

68886

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SAYISAL ARAZİ MODELLERİNDEN HACİM HESAPLARINDA
EN UYGUN ENTERPOLASYON YÖNTEMİNİN ARAŞTIRILMASI**

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. Mustafa YANALAK

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih :15 Eylül 1997

Tezin Savunulduğu Tarih :21 Kasım 1997

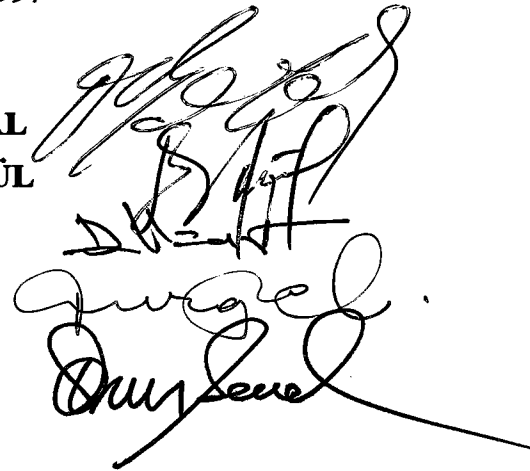
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Orhan BAYKAL

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Emirhan ALGÜL

: Prof. Dr. Doğan UÇAR

: Prof. Dr. Turgut UZEL

: Prof. Dr. Şenol KUŞCU



KASIM 1997

ÖNSÖZ

Sayısal Arazi Modeli kullanımının yaygınlaştığı günümüz Türkiye' sinde, hem kullanıcılara hem de konu ile ilgilenen araştırmacı arkadaşlara katkısı olacağı düşüncesiyle hazırlanan bu çalışmanın, yararlı olmasını temenni ederken, bu çalışmaya beraberce başladığımız, değerli görüşlerinden yararlandığım, ne yazık ki aramızdan ayrılan sayın hocam Prof. Dr Olcay ÖZTAN' ı rahmetle anarım. Çalışmamın tamamlanması için yardımını esirgemeyen, bilgisinden ve tecrübesinden yararlandığım sayın hocam Prof. Dr.Orhan BAYKAL 'a teşekkürü bir borç bilirim. Bu yorucu süreç boyunca destek olan çalışma arkadaşlarımın ve diğer hocalarımızın tümüne şükranlarımı sunarım. Her zaman yanımda olan, yardımlarını ve dualarını esirgemeyen aileme ve büyüklerime saygı ve sevgilerimi iletmek isterim.

İstanbul, 1997

Mustafa YANALAK

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
SEMBOL LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
TABLO LİSTESİ	x
ÖZET	xii
SUMMARY	xiii
BÖLÜM 1 GİRİŞ	1
BÖLÜM 2 SAYISAL ARAZİ MODELİ (SAM) KAVRAMI	3
2.1 Tanım ve Genel Esaslar	3
2.2 Sayısal Arazi Modeli Verileri, Veri Kaynakları ve Veri Düzenleri	4
2.3 Modelleme Yöntemleri	6
2.3.1 Grid (Raster) yöntemi	6
2.3.2 Üçgenleme yöntemi	7
2.4 Uygulama Alanları	7
2.5 Kullanılmakta Olan Bazı SAM Yazılımları ve Özellikleri	8
2.6 Sayısal Arazi Modelinin Doğruluğunu Etkileyen Faktörler	9
BÖLÜM 3 ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ	11
3.1 Ağırlıklı Aritmetik Ortalamayla Enterpolasyon	13
3.2 Polinomlarla Enterpolasyon	15
3.3 Multikvadrik Enterpolasyon	16
3.4 Kayan Yüzey Yardımıyla Enterpolasyon	18
3.5 Yüzey Toplamlarıyla Enterpolasyon (Lineer Prediksiyon)	21

3.6 Sürekli Parça Parça Polinomlarla Enterpolasyon	24
3.7 Dikdörtgen Gridde Enterpolasyon	26
3.8 Üçgenler Ağında Enterpolasyon	29
3.8.1 Lineer enterpolasyon	29
3.8.2 Beşinci dereceden polinomlarla enterpolasyon	31
3.8.3 Doğal komşu koordinatlarıyla enterpolasyon	31
3.8.4 Eğrisel enterpolasyon	33
3.8.5 Normal vektörlerle en küçük kareler yöntemine göre enterpolasyon	34
3.8.6 Minimum alan ilkesi kullanılarak en küçük kareler yöntemine göre enterpolasyon	35
3.8.7 Delaunay komşuları kullanarak ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon	35

BÖLÜM 4 ÜÇGENLEME 37

4.1 Tanım ve Özellikler	37
4.2 Üçgenleme Yöntemlerinin Sınıflandırılması	38
4.2.1 Amaca göre sınıflandırma	38
4.2.2 Çözüm yöntemine göre sınıflandırma	39
4.3 SAM İçin Kullanılabilecek Bir Üçgenlemeden Beklenen Özellikler	40
4.4 Voronoi Diyagramı ve Delaunay Üçgenlemesi	41
4.5 Delaunay Üçgenlemesinin Oluşumu İçin Kullanılan Kriterler	43
4.5.1 Çevrel çember kriteri	43
4.5.2 Maksimum-minimum kriteri	44
4.6 Üçgenlemede Karşılaşılan Sorunlar	45
4.6.1 Hız	45
4.6.2 Depolama	46
4.6.3 Veri alanının sınırlandırılması	47
4.6.3.1 Sınırlandırma için kullanılan geometrik şekiller	47

BÖLÜM 5 SAYISAL ARAZİ MODELLERİNDEN HACİM HESAPLARI 49

5.1 Eş Yükselti Eğrilerinden Hacim Hesabı	49
5.1.1 Ortalama alanlar yöntemi	49
5.1.2 Uç alanlar yöntemi	50
5.1.3 Prizmatik yöntem	51
5.2 Parelel Kesitlerle Hacim Hesabı	51
5.3 Düzenli Dağılmış Dayanak Noktalarıyla Hacim Hesabı	52
5.4 Rastgele Dağılmış Verilerle Hacim Hesabı	53
5.4.1 Ortak bir referans düzlemine göre üçgen prizmalarla hacim hesabı	54
5.4.2 Üçgenlerin izdüşümleri ile hacim hesabı	54

BÖLÜM 6 UYGULAMA

55

6.1 Kullanılan Arazi Grupları ve Özellikleri	55
6.2 Hacim Hesapları	61
6.2.1 Üçgen prizmalarla hacim hesabı	61
6.2.1.1.Referans düzlemine göre hacim hesabı	62
6.2.1.2.Üçgenlerin izdüşümleri ile hacim hesabı	62
6.2.2 Dikdörtgen prizmalarla hacim hesabı	62
6.2.2.1.Multikvadrik yöntemle hacim hesabı	63
6.2.2.2.Ağırlıklı ortalama ile hacim hesabı	63
6.2.2.3.Enküçük kareler yöntemiyle hacim hesabı	64
6.2.2.4.Kayan yüzey yardımıyla hacim hesabı	64
6.2.2.5.Polinomlarla hacim hesabı	64
6.2.2.6.Delaunay komşularıyla ağırlıklı ortalama ile hacim hesabı	64
6.2.3 Kesitlerle hacim hesabı	65
6.3 Hacim Sonuçlarının Değerlendirilmesi	65
6.3.1 Ön değerlendirmeler	66
6.3.1.1 t dağılımında alt ve üst güven sınırları ve sonuçların değerlendirilmesi	66
6.3.1.2 Uygun kritik daire yarıçapının belirlenmesi	68
6.3.1.3 Uygun grid büyüklüğü ve kesit aralığının belirlenmesi	69
6.3.1.4.Yöntemlerin ve ağırlık modellerinin uyumsuz ölçü sayısına göre irdelenmesi	71
6.3.2 Asıl değerlendirmeler	72
6.3.2.1 Yöntemlerin tek tek değerlendirilmesi	73
6.3.2.1.1 Üçgen prizmalarla ortak bir referans düzlemine göre hacim hesabının değerlendirilmesi	73
6.3.2.1.2 İzdüşüm üçgenleriyle hacim hesabının değerlendirilmesi	73
6.3.2.1.3 Multikvadrik enterpolasyonla hacim hesabının değerlendirilmesi	74
6.3.2.1.4 Ağırlıklı ortalama ile hacim hesabının değerlendirilmesi	75
6.3.2.1.5 Enküçük kareler yöntemiyle hacim hesabının değerlendirilmesi	75
6.3.2.1.6 Kayan yüzeyler ile hacim hesabının değerlendirilmesi	76
6.3.2.1.7 2. derece polinom ile hacim hesabının değerlendirilmesi	76
6.3.2.1.8 Delaunay komşuları kullanarak ağırlıklı ortalama ile hacim hesabının değerlendirilmesi	77
6.3.2.1.9 Kesitlerle hacim hesabının değerlendirilmesi	77
6.3.2.2 Yöntemlerin karşılaştırılması	79

BÖLÜM 7 SONUÇLAR VE ÖNERİLER

83

KAYNAKLAR

85

EKLER

92

ÖZGEÇMİŞ

110

SEMBOL LİSTESİ

n	: Polinomun derecesi
m	: Dayanak noktası sayısı
x_0, y_0, z_0	: Enterpolasyon noktalarının koordinatları
Δz	: Trend yüzeyine göre artık yükseklik değerleri
$z(x, y)$	: Trend yüzeyi
a_{ij}	: Polinom katsayıları
R	: Kritik daire yarıçapı
VK	: Vektör kuvveti
VD	: Vektör dispersiyonu
P	: Ağırlık
S	: Yatay uzaklık
k	: Sabit katsayı
Q	: Multikuadrik yüzey
C	: Multikuadrik yüzey katsayıları
F	: Alan
$z_x, z_y, \dots, z_{xy}$	: Kısmi türevler
σ	: Standart sapma
f	: Serbestlik derecesi

ŞEKİL LİSTESİ

		<u>Sayfa No</u>
Şekil 3.1	Trend yüzeyi, enterpole edilmiş yüzey ve gerçek yüzey	21
Şekil 3.2	Enterpolasyon noktasının (A) lokal barisentrik koordinatları	28
Şekil 3.3	Üçgende lokal barisentrik koordinatlar	30
Şekil 3.4	Delaunay üçgenleri	32
Şekil 3.5	Voronoi diyagramı	32
Şekil 3.6	Doğal komşu koordinatları	33
Şekil 4.1	Üç farklı üçgenleme örneği	39
Şekil 4.2	Voronoi diyagramı	42
Şekil 4.3	Delaunay üçgenlemesi	42
Şekil 4.4	Dışbükey dörtgen, alternatif köşegen ve altı iç açı	44
Şekil 4.5	Dışbükey çerçeve örnekleri	48
Şekil 5.1	Eşyüksekti eğrilerinden hacim hesabı	50
Şekil 5.2	Düzenli üçgenler ağı	52
Şekil 5.3	Düzenli dikdörtgenler ağı	52

		<u>Sayfa No</u>
Şekil 5.4	Üçgen prizmanın hacmi	52
Şekil 5.5	Dörtgen prizmanın hacmi	53
Şekil 6.1	1, 2, 3, 4 ve 5 nolu arazilere ait dayanak noktalarının dağılımı	58
Şekil 6.2	1, 2, 3, 4 ve 5 nolu arazilere ait Delaunay üçgenleri	59
Şekil 6.3	1, 2, 3, 4 ve 5 nolu arazilerin eşyüksekti eğrili planları	60
Şekil 6.4	Küre ve koni için dayanak noktaları ve üçgenler	61
Şekil 6.5	Uyuşumsuz değer sayısının kritik daire yarıçapı ile değişimi (Ağırlıklı ortalama)	68
Şekil 6.6	Uyuşumsuz değer sayısının kritik daire yarıçapı ile değişimi (Kayan yüzeyler)	69
Şekil 6.7	Uyuşumsuz değer sayısının grid büyüklüğü ile değişimi	70
Şekil 6.8	Ağırlıklı ortalama, kayan yüzeyler ve diğer yöntemler için uyuşumsuz değerlerin grid büyüklüğü ile değişimi	71
Şekil 6.9	Üst ve alt üçgenler için farklar	74
Şekil 6.10	Farkların kesit aralığı ile değişimi	79
Şekil 6.11	Oransal hataların kesit aralığı ile değişimi	79
Şekil 6.12	1.arazi için oransal hatalar	80
Şekil 6.13	2.arazi için oransal hatalar	81

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 6.14 3.arazi için oransal hatalar	81
Şekil 6.15 4.arazi için oransal hatalar	81
Şekil 6.16 5.arazi için oransal hatalar	82
Şekil 6.17 Küre için oransal hatalar	82
Şekil 6.18 Koni için oransal hatalar	82



TABLO LİSTESİ

		<u>Sayfa No</u>
Tablo 6.1	Kullanılan arazi yüzeylerine ait bilgiler	57
Tablo 6.2	Sonuçların yöntemlere göre dağılımı	66
Tablo 6.3	Uyuşumsuz değerlerin arazilere göre dağılımı	67
Tablo 6.4	Uyuşumsuz 1027 değerın yöntemlere göre dağılımı	67
Tablo 6.5	Uyuşumsuz değerlerin grid büyüklükleri ile değişimi	68
Tablo 6.6	Uyuşumsuz değerlerin kesit aralığı ile değişimi	68
Tablo 6.7	Uyuşumsuz değer sayısının kritik daire yarıçapı ile değişimi	68
Tablo 6.8	Uyuşumsuz değerlerin araziye göre dağılımı	69
Tablo 6.9	Uyuşumsuz değerlerin grid büyüklüklerine göre değişimi	69
Tablo 6.10	Uyuşumsuz değerlerin kesit aralığı ile değişimi	70
Tablo 6.11	Uyuşumsuz değerlerin arazilere göre dağılımı	71
Tablo 6.12	Uyuşumsuz değerlerin arazilere göre dağılımı	72
Tablo 6.13	Uyuşumsuz 160 değerın yöntemlere göre dağılımı	72
Tablo 6.14	Asıl değerlendirmede kullanılan sonuçlara ait bilgiler	73

		<u>Sayfa No</u>
Tablo 6.15	Üçgen prizmalarla referans düzlemine göre hacim sonuçlarının gerçek (kesin) değerden olan farkları ve oransal hataları	73
Tablo 6.16	Üst-alt üçgenlere göre hesaplanan hacim sonuçları, kesin veya gerçek değerden olan farklar ve oransal hatalar	74
Tablo 6.17	Multikvadrik yöntem için farklar ve oransal hataları	75
Tablo 6.18	Ağırlıklı ortalama için oransal hatalar	75
Tablo 6.19	En küçük kareler yöntemi için oransal hatalar	76
Tablo 6.20	Kayan yüzeyler için oransal hatalar	76
Tablo 6.21	2. derece polinom için farklar ve oransal hatalar	77
Tablo 6.22	Delaunay komşularıyla ağırlıklı ortalama için farklar	77
Tablo 6.23	Delaunay komşularıyla ağırlıklı ortalama için oransal hatalar	77
Tablo 6.24	Kesitlerle hesaplanan hacim sonuçları	78
Tablo 6.25	Kesitlere ait sonuçların kesin veya gerçek değerden farkları	78
Tablo 6.26	Kesitlerle elde edilen sonuçların oransal hataları	78
Tablo 6.27	Arazilere göre yöntemlerin oransal hataları	80

ÖZET

Gelişen teknolojinin mesleğimize yansmasıyla Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği alanında hızlı bir otomasyon süreci yaşanmaktadır. Bilgisayar donanımlarının ve yazılımlarının inanılmaz bir hızla gelişmesi, elle yapılan uygulamaları bilgisayar ortamında daha hızlı ve kolay yapılır hale getirmiştir. Kısaca, arazinin sayısal gösterimi diye tanımlayabileceğimiz Sayısal Arazi Modeli (SAM) yaygın bir uygulama alanına kavuşmuştur. Bir sayısal arazi modeli uygulaması, çeşitli enterpolasyon yöntemlerinden birini veya bir kaçını içeren uygun bir bilgisayar yazılımı gerektirir. SAM geniş anlamıyla, sayısal yükseklik modelini ve sayısal durum modelini birlikte içerir. Dar kapsamda düşünüldüğünde, sadece sayısal yükseklik modeli olarak algılanır. Bu çalışmada, sayısal yükseklik modellemesinde kullanılan enterpolasyon yöntemleri toplu halde verilmiştir. Yer alan yöntemler şu şekilde sıralanabilir:

1. Ağırlıklı aritmetik ortalamayla enterpolasyon
2. Polinomlarla enterpolasyon
3. Multikvadrik enterpolasyon
4. Kayan yüzey yardımıyla enterpolasyon
5. Yüzey toplamalarıyla enterpolasyon (Lineer prediksiyon)
6. Sürekli parça parça polinomlarla enterpolasyon
7. Dikdörtgen gridde enterpolasyon
8. Üçgenler ağımda enterpolasyon

Enterpolasyonda önemli bir yeri olan üçgenleme işlemine ayrı bir yer verilmiştir. Üçgenleme algoritmaları içinde özel bir yeri olan Delaunay Üçgenlemesi ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Sayısal Arazi Modellerinde kullanılan hacim hesapları bir bölüm içerisinde sunulmuş ve seçilen 7 farklı arazi grubu için hacim uygulamaları yapılmıştır. Uygulanan hacim hesapları şu 3 ana başlık altında toplanabilir:

- 1 Üçgen prizmalarla hacim hesabı
- 2 Dikdörtgen prizmalarla hacim hesabı
- 3 Kesitlerle hacim hesabı

Elde edilen sonuçlar ışığında, hacim hesapları için kullanılmakta olan enterpolasyon yöntemleri, grid büyüklüğü, kesit aralığı ve kritik daire yarıçapı için değerlendirmeler ve öneriler yapılmıştır.

SUMMARY

RESEARCH OF THE MOST SUITABLE INTERPOLATION METHOD FOR VOLUME DETERMINATION IN DIGITAL TERRAIN MODELS

Digital terrain model, which is the subject of this study, simply, can be defined as digital representation of the terrain. The representation is based on measurements on some points which are called control points, reference points or sample points. A digital terrain model involves an interpolation method and a computer program. D.T.M. is a digital representation of the terrain, based on measurements on the reference points by means of detailed computer program which contain an interpolation method.

Reference points are known with their x, y planimetric coordinates and z coordinates. Reference points for digital terrain models must be chosen in such locations that they can serve for a satisfactory analytical representation of the terrain. They can be chosen in three different patterns :

1. in more or less random positions
2. on characteristic terrain features such as welldefined linear features, ridges, contour lines, fall lines, highs and lows, or on parallel profiles
3. at the nodes of a regular grid

In addition, in each case points will be chosen on such important features as breaklines in the terrain. Control points for digital terrain models can be obtained from,

- terrastral measurements
- photogrammetric measurements
- topographic maps
- stereo satallite images

An other classification can be done according to the way of selection of points as follows,

- selective sampling
- adaptive sampling
- composit sampling

This classification is usually used for photogrammetric methods. The control points are important for the accuracy of D.T.M. The accuracy that can be obtained from the interpolation methods, of course, upon both density and distribution of the reference points and the choise of method. The accuracy of a digital terrain model depends on,

- density and distribution of reference points
- accuracy of reference points
- used interpolation method, and
- terrain features(terrain structure)

Interpolation, generally means prediction of measurement values on interpolation points, based on measurement values on the reference points. In digital elevation models, it means, prediction of z value for an interpolation point known with x and y coordinates. In this study, only interpolations in digital elevation models have been dealt with. Interpolation of curves may be subject of another study. The methods studied on, can be summarized as follows,

- Interpolation with weighted average
- Interpolation with polynoms
- Multiquadric interpolation
- Interpolation with moving surfaces
- Interpolation with summation of surfaces (Linear prediction)
- Interpolation with simultaneous patchwise polynomials
- Interpolation in a rectangular grid
- Interpolation in a net of triangles

An interpolation in the D.E.M. can be done in three ways:

- pointwise
- patchwise, or
- simultaneously with a function

The second and third methods interpolate the surface simultaneously with a function. The first and fourth methods interpolate the surface with pointwise approach. The others use patchwise approach. The mathematics of the methods as follows,

• Interpolation with weighted average

The height of an interpolation point is found by weighted arithmetic average of the heights of selected reference points.

$$z_0 = (p_1 * z_1 + p_2 * z_2 + \dots + p_m * z_m) / (p_1 + p_2 + \dots + p_m).$$

The weight (p) is a function of the distance between interpolation point and reference points

• Interpolation with polynoms

In this method, all interpolation surface is expressed with a second or third degree polynoms.

$$z(x,y) = \sum_{k=0}^n \sum_{i=0, j=k-i}^k a_{ij} x^i y^j$$

Parameters of the polynom are calculated by using the condition that all reference points must satisfy the polynom. If the number of reference points are equal to number of the parameters, the unknown parameters can be calculated without adjustment. Otherwise, they are calculated by adjustment, which is based on least squares method.

- **Multiquadric interpolation**

The surfaces can be assumed to be multiquadric surface, which can be represented by the series,

$$\sum_{j=1}^m C_j [Q(x_j, y_j, x, y)] = \Delta z$$

in which Δz is a function of x and y resulting from summation of a single class of quadric surfaces Q . The vertical axis of symmetry of each quadric term is located at a discrete position x_i, y_i . The associated coefficient C determines the algebraic sign and flatness of the quadric term. The equation, generally used is,

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + k]^{1/2} = \Delta z$$

with constant k which equals zero or positive value. The unknown constants C are calculated by solution of equation group.

- **Interpolation with moving surfaces**

The method requires a surface calculation for any interpolation point. Generally this surface will change its orientation from an interpolation point to another one. For this reason it is called a moving surface. Usually, a polynom is used as expressed in the section related with interpolation with polynoms. For the interpolation of a point, the coordinates and height of each of the surrounding reference points are substituted in the equation. Each reference point is given a weight that is decreasing function of the distance to the interpolation point and unknown parameters in the equation are solved by the least squares method.

- **Interpolation with summation of surfaces (Linear prediction)**

The interpolation is also called linear least squares interpolation or prediction. To qualify as a stationary random function, the systematic trend in the data must be eliminated by reducing the heights to a reference surface. The surface is called a trend surface. The values at the interpolation points are assumed to be linear function of Δz values on the reference points. A distance function, called correlation or covariance function is either defined or calculated. By using least squares method problem is solved.

- **Interpolation with simultaneous patchwise polynomials**

The interpolation method starts by dividing the region of interest into square or rectangular elements. A surface is defined for each grid element by low degree

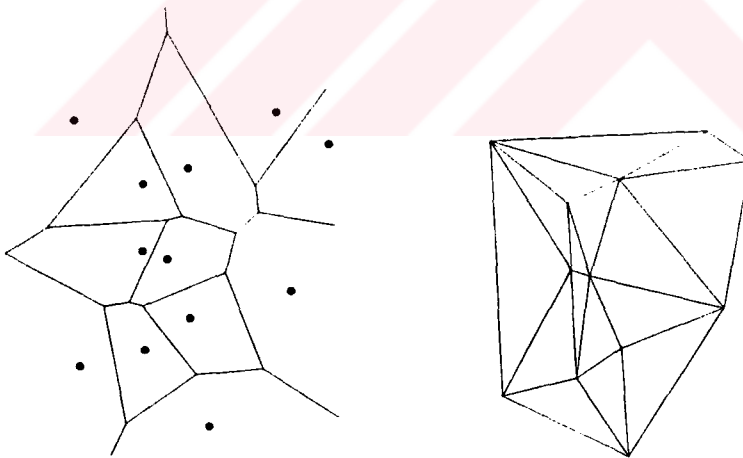
polynomial in such a way that the total surface is continuous and possibly smooth. Each local polynomial is either a full 16 term bicubic polynomial or a part of it. The first and second derivatives at the grid nodes and the heights of grid nodes are calculated using height of interpolation points in the grid. A 16 term bicubic polynomial is expressed as,

$$z = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{03}y^3 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{12}xy^2 + a_{13}xy^3 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2 + a_{23}x^2y^3 + a_{30}x^3 + a_{31}x^3y + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3$$

The coefficients of the polynomial are determined with the use of derivative and height values at the nodes of grid by least squares adjustment.

- **Interpolation in a rectangular grid**

Heights at the nodes of a rectangular grid may be obtained either by one of the interpolation method or by measuring directly. Every grid part is expressed as 16 term bicubic polynomial or a part of it. The local polynomials can be an 12 term bicubic polynomial, an 8 term biquadratic polynomial, an 4 term bilinear polynomial or two linear triangles. The parameters of each local polynomial must be computed from the given heights at the nodes of the its grid and any other provided values at the boundaries of the element. The other values can be heights of the middle of the grid lines or derivative values at the corner of grids calculated by using heights of grid nodes



The Voronoi Diagram and Delaunay Triangulation Of a Point Set

- **Interpolation in a net of triangles**

This method uses the reference points as the vertices of a net triangles that cover the interpolation area without overlapping. If the reference points have been measured in an irregular pattern, the triangles will have irregular shapes. There are various algorithms that can be used for triangulation. Some of these algorithms are Optimal, Greedy, and Delaunay triangulation. The optimal triangulation is defined to have a minimal sum of edge lengths. An apparently alternative approach to the optimal criterion is obtained by triangulating with the requirement that no edge should be included if there is a shorter edge that would properly intersect it. The Delaunay

triangulation assigns triangles in the data set by the criterion that no data lies inside the circumcircle of any other triangle. Delaunay triangles define nearest natural neighbors in the sense that the data points at the vertices are closer to their mutual circumcenter than is any other data point. Various methods can be applied for interpolation. Some of them are linear interpolation, curvilinear interpolation, interpolation with natural neighbor coordinates, least squares interpolation with normal vectors and least squares interpolation with use of minimum area.

The aim of the study are,

- To present interpolation methods used in D.T.M. together for digital terrain model users,
- To research accuracy of volume calculations used in D.T.M. and
- To determine effect of the grid size, number of cross section and diameter of critical circle on volume values

The applied methods for volume calculations can be classified in three groups,

1. Volume calculations with triangular prisms,
2. Volume calculations with rectangular prisms and
3. Volume calculations with cross sections

The applied interpolation methods as follows,

1. Volume calculation according to a reference plane
2. Volume calculations with linear interpolation in triangles
3. Volume calculations with multiquadric method
4. Volume calculations with weighted average
5. Volume calculations with least squares method (Gauss function)
6. Volume calculations with least squares method (Hirvonen function)
7. Volume calculations with moving surfaces
8. Volume calculations with 2. degree polynom
9. Volume calculations with weighted average using Delaunay neighbors
10. Volume calculations with cross sections

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Mühendislik yapılarının inşaatında, projede tasarlanan geometriye ulaşabilmek için arazinin gereken yerlerinin kazılması ya da doldurulması toprak işleri olarak adlandırılır. Açık maden işletmelerinde maden cevherine erişmek amacıyla yapılan kazı işleri de bu tanımın kapsamına girer. Toprak işinin karşılığı olarak yükleniciye ödenecek bedelin hesabında toprak işinin miktarı, kazılan (ya da doldurulan) malzemenin cinsi ve taşıma mesafeleri önemli rol oynar. Özellikle miktar konusunda işverenle yüklenicinin anlaşamadıkları ve sorunun, yıllarca süren davalara konu olduğu sıkça görülmektedir. Mahkemeleri ve tarafları uzun süre uğraştıran bu tatsız gerçeğin başlıca nedenleri;

- 1. Toprak işi öncesi ve sonrası arazi topoğrafyasının yeterli doğrulukla belirlenmemesi,*
- 2. Hacim hesaplarında uygulanan yöntemlerin yetersiz kalmasıdır.*

İnşaat şantiyelerinde ve açık maden işletmelerinde uzun yıllardan beri uygulanan başlıca hacim belirleme yöntemleri yüzey nivelmanı ve boy kesit - en kesit nivelmanıdır. Yüzey nivelmanında, toprak işi başlamadan önce arazi üzerinde kare gridler oluşturulur ve grid köşe noktalarının kotları geometrik ya da trigonometrik nivelman ile belirlenir.

Projede kesin geometri tasarımı varsa, toprak işi sonrası oluşacak yüzeyin kotları bu tasarımdan alınarak hacim hesabı yapılabilir. Açık maden işletmelerinde olduğu gibi kesin geometrinin tasarlanamadığı durumlarda, toprak işi bittikten sonra kare gridler arazide yeniden oluşturularak köşe noktalarının kotları ölçülür ve hacim hesaplanır.

Küçük alanlarda 5 metrelik grid kenar uzunlukları ile işlem yapmak mümkündür. Ancak alanın büyümesiyle arazi işi ve buna bağlı olarak yöntemin maliyeti arttığından

daha büyük kenar uzunlukları (10 m, 20 m, 25 m) ile çalışma zorunluluğu doğar. Bunun sonucunda grid köşe noktalarının, arazinin karakteristik noktalarını temsil etme olasılığı, dolayısıyla hesaplanan hacmin doğruluğu ve güvenilirliği hızla azalır. Yüzey nivelmanı yöntemi ancak, toprak işi öncesi ve sonrası yüzeylerinin topoğrafyası düzgün, küçük alanlarda yeterli olmaktadır.

Uzun yıllardan beri uygulanan ve günümüzde de geçerli olan hacim belirleme yöntemi boy kesit-en kesit nivelmanıdır. Bu yöntemde toprak işi başlamadan önce arazinin yaklaşık ortasından geçen bir eksen (boy kesit) doğrultusu ile eksene dik en kesit doğrultularının kesişme (eksen) noktalarının ve en kesit doğrultuları üzerindeki karakteristik noktaların kotları geometrik ya da trigonometrik nivelman ile belirlenir. Bu işlem, gerekiyorsa toprak işi bittikten sonra tekrarlanır. En kesitlerdeki kapalı alanlar ve bunlardan yararlanarak hacimler hesaplanır. Yöntemin başarısı en kesitlerin sıklığına bağlıdır. Ancak maliyet çok fazla yükseldiğinden gerekli sıklıkta en kesit çıkarılamamakta, dolayısıyla yöntemin doğruluğu ve güvenilirliği azalmaktadır (örneğin ulaştırma yapılarında genel olarak 20m en kesit aralığıyla işlem yapılmaktadır).

1980'li yıllardan sonra yaşanan teknolojik devrim, toprak hacmi hesabında klasik uygulamaların yetersizliklerini önemli ölçüde azaltma olanağını doğurmuştur. Elektronik takeometri ve son yıllarda uygulama alanına giren GPS (Global Positioning System) teknikleri kullanılarak yapılan ölçmelerle arazinin topoğrafik yapısı son derece hızlı, ekonomik ve güvenilir bir biçimde belirlenebilmektedir. Arazide oluşturulmuş gridlere ya da kesit doğrultularına gerek kalmaksızın, topoğrafyayı karakterize eden yeterli sıklıkta ve rastgele dağılmış detay noktalarının ölçülen üç boyutlu koordinatları bir kayıt ünitesinde depolanarak bilgisayar ortamına aktarılmakta ve bu ortamda Sayısal Arazi Modeli (SAM) yardımıyla (grid kenar uzunlukları, kesit aralıkları istendiği kadar küçük seçilerek), amaçlanan hacim değerlerine birkaç saat içinde ulaşmak mümkün olmaktadır. Klasik yöntemlerin kullanılması halinde aynı sonucun, haftalar hatta aylar sürececek bir ölçme ve hesap süreci sonunda elde edilebileceği açıktır.

İlk kez 1950'li yıllarda Prof. Miller tarafından başlatılan Sayısal Arazi Modeli çalışmaları, bilgisayar yazılım ve donanımlarının kısıtlı olması nedeniyle, başlangıçta boy ve en kesitlerin çizim ve hesap işleriyle sınırlı kalmıştır. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesine paralel olarak, Sayısal Arazi Modelinin temelini oluşturan çok sayıda enterpolasyon yöntemi geliştirilmiş ve farklı disiplinlerdeki uygulamalara yönelik paket programlar kullanıma sunulmuştur.

Bu çalışmanın ana konusu Sayısal Arazi Modelinden yararlanarak toprak hacimlerinin hesabıdır. Bu tür uygulamaların başarısı;

1. üç boyutlu koordinatları bilinen dayanak noktaları kümesinin nitelik ve niceliğine,
2. kullanılan enterpolasyon yönteminin uygunluğuna bağlıdır.

Bu iki parametrenin kapsam bakımından farklı iki araştırma konusu olduğu düşünülerek bu çalışmada yalnızca enterpolasyon yöntemlerinin hacim hesapları bakımından uygunluğu araştırılmıştır. Bilinen enterpolasyon yöntemleri ayrıntılı olarak açıklanmış ve yeni bir enterpolasyon yöntemi geliştirilmiştir (bak, Bölüm.3.8.7). Farklı enterpolasyon yöntemlerinden elde edilen hacim değerlerinin karşılaştırılmasında kesin kararlara varabilmek için, gerçek hacim değerlerinin bilinmesi zorunludur. Bu düşünceden hareketle gerçek hacim değeri bilinen bir yarım küre ve bir dik koni yüzeyi araştırmanın kapsamına alınmış, ayrıca gerçek hacim değerleri bilinmeyen beş farklı arazide de uygulama yapılmıştır. Ek olarak, grid kenar uzunluğu, en kesit aralığı, kritik daire yarıçapı gibi değişken parametrelerin en uygun değerleri de araştırılmıştır. Tüm araştırmalar rasgele dağılımlı dayanak noktaları kullanılarak yapılmıştır.

BÖLÜM 2

SAYISAL ARAZİ MODELİ (SAM) KAVRAMI

Gelişen teknoloji ve artan bilgisayar olanakları sayesinde, haritacılık alanında kullanılan donanımlar ve yazılımlar hızlı bir şekilde gelişmektedir. Otomatik çizim sistemleri, kartografik sayısallaştırıcılar, elektronik uzaklık ölçer ve elektronik takeometrelerin kullanıma girmesi, analitik ve yarı analitik değerlendirme aletleri, uydu görüntülerinin doğruluğunun artması, bilgisayarların, bellek ve hız ihtiyaçlarını çoğunlukla karşılar duruma gelmesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği alanında "Sayısal Arazi Modeli" olgusunun önemini arttırmaktadır.

2.1 Tanım ve Genel Esaslar

Sayısal Arazi Modeli (SAM) kavramı ilk olarak 1950'li yılların sonunda Massachusetts Teknoloji Enstitüsü (M.I.T.) fotogrametri laboratuvarında yapılan çalışmalar ışığında Prof. Miller ve asistanı Laflamme tarafından ortaya atılmıştır (Miller ve Laflamme, 1958). Yerli ve yabancı literatürde rastlanan bazı Sayısal Arazi Modeli tanımları aşağıda verilmiştir.

SAM, sürekli yeryüzünün, herhangi bir koordinat sisteminde (x,y,z) koordinatları bilinen çok sayıda seçilmiş nokta yardımıyla istatistiksel bir gösterimdir (Miller ve Laflamme, 1958). SAM, arazi karakteristiklerinin uzaysal dağılımını gösteren sıralı bir sayı dizisidir (Doyle,1978), (Collins ve Moon, 1981). SAM, arazi rölyefinin sayısal gösterimdir (Allam,1978). SAM, elektronik bilgi işlemlerinden yararlanarak arazinin sayısal gösterimdir (Güler, 1978). SAM, bilgisayarda yapılacak işlemlere esas olmak üzere yeryüzünün sayısal gösterimdir (Güler, 1985). SAM, yeryüzünün özelliklerinin ve görünümünün gösteriminde bir çözüm yöntemidir (Özer, 1989). Arazi yüzeyinin gösterimi için elektronik bilgi işlem sistemlerinden yararlanma gereğinin yanı sıra, arazi üzerinde düzenli ya da düzensiz şekilde dağılmış, koordinatları bilinen noktalara gerek vardır. Bu noktalar dayanak, referans ya da kontrol noktaları olarak adlandırılır.

Bir sayısal arazi modeli, dayanak noktalarının koordinatlarının yanı sıra uygun bir enterpolasyon yöntemi içeren bir bilgisayar yazılımına sahiptir. Bu yazılım, veri olarak aldığı dayanak nokta kot ve koordinatlarını kullanarak, istenen bir konumdaki yükseklik değerini enterpole eder. SAM, geniş anlamda sayısal yükseklik modeli ve sayısal durum modelini birlikte içerir. Dar anlamda ise sadece sayısal yükseklik modeli olarak algılanır.

Bir SAM'dan beklenecek özellikler şöyle sıralanabilir (Yanalak,1991):

- Olabildiğince az sayıda dayanak noktası ile araziyi temsil edebilmelidir.
- Arazi bilgileri verimli bir şekilde işlenmelidir.
- Arazi topografyasını yeterli bir yaklaşımla temsil etmelidir.
- Yazılımın çalışma süresi olurunca kısa olmalıdır.
- Gerekli olduğunda çok sayıdaki dayanak noktasını veri olarak kullanılabilmelidir.

2.2 Sayısal Arazi Modeli Verileri, Veri Kaynakları ve Veri Düzenleri

SAM için esas veriler dayanak noktalarının koordinatlarıdır. Bu koordinat listesine ek olarak arazinin yapılanma çizgilerini temsil eden doğru parçaları kullanılabilir. Ayrıca bu verilerin yanı sıra arazi parçasını çevreleyen kapalı bir şekil sınır verisi olarak kullanılabilir. Yapılanma çizgileri ve sınır çizgisi, özel olarak istenildiğinde dikkate alınır. Bu nedenle SAM verileri denildiğinde ilk akla gelen dayanak noktalarının koordinatları olmaktadır.

SAM verileri şu 4 kaynaktan elde edilebilir:

- Yersel ölçmeler
- Fotogrametrik ölçmeler
- Eşyüksekti eğrili altlıklar(haritalar)
- Uydu görüntüleri

Bu verilerin geometrik konumları, elde edildikleri kaynağa bağlı olarak 4 değişik şekilde olabilir:

- Düzenli grid köşelerinde (a tipi)
- Kesitler boyunca düzensiz olarak (b tipi)
- Eşyüksekti eğrileri boyunca (c tipi)
- Düzensiz (rastgele) dağılmış olarak (d tipi)

Yersel ölçmelerle elde edilen dayanak noktalarının geometrik konumları 3 farklı yersel ölçme yöntemine göre değişirler. Bu ölçme türleri, takeometrik ölçmeler,

mühendislik ölçmeleri ve yüzey nivelmanıdır. En çok rastlanan SAM verisi takeometrik ölçmelerle elde edilen dayanak noktalarıdır. Bu noktaların konumu düzensiz şekilde dağılır. Özel mühendislik ölçmelerinde veriler doğru parçaları veya eğriler boyunca yer alırlar (boy ve enkesitler, kurlar vb.). Yüzey nivelmanında ise düzenli grid köşeleri dayanak noktası olarak kullanılır.

Ortaya çıkışından bu yana SAM için kullanılan en önemli veri kaynağı hava fotoğraflarından elde edilen stereoskopik modeller olmuştur. Sayısal olmayan klasik fotogrametride ölçme markası, varolan modelin eşyüksekti eğrileri boyunca hareket ettirilir. Sonuçta c tipinde veri oluşur. Diğer bir uygulama, ölçme markasının araziye eşit aralıklı düşey kesitler boyunca taramasıdır. Aralıkların seçimine göre iki sonuç elde edilir. Nokta sınırlaması düzenli aralıklarla olursa tam dolu gridler oluşur (dikdörtgen veya kare). Kesit aralıkları ile aynı kesitteki noktalar arasındaki uzaklıklar eşit alarak kare gridler elde edilir (a tipi). Kesitler üzerinde, sadece eğim değişen noktalar alınırsa b tipinde veri yapısı oluşur. Paralel kesitler şeklinde tanımlanan ürünler genellikle ortofoto ürünleridir.

