

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ESNEK MEKANİZMALARIN AYRIK ELEMAN METODU İLE
MODELLENMESİ ve KULLANICI ARAYÜZÜ İÇEREN ANALİZ
PROGRAMI OLUŞTURULMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Bekir Berk GÜLDOĞAN**

Anabilim Dalı : Mekatronik Mühendisliği

Programı : Mekatronik Mühendisliği

HAZİRAN 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ESNEK MEKANİZMALARIN AYRIK ELEMAN METODU İLE
MODELLENMESİ ve KULLANICI ARAYÜZÜ İÇEREN ANALİZ
PROGRAMI OLUŞTURULMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Bekir Berk GÜLDOĞAN
518071004**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 07 Mayıs 2010

Tezin Savunulduğu Tarih : 11 Haziran 2010

**Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Ümit SÖNMEZ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Levent TRABZON (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Erdinç ALTUĞ (İTÜ)**

HAZİRAN 2010

İkizime ve Anneme,

ÖNSÖZ

Çalışmaya, esnek mekanizmalar hakkında bilgi verilerek başlandı, modelleme yöntemleri hakkında bilgi verildi ve yapılan program tanıtıldı. Bu çalışma boyunca beni yönlendiren ve maddi manevi yardımlarını esirgemeyen değerli hocam, tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Ümit SÖNMEZ’e teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2010

Bekir Berk GÜLDOĞAN
İmalat Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
ÖZET.....	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	1
1.2 Genel Mekanik	1
1.3 Esnek Mekanizmalar	3
2. PSEUDO-RİGİD-BODY MODELİ.....	9
2.1 PRB Modelinin oluşturulması	9
2.1.1 Parametrik yaklaşım.....	11
2.1.2 Karakteristik yarıçap faktörü	13
2.1.3 Kiriş ucunun koordinatları	15
2.1.4 Karakteristik yarıçap faktörü için pratik kural	15
2.1.5 Açısal yer değiştirme	16
2.1.6 Esneklik katsayısı.....	17
2.1.7 Burulma yay katsayısı	20
3. AYRIK ELEMANLAR METODU	23
3.1 Modelin oluşturulması.....	23
3.1.1 İki elemanlı model	24
3.1.2 Dört elemanlı model.....	27
3.1.3 İki taraftan sabit mesnetli kiriş.....	30
4. ÖRNEKLER.....	33
4.1 Tek taraftan ankastre mesnetli kiriş için noktasal yükleme.....	33
4.1.1 Eliptik integral çözümü	33
4.1.2 Ayrık eleman metodu çözümü	38
4.2 Konsol kiriş - krank.....	42
4.3 Paralel kol mekanizması.....	46
4.4 L tipi esnek kiriş - krank	53
5. AYRIK ELEMAN METODU PROGRAMI	55
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	59
KAYNAKLAR	61

KISALTMALAR

DEM : Ayrık Eleman Metodu (Discrete Element Method)
PRBM : Pseudo-Rigid Body Modeli

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1: Farklı Yükleme Koşullarındaki PRBM Parametreleri	15
--	----

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1: a)Yay – ok b)Katapult	4
Şekil 1.2: Esnek mekanizma örnekleri	4
Şekil 1.3: Yapısal optimizasyon örneği	6
Şekil 1.4: Yapısal optimizasyon akış şeması	7
Şekil 2.1: a)Konsol kirişe serbest ucundan kuvvet etkime durumu b)PRBM	10
Şekil 2.2: PRBM hata tayini	12
Şekil 2.3: $n=0$ için kiriş ucunun esneme yörüngesi	13
Şekil 2.4: Karakteristik yarıçap faktörünün (γ) n ile değişimi.....	14
Şekil 2.5: Kiriş uç açısıl yer değişimi parametreleştime limitinin ($\theta_{0 \text{ maks}}$) n ile değişimi	14
Şekil 2.6: $n=0$ için θ_0 değerinin Θ 'ne lineer yakınsaması	16
Şekil 2.7: Kuvvetin teğet ve normal bileşenleri.....	17
Şekil 2.8: Teğet kuvvet, yer değişimi grafiği	18
Şekil 2.9: Esneklik katsayısının n ile değişimi	19
Şekil 3.1: 2 tarafı sabit mesnetli kiriş	23
Şekil 3.2: 2 tarafı sabit mesnetli kiriş yükleme durmu	24
Şekil 3.3: 2 Elemanlı Ayrık Eleman Modeli	25
Şekil 3.4: 4 Elemanlı Ayrık Eleman Modeli	27
Şekil 3.5: Bir ucu ankastre mesnetli kiriş için ayrık eleman metodu	29
Şekil 3.6: 2 tarafı ankastre mesnetli kiriş.....	30
Şekil 4.1: Konsol kiriş	33
Şekil 4.2: Konsol kiriş yükleme durumu	37
Şekil 4.3: Eliptik integral çözümünün deney verisiyle karşılaştırılması	37
Şekil 4.4: Konsol kirişin, DEM ile gösterimi	38
Şekil 4.5: Konsol kiriş için hesaplanan kuvvet değerleri	39
Şekil 4.6: Eliptik integral çözümü ile ayrık eleman metodunun karşılaştırılması	40
Şekil 4.7: Konsol kirişinin serbest ucunda krank bağlı. Krank açısı 84°	42
Şekil 4.8: Konsol kirişinin serbest ucunda krank bağlı. Krank açısı 180°	42
Şekil 4.9: Düşey kuvvetin krank açısı ile değişimi.....	43
Şekil 4.10: Yatay kuvvetin krank açısı ile değişimi	44
Şekil 4.11: Potansiyel enerjinin krank açısı ile değişimi	45
Şekil 4.12: Paralel kol mekanizması.....	46
Şekil 4.13: Konsol Kiriş	47
Şekil 4.14: Paralel kol mekanizmasının yarı modeli	48
Şekil 4.15: Esnek kirişten yay katsayısına geçiş	49
Şekil 4.16: Paralel kol mekanizması PRBM	50
Şekil 4.17: PRBM esneme durumu	51
Şekil 4.18: Paralel kol mekanizması ayrık eleman modeli simulasyonu.....	51
Şekil 4.19: Paralel kol mekanizması Kuvvet-Yer değişimi grafiği	52
Şekil 4.20: L tipi esnek kiriş	53
Şekil 4.21: L tipi kirişin ucundan krank bağlı. Krank açısı 90°	53
Şekil 4.22: L tipi kirişin ucundan krank bağlı. Krank açısı 180°	54

Şekil 4.23: L tipi kirişin ucundan krank bağlı. Krank açısı 270°	54
Şekil 5.1: Ayırık eleman metodu programı kullanıcı arayüzü	55
Şekil 5.2: Elastik eleman özellikleri girişi	56
Şekil 5.3: Simulasyon koşturulması.....	57

ESNEK MEKANİZMALARIN AYRIK ELEMAN METODU İLE MODELLENMESİ ve KULLANICI ARAYÜZÜ İÇEREN ANALİZ PROGRAMI OLUŞTURULMASI

ÖZET

Esnek mekanizlar günümüzde yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Son zamanlarda üretim yöntemlerindeki gelişmeler ve montajsız yapıları nedeniyle esnek mekanizmalar kendilerine MEMS’lerde oldukça fazla yer bulmaktadır. Esnek mekanizmaların modellenmesinde genellikle elastisite teorisi, Pseudo rigid body metodu ve lineer olmayan sonlu elemanlar analizi kullanılır. Bu yöntemler arasında pseudo rigid body modeli esnek mekanizmaların modellenmesinde en kolay olanıdır. Esnek mekanizmaların tasarımı aşamasında ilk olarak başvurulacak metottur. Büyük yer değiştirmeler modellenirken başlangıç aşamalarında oldukça kolaylık sağlar. Bu yöntem, kirişlerde uç noktanın istenen bir yörüngeyi takip etmesi durumunda yetersiz kalmaktadır. Elastisite teorisi ise uygulamasındaki zorluklar nedeniyle sadece küçük yer değişimleri söz konusu olduğu durumlarda kullanılır ve yine. Sonlu elemanlar analizi paket programları sayesinde esnek mekanizmaların modellenmesi yapılabilmekte ve doğru sonuçlar elde edilmektedir fakat paket programlarının kullanımı zor ve maliyetli olmaktadır.

Genel olarak kaya mekaniği ve tanecikli parçacıkların modellenmesinde kullanılan ayrik eleman metodunun, esnek mekanizmaların modellenmesinde oldukça doğru sonuçlar verdiği görülmektedir. Kısaca anlatmak gerekirse, ayrik eleman modelinde kirişin temsil etmesi için esnek olmayan elemanlar birbirine lineer tork yayları ve döner mafsallarla bağlanmıştır. Literatürde, ayrik eleman modeli kirişlerin esneme problemlerinin çözümünde kullanılmıştır. Çalışmamızda ayrik eleman metodunu, yer değişimlerinin büyük olduğu, esnek mekanizmaların tasarımı için kullanılabileceğini, model sonuçlarını karşılaştırarak gösterilecektir. Çalışmamızda çözümü bilinen bazı büyük yer değiştirmeli kirişlerin sonuçları DEM sonuçları ile karşılaştırılacak ve bazı esnek mekanizmalar DEM kullanılarak modellenecektir. Sonlu elemanlar analiz programı olarak kullanılan ANSYS yardımı ile ayrik eleman metodunun sonuçları değerlendirilecektir. Ayrik elemanlar metodu sayesinde, büyük yer değişimleri sonucu kirişin alacağı şekli en az hata ile elde edebiliriz. Basit bir şekilde yapılan esnek mekanizma prototiplerinden alınan resimlerdeki kiriş şekilleri, ayrik eleman metodunun uygulanması sonucu ulaşılan şekiller ile karşılaştırılarak, mesnetlerdeki kuvvetler bulunacaktır.

MODELLING OF COMPLIANT MECHANISMS USING DISCRETE ELEMENT METHOD and DEVELOPING AN ANALYZE PROGRAM WITH USER INTERFACE

SUMMARY

Compliant mechanisms have a wide range of use in today's life. With the new manufacturing processes and developed technology, these mechanisms are commonly used in MEMS. In designing of compliant mechanisms, the techniques that are usually used are Pseudo-Rigid Body model, elastica theory and nonlinear finite element programs. The easiest and mostly used method is PRBM. This method gives valuable knowledge at the early stages of the design. It is easy to find the large deflection characteristics of elastic beams with PRBM. However, it is not a good tool when elastic beams tip point is desired to follow a path. The elastica theory is hard to implement and solve for large deflections. Finite element analysis programs have good accuracies but it takes too much time and you have to pay the price for the program.

It is seen that Discrete Element Method, which is commonly used in rock mechanics, is giving good result in modelling of the compliant mechanisms. To summarize the concept, rigid links are connected by torsional springs and used to model the elastic beams. In literature DEM is used for model the elastic beams. In this work, it is shown that DEM modelling of elastic beams is a useful technique to understand the behaviour of beams. The result of the model are compared to Finite Element Solutions.

1.GİRİŞ

Bu bölümde tez çalışmamızın amacı hakkında bilgi verilmiştir. Bahsedilen yapılara genel hatlarıyla değinilmiş, mekanizmalar ve modelleme yöntemlerinden bahsedilmiş ve genel bilgiler verilmiştir. Literatürde rastlanan benzer çalışmalara yer verilmiştir.

1.1 Tezin Konusu ve Amacı

Esnek mekanizmalar tasarımı zor yapılardır. Rijit yapılarla karşılaştırıldıklarında oldukça avanjlı noktaları vardır. Bu avantajlardan doğru bir şekilde yararlanabilmek için tasarım aşamasında geniş bir bilgiye sahip olmak gereklidir. Yapılan çalışmadaki amaç, esnek mekanizmaların dizayn aşamasında kullanılabilecek bir analiz programı oluşturmak. Bu amaçla ayırık eleman metodu kullanılarak bir Matlab Programı ve arayüz tasarımı yapılmıştır. Programın, esnek mekanizmalardaki birden fazla probleme çözüm olabilmesi için arayüz oluşturularak, kullanıcının kendi tasarımı hakkında bilgilendirilmesi sağlanmıştır.

1.2 Genel Mekanik

Genel olarak, makinenin dinamik analizinde, uzuvların arasında hareket iletimi ya da kuvvet iletimi incelenir. Gerçekleştirilen işleve göre bu katı cisimlerin birbirine bağlanarak oluşturduğu uzuvlar topluluğuna farklı isimler vermek, yapılan işlevin tanımlanmasında kolaylık sağlamaktadır. Eğer bu katı cisimler topluluğunun analizinde hareket iletimi, yer değiştirme, hız, ivme söz konusu ise bu katı cisimlerin birbirine mafsallaşarak oluşturduğu düzeneğe mekanizma adı verilir.[11] Mekanizmalar rijit, yarı esnek veya tam esnek elemanlardan meydana gelebilir. Rijit mekanizmalar standart kinematik denklemlere göre dizayn edilir ve rijit elemanların sabit veya döner mafsallarla bitştirilmesinden oluşurlar. Yarı esnek mekanizmalarda bazı elemanlar rijit bazıları ise esnek elemanlardan meydana gelir. Tam esnek mekanizmalarda hiç mafsal yoktur, hareketin tamamı esnek elemanların esnemesinden meydana gelir.

Fiziksel sistemler iki alt başlık altında incelenmektedir. Bunlardan biri klasik mekanik diğeri ise kuantum mekaniğidir. Klasik mekanik makro boyuttaki cisimlerin hareketlerini konu alır. Klasik mekanik de kendi içinde 3 büyük başlıkta incelenir [10]. Bunlar;

- Statik
- Dinamik
- Kinematik

Statik; dengeyi ve kuvvetlerin hareketsiz cisimlere etkisini inceler.

Dinamik; cisimlere etkiyen kuvvetleri ve bunun sonucu meydana gelen hareketleri inceler.

Kinematik; ise uzayı, zamanı ve nedenlerinden bağımsız olarak hareketleri betimler.

Klasik mekaniği diğeri bir sınıflandırma yolu ise matematik formülasyonuna göredir. Bunlardan ilki olan Newton mekaniğidir. Pratik olarak mekanik, Newton'un üç kanunu ve yerçekimi teorisi üzerine kurulmuştur:

- 1) Bir cisme kuvvet etki etmedikçe cismin durumunda hiçbir değişiklik olmaz veya düzgün doğru hareketi yapıyorsa, buna devam eder.
- 2) Bir cisme bir kuvvet etki ederse, kuvvet doğrultusunda cisim ivme kazanır. Bu ivme, etkileyen kuvvetle doğru, cismin kütlesiyle ters orantılıdır.
- 3) Her kuvvet zıt yönde ve eşit şiddette bir tepki doğurur.

Newton'un formülasyonunda cisimleri noktalar kuvvetleri de vektörler olarak kabul edip diyagram oluşturulur ve ardından 3. kanun ($F=m*a$) kullanılarak cisimlerin hareketleri bulunur. Newton her ne kadar temelindeki formülasyonun kurucularından olsa da, formülasyonu noktasal olmayan cisimlerin incelenmesindeki zorluklar yüzünden geliştirilmeye ihtiyaç duymaktaydı. Daha sonra mekanikteki gelişmelerin pek çoğu, bu kanun üzerine kurulmuştur. Daha sonra gelenler analiz metodlarını geliştirirken, daha kolay bakış açıları aramışlardır. Joseph Louis Lagrange (1736-1813) genelleştirilmiş koordinatları çözüme dahil etmiş, virtüel iş kavramını ortaya atmıştır [10].

Lagrange metodu, Newton'un hareket denklemlerinin farklı bir yöntemle ifade şeklidir. Lagrange mekaniğinde yapılan şey Newton mekaniğindekiyle aynıdır, fakat denklemlerin formu koordinat sistemi değiştiği zaman değişmemektedir. Lagrange metodunun başlangıç noktası iş fonksiyonudur. Sistemin denge hali iş fonksiyonun sabit değeriyle ilişkilendirilir. İş fonksiyonu genellikle integral formunda olduğundan dolayı, problem denge hali bu integralin çözümüdür.

Lagrange metodunun Newton formulasyonundan üstün olduğu noktalar vardır. İlk olarak iş fonksiyonu daha analitiksel ve kurallara dayalıdır. Newton formulasyonunda sistemin geometrik ve mekanik canlandırılmasında oluşabilecek hatalara, bu metotta rastlanmaz, oluşturulan diferansiyel eşitliğin sağlanması yapılabilir. İkinci olarak, yakınsama metodlarının çoğu enerji ve varyasyon ilkelerine dayanmaktadır. Basit formlardaki diferansiyel denklemlerin dışındaki diferansiyel denklemlerin kesim çözümlerini bulamadığımız için yakınsama metodları bizim için oldukça önemlidir. Üçüncü olarak, enerji metodu direk ve kısa çözüm sunmaktadır. Yüksek derecede kararsız statik problemlerin çözümünde kuvvet metodu kullanıldığı takdirde oldukça zor çözümlerle karşılaşmaktadır. Bunun yanında enerji metodu sadece konservatif sistemlerde kullanılabilir.

1.3 ESNEK MEKANİZMALAR

Mühendislik çalışmalarında son zamanlarda doğadaki mekanizmaların işleyişini anlamak ve onlar gibi çalışan mekanizmalar yaratmak popüler bir çalışma alanını oluşturmaktadır. Doğadaki çoğu mekanizma yapısında esnek elemanlar bulunur. Esnek mekanizmalarda hareketin en az bir kısmı veya tamamı mekanizmayı oluşturan esnek elemanın esnemesiyle gerçekleşir.[5] Esnek mekanizmalarda oluşturulan bir hareket, esnek elemanlarda potansiyel enerji depolanmasına yol açar. Daha sonra bu enerji aletin fonksiyonunu yerine getirmesi için kullanılır. Örnek vermek gerekirse, yay-ok sistemi buna iyi bir örnek teşkil eder. Ok çekildiği zaman yay esner ve enerji yayda birikir. Ok bırakıldığı anda, yayda depolanan potansiyel enerji oka kinetik enerji olarak aktarılır ve ok ileri doğru fırlar. Verebileceğimiz bir diğer örnek de mancınık mekanizmasıdır.

-Az sayıda mafsaldan medyana geldikleri için hassasiyetleri yüksektir ve bakım gerektirmezler.

- Sürtünen parçalar az olduğundan aşınma meydana gelmez.

Bu avantajları sonucu mikro yapılarda oldukça sık bir şekilde kullanılırlar. Mikro tutucular, mikro konumlandırıcılar, sensörler ve medikal aletlerde kullanılırlar [2]. Avantajları yanı sıra bazı dezavantajları da mevcuttur. Esnek elemanlarda biriken enerji bazen istenmeyen sonuçlar doğurabilir. Yine bu elemanlardaki esneme hareketi sonucu yorulma, stres uzaması ve sürünme deformasyonları meydana gelebilir. Bu sorunlarla karşılaşmamak için dizayn aşamasında gerekli önlemler alınmalıdır. Bu nedenle esnek mekanizmaların dizayn edilmesi ve analizi zordur ve üzerinde durulması gereken bir konudur.

Esnek mekanizmaların sağladığı faydalarına karşın tasarım aşamaları zordur. Sonlu elemanlar analizi kullanılarak deneme yanılma yoluyla istenen performansta mekanizmaya ulaşılmaya çalışılır. Bu aşamada tasarımı yapan kişinin tecrübe ve öngörülleri, nihai ürüne varmada harcanan sürenin azaltılmasında, büyük önem taşır.

Esnek mekanizmaların modellenmesinde literatürde kullanılan 2 tipik yöntem vardır. Bunlardan biri kinematik tabanlı yaklaşım diğeri ise yapısal optimizasyon tabanlı yaklaşımdır [8].

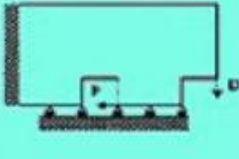
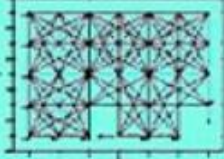
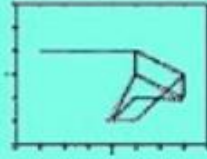
Kinematik yaklaşımda, bir çok rijit elemanın serbest mafsallar ve burulma yayları ile birbirlerine bağlandıkları varsayılır. Yayların yay katsayıları ve mafsalların yerleri, mekanizmanın geometrik şekline göre değişmektedir.

Bu model diğer yöntemlere göre kolay görünmesine karşın, mekanizmanın kuvvet-yer değişim ilişkisinin çıkarılmasında zorluklar çıkmaktadır. Bu aşamada iki yöntem kullanılmaktadır. İlkinde Newton'un genel yasasına dayanan statik denge hal denklemlerinin çıkarılmasıyla mekanizmanın kuvvet- yer değiştirme ilişkisine ulaşılır. İkinci yöntemde ise görsel iş metodu ile sistemin kuvvet-yer değiştirme ilişkisi kurulabilir. Bu yöntemde sistemi bir bütün olarak ele alırız ve tüm kuvvetlerin eşitlikleriyle uğraşmak zorunda kalmayız.

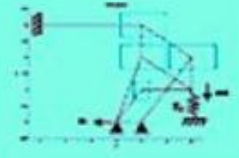
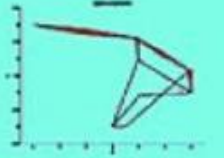
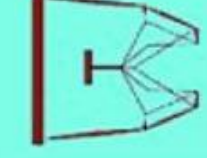
Kinematik yaklaşım, büyük ve lineer olmayan yer değişimlerinin söz konusu olduğu durumlarda iyi sonuçlar vermektedir fakat bu yöntemde bilinen rijit elemanlı bir mekanizma ile dizayna başlamak gerekmektedir. Bu amaçla Pseudo-Rigid Body Modeli dizayn aşamasında karşılaşılan zorlukların üstesinden gelmek için oluşturulmuştur [3].

Yapısal optimizasyon tabanlı yöntemde; bilinen bir mekanizmayla başlama zorunluluğu yoktur. Ana amaç mekanizmanın yapısının, şeklinin ve boyutlarının belirlenmesidir. İlk olarak malzeme kümesine etki eden dış kuvvetler ve destekler uygulanır. Ardından nümerik yöntemler kullanılarak optimizasyona başlanır. Bu optimizasyondaki amaç fonksiyonu çoğunlukla girilen kuvvetler altında yapının esnemesidir ve kısıt ise hacim olarak kabul edilir. Genellikle iki çeşit dizayn yöntemi vardır. Sabit yapılar ve sürekli yapılar.

(a) Yapısal Optimizasyon

1. Dizayn parametreleri belirlenir.	2. Başlangıç tahmini, kirişlerden oluşturulur.	3. İterasyonlar sonucu dizayn çözümü oluşur.	4. Prototip oluşturulur.
			

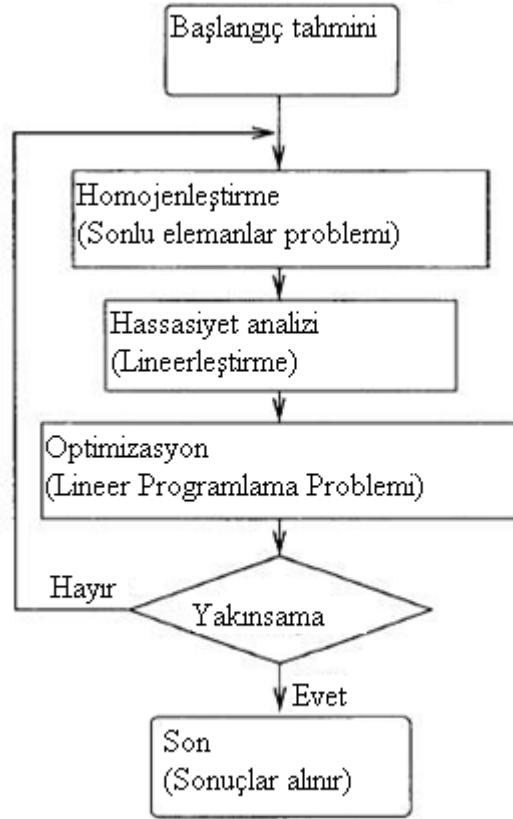
(b) Boyutsal Optimizasyon

1. Geometrik ve imalat kısıtları belirlenir.	2. Elemanların boyutları optimize edilir.	3. Nihai dizayn oluşturulur.	4. Nihai ürün üretilir.
			

Şekil 1.3: Yapısal Optimizasyon Örneği.

Ground yapıların dizayn aşamasında oldukça fazla sayıda kiriş ve mesnet elemanları kullanılır. Elemanın ilk kesit alanları dizayn değişkeni olarak adlandırılır. Yapılan iterasyonlar sonucu bu kesit alanı sıfıra gelirse o eleman silinir ve işleme devam edilir. Bu sayede yük taşımayan elemanlar yapıdan atılır ve son olarak istenen kısıtlarda ve fonksiyona sahip esnek mekanizma ortaya çıkar. Sürekli yapılarda; elementler, yapısal özelliklerine göre sonlu eleman gruplarına ayrılırlar. Bu tip yapıların 3 adet çözüm yaklaşımı vardır [8].

Hem sabit hem de sürekli yapılarda çözüme ulaşabilmek için birçok programlama tekniği geliştirilmiştir. En çok kullanılan yöntem ardışık lineer programlama (SPL) metodudur [8].



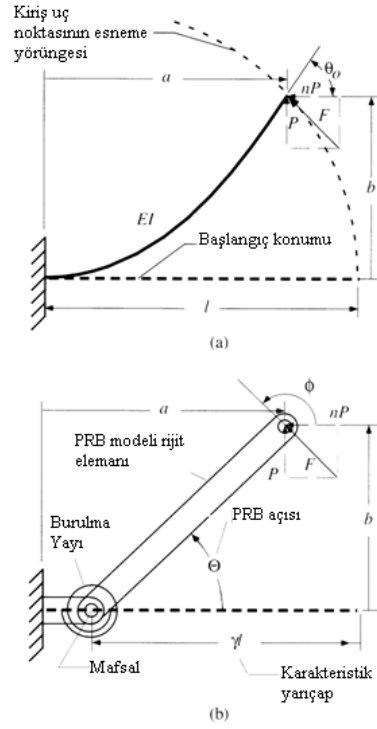
Şekil 1.4:Yapısal Optimizasyon Akış Şeması, [8].

2.PSEUDO-RİGİD BODY MODELİ

Esnek mekanizmaların analizinde, geometri, malzeme ve yükleme koşulları belirlendikten sonra sayısal yöntemler kullanılarak veya sonlu elemanlar analizi kullanılarak gerekli veriler elde edilebilir. Bu yöntemler son aşamada kullanılmalarının nedeni, dizayn aşamasında uygulanmalarının zor olması ve çok zaman almalarıdır. Sonuç olarak bu aşamada daha kolay ve kullanışlı bir yöntem ihtiyacı vardır. Pseudo –Rigid Body modeli bu aşamada oldukça kullanışlı bir araçtır. Bu model sayesinde lineer olmayan büyük yer değişimleri olduğu sistemlerin incelenmesinde kolaylık sağlanır [3].

2.1 PRBM Modelinin oluşturulması

PRBM modelinde esnek elemanlar, burulma yayları ve rijit elemanlar kullanılarak temsil edilirler; bu sayede esnek mekanizma teorisi ile rijit mekanizmalar teorisini birleştirmemiz mümkün olur. Çeşitli başlangıç şartları ve koşullar için farklı modeller mevcuttur. Her esnek eleman için PRBM kullanılarak uç nokta yörüngesini ve kuvvet-yer değiştirme grafiği tahmin edilir. Modelin belirleyici parametreleri mafsalların eleman üzerinde yerleştirildiği nokta ve bu mafsalla yerleştirilen burulma yayının yay katsayısıdır. Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu serbest (konsol kiriş) bir kiriş için PRBM'nin uygulanması incelenecektir [2].



Şekil 2.1:a)Konsol kirişe uç noktadan kuvvet etkiye durumu b)PRBM, [3].

Esnek bir konsol kirişin şekildeki gibi kuvvete maruz kaldığını varsayalım. Kirişin kesit alanı kiriş boyunca değişmemektedir ve lineer malzeme özelliği göstermektedir. Yer değişimlerinin fazla olduğu durumlarda lineer kiriş denklemleri yetersiz kalmaktadır, bu durumda eliptik integral çözümleri veya sonlu elemanlar analizine gerek duyulur. PRBM'nin kiriş üzerindeki uygulaması incelenecektir.

Büyük yer değişimi için yapılan eliptik integral çözümlerinden elde edilen bilgiye göre, konsol kirişin uç noktası kuvvet etkisi altında dairesel bir yörünge izlemektedir. Şekil 2.1 b)'de görüldüğü gibi büyük yer değişimleri için 2 rijit elemandan ve mafsaldan oluşturulan PRBM, kiriş uç noktası için dairesel yörüngeyi doğru bir şekilde modellemektedir. Mafsala yerleştirilen burulma yayı, kirişin yer değişimine karşı gösterdiği dirençtir. Mafsala'nın yeri, kiriş boyunun karakteristik yarıçap faktörü (γ) ile çarpımına eşittir. Karakteristik yarıçap γl , dairesel yörünge'nin yarıçapına ve Pseudo-Rigid body modelindeki rijit elemanın boyuna eşittir.

Model oluşturulduktan sonra kirişin uç noktasının yer değiştirme yörüngesini, kirişin açısal yer değişimini ve kuvvet-yer değişimi ilişkilerini çıkartacağız. Modelde görülen Θ açısı PRBM açısıdır. Bu açı, kirişin serbest haldeki ve kuvvet etkisi altındaki açısal farkına eşittir. X ve Y eksenindeki yer değişimleri ise sırayla a ve b ile gösterilir. Kuvvetin düşey bileşeni P, yatay bileşeni ise nP ile temsil edilir. Toplam kuvvet F;

$$F = P\sqrt{n^2 + 1} \quad (2.1)$$

ϕ ise kuvvet açısıdır;

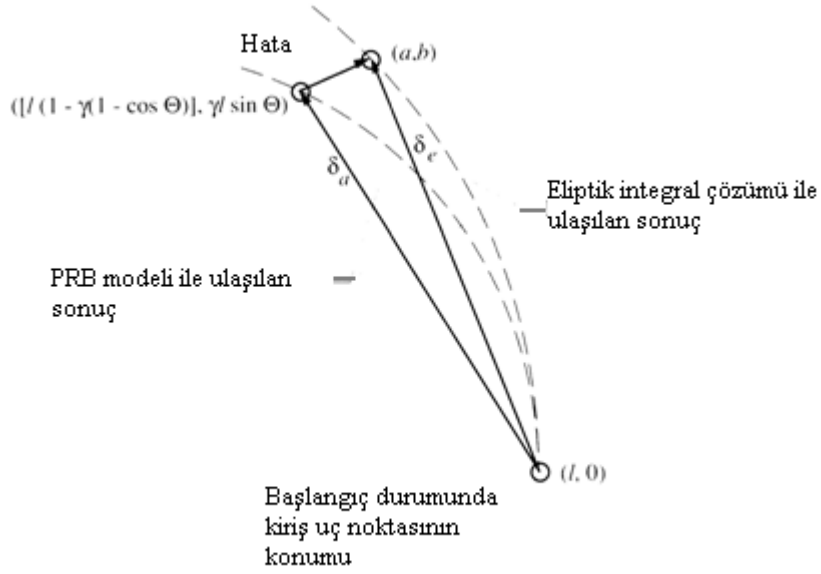
$$\phi = \text{atan} \frac{1}{-n} \quad (2.2)$$

2.1.1 Parametrik Yaklaşım:

Modelde de görüldüğü gibi uç noktanın yörüngesini doğru bir şekilde temsil edilebilmesi için karakteristik yarıçap faktörünün doğru bir şekilde belirlenmesi gerekir. Bu amaçla, kabul edilecek maksimum hata büyüklüğü belirlenir. Bu hata büyüklüğü içinde kalınacak şekilde karakteristik yarıçap faktörü belirlenecektir. Belirlenen yarıçap faktörü, en büyük PRBM açısı için kabul edilen hata değerinden küçük olmalıdır. Buradaki problem, PRBM açısını maksimum yapan karakteristik yarıçap faktörünün bulunmasıdır.

$$\Theta = \text{atan} \frac{b}{a - l(1 - \gamma)} \quad (2.3)$$

$$g(\Theta) = \frac{Hata}{\delta_s} \leq \left(\frac{Hata}{\delta_s} \right)_{maks} \quad 0 < \Theta < \Theta_{maks} \quad (2.4)$$



Şekil 2.2:PRBM hata tayini, [3].

Hata/ δ_e hata oranı, a ve b ise yatay ve dikey eksenlerdeki uç nokta koordinatlarının eliptik integral çözümü ile elde edilen değerleridir. Şekil 2.2’ de δ_e eliptik integral ile bulunan yer değiştirme, δ_a ise PRBM ile elde edilen yer değiştirmedir.

$$\delta_e = \sqrt{(l - a)^2 + b^2} \quad (2.5)$$

$$\delta_a = \sqrt{[\gamma l(1 - \cos \Theta)]^2 + (\gamma l \sin \Theta)^2} \quad (2.6)$$

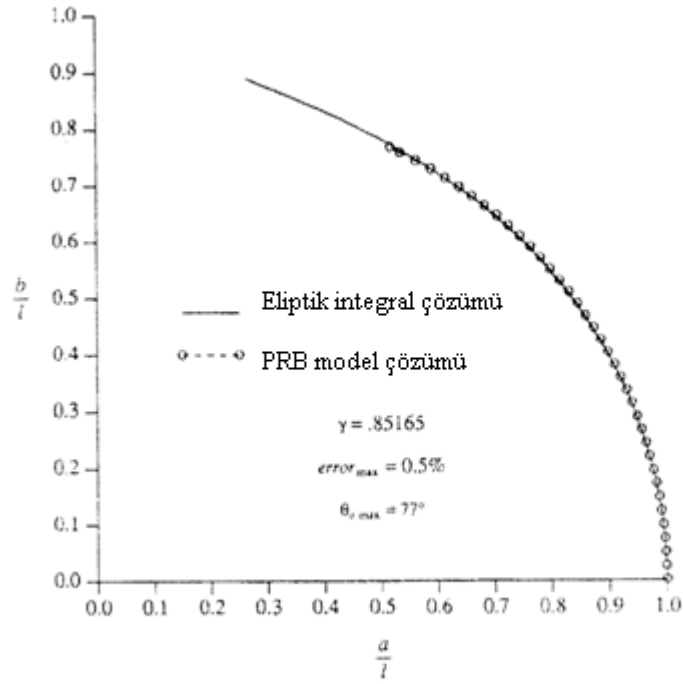
Yer değişimindeki hata;

$$\frac{Hata}{l} = \sqrt{\left\{ \frac{a}{l} - [1 - \gamma(1 - \cos \Theta)] \right\}^2 + \left(\frac{b}{l} - \gamma \sin \Theta \right)^2} \quad (2.7)$$

$$\frac{Hata}{\delta_e} = \frac{\sqrt{\{(a/l) - [1 - \gamma(1 - \cos \Theta)]\}^2 + [(b/l) - \gamma \sin \Theta]^2}}{\sqrt{(1 - a/l)^2 + (b/l)^2}} \quad (2.8)$$

Kiriş açısı θ_o , yer değiştirme hatası kabul edilen hataya eşit olduğu durumda maksimum değerini alır ($\theta_{o \text{ maks}}$) ve parametreleştirme limitidir. Parametreleştirme limiti PRBM açısı cinsinden Θ_{maks} ile ifade edilir.

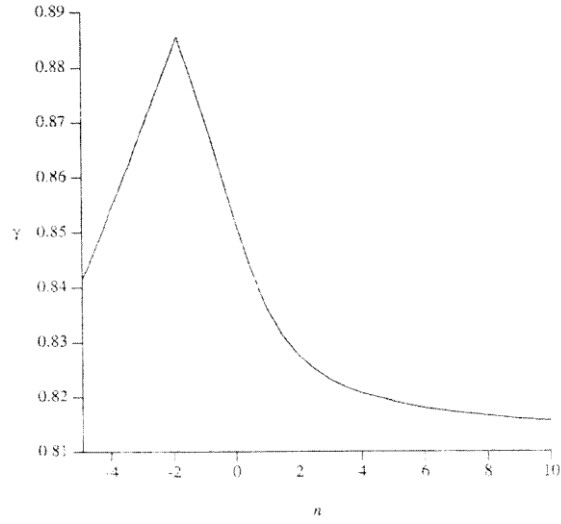
2.1.2 Karakteristik Yarıçap Faktörü:



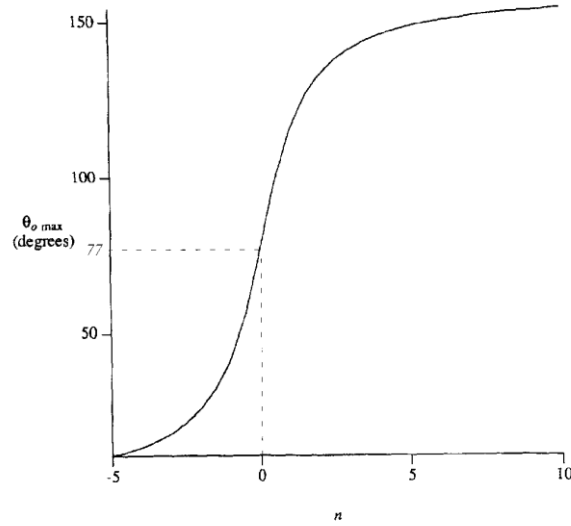
Şekil 2.3: $n=0$ için esneme yörüngesi, [3].

Yukarıda çıkardığımız denklem kullanılarak optimum karakteristik yarıçap faktörü γ bulunur. Şekil 2.3 yarıçap faktörü $\gamma = 0.8517$ ve $n = 0$ için çıkan sonucu göstermektedir. Burada kabul edilen maksimum hata %0.5'tir ve çözüm sonucu bunun sağlandığı en büyük PRBM açısı 77° olarak bulunur. Şekil 2.4 karakteristik yarıçap faktörünün n ile olan ilişkisini aşağıdaki denklemlere göre gösterir.

$$f(x) = \begin{cases} 0.841655 - 0.0067807n + 0.000438n^2 & (0.5 < n < 10.0) \\ (0.852144 - 0.0182867n) & (-1.8316 < n < 0.5) \\ (0.912364 + 0.0145928n) & (-5 < n < -1.8316) \end{cases} \quad (2.9)$$



Şekil 2.4:Karakteristik yarıçap faktörünün (γ) n ile değişimi, [3].



Şekil 2.5:Kiriş uç açılal yer değışimi parametreleşttime limitinin ($\theta_{o \max}$) n ile değışimi, [3].

Yaklaşım sadece parametreleştirme limiti olan $\Theta_{o \max}$ PRBM açısı değerine kadar kadar geçerlidir. Şekil 2.5, bu limiti göstermektedir. Çizelge 2.1 de çeşitli n değerleri için karakteristik yarıçap faktörleri verilmiştir.

Çizelge 2.1: Farklı Yükleme Koşullarındaki PRBM Parametreleri, [3].

n	ϕ	γ	$\Theta_{\max}(\gamma)$	c_{θ}	K_{Θ}	$\Theta_{\max}(K_{\Theta})$
0.0	90.0	0.8517	64.3	1.2385	2.67617	58.5
0.5	116.6	0.8430	81.8	1.2430	2.63744	64.1
1.0	135.0	0.8360	94.8	1.2467	2.61259	67.5
1.5	146.3	0.8311	103.8	1.2492	2.59289	65.8
2.0	153.4	0.8276	108.9	1.2511	2.59707	69.0
3.0	161.6	0.8232	115.4	1.2534	2.56737	64.6
4.0	166.0	0.8207	119.1	1.2548	2.56506	66.4
5.0	168.7	0.8192	121.4	1.2557	2.56251	67.5
7.5	172.4	0.8168	124.5	1.2570	2.55984	69.0
10.0	174.3	0.8156	126.1	1.2578	2.56597	69.7
-0.5	63.4	0.8612	47.7	1.2348	2.69320	44.4
-1.0	45.0	0.8707	36.3	1.2323	2.72816	31.5
-1.5	33.7	0.8796	28.7	1.2322	2.78081	23.6
-2.0	26.6	0.8813	23.2	1.2293	2.80162	18.6
-3.0	18.4	0.8669	16.0	1.2119	2.68893	12.9
-4.0	14.0	0.8522	11.9	1.1971	2.58991	9.8
-5.0	11.3	0.8391	9.7	1.1788	2.49874	7.9

2.1.3 Kiriş ucunun koordinatları:

Kirişin uç noktasının koordinatları PRBM açısı cinsinden aşağıdaki denklemler ile belirtilir.

$$\frac{a}{l} = 1 - \gamma(1 - \cos \Theta) \quad (2.10)$$

$$\frac{b}{l} = \gamma \sin \Theta \quad (2.11)$$

2.1.4 Karakteristik yarıçap faktörü için pratik kural

Şekil 2.4' de görüldüğü gibi karakteristik yarıçap faktörü γ , geniş bir kuvvet açısı aralığında fazla değişim göstermemektedir. Bu durumda belirlenen genellikle kullanılan n değeri aralığı için kaba bir yaklaşım ile γ belirlenir.

$$\gamma_{ort} = \left(\int_{n1}^{n2} \gamma dn \right) \div \left(\int_{n1}^{n2} dn \right) \quad (2.12)$$

$135.0^\circ \leq \varphi \leq 63.4^\circ$ kuvvet açısı değerleri ve $-0.5 \leq n \leq 1.0$ n değerleri için ortalama karakteristik yarıçap faktörü 5.48, 5.49, 5.51 denklemleri kullanılarak bulunur.

$\gamma_{ort} \approx 0.85$ olarak bulunur.

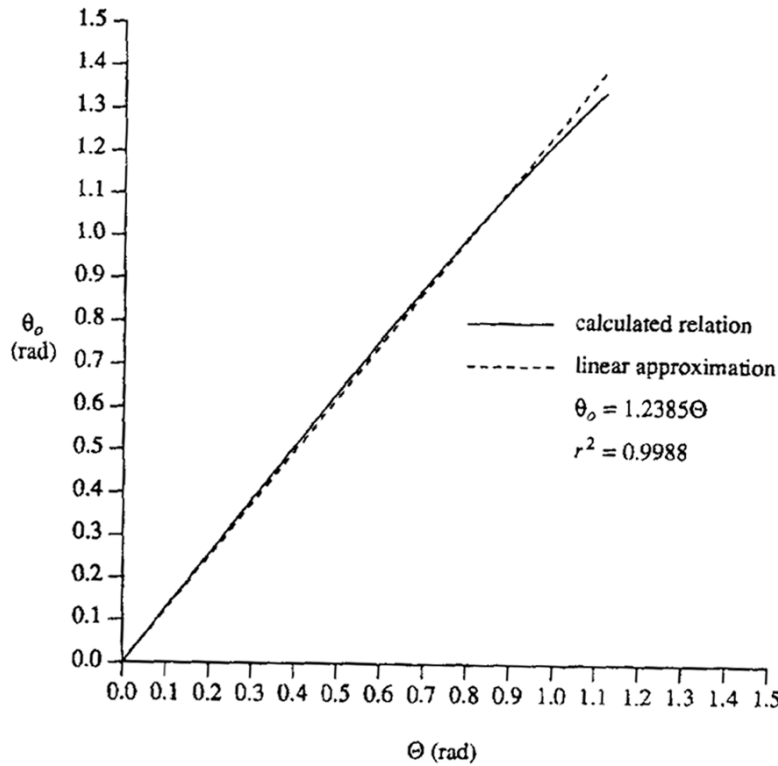
Bu yaklaşım kaba hesaplamalarda oldukça kullanışlıdır.

2.1.5 Açısal Yerdeğiştirme:

Yaklaşık olarak lineer diyebileceğimiz bir ilişki θ_0 ve Θ arasında mevcuttur;

$$\theta_0 = c_\theta \Theta \quad (2.13)$$

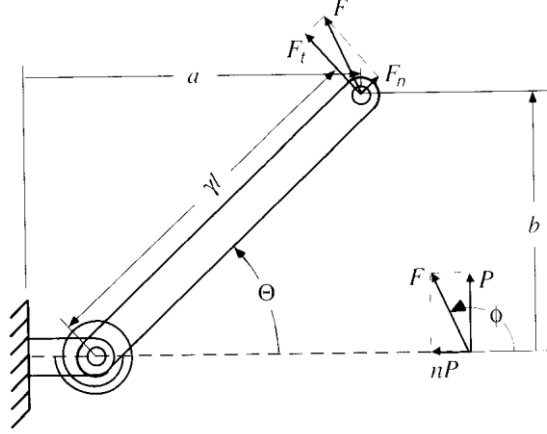
Bu denklemde c_θ parametrik açı katsayısıdır. Aşağıdaki Şekil 2.6'de 2 büyüklük arasındaki lineer ilişki görülmektedir. Burada uygulanan kuvvet teğet kuvvettir. ($n=0$)



Şekil 2.6: $n=0$ için θ_0 değerinin Θ 'ne lineer yakınsaması, [3].

2.1.6 Esneklik katsayısı:

Kirişin yer değişimine karşı gösterdiği direnç, boyutsuz burulma yay katsayısı ile modellenir. Kirişin geometrik ve malzeme özellikleri ile belirlenen esneklik katsayısı, kirişin yay katsayısını verir.



Şekil 2.7:Kuvvetin teğet ve normal bileşenleri, [3].

Kirişin ucuna etkiyen toplam kuvvet;

$$F = \sqrt{P^2 + (nP)^2} = \eta P \quad (2.14)$$

$$\eta = \sqrt{1 + n^2} \quad (2.15)$$

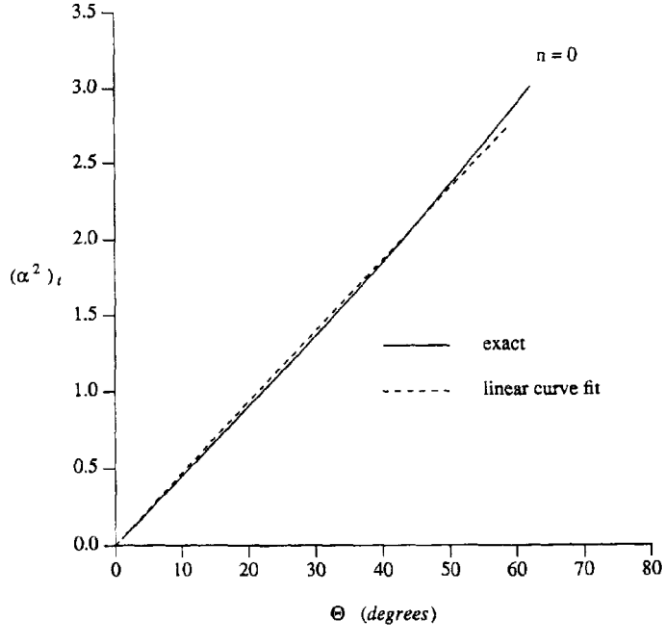
PRBM modelinde, kirişin yörüngesine teğet olarak uygulanan F_t kuvveti modeldeki rijit elemanda bir tork meydana getirir ve eleman esner. Fakat yörüngeye dik olarak yani rijit elemana paralel olarak uygulanan kuvvet F_n pasif kuvvetlerdir ve yer değişimine bir etkisi olmaz, tork yaratmazlar.Şekil 2.7’da kuvvetin birleşenleri görülmektedir.

Kuvvetin teğet bileşeni;

$$F_t = F \sin(\phi - \theta) = \eta P \sin(\phi - \theta) \text{ ile belirtilir.} \quad (2.16)$$

Bu kuvvet boyutsuz teğet kuvvet endeksi ile boyutsuzlaştırılırsa;

$$(\alpha^2)_t = \frac{F_t l^2}{EI} \quad (2.17)$$



Şekil 2.8:Teğet kuvvet, yer değişimi grafiği, [3].

Şekil 2.8’de boyutsuz teğet kuvvet indeksi ile PRBM açısının değişimi $n=0$ için grafikte görülmektedir. PRBM açısı aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\Theta = \text{atan}\left(\frac{b}{a - l(1 - \gamma)}\right) \quad (2.18)$$

Burulma yay katsayısı yaklaşımı, PRBM açısının geniş bir aralığında doğru sonuç vermektedir. Kuvvet-yer değiştirme ilişkisi şu şekilde yazılabilir.

$$(\alpha^2)_t = K_\Theta \Theta \quad (2.19)$$

Bu denklemdeki K_Θ esneklik katsayısıdır. Denklem oldukça basittir fakat kinematik modelin tamamı için doğru sonuç vermeyebilir. Burada PRBM açısının limiti olan Θ_{maks} değerine kadar kullanılabilir, açı limiti aştığı durumlarda hata istenen değeri aşar.

Şekil 2.9’de esneklik katsayısının n ile değişimi görülmektedir. Grafik aşağıdaki denklemler yardımıyla oluşturulur.

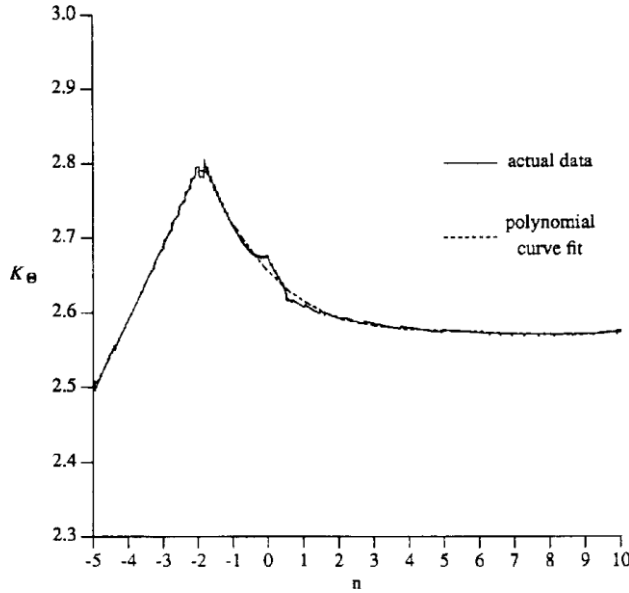
$$K_\Theta = 3.024112 + 0.121290n + 0.003169n^2 \quad (-5 < n \leq -2.5) \quad (2.20)$$

$$K_{\Theta} = 1.967647 - 2.616021n - 3.738166n^2 - 2.649437n^3 - 0.891906n^4 - 0.113063n^5 \quad (-2.5 < n \leq -1) \quad (2.21)$$

$$K_{\Theta} = 2.654855 - 0.509896 \times 10^{-1}n + 0.126749 \times 10^{-1}n^2 - 0.142039 \times 10^{-2}n^3 + 0.584525 \times 10^{-4}n^4 \quad (-1 < n \leq 10) \quad (2.22)$$

Yukarıdaki esneklik katsayısı değerleri PRBM açısının aşağıda belirtilen aralığında geçerlidir.

$$\Theta < \Theta_{maks} \approx 0.7 \tan^{-1} \frac{1}{-n} = 0.7\phi \quad (-5.0 < n < 10.0) \quad (2.23)$$



Şekil 2.9:Esneklik katsayısının n ile değişimi, [3].

K_{Θ} değeri, Şekil 2.9 de görüldüğü gibi çeşitli yükleme şartları altında maksimum 0.3 birim oynamaktadır. Bu değeri göz önüne alırsak, her yükleme şartında kullanabileceğimiz bir K_{Θ} değeri belirlememizde bir engel yoktur. Bu amaçla ortalama bir K_{Θ} bulunacak;

$$K_{\Theta_{ort}} = \frac{\int_{n1}^{n2} K_{\Theta} dn}{\int_{n1}^{n2} dn} \quad (2.24)$$

Yük açısı $11.3^\circ < \phi < 174.3^\circ$ değerleri arasında değiştiği ve $-5.0 < n < 10$ yükleme koşulları için K_Θ değerini yaklaşık olarak 2.61 olarak alınır. Hata payının azaltılması amacıyla, yük açısının çoğunlukla $63^\circ < \phi < 135^\circ$ ve $-0.5 < n < 1$ arasında olduğu kabul edilirse K_Θ değeri 2.65 kabul edilir.

Diğer bir basit yaklaşım;

$$K_\Theta \approx \pi \gamma \quad (2.25)$$

Burada pi sayısı şans eseri ortaya çıkmıştır ve sadece küçük bir aralıkta doğru sonucu verir. Bu denklem kaba bir yaklaşım gerektiği zaman kullanılmalıdır.

2.1.7 Burulma Yay Katsayısı:

Önceki bölümde de belirtildiği gibi teğet kuvvet F_t , kirişin esnemesine neden olur. Bu kuvvetin eklem noktasında oluşturduğu moment T , burulma yay katsayısı K ile modeldeki rijit elemanın açısal yer değişiminin (PRBM açısı) çarpımına eşittir.

$$T = K\Theta \quad (2.26)$$

Mafsaldaki tork, teğet kuvvet ile moment kolun çarpımı ile ifade edilir.

$$T = F_t \gamma l \quad (2.27)$$

Bu iki denklemi birleştirirsek;

$$F_t = \frac{K\Theta}{\gamma l} \quad (2.28)$$

Daha önce çıkarmış olduğumuz 5.57 ve 5.59 denklemlerini kullanarak;

$$\frac{F_t l^2}{EI} = K_\Theta \Theta \quad (2.29)$$

Eşitliğine ulaşılır. Yukarıdaki denklemleri birleştirirsek yay katsayısına ulaşılır.

$$K = \gamma K_\Theta \frac{EI}{l} \quad (2.30)$$

Yukarıdaki denklem gösterir ki burulma yay katsayısı, PRB katsayısına (γK_Θ), kiriş geometrisine (I/l) ve malzeme özelliğine (E) bağlı olarak değişir. Bir diğer kaba yaklaşım;

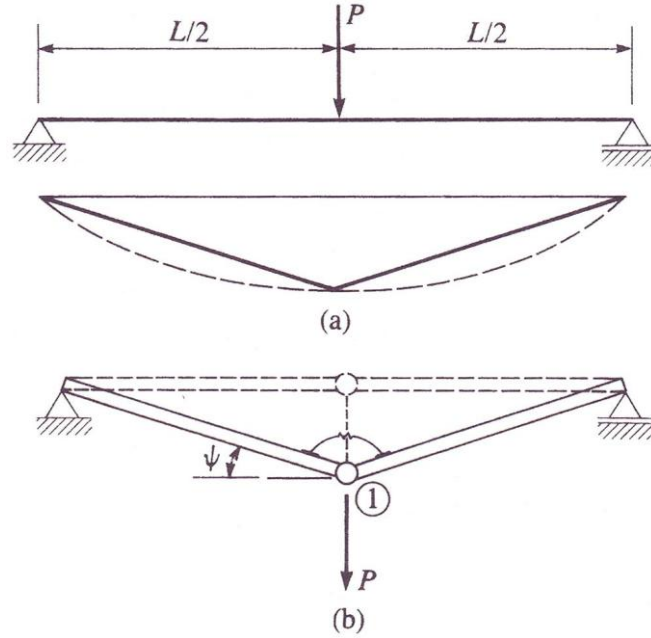
$$K \approx \pi \gamma^2 \frac{EI}{l} \tag{2.31}$$

3. AYRIK ELEMAN METODU (DEM)

Ayrık eleman metodu, sonlu elemanlar modelinin yalın bir halidir. Modellenen eleman, belirli sayıda rijit elemana ayrılır ve PRBM’de olduğu gibi birbirlerine burulma yayları ile tutturularak modellenen kirişi temsil ederler [7].

3.1 Modelin Oluşturulması:

Metodun daha iyi anlaşılması için örnekler üzerinden formülasyon çıkarılarak, devam edilecektir. Şekildeki, iki tarafından sabit mesnetle tutturulmuş kirişi ele alacağız.



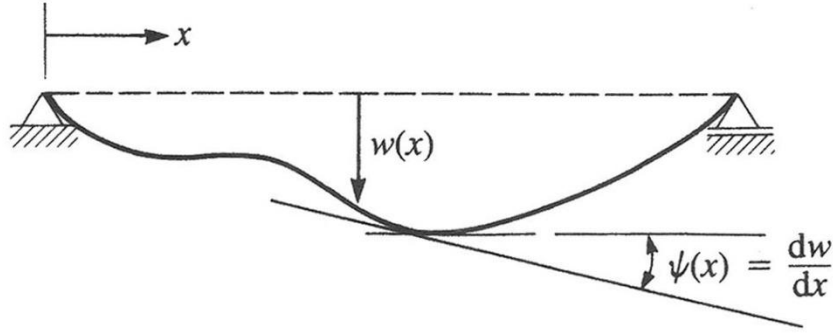
Şekil 3.1: 2 Taraflı Sabit Mesnetli Kiriş, [7].

Şekil 3.1 (a)’da görünen kesikli çizgi, kirişin yükleme durumunda alacağı şekli, sürekli çizgi ise ayrık eleman metodu ile modellenen kirişin yükleme durumunda alacağı şekli göstermektedir. Yukarıda da belirtildiği gibi ayrık eleman metodunda kiriş, rijit elemanlar ve burulma yayları ile temsil edilir. Şekil 3.1 (b)’de kirişin ayrık eleman metodu ile modeli verilmiştir. Burada amaç, kirişin alacağı şekli rijit elemanlar ile modelleyip, rijit elemanların eklem noktasını dönüm noktasına koymak ve bu eklemi elastik eklem veya sürtünmesiz eklem yani bir burulma yayı olarak kabul etmektir.

Söz konusu modelde, eklem noktasındaki burulma yayının yay katsayısını bulmak, asıl problemi teşkil etmektedir. Yay katsayısını bulduktan sonra sistemin çözümüne kolaylıkla ulaşılır.

3.1.1 İki elemanlı model

Sürekli model için gerekli denklemler çıkarılır.



Şekil 3.2: 2 Taraflı Sabit Mesnetli Kiriş Yükleme Durumu, [7].

$$M = EI\psi', \quad ()' = \frac{d()}{dx} \quad (3.1)$$

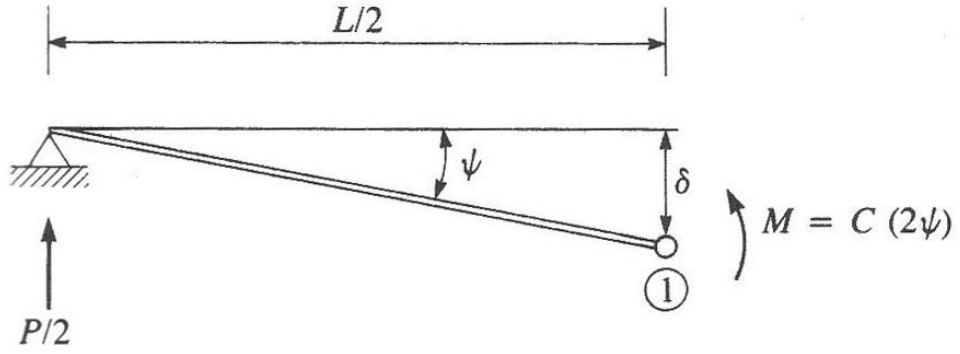
Olacağından;

$$\psi' = \frac{d\psi}{dx} = \frac{M}{EI} \quad (3.2)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\psi}{\Delta x} = \frac{M}{EI} \quad (3.3)$$

halini alır. Yukarıdaki diferansiyel denklemin yaklaşık sonucu;

$$\frac{\Delta\psi}{\Delta x} \cong \frac{M}{EI} \text{ veya } M \cong \frac{\Delta\psi}{\Delta x} EI \text{ olur.} \quad (3.4)$$



Şekil 3.3: 2 Elemanlı Ayırık Eleman Modeli, [7].

2 elemanlı ayırık eleman modelinde eğme momenti;

$$M = C(\Delta\psi) \quad (3.5)$$

ile ifade edilir. Bu denklemdeki $\Delta\psi$ ifadesi, eklem noktasındaki eğim değeridir.

Sürekli ve ayırık eleman modelindeki momentler eşit olacağına göre,

$$M = EI\psi' \cong EI \frac{\Delta\psi}{\Delta x} = C \Delta\psi \quad (3.6)$$

$$C = \frac{EI}{\Delta x} \quad (3.7)$$

Yukarıdaki denklemde Δx , ayırık eleman metodunda kullanılan her bir elemanın boyu yani kiriş boyunun eleman sayısına bölümüdür. Aranılan yay katsayısı;

$$C = \frac{nEI}{L} \quad (3.8)$$

olarak bulunur. Ele alınan 2 elemanlı model için $C = 2EI/L$ olur.

Maksimum yer değiştirmeyi bulmak için yukarıda çıkartılan eşitliklerden faydalanacağız. Denge hali için, eklem noktalarındaki toplam moment 0 olacaktır. $\Sigma M_{(1)} = 0$ olması için;

$$\frac{PL}{4} - C \Delta\psi = 0 \quad (3.9)$$

$$C = 2EI / L \text{ ve } \Delta\psi = 4\delta / L \text{ olduğuna göre;} \quad (3.10)$$

$$\delta = \frac{PL^3}{32EI} = 0.03125 \frac{PL^3}{EI} \quad (3.11)$$

olarak bulunur. Sürekli modelden hesaplanan gerçek değer $\delta = 0.0208 PL^3 / EI$ olduğuna göre 2 elemanlı model için %33'lük bir hata olduğu görülmektedir.

Yukarıdaki değere ulaşmak için enerji metodu da kullanılabilir. Çok elemanlı modellerde enerji metodu kullanılarak bilgisayar yardımıyla çözüme gitmek mümkündür.

$$V = \frac{1}{2} C(\Delta\psi)^2 - P\delta \quad (3.12)$$

Açı değerlerinin ufak kaldığını kabul edersek; $\delta = \psi L / 2$ ve $\Delta\psi = 2\psi$;

$$V = 2C\psi^2 - P\frac{\psi L}{2} \quad (3.13)$$

Eğimin maksimum olduğu noktadaki denge hali için; $\partial V / \partial \psi = 0$;

$$4C\psi - \frac{PL}{2} = 0 \quad (3.14)$$

$$\psi = \frac{PL}{8C} \quad (3.15)$$

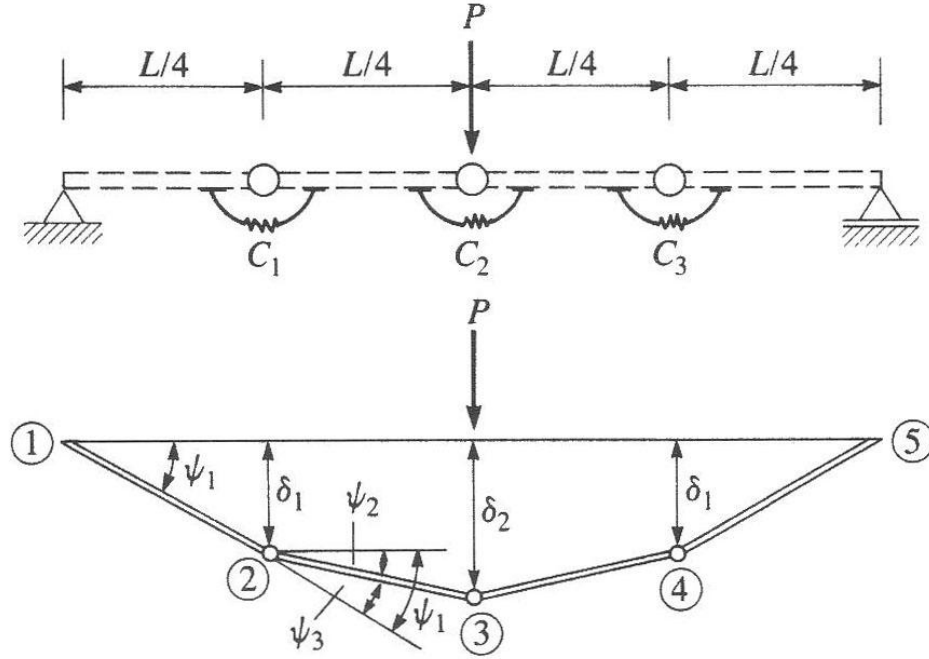
olur. Yukarıda bulunan değerler, $C = 2EI / L$ ve $\psi = 2\delta / L$, yerine konursa;

$$\delta = \frac{PL^3}{32EI} = 0.03125 \frac{PL^3}{EI} \quad (3.16)$$

olarak bulunur.

Sonuçta görüldüğü üzere enerji metodu kullanılarak da aynı sonuca varılır. Ortaya çıkan %33'lük hata oldukça fazladır ve azaltılması gerekir. Eleman sayısını arttırarak, hata miktarındaki değişimi göreceğiz.

3.1.2 Dört elemanlı model



Şekil 3.4: 4 Elemanlı Ayrık Eleman Metodu, [7].

Şekil görüldüğü gibi $\psi_1 = 4\delta_1/L$, $\psi_2 = 4(\delta_2 - \delta_1)/L$ eşitlikleri yazılır. Bu durumda $\psi_2 = \psi_1 - \psi_3$ olduğuna göre;

$$\psi_3 = \frac{4(2\delta_1 - \delta_2)}{L} \quad (3.17)$$

olur.

Diğer taraftan sistemdeki bütün burulma yayları birbirine eşittir; $C_1 = C_2 = C_3 = 4 EI / L$. Denge hali için gerekli durum; $\sum M_2 = 0$ ve $\sum M_3 = 0$ olduğuna göre;

$$\delta_2 = 0.0234 \frac{PL^3}{EI} \quad (3.18)$$

Olarak bulunur. Denge halini hesaplamak az eleman kullanıldığı durumlarda kolay olsa da eleman sayısı arttıkça çözüm zorlaşır. Bu durumda enerji metodu bizim için daha kolay bir çözüm yolu olacaktır.

Sistemdeki enerji için gerekli denklem aşağıdaki gibidir;

$$V = 2 \left(\frac{1}{2} C_1 \psi_3^2 \right) + \frac{1}{2} C_2 (2\psi_2)^2 - P\delta_2 \quad (3.19)$$

Sistemdeki maksimum yer değiştirme $\delta_2 = (L/4)(\psi_1 + \psi_2)$ olarak alınır. Bu denklemde ψ_1 'i ψ_2 ve ψ_3 cinsinden yazarsak;

$$\delta_2 = \left(\frac{L}{4} \right) (\psi_3 + 2\psi_2) \quad (3.20)$$

Potansiyel enerji denklemini $C = 4EI / L$ 'ni ve yukarıdaki eşitliği kullanarak tekrar yazarsak;

$$V = C_1 \psi_3^2 + 2C_2 \psi_2^2 - \frac{PL}{4} \psi_3 - \frac{PL}{2} \psi_2 \quad (3.21)$$

Şeklini alır. Denge halinde;

$$\frac{\partial V}{\partial \psi_2} = \frac{\partial V}{\partial \psi_3} = 0 \quad (3.22)$$

Olduğuna göre yukarıdaki denklemin sırasıyla türevi alınır ve çıkan 2 eşitlik;

$$\psi_2 = \frac{PL}{8C_2}; \psi_3 = \frac{PL}{8C_1} \quad (3.23)$$

Olarak bulunur. Bu değerler yukarıdaki denklemede yerine konulursa;

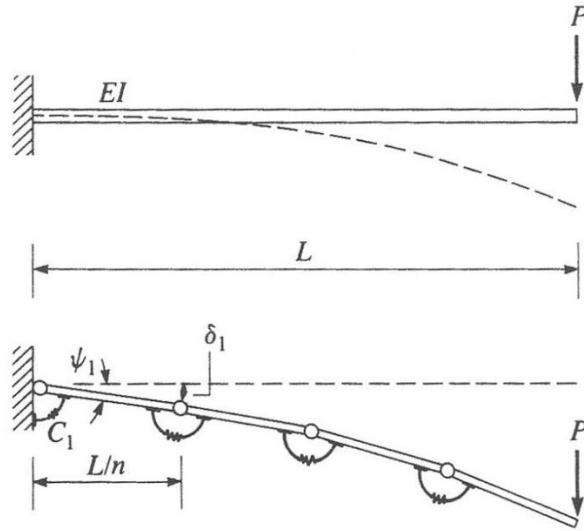
$$\delta_2 = 0.0234 \frac{PL^3}{EI} \quad (3.24)$$

Sonucuna ulaşılır. Görüldüğü gibi enerji metodu ile aynı sonuca varılır.

2 ve 4 elemanlı modellerden çıkan sonuçları göz önüne alırsak eleman sayısı arttıkça, gerçek değere yaklaşıldığı anlaşılmaktadır. Modelleme esnasında, eleman sayısını mümkün olduğunca büyük seçerek hatayı en az seviyede tutmaya çalışılmalıdır.

Şu ana kadar yapılan örneklerde, kiriş mafsalları serbest mafsallardı. Sabit mafsallar içinde ayırık eleman metodu kullanılabilir fakat bu esnada dikkat etmemiz gereken nokta kirişin sabit ucundaki burulma yayının yay katsayısıdır. Tahmin edileceği gibi sabit ucu yay katsayısı, modeldeki elemanlar arası için bulduğumuz $C = nEI / L$ değerinden farklı olacaktır. Sabit mafsal için bulacağımız yeni yay katsayısı sayesinde daha az eleman kullanarak daha doğru sonuç elde etmek mümkün olur.

Yay katsayısını bulmak için, yatay L uzunluğundaki ankastre kirişin serbest ucuna dikey yönde P kuvveti uyguladığımızı varsayalım.



Şekil 3.5: Bir Ucu Ankastre Mesnetli Kiriş için Ayırık Eleman Metodu, [7].

n elemana ayrılan kirişteki, x eksenindeki L/n mesafede y eksenindeki yer değiştirmesi;

$$\delta_1 = \frac{P(L/n)^3(3n - 1)}{6EI} \quad (3.25)$$

Denklemleri ile bulunur. Bilinen diğer değişkenler;

$$C_1\psi_1 = PL \text{ ve } \psi_1 = \frac{n\delta_1}{L} \quad (3.26)$$

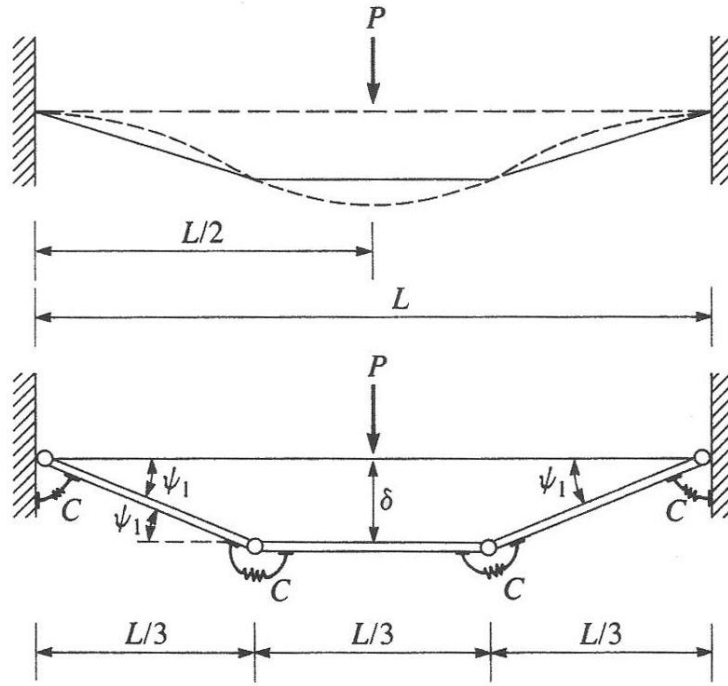
Yukarıdaki denklemde yerine konulursa;

$$C_1 = \frac{6n^2}{3n-1} \frac{EI}{L} \quad (3.27)$$

Olarak bulunur.

3.1.3 İki Taraftan Sabit Mesnetli Kiriş

İki tarafından sabit mafsallanmış kiriş için ayrık elemanlar metodunun uygulanması aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.6: 2 Taraflı Ankastre Mesnetli Kiriş, [7].

Kiriş 3 eşit parçaya ayrılır. Kirişlerin sabit bağlantıları da yukarıda çıkartıldığı gibi burulma yayı ile temsil edilecektir.

Toplam Potansiyel enerji;

$$V = U - L_P \quad (3.28)$$

Denklemdaki U değişkeni, modeldeki burulma yaylarında depolanan enerjiyi temsil eder. L_p ise uygulanan kuvvet sonucu oluşan yer değiştirmedir ve aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$U = 4 \left(\frac{1}{2} C \psi_1^2 \right) \quad (3.29)$$

$$L_p = P\delta = P \frac{L}{3} \psi_1 \quad (3.30)$$

Bu durumda;

$$V = 2C\psi_1^2 - P \frac{L}{3} \psi_1 \quad (3.31)$$

Olarak yazılır. Denge koşulunda $\partial V / \partial \psi_1 = 0$ olduğuna göre;

$$4C\psi_1 - \frac{PL}{3} = 0 \quad (3.32)$$

$$\psi_1 = \frac{PL}{12C} \quad (3.33)$$

Kirişteki, herhangi bir yaydaki eğme momenti $M = C\psi$ olduğundan;

$$M_1 = \frac{PL}{12} = 0.0833PL \quad (3.34)$$

Kesin çözüm ile karşılaştırsak;

$$M_s = M_F = \frac{PL}{8} = 0.125PL \quad (3.35)$$

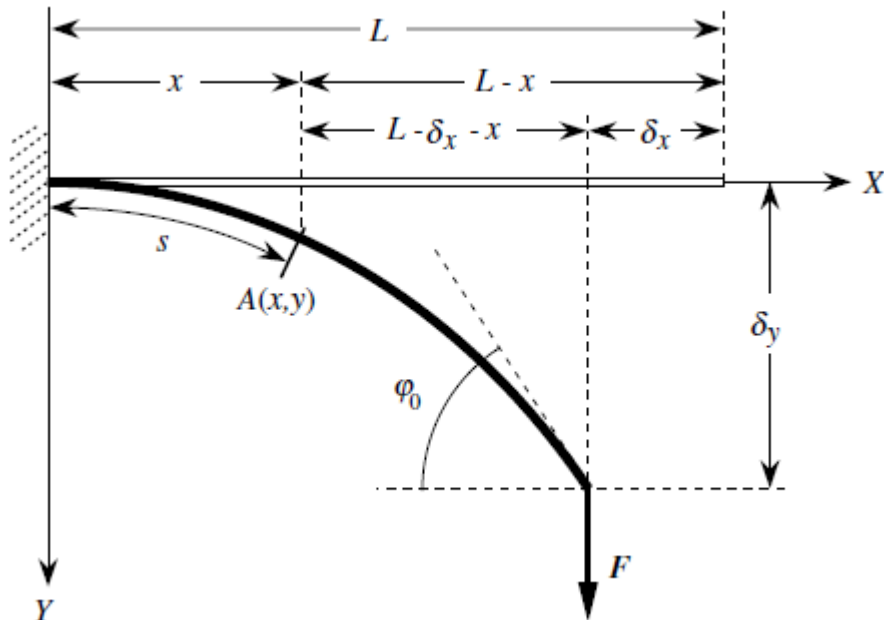
Hata %33 olarak bulunur. Eleman sayısının artırılmasının hatayı azatlığını önceki örneklerden öğrenmiştir. Bu örnek için, eğer 10 elemanlı bir model kullanmış olsaydık $M = 0.1136 PL$ olacak ve hata %9'a inecektir.

4.ÖRNEKLER

Bu bölümde çeşitli ensek yapılan incelenecektir. Değişik modelleme yöntemleri ile analizlerin sonucu karşılaştırılacak ve gerekli formülasyonlar çıkarılacaktır.

4.1 Tek taraktan ankastre mesnetli kiriş için noktasal yükleme

Şekildeki ankastre kiriş için büyük yer değişimlerinde kullanacağımız denklemleri çıkartacağız [9].



Şekil 4.1: Konsol giriş, [9].

4.1.1 Eliptik İntegral Çözümü

Şekildeki bir tarafı duvara sabit L uzunluğundaki ankastre kirişin serbest ucunda y ekseninde F kuvveti etmektedir. Uç noktanın x eksenindeki yer değiştirmesi δ_x ; y eksenindeki yer değiştirmesi ise δ_y ile ifade edilmektedir. Kirişteki maksimum eğim φ_0 'dır. A noktasının koordinatları x,y; duvardan A noktasına kadar uzanan yayın uzunluğu s ile gösterilmektedir.

$$EI \frac{d\psi}{ds} = M \quad (4.1)$$

Bu denklemin türevini alırsak;

$$EI \frac{d^2\psi}{ds^2} = \frac{dM}{ds} \quad (4.2)$$

A noktasında meydana gelecek moment;

$$M(s) = F(L - \delta_x - x) \quad (4.3)$$

4 No'lu denklemin türevini alıp, $\cos\psi = dx/ds$ ifadesini kullanıp elde ettiğimiz denklemi 3 nolu denklemde yerine koyduğumuzda,

$$EI \frac{d^2\psi}{ds^2} + F\cos\psi = 0 \quad (4.4)$$

Olarak bulunur. Elde ettiğimiz lineer olmayan diferansiyel denklem, tek taraftan sabitlenen ankastre kirişe ucundan dikey yönde kuvvet etkilediği durumda meydana gelecek yer değişimini veren denklemdir. Denklemin çözümü ise, içerdiği cosinus teriminin yapısı yüzünden pek kolay değildir. Denklemin çözümünü bulmak için eşitliğin iki tarafı $d\psi/ds$ ile çarpılır ve aşağıdaki hale getirilir.

$$EI \frac{d\psi}{ds} \frac{d^2\psi}{ds^2} + F\cos\psi \frac{d\psi}{ds} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{d}{ds} \left[\frac{1}{2} EI \left(\frac{d\psi}{ds} \right)^2 + F\sin\psi \right] = 0 \quad (4.6)$$

Elde ettiğimiz denklem integre edilebilir durumdadır. Şekil 1 'de görüldüğü üzere serbest uçtaki eğim $\psi(L) = \psi_0$ ve 2 ve 4 nolu denklemlerden $(d\psi/ds)_{s=L} = 0$ elde edilen ifadeleri kullanırsak;

$$\left(\frac{d\psi}{ds} \right)^2 = \frac{2}{EI} (F\sin\psi_0 - F\sin\psi) \quad (4.7)$$

Denklemin son halinin integralini alırsak, kiriş üzerindeki A noktasına olan yay uzunluğu s – eğim denklemini elde ederiz.

$$s = \sqrt{\frac{EI}{2F}} \int_0^\psi \frac{d\psi}{\sqrt{\sin\psi_0 - \sin\psi}} \quad (4.8)$$

Kirişin serbest ucunda oluşan eğim φ_0 , olduğundan,

$$L = \sqrt{\frac{EI}{2F}} \int_0^{\psi_0} \frac{d\psi}{\sqrt{\sin\psi_0 - \sin\psi}} \quad (4.9)$$

Yukarıdaki denklemi kullanarak serbest uçtaki eğim bulunur. Yay uzunluğu – eğim arasındaki denklemi yukarıda çıkarmıştık. 9 nolu denklemi kullanarak kirişin A noktasının koordinatların bulunur.

$$\cos\varphi = dx/ds; \sin\varphi = dy/ds \quad (4.10)$$

$$x = \sqrt{\frac{2EI}{F}} (\sqrt{\sin\psi_0} - \sqrt{\sin\psi_0 - \sin\psi}) \quad (4.11)$$

$$y = \sqrt{\frac{EI}{2F}} \int_0^\psi \frac{\sin\psi \, d\psi}{\sqrt{\sin\psi_0 - \sin\psi}} \quad (4.12)$$

A noktasını kirişin uç noktası olarak alırsak, uç noktanın yer değişimi;

$$\delta_x = L - x(\varphi_0) \quad (4.13)$$

$$\delta_y = y(\varphi_0) \quad (4.14)$$

Denklemleri ile gösterilir. Kuvvet ve yer değişimlerini boyutsuz hale getirirsek;

$$\alpha = \frac{FL^2}{2EI} \quad (4.15)$$

$$\varepsilon = \frac{x}{l} \quad \eta = \frac{y}{l} \quad (4.16)$$

$$\beta_x = \frac{\delta_x}{L} = 1 - \varepsilon(\varphi_0) \quad \beta_y = \frac{\delta_y}{L} = \eta(\varphi_0) \quad (4.17)$$

Yukarıdaki parametreler sayesinde sonuçlar daha genel bir yapıda elde edilecektir. α katsayısı farklı kuvvet, ve kiriş özellikleri için aynı değer olabilir. Bu sayede geometrisi veya malzemesi farklı kiriş için de yapılan çözüm geçerli olacaktır. Boyutsuz katsayıları asıl denkleme yerleştirirsek;

$$\int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin \varphi_0 - \sin \varphi}} - 2\sqrt{\alpha} = 0 \quad (4.18)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} (\sqrt{\sin \varphi_0} - \sqrt{\sin \varphi_0 - \sin \varphi}) \quad (4.19)$$

$$\eta = \frac{1}{2\sqrt{x}} \int_0^{\varphi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin \varphi_0 - \sin \varphi}} \quad (4.20)$$

Yukarıdaki denklemleri kullanarak kirişin kuvvet altında aldığı şekli hesaplayacağız. Buradaki eliptik integralerin çözümü için Matlab programını kullanacağız. Matlab programında yukarıdaki integralleri nümerik olarak çözeceğiz.

Kullanılacak parametreleri sıralarsak;

Kiriş boyu $L = 30\text{cm}$

Kiriş kesit ölçüleri; $a = 3.04\text{ cm}$, $b = 0.078\text{ cm}$

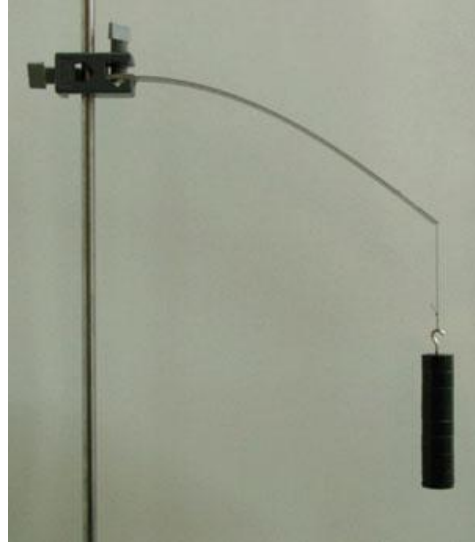
Kesit atalet momenti;

$$I = \frac{bh^3}{12} = 1.2 \times 10^{-12} \text{ m}^4$$

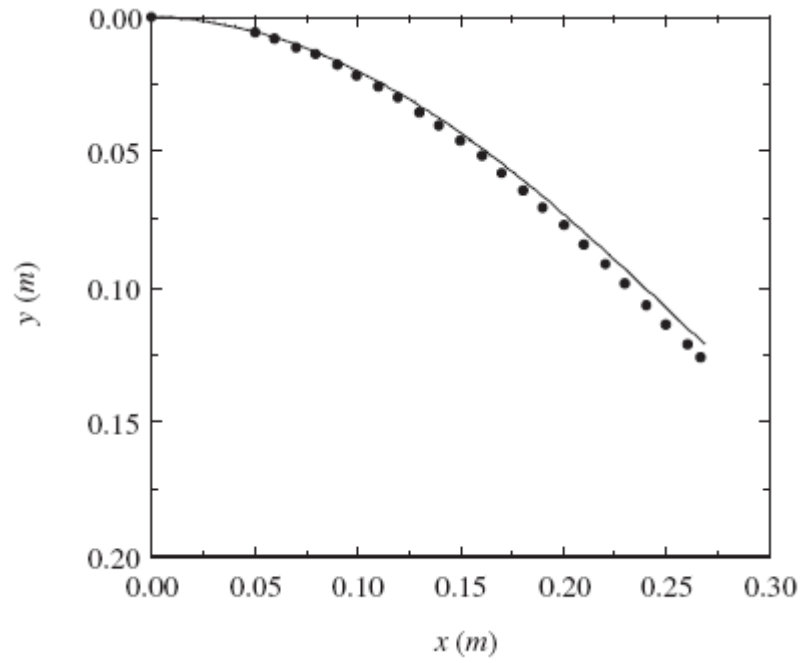
Kiriş malzemesi elastisite modülü $E = 200\text{ GPa}$

Uç noktadan düşey yönde uygulanan kuvvet; $F = 3.92\text{ N}$

Aşağıdaki şekilde alınan deney verileri görülmektedir.



Şekil 4.2: Konsol kiriş yükleme durumu, [9].

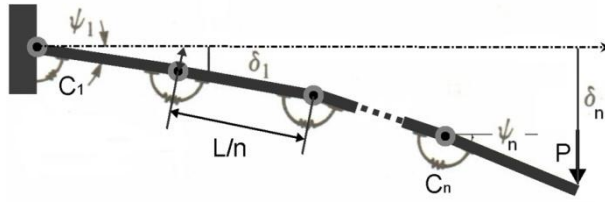


Şekil 4.3: Eliptik integral çözümünün deney verisiyle karşılaştırılması, [9].

Yukarıda deneysel veri ve kesin çözüm arasındaki fark görünmektedir. Oluşan bu fark kiriş elemanının kendi ağırlığının ihmal edilmesinden doğar.

4.1.2 Ayırık Eleman Metodu Çözümü:

Ankastre kiriş için ayırık eleman metodunun uygulamasını göreceğiz. Kirişteki toplam potansiyel enerji iki kısımdan oluşmaktadır; birinci kısım burma yayında depolanan potansiyel enerji, ikinci kısım ise dikey yönde uygulanan P kuvvetinin yaptığı işten oluşmaktadır. n tane ayırık eleman olduğunu düşünür ve uç yer değiştirmesini δ olarak kabul edersek, potansiyel enerji denklemi V şu şekilde yazılabilir:



Şekil 4.4:Konsol kirişin, DEM gösterimi, [9].

$$V = 1/2 * C * [\Psi_1]^2 + (\Psi_2 - \Psi_1)^2 + (\Psi_3 - \Psi_2)^2 + \dots + (\Psi_n - \Psi_{n-1})^2 - P * \delta_n \quad (4.21)$$

Uç noktanın düşey yer değiştirmesi;

$$\delta_n = (L/n) * [\sin(\Psi_1) + \sin(\Psi_2) + \sin(\Psi_3) + \dots + \sin(\Psi_n)] \quad (4.22)$$

Eğer uygulanan kuvvet biliniyor ise bilinmeyen parametreler (ψ_1 , ψ_2 , and ψ_n) toplam potansiyel enerjinin denklemi minimize edilerek bulunabilir,

$$\frac{\partial V}{\partial \Psi_1} = \frac{\partial V}{\partial \Psi_2} = \dots = \frac{\partial V}{\partial \Psi_n} = 0 \quad (4.23)$$

Bu nedenle n tane bilinmeyi bulmak için n tane denklem sistemi gerekmektedir;

$$\frac{\partial V}{\partial \Psi_1} = 0 = C * [2\Psi_1 - \Psi_2 - P \cos(\Psi_1)] \quad (4.24)$$

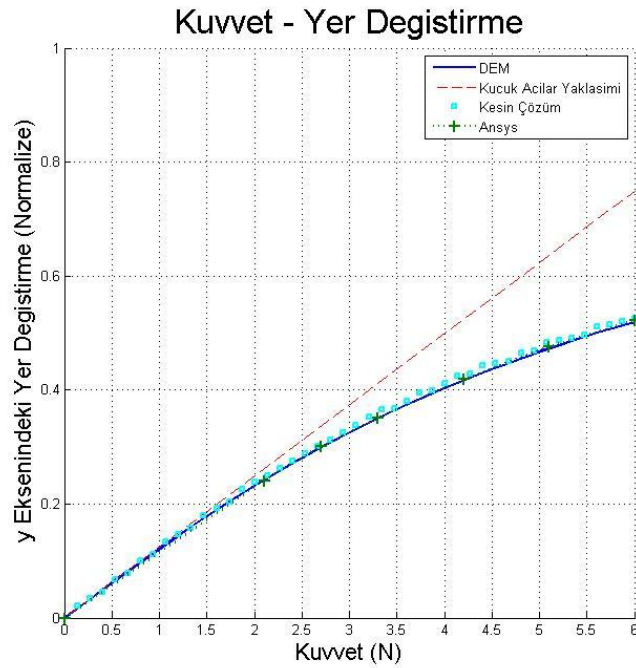
$$\frac{\partial V}{\partial \Psi_2} = 0 = C * [2\Psi_2 - \Psi_1 - \Psi_3 - P \cos(\Psi_2)]$$

.

.

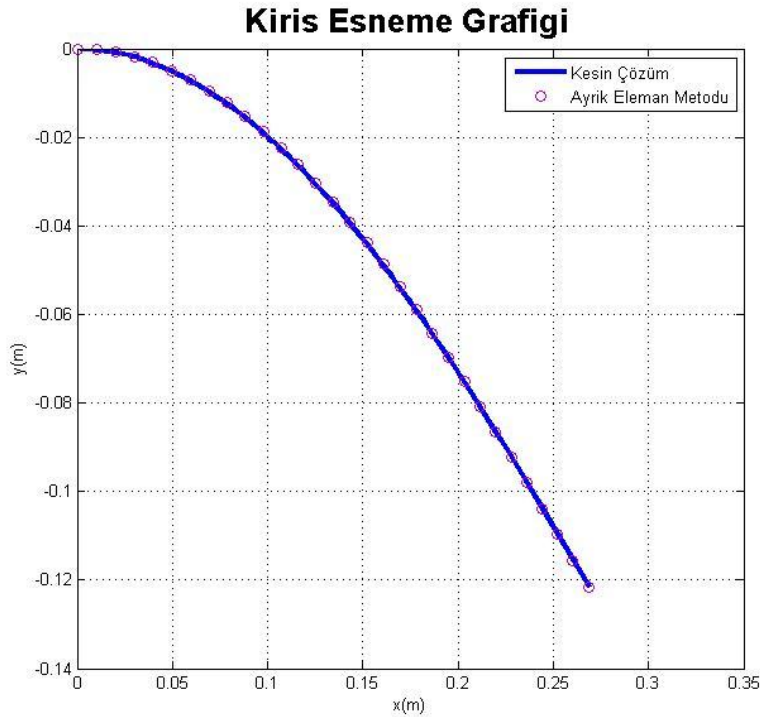
$$\frac{\partial V}{\partial \Psi_n} = 0 = C * [\Psi_n - \Psi_{n-1} - P \cos(\Psi_n)]$$

Bu örnekte kiriş uç noktasına sadece tek yönde yer değiştirmesi uygulanmaktadır. Yukarıdaki formülasyonu kullanan ve kullanıcı arayüzü eklenen Matlab programında model oluşturulur. Program uç nokta koordinatlarını girdi olarak aldığı için, kesin çözümden elde edilen düşey yer değiştirme değeri girdi olarak verilir. Elastik eleman için gerekli parametreler yukarıda verilmiştir. Aynı değerler kullanılarak Ansys ve küçük açılar yaklaşımı çözümleri de yapıp çıkan sonuçlar karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.5: Konsol kiriş için hesaplanan kuvvet değerleri.

Yukarıdaki grafikte η normalize edilmiş y eksenini yer değiştirmesine karşı kuvvet grafiği çizilmiştir. Eliptik integrallerin çözümü ile elde edilen kesin çözüm Ansys sonlu elemanlar analizi programı ile karşılaştırıldığında hatanın oldukça az olduğu görülmektedir. Tez kapsamında yapılan programın sonuçları da grafikte görülmektedir. Program ayırık elemanlar metodunu kullanmaktadır ve esnek elemanın uç noktasının belli bir yörüngeyi takip ettiği durumlarda kuvvet ve yer değişimi hakkında bilgi vermektedir. Programa kuvvet girdisi yapamadığımız için y eksenindeki yer değişimini esnek elemanın uç noktasından uygulayacak, kuvvet bilgisini elde edeceğiz. Bu durumda elde edilen kuvvet verisi grafikte görülmektedir. Kuvvet grafiğinin kesin çözüm ile iyi bir korelasyon içinde olduğu açıktır. Programın asıl amacı olan elastik elemanın şeklini kontrol etmek amacıyla kesin çözümden elde ettiğimiz şekil ile ayırık eleman programının koşturulması sonucu çıkan şekli aşağıdaki grafikte görmekteyiz. Burada ayırık eleman metodu ile kesin çözüm arasında kuvvet değerindeki maksimum hata %0.2 değerindedir.



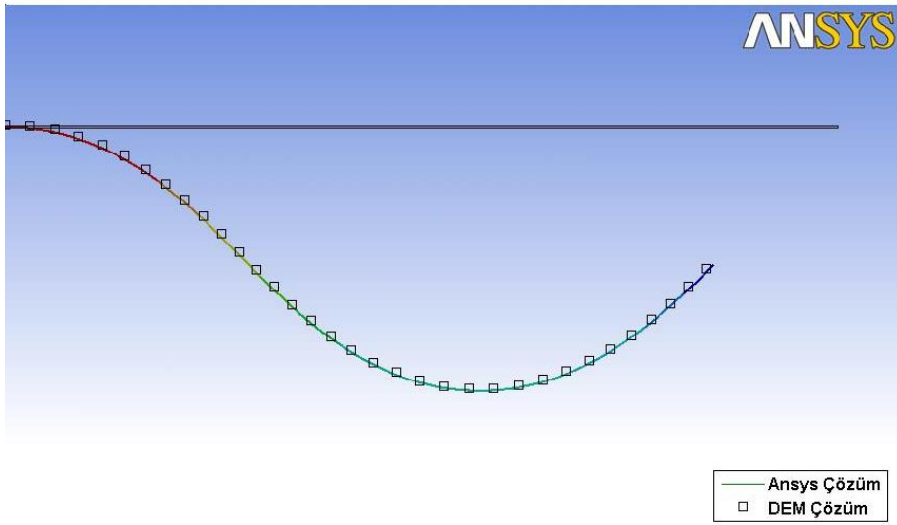
Şekil 4.6: Eliptik integral çözümü ile ayırık eleman metodunun karşılaştırılması.

Grafiktende görüldüğü gibi program oldukça iyi bir şekilde esnek elemanın aldığı şekli temsil etmektedir. Burada y eksenindeki yer değişimini programa girdi olarak kullandığımız için x eksenindeki yer değişiminden hatayı hesaplayabiliriz. Hata %0.1'den daha düşük bir değerdedir.

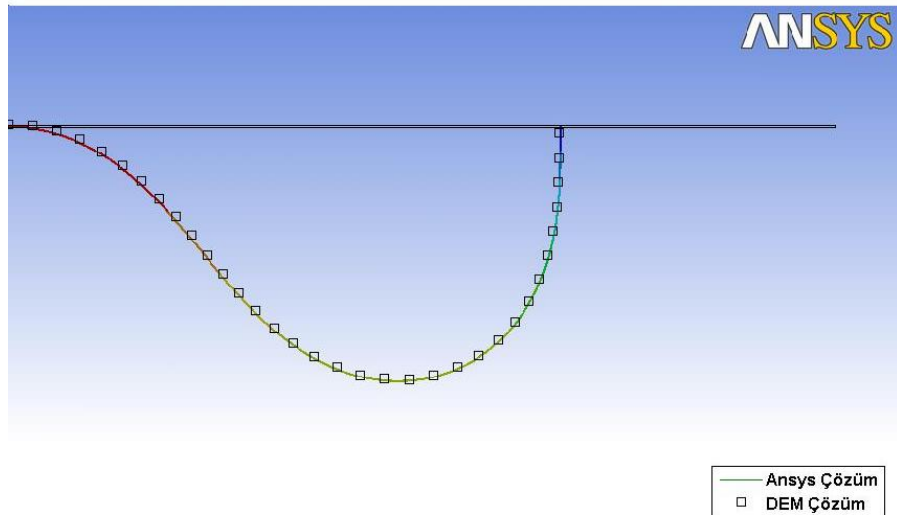
Yukarıdaki çalışmalar sonucunda görülen, ayırık eleman metodu esnek bir kirişi oldukça iyi modellemektedir. Fakat esnek ve rijit elemanların olduğu daha kompleks esnek mekanizmalardaki sonuçları hakkında bilgi sahibi değiliz. Bir diğer edinilen bilgi kesin çözümü her seferinde yapmak yerine Ansys sonlu elemanlar analizinin kullanılabileceğidir. Bundan sonra yapacağımız örnekleri Ansys sonuçları ile karşılaştıracacağız.

4.2 Konsol Kiriş – Krank

Bu örnekte ankastre kirişin serbest ucunu dönen bir kranka bağlayacağız. Kirişin boyutları ve malzemesi aynı olduğundan, yukarıdaki örnekte kullanılan değerler ile kiriş modellenenecektir. Bu seferki hareket krank kolu ile verileceği için krank kol boyu 5 cm olarak kabul edildi. ANSYS Workbench programı kullanılarak mekanizmanın simulasyonu gerçekleştirildi. İlk önce kirişin krankın hareketi sırasında aldığı şekli, Ansys ve ayırık eleman metodu için karşılaştıracacağız. 84° ve 180° derece için çıkartılan grafikler aşağıda verilmiştir.



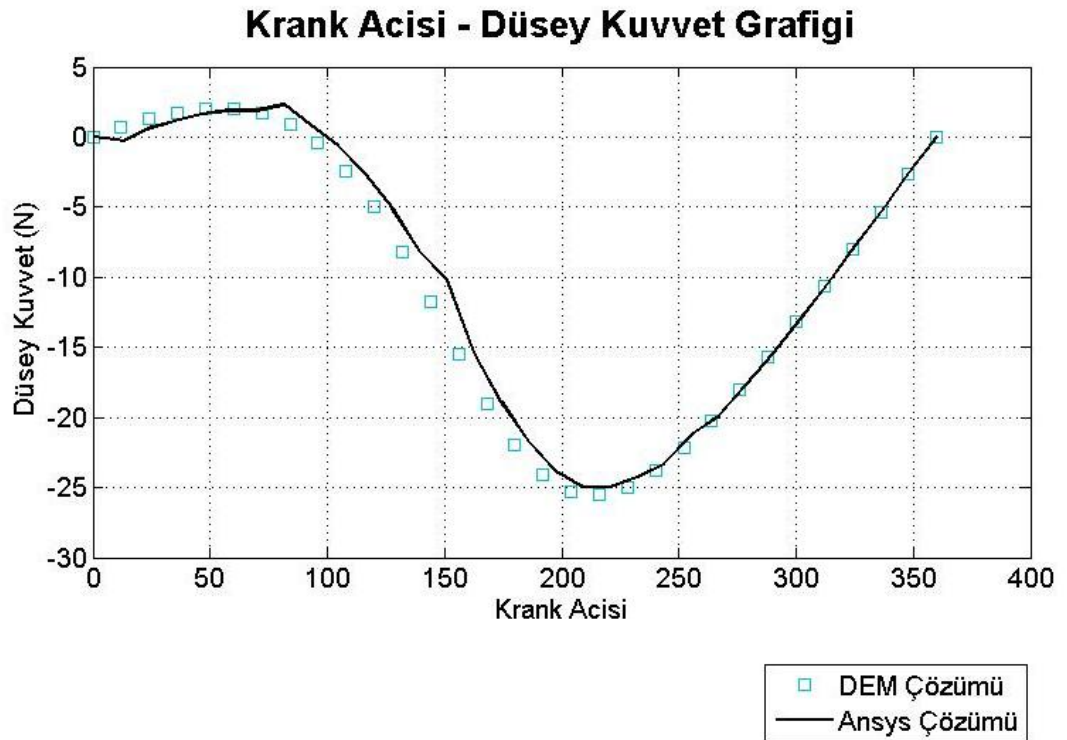
Şekil 4.7: Konsol kirişinin serbest ucunda krank bağlı. Krank açısı 84°.



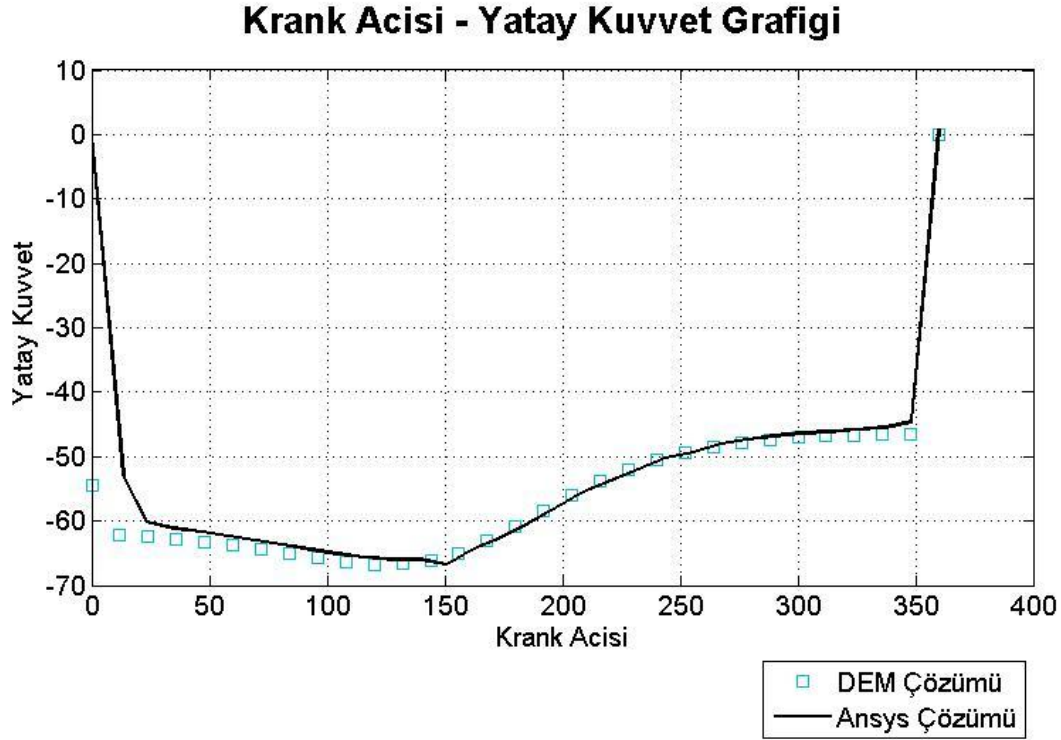
Şekil 4.8: Konsol kirişin serbest ucunda krank bağlı. Krank açısı 180°.

Grafiklerde görüldüğü gibi Ansys programı ile yapılan çözümle karşılaştırıldığında, kirişin şeklini büyük bir doğruluk ile elde edebilmekteyiz. Amacımız şekli doğru bir şekilde temsil ettikten sonra kuvvetin tahmin edilmesi olduğuna göre şimdi kuvvet ve kirişte depolanan potansiyel enerji grafiklerinin karşılaştırılmasına geçeceğiz.

Kuvvet ve potansiyel enerji grafiklerini görebilmek için yapılan programda kullanıcı arayüzünün sonuçlar kısmında ilgili grafikler seçilmelidir.

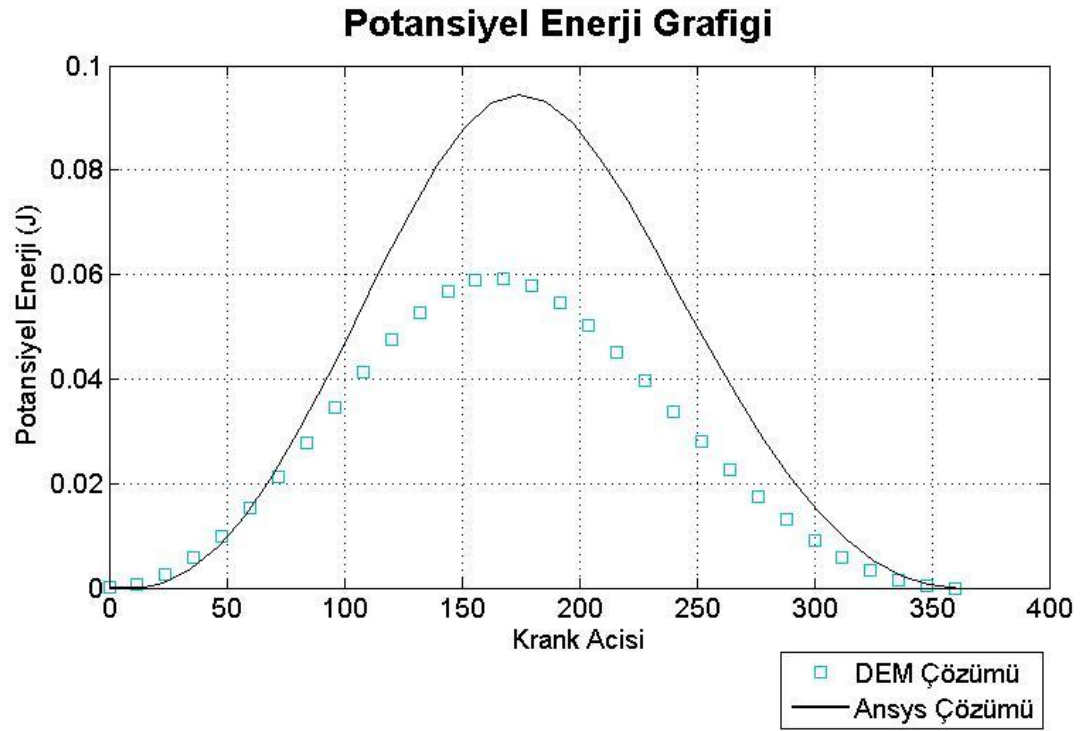


Şekil 4.9: Düşey kuvvetin krank açısı ile değişimi.



Şekil 4.10:Yatay kuvvetin krank açısı ile değişimi.

Yukarıdaki grafiklerde ayırık eleman metodu ile Ansys program çözümleri görülmektedir. Burada hata krank açısıyla beraber değişmekle beraber yaklaşık %5 civarında çıkmaktadır. Bu hatanın sebebi başlangıç şartlarından kaynaklanmaktadır. Ayırık eleman metodunda başlangıç şartları önemlidir. Program lineer olmayan denklem kümesini çözmeye çalışır. Bu esnada denklemler kümesi için birden fazla çözüm olabilir. Çözüm başlangıç şartlarına en yakın bölgede bulunacaktır. Başlangıç şartları ile sonraki adım arasında çok büyük farklar olması durumunda çözüm yakınsayamadığı için doğru sonuca ulaşamamaktadır.



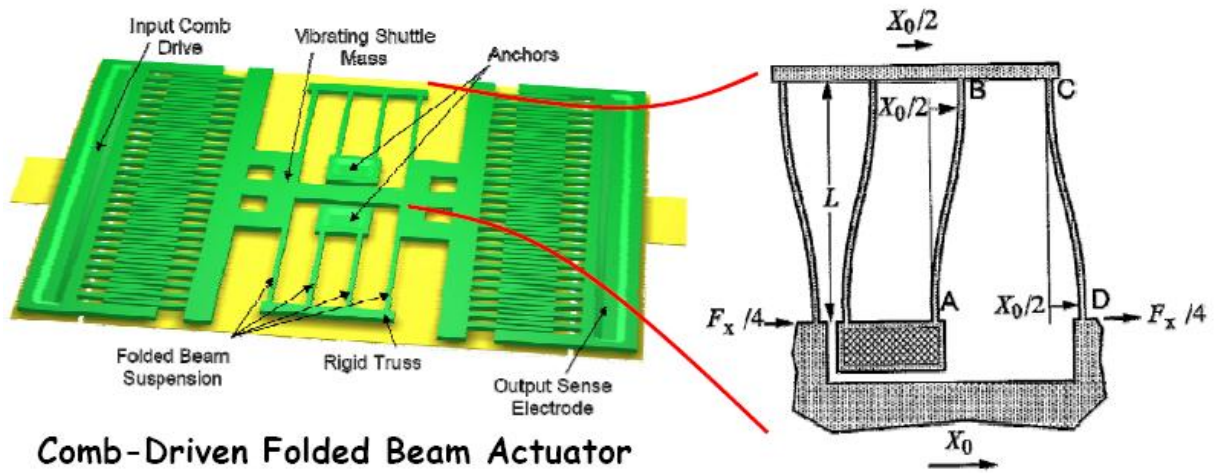
Şekil 4.11: Potansiyel enerjinin krank açısı ile değişimi.

Yukarıdaki grafikte elastik elemanda depolanan toplam potansiyel enerji grafiği görülmektedir. Ayrık eleman metodu çözüm aşamasında potansiyel enerjinin minimum edilmesi prensibine dayanmaktadır.

4.3 Paralel Kol Mekanizması

Şimdiki örnekte ele alacağımız yapı, Paralel kol mekanizmaları, genellikle mikroeletromekanik (MEMS) sistemlerde eyleyici olarak kullanılan ve elektrostatik olarak etkileşebilen tarak benzeri (Comb Drive) yapılardır. Süspansiyon mekanizması olarak görev yapmaktadırlar. Paralel kol mekanizmasının analizi çeşitli yollar ile yapılıp, sonuçları ayırık eleman metodu ile bulunan sonuçlar ile karşılaştırılacaktır.

Aşağıdaki şekilde bir paralel kol mekanizması ve ona bağlı duran elektrostatik eyleyici görünmektedir.



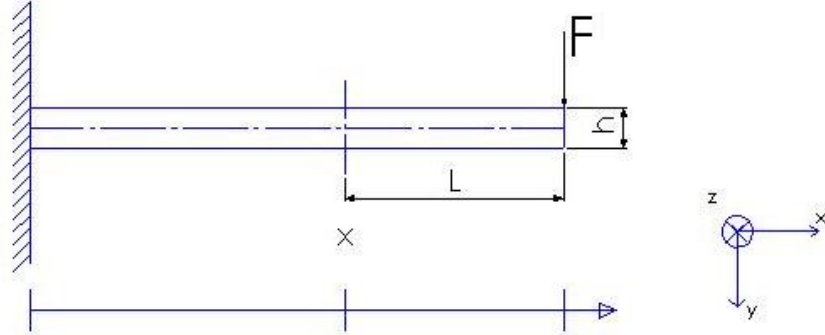
Şekil 4.12:Paralel kol mekanizması.

Modelin çıkartılmasında mekanizmanın simetrik yapısından faydalanılacaktır.

İlk olarak mekanizmayı elastik kiriş teoremini kullanarak çözmeye çalışacağız.

Sistemin toplam yay katsayısını bulup kuvvet-yer değişirme grafiğini elde edeceğiz.

Sınır şartları
 $x=0$ 'da
 $w=0$ ve $dx/dw=0$



Şekil 4.13: Konsol Kiriş.

Kiriş malzemesinin lineer bir davranış gösterdiği, izotropik ve homojen bir yapıda olduğu kabul edilir. Kirişin esnemesi esnasında Poisson oranının değişmediğini yani kesit alanının sabit kaldığını varsayılır.

Bir kirişteki moment bilindiği gibi kirişin eğimiyle orantılıdır. Euler bernoulli denklemini yazarsak;

$$\frac{M}{EI} = \frac{1}{R} = \frac{d^2w/dx^2}{\left[1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (4.25)$$

İlk olarak sistemin küçük açılar içinde yer değişimine maruz kaldığını varsayıp, çözüm aranacaktır. Bu denklemde paydadaki büyüklük, lineer sistemler için 1 olarak alınmaktadır.

E ; malzemenin elastisite modülünü, I kirişin atalet momentini ve w ise kirişin y eksenindeki yer değişimini belirtmektedir. Sistemi lineer olarak kabul ettiğimizde, kirişin x eksenindeki yer değişimini ihmal ederiz.

X noktasında kirişin nötr eksenindeki moment;

$$M = -F(L - x) \quad (4.26)$$

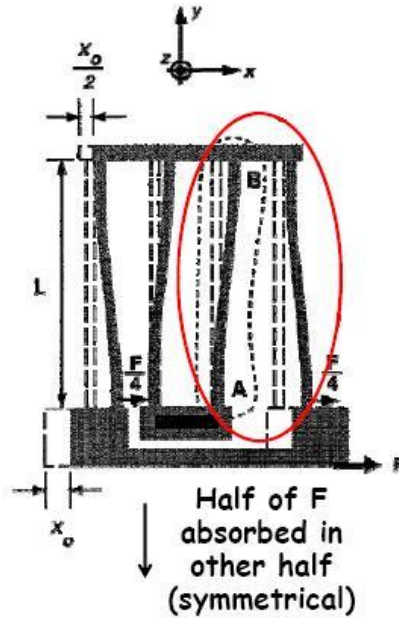
Denklemleri ile ifade edilir. Bu denklemleri yukarıdaki denklemde yerine koyarsak;

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{F}{EI}(L - x) \quad (4.27)$$

Şekildeki sınır şartlarını kullanarak, uç noktadaki F kuvvetinin x noktasında neden olduğu yer değiştirme denklemini elde ediyoruz.

$$w = \frac{FL}{2EI}x^2 \left(1 - \frac{x}{3L}\right) \quad (4.28)$$

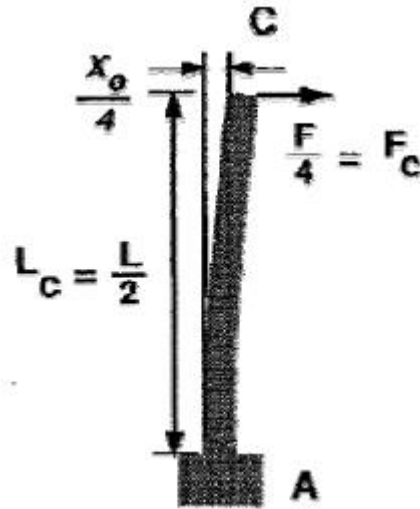
Yukarıdaki denklem kullanılarak sistemin yay katsayısı bulunacaktır.



Şekil 4.14: Paralel kol mekanizmasının yarı modeli.

Yukarıdaki şekilde seçili olan eleman çiftinden 4 tanesi bir araya gelerek paralel kol mekanizmasını oluşturur. Paralel kol mekanizmasına etkiyen kuvvet, 4 çifte eşit olarak dağılır. Seçili eleman çiftini inceleyerek, mekanizmaya etkiyen toplam kuvvet bulunacaktır.

Elastik kirişler, birbirlerine seri bağlı yay olarak davranır. Elastik kirişin bir tanesini ele alınıp, $y=L/2$ noktasından kesilirse, yukarıda oluşturulan denklem kullanılabilir.



Şekil 4.15: Esnek kirişten yay katsayısına geçiş.

$$x(y) = \frac{F_c L_c}{2EI_z} y^2 \left(1 - \frac{y}{3L_c}\right) = \frac{F_c y^2}{6EI_z} (3L_c - y) \quad (4.29)$$

Yay katsayısı;

$$k_x = k_c = \frac{F_c}{x(L_c)} = \frac{3EI_z}{L_c^3} \quad (4.30)$$

$$L_c = L/2; \quad (4.31)$$

$$k_c = \frac{24EI_z}{L^3} \quad (4.32)$$

Sistemin yay katsayısı;

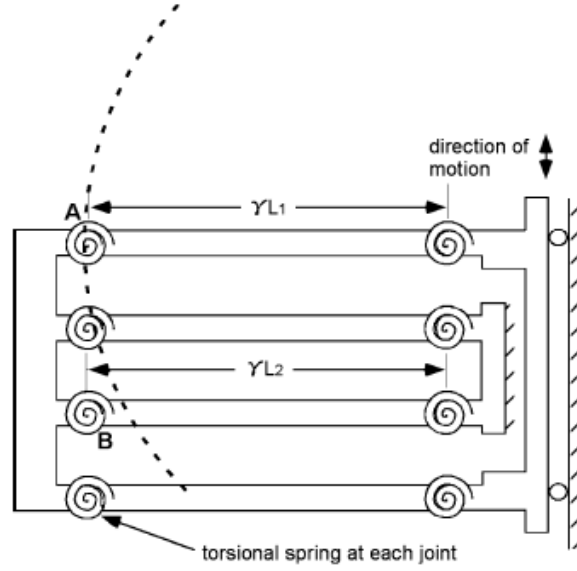
$$x = \frac{F_{1/4}}{k_{1/4}} = \frac{F}{4} \left(\frac{2}{k_c} + \frac{2}{k_c} \right) \quad (4.33)$$

$$x = \frac{F}{k_c} = \frac{F}{k_{toplam}} \quad (4.34)$$

$$k_{toplam} = k_c = \frac{24EI_z}{L^3} \quad (4.35)$$

$$k_{toplam} = 0.6384 \quad (4.36)$$

Diğer bir modelleme yöntemi olan Pseudo-Rigid Body modelini kullanarak aynı mekanizmayı modelleyeceğiz. Önceki bölümde bu model detaylı bir şekilde incelendi. Şimdi mekanizmanın PRBM ile oluşturulan modelini çıkartacağız.



Şekil 4.16: Paralel kol mekanizması PRBM.

Burada iki taraftan sabit mafsallanmış bir esnek eleman görülmektedir. Bu gibi kirişler PRBM ile modellenirken 2 adet burulma yayı kullanılır. Aşağıda modelde kullanacağımız katsayılar verilmiştir.

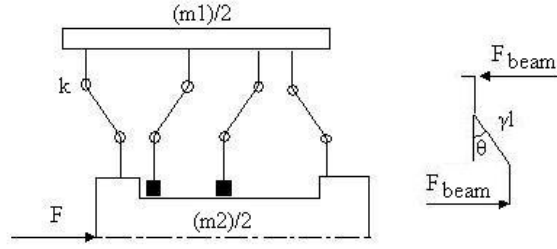
$$\gamma=0.85;$$

$$K_{\theta}=2.65;$$

$$EI=30\text{Ncm};$$

$$l=10\text{cm};$$

$$K_q = \frac{2 * \gamma * K_{\theta} * E * I}{l}$$



Şekil 4.17: PRBM esneme durumu.

Yukarıdaki formül kullanılarak tek esnek kiriş için burulma yay katsayısını elde edeceğiz. Ardından uygulanan yer değişimine karşı esnek elemanda meydana gelen açısal yer değiştirmeyi kullanarak kuvvet-yer değişimi grafiğini oluşturacağız.

Ayrık eleman metodu ve Ansys programını kullanarak yapacağımız çözümler için aşağıdaki değerleri kullanacağız.

$$E = 2e7 \text{ N/cm}^2$$

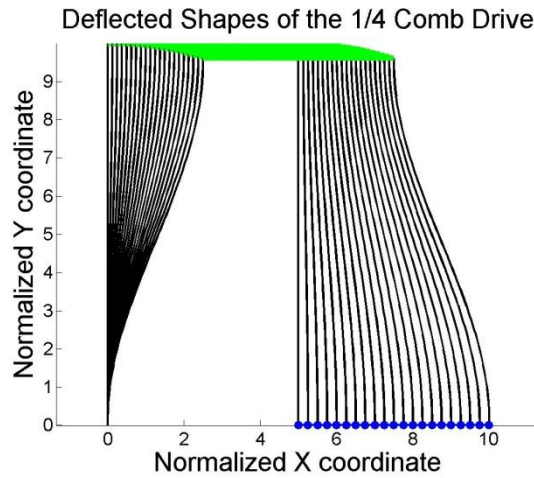
$$I = 1.33e-6 \text{ cm}^4$$

$$L = 10 \text{ cm}$$

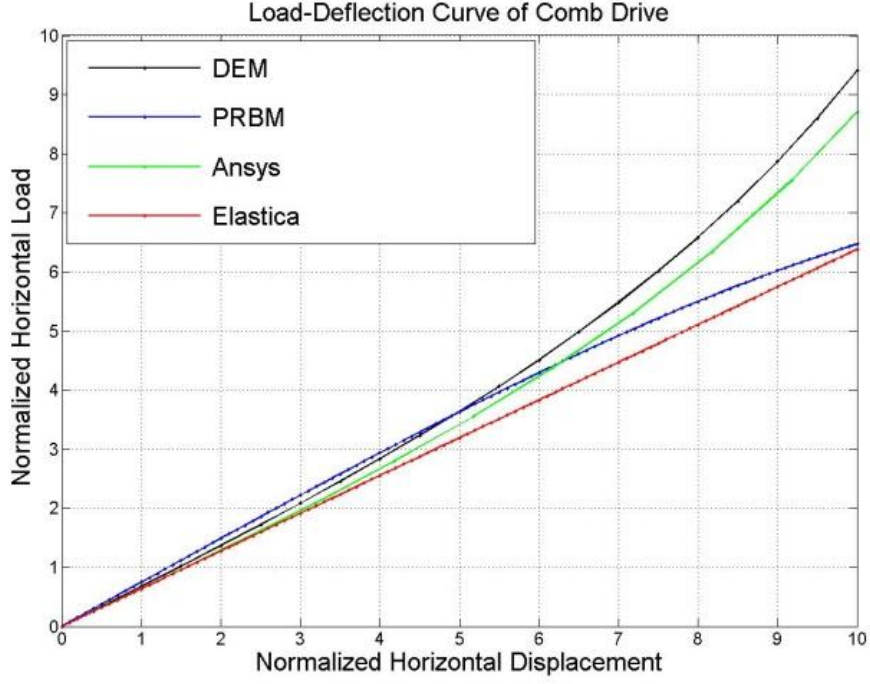
$$b = 2 \text{ cm}$$

$$h = 2e-4 \text{ cm}$$

Ayrık eleman metodu kullanılarak yapılan simulasyon sonucu çıkan şekil aşağıda verilmiştir.



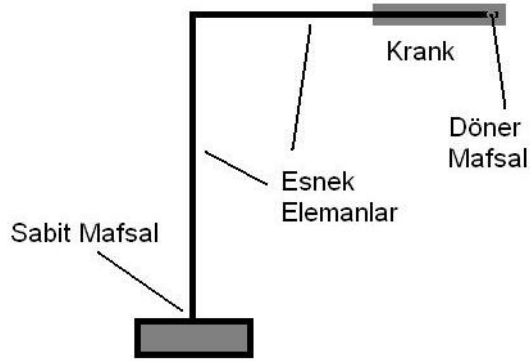
Şekil 4.18: Paralel kol mekanizması ayrık eleman modeli simulasyonu.



Şekil 4.19: Paralel kol mekanizması Kuvvet-Yer değişimi grafiği.

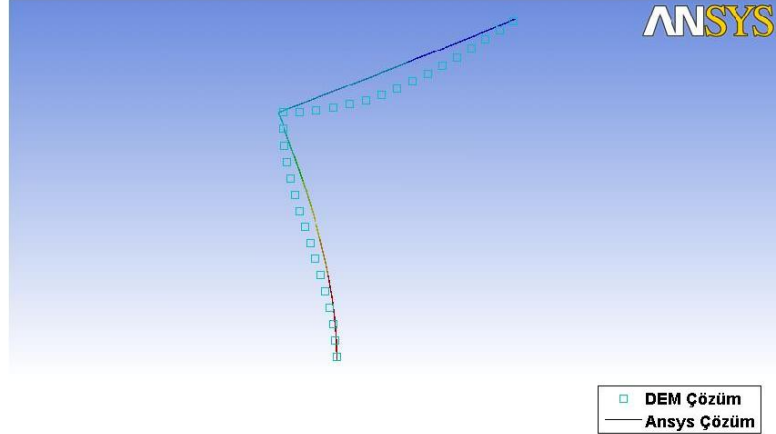
Yukarıdaki grafikte yapılan bütün çözümleri görmekteyiz. Buradan da anlaşılacağı gibi küçük açılarda bütün çözümler birbirine oldukça yakındır. Fakat yer değişimleri arttıkça sonlu elemanlar yöntemi ve ayrık eleman metodu, mekanizmayı daha yüksek doğrulukta temsil etmektedirler.

4.4 L Tipi Esnek Kiriş – Krank



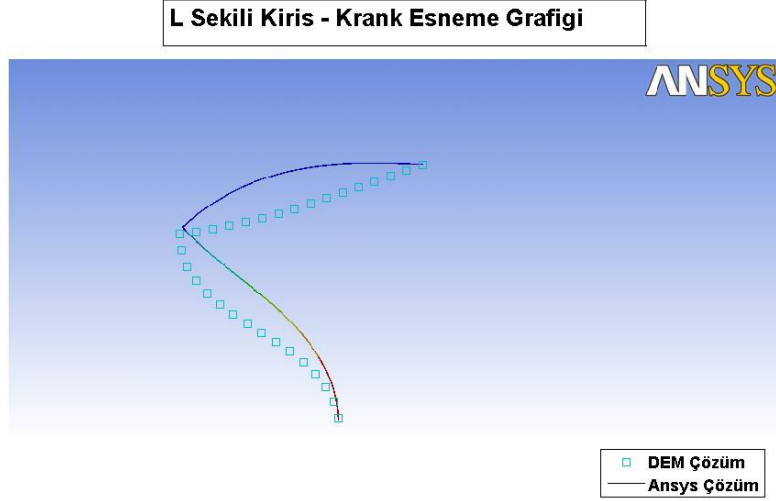
Şekil 4.20: L tipi esnek kiriş.

Bir diğer incelenecek örnek ise L şeklinde tutturulmuş 2 esnek kirişin serbest ucundan bir krank ile hareket verildiği bir durumdur. Diğer örneklerde kullanılan kiriş parametreleri bu örnekte de geçerlidir. Bu örnek için 2 kirişin boyu da 15 cm ve krank yarıçapı 5cm olarak alınmıştır. Yapılan simulasyon sonuçları aşağıdaki gibidir. Sırasıyla 90° , 180° ve 270° açı değerleri için alınan sonuçlar görülmektedir.



Şekil 4.21: L tipi kirişin ucundan krank bağlı. Krank açısı 90° .

Şekildeki eleman için birden fazla çözüm vardır ve burada ayrık eleman metodu farklı bir çözüme yakınsamıştır. Bu noktada yapılan çözüme belirli kısıtlar girilmeli ve doğru sonuca ulaşılmaya çalışılmalıdır.



Şekil 4.22: L tipi kirişin ucundan krank bağlı. Krank açısı 180°.

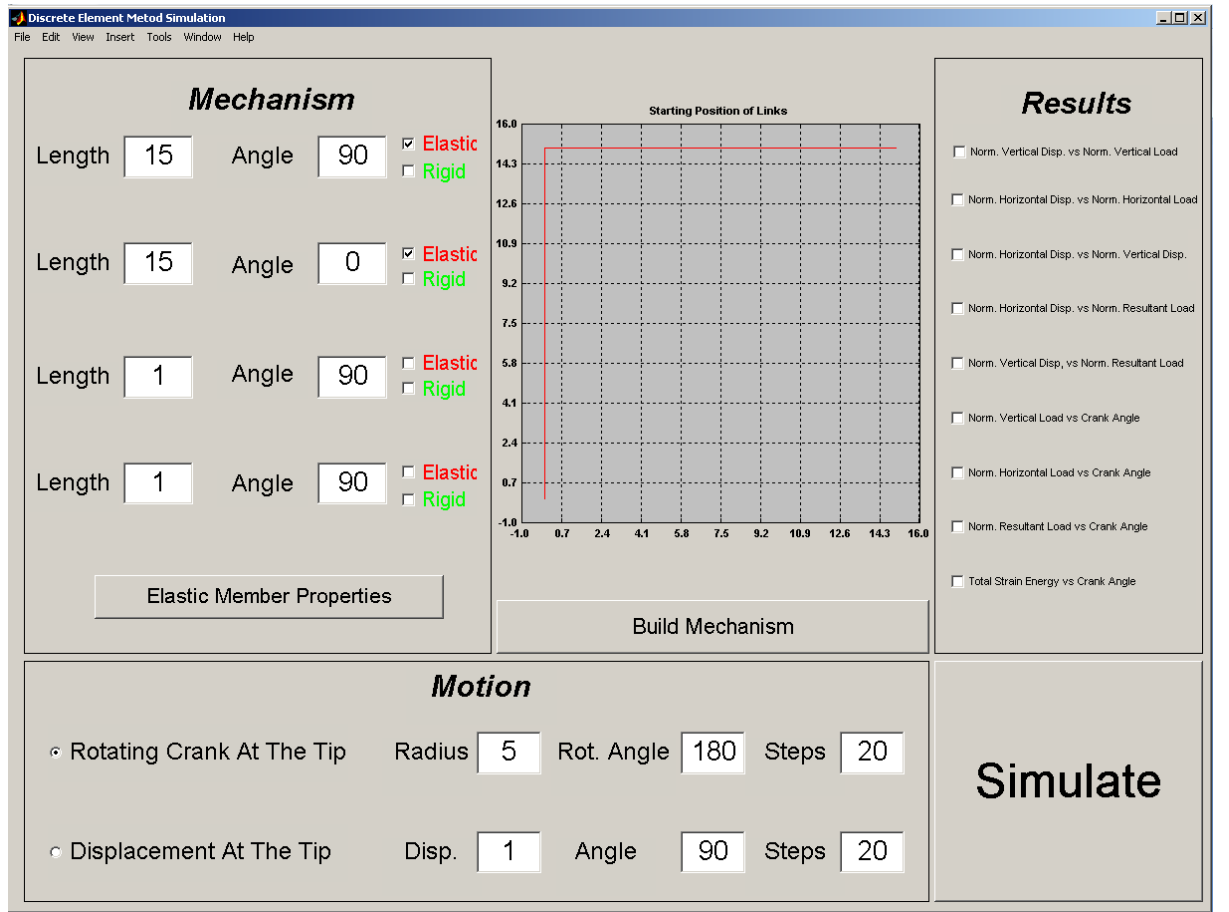


Şekil 4.23: L tipi kirişin ucundan krank bağlı. Krank açısı 270°.

Krank 270° dereceye geldiğinde ayırık eleman metodunun Ansys çözümüyle aynı sonuca ulaşmaktadır. Kuvvet grafiğinde de benzer bir durum ortaya çıkmaktadır. Şekli doğru bir şekilde temsil edilmediği durumlarda kuvvet değerleri de farklı çıkmaktadır. Bu noktada çözüm algoritmasının geliştirilmesi gerekmektedir.

5. AYRIK ELEMAN METODU PROGRAMI

Bu bölümde esnek ve rijit elemanlardan oluşan mekanizmanın ayrik eleman metodu ile çözümü için hazırlanan program üzerinde durulacaktır. Aşağıdaki Şekil 5.1’de kullanıcı arayüzünü görüyoruz.

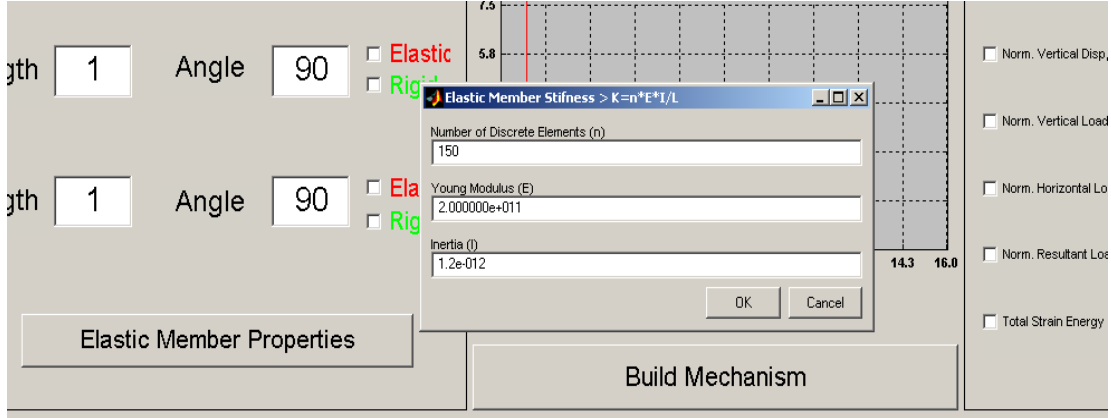


Şekil 5.1: Ayrik eleman metodu programı kullanıcı arayüzü.

Sol tarafta bulunan bölüm kullanılarak, esnek ve rijit elemanlar, en çok 4 elemandan oluşacak şekilde, ucuca eklenerek esnek mekanizmanın modeli oluşturulur. Her eleman için uzunluk, açı ve esnek veya rijit olma bilgisi kullanıcı arayüzündeki gerekli alana girilir.

İlk elemanın bir ucunun zemine sabit mafsalla bağlı olduğu varsayılır. İlk eleman oluşturulduktan sonra, aynı şekilde diğer elemanlar da eklenir. Mekanizma oluşturmak için gerekli bilgiler girildikten sonra 'Build Mechanism' tuşuna basılarak mekanizma oluşturulur.

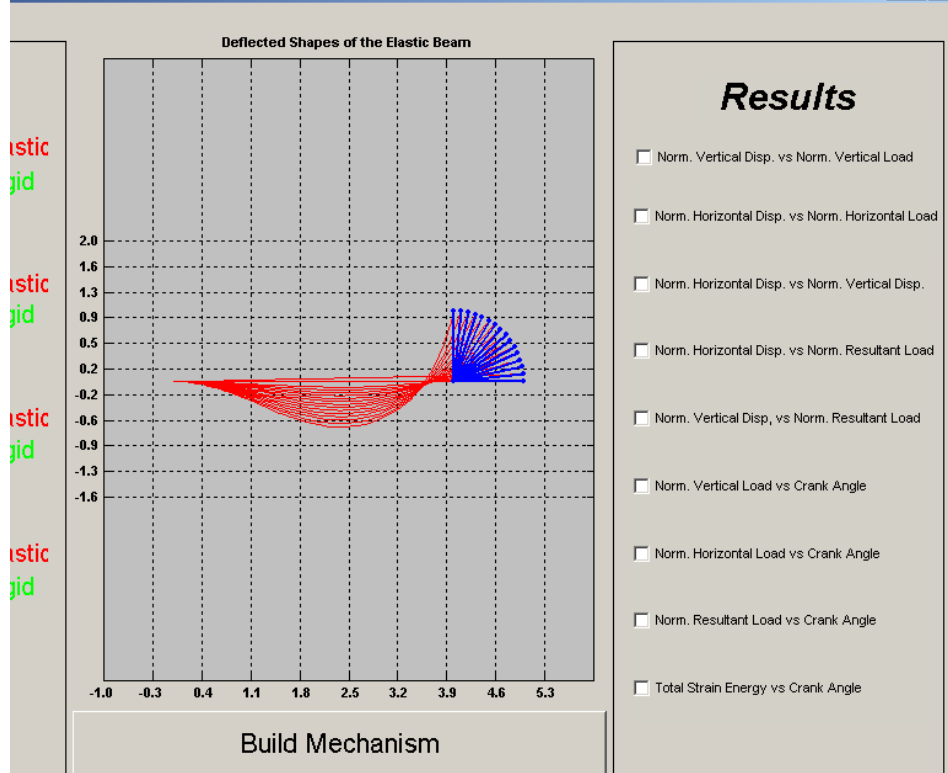
Sonraki adımda esnek elemanlar için elastisite modülü, atalet momenti değerleri ve ayırık eleman metodunda kullanılacak ayırık eleman sayısı bilgileri girilmelidir. 'Elastic Member Properties' tuşuna basılarak çıkan ekrana elastik kirişin elastisite modülü ve kesit atalet momenti girilir. Burada aynı zamanda elastik kirişi ayırık eleman modeli ile modellerken kullanılacak eleman sayısı girilir.



Şekil 5.2: Elastik eleman özellikleri girişi.

Mekanizmanın şekli grafikte ortaya çıktıktan sonra mekanizmaya verilecek hareket için gerekli bilgiler girilir. Hareket için 2 seçenek vardır; bunlardan biri lineer hareket, diğeri ise krank ile dairesel harekettir. Hareketler oluşturduğumuz mekanizmanın son elemanının serbest ucundan uygulanır.

Doğrusal hareket uygulama durumunda hareketin yönü ve birim cinsinden katettiği mesafe ; dairesel hareket uygulama durumunda ise crank seçeneği seçilerek, crankın boyu, başlangıç ve bitiş açıları arayüze girilmelidir. Ardından bu hareketlerin kaç adımda tamamlanacağı belirtilerek 'Simulate' tuşuna basılır. Arayüze girilen bilgiler doğrultusunda oluşturulan mekanizmanın hareketli arayüzdeki mekanizma grafiği üzerinden adım adım takip edilebilir. İstenen sonuç grafikleri sağ taraftaki kolonda yer alan menüden seçilebilir.



Şekil 5.3: Simulasyon koşturulması.

6. SONUÇ ve ÖNERİLER

Günümüzde yapılan mühendislik çalışmalarında doğadaki mekanizmaları benzerlerini üretmek popüler bir alanı oluşturmaktadır. Bu amaçla yapılan gözlemlerde görülen doğadaki çoğu yapı birer esnek mekanizmaya örnek oluşturmaktadır. Esnek mekanizmalarla ilgili çalışmaların sayısı hızla artmakta ve kullanım alanları yaygınlaşmaktadır. Sensörler, mikro robotik uygulamaları, mikro anahtarlar ve MEMS’lerde kullanılan esnek mekanizmaların modelleme aşamasında analiz aracı olarak kullanılabilmesi amacıyla hazırlanan program, ansys ile karşılaştırılmasında doğru sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Esnek elemanın aldığı şekil oldukça doğru bir şekilde hesaplanabilmekte ve kuvvet verisi alınmaktadır. Eleman sayısı arttığı zaman hataların arttığı anlaşılmakta ve bunun azaltılması için çalışma yapılmaktadır. Hazırlanan programdan istenen diğer bir işlev ise görüntü bilgisinden kuvvete ulaşmaktır. Bir sonraki aşamada, programa girdi olarak verilen görüntüden kuvvet tahmini yapmak üzerine çalışmalar yapılacaktır.

KAYNAKLAR

- [1]**Baker M. S, Howell L. L.** ,2002. On-Chip Actuation of an In-Plane Compliant Bistable Micromechanism. *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. **11**, No. 5, pp. 566-573.
- [2]**Bergna S., Gorman J.J., Dagalakı N.G.**, 2005. Design and modeling thermally actuated mems nano positioners, ASME. *Microelectromechanical Systems Conference*, Orlando, Florida, USA, November 5-11.
- [2]**Howell, L. L., and Midha, A.**, 1995. Parametric Deflection Approximations for End-Loaded, Large-Deflection Beams in Compliant Mechanisms, *Journal of Mechanical Design*, Trans. ASME, Vol **117**, No. 1, pp. 156-166.
- [3]**Howell, Larry L.**, 2001. Compliant Mechanisms, pp. 1-20, 135-165.
- [4]**Kerr-Jia Lu and Sridhar Kota**, 2003. Synthesis of Shape Morphing Compliant Mechanisms Using a Load Path Representation Method, *Proceedings of the 2003 SPIE Modeling Signal Processing, and Control Conference*, San Diego, California, USA, Vol. **5049**, pp. 337-348, March 2-6.
- [5]**Mahmoud Helal, Lıguo Chen, Lining Sun, and Bing Shao**, 2009. Micro/Nano Grip and Move Compliant Mechanism with Parallel Movement Tips, *9th IEEE Conference on Nanotechnology*, Genoa, Italy, July 26-30. pp. 130-132.
- [6]**M. Sauter · G. Kress · M. Gıger · P. Ermanni**, 2008. Complex-shaped beam element and graph-based optimization of compliant mechanisms, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. **36**, No. 4, pp. 429-442.
- [7]**M.S.EL NASCHIE**, 1991. Stress, Stability and Chaos In Structural Engineering an Energy Approach, pp.211-237.
- [8]**Solehuddin Shuib, M.I.Z. Ridzwan and Halim Kadarman**, 2007. Methodology of Compliant Mechanisms and its Current Developments in Applications: A Review, *American Journal Of Applied Sciencies*, Vol. **4**, No. 3, pp. 160-167.
- [9]**Tarsicio Belendez, Cristian Neipp and Augusto Belendez**, 2002. Large and small deflections of a cantilever beam, *European Journal of Physics*, Vol. **23**, pp. 371-379.
- [10]**Url-1** <<http://tr.wikipedia.org/wiki/Mekanizma>>, alındığı tarih 04.02.2010.
- [11]**Url-2** <http://en.wikipedia.org/wiki/Classical_mechanics>, alındığı tarih 04.02.2010.
- [12]**Xu Pei, Jingjun Yu, Guanghua Zong, Shusheng Bi**, 2009. An effective pseudo-rigid-body method for beam-based compliant mechanisms, *Journal Of Precision Engineering*, Vol. **34**, No. 3, pp. 634-639.
- [13]**Büyük Larousse Sözlük ve Ansiklopedisi**, 15. Cilt, İstanbul, 1986, pp.7948.

- [14] **Sergey Simakov**, 2005, Introduction to MATLAB Graphical User Interfaces.
- [15] **Vikram A Bose-Mullick**, MATLAB 6: GUI Tutorial.
- [16] **Release 11.0 Documentation for ANSYS Workbench.**

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Bekir Berk GÜLDOĞAN

Doğum Yeri ve Tarihi: Diyarbakır, 17/01/1985

Adres: Emin Ali Paşa Cad. Yusuf Çavuş Sok. No:20/19 Suadiye/İSTANBUL

Lisans Üniversitesi: İstanbul Teknik Üniversitesi

İmalat Mühendisliği (2004 – 2008)