ} = 0 \text{ kg/s}$, $w_{derin} = 75 \text{ kg/s}$



Şekil 3.4 Sığ Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{sig}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{sig} = 5$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s,
 $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 0$ kg/s, $w_{derin} = 75$ kg/s

olduğundan $(\Delta p_{ss\text{sig}} = p_{\max, \text{sig}} = \left[\frac{w_{a1}(\alpha_{a2} + \alpha_r) + w_{a2}\alpha_r}{\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})} \right])$, bu da beklenen bir sonuçtur. Sığ rezervuarın depolama kapasitesi ne kadar büyük olursa rezervuarlarda o kadar az basınç düşümü gözlenmektedir ve $\Delta p_{\text{derin}} > \Delta p_{\text{sig}}$ olduğundan sığ rezervuardan derine rezervuara akış olmaktadır.

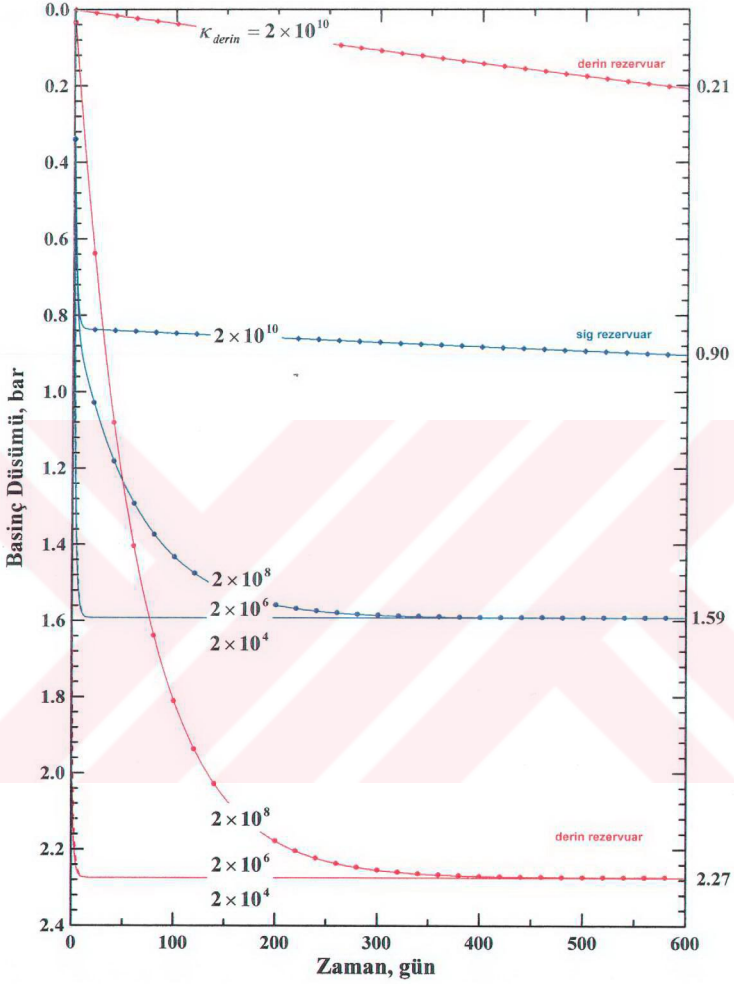
3.1.5 Derin Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{derin}) Etkisi

$\kappa_{\text{sig}} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\alpha_{\text{sig}} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{\text{derin}} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{\text{sig-derin}} = 10$ kg/bar-s $w_{\text{sig}} = 25$ kg/s, $w_{\text{derin}} = 75$ kg/s parametreleri sabit tutularak κ_{derin} 'in $2 \times 10^4, 2 \times 10^6, 2 \times 10^8, 2 \times 10^{10}$ kg/bar değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.5'de gösterilmektedir.

Şekil 3.5'e göre derin rezervuarın depolama kapasitesi, sığ rezervuarın depolama kapasitesinden küçük olduğu zaman, sığ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. Derin rezervuarın depolama kapasitesi, sığ rezervuarın depolama kapasitesinden büyük olduğu zaman ($\kappa_{\text{sig}} = 5 \times 10^6, \kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^8$ durumu) erken zamanlarda basınç düşümü üretim ve depolama kapasitesi değerlerine bağlı olduğundan $(\Delta p_{\text{sig}} = p_i - \frac{w_{\text{sig}}}{\kappa_{\text{sig}}}t, \Delta p_{\text{derin}} = p_i - \frac{w_{\text{derin}}}{\kappa_{\text{derin}}}t)$, ve $\Delta p_{\text{sig}} > \Delta p_{\text{derin}}$ olduğundan derin rezervuar sığ rezervuarı beslemektedir. Ancak büyük zaman değerlerinde oluşan kararlı akış Δp_{ss} değerleri κ_{derin} 'den etkilenmemektedir. Kararlı akış Δp_{ss} değerleri beslenme sabitlerine " α " ve üretim debilerine " w " bağlı olduğundan

$$(\Delta p_{ss\text{sig}} = p_{\max, \text{sig}} = \left[\frac{w_{\text{sig}}(\alpha_{a2} + \alpha_{\text{sig-derin}}) + w_{\text{derin}}\alpha_{\text{sig-derin}}}{\alpha_{\text{sig}}\alpha_{\text{derin}} + \alpha_{\text{sig-derin}}(\alpha_{\text{sig}} + \alpha_{\text{derin}})} \right]), \quad \text{büyük zaman}$$

değerlerinde basınç düşümü $\Delta p_{\text{sig}} < \Delta p_{\text{derin}}$ olmaktadır ve sığ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. Ayrıca κ_{derin} küçük olduğunda Δp_{derin} değeri artmaktadır ve kararlı akışa geçme süresi azalmaktadır.



Şekil 3.5 Derin Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{derin}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{\text{sig}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{\text{sig}} = 20 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}$

$\alpha_{\text{sig-derin}} = 10 \text{ kg/bar-s}$, $w_{\text{sig}} = 25 \text{ kg/s}$, $w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$

3.1.6 Sığ Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{sig}) Etkisi

$$\kappa_{sig} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \alpha_{sig} = 20 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{derin} = 30 \text{ kg/bar-s},$$

$\alpha_{sig-derin} = 10 \text{ kg/bar-s}$, $w_{derin} = 75 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak w_{sig} 'in 0, 25, 75, 100 kg/s değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.6'da olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.6'ya göre sığ rezervuardan üretim yapılmadığı ve 25 kg/s'lik üretim yapıldığında ($w_{sig} < w_{derin}$ durumu) sığ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir.

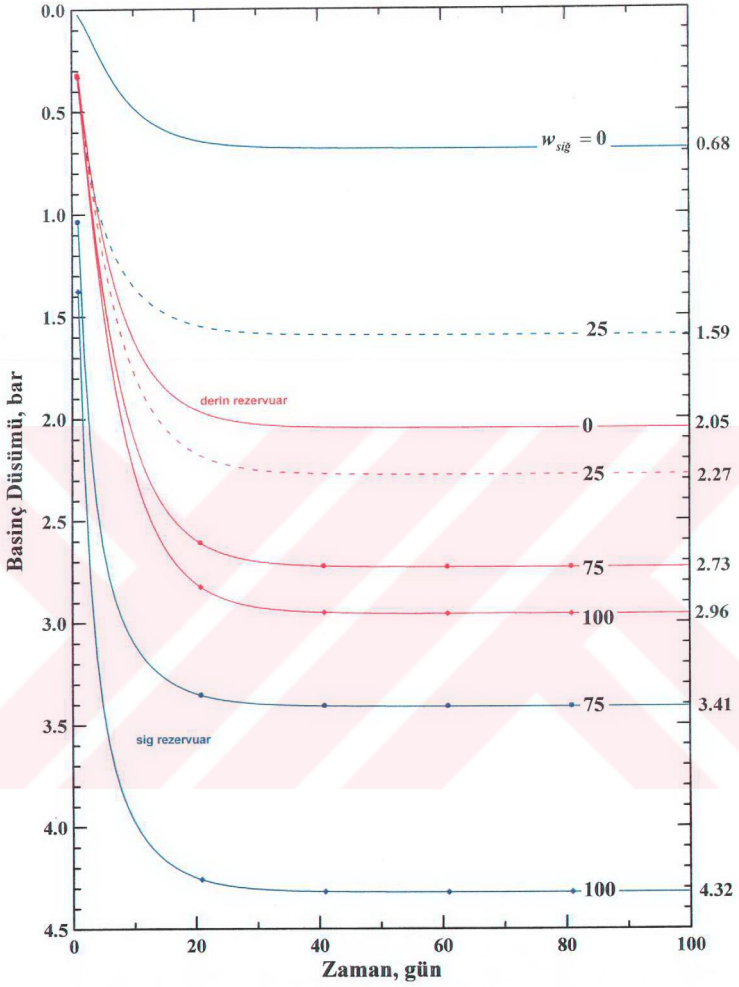
Ancak sığ rezervuardan yapılan üretim değeri arttıkça (75, 100 kg/s) sığ rezervuarda basınç düşümü derin rezervuardaki basınç düşümünden daha yüksek olmaktadır ve derin rezervuar sığ rezervuarı beslemektedir. Şekilden de görüldüğü gibi sığ rezervuardan yapılan üretim değerlerinin artışıyla, sığ ve derin rezervuarlardaki basınç düşümü değerleri de artmıştır. Sığ rezervuardan yapılan üretim arttıkça doğal olarak Δp_{sig} artmaktadır.

3.1.7 Derin Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{derin}) Etkisi

$$\kappa_{sig} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \alpha_{sig} = 20 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{derin} = 30 \text{ kg/bar-s},$$

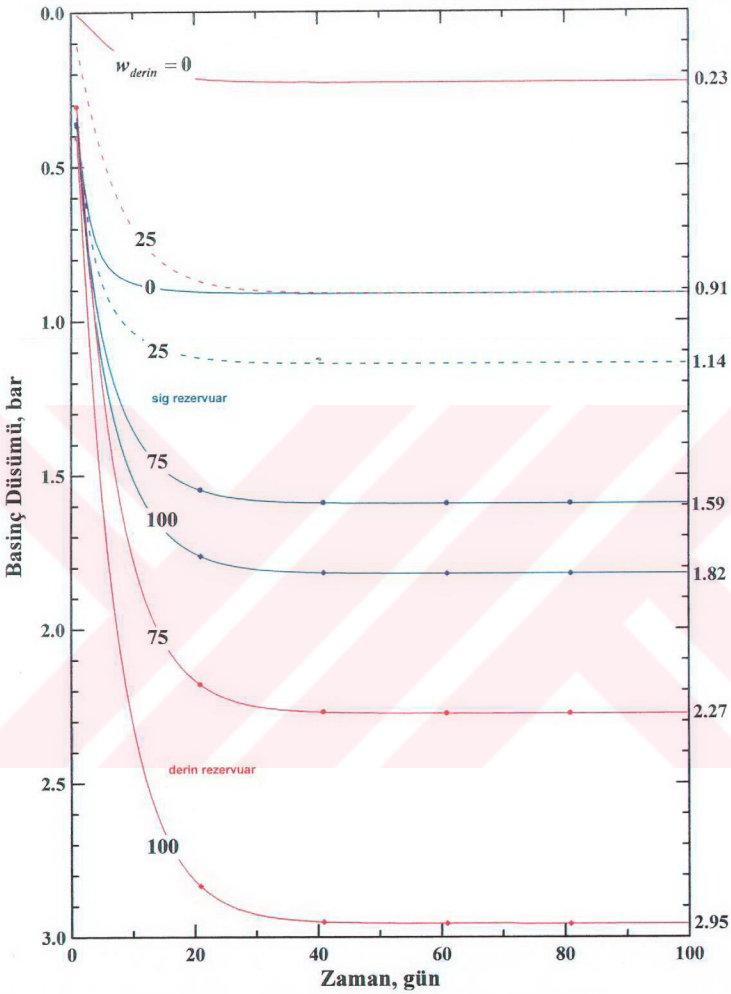
$\alpha_{sig-derin} = 10 \text{ kg/bar-s}$, $w_{sig} = 25 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak w_{derin} 'nin 0, 25, 75, 100 kg/s değerleri için hesaplanan basınç düşümleri Şekil 3.7'de olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.7'ye göre, derin rezervuardan üretim yapılmaması ve 25 kg/s'lik üretim yapılması ($w_{sig} \geq w_{derin}$) durumunda, $\Delta p_{sig} > \Delta p_{derin}$ olmaktadır ve derin rezervuar sığ rezervuarı beslemektedir. Ancak derin rezervuardan yapılan üretim değerleri arttıkça ($w_{derin} = 75, 100 \text{ kg/s}$), $\Delta p_{derin} > \Delta p_{sig}$ olmaktadır ve sığ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. Şekil 3.7'den de görüldüğü gibi derin rezervuardan yapılan üretim değerlerinin artışına paralel olarak sığ ve derin rezervuarlardaki basınç düşümü değerleri de artmıştır.



Şekil 3.6 Sığ Rezervuardan Yapılan Üretimin ($w_{sığ}$) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sığ} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{sığ} = 20$ kg/bar-s,
 $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sığ-derin} = 10$ kg/bar-s, $w_{derin} = 75$ kg/s



Şekil 3.7 Derin Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{derin}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s,
 $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 10$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s

3.2 Akiferli İki Rezervuar Tankı Modeli

Bu çalışmada incelenen modellemelerde sığ, derin rezervuarlar ve akifer için:

$$\alpha_{\text{akifer}} = 1-100 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{\text{sığ}} = 0-100 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{\text{derin}} = 0-100 \text{ kg/bar-s},$$

$$\alpha_{\text{sığ-derin}} = 0-100 \text{ kg/bar-s}, \kappa_{\text{akifer}} = 2 \times 10^4 - 2 \times 10^{11} \text{ kg/bar}, \kappa_{\text{sığ}} = 5 \times 10^4 - 5 \times 10^8 \text{ kg/bar}, \\ \kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^4 - 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}, w_{\text{sığ}} = 0-100 \text{ kg/s}, w_{\text{derin}} = 0-100 \text{ kg/s} \text{ değer aralıkları} \\ \text{kullanılarak bu parameterlerin basınç davranışına etkileri incelenmektedir.}$$

3.2.1 Akifer Tankının Beslenmesinin (α_{akifer}) Etkisi

$$\kappa_{\text{sığ}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \kappa_{\text{akifer}} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}$$

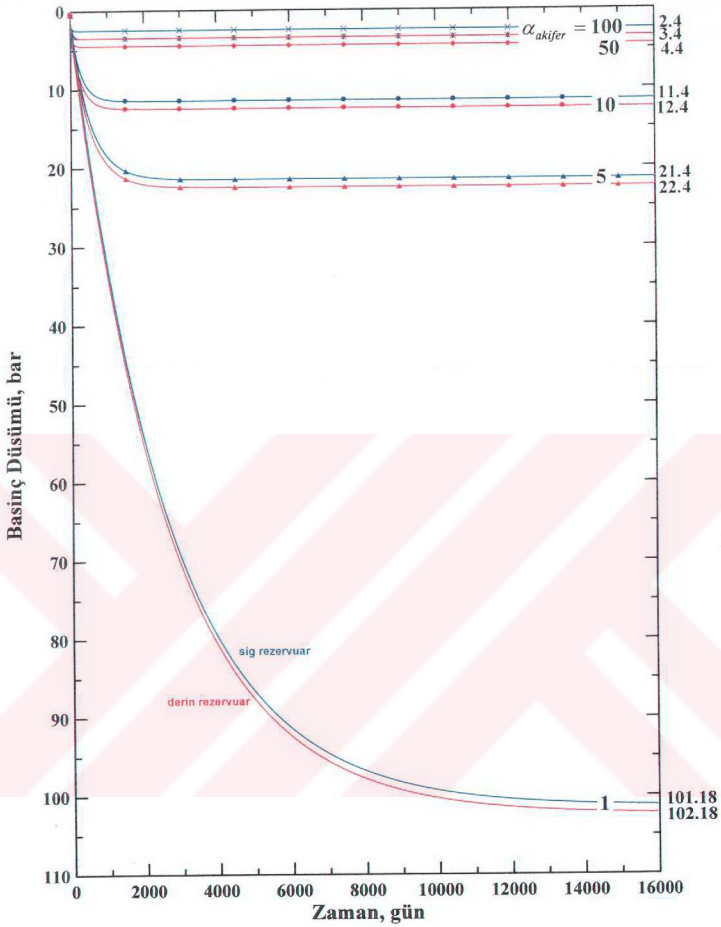
$$\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{\text{sığ}} = 20 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{\text{sığ-derin}} = 3 \text{ kg/bar-s}, w_{\text{sığ}} = 25 \text{ kg/s},$$

$$w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s} \text{ parametreleri sabit tutularak } \alpha_{\text{akifer}} \text{ 'ın 1, 5, 10, 50 ve 100 kg/bar-s}$$

değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.8'de olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.8'e göre, sığ rezervuarda derine göre daha az ($w_{\text{sığ}} = 25, w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$) üretim yapılması ve rezervuarlar arasındaki hidrolik iletişim nedeniyle derin rezervuarda daha fazla basınç düşümü gözlenmektedir.

Rezervuarları besleyen akiferin, beslenme sabiti değeri arttıkça yani akiferin beslenmesi daha iyi oldukça (beslenme kaynağından akifere daha fazla su girişi oldukça) rezervuarlardaki basınç düşümü azalmaktadır. Bu ise beklenen bir sonuçtur, çünkü rezervuarları besleyen akiferin beslenmesi ne kadar fazla olursa, rezervuardaki basınç düşümü o kadar az olmaktadır.



Şekil 3.8 Akiferin Beslenmesinin (α_{akifer}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar
 $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s,
 $w_{derin} = 100$ kg/s

3.2.2 Sığ Rezervuarın Beslenmesinin ($\alpha_{sığ}$) Etkisi

$$\kappa_{sığ} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \kappa_{akifer} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}$$

$\alpha_{akifer} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{derin} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{sığ-derin} = 3 \text{ kg/bar-s}$, $w_{sığ} = 25 \text{ kg/s}$, $w_{derin} = 75 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak $\alpha_{sığ}$ 'ın 0.1, 5, 10, 30 ve 100 kg/bar-s değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.9'da olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.9'a göre, sığ rezervuarın beslenmesi 0.1 kg/bar-s olduğunda sığ rezervuarın beslenmesi yok denecek kadar az olduğundan sığ rezervuarda basınç düşümü fazla olup, rezervuarlar arasındaki hidrolik iletişim nedeniyle derin rezervuardan sığ rezervuara akış olmaktadır. Sığ rezervuarın beslenmesi 5 kg/bar-s olduğunda yine sığ rezervuarda basınç düşümü fazla olup, ancak 0.1'deki gibi değildir. Çünkü $\alpha_{sığ} = 5 > \alpha_{sığ} = 0.1$ ve yine derinden sığa akış vardır. Sığ rezervuarın beslenmesi 30 olduğunda, yani rezervuarlar eşit beslendiğinde, derin rezervuardan daha fazla üretim yapılması nedeniyle derinde daha fazla basınç düşümü gözlemlenir ve hidrolik iletişim nedeniyle sığ rezervuardan derine akış olmaktadır. Sığ rezervuarın beslenmesi arttığında basınç düşümü azalmaktadır.

3.2.3 Derin Rezervuarın Beslenmesinin (α_{derin}) Etkisi

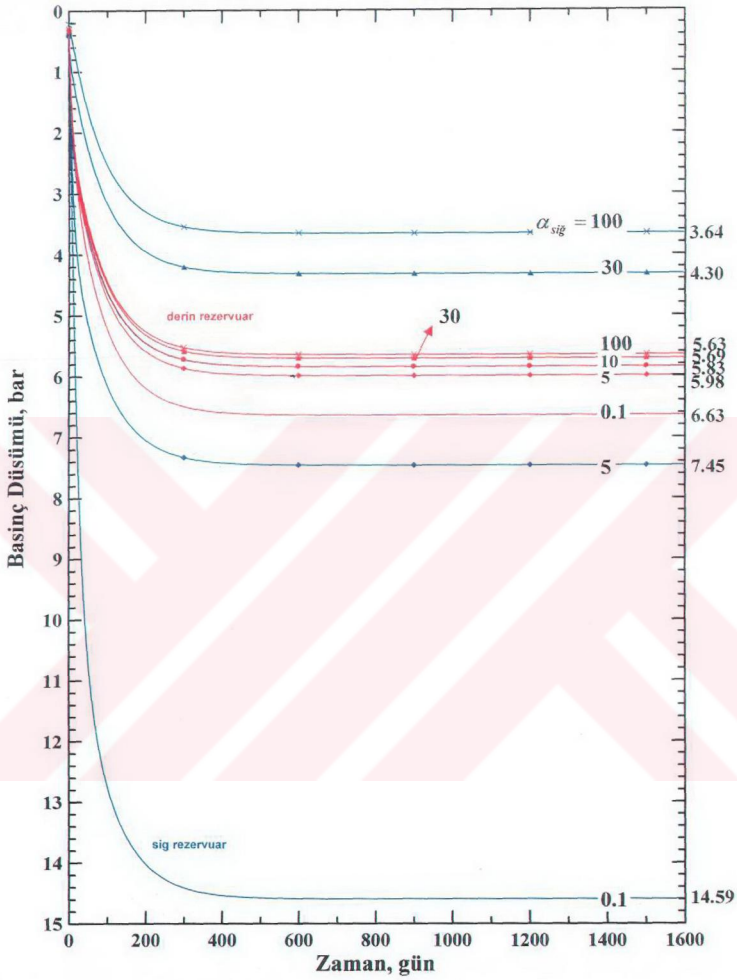
$$\kappa_{sığ} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \kappa_{akifer} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar},$$

$$\alpha_{akifer} = 30 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{sığ} = 20 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{sığ-derin} = 3 \text{ kg/bar-s}, w_{sığ} = 25 \text{ kg/s}, w_{derin} = 75 \text{ kg/s}$$
 parametreleri sabit tutularak α_{derin} 'ın 0, 2, 5, 10, ve 100 kg/bar-s

değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.10'da olduğu gibi bulunmuştur.

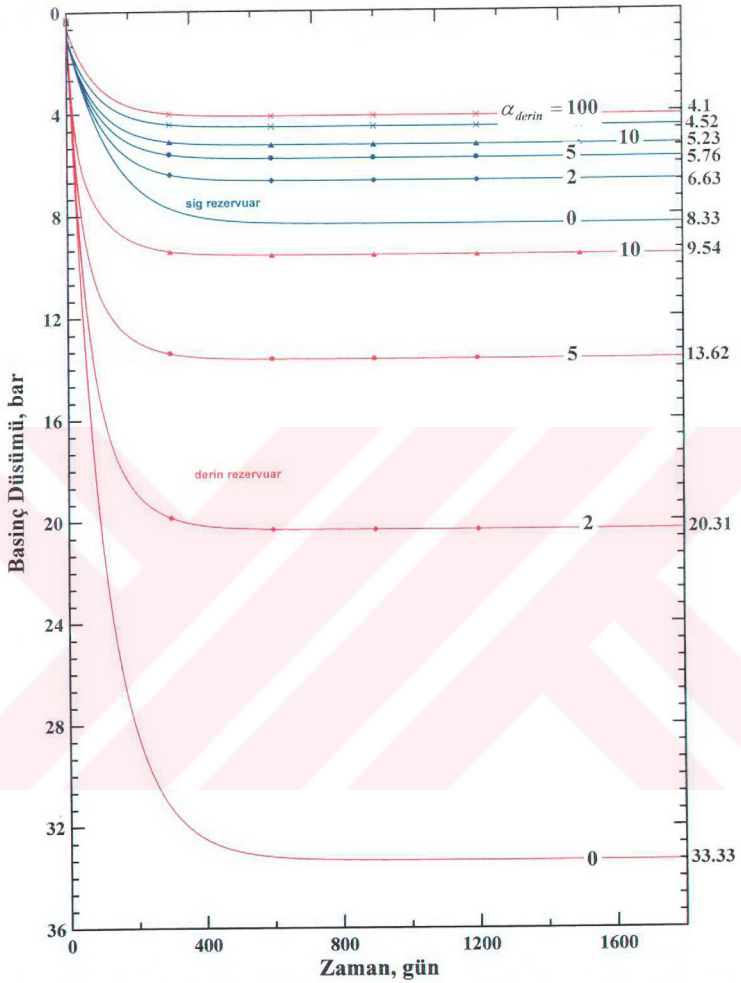
Şekil 3.10'a göre, derin rezervuarın beslenme sabiti değeri arttıkça, sığ ve derin rezervuarların basınçları arasındaki fark azalmaktadır.

Derin rezervuarın beslenmesi olmadığında (0 kg/bar-s), derin rezervuarda basınç düşümü fazla olmakta ve sığ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. α_{derin} arttıkça, Δp_{derin} ve $\Delta p_{sığ}$ azalmaktadır.



Şekil 3.9 Akiferli Modelde Sığ Rezervuarın Beslenmesinin ($\alpha_{sığ}$) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sığ} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar
 $\alpha_{akifer} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sığ-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sığ} = 25$ kg/s,
 $w_{derin} = 75$ kg/s



Şekil 3.10 Akiferli Modelde Derin Rezervuarın Beslenmesinin (α_{derin}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar
 $\alpha_{akifer} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s,
 $w_{derin} = 75$ kg/s

3.2.4 Rezervuarlar Arasındaki Hidrolik İletişimin ($\alpha_{\text{sig-derin}}$) Etkisi

$$\kappa_{\text{sig}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \kappa_{\text{akifer}} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar},$$

$$\alpha_{\text{akifer}} = 30 \text{ kg/bar-s}, \quad \alpha_{\text{sig}} = 20 \text{ kg/bar-s}, \quad \alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}, \quad w_{\text{sig}} = 25 \text{ kg/s},$$

$w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak $\alpha_{\text{sig-derin}}$ 'ın 0, 10, 30 ve 100 kg/bar-s değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.11'de olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.11'e göre, sig ve derin rezervuarlar arasındaki beslenme sabiti değeri 0 kg/bar-s ise yani rezervuarlar arasında herhangi bir hidrolik iletişim olmadığı durumda, sig rezervuardan ve derin rezervuardan üretim yapıldığı için rezervuarlarda basınç düşümü gözlenmektedir. $w_{\text{sig}} < w_{\text{derin}}$ olduğundan $\Delta p_{\text{derin}} > \Delta p_{\text{sig}}$ olur ve sig rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. Rezervuarlar arasındaki hidrolik iletişimin artması nedeniyle, rezervuarların basınçları arasındaki fark azalmakta olup, $\alpha_{\text{sig-derin}} = 0$ durumuna göre görece olarak sig rezervuardaki basınç düşümü artmakta, derin rezervuardaki basınç düşümü ise azalmaktadır. Bu da beklenen bir sonuçtur, çünkü teorik olarak $\alpha_{\text{sig-derin}}$ sonsuza doğru arttıkça iki rezervuar tek rezervuar davranışı göstermeye başlayacaktır.

3.2.5 Akiferin Depolama Kapasitesinin (κ_{akifer}) Etkisi

$$\kappa_{\text{sig}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}, \alpha_{\text{akifer}} = 30 \text{ kg/bar-s}, \alpha_{\text{sig}} = 20 \text{ kg/bar-s},$$

$$\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}, \quad \alpha_{\text{sig-derin}} = 3 \text{ kg/bar-s}, \quad w_{\text{sig}} = 25 \text{ kg/s}, \quad w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$$

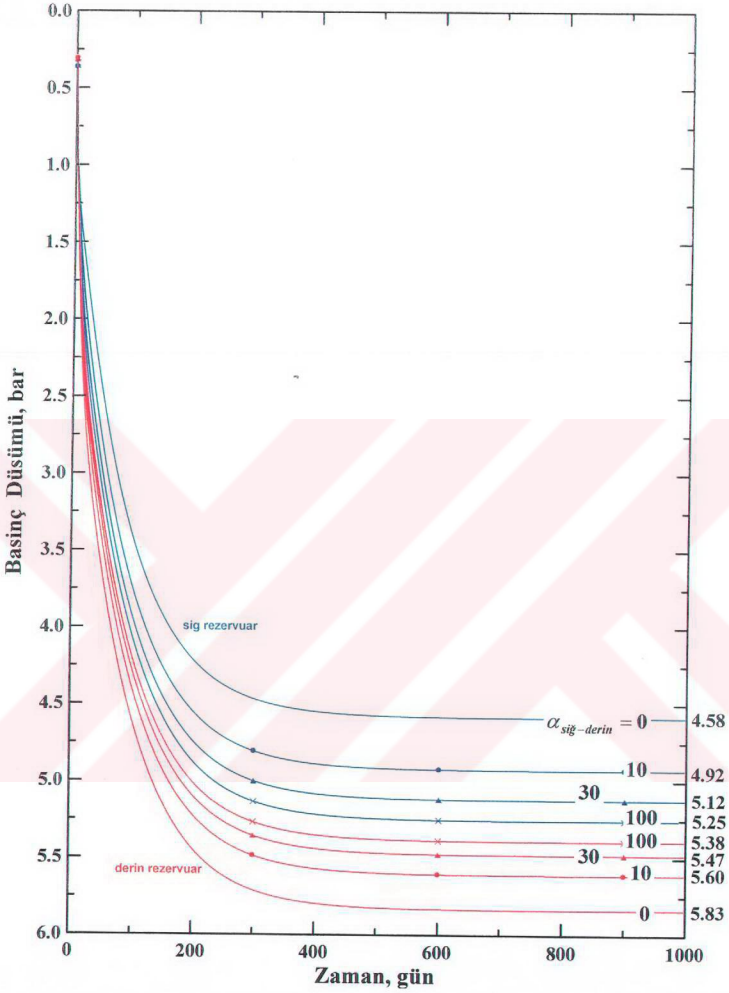
parametreleri sabit tutularak κ_{akifer} 'ın 2×10^4 , 2×10^6 , 2×10^8 kg/bar değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.12'de olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.12'ye göre, rezervuarlar arası hidrolik iletişim olduğundan ve rezervuarlardan üretim yapıldığı için rezervuarlarda basınç düşümü gözlenmektedir.

Özellikle rezervuarların erken zaman davranışı κ_{akifer} 'den etkilenmemektedir. Çünkü erken zamanlarda rezervuarların basıncını etkileyen,

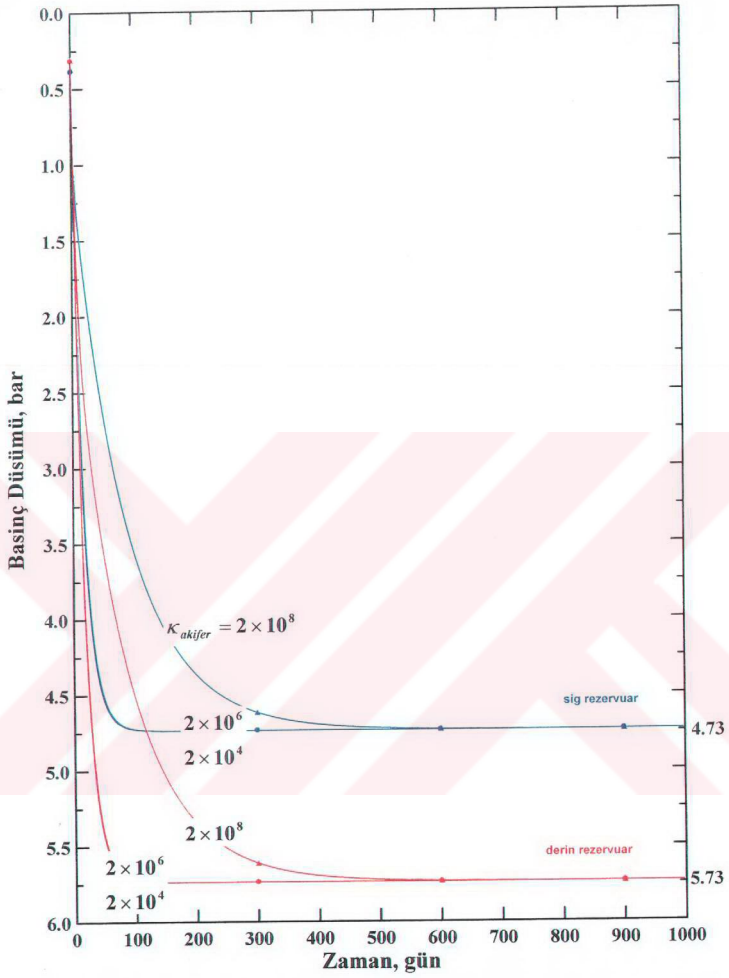
$$(\Delta p_{\text{sig}} = \frac{w_{\text{sig}}}{\kappa_{\text{sig}}} t, \Delta p_{\text{derin}} = \frac{w_{\text{derin}}}{\kappa_{\text{derin}}} t) \text{ üretim ve rezervuarların depolama kapasiteleri}$$

değerleridir.



Şekil 3.11 Akiferli Modelde Rezervuarlar Arasındaki Hidrolik İletişimin $(\alpha_{sığ-derin})$ Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sığ} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar
 $\alpha_{akifer} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sığ} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $w_{sığ} = 25$ kg/s,
 $w_{derin} = 75$ kg/s



Şekil 3.12 Akiferin Depolama Kapasitesinin ($\kappa_{akiğer}$) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{akiğer} = 30$ kg/bar-s,
 $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s,
 $w_{derin} = 75$ kg/s

Uzun zamanlarda da basınç değerleri, aşağıdaki denklemde de görüldüğü gibi rezervuarların ve akiferin beslenme sabitine, rezervuarlardan yapılan üretim değerlerine bağlı olup, (bakınız Denklem 2.39 ve 2.40) κ_{akifer} değerinden etkilenmemektedir. κ_{akifer} rezervuarların kararlı akışa geçiş zamanına etki etmektedir. κ_{akifer} büyüdükçe, kararlı akışa geçiş zamanı daha büyük olmaktadır.

3.2.6 Sığ Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{sig}) Etkisi

$\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{akifer} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s, $w_{derin} = 75$ kg/s parametreleri sabit tutularak κ_{sig} 'ın 5×10^4 , 5×10^6 , 5×10^8 , 5×10^{10} kg/bar değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.13'de olduğu gibi bulunmuştur.

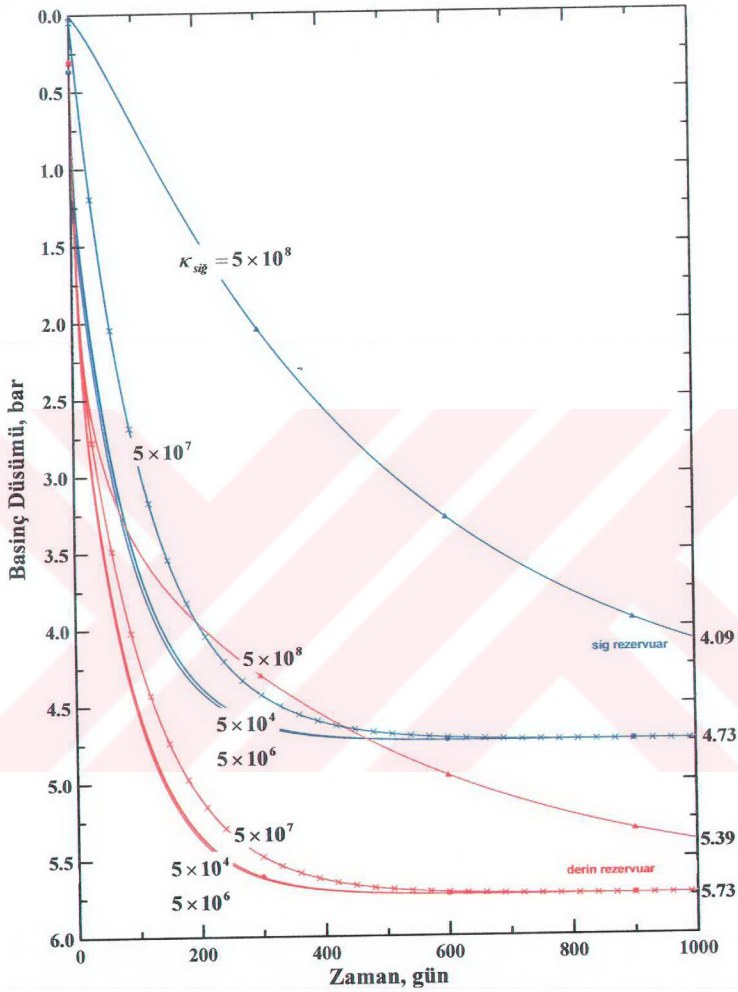
Şekil 3.13'e göre sığ rezervuarın depolama kapasitesi değeri arttıkça, rezervuarlardaki basınç düşümü azalmaktadır ve $\Delta p_{sig} < \Delta p_{derin}$ olduğundan sığ rezervuardan derin rezervuara akış olmaktadır.

Sığ rezervuardaki erken zaman basınç davranışını denklemden $\Delta p_{sig} = \frac{w_{sig}}{\kappa_{sig}} t$ de anlaşılacağı gibi κ_{sig} ve üretim değeri belirlemektedir. κ_{sig} küçüldükçe kararlı akışa geçiş zamanı daha kısa olmaktadır. Sığ rezervuarın depolama kapasitesi arttıkça erken ve geç zaman dönemi arasındaki geçiş döneminde rezervuarlardaki basınç düşümü azalmaktadır. Ancak, geç zaman değerlerinde oluşan kararlı akış Δp_{ss} değerleri κ_{sig} 'dan etkilenmemektedir(bakınız Denklem 2.39 ve 2.40).

3.2.7 Derin Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{derin}) Etkisi

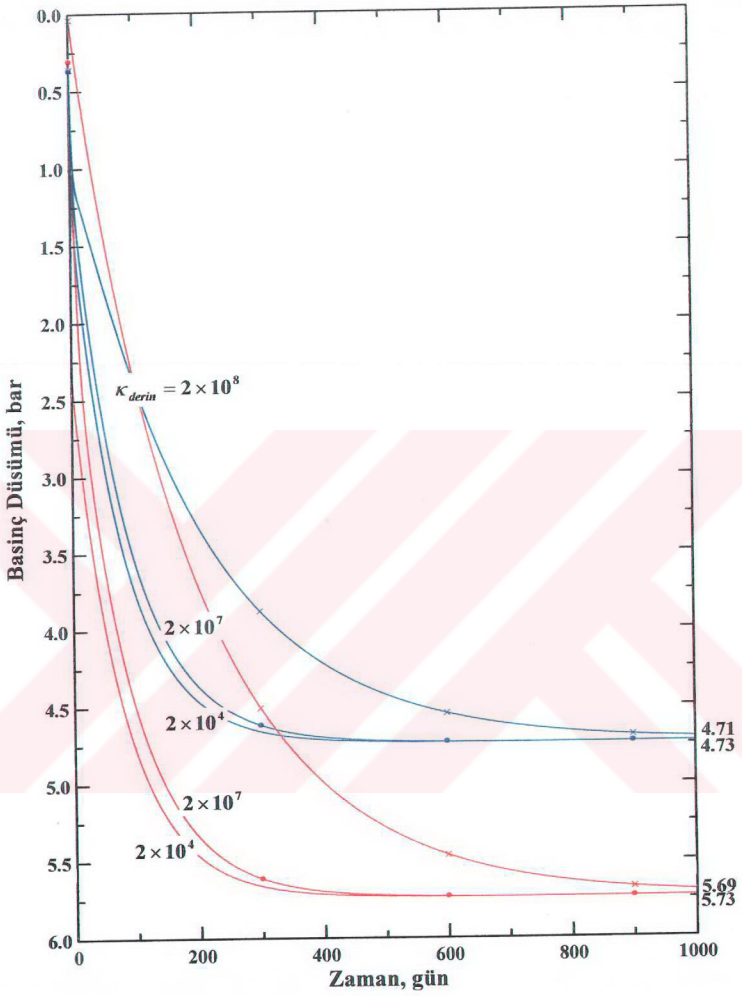
$\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar, $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\alpha_{akifer} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s, $w_{derin} = 75$ kg/s değerleri sabit tutularak κ_{derin} 'ın 2×10^4 , 2×10^7 , 2×10^8 kg/bar parametreleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.14'de olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.14'e göre, derin rezervuarın depolama kapasitesi arttıkça, sığ ve derin rezervuarların basınç düşümü değerleri azalmaktadır.



Şekil 3.13 Akiferli Modelde Sığ Rezervuarın Depolama Kapasitesinin (κ_{sig}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{akifer} = 30$ kg/bar-s,
 $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s,
 $w_{derin} = 75$ kg/s



Şekil 3.14 Akiferli Modelde Derin Rezervuarın Depolama Kapasitesinin

(κ_{derin}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{\text{akifer}} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{\text{sig}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{\text{akifer}} = 30 \text{ kg/bar-s}$,
 $\alpha_{\text{sig}} = 20 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{sig-derin}} = 3 \text{ kg/bar-s}$, $w_{\text{sig}} = 25 \text{ kg/s}$,
 $w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$

$\kappa_{derin} = 2 \times 10^4, 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}$ değerlerini alınca, $\Delta p_{derin} > \Delta p_{siğ}$ olmaktadır ve siğ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. $\kappa_{derin} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}$ olunca erken zamanlarda $\Delta p_{siğ} > \Delta p_{derin}$ ve derin rezervuar siğı beslemektedir. Çünkü ($\kappa_{siğ} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}$), ancak uzun zamanlarda rezervuarlar arasındaki hidrolik iletişim dolayı $\Delta p_{derin} > \Delta p_{siğ}$ olmaktadır ve siğ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. Ancak uzun zaman değerlerinde oluşan kararlı Δp_{ss} değerleri κ_{derin} ’den etkilenmemektedir. Denklem 2.39’dan görüldüğü gibi, uzun zamanda oluşan kararlı akış Δp_{ss} değerleri rezervuarların ve akiferin beslenmelerine bağlıdır. κ_{derin} kararlı akışa geçiş zamanına etki etmektedir. κ_{derin} değeri azaldıkça, kararlı akışa geçiş zamanı küçülmektedir.

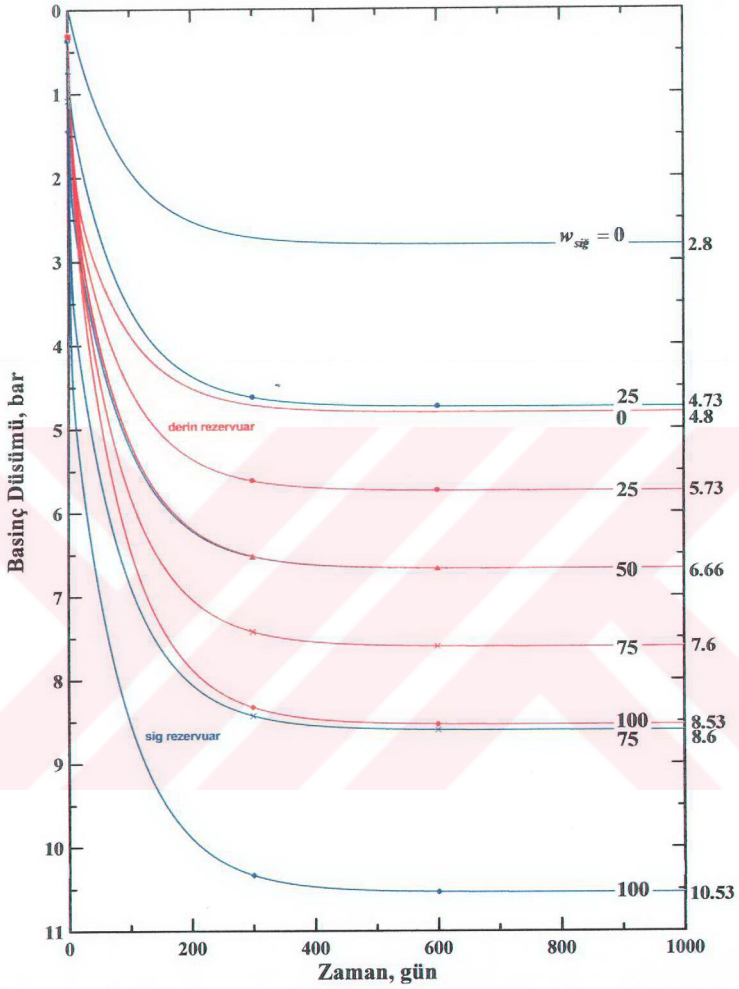
3.2.8 Siğ Rezervuardan Yapılan Üretimin ($w_{siğ}$) Etkisi

$$\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}, \kappa_{siğ} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}, \kappa_{derin} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar},$$

$\alpha_{akifer} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{siğ} = 20 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{derin} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{siğ-derin} = 3 \text{ kg/bar-s}$, $w_{derin} = 75 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak $w_{siğ}$ ’ın 0, 25, 50, 75, 100 kg/s değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.15’de olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.15’e göre, siğ rezervuardan üretim yapılmadığı ve 25 kg/s’lik üretim yapıldığında (yani $w_{siğ} < w_{derin}$) olduğunda $\Delta p_{siğ} < \Delta p_{derin}$ olmaktadır ve siğ rezervuar derin rezervuarı beslemektedir. Ancak siğ rezervuardan yapılan üretim değerleri arttığında (75, 100 kg/s) $\Delta p_{siğ} > \Delta p_{derin}$ olmakta ve derin rezervuar siğ rezervuarı beslemektedir.

Siğ rezervuardan yapılan üretim arttıkça, rezervuarlardaki basınç düşümü değerleri de artmaktadır. Siğ rezervuarın üretimi arttıkça, doğal olarak $\Delta p_{siğ}$ artmaktadır.



Şekil 3.15 Akiferli Modelde Sığ Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{slg}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar, $\kappa_{slg} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar,
 $\alpha_{akifer} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{slg} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s,
 $\alpha_{slg-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{derin} = 75$ kg/s

3.2.9 Derin Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{derin}) Etkisi

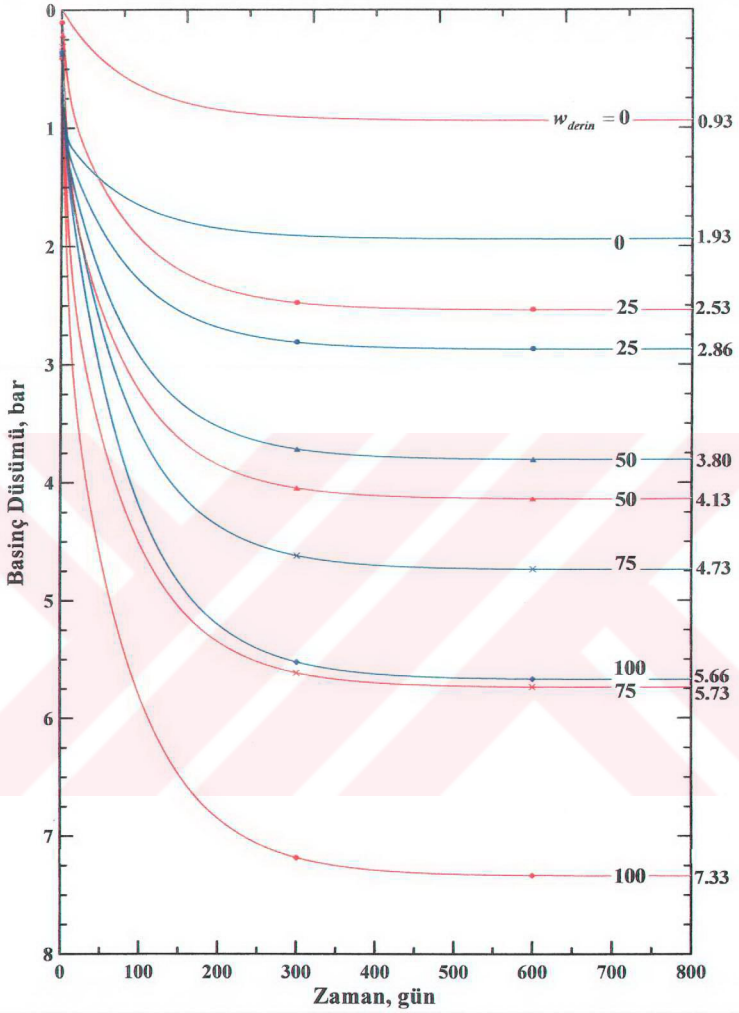
$\kappa_{\text{akifer}} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{\text{sığ}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{\text{akifer}} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{sığ}} = 20 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{sığ-derin}} = 3 \text{ kg/bar-s}$, $w_{\text{sığ}} = 25 \text{ kg/s}$ parametreleri sabit tutularak w_{derin} 'ın 0, 25, 50, 75, 100 kg/s değerleri için hesaplanan basınç düşümü değerleri Şekil 3.16'da olduğu gibi bulunmuştur.

Şekil 3.16'ya göre, derin rezervuardan üretim yapılmadığı ve 25 kg/s'lik üretim yapıldığında $\Delta p_{\text{sığ}} > \Delta p_{\text{derin}}$ olup, derin rezervuar sığ rezervuarı beslemektedir. Ancak derinden yapılan üretim değeri arttıkça (50, 75, 100 kg/s) $\Delta p_{\text{derin}} > \Delta p_{\text{sığ}}$ olur ve sığ rezervuar derini beslemektedir. Şekilden de görüldüğü gibi derin rezervuardan yapılan üretim arttıkça rezervuarlardaki basınç düşümü değerleri artmaktadır.

3.2.10 Sığ Rezervuardan Üretim Yokken, Akifersiz Modelin Akiferli Modele Yakınsaması

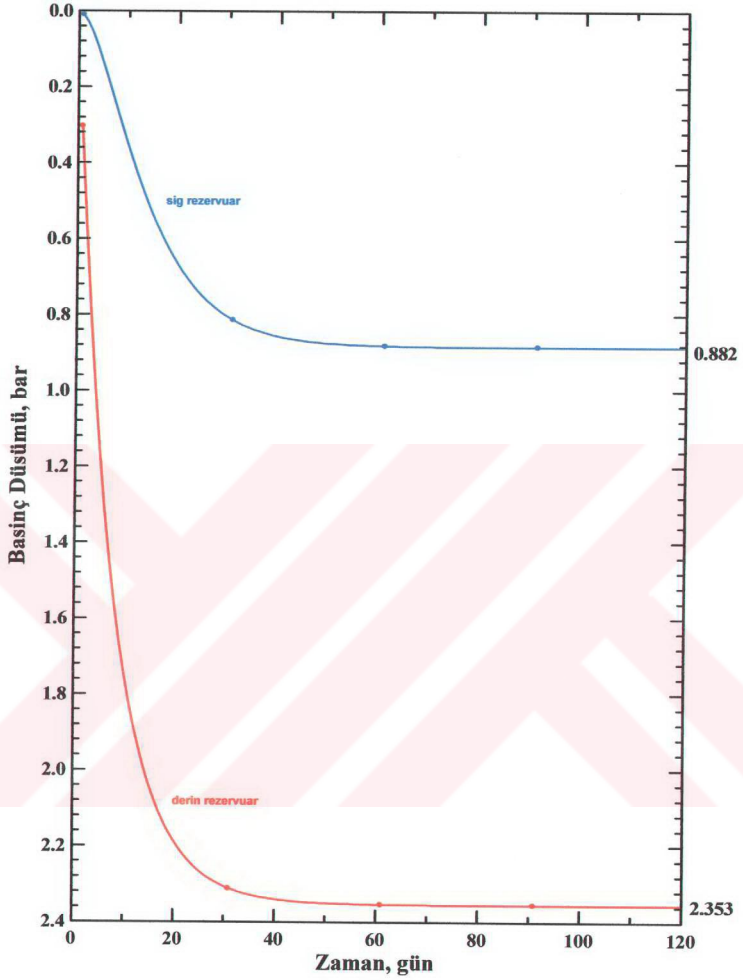
$\kappa_{\text{sığ}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{\text{sığ}} = 5 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{sığ-derin}} = 3 \text{ kg/bar-s}$, $w_{\text{sığ}} = 0 \text{ kg/s}$, $w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$, parametreleri sabit tutularak akifersiz sistem için hesaplanan basınç düşümü değerleri, sığ rezervuarda 0.882 bar, derin rezervuarda ise 2.353 bar olarak Şekil 3.17'de gösterilmektedir.

Akiferli sistemin, Şekil 3.17'de gösterilen akifersiz sistem parametreleri ($\kappa_{\text{sığ}} = 5 \times 10^6 \text{ kg/bar}$, $\kappa_{\text{derin}} = 2 \times 10^7 \text{ kg/bar}$, $\alpha_{\text{sığ}} = 5 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{derin}} = 30 \text{ kg/bar-s}$, $\alpha_{\text{sığ-derin}} = 3 \text{ kg/bar-s}$, $w_{\text{sığ}} = 0 \text{ kg/s}$, $w_{\text{derin}} = 75 \text{ kg/s}$) kullanılarak hangi koşullarda akifersiz sistem davranışı sergileyeceğini bulmak için $\kappa_{\text{akifer}} = 2 \times 10^8 \text{ kg/bar}$ parametresi sabit tutularak akiferli sistemde α_{akifer} 'in 50, 500, 5000, 50000, ve 500000, 5000000 kg/bar-s değerleri için hesaplanan basınç düşümleri Şekil 3.18'de gösterilmektedir.



Şekil 3.16 Akiferli Modelde Derin Rezervuardan Yapılan Üretimin (w_{derin}) Etkisi.

Kabuller: $\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar, $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar,
 $\alpha_{akifer} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s,
 $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 25$ kg/s

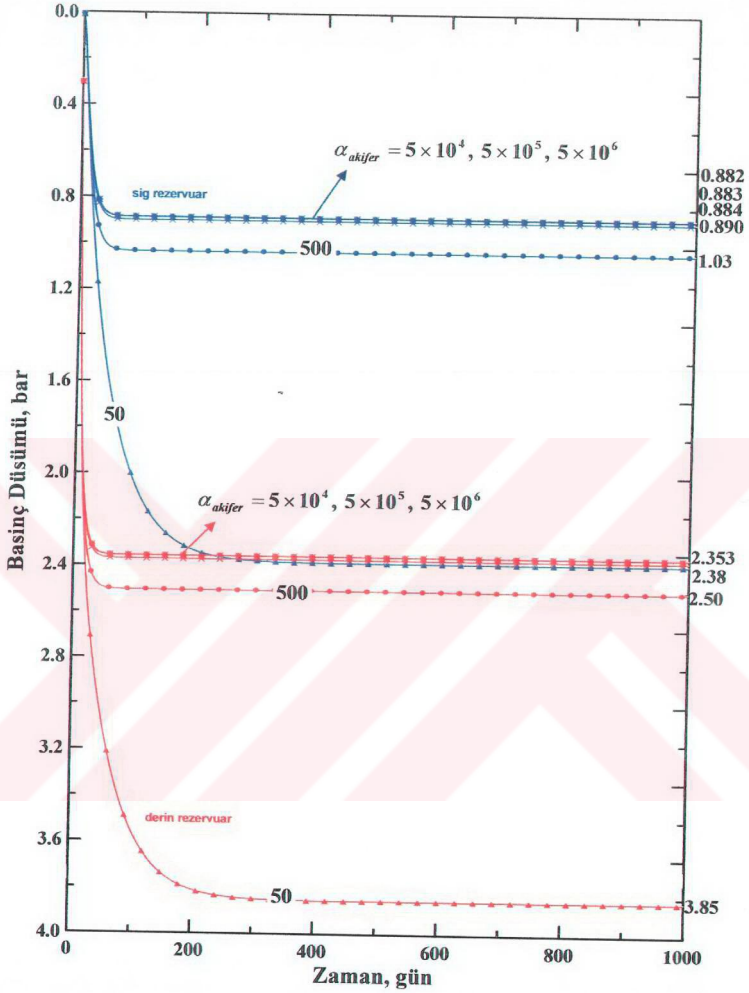


Şekil 3.17 Akifersiz İki Tank Modeli Zaman - Basmaç Düşümü Grafiğı.

Kabuller: $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{sig} = 20$ kg/bar-s,
 $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 0$ kg/s, $w_{derin} = 75$ kg/s,

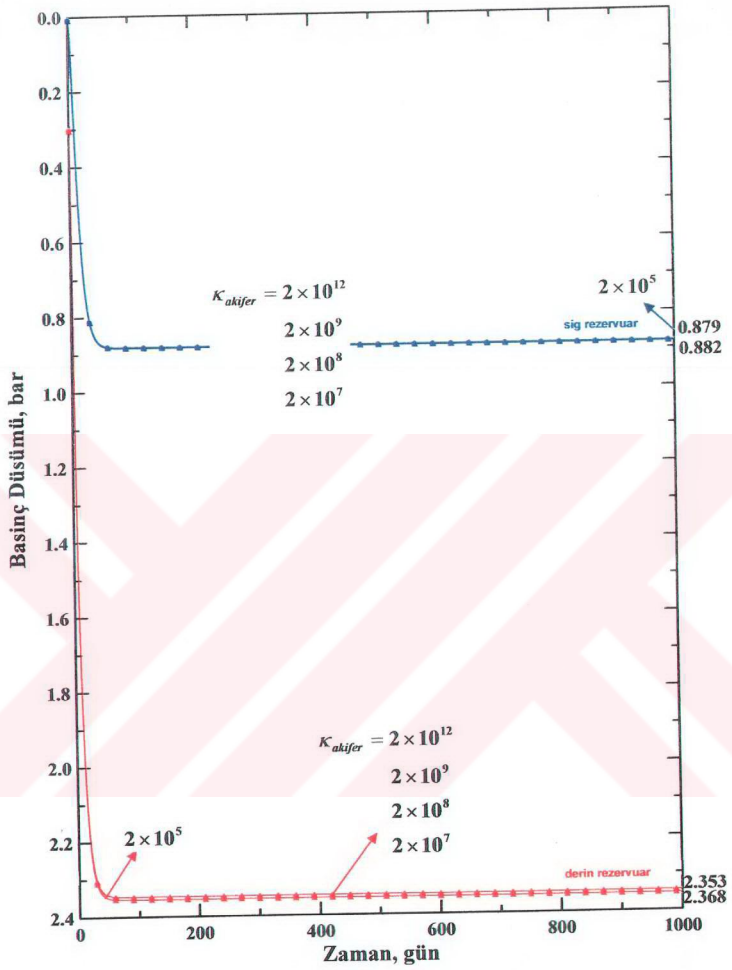
Şekil 3.18'deki kabullere göre, rezervuarları besleyen akiferin beslenmesi rezervuarların beslenmelerinden çok büyük olduğu $\alpha_{\text{akifer}}=5000000$ kg/bar-s durumunda akiferli sistem akifersiz sistem davranışı göstermektedir.

Şekil 3.19'da ise, $\alpha_{\text{akifer}}=5000000$ kg/bar-s parametresi sabit tutularak akiferin depolama kapasitesinin (κ_{akifer}) 2×10^5 , 2×10^7 , 2×10^8 , 2×10^9 , 2×10^{12} kg/bar değerleri için hesaplanan basınç düşümleri gösterilmektedir. Şekil 3.19'daki sığ, derin rezervuar ve akifer kabulleri sağlandığında, bu kabuller için κ_{akifer} 'in 2×10^7 , 2×10^8 , 2×10^9 , 2×10^{12} kg/bar değerlerinde akiferli sistem, akifersiz sistem davranışı göstermektedir.



Şekil 3.18 Akifer Beslenmesine Bağlı Olarak Akiferli ve Akifersiz Modelin Birbirlerine Yakınsaması.

Kabuller: $\kappa_{akifer} = 2 \times 10^8$ kg/bar, $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar,
 $\alpha_{sig} = 5$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 0$ kg/s
 $w_{derin} = 75$ kg/s



Şekil 3.19 Akiferin Depolama Kapasitesine Bağlı Olarak Akiferli ve Akifersiz Modelin Birbirlerine Yakınsaması.

Kabuller: $\kappa_{sig} = 5 \times 10^6$ kg/bar, $\kappa_{derin} = 2 \times 10^7$ kg/bar, $\alpha_{akifer} = 5000000$ kg/bar-s,
 $\alpha_{sig} = 5$ kg/bar-s, $\alpha_{derin} = 30$ kg/bar-s, $\alpha_{sig-derin} = 3$ kg/bar-s, $w_{sig} = 0$ kg/s,
 $w_{derin} = 75$ kg/s

4. SONUÇLAR

1. 1 Sığ - 1 derin rezervuar ve beslenme kaynağından oluşan jeotermal sistemler ile 1 sığ - 1 derin rezervuar, 1 akifer ve beslenme kaynağından oluşan jeotermal sistemlerin basınç davranışlarını modellemek için boyutsuz rezervuar modelleri geliştirilmiş (Akifersiz İki Rezervuar Tankı ve Akiferli İki Rezervuar Tankı Modelleri) ve analitik çözümler elde edilmiştir.
2. Elde edilen analitik çözümlerden yararlanılarak rezervuar ve akifer parametrelerinin sistemin basınç davranışı üzerindeki etkileri tartışılmıştır.
3. Erken zaman davranışlarına rezervuarların depolama kapasitesi (κ) değerleri ve rezervuarlardan yapılan üretim değerleri etki etmektedir.
4. Büyük zaman değerlerinde oluşan kararlı akış Δp_{ss} değerleri ise (κ) değerlerinden etkilenmeyip, rezervuarın ve akiferin beslenme sabitleri " α " ile rezervuarlardan yapılan net üretim " w " değerlerine bağlıdır.
5. Kararlı Akışa geçiş zamanı (t_s), rezervuarların ve akiferin depolama kapasitelerine (κ) ve beslenme sabitleri (α) değerlerine bağlıdır.
6. Rezervuarların beslenmelerinin artmasıyla rezervuarlardaki basınç düşümü azalmaktadır.
7. Sığ rezervuardaki erken zaman davranışı $\kappa_{sığ}$ 'dan, derin rezervuardaki erken zaman davranışı da κ_{derin} 'den etkilenmektedir. $\kappa_{sığ}$ küçüldükçe, sığ rezervuarda erken zamanlarda basınç düşümü büyük olmaktadır ve sığ rezervuarın kararlı akışa geçiş zamanı daha kısa olmaktadır. Ancak büyük zaman değerlerinde oluşan kararlı akış Δp_{ss} değerleri $\kappa_{sığ}$ ve κ_{derin} 'den etkilenmemektedir.
8. Rezervuarları besleyen akiferin beslenme sabiti değeri arttıkça yani akiferin beslenmesi daha iyi oldukça (beslenme kaynağından akifere daha fazla su girişi oldukça) rezervuarlardaki basınç düşümü azalmaktadır.

9. κ_{akifer} rezervuarların kararlı akışa geçiş zamanına etki etmektedir. κ_{akifer} büyüdükçe, kararlı akışa geçiş zamanı daha büyük olmaktadır.
10. α_{akifer} rezervuarların kararlı akışa geçiş zamanına etki etmektedir. Akiferin beslenme sabitinin (α) artmasıyla rezervuarların kararlı akışa geçiş zamanı (t_s), azalmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] **Satman, A. (2003)**, “Jeotermal Enerjinin Doğası”, Jeotermal Enerji Doğrudan Isıtma Sistemleri; Temelleri ve Tasarımı Seminer Kitabı, MMO Yayın No:MMO/2003/328-4, 8-12, Ekim.
- [2] **Serpen, U. (2000)**, “Jeotermal Enerji”, Petrol Mühendisleri Odası Yayını, Ankara, Ocak 2000.
- [3] **Craft, B.C., Hawkins, M. (1990)**, Applied Petroleum Reservoir Engineering, Prentice Hall, New Jersey.
- [4] **Brigham, W.E. (1998)**, Water Influx and Its Effect on Oil Recovery: Part1. Aquifer Flow, *Technical Report SUPRI TR 103*, Stanford University, Stanford, December.
- [5] **Sarak, H. (2003)**, Jeotermal Rezervuarlarda Beslenmenin Önemi, Doktora Çalışması (devam etmekte), Petrol ve Doğal Gaz Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul
- [6] **Sarak, H., Satman, A. (2003)**, “Jeotermal Rezervuarların Modellenmesi”, Jeotermal Enerji Doğrudan Isıtma Sistemleri; Temelleri ve Tasarımı Seminer Kitabı, MMO Yayın No:MMO/2003/328-4, 8-12, Ekim.
- [7] **Schilthuis, R.(1936)**, “Active Oil and Reservoir Energy”, *Trans. AIME*, **118**, 33.
- [8] **Sarak, H., Onur, M., Satman, A. (2003)**, “New Lumped Parameter Models For Simulation of Low Temperature Geothermal Reservoirs”, 28th Workshop On Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California, January 27-29,2003.
- [9] **Sarak, H., Onur, M., Satman, A. (2003)**, “Applications Of Lumped Parameter Models For Simulation of Low Temperature Geothermal Reservoirs”, 28th Workshop On Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California, January 27-29,2003 SGP-TR-173.
- [10] **Karaaliğlu, H., ONUR, M., Satman, A. (2002)**, “Jeotermal Rezervuarlarda Beslenmenin Önemi”, *UTES'2002 (IV. Ulusal Temiz Enerji Sempozyumu)*, Proceedings, 629-637, İstanbul, 16-18 Ekim.

- [11] **Satman, A., Serpen, U., Onur, M. (2002)**, İzmir Balçova-Narlıdere Jeotermal Sahasının Rezervuar ve Üretim Performansı Projesi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Petrol ve Doğal Gaz Mühendisliği Bölümü, Ocak 2002.
- [12] **Thomas, G., Finney, R. (1992)**, Calculus and Analytic Geometry Part II 8th Edition.

EK-A.

1 SIĞ - 1 DERİN REZERVUARLI VE BESLENME KAYNAKLI TANK MODELİ (AKİFERSİZ İKİ TANK MODELİ)

Gerekli olan kütle denge denklemleri, rezervuarların beslenmeleri ve başlangıç koşulu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

Siğ Rezervuar Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$w_{a1} + w_r - w_{u1} = \kappa_{r1} \frac{dp_{r1}}{dt} \quad (A-1)$$

Derin Rezervuar Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$w_{a2} - w_r - w_{u2} = \kappa_{r2} \frac{dp_{r2}}{dt} \quad (A-2)$$

$$\text{Siğ Rezervuarın Beslenmesi} \quad : \quad w_{a1} = \alpha_{a1}(p_i - p_{r1}), \quad (A-3)$$

$$\text{Derin Rezervuarın Beslenmesi} \quad : \quad w_{a2} = \alpha_{a2}(p_i - p_{r2}), \quad (A-4)$$

Siğ ve Derin Rezervuarlar Arasındaki Beslenme:

$$w_r = \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}), \quad (A-5)$$

$$\text{Başlangıç Koşulu} : \quad p_i = p_{r1} = p_{r2} \text{ @ } t = 0 \quad (A-6)$$

Denklem A-3, A-4 ve A-5, Denklem A-1 ve A-2’de yerleştirilirse;

$$\alpha_{a1}(p_i - p_{r1}) + \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}) - w_{u1} = \kappa_{r1} \frac{dp_{r1}}{dt} \quad (A-7)$$

$$\alpha_{a2}(p_i - p_{r2}) - \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}) - w_{u2} = \kappa_{r2} \frac{dp_{r2}}{dt} \quad (A-8)$$

elde edilir. Denklem A-7, A-8 basınç farkları cinsinden ifade edilmek istenirse, basınç farkları ve zamana göre türevleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{r1} = P_i - P_{r1} &\Rightarrow P_{r1} = P_i - \Delta P_{r1} \Rightarrow \frac{dP_{r1}}{dt} = -\frac{d\Delta P_{r1}}{dt} \\ \Delta P_{r2} = P_i - P_{r2} &\Rightarrow P_{r2} = P_i - \Delta P_{r2} \Rightarrow \frac{dP_{r2}}{dt} = -\frac{d\Delta P_{r2}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (A-9)$$

Bu durumda başlangıç koşulu $\Delta P_{r1}(t=0) = P_i - P_{r1}(t=0) = P_i - P_i = 0$
 $\Delta P_{r2}(t=0) = P_i - P_{r2}(t=0) = P_i - P_i = 0$ (A-10)

şeklinde elde edilir. Denklem A-9, Denklem A-7, A-8 'de yerleştirilirse;

$$\alpha_{a1}(P_i - P_i + \Delta P_{r1}) + \alpha_r(p_i - \Delta P_{r2} - P_i + \Delta P_{r1}) - w_{a1} = -\kappa_{r1} \frac{d\Delta P_{r1}}{dt} \quad (A-11)$$

$$\alpha_{a2}(P_i - P_i + \Delta P_{r2}) - \alpha_r(p_i - \Delta P_{r2} - P_i + \Delta P_{r1}) - w_{a2} = -\kappa_{r2} \frac{d\Delta P_{r2}}{dt} \quad (A-12)$$

elde edilir. Gerekli kısaltmalar ve düzeltmeler yapılırsa, Denklem A-11, A-12 aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$(\alpha_{a1} + \alpha_r)\Delta P_{r1} + (-\alpha_r)\Delta P_{r2} - w_{a1} = -\kappa_{r1} \frac{d\Delta P_{r1}}{dt} \quad (A-13)$$

$$(-\alpha_r)\Delta P_{r1} + (\alpha_{a2} + \alpha_r)\Delta P_{r2} - w_{a2} = -\kappa_{r2} \frac{d\Delta P_{r2}}{dt} \quad (A-14)$$

veya

$$\kappa_{r1} \frac{d\Delta P_{r1}}{dt} + (\alpha_{a1} + \alpha_r)\Delta P_{r1} + (-\alpha_r)\Delta P_{r2} = w_{a1} \quad (A-15)$$

$$\kappa_{r2} \frac{d\Delta P_{r2}}{dt} + (-\alpha_r)\Delta P_{r1} + (\alpha_{a2} + \alpha_r)\Delta P_{r2} = w_{a2} \quad (A-16)$$

Başlangıç koşulu (Denklem A-10) kullanılarak , Denklem A-15, A-16'nın Laplace Dönüşümü yapılırsa;

$$\kappa_{r1}s\overline{\Delta P_{r1}} + (\alpha_{a1} + \alpha_r)\overline{\Delta P_{r1}} + (-\alpha_r)\overline{\Delta P_{r2}} = \frac{w_{a1}}{s} \quad (A-17)$$

$$\kappa_{r2}s\overline{\Delta P_{r2}} + (-\alpha_r)\overline{\Delta P_{r1}} + (\alpha_{a2} + \alpha_r)\overline{\Delta P_{r2}} = \frac{w_{a2}}{s} \quad (A-18)$$

elde edilir. Burada;

$$\overline{\Delta P_{r1}} = \int_0^{\infty} e^{-st} \Delta P_{r1} d\tau, \quad \overline{\Delta P_{r2}} = \int_0^{\infty} e^{-st} \Delta P_{r2} d\tau \quad (A-19)$$

olarak ifade edilmektedir. Denklem A-17,A-18 yeniden düzenlenirse;

$$[\kappa_{r1}s + (\alpha_{a1} + \alpha_r)] \overline{\Delta p_{r1}} + [-\alpha_r] \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{w_{a1}}{s} \quad (A-20)$$

$$[-\alpha_r] \overline{\Delta p_{r1}} + [\kappa_{r2}s + (\alpha_{a2} + \alpha_r)] \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{w_{a2}}{s} \quad (A-21)$$

veya

$$\left(s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} \right) \overline{\Delta p_{r1}} + \left(\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \right) \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \frac{1}{s} \quad (A-22)$$

$$\left(\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} \right) \overline{\Delta p_{r1}} + \left(s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \right) \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \frac{1}{s} \quad (A-23)$$

elde edilir.

İki bilinmeyenli $(\overline{\Delta p_{r1}}, \overline{\Delta p_{r2}})$ iki denklemin (Denklem A-22, A-23) çözümü Cramer Kuralı uygulanılarak bulunur^[12]:

$$\overline{\Delta p_{r1}} = \frac{D_1}{D}, \quad \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{D_2}{D} \quad (A-24)$$

$$\begin{aligned} a_{11} \chi_1 + a_{12} \chi_2 &= b_1 \\ a_{21} \chi_1 + a_{22} \chi_2 &= b_2 \end{aligned} \quad (A-25)$$

$$a_{11} = s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} , \quad a_{12} = \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} , \quad a_{21} = \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} \quad (A-26)$$

$$a_{22} = s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} , \quad b_1 = \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}s} , \quad b_2 = \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}s}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad (A-27)$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} \quad (A-28)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} \quad (A-29)$$

Denklem A-26, Deklem A-27, A-28 vea-29'da yerleştirilirse;

$$D = \begin{vmatrix} s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} & \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \\ \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} & s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \end{vmatrix} \quad (A-30)$$

$$D = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$= \left[s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} \right] \left[s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \right] - \left[\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \right] \left[\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} \right] \quad (A-31)$$

$$D = s^2 + \left[\frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)\kappa_{r1} + (\alpha_{a1} + \alpha_r)\kappa_{r2}}{\kappa_{r1}\kappa_{r2}} \right] s + \frac{\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_{r1}\kappa_{r2}} \quad (A-32)$$

$$a_1 = \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)\kappa_{r1} + (\alpha_{a1} + \alpha_r)\kappa_{r2}}{\kappa_{r1}\kappa_{r2}} \quad a_2 = \frac{\alpha_{a1}\alpha_{a2} + \alpha_r(\alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_{r1}\kappa_{r2}} \quad (A-33)$$

olarak gösterilirse;

$$D = s^2 + a_1s + a_2 \quad (A-34)$$

şeklinde gösterilebilir.

$$D_1 = \begin{vmatrix} \frac{w_{\dot{u}1}}{\kappa_{r1}s} & \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \\ \frac{w_{\dot{u}2}}{\kappa_{r2}s} & s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \end{vmatrix} \quad (\text{A-35})$$

$$\begin{aligned} D_1 &= b_1 a_{22} - b_2 a_{12} \\ &= \left(\frac{w_{\dot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \right) \left(s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \right) - \left(\frac{w_{\dot{u}2}}{\kappa_{r2}s} \right) \left(\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-36})$$

$$D_1 = \frac{w_{\dot{u}1}}{\kappa_{r1}} + \frac{w_{\dot{u}1}}{s} (a_3) \frac{w_{\dot{u}2}}{s} (a_4) \quad (\text{A-37})$$

veya

$$D_1 = w_{\dot{u}1} \left[\frac{1}{\kappa_{r1}} + \frac{a_3}{s} \right] + w_{\dot{u}2} \left[\frac{a_4}{s} \right] \quad (\text{A-38})$$

şeklinde elde edilir. Burada; $a_3 = \frac{\alpha_{a2} + \alpha_r}{\kappa_{r1}\kappa_{r2}}$, $a_4 = \frac{\alpha_r}{\kappa_{r1}\kappa_{r2}}$

$$D_2 = \begin{vmatrix} s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} & \frac{w_{\dot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \\ \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} & \frac{w_{\dot{u}2}}{\kappa_{r2}s} \end{vmatrix} \quad (\text{A-39})$$

$$\begin{aligned} D_2 &= a_{11} b_2 - a_{21} b_1 \\ &= \left[s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} \right] \frac{w_{\dot{u}2}}{\kappa_{r2}s} - \left[\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} \right] \left[\frac{w_{\dot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-40})$$

$$D_2 = \frac{w_{\dot{u}2}}{\kappa_{r2}} + \frac{w_{\dot{u}2}}{s} a_5 + \frac{w_{\dot{u}1}}{s} a_4 \quad (\text{A-41})$$

veya

$$D_2 = w_{\bar{u}2} \left[\frac{1}{\kappa_{r2}} + \frac{a_5}{s} \right] + w_{\bar{u}1} \left[\frac{a_4}{s} \right] \quad (\text{A-42})$$

şeklinde elde edilir. Burada;

$$a_5 = \frac{(\alpha_{\bar{u}1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}\kappa_{r2}} \quad (\text{A-43})$$

Denklem A-34, A-38 denklem A-24'de yerleştirilirse;

$$\overline{\Delta p_{r1}} = \frac{D_1}{D} = \frac{w_{\bar{u}1} \left[\frac{1}{\kappa_{r1}} + \frac{a_3}{s} \right] + w_{\bar{u}2} \left[\frac{a_4}{s} \right]}{s^2 + a_1s + a_2} = \frac{w_{\bar{u}1} \left(\frac{1}{\kappa_{r1}} + \frac{a_3}{s} \right)}{s^2 + a_1s + a_2} + \frac{w_{\bar{u}2} \left(\frac{a_4}{s} \right)}{s^2 + a_1s + a_2} \quad (\text{A-44})$$

elde edilir.

Denklem A-44'deki paydadaki terimin $(s^2 + a_1s + a_2)$ kökleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} \\ \mu_2 &= \frac{a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} \end{aligned} \quad \text{ve } s^2 + a_1s + a_2 = (s + \mu_1)(s + \mu_2) \quad (\text{A-45})$$

şeklinde ifade edilir.

$\overline{\Delta p_{r1}}$ 'in gerçekte uzayda değerlerini elde etmek için Denklem A-44'ün ters Laplace dönüşümü aşağıdaki şekilde yapılır.

$$\Delta p_{r1} = L^{-1} \left\{ \overline{\Delta p_{r1}} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{w_{\bar{u}1} \left(\frac{1}{\kappa_{r1}} + \frac{a_3}{s} \right)}{s^2 + a_1s + a_2} \right\} + L^{-1} \left\{ \frac{w_{\bar{u}2} \left(\frac{a_4}{s} \right)}{s^2 + a_1s + a_2} \right\} \quad (\text{A-46})$$

$$I = \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{s}(s + \kappa_{r1}a_3)}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)} \right\} = \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{(s + \kappa_{r1}a_3)}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)} \right\} \quad (A-47)$$

Denklem A-47'deki $\frac{\{s + \kappa_{r1}a_3\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)}$ terimi aşağıdaki şekilde parçalara ayrılarak, ters Laplace dönüşümü elde edilir.

$$\frac{\{s + \kappa_{r1}a_3\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)} = \frac{A}{(s - (-0))} + \frac{B}{(s - (-\mu_1))} + \frac{C}{(s - (-\mu_2))} \quad (A-48)$$

$$A = \lim_{s \rightarrow 0} (s + 0) \frac{s + \kappa_{r1}a_3}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)} = \frac{\kappa_{r1}a_3}{\mu_1\mu_2} \quad (A-49)$$

$$B = \lim_{s \rightarrow -\mu_1} (s + \mu_1) \frac{s + \kappa_{r1}a_3}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)} = -\frac{-\mu_1 + \kappa_{r1}a_3}{\mu_1(\mu_2 - \mu_1)} \quad (A-50)$$

$$C = \lim_{s \rightarrow -\mu_2} (s + \mu_2) \frac{s + \kappa_{r1}a_3}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)} = -\frac{-\mu_2 + \kappa_{r1}a_3}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \quad (A-51)$$

$$A = \frac{\kappa_{r1}a_3}{\mu_1\mu_2}, B = -\frac{-\mu_1 + \kappa_{r1}a_3}{\mu_1(\mu_2 - \mu_1)}, C = -\frac{-\mu_2 + \kappa_{r1}a_3}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \quad (A-52)$$

olarak bulunur.

$$\begin{aligned} I &= \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{A}{(s + 0)} + \frac{B}{(s + \mu_1)} + \frac{C}{(s + \mu_2)} \right\} \\ &= \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ A L^{-1} \left[\frac{1}{(s + 0)} \right] + B L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_1)} \right] + C L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_2)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (A-53)$$

$$\begin{aligned} L^{-1} \left[\frac{1}{(s + 0)} \right] &= 1, \quad L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_1)} \right] = \exp(-\mu_1 t) \\ L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_2)} \right] &= \exp(-\mu_2 t) \end{aligned} \quad (A-54)$$

olduğundan, denklem A-54, denklem A-53'de yerleştirilirse;

$$I = \left[\frac{w_{\bar{a}1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ A e^{-0t} + B e^{-\mu_1 t} + C e^{-\mu_2 t} \right\} \quad (\text{A-55})$$

elde edilir. Denklem A-52, Denklem A-54'de yerleştirilirse,

$$I = \frac{w_{\bar{a}1}}{\kappa_{r1}} \left\{ \frac{\kappa_{r1} a_3}{\mu_1 \mu_2} - \frac{-\mu_1 + \kappa_{r1} a_3}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)} e^{-\mu_1 t} - \frac{-\mu_2 + \kappa_{r1} a_3}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right\} \quad (\text{A-56})$$

veya

$$I = w_{\bar{a}1} \left\{ \frac{a_3}{\mu_1 \mu_2} - \frac{-\mu_1 + \kappa_{r1} a_3}{\kappa_{r1} \mu_1 (\mu_2 - \mu_1)} e^{-\mu_1 t} + \frac{\mu_2 - \kappa_{r1} a_3}{\kappa_{r1} \mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right\} \quad (\text{A-57})$$

elde edilir.

Denklem A-46'daki $\frac{w_{\bar{a}2} \left(\frac{a_4}{s} \right)}{s^2 + a_1 s + a_2}$ 'nin ters Laplace dönüşümü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} II &= L^{-1} \left\{ \frac{w_{\bar{a}2} \left[\frac{a_4}{s} \right]}{s^2 + a_1 s + a_2} \right\} = w_{\bar{a}2} L^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{s} (a_4)}{s^2 + a_1 s + a_2} \right\} \\ &= w_{\bar{a}2} L^{-1} \left\{ \frac{[a_4]}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A-58})$$

Denklem A-58'deki $\frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)}$ terimi aşağıdaki şekilde parçalara

ayrılarak, ters Laplace dönüşümü elde edilir.

$$\frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{D}{(s-(-0))} + \frac{E}{(s-(-\mu_1))} + \frac{F}{(s-(-\mu_2))} \quad (\text{A-59})$$

$$D = \lim_{s \rightarrow 0} (s+0) \frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{a_4}{\mu_1 \mu_2} \quad (\text{A-60})$$

$$E = \lim_{s \rightarrow -\mu_1} (s+\mu_1) \frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{a_4}{-\mu_1(\mu_2 - \mu_1)} \quad (\text{A-61})$$

$$F = \lim_{s \rightarrow -\mu_2} (s + \mu_2) \frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = -\frac{a_{24}}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \quad (\text{A-62})$$

$$D = \frac{a_4}{\mu_1\mu_2}, E = \frac{a_4}{\mu_1(\mu_1 - \mu_2)}, F = \frac{-a_4}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \quad (\text{A-63})$$

olarak bulunur.

$$\begin{aligned} \Pi &= w_{u2} L^{-1} \left\{ \frac{D}{(s+0)} + \frac{E}{(s+\mu_1)} + \frac{F}{(s+\mu_2)} \right\} \\ &= w_{u2} \left\{ D L^{-1} \left[\frac{1}{(s+0)} \right] + E L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_1)} \right] + F L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_2)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A-64})$$

Denklem A-54 denklem A-64'de yerleştirilirse;

$$\Pi = w_{u2} \left\{ D e^{-0t} + E e^{-\mu_1 t} + F e^{-\mu_2 t} \right\} \quad (\text{A-65})$$

elde edilir. Denklem A-63 ve Denklem A-65'de yerleştirilirse,

$$\Pi = w_{u2} \left\{ \frac{a_4}{\mu_1\mu_2} + \frac{a_4}{\mu_1(\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_1 t} - \frac{a_4}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right\} \quad (\text{A-66})$$

elde edilir. Denklem A-57 ve A-66, Denklem A-46'da yerleştirilirse, sığ rezervuar tankının basıncının zamana göre ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Delta p_{r1} = \left\{ \begin{aligned} &w_{u1} \left[\frac{a_3}{\mu_1\mu_2} - \frac{\mu_1 - \kappa_{r1}a_3}{\kappa_{r1}\mu_1(\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_1 t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu_2 - \kappa_{r1}a_3}{\kappa_{r1}\mu_{21}(\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \right] \\ &+ w_{u2} \left[\frac{a_4}{\mu_1\mu_2} + \frac{a_4}{\mu_1(\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_1 t) \right. \\ &\quad \left. - \frac{a_4}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-67})$$

Derin Rezervuar Tankı basıncını elde etmek için Denklem A-34, A-42, denklem

A-24'de yerleştirilirse;

$$\overline{\Delta p_{r2}} = \frac{D_2}{D} = \frac{w_{a2} \left[\frac{1}{K_{r2}} + \frac{a_5}{s} \right] + w_{a2} \left[\frac{a_4}{s} \right]}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (\text{A-68})$$

elde edilir. Denklem A-68'in ters Laplace dönüşümü aşağıdaki şekilde yapılır.

$$\Delta p_{r2} = L^{-1} \left\{ \overline{\Delta p_{r2}} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{w_{a2} \left(\frac{1}{K_{r2}} + \frac{a_5}{s} \right)}{s^2 + a_1 s + a_2} \right\} + L^{-1} \left\{ \frac{w_{a1} \left(\frac{a_4}{s} \right)}{s^2 + a_1 s + a_2} \right\} \quad (\text{A-69})$$

$$\text{IV} = L^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{s} w_{a1} a_4}{s^2 + a_4 s + a_5} \right\} = w_{a1} L^{-1} \left\{ \frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} \right\} \quad (\text{A-70})$$

Denklem A-70'deki $\frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)}$ terimi aşağıdaki şekilde parçalara ayrılarak, ters Laplace dönüşümü elde edilir.

$$\frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{G}{(s-(-0))} + \frac{K}{(s-(-\mu_1))} + \frac{L}{(s-(-\mu_2))} \quad (\text{A-71})$$

$$G = \lim_{s \rightarrow 0} (s+0) \frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{a_4}{\mu_1 \mu_2} \quad (\text{A-72})$$

$$K = \lim_{s \rightarrow -\mu_1} (s+\mu_1) \frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{a_4}{-\mu_1(\mu_2 - \mu_1)} \quad (\text{A-73})$$

$$L = \lim_{s \rightarrow -\mu_2} (s+\mu_2) \frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{a_4}{-\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \quad (\text{A-74})$$

$$G = \frac{a_4}{\mu_1 \mu_2}, \quad K = \frac{a_4}{\mu_1(\mu_1 - \mu_2)}, \quad L = -\frac{a_4}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \quad (\text{A-75})$$

olarak bulunur.

$$\begin{aligned}
 IV &= w_{a1} L^{-1} \left\{ \frac{a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} \right\} \\
 &= w_{a1} L^{-1} \left\{ \frac{G}{(s+0)} + \frac{K}{(s+\mu_1)} + \frac{L}{(s+\mu_2)} \right\} \\
 &= w_{a1} \left\{ G L^{-1} \left[\frac{1}{(s+0)} \right] + K L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_1)} \right] + L L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_2)} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{A-76}$$

Denklem A-54, denklem A-76'da yerleştirilirse,

$$IV = w_{a1} \left\{ G e^{-0t} + K e^{-\mu_1 t} + L e^{-\mu_2 t} \right\} \tag{A-77}$$

elde edilir. Denklem A-75, Denklem A-77'de yerleştirilirse,

$$IV = w_{a1} \left\{ \frac{a_4}{\mu_1 \mu_2} + \frac{a_4}{\mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_1 t} - \frac{a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right\} \tag{A-78}$$

veya;

$$IV = w_{a1} \left\{ \frac{a_4}{\mu_1 \mu_2} + \frac{a_4}{\mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_1 t} - \frac{a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right\} \tag{A-79}$$

ile ifade edilir. Denklem A-69'daki $\frac{w_{a2} \left(\frac{1}{\kappa_{r2}} + \frac{a_5}{s} \right)}{s^2 + a_1 s + a_2}$, ın ters Laplace dönüşümü

aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
 &= L^{-1} \left\{ \frac{w_{a2} \left[\frac{1}{\kappa_{r2}} + \frac{a_5}{s} \right]}{s^2 + a_1 s + a_2} \right\} = \left[\frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{s} \{s + \kappa_{r2} a_5\}}{s^2 + a_1 s + a_2} \right\} \\
 &= \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} L^{-1} \left\{ \frac{[s + \kappa_{r2} a_5]}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} \right\}
 \end{aligned} \tag{A-80}$$

Denklem A-80'deki $\frac{s + \kappa_{r2}a_5}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)}$ terimi aşağıdaki şekilde parçalara ayrılarak, ters Laplace dönüşümü elde edilir.

$$\frac{s + \kappa_{r2}a_5}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{M}{(s-(-0))} + \frac{N}{(s-(-\mu_1))} + \frac{P}{(s-(-\mu_2))} \quad (\text{A-81})$$

$$M = \lim_{s \rightarrow 0} (s+0) \frac{s + \kappa_{r2}a_5}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{\kappa_{r2}a_5}{\mu_1\mu_2} \quad (\text{A-82})$$

$$N = \lim_{s \rightarrow -\mu_1} (s+\mu_1) \frac{s + \kappa_{r2}a_5}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{-\mu_1 + \kappa_{r2}a_5}{-\mu_1(\mu_2 - \mu_1)} \quad (\text{A-83})$$

$$P = \lim_{s \rightarrow -\mu_2} (s+\mu_2) \frac{s + \kappa_{r2}a_5}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)} = \frac{-\mu_2 + \kappa_{r2}a_5}{-\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \quad (\text{A-84})$$

$$M = \frac{\kappa_{r2}a_5}{\mu_1\mu_2}, \quad N = \frac{-\mu_1 + \kappa_{r2}a_5}{\mu_1(\mu_1 - \mu_2)}, \quad P = \frac{\mu_2 - \kappa_{r2}a_5}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} \quad (\text{A-85})$$

olarak bulunur.

$$\begin{aligned} \text{III} &= \frac{w_{\theta 2}}{\kappa_{r2}} L^{-1} \left\{ \frac{M}{(s+0)} + \frac{N}{(s+\mu_1)} + \frac{P}{(s+\mu_2)} \right\} \\ &= \frac{w_{\theta 2}}{\kappa_{r2}} \left\{ M L^{-1} \left[\frac{1}{(s+0)} \right] + N L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_1)} \right] + P L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_2)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A-86})$$

Denklem A-54, Denklem A-86'da yerleştirilirse;

$$\text{III} = \frac{w_{\theta 2}}{\kappa_{r2}} \left\{ M e^{-0t} + N e^{-\mu_1 t} + P e^{-\mu_2 t} \right\} \quad (\text{A-87})$$

Denklem A-85, denklem A-87'de yerleştirilirse,

$$\text{III} = \frac{w_{\theta 2}}{\kappa_{r2}} \left\{ \frac{\kappa_{r2}a_5}{\mu_1\mu_2} + \frac{-\mu_1 + \kappa_{r2}a_5}{\mu_1(\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_1 t} + \frac{\mu_2 - \kappa_{r2}a_5}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right\} \quad (\text{A-88})$$

veya;

$$III = w_{u2} \left\{ \frac{a_5}{\mu_1 \mu_2} - \frac{\mu_1 - \kappa_{r2} a_5}{\kappa_{r2} \mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_1 t} + \frac{\mu_2 - \kappa_{r2} a_5}{\kappa_{r2} \mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right\} \quad (A-89)$$

elde edilir. Denklem A-79 ve A-89, denklem A-69'da yerleştirilirse, derin rezervuar tankının basıncının zamana göre ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Delta p_{r2}(t) = \left\{ w_{u1} \left[\begin{array}{l} \frac{a_4}{\mu_1 \mu_2} + \frac{a_4}{\mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_1 t) \\ - \frac{a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \end{array} \right] + w_{u2} \left[\begin{array}{l} \frac{a_5}{\mu_1 \mu_2} - \frac{\mu_1 - \kappa_{r2} a_5}{\kappa_{r2} \mu_1 (\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_1 t) \\ + \frac{\mu_2 - \kappa_{r2} a_5}{\kappa_{r2} \mu_2 (\mu_1 - \mu_2)} \exp(-\mu_2 t) \end{array} \right] \right\} \quad (A-90)$$

EK-B

1 SIĞ - 1 DERİN REZERVUARLI - 1 AKİFERLİ TANK MODELİ (AKİFERKİ İKİ TANK MODELİ)

Gerekli olan kütle denge denklemleri , rezervuar ve akiferlerin beslenmeleri ve başlangıç koşulu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

Akifer Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$w_{a0} - w_{a1} - w_{a2} = \kappa_a \frac{dp_a}{dt} \quad (B-1)$$

Sığ Rezervuar Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$w_{a1} + w_r - w_{a1} = \kappa_{r1} \frac{dp_{r1}}{dt} \quad (B-2)$$

Derin Rezervuar Tankı İçin Kütle Denge Denklemi:

$$w_{a2} - w_r - w_{a2} = \kappa_{r2} \frac{dp_{r2}}{dt} \quad (B-3)$$

$$\text{Akiferin Beslenmesi} \quad : w_{a0} = \alpha_{a0}(p_i - p_a) \quad (B-4)$$

$$\text{Sığ Rezervuarın Beslenmesi} \quad : w_{a1} = \alpha_{a1}(p_a - p_{r1}), \quad (B-5)$$

$$\text{Derin Rezervuarın Beslenmesi} \quad : w_{a2} = \alpha_{a2}(p_a - p_{r2}), \quad (B-6)$$

Sığ ve Derin Rezervuarlar Arasındaki Beslenme:

$$w_r = \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}), \quad (B-7)$$

$$\text{Başlangıç Koşulu} : \quad p_a = p_{r1} = p_{r2} = p_i @ t = 0 \quad (B-8)$$

Denklem B-4, B-5, B-6 ve B-7, Denklem B-1, B-2 ve B-3'de yerleştirilirse;

$$\alpha_{a0}(p_i - p_a) - \alpha_{a1}(p_a - p_{r1}) - \alpha_{a2}(p_a - p_{r2}) = \kappa_a \frac{dp_a}{dt} \quad (\text{B-9})$$

$$\alpha_{a1}(p_a - p_{r1}) + \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}) - w_{a1} = \kappa_{r1} \frac{dp_{r1}}{dt} \quad (\text{B-10})$$

$$\alpha_{a2}(p_a - p_{r2}) - \alpha_r(p_{r2} - p_{r1}) - w_{a2} = \kappa_{r2} \frac{dp_{r2}}{dt} \quad (\text{B-11})$$

elde edilir. Denklem B-9, B-10 ve B-11 basınç farkları cinsinden ifade edilmek istenirse, basınç farkları ve zamana göre türevleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_a &= P_i - P_a \Rightarrow P_a = P_i - \Delta P_a \Rightarrow \frac{dP_a}{dt} = -\frac{d\Delta P_a}{dt} \\ \Delta P_{r1} &= P_i - P_{r1} \Rightarrow P_{r1} = P_i - \Delta P_{r1} \Rightarrow \frac{dP_{r1}}{dt} = -\frac{d\Delta P_{r1}}{dt} \\ \Delta P_{r2} &= P_i - P_{r2} \Rightarrow P_{r2} = P_i - \Delta P_{r2} \Rightarrow \frac{dP_{r2}}{dt} = -\frac{d\Delta P_{r2}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (\text{B-12})$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_a(t=0) &= P_i - P_a(t=0) = P_i - P_i = 0 \\ \Delta P_{r1}(t=0) &= P_i - P_{r1}(t=0) = P_i - P_i = 0 \\ \Delta P_{r2}(t=0) &= P_i - P_{r2}(t=0) = P_i - P_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B-13})$$

şeklinde elde edilir. Denklem B-12, Denklem B-9, B-10 ve B-11'de yerleştirilirse;

$$\begin{aligned} &\alpha_{a0}(P_i - P_i + \Delta P_a) - \alpha_{a1}(P_i - \Delta P_a - P_i + P_{r1}) \\ &- \alpha_{a2}(P_i - \Delta P_a - P_i + \Delta P_{r2}) = -\kappa_a \frac{d\Delta P_a}{dt} \end{aligned} \quad (\text{B-14})$$

$$\alpha_{a1}(P_i - \Delta P_a - P_i + \Delta P_{r1}) + \alpha_r(P_i - \Delta P_{r2} - P_i + P_{r1}) - W_{a1} = -\kappa_{r1} \frac{d\Delta P_{r1}}{dt} \quad (\text{B-15})$$

$$\alpha_{a2}(P_i - \Delta P_a - P_i + \Delta P_{r2}) - \alpha_r(P_i - \Delta P_{r2} - P_i + P_{r1}) - W_{a2} = -\kappa_{r2} \frac{d\Delta P_{r2}}{dt} \quad (\text{B-16})$$

elde edilir. Gerekli kısaltmalar ve düzeltmeler yapılırsa, Denklem B-14, B-15 ve B-16 aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})\Delta P_a + (-\alpha_{a1})\Delta P_{r1} + (-\alpha_{a2})\Delta P_{r2} = -\kappa_a \frac{d\Delta P_a}{dt} \quad (B-17)$$

$$-\alpha_{a1}\Delta P_a + (\alpha_{a1} + \alpha_r)\Delta P_{r1} + (-\alpha_r)\Delta P_{r2} - W_{u1} = -\kappa_{r1} \frac{d\Delta P_{r1}}{dt} \quad (B-18)$$

$$-\alpha_{a2}\Delta P_a + (-\alpha_r)\Delta P_{r1} + (\alpha_{a2} + \alpha_r)\Delta P_{r2} - W_{u2} = -\kappa_{r2} \frac{d\Delta P_{r2}}{dt} \quad (B-19)$$

veya

$$\kappa_a \frac{d\Delta P_a}{dt} + (\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})\Delta P_a + (-\alpha_{a1})\Delta P_{r1} + (-\alpha_{a2})\Delta P_{r2} = 0 \quad (B-20)$$

$$\kappa_{r1} \frac{d\Delta P_{r1}}{dt} + (-\alpha_{a1})\Delta P_a + (\alpha_{a1} + \alpha_r)\Delta P_{r1} + (-\alpha_r)\Delta P_{r2} = W_{u1} \quad (B-21)$$

$$\kappa_{r2} \frac{d\Delta P_{r2}}{dt} + (-\alpha_{a2})\Delta P_a + (-\alpha_r)\Delta P_{r1} + (\alpha_{a2} + \alpha_r)\Delta P_{r2} = W_{u2} \quad (B-22)$$

Başlangıç koşulu (Denklem B-13) kullanılarak, Denklem B-20, B-21 ve B-22'nin Laplace dönüşümü yapılırsa;

$$\kappa_a s \overline{\Delta P_a} + (\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})\overline{\Delta P_a} + (-\alpha_{a1})\overline{\Delta P_{r1}} + (-\alpha_{a2})\overline{\Delta P_{r2}} = 0 \quad (B-23)$$

$$\kappa_{r1} s \overline{\Delta P_{r1}} + (-\alpha_{a1})\overline{\Delta P_a} + (\alpha_{a1} + \alpha_r)\overline{\Delta P_{r1}} + (-\alpha_r)\overline{\Delta P_{r2}} = \frac{W_{u1}}{s} \quad (B-24)$$

$$\kappa_{r2} s \overline{\Delta P_{r2}} + (-\alpha_{a2})\overline{\Delta P_a} + (-\alpha_r)\overline{\Delta P_{r1}} + (\alpha_{a2} + \alpha_r)\overline{\Delta P_{r2}} = \frac{W_{u2}}{s} \quad (B-25)$$

elde edilir. Burada;

$$\overline{\Delta P_a} = \int_0^{\infty} e^{-st} \Delta P_a d\tau, \quad \overline{\Delta P_{r1}} = \int_0^{\infty} e^{-st} \Delta P_{r1} d\tau, \quad \overline{\Delta P_{r2}} = \int_0^{\infty} e^{-st} \Delta P_{r2} d\tau \quad (B-26)$$

olarak ifade edilmektedir.

Denklem B-23, B-24 ve B-25 yeniden düzenlenirse;

$$[\kappa_a s + (\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})] \overline{\Delta P_a} + [-\alpha_{a1}] \overline{\Delta P_{r1}} + [-\alpha_{a2}] \overline{\Delta P_{r2}} = 0 \quad (B-27)$$

$$[-\alpha_{a1}] \overline{\Delta p_a} + [\kappa_{r1}s + (\alpha_{a1} + \alpha_r)] \overline{\Delta p_{r1}} + [-\alpha_r] \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{w_{a1}}{s} \quad (B-28)$$

$$[-\alpha_{a2}] \overline{\Delta p_a} + [-\alpha_r] \overline{\Delta p_{r1}} + [\kappa_{r2}s + (\alpha_{a2} + \alpha_r)] \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{w_{a2}}{s} \quad (B-29)$$

veya

$$\left(s + \frac{(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_a} \right) \overline{\Delta p_a} + \left(\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_a} \right) \overline{\Delta p_{r1}} + \left(\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_a} \right) \overline{\Delta p_{r2}} = 0 \quad (B-30)$$

$$\left(\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}} \right) \overline{\Delta p_a} + \left(s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} \right) \overline{\Delta p_{r1}} + \left(\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \right) \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}s} \quad (B-31)$$

$$\left(\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}} \right) \overline{\Delta p_a} + \left(\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} \right) \overline{\Delta p_{r1}} + \left(s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \right) \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}s} \quad (B-32)$$

elde edilir.

Üç bilinmeyenli $(\overline{\Delta p_a}, \overline{\Delta p_{r1}}, \overline{\Delta p_{r2}})$ üç denklemin (Denklem B-30, B-31 ve B-32) çözümü Cramer Kuralı uygulanarak bulunur^[12].

$$\overline{\Delta p_a} = \frac{D_1}{D}, \quad \overline{\Delta p_{r1}} = \frac{D_2}{D}, \quad \overline{\Delta p_{r2}} = \frac{D_3}{D} \quad (B-33)$$

$$\begin{aligned} a_{11} \chi_1 + a_{12} \chi_2 + a_{13} \chi_3 &= b_1 \\ a_{21} \chi_1 + a_{22} \chi_2 + a_{23} \chi_3 &= b_2 \\ a_{31} \chi_1 + a_{32} \chi_2 + a_{33} \chi_3 &= b_3 \end{aligned} \quad (B-34)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= s + \frac{(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_a}, \quad a_{12} = \frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_a}, \quad a_{13} = \frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_a} \\ a_{21} &= \frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}}, \quad a_{22} = s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}}, \quad a_{23} = \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \\ a_{31} &= \frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}}, \quad a_{32} = \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}}, \quad a_{33} = s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \\ b_1 &= 0, \quad b_2 = \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}s}, \quad b_3 = \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}s} \end{aligned} \quad (B-35)$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (B-36)$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (B-37)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \quad (B-38)$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix} \quad (B-39)$$

Denklem B-35, Denklem B-36, B-37, B-38 ve B-39'da yerleştirilirse,

$$D = \begin{vmatrix} s + \frac{(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_a} & \frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_a} & \frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_a} \\ \frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_a} & s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} & \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \\ \frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}} & \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} & s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} \end{vmatrix} \quad (B-40)$$

$$\begin{aligned}
D = & \left[s + \frac{(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_a} \right] \left[s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} \right] \left[s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \right] \\
& - \left[s + \frac{(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_a} \right] \left[\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \right] \left[\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} \right] \\
& - \left[\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_a} \right] \left[\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] \left[s + \frac{(\alpha_{a2} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \right] \\
& + \left[\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_a} \right] \left[\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \right] \left[\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] + \left[\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_a} \right] \left[\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] \left[\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} \right] \\
& - \left[\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_a} \right] \left[s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r1}} \right] \left[\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}} \right]
\end{aligned} \tag{B-41}$$

Burada;

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2}}{\kappa_a} \\
a_2 &= \frac{\alpha_{a1}}{\kappa_a} \\
a_3 &= \frac{\alpha_{a2}}{\kappa_a} \\
a_4 &= \frac{\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}} \\
a_5 &= \frac{\alpha_{a1} + \alpha_r}{\kappa_{r1}} \\
a_6 &= \frac{\alpha_r}{\kappa_{r1}} \\
a_7 &= \frac{\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}} \\
a_8 &= \frac{\alpha_r}{\kappa_{r2}} \\
a_9 &= \frac{\alpha_{a2} + \alpha_r}{\kappa_{r2}}
\end{aligned} \tag{B-42}$$

$$\begin{aligned}
D = & [s + a_1] [s + a_5] [s + a_9] - [s + a_1] [-a_6] [-a_8] \\
& - [-a_2] [-a_4] [s + a_9] + [-a_2] [-a_6] [-a_7] \\
& + [-a_3] [-a_4] [-a_8] - [-a_3] [s + a_5] [-a_7]
\end{aligned} \tag{B-43}$$

$$\begin{aligned}
D = & s^3 + (a_1 + a_5 + a_9)s^2 \\
& + (a_1a_5 + a_5a_9 + a_1a_9 - a_6a_8 - a_2a_4 - a_3a_7)s \\
& + a_1a_5a_9 - a_1a_6a_8 - a_2a_4a_9 - a_2a_6a_7 - a_3a_4a_8 - a_3a_7a_5
\end{aligned} \tag{B-44}$$

şeklinde gösterilebilir.

$$D_2 = \begin{vmatrix} s + \frac{(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_a} & 0 & \frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_a} \\ \frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}} & \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}s} & \frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \\ \frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}} & \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}s} & s + \frac{(\alpha_{a1} + \alpha_r)}{\kappa_{r2}} \end{vmatrix} \tag{B-45}$$

$$D_2 = a_{11} \begin{vmatrix} b_2 & a_{23} \\ b_3 & a_{33} \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & b_2 \\ a_{31} & b_3 \end{vmatrix} \tag{B-46}$$

veya

$$D_2 = a_{11} [(b_2a_{33} - a_{23}b_3)] - b_1 [(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31})] + a_{13} [(a_{21}b_3 - b_2a_{31})] \tag{B-47}$$

$$\begin{aligned}
D_2 = & \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}s} \right] s^2 + \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}s} (a_1 + a_9) + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} a_6 \right] s + \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}s} a_1a_9 - \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}s} a_3a_7 \\
& + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} a_1a_6 + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} a_3a_4
\end{aligned} \tag{B-48}$$

D_2 'yi kendi içinde düzenlersek;

$$D_2 = \frac{1}{s} \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1a_9 - a_3a_7 \right\} + \frac{1}{s} \left[\frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] \left\{ a_6s + a_1a_6 + a_3a_4 \right\} \tag{B-49}$$

şeklini alır.

$$D_2 = \left[s + \frac{(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_a} \right] \left[\left(\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} \right) \left(s + \frac{\alpha_{a2} + \alpha_r}{\kappa_{r2}} \right) - \left(\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r1}} \right) \left(\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} \right) \right] \\ + \left[\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_a} \right] \left[\left(\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}} \right) \left(\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} \right) - \left(\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} \right) \left(\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}} \right) \right] \quad (B-50)$$

$$D_2 = [s + a_1] \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} \right] [s + a_9] - [s + a_1] [-a_6] \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} \right] \\ + [-a_3] [-a_4] \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} \right] - [-a_3] \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} \right] [-a_7] \quad (B-51)$$

$$D_2 = \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} \right] s^2 + \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} (a_1 + a_9) + \frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} a_6 \right] s + \frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} a_1 a_9 - \frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} a_3 a_7 \\ + \frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} a_1 a_6 + \frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} a_3 a_4 \quad (B-52)$$

Yukarıdaki denklemi işlemleri basitleştirmek için $\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s}$ ve $\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s}$ lere ayırarak,

$$D_2 = \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} \right] s^2 + \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} (a_1 + a_9) \right] s + \frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}s} (a_1 a_9 - a_3 a_7) + \frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} a_6 s \\ + \frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}s} (a_1 a_6 + a_3 a_4) \quad (B-53)$$

$$D_2 = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{s} \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}} \right] \{ s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7 \} \\ + \frac{1}{s} \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \right] \{ a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4 \} \end{array} \right] \quad (B-54)$$

olarak elde edilir.

$$\overline{\Delta p_{r1}} = \frac{D_1}{D} \quad (B-55)$$

olduğundan;

$$\overline{\Delta p_{r1}} = \frac{\frac{1}{s} \left[\frac{w}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7 \right\} + \frac{1}{s} \left[\frac{w}{\kappa_{r2}} \right] \left\{ a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4 \right\}}{\left[s^3 + (a_1 + a_5 + a_9)s^2 + (a_1 a_5 + a_5 a_9 + a_1 a_9 - a_6 a_8 - a_2 a_4 - a_3 a_7)s \right.} \quad (B-56)$$

$$\left. + a_1 a_5 a_9 - a_1 a_6 a_8 - a_2 a_4 a_9 - a_2 a_6 a_7 - a_3 a_4 a_8 - a_3 a_7 a_5 \right]$$

Denklem B-56'daki paydadaki üçüncü dereceden terimin kökleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} kök_1 &= -\mu_1 = -2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\theta}{3}\right) - \frac{(a_1 + a_5 + a_9)}{3} \\ kök_2 &= -\mu_2 = -2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\theta + 2\Pi}{3}\right) - \frac{(a_1 + a_5 + a_9)}{3} \\ kök_3 &= -\mu_3 = -2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\theta + 4\Pi}{3}\right) - \frac{(a_1 + a_5 + a_9)}{3} \end{aligned} \quad (B-57)$$

$$Q = \frac{(a_1 + a_5 + a_9)^2 - 3(a_1 a_5 + a_5 a_9 + a_1 a_9 - a_6 a_8 - a_2 a_4 - a_3 a_7)}{9}$$

$$R = \left[\begin{aligned} &2(a_1 + a_5 + a_9)^3 \\ &-9(a_1 + a_5 + a_9)(a_1 a_5 + a_5 a_9 + a_1 a_9 - a_6 a_8 - a_2 a_4 - a_3 a_7) \\ &+27(a_1 a_5 a_9 - a_1 a_6 a_8 - a_2 a_4 a_9 - a_2 a_6 a_7 - a_3 a_4 a_8 - a_3 a_7 a_5) \end{aligned} \right] / 54 \quad (B-58)$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{R}{\sqrt{Q^3}}\right)$$

$\overline{\Delta p_{r1}}$ 'in gerçek uzayda değerini elde etmek için denklem B-56'nın ters

Laplace dönüşümü aşağıdaki şekilde yapılır.

$$\Delta p_{r1} = L^{-1} \left\{ \overline{\Delta p_{r1}} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{s} \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7 \right\}}{\text{payda}} \right\} \\ + L^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{s} \left[\frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] \left\{ a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4 \right\}}{\text{payda}} \right\} \quad (\text{B-59})$$

$$I = \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{s} \left\{ s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7 \right\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \\ = \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{\left\{ s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7 \right\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \quad (\text{B-60})$$

Denklem B-60'daki $\frac{\left\{ s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7 \right\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)}$ terimi aşağıdaki şekilde parçalara ayrılarak, ters Laplace dönüşümü elde edilir.

$$\frac{s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} = \left[\frac{\frac{A}{(s + 0)} + \frac{B}{(s + \mu_1)}}{+ \frac{C}{(s + \mu_2)} + \frac{D}{(s + \mu_3)}} \right] \quad (\text{B-61})$$

$$A = \lim_{s \rightarrow 0} (s + 0) \frac{s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} = \frac{a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \quad (\text{B-62})$$

$$B = \lim_{s \rightarrow -\mu_1} (s + \mu_1) \frac{s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \\ = - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_9)\mu_1 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1(\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} \quad (\text{B-63})$$

$$C = \lim_{s \rightarrow -\mu_2} (s + \mu_2) \frac{s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1 a_9 - a_3 a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} = \\ = - \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_9)\mu_2 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} \quad (\text{B-64})$$

$$D = \lim_{s \rightarrow -\mu_3} (s + \mu_3) \frac{s^2 + (a_1 + a_9)s + a_1a_9 - a_3a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)}$$

$$= - \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_9)\mu_3 + a_1a_9 - a_3a_7}{\mu_3(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)}$$
(B-65)

$$A = \frac{a_1a_9}{\mu_1\mu_2\mu_3} , \quad B = - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_9)\mu_1 + a_1a_9 - a_3a_7}{\mu_1(\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)}$$

$$C = - \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_9)\mu_2 + a_1a_9 - a_3a_7}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} ,$$

$$D = - \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_9)\mu_3 + a_1a_9 - a_3a_7}{\mu_3(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)}$$
(B-66)

olarak bulunur.

$$I = \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{A}{(s + 0)} + \frac{B}{(s + \mu_1)} + \frac{C}{(s + \mu_2)} + \frac{D}{(s + \mu_3)} \right\}$$

$$= \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ AL^{-1} \left[\frac{1}{(s + 0)} \right] + BL^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_1)} \right] \right.$$

$$\left. + CL^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_2)} \right] + DL^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_3)} \right] \right\}$$
(B-67)

$$L^{-1} \left[\frac{1}{(s + 0)} \right] = 1 , \quad L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_1)} \right] = \exp(-\mu_1 t)$$

$$L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_2)} \right] = \exp(-\mu_2 t) , \quad L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_3)} \right] = \exp(-\mu_3 t)$$
(B-68)

olduğundan, denklem B-68, denklem B-67'de yerleştirilirse;

$$I = \left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ Ae^{-0t} + Be^{-\mu_1 t} + Ce^{-\mu_2 t} + De^{-\mu_3 t} \right\}$$
(B-69)

elde edilir. Denklem B-66, Denklem B-68'de yerleştirilirse;

$$I = \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_9) \mu_1 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} e^{-\mu_1 t} \\ & - \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_9) \mu_2 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2) (\mu_3 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \\ & - \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_9) \mu_3 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3) (\mu_2 - \mu_3)} e^{-\mu_3 t} \end{aligned} \right] \quad (B-70)$$

elde edilir.

Denklem B-59'daki $\frac{1}{s} \left[\frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] \{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4\}$ 'ün ters Laplace dönüşümü

aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} II &= L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \left[\frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] \frac{\{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \\ &= \left[\frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{\{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \\ &= \left[\frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{\{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \end{aligned} \quad (B-71)$$

Denklem B-71'deki $\frac{\{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)}$ terimi aşağıdaki şekilde

parçalara ayrılarak, ters Laplace dönüşümü elde edilir.

$$\frac{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} = \frac{E}{(s + 0)} + \frac{F}{(s + \mu_1)} + \frac{G}{(s + \mu_2)} + \frac{K}{(s + \mu_3)} \quad (B-72)$$

$$E = \lim_{s \rightarrow 0} (s + 0) \frac{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} = \frac{a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \quad (B-73)$$

$$\begin{aligned} F &= \lim_{s \rightarrow -\mu_1} (s + \mu_1) \frac{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \\ &= - \frac{-a_6 \mu_1 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} \end{aligned} \quad (B-74)$$

$$G = \lim_{s \rightarrow -\mu_2} (s + \mu_2) \frac{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)}$$

$$= - \frac{-a_6 \mu_2 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)}$$
(B-75)

$$K = \lim_{s \rightarrow -\mu_3} (s + \mu_3) \frac{a_6 s + a_1 a_6 + a_3 a_4}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)}$$

$$= - \frac{-a_6 \mu_3 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)}$$
(B-76)

$$E = \frac{a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} , \quad F = - \frac{-a_6 \mu_1 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} ,$$

$$G = - \frac{-a_6 \mu_2 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} , \quad K = - \frac{-a_6 \mu_3 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)}$$
(B-77)

olarak bulunur.

$$\Pi = \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{E}{(s + 0)} + \frac{F}{(s + \mu_1)} + \frac{G}{(s + \mu_2)} + \frac{K}{(s + \mu_3)} \right\}$$

$$= \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \right] \left\{ E L^{-1} \left[\frac{1}{(s + 0)} \right] + F L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_1)} \right] \right. \\ \left. + G L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_2)} \right] + K L^{-1} \left[\frac{1}{(s + \mu_3)} \right] \right\}$$
(B-78)

Denklem B-68 Denklem B-78'de yerleştirilirse,

$$\Pi = \frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \left\{ E e^{-0t} + F e^{-\mu_1 t} + G e^{-\mu_2 t} + K e^{-\mu_3 t} \right\}$$
(B-79)

elde edilir. Denklem B-77, Denklem B-79'da yerleştirilirse,

$$\Pi = \frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \left\{ \frac{a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} - \frac{-a_6 \mu_1 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} e^{-\mu_1 t} \right. \\ \left. - \frac{-a_6 \mu_2 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right. \\ \left. - \frac{-a_6 \mu_3 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} e^{-\mu_3 t} \right\}$$
(B-80)

elde edilir. Denklem B-70 ve denklem B-80 denklem B-59’da yerleştirilirse sıg rezervuar tankının basıncının zamana göre ifadesi aşğıdaki gibi elde edilir.

$$\Delta p_{r1}(t) = \left\{ \begin{aligned} & \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_9 - a_3 a_7 - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_9)\mu_1 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} e^{-\mu_1 t}}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} \\ & - \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_9)\mu_2 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \\ & - \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_9)\mu_3 + a_1 a_9 - a_3 a_7}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} e^{-\mu_3 t} \end{aligned} \right] \\ & + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_6 + a_3 a_4 - \frac{-a_6 \mu_1 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} e^{-\mu_1 t}}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} \\ & - \frac{-a_6 \mu_2 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \\ & - \frac{-a_6 \mu_3 + a_1 a_6 + a_3 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} e^{-\mu_3 t} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \quad (B-81)$$

Derin Rezervuar Tankının basıncını elde etmek için Denklem B-44, B-90, Denklem B-82’de yerleştirilirse,

$$\overline{\Delta p_{r2}} = \frac{D_3}{D} \quad (B82)$$

$$D_3 = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & b_2 \\ a_{32} & b \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & b_2 \\ a_{31} & b_3 \end{vmatrix} + b_1 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \quad (B-83)$$

veya

$$D_3 = a_{11} [(a_{22} b_3 - b_2 a_{32})] - a_{12} [(a_{21} b_3 - b_2 a_{31})] + b_1 [(a_{21} a_{32} - a_{22} a_{31})] \quad (B-84)$$

$$D_3 = \left[\frac{w_{a1}}{\kappa_{r1} s} \right] + \{ s a_8 + a_1 a_8 + a_2 a_7 \} + \left[\frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \right] \{ s^2 + (a_1 + a_5) s + a_1 a_5 - a_2 a_4 \} \quad (B-85)$$

D₃ ‘ü kendi içinde düzenlersek;

$$D_3 = \frac{1}{s} \left[\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}} \right] \{sa_8 + a_1a_8 - a_2a_7\} + \frac{1}{s} \left[\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}} \right] \{s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5 - a_2a_4\} \quad (B-86)$$

şeklini alır.

$$D_3 = \left[s + \frac{(\alpha_{a0} + \alpha_{a1} + \alpha_{a2})}{\kappa_a} \right] \left[\left(\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}s} \right) \left(s + \frac{\alpha_{a1} + \alpha_r}{\kappa_{r1}} \right) - \left(\frac{-\alpha_r}{\kappa_{r2}} \right) \left(\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \right) \right] \quad (B-87)$$

$$- \left[\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_a} \right] \left[\left(\frac{-\alpha_{a1}}{\kappa_{r1}} \right) \left(\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}s} \right) - \left(\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \right) \left(\frac{-\alpha_{a2}}{\kappa_{r2}} \right) \right]$$

$$D_3 = [s + a_1] \left[\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}s} \right] [s + a_5] - [s + a_1] [-a_8] \left[\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \right] \quad (B-88)$$

$$- [-a_2] [-a_4] \left[\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}s} \right] + [-a_2] \left[\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \right] [-a_7]$$

$$D_3 = \left[\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}s} \right] [s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5] - \left[\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \right] [-sa_8 - a_1a_8] \quad (B-89)$$

$$- \left[\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}s} \right] [a_2a_4] + \left[\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}s} \right] [a_2a_7]$$

Yukarıdaki denklemi işlemleri basitleştirmek için $\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}s}$ ve $\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}s}$ 'lere ayırarak,

$$D_3 = \frac{1}{s} \left[\frac{w_{\ddot{u}1}}{\kappa_{r1}} \right] \{sa_8 + a_1a_8 - a_2a_7\} \quad (B-90)$$

$$+ \frac{1}{s} \left[\frac{w_{\ddot{u}2}}{\kappa_{r2}} \right] \{s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5 - a_2a_4\}$$

olarak elde edilir.

$$\begin{aligned}
\overline{\Delta p_{r1}} &= \frac{D_3}{D} \\
&= \frac{\left[\frac{1}{s} \left[\frac{w_{\bar{u}2}}{\kappa_{r2}} \right] \left\{ s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1 a_5 - a_2 a_4 \right\} \right.}{\left. + \frac{1}{s} \left[\frac{w_{\bar{u}1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ s a_8 + a_1 a_8 + a_2 a_7 \right\} \right]} \\
&= \frac{\left[\begin{aligned} &s^3 + (a_1 + a_5 + a_9)s^2 \\ &+ (a_1 a_5 + a_5 a_9 + a_1 a_9 - a_6 a_8 - a_2 a_4 - a_3 a_7)s \\ &+ a_1 a_5 a_9 - a_1 a_6 a_8 - a_2 a_4 a_9 - a_2 a_6 a_7 - a_3 a_4 a_8 - a_3 a_7 a_5 \end{aligned} \right]}{\quad} \quad (B-91)
\end{aligned}$$

Denklem B-91'in ters Laplace dönüşümü aşağıdaki şekilde yapılır.

$$\begin{aligned}
\Delta p_{r2} = L^{-1} \{ \overline{\Delta p_{r2}} \} &= L^{-1} \left\{ \frac{\left[\frac{w_{\bar{u}2}}{\kappa_{r2}} \right] \frac{1}{s} \left\{ s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1 a_5 - a_2 a_4 \right\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \\
&+ L^{-1} \left\{ \frac{\left[\frac{w_{\bar{u}1}}{\kappa_{r1}} \right] \frac{1}{s} \left\{ s a_8 + a_1 a_8 + a_2 a_7 \right\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \quad (B-92)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
III &= L^{-1} \left\{ \frac{\frac{w_{\bar{u}2}}{\kappa_{r2}} \frac{1}{s} \left\{ s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1 a_5 - a_2 a_4 \right\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \\
&= \frac{w_{\bar{u}2}}{\kappa_{r2}} L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{\left\{ s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1 a_5 - a_2 a_4 \right\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \\
&= \frac{w_{\bar{u}2}}{\kappa_{r2}} L^{-1} \left\{ \frac{\left\{ s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1 a_5 - a_2 a_4 \right\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \quad (B-93)
\end{aligned}$$

Denklem B-93'teki $\frac{\left\{ s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1 a_5 - a_2 a_4 \right\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)}$ terimi aşağıdaki şekilde

parçalara ayrılarak, ters Laplace dönüşümü elde edilir.

$$\frac{\{s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5 - a_2a_4\}}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)(s+\mu_3)} = \frac{L}{(s+0)} + \frac{M}{(s+\mu_1)} + \frac{N}{(s+\mu_2)} + \frac{P}{(s+\mu_3)} \quad (\text{B-94})$$

$$L = \lim_{s \rightarrow 0} (s+0) \frac{s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5 - a_2a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)(s+\mu_3)} = \frac{a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_1\mu_2\mu_3} \quad (\text{B-95})$$

$$\begin{aligned} M &= \lim_{s \rightarrow -\mu_1} (s+\mu_1) \frac{s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5 - a_2a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)(s+\mu_3)} \\ &= \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_5)\mu_1 + a_1a_5 - a_2a_4}{-\mu_1(-\mu_1 + \mu_2)(-\mu_1 + \mu_3)} \end{aligned} \quad (\text{B-96})$$

$$\begin{aligned} N &= \lim_{s \rightarrow -\mu_2} (s+\mu_2) \frac{s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5 - a_2a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)(s+\mu_3)} \\ &= \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_5)\mu_2 + a_1a_5 - a_2a_4}{-\mu_2(-\mu_2 + \mu_1)(-\mu_2 + \mu_3)} \end{aligned} \quad (\text{B-97})$$

$$\begin{aligned} P &= \lim_{s \rightarrow -\mu_3} (s+\mu_3) \frac{s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5 - a_2a_4}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)(s+\mu_3)} \\ &= \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_5)\mu_3 + a_1a_5 - a_2a_4}{-\mu_3(-\mu_3 + \mu_1)(-\mu_3 + \mu_2)} \end{aligned} \quad (\text{B-98})$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_1\mu_2\mu_3} \\ M &= -\frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_5)\mu_1 + a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_1(\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} \\ N &= -\frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_5)\mu_2 + a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} \\ P &= -\frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_5)\mu_3 + a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_3(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} \end{aligned} \quad (\text{B-99})$$

olarak bulunur.

$$\begin{aligned}
III &= \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{\{s^2 + (a_1 + a_5)s + a_1a_5 - a_2a_4\}}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)(s+\mu_3)} \right\} \\
&= \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{L}{(s+0)} + \frac{M}{(s+\mu_1)} + \frac{N}{(s+\mu_2)} + \frac{P}{(s+\mu_3)} \right\} \\
&= \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \right] \left\{ L L^{-1} \left[\frac{1}{(s+0)} \right] + M L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_1)} \right] \right. \\
&\quad \left. + N L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_2)} \right] + P L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_3)} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{B-100}$$

Denklem B-68, Denklem 100'de yerleştirilirse,

$$III = \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \right] \left\{ L e^{-0t} + M e^{-\mu_1 t} + N e^{-\mu_2 t} + P e^{-\mu_3 t} \right\} \tag{B-101}$$

elde edilir. Denklem 99, Denklem 101'de yerleştirilirse,

$$III = \left[\frac{w_{u2}}{\kappa_{r2}} \right] \left\{ \begin{aligned} &\frac{a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_1\mu_2\mu_3} - \frac{\mu_1^2 - (a_1 + a_5)\mu_1 + a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_1(\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} e^{-\mu_1 t} \\ &- \frac{\mu_2^2 - (a_1 + a_5)\mu_2 + a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \\ &- \frac{\mu_3^2 - (a_1 + a_5)\mu_3 + a_1a_5 - a_2a_4}{\mu_3(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} e^{-\mu_3 t} \end{aligned} \right\} \tag{B-102}$$

ile ifade edilir. Denklem B-92'deki $\frac{\left[\frac{w_{u1}}{\kappa_{r1}} \right] \{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7\}}{(s+0)(s+\mu_1)(s+\mu_2)(s+\mu_3)}$ 'nin

ters Laplace dönüşümü aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
IV &= L^{-1} \left\{ \left[\frac{w_{d1}}{\kappa_{r1}} \right] \frac{1}{s} \frac{\{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \\
&= \left[\frac{w_{d1}}{\kappa_{r1}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{\{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7\}}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\} \\
&= \left[\frac{w_{d1}}{\kappa_{r1}} \right] L^{-1} \left\{ \frac{\{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \right\}
\end{aligned} \tag{B-103}$$

$$\frac{\{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7\}}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} = \frac{R}{(s + 0)} + \frac{S}{(s + \mu_1)} + \frac{T}{(s + \mu_2)} + \frac{V}{(s + \mu_3)} \tag{B-104}$$

$$R = \lim_{s \rightarrow 0} (s + 0) \frac{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} = \frac{a_1a_8 - a_2a_7}{\mu_1\mu_2\mu_3} \tag{B-105}$$

$$\begin{aligned}
S &= \lim_{s \rightarrow \mu_1} (s + 0) \frac{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \\
&= \frac{-a_8\mu_1 + a_1a_8 + a_2a_7}{-\mu_1(-\mu_1 + \mu_2)(-\mu_1 + \mu_3)}
\end{aligned} \tag{B-106}$$

$$\begin{aligned}
T &= \lim_{s \rightarrow -\mu_2} (s + 0) \frac{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \\
&= \frac{-a_8\mu_2 + a_1a_8 + a_2a_7}{-\mu_2(\mu_1 - \mu_2)(-\mu_2 + \mu_3)}
\end{aligned} \tag{B-107}$$

$$\begin{aligned}
V &= \lim_{s \rightarrow -\mu_3} (s + 0) \frac{sa_8 + a_1a_8 + a_2a_7}{(s + 0)(s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)} \\
&= \frac{-a_8\mu_3 + a_1a_8 + a_2a_7}{-\mu_3(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)}
\end{aligned} \tag{B-108}$$

$$\begin{aligned}
R &= \frac{a_1a_8 + a_2a_7}{\mu_1\mu_2\mu_3} & S &= -\frac{-a_8\mu_1 + a_1a_8 + a_2a_7}{\mu_1(\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} \\
T &= -\frac{-a_8\mu_2 + a_1a_8 + a_2a_7}{\mu_2(\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} & V &= -\frac{-a_8\mu_3 + a_1a_8 + a_2a_7}{\mu_3(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)}
\end{aligned} \tag{B-109}$$

olarak bulunur.

$$\begin{aligned}
IV &= \frac{w_{\bar{u}1}}{\kappa_{r1}} L^{-1} \left\{ \frac{R}{(s+0)} + \frac{S}{(s+\mu_1)} + \frac{T}{(s+\mu_2)} + \frac{V}{(s+\mu_3)} \right\} \\
&= \left[\frac{w_{\bar{u}1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ \begin{aligned} &R L^{-1} \left[\frac{1}{(s+0)} \right] + S L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_1)} \right] \\ &+ T L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_2)} \right] + V L^{-1} \left[\frac{1}{(s+\mu_3)} \right] \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \tag{B-110}$$

Denklem B-68, Denklem B-92’de yerleştirilirse,

$$IV = \left[\frac{w_{\bar{u}1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ R e^{-0t} + S e^{-\mu_1 t} + T e^{-\mu_2 t} + V e^{-\mu_3 t} \right\} \tag{B-111}$$

Denklem B-109, Denklem B-111’de yerleştirilirse,

$$IV = \left[\frac{w_{\bar{u}1}}{\kappa_{r1}} \right] \left\{ \begin{aligned} &\frac{a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \\ &- \frac{-a_8 \mu_1 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1) (\mu_3 - \mu_1)} e^{-\mu_1 t} \\ &- \frac{-a_8 \mu_2 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2) (\mu_3 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \\ &- \frac{-a_8 \mu_3 + a_1 a_8 + a_2 a_7}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3) (\mu_2 - \mu_3)} e^{-\mu_3 t} \end{aligned} \right\} \tag{B-112}$$

elde edilir. Denklem B-102 ve Denklem B-112, Denklem B-92’de yerleştirilirse, derin rezervuar tankı basıncının zamana göre ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\overline{\Delta p_{r2}}(t) = \left\{ \begin{aligned} & \frac{w_{a1}}{\kappa_{r1}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_8 - a_2 a_7}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} - \frac{-a_8 \mu_1 + a_1 a_8 - a_2 a_7}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} e^{-\mu_1 t} \\ & - \frac{-a_8 \mu_2 + a_1 a_8 - a_2 a_7}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \\ & - \frac{-a_8 \mu_3 + a_1 a_8 - a_2 a_7}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} e^{-\mu_3 t} \end{aligned} \right] \\ & + \frac{w_{a2}}{\kappa_{r2}} \left[\begin{aligned} & \frac{a_1 a_5 + a_2 a_4}{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \\ & - \frac{-\mu_1^2 - (a_1 + a_5)\mu_1 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_1 (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)} e^{-\mu_1 t} \\ & - \frac{-\mu_2^2 - (a_1 + a_5)\mu_2 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_2 (\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \\ & - \frac{-\mu_3^2 - (a_1 + a_5)\mu_3 + a_1 a_5 - a_2 a_4}{\mu_3 (\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)} e^{-\mu_3 t} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \quad (B-113)$$

ÖZGEÇMİŞ

Emine Didem Korkmaz, 1977 yılında İstanbul’da doğdu. İlkokula, 1984 yılında Aliğa Petkim İlkokulu’nda başlayıp, 1989 yılında İzmir Namık Kemal İlkokulu’ndan mezun oldu. 1989-1991 yılları arasında TED Koleji’ne, 1991-1996 yılları arasında İzmir Türk Koleji’ne devam edip mezun oldu. 1996 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Maden Fakültesi Petrol ve Doğal Gaz Mühendisliği Bölümünde lisans öğrenimine başladı. 2001 yılında Petrol ve Doğal Gaz Mühendisi olarak mezun olduktan sonra yine aynı bölümde yüksek lisans öğrenimine başladı ve halen bu bölümde yüksek lisans öğrenimine devam etmektedir.