Elde var olan eşyüksekti eğrili haritalardan türetilen SAM verileri, ilke olarak, yukarıda sözü edilen formlardan herhangi biri şeklinde olabilir. Genellikle doğrudan eşyüksekti eğrileri sayısallaştırılır. Ayrıca eğrilerin paralel kesitlerle kesim noktaları sayısallaştırılabileceği gibi, altlık bir grid ağı ile kaplanıp grid köşe noktaları eğriler yardımıyla enterpole edilebilir. Teorik olarak, takeometrik ölçmelerde olduğu gibi, arazinin karakteristik noktalarında sayısallaştırma yapılarak rastgele dağılımlı dayanak nokta kümesi de elde edilebilir (Yoeli, 1983).

Günümüzde yeryüzeyi farklı kayıt sistemleri taşıyan uydular tarafından algılanmaktadır (LANDSAT çok spektrumlu tarayıcı (MSS), tematik haritalayıcı (TM), ve SPOT, KFA-1000 gibi). Fotogrametrik ölçülere benzer şekilde örtü alanlı stereo görüntüler elde edilebileceği gibi, tek tek görüntüler de değerlendirilebilir. Tek görüntü değerlendirilmesi durumunda yükseklik bilgisi başka kaynakların (yersel, fotogrametrik veya kartografik) desteği ile elde edilir. Görüntünün düşeye çevrilmesi için yer kontrol noktaları yardımıyla uygun dereceli polinomlar kullanılarak geometrik transformasyon yapılmaktadır. Fakat, uydu verilerinden büyük ölçeklerde topografik harita üretimine yönelik elde edilen sayısal arazi modellerinin yükseklik bilgisi doğruluğuna kritik gözle bakılmaktadır. Hatta literatürde SPOT verilerinden elde edilen nokta yüksekliği doğruluğunun $\pm 7m$ ve $\pm 10m$ arası olduğu belirtilmektedir. Bu nedenle uydu verilerinden elde edilen yükseklik bilgilerinin ancak 1:50000'den küçük ölçekli haritalar için uygun olduğu vurgulanmaktadır (Swann ve diğ. 1988, Akiyama

1992, Heipke ve Kornus 1993). 1995 yılından itibaren yeni algılayıcılar kullanılarak stereo verilerin iyileştirilmesine çalışılmaktadır(Albertz 1994). Uydu verilerinden sayısal arazi modeli (sayısal yükseklik modeli) elde edilmesi ayrı bir uzmanlık gerektirdiği için burada ayrıntılarına girilmeyecektir.

Fotogrametrik ürünlerden veri elde etmek için kullanılan yöntemler göz önüne alınırsa dayanak noktalarının seçiminde başlıca 4 yol vardır (Koyuncu,1981), (Ölçücüoğlu, 1989):

- Seçerek (selective)
- Uyum sağlayarak (adaptive)
- Geliştirerek (progressive)
- Karışım yöntemi (composit)

2.3 Modelleme Yöntemleri

"Dayanak noktalarını kullanarak, uygun enterpolasyon yöntemini içeren bir yazılım yardımıyla arazinin sayısal gösterimi" diye tanımlayabileceğimiz SAM kavramı iki farklı yöntemle oluşturulabilir (Petrie ve Kennie, 1987).

2.3.1 Grid (Raster) yöntemi

Bu yöntemde arazi yüzeyi kare veya dikdörtgen gridlere bölünür. Dayanak noktaları grid köşelerinde yer alabileceği gibi, rastgele konumda da bulunabilir. Grid köşe noktalarındaki yükseklik değerleri, kullanılacak bir enterpolasyon yöntemi ile belirlenir. Her bir grid, köşe noktalarındaki yükseklik değerleri ve gerekirse eğim değerlerine dayanan bir fonksiyon ile ifade edilir. Bu fonksiyon türünün neler olabileceği, çözümün nasıl yapılacağı Bölüm 3 de açıklanacaktır.

2.3.2 Üçgenleme yöntemi

Bu yöntemde, arazi yüzeyi üçgen yüzeylerinin toplamı şeklinde (Polihedron) ifade edilir. Rastgele veya düzgün şekilde dağılmış olan dayanak noktaları üçgenlerin köşe noktalarını oluşturur. Birbirleri üzerine binmeyen bu üçgenlerin her biri lineer veya lineer olmayan bir fonksiyonla ifade edilir. SAM için kullanılabilecek üçgenler ağının özellikleri ve farklı üçgenleme yöntemleri Bölüm 4 de ayrıntılı olarak yer alacaktır (Watson ve Philip, 1984b).

2.4 Uygulama Alanları

Sayısal arazi modelleri, arazi kullanımı gerektiren mühendislik ve mimarlık gibi bir çok disiplin için temel bir altlık oluşturur. Özellikle arazi ile yoğun ilişkileri olan jeodezi, jeofizik, jeoloji ve hidroloji disiplinleri, bu konuya yoğun ilgi göstermektedir. Kartografik çalışmalarda genellikle eşyüksekti eğrilerinin otomatik olarak çizilmesi amacıyla kullanılan SAM , mühendislik çalışmalarında geçki tasarımı, en ve boy kesit çizimleri, alan ve hacim hesaplamaları, arazinin perspektif görünümüleri amacıyla da kullanılmaktadır. Kavram, "arazi modellemesi" yerine "yüzey uydurma" şeklinde yorumlandığında uygulama alanı sanayi ve tıp alanına da taşmakta, gemi gövdelerinin veya 3 boyutlu cisimlerin bilgisayar ortamında tasarımı veya göz gibi bazı insan organlarının sayısal gösterimi de uygulama alanı içine girmektedir. Sadece sayısal yükseklik modeli olarak kısıtlanmadığı zaman, sayısal durum modelleri ve mülkiyet, coğrafya ve ziraat bilgileri eklenerek çeşitli bilgi sistemlerinin tasarımında sayısal altlığı oluşturmaktadır.

Hidrolojik amaçlarla, su toplama havzalarının ve su akış vektörlerinin belirlenmesinde, drenaj ve kanal ağlarının tasarımında altlık olarak kullanılmaktadır. Bu amaçları içeren algoritmalar geliştirilmiş ve yeni tiplerde sayısal arazi modelleri üretilmiştir (Douglas, 1987, Martz ve Garbrecht 1992, Jones ve diğ., 1990, Collins ve Moon, 1981, Collins, 1975). Jeomorfolojik amaçlı sayısal arazi modelleri oluşturularak arazinin eğim ve eğim bileşenleri yardımıyla arazi analizi yapılmaktadır(Franklin, 1987).

2.5 Kullanılmakta Olan Bazı SAM Yazılımları ve Özellikleri

Arazi modellemesi içeren yazılımlar, hizmet ettikleri disiplinlere bakılarak şu şekilde sınıflandırılabilir: a) Genel amaçlı paketler b) Jeofizik ve Jeolojik amaçlı paketler c) CAD tabanlı paketler d) İnşaat mühendisliğine yönelik paketler e) Ölçme ve haritalama amaçlı paketler. Burada jeodezi ve fotogrametri mühendisliğine yönelik olan yazılımlara yer verilecektir. Diğer amaçlı yazılımlar için fikir vermek amacıyla isimlerine değinilecektir.

Genel amaçlı paketler için şu örnekler verilebilir: Ghost, Surface II Graphics, Ginosurf, GPCP (General Purpose Contouring Package), SACM (Surface Approximation and Contouring Mapping), Surface II Graphics (Trend yüzeyi kullanarak), GPCP (Trend yüzeyi kullanarak).

Jeolojik ve Jeofizik amaçlı paketler için, Contour Plotting System (CPS), Unimap, Z-Map ve Interactive Surface Modelling (ISM) sayılabilir.

İnşaat mühendisliğine yönelik olarak, Computer- aided Highway Design (CAHD), British Integrated Program System (BIPS) ve Highway Optimization Program System (HOPS) yazılımları söylenebilir.

Harita üretimi amacıyla kullanılan bazı yazılımlar ve özellikleri şöyledir:

SCOP (Stuttgart Contour Program): Rastgele veya düzenli şekilde dağılmış dayanak noktalarını kullanarak istenilen büyüklükte bir grid ağınn oluşumuna ve eşyüksekti eğrilerinin çizimine olanak verir. Enterpolasyon işleminde en küçük kareler yöntemini kullanır. Eğim haritaları, perspektif görünüm, en ve boy kesit, tek tek nokta enterpolasyonu, hacim hesapları ve ortofoto için paralel profil üretimi gerçekleştirilebilir (Petrie ve Kennie, 1987).

HIFI (Height Interpolation by Finite Elements): Münih Teknik Üniversitesi tarafından geliştirilmiş, grid bazlı bir yazılımdır. Özellikle fotogrametrik kaynaklardan elde edilen grid verileriyle ilgilenmek üzere yazılmıştır. Rastlantısal olarak dağılmış dayanak noktalarını kullanıp grid köşe noktalarını da enterpole edebilmektedir. Program, bilineer veya bikübik parçalarla gridleri ifade etmektedir. Bilineer yaklaşım kullanıldığında arazinin yapılanma çizgileri modele dahil edilebilmektedir. Eşyüksekti eğrilerinin grid kenarlarını kestiği noktalar, kenar boyunca lineer olmayan bir enterpolasyonla belirlenir. Scop yazılımında olduğu gibi perspektif görünüm, ortofoto için sayısal profiller ve eşyüksekti eğrileri elde edilebilir. Yazılım Fortran dilinde gerçekleştirilmiştir (Petrie ve Kennie, 1987).

CIP (Contour Interpolation Program): Wild Firması tarafından geliştirilmiş bir yazılımdır. Fortran dilinde yazılmıştır. Rastgele dağılmış dayanak noktalarını kullanarak üçgenleme ile SAM üretir. Araziye ait yapılanma çizgileri bir üçgen kenarını oluşturur. Kullanılan üçgenleme, Bölüm 4 de açıklanacak olan DELAUNAY üçgenlemesidir. Her bir üçgen parça parça 10 terimli kübik polinomla ifade edilir. Her bir üçgen 16 alt üçgene ayrılır ve her bir alt üçgen bir düzlem olarak düşünülür. Böylelikle sonlu elemanlar anlamında arazi yüzeyi temsil edilmiş olur. Alt üçgenler eşyüksekti eğrilerinin doğru şekilde akışını sağlar. Eşyüksekti eğrilerinin genelleştirilmesi için 2. dereceden bir parabol yardımıyla filtreleme yapmak da mümkündür (Petrie ve Kennie, 1987).

MBB_DGM: Interactive Civil Engineering System (ICES)'in bir parçası olarak geliştirilmiştir. Arazi temsiliinde üçgenler ağını kullanmaktadır. Seçeneğe göre lineer veya kübik modeller kullanılır. Eşyüksekti eğrileri, profiller, perspektif görünüş ve hacim hesapları gibi farklı çıkış seçenekleri vardır (Petrie ve Kennie, 1987).

INTERGRAPH: Amerikan sistemlerini destekleyen Intergraph, çoğu interaktif sayısal harita üretim sisteminin bir parçası olan arazi modelleme paketleri geliştirmiştir. Bunlardan bir tanesi Terrain Edit System/Elevation Matrix Processing System (TES/EMPS)'dir. Bu sistem tüm dünyada kullanıma sunulmuş geniş kapsamlı bir yazılımdır. Dayanak noktaları rastgele, grid veya eşyüksekti eğrileri boyunca yer alabilir (Petrie ve Kennie, 1987).

2.6 Sayısal Arazi Modelinin Doğruluğunu Etkileyen Faktörler

Sayısal arazi modelinin doğruluğu hakkında bilgi edinmek için onu etkileyen faktörlerin neler olduğu iyi bir şekilde bilinmelidir. Doğruluğu etkileyen başlıca etkenler şunlardır.

- Dayanak noktalarının seçimi, dağılımı ve yoğunluğu
- Dayanak noktalarının ölçümü sırasında yapılan ölçme hataları
- Kullanılan enterpolasyon yönteminin doğruluğu
- Arazinin yapısı

Kuşkusuz doğruluğu en çok etkileyen faktör dayanak noktalarının seçimidir. Bütün model bu dayanak noktaları üzerine kurulacağına göre araziye iyi bir şekilde temsil etmeyen verilerin doğuracağı olumsuz etkiyi hiç bir enterpolasyon yöntemi gideremez. Örnekleme iyi olması durumunda lineer enterpolasyon gibi basit bir yöntemle bile iyi sonuç alınabilir. Konu optimizasyon problemlerinde olduğu gibi yorumlanırsa, iki durum söz konusudur. 1.Durumda, eldeki veriler belirlidir. Amaç bu verileri en uygun şekilde değerlendirip en doğru sonuca ulaşmaktır. 2. Durumda ise ulaşılacak istenen doğruluk belirlidir. Amaç bu doğruluğa ulaşmak için olması gereken sayıda, yoğunlukta ve dağılımda dayanak noktası seçmektir.

1.Durum genellikle klasik yersel ölçmelerde söz konusudur. Araziyi temsil etmek amacıyla seçilmesi zorunlu olan noktalar vardır. Bir tepenin en yüksek noktası, bir çukurun en alçak noktası, eğimin aniden değiştiği bir nokta, su toplama ve dağıtma çizgilerini belirleyen noktalar, bir vadi veya akarsu çizgisini belirleyen noktalar bunlardan bazılarıdır. Bu noktaların dayanak noktası olarak seçilmesi gerekir.

Beklenen doğruluğun az olması bu noktaların seçimini engellemez. Sadece nokta yoğunluğunu ve kullanılacak ölçme yöntemini etkileyebilir (klasik veya elektronik takeometri gibi).

2.Durum genellikle fotogrametrik kaynaklı düzenli konumdaki dayanak noktaları için geçerlidir. Grid SAM'lar için optimum grid aralığı (örnekleme aralığı) belirleme yoluna gidilebilir. Bu nedenle Sayısal Arazi Modellerinin doğruluğu üzerine yapılan çalışmaların çoğu fotogrametrik kaynaklıdır. Kontrol noktalarının dağılımı ve örnekleme aralığı (grid büyüklüğü) ile elde edilecek doğruluğu ilişkilendirmek amacıyla yapılmış çalışmaları içeren çeşitli yayımlar bulunmaktadır (Li, 1991, 1992, 1993, 1994, Balce 1987, Östman 1987, Robinson 1994).



BÖLÜM 3

ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ

Enterpolasyon, belirli bir konumdaki bilinmeyen fonksiyonel bağımlılık değerinin civar konumlardaki bilinen fonksiyonel bağımlılık değerlerinden yararlanarak belirlenmesi işlemidir. Jeodeziye daha yatkın bir tanımlama yapmak gerekirse, ölçme noktalarındaki ölçme büyüklükleri yardımıyla ölçme yapılmamış noktalardaki olası ölçme büyüklüklerinin kestirimidir.

Yukarıdaki tanımları biraz daha somutlaştırmak için şu tanımlamayı vermek uygun olacaktır: “enterpolasyon, n boyutlu P_i noktalarındaki m boyutlu vektörleri kullanarak n boyutlu P_k noktalarındaki m boyutlu vektörlerin bulunmasıdır” (Güler,1978). Bilinen P_i noktalarının oluşturduğu sisteme “dayanak uzayı”, P_i noktalarına ise “dayanak noktası” adı verilir. Tanımlama, sayısal arazi modellerinin kapsamına giren sayısal yükseklik modelleri için yorumlandığında n boyutunun 2, m boyutunun 1 olduğu görülebilir. Dayanak uzayı, (x_i, y_i) düzlem dik koordinatları bilinen P_i noktalarını içerir. Bu noktalardaki bilinen z_i yükseklikleri kullanılarak (x_k, y_k) düzlem dik koordinatları bilinen P_k noktalarındaki olası z_k yükseklikleri belirlenir. Bu şekliyle uygulanan enterpolasyon aslında bir yüzey uydurma problemidir. Dayanak noktalarını gereğince temsil eden bir yüzeyin belirlenmesi, enterpolasyon büyüklüklerinin hesaplanabilmesi anlamına gelir. Konum koordinatları bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasındaki kestirim değeri, yüzeyin o noktadaki yükseklik değerine eşit olur. Yüzeyin belirlenmesinde kullanılacak yaklaşımlara bağlı olarak değişik enterpolasyon yöntemleri türetilmiştir. Bu bölümde söz konusu yaklaşımlara ayrıntılı olarak yer verilecek ve matematik esasları sunulacaktır.

Sayısal arazi modeli kapsamında düşünülebilecek bir başka enterpolasyon türü aynı yüksekliğe sahip noktaları temsil edecek eğrilerin belirlenmesi işlemidir. Bir poligon dizisini anımsatacak şekilde uzanıp giden aynı kotlu noktalar kümesine eğri uydurmak, eşyüksekti eğrili çıkışların veya gösterimlerin gerekli olduğu çalışmalarda önem kazanmaktadır. Eşyüksekti eğrili planların çizilmesine yönelik olan

yazılımlarda eğri uydurma teknikleri kullanılmaktadır. Yükseklik, alan ve hacim gibi sadece sayısal sonuçlar elde etmeye yönelik yazılımlarda bu yöntemlere gerek kalmamaktadır. Bu çalışma yalnızca hacim hesaplamalarına yönelik olduğundan bu bölüm içerisinde sadece yüzey uydurma tekniklerine yer verilmiştir.

Sayısal arazi modellerinde kullanılan enterpolasyon yöntemleri 3 temel başlık altında toplanabilir. Bu yaklaşımlar;

1. Araziyi bütün olarak tek bir fonksiyon ile enterpole etmek,
2. Alt kümeler tanımlayıp araziyi parça parça enterpole etmek,
3. Nokta nokta enterpole etmek,

şeklinde ifade edilebilir(Güler, 1978).

Kullanılabilecek enterpolasyon yöntemlerini bu 3 temel grup içinde sınıflandırmak mümkündür. Ayrıca, seçilmiş olan alt kümenin özelliğine göre, üçgenler ağında enterpolasyon, dikdörtgen bir grid ağında enterpolasyon veya komşuluk bazlı enterpolasyon gibi ayrımlar yapmak da düşünülebilir. Noktasal olarak yapılan enterpolasyon işlemlerinde bir ağırlık modeli seçilip ağırlıklı ortalama yöntemi kullanılabilir. Kurulacak ağırlık modeli, noktalar arasındaki yatay uzaklığa bağımlı olabileceği gibi belirli bir sistemdeki lokal koordinatlara da bağımlı olabilir. Schut'un (1976) enterpolasyon yöntemleri için yapmış olduğu sınıflandırma şu şekildedir:

- Kayan yüzeyler yöntemi
- Yüzeylerin toplamı
- Sürekli parça parça polinomlar
- Dikdörtgen bir gridde enterpolasyon
- Üçgenler ağında enterpolasyon
- Çizgisel bir SAM'da enterpolasyon

Leberl(1973) düzenli bir grid ağında yer alan dayanak noktaları için uyguladığı yöntemleri şu başlıklar altında ele almıştır:

- Ağırlıklı ortalama
- Kayan yüzeyler
- Lineer prediksiyon
- Minimum büyüklükteki polinom parçaları
- Bilineer polinom

- Lineer enterpolasyonun iki versiyonu

Watson(1992)'de, üç boyutlu verilerin analiz ve görüntülenmesini içeren, yer bilimlerine yönelik olarak kullanılabilecek yüzey modelleme yöntemleri ele alınmakta, enterpolasyon yöntemleri genel olarak iki başlık altında düşünülmektedir. 1. başlık fonksiyon uydurma enterpolasyonunu, 2. başlık ise ağırlıklı ortalama enterpolasyonunu içermektedir. Fonksiyon(yüzey) uydurma enterpolasyonu ile oluşturulan yüzey, dayanak noktalarında bilinen yükseklikler ile çakışabileceği gibi farklılıklar da gösterebilir. Farklılıklar oluşması durumunda yüzeyin veri ile çakışmadığı ve veriye yaklaşım sağladığı (approximation) söylenir. Veri noktalarındaki yükseklik değerini yakalamayan yüzeylere yaklaşım yüzeyleri adı verilir. Bilinen yükseklik değerlerini yakalayan yüzeylerin ise veriyle çakışık olduğu söylenir. Jeodezik amaçlı çalışmalarda ölçme değerinin korunması önemli bir olgudur. Bu nedenle yaklaşım yüzeyleri, diğer yer bilimlerinde daha fazla kullanılmaktadır. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon ifadesi noktasal enterpolasyonları içermektedir. Enterpolasyon noktasını içine alan belirli bir alandaki dayanak noktaları kullanılarak, seçilen bir ağırlık modeli yardımıyla noktanın yüksekliği enterpole edilir. Kullanılacak olan alanın şekli (daire, dikdörtgen, üçgen) ve büyüklüğü yanında seçilebilecek farklı ağırlık modelleri de göz önüne alındığında enterpolasyon yöntemlerinin ne kadar çeşitleneceği görülebilir.

Watson(1992) bilgisayarla yapılacak yüzey modelleme çalışmalarında kullanılabilecek enterpolasyon yöntemlerini 5 ana başlık altında ele almıştır:

- Uzunluğa bağlı yöntemler
- Uygun fonksiyon (fonksiyon uydurma) yöntemleri
- Üçgenlere dayanan yöntemler
- Dikdörtgenlere dayanan yöntemler
- Komşuluğa dayanan yöntemler

Genel bir çerçeve çizmesi açısından, yapılmış olan bazı farklı sınıflandırmaların verilmesi uygun görülmüştür. Ancak bu çalışmanın kapsamında, kesin bir sınıflandırma yapmaksızın, önemli enterpolasyon yöntemleri sırayla birer başlık altında ele alınacaktır.

3.1 Ağırlıklı Aritmetik Ortalamayla Enterpolasyon

Bu yöntemde enterpolasyon noktasının yüksekliği, çevresinde bulunan dayanak noktalarının yüksekliklerinden ağırlıklı olarak hesaplanır. Her bir dayanak noktasının

yüksekliğine verilecek olan ağırlık değeri o noktanın enterpolasyon noktasına olan uzaklığın bir fonksiyonudur. Bir enterpolasyon noktasının yüksekliği,

$$z_0 = \sum_{i=1}^m p_i * z_i / \sum_{i=1}^m p_i \quad (3.1)$$

eşitliği ile bulunur. Açıkça yazmak gerekirse,

$$z_0 = (p_1 * z_1 + p_2 * z_2 + \dots + p_m * z_m) / (p_1 + p_2 + \dots + p_m) \quad (3.2)$$

olur. Matris gösterimiyle,

$$z_0 = \underline{p}^T \underline{z} / \underline{p}^T \underline{I} \quad (3.3)$$

yazılabilir. Burada,

$$\underline{p}^T = (p_1, p_2, \dots, p_m) \quad (3.4)$$

ağırlık vektörünü, $\underline{I}$ birim vektörü, $\underline{z}$ ise dayanak noktalarının yükseklik vektörünü gösterir. Ağırlık fonksiyonu olarak, (x_i, y_i) herhangi bir dayanak noktasının, (x_0, y_0) yüksekliği belirlenecek enterpolasyon noktasının konum koordinatları olduğuna göre;

$$p_i = \left[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \right]^{-k} = (s_i^2)^{-k}, \quad i=1,2,\dots,m \quad 2k=1,2,3 \quad (3.5)$$

eşitliği kullanılabileceği gibi,

$$p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}, \quad i=1,2,\dots,m \quad k=3,4,5 \quad (3.6)$$

şeklindeki Gauss fonksiyonu da kullanılabilir (Güler, 1978).

Dayanak noktası sayısı arttıkça, her bir enterpolasyon noktası için yapılacak işlem sayısı artacaktır. Bu kadar yüklü işlemten kaçınmak için, her bir enterpolasyon noktasının yüksekliği, o noktanın çevresinde çizilen kritik daire içinde kalan dayanak nokta yüksekliklerinden hesaplanır. Daire yerine bir kare veya dikdörtgen kullanmak da mümkündür. Daire dışında kalan dayanak noktaları hesaba katılmaz. Bu nedenle önem kazanan kritik daire büyüklüğü, yöntemin uygulanacağı araziye göre farklı büyüklüklerde seçilebilir.

3.2 Polinomlarla Enterpolasyon

Bu yöntemin ana fikri arazi yüzeyini tek bir fonksiyonla ifade etmektir. x , y , z koordinatları ile bilinen dayanak noktalarının oluşturduğu arazi yüzeyinin, n 'inci dereceden bir polinomla matematiksel ifadesi,

$$z(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^{k-i} a_{ij} x^i y^j \quad (3.7)$$

şeklindedir. Burada,

a_{ij} : Polinomun bilinmeyen katsayılarını

n : Yüzeyin derecesini

i, j : (x, y) koordinatlarının üssü olan pozitif tamsayıları göstermektedir (Erkanlı, 1986).

Yüzeyin derecesi seçime bağlı olmasa rağmen, SAM uygulamalarında genellikle 2.ve 3. derece polinomlar kullanılır. Yüzeyin derecesi arttıkça gereksinim duyulan dayanak nokta sayısı da artmaktadır. Bu da dayanak noktalarının yeterli sayıda olmaması durumunda büyük hatalara neden olur. İlk bakışta, polinom derecesinin artmasıyla SAM dan elde edilecek doğruluğun artacağı sanısına rağmen bu doğru değildir. Derecenin artmasıyla yüzeyde gereksiz salınımlar oluşur. Yüzeyde oluşan ani inip çıkmalar arazi yüzeyinde gerçeğe uygun olmayan yükseklik değişimlerine neden olur. (3.7) formülünde $n=2$ alındığında k sırasıyla 0,1,ve 2 değerlerini alır. k değerine karşılık i, j çiftinin alabileceği değerler ,

$$k=0 \Rightarrow (i=0, j=0)$$

$$k=1 \Rightarrow (i=0, j=1) (i=1, j=0)$$

$$k=2 \Rightarrow (i=2, j=0) (i=1, j=1) (i=0, j=2) \text{ ve}$$

2. derece polinomun açık matematiksel ifadesi,

$$z(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 \quad (3.8)$$

olur.

Görüldüğü gibi 2. derece polinomun belirlenmesi için 6 katsayının bilinmesi gerekmektedir. (x, y, z) koordinatları bilinen 6 dayanak noktası ile bu problem çözülebilir. Diğer bir deyişle 6 dayanak noktalı bir arazi 2. derece bir yüzeyle tam olarak ifade edilebilir. Oluşturulacak yüzey dayanak noktalarından geçecektir. 6 dan fazla dayanak noktası olması durumunda, çözüm için yeterli olandan fazla denklem

oluşacağı için katsayılar dengelemeyle bulunur. Bu durumda yüzey dayanak noktalarından geçmez.

m, dayanak noktası sayısını göstermek üzere, 2. derece polinomun düzeltme denklemleri; $L=1,2,\dots,m$ için

$$\Delta z_L = a_{00} + a_{01}y_L + a_{10}x_L + a_{20}x_L^2 + a_{11}x_Ly_L + a_{02}y_L^2 - z_L \quad (3.9)$$

olur.

$$\sum_{L=1}^m \Delta z_L^2 = \min. \quad (3.10)$$

koşulundan yararlanarak dengelenmiş yüzeyin katsayıları belirlenir. Düzeltme denklemlerinin sayısı çoğu kez elle düzenlenemeyecek kadar fazla olabilir. Lineer denklem takımlarının çözümü ve bilgisayar belleğinden yer kazancı için uygun yöntemler kullanılmalıdır (Öztaş, 1981, 1983, 1986). n. derece bir polinom kullanılması durumunda polinomdaki katsayıların (bilinmeyenlerin) sayısı artar. Yapılacak işlem sırasında bir değişiklik olmaz. Oluşturulacak düzeltme denklemleri genel olarak,

$$\Delta z_L = z(x_L, y_L) - z_L \quad L=1,2,\dots,m \quad (3.11)$$

şeklinde dir. (3.10) koşulundan yola çıkılarak kurulan normal denklem takımının çözümü, bilinmeyenleri (katsayıları) verir. Yüksekliği istenen bir noktanın (x_0, y_0) koordinatları polinomda yerine konulduğunda o noktanın z_0 yüksekliği bulunabilir. Bu noktalar genellikle düzenli şekilde oluşturulmuş kare grid köşeleridir. Grid kenarları boyunca yapılacak lineer enterpolasyonla tam sayı yükselteli noktaların konumları da belirlenebilir.

3.3 Multikuadrik Enterpolasyon

Bu enterpolasyon yönteminin amacı dayanak noktalarının tümünü aynı anda kullanarak araziye tek bir fonksiyonla ifade etmektir. Yöntemin uygulanmasında öncelikle, m sayıdaki dayanak noktası kullanılarak bir trend yüzeyi geçirilir. Bu yüzey için polinom, harmonik seri veya trigonometrik fonksiyonlar kullanılabilir. Şimdiye kadar yapılan uygulamalar 1. veya 2. dereceden bir polinomun yeterli olduğunu göstermiştir (Leberl, 1973).

Trend yüzeyi olarak n. dereceden bir polinom kararlaştırılması durumunda, Bölüm 3.2 de açıklandığı şekilde $z(x_j, y_j)$ polinomunun katsayıları ve dayanak noktalarındaki Δz_j artık yükseklik değerleri (düzeltmeler) hesaplanır (polinom katsayılarının sayısı dayanak noktalarının sayısından az olmalıdır),

$$\Delta z_j = z_j - z(x_j, y_j) \quad j=1,2,\dots,m \quad (3.12)$$

$$\sum_{j=1}^m C_j [\mathcal{Q}(x_j, y_j, x, y)] = \Delta z \quad (3.13)$$

genel ifadesi ile verilen multikuadrik yüzey, m sayıda aynı türden Q yüzeyinin toplamından oluşur. C_j katsayıları her bir Q yüzeyinin eğimini ve işaretini belirler ve Δz_j artık yükseklik değerleri yardımıyla hesaplanır. Literatürde, her bir Q yüzeyinin simetri eksenini bir dayanak noktasından geçecek şekilde aşağıdaki multikuadrik yüzeyler önerilmiştir(Hardy 1971):

- İki yapraklı dairesel hiperboloid serilerinin toplamı (k, sabit bir katsayıdır)

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + k]^{1/2} = \Delta z \quad (3.14)$$

- Dairesel paraboloid serilerinin toplamı,

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + k] = \Delta z \quad (3.15)$$

- Dairesel dik konilerin toplamı,

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2]^{1/2} = \Delta z \quad (3.16)$$

C_j katsayılarının belirlenmesinde, dayanak noktalarının bilinen $(x_j, y_j, \Delta z_j)$ değerlerinden yararlanılır. Multikuadrik yüzey olarak dairesel dik konilerin seçildiği kabulü ve herhangi iki dayanak noktası için,

$$[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} = a_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.17)$$

kısaltması ile (3.16) eşitliği,

$$\sum_{j=1}^m C_j a_{ij} = \Delta z_i \quad i=1,2,\dots,m \quad (3.18)$$

şeklini alır. (3.18) bağıntısından,

$$\begin{aligned}
 C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + C_3 a_{13} + \dots + C_m a_{1m} &= \Delta z_1 \\
 C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + C_3 a_{23} + \dots + C_m a_{2m} &= \Delta z_2 \\
 C_1 a_{31} + C_2 a_{32} + C_3 a_{33} + \dots + C_m a_{3m} &= \Delta z_3 \\
 \vdots & \\
 C_1 a_{m1} + C_2 a_{m2} + C_3 a_{m3} + \dots + C_m a_{mm} &= \Delta z_m
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

denklem sistemi elde edilir. Matris gösterimi ile,

$$\underline{A} \cdot \underline{c} = \underline{\Delta z} \tag{3.20}$$

yazılabilir.

Burada $\underline{A}(m \times m)$ lik katsayılar matrisini, $\underline{c}(m \times 1)$ lik bilinmeyenler matrisini ve $\underline{\Delta z}(m \times 1)$ lik artık yükseklik matrisini göstermektedir. Bilinmeyen C_j katsayıları ,

$$\underline{c} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{\Delta z} \tag{3.21}$$

şeklinde belirlenir. $\underline{A}$ matrisinin simetrik ve köşegen elemanlarının 0 olduğu göz önüne alınırsa işlemler daha kolaylaşacaktır. C_j katsayılarının belirlenmesi ile multikvadrik yüzey oluşmuş demektir. (x_0, y_0) koordinatları bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasının yüksekliği,

$$z_0 = z(x_0, y_0) + \Delta z_0 = z(x_0, y_0) + \sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2]^{1/2} \tag{3.22}$$

eşitliği ile hesaplanır. Dayanak nokta sayısı arttıkça yöntemin hesap yükü artar. Bu yük özellikle C_j katsayıları belirlenirken alınacak invers işleminden kaynaklanmaktadır. Yöntem hakkında temel kaynak olarak Hardy (1971, 1972, 1975 ve 1990) verilebilir.

3.4 Kayan Yüzey Yardımıyla Enterpolasyon

Enterpolasyon işleminin nokta nokta yapıldığı bu yöntemde, her bir enterpolasyon noktası için bir yüzey hesabı gerekir. İstenilen enterpolasyon noktasının yüksekliği, çevresinde bulunan dayanak noktalarından hesaplanan bir yüzeyden elde edilir.

Konum ve şekli noktadan noktaya değişen bu yüzeyler kayan yüzeyler olarak adlandırılır. Yöntemin ilk geliştirildiği yıllarda yüzey olarak bir yatay düzlem kullanılmış ve bu düzlemin yüksekliği olarak en yakın dayanak noktasının yüksekliği alınmıştır. Bu yaklaşım arazinin süreksiz olmasına ve farklı yükseklikteki bir çok yatay düzlemden oluşmasına neden olmuştur. Daha sonra bu kaba yaklaşımı biraz da olsa azaltmak için yatay düzlemin yüksekliği olarak, enterpolasyon noktasını çevreleyen dayanak noktalarının yüksekliklerinin ortalaması alınmıştır. Günümüzde ise, (3.7) bağıntısı ile genel olarak ifade edilen polinomlar kullanılmakta ve 1., 2., veya 3. dereceden polinomlar yeterli bulunmaktadır (Schut 1976, Leberl, 1973, Wolf 1981).

Herhangi bir enterpolasyon noktasının yüksekliğinin hesaplanabilmesi için, öncelikle, bu noktanın yakın çevresinde bulunan dayanak noktaları yardımıyla, söz konusu noktaya ait yüzeyin belirlenmesi (a_y katsayılarının hesabı) gereklidir. Enterpolasyon noktasının yakın çevresi iki şekilde tanımlanabilir:

- Tüm yüzey yakın çevre olarak kabul edilir. Bu durumda dayanak noktalarının tümü ile hesap yapılır.
- Seçilen bir kritik daire yarıçapı ile, enterpolasyon noktası merkez olmak üzere çizilen kritik dairenin içi yakın çevre olarak tanımlanır ve yalnızca bu daire içindeki dayanak noktaları dikkate alınır. Daire yerine kritik kare veya dikdörtgen ile de işlem yapılabilir. Ancak dayanak noktaları sayısı bilinmeyenlerin (a_y katsayılarının) sayısından fazla olmalıdır. Bu durumda a_y katsayıları dengeleme hesabıyla bulunur.

Dayanak nokta yüksekliklerine, enterpolasyon noktasından uzaklığa bağlı olarak ağırlıklar verilir ve

$$\underline{\Delta z}^T \cdot P \cdot \underline{\Delta z} = \min \quad (3.23)$$

koşulundan hareketle,

$$\underline{a} = (\underline{A}^T P \underline{A})^{-1} \underline{A}^T P \underline{l} \quad (3.24)$$

çözümüne ulaşılır. (3.24) eşitliğinde,

$\underline{A}$: dayanak noktası koordinatlarını içeren katsayılar matrisi,

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$\underline{a}$: yüzeyin katsayılarını içeren bilinmeyenler vektörü,

$$\underline{a} = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{10} \\ a_{01} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$\underline{l}$: dayanak noktası yüksekliklerini içeren mutlak terimler vektörü,

$$\underline{l} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdot \\ z_m \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$\underline{P}$: $(m \times m)$ boyutlu köşegen matristir.

Günümüze kadar çok çeşitli ağırlık fonksiyonları önerilmiştir (Schut 1976).

AĞIRLIK MODELLERİ:

1. $P = (1 - r^2) / r^2$
2. $P = 1 / r^k$ $k=1,2,3$ veya 4
3. $P = 1 - 0.9r^2$
4. $P = (1 - r)^3 (1 - r^2)^3 / r^k$ $k=1$ veya 2
5. $P = e^{(-k^2)}$ $k=14$ veya 20
6. $P = 1 - 2r^2$ $(r < 0.5)$
 $P = 2(1 - r)^2$ $(r \geq 0.5)$
7. $P = e^{-s^2 / k^2}$ (Gauss fonksiyonu) $k=3, 4$ veya 5

Bu formüllerde

r : Entropolasyon noktasıyla dayanak noktası arasındaki uzaklığın, entropolasyon noktası ile dayanak noktası arasında olabilecek maksimum uzaklığa (örneğin kritik daire yarıçapı) oranı,

s : dayanak noktası ile entropolasyon noktası arasındaki uzaklık,

k : uygulamalardan elde edilmiş katsayılardır.

enterpolasyon noktasına ait $\overline{\Delta z}_0$ artık yükseklik değerinin, dayanak noktalarına ait Δz artık yükseklik değerlerinin lineer bir fonksiyonu olduğu varsayılır (Krauss ve Mikhail 1972, Demirel 1977, Leberl 1973). Bu varsayımdan hareketle,

$$\overline{\Delta z}_0 = a_1 \cdot \Delta z_1 + a_2 \cdot \Delta z_2 + \dots + a_m \cdot \Delta z_m \quad \text{veya} \quad \overline{\Delta z}_0 = \underline{a}^T \cdot \underline{\Delta z} \quad (3.43)$$

yazılabilir.

Şekil (3.1) e göre, $\overline{\Delta z}_0$ nin, gerçek değeri olan Δz_0 dan sapması için (3.43) eşitliği dikkate alınarak,

$$V_0 = \Delta z_0 - \overline{\Delta z}_0 = \Delta z_0 - \underline{a}^T \cdot \underline{\Delta z} = \begin{bmatrix} 1 & -\underline{a}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta z_0 \\ \underline{\Delta z} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

yazılabilir. (3.44) eşitliğine hata artma yasası uygulanırsa,

$$\sigma_{V_0}^2 = \begin{bmatrix} 1 & -\underline{a}^T \end{bmatrix} \cdot \underline{C} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{a} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

elde edilir. (3.45) de,

$\sigma_{V_0}^2$: Δz_0 yerine $\overline{\Delta z}_0$ n tahmininden doğan varyans,

$\underline{C}$: $\begin{bmatrix} \Delta z_0 & \underline{\Delta z}^T \end{bmatrix}^T$ vektörünün kovaryans matrisidir.

