

ÖNSÖZ

Mühendislik uygulamalarında hasar tespiti çok önemli bir yere sahiptir. Bir yapıda meydana gelen hasarın detaylı incelenmesi “Hasar tespiti” olarak tanımlanır, ancak hasar olmadan önce hasara neden olan çatlak ve benzeri hataların tespiti de hasar analizi olarak bilinmektedir. Bu kapsamda mühendislik yapılarındaki çatlağın varlığı, yeri ve boyutları belirlenmektedir. Bu konu üzerinde 1970’li yıllardan beri çok yoğun çalışmalar yapılmaktadır.

Bir makine parçasındaki çatlak tespiti, gerekli önlemlerin alınması açısından oldukça önemlidir. Eğer yapılardaki çatlak uzun süre tespit edilemezse, meydana gelecek hasar büyük zararlara sebep olabilir. Bu çalışmamda güncel hayattırastlanabilecek sistemler basit bir şekilde çatlaklı olarak modellenmiş ve sonuç elemanlar metoduyla çeşitli sınır koşullarında analizi yapılmıştır.

Öğrenim hayatımsüresince bana maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen aileme, tez çalışmam sırasında değerli görüşleriyle bana yol gösteren danışman hocam Prof. Dr. Vedat Karadağ’a teşekkürlerimi bir borç bilirim

Eylül 2003

Engin Süzen

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	viii
ÖZET	x
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı	1
1.2. Literatürde Yapılan Çalışmalar	3
2. ÇATLAK SEBEBİYLE OLUŞAN HASARIN ANALİZİ VE KIRILMA	6
2.1. Hasar Analizinin Önem ve Uygulanmaları	6
2.1.1. Tanımlar	6
2.1.2. Hasar Analizi ile İlgili Esaslar	7
2.1.2.1. Hasar Analiz Uzmanı	7
2.1.2.2. Teknolojik Hatalar	8
2.2. Kırılma	9
2.2.1. Çatlak İlerlemenin Mikromekanizmaları	10
2.2.1.1. Mikroboşluk Birleşmesiyle Çatlak İlerlemesi	10
2.2.1.2. Ayrılma (Cleavage) ile Çatlak İlerlemesi	11
2.2.1.3. Taneler Arası Çatlak İlerlemesi	12
2.3. Üzerinde Birden Fazla Çatlak Bulunan Yapılarda Çatlak Öjisinin Tespiti	13
2.4. Çatlak Tipleri	14
2.5. Çatlaklı Bir Yapıda Deformasyon Modları	15
3. ELASTİK ÇUBUKLARIN EĞİLME TİTREŞİMLERİ	17
3.1. Diferansiyel Denklemi n Elde Edilmesi	17
3.2. Serbest Titreşimler (Diferansiyel Denklem)	25

4. ANALİZ YAPILI RKEN KULLANILAN YÖNTEM	28
4.1. Sonlu Elemanlar Metodu	28
4.1.1. Teorik Esaslar	31
4.1.2. Boyuna Uzunluğunun Etkisi	37
5. “L” ŞEKLİ, ÇEŞİTLİ ÇATLAKLI VE YAY EKLI KIRIŞLERDE TİTREŞİ MANALİZİ	39
5.1. Analiz Yapılan Çubuk	39
5.2. Düzlemİçi Titreşimleri	41
5.3. Düzlem Dışı Titreşimleri	42
5.4. Çatlaklı Çubukların Frekanslarının Bulunmasında Kullanılan Program	43
5.5. Sayısal Çözümlerin Karşılaştırılması	43
5.6. Titreşim Modlarının Değişimi	62
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	65
KAYNAKLAR	68
EKLER	71
Ek A	71
Ek B	76
Ek C	81
ÖZGEÇMİŞ	86

KISALTMALAR

S. E. M : Sonlu Elemanlar Metodu

TABLO LİSTESİ

No		Sayfa
Tablo 5.1 a	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	46
Tablo 5.1 b	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	47
Tablo 5.1 c	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	48
Tablo 5.1 d	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	49
Tablo 5.1 e	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	50
Tablo 5.2	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	50
Tablo 5.3	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	52
Tablo 5.4	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	53
Tablo 5.5 a	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	54
Tablo 5.5 b	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	54
Tablo 5.5 c	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	55
Tablo 5.5 d	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	55
Tablo 5.5 e	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	56
Tablo 5.6	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	57
Tablo 5.7	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	58
Tablo 5.8	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	59
Tablo 5.9	Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması.....	60

ŞEKİL LİSTESİ

No	Sayfa
Şekil 2 1	: Mikroboşluk birleşmesiyle çatlak ilerlemesi..... 11
Şekil 2 2	: Ayrılma yoluyla çatlak ilerlemesi..... 12
Şekil 2 3	: Taneler arası çatlak ilerlemesi..... 12
Şekil 2 4(a)	: Çatlaklarla ilgili kurallar..... 13
Şekil 2 4(b)	: Çatlaklarla ilgili kurallar..... 14
Şekil 2 5	: w ve r tipi çatlakların görünümü..... 15
Şekil 2 6	: Deformasyon taneli modelleri.....16
Şekil 3 1	: Eğilme titreşimleri.....19
Şekil 4 1	: Ankastre ince çubuk.....31
Şekil 4 2	: İnce çubuk sonlu elemanı ve alan değişkeni..... 31
Şekil 5 1	: “L” çubuğun şekli ve boyutları..... 39
Şekil 5 2	: “L” çubuğun bağlantı biçimleri..... 40
Şekil 5 3	: Çatlağın modellenmesinde kullanılan burulma yayı modeli..... 40
Şekil 5 4	: Düzlem içi titreşimleri..... 42
Şekil 5 5	: Düzlem dışı titreşimleri..... 42
Şekil 5 6	: Mod 1..... 62
Şekil 5 7	: Mod 2..... 63
Şekil 5 8	: Mod 3..... 63
Şekil 5 9	: Mod 4..... 64
Şekil 5 10	: Mod 5..... 64

SEMBOL LİSTESİ

A	: Çubuğun kesit alanı
A, B, C, D, ε	: Diferansiyel denklemin çözümsabitleri
a	: Çatlak derinliği
b	: Çubuğun kesit alanı için boy
t	: Çubuğun kesit alanı için en
C	: Diferansiyel denklemin çözümsabiti
C	: Yerel eğilme fonksiyonu
c	: Çubuğun kesit alanı
E	: Elastislik modülü
F_1	: “L” şekilli çubuğun yatay koluna etkiyen aksenal basma kuvveti
F_2	: “L” şekilli çubuğun dikey koluna etkiyen aksenal basma kuvveti
$f(x, t)$	: Ana titreşim düzlemindeki yayılı kuvvetin yoğunluğu
$f(x), g(x)$	: Çubuğun başlangıçtaki konumuna ve hız durumuna göre keyfi seçilen fonksiyonlar
G	: Kayma modülü
g	: Yer çekim ivmesi
I	: Tarafsız eksene göre kesit atalet momenti
I_T	: Kesit burulma sabiti
$I(a/h)$	: Boyutsuz yerel eğilme fonksiyonu
K	: Boyutsuz burulma yayı sabiti
K	: Boyutlu burulma yayı sabiti
$[k]$	: Katılık matrisi
k	: Kütlesiz lineer yay
k_u	: Çubuğun uzama durumu için modellenen kütlesiz lineer yay sabiti
k_b	: Çubuğun burulma durumu için modellenen kütlesiz lineer yay sabiti
L	: Çubuğun boyu
l	: İnce çubuk sonlu elemanı uzunluğu
l_c	: Çatlağın boyu
M	: Dönme momenti
$[m]$	: Kütle matrisi
m	: Kirişin kütlesi
p	: Diferansiyel denklemin çözümleri
Q	: Kesme kuvveti
$\{q\}$	: Genelleştirilmiş koordinatlar
R	: L_1/L Boyutsuz çatlak konum parametresi
T	: Kinetik enerji
U	: Potansiyel enerji
u	: Çubuğun boyuna yer değiştirmeleri

v	: Çubuğun eksene dik istikametteki yer değıştir meleri
w	: z ekseni yönündeki sapmalar
w'	: y ekseni etrafındaki rotasyonlar
ω	: $\left(-\frac{T}{T}\right)$, nın ve $\frac{EI}{\rho A} \cdot \frac{y^{IV}}{y}$, nın sabit kabul edildi ği sembol
ω_p	: Çatlaklı kirişin doğal frekansı
ω_n	: Çatlaksız kirişin doğal frekansı
$x(t)$	: Konunun zamanla ba ğlı değışi mi
$y(x), T(t)$	: $v(x,t)$ denkle minin çözümüne ait fonksiyonlar
$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	: İnterpolasyon fonksiyonu sabitleri
Δ	: Kat sayılar deter minantı
$\Delta\omega_n$	: Çatlaktan dolayı oluşan doğal frekans değışi mi
δ	: Çatlak derinli ği
δ'	: Kirişin çökme miktarı
λ	: Boyutsuz frekans parametresi
ν	: Poisson oranı
ρ	: Kirişin yoğunluğu

“L” ŞEKLİ Lİ ÇEŞİ TLİ ÇATLAKLI VE YAY EK Lİ Kİ Rİ ŞLERDE Tİ TREŞİ MLERİ N ANALİ Zİ

ÖZET

Makina mühendisli ğ in en önemli konularından birisi mekanik titreşimlerdir. Makina parçalarının tasarımı nda, titreşim etkileri teknolojik ilerlemeler gerçekleş tikçe daha önem kazanmaktadır. Titreşim etkileri tasarımı nda ve hasar analizinde oldukça önemli bir yere sahiptir. Bazı durumlarda titreşim tasarımı etkileyen di ğ er faktörlerden daha fazla önem taşı maktadır. Bu nedenle günümüzde makina parçalarının titreşim kontrol ü yapı lı madan tasarımı mümkün olmaktadır.

Uçak kanatları, türbin kanatları gibi uygulamada olarak çok sık kullanılan bir çok elemanda gerek üretim sırasında, gerek ise işletme koşulları sebebiyle yorulma olayından dolayı hasar meydana gelebilir. Örne ğ in, uçak motorlarında bulunan aksenal kompresörlerin kanatlarında kazayla meydana gelen mekanik hasardan dolayı çatlaklar oluşur. Bunun sebebi, hava akışı sırasında havayla beraber kompresör kanatlarına incecuk m ve taş parçacıklarının çarpmasıdır. Bu şekilde hasar görmüş bu parçaların titreşim analizleri yapılarak hasarın yeri ve büyüklü ğ ü hakkında bilgi edilebilir.

Parça üzerindeki çatlak, çatlak derinli ğ inin bir fonksiyonu olan yerel esnekli ğ e sebep olabilir. Bu esneklik yapının dinamik davranışını de ğ iştirir ve bu davranış farklılı ğ ından dolayı çatlakın yeri ve büyüklü ğ ü tespit edilebilir. Yapıda bulunan çatlak, titreşim genli ğ ine ve titreşim yönüne ba ğ lı olarak zamanla açılmakta ve kapanmaktadır.

Çatlaklar çeşitli şekillerde modellenmektedir. Bunlardan ilki, daha çok rotolar üzerinde uygulanan malzemeye parametrelerini azaltma metodudur. Di ğ er bir yöntem çatlakın bulunduğu konumda bölgesel esneklik matrisi ile modellenektir. Bu matrisin elemanları lineer kırılma mekanik prensipleri kullanılarak hesaplanır ve matris boyutları, incelenen hareketin serbestlik derecesine göre de ğ işir. Bir di ğ er modelleme ise, literatürde lineer yay modeli olarak geçen ve çatlak olan bölgede yapının kesitini azaltılması prensibine dayanan modellemektir. Bu modellemelerde kullanılan model ise kütesiz burulma yayıdır. Yapının eğilme titreşimleri yapması sırasında her iki yöndeki hareketinde de yay katsayısı sabit kaldı ğ ı için lineer yay modeli olarak adlandırılır. Her iki yöndeki harekette çatlak açılmakta ve kapanmaktadır. Bu durumda yay katsayısının açılma ve kapanma durumunda farklı olması beklenir.

Literatürde çatlaklarla ilgili olarak bir çok analitik, nümerik ve deneysel çalışmalar mevcuttur. Bu kadar çok üzerinde durulmasına rağmen, hala cevaplanamamış bir çok problem mevcuttur ve bu problemlere çözüm bulabilmek için çalışmalar hala devam etmektedir. Cevaplanamayan bazı problemler; kapalı çatlaklar üzerinde daha fazla çalışma, titreşimli çatlak yapılarındaki termal etkinin incelenmesi, çatlaktespitinde sonündeki değişimlerin analitik formülasyonunu kullanma olarak sıralanabilir.

Bu çalışma kapsamında, “L” şekilli çeşitli çatlaklı ve yay ekli kirişlerdeki titreşimlerin analizi Sonlu Elemanlar Metoduyla incelenmiştir. Kullanılan ince çubuk sonlu elemanlarında eğilme, kesit dönme ve boyuna uzama serbestlikleri seçildi. Ankastre-serbest, serbest-serbest mesnetli, tek taraflı çeşitli derinlikteki çatlak etkileri çatlak modellenme ve çok sayıdaki çatlak etkileri geniş olarak incelendi. Elde edilen sayısal değerler, literatürden elde edilen değerler, çeşitli deney sonuçları ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılarak yöntemin geçerliliği gösterildi.

VIBRATION ANALYSIS OF GENERALLY CRACKED AND SPRING ADDED “L” SHAPED BEAMS

SUMMARY

Mechanical vibration is one of the most important categories of mechanical engineering. The effect of the vibration is while the technology is improving, getting higher and higher importance for the design of the machine parts. The effects of the vibration have very big importance for the design and the damage analysis. In some cases, the vibration is getting higher importance than the other factors that are important for design. Therefore, without vibration analysis it is not possible to make a reliable design today.

The crack, most generally presents on the jet turbine engines and turbine blades. Because of the fatigue on this part, the crack may occur on material manufacturing stage or during the fabrication. Cracks can appear as a result of the accidental mechanical damage, which often occurs in the blades of axial compressors of aircraft engines. In this case, damage arises as a result of air suction when the air contains fine stones and sand. To make a vibration analysis it is possible to have an idea about the shape and dimension of the crack.

The existence of a crack may occur a local flexibility, which is the function of the deepness of the crack. This flexibility may affect the dynamic behavior of the part and because of this changing it is possible to identify the crack with its dimension. In case of the breathing crack, the crack opens and closes during the vibration according to vibration direction and amplitude.

The cracks will be modeling in different types. The first one that is generally applied on rotors is reducing the section modulus of the beam. The other type of modeling is to model the crack by a local flexibility matrix. The dimensions of this matrix depend upon the degrees of freedom being considered. The elements of this matrix are calculated using fracture mechanics principles. The other model that named in literature linear spring model is to reduce the thickness of the beam on cracked area. The model that used in this type of modeling is massless rotational spring. For a given crack depth, the equivalent spring constant remains the same for both direction of loading plane that's why it is named massless rotational spring model. In the case of breathing crack, the crack that opens and closes during vibration, the spring constant appears to be different for open and closed cracks.

There are various analytical, numerical and experimental investigations about the cracks in the literature. Although there are lots of investigations in this area, there are still many unanswered questions. The following topics are about the unanswered questions; further work on the effect of the closing cracks, thermal effects due to cracks in vibrating structures, analytical formulation of the damping change due to the crack, as an alternative means of crack identification.

In the present analysis; vibration characteristic of “L” shaped beams with cracks and springs attachments have been analyzed by finite element method. Clamped-free and free-free supported beams that have several types of cracks and crack models were used in analysis. The analytical and experimental results were compared with each other and with the results available in the literature satisfactorily.

1. GİRİŞ

1.1 . Giriş ve Çalışmanın Amacı

Yapılardaki çatlakların varlığı yerel bir esnekliğe sebep olmakta ve dolayısıyla sistemin titreşim cevabını etkilemektedir. Yerel esneklik yapının dinamik davranışını değiştirir. Bu değişimden faydalananarak çatlakların varlığı, yeri ve büyüklüğü belirlenebilir.

Çatlak, yapının tamamını etkileyecek bir hasara sebebiyet verebilir. Önemli olan, çatlaklı bir yapının işletme şartları altında çalışırken güvenli durumda olup olmadığına kontrol altında tutulması ve ne kadar bir süre sonra güvensiz duruma geleceğinin belirlenerek, yapının zamanında bakıma alınması için gerekli tedbirleri almaktır. Çatlakların başlangıç sebebi, üretim sırasında yapılan hatalardan dolayı olabileceği gibi işletme sırasında meydana gelen aşırı gerilme, malzeme yorulması veya diğer işletme hatalarında da kaynaklanabilir. Çatlakların büyük ölçülerde hasara sebep olmasının için, çatlak güvenliğini etkileyecek seviyeden önce tespit edilebilir metotları birçok araştırma konusu olmuştur. Yapıdaki çatlak katılıkla değişime sebep olur, bu da sistemin doğal frekansındaki değişimle ilgilidir. Bu nedenle titreşimleri çeşitli transducerlerle bilgisayara bağlı olarak devamlı izleme çok yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir.

Çatlakları bulmak için kullanılan titreşime bağlı metotlar geleneksel metotlardan farklı olarak bazı avantajlar sağlamaktadır. Bu metotlar ile bir veya birden fazla noktadan alınmış titreşim verilerinden çatlakların yeri ve boyutları saptanabilir. Yapıdaki çatlak büyüdükçe, katılıkla azalma sönümlemesinde artma gibi titreşim parametrelerinde değişikliğe sebep olmaktadır. Oluşan bu titreşim parametrelerindeki değişimsayesinde, çatlakların yeri ve boyutları belirlenebilir. Titreşim parametreleri; yapısal parametreler (kütle, esneklik, yay,...) ve modal parametreler (doğal

frekanslar, modal sönümleme değeri ve mod şekilleri) olabilir. Çatlağın tespitinde kullanılan metotlar, çatlakla ilgili esasları bulmak için bu parametrelerin bir veya birkaçını kullanırlar.

Çatlağın tespiti kriteri olarak doğal frekanslardaki değişimleri kullanan bu teknikler öncelikle dikkate alınabilir. Doğal frekanslar kolaylıkla ölçülebilir ve parça içinde herhangi bir konumdaki durumu gözlenebilir. Herhangi bir çatlak durumu ve çatlağın boyu için doğal frekansların saptanması kolaylıkla yapılabilir. Ancak sadece doğal frekanslardaki bilgilerden çatlak parametrelerinin saptanması, tek ve eşsiz olmak yönünden zordur. Bu zorluklar aşılsa, pratikte daha yararlı olmak için daha büyük imkanlar sunan tahriatsız muayene teknikleri içinde değerlendirilebilir.

Tahriatsız muayene teknikleri, düşük maliyetli olması ve uygulama kolaylığı nedeniyle çok tercih edilen bir yöntemdir. Titreşim teknikleri kullanılarak birkaç farklı tahriatsız muayene teknikleri geliştirilmiştir. Bunların çoğu, yapıların sönüm ve doğal frekans ölçümleri esasına dayanmaktadır.

Daha öncede bahsedildiği gibi, yapılarda çatlak varsa katılığa azalma ve sönümde artma görülür. Katılığtaki azalma, doğal frekanslardaki azalma anlamına gelmektedir. Bu nedenle çatlakların tespiti için doğal frekans ölçümlerini kullanmak mümkündür. Doğal frekans ölçüm yöntemleri literatürde Dimarogonas [1-2], Adams [3], Gudmundson [4] ve diğer yazarlar tarafından çalışılmış ve uygulanmıştır. Doğal frekanslardaki değişimler, ölçüm yapılan pozisyonlardan bağımsız oldukları için hasarın yeri ve boyutunun tespitinde tek başına yeterli olmazlar. Güvenilir bir şekilde çatlağın boyutu ve tespiti için ek bilgilere gerek vardır. Örneğin yapının mekanik empedansı ek bir bilgi olarak kullanılabilir.

Çeşitli çatlaklara sahip yapıların dinamik davranışları, deneysel ve analitik olarak incelenebilir. Bir dönme yayı olarak çatlağın modellenmesi, doğal frekanslardaki değişim bağlantılarını verir, böylece çatlak derinliği ve çatlağın yerine göre mekanik empedans elde edilebilir. Verilen çatlağa bağlı olarak mekanik empedanstaki değişimin önemi olduğu gösterilebilir. Böylece çatlağın yeri ve tahrik noktasına bağlı

olarak belli eğilimler ortaya çıkabilir. Bu sonuçlar, basit kiriş yapılarında çatlak tespiti için geliştirilmiş bir metot önermek için kullanılır. Metot hem doğal frekanslar hem de mekanik empedansın beraberce incelenmesi esasına dayanır ve çatlakın yeri ve boyutunun tespit edilmesinde yardımcı olur.

Yapıdaki çatlakın etkisi katılığa azalma ve sönümde artmaya sebep olmaktadır. Tez çalışmamız kapsamında sönüm etkileri incelenmiştir. Yapıda görülen hasar ya bir çatlak içinde yada numune kütlesi boyunca dağılmış bir şekilde olabilir. Katılığın değişmesi yerel veya yayılı da olsa, yapının doğal frekansında değişmeye neden olacağından doğal frekanslar ölçülerek çatlakın muhtemel yeri ve büyüklüğü tespit edilip hasarın ne mertebelerde olduğu hakkında fikir sahibi olunabilir.

Tez çalışmasında “L” şekilli, çubuk yapılarında ankastre-serbest ve serbest-serbest sınır koşullarında, özdeğer frekanslarının değişimi ve çatlakın yeri arasındaki teorik ilişki incelenmiştir. Üni form çubuklar için, kütesiz burulma yayı fiziksel modeli, çatlak nedeniyle ortaya çıkan yerel esnekliği belirtmek için kullanılır. Aradaki ilişki için karakteristik denklem türetilmiştir. Tahmin edilen ve elde edilen çalışmalar sonuçları uygun bulunmuştur. Türetilen ilişki de iki önemli kabul yapılmıştır. Birinci si yapının lineer davrandığı kabulü, diğeri ise yapısal elemanın elastiklik özelliklerini zamanla bağlı olmadığıdır.

1.2 Literatürde Yapılan Çalışmalar

Yapılardaki çatlakları zamanında tespit etme teknikleri ile ilgili olarak gelişen teknoloji ile birlikte oldukça yoğun çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmalar sırasında Sonlu Elemanlar Metodu ‘da sıkça kullanılmaktadır. Yapılan bir çok çalışmada bir model oluşturulur ve onun doğrulanması yapılır. Karşılık sistem üzerine yapılan çalışmalar çok azdır.

Kırılma mekanikliği metotları ile bulunan bir yerel esneklik olarak çatlaklı bölgenin modellenmesiyle çatlaklı Euler-Bernoulli kirişlerini dinamik cevaplarının hesabı için

analitik metotlar önceleri tartışılmış ve özellikle çatlaklı türbin kanatlarına uygulanmıştır. Türbin rotoları ve diğer uygulamalar 1976 yılında yayınlandı ve birkaç inceleme tarafından ayrı bir bölüm olarak tartışıldı.

Çatlaklı Euler-Bernoulli kiriş titreşim teorisi ve yüzey kırıklı noktasal kütleli ve basit sürekli kirişlerin titreşim metotları ve doğal frekansları üzerine geniş analitik ve deneysel sonuçlar 1970'lerin ortalarında Chandros ve Dimarogonas [5] tarafından sunuldu. Bu araştırmacılar yerel esneklik kavramını ve hesaplamalar için kırılma mekanik yaklaşımını kullandılar.

Adams [3] lokal olarak zarar görmüş serbest-serbest çubuk üzerinde çalışmıştır. Kusurlu bölge çubuğu iki bölgeye ayıran sonsuz küçük uzunlukta bir lineer yayla modellendi. Boyuna titreşimlerin doğal frekansları deneysel ve analitik olarak modellendi. Gudmundson [6], merkezde enine çatlaklı serbest uçlu bir çubuğa perturbasyon metodu kullanarak doğal frekanslardaki değişimleri için bir denklem geliştirdi. Sonuçlar, küçük çatlaklar için sonuçlu elemanlar metodu ve deneylerden elde edilen değerler ile karşılaştırıldı. Dentsoras ve Dimarogonas [7-10] ucu tespit edilmiş bir çatlaklı çubuğu analiz ettiler. Serbest uçta boyuna bir harmonik kuvvet uygulandı. Çatlak bir lineer yay olarak modellendi. Ayrıca, yayılan çatlakın etkisinin davranışı, geçiş dinamik cevabı ile ilgiliydi.

Springer [11] ve diğerleri, serbest uçlu bir çubuğun serbest boyuna titreşimlerini inceledi ve merkeze iki tane çatlakla simetrik olarak yerleştirdi. Çatlaklar iki şekilde modellendi. Bir lineer yay kullanıyordu, diğeri ise kesit alanındaki azalmayı kullanıyordu. Doğal frekanslardaki değişimler deneylerden elde edilenlere çok yakındı. Springer ve diğerleri keyfi bir yerde serbest-serbest bir çatlaklı kirişi çalışmak için alan azalmasını kullandılar. İlk üç doğal frekanslardaki değişimler deney sonuçları ile karşılaştırıldı.

Kirişlerin enine titreşimleri üzerine, statik yüklerin de etkileri Krawczuk ve Ostachowicz [12-13] tarafından incelendi.

Silvia ve Gomez [14-16], düz kirişlerde çatlak derinliği yerinin tahmini için gelişmeler altında teorideki teknikleri, kirişlere uygulayarak deneysel dinamik analizlerini geniş bir şekilde gerçekleştirdi. Onlar deneysel teknikleri sundular ve çatlak derinliği ve yeri için elde edilen sonuçları verdiler. Aynı zamanda çatlakların ve yivlerin farklı davranışları için önemli esasları da sundular. Bu çalışmaya göre küçük derinlikli çatlakların aynı derinlikte yivlere göre doğal frekanslarındaki değişimleri iki kat daha fazladır. Bu derinliklerde doğal frekanslardaki değişim çatlak ve yarık için yaklaşık aynıdır.

Spektral bir yaklaşımda modal parametrelerinin etkileri için birçok yazar tarafından incelenmiştir.

Çatlaklı kompozit kirişlerin titreşimleri de Nkpur, Dimarogonas [17] tarafından ve diğer yazarlar tarafından incelenmiştir.

Biyomekanik üzerine çatlaklı kiriş teorisi uygulamaları da Nikforidis [18-19], Dimarogonas [20], Sınha [21] ve diğerleri tarafından araştırıldı.

Mermertaş ve Erol [22], ankastre – serbest çatlaklı bir kirişin üzerine kütle konularak kütlelerin yerini değiştirerek ilk üç doğal frekansa etkisini incelemiştir.

1971'den günümüze kadar çatlaklı yapılar hakkında 500'den fazla makale yayınlanmıştır. Şu an analitik, sayısal ve deneysel çalışmalar oldukça fazladır. Fakat hala cevaplanamamış bir çok soru mevcuttur.

Bunlar ;

- Kapalı çatlakların etkileri,
- Titreşimi yapan çatlaklara termal etkilerin sonucu,
- Dönen çatlaklı shaftlar,
- Çatlak tespitiinde sönümdeğişiminin analitik formülasyonunu kullanmak,
- Hassas çatlaklı çubukların titreşim teorisi nin geliştirilmesi,

2 ÇATLAK SEBEBİ YLE OLUŞAN HASARIN ANALİZİ VE KIRILMA

2.1 Hasar Analizi nin Öne mi ve Uygul a maları

2.1.1 Tanımlar

Bu bölüm kapsamında, çatlak sebebiyle malzeme yapısında meydana gelen değişimler ile ilgili bilgiler sunulmuştur. Bölümü içerisinde kullanılan tanımlar [26] ve [29] numaralı kaynaklardan alınmıştır.

Bir yapının veya cihazın kendisinden beklenen görevi yapamaz hale gelmesi “Hasar” olarak tanımlanır. Bir elemanda hasar, aşırı zorlanma sonucu meydana gelir. Aşırı zorlanmanın oluşumu ise, elemana karşılayabileceği zorlanmadan daha fazla zorlanma uygulanması durumunda meydana gelir. Bunun sebebi ise tasarıma veya işletme koşulları sırasında oluşan hatalardır. Aşırı zorlanmış elemanda hasar iki şekilde ortaya çıkar.

- Elemanı karşılayabileceğinden fazla miktarda yüke tabi tutmak (işletme hataları –örneğin aşırı yükleme)
- Elemanın karşılanması gereken yüke göre daha az dayanıma sahip olması (tasarım hataları –örneğin yanlış malzeme seçimi)

Hasar analizinin amacı ise yapılan hatayı ortaya çıkarmaktır. Hasar analizine iki ayrı sebepten dolayı ihtiyaç duyulur.

- Tasarım sırasında hatanın hangi aşamada yapıldığının tespit edilerek, daha sonraki ürünlerde aynı hatanın tekrarını engelleyerek ürün kalitesinde artış sağlamak
- Meydana gelen hasar sonrası oluşan yasal sorunların sorunu tarafından tespiti için yapılan incelemedir. (Can kaybına ve maddi kayba neden olan

sorumlu uyu ortaya çıkarak cezalandırmak veya zararı tazmin etmek, teknolojik hatanın sigorta kapsamına girip girmediğini kontrolü)

Bu açıklamalar sonunda hasar analizini daha geniş olarak tanımlamak istersek ; hasara sebep olan hatanın cinsini ve hasarın sorunlusunu ortaya çıkarmak ve hasarın benzer yapılarda tekrarını önleyici tedbirleri önermek amacıyla gerçekleştirilen faaliyetlerin tümüne verilen addır. Ancak hasar analizinin konusunda uzmanlaşmış kişiler tarafından yapılması çok önemli bir faktördür.

Hasar yapının tasarımı imalat, montaj ve işletme safhalarının birinde yapılan teknolojik hata nedeniyle ortaya çıkar. Tasarım sırasında yapılan hatalar, tasarımı hataları ve yanlış malzeme seçiminden kaynaklanan hataları kapsar. Bu hatalardan tasarımı sorumludur. İmalat safhasında rastlanan teknolojik hatalar ise, imalat hatalarını ve malzeme yapısındaki hataları kapsar. Bu hatalardan imalatçı sorumludur. Sistemin montajı sırasında yapılan hatalar montaj hataları olarak adlandırılır ve bundan montajı yapan sorumludur. İşletme sırasında yapılan hatalar ise, aşırı yüklenme ve bakım hataları olup bundan işletmecisi sorumludur.

2.1.2 Hasar Analizi ile İlgili Esaslar

2.1.2.1 Hasar Analiz Uzmanı

Hasar analiz uzmanının değişik disiplinlerden (örneğin mukavemet, elastisite, plastisite, konstrüksiyon, makine elemanları, malzeme bilimi, imalat usulleri, metalografi, kırılma mekanikliği..vb) teorik ve pratik bilgilere sahip, uzman ve hasar analizi konusunda çeşitli deneyimlerden geçmiş olması gerekir. Bu özellikler, analizin doğru biçimde, kısa zamanda, basit ve düşük maliyetli şekilde gerçekleşmesini sağlar. Diğer taraftan analiz için çoğu kez deney gerektiğinden, kişinin yeterli şekilde donanmış laboratuvar desteğine ihtiyacı vardır.

2.1.2.2 Teknolojik Hatalar

Teknolojik hatalar, hasarın korozyon ve aşınma gibi hasarlarla, elastik veya plastik distorsiyon ve kırılma da dahil olmak üzere muhtelif hasar tiplerinden biriyle veya birkaçıyla meydana gelmesi sonucunu doğururlar. Teknolojik hatalar şunlardır ;

- a. Tasarım sırasında yapılan hatalar ; Bu gruba, tasarlanan parça geometrisinde çok şiddetli gerilme yığılmalarına neden olan süreksizliklerin mevcut olması, karmaşık parçalarda rasyonel gerilme hesaplarının mümkün olmayışı veya yetersiz gerilme analizi oluşması, muhtemel hasar tipinin her biri için malzemenin bu hasara karşı direncinin bir ölçüsü olan, etkin malzeme parametrelerini kullanmak yerine daha başka özellikler göz önüne alarak tasarımı yapmak (örneğin tekrar yüklene koşullarında statik özellikleri göz önüne alarak tasarımı yapmak), çalışma şartlarına veya öngörüleni malusulüne uygun olmayan malzeme seçmek gibi hatalar girer.
- b. Malzeme içindeki hatalar ; Metalsel olmayan kalıntılar ve yapıyı gevrekleştirici fazlar oluşan kimyasal bileşimle malzemenin yarı malul hale getirilme safhasındaki döküm ve plastik şekil verme sırasında oluşan segregasyon, gözeneklilik, kendini çekme boşluk ve çatlakları, katmanlar, homojen olmayan içyapı, artık gerilmeler, aşırı yerel plastik deformasyonlar bu sınıfa girer.
- c. İmalat sırasında yapılan hatalar ; Malzemeye tasarımda öngörülen şeklinin verilmesi sırasında kullanılan malusullerinin (örneğin talaşlı şekil verme, döküm, kaynak, plastik şekil verme, toz metalurjisi) uygulanması sırasında ortaya çıkan hatalarla ısıl işlem ve yüzey işlemleri sırasında ortaya çıkan hataları kapsar. Bunlara örnek olarak ; talaşlı imalat sırasında ortaya çıkan yırtılmalar ve çatlaklar, kaynak sırasında ortaya çıkan gözeneklilik, yanma olukları, erime ağzı, çatlaklar, artık gerilmeler, ısı etkisi altındaki bölge ısıl işlem sırasında ortaya çıkan yanma, çatlama, distorsiyon, tane büyümesi

taneler arası gevrek faz oluşumu; yüzey işlenmeleri nedeniyle ortaya çıkan hidrojen gevrekleşmesi verilebilir.

- d. Montaj hataları ; İmalatçı ve alıcının muayenesi sırasında tespit edilememiş montaj hataları, yapının başlangıçtaki çalışmasını görünür bir biçimde engellemese de daha sonra yapıda hasara neden olur. Montaj hataları, tasarımda göz önüne alınmamış ilave gerilmeler ve değişik yükleme şekilleri oluşturarak aşınma, yorulma ömrünün azalması, distorsiyon ve benzeri hasarlara neden olur.
- e. Uygun olmayan çalışma şartları ; Yapının tasarımda öngörülen çalışma şartlarından farklı şartlarda çalışma sonucu da hasar meydana gelir. Bunlara örnek olarak aşırı yükleme, çalışma ve ortam koşullarındaki ani ve beklenmedik değişimler (kaza ve doğal afetler), uygun olmayan işletme ve bakım koşulları, kasıtlı hareket verilebilir.

2.2 Kırılma

Bir cismin içinde mevcut olan veya sonradan oluşan bir çatlağın, cisme uygulanan gerilmelerin etkisi altında, ilerleyerek cismi iki veya çok parçaya ayırmasına “kırılma” adı verilir. Kırılma olayları genellikle çatlanmanın başlaması ve çatlağın ilerlemesi olarak iki safhada incelenir. Çatlak ilerlemesi kararlı veya kararsız olabilir. Kararlı çatlak ilerlemesinde, çatlağın boyunu belirli bir miktar arttırabilmek için yükü de belirli bir miktar arttırmak gerekir. Kararsız çatlak ilerlemesinde yükleme sistemi öyledir ki, çatlak yükün artırılmasına gerek kalmaksızın hızla ilerler. Kararlı olarak ilerleyen çatlak belirli bir uzunluğu ulaştıktan sonra kararsız hale gelebilir. Kararsız çatlak ilerlemesi daha sonra belirtilecek olan, ayrılmadan sınırlarından çatlama ve yırtılma mikromekanizmalarından biriyle oluşabilir. Kırılma gevrek ve sünek kırılma olmak üzere ikiye ayrılır. Çatlağın bulunduğu kesitin tamamı plastik şekil

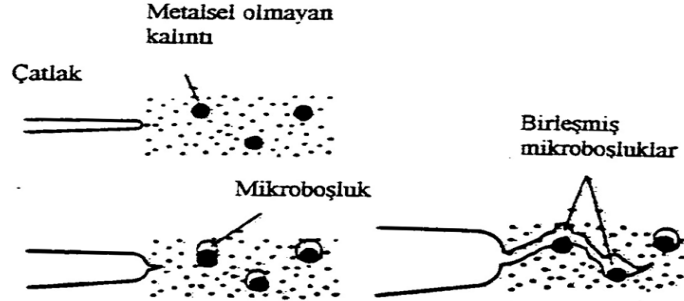
değiştirdikten sonra kararsız çatlak ilerlemesi oluşuyorsa, bu tip kırılma “sünek kırılma” adı verilir. Aksi takdirde “gevrek kırılma” dır.

2.2.1 Çatlak İlerlemesinin Mikro mekanizmaları

Çatlak ilerlemesi, 3 değişim mekanizması ile gerçekl eşir. Bunlar ;

2.2.1.1 Mikroboşluk Birleşmesiyle Çatlak İlerlemesi

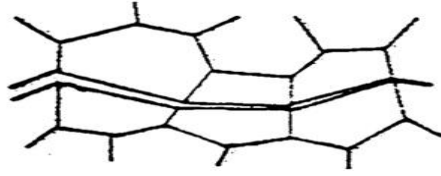
Bu kırılma tipi “liflik kırılma” veya yırtılma” olarak da adlandırılır. Bu tip çatlak ilerlemesinde, maksimum kayma gerilmesi düzlemlerindeki plastik deformasyon sonucunda, metalsel olmayan kalıntılarla metal arasındaki bağlar koparak buralarda çukurcuklar (mikroboşluklar) oluşur. Daha sonra, bu boşluklar yine plastik deformasyonla birleşerek çatlağın ilerlemesini sağlar. (şekil 2.1) Bu şekilde kırılmaş parçaların yüzeyine elektron mikroskobu ile bakıldığında ay yüzeyine benzer çukurcukların etrafında yerel plastik deformasyon olduğundan, kırılma yüzeyi ışığ çeşitli yönlerde yansıtır ve bu nedenle mat (lifli) bir görüntü verir.



Şekil 2.1 Mikroboşluk birleşmesiyle çatlak ilerlemesi

2.2.1.2 Ayrılma (Cleavage) ile Çatlak İlerlemesi

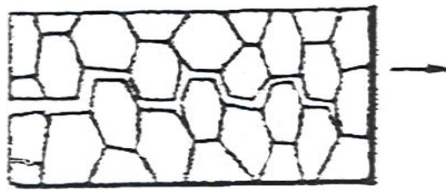
Hacim merkezli kübik yapıya sahip metallerde, özellikle çeliklerde ortaya çıkar. Çatlak tane içinde düşük Miller indisi düzlemleri takip ederek ilerler. Ayrılma kırılmasının başlaması için yerel plastik deformasyon gerekirse de tane içinde ilerlemesi sırasında plastik deformasyon oluşmaz. Bu nedenle ayrılma yüzeylerine gelen ışık aynen geri yansır ve yüzeye parlak bir görüntü verir. Ayrılma yüzeyleri her bir tanede farklı doğrultuda olduğundan çatlak taneden taneye geçerken her bir tane içinde farklı doğrultuda hareket eder. Böylece, ayrılma yoluyla kırılmış bir malzemenin kırılma yüzeyi "taneli" görüntü verir. Bu yüzeyden malzemenin tane büyüklüğü hakkında da bir fikir edinmek mümkün olur. Ayrılma yoluyla çatlak ilerlemesi Şekil 2.2'de gösterilmiştir.



Şekil 2 2 Ayrılma yoluyla çatlak ilerlemesi

2 2 1 3 Taneler Arası Çatlak İlerlemesi

Genelde tane sınırları, tane içinden daha yüksek dayanıma sahiptir. Bu yüzden çoğunlukla tane içi çatlak ilerlemesi (yırılma veya ayrılma) oluşur. Ancak tane sınırlarında, sınırları gevrekleştirici bir faz bulunuyorsa veya malzeme, tane sınırlarının tane içinden daha zayıf hale geldiği eş – kohezyon sıcaklığı üzerinde ise, çatlama tane sınırları boyunca oluşur. (Şekil 2 3)



Şekil 2 3 Taneler arası çatlak ilerlemesi

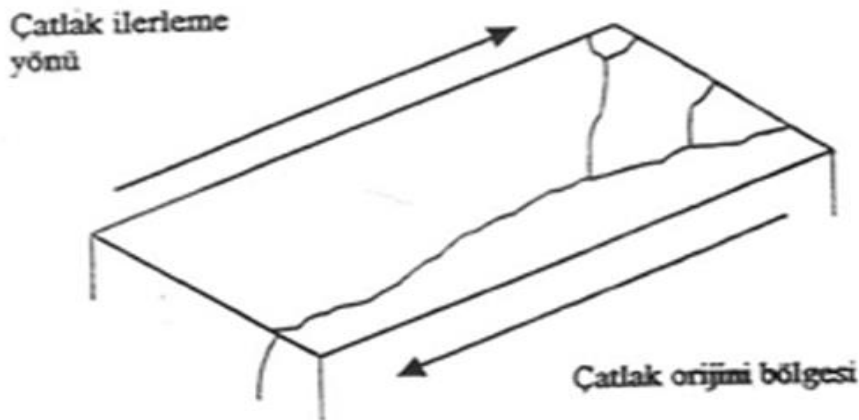
2.3 Üzerinde Birden Fazla Çatlak Bulunan Yapılarda Çatlak Orjini nin Tespiti

Böyle bir durumda çatlak orjini nin bulunması için aşağıdaki kurallardan yararlanılır ;

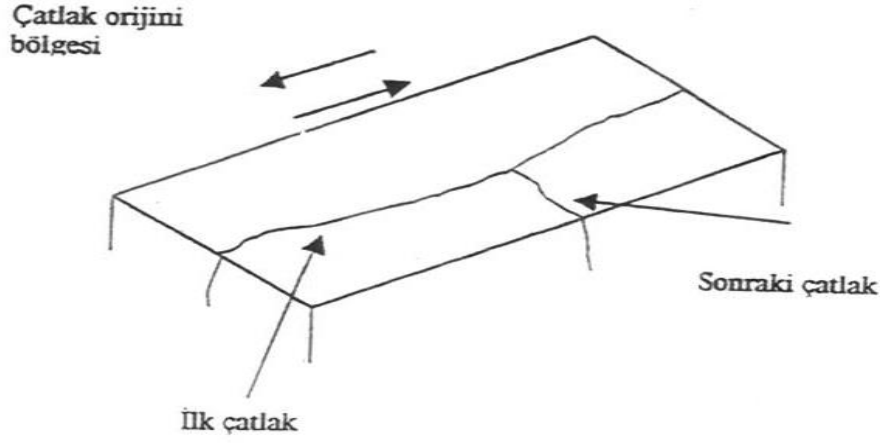
- Bir parçada hızla ilerleyen bir çatlak kollara ayrılabilir, ancak hiçbir zaman başka bir çatlakla birleşerek tek bir çatlak halinde ilerlemez.
- İlerleyen bir çatlak önceden mevcut diğer bir çatlakla birleşirse, bu birleşme dik açıda olur.
- Birbirlerini kesen çatlakların birbirlerini keserek ilerlemesi imkansızdır. İlerleyen bir çatlak önceden mevcut bir çatlakla kesip ilerlemeye devam etmesi imkansızdır.

Bu kurallardan çıkan sonuçlar şunlardır ;

- Çatlak ilerleme yönü çatlak dallanması yönünde, çatlak orjini çatlak dallanması na ters yöndedir. (Şekil 2.4 a)
- Eğer bir çatlak diğeriyle 90° açıda birleşmişse, bu çatlak sonradan oluşmuş demektir. İlk çatlama orjini bu çatlakla değil ilk çatlakla aranmalıdır. (Şekil 2.4b)



Şekil 2.4 a Çatlaklarla ilgili kurallar

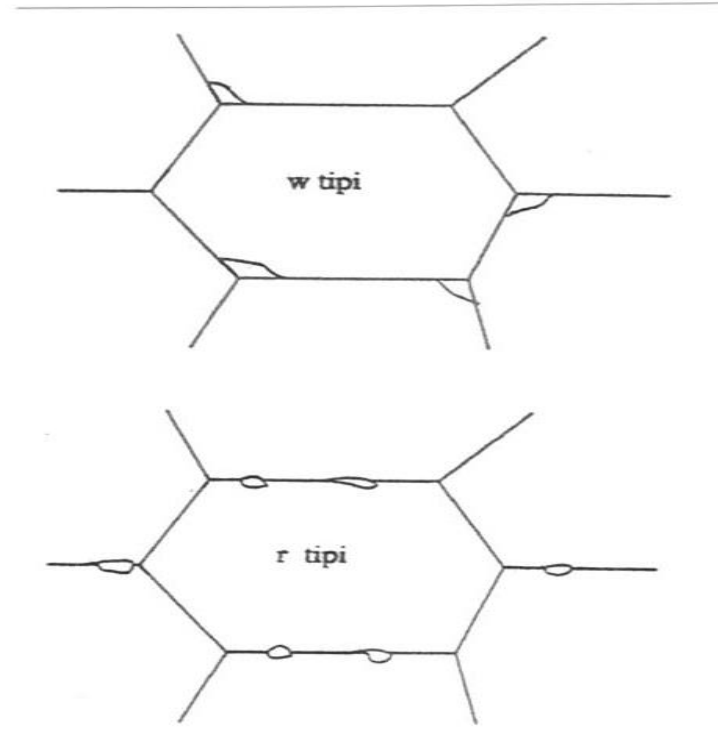


Şekil 2 4 b Çatlaklarla ilgili kurallar

2 4 Çatlak Tipleri

Tümtaneler arası kırılmalar makrosopik olarak gevrek, buna karşılık tüm tane içi kırılmalar makrosopik olarak sünek kırılmaya neden olur. Sünmede iki tiptaneler arası çatlak oluşur.

- Kayma şeklindeki çatlaklar (w-tipi çatlaklar) : Maksimum kayma gerilmesi doğrultusunda tane sınırlarında kayma sonucu, çekme doğrultusuna dik olan tane sınırlarında, nispeten yüksek gerilme değerlerinde ve düşük sıcaklıklarda oluşur. (Şekil 2 5)
- Yuvarlak veya eliptik çatlaklar (r-tipi çatlaklar) : Çekme eksenine dik olan tane sınırlarında oluşur. (Şekil 2. 6) Gerilmenin değeri veya şekil değiştirme hızı azaldıkça veya sıcaklık arttıkça r-tipi çatlak oluşum eğilimi artar.



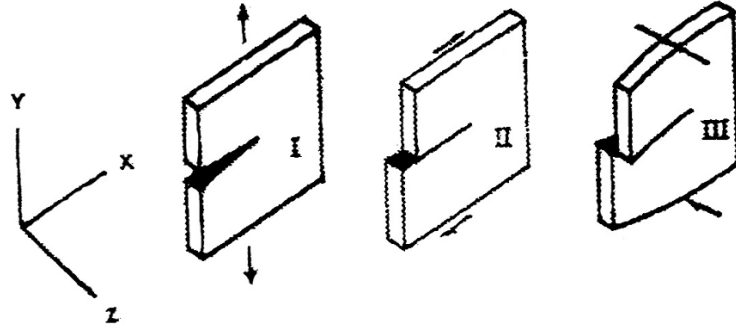
Şekil 2.5 w ve r tipi çatlakların görünümü

2.5 Çatlaklı Bir Yapıda Deformasyon Modları

Çatlakların yerinin tespit edilmesi ve onarılması oldukça çaba ve zaman gerektirir. Çatlaklar zaman geçtikçe ilerlemekte yapıda büyük kırılmalara sebep olmakta ve hatta insan hayatına bile zarar verebilmektedirler. Çatlaklar yok edilmediği için, yapılar çatlakın büyüklüğünü tayin etme ve çatlaklı yapının davranışlarını izlemektir. Sistematik bilimsel kurallar, çatlak ve etkilerini karakterize etmek servis koşulları altında çalışırken bu çatlak ne zaman güvensiz bir duruma geleceğini tahmin etme yolunda olmalıdır. Bu bilime “Kırılma Mekaniği” denir. Birinci karakteristik ve tahmin parametresi gerilme yoğunluğu faktörüdür.

Lineer elastik kırılma mekaniğinde temel konu olan çatlakın davranışı (büyüyüp büyümediği, büyüyorsa ne kadar hızlı büyüdüğü) gerilme yoğunluğu faktörü değeri tarafından belirlenir. Çatlaklı yapıda deformasyonun üç temel modu vardır. Bu modlar çatlakların üst ve alt yüzlerinin birbirlerine göre hareketleriyle karakterize edilir. Modlar Şekil 2.6'da gösterilmiştir.

1. Açılma Modu : Burada çatlak yüzeyleri birbirinden ayrılmaktadır.
2. Kayma Modu veya Kesme Modu : Burada çatlak yüzeyleri, çatlak çizgisi boyunca birbirleri üzerinde kaymaktadır. (x yönünde)
3. Yırtılma Modu : Burada çatlak yüzeyleri çatlak çizgisi ne dik olarak birbirleri üzerinde kaymaktadırlar. (z yönünde)



Şekil 2.6 Deformasyon temel modları

3. ELASTİK ÇUBUKLARIN EĞİLME TİTREŞİMLERİ

3.1 Diferansiyel Denklemi n H de Edilmesi

Mühendislik uygulamalarında doğru eksenli çubukların eğilme, burulma ve boyuna titreşimlerine rastlanır. Bu bölümde bu titreşimleri incelenecektir. Bölümü çerisi ndeki tanımlar yapılırken [23], [28] ve [29] numaralı kaynaklardan faydal anılmıştır.

Titreşim hesaplarında, çubuğun kendi elastikliği sebebiyle oluşan denge konumu sebebiyle çubuğun kendi ağırlığı ihmal edilebilir. Esasen yer değıştir meler doğru eksen yerine, eksenin ağırlık tesiri ndeki denge konumundan itibaren ölçülürse aynı sonuca varılır.

Kesitleri dikdörtgen, daire, çift T gibi simetriye, başka kelimelerle iki simetri düzlemine sahip çubuklar incelenecektir. Böylece kuvvetler düzlemi bu düzlemlerden biriyle üst üste düştüğü takdirde, eğilme titreşimleri de aynı düzlem içinde kalır ve dolayısıyla bir düzlemdeki titreşimleri incelemek imkanı doğ ar. U profili ve köşe profili gibi basit simetriye sahip veya simetrik olmayan kesitli çubuklar genel olarak bir düzlemde kalan titreşimleri yap m az lar. Bu gibi çubuklarda kayma merkezleri ile ağırlık merkezleri üst üste düş mediklerinden eğilme ve burulma titreşimleri birbirlerine bağı antılı olur, birbirinden etkileşir. Türbin kanatlarında olduğu gibi ön burulmalı çubuklar da incelenenin dışında tut ulacaktır.

Çubukların eğilme titreşimleri incelenirken,

- Eğilme sırasında meydana gelen dönm ed en dolayı ortaya çıkan atalet kuvvetlerinin ihmal edilmesi veya kısaca dönme ataletini ihmal edilmesi,
- Kayma şekil değıştir mesini ihmal edilmesi,

Suretiyle yapılan teoriye ”Teknik Çubuk Teorisi” veya “ Basit çubuk Teorisi” adı verilir ve böyle çubuklara “Bernoulli – Euler çubuğu” denir.

Bu i ncele melerde dönme ataleti ilk defa Rayleigh kayma şekil de ğ iştir mesi de Ti moschenko tarafından göz önüne alınd ı ğ ından, her iki tesirinde ihmal edil mesi halinde “Rayleigh-Ti moschenko Çubu ğ u” veya yalnızca “Ti moschenko Çubu ğ undan söz edilir.

Burada proble m esas itibariyle teknik çubuk teorisi çerçevesinde i ncelenecektir. Rayleigh-Ti moschenko çubu ğ u için mevcut kaynaklara başvurulabilir. Çubu ğ un boyu l elastiklik modül ü $E = E(x)$, yoğunlu ğ u $\rho = \rho(x)$, kesit alanı $A = A(x)$, tarafsız eksene göre kesit atalet momenti $I = I(x)$, ana titreşim düzlemindeki yayılı kuvvetin yoğunlu ğ u $f(x,t)$ olarak veril miştir. Çubu ğ un eğilme titreşimlerini i ncele mek demek, çubuk ekseninin (kesit a ğ ırlık merkezlerinin) eksene dik istikamette yer de ğ iştir melerini gösteren $v = v(x,t)$ fonksiyonunun tayini ve i ncelen mesi demektir. Bu maksatla önce harekete ait diferansiyel denkle ni tayin et mek gerekir.