$\underline{C}$ kovaryans matrisi daha açık olarak ,

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta z_0}^2 & \underline{q}^T \\ \underline{q} & \underline{Q}^T \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

şeklinde ifade edilebilir (Krauss ve Mikhail 1972).

(3.46)'da

$\sigma_{\Delta z_0}^2$: dayanak noktalara ait Δz değerlerindeki korelasyonlu hataların doğurduğu varyans,

$\underline{q}$: Δz_0 ile $\underline{\Delta z}$ vektörünün elemanları arasındaki korelasyonu gösteren $(m \times 1)$ elemanlı kovaryans vektörü,

$\underline{Q}$: $\underline{\Delta z}$ vektörünün kendi elemanları arasındaki otokorelasyonu ifade eden $(m \times m)$ elemanlı kovaryans matrisidir. (3.46) eşitliği (3.45)'de yerine konulursa,

$$\sigma_{V_0}^2 = \sigma_{\Delta z_0}^2 - 2 \cdot \underline{a}^T \underline{q} + \underline{a}^T \underline{Q}^T \underline{a} \quad (3.47)$$

olur

Yüzey toplamlarıyla enterpolasyon yönteminin amacı, $\sigma_{\nu_0}^2$ varyansını minimum yapan $\underline{a}$ katsayılar vektörünün (bak, (3.43)) belirlenmesidir. Bunun için (3.47)'nin $\underline{a}$ 'ya göre türevi sıfıra eşitlenmelidir ($\underline{Q}$ matrisinin simetrik olduğu varsayılmıştır).

$$\underline{Q}\underline{a} - \underline{q} = 0 \quad (3.48)$$

Aranan çözüm, (3.48)'den,

$$\underline{a} = \underline{Q}^{-1} \underline{q} \quad (3.49)$$

şeklinde elde edilir. (3.49), (3.43)'de yerine konarak,

$$\overline{\Delta z}_0 = \underline{q}^T \underline{Q}^{-1} \underline{\Delta z} \quad (3.50)$$

enterpolasyon noktasına ait artık yükseklik değeri ve trend yüzeyi dikkate alınarak,

$$z_0 = z(x_0, y_0) + \overline{\Delta z}_0 \quad (3.51)$$

$$z_0 = z(x_0, y_0) + \underline{q}^T \underline{Q}^{-1} \underline{\Delta z} \quad (3.52)$$

enterpolasyon noktasının yüksekliği hesaplanabilir. (3.50) bağıntısının kullanılabilmesi için $\underline{q}$ ve $\underline{Q}$ nun belirlenmesi gerekir. Bunun için, Δz artık yükseklik değerlerinin stokastik büyüklükler olduğu, *ergodik*¹ özellik taşıdığı ve Δz değerlerine ait kovaryansların, noktalar arasındaki s uzaklığına bağlı olduğu varsayılır (Krauss ve Mikhail 1972) ve

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} 1 & w(s_{12}) & w(s_{13}) & \cdots & w(s_{1m}) \\ w(s_{21}) & 1 & w(s_{23}) & \cdots & w(s_{2m}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ w(s_{m1}) & w(s_{m2}) & w(s_{m3}) & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

¹ Ergodiklik özelliği, bir alan içinde, bir noktadaki tekrarlı büyüklükler yerine diğer noktadaki büyüklüklerin kullanılmasına izin verir.

$$\underline{q}^T = [w(s_1) \quad w(s_2) \quad w(s_3) \quad \cdots \quad w(s_m)] \quad (3.54)$$

yazılabilir.

(3.53)'deki s_{ij} değerleri i. ve j. dayanak noktaları arasındaki uzaklıklar, (3.54)'deki s_i değerleri ise enterpolasyon noktası ile dayanak noktaları arasındaki uzaklıklardır. $\underline{Q}$ matrisinin $w(s_{ij})$ ve $\underline{q}$ vektörünün $w(s_i)$ elemanları, dayanak noktalara ait Δz artık yükseklik değerlerinden deneysel olarak, ya da bilinen kovaryans fonksiyonları kullanılarak türetilir (Krauss ve Mikhail 1972). Deneysel türetmede dayanak nokta sayısının sonsuza gitmesi ($m \rightarrow \infty$) öngörüldüğünden, bu araştırmada ikinci yol seçilmiş ve kovaryans fonksiyonu olarak Hirvonen Fonksiyonu,

$$w(s) = (1 + s^2 / k^2)^{-1} \quad k=3, 4, 5 \quad (3.55)$$

ve Gauss Foksiyonu,

$$w(s) = e^{-s^2 / k^2} \quad k=3, 4, 5 \quad (3.56)$$

kullanılmıştır. Her iki fonksiyon, (3.48) dekleminin elde edilmesindeki varsayımı ($\underline{Q}$ matrisinin simetrik olması şartını) sağlamaktadır. Belirli bir veri kümesi için yapılan uygulamada $\underline{Q}$ matrisi bir kez oluşturulurken, her bir enterpolasyon noktası için ayrı bir $\underline{q}$ vektörünün hesabı gerekmektedir. Yöntemin başarısı, dayanak noktalara ait Δz değerlerindeki fonksiyonel (bir fonksiyonla ifade edilebilen, sistematik eğimli) bileşenin olabildiğince yok edilmesine bağlıdır. Bu nedenle, verilerin yapısına uygun bir trend yüzeyinin seçimi son derece önemlidir.

3.6 Sürekli Parça Parça Polinomlarla Enterpolasyon

Bu yöntem, dayanak noktalarının arazi yüzeyi üstünde düzensiz dağılmış olduğu durumlarda uygulanır. Yöntemin uygulanmasında üç aşama vardır (Schut, 1976):

1. Arazi yüzeyinin düzenli gridlere bölünmesi,
2. Grid köşe noktalarında gerekli büyüklüklerin hesabı,
3. Birleşme yerlerinde sürekliliğin sağlanması koşulu ile, her bir grid yüzeyinin, ayrı ayrı matematiksel fonksiyonlarla ifadesi

Birinci aşamada arazi yüzeyi, düzenli kare veya dikdörtgen gridlere bölünerek grid köşe noktalarının (x_g, y_g) konum koordinatları belirlenir. Kare veya dikdörtgen kenar uzunlukları, arazinin yapısına göre uygun şekilde seçilir.

İkinci aşama, grid köşe noktalarında gerekli büyüklüklerin hesabını kapsar. Bu büyüklükler grid köşelerine ait z_g yükseklikleri ile bu noktalardaki z_x, z_y, z_{xy} eğim (türev) değerleridir. Sürekliliğin sağlanabilmesi için bu eğim değerlerine gerek vardır. Bir grid köşesinin koordinatları (x_g, y_g, z_g) , bu grid köşesindeki eğim değerleri (z_x, z_y, z_{xy}) ve dayanak noktalarının bilinen koordinatları (x_i, y_i, z_i) olduğuna göre, herhangi bir dayanak noktası için, içine düştüğü gridin bir köşesi dikkate alınarak aşağıdaki düzeltme denklemi yazılabilir (Güler, 1978):

$$z_i + v_i = z_g + z_x(x_i - x_g) + z_y(y_i - y_g) + z_{xy}(x_i - x_g)(y_i - y_g) \quad (3.57)$$

Diğer grid köşelerine göre de benzer düzeltme denklemleri yazılırsa, bir dayanak noktaya ait 4 düzeltme denklemi elde edilir. Toplam m sayıda dayanak noktası için yazılan 4 m adet düzeltme dekleminin $\underline{v}^T \cdot \underline{v} = \min$ ilkesiyle çözümü, grid köşe noktalarına ait z_g, z_x, z_y, z_{xy} bilinmeyenlerini verir. (3.57) düzeltme denklemlerindeki z_i yüksekliklerine, grid köşe noktasına olan uzaklığın bir fonksiyonu ile ifade edilen ağırlıklar verilebilir (bak, (3.5) ve (3.6) bağıntıları). Bu durumda çözüm bilindiği gibi, $\underline{v}^T \cdot \underline{p} \cdot \underline{v} = \min$ ilkesine göre yapılır.

Yöntemin üçüncü aşamasında, her bir grid yüzeyi ayrı ayrı matematiksel fonksiyonlarla ifade edilir. Literatürde,

$$z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (3.58)$$

eşitliği ile verilen polinomların kullanılması ön görülmekte ve polinom derecesi $n=3$ alınmaktadır (Schut, 1976). $n=3$ için (3.58)'den,

$$\begin{aligned} z = & a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{03}y^3 + a_{10}x + a_{11}xy \\ & + a_{12}xy^2 + a_{13}xy^3 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2 \\ & + a_{23}x^2y^3 + a_{30}x^3 + a_{31}x^3y + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3 \end{aligned} \quad (3.59)$$

16 terimli biküçük polinom elde edilir. Polinomun bilinmeyen katsayılarını belirlemek için, 2. aşamada hesaplanan z_g, z_x, z_y, z_{xy} değerleri kullanılır. (3.59)'un x ve y'ye göre türevleri, polinom yüzeyinin x ve y eksenleri doğrultusundaki eğimlerini verir,

$$\begin{aligned}
z_x &= a_{10} + a_{11}y + a_{12}y^2 + a_{13}y^3 + 2a_{20}x + 2a_{21}xy + 2a_{22}xy^2 + \\
&2a_{23}xy^3 + 3a_{30}x^2 + 3a_{31}x^2y + 3a_{32}x^2y^2 + 3a_{33}x^2y^3 \\
z_y &= a_{01} + 2a_{02}y + 3a_{03}y^2 + a_{11}x + 2a_{12}xy + 3a_{13}xy^2 + a_{21}x^2 + \\
&2a_{22}x^2y + 3a_{23}x^2y^2 + a_{31}x^3 + 2a_{32}x^3y + 3a_{33}x^3y^2
\end{aligned} \tag{3.60}$$

(3.60)'ın y'ye (veya x'e) göre türevi alınarak, karışık türev elde edilir;

$$\begin{aligned}
z_{xy} = z_{yx} &= a_{11} + 2a_{12}y + 3a_{13}y^2 + 2a_{21}x + 4a_{22}xy + \\
&6a_{23}xy^2 + 3a_{31}x^2 + 6a_{32}x^2y + 9a_{33}x^2y^2
\end{aligned} \tag{3.61}$$

Bir gridin 4 köşe noktası için bilinen $(x_g, y_g, z_g, z_x, z_y, z_{xy})$ değerleri (3.59), (3.60) ve (3.61)'de yerine konursa 16 denklem elde edilir ve bu denklemlerin çözümüyle a_{ij} katsayıları hesaplanır. a_{ij} katsayılarının hesabı her bir grid için tekrarlanmak zorundadır. Hesabı kolaylaştırmak için, (x, y) koordinat sisteminin başlangıç noktası, gridlerin sol alt köşelerine taşınır ve bulunan yeni koordinatlar normlaştırılır. Böylece, $\underline{a} = \underline{A}^{-1} \underline{z}$ çözümünde tüm gridler için tek bir $\underline{A}$ katsayılar matrisi geçerli olur.

(3.59) eşitliğinde $a_{22} = a_{23} = a_{32} = a_{33} = 0$ alınırsa 12 terimli bikübik polinom elde edilir (Schut 1976, Leberl 1973, Jancaitis ve Junkins 1973). Bu polinomun hesabında (3.57) eşitliğindeki z_{xy} çarpanlı terim ile (3.61) denklemleri dikkate alınmaz. (x_0, y_0) konum koordinatı bilinen bir enterpolasyon noktasının z_0 yüksekliği bu noktayı içine alan gride ait polinom dekleminde hesaplanır.

3.7 Dikdörtgen Gridde Enterpolasyon

Bu yöntemde, grid köşe noktalarının yükseklikleri bilinmektedir. Bu veriler, doğrudan doğruya ölçülmüş değerler olabileceği gibi bir başka enterpolasyon yöntemi kullanılarak türetilmiş değerler de olabilir. Her bir grid, 16 terimli bikübik polinom veya bu polinomun bazı terimlerini içeren farklı polinomlar ile ifade edilir. Bölüm 3.6'da 16 ve 12 terimli bikübik polinomlardan söz edilmiştir. Kullanılacak polinom,

$$z = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y \tag{3.62}$$

eşitliği ile ifade edilirse 8 terimli bikuadratik polinom,

$$z = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{11}xy \tag{3.63}$$

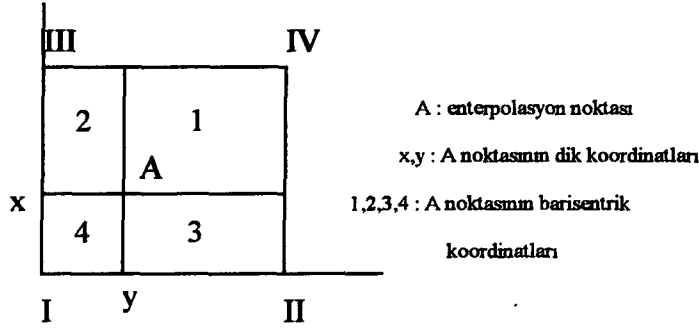
bağıntısının seçilmesi durumunda 4 terimli bilineer polinom elde edilir. 16 veya 12 terimli bikübik polinom kullanılması durumunda, grid köşe noktalarındaki eğim değerlerine gerek vardır. Bu değerler, şimdiye kadar yapılan uygulamalarda çeşitli şekillerde belirlenmiştir. Jancaitis ve Junks (1973), grid köşe noktalarının yüksekliklerini belirlerken, kayan yüzeylerle enterpolasyon yöntemini kullanmış ve bu işlem sırasında kayan yüzeylerin eğimlerinden yararlanarak grid köşelerindeki eğim değerlerini hesaplamıştır. Leberl(1973), bilinen grid köşe yüksekliklerini kullanarak iki farklı şekilde çözüm getirmiştir. İlk çözümde, gride ait 4 köşe noktası ile gridi çevreleyen 12 köşe noktasından oluşan 16 grid noktası yerel bir polinomla ifade edilerek eğim değerleri hesaplanmaktadır. 2. çözümde ise grid köşesi ve eğim belirlenmek istenen doğrultuda grid köşesine en yakın 2 nokta kullanılarak istenilen eğim değeri belirlenmektedir. Burada bulunacak eğim değeri, ardışık 3 noktadan geçen daire yayının orta noktasındaki eğim değeridir. Belirlenen eğim (türev) değerleri yardımıyla, Bölüm 3.6'da anlatıldığı gibi a_y katsayıları hesaplanır.

12 terimli bikübik polinomda (bak, Bölüm 3.6) a_{31} ve a_{13} katsayıları kullanılmadığında 10 terimli klasik kübik polinom elde edilir. Nakamura (1969), Linkwitz (1970) ve Benner ve Schult (1972) tarafından uygulanan bu polinom, sürekli bir yüzeyin oluşumuna imkan vermemektedir. Ortak sınırlarda farklı kesitlerin elde edilmesi, yöntemin olumsuz yanı olmuştur (Schut, 1976).

(3.62) polinomunun uygulanması halinde, a_y katsayılarının belirlenmesi için 8 denkleme gerek vardır. Bu denklemlerden 4'ü grid köşe noktalarının bilinen x_g, y_g, z_g koordinatları kullanılarak (3.62) eşitliğinden elde edilir. Diğer 4 denklem için grid kenar orta noktaları kullanılır. Kenarın iki ucundaki grid nokta yüksekliklerinin ortalaması alınarak, orta noktaların yükseklikleri bulunur. Orta noktaların koordinatları (3.62)'de yerine konulduğunda aranan diğer 4 denklem elde edilir. 8 denklemin çözümüyle a_y katsayıları belirlenir.

(3.63) polinomunun kullanılması durumunda çözüm için grid köşelerindeki yükseklik değerleri yeterli olmaktadır. 4 grid köşesi için (3.63) eşitliğinin 4 kez yazılması ile elde edilecek denklem sistemi çözülürse a_y katsayıları bulunur. 4 terimli bilineer yüzey kullanımı, aslında ağırlıklı aritmetik ortalamadan farklı bir yaklaşım değildir. Konu formüle edildiğinde bu durum daha açık görülecektir. Köşe noktaları I, II, III, IV şeklinde numaralandırılmış dikdörtgen bir gridin köşe koordinatları (Şekil 3.2), I noktası merkez olacak şekilde normlaştırılırsa;

$$x_I = x_{II} = y_I = y_{III} = 0, \quad x_{III} = x_{II'} = y_{II} = y_{II'} = 1 \text{ olduğu görülür.}$$



Şekil 3.2 Enterpolasyon Noktasının (A) Lokal Barisentrik Koordinatları

4 grid köşesi için (3.63) eşitliği yazılır ve matris gösterimiyle ifade edilirse,

$$\begin{bmatrix} z_I \\ z_{II} \\ z_{III} \\ z_{IV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{10} \\ a_{01} \\ a_{11} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

elde edilir. (3.64) denklem sisteminin çözümü a_{ij} katsayılarını verir,

$$a_{00} = z_I$$

$$a_{10} = z_{III} - z_I$$

$$a_{01} = z_{II} - z_I$$

$$a_{11} = z_I + z_{IV} - z_{II} - z_{III}$$

Bulunan katsayılar (3.63) eşitliğinde yerine konursa,

$$z = z_I + (z_{III} - z_I)x + (z_{II} - z_I)y + (z_I + z_{IV} - z_{II} - z_{III})xy \quad (3.65)$$

bulunur. Sağ taraf $z_I, z_{II}, z_{III}, z_{IV}$ parantezine alınırsa,

$$z = (1-x)(1-y)z_I + y(1-x)z_{II} + x(1-y)z_{III} + xy z_{IV} \quad (3.66)$$

şekline dönüşür. (3.66)'daki çarpanlar grid köşe yüksekliklerine verilen ağırlıklar olarak düşünüldüğünde,

$$p_I = (1-x)(1-y), \quad p_{II} = y(1-x), \quad p_{III} = x(1-y), \quad p_{IV} = xy$$

yazılabilir. Bu ağırlıklar aynı zamanda enterpolasyon noktasının yerel barisentrik koordinatlarına (Şekil 3.2'deki 1, 2, 3 ve 4 nolu dikdörtgenlerin alanlarına) karşılık gelmekte (Watson, 1992) ve bilineer enterpolasyon, yerel barisentrik koordinatlarla ağırlıklı ortalamaya özdeş olmaktadır.

Her bir gridi 4 veya 2 lineer üçgen parçasının toplamı şeklinde ifade etmek, kullanılabilecek bir başka çözüm yoludur. Her bir grid için 4 köşe noktasının ortalaması alınarak grid orta noktasının yüksekliği bulunur. Orta nokta köşelere birleştirilerek 4 üçgen oluşturulur. Enterpolasyon noktasının yüksekliği, içine düştüğü üçgende lineer enterpolasyonla bulunur. Diğer bir çözüm yolu gridin köşegenlerinden biri yardımıyla gridin 2 üçgene ayrılmasıdır. Enterpolasyon noktasının yüksekliği, içine düştüğü üçgende lineer enterpolasyonla bulunur. Aynı işlem 2. köşegen için yapılarak enterpolasyon noktası için 2. yükseklik bulunur. Bulunan iki yükseklik değerinin ortalaması alınarak enterpolasyon noktasının kesin yüksekliği elde edilir.

3.8 Üçgenler Ağında Enterpolasyon

Arazi yüzeyini üçgen elemanların toplamı şeklinde ifade etmek için arazi yüzeyi üçgenlenir. Dayanak noktaları üçgenlerin köşelerini oluşturur. Bütün dayanak noktaları kullanılarak boşluk kalmayacak şekilde veri alanı üçgenlerle kaplanır. Verilerin düzenli grid ağı köşelerinde yer alması durumunda bu işlem çok daha kolay olur. Konunun öneminden dolayı 4. Bölüm üçgenleme yöntemine ayrılmıştır. Burada üçgenlemenin nasıl yapıldığına değinilmeyecektir. Üçgenleme yapısıyla birlikte kullanılan enterpolasyon yöntemleri sırasıyla ele alınacaktır.

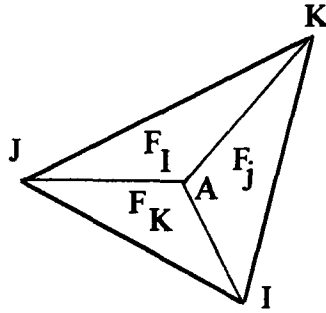
3.8.1 Lineer enterpolasyon

Üçgenler ağında yaygın olarak kullanılan enterpolasyon yöntemi, lineer enterpolasyondur. Her bir üçgen eğik düzlem olarak kabul edilir. Arazi yüzeyinin düzlem üçgen parçalarının toplamından oluştuğu düşünülür. Yüksekliği enterpole edilecek noktanın içine düştüğü üçgende lineer enterpolasyon uygulanır. Bir eğik düzlemin,

$$z = a_{00} + a_{10} x + a_{01} y \quad (3.67)$$

şeklinde ifade edildiği düşünülürse, her bir üçgen için a_{00} , a_{10} ve a_{01} katsayılarının hesabı gereklidir. Üçgene ait 3 köşe noktası için yazılacak 3 denklemle katsayılar belirlenir. Yüksekliği enterpole edilecek noktanın x_0, y_0 koordinatları (3.67)'de yerine

konulduğunda z_0 değeri elde edilir. Üçgen elemanlarda yapılan lineer enterpolasyon, aslında ağırlıklı ortalamadan farklı bir işlem değildir. Üçgenin 3 köşe noktasına ait z değerlerinin ortalaması alınmaktadır. Herhangi bir köşe noktasına ait z değerinin ağırlığı ise enterpolasyon noktasının o köşeye göre lokal barisentrik koordinatıdır. Barisentrik koordinatlar Şekil 3.3'de gösterilmiştir.



Şekil 3.3 Üçgende Lokal Barisentrik Koordinatlar

Şekil 3.3'de I, J, K noktaları üçgenin 3 köşe noktasını göstermektedir. A enterpolasyon noktasının 3 köşeye göre 3 ayrı lokal barisentrik koordinatı vardır. Bu 3 koordinatın toplamı 1'dir. A noktasının köşe noktalarına birleştirilmesiyle elde edilen 3 alt üçgenin alanlarının IJK üçgeninin alanına bölünmesiyle lokal barisentrik koordinatlar elde edilir. Alt üçgenlerin alanları F_I , F_J , F_K ile, toplam alan F ile gösterilirse, A noktasının lokal barisentrik koordinatları,

$$P_I = F_I / F, \quad P_J = F_J / F, \quad P_K = F_K / F \quad (3.68)$$

olur. Lokal barisentrik koordinatlar noktaların kartezyen dik koordinatları ile ifade edilirse,

$$\begin{aligned} P_I &= ((x_J - x_A)(y_K - y_A) - (x_K - x_A)(y_J - y_A)) / B \\ P_J &= ((x_K - x_A)(y_I - y_A) - (x_I - x_A)(y_K - y_A)) / B \\ P_K &= ((x_I - x_A)(y_J - y_A) - (x_J - x_A)(y_I - y_A)) / B \\ B &= (x_J - x_I)(y_K - y_I) - (x_K - x_I)(y_J - y_I) \end{aligned} \quad (3.69)$$

yazılabilir. Enterpolasyon noktasının z_0 değeri,

$$z_0 = P_I z_I + P_J z_J + P_K z_K \quad (3.70)$$

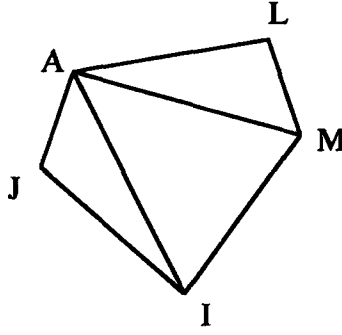
şeklinde belirlenir.

3.8.2 Beşinci dereceden polinomlarla enterpolasyon

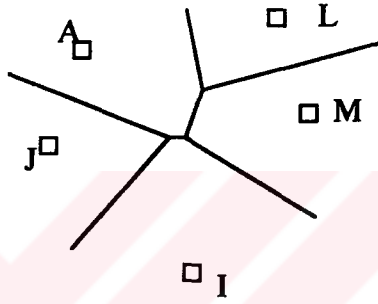
Preusser (1984) tarafından önerilen bu yöntemde her üçgen için 5. dereceden iki değişkenli bir polinom belirlenir. Polinom katsayılarının hesaplanması için üçgen köşelerindeki z_x, z_y, z_{xx}, z_{yy} ve z_{xy} kısmi türevlerinin bilinmesi gereklidir. Bilinmediği durumlarda yüzey için bir yaklaşım yüzeyi kullanılıp hesaplanmalıdır. Kullanılacak yaklaşım yüzeyi daha düşük dereceden bir polinom yüzeyi olabileceği gibi lineer üçgenlerden oluşan yüzey de olabilir. Düzlem üçgenlerin kullanılması durumunda dayanak noktalarında birleşen üçgen normallerinin h_x, h_y ve h_z bileşenlerinden yararlanılarak dayanak noktalarındaki kısmi türevler elde edilebilir. Dayanak noktasında kesişen her üçgen için bulunacak h_x, h_y ve h_z den elde edilecek z_x ve z_y değerlerinin ortalamaları alınarak her bir dayanak noktası için tek bir z_x ve z_y elde edilir. Aynı işlemler 1. türevler için tekrarlandığında z_{xx}, z_{yy} ve z_{xy} değerlerine ulaşılır. Her bir üçgen için 3 köşe noktasındaki z değerleri de düşünüldüğünde 18 değer bilinmektedir. Belirlenecek 5. dereceden polinom köşe noktalarındaki bu değerleri yakalar. Problem Preusser (1984) tarafından çözülmüş ve katsayılar belirlenmiştir.

3.8.3 Doğal komşu koordinatlarıyla enterpolasyon

Düzlemdeki bir nokta kümesi, "oluşacak üçgenlerin çevrel çemberleri içerisinde başka bir nokta bulunmaması" koşuluna göre üçgenlenirse elde edilecek üçgenleme Delaunay üçgenlemesidir (bak, Bölüm 4). Oluşan her üçgen bir Delaunay üçgenidir. Bir üçgen kenarını oluşturan iki nokta birbirinin doğal komşusudur. Bir noktanın doğal komşuları kullanılarak, o noktanın doğal komşu koordinatları hesaplanabilir. Şekil 3.4'de 5 dayanak noktasının oluşturduğu Delaunay üçgenleri görülmektedir. Üçgenlerin kenar orta dikmeleri yardımıyla veri alanı 5 parçaya ayrılabilir. Noktaların etki alanlarını belirleyen bu yapı 4. Bölüm'de ayrıntılı olarak anlatılacak olan Voronoi diyagramıdır. Şekil 3.5'de bu noktalara ait Voronoi diyagramı görülmektedir. Birbirine komşu olan parçalara ait noktalar birbirlerinin doğal komşularıdır ((M, L), (M, I), (M, A), (A, I), (A, J), ve (J,I)). Komşu olmayan parçalara ait noktalar ise doğal komşu değildir ((J, L), (J, M), (I, L)). Bir noktaya ait doğal komşu koordinatları belirlenirken Voronoi diyagramından yararlanılır.



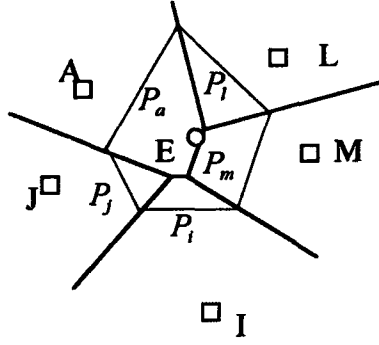
Şekil 3.4 Delaunay Üçgenleri



Şekil 3.5 Voronoi Diyagramı

Bir enterpolasyon noktasının doğal komşu koordinatları belirlenmek istendiğinde ilk olarak dayanak noktaları üçgenlenir ve Voronoi diyagramı çizilir. İkinci aşamada enterpolasyon noktasına doğal komşu olan dayanak noktaları belirlenir. Enterpolasyon noktası ile komşu dayanak noktalarını birleştiren doğru parçalarının kenar orta dikmeleri yardımıyla enterpolasyon noktasının Voronoi çokgeni bulunur. Belirlenen bu çokgen ile daha önceden belirlenen Voronoi çokgenlerinin kesişim alanları enterpolasyon noktasının doğal komşu koordinatlarını verir.

Şekil 3.6'da bir enterpolasyon noktasına (E) ait doğal komşu koordinatları gösterilmiştir. Düz çizgiler daha önceden oluşturulmuş Voronoi diyagramını göstermektedir (bak, Şekil 3.5). Kesik çizgiler ise E noktasına ait Voronoi çokgenidir.



Şekil 3.6 Doğal Komşu Koordinatları

P_a, P_l, P_m, P_i ve P_j alanları E noktasının doğal komşu koordinatlarını gösterir. Bu değerler barisentrik koordinatlarda olduğu gibi toplam alana bölünerek normlaştırılmıştır. Değerleri 0 ile 1 arasında değişen koordinatların toplamı 1 olur. Enterpolasyon noktasına ait z_0 değeri, kendine komşu olan noktaların z_i değerlerinin ağırlıklı ortalamasıyla bulunur. Ağırlık olarak doğal komşu koordinatları kullanılır,

$$z_0 = P_a z_A + P_l z_L + P_m z_M + P_i z_I + P_j z_J \quad (3.71)$$

3.8.4 Eğrisel (Curvelineer) enterpolasyon

Bu yöntemde de dayanak noktaları Delaunay kriterine göre üçgenlenir. Enterpolasyon noktasının z_0 değeri, içine düştüğü üçgende eğrisel enterpolasyonla belirlenir. Enterpolasyonun yapılabilmesi için bazı değerlerin önceden bilinmesi gereklidir. Bu değerler, enterpolasyon noktasının barisentrik koordinatları (P_i), enterpolasyon noktasının lineer enterpolasyonla bulunacak z_L değeri, köşe noktalarındaki gradyent düzlemlerinin enterpolasyon noktasındaki değerleri (s_i), köşe noktalarındaki pürüzsüzlük indeksi (r_i) ve dengeleyici fonksiyondur ($H(P_i, r_i)$).

Bu elemanların belirlenmesine ait işlemler aşağıda özetlenmiştir:

P_i ve z_L : lineer enterpolasyon bölümünde anlatıldığı gibi bulunur.

s_i : üçgenin her bir köşesi için o köşede oluşan Delaunay üçgenleri normallarının vektörel toplamlarıyla gradyent vektörü elde edilir. Gradyent vektörüne dik ve o noktaya teğet olan düzlem gradyent düzlemidir. Bu düzlemin enterpolasyon noktasında aldığı değer s_i değeridir.

r_i : i noktasında oluşan Delaunay üçgenlerinin alanlarının toplamı F , aynı üçgenlerin i noktasındaki gradyent düzlemine dik üzdüşümlerinin alanları toplamı F' ile gösterilirse, $r_i = 1 - F' / F$ şeklinde ifade edilir.

H : P_i ve r_i ye bağlı bir fonksiyondur (Watson ve Philip 1984a).

Bir enterpolasyon noktasının yüksekliği,

$$z_0 = z_L + \sum_{i=1}^3 H(P_i, r_i) \cdot (s_i - z_L) \quad (3.72)$$

ifadesiyle bulunur.

3.8.5 Normal vektörlerle en küçük kareler yöntemine göre enterpolasyon

Enterpolasyon noktasının doğal komşuları belirlenir ve enterpolasyon noktasma ait Delaunay üçgenleri oluşturulur. Enterpolasyon noktasındaki üçgen normallerinin oluşturacağı demeti mümkün olduğunca dar kılacak şekilde enterpolasyon noktasının z değeri belirlenir. Kullanılan bu koşul, enterpolasyon noktasında minimum eğriliği sağlamak şeklinde de ifade edilebilir. Kalmar ve diğ. (1995) olayı aşağıdaki gibi formüle etmişlerdir:

Enterpolasyon noktasının koordinatları x_0, y_0, z_0 ile, oluşan üçgenlerden herhangi birisi için diğer iki köşenin koordinatları x_1, y_1, z_1 ve x_2, y_2, z_2 ile gösterilsin. Üçgen normal vektörünün x, y ve z yönündeki bileşenleri olan n_x, n_y ve n_z için,

$$n_x = az_0 + b, n_y = cz_0 + d, n_z = e \quad (3.73)$$

yazılabilir. Bu eşitliklerdeki a, b, c, d ve e değerleri için,

$$\begin{aligned} a &= y_2 - y_1 \\ b &= z_2(y_1 - y_0) - z_1(y_2 - y_0) \\ c &= x_1 - x_2 \\ d &= z_1(x_2 - x_0) - z_2(x_1 - x_0) \\ e &= (x_1 - x_0)(y_2 - y_0) - (x_2 - x_0)(y_1 - y_0) \end{aligned} \quad (3.74)$$

geçerlidir. Enterpolasyon noktasındaki normleştirilmiş normal vektörlerin ortalamasıyla, N_x, N_y ve N_z bulunur;

$$N_x = A \cdot z_0 + B, \quad N_y = C \cdot z_0 + D, \quad N_z = 1 \quad (3.75)$$

Bu eşitlikteki katsayılar, n üçgen sayısını göstermek üzere

$$\begin{aligned} A &= \sum_{i=1}^n a_i / e_i / n, & B &= \sum_{i=1}^n b_i / e_i / n \\ C &= \sum_{i=1}^n c_i / e_i / n, & D &= \sum_{i=1}^n d_i / e_i / n \end{aligned} \quad (3.76)$$

şeklinde ifade edilir.

Normlaştırılmış normal vektörlerin ortalama vektörden farkları alınarak, $(n_x^i - N_x)$, $(n_y^i - N_y)$ ve (0) değerleri elde edilir. Bu değerler z_0 'ın lineer bir fonksiyonudur. Fark vektörlerinin uzunluklarının kareleri toplamını minimize etmek için z_0 'a göre türev alınırsa sonuçta,

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n [(A - a_i / e_i) \cdot (b_i / e_i - B) + (C - c_i / e_i) \cdot (d_i / e_i - D)]}{\sum_{i=1}^n [(b_i / e_i - B)^2 + (d_i / e_i - D)^2]} \quad (3.77)$$

elde edilir.

3.8.6 Minumum alan ilkesi kullanılarak en küçük kareler yöntemine göre interpolasyon

Bu yöntem bir interpolasyon noktasında oluşacak Delaunay üçgenlerinin alanları toplamını minimum yapacak şekilde z_0 değerinin belirlenmesi düşüncesine dayanır. Bir üçgen için elde edilecek normal vektörlerin yarı uzunluğunun üçgenin alanına eşit olduğu düşünülürse toplam alan normal vektörlerle kolaylıkla ifade edilebilir. i üçgenine ait normal vektör bileşenleri, n_x^i, n_y^i, n_z^i ile gösterilirse toplam alan için,

$$F = 0.5 \cdot \sum_{i=1}^n \sqrt{(n_x^i)^2 + (n_y^i)^2 + (n_z^i)^2} \quad (3.78)$$

yazılabilir. z_0 'a göre türev alınıp minimum alanı verecek olan z_0 değeri bulunur (Kalmar ve diğ. 1995).

3.8.7 Delaunay komşularıyla ağırlıklı ortalama ile interpolasyon

Bu interpolasyon yönteminde, yüksekliği entepole edilecek entepolasyon noktası ile dayanak noktaları beraberce üçgenlenir. Entepolasyon noktasına Delaunay komşusu

olan dayanak noktaları, diğer bir deyişle enterpolasyon noktası ile birleşerek bir üçgen kenarı oluşturan dayanak noktaları belirlenir. Her bir dayanak noktasının yüksekliğine, enterpolasyon noktasına olan yatay uzaklığın bir fonksiyonu olarak ağırlık verilir. Ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon noktasının yüksekliği belirlenir. Bu çalışmada $P = 100 / S$; $P = 100 / S^2$; $P = e^{-s}$ ağırlık modelleri kullanılmıştır.

Her bir enterpolasyon noktasının dayanak noktaları ile ayrı ayrı üçgenlenmesi oldukça zaman alıcı bir işlemdir. Bu sakıncadan kurtulmak için ilk olarak dayanak noktaları üçgenlenir. Üçgenlemeye katılacak olan enterpolasyon noktası araya sokma yöntemi ile üçgenlemeye dahil edilir. *Araya sokma işlemi* iki şekilde yapılabilir.

Birinci yol: Araya sokulan noktayı hangi üçgenlerin çevrel çemberlerinin içerdiği belirlenir. Bu üçgenlerin kenarları bir listeye yazılır. Yazılan listede iki kez geçen kenarlar tamamen silinir. Geriye kalan kenarlar araya sokulan nokta ile birleştirildiğinde Delaunay üçgenleri oluşmuş demektir.

İkinci yol: Araya sokulan noktanın içine düştüğü Delaunay Üçgeni belirlenir. Nokta, üçgenin köşelerine birleştirilerek 3 yeni üçgen oluşturulur. Yeni oluşan üçgen kenarları Delaunay kriterlerine göre değiştirilerek son üçgenleme elde edilir. Bu çalışmada kullanılan programlarda birinci yol izlenmiştir.

BÖLÜM 4

ÜÇGENLEME

4.1 Tanım ve Özellikler

Üçgenlemenin amacı, arazi yüzeyini üçgen elemanların toplamı şeklinde ifade etmektir. Arazi yüzeyini oluşturan üçgenlerin köşe noktaları dayanak noktalarıdır ve her bir dayanak noktası en az bir üçgenin köşe noktasını oluşturur. Bir başka önemli özellik, üçgenlerin birbirlerini yalnızca dayanak noktalarında veya üçgen kenarları boyunca kesmeleridir. Komşu üçgenlere ait ortak kenarlar dışındaki tüm üçgen kenarları birbirlerini ya dayanak noktalarında keserler ya da hiç kesmezler. Bu özellik, üçgenlerin birbirleri üzerine binmesini engeller. Bunun yanı sıra, yüzeyi oluşturan elemanlar sadece üçgen olmalıdır.

Sayılan bu özellikler üçgenleme tanımını gerçekleştirmek için olması gerekli koşullardır. Üçgenleme 2, 3 ve daha büyük boyutlu uzaylarda gerçekleştirilebilir. Bu çalışmanın konusu gereği kullanılacak boyut 2'dir. Üçgenleme, dayanak noktalarının yükseklikleri dikkate alınmaksızın (x, y) konum koordinatları kullanılarak Euclid düzleminde gerçekleştirilmektedir. Rastgele konumda dağılmış veri noktalarının işlenmesi için kullanılabilecek en iyi yapı üçgenlemedir (Lee ve Preparata, 1984). Üçgenlemenin amacı dayanak noktalarını ilişkilendirmektir. Bir üçgen kenarını oluşturan iki dayanak noktasının birbiri ile ilişkili olduğu düşünülür. Üçgenlemenin kalitesi dayanak noktaları arasındaki bu ilişkilendirmenin uygunluğuna bağlıdır. Üçgenleme özelliğini taşıyan farklı üçgenler ağı oluşturmak mümkündür. Bunlardan bazıları bir sistematığı olan ve algoritması kurulabilen üçgenlemeler, bazıları ise bir sistematığı bulunmayan dolayısıyla programlama olanağı olmayan üçgenlemelerdir. Elle yapılan uygulamalarda sistematik olmayan bir üçgenleme kullanılabilir. Dayanak noktası sayısı arttığında elle uygulama olanağı azalır ve sistematik bir üçgenleme algoritması içeren bir yazılıma gerek duyulur.

Bu nedenle bu çalışmada kullanılacak üçgenleme terimi sistematik üçgenleme olarak algılanmalıdır.

4.2 Üçgenleme Yöntemlerinin Sınıflandırılması

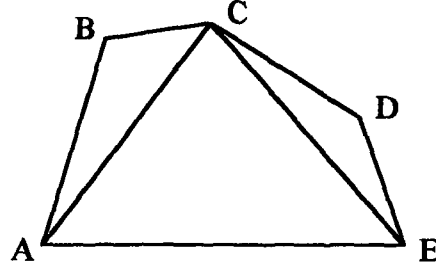
Üçgenleme algoritmaları, istenilen bir amacı gerçekleştirmek için, seçilen bir çözüm yolunu kullanan algoritmalardır. Bu nedenle, gerçekleştirilmek istenen amaç ve kullanılan çözüm yöntemi esas alınarak 2 farklı şekilde sınıflandırma yapılabilir (Watson ve Philip 1984b).

4.2.1 Amaca Göre Sınıflandırma

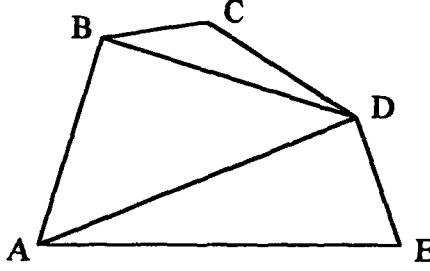
Üçgenlemede çoğunlukla kullanılan amaçlar şunlardır:

- Oluşan üçgenlerin eşkenar üçgenlere en yakın üçgenler olması, diğer bir deyişle, üçgenlerin iç açılarının 60° 'den farklarının az olması,
- Sonuçta oluşan üçgenler ağının kenar toplamının minimum olması,
- Her bir üçgen oluşturulurken olası kenarlardan en kısa olanının seçilmesi (Watson ve Philip, 1984b).

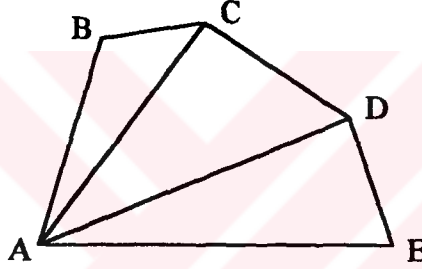
Bu üç amaç, ince ve uzun üçgenlerin oluşumunu engellemeye yöneliktir. Amaca bağlı olarak, oluşacak üçgenler ağı da farklı olacaktır. Sayılan bu amaçlar ve bunların farklılığı basit bir üçgenleme örneği üzerinde daha iyi anlaşılabilir. Şekil 4.1'de 5 dayanak noktası ve bunların 3 ayrı amaca uygun olarak üçgenlenmiş hali görülmektedir. Her üç üçgenlemede de veri alanını sınırlayan AB, BC, CD, DE ve EA kenarları ortak olarak bulunur. "Optimal üçgenleme" veya "minimum ağırlıklı üçgenleme" diye adlandırılan, kenarlar toplamını minimum yapan üçgenleme AC ve CE kenarlarını kullanır. Her bir üçgeni oluştururken olası kenarlardan en kısa olanı seçilerek yapılan üçgenlemede, önce BD kenarı, sonra da geriye kalan ve BD'yi kesmeyen AD ve BE kenarlarından, daha kısa olan AD kenarı kullanılır. "Eş açılılık" özelliği diye adlandırılabilen ilk özelliği gerçekleştirmek için, bu özelliği taşıdığı kanıtlanmış olan Delaunay üçgenlemesi kullanılmıştır (Sibson, 1977). Bu üçgenlemenin ayrıntıları Bölüm 4.4'de daha ayrıntılı olarak ele alınacaktır. Delaunay üçgenlemesi uygulandığında, AC ve AD kenarları kullanılır. Çünkü üçgenlemenin özelliğinden dolayı, oluşan üçgenlerin çevrel çemberi içerisinde başka dayanak noktası yer almamaktadır (Watson ve Philip, 1984b).



A(0.0, 0.0)	AC = 6.20
B(1.4, 4.5)	CE = 6.45
C(3.8, 4.9)	
D(7.15, 3.1)	
E(8.0, 0.0)	



A(0.0, 0.0)	BD = 5.92
B(1.4, 4.5)	AD = 7.79
C(3.8, 4.9)	
D(7.15, 3.1)	
E(8.0, 0.0)	



A(0.0, 0.0)	AC = 6.20
B(1.4, 4.5)	AD = 7.79
C(3.8, 4.9)	
D(7.15, 3.1)	
E(8.0, 0.0)	

Şekil 4.1 Üç Farklı Üçgenleme Örneği

4.2.2 Çözüm Yöntemine Göre Sınıflandırma

Üçgenleme algoritmaları, dayandıkları farklı çözüm yöntemlerine göre iki genel gruba ayrılabilir. Bunlardan birincisi, artan (incremental) yöntemler, ikincisi ise bölüp-birleştiren yöntemlerdir (Watson ve Philip, 1984b). Artan yöntemler, veri alanının içindeki veya sınırındaki bir dayanak noktastan başlayıp adım adım diğer noktaları ağa katarak üçgenleme işlemini gerçekleştirir. Dalga dalga gelişen bir yapı içerisinde üçgenleme tanımlanır. Shelling (kabuk) diye adlandırılan yapılar bu türden yapılardır. Bu yöntemi kullanan algoritmalar için şu örnekler verilebilir: Floriani ve diğ. (1985), Fang ve Piegł (1992), Mc Cullagh ve Ross (1980), Auerbach ve Schaeben (1990). Bölüp-birleştiren yöntemler, son üçgenleme oluşana kadar veri alanını ardışık olarak alt bölgelere ayıran yöntemlerdir. Veri alanını bölmek için kullanılacak yaklaşım, algoritmanın temelini

oluşturur. Veri alanlarının alt kümelerine bölünmesi ve üçgenlemesi için geliştirilen algoritmalar Lewis ve Robinson (1977), Garey ve diğ. (1978) ve Floriani ve diğ. (1985) örnek verilebilir.

Bu ayrımın yanı sıra yöntemler, direkt ve iteratif yöntemler olarak da sınıflandırılabilir. Direkt yöntemler üçgenleme işlemini bir kerede tamamlayan algoritmalarlardır. İteratif yöntemler ise ilk olarak keyfi bir üçgenleme oluşturur, daha sonra seçilen bir optimizasyon kriteri kullanılarak, hiçbir üçgen kenarı değişmeyene kadar üçgenleme iyileştirilir. Bu tür yöntemlerde genellikle Lawson'un "maksimum-minimum" kriteri kullanılır. Üçgenlerdeki en küçük açılar büyültmek amacını taşıyan bu kriter Bölüm 4.5.2'de ele alınacaktır. Köşegen değiştirme işlemi içeren bu tip iteratif yöntemler için Macedonio ve Pareschi (1991) ve Mirante ve Weingarten (1982) örnek verilebilir.

Bazı algoritmalarda ise araya sokma yöntemi kullanılır. İlk işlem olarak sadece veri alanını sınırlayan dayanak noktaları kullanılarak üçgenleme işlemi yapılır. İçeride kalan dayanak noktaları sonradan teker teker üçgenlemeye dahil edilir. Araya sokulan nokta, içine düştüğü üçgenin köşe noktalarıyla birleştirildikten sonra optimizasyon kriteri uygulanır. Değişecek kenarlar ve üçgenler yenilenir. Araya sokma işlemini yapmanın ikinci bir yolu da şöyledir: araya sokulan noktayı hangi üçgenlerin çevrel çemberlerinin içerdiği belirlenir. Bu üçgenlerin kenarları bir listeye yazılır. Listede iki kez geçen kenarlar ve bu kenarlara ait üçgenler iptal edilir. Bu silinen üçgenler yerine, araya sokulan nokta ile listede kalan kenarlar birleştirilerek elde edilecek üçgenler dahil edilir. Bu tür algoritmalar eşaçıllık özelliğini taşıyan Delaunay üçgenlemesinde kullanılmaktadır (Floriani ve diğ. 1985, Tsai 1993, Watson 1982).

4.3 SAM İçin Kullanılacak Bir Üçgenlemeden Beklenen Özellikler

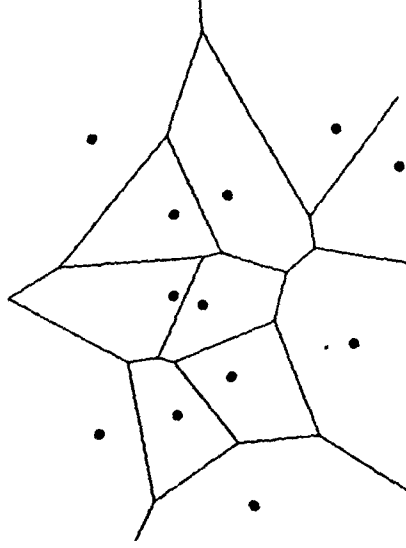
Bir üçgenleme algoritmasından beklenen en önemli özellik tek anlamlı olmasıdır. Elde edilecek çözüm, başlangıç noktasından ve işlem sırasından bağımsız olmalıdır. Bu özelliği taşımadığı için önerilmiş olan bazı algoritmalar hiç tutunamamıştır. Bu algoritmalara burada değinilmeyecektir. Hesap yükünün ve bilgisayarda bilgi depolama gereğinin az olması üçgenleme algoritmalarından beklenen diğer iki özelliktir. Bazı algoritmalar hesap yükünü azaltıp zaman tasarrufu sağlarken depolama gereksinimini artırırlar. Bazıları ise tam tersine depolama gereksinimini azaltırken hesap yükünü atırırlar. Bu dengenin amaca uygun olarak, eldeki donanımlar dahilinde kurulması gerekir.

Eşyükselti eğrili bir harita üretimine esas olacak bir üçgenleme algoritması, veri olarak, üç boyutlu dayanak nokta kümesiyle birlikte önceden belirlenmiş ve üçgenlemede yer alması istenen kenarlar kümesini de kullanabilmelidir. Arazideki gerçek durum nedeniyle bir üçgen kenarı olması, *doğruluk gereği* zorunlu olan yapılanma çizgileri, oluşturulan üçgenler ağında yerlerini almalıdır. Bu çizgiler, su toplama ve su dağıtma çizgileri, bir dere yatağını belirleyen çizgiler, bir vadinin iki yakasını ayırt eden çizgiler, bir yol çizgisi veya eğim değişen arazi çizgisi olabilir. Yapılanma çizgilerinin üçgenleme işlemine dahil edilmesi sistematik bir üçgenlemenin düzenini bozar ve yerel müdahaleler gerektirir. Bu işlem üçgenleme esnasında yapılabileceği gibi, koşul göz önüne alınmadan yapılmış üçgenleme işlemi bittikten sonra gereken yerlerdeki (yapılanma çizgilerinin üçgen kenarlarını kestiği yerlerdeki) üçgenler yenilenerek yapılabilir. Kesişim noktaları yeni oluşacak üçgenlerin köşe noktalarında yer alırlar. Bu noktaların yükseklikleri yapılanma çizgisi boyunca lineer enterpolasyonla bulunabilir.

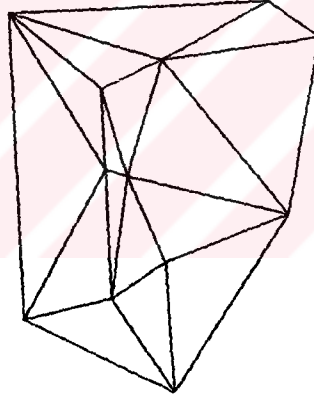
4.4 Voronoi Diyagramı ve Delaunay Üçgenlemesi

Delaunay üçgenlemesi hesapsal geometride oldukça önemli bir yer tutmaktadır. Bu üçgenlemenin önemini anlayabilmek için geometrik olarak eşleniği sayılabilecek Voronoi diyagramının tanımlanması gerekir. Voronoi diyagramı literatürde Dirichlet, Thiessen veya Wigner-Seitz diyagramı olarak da anılmaktadır (Watson ve Philip, 1984b). Düzlemde yer alan sonlu nokta kümesine ait herhangi bir noktaya, kümedeki diğer noktalardan daha yakın konumda bulunan düzlem noktalarının geometrik yerine o noktanın Voronoi Çokgeni (poligonu) denilmektedir. Kümedeki tüm noktaların Voronoi çokgenlerinin birleşimi, o kümenin Voronoi diyagramını oluşturur.

Şekil 4.2'de bir veri kümesi ve ona ait Voronoi diyagramı görülmektedir. Bu diyagram en yakın nokta problemleri için kullanılan kesin bir yapıdır. Bir noktanın Voronoi çokgeni o noktayı, komşu noktalar denilen, o noktaya en yakın konumdaki noktalardan ayırmaktadır. Çokgenin kenarları, nokta ile komşu noktaları birleştiren doğru parçalarının kenar orta dikmelerinden oluşmakta, her nokta kendisine ait komşu noktalar ile birleştirildiğinde Delaunay üçgenlemesi elde edilmektedir. Şekil 4.3'de Voronoi diyagramı verilmiş olan kümenin Delaunay üçgenleri görülmektedir.



Şekil 4.2 Voronoi Diyagramı



Şekil 4.3 Delaunay Üçgenlemesi

Şekil 4.3'den, üçgenlemeye ait bazı önemli özellikler türetilir. Dayanak noktaları kümesinde birbirine en yakın konumda bulunan nokta çiftinin oluşturduğu doğru parçası üçgenlemede yer almaktadır. Benzer şekilde, her bir noktayı kendisine en yakın nokta ile birleştiren doğru parçası bir üçgen kenarını oluşturmaktadır. Veri kümesinin dışbükey çerçevesi üçgenlemede yer almaktadır. Bir nokta kümesinin dışbükey çerçevesi o kümeyi içine alan en küçük çokgendir. Voronoi çokgenlerinin köşe noktaları, üçgenlerin kenar orta dikmelerinin kesişimiyle bulunan noktalardır. Dolayısıyla, bu noktalar üçgenlerin

çevrel çemberlerinin merkezleridir. Bu merkezler, ait oldukları üçgenin içinde olabileceği gibi dışında da olabilir. Delaunay üçgenlemesinin algoritması kurulurken bir çok araştırmacı tarafından kullanılan en büyük özellik, üçgenlerin çevrel çemberi içerisinde bir başka nokta yer almamasıdır. Üçgenlemeyi çekici kılan bir diğer nokta, oluşan üçgenlerin en olası eşkenar üçgenler olmasıdır. Çok dar açılı üçgenlerin oluşumu, dolayısıyla, birbirlerine uzak olan ve direkt ilişkisi bulunmayan noktalar arasında doğrusal bir ilişki kurulması engellenmektedir. Bu özellik "iyi" diye nitelenebilecek tüm üçgenleme yöntemlerinden beklenen bir olgudur. Bu özellik, eşyükselti eğrili haritaların elle üretiminde kullanılan enterpolasyon işlemine yakın görüldüğü için Delaunay üçgenlemesi otomatik eşyükselti eğrisi çiziminde vazgeçilmez bir altlık olmuştur.

4.5 Delaunay Üçgenlemesinin Oluşumu İçin Kullanılan Kriterler

Delaunay üçgenlemesinin iki önemli özelliği, kurulan algoritmaların temelini oluşturmaktadır. Bunlardan ilki biraz önce vurgulanan çevrel çember özelliği diğeri ise eşaçıllık özelliğidir.

4.5.1 Çevrel çember kriteri

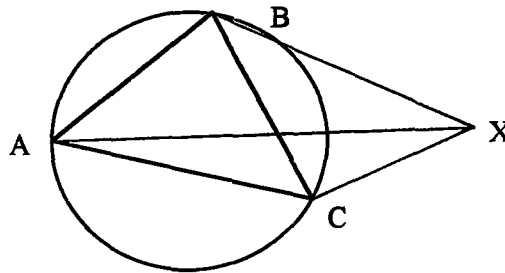
Delaunay üçgenlemesine ait bir üçgenin çevrel çemberi içerisinde başka bir dayanak noktası bulunamaz. 4 veya daha fazla noktanın aynı çember üzerinde yer alması bu kuralın istisnasıdır. Algoritmalarda bu özel durum dikkate alınmalıdır. Çelişkinin ortadan kalkması için algoritmaya bir seçim kriteri konulur. Üçgenin üçüncü köşesi olma olasılığı bulunan noktalardan birisi sistematik olarak seçilir. Bu seçim, bir noktanın Voronoi çokgenini oluştururken saat akrebinin dönüş yönünde komşu nokta araştıran algoritmalarda bu dönüş yönüne göre yapılır. Saat akrebi yönünde ilk karşılaşılan nokta üçgenin 3. köşesi olur ve Delaunay üçgeni oluşur. Çevrel çember kriteri genellikle artan üçgenleme yöntemlerinde kullanılan kriterdir. Her bir üçgenin 3. noktası belirlenirken bu üç noktanın çevrel çemberi içinde bir başka dayanak noktası olup olmadığı kontrol edilir. Çember içerisinde bir başka noktanın olduğu belirlenirse, belirlenen bu nokta yeni oluşacak üçgenin 3. köşesi olmaya aday olur. Aday üçgenin çevrel çemberi içerisinde bir başka nokta olup olmadığı kontrol edilir. Bu işlem çevrel çember içerisinde nokta kalmayana kadar devam eder ve üçgen oluşur.

Çember içerisinde başka nokta olup olmadığı iki yolla kontrol edilebilir. Bunlardan birincisi, kontrol edilecek noktaların çember merkezlerine olan uzaklıklarını çemberin yarıçapıyla karşılaştırmaktır. Uzaklığı yarıçaptan küçük olan noktalar çember içerisinde bulunmaktadır. Uzaklıklardan bir veya birkaçının yarıçapa eşit olması biraz önce ele alınan özel durumun var olduğunu gösterir. Bu durumda öngörülen seçim kriteri kullanılır. Kontrol için kullanılabilecek 2. yol üçgenin bilinen kenarını gören açıları hesaplamaktır. Çevrel çember içerisinde kalıp kalmadığı kontrol edilecek tüm noktalarda üçgenin kesin kenarını gören açılar hesaplanır. Bu noktalardaki açılar üçgenin 3. noktasını oluşturması düşünülen noktadaki açı ile karşılaştırılır. Bu açıdan daha büyük açıya sahip noktalar çevrel çember içerisinde yer almaktadır. Daha küçük açıya sahip noktalar çember dışındadır. Aynı açıya sahip noktaların bulunması bu noktaların aynı çember üzerinde olduğunu gösterir.

4.5.2 Maksimum-minimum kriteri

Enterpolasyon amaçlı üçgenlemeler, üçgenlerin eşaçılı (eşkenar) üçgenlere yakın olması durumunda "iyi" bir üçgenleme olarak tanımlanırlar. Düzensiz konumda bulunan dayanak noktaları için eşaçılık özelliğine yakın bir kriter bulmak her zaman mümkün değildir. Lawson (1972)'de "maksimum-minimum açı" kriteri diye adlandırılan bir kriter öne sürülmüştür. Bu kriter, üçgenlemede oluşan her dışbükey dörtgenin köşegeninin iyi bir şekilde seçilmesini önerir. Köşegenin oluşturduğu ikinci üçgenin mümkün olduğunca eşaçılı olması istenir. Bu kriterin kural olarak açıklaması şöyledir:

Ortak bir kenarı paylaşan 2 üçgen bir dörtgen oluşturur. Bu dörtgenin köşegeni ortak olan kenardır. Eğer bu dörtgen dışbükey ise (Şekil 4.4) köşegenin alternatif köşegen ile değiştirilmesi, dörtgeni oluşturan 2 üçgenin 6 iç açısından minimum olanın değerini arttırmamalıdır. Bu kural bu şekilde tüm dışbükey dörtgenler için sağlanmalıdır.



Şekil 4.4 Dışbükey Dörtgen, Alternatif Köşegen ve Altı İç Açı

Böyle bir üçgenleme "Yerel Eşaçılı" üçgenleme olarak tanımlanır. Bu şekilde sadece bir üçgenlemenin varolduğu, bunun da Delaunay üçgenlemesi olduğu Sibson (1977) ve Lawson (1977) tarafından ayrı ayrı kanıtlanmıştır. Lawson (1977)'de maksimum-minimum kriterine dayanarak yerel optimal üçgenler elde etmek için dışbükey dörtgenlerin köşegenlerini değiştirmeyi öneren "Lokal Optimizasyon Prosedürü (LOP)" önerilmiştir. Üçgenleme işlemi değişecek kenar kalmayana kadar LOP uygulanarak yapıldığında "maksimum-minimum" kriteri, Delaunay kriteri olarak da adlandırılan çevrel çember kriterini sağlamaktadır. Max-min kriteri iteratif yöntemlerde kullanılmaktadır. Herhangi bir kurala göre gerçekleştirilmiş olan üçgenlemeye ait dörtgenlere max-min kuralı uygulanarak gerekli köşegenler değiştirilir. Değişecek köşegen kalmayana kadar kriter uygulandığında Delaunay üçgenlemesi elde edilmiş olur.

4.6 Üçgenlemede Karşılaşılan Sorunlar

Üçgenleme algoritmalarının isteklere karşılık vermesi için çözümlenmesi gereken bazı sorunlar vardır. Algoritma hızlı çalışmalı, bilgi depolama gereksinimi az olmalı ve veri alanı için bir sınır tanımlanmış olmalıdır.

4.6.1 Hız

Algoritmaların doğru sonuç vermelerinin yanı sıra bu sonucu ne kadar kısa sürede verdiği o algoritmanın etkinliğini gösteren bir kriterdir. Algoritmanın çalışma süresi yazılıma olduğu kadar kullanılan donanıma da bağlıdır. Bu nedenle algoritmanın etkinliğini donanımdan bağımsız olarak gözleyebilmek için dayanak nokta sayısının artımına bağlı olarak çalışma süresinin artımı incelenir. N adet dayanak noktası var olduğu düşünülürse, algoritmaların çalışma süreleri N 'in değişik üstleri ile orantılı olarak ifade edilir. N, N^2, N^3 ile orantılı çalışma sürelerine sahip algoritmalar geliştirilmiştir. Bu algoritmalar içerisinde tercih edilen, dayanak nokta sayısı ile doğrusal orantılı olarak çalışma süreleri değişen algoritmalarlardır. Araştırmacıların amacı bu doğrusal oranı yakalamak olmuştur (Lee ve Preparata., 1984, Lewis ve Robinson., 1977, Garey ve diğ., 1978, Watson ve Philip, 1984a, 1984b)

Üçgenleme algoritmaları bazı hesaplamaların ve sorgulamaların defalarca tekrarını gerektirir. Çevrel çember merkezinin ve yarıçapının hesabı, bir kirişi gören çevre açının hesabı, bir noktanın çember içinde olup olmadığının sorgulanması veya çember içerisinde

bir başka nokta olup olmadığının sorgulanması buna örnek olarak verilebilir. Defalarca tekrar gerektiren bu tür algoritmelerde, verilere ulaşmak veya verinin gereken kadarını kullanmak, hızı etkileyen en önemli iki etkidir. Verilere hızlı bir şekilde ulaşmanın tek yolu verilerin sıralı halde bulunmasıyla mümkündür. Sıralı bir veriye ulaşmak büyük zaman tasarrufu sağlayacaktır. Kullanılacak sıralama yöntemi bile algoritmanın hızını büyük ölçüde etkileyecektir. Hız açısından kullanılması önerilen sıralama yöntemi Quick sort'tur (Tari, 1991). Veri kümesinin kutular şeklinde parçalara ayrılması algoritmaların hızlandırılması için kullanılan bir yöntemdir. Veri kümesi x ve y yönünde eşit aralıklara bölünür. x ve y koordinatına göre ayrı ayrı sıralanan dayanak noktalarının hangi aralıklarda yer aldığına bakılarak, her bir dayanak noktasının içinde yer aldığı kutu belirlenir. Dolayısıyla her bir kutuda hangi dayanak noktalarının yer aldığı da saptanır. Bu kutu yapısı sayesinde veri alanı küçük parçalara bölünmüş olur. yukarıda sözü edilen hesap ve sorgulama işlemlerinde sadece ilgili kutulardaki dayanak noktaları kullanılarak tüm veri alanının taranmasına gerek kalmaz. Bu sonuç basit bir örnekle açıklanabilir. Herhangi üç dayanak noktasından geçen bir çevrel çember düşünülürse, bu çember içerisinde bir başka dayanak noktası olup olmadığı araştırılacak olsun. Böyle bir durumda bu üç nokta dışındaki diğer tüm dayanak noktalarını tek tek ele alıp çember içerisinde kalıp kalmadığını kontrol etmek yerine, öncelikle çember içerisinde bulunma olasılığı fazla olan noktaları kontrol etmek daha akılcı olacaktır. İlk araştırılacak noktalar çevrel çembere teğet karenin kapladığı kutulardaki noktalar olmalıdır. Bu kutularda istenilen özelliğe sahip nokta yok ise, diğer kutularda zaten olmayacağı için bunlardaki noktaları araştırmaya gerek yoktur.

4.6.2 Depolama

Kullanılan bilgisayarların bellek kapasiteleri her ne kadar artmış bile olsa sonsuz değildir. Çok sayıda dayanak noktası ile çalışıldığında bellek yetersizlikleri ortaya çıkmaktadır. Bellek sorunu, kullanılan programlama dilinin özelliklerine bağlı olarak farklı boyutlarda oluşur. Veri alanının parçalara ayrılmasını içeren algoritmelerde hız bakımından bir avantaj sağlanmasına karşın depolanması gereken bilgi sayısı artar. Bu nedenle bilgilerin özel bellek depolama yöntemleri veya farklı matris yapıları kullanılarak depolanması gerekir. Bilgisayar belleğinden yer kazanmak amacı ile uygulanabilecek modern bellek depolama yöntemleri şunlardır:

- Matrisin kare biçimde depolanması,
- Yarı matrisin lineer depolanması,
- Band matrisin dikdörtgen depolanması,
- Band matrisin lineer depolanması,
- Değişken band matrisin lineer depolanması (Öztan 1981, 1983, 1986).

Direkt ve artan yöntemlerde hız sorunu daha belirgin olarak ortaya çıkmakla birlikte bellek sorunu diğer yöntemlere göre daha azdır. İyi bir üçgenleme yazılımı hız ve depolama sorununu yeterli düzeyde çözmelidir.

4.6.3 Veri alanının sınırlandırılması

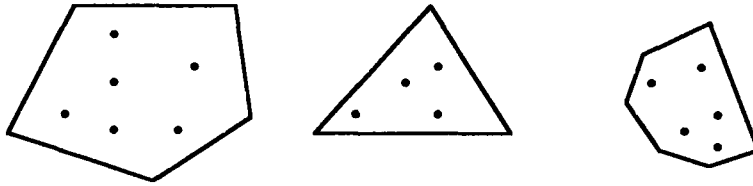
Hesap işlemlerinin bir yerde kesilmesi amacıyla üçgenlenecek veri alanının bir sınır ile tanımlanması gerekir. Aksi halde algoritmalar nereye kadar komşu nokta araştırmasına devam edeceğini, işlemi nerede keseceğini belirleyemeyip sonsuz döngü içerisine girebilirler. Üçgenlemenin doğruluğu bakımından veri alanının sınırlandırılması gereği de ortaya çıkabilir. Özellikle fazla girintili çıkıntılı arazilerin uçlarma doğru gereksiz ve yanıltıcı üçgenler oluşur. Enterpolasyonla yanlış bilgi elde etmemek için bu üçgenler dışarıda kalacak şekilde veri alanı sınırlandırılabilir. Veri alanını sınırlandırmak amacıyla şimdiye kadar kullanılmış olan geometrik şekiller, tüm dayanak noktalarını içine alan bir üçgen, en küçük ve en büyük x ve y koordinatlarının sınırlandığı bir dikdörtgen veya seçilmiş bir çokgen olmuştur (Lee ve Preparata 1984, Lewis ve Robinson. 1977, Garey ve diğ. 1978, Watson ve Philip 1984a, 1984b, Auerbach ve Schaeben 1990, Mirante ve Wengarten.1982, Fang ve Pieg 1992, Tsai 1993 ve Macedonio ve Pareschi 1991).

4.6.3.1 Sınırlandırma için kullanılan geometrik şekiller

En fazla kullanılan geometrik şekil çokgendir. Bazı algoritmalarda başlangıçta veri olarak bir çokgen tanımlanır. Algoritma çalışırken bu çokgeni sınır olarak kabul eder. Bir çok algortmada veri alanını sınırlandırmak için bir çokgen kullanılmama rağmen bu çokgen veri olarak başlangıçta verilmez. Algoritma bu çokgeni kendisi üretir. Veri alanının doğal sınırı olarak nitelenen bu özel çokgen "dışbükey çerçeve" olarak adlandırılır (Gürel 1966, Larkin 1991, Sedgewik 1988, Lee ve Preparata 1984). Bu yapı, hesapsal geometride önemli bir yer tutmaktadır. Bir nokta kümesi içerisindeki herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası üzerindeki bütün noktalar bu kümenin noktaları ise bu tür noktalar

kümesine "dışbükey küme" denir. Verilmiş bir noktalar kümesini içine alan en küçük dışbükey küme "dışbükey örtü" olarak adlandırılır (Gürel 1966, Larkin 1991, Sedgewik 1988, Lee ve Preparata 1984). Örnek vermek gerekirse, küme bir küpün 8 köşesi ise dışbükey örtü küpün tamamıdır. Küme bir çember noktaları ise dışbükey örtü bu çemberin oluşturduğu dairedir. Üçgenleme işlemlerinde olduğu gibi sadece iki boyutlu uzaylar düşünüldüğünde dışbükey örtüler bir düzlem parçası oluşturur. Sonlu sayıda veri noktasını içine alan dışbükey örtüler çokgen şeklindeki düzlem parçalarıdır. Özel durumlarda bu düzlem parçası üçgen, kare veya dikdörtgen şeklinde olabilir. Çokgen şeklindeki bir dışbükey örtüyü sınırlandıran çokgen o kümenin "dışbükey çerçevesi" olarak adlandırılır. Bir çok üçgenleme algoritması veri alanının sınırı olarak dışbükey çerçeveyi kullanmaktadır. Fang ve Piegl (1992), Mirante ve Weingarten (1982), Tsai (1993) ve Macedonio ve Pareschi (1991) bunlara örnek olarak verilebilir. Dışbükey çerçevenin bazı tanımlarda geçen en önemli özellikleri şunlardır:

Nokta kümesindeki tüm noktaları içine alan en küçük dışbükey çokgendir. Noktaları çevreleyen en kısa yoldur. Dışbükey çerçevenin (çokgenin) köşe noktaları veri kümesine ait noktalardır. Kümeye ait herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası tamamen bu çokgen içinde kalır veya çokgenin bir kenarını oluşturur. Veri kümesini oluşturan dayanak noktaları içerisindeki en küçük x , y , $(x+y)$, $(x-y)$ ve en büyük x , y , $(x+y)$, $(x-y)$ koordinat değerlerine sahip noktalar dışbükey çerçevenin bir köşesini oluştururlar. Bu noktalardan bazılarının iki özelliği birden taşıyabileceği gözönüne alınmalıdır. Çokgen dışındaki bir doğru, çokgene doğru yaklaştırıldığında ilk olarak bir çerçeve noktası ile temas edecektir (Larkin 1991, Sedgewik.1988, Lee ve Preparata 1984, Gürel 1966). Şekil 4.5'de bazı dışbükey çerçeve örnekleri verilmiştir.



Şekil 4.5 Dışbükey Çerçeve Örnekleri

BÖLÜM 5

SAYISAL ARAZİ MODELLERİNDEN HACİM HESAPLARI

Hacim, sayısal arazi modellerinden elde edilmesi beklenen sonuç ürünlerden biridir. Hacim problemleri, eldeki veriye göre değişik şekiller alır. Verilerin elde edildiği kaynağa, dolayısıyla da veri düzenine göre farklı algoritmalar düşünülebilir. Veriler elde edilmiş kaynağa bağlı olarak farklı yapılarda bulunurlar. Dayanak noktalarının bulunabileceği konumlar Bölüm 2'de sıralandığı gibi şöyledir:

- Dayanak noktaları rastgele dağılmış konumda olabilirler.
- Dayanak noktaları dikdörtgen veya üçgenlerden oluşan düzenli grid ağı köşelerinde yer alabilirler.
- Dayanak noktaları paralel kesitler boyunca yer alabilirler.
- Dayanak noktaları eş yükselti eğrilerini temsil edebilirler.

Yapılan bu sınıflandırma dikkate alınarak, hacim hesapları ayrı başlıklar altında incelenecektir.

5.1 Eş Yükselti Eğrilerinden Hacim Hesabı

Eş yükselti eğrilerinin, yeryüzünün eşit aralıklı yatay düzlemlerle kesilmesi ile elde edildiği düşünülürse, problem kolaylıkla çözülebilir. Çeşitli yöntemler kullanılmama rağmen, en çok uygulananları şunlardır:

- Ortalama alanlar yöntemi
- Uç alanlar yöntemi
- Prizmatik yöntem

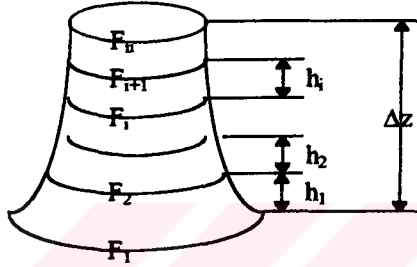
5.1.1 Ortalama Alanlar Yöntemi

Bu yöntemde, F_1 ve F_n uç alanları (Şekil 5.1) arasında kalan hacim (v), kesit alanlarının ortalaması ile iki uç alan arasındaki yükseklik farkı çarpılarak bulunur.

Eş yükselti eğrilerinin belirlediği alanlar $F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n$ ve uç alanlar arasındaki yükseklik farkı Δz ise, hacim

$$v = \frac{F_1 + F_2 + \dots + F_{n-1} + F_n}{n} \Delta z \quad (5.1)$$

olur (Özgen ve Öztan, 1988).



Şekil 5.1 : Eş Yükselti Eğrilerinden Hacim Hesabı

5.1.2 Uç Alanlar Yöntemi

Şekil 5.1'deki F_i ile F_{i+1} alanları arasında kalan hacim

$$v_i = \frac{F_i + F_{i+1}}{2} h_i \quad i=1,2, \dots, n-1 \quad (5.2)$$

formülü ile ifade edilebilir (Özgen ve Öztan, 1988).

Ardışık eşyüksekti eğrileri arasındaki yükseklik farklarının genel olarak birbirine eşit olduğu ($h_1=h_2=\dots=h_{n-1}=h$) varsayımı ile, F_1 ve F_n uç alanları arasındaki toplam v hacmi için (5.2)'den

$$v = \frac{1}{2} h (F_1 + 2F_2 + 2F_3 + \dots + 2F_{n-1} + F_n) \quad (5.3)$$

elde edilir.

5.1.3 Prizmatik Yöntem

Ardışık iki alan arasındaki şekil kesik prizma kabul edilirse, hacim Simpson formülü ile hesaplanabilir. F_{im} , F_i ile F_{i+1} alanları arasındaki orta kesitin alanını gösterdiğine göre F_i ile F_{i+1} alanları arasında kalan hacim

$$v_i = \frac{h_i}{6} (F_i + 4F_{im} + F_{i+1}) \quad (5.4)$$

olur. Buradaki h_i , F_i ve F_{i+1} alanları arasındaki yükseklik farkıdır.

Şekil 5.1'deki çift sayı indisli alanlar orta alan (F_{im}) olarak kabul edilirse, (5.4) eşitliğinden yararlanarak, toplam hacim şu şekilde ifade edilebilir:

$$v = \frac{h_1 + h_2}{6} (F_1 + 4F_2 + F_3) + \frac{h_3 + h_4}{6} (F_3 + 4F_4 + F_5) + \dots + \frac{h_{n-2} + h_{n-1}}{6} (F_{n-2} + 4F_{n-1} + F_n) \quad (5.5)$$

Eğriler arasındaki yükseklik farklarının birbirine eşit olduğu ($h_1 = h_2 = \dots = h_{n-1} = h$) varsayımına göre (5.5)'den

$$v = \frac{h}{3} (F_1 + 4F_2 + 2F_3 + 4F_4 + 2F_5 + 4F_6 + \dots + 2F_{n-2} + 4F_{n-1} + F_n) \quad (5.6)$$

elde edilir.

F_{im} orta alanı için, ardışık iki kesit alanının ortalaması kullanılırsa, çözüm uç alanlar yöntemine dönüşür (Özgen ve Öztan, 1988).

5.2 Paralel Kesitlerle Hacim Hesabı

Arazi yüzeyi eşit aralıklı düşey düzlemlerle kesilerek, paralel kesitler elde edilir. Eş yükselti eğrilerinin, arazinin yatay düzlemlerle kesilmesi sonucu elde edildiği düşünülürse, hacim hesapları Bölüm 5.1'de verilen formüllere benzetilerek yapılabilir. Ardışık kesitler arasındaki yatay uzaklık l ile, kesit alanları sırasıyla, $F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n$ ile gösterilirse, (5.1), (5.3) ve (5.6) formüllerine benzer aşağıdaki bağıntılar geçerli olur,

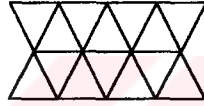
$$v = \frac{F_1 + F_2 + \dots + F_{n-1} + F_n}{n} l(n-1) \quad (5.7)$$

$$v = 0.5l(F_1 + 2F_2 + 2F_3 + \dots + 2F_{n-1} + F_n) \quad (5.8)$$

$$v = \frac{l}{3}(F_1 + 4F_2 + 2F_3 + 4F_4 + 2F_5 + 4F_6 + 2F_7 + \dots + 2F_{n-2} + 4F_{n-1} + F_n) \quad (5.9)$$

5.3 Düzenli Dağılmış Dayanak Noktaları İle Hacim Hesabı

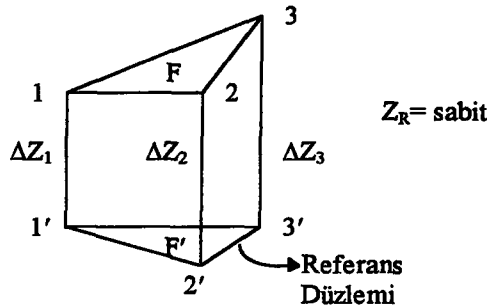
Düzenli dağılmış dayanak noktaları yardımıyla arazi yüzeyi üçgen veya dörtgen parçalara ayrılır. İstenilen bir referans düzlemi ve parçalara ayrılmış yüzey arasında kalan hacim üçgen veya dörtgen prizmalar yardımıyla belirlenir.



Şekil 5.2 Düzenli Üçgenler Ağı



Şekil 5.3 Düzenli Dikdörtgenler Ağı



Şekil 5.4 Üçgen Prizmanın Hacmi

Şekil 5.4'de görülen üçgen prizmanın hacmi açıkça yazılmak istenirse, Z_1, Z_2, Z_3 noktaların kotları, Z_R referans düzleminin kotu ve F' izdüşüm üçgeninin alanı olmak üzere,

$$\Delta Z_j = Z_j - Z_R \quad , j = 1, 2, 3 \quad (5.10)$$

$$v = F'(\Delta Z_1 + \Delta Z_2 + \Delta Z_3) / 3 \quad (5.11)$$

elde edilir. x_i, y_i nokta koordinatları olmak üzere,

$$\Delta X_2 = x_2 - x_1$$

$$\Delta Y_2 = y_2 - y_1$$

$$\Delta X_3 = x_3 - x_1$$

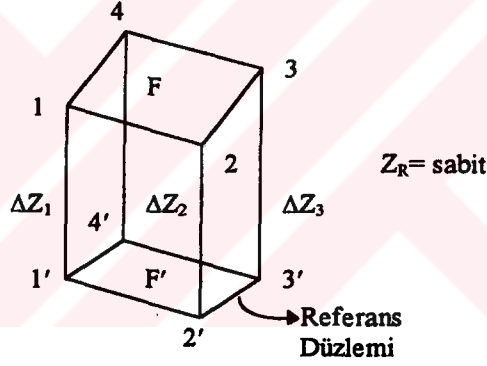
$$\Delta Y_3 = y_3 - y_1$$

$$\text{ve} \quad F' = \frac{1}{2}(\Delta X_2 \cdot \Delta Y_3 - \Delta Y_2 \cdot \Delta X_3) \quad (5.12)$$

yazılabilir. Dörtgen bir prizmanın hacmi üçgen prizmaya benzer şekilde

$$v = F' \cdot (\Delta Z_1 + \Delta Z_2 + \Delta Z_3 + \Delta Z_4) / 4 \quad (5.13)$$

olur.



Şekil 5.5 Dörtgen prizmanın hacmi

5.4 Rastgele Dağılmış Verilerle Hacim Hesabı

Dayanak noktalarının rastgele dağılmış olduğu durumlarda, seçilecek bir interpolasyon yöntemi yardımıyla düzenli dikdörtgen veya üçgen grid köşelerindeki yükseklik değerlerini enterpole etmek mümkündür. Bu durumda problem, Bölüm 5.3'de açıklanan duruma dönüşür. Üçgen veya dikdörtgen prizmalar yardımıyla hacim hesaplanır. Seçilen interpolasyon yöntemi kullanılarak, paralel kesitler boyunca yer alan noktaların yüksekliklerini enterpole etmek de mümkündür. Bu haliyle problem, Bölüm 5.2'de anlatılan şekle dönüşür. Kesitler yardımıyla hacim hesaplanır.

Rastgele dağılmış veriden, düzenli veriye geçerken oluşacak bilgi kaybını önlemek için, dayanak noktalarını doğrudan kullanan yapıları oluşturmak gerekecektir. Bölüm

4'de yer alan üçgenleme yöntemi bu amaçla kullanılabilir uygun bir yapıdır. Bölüm 4'de açıklanan özelliklerinden dolayı Delaunay üçgenlemesi çözüm için daha uygun olacaktır. 1.yüzeyde m_1 ve 2. yüzeyde m_2 sayıda dayanak noktası olduğu kabul edilirse, bu iki yüzey arasında hacim hesabı aşağıda açıklanan iki farklı yöntemle yapılabilir.

5.4.1 Ortak Bir Referans Düzlemine Göre, Üçgen Prizmalarla Hacim Hesabı

1. ve 2. yüzeydeki dayanak noktaları Delaunay kriterine göre ayrı ayrı üçgenlenir. Her iki yüzeydeki en düşük kottan daha düşük olmak kaydıyla Z_R referans kotu seçilir. Üçgen prizmalar yardımıyla 1. yüzey ile referans düzlemi arasındaki v_1 hacmi belirlenir. Aynı işlemler 2. yüzey için de yapılır ve referans düzlemi ile 2. yüzey arasındaki v_2 hacmi hesaplanır. 1. ve 2. yüzey arasındaki aranan hacim, $v_1 - v_2$ farkıyla bulunur. Yüzeylerin birbirlerini kesmeleri veya sınırlarının farklı olması halinde sonuçlar yanıltıcı olur. Bu durumda 5.4.2 çözümü kullanılmalıdır.

5.4.2 Üçgenlerin İzdüşümleri İle Hacim Hesabı

Her iki yüzeydeki dayanak noktaları ayrı ayrı üçgenlenir. 1. yüzeydeki noktaların 2. yüzeydeki izdüşümlerine ait yükseklikleri, 2. yüzeyde içine düştüğü üçgende yapılacak lineer enterpolasyonla bulunur. 1. yüzeye ait üçgenler kullanılarak oluşturulan üçgen prizmalar yardımıyla aranan v hacmi hesaplanır. Benzer şekilde 2. yüzeydeki noktaların 1. yüzeydeki karşılıkları enterpole edilerek, 2. yüzeye ait üçgenler yardımıyla da v hacmi hesaplanabilir. Her iki yüzeydeki üçgenlerin sayıları ve konumları birbirinden farklı olduğundan hesaplanacak v değerleri farklı olacaktır. Üçgen sayısı çok olan yüzey esas alınarak yapılacak çözüm daha iyi sonuç verecektir. Sayılar yakın olduğunda ortalama değer kullanılabilir.

Yüzeylerden birini üçgenleyip, diğer yüzeyi multikvadrik, polinom veya en küçük kareler yüzeylerinden biri ile ifade etmek de çözüm olarak düşünülebilir.

BÖLÜM 6

UYGULAMA

6.1 Kullanılan Arazi Grupları ve Özellikleri

Uygulama için, 7 farklı veri grubu seçilmiştir. Bir hacim hesabı için, iki ayrı yüzeyin gerekli olduğu düşünülürse, 7 üst yüzeye karşılık, 7 alt yüzeyin kullanıldığı kolayca anlaşılabilir. Üst yüzeyler, kazı öncesi, alt yüzeyler ise kazı sonrası yüzeyleri temsil etmektedir. Kazı sonrası oluşan yüzeylerin, çoğunlukla düzlem veya düzleme yakın olduğu varsayılarak, alt yüzeyler düzlem veya düzleme yakın yüzeyler olarak seçilmiştir.

Üst yüzeylerden 5' i 1:1000 ölçekli bir paftanın farklı bir gridinden alınmıştır (bak, Şekil 6.1). Her bir grid (100×100m) boyutundadır. Dayanak noktaları eşyüksekti eğrilerinden ve pafta üzerinde işaretli ölçü noktalarından yararlanarak, rastgele konumda dağılacak şekilde sayısallaştırılmıştır. Diğer iki yüzey ise teorik olarak üretilmiş bir dik koni ve bir yarım küreden oluşmaktadır. Dik koninin yüksekliği ve taban yarıçapı 50m. alınmış, yarım küre için de aynı yarıçap seçilmiştir. Yüzeyi temsil edecek dayanak noktalarının yükseklikleri küre veya koni denklemlerinden yararlanılarak hesaplanmıştır. Küre ve koni yüzeylerinin her biri 84 dayanak noktası ile ifade edilmiştir. Kullanılan yüzeylerin önemli özelliklerini gösteren büyüklükler aşağıda açıklanmış ve bunların sayısal değerleri Tablo 6.1'de verilmiştir:

1. **Nokta sayısı:** yüzeyi temsil eden dayanak nokta sayısıdır.
2. **Üçgen sayısı:** Delaunay üçgenlemesiyle elde edilen üçgen sayısını göstermektedir.
3. **Alanlar oranı (f'/f):** oluşan üçgenlerin 3 boyutlu ve 2 boyutlu hesaplanan alanlar toplamının birbirine oranını gösterir. Arazi yüzey alanının, yatay izdüşüm alanına oranı şeklinde ifade edilebilir. Bu oran, arazinin engebelilik durumunu gösteren bir kriterdir.

4. **Dengeleyen düzlem eğimi:** dayanak noktaları kullanılarak, $\sum v v = \text{minimum}$ koşuluyla yapılan dengeleme sonucu elde edilen düzlemin en büyük eğim değerini gösterir.
5. d_{ORT} : dayanak noktalarının dengeleyen düzleme olan uzaklıklarının ortalamasıdır.
6. σ_d : d_{ORT} değerinin standart sapmasını göstermektedir.
7. **Ortalama eğim:** üçgenlerin en büyük eğim değerlerinin ortalamasıdır.
8. **En küçük eğim:** üçgen eğimleri içindeki en küçük değerdir
9. **En büyük eğim:** üçgen eğimleri içindeki en büyük değerdir.
10. σ_e : ortalama eğim değerinin standart sapmasıdır.
11. **Vektör kuvveti:** γ_i i'nci üçgenin en büyük eğim açısını ve u üçgen sayısını göstermek üzere

$$VK = \left(\sum_{i=1}^u \cos^2 \gamma_i \right)^{1/2} / u \quad (6.1)$$

eşitliği ile bulunur.

12. Vektör dispersiyonu:

$$VD = \left[u \sum_{i=1}^u \cos^2 \gamma_i - \left(\sum_{i=1}^u \cos \gamma_i \right)^2 \right] / u^2 \quad (6.2)$$

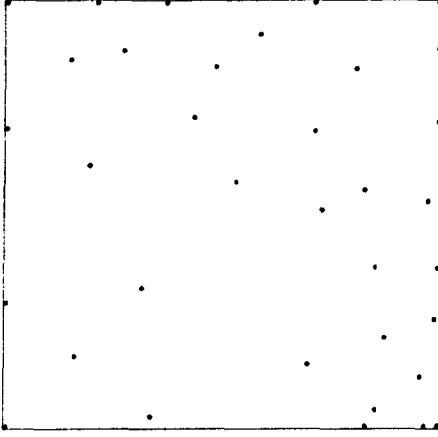
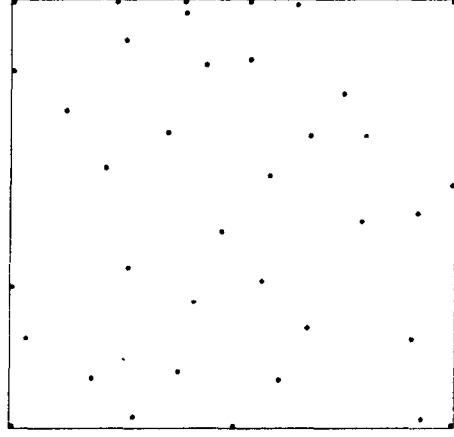
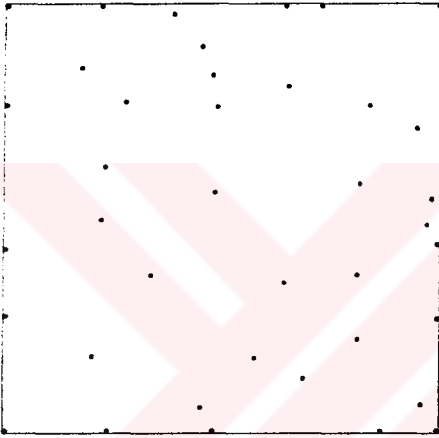
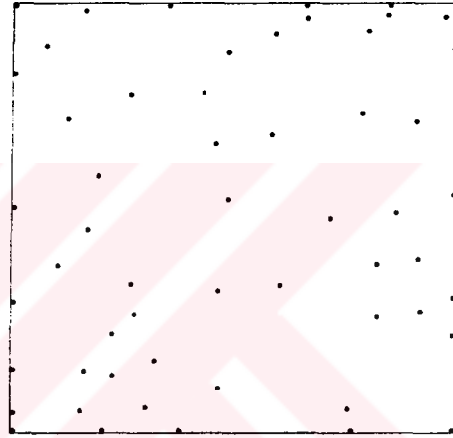
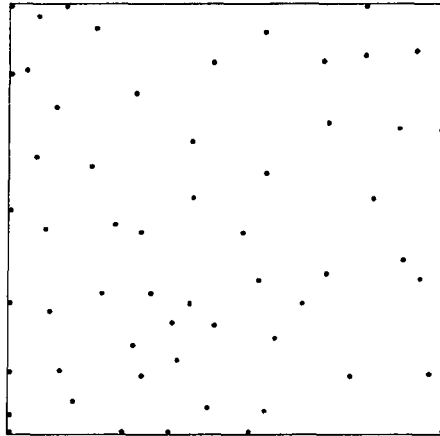
ifadesinden hesaplanır (Cömert, 1988). Genellikle, yükseklik değişimlerinin az olduğu yüzeylerde, vektör kuvveti büyük ve vektör dispersiyonu küçük olur.

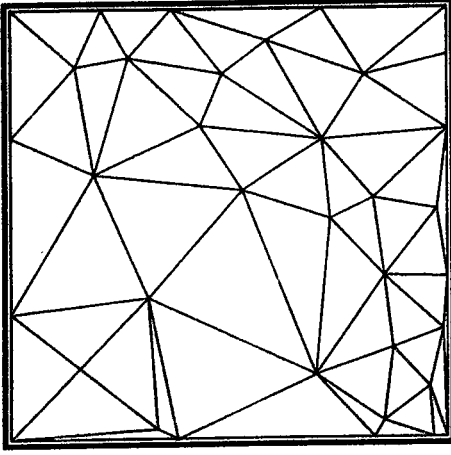
13. Yapılanma çizgisi sayısı: üçgenlemeye zorunlu olarak katılan çizgi sayısıdır.

Tablo 6.1' de verilen bilgilerden yararlanılarak, araziler, *topografik yapılarının karmaşıklığına göre* 1, 2, 3, 4 ve 5 şeklinde sıralanmıştır. Bu sıralamanın anlamlı olduğu Şekil 6.3' de verilen eşyüksekti eğrili planlardan görülmektedir. Bu sıralama yapılırken, özellikle yapılanma çizgisi sayısı, vektör kuvveti, vektör dispersiyonu, ortalama eğiminin standart sapması (σ_e) ve d_{ORT} değerinin standart sapması (σ_d) kullanılmıştır.

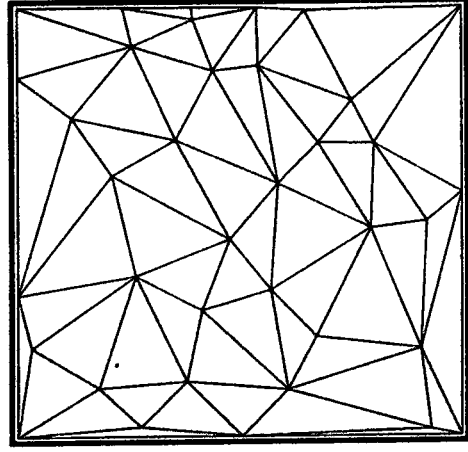
Tablo 6.1 Kullanılan Arazi Yüzeylerine Ait Bilgiler

	yüzey türü	1	2	3	4	5	Küre	Koni
Nokta Sayısı	üst	35	37	39	56	59	84	84
	alt	23	28	24	26	28	50	50
Üçgen Sayısı	üst	54	61	61	91	101	139	139
	alt	37	48	37	38	46	71	71
f/f	üst	1.44	1.74	1.88	1.73	1.64		
	alt	1.00041	1.00037	1.00046	1.00042	1.00054		
Deng.Düz. Eğimi %	üst	26.97	36.06	27.56	24.29	19.72		
	alt	0.45	0.44	0.26	0.14	0.29		
d_{ORT} (m)	üst	1.47	1.76	4.66	3.19	2.95		
	alt	0.225	0.153	0.201	0.258	0.242		
σ_d (m)	üst	1.10	1.76	1.43	4.33	3.31		
	alt	0.020	0.011	0.016	0.024	0.017		
Ort. Eğim %	üst	33.4	41.0	43.8	38.72	34.65		
	alt	2.66	2.54	2.53	2.65	3.18		
En Küçük Eğim %	üst	10.17	23.09	12.32	0.00	4.76		
	alt	0.95	0.22	0.45	0.58	0.00		
En Büyük Eğim %	üst	92.14	218.19	160.70	98.11	203.59		
	alt	5.86	26.34	15.93	7.80	21.41		
σ_e	üst	71.28	216.19	158.08	268.75	579.28		
	alt	0.22	3.61	0.87	0.49	2.19		
VK	üst	0.1286	0.1187	0.1170	0.0972	0.0937		
	alt	0.1643	0.1441	0.1643	0.1621	0.1472		
VD	üst	7.7250	18.1673	16.5492	26.50	54.65		
	alt	0.0002	0.0517	0.0055	0.0007	0.0218		
Yapılanma Çizgisi Sayısı	üst	-	-	2	3	4	-	-
	alt	-	-	-	-	-	-	-

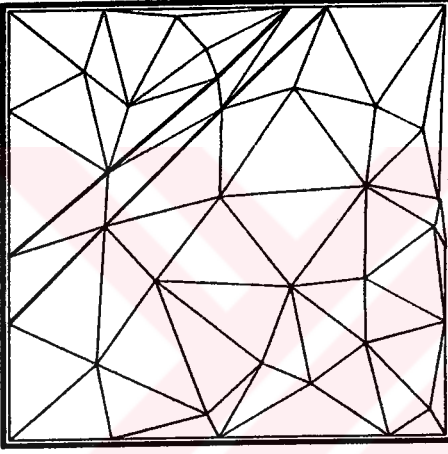
**Arazi No: 1****Arazi No: 2****Arazi No: 3****Arazi No: 4****Arazi No: 5****Şekil 6.1 1, 2, 3, 4 ve 5 No'lu Arazilere Ait Dayanak Noktalarının Dağılımı**



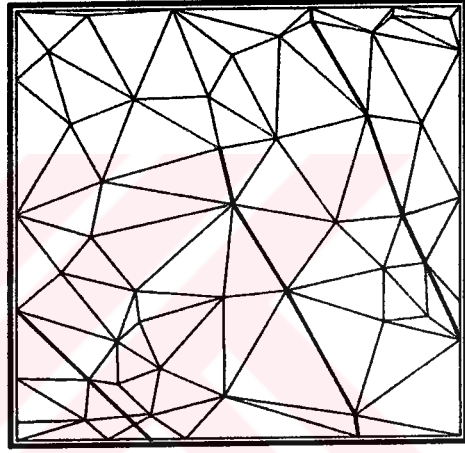
Arazi No: 1



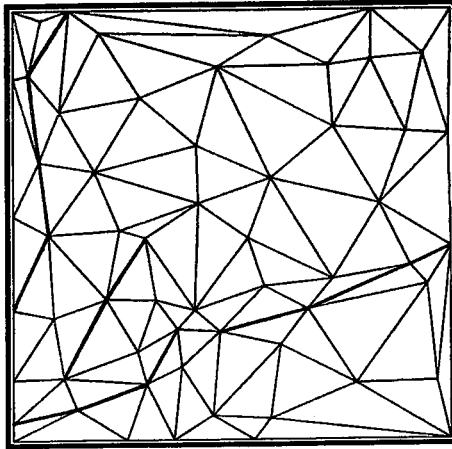
Arazi No: 2



Arazi No: 3

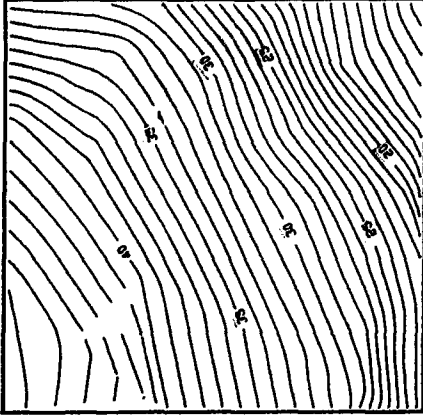
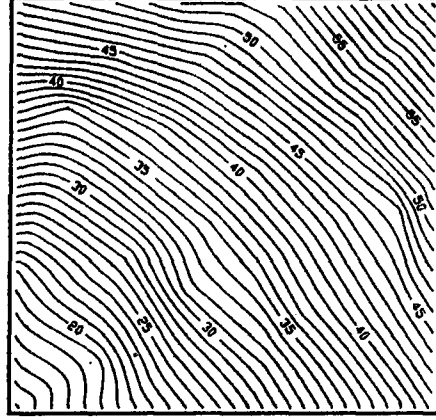
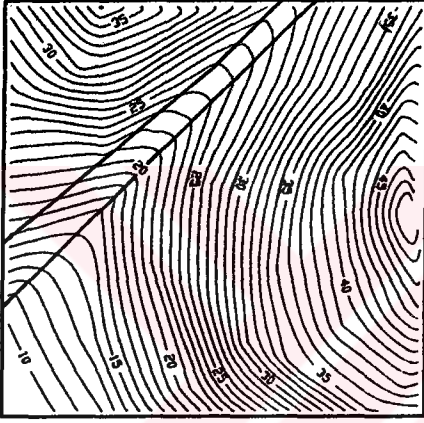
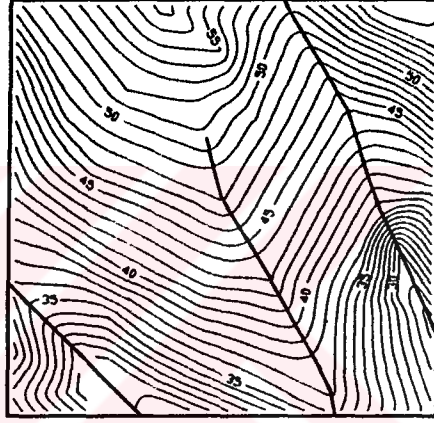
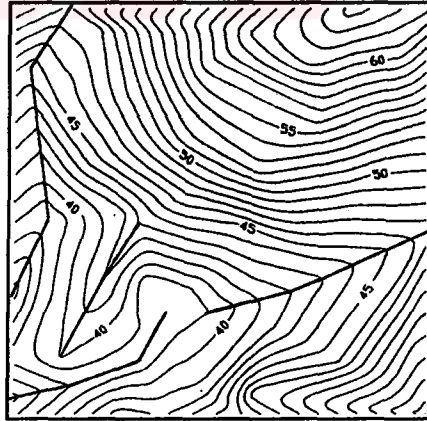


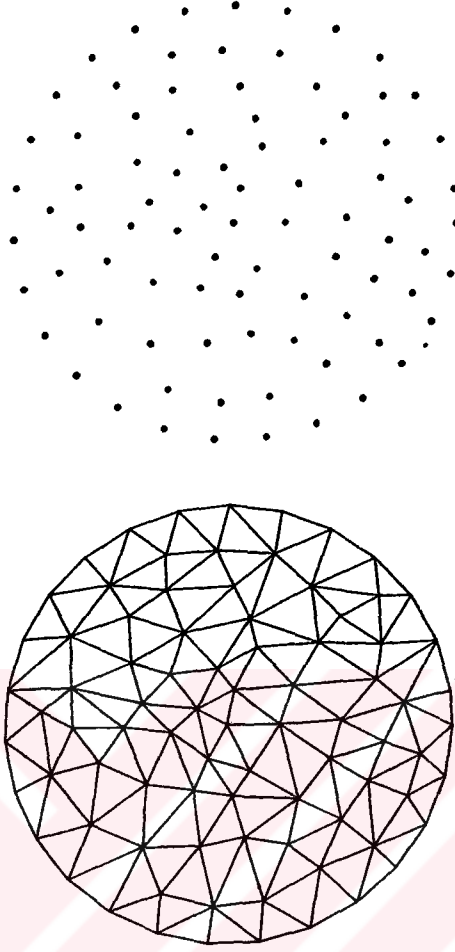
Arazi No: 4



Arazi No: 5

Şekil 6.2 1, 2, 3, 4 ve 5 No'lu Arazilere Ait Delaunay Üçgenleri

**Arazi No:1****Arazi No:2****Arazi No:3****Arazi No:4****Arazi No:5****Şekil 6.3 1, 2, 3, 4 ve 5 No'lu Arazilerin Eşyüksekti Eğrili Planları**



Şekil 6.4 Küre ve Koni İçin Dayanak Noktaları ve Üçgenler

6.2 Hacim Hesapları

Yukarıda tanıtılan 7 farklı arazi için uygulanan hacim hesapları, *üçgen prizmalarla hacim hesabı*, *dikdörtgen prizmalarla hacim hesabı* ve *kesitlerle hacim hesabı* olmak üzere üç ana başlık altında toplanmıştır.

6.2.1 Üçgen prizmalarda hacim hesabı

Alt ve üst yüzeye ait dayanak noktaları ayrı ayrı üçgenlenerek her iki yüzeye ait Delaunay üçgenleri elde edilmiş, *Ortak bir referans düzlemi kullanılarak (Bölüm 5.4.1) veya üçgenlerin izdüşümleri ile (Bölüm 5.4.2) üçgen prizmalar* yardımıyla hacim hesapları yapılmıştır. Delaunay üçgenleri *EGHAS(TGEN)* programı ile oluşturulmuştur. Bunun dışında yapılan bütün hesaplar için tarafımızdan geliştirilen programlar kullanılmıştır. *TGEN* Programının *ASCII* formatında oluşturduğu *ÜÇGEN*

çıkış dosyası *QBASIC* dilinde yazılan bir program ile okunup *TEXT* dosyası haline dönüştürülmektedir. Üçgenler ağma dayanarak yapılacak bütün enterpolasyon işlemleri ve hacim hesapları bu *TEXT* dosyalarını kullanan ve bu çalışma çerçevesinde geliştirilen *QBASIC* programları ile yapılmaktadır.

6.2.1.1 Referans düzlemine göre hacim hesabı (Yöntem No:1)

Alt ve üst yüzeyden daha düşük olmak kaydıyla bir referans düzlemi (genellikle, $z=0$) seçilir. Üst yüzeydeki üçgenler kullanılarak üçgen prizmalar yardımıyla üst yüzey ile referans düzlemi arasındaki hacim hesaplanır. Benzer şekilde alt yüzeydeki üçgenler kullanılarak alt yüzey ile referans düzlemi arasındaki hacim hesaplanır. Hesaplanan iki hacim değerinin farkı üst ve alt yüzey arasındaki aranılan hacimi verir (Bölüm 5.4.1). Yüzeylerin birbirlerini kesmesi veya sınırlarının farklı olması halinde sonuçlar yanıltıcı olur. Enterpolasyon yapılmadan doğrudan dayanak nokta yükseklikleri kullanılarak hacim hesabı yapılması yöntemin olumlu tarafıdır.

6.2.1.2 Üçgenlerin izdüşümleri ile hacim hesabı (Yöntem No:2)

Üst yüzeydeki noktaların alt yüzeydeki izdüşümlerine ait yükseklikleri, alt yüzeyde içine düştüğü üçgen üzerinde yapılacak lineer enterpolasyonla bulunur. Üst yüzeydeki üçgenler yardımıyla oluşturulan üçgen prizmalarla hacim değeri hesaplanır. Benzer şekilde, alt yüzeydeki noktaların üst yüzeydeki izdüşümleri ve lineer enterpolasyonla bulunan izdüşüm yükseklikleri kullanılarak ikinci bir hacim hesabı da yapılabilir (Bölüm, 5.4.2). Her iki yüzeydeki üçgenlerin sayı ve konumlarının farklı olması nedeniyle hesaplanacak iki hacim değeri farklı olacaktır. Üçgen sayısı çok olan yüzey esas alınarak yapılacak çözümün daha iyi sonuç verdiği çalışmamız sırasında anlaşılmıştır.

6.2.2 Dikdörtgen prizmalarla hacim hesabı (Bölüm 5.3)

Seçilen kare grid köşelerinin üst ve alt yüzeydeki karşılıkları (yükseklikleri) çeşitli enterpolasyon yöntemleri ile belirlenmiştir. Enterpolasyon işleminin yapılması ve dikdörtgen prizma yardımıyla hacim değerinin hesaplanması bu çalışmada geliştirilen, *QBASIC* dilinde yazılmış programlar ile gerçekleştirilmiştir. Programlarda grid büyüklüğü ve kritik daire yarıçapını seçme olanağı vardır. Uygulamada grid büyüklüğü, sırasıyla 1m, 2.5m, 5m, 10m ve 20m alınmıştır. Kritik daire kullanımı gerektiren yöntemlerde (kayan yüzeyler ve ağırlıklı ortalama), yarıçap 10m, 25m ve 50m olmak üzere 3 farklı şekilde seçilmiştir.

Küre ve koni dışındaki araziler, 100*100m genişliğinde dikdörtgen bir alan kapladıkları için sınır bölgelerdeki gridler ile arazi sınırları çakışmaktadır. Bu nedenle, sınır bölgelerindeki gridlerde bir hacim kaybı söz konusu değildir. Küre ve koni yüzeylerinde ise çözülmesi gereken bir sınır problemi vardır. Bazı gridlerin bir kısmı hacimi hesaplanacak alanda geri kalan kısmı ise söz konusu alanın dışında kalmaktadır. Bu durumda yapılan uygulama şu şekilde olmuştur: Gridin dışarıda kalan köşeleri için alt ve üst yüzeydeki yükseklikleri enterpole edilmemiş o noktadaki iş (kazi) 0 alınmıştır. Gridin 4 köşe noktası için yapılan kazı büyüklüklerinin ortalaması alınmış grid büyüklüğü ile çarpılmıştır. Grid köşelerinin her iki yüzeydeki yüksekliklerinin hesabında kullanılan enterpolasyon yöntemleri düşünülerek uygulanan hacim hesapları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

6.2.2.1 Multikvadrik yöntemle hacim hesabı (Yöntem No:3)

1.derece trend yüzeyi kullanılarak, üst ve alt yüzeyler ayrı ayrı multikvadrik yüzeyler olarak ifade edilmiştir. Grid köşe noktalarının üst ve alt yüzeydeki yükseklik karşılıkları her iki multikvadrik yüzey denkleminde (3.22) eşitliği yardımıyla hesaplanmaktadır (Bölüm 3.3). Multikvadrik yüzeyin oluşturulması, enterpolasyon ve hacim işlemi çalışma kapsamında oluşturulan bir *QBASIC* programı ile yapılmıştır.

6.2.2.2 Ağırlıklı ortalama ile hacim hesabı (Yöntem No:4)

Grid köşe noktalarının üst ve alt yüzeydeki karşılıkları ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yöntemiyle belirlenmiştir (Bölüm 3.1). Ağırlık fonksiyonu olarak, Bölüm 3.4' de de açıklanmış olan, aşağıdaki 7 ayrı model uygulanmıştır. Enterpolasyon işlemi ve hacim hesabı bir *QBASIC* programla yapılmıştır. Programda aşağıda sıralanan ağırlık fonksiyonlarını seçme olanağı vardır.

AĞIRLIK MODELLERİ:

1. $P = (1 - r^2) / r^2$
2. $P = 1 / r^k$ k=1, 2, 3 veya 4
3. $P = 1 - 0.9r^2$
4. $P = (1 - r)^3 (1 - r^2)^3 / r^k$ k=1 veya 2 (6.3)
5. $P = e^{(-kr^2)}$ k=14 veya 20
6. $P = 1 - 2r^2$ (r < 0.5)
 $P = 2(1 - r)^2$ (r ≥ 0.5)
7. $P = e^{-s^2/k^2}$ (Gauss fonk.) k=3, 4 veya 5

Ağırlık modellerinde geçen k katsayısı için önerilen farklı değerler kullanıldığında ağırlık modeli sayısı 14'e çıkmıştır. Yukarıda da sözü edildiği gibi, farklı grid boyutları (1, 2.5, 5, 10, 20m) ve farklı kritik daire yarıçapları (10, 25, 50m) için işlem tekrarlanmıştır.

6.2.2.3 Enküçük kareler yöntemiyle hacim hesabı (Yöntem No:5-6)

Bu yöntemde, grid köşe noktalarına karşılık gelen yükseklik değerleri, her iki yüzeyde yapılan enküçük kareler enterpolasyonu ile belirlenmektedir (Bölüm 3.5). Korelasyon fonksiyonu olarak Gauss (Yöntem No:5) ve Hirvonen (Yöntem No:6) fonksiyonları kullanılmıştır. Her iki fonksiyon için de k değeri 3, 4 ve 5 olmak üzere 3 farklı şekilde seçilmiştir. Trend yüzeyi için 2. derece bir polinom kullanılmıştır. Yukarıda belirtilen grid büyüklükleri bu yöntem için de geçerlidir. Diğer yöntemlere benzer şekilde *QBASIC* dilinde yazılmış programlar kullanılmıştır.

6.2.2.4 Kayan yüzey yardımıyla hacim hesabı (Yöntem No:7)

Grid köşe noktalarının üst ve alt yüzeydeki yükseklikleri kayan yüzey yardımıyla enterpolasyon yöntemiyle belirlenmektedir (Bölüm 3.4). Ağırlıklı ortalama ile hacim hesabında kullanılan ağırlık modelleri, grid boyutları ve kritik daire yarıçapları bu yöntemde de kullanılmıştır. Enterpolasyon ve hacim hesabı için kullanılan programlar yine *QBASIC* dilinde düzenlenmiştir.

6.2.2.5 Polinomlarla hacim hesabı(Yöntem No:8)

Alt ve üst yüzeyler, dayanak noktaları yardımıyla 2.derece polinom yüzeyleri olarak ifade edilmişlerdir. Grid köşe noktalarının üst ve alt yüzeydeki yükseklikleri, her iki polinom eşitliğinden ayrı ayrı bulunmuştur (Bölüm 3.2). Yüzeylerin polinom şeklinde ifade edilmesi, nokta yüksekliklerinin enterpolasyonu ve hacim hesabı *QBASIC* programı ile gerçekleştirilmiştir.

6.2.2.6 Delaunay komşuları ile ağırlıklı ortalama ile hacim hesabı(Yöntem No:9)

Tarafımızdan geliştirilen bu yöntemde grid köşe noktalarının üst ve alt yüzeydeki yükseklikleri Delaunay komşuları ile ağırlıklı ortalama enterpolasyonu kullanılarak bulunmuştur (Bölüm 3.8.7). Komşu nokta yüksekliklerine verilecek ağırlıklar, enterpolasyon noktası ile komşu dayanak noktası arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu olarak seçilmiştir. *QBASIC* dilinde yazılmış bir programla enterpolasyon ve hacim

hesabı gerçekleştirilmektedir. Enterpolasyon noktasının üçgenlemeye katılması araya sokma yöntemi ile yapılmaktadır. Yazılan bir *QBASIC* programla *TGEN* ile üçgenlenmiş dayanak noktaları arasına enterpolasyon noktaları da dahil edilmektedir.

Kullanılan ağırlık modelleri şunlardır:

1. $P = 100 / s$,
 2. $P = 100 / s^2$,
 3. $P = e^{-s}$
- (6.4)

6.2.3 Kesitlerle hacim hesabı (Yöntem No 10)

Her bir arazi grubu için, x ve y yönlerinde ayrı ayrı olmak üzere, 1, 2.5, 5, 10 ve 20m aralıklarla kesitler alınmıştır. Alt ve üst yüzeye ait üçgenlerde yapılan lineer enterpolasyonla belirlenen bu kesitler kullanılarak Simpson Formülü ile hacim değerleri hesaplanmıştır (Bölüm 5.2). Değerlendirmelere x ve y yönlerinde elde edilen sonuçların ortalamaları katılmıştır. Hesaplar için yazılan program yine *QBASIC* dilindedir. Kesitler üçgenleme yapısı üzerinden alınmıştır. Üçgen yapısı *TGEN* programı ile oluşturulmuş üçgen dosyasından dönüştürülmüştür.

6.3 Hacim Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Yukarıda, *Hacim Hesapları* başlığı altında verilen bilgilerden de anlaşılacağı gibi her bir arazi için, 10 farklı hacim hesaplama yöntemi kullanılmıştır. Yöntemler içinde, değişik ağırlık modelleri, değişik k katsayıları, farklı kritik daire yarıçapları, farklı grid boyutları veya farklı kesit aralıkları kullanıldığından her bir arazi için elde edilen hacim sonucu sayısı 482 olmaktadır. 7 arazi için toplam $7 \times 482 = 3374$ hacim sonucu bulunmaktadır. Bir arazi için elde edilen hacim sonucu sayısının yöntemlere göre dağılımı Tablo 6.2'de özetlenmiştir.

Metin içerisindeki akıcılığın bozulmaması ve kolay izlenebilmesi için yapılan uygulamalar sonucu elde edilen hacim değerleri tablolar halinde düzenlenmiş ve Ek A'da sunulmuştur. Her bir arazi grubu için elde edilen 482 sonuç değerinin tek bir tabloda toplanması zor olacağı için 3 ayrı sonuç tablosu oluşturulmuştur. Ağırlıklı ortalama yöntemine ait 210 değer bir tabloda, kayan yüzeyler yöntemine ait 210 değer bir başka tabloda ve geriye kalan 8 yöntemine ait toplam 62 sonuç da bir başka tabloda toplanmıştır. 7 arazi için toplam $3 \times 7 = 21$ tablo Ek A'da yer almaktadır. Sonuçların değerlendirilmesi, ön değerlendirilmeler ve asıl değerlendirmeler olmak üzere iki aşamadan oluşmaktadır.

Tablo 6.2 Sonuçların Yöntemlere Göre Dağılımı

Yöntem No	Yöntem Adı	Ağırlık Modeli Sayısı	K. Daire Yarıçapı Sayısı	Kullanılan Grid Büyüklüğü Sayısı	Kullanılan Kesit Aralığı Sayısı	Toplam Sonuç Sayısı
1	Üçg. Prizma (Ref. Düz.)	-	-	-	-	1
2	Üçg. Prizma (İzdüşüm)	-	-	-	-	1
3	Multikvadrik	-	-	5	-	5
4	Ağırlıklı Ortalama	14	3	5	-	210
5	E.K.K. (Gauss)	3	-	5	-	15
6	E.K.K. (Hirvonen)	3	-	5	-	15
7	Kayan Yüzeyler	14	3	5	-	210
8	2. Derece Polinom	-	-	5	-	5
9	Delaunay Komşuları	3	-	5	-	15
10	Kesit Yöntemi	-	-	-	5	5

TOPLAM 482

6.3.1 Ön değerlendirmeler

Bir ön değerlendirmeye gerek duyulmasının nedeni, en uygun kritik daire yarıçapını, grid büyüklüğünü ve kesit aralığını belirlemek ve uyumsuz sonuç veren yöntemleri veya ağırlık modellerini ayıklamaktır. Küre ve koni dışında kalan 5 arazi için gerçek hacim değerleri bilinmediğinden, gerçek değer yerine kullanılacak olan aritmetik ortalamanın anlamlı olabilmesi için, 3 aşamadan oluşan bir ön değerlendirme ile sonuçlar içindeki uygun olmayan kritik daire yarıçapı, grid büyüklüğü ve kesit aralığına ait değerler ile uyumsuz görünen yöntem ve ağırlık modellerine ait değerler ayıklanmıştır. Uyumsuz değerlerin belirlenmesinde t dağılımında alt ve üst güven sınırları kullanılmıştır.

6.3.1.1 t dağılımında alt ve üst güven sınırları ve sonuçların değerlendirilmesi

Normal dağılımında olduğu varsayılan bir ölçü kümesinde, herhangi bir x_i ölçüsü için,

$$\bar{x}_{alt} = \bar{x} - t_s \sigma_x, \quad \bar{x}_{üst} = \bar{x} + t_s \sigma_x \quad (6.5)$$

alt ve üst sınır değerleri bulunur. Eşitlikde yer alan $\bar{x}$ ortalama değerdir. Ölçü sayısı n ve serbestlik derecesi f ile gösterilirse,

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} \quad , v_i = \bar{x} - x_i \quad (6.6)$$

yazılabilir(Aksoy,1987). t_s değeri, $f = n - 1$ serbestlik derecesi ve $s = 1 - \alpha$ istatistik güvenle t dağılımı üst güven sınırları tablosundan alınır. Test edilen x_i değeri alt ve üst güven sınırları içerisinde kalıyorsa uyumsuz değildir. Aksi takdirde uyumsuz olduğu anlaşılan bu değer atılır ve ortalamaya dahil edilmez. Atılacak ölçü kalmayana kadar işleme devam edilir(Coşkun, 1996). Yapılan çalışmalarda $\alpha = 0.05$ alınmıştır.

Yapılan ilk değerlendirmede her bir araziye ait 482 hacim sonucuna ayrı ayrı uyumsuz ölçü testi uygulanmıştır. Uyumsuz çıkan 1207 değer hakkındaki bilgiler aşağıdaki Tablo 6.3, 6.4, 6.5, 6.6 ve 6.7' de özetlenmiştir.

Tablo 6.3 Uyumsuz Değerlerin Arazilere Göre Dağılımı

Arazi	1	2	3	4	5	küre	koni
Uyumsuz Değer Sayısı	105	75	355	102	359	52	159

Tablo 6.4 Uyumsuz 1207 Değerin Yöntemlere Göre Dağılımı

Yöntem No	Yöntem Adı	Uyumsuz Sonuç Sayısı	Toplam Sonuç Sayısı	Uyumsuz Sonuçların Yüzdesi
1	Üçg. Prizma (Ref. Düz.)	2	7	28.6
2	Üçg. Prizma (İzdüşüm)	2	7	28.6
3	Multikvadrik	13	35	37.1
4	Ağırlıklı Ortalama	335	1470	22.8
5	E.K.K. (Gauss)	32	105	30.5
6	E.K.K. (Hirvonen)	28	105	26.7
7	Kayan Yüzeyler	749	1470	51.0
8	2. Derece Polinom	8	35	22.9
9	Delaunay Komşuları	19	105	18.1
10	Kesit Yöntemi	19	35	54.3

toplam: 1207 3374

Tablo 6.4' den görüldüğü gibi, oransal olarak en çok uyuşumsuz değere sahip yöntem Kesit Yöntemi (%54.3) olup bunu Kayan Yüzeyler (%51) ve Multikvadrik Yöntem (%37.1) izlemektedir. İlk değerlendirmede en iyi sonucu, tarafımızdan geliştirilen Delaunay Komşuları Yöntemi vermiştir. (%18.1).

Tablo 6.5 Uyuşumsuz Değerlerin Grid Büyüklükleri İle Değişimi

<i>Grid Büyüklüğü</i>	1m	2.5m	5m	10m	20m
<i>Uyuşumsuz Değer Sayısı</i>	199	196	205	226	358

Tablo 6.6 Uyuşumsuz Değerlerin Kesit Aralığı İle Değişimi

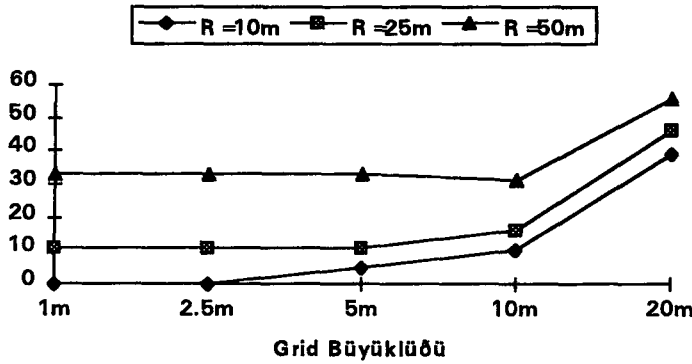
<i>Kesit Aralığı</i>	1m	2.5m	5m	10m	20m
<i>Uyuşumsuz Değer Sayısı</i>	1	3	4	5	6

Tablo 6.7 Uyuşumsuz Değer Sayısının Kritik Daire Yarıçapı İle Değişimi

<i>Kritik Daire Yarıçapı</i>	10m	25m	50m
<i>Uyuşumsuz Değer Sayısı</i>	258	349	477

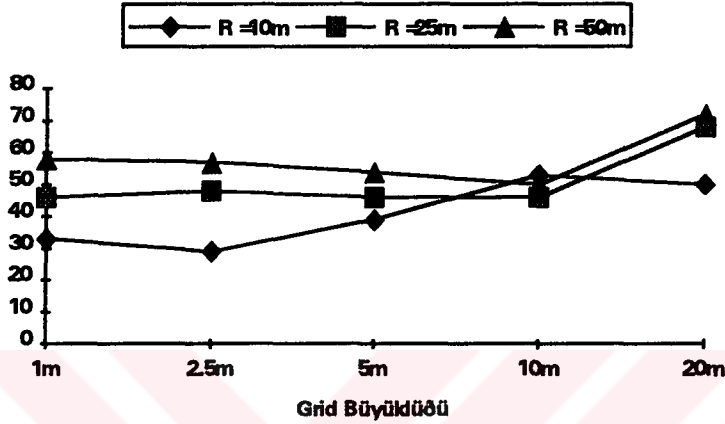
6.3.1.2 Uygun kritik daire yarıçapının belirlenmesi

Yukarıda verilen bilgilere bakıldığında, uyuşumsuz değerlerin kritik daire yarıçapı, kesit aralığı ve grid büyüklüğü ile arttığı gözlenmektedir. Hepsi hakkında aynı anda karar vermenin yanıltıcı olacağı düşüncesiyle ön değerlendirmenin ilk aşamasında sadece kritik daire yarıçapı ile ilgili değerlendirme yapılacaktır. Diğer değerlendirmeler sırasıyla sonraki başlıklar altında ele alınmıştır.



Şekil 6.5 Uyuşumsuz Değer Sayısının Kritik Daire Yarıçapı İle Değişimi (Ağırlıklı Ortalama)

İzlenmesi kolay olması için kritik daire yarıçapı kullanılan *ağırlıklı ortama ve kayan yüzeylere* ait uyşumsuz değr sayıları iki ayrı grafik üzerinde sunulmuştur. Tablo 6.7 ile Şekil 6.5 ve Şekil 6.6' dan açıkca görüldüğü gibi uyşumsuz değr sayısı kritik daire yarıçapı büyüdükçe anlamlı şekilde artmaktadır. Bu nedenle bundan sonraki değlendirmelerde 25 ve 50m için elde edilen sonuçlar değlendirme dışı bırakılmış, her bir arazi için 482 yerine 202 hacim sonucu ile değlendirmelere devam edilmiştir.



Şekil 6.6 Uyuşumsuz Değer Sayısının Kritik Daire Yarıçapı İle Değişimi (Kayan Yüzeyler)

6.3.1.3 Uygun grid büyüklüğü ve kesit aralığının belirlenmesi

Ön değlendirmenin ikinci aşamasında, her arazi için 25m ve 50m kritik daire yarıçapına ait sonuçlar atıldıktan sonra geriye kalan 202 hacim sonucu kullanılmıştır. Yapılan testler sonucu uyşumsuz görülen 376 değr hakkındaki bilgiler Tablo 6.8, 6.9, ve 6.10'da sunulmuştur. Tablo 6.8' de arazilere göre dağılım, Tablo 6.9' da grid büyüklüklerine göre değışim ve Tablo 6.10' da kesit aralğı ile değışim verilmiştir.

Tablo 6.8 Uyuşumsuz Değerlerin Arazilere Göre Dağılımı

Arazi	1	2	3	4	5	küre	koni	Toplam
Uyuşumsuz Değer Sayısı	37	21	97	92	98	5	26	376

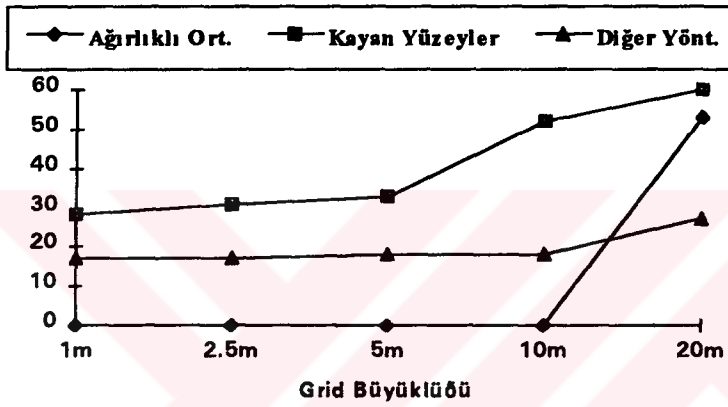
Tablo 6.9 Uyuşumsuz Değerlerin Grid Büyüklüklerine Göre Değişimi

Grid Büyüklüğü	1m	2.5m	5m	10m	20m	Toplam
Uyuşumsuz Değer Sayısı	45	48	51	70	140	354

Tablo 6.10 Uyuşumsuz Değerlerin Kesit Aralığı İle Değişimi

Kesit Aralığı	1m	2.5m	5m	10m	20m	Toplam
Uyuşumsuz Değer Sayısı	1	3	5	5	6	20

Değerlendirilmenin kolay anlaşılması için uyumsuz değer sayısının grid büyüklüğü ile ilişkisi Şekil 6.7'de verilmiştir.



Şekil 6.7 Uyuşumsuz Değer Sayısının Grid Büyüklüğü İle Değişimi

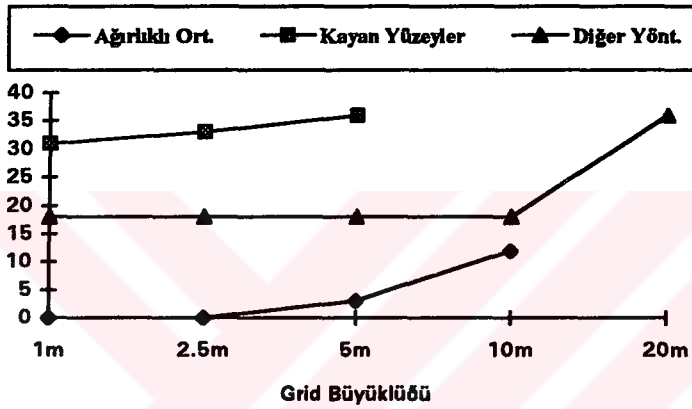
Bir gride ait 98 sonuç (14 ağırlık modeli * 7 arazi) bulunduğu düşünülürse *Ağırlıklı ortalama yöntemi için 20m'lik, kayan yüzeyler yöntemi için 10 ve 20m'lik gridlere* ait sonuçların büyük bir bölümünün uyumsuz çıktığı Şekil 6.7 üzerinden kolayca anlaşılmaktadır. %50' den fazlası uyumsuz çıkan bu gridlere ait değerler daha sonraki değerlendirmelerde kullanılmamıştır. Benzer şekilde, bir kesite ait 7 sonuç (7 arazi) olduğu düşünüldüğünde 5, 10 ve 20m'lik kesit aralığı için uyumsuz çıkan değer sayısı %50' yi geçtiği için bu değerler de daha sonraki aşamalarda kullanılmamıştır (Tablo 6.10).

Yarıdan fazlası uyumsuz çıkan bu gruplar atıldığında geriye her bir arazi için 157 sonuç kalmaktadır. Bu sonuçlara uygulanan testler sonucunda 7 arazi için toplam 229 değer uyumsuz bulunmuştur. Bu değerlerin arazilere göre dağılımı Tablo 6.11' de, grid büyüklüğüne bağlı uyumsuz değer sayısının değişimi Şekil 6.8' de gösterilmiştir.

Tablo 6.11 Uyuşumsuz Değerlerin Arazilere Göre Dağılımı

Arazi	1	2	3	4	5	küre	Koni	Toplam
Uyuşumsuz Değer Sayısı	9	6	84	59	52	5	14	229

Toplam $7 \times 157 = 1099$ hacim değeri ile yapılan bu değerlendirmede ağırlıklı ortalama ve kayan yüzeyler dışında kalan yöntemlere ait 20m' lik grid sonuçlarında uyuşumsuz değer sayısında sıçrama olduğu Şekil 6.8' den açıkça görülmektedir. Bu nedenle diğer yöntemlerde de 20m' lik gride ait sonuçların atılması uygun görülmüştür.



Şekil 6.8 Ağırlıklı Ortalama, Kayan Yüzeyler ve Diğer Yöntemler için Uyuşumsuz Değerlerin Grid Büyüklüğü ile Değişimi

6.3.1.4 Yöntemlerin ve ağırlık modellerinin uyuşumsuz ölçü sayısına göre irdelenmesi

1099 sonuç ile yapılan değerlendirmede dikkat çeken bir başka nokta, kayan yüzeyler yöntemi 4. ağırlık modeline ($P = (1-r)^3 (1-r^2)^3 / r^k$ $k=1$ ve $k=2$) ait sonuçların çoğunlukla uyuşumsuz çıkması olmuştur. $k=1$ için; 1m' lik gride 4 değer, 2.5m' lik gride 5 değer ve 5m' lik gride 6 değer uyuşumsuz çıkmıştır. $k=2$ için ise; 1m' lik gride 5 değer, 2.5m' lik gride 6 değer ve 5m' lik gride 6 değer uyuşumsuz çıkmıştır. Her biri için 7 (7 arazi) sonuç bulunduğu göre yarıdan fazlası uyuşumsuz görülen bu ağırlık modeline ait sonuçların da atılması gerekmektedir. Bu ağırlık modeline ait sonuçların atılması ile her bir arazi için sonuç sayısı 140' a, toplam sonuç sayısı 980' e düşmüştür.

Son olarak 980 değer ile yapılan testler sonucunda 7 arazi için toplam 160 uyuşumsuz değer bulunmuştur. Değerlerin arazilere göre dağılımı şöyledir:

Tablo 6.12 Uyuşumsuz Değerlerin Arazilere Göre Dağılımı

<i>Arazi</i>	1	2	3	4	5	küre	koni
<i>Uyuşumsuz Değer Sayısı</i>	2	2	72	47	37	0	0

Sonuçların yarıdan fazlası uyuşumsuz çıkan bir yöntem veya bir ağırlık modeline rastlanmadığı için ön hesaplara burada son verilmiştir.

Tablo 6.13 Uyuşumsuz 160 Değerin Yöntemlere Göre Dağılımı

<i>Yöntem No</i>	<i>Yöntem Adı</i>	<i>Uyuşumsuz Sonuç Sayısı</i>	<i>Toplam Sonuç Sayısı</i>	<i>Uyuşumsuz Sonuçların Yüzdesi</i>
1	Üçg. Prizma (Ref. Düz.)	1	7	14.3
2	Üçg. Prizma (İzdüşüm)	1	7	14.3
3	Multikuadrik	5	28	17.9
4	Ağırlıklı Ortalama	15	392	3.8
5	E.K.K. (Gauss)	24	84	28.6
6	E.K.K. (Hirvonen)	24	84	28.6
7	Kayan Yüzeyler	69	252	27.4
8	2. Derece Polinom	8	28	28.6
9	Delaunay Komşuları	9	84	10.7
10	Kesit Yöntemi	4	14	28.6

toplam: 160 980

6.3.2 Asıl değerlendirmeler

Asıl değerlendirmeler, ön değerlendirme sırasında atılmayan hacim sonuçları ile yapılmaktadır. Bu aşamada kullanılan sonuç sayısı, kesin (aritmetik ortalama) veya gerçek değer ve kesin değerın karesel ortalama hatası bir tabloda düzenlenmiş ve sunulmuştur.

Tablo 6.14 Asıl Değerlendirmede Kullanılan Sonuçlara Ait Bilgiler

<i>Arazi</i>	1	2	3	4	5	küre	koni
<i>Kalan Sonuç Sayısı</i>	138	138	68	93	103	140	140
<i>Kesin veya Gerçek Değer(m³)</i>	217121	260494	229030	151561	116333	261799	130899
<i>K. Ort. Hata(m³)</i>	1116.31	1538.96	182.14	758.66	477.90		

Asıl değerlendirmeler, yöntemlerin tek tek değerlendirilmesi ve yöntemlerin karşılaştırılması olmak üzere iki başlık altında toplanmaktadır.

6.3.2.1 Yöntemlerin tek tek değerlendirilmesi

Elde edilmiş olan hacim sonuçlarının, küre ve koni için gerçek değerden, diğer araziler için ise ortalama değerden (bak, Tablo 6.14) farkları alınarak gerçek veya görünen hataları hesaplanmıştır. Bu hataların hacim sonuçlarına bölünmesiyle oransal hatalar elde edilmiştir.

6.3.2.1.1 Üçgen prizmalarla ortak bir referans düzlemine göre hacim hesabının değerlendirilmesi

Yöntem, 1, 2, 4 ve 5 No'lu araziler için ortalamaya oldukça yakın sonuçlar vermiştir. 3 No'lu arazi için ortalamadan 2238.96 m³ farklı bir sonuç elde edilmektedir. Yöntemin ortalama değerlerden sapmaları Tablo 6.15'de görülmektedir. Aynı tablo içerisinde oransal hatalar da sunulmuştur.

Tablo 6.15 Üçgen Prizmalarla Referans Düzlemine Göre Hacim Sonuçlarının Gerçek (Kesin) Değerden Olan Farkları ve Oransal Hataları (Binde)

<i>Arazi</i>	1	2	3	4	5	Küre	Koni
<i>Farklar(m³)</i>	468.71	430.18	2238.96	193.51	922.7	20539.08	2687.62
<i>Oransal Hata</i>	2.2	1.7	9.8	1.3	7.9	78.4	20.5

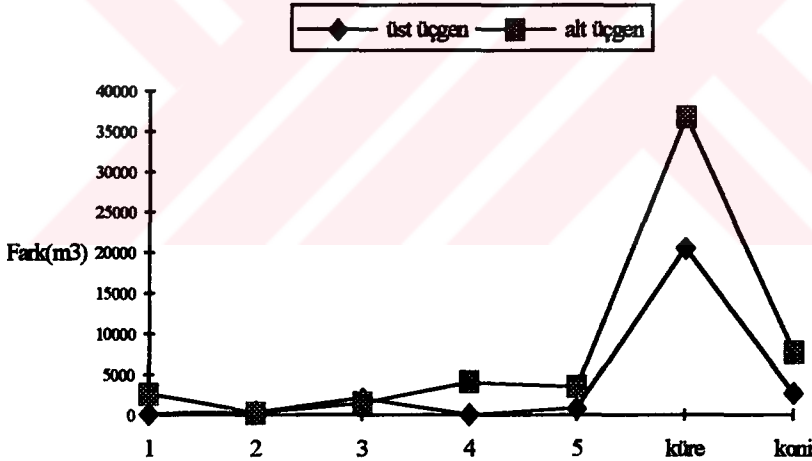
6.3.2.1.2 İzdüşüm üçgenleriyle hacim hesabının değerlendirilmesi

Delaunay kriterine göre üçgenlenmiş iki ayrı yüzey arasındaki hacim, üst veya alt yüzeydeki üçgenlerin diğer yüzeye izdüşümleri yardımıyla hesaplanmaktadır. Alt yüzeylerin, düzlem veya düzleme yakın yüzeyler olması nedeniyle izdüşüm kotlarının hesabında yapılacak enterpolasyon hatası düşük olmaktadır. Üst yüzeydeki üçgenler

yerine alt yüzeydeki üçgenler esas alınarak hacim hesapları yapıldığında sonuçlar dikkate değer şekilde değişmektedir. Tablo 6.16'da 7 arazi grubu için üst ve alt üçgenler kullanılarak elde edilen hacim sonuçları ve kesin veya gerçek değerlerden olan farkları görülmektedir. Şekil 6.9'da farklar grafik olarak verilmiştir. Üçgen sayısı çok olan yüzeye ait üçgenler esas alınarak hesaplanacak hacim değerleri daha güvenilir sonuç vermektedir (bak, Şekil.6.9).

Tablo 6.16 Üst-Alt Üçgenlere Göre Hesaplanan Hacim Sonuçları, Kesin veya Gerçek Değerden Olan Farklar ve Oransal Hatalar (Binde)

Arazi	Üst Üçgen (m^3)	Fark (m^3)	Oransal Hata	Alt Üçgen (m^3)	Fark (m^3)	Oransal Hata
1	217312.74	190.77	0.9	214490.85	2631.12	12.1
2	260135.21	359.48	1.4	260757.28	262.59	1.0
3	226998.43	2032.41	8.9	227554.12	1476.72	6.4
4	151519.69	41.33	0.3	155630.21	4069.19	26.8
5	117206.26	872.56	7.5	119843.70	3510.00	30.2
Küre	241260.31	20539.08	78.4	225057.70	36741.69	140.3
Koni	128212.07	2687.62	20.5	123175.85	7723.84	59.0



Şekil 6.9 Üst ve Alt Üçgen İçin Farklar

6.3.2.1.3 Multiküadrik enterpolasyonla hacim hesabının değerlendirilmesi

Grid köşe noktalarının her iki yüzeydeki kotlarının multiküadrik enterpolasyonla belirlendiği bu yöntemle iyi sonuçlar alınmıştır. Özellikle 3, 4, 5, küre ve koni yüzeylerine ait sonuçlar göze çarpmaktadır. Elde edilen sonuçların, kesin ve gerçek değerden olan farkları, oransal hataları ile birlikte Tablo 6.17' de verilmiştir.

Tablo 6.17 Multiküadrik Yöntem İçin Farklar ve Oransal Hataları (Binde)

	1	2	3	4	5	Küre	Koni
Farklar(m³)	2198.93	1379.83	922.28	692.52	786.60	14801.04	399.66
Oransal Hata	10.1	5.3	4.0	4.6	6.8	56.5	3.0

6.3.2.1.4 Ağırlıklı ortalama ile hacim hesabının değerlendirilmesi

Yöntem genel olarak iyi sonuçlar vermiştir. Kullanılan 7 ağırlık modeli içinde geçen katsayılar için farklı değerler alınması, sonuçları önemsenecek ölçüde etkilememiştir. 7 ağırlık modeli için elde edilen oransal hatalar Tablo 6.18'de verilmiştir.

Tablo 6.18 Ağırlıklı Ortalama İçin Oransal Hatalar (Binde)

Ağırlık Modeli	1	2	3	4	5	Küre	Koni	Açıklama
1	1.8	4.9	0.4	0.0	1.8	78.6	19.4	1: $P = (1 - r^2) / r^2$
2(k=1)	6.5	6.0	0.4	2.7	0.1	80.9	19.6	2: $P = 1 / r^k$
2(k=2)	4.3	5.5	0.3	0.9	1.2	79.6	19.4	3: $P = 1 - 0.9r^2$
2(k=3)	3.0	5.2	0.3	0.3	1.6	79.0	19.4	4: $P = (1 - r)^3 (1 - r^2)^3 / r^k$
2(k=4)	2.3	5.1	0.3	0.0	1.7	78.7	19.4	5: $P = e^{(-kr^2)}$
3	5.0	5.5	0.4	2.5	0.4	80.5	19.5	6: $P = 1 - 2r^2$ ($r < 0.5$)
4(k=1)	0.8	4.7	0.3	0.4	2.1	78.4	19.7	7: $P = e^{-s^2/k^2}$
4(k=2)	0.8	4.7	0.3	0.4	2.1	78.4	19.7	
5(k=14)	0.9	4.8	0.4	1.0	2.0	78.4	19.7	
5(k=20)	0.9	4.8	0.4	1.0	2.0	78.4	19.8	
6	1.5	4.8	0.4	0.1	1.9	78.9	19.5	
7(k=3)	7.9	5.5	0.7	5.7	1.5	82.5	19.9	
7(k=4)	8.5	5.9	0.7	6.0	1.6	82.6	19.9	
7(k=5)	8.7	6.1	0.7	6.1	1.6	82.7	19.9	

6.3.2.1.5 En küçük kareler yöntemiyle hacim hesabının değerlendirilmesi

Bu yöntemde, grid noktalarının kotları E.K.K. yöntemiyle enterpole edilmektedir. Gauss ve Hirvonen fonksiyonları kullanılmış, k katsayısı 3, 4 ve 5 olarak seçilmiştir. 1, 5 ve koni yüzeylerinde Gauss fonksiyonu diğer yüzeylerde ise Hirvonen fonksiyonu daha iyi görünmektedir. Elde edilen oransal hatalar Tablo 6.19'da gösterilmiştir.

Tablo 6.19 Enküçük Kareler Yöntemi İçin Oransal Hatalar (Binde)

<i>Ağırlık Modeli</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>Küre</i>	<i>Koni</i>
Gauss(k=3)	4.9	9.4	18.7	34.1	2.3	114.7	9.9
Gauss(k=4)	5.4	8.7	17.9	35.9	4.9	100.8	1.4
Gauss(k=5)	6.1	7.8	16.5	37.1	6.8	87.2	2.9
Hirvonen(k=3)	6.9	6.7	15.3	32.4	8.3	88.1	5.4
Hirvonen(k=4)	8.0	5.0	13.2	29.1	8.1	78.7	5.0
Hirvonen(k=5)	9.0	3.5	11.2	24.6	6.5	72.2	3.2

6.3.2.1.6 Kayan yüzeyler ile hacim hesabının değerlendirilmesi

Tablo 6.20 Kayan Yüzeyler İçin Oransal Hatalar (Binde)

<i>Ağırlık Modeli</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>Küre</i>	<i>Koni</i>	<i>Açıklama</i>
1	4.7	6.9	2.4	12.2	23.6	73.2	16.7	1: $P = (1 - r^2) / r^2$
2(k=1)	3.3	7.9	2.2	18.2	19.6	79.3	23.3	2: $P = 1 / r^k$
2(k=2)	3.7	7.1	1.6	9.0	20.4	77.3	22.2	3: $P = 1 - 0.9r^2$
2(k=3)	5.0	7.5	0.8	9.8	34.0	77.4	18.4	4: $P = (1 - r)^3 (1 - r^2)^3 / r^k$
2(k=4)	4.5	11.0	1.1	25.5	56.9	56.1	21.0	5: $P = e^{(-k^2)}$
3	3.4	7.7	1.6	8.1	19.9	79.4	23.2	6: $P = 1 - 2r^2$ ($r < 0.5$)
5(k=14)	2.9	0.2	12.9	84.1	152.5	77.1	14.2	7: $P = e^{-x^2/k^2}$
5(k=20)	3.6	11.1	42.8	191.6	410.1	77.4	15.1	
6	3.6	5.7	2.4	11.3	27.0	74.1	20.7	
7(k=3)	3.1	8.3	1.4	8.0	20.2	84.9	26.6	
7(k=4)	3.0	8.4	1.0	6.2	19.6	85.1	26.7	
7(k=5)	3.1	8.5	1.0	7.4	20.3	85.2	26.8	

Yöntemden elde edilen sonuçlar kullanılan ağırlık modeline göre, belirgin şekilde farklılık göstermektedir. 4. ağırlık modeli uyumsuz bulduğu için ön değerlendirmeler sırasında atılmıştır. Yöntemlerden elde edilen oransal hatalar Tablo 6.20'de verilmektedir.

6.3.2.1.7 2. derece polinomla hacim hesabının değerlendirilmesi

Yöntem 1 ve 5 No' lu araziler için iyi sonuçlar vermiştir. Diğer araziler için elde edilen sonuçlar bunlara kıyasla daha kötüdür. Elde edilen farklar ve oransal hatalar Tablo 6.21' de sunulmuştur.

Tablo 6.21 2. Derece Polinom İçin Farklar ve Oransal Hatalar (Binde)

<i>Arazi</i>	1	2	3	4	5	Küre	Koni
<i>Farklar(m³)</i>	932.68	2642.38	4577.11	4840.05	173.06	35058.67	3114.40
<i>Oransal Hata</i>	4.3	10.1	20.0	31.9	1.5	133.9	23.8

6.3.2.1.8 Delaunay komşuları kullanarak ağırlıklı ortalama ile hacim hesabının değerlendirilmesi

Tarafımızdan geliştirilen bu yöntemden, özellikle $P = e^{-s}$ ağırlığı ile çok iyi sonuçlar alınmıştır. Yöntem için bulunan farklar Tablo 6.22'de ve oransal hatalar Tablo 6.23'de verilmektedir.

Tablo 6.22 Delaunay Komşularıyla Ağırlıklı Ortalama İçin Farklar (m³)

<i>Ağırlık</i>	1	2	3	4	5	Küre	Koni
$P = 100/s$	1576.78	638.55	3172.20	545.33	444.85	19752.10	1961.42
$P = 100/s^2$	1253.92	937.56	1478.04	372.08	86.18	21186.42	2508.06
$P = e^{-s}$	203.42	1218.92	61.34	37.78	228.05	18995.52	2538.42

Tablo 6.23 Delaunay Komşularıyla Ağırlıklı Ortalama İçin Oransal Hatalar (Binde)

<i>Ağırlık</i>	1	2	3	4	5	Küre	Koni
$P = 100/s$	7.3	2.5	13.9	3.6	3.8	75.4	15.0
$P = 100/s^2$	5.8	3.6	6.5	2.5	0.7	80.9	19.2
$P = e^{-s}$	0.9	4.7	0.3	0.3	2.0	72.6	19.4

6.3.2.1.9 Kesitlerle hacim hesabının değerlendirilmesi

Yöntem iyi sonuçlar vermiştir. 7 arazi grubu için, 5 farklı kesit aralığına göre (1, 2.5, 5, 10 ve 20m) elde edilen hacim sonuçları Tablo 6.24' de verilmiştir. Elde edilen sonuçların gerçek veya kesin değerlerden olan farkları ise Tablo 6.25' de ve Şekil 6.10' da gösterilmiştir.

Tablo 6.24 Kesitlerle Hesaplanan Hacim Sonuçları (m³)

	<i>1m</i>	<i>2.5m</i>	<i>5m</i>	<i>10m</i>	<i>20m</i>
<i>Arazi1</i>	216450.49	215025.96	209878.98	199820.55	185429.75
<i>Arazi2</i>	258521.05	256590.61	250338.39	243444.71	225242.53
<i>Arazi3</i>	227051.66	221637.85	220274.93	214748.50	199513.62
<i>Arazi4</i>	150239.81	148693.33	147296.02	140116.22	126157.97
<i>Arazi5</i>	116721.93	115605.13	112641.71	107885.92	98456.32
<i>küre</i>	241195.15	240830.81	240008.88	236561.79	222299.67
<i>koni</i>	128183.76	128070.23	127665.29	126002.26	119829.81

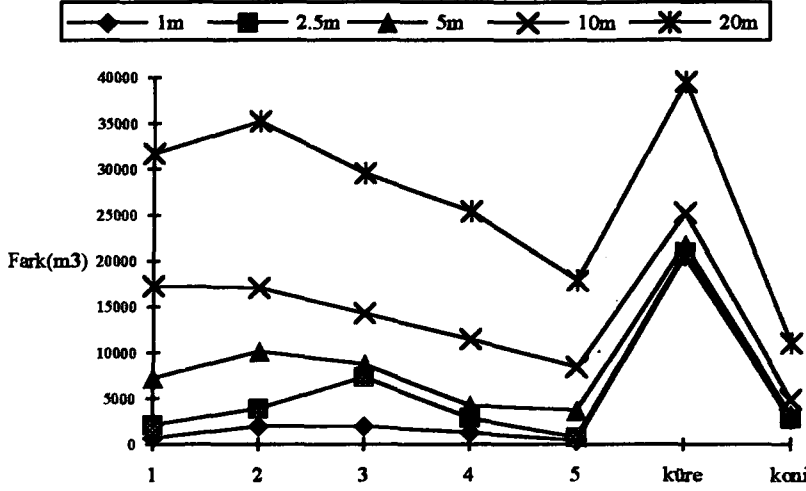
Tablo 6.25 ve Şekil 6.10'a bakıldığında, kesit aralığı arttıkça fark değerinin arttığı açıkça görülmektedir. Farkların ulaştığı değerler kullanılabilir kesit aralığının seçimi için önemlidir. Fark değerlerini hacim değerlerine bölerek elde edilecek oransal hataların vurgulayıcı olacağı düşüncesiyle, oransal hatalar hesaplanmış ve Tablo 6.26'da sunulmuştur. Aynı sonuçlar Şekil 6.11'de grafik olarak gösterilmiştir.

Tablo 6.25 Kesitlere Ait Sonuçların Kesin veya Gerçek Değerlerden Farkları (m³)

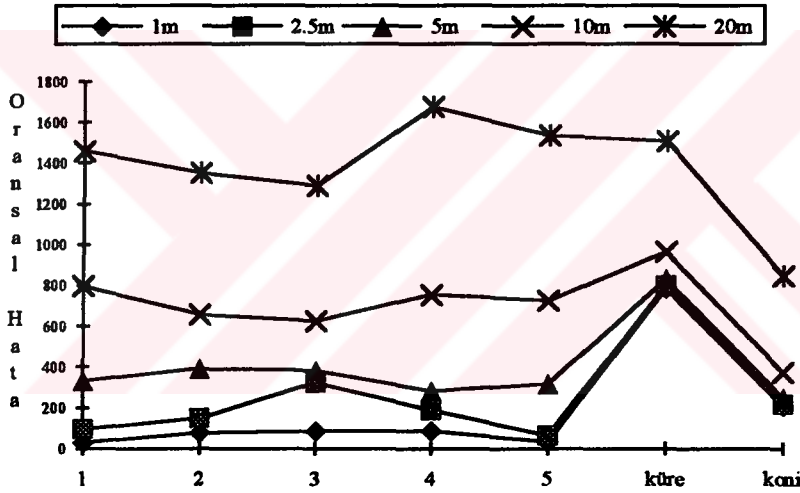
	<i>1m</i>	<i>2.5m</i>	<i>5m</i>	<i>10m</i>	<i>20m</i>
<i>Arazi1</i>	671.48	2096.01	7242.99	17301.42	31692.22
<i>Arazi2</i>	1973.64	3904.08	10156.30	17049.98	35252.16
<i>Arazi3</i>	1979.18	7392.99	8755.91	14282.34	29517.22
<i>Arazi4</i>	1321.21	2867.69	4265.00	11444.80	25403.05
<i>Arazi5</i>	388.23	728.57	3691.99	8447.78	17877.38
<i>küre</i>	20604.24	20968.58	21790.51	25237.60	39499.72
<i>koni</i>	2715.93	2829.46	3234.40	4897.43	11069.88

Tablo 6.26 Kesitlerle Elde Edilen Sonuçların Oransal Hataları (Binde)

	<i>1m</i>	<i>2.5m</i>	<i>5m</i>	<i>10m</i>	<i>20m</i>
<i>Arazi 1</i>	3.1	9.6	33.3	79.7	146.0
<i>Arazi 2</i>	7.6	15.0	39.0	65.5	135.3
<i>Arazi 3</i>	8.6	32.3	38.2	62.4	128.9
<i>Arazi 4</i>	8.7	18.9	28.1	75.5	167.6
<i>Arazi 5</i>	3.3	16.3	31.7	72.6	153.6
<i>Küre</i>	78.7	80.1	83.2	96.4	150.8
<i>Koni</i>	20.7	21.6	24.7	37.4	84.6



Şekil 6.10 Farkların Kesit Aralığı İle Değişimi



Şekil 6.11 Oransal Hataların Kesit Aralığı İle Değişimi(Onbinde)

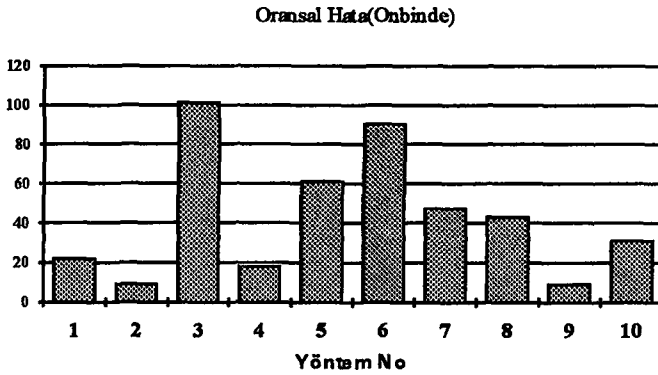
6.3.2.2 Yöntemlerin karşılaştırılması

Uygulamada kullanılan 10 yöntemin, 7 ayrı arazi (1, 2, 3, 4, 5, küre ve koni) için elde edilen oransal hatalarını tek bir grafik üzerinde göstermenin, sonuçları izlemek ve yöntemleri karşılaştırmak açısından karmaşık olacağı düşüncesiyle, her arazi için ayrı bir grafik oluşturulmuştur. Grafiklerde, birden fazla sonucun bulunduğu ağırlıklı ortalama ve kayan yüzeyler yöntemi için 1 nolu ağırlık modeline ait sonuçlar enküçük kareler yöntemi için $k=5'$ e ait sonuçlar ve Delaunay komşularıyla ağırlıklı ortalama için $P = e^{-s}$ ağırlık modeline ait sonuçlar kullanılmıştır. Şekil 6.12 ile Şekil 6.18 arasında bu grafikler yer almaktadır. Her bir arazi için, yöntemler oransal hatalarına

göre yüzde 1' lik gruplara ayrılmış ve küçükten büyüğe doğru sıraya dizilmiştir. Bu düzenleme Tablo 6.27' de verilmiştir. Yöntem isimleri yazıldığında çok hacimli bir tablo olacağından yöntemlerin numaraları yazılmıştır.

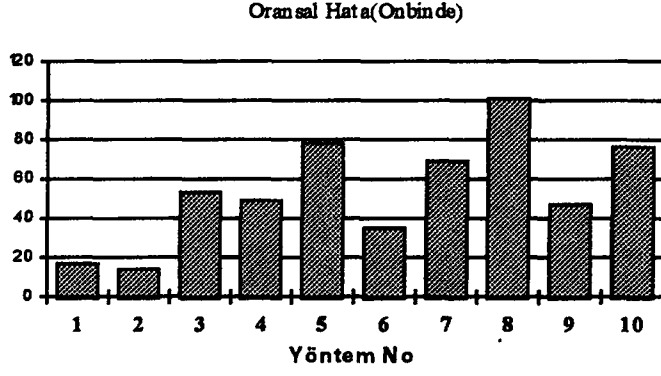
Tablo 6.27 Arazilere Göre Yöntemlerin Oransal Hataları

	ORANSAL HATALAR							
	%0-1	%1-2	%2-3	%5-6	%7-8	%8-9	%11-12	%13-14
Arazi1	9,2,4,1,10, 8,7,5,6	3						
Arazi2	2,1,6,9,4,3 ,7,10,5	8						
Arazi3	9,4,7,3,10, 2,1	6,5	8					
Arazi4	4,9,2,1,3,10	7	6	8,5				
Arazi5	8,4,9,10,6, 5,3,2,1		7					
Küre				3	9,7,1,2,4,10,6	5	6	8
Koni	3,6,5	9,7,4	1,2,10,8					

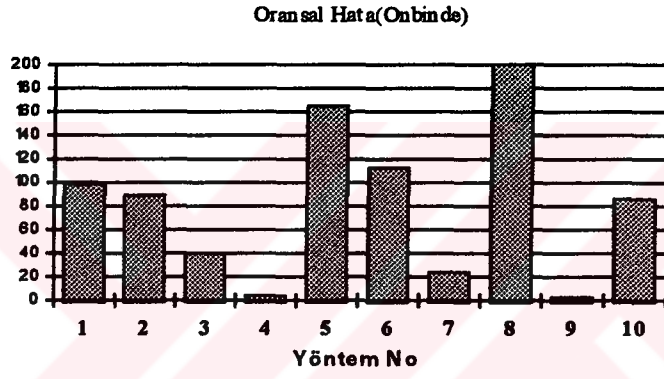


No	Yöntem Adı
1	Üçg. Prizma (Ref. Düz.)
2	Üçg. Prizma (İzdüşüm)
3	Multikvadrik
4	Ağırlıklı Ortalama
5	E.K.K. (Gauss)
6	E.K.K. (Hirvonen)
7	Kayan Yüzeyler
8	2. Derece Polinom
9	Delaunay Komşuları
10	Kesit Yöntemi

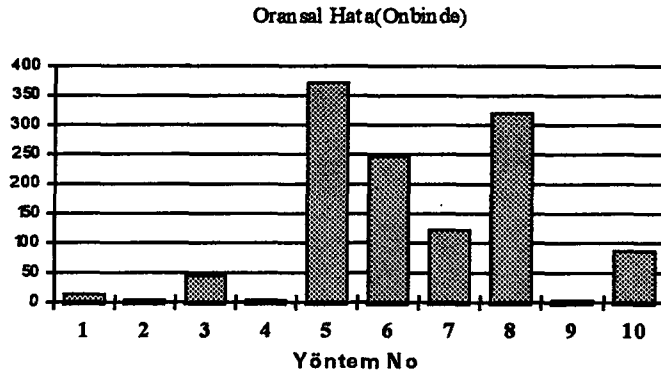
Şekil 6.12 1. Arazi İçin Oransal Hatalar



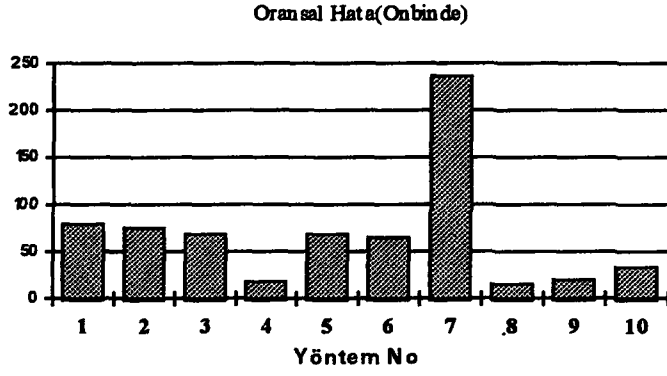
Şekil 6.13 2.Arazi İçin Oransal Hatalar



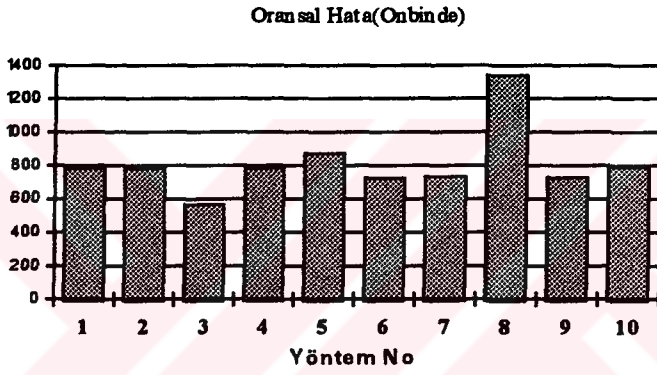
Şekil 6.14 3.Arazi İçin Oransal Hatalar



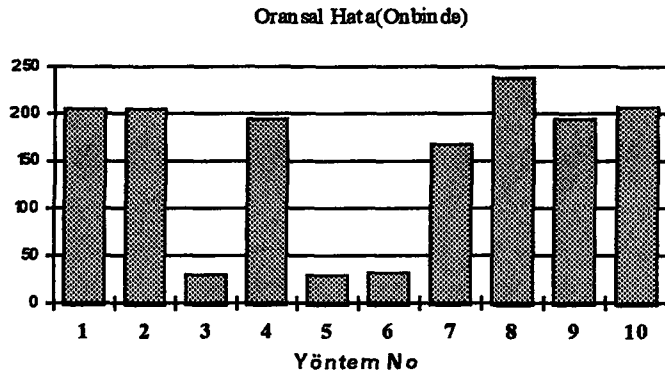
Şekil 6.15 4.Arazi İçin Oransal Hatalar



Şekil 6.16 5.Arazi İçin Oransal Hatalar



Şekil 6.17 Küre İçin Oransal Hatalar



Şekil 6.18 Koni İçin Oransal Hatalar

BÖLÜM 7

SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Çalışmadan elde edilen sonuçların ışığı altında şu öneriler sıralanabilir:

- 1- Multikvadrik enterpolasyonla hacim hesabı, örnek alınan tüm araziler için iyi sonuçlar vermektedir. 1 nolu arazi için %1.01, küre için %5.65 ve diğer araziler için %1' in altında oransal doğruluk elde edilmiştir (bak, Tablo 6.17). Küre için elde edilen oransal doğruluk ilk bakışta kötü görünmesine karşın diğer enterpolasyon yöntemleriyle elde edilen oransal hatalar ile karşılaştırıldığında en az oransal hataya sahip olduğu görülmektedir (bak, Şekil 6.17). Küre ve koni yüzeyleri için gerçek hacim değerlerine en yakın sonuçları veren (bak, Tablo 6.27) multikvadrik yöntem 1 no'lu arazi için son sırada, 2 no'lu arazi için 6. sırada yer almıştır (bak, Tablo 6.27). Yöntem, sayısal arazi modellerinde hacim hesabı için, özellikle yükseklik ve eğim değişiminin fazla olduğu arazilerde, tercih edilmelidir. Yöntemin tek bir fonksiyon ile enterpolasyon işlemini gerçekleştirmesi hesapların organizasyonunu kolaylaştırmaktadır. Dayanak nokta sayısı artıkça inversi alınacak matrisin boyutunun artması günümüz bilgisayar teknolojisinde önemli bir sorun olarak görülmemektedir.
- 2- Referans düzlemine göre üçgen prizmalarla hacim hesabında enterpolasyonla bilgi kaybının olmaması yöntemin bir avantajıdır. Küre ve koni dışındaki araziler için %1'in altında oransal doğruluk elde edilmiştir (bak, Tablo 6.27). Eğim ve yükseklik değişiminin az olduğu 1 ve 2 no'lu arazilerde multikvadrik yöntemin önünde yer almış, düzgün yüzeylerde (küre ve koni) oransal hata büyümüştür (bak, Tablo 6.27). Küre veya koni benzeri düzgün yüzeyler için kullanıldığında dayanak nokta sayısı diğer yüzeylere oranla daha çok tutulmalıdır. Alt ve üst yüzey sınırları çakışık olmayan veya kazı ve dolgunun aynı anda olduğu çalışmalarda bu yöntem yerine izdüşüm üçgenleri ile hacim hesabı kullanılmalıdır. Dayanak nokta sayısı çok olan yüzeydeki üçgenler esas alınarak

yapılacak hacim hesabının daha doğru sonuç vereceği göz ardı edilmemelidir (bak, Şekil 6.9 ve Tablo 6.16).

- 3- Tarafımızdan geliştirilen delaunay komşuları kullanarak ağırlıklı ortalama ile hacim hesabı, özellikle $P = e^{-s}$ ağırlık modeli ile çok iyi sonuçlar vermiştir. Küre için %7-8, koni için %1-2 ve diğer 5 arazi için %1' in altında oransal doğruluk sağlamıştır(bak, Tablo 6.27). Kritik daire yarıçapı kullanımı gerektiren ağırlıklı ortalama ve kayan yüzeyler ile hacim hesabına ciddi bir alternatiftir. Bütün arazilerde ağırlıklı ortalama ile aynı % grubunda; 4 ve 5 nolu arazilerde kayan yüzeyler yönteminden daha önceki % gruplarında yer almıştır. Önerilen bu yöntemin kullanımı ile kritik daire yarıçapını belirleme işlemine gerek duyulmayacaktır. Yapılan çizgilerinin üçgenlemeye dahil edilebilmesi yöntemin avantajıdır.
- 4- Ağırlıklı ortalama ile hacim hesabı, kayan yüzeyler ile hacim hesabından daha istikrarlı sonuçlar vermektedir. Tablo 6.4' de verilen ilk değerlendirmede ağırlıklı ortalama %22.8 uyuşumsuz değer yüzdesine sahipken kayan yüzeylerde bu oran %51 olmuştur. Tablo 6.13' deki son değerlendirmede ise bu oran ağırlıklı ortalama %3.8 iken kayan yüzeylerde %27.4 olmuştur. 4 ve 5. arazide ağırlıklı ortalama kayan yüzeylerden daha iyi sonuç vermiş, diğer arazilerde ise her iki yöntem aynı % gruplarında yer almıştır(bak, Tablo 6.27).
- 5- Kesitlerle hacim hesabı küre ve koni yüzeyleri dışında %1'in altında oransal doğruluk vermiştir (bak, Tablo 6.27). Küre için %7.87 ve koni için %2.07 oransal doğruluk elde edilmiştir. Kesit aralığının artması sonuçları olumsuz şekilde etkilemektedir (bak, Şekil 6.10 ve 6.11, Tablo 6.26). %1'in altında doğruluk beklendiğinde kesit aralığı 1m.'den fazla tutulmamalıdır (bak, Tablo 6.26).
- 6- Grid kullanımı gerektiren yöntemlerde grid büyüklüğünü kesit aralığı kadar küçük tutmak gerekli değildir. Yine de grid büyüklüğü arttıkça uyuşumsuz değer sayısı artmaktadır. Bu sonuç Tablo 6.5 ve 6.9' dan gözlenebilir.
- 7- 4 nolu ağırlık modeli kayan yüzeyler yönteminde kötü sonuçlar vermiş ve bu nedenle değerlendirme dışı bırakılmıştır(bak, bölüm 6.3.1.4)
- 8- Ağırlıklı ortalama ve kayan yüzeyler yönteminde kullanılacak kritik daire yarıçapı olunca küçük seçilmelidir. Yapılan uygulamalarda $R=10m$ için elde edilen uyuşumsuz değer sayısının diğerlerinden daha az olduğu gözlenmiştir(Tablo 6.7).

KAYNAKLAR

AKIYAMA, M.,(1992) Topographic Mapping Method Using SPOT Imagery, International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, 29, B4

AKSOY, A., (1987), Matematik İstatistik Testlerle Jeodezik Ölçülerin İrdelenmesi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, İ.T.Ü Matbaası, İstanbul

ALBERTZ, J.,(1994) Beitrage der Satelliten-Fernerkundung zur Topographischen und Thematischen Kartierung, 43. Deutscher Kartographentag

ALLAM, M. M.,(1978), DTM Application in Topographic Mapping, P.E.R.S, Vol. 44, No 12, December, 1513-1520

AUERBACH, S., SCHAEBEN, H., (1990) Surface Representations Reproducing Given Digitized Contour Lines, Mathematical Geology, Vol 22, No 6, 723-743

BALCE, C. E., (1987) Determination of Optimum Sampling Interval in Grid Digital Elevation Models (DEM) Data Acquisition, Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol 53, No 3, March, 323-330

BENNER, E., SCHULT, R., (1972) Report On a Digital Terrain Model, Presented Paper for Comission IV at The XII ' th Congress of ISP

COLLINS, S. H., MOON, G.C. (1981) Algorithms for Dense Digital Terrain Models, P.E.R.S. Vol 47, No 1, January, 71-76

COLLINS, S. H., (1975) Terrain Parameters Directly From a Digital Terrain Model The Canadian Surveyor, Vol 29, No 5, December, 507-518

COŞKUN, M. Z., (1996) Karışık Nivelman Ağlarında Stokastik Model Araştırması, İ.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü , Doktora Tezi

CÖMERT, Ç., (1988) Sayısal Yükseklik Modeli ve Multikvadrik Enterpolasyon, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek lisans Tezi

DEMİREL, H., (1977) E.K.KY'a Göre Prediksiyon ve Kollakasyon, İ.D.M.M. Akademisi Yayınları, İstanbul

DOUGLAS, D. H., (1987) Experiments to Locate Ridges and Channels to Create A New Type Digital Elevation Model, The Canadian Surveyor, Vol 41, No 3, Autumn, 373-406

DOYLE, F. J., (1978) Digital Terrain Models: An Overview, P.E.R.S., Vol 44, No 12, December, 1481-1485

ERKANLI, Y.,(1986) Koordinatlandırılmış Modelde veya Alanda, Enterpolasyon, Ekstrapolasyon Yöntemlerinin Uygulanması ve Neticeleri, Harita ve Kad. Müh. Dergisi, 56-57

FANG, T. F., PIEGL, L. A., (1992) Algorithm for Delaunay Triangulation and Convex-hull Computation Using a Sparse Matrix, Computer Aided Design, Vol 24, No 8, 425-426

FLORIANI, L.D., FALCIDIENO, B., PIENOVI, C., (1985) Delaunay Based Representantion of Surfaces Defined Over Arbitrarily Shaped Domains, Computer Vision, Graphics and Image Processing, 32, 127-140

FRANKLIN, S. E., (1987) Geomorphometric Processing of Digital Elevation Models Computers and Geosciences, Vol 13, No 6, 603-609

GAREY, M. R., JOHNSON, D. S., PREPARATA, F. P., TARJAN, R. E., (1978) Triangulation of a Simple Polygon, Information Processing Letters, Vol 7, Number 4, 171-79

GÜLER, A., (1986) Sayısal Yükseklik Modelleri İle Açık Maden Ocaklarında Hacim Hesabı, Harita ve Kadastro Müh. Dergisi, Sayı 56-57, Sayfa 34

GÜLER, A., (1978) Sayısal Arazi Modellerinde Enterpolasyon Yöntemleri, Harita Dergisi, Ocak, Sayı 85, 53-71

GÜLER, A., (1985) Sayısal Arazi Modellerinde İki Enterpolasyon Yöntemi İle Denemeler, Harita ve Kadastro Müh. Dergisi, Sayı 52-53

GÜREL, O., (1966) Lineer Programlama, Dinamik Programlamaya Giriş, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Elektronik Hesap Merkezi Yayınları, Sayı 4

HARDY, R. L., (1990) Theory and Applications of The Multiquadric-Biharmonic Method: 20 Years of Discovery 1968-1988, Computers Math. Applic., Vol 19, No 8/9, 163-208

HARDY R. L., (1972) Analytical Topographic Surfaces By Spatial Intersection, P.E.R.S., 38, 5

HARDY R. L., (1975) Research Results in The Application of Multiquadric Equations to Surveying and Mapping Problems, Surveying and Mapping, December, 321-332

HARDY R. L., (1971) Multiquadratic Equations of Topography and Other Irregular Surfaces, Journal of Geophysical Research, Vol 76, No 8, 1905-1915

HEIPKE, C., KORNUS, W., (1993) Nicht-semantische Photogrammetrische Auswertung Digitaler Bilddaten-Praktische Durchführung am Beispiel einer SPOT Stereoszene, Zeitschrift für Photogrammetrie und Fernerkundung, 61

JANCAITIS, J. R., JUNKINS, J. L., (1973) Modeling Irregular Surfaces, P.E.R.S., 39, 4

JONES, N. L., WRIGHT, S. G., MAIDMENT, D. R., (1990) Watershed Delineation With Triangle Based Terrain Models, Journal of Hydraulic Engineering, Vol 116, No 10, October, 1232-1251

KALMAR, J., PAPP, G., SZABO, T., (1995) DTM Based Surface And Volume Approximation Geophysical Applications, Computer and Geosciences, Vol 21, No 2, p 245-257

KOYUNCU, D., (1981) Sayısal Arazi Modelleri, Harita Dergisi, Temmuz, Sayı 87

KRAUS, K., MIKHAIL, E. M., (1972) Linear Least-Squares Interpolation, Twelfth Congress of The International Society of Photogrammetry, Presented Paper, Commission III, Ottawa, Canada

LARKIN, B. J., (1991) An Ansi Program To Determine In Expected Linear Time The Vertices of The Convex Hull of A Set of Planar Points, Computer and Geosciences, Vol 17, No 3, 431-443

LAWSON, C. L., (1972) Generation of Triangular Grid With Application to Contour Plotting : California Institute of Technology, Technical Memorandum, No 229

LAWSON, C. L., (1977) Software for C^1 Surface Interpolation, Rice, J., Ed., Mathematical Software III: Academic Press, New York, p 161-194

LEBERL, F., (1973) Interpolation In a Square Grid DTM, ITC Journal, 1973-75

LEE, D. T., PREPARATA, F. P., (1984) Computational Geometry - A Survey, IEEE Transactions On Computers, Vol c-33, No 12, December

LEWIS, B.A, ROBINSON, J. S, (1977) Triangulation of Planar Regions With Applications, The Computer Journal, 21 ,No 4 , 324-332

LI, Z, (1991) Effect of Check Points on The Reliability of DTM Accuracy Estimates Obtained From Experimental Tests, P.E.R.S., Vol 57, No 10, October, 1333-1340

LI, Z, (1992) Variation of The Accuracy of Digital Terrain Models With Sampling Interval, Photogrammetric Record, April, 14(79), 113-128

LI, Z, (1993) Mathematical Models of The Accuracy of Digital Terrain Model Surfaces Linearly Constructed From Square Gridded Data, Photogrammetric Record, October, 14(82), 661, 674

LI, Z, (1994) Comparative Study of The Accuracy of Digital Terrain Models (DTM) Based on Various Data Models, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 49(1), 2-11

LINKWITZ, K., (1970) Digitale Gelandemodelle, Bildmessung und Luftbildwesen, 38, 1

MACEDONIO, G, PARESCHI, M.T (1991) An Algorithm for The Triangulation of Arbitrarily Distributed Points: Applications to Volume Estimates and Terrain Fitting, Computers and Geosciences, Vol 17, No 7, 859-879

MARTZ, L.W, GARBRECHT, J., (1992) Numerical Defination of Drainage Network And Subcathment Areas From Digital Elevation Models, Computers and Geosciences, Vol 18, No 6, 747-761

MC CULLAGH, M.J, ROSS, C.G, (1980) Delaunay Triangulation of a Random Data Set for Isarithmic Mapping, Vol 17, No 2, December, 93-100

MILLER, C.L, LAFLAMME, R.A, (1958) The Digital Terrain Model - Theory and Application, Photogrametric Engineering, Vol 14, No:3, June

MIRANTE, A., WEINGARTEN, N., (1982) The Radial Sweep Algorithm for Constructing Triangulated Irregular Networks, IEEE Computer Graph. Appl. Vol 2, No 3, 11-21

NAKAMURA, H., (1969) On Digital Terrain Models, International Archives of Photogrammetry, Vol XVII, Part 10, Presanted Paper, 5-26

ÖLÇÜCÜOĞLU, N., (1989) Sayısal Yükseklik Verilerinin Toplanmasıda Geliştirerek Örnekleme Yönteminin Analitik Aletlerle Denenmesi, Sivil Harita Müh. Eğitiminde 40. yıl Sempozyumu

ÖSTMAN, A., (1987) Quality Control of Photogrammetrically Sampled Digital Elevation Models, Photogrammetric Record, 12(69), 333-341

ÖZER, H , (1989) Sayısal Arazi Modelleri Oluşturma Yöntemleri, Harita Dergisi, 102

ÖZGEN, M.G., ÖZTAN, O., (1988) Kartometri, İ.T.Ü Matbaası, İstanbul

ÖZTAN, O., (1981) Bir Otoyol Geçkisine Ait Triyangulasyon Ağında Prezisyon Araştırması ve Bazı Öneriler, İ.T.Ü. İnşaat Fak. Jeodezi ve foto. Müh. Doçentlik Tezi

ÖZTAN, O., (1983) Jeodezik Normal Denklemlerde Band Genişliği Üzerine Bir Eleştiri, İ.T.Ü. Dergisi, Cilt 41, Sayı 1-2

ÖZTAN, O., (1986) Lineer Deklem Sistemlerinin Çözümünde Modern Bellek Depolama Yöntemleri, İ.T.Ü. Jeodezi Anabilim Dalı Semineri

PETRIE, G., KENNIE, T.J., (1987) Terrain Modelling in Surveying and Civil Engineering, Computer-Aided Design, Vol 19, No 4, May, 171-187

PREUSSER, V.A, (1984) Bivariate Interpolation Über Dreieckselementen Durch Polynome 5. Ordnung Mit C1-Kontinuität, ZFV, 6, 292-301

ROBINSON, G.J, (1994) Accuracy of Digital Elevation Models Derived From Digitized Contour Data, Photogrammetric Record, 14(83), 805-814

SCHUT, G. H (1976) Review of Interpolation Methods for Digital Terrain Models, The Canadian Surveyor, Vol 30, No 5, December

SEDGEWIK, R, (1988) Algorithms, İ.T.Ü. Kütüphanesi, 519.688,

SIBSON, R, (1977) Locally Equiangular Triangulations, Comp. Journal, 21, 243-245

SWAN, R., KAUFFMANN, D., SHARPE, B., (1988) Results of Automated Digital Elevation Model Generation From SPOT Satellite Data, International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, 27, B2

TARI, E., (1991) Sayısal Arazi Modellerinde Eğri Yerleştirme Yöntemleri, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Haziran 1991

TSAL, V.J.D., (1993) Fast Topological Construction of Delaunay Triangulations and Voronoi Diagrams, Computer and Geosciences, Vol 19, No 10, 1463-1474

WATSON, D.F., PHILIP, G.M., (1984a) Triangle Based Interpolation, Mathematical Geology, Vol 16, No 8, 779-795

WATSON, D.F., PHILIP, G.M., (1984b) Systematic Triangulations, Computer Vision, Graphics and Image Processing, 26, 217-223

WATSON, D.F., (1982) Acord : Automatic Contouring of Raw Data, Computers and Geosciences, Vol 8, No 1, 97-101

WATSON, D.F (1992) Contouring: A Guide to The Analysis and Display of Spatial Data, Pergamon prees

WOLF, V.H., (1981) Multiquadratische Methode und Kollakation, AVN/3, 89-95

YANALAK, M., (1991) Sayısal Arazi Modelleri ve Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Şubat 1991

YOELI, P (1983) Digital Terrain Models And Their Cartographic and Cartometric Utilisation, The Cartographic Journal, Vol 20, No 1, June, 17-22

Ek A ELDE EDİLEN HACİM SONUÇLARI

Ek A'da verilmiş olan tabloların kolay izlenebilmesi için tablolarda geçen bazı kısaltmalar, yöntem numaraları ve ağırlık modelleri aşağıda açıklanmıştır:

- R:** Kritik daire yarıçapıdır. 10, 25 ve 50 değerlerini almaktadır. Sadece *ağırlıklı ortalama ve kayan yüzeyler yöntemi* için söz konusudur.
- p:** Ağırlık modelini göstermektedir. Aşağıda bu modeller açıklanmıştır.
- k:** Ağırlık modelinde veya yöntem içinde kullanılan sabit katsayıdır.

<u>Yöntem No</u>	<u>Yöntem Adı</u>
1:	Üçgen Prizmalarla (Ref. Düz. Göre)
2:	Üçgen Prizmalarla (İzdüşüm Üçg.)
3:	Multiküadrik Yöntem
4:	Ağırlıklı Ortalama Yöntemi
5:	En Küçük Kareler (Gauss)
6:	En Küçük Kareler (Hirvonen)
7:	Kayan Yüzeyler Yöntemi
8:	2. Derece Polinom
9:	Delaunay Komşuları İle Ağırlıklı Ort.
10:	Kesit Yöntemi

AĞIRLIK MODELLERİ:

1. $P = (1 - r^2) / r^2$
2. $P = 1 / r^k$ k=1, 2, 3 veya 4
3. $P = 1 - 0.9r^2$
4. $P = (1 - r)^3 (1 - r^2)^3 / r^k$ k=1 veya 2
5. $P = e^{(-kr^2)}$ k=14 veya 20
6. $P = 1 - 2r^2$ (r<0.5)
 $P = 2(1 - r)^2$ (r ≥ 0.5)
7. $P = e^{-s^2/k^2}$ (Gauss fonk.) k=3, 4 veya 5

Tablo A1 Ağırlıklı Ortalama İle Hacim Sonuçları (1.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	216732.60	216776.84	216605.91	216494.52	215187.19
10	2	1	215703.91	215729.98	215664.30	215935.47	213980.15
10	2	2	216182.53	216216.66	216180.66	216432.13	214585.00
10	2	3	216465.79	216506.16	216494.12	216745.69	215086.17
10	2	4	216627.42	216671.26	216680.35	216899.99	215373.64
10	3	-	216033.14	215990.63	215754.13	215768.16	214388.09
10	4	1	216950.82	217031.10	216733.18	216070.40	215328.76
10	4	2	216951.63	217032.53	216727.99	216058.73	215328.85
10	5	14	216927.99	216992.50	216877.98	216441.76	215389.36
10	5	20	216937.23	217025.40	216813.73	216269.62	215346.32
10	6	-	216804.12	216871.00	216663.77	216254.28	215201.05
10	7	3	215410.60	215423.77	215333.08	215740.10	214383.59
10	7	4	215283.00	215293.54	215190.02	215627.87	214154.48
10	7	5	215224.49	215233.84	215123.82	215575.93	214046.42
25	1	-	216369.82	216338.74	216319.39	216577.59	214797.48
25	2	1	214707.36	214765.65	214734.08	214122.69	212761.38
25	2	2	215608.84	215626.89	215613.44	215414.72	214119.06
25	2	3	216167.82	216169.99	216170.56	216244.13	214973.22
25	2	4	216479.69	216478.72	216494.48	216641.59	215375.08
25	3	-	214888.42	214853.02	214790.42	214770.90	212962.43
25	4	1	216850.64	216824.67	216641.00	216398.79	215048.95
25	4	2	216881.11	216856.74	216669.29	216435.58	215015.61
25	5	14	216845.62	216842.35	216719.38	216396.44	215156.57
25	5	20	216896.20	216895.77	216726.78	216345.73	214987.47
25	6	-	216129.74	216088.48	215999.93	216045.09	215093.92
25	7	3	214208.41	214284.20	214249.82	213594.66	212246.76
25	7	4	213988.96	214084.73	214040.09	213294.20	211865.19
25	7	5	213888.07	213994.07	213943.81	213153.13	211689.77
50	1	-	213406.18	213404.81	213397.64	213363.50	212553.18
50	2	1	207468.10	207502.85	207583.96	207436.65	206671.67
50	2	2	211065.19	211079.88	211105.30	211053.67	210196.97
50	2	3	213668.06	213672.47	213667.94	213777.56	212939.67
50	2	4	215174.31	215175.17	215166.65	215296.99	214509.94
50	3	-	207281.68	207285.59	207269.10	207083.15	206089.71
50	4	1	215761.93	215759.01	215747.55	215709.23	214708.62
50	4	2	216276.62	216275.16	216265.94	216352.60	215123.01
50	5	14	215510.25	215501.78	215471.33	215382.86	214643.96
50	5	20	216158.06	216150.45	216121.36	216060.45	215237.15
50	6	-	210946.42	210934.94	210888.81	210700.62	209889.59
50	7	3	208939.43	208945.70	208934.07	208759.62	207912.85
50	7	4	206979.50	207002.04	207030.25	206871.29	205954.75
50	7	5	205990.03	206022.37	206079.42	205945.77	205035.24

Tablo A2 Kayan Yüzeyler İle Hacim Sonuçları(1.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	218140.15	218029.52	217262.21	217873.21	214047.82
10	2	1	217835.46	217771.86	217515.29	216955.72	214005.66
10	2	2	217916.41	217879.66	217613.60	217031.35	214085.59
10	2	3	218213.47	218353.51	217417.48	219493.35	214333.79
10	2	4	218088.96	217593.48	217083.51	214287.89	220916.08
10	3	-	217867.04	217800.64	217526.14	216912.07	213910.63
10	4	1	217329.07	221417.36	226114.25	224394.64	185843.69
10	4	2	218505.62	216612.89	226052.69	229471.32	208005.30
10	5	14	217741.76	217591.07	217820.97	211463.61	207486.18
10	5	20	216332.14	214362.83	213878.21	216933.47	197659.18
10	6	-	217911.45	217772.25	217688.88	216958.78	214056.08
10	7	3	217791.95	217736.11	217479.61	216869.84	213767.39
10	7	4	217780.06	217729.53	217532.56	216835.95	213674.70
10	7	5	217785.15	217703.69	217442.67	216819.24	213629.83
25	1	-	218027.11	218275.48	219055.20	215708.19	213923.48
25	2	1	217608.20	217561.04	217230.78	216614.50	213593.82
25	2	2	217917.50	217825.07	217527.30	216893.27	213818.92
25	2	3	218069.41	218080.51	217321.21	214102.00	213942.18
25	2	4	218255.81	219382.92	217190.07	213665.54	208906.47
25	3	-	217487.96	217435.69	217112.11	216504.58	213346.53
25	4	1	221527.99	221408.95	225725.60	220238.30	217168.54
25	4	2	221949.24	223523.95	219143.65	216509.92	213471.90
25	5	14	217518.70	217319.50	215255.82	215044.68	211536.11
25	5	20	220439.00	220865.42	220672.25	225066.34	213839.19
25	6	-	217666.07	217696.82	217267.93	216072.63	213815.65
25	7	3	217353.32	217302.56	216957.86	216315.28	213187.80
25	7	4	217287.15	217235.14	216884.80	216233.90	213055.22
25	7	5	217255.44	217203.40	216850.32	216195.55	212991.70
50	1	-	217459.20	217411.82	217236.66	216531.92	213550.54
50	2	1	214046.80	214000.08	213833.05	213098.37	210035.60
50	2	2	216477.03	216427.45	216264.52	215524.16	212511.09
50	2	3	217410.78	217238.60	216492.72	215013.58	213659.29
50	2	4	218464.98	217527.71	217693.98	213545.48	211318.38
50	3	-	213179.73	213126.92	212958.89	212229.88	209062.74
50	4	1	218030.59	217975.12	217795.14	217065.89	214094.69
50	4	2	218242.32	218426.48	217935.87	217533.28	214125.98
50	5	14	217860.45	217805.89	217626.44	216907.46	213958.02
50	5	20	217958.65	217903.18	217720.17	216982.10	213981.88
50	6	-	215809.10	215753.88	215572.27	214842.27	211906.83
50	7	3	214565.42	214512.78	214343.14	213613.78	210587.82
50	7	4	213119.66	213069.23	212908.80	212150.26	208974.48
50	7	5	212355.37	212306.45	212151.42	211370.28	208099.79

Tablo A3 Ağırlıklı Ortalama İle Hacim Sonuçları (2.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	259218.58	259344.70	259393.31	259650.31	263799.69
10	2	1	258930.10	258906.61	259187.40	258397.98	261763.86
10	2	2	259048.70	259042.95	259347.00	258730.98	262344.73
10	2	3	259127.69	259126.49	259410.28	259056.01	262816.47
10	2	4	259175.17	259174.10	259427.14	259295.12	263115.21
10	3	-	259060.44	259122.01	259337.38	258768.03	262853.71
10	4	1	259275.20	259327.48	259281.91	260150.26	265062.05
10	4	2	259273.09	259327.94	259286.26	260159.99	265090.80
10	5	14	259254.34	259293.09	259327.26	260058.51	264624.98
10	5	20	259255.06	259314.83	259336.66	260139.75	264963.43
10	6	-	259252.74	259382.22	259342.60	259777.79	264165.44
10	7	3	259054.93	258985.06	259167.65	258373.83	261602.54
10	7	4	258950.62	258875.97	259054.77	258272.25	261613.22
10	7	5	258901.83	258824.33	259001.01	258227.43	261619.77
25	1	-	259665.51	259668.83	259647.96	259677.16	262712.70
25	2	1	260323.06	260309.34	260265.12	260518.24	261507.43
25	2	2	259887.58	259879.17	259849.93	259965.21	261988.85
25	2	3	259595.37	259592.13	259571.57	259696.06	262409.49
25	2	4	259434.37	259433.76	259418.81	259594.63	262688.91
25	3	-	260457.15	260470.22	260409.28	260534.18	261512.83
25	4	1	259424.68	259428.23	259402.45	260150.79	263742.14
25	4	2	259365.19	259368.95	259340.61	260124.00	264043.86
25	5	14	259437.08	259444.53	259457.48	260200.82	263509.79
25	5	20	259363.56	259374.96	259352.10	260232.92	264088.49
25	6	-	260102.30	260114.00	260134.09	260357.48	262660.81
25	7	3	260643.69	260629.52	260533.68	260875.27	261313.09
25	7	4	260669.85	260652.46	260540.88	260934.04	261277.53
25	7	5	260682.33	260662.79	260543.06	260964.77	261267.61
50	1	-	260337.27	260342.97	260366.81	260327.22	261866.15
50	2	1	262796.41	262809.96	262819.83	262808.72	263782.29
50	2	2	260958.09	260970.30	260982.17	260916.85	262226.17
50	2	3	259869.98	259879.21	259900.27	259870.84	261865.04
50	2	4	259442.39	259449.40	259468.23	259543.75	262024.64
50	3	-	263121.28	263133.55	263156.66	263304.03	264325.06
50	4	1	259914.98	259922.05	259948.60	259966.90	261896.89
50	4	2	259576.48	259582.40	259609.06	259656.40	262299.65
50	5	14	260297.59	260306.28	260337.38	260458.04	261768.80
50	5	20	259972.80	259981.56	260013.72	260176.12	262050.56
50	6	-	261898.74	261909.30	261947.13	262097.62	262689.90
50	7	3	262514.34	262525.48	262553.60	262679.10	263486.01
50	7	4	263215.86	263224.97	263230.86	263308.66	264266.74
50	7	5	263592.58	263598.49	263582.99	263615.36	264633.92

Tablo A4 Kayan Yüzeyler İle Hacim Sonuçları (2.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	262288.36	262599.25	260446.76	259845.83	257689.90
10	2	1	262551.41	262082.96	260669.37	260166.40	258522.10
10	2	2	262347.13	261895.34	260543.65	260006.22	258217.76
10	2	3	262456.60	262172.47	260964.91	260568.11	260255.13
10	2	4	263349.79	262684.81	259655.46	251756.49	242795.60
10	3	-	262511.10	262042.64	260637.75	260108.77	258299.84
10	4	1	258394.34	261812.96	264789.83	261349.87	254642.18
10	4	2	258337.72	265157.89	263937.64	273743.64	245299.37
10	5	14	260432.36	260714.52	255453.11	268135.01	261289.28
10	5	20	257604.24	260960.19	260833.26	259208.60	258349.47
10	6	-	261967.33	261540.80	259831.29	259261.67	257869.18
10	7	3	262659.02	262191.23	260783.32	260270.88	258684.31
10	7	4	262693.13	262220.28	260814.84	260309.44	258751.21
10	7	5	262710.71	262234.45	260829.69	260327.04	258781.10
25	1	-	261005.03	261027.47	261182.09	260259.42	258143.48
25	2	1	261614.73	261588.73	261472.52	260710.38	258660.74
25	2	2	261311.08	261274.80	261172.66	260395.27	258395.60
25	2	3	261282.22	261521.37	260958.48	259766.71	258292.49
25	2	4	262056.27	261114.87	262855.56	260865.21	251185.96
25	3	-	261605.95	261573.05	261462.49	260736.15	258567.61
25	4	1	263948.33	265510.03	262176.99	269278.88	261679.50
25	4	2	267485.83	266884.61	265039.71	268643.67	270170.61
25	5	14	261219.87	260228.73	258981.94	259067.22	252858.26
25	5	20	263948.04	263713.83	260227.60	260922.42	260874.06
25	6	-	261115.75	261225.12	261895.95	261985.06	258182.18
25	7	3	261847.08	261819.47	261694.36	260941.15	258747.59
25	7	4	261918.88	261891.09	261762.57	261021.13	258822.63
25	7	5	261952.14	261924.33	261794.21	261058.18	258857.10
50	1	-	260926.47	260858.15	260594.12	259528.12	255485.52
50	2	1	263941.51	263866.98	263596.82	262459.32	258235.92
50	2	2	261755.36	261683.50	261411.52	260306.00	256155.82
50	2	3	260480.50	260324.31	260268.55	259196.57	255088.82
50	2	4	260532.96	260040.83	259229.30	253517.99	248787.03
50	3	-	264694.12	264617.63	264346.85	263239.35	259068.95
50	4	1	260194.22	260123.99	259875.60	258883.75	255042.05
50	4	2	260134.44	259926.43	259681.75	258712.05	254891.85
50	5	14	260402.67	260332.86	260083.51	259088.04	255117.24
50	5	20	260318.48	260249.34	260006.14	259025.86	255023.11
50	6	-	262683.05	262607.67	262338.35	261261.20	256931.51
50	7	3	263592.63	263516.49	263246.74	262147.56	257879.13
50	7	4	264715.72	264639.21	264373.55	263264.06	259071.37
50	7	5	265317.58	265240.74	264978.55	263863.87	259721.13

Tablo A5 Ağırlıklı Ortalama İle Hacim Hesabı Sonuçları (3.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	228948.75	228916.71	229139.92	228493.70	231435.00
10	2	1	228948.55	229032.51	228757.64	228680.13	226356.60
10	2	2	228959.63	229014.49	228858.13	229020.42	229063.96
10	2	3	228962.06	228992.10	228907.74	229075.66	230208.51
10	2	4	228967.11	228980.41	228939.91	229012.68	230718.95
10	3	-	228928.91	228877.46	228802.12	228248.73	227487.63
10	4	1	228957.47	229010.77	229372.12	228771.20	231486.84
10	4	2	228959.39	229010.37	229380.03	228791.78	231491.66
10	5	14	228962.57	228958.53	229099.93	228352.52	231000.82
10	5	20	228964.13	228970.25	229224.90	228523.84	231051.18
10	6	-	228930.56	228931.08	229230.31	228447.31	231461.01
10	7	3	228871.28	228971.61	228542.12	228068.25	222083.58
10	7	4	228869.83	228976.18	228508.90	227944.12	221485.86
10	7	5	228869.02	228978.00	228493.06	227885.22	221204.48
25	1	-	228997.19	228994.38	228977.19	228911.28	230665.16
25	2	1	229546.38	229486.11	229673.99	229463.34	229533.55
25	2	2	229210.32	229166.06	229257.55	229079.51	230361.71
25	2	3	229063.29	229031.79	229080.35	228890.51	230952.18
25	2	4	228999.98	228977.13	229009.27	228772.77	231274.42
25	3	-	229435.35	229423.67	229466.98	229293.91	228339.59
25	4	1	228962.14	228959.93	228989.96	228788.68	230909.01
25	4	2	228970.59	228967.97	229002.17	228666.36	231010.86
25	5	14	228941.13	228939.86	228970.92	228635.93	230570.22
25	5	20	228950.51	228958.64	229021.66	228421.93	230540.62
25	6	-	228980.51	228982.12	228976.48	229036.66	228242.02
25	7	3	229864.97	229810.40	230041.81	229808.69	228688.65
25	7	4	230012.77	229949.84	230219.34	229962.52	228796.62
25	7	5	230084.99	230017.88	230305.92	230037.64	228852.17
50	1	-	230395.13	230390.74	230372.59	230370.93	232383.01
50	2	1	233908.50	233864.20	233936.83	233917.53	235273.41
50	2	2	231604.25	231589.62	231610.41	231566.07	233960.45
50	2	3	230125.34	230116.25	230124.14	230049.35	232763.54
50	2	4	229438.60	229430.28	229435.53	229266.64	232118.75
50	3	-	234194.71	234177.23	234182.96	234089.92	233941.81
50	4	1	229217.47	229214.10	229199.39	229185.49	230520.89
50	4	2	229065.11	229060.78	229050.55	228992.55	231091.98
50	5	14	229245.56	229243.83	229237.71	229220.26	228963.93
50	5	20	229009.95	229008.69	229004.55	229019.03	229117.45
50	6	-	232020.05	232014.59	231995.11	231909.25	231521.03
50	7	3	233134.64	233117.84	233133.46	233073.38	232943.22
50	7	4	234293.88	234264.15	234327.42	234307.46	234381.02
50	7	5	234846.10	234808.00	234908.70	234927.78	235141.33

Tablo A6 Kayan Yüzeyler İle Hacim Hesabı Sonuçları(3.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	229594.27	229267.10	229812.03	229368.88	225483.98
10	2	1	229538.91	229448.34	228719.26	225884.25	219921.90
10	2	2	229389.47	229417.45	229329.29	227280.70	225390.90
10	2	3	229210.21	228951.60	227742.95	227995.61	228005.68
10	2	4	229276.65	229172.00	227327.61	225120.10	221241.20
10	3	-	229405.43	229256.00	228569.03	226085.01	220604.62
10	4	1	222572.49	223724.75	231010.29	241560.15	227198.91
10	4	2	217120.54	216080.59	215972.26	212102.03	200048.87
10	5	14	226070.74	225193.44	225698.47	224807.40	225219.17
10	5	20	219223.68	221947.44	220404.33	202992.48	171718.88
10	6	-	229577.14	229307.25	229294.65	227507.43	226174.99
10	7	3	229354.46	229044.92	228654.94	225902.96	220137.60
10	7	4	229260.11	229079.97	228372.42	226038.93	220657.65
10	7	5	229258.54	229231.32	228897.06	227029.93	224612.77
25	1	-	228886.04	228801.38	228413.33	226443.51	222712.20
25	2	1	228392.85	228316.48	227969.35	226752.06	221843.38
25	2	2	228639.44	228495.49	228230.13	226839.32	221963.69
25	2	3	228673.67	228440.92	228453.33	227065.46	222794.77
25	2	4	228722.90	228970.29	228316.05	228360.17	222096.65
25	3	-	228379.69	228304.48	227945.89	226618.72	221151.68
25	4	1	231529.65	230217.30	234199.43	234961.98	236740.23
25	4	2	231609.72	234232.25	234490.82	235520.09	236029.86
25	5	14	229253.45	229516.98	230151.51	227309.79	221991.39
25	5	20	230767.04	231503.51	231401.00	226256.85	205647.60
25	6	-	228829.49	228591.77	228610.86	227365.86	222408.81
25	7	3	228124.66	228037.43	227681.55	226452.68	220606.60
25	7	4	228053.10	227963.25	227609.90	226390.89	220459.33
25	7	5	228020.19	227929.23	227577.33	226361.55	220394.51
50	1	-	228450.48	228473.82	228059.83	226866.28	222799.09
50	2	1	230093.72	230002.96	229685.24	228506.85	224171.37
50	2	2	229084.16	229002.81	228699.42	227509.87	223646.39
50	2	3	228637.77	228715.85	228084.66	226970.64	222823.94
50	2	4	228282.88	228991.94	227760.51	227305.10	222237.10
50	3	-	230055.56	229963.28	229638.69	228360.36	223176.01
50	4	1	228453.21	228366.86	228049.61	226835.12	222506.68
50	4	2	228546.08	228354.39	228261.98	226904.10	222448.65
50	5	14	228388.52	228304.23	228003.53	226793.66	222159.25
50	5	20	228652.79	228567.27	228266.98	227038.93	222516.73
50	6	-	228646.77	228558.68	228243.85	226982.70	221896.13
50	7	3	229401.05	229310.94	228995.11	227741.68	222633.65
50	7	4	230168.20	230074.20	229754.35	228507.88	223327.22
50	7	5	230588.92	230492.53	230170.26	228935.72	223720.00

Tablo A7 Ağırlıklı Ortalama İle Hacim Sonuçları(4.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	151565.93	151566.42	151490.99	150220.96	149932.95
10	2	1	151157.99	151165.02	151312.05	150777.48	148654.64
10	2	2	151417.99	151427.78	151541.27	150762.75	148641.92
10	2	3	151519.71	151533.67	151614.99	150654.91	148812.71
10	2	4	151561.88	151577.73	151622.39	150550.45	149092.70
10	3	-	151188.01	151126.60	151107.89	150427.56	148805.13
10	4	1	151626.08	151768.89	151777.05	149826.40	151268.53
10	4	2	151625.18	151765.72	151764.75	149803.82	151294.65
10	5	14	151618.34	151710.59	151664.06	149951.37	151221.66
10	5	20	151621.03	151745.29	151702.22	149824.31	151430.09
10	6	-	151576.42	151625.21	151584.09	150201.39	150257.86
10	7	3	150690.36	150706.56	150900.28	150673.85	148303.70
10	7	4	150656.42	150672.91	150873.25	150654.79	148308.06
10	7	5	150640.78	150657.46	150860.76	150646.19	148309.18
25	1	-	150919.79	150918.13	150907.17	150557.06	149988.16
25	2	1	149150.65	149202.64	149201.46	148636.22	149181.26
25	2	2	150143.97	150170.91	150175.84	149681.17	149307.65
25	2	3	150807.59	150817.22	150823.89	150186.03	149458.98
25	2	4	151184.40	151184.79	151168.49	150371.23	149718.51
25	3	-	149159.05	149177.51	149145.12	148945.19	150186.48
25	4	1	151506.49	151505.34	151526.54	150653.84	149865.07
25	4	2	151556.99	151555.53	151577.93	150500.78	150056.91
25	5	14	151498.16	151495.89	151524.93	150783.70	149581.76
25	5	20	151582.25	151581.83	151629.19	150568.17	149765.03
25	6	-	150345.23	150346.05	150348.79	150417.95	150613.25
25	7	3	148530.56	148590.59	148584.72	147982.48	149072.36
25	7	4	148333.68	148402.00	148400.01	147716.51	148798.05
25	7	5	148242.43	148314.75	148315.04	147593.51	148660.28
50	1	-	148839.00	148837.92	148835.37	148588.45	147715.46
50	2	1	146102.47	146094.03	146199.16	146106.19	145917.91
50	2	2	147768.77	147769.27	147785.60	147564.33	146787.89
50	2	3	149597.47	149596.59	149605.48	149160.44	148150.03
50	2	4	150651.87	150648.06	150629.57	149930.18	149053.81
50	3	-	146101.54	146103.73	146129.46	146131.24	146342.72
50	4	1	150294.07	150293.32	150279.50	150062.55	149368.36
50	4	2	150944.09	150942.84	150941.12	150416.90	149558.13
50	5	14	149812.81	149813.67	149816.74	149826.54	149802.28
50	5	20	150514.99	150514.95	150514.90	150469.68	149955.90
50	6	-	146709.28	146711.79	146720.66	146755.08	146925.89
50	7	3	146275.13	146278.07	146308.36	146315.81	146479.24
50	7	4	146066.39	146068.85	146128.32	146109.03	146263.82
50	7	5	146098.98	146101.10	146183.07	146147.60	146285.43

Tablo A8 Kayan Yüzeyler İle Hacim Sonuçları (4.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	153410.34	154490.24	152939.11	151983.33	153641.51
10	2	1	152805.44	152702.15	152648.15	154974.48	156300.72
10	2	2	152926.75	152487.12	152154.93	153777.04	157364.74
10	2	3	153050.01	153219.42	151722.85	152249.68	152962.19
10	2	4	155425.04	152652.45	151032.78	154412.89	166543.43
10	3	-	152789.61	152828.24	152620.65	154928.94	156052.58
10	4	1	182319.38	183023.83	175990.70	164106.37	168464.49
10	4	2	192686.12	187249.37	184646.62	168825.78	168054.38
10	5	14	164311.03	161093.72	159693.10	165316.13	181390.66
10	5	20	180600.64	185040.15	181268.89	179509.23	177845.36
10	6	-	153274.58	153648.43	157030.63	167430.97	154571.81
10	7	3	152779.41	152844.73	152697.75	154856.84	154123.44
10	7	4	152505.20	152527.15	152655.39	154922.14	154101.20
10	7	5	152678.40	152730.17	153444.18	157843.23	166853.83
25	1	-	152167.25	152933.37	155280.22	159980.98	156734.52
25	2	1	151739.25	151816.50	151876.24	152596.89	156050.74
25	2	2	151887.30	151797.61	151929.28	152785.47	156495.29
25	2	3	152140.69	152601.75	151867.10	151225.55	154930.10
25	2	4	155218.34	155393.88	162751.91	160383.18	168258.64
25	3	-	151942.67	152004.21	152124.06	152697.43	155590.27
25	4	1	170274.81	172142.02	173568.93	176991.59	176004.62
25	4	2	181479.62	182200.91	188684.27	201273.55	166762.07
25	5	14	155959.48	156899.41	158851.74	163215.61	162603.56
25	5	20	178687.26	178246.82	181040.74	188740.02	191617.95
25	6	-	152447.57	152465.11	152721.56	153714.57	156372.52
25	7	3	151794.03	151855.20	151887.38	152400.97	155690.57
25	7	4	151753.14	151826.60	151839.81	152321.49	155701.02
25	7	5	151750.76	151814.57	151818.38	152284.58	155709.58
50	1	-	149506.74	149529.31	149797.58	150778.50	154627.09
50	2	1	144190.94	144240.84	144468.17	145567.21	149305.12
50	2	2	147478.54	147488.72	147734.28	148852.59	152640.66
50	2	3	150324.99	150183.36	150497.52	151975.11	155009.63
50	2	4	152188.41	150964.71	150960.82	153069.28	168726.24
50	3	-	144253.78	144313.15	144543.42	145536.51	149056.68
50	4	1	151498.45	151560.10	151785.41	152733.05	156228.56
50	4	2	151718.89	151735.96	152445.63	153604.79	156649.85
50	5	14	151622.65	151682.50	151894.98	152705.44	155806.46
50	5	20	151991.38	152053.44	152276.37	153074.33	156249.47
50	6	-	147874.99	147935.91	148153.27	149015.60	152558.25
50	7	3	145707.06	145768.12	145994.88	146987.62	150481.93
50	7	4	143953.36	144008.95	144242.74	145335.00	148817.21
50	7	5	143131.19	143181.96	143416.56	144569.79	148049.81

Tablo A9 Ağırlıklı Ortalama İle Hacim Sonuçları (5.arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	116541.57	116608.06	116883.11	116740.86	120394.75
10	2	1	116349.35	116385.18	116644.62	116650.15	119657.77
10	2	2	116468.68	116519.68	116743.88	116822.30	120116.86
10	2	3	116517.10	116572.73	116765.82	116801.85	120068.31
10	2	4	116535.00	116589.69	116755.91	116744.88	119958.35
10	3	-	116376.16	116409.79	116621.47	116292.32	118619.07
10	4	1	116576.44	116470.46	116710.28	116829.92	120990.89
10	4	2	116576.29	116464.50	116713.90	116863.30	120990.96
10	5	14	116564.26	116539.31	116735.88	116883.47	120773.24
10	5	20	116570.99	116483.04	116746.33	117027.95	121003.57
10	6	-	116549.12	116608.12	116847.13	116516.06	120338.19
10	7	3	116165.00	116193.19	116544.10	116285.03	117762.69
10	7	4	116150.19	116177.03	116541.70	116251.47	117676.85
10	7	5	116143.35	116169.58	116540.79	116236.16	117637.30
25	1	-	116143.77	116150.02	116167.05	116305.07	118567.25
25	2	1	115105.40	115100.66	115178.00	114930.64	116503.72
25	2	2	115707.31	115708.98	115762.94	115661.43	117764.40
25	2	3	116075.51	116080.16	116117.45	116109.34	118369.04
25	2	4	116286.03	116293.44	116318.94	116318.89	118677.54
25	3	-	115136.36	115140.66	115203.53	115295.40	115650.93
25	4	1	116511.50	116518.78	116518.64	116635.88	119125.00
25	4	2	116530.65	116537.85	116525.57	116557.88	119216.12
25	5	14	116532.93	116540.89	116541.81	116652.40	118994.55
25	5	20	116565.57	116569.46	116541.83	116465.50	119226.41
25	6	-	115928.94	115936.70	115967.60	116137.03	116877.77
25	7	3	114655.77	114650.14	114761.45	114643.34	115171.87
25	7	4	114509.11	114501.39	114623.18	114465.80	115077.36
25	7	5	114440.10	114431.32	114558.01	114381.13	115039.98
50	1	-	114539.02	114542.94	114557.48	114647.06	116824.23
50	2	1	110302.14	110290.32	110278.06	110354.24	111950.05
50	2	2	113300.85	113299.27	113305.89	113348.75	115452.53
50	2	3	115123.35	115126.08	115135.96	115173.53	117276.15
50	2	4	115945.51	115951.82	115963.11	115973.62	118163.85
50	3	-	109550.11	109565.08	109628.45	109876.18	111065.86
50	4	1	115772.24	115777.25	115797.25	115905.21	117888.84
50	4	2	116161.13	116167.73	116184.63	116299.85	118591.82
50	5	14	115498.59	115506.35	115537.42	115669.14	116475.26
50	5	20	115982.26	115990.23	116021.03	116176.71	117352.44
50	6	-	112094.06	112107.20	112161.27	112377.95	113233.55
50	7	3	110866.75	110878.46	110931.22	111153.02	112084.93
50	7	4	109455.74	109469.25	109526.55	109776.27	110799.52
50	7	5	108727.23	108742.79	108802.78	109065.67	110098.01

Tablo A10 Kayan Yüzeyler İle Hacim Sonuçları (5. arazi)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	119080.19	119107.71	120539.81	121469.52	129375.09
10	2	1	118618.33	119311.46	120408.26	121172.69	129491.46
10	2	2	118704.79	119513.61	120380.52	121071.91	129689.73
10	2	3	120286.23	121274.33	124975.42	125633.20	129847.33
10	2	4	122951.08	124662.37	122849.90	117095.63	122678.88
10	3	-	118654.38	119169.89	120372.95	121053.59	129136.47
10	4	1	176042.03	174123.30	177506.84	160683.28	228102.77
10	4	2	190694.55	199022.22	175028.39	155520.88	192355.02
10	5	14	134069.16	134940.32	130378.44	136907.48	156303.45
10	5	20	164046.86	161780.07	163471.50	177637.55	174508.29
10	6	-	119468.63	119081.81	121570.47	126834.36	149555.97
10	7	3	118682.86	119498.23	120406.13	121102.73	128922.75
10	7	4	118624.36	119236.24	120415.62	121089.60	128887.68
10	7	5	118700.07	119229.92	120431.21	121181.72	128872.82
25	1	-	118364.83	118634.96	120314.09	120785.07	129299.25
25	2	1	118770.20	118951.20	119545.85	121316.04	128529.58
25	2	2	118311.53	118511.56	119096.88	121021.01	128859.48
25	2	3	118518.83	118931.11	118567.25	120806.37	129063.66
25	2	4	122654.83	120521.45	120407.05	125712.65	130645.92
25	3	-	118904.01	119092.95	119705.71	121438.87	128079.94
25	4	1	141852.21	144399.63	150164.30	128049.15	152565.49
25	4	2	157692.03	157744.57	153528.99	150928.59	159484.78
25	5	14	121451.46	122017.37	123613.61	127732.37	123570.47
25	5	20	155002.11	150806.24	161782.21	159249.10	191575.58
25	6	-	118713.07	119474.82	122899.16	120992.44	128865.37
25	7	3	119141.84	119329.95	119901.89	121559.13	127965.76
25	7	4	119211.99	119400.08	119964.61	121594.29	127939.07
25	7	5	119244.63	119432.73	119993.69	121610.75	127932.05
50	1	-	118162.72	118272.02	118700.89	120556.49	128395.84
50	2	1	119751.66	119845.63	120269.29	122110.82	129830.51
50	2	2	118242.65	118363.35	118795.92	120662.29	128652.93
50	2	3	117845.50	117834.38	118110.87	120135.07	128238.04
50	2	4	119955.28	121046.35	123207.31	130859.27	128879.78
50	3	-	120846.78	120963.40	121411.63	123180.45	130050.96
50	4	1	118073.89	118192.69	118632.07	120485.47	128386.08
50	4	2	117884.08	117744.63	118207.55	120220.91	128617.84
50	5	14	118410.05	118529.57	118968.99	120731.32	128004.15
50	5	20	118111.63	118232.79	118678.98	120493.47	128311.03
50	6	-	119812.85	119928.29	120354.40	122058.63	128877.46
50	7	3	120052.95	120167.36	120611.01	122371.44	129229.55
50	7	4	120720.79	120835.13	121295.50	123134.82	130088.18
50	7	5	121131.05	121245.44	121715.69	123613.62	130641.51

Tablo A11 Ağırlıklı Ortalama İle Hacim Sonuçları (küre)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	241207.48	241132.56	240886.21	241944.34	234926.69
10	2	1	240610.65	240768.83	240308.04	238425.25	230521.95
10	2	2	240957.86	241051.16	240905.06	240130.29	232601.49
10	2	3	241126.66	241158.44	240861.11	241150.06	233866.75
10	2	4	241203.43	241195.33	240626.62	241810.32	234615.39
10	3	-	240706.21	240738.64	240835.37	240972.33	231117.68
10	4	1	241270.44	241285.45	239567.27	243032.03	238835.58
10	4	2	241272.57	241285.49	239570.18	243177.76	238982.42
10	5	14	241275.55	241257.14	239511.43	242975.75	237983.39
10	5	20	241279.26	241273.77	239547.31	243456.49	239322.26
10	6	-	241154.17	241088.89	240648.04	242610.43	235619.64
10	7	3	240188.24	240519.04	238879.08	236230.19	227591.36
10	7	4	240174.13	240514.25	238824.80	236093.35	227486.92
10	7	5	240167.62	240512.09	238799.51	236029.39	227438.80
25	1	-	238513.94	238494.77	238609.85	237793.14	227420.37
25	2	1	235163.77	235229.00	235005.92	232847.21	212872.66
25	2	2	237184.55	237230.29	237237.51	236006.69	222956.84
25	2	3	239270.09	239272.49	239114.17	239237.93	229927.29
25	2	4	240396.15	240381.00	239912.95	241080.32	233280.73
25	3	-	235157.42	235143.50	235176.26	233612.35	210234.55
25	4	1	240318.15	240294.20	240275.14	240014.35	231680.78
25	4	2	240862.01	240847.81	240558.65	241248.52	233778.52
25	5	14	239935.35	239910.92	239813.19	239375.85	229863.48
25	5	20	240660.14	240655.65	240512.06	240898.92	232418.94
25	6	-	236136.56	236043.45	236002.91	234644.56	219239.03
25	7	3	235235.80	235381.79	235183.35	233792.46	207336.32
25	7	4	235355.47	235538.05	235295.24	233926.12	206302.66
25	7	5	235425.00	235625.69	235359.73	234004.66	205846.52
50	1	-	236771.23	236756.50	236953.27	235475.22	221540.56
50	2	1	236435.04	236322.12	236619.50	234820.45	205209.83
50	2	2	236294.99	236283.56	236519.20	234819.60	218211.02
50	2	3	238778.68	238763.77	238710.24	238595.67	228504.77
50	2	4	240254.37	240233.28	239802.59	240909.94	233002.14
50	3	-	238880.15	238823.55	239302.14	238667.61	201966.64
50	4	1	237091.59	237033.26	237129.44	235651.57	223076.80
50	4	2	239255.71	239237.35	239245.92	238923.83	229653.08
50	5	14	235673.34	235587.35	235584.10	234284.78	216974.76
50	5	20	236591.31	236508.79	236437.13	235114.15	221049.68
50	6	-	236871.85	236794.41	237081.35	236019.40	205811.76
50	7	3	237424.04	237360.06	237744.23	236950.24	204160.70
50	7	4	238535.83	238482.51	238970.89	238411.57	201754.66
50	7	5	239067.11	239019.72	239556.50	239119.25	200505.28

Tablo A12 Kayan Yüzeyler İle Hacim Sonuçları (küre)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	242614.18	240892.10	241350.51	239707.13	220637.16
10	2	1	241035.62	239909.04	240080.60	239663.40	219432.16
10	2	2	241574.15	240953.61	241082.84	241009.86	220149.14
10	2	3	241529.06	241444.66	241567.50	241752.20	220578.97
10	2	4	247095.10	245070.81	240909.39	243965.00	220791.57
10	3	-	241005.54	239879.14	240164.81	239719.60	219627.64
10	4	1	277410.20	284221.86	288123.72	274023.40	232477.10
10	4	2	321864.51	316151.95	285808.20	347830.74	412669.23
10	5	14	241620.15	242095.86	244188.18	249204.05	235317.79
10	5	20	241527.80	241914.42	241678.15	251870.39	238411.47
10	6	-	242410.35	241491.68	241985.30	242536.71	220503.67
10	7	3	239576.22	238504.58	238640.40	237770.32	218488.18
10	7	4	239515.30	238447.84	238584.89	237692.01	218445.67
10	7	5	239492.23	238421.76	238559.47	237656.22	218425.99
25	1	-	233619.25	234118.90	235793.97	242123.80	225941.23
25	2	1	211517.32	212066.08	213726.16	220147.04	203896.22
25	2	2	227182.85	227715.75	229359.59	235934.83	219020.92
25	2	3	235985.98	236427.50	237967.87	244571.53	228319.02
25	2	4	242089.82	243086.26	245430.06	248496.02	232053.29
25	3	-	207049.91	207604.01	209331.82	215531.95	201313.71
25	4	1	239638.77	240141.08	241783.02	247770.00	231266.93
25	4	2	241345.57	241271.60	243099.23	249166.99	232571.46
25	5	14	238525.64	239033.01	240685.60	246589.62	229952.69
25	5	20	240508.29	241010.05	242691.05	248662.59	231460.62
25	6	-	220886.83	221421.01	223123.44	229182.03	215586.71
25	7	3	200452.15	201040.00	202688.75	209367.64	194779.93
25	7	4	198166.01	198753.45	200401.54	207238.58	192599.53
25	7	5	197098.05	197685.08	199334.15	206248.48	191590.58
50	1	-	220791.20	221285.83	223042.63	229682.91	211984.96
50	2	1	178943.09	179448.20	181419.34	188074.56	168492.16
50	2	2	214023.46	214524.11	216337.97	223153.69	203912.88
50	2	3	232011.18	231935.39	233842.42	240833.74	223909.55
50	2	4	239927.77	242095.92	244073.32	247494.98	231042.36
50	3	-	161130.46	161660.86	163571.15	170538.71	152970.64
50	4	1	226559.69	227055.48	228777.55	234968.70	219038.44
50	4	2	235841.83	236332.50	238013.74	244391.75	228243.19
50	5	14	216302.31	216814.05	218482.66	224426.92	210453.49
50	5	20	224048.13	224569.79	226248.48	232181.17	218029.99
50	6	-	181334.52	181841.82	183612.86	190019.98	174251.08
50	7	3	174972.04	175486.93	177355.08	184102.36	166249.83
50	7	4	162818.95	163348.49	165275.20	172351.99	154001.99
50	7	5	155807.33	156346.32	158292.43	165544.86	147246.26

Tablo A13 Ağırlıklı Ortalama İle Hacim Sonuçları (koni)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	128358.07	128332.75	128119.79	128566.32	125044.87
10	2	1	128329.12	128558.21	128434.79	128142.17	124881.67
10	2	2	128357.64	128502.24	128416.99	128119.23	124609.27
10	2	3	128366.01	128446.01	128221.42	128134.37	124157.96
10	2	4	128363.60	128401.43	127991.58	128182.25	123870.49
10	3	-	128343.90	128455.02	128483.61	129176.73	125897.57
10	4	1	128310.64	128354.08	127185.18	128871.16	126163.50
10	4	2	128309.77	128351.92	127134.60	128877.30	126162.50
10	5	14	128316.31	128331.50	127125.55	128636.06	125232.77
10	5	20	128309.27	128336.34	127005.83	128806.37	125908.63
10	6	-	128334.55	128331.47	128013.15	129095.39	126046.02
10	7	3	128298.30	128651.63	128167.90	128267.22	124189.80
10	7	4	128297.66	128658.15	128159.59	128247.98	124144.31
10	7	5	128297.35	128661.18	128155.66	128238.84	124123.14
25	1	-	128077.62	128070.98	128140.19	127899.41	123498.99
25	2	1	128656.15	128789.22	128802.58	128663.88	120109.43
25	2	2	128103.07	128145.49	128151.43	127806.25	122290.59
25	2	3	128187.89	128198.76	128092.18	127909.57	123458.06
25	2	4	128286.52	128286.18	127998.41	128108.35	123824.06
25	3	-	128959.94	129043.55	129264.55	129607.15	119503.21
25	4	1	128258.23	128252.21	128262.02	128238.67	124557.96
25	4	2	128331.28	128327.04	128156.20	128279.11	124371.83
25	5	14	128195.51	128205.37	128233.65	128429.61	124612.04
25	5	20	128289.01	128297.79	128250.89	128617.37	124964.90
25	6	-	128093.73	128113.17	128279.82	128495.66	122547.23
25	7	3	129704.63	129916.84	130025.53	130492.77	118828.68
25	7	4	130005.39	130247.50	130334.21	130830.07	118544.07
25	7	5	130153.72	130410.60	130485.53	130995.28	118423.99
50	1	-	128552.09	128547.79	128661.46	128197.42	121542.84
50	2	1	133732.12	133778.51	134199.13	134608.54	117478.89
50	2	2	129118.57	129117.68	129264.59	128787.17	120146.29
50	2	3	128319.91	128316.81	128272.05	127937.45	122743.72
50	2	4	128305.82	128301.15	128038.68	128095.61	123694.03
50	3	-	137482.63	137565.80	138201.91	139386.83	118181.64
50	4	1	128050.49	128044.72	128171.21	127970.52	122770.14
50	4	2	128163.14	128157.15	128161.18	127987.72	123811.93
50	5	14	128319.64	128343.01	128531.62	128805.33	121714.54
50	5	20	128019.58	128035.56	128168.49	128339.64	122843.83
50	6	-	133305.40	133362.21	133810.30	134575.68	119141.82
50	7	3	134753.90	134824.69	135367.99	136379.02	118443.12
50	7	4	137096.41	137181.28	137827.66	139084.14	117719.02
50	7	5	138282.73	138374.88	139069.33	140447.98	117271.35

Tablo A14 Kayan Yüzeyler İle Hacim Sonuçları (koni)

R	p	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
10	1	-	128713.47	128458.38	130604.61	137682.06	125761.20
10	2	1	127855.33	128165.11	129770.88	135564.23	125420.07
10	2	2	127999.41	128534.74	130029.31	135903.85	125606.62
10	2	3	128488.72	128750.68	130188.54	136239.32	125735.40
10	2	4	133653.80	132600.54	129606.77	138224.56	125804.16
10	3	-	127852.08	128181.59	129805.40	135561.32	125509.46
10	4	1	170262.40	175694.08	179754.44	170519.05	123939.93
10	4	2	218353.10	215372.15	183538.34	238362.41	278946.15
10	5	14	129036.20	129223.09	130460.49	137303.57	126097.31
10	5	20	128919.68	129560.18	130071.66	139626.47	125604.82
10	6	-	128196.42	128652.80	130155.22	135952.29	125703.98
10	7	3	127415.96	127749.91	129397.15	135053.75	125247.24
10	7	4	127398.49	127731.55	129379.58	135030.89	125236.53
10	7	5	127392.20	127723.10	129371.49	135020.41	125231.60
25	1	-	125536.55	126049.76	127873.24	135262.46	122551.92
25	2	1	115725.24	116311.48	118268.36	126546.38	113923.63
25	2	2	122754.76	123283.40	125081.94	132654.57	119613.24
25	2	3	126557.51	126939.40	128627.48	135870.20	123111.08
25	2	4	130590.53	131436.02	133537.58	137556.03	124639.23
25	3	-	114241.51	114856.95	117003.77	125498.81	113560.93
25	4	1	127768.21	128290.06	130112.36	137339.60	124896.80
25	4	2	128622.22	128634.87	130524.68	137680.49	125316.14
25	5	14	127399.88	127939.41	129811.97	137117.07	124710.18
25	5	20	128059.57	128586.01	130415.87	137618.48	125292.67
25	6	-	120743.11	121325.16	123354.13	131334.67	119298.42
25	7	3	110719.70	111337.46	113477.19	122351.13	110511.60
25	7	4	109529.76	110143.82	112286.39	121296.31	109513.67
25	7	5	108969.83	109582.68	111722.82	120799.22	109046.77
50	1	-	117982.16	118502.72	120362.16	128010.63	114207.49
50	2	1	87896.39	88530.90	90848.86	100175.69	86184.74
50	2	2	112531.48	113056.68	114934.40	122774.45	108150.38
50	2	3	124006.73	124026.11	126002.12	133292.71	119817.05
50	2	4	128974.84	131019.89	132745.73	136904.92	123817.61
50	3	-	77162.01	77835.64	80171.59	90235.35	77727.32
50	4	1	122444.81	122982.30	124889.11	132492.61	119751.38
50	4	2	126316.64	126826.31	128653.23	135946.23	123262.83
50	5	14	118207.11	118794.15	120841.34	128902.86	116827.89
50	5	20	121869.13	122442.64	124435.06	132252.72	120074.99
50	6	-	94716.49	95335.97	97681.07	106974.39	94759.84
50	7	3	87748.47	88383.11	90749.92	100359.45	87800.18
50	7	4	77822.54	78499.33	80835.91	90925.64	78277.95
50	7	5	72404.87	73092.78	75401.53	85653.32	73044.35

Tablo A15 Diğer Enterpolasyon Yöntemlerine Göre Hacim Sonuçları(1.arazi)

yöntem no.	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
1	-	217590.68				
2	-	217312.74	(-214490.85)			
3	-	219320.90	219304.48	219243.54	219008.90	217909.94
5	3	218189.59	218176.10	218108.77	217889.18	216674.01
5	4	218304.85	218291.42	218241.14	218017.23	216787.37
5	5	218455.69	218442.12	218393.42	218170.36	216922.38
6	3	218629.98	218616.28	218547.73	218332.92	217109.41
6	4	218869.76	218855.98	218798.77	218586.32	217366.57
6	5	219068.10	219054.12	219001.18	218788.53	217561.86
8	-	218054.65	218041.51	217994.60	217806.96	217056.41
9(p=1)	-	215545.19	215536.23	215408.35	215007.90	214427.68
9(p=2)	-	215868.05	215869.21	215816.61	215708.55	215269.25
9(p=3)	-	216918.55	216925.36	216819.54	216485.76	215162.45
10	-	216450.49	215025.96	209878.98	199820.55	185429.75

Yöntem no 9 için kullanılan ağırlık modelleri: 1: $P=100/S$; 2: $P=100/S^2$; 3: $P=e^{-S}$ **Tablo A16 Diğer Enterpolasyon Yöntemlerine Göre Hacim Sonuçları(2.arazi)**

yöntem no	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
1	-	260064.51				
2	-	260135.21	(-260757.28)			
3	-	259114.86	259129.36	259183.24	259406.91	260548.75
5	3	262937.60	262943.31	262970.26	263188.99	263631.75
5	4	262764.45	262770.54	262792.43	262966.59	263509.47
5	5	262538.11	262544.76	262568.25	262708.94	263383.14
6	3	262234.67	262241.45	262276.45	262471.91	263111.69
6	4	261801.69	261808.77	261838.16	262010.04	262744.87
6	5	261395.17	261402.81	261431.55	261589.80	262422.28
8	-	263137.07	263143.89	263168.27	263265.77	263655.79
9(p=1)	-	259856.14	259878.02	259927.53	260225.03	259753.91
9(p=2)	-	259557.13	259584.36	259603.95	259547.17	260282.97
9(p=3)	-	259275.77	259284.51	259292.67	260062.30	264318.55
10	-	258521.05	256590.61	250338.39	243444.71	225242.53

Yöntem no 9 için kullanılan ağırlık modelleri: 1: $P=100/S$; 2: $P=100/S^2$; 3: $P=e^{-S}$ **Tablo A17 Diğer Enterpolasyon Yöntemlerine Göre Hacim Hesabı Sonuçları(3.arazi)**

yöntem no	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
1	-	226791.88				
2	-	226998.43	(-227554.12)			
3	-	228108.56	228105.14	228087.29	228025.30	227963.38
5	3	224750.54	224758.32	224732.24	224912.87	227836.18
5	4	224933.14	224943.11	224967.99	225049.50	228990.43
5	5	225243.39	225254.34	225290.50	225333.34	229537.33
6	3	225526.87	225536.58	225529.62	225640.42	228219.24
6	4	226008.85	226018.60	226032.73	226125.78	228784.02
6	5	226456.28	226465.63	226489.45	226565.34	228977.17
8	-	224453.73	224469.52	224525.88	224751.35	225653.23
9(p=1)	-	225858.64	225836.47	225839.20	225898.08	225305.42
9(p=2)	-	227552.80	227552.13	227549.67	227505.05	228987.70
9(p=3)	-	228969.50	228972.30	229010.98	228263.78	230782.73
10	-	227051.66	221637.85	220274.93	214748.50	199513.62

Yöntem no 9 için kullanılan ağırlık modelleri: 1: $P=100/S$; 2: $P=100/S^2$; 3: $P=e^{-S}$

Tablo A18 Diğer Enterpolasyon Yöntemlerine Göre Hacim Sonuçları (4. arazi)

yöntem no	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
1	-	151367.51				
2	-	151519.69	(-155630.21)			
3	-	152253.54	52254.77	152265.98	152314.89	152671.96
5	3	146399.54	146385.08	146385.85	146098.83	147117.25
5	4	146122.72	146110.50	146070.10	45786.36	146981.30
5	5	145932.68	145924.09	145891.98	145682.85	146823.98
6	3	146648.65	146638.13	146643.93	146487.22	147334.77
6	4	147155.94	147147.27	147132.11	146983.11	147806.49
6	5	147835.92	147828.66	147807.67	147683.56	148420.59
8	-	146720.97	146709.32	146667.75	146501.43	145836.19
9(p=1)	-	151015.69	150968.37	150943.82	150934.49	151393.66
9(p=2)	-	151188.94	151178.96	151182.56	150865.35	150155.71
9(p=3)	-	151598.80	151609.98	151599.93	150171.28	150543.87
10	-	150239.81	148693.33	147296.02	140116.22	126157.97

Yöntem no 9 için kullanılan ağırlık modelleri: 1: $P=100/S$; 2: $P=100/S^2$; 3: $P=e^{-S}$ **Tablo A19 Diğer Enterpolasyon Yöntemlerine Göre Hacim Sonuçları (5. arazi)**

yöntem no		1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
1	-	117256.40				
2	-	117206.26	(-119843.70)			
3	-	117120.30	117137.60	117197.68	117514.02	119576.89
5	3	116060.89	116059.06	116026.83	115845.51	118962.83
5	4	115762.11	115759.77	115747.92	115765.56	118858.76
5	5	115544.38	115542.89	115536.72	115625.86	118612.77
6	3	115373.44	115372.08	115346.18	115334.42	117961.75
6	4	115393.72	115392.98	115380.02	115437.63	117963.96
6	5	115577.62	115577.72	115574.06	115672.19	118104.68
8	-	116506.76	116506.63	116506.16	116504.31	116496.90
9(p=1)	-	115888.85	115872.43	116007.93	116261.01	117001.90
9(p=2)	-	116247.52	116241.20	116325.49	116408.81	118104.54
9(p=3)	-	116561.75	116561.22	116562.13	116440.40	119507.10
10	-	116721.93	115605.13	112641.71	107885.92	98456.32

Yöntem no 9 için kullanılan ağırlık modelleri: 1: $P=100/S$; 2: $P=100/S^2$; 3: $P=e^{-S}$ **Tablo A20 Diğer Enterpolasyon Yöntemlerine Göre Hacim Sonuçları (küre)**

yöntem no	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
1	-	241260.31				
2	-	241260.31	(-225057.70)			
3	-	246998.35	246955.28	246688.35	244789.94	238683.65
5	3	231761.35	231712.27	231911.30	228634.60	213985.86
5	4	235398.74	235352.43	235425.26	233341.06	220570.75
5	5	238976.29	238936.98	238926.42	237779.03	226776.63
6	3	238726.36	238678.70	238724.83	236590.87	224483.11
6	4	241171.75	241134.53	241115.79	239560.39	229342.43
6	5	242881.14	242848.29	242775.76	241541.06	232751.48
8	-	226740.72	226732.19	226955.26	226358.15	205351.15
9(p=1)	-	242047.29	241850.50	241464.91	238513.56	232273.75
9(p=2)	-	240612.97	240652.41	240808.02	239580.34	230722.23
9(p=3)	-	241315.32	241308.87	240077.19	242469.05	235892.47
10	-	241195.15	240830.81	240008.88	236561.79	222299.67

Tablo A21 Diğer Enterpolasyon Yöntemlerine Göre Hacim Sonuçları (koni)

yöntem no	k	1 m	2.5 m	5 m	10 m	20 m
1	-	128212.07				
2	-	128212.07				
3	-	130500.03	130490.30	130422.12	129974.11	127963.30
5	3	129601.39	129565.71	129623.04	128492.31	120516.91
5	4	130719.71	130683.34	130689.95	129733.46	122660.63
5	5	131288.51	131257.51	131225.74	130535.46	125125.69
6	3	131617.23	131589.36	131602.92	130929.82	125533.88
6	4	131558.80	131535.24	131508.49	130926.10	126685.41
6	5	131317.71	131297.65	131246.18	130725.70	127298.64
8	-	127785.29	127775.73	127823.24	127250.23	118928.85
9(p=1)	-	128938.27	128933.11	128902.77	128003.96	125571.97
9(p=2)		128391.63	128429.43	128480.62	127841.87	124173.56
9(p=3)		128361.27	128359.57	127602.12	128384.83	124186.14
10	-	128183.76	128070.23	127665.29	126002.26	119829.81

Yöntem no 9 için kullanılan ağırlık modelleri: 1: $P=100/S$; 2: $P=100/S^2$; 3: $P=e^{-S}$

ÖZGEÇMİŞ

Yük. Müh. Mustafa Yanalak 1967 yılında Emet' te doğmuştur. İlk ve orta okulu burada tamamlamıştır. 1984 yılında Tapu ve Kadastro Meslek Lisesi 'nden mezun olmuş, aynı yıl girdiği İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümünü 1988 yılında bitirmiştir. 1989 yılında araştırma görevlisi olarak Jeodezi anabilim dalında göreve başlamıştır. Yüksek lisans öğrenimini İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği programında tamamlamıştır. Halen, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Ölçme Tekniği Anabilim dalında görev yapmaktadır. Evli ve iki çocuk babasıdır.