Çubukta x ve $x + dx$ kesitleriyle sınırlanmış elemanı alalım Bu eleman ve kesit tesirleri ile yer de ğ iştirmeler Şekil 3.1 ‘de gösteril miştir. Bu şekilden gerek x ve v için, gerekse kesit tesirleri ve $f(x,t)$ yayılı kuvveti için seçilen pozitif yönleri anlaşılmaktadır.

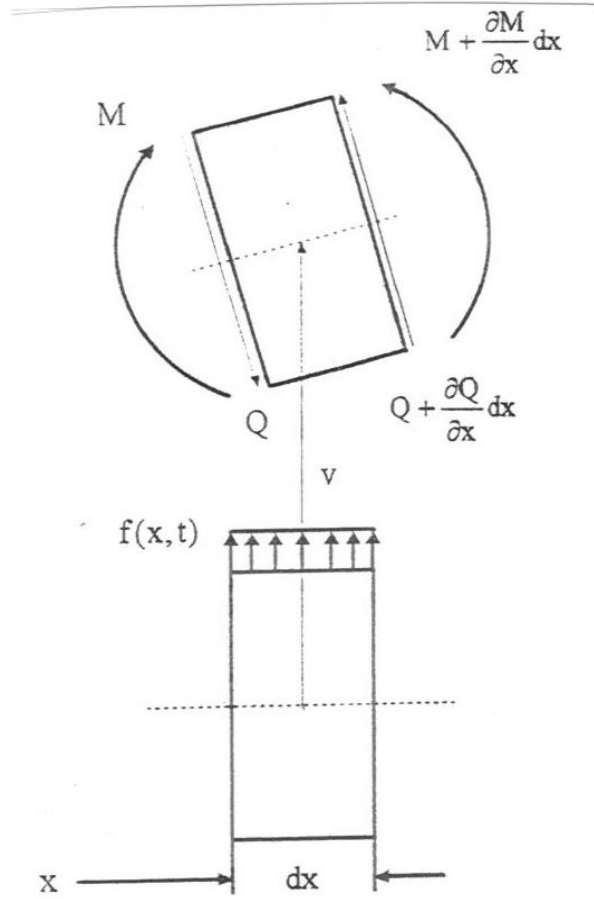
Önceden de belirtil di ğ i gibi proble mteknik çubukteorisi çerçevesinde i ncelenecektir. Ancak harekete ait diferansiyel denkle ni çıkarırken, tesir mertebesi ve şartları hakkında bilgi sahibi olmak bakımından dönme ataletinin önce göz önüne alıp daha sonra ihmal et mek yoluna gidilecektir.

$$dx \text{ elemanının kütlesi için } dm = \rho(x) \cdot A(x) \cdot dx \quad (3.1)$$

ve a ğ ırlık merkezi nden geçen kesit tarafsız eksenine nazaran kütle sel atalet moment i için;

$$\rho(x) \cdot I(x) \text{ yazılabilir.} \quad (3.2)$$

Eleman, yapılan kabuller çerçevesinde, titreşim sırasında eksene dik bir v öteleme ve bir $\partial v / \partial x$ dönmesi yapan rijit bir cisim gibi düşünülebilir.



Şekil 3.1 Eğilme titreşimleri

Şekilde elemana tesir eden kuvvet ve momentler de gösterilmiştir. Kesme kuvvetlerinin düşey izdüşümlerinin kendilerine yaklaşık olarak eşit olduğu kabul edilirse, eleman eksene dik doğrultuda,

$$\frac{\partial Q}{\partial x} dx + f(x, t) dx \quad (3.3)$$

kuvveti ve ağırlık merkezi nden geçen tarafsız eksene nazaran ,

$$\frac{\partial M}{\partial x} dx + Q dx \quad (3.4)$$

dönme momentini etkisine maruzdur.

O hal de ağırlık merkezi teoremine göre ;

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx = \frac{\partial Q}{\partial x} dx + f(x,t) dx \quad (3.5)$$

dx elemanın ağırlık merkezi takriben $x + dx/2$ 'de bulunur. Bu yüzden v olarak $v(x + dx/2)$ alınmalıdır.

$$v(x + \frac{dx}{2}) = v(x) + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2} + \dots \quad (3.6)$$

bulunur. Bunun dx ile çarpım sonucunda $v(x)$ dışındaki bütün terimler dx'e göre ikinci dereceden küçük olur. Bu sebeple $v(x + dx/2)$ yerine $v(x)$ alınabilir. Momentler ve momentle ilgili teoremlerde de benzer düşünceler geçerlidir.

veya kısaca,

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = Q' + f(x,t) \quad (3.7)$$

hareket miktarı teoremine göre,

$$(\rho I dx) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial M}{\partial x} dx + Q dx \quad (3.8)$$

veya kısaca,

$$\rho I \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = M' + Q \quad (3.9)$$

bulunur.

(3.9) un her iki tarafını x 'e göre türeterek,

$$(\rho I \frac{\partial^2 v}{\partial t^2})' = M'' + Q' \quad (3.10)$$

ve buradan (2.7) nolu eşitlikten faydalanarak,

$$(\rho I \frac{\partial^2 v}{\partial t^2})' = M'' + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} = f(x, t) \quad (3.11)$$

bulunur. Diğer taraftan,

$$M = EI v'' \quad (3.12)$$

olduğundan (3.11) denklemi

$$(EI v'')' - (\rho I \frac{\partial^2 v}{\partial t^2})' + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} = f(x, t) \quad (3.13)$$

şekline gelir. Böylece harekete ait diferansiyel denklem x 'e göre dördüncü, t 'ye göre ikinci mertebeden kısmi türevli bir diferansiyel denkleme indirilmiştir.

Dönme ataleti göz önüne alınmıyorsa,

$$\rho I \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.14)$$

alınacak, dolayısıyla (3.9) denklemi,

$$M' + Q = 0 \quad (3.15)$$

şeklini, bunun sonucu olarak da (3.13) denklemi basit çubuk teorisinde kullanılan

$$(EIv'')'' + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (3.16)$$

şeklini alacaktır.

O halde dönmenden kaynaklanan atalet kuvvetlerinin ihmal edilmesi (3.13) denklemiindeki $(\rho I \frac{\partial^2 v}{\partial t^2})'$ teriminin diğerler yanında ihmal edilmesi anlamına gelmektedir.

Terimler arasında büyüklük mukayesesi yapabilmek için homojen sabit kesitlik çubukları göz önüne alalım. Bu halde E , ρ , A ve I nın sabit olduğu dikkate alınarak ve

$$\frac{E}{\rho} = c^2, \quad \frac{I}{A} = i^2 \quad (3.17)$$

kısaltmalarıyla (3.13) diferansiyel denklemi yerine

$$c^2 v^4 - \frac{1}{i} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho I} f(x, t) \quad (3.18)$$

veya,

$$c^2 v^4 - \left(v'' - \frac{1}{i} \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \frac{1}{\rho I} f(x, t) \quad (3.19)$$

elde edilir. V ile i nin aynı mertebeden olduklarını kabul edersek, yani yer değiştirmelerin kesit ölçüleri ile mukayese edilebilir olduklarını kabul edersek, parantez içindeki terimlerin sıra ile eğrilik yarıçapı nı tersi ve kesit atalet yarıçapı nı tersi mertebesinde oldukları görülür. Terim titreşimler ve ilk birkaç harmonik için

$$v'' \ll i$$

olduğundan, ilk terim ikincisi yanında ihmal edilebilir ve (3.16) ya tekabül eden,

$$c^2 v^4 + \frac{1}{i^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x,t) \quad \text{veya} \quad E I v^{IV} + \rho A \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x,t) \quad (3.20)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Üst harmoniklerin artan mertebesi ile v'' büyür ve bu husus çözümü güçleştiren bir problem teşkil eder. Kısaca (3.16) diferansiyel denklemi daha ziyade alt harmonikler için geçerli bir yaklaşımdır.

Problemin matematik formülasyonu için diferansiyel denklemin başlangıç ve sınır şartlarıyla tanımlanması gerekir.

Çubuğun başlangıçtaki konumu ve hız durumu,

$$v(x,0) = f(x) \quad \text{ve} \quad v'(x,0) = g(x) \quad (3.21)$$

verilmiş olmalıdır. Burada $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları sınır şartları ile bağdaşmak ve sürekli olmak şartı ile tamamen keyfi seçilebilir. Sınır şartları ise çubuk uçlarının (sınırlarının) tespit durumuna bağlıdır. Her sınır için iki sınır şartı söz konusu olur.

Bunların bazıları geometrik (kinematik), bazıları dinamik (tabii) sınır şartlarıdır. Mesela $x = 0$ da bulunan;

$$\text{Ankastre mesnet için} \quad v(0,t) = 0, \quad v'(0,t) = 0 \quad (3.22a)$$

$$\text{Adi mesnet için} \quad v(0,t) = 0, \quad v'''(0,t) = 0 \quad (3.22b)$$

$$\text{Serbest uç için} \quad v''(0,t) = 0, \quad (EIv'')'_{x=0} = 0 \quad (3.22c)$$

şeklinde dir. Bunlardan ilk üçü geometrik sınır şartlarıdır, sınırda yer değiştirmenin sıfır ve birinde de eğimin sıfır olduğu göz önüne alınmıştır. Diğer uç sınır şartı dinamik sınır şartıdır. $v''(0,t) = 0$ şeklindeki şartlarda sınırda kesit eğilme momenti sıfır olduğundan $m = EIv''' = 0$ bağıntısına göre yazılmıştır. Serbest uçta kesit kesme kuvveti $Q = 0$ olduğundan,

$$Q = -M = -(EIv'')' \quad (3.23)$$

Bağıntısına göre sonuncu sınır şartı yazılmıştır. E ve I sabit olsaydı bu şart,

$$v'''(0,t) = 0 \quad (3.22d)$$

şekline gelirdi. Dönme ataleti ihmal edilmeseydi yalnız sonuncu sınır şartı değişir, diğerleri aynı kalırdı. Atık $Q = -M$ eğil

$$M' + Q = \rho I \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.24)$$

olduğundan,

$$(EIv'')' = \rho I \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.25a)$$

e buradan da EI ve ρI nın sabit olması halinde

$$\frac{E}{\rho} v'''(0,t) = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(0,t) \quad (3.25b)$$

şeklindeki sınır şartları elde edilir.

3.2 Serbest Titreşimler (Diferansiyel Denklem)

Bu başlık altında homojen ve sabit kesitli çubukların sönümsüz titreşimleri göz önüne alınacaktır. Ayrıca problem “Basit Çubuk Teorisi” çerçevesinde incelenecek, başka kelimelerle “Bernoulli Çubuğu”na ait diferansiyel denklem ve sınır şartlarından hareket edilecektir.

Sönümsüz serbest titreşimlerini incelemesinde,

$$EIv^{IV} + \rho A \omega^2 v = 0 \quad (3.26)$$

homojen diferansiyel denkleminden hareket edeceğiz ve homojen sınır şartları göz önüne alacağız. (3.26) diferansiyel denklemin için

$$v(x,t) = y(x) T(t) \quad (3.27)$$

çözümünü yapalım. Bunu (3.26) denkleminde yerine koyarsak

$$EIy^{IV}T + \rho A y T'' = 0 \quad (3.28)$$

elde edilir. Buradan da ;

$$\frac{EI}{\rho A} \frac{y^{IV}}{y} = -\frac{T''}{T} \quad (3.29)$$

elde edilir. Bu son eşitliğin birinci tarafı yalnız x 'e, ikinci tarafı ise yalnız t 'ye bağlı büyüklükleri ihtiva ettiği nden eşit olabilmeleri ancak ikisinin de sabit olmasıyla mümkündür. Bu sabit değeri ω^2 ile gösterirsek (3.29) dan,

$$y^{IV} - \frac{\rho A}{EI} \omega^2 y = 0 \quad (3.30a)$$

ve

$$T + \omega^2 T = 0 \quad (3.30b)$$

diferansiyel denklemlerini elde ederiz. (3.30b)ni n çözümünü,

$$T = \cos(\omega t - \varepsilon) \quad (3.31)$$

şeklinde yazarız. Esas çözüm $v = y(x). T(t)$ olduğundan (2.31) da $\cos(\omega t - \varepsilon)$ un katsayısının “1” alınması sakınca doğurmaz. Burada ε , değerini henüz bilmediğimiz bir sabiti göstermektedir. (3.30a) denkleminin çözümüne gelince, bu denklemi

$$\lambda^4 = \frac{\rho A I^4}{EI} \cdot \omega^2 \quad (3.32)$$

olmak üzere

$$y^{IV} - \frac{\lambda^4}{I^4} \cdot y = 0 \quad (3.33)$$

şeklinde yazalım ve

$$y = C e^{\rho x} \quad (3.34)$$

çözümü yapalım

$$p^4 - \frac{\lambda^4}{I^4} = 0 \quad (3.35)$$

karakteristik denklemini buluruz. Bu karakteristik denklemin kökleri

$$p_1 = i \frac{\lambda}{l}, \quad p_2 = -i \frac{\lambda}{l}, \quad p_3 = \frac{\lambda}{l}, \quad p_4 = -\frac{\lambda}{l}$$

olduğundan (3.30a)nın genel çözümü

$$y(x) = A \cos\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + B \sin\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + C \cosh\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + D \sinh\left(\lambda \frac{x}{l}\right) \quad (3.36)$$

olarak bulunur. Buna göre (3.36) denkleminin çözümü

$$V(x, t) = \left[A \cos\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + B \sin\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + C \cosh\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + D \sinh\left(\lambda \frac{x}{l}\right) \right] \cos(\omega t - \varepsilon) \quad (3.37)$$

olur. Problemin sınır şartları ise λ özdeğerlerinin tayinine imkan verir.

4. ANALİZ YAPILIRKEN KULLANILAN YÖNTEM

4.1 Sonlu Elemanlar Metodu

Bu bölüm kapsamında SEM ile ilgili tanımlar yapılmış ve SEM aşamaları hakkında bilgi verilmiştir. Tanımlar yapılırken [23] ve [28] numaralı kaynaklardan yararlanılmıştır.

Sonlu elemanlar yöntemi, mühendislikte oldukça geniş bir uygulama alanı olan ve problemlerin çözümüne kolaylık getiren bir sayısal analiz tekniğidir. Problem kaç boyutlu olursa olsun, problemdeki alan değişkeninin (örneğin sıcaklık, basınç, yer değiştirme...vb) ortamı içinde sonsuz sayıda değeri vardır. Çünkü alan değişkeni, çözüm ortamının içerdiği noktaların sürekli bir fonksiyonudur. Dolayısıyla problem sonsuz bilinmeyenlidir.

Sonlu elemanlar metodunda, çözüm elemanlara ayrılır. Her bir eleman içindeki bilinmeyen alan değişkeni yaklaşık fonksiyonlarla tanımlanır. Böylece problem sonsuz sayıdaki bilinmeyenden sonlu sayıda bilinmeyene indirgenmiş olur. Yaklaşık fonksiyonlar, alan değişkenlerinin çözüm bölgesindeki düğüm noktaları denilen noktalarda taşıdıkları değerler cinsinden ifade edilir. Düğüm noktaları genellikle sonlu elemanların sınırları üzerinde ve komşu elemanlarla birleştirilecek noktalarda seçilir. Alan değişkenisinin düğüm noktalarında aldığı değerler ve interpolasyon fonksiyonları alan değişkenisinin eleman içindeki davranışını tamamen tanımlar. Bir problemin sonlu elemanlarla çözümünde alan değişkenisinin düğüm noktalarındaki değerleri problemdeki yeni bilinmeyenleri oluşturur. Bu bilinmeyenler bir kez bulunduktan sonra, interpolasyon fonksiyonları yardımıyla alan değişkeni bütün çözüm noktalarında hesaplanabilir.

Bu yöntemde elemanların özellikleri değişik yollarla formüle edilebilir. Genel olarak 4 farklı yaklaşımdan bahsedilir.

Bunlar ;

1. Direkt yaklaşım
2. Varyasyonel yaklaşım
3. Ağırlıklı artıklar yaklaşım,
4. Enerjinin dengelenmesi yaklaşımıdır.

Direkt yaklaşım basit problemler için kullanılır. Bu yaklaşımda sonlu elemanların denklemleri matrislerle ifade edilir. Direkt yaklaşımda elde edilen eleman özellikleri daha gelişmiş ve ileri düzeydeki varyasyonel yaklaşımla da saptanabilir. Bu yöntemde problemi çin geçerli bir fonksiyonun kritik değeri varyasyonel prensiplerle ifade edilir. varyasyonel yaklaşımda direkt metotla elde edilemeyen karmaşık şekilli elemanların özellikleri de elde edilebilir.

Ağırlıklı artıklar yaklaşımında problemin geçerli diferansiyel denklemleri kullanılır. Herhangi bir fonksiyon veya varyasyonel ilke kullanmaya gerek yoktur.

Son olarak, enerjinin dengelenmesi yaklaşımında ise sistemin ısı ve / veya mekanik enerjisi dengelenir.

Kullanılan yaklaşım ne olursa olsun, sürekli ortam problemlerinin sonlu elemanlar metoduyla çözümündeki işlemler düzenli bir sıra izler. Bu sıralar aşağıda açıklanmıştır.

1. Ortamın elemanlara ayrılması ; İlk olarak ortam veya çözüm bölgesi elemanlara ayrılır.
2. İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimi ; Bu adımda her eleman için düğüm noktaları saptanır, alan değişkeninin eleman içindeki değişimini tanımlayan interpolasyon fonksiyonlarını seçeriz. Alan değişkeni bir skalar, bir vektör veya yüksek mertebeli bir tensör olabilir. Her zaman olmakla beraber, genellikle alan değişkeni için polinomlar interpolasyon fonksiyonu olarak

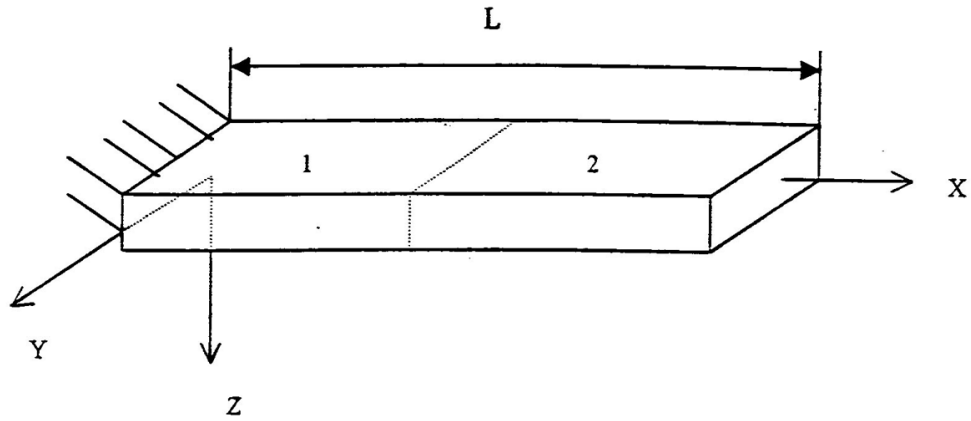
seçilir. Seçilen polinomun derecesi elemanın düğüm noktası sayısına, her düğüm noktasındaki bilinmeyenlerin sayısına ve elemanın sınırlarına, düğüm noktalarına konulmuş olan süreklilik şartlarına bağlıdır.

3. Elemanın özelliklerinin bulunması ; Bir kez sonlu elemanlar modeli kuruldu mu, yani elemanlar ve interpolasyon fonksiyonları seçildi mi, sıra her elemanın özelliklerini veren matris denklemlerini kurmaya gelir. Bu işlem için yukarıda belirtilen 4 yaklaşımdan birini kullanmak mümkündür. Çoğu kez varyasyonel yaklaşım uygun yaklaşımdır.
4. Eleman özelliklerinin birleştirilerek denklemlerinin elde edilmesi ; Tüm sistemin küçük elemanlardan oluşan modelini kurmak için, elemanların özelliklerini tek tek birleştirmek gerekir. Diğer bir deyişle, elemanların özelliklerini içeren matris denklemleri elde edilir. Elemanların birleştirilme işlemi gerçekleştirilirken, alan değişkeninin birçok elemanın birleştiği düğüm noktalarında her eleman için aynı değeri taşıdığı dikkate alınır.
5. Sistem denklemlerinin çözümü ; Bir önceki adımda elde edilen sistem denklemleri, bu adımda klasik sayısal analiz teknikleri kullanılarak çözülür. Bu işlem sonunda alan değişkenisinin düğüm noktalarındaki bilinmeyen değerleri bulunur. Denklemler lineer ise sonuç standart çözüm teknikleriyle kolayca sağlanır. Lineer olmayan denklemler için çoğu kez adımlı çözüm yöntemleri veya iterasyon metotları denenmelidir.
6. İstenen başka değerlerin hesaplanması ; Bazen bir önceki adımda elde edilmiş alan değişkenisinin, düğüm noktalarındaki değerlerini kullanarak, problemlerle ilgili başka önemli parametreleri de hesaplamamız istenebilir. Örneğin, bir kuvvet sistemi, etkisindeki elastik cismin, uğradığı şekil değişimleri hesaplandıktan sonra, bu değerleri kullanarak cismin içindeki gerilmelerin düğüm noktalarındaki şiddetlerini hesaplayabiliriz.

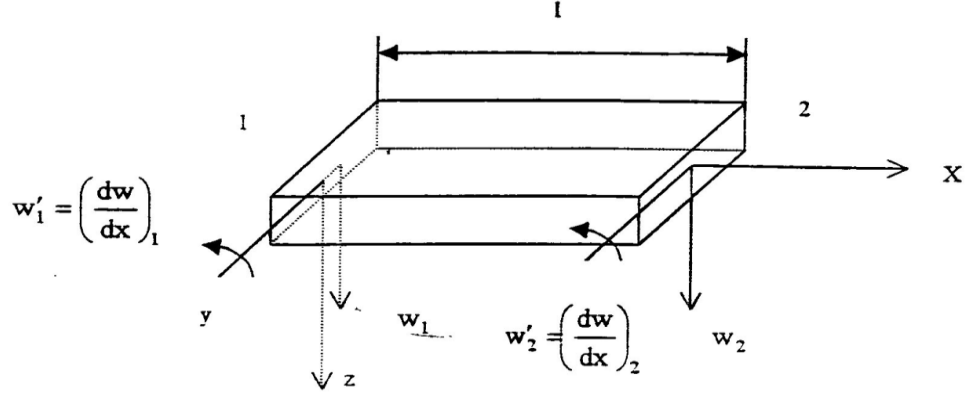
4.1.1 Teorik Esaslar

Şekil 4.1 'de görülen ankastre çubuğun serbest titreşimleri yapığını kabul ederek rezonans frekanslarını sonlu elemanlar metoduyla hesaplayalım

1. Çubuğu iki elemana ayıralım(Şekil 4.1)
2. Her eleman içindeki alan değişkeni olarak elemanın z eksenı yönündeki sapmalarını w , ve y eksenı etrafındaki rotasyonlarını θ seçelim(Şekil 4.2)



Şekil 4.1 Ankastre ince çubuk



Şekil 4.2 İnce çubuk sonlu elemanı ve alan değışkeni

Elemanın düğüm noktaları her iki ucunda seçilen noktalar olsun. İnterpolasyon fonksiyonu olarak seçilecek (4.1) nolu polinomun derecesi, elemanın serbestlik derecesi 4 olduğu için dört bilinmeyen katsayısı olan 3. derece bir polinomdur. Eleman her iki uçta toplam 2 çökme ve 2 dönme hareketine sahip olduğu için 4 serbestlik derecelidir.

$$w = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 \quad (4.1)$$

$$w' = \alpha_1 + 2\alpha_2 x + 3\alpha_3 x^2 \quad (4.2)$$

3. Bu adımla için varyasyonel yaklaşım kullanalım. Eleman özelliklerini bulmak için önce elemanın kinetik ve potansiyel enerjilerini yazalım

$$T = \frac{1}{2} \rho \int_0^l A \dot{w}^2 dx \quad (4.3)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (4.4)$$

(4.1) ve (4.2) nolu denklemlerle verilen kinetik ve potansiyel enerji denklemleri matrislerle ifade edilirse ;

$$w = [1 \ x \ x^2 \ x^3] \{\alpha\} \quad (4.5)$$

$$w' = [0 \ 1 \ 2x \ 3x^2] \{\alpha\} \quad (4.6)$$

$$\{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

Elemanın düğüm noktalarında ;

$x = 0$; $w = w_1$, $w' = w'_1$ ve $x = l$; $w = w_2$, $w' = w'_2$ olduğuna göre ;

$$\begin{Bmatrix} w_1 \\ w'_1 \\ w_2 \\ w'_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

(4.8) nolu denklemden $\{\alpha\}$ katsayılar vektörünü bulabiliriz

$$\{\alpha\} = [Q^{-1} \{q\}] \quad (4.9)$$

burada ;

$$[Q] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \{q\} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ w'_1 \\ w'_2 \\ w''_2 \end{Bmatrix} \quad \text{olarak tanımlanır.}$$

$$[Q^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3/l^2 & -2/l & 3/l^2 & -1/l \\ 2/l^3 & 1/l^2 & -2/l^3 & 1/l^2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Sonuçta ;

$$w = [1 \quad x \quad x^2 \quad x^3] [Q^{-1} \{q\}] \quad (4.11)$$

$$w = [0 \quad 1 \quad 2x \quad 3x^2] [Q^{-1} \{q\}] \quad (4.12)$$

(4.11) nolu denklemin zamanına göre türevini alarak kinetik enerji ifadesinde yerine koyarsak ;

$$\dot{w} = [1 \quad x \quad x^2 \quad x^3] [\dot{Q}^{-1} \{\dot{q}\}] \quad (4.13)$$

Gerekli sadeleştirme yapıldıktan sonra ;

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [m] \{\dot{q}\} \text{ elde edilir.} \quad (4.14)$$

Buradaki $[m]$ ifadesi aşağıdaki değerdir ve “eleman kütle matrisi” diye adlandırılır.

$$[m] = \frac{\rho A}{420} \begin{bmatrix} 156l & 22l^2 & 54l & -13l^2 \\ & 4l^3 & 13l^2 & -3l^3 \\ \text{Sim.} & & 156l & -22l^2 \\ & & & 4l^3 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Aynı işlemleri potansiyel enerji denklemi için de uygularsak ;

$$U = \frac{1}{2} \{q\}^T [k] \{q\} \text{ elde edilir.} \quad (4.16)$$

Buradaki $[k]$ ifadesi aşağıdaki değerdir ve “eleman katılık matrisi” diye adlandırılır.

$$[k] = \frac{EI_y}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ & 4l^3 & -6l & 2l^2 \\ \text{Sim.} & & 12 & -6l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Elemanın kinetik enerjisi ve potansiyel enerjisini matris denklemleriyle ifade ettikten sonra elemanın hareket denklemini elde etmek için varyasyonel bir yaklaşım olan Lagrange denklemini kinetik ve potansiyel enerjilerin fonksiyonu olarak bir elemanın için yazarsak :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} = \{Q\} \quad (4.18)$$

bu denklemin $\{q\}$ genelleştirilmiş koordinatlarıdır. Yukarıda yazılmış olan (4.14) ve (4.16) enerji denklemleri ile Lagrange denklemi şu şekli alır.

$$[m]\ddot{q} + [k]\{q\} = \{Q\}$$

$\{Q\}$ düğüm noktalarına etkiyen genelleştirilmiş kuvvetlerdir.

4. Elde edilen sonuçların daha hassas olması isteniyorsa, çubuğu ifade ettiğimiz eleman sayısı çoğaltılabilir. Sistem denklemlerini kurabilmek için, her eleman için Lagrange denklemlerini kurup, sınır şartlarına uygun olarak bu denklemleri birleştirmek gerekir. Elemanlar birleştirilirken düğüm noktalarına etkiyen genelleştirilmiş kuvvetler, sistemin iç kuvvetleri olarak kaldığından yok olurlar.

Serbest titreşim probleminde dış kuvvetler olmadığı için sistem hareket denklemi şu şekli alır.

$$[M]\ddot{q} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (4.19)$$

5. Yukarıda sistem denklemini çözebilmek için serbestlik derecelerini içeren $\{q\}$ büyüklüklerinin harmonik hareket yaptığını varsayalım:

$$\{q\} = \{\bar{q}\} \sin \omega t \quad \text{eşitliği (3.19) eşitliğinde yerine konulursa ;}$$

$$[K]\{\bar{q}\} = \omega^2 [M]\{\bar{q}\} \quad (4.20)$$

denklemi elde edilir. Bu denklem genel bir özdeğer problemidir. Klasik sayısal analiz yöntemleriyle çözülebilir. Sonuçta ortaya çıkan özdeğerler doğal frekansları, özvektörler ise titreşim biçimlerini gösterir.

6. Ayrıca istenilen başka değerler varsa, örneğin rezonans anındaki şekil değişimleri kullanılarak dinamik gerilme büyüklüklerinin hesaplanması gibi hesaplamak mümkündür.

4.1.2 Boyuna Uzunluğun Etkisi

Yukarıda bulunan “eleman katılık matrisi” ve “eleman kütle matrisi” çubuğun boyuna uzamalarının olma durumu için geçerlidir. Çubuğun boyuna uzamalarının etkisi de katıldığında oluşacak matrisler 4 x 4 değil 6 x 6 haline dönüşür.

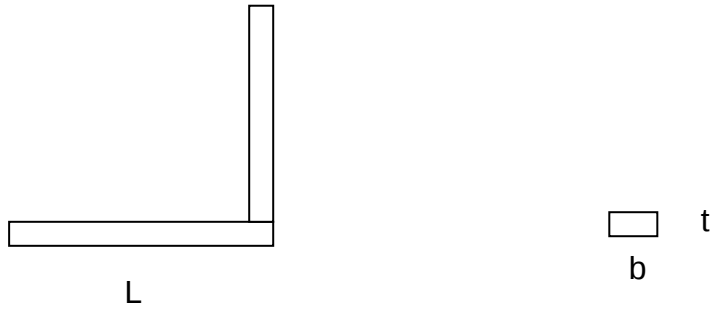
$$[m] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & & & & & \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & & & & \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & & & \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & & \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad \text{Sim.} \quad (4.21)$$

$$[k] = \rho AL \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & & & & & \\ & \frac{13}{35} & & & & \\ 0 & \frac{11L}{210} & \frac{L^2}{105} & & & \\ & 0 & 0 & \frac{1}{3} & & \\ & \frac{9}{70} & \frac{13L}{420} & 0 & \frac{13}{35} & \\ 0 & -\frac{13L}{420} & -\frac{L^2}{140} & 0 & -\frac{11L}{210} & \frac{L^2}{105} \end{bmatrix} \quad \text{Sim.} \quad (4.22)$$

5. “L” ŞEKLİ Lİ, ÇEŞİ TLİ ÇATLAKLI VE YAY EK Lİ K İ Rİ ŞLERDE Tİ TREŞİ M ANALİ Zİ

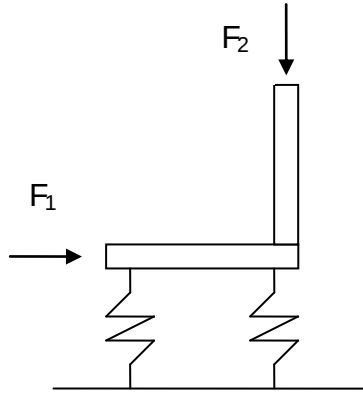
5.1 Analiz Yapılan Çubuk

Tez konusu kapsa mında Şekil 5.1’ de gör ülen L boyunda b ve t kesit ölç üleri ne sahi p çeşitli şekillerde bağ lanmış “L” şekilli çubuklar incelenmiştir.

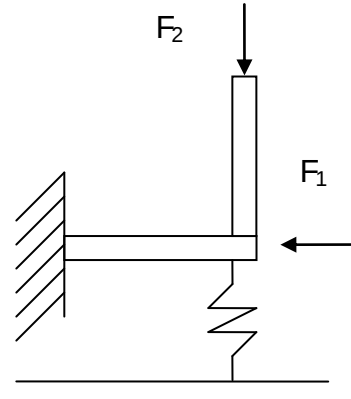


Şekil 5.1 “L” çubuğun şekli ve boyutları

Bu çubuk, yay üstünde serbest-serbest ve yine yay üstünde ankastre-serbest şeklinde çeşitli sınır şartlarında bağ lanarak titreşim analizi yapılmıştır. (Şekil 5.2) Çubuğun sınır şartlarında kullanılan yaylar çeşitli yay katsayılarına sahiptir ve bu katsayılar çözüm sırasında kullanılan programlarda ayrı ayrı belirtilmiştir.



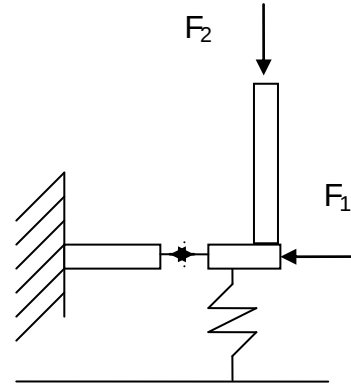
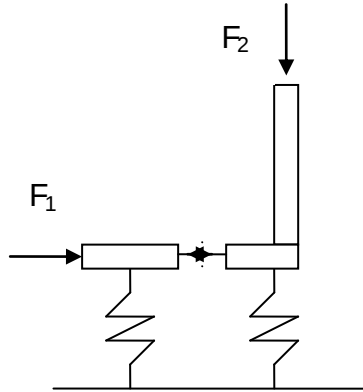
Yay üstünde serbest-serbest



Yay üstünde ankastre - serbest

Şekil 5.2 “L” çubuğun bağlantı biçimleri

Çubuğun çatlaklı ve çatlaksız durumlarındaki analizi yapılmıştır. Model oluşturulurken, çatlağın yapıda yerel bir esnekliğe sebep olduğundan yola çıkarak, çatlağın modeli olarak burulma yayı modeli kullanılmıştır. (Şekil 5.3) ‘de çubuğun eğilme durumunda çatlak etkisini veren burulma yayı modeli gösterilmiştir. Çubuğun boyuna uzamasında çatlak etkisini göstermek için de, boyuna uzama yönünde burulma yayı modeli uygulanarak analiz yapılmıştır.



Şekil 5.3 Çatlağın modellenmesinde kullanılan burulma yayı modeli

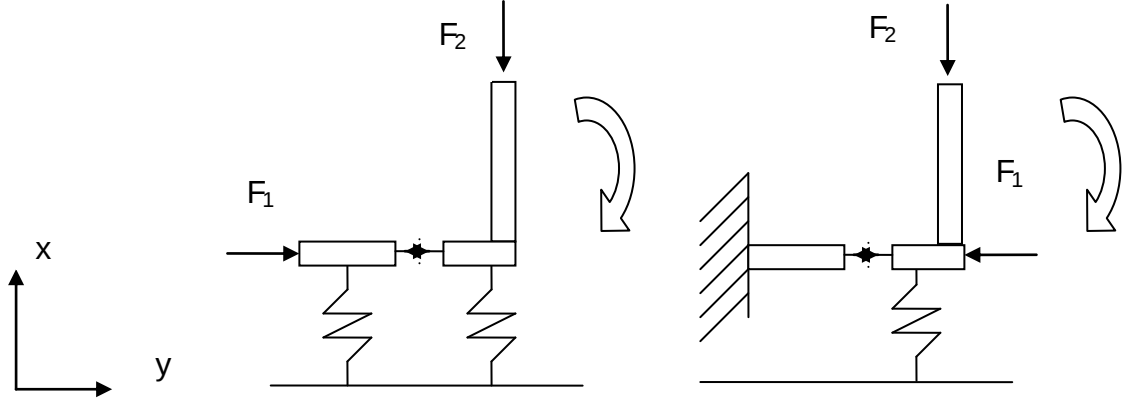
Çubuğun x, y ve z koordinat ekseninde 2 ayrı titreşim biçimini incelenmiştir.

5.2 Düzlem İçi Titreşimleri

Şekil (5.4)'de görülen x ve y eksenlerinden oluşan düzlem içi nde çubuğun yaptığı titreşimleri incelenmiştir. Çubuk bu düzlem içi nde eğilme, dönme ve boyuna uzama hareketlerini yapacaktır. Sonlu elemanlar metodunda “L” çubuğun sonlu elemanlara bölünmesi durumu uygulanırken, çubuğun iki ana parçadan oluştuğu düşünülmüştür. Çubuğun x eksenine paralel kol u 10 parçaya bölünmüştür ve her elemanın eğilme, dönme ve boyuna uzama serbestliklerine sahip olduğu göz önüne alınmıştır ve interpolasyon fonksiyonları buna göre seçilmiştir. Çubuğun diğer parçası ise y eksenine paralel olan diğer koludur. Bu kolda 10 eşit parçaya bölünerek analiz yapılmıştır. Bu iki parçanın birleşim noktasında, yatay kolun eğilme hareketi nin dikey kolun boyuna uzamasına karşılık geldiği ve yine yatay kolun boyuna uzama hareketi nin dikey kolun eğilmesine karşılık geldiği göz önüne alınarak düğüm noktalarının birleştirilmesine göre yapılmıştır.

Yapıdaki çatlak modellenirken de çatlağın yatay kolun tam ortasında olduğu durum göz önüne alınmıştır. Fakat çatlak derinliğinin farklı boyutlarda olması durumu incelenmiştir. Çatlağın çubuğun eğilme hareketi sırasında yaptığı yerel esneklik etkisi, çatlak yerine burulma yayı modeli kullanılarak göz önüne alınmıştır. Burulma yayı modelinin çubuğun eğilme durumundaki etkisi ve aynı zamanda çubuğun boyuna uzaması sırasındaki etkisi göz önüne alınarak ayrı ayrı analiz edilmiştir.

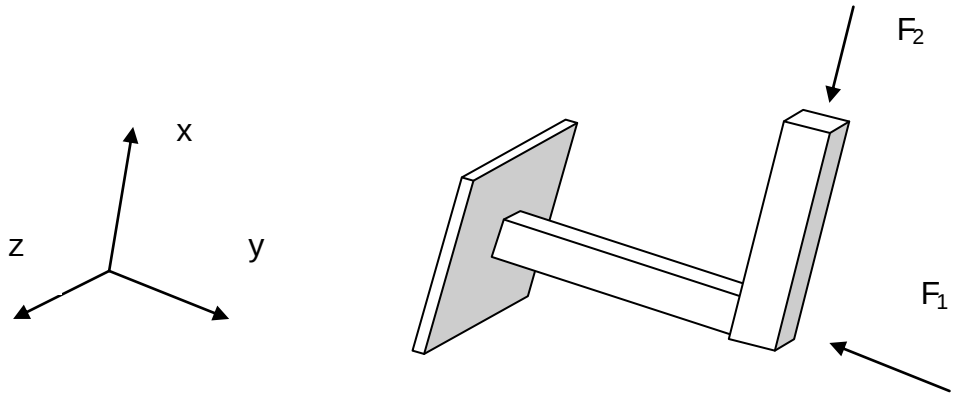
Yapılan analizde, “L” şekilli çubuğun serbest-serbest ve ankastre-serbest sabitleme sınır koşullarında özdeğer frekanslarının değişimi, genlik ve çatlak yeri arasındaki teorik ilişki incelenmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi çatlak nedeniyle ortaya çıkan yerel esnekliği belirtmek amacıyla kütleli burulma yayı modeli uygulanmıştır. Türetilen ilişki de iki önemli kabul yapılmıştır. Bunlarda birincisi yapının lineer davrandığı kabul edilmiştir. İkincisi ise yapısal elemanın elastik özelliklerini zamanla bağlı olmadığıdır. Bugüne kadar yayınlanan birçok çalışmada kullanılan çatlak modeli budur.



Şekil 5.4 Düzlemiçi titreşimler

5.3 Düzlem Dışı Titreşimleri

Şekil (5.5) 'de görülen çubuğun y eksenine etrafındaki titreşimlerinin de (burulma titreşimleri) analiz edilmesi dır.



Şekil 5.5 Düzlem dışı titreşimler

5.4 Çatlaklı Çubukların Frekanslarının Bulunmasında Kullanılan Program

Bu çalışmada çatlaklı ve çatlaksız çubukların frekansları hesaplanırken kullanılan program Fortran 90’da yazılmış bir sonlu elemanlar programıdır. Bu programda kullanılan sayısal yöntem uluslararası standartlara uygun olarak Householder ve QR (orthogonal columns and upper-triangular matrix) ortogonal kolon ve üst üçgen matrisi metodunun kombinasyonu kullanılmaktadır.

Fortran 90 programında kullanılan model şöyledir. “L” şekilli çubuk 10 (yatay kol) + 10 (dikey kol) elemana bölünmüştür. Yatay kolun tam ortasına bir burulma yayı konulmuştur. Burulma yayının yay katsayısı (5.1) formülüyle hesaplanmıştır. Program çatlak derinliği küçük kırılganlık için özfrekans hesabında oldukça iyi sonuçlar vermektedir.

“L” şekilli çubuğun analizi yapılırken kullanılan programın dökümanı Ekler bölümünde Ek A olarak verilmiştir.

5.5 Sayısal Çözümlerin Karşılaştırılması

Modellenen kırılganlık aşağıdaki özelliklere sahiptir ;

Elastisite modülü (E) = $2,1 \times 10^{11}$ [N/m²]

Kayma Modülü (G) = $7,65 \times 10^8$ [Pa]

Poisson Oranı (ν) = 0,28

Yoğunluk (ρ) = 7.850 [kg/m³]

Çatlak için yerel eğilme C şu şekilde hesaplanır.

$$C = \frac{5,346.h}{EI} \cdot I \cdot \left(\frac{a}{h}\right) \quad (5.1)$$

$$I \cdot \left(\frac{a}{h}\right) = 1,8624 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^2 - 3,95 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^3 + 16,375 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^4 - 37,226 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^5 + 76,81 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^6 - 126,9 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^7 + 172 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^8 - 143,97 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^9 + 66,56 I \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^{10} \quad (5.2)$$

burada a = çatlak derinliği, h = kiriş yüksekliği ve I (a/h) = boyutsuz yerel eğilme fonksiyonu. Böylece verilen a derinlikli çatlak için burulma rijitliği $K = K_c / EI$ ile hesaplanır. Burada $K_c = 1/c$ 'dır

Titreşi manalizi sırasında, “L” şekilli çubuğun yatay ve dikey kollarının uza ve burulma etkileri için de yine burulma yayı modeli kullanılmıştır. Burada kullanılan yay katsayıları ;

$$\text{Uza ve için kullanılan yay katsayısı} \quad k_u = \frac{AE}{l_\zeta} \quad (5.3)$$

$$\text{Burulma için kullanılan yay katsayısı} \quad k_b = \frac{G \cdot I_T}{l_\zeta} \quad (5.4)$$

denklemleri kullanılarak belirlenmiştir. Bu katsayıların büyüklükleri kullanılan programda görülmektedir.

Analiz sırasında kullanılan program ile he mçatlaksız çubukların he mde farklı çatlak özelliklerine sahip çubukların titreşi msonuçları elde edilmiştir. Elde edilen bu SEM verileri, 3. Bölümde elde edilen analitik denklem (3.37) kullanılarak belirlenen

analitik değerler, literatürden alınan deneysel değerler [28] ve yine literatürden alınan I-deas progra m [28] verileri ile karşılaştırıl mıştır.

Literatürde deneysel analizi yapılmış, boyutları ve özellikleri belirli çubukların titreşi manalizi bu tez kapsamında incelenmiştir. Dolayısıyla daha önce elde edilen deneysel ve nümerik değerler karşılaştırmalarda kullanılmıştır.

Kullanılan progra m sonucu elde edilen bilgiler ve karşılaştırmalar Tablo (5.1) – Tablo (5.9) arasında yapılmıştır. Bu tablolar da, çeşitli boyutlarda çatlağa sahip ve çatlaksız çubukların titreşi manalizi sonucunda elde edilen doğal frekans değerleri verilmiştir. Doğal frekanslar incelendiğinde, çatlaklı çubuğun doğal frekanslarındaki azalma belirgin bir şekilde görülmektedir. Çatlağın boyutu değişt iğinde, doğal frekanstaki değişim de yine belirgin şekilde görülmektedir. Dolayısıyla, doğal frekanslardaki bu farklı değişimler sonucunda, çatlağın yeri ve boyutu hakkında bilgi sahibi ol unabileceği görülmektedir.

Tablo (5.1 b)’de “L” şekilli ankastre – serbest bağlı çubukların çatlaksız ve çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarındaki düzle miçi titreşi mlerinin analizi verilmiştir.

Tablo (5.1 c)’de çatlağın boyuna uzamaya yaptığı yerel esneklik etkisi de burulma yayı ile modellendiğinde, 0,5 mm derinlikteki çatlak içi n elde edilen frekanslarda (ω_b , ω_b , ω_b , ω_b , ω_b) çok değişme ol n adığı görülmüştür.

Tablo (5.2)’de “L” şekilli ankastre – serbest bağlı çubukların çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarında ve yatay ve dikey çubuklara uygulanan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin etkisi altında, çubuğun düzle miçi titreşi mlerinin analizi verilmiştir.

Tablo (5.3)’de “L” şekilli ankastre – serbest bağlı çubukların çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarında ve sadece yatay çubuğa uygulanan F_1 kuvvetinin etkisi altında, çubuğun düzle miçi titreşi mlerinin analizi verilmiştir.

Tablo (5.4)’de “L” şekilli ankastre – serbest bağlı çubukların çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarında ve sadece dikey çubuğa uygulanan F_2 kuvvetinin etkisi altında, çubuğun düzle miçi titreşi mlerinin analizi verilmiştir.

Tablo (5.5)'de “L” şekilli serbest – serbest bağlı çubukların çatlaksız ve çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarındaki düzlem içi titreşimlerini analizi verilmiştir.

Tablo (5.6)'da “L” şekilli ankastre – serbest bağlı çubukların çatlaksız ve çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarındaki düzlem dışı titreşimlerini analizi verilmiştir.

Tablo (5.7)'de “L” şekilli ankastre – serbest bağlı çubukların çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarında ve yatay ve dikey çubuklara uygulanan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin etkisi altında, çubuğun düzlem dışı titreşimlerini analizi verilmiştir.

Tablo (5.8)'de “L” şekilli ankastre – serbest bağlı çubukların çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarında ve sadece yatay çubuğa uygulanan F_1 kuvvetinin etkisi altında, çubuğun düzlem dışı titreşimlerini analizi verilmiştir.

Tablo (5.9)'da ise “L” şekilli ankastre – serbest bağlı çubukların çeşitli boyutlarda çatlağa sahip durumlarında ve sadece dikey çubuğa uygulanan F_2 kuvvetinin etkisi altında, çubuğun düzlem dışı titreşimlerini analizi verilmiştir.

Tablo 5.1 a Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$				
Doğal Frekans [Hz]	Analitik Değerler	DeneySEL Veriler [28]	İ-deas Program Verileri [28]	S E M
ω_1	689,7248249	587,27	795,25	688,827383
ω_2	1.882030708		1.852,37	1.869,59339
ω_3			2.225,77	9.018,76086
ω_4			9.064,46	12.789,2168
ω_5			9.774,58	20.050,2700
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$				
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$ için	
ω_1	668,128835	597,780505	416,561241	
ω_2	1.868,80874	1.866,39451	1.861,72984	
ω_3	8.872,57834	8.354,23731	7.311,22561	
ω_4	12.404,3510	11.607,5740	10.956,5528	
ω_5	20.042,5384	20.026,4821	20.010,6158	

Tablo 5.1 b Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ Boyutlar ; $L = 140 \text{ [mm]}$ $b = 13,5 \text{ [mm]}$ $t = 1 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/ m}^3\text{]}$				
Doğal Frekans [Hz]	Analitik Değerler	Deneyel Veriler [28]	I-deas Progra m Verileri [28]	S E M
ω_1	14,2166114	13,11	13,48	14,2067252
ω_2	38,79242599		26,43	38,6866450
ω_3			36,80	191,002766
ω_4			181,12	279,939350
ω_5			266,37	610,934558
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ Boyutlar ; $L = 140 \text{ [mm]}$ $b = 13,5 \text{ [mm]}$ $t = 1 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/ m}^3\text{]}$				
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak deri nli ği $\delta = 0,25 \text{ mm}$ ç i n	Çatlak deri nli ği $\delta = 0,50 \text{ mm}$ ç i n	Çatlak deri nli ği $\delta = 0,75 \text{ mm}$ ç i n	
ω_1	14,1847535	14,0935316	13,6383257	
ω_2	38,6857600	38,682107	38,6643959	
ω_3	190,807651	189,994868	185,902748	
ω_4	279,475874	277,616549	269,722412	
ω_5	610,818790	610,351525	608,303804	

Tablo 5.1 c Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI			
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLE Mİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ			
Boyutlar ;			
L = 117,2 [mm] b = 80,2 [mm] t = 8,5 [mm]			
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N m ²] ρ= 7.850 [kg/ m ³]			
Doğal Frekans [Hz]	Analiti k Değerler	S E M	
ω ₁	172,4312062	172,285383	
ω ₂	470,507677	468,772600	
ω ₃		2.303,50810	
ω ₄		3.356,16754	
ω ₅		7.199,92286	
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI			
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLE Mİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ			
Boyutlar ;			
L = 117,2 [mm] b = 80,2 [mm] t = 8,5 [mm]			
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N m ²] ρ= 7.850 [kg/ m ³]			
Doğal Frekans [Hz]	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,25 mm i ç i n	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,50 mm i ç i n	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,75 mm i ç i n
ω ₁	169,636130	159,695182	126,099032
ω _{1b}		159,69492	
ω ₂	468,667990	468,296371	467,260469
ω _{2b}		468,290777	
ω ₃	2.280,94962	2.195,22495	1.946,73870
ω _{3b}		2.195,09496	
ω ₄	3.303,32743	3.155,97181	2.947,58406
ω _{4b}		3.155,3184	
ω ₅	7.189,17509	7.157,23609	7.100,42954
ω _{5b}			

Tablo 5.1 d Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI		
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLE Mİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ		
Boyutlar ;		
L = 58,6 [mm] b = 13,5 [mm] t = 1 [mm]		
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N m ²] ρ = 7.850 [kg/ m ³]		
Doğal Frekans [Hz]	Analiti k Değ erler	S E M
ω ₁	81,14409705	81,0871052
ω ₂	221,4153774	220,801805
ω ₃		1.089,91329
ω ₄		1.597,01590
ω ₅		3.484,46483

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI			
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLE Mİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ			
Boyutlar ;			
L = 58,6 [mm] b = 13,5 [mm] t = 1 [mm]			
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N m ²] ρ = 7.850 [kg/ m ³]			
Doğal Frekans [Hz]	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,25 mmi ç i n	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,50 mmi ç i n	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,75 mmi ç i n
ω ₁	80,7884528	79,5684193	73,9158557
ω ₂	220,789799	220,741434	220,531135
ω ₃	1.087,26420	1.076,36885	1.02597701
ω ₄	1.590,77295	1.567,23109	1.489,72796
ω ₅	3.482,90521	3.476,93704	3.455,77830

Tablo 5.1 e Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI		
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ		
Boyutlar ;		
L = 234,4 [mm] b = 80,2 [mm] t = 8,5 [mm]		
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N m ²] ρ = 7.850 [kg/ m ³]		
Doğal Frekans [Hz]	Analiti k Değerler	S E M
ω ₁	43,10780156	43,0762518
ω ₂	117,6269193	117,278761
ω ₃		578,392557
ω ₄		846,587959
ω ₅		1.844,65286

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI			
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ			
Boyutlar ;			
L = 234,4 [mm] b = 80,2 [mm] t = 8,5 [mm]			
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N m ²] ρ = 7.850 [kg/ m ³]			
Doğal Frekans [Hz]	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,25 mmi çin	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,50 mmi çin	Çatl ak deri nli ğ δ = 0,75 mmi çin
ω ₁	42,7411834	41,4134215	359866687
ω ₂	117,265357	117,213755	117,026313
ω ₃	575,441965	563,626735	517,808264
ω ₄	839,701419	816,497487	763,980914
ω ₅	1.842,94472	1.837,00740	1.821,54656

Tablo 5.2 Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = F_2 = 7.000 \text{ [N]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	652,914657	580,336439	389,574679
ω_2	1.862,32111	1.859,98395	1.855,46287
ω_3	8.861,53714	8.343,34169	7.299,15108
ω_4	12.397,9384	11.599,5283	10.946,6756
ω_5	20.038,7020	20.022,7008	20.006,8846
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 117,2 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = F_2 = 7.000 \text{ [N]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	153,979727	142,743177	102,733306
ω_2	462,079903	461,755735	460,848831
ω_3	2.269,55290	2.184,12395	1.935,21877
ω_4	3.295,65973	3.147,21931	2.936,71135
ω_5	7.180,08918	7.148,00264	7.090,89478

Tablo 5.3 Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = 7.000 \text{ [N]}$ $F_2 = 0$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	665,217655	594,313916	410,535637
ω_2	1.867,62344	1.865,18288	1.860,46032
ω_3	8.870,68611	8.350,69919	7.304,12015
ω_4	12.401,3756	11.604,7384	10.954,3364
ω_5	20.042,4843	20.026,4213	20.010,5434
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 117,2 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = 7.000 \text{ [N]}$ $F_2 = 0$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	166,757026	156,534025	121,476098
ω_2	467,484586	467,097299	466,012727
ω_3	2.278,9374	2.192,30681	1.940,83898
ω_4	3.300,44548	3.153,13582	2.495,14807
ω_5	7.187,53973	7.155,52643	7.098,52466

Tablo 5.4 Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = 0$ $F_2 = 7.000 \text{ [N]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	655,850748	583,854362	395,877994
ω_2	1.863,51956	1.861,20803	1.856,74315
ω_3	8.863,42458	8.346,87129	7.306,24774
ω_4	12.400,9193	11.602,3733	10.948,9023
ω_5	20.038,7558	20.022,7613	20.006,9567
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 117,2 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = 0$ $F_2 = 7.000 \text{ [N]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	156,966588	146,070769	107,997790
ω_2	463,317189	463,007064	462,143392
ω_3	2.271,54516	2.187,01396	1.941,08422
ω_4	3.298,56344	3.150,08569	2.939,18594
ω_5	7.181,71757	7.149,70554	7.092,79328

Tablo 5.5 a Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

SERBEST – SERBEST BAĞLI				
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ VE ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ				
Boyutlar ;				
L = 140 [mm] b = 13,5 [mm] t = 1 [mm]				
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N m ²] ρ = 7.850 [kg/ m ³]				
Doğal Frekans [Hz]	Çatlaksız	Çatlak δ = 0,25 mm	Çatlak δ = 0,50 mm	Çatlak δ = 0,75 mm
ω ₁	0	0	0	0
ω ₂	0	61,4268864	60,9913669	58,8052358
ω ₃	0	170,566067	170,566060	170,565968
ω ₄	95,5309006	183,431502	181,877532	174,900478
ω ₅	187,528158	546,103987	545,827149	544,555959

Tablo 5.5 b Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

SERBEST – SERBEST BAĞLI				
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ VE ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ Tİ TREŞİ MLERİ				
Boyutlar ;				
L = 58,6 [mm] b = 80,2 [mm] t = 8,5 [mm]				
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N m ²] ρ = 7.850 [kg/ m ³]				
Doğal Frekans [Hz]	Çatlaksız	Çatlak δ = 0,25 mm	Çatlak δ = 0,50 mm	Çatlak δ = 0,75 mm
ω ₁	0	0	0	0
ω ₂	0	2.066,53087	2.047,09400	1.673,40717
ω ₃	0	3.051,01245	2.695,79142	2.173,51312
ω ₄	4.629,59561	7.969,53853	7.771,58096	7.203,29210
ω ₅	9.056,50308	9.314,31372	8.774,50664	8.424,13230

Tablo 5.5 c Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

SERBEST – SERBEST BAĞLI				
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ VE ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ				
Boyutlar ;				
L = 117,2 [mm] b = 80,2 [mm] t = 8,5 [mm]				
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N/m ²] ρ = 7.850 [kg/m ³]				
Doğal Frekans [Hz]	Çatlaksız	Çatlak δ = 0,25 mm	Çatlak δ = 0,50 mm	Çatlak δ = 0,75 mm
ω ₁	0	0	0	0
ω ₂	0	734,833774	687,990098	527,771642
ω ₃	0	1.612,69378	1.573,75648	1.472,58623
ω ₄	1.158,36539	2.115,75048	2.081,00421	2.013,46009
ω ₅	2.272,02332	2.786,73516	2.717,59439	2.614,42606

Tablo 5.5 d Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

SERBEST – SERBEST BAĞLI				
“L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ VE ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ				
Boyutlar ;				
L = 58,6 [mm] b = 13,5 [mm] t = 1 [mm]				
E = 2,1 x 10 ¹¹ [N/m ²] ρ = 7.850 [kg/m ³]				
Doğal Frekans [Hz]	Çatlaksız	Çatlak δ = 0,25 mm	Çatlak δ = 0,50 mm	Çatlak δ = 0,75 mm
ω ₁	0	0	0	0
ω ₂	0	349,695782	343,861119	316,573679
ω ₃	0	972,912206	972,912190	949,231959
ω ₄	545,254518	1.043,57493	1.023,53943	972,912367
ω ₅	1.070,30054	1.610,16838	1.610,16655	1.610,16058

Tablo 5.5 e Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

SERBEST – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ VE ÇATLAKLI ÇUBUK DÜZLEMİ Çİ TİTREŞİMLERİ Boyutlar ; $L = 234,4 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$				
Doğal Frekans [Hz]	Çatlaksız	Çatlak $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	0	0	0	0
ω_2	0	187,809464	181,288997	154,456818
ω_3	0	519,913138	515,042192	468,754154
ω_4	289,651024	547,348934	532,634556	524,476096
ω_5	568,476431	1.530,57120	1.530,34143	1.529,62363

Tablo 5.6 Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEM DİŞİ TİTREŞİMLERİ Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$ için
ω_1	1.122,99568	1.111,36140	1.041,43365
ω_2	2.711,71448	2.576,53048	2.037,99526
ω_3	5.698,63295	5.389,31870	4.277,19284
ω_4	8.058,22046	7.088,41599	6.293,08918
ω_5	10.561,6168	9.323,80743	8.953,73971
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEM DİŞİ TİTREŞİMLERİ Boyutlar ; $L = 117,2 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$ için
ω_1	296,667893	294,831607	284,902146
ω_2	1.359,92077	1.312,41031	1.020,66805
ω_3	2.677,10361	2.296,36650	1.710,00130
ω_4	3.221,71406	2.949,33976	2.885,71890
ω_5	4.272,09192	4.262,67729	4.257,79239

Tablo 5.7 Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEM DİŞİ TİTREŞİMLERİ Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = F_2 = 7.000 \text{ [N]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$ için
ω_1	1.112,17301	1.100,87516	1.032,79473
ω_2	2.711,67371	2.576,20228	2.033,97389
ω_3	5.698,54662	5.388,81713	4.273,96414
ω_4	8.057,88727	7.086,28172	6.291,43351
ω_5	10.560,7315	9.322,64228	8.953,14560
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEM DİŞİ TİTREŞİMLERİ Boyutlar ; $L = 117,2 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = F_2 = 7.000 \text{ [N]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$ için	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$ için
ω_1	285,008704	283,379160	274,477095
ω_2	1.359,85418	1.312,03176	1.015,81146
ω_3	2.676,57837	2.293,65213	1.707,10852
ω_4	3.219,74602	2.948,48534	2.885,35864
ω_5	4.271,95550	4.262,58341	4.257,71758

Tablo 5.8 Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

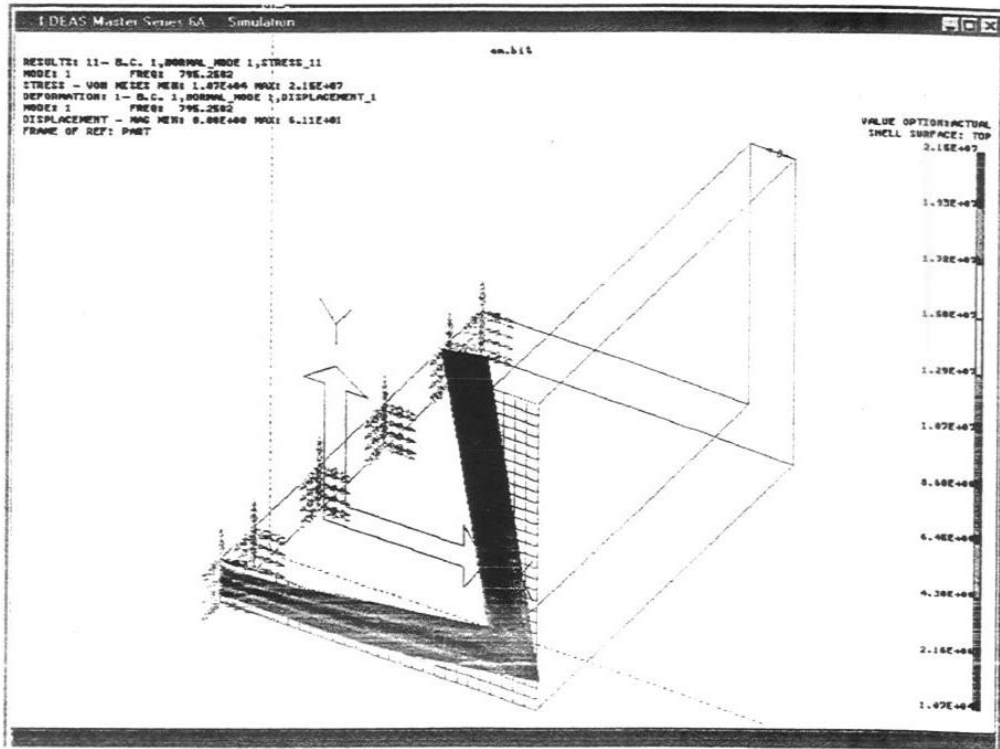
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEM DİŞİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = 7.000 \text{ [N]}$ $F_2 = 0$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	1.122,99432	1.111,35085	1.041,19891
ω_2	2.711,70226	2.576,42156	2.036,82501
ω_3	5.698,60370	5.388,98995	4.275,75802
ω_4	8.058,12310	7.087,78316	6.292,71364
ω_5	10.561,2928	9.323,39746	8.953,52318
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEM DİŞİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 117,2 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = 7.000 \text{ [N]}$ $F_2 = 0$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	296,666755	294,826805	284,833329
ω_2	1.359,90156	1.312,28767	1.019,00975
ω_3	2.676,89478	2.295,42376	1.708,94617
ω_4	3.221,19550	2.949,13621	2.885,64425
ω_5	4.272,05201	4.262,64884	4.257,76895

Tablo 5.9 Çeşitli sınır koşullarında çatlaklı ve çatlaksız çubukların karşılaştırılması

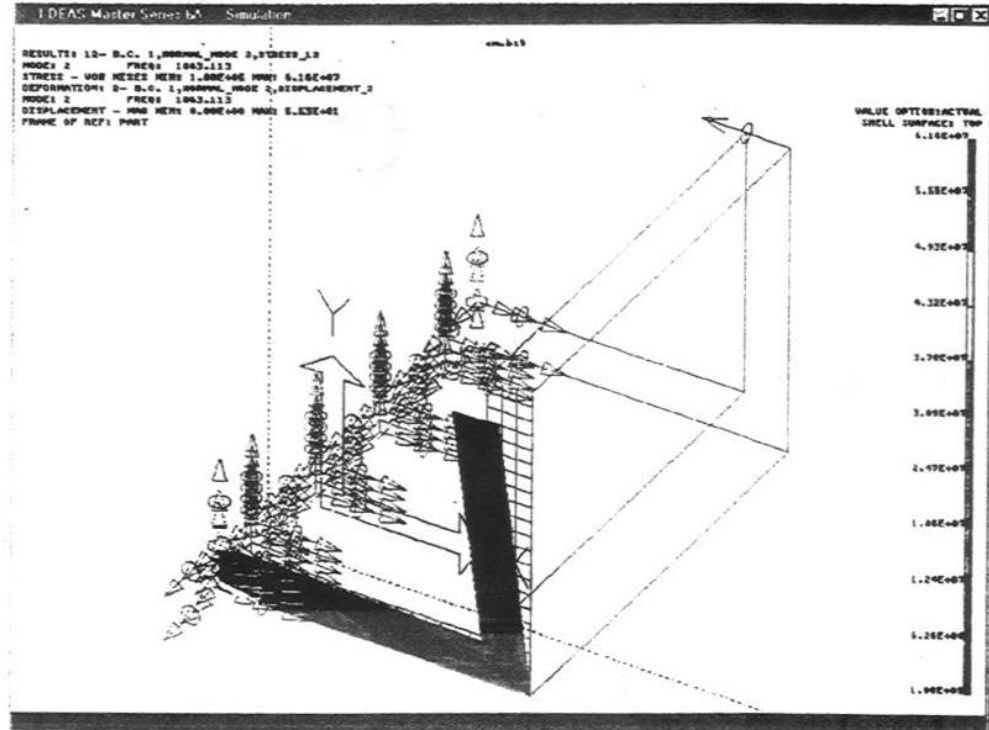
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEM DİŞİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 58,6 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = 0$ $F_2 = 7.000 \text{ [N]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	1.112,17436	1.100,88539	1.033,02241
ω_2	2.711,68594	2.576,31142	2.035,15378
ω_3	5.698,57584	5.389,14628	4.275,40006
ω_4	8.057,98475	7.086,91696	6.291,80830
ω_5	10.561,0558	9.323,05195	8.953,36190
ANKASTRE – SERBEST BAĞLI “L” ŞEKLİ Lİ ÇATLAKSIZ ÇUBUK DÜZLEM DİŞİ TİTREŞİMLERİ			
Boyutlar ; $L = 117,2 \text{ [mm]}$ $b = 80,2 \text{ [mm]}$ $t = 8,5 \text{ [mm]}$ $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$ $\rho = 7.850 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ $F_1 = 0$ $F_2 = 7.000 \text{ [N]}$			
Doğal Frekans [Hz]	Çatlak derinliği $\delta = 0,25 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,50 \text{ mm}$	Çatlak derinliği $\delta = 0,75 \text{ mm}$
ω_1	285,009743	283,383405	274,538245
ω_2	1.359,87345	1.312,15516	1.017,48944
ω_3	2.676,78814	2.294,59709	1.708,15883
ω_4	3.220,26422	2.948,68768	2.885,43288
ω_5	4.271,99531	4.262,61180	4.257,74098

5.6 Titreşim Modları nın Değişimi

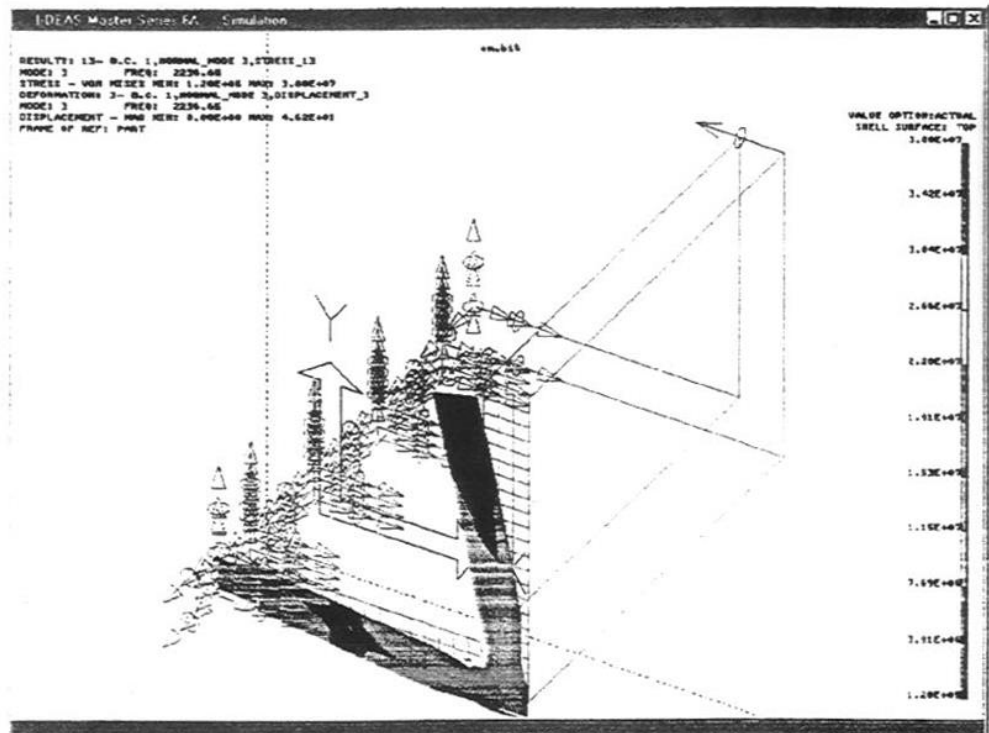
Titreşim modlarındaki değişiklik için, sayısal çözümlerin karşılaştırılması sırasında incelenen bir çubuğun analizi yapılmıştır. $L=58,6$ mm, $b=80,2$ mm ve $t=8,5$ mm boyutlarına sahip çatlaksız çubuğun literatürden [28] alınan titreşim modları Şekil 5.6 - Şekil 5.10 arasında verilmiştir. Literatürden alınan titreşim modları I-deas program ile analiz yapılarak elde edilmiş verilerdir. Çatlaksız durumdaki ve çatlaklı durumdaki titreşim frekansları (Tablo 5.1a) ve yer değiştirmeleri (Ek B ve Ek C) incelendiğinde %25 çatlak durumunda doğal frekansta %3 oranında azalma, %50 çatlak durumunda doğal frekansta %13,2 oranında azalma ve %75 çatlak durumunda da doğal frekansta yine %9,5 oranında azalma görülmektedir. Dolayısıyla, çatlaklı yapının titreşim modu incelendiğinde doğal frekanslardaki değişim oranlarından çatlakın yeri ve büyüklüğü hakkında fikir sahibi oluna bileceği anlaşılmaktadır.



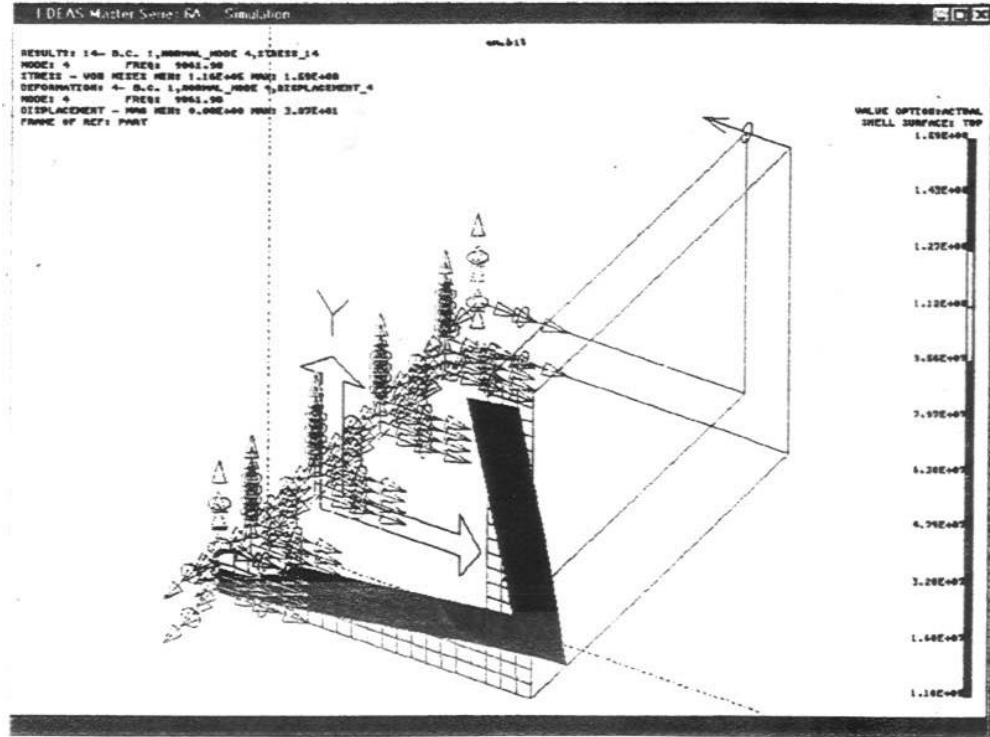
Şekil 5.6 Mod 1 [Ref. 28]



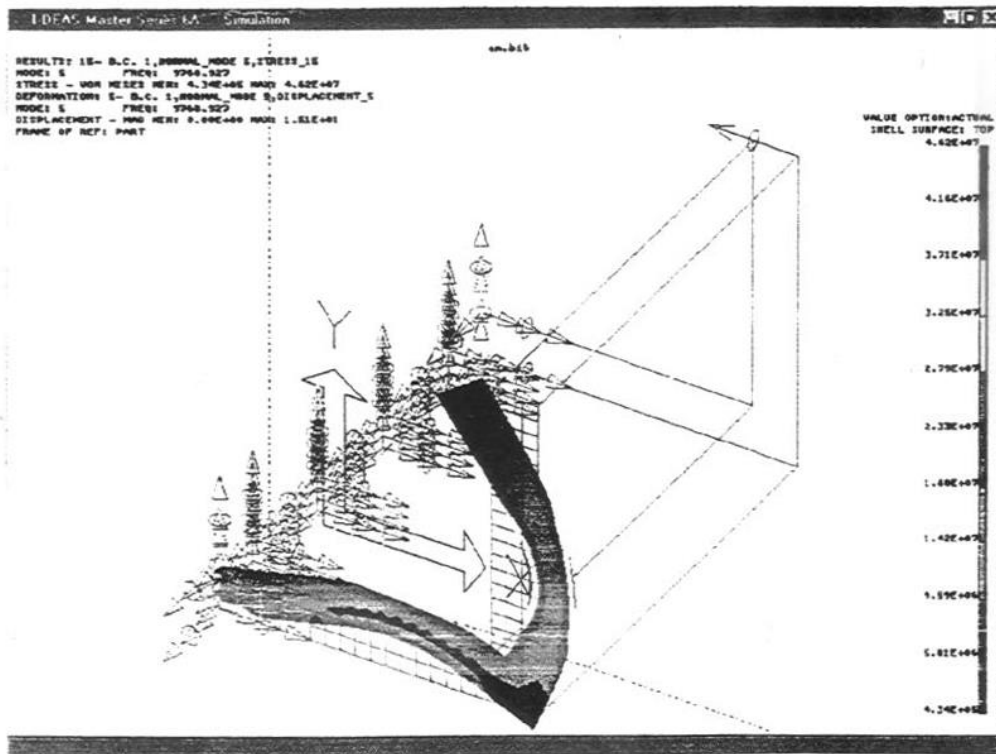
Şekil 5.7 Mbd 2 [Ref. 28]



Şekil 5.8 Mbd 3 [Ref. 28]



Şekil 5.9 Mbd 4 [Ref. 28]



Şekil 5.10 Mbd 5 [Ref. 28]

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Gelişen teknoloji ile birlikte, titreşim analizi yapmak ve titreşim problemlerini çözmek üzerinde daha çok çalışılması gereken konulardandır. Yapıdaki çatlağın yeri ve büyüklüğü tespit edilerek, sonuçta hasara ve maddi manevi kayıplara sebep olmadan gerekli tedbirleri almak için mekanik titreşimler konusunda daha detaylı çalışmalar yapılmalıdır.

Bu çalışmada incelenen yapılar güncel hayatta birebir karşılığı olan yapılardır. İncelenen sistemler “L” şekilli ankastre - serbest veya serbest - serbest bağlı durumlarındaki çubukların analizi dir. Ankastre - serbest bağlı “L” şekilli çubuklara örnek olarak, fabrikalarda su ve hava tesisatının taşınmasında kullanılan bağlantı profilleri, kapılardaki köşe profiller, çeşitli raf sistemlerinde kullanılan bağlantı elemanları, araba kapılarındaki menteşe sistemleri ve daha birçok yerde kullanılan bağlantı parçaları verilebilir.

Titreşim analizinde en çok kullanılan ve tatmin edici sonuçlar elde edilmesini sağlayan sonlu elemanlar metodudur. Bu metodun ana fikri, yapı matematik model olarak tasarlanır ve belirli sayıda sonlu elemanlara bölünür ve matris formuyla yazılır. Aynı zamanda model gerçek yapının statik ve dinamik özelliklerini de içerir. Sonlu elemanlar metodunda daha hassas sonuçlar istendiği zaman eleman sayısını artırmak gerekir. Burada kullanılan Fortran 90 programında yazılan sonlu elemanlar programında, giriş genellikle 10 elemana bölünmüştür. 5. elemanda çatlak olduğu düşünülerek kütleli burulma yayı modeli kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar belirli hassasiyettir. Daha hassas sonuçlar elde etmek isteniyorsa eleman sayısı artırılmalıdır.

Çalışmada kullanılan model literatürde yaygın olarak kullanılan Lineer Yay Modeli'dir. Yapıdaki hasarı tespit ederken çatlağın yeri ve büyüklüğü hakkında daha emin bilgilere sahip olmak için o kadar hassas bir model incelenmelidir. Örneğin; çatlaklı bir "L" profilin titreşimlerini incelerken, eğilimde her iki yöne harekette farklı modeller kullanmak mantıklıdır. Çünkü profilin aşağı ve yukarı hareketinde çatlaktan dolayı farklı davranışlar gösterecektir. Fakat bu çalışmada lineer yay modeli kullanıldığından her iki yöndeki harekette yay katsayısı aynı alınmıştır. Daha hassas sonuçlar için, iki yönde de farklı yay katsayısı kullanılan bir model geliştirilebilir. Diğer farklı bir model ise; yapıdaki çatlağın kırıştırmada kesit azalması şeklinde modellenektir. Bu tezde kullanılan model hem kullanışlı hem de iyi sonuç verdiği için çatlak modellemeye kullanılabilecek iyi modeller arasındadır.

Bu teori katı yapılara uygulanamaz. Katı yapılar (beton..vs) önemli yapı değişimlerine eğilimlidir. Dolayısıyla ölçülen frekans değişimi, çatlak tarafından oluşan hasarı doğru yansıtmaz. Betonarme ve ön gerilmeli betonların içinde kullanılan beton çeliği, yapıların titreşim karakterlerini karıştırmaya eğilimlidir. Böylelikle, kütleli burulma yayının mekanik modeli bu yapılara uygulanamaz. Bu teorinin uygulanması için en uygun yapılar çelik yapılardır. Çelik yapılar daha belirli sınır koşullarına sahiptir ve çelik yapı elemanlarının elastik özellikleri zamana göre sabittir.

Titreşim yöntemlerini hasar analizinde kullanmak yapıya zarar vermediği için de kullanışlı bir metottur. Yapıda çatlak varsa, yapının doğal frekansında bir azalma, sönümde ise artma görülür. Bu çalışmada sönüm etkileri incelenmiştir.

Bu çalışmada çatlaksız ve farklı boyutlarda çatlağa sahip, çeşitli sınır koşullarına sahip "L" şekilli çubukların titreşim karakteristikleri incelenmiştir. Elde edilen SEM değerleri, teorik ve literatürden alınan deneysel değerlerle karşılaştırıldı. Çatlaklı hallerde tek ve çift taraflı çatlaklar hallerinde K burulma yayı ile temsil edilebilen çubuğun esnekliğinin değiştiği, bunun sonucunda da doğal frekanslarda azalma

meydana geldiği, titreşim biçimlerinin (modlarının) farklılaştığı Sonlu Elemanlar Metodu ile tespit edildi. Tahmin edilen ve elde edilen değerler tatmin edici bulunmuştur. Bu çalışmanın sonucu olarak doğal frekanslardaki ve modlardaki bu değişimler esas alınarak çatlağın konumu ve büyüklüğü tespit edilip hasar analizi yapılabileceği anlaşılmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] **Dimarogonas, A D & Paipetis, S A** 1983. Analytical Methods in Rotor Dynamics. Applied Science Publishers, London.
- [2] **Chondors, T G & Dimarogonas, A D** 1980. Identification of cracks in welded joints of complex structures, *Journal of Sound and Vibration*, **69** (4) 531-538
- [3] **Adams, R D, Cawley, P, Pye, C J & Stone, B J.** 1978. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures, *J. Mech. Engng. Sci.* **22**(2), 93-100
- [4] **Gudmundson, P** 1983. The dynamic behaviour of slender structures with cross sectional cracks, *J. Mech. Phys. Solids*, **31**, 329-345
- [5] **Chondors, T G & Dimarogonas, A D** 1979. Identification of cracks in circular plates welded at the contour, *ASME Design Engng. Technical Conf.*, St. Louis, Paper 79-DET-106
- [6] **Gudmundson, P** 1982. Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes, *J. Mech. Phys. Solids*, **30**, 339-353
- [7] **Dentsoras, A and Dimarogonas, A** 1983. Resonance controlled fatigue crack propagation in cylindrical shafts under combined loading, *ASME Winter Annual Meeting*, Boston
- [8] **Dentsoras, A and Dimarogonas, A D** 1983. Resonance controlled fatigue crack propagation, *Engng. Fracture Mech.*, **17**, 381-386
- [9] **Dentsoras, A and Dimarogonas, A D** 1983. Resonance controlled fatigue crack propagation in a beam under longitudinal vibrations, *Int. J. Fracture*, **23**, 15-22
- [10] **Dentsoras, A and Dimarogonas, A D** 1989. Fatigue crack propagation in resonating structures, *Engng. Fracture Mech.*, **34**, 721-728

- [11] Springer, W.T, Lawrence, K.L and Lawley, T.J, 1987. The effect of a symmetric discontinuity on adjacent material in a longitudinally vibrating uniform beam *Exp. Mech.*, **27**, 168-171
- [12] Krawczuk, M And Ostachowicz, W.M, 1992. Parametric vibrations of beam with crack, *Ing. Arch.*, **62**, 463-472
- [13] Krawczuk, M 1993. Natural vibrations of cracked rotating beams, *Acta Mech.*, **99**, 35-48
- [14] Silva, J. M.M and Gomez, A.J. M.A 1990. Experimental dynamics analysis of cracked free-free beams, *Exp. Mech.*, **30**, 20-25
- [15] Gomez, A.J. M.A and Montalvao e Silva, J. M 1991. Theoretical and experimental data on crack depth effects in the dynamic behaviour of free-free beams, *Int. Modal Anal. Conf. IMAC*, Vol.9. Union Coll, Schenectady, NY, U.S.A., pp 274-283
- [16] Arajao Gomez, A.J. M and Montalvao e Silva, J. M 1990. Experimental determination of the influence of the cross-section size in the dynamic behaviour of cracked beams, *Proc. IMMDC2*, Los Angeles, U.S.A pp 124-130
- [17] Nkpur, K And Dmarogonas, A.D 1988. Local compliance of cracked composite bodies, *Comp. Sci. Tech*, **32**, 209-223
- [18] Nkiforidis, G, Bezerianos, A and Dmarogonas, A 1986. Vibration analysis of fracture healing under plaster cast, *IEEE/EMBS 8th An. Conf.*, Fort Worth, Texas, U.S.A
- [19] Nkiforidis, G, Bezerianos, A and Dmarogonas, A 1990. Monitoring of fracture healing with flexure and axial vibration analysis, *J. Biom.*, **23**, 323-330
- [20] Dmarogonas, A.D, 1993. Early diagnosis of incipient failures of the Bjork-Shiley heart valves, *Proc. 12th Southern Biomedical Conf.*, New Orleans, pp 260-263
- [21] Sinha, D.N, Johnston, R.G, Grace, W.K Kevin, W And Lemanski, C.L, Acoustic resonances in chicken eggs, *Bioelectron. Prog.*, 1992, **8**, 240-243

- [22] **Mrnertaş, V, Erol, H** 2001. Effects of mass attachment on the free vibration of cracked beam The 8th International Congress on Sound and Vibration, Hong Kong, China, July 2-6
- [23] **Pasin, E** 1994. Mekanik Sistemler Dinamiği, İ. T. Ü. Rektörlüğü, İstanbul
- [24] **Çağdaş, Z, Belek H T,** 1987. Sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla daralan kesitli çubukların dinamik analizi, Bitirne Ödevi, İ. T. Ü. Maki ne Fakültesi, İstanbul
- [25] **T G Chondros, AD Dimarogonas, J Yao,** 1998. A continuous cracked beam vibration theory, Journal of Sound and Vibration, **215(1)**. 17-34
- [26] **Eryürek, İ. B** 1993. Hısar Analizi, Bırsen Yayınevi, İstanbul
- [27] **Özkan Ş, Karadağ V,** 1998. Oomatik kesme maki nası ucu titreşim analizi, Bitirne Ödevi, İ. T. Ü. Maki ne Fakültesi, İstanbul
- [28] **Somel, H E, Karadağ V** 1999. “L” şekilli çubukların titreşim analizi, Bitirne Ödevi, İ. T. Ü. Maki ne Fakültesi, İstanbul
- [29] **Atay K, Karadağ V.** 2002 Eksenel yük altındaki çeşitli çatlaklı ve yay ekli kirişlerde titreşimlerin analizi, Yüksek Lisans Tezi, İ. T. Ü. Maki ne Fakültesi, İstanbul

EK A TİTREŞİ MANALİZİ YAPILI RKEN KULLANILAN PROGRAM

Programın Dökümü

“L” şekilli, Ankastre-Serbest ve Serbest-Serbest sınır şartlarına sahip çeşitli çatlaklı ve yay ekli çubukların düzlemiçi ve düzlem dışı titreşim analizi FORTRAN 90 programı vasıtasıyla sonlu elemanlar metoduyla incelenmiştir. Değişik sınır şartları ve çubuğun çatlaksız veya çeşitli çatlak derinliklerine sahip olması durumunda programda her analizi sırasında küçük değişiklikler düzenlenmiştir. Aşağıdaki programta mortasından çatlaklı Ankastre – Serbest bağlı çubuk içindir.

```
C PROGRAM ADI : enginsuzentcatlak122.for
C SONUC DOSYASI : enginsuzen*
C 10 Elemanlı , ank-free çubuk , L tipi çatlakçubuk
c 5+5+10 el. ile çatlak 5 el.da
i m p l i c i t d o u b l e p r e c i s i o n ( a - h o - z )
d m e n s i o n a k ( 6 6 , 6 6 ) , a n ( 6 6 , 6 6 ) , e v a l ( 6 6 ) , w k s 1 ( 6 6 ) , w k s 2 ( 6 6 ) , n c o d e ( 6 )
d m e n s i o n e v e c ( 6 6 , 6 6 ) , e k ( 6 , 6 ) , e n ( 6 , 6 )
c r e a l * 8 c k ( 6 6 , 6 6 ) , i n c v ( 6 6 , 6 6 ) , c n ( 6 6 , 6 6 )
c r e a d ( * , * ) n m a x , r o , a l , e , e b , e t , a k 1 , a k 2 , e f
c 201 for mat ( i 5 , 8 F 15 . 0 )
o p e n ( 6 , f i l e = ' e n g i n s u z e n . t x t ' )
c w r i t e ( 6 , 500 )
c 500 for mat ( 7 x , ' E l e m e n t N o , 9 x , ' N o d e N o 2 , / )
n m a x = 10
c n = 10
r o = 7850.0
e = 210000000000.0
a l = 1.12
e t = 0.03
e b = 0.05
e f = 0.1
c k b = 31632876.43
c e f = 52800.0
c e f = 0.1000
a k 1 = 13440000000.0
a k 2 = 196000000.0
w r i t e ( 6 , 290 ) n m a x , r o , a l , e , e b , e t , a k 1 , a k 2 , e f
290 for mat ( 5 x , ' n m a x = , i 5 , ' r o = , d 10 . 3 , ' a l = , d 10 . 3 , ' e = , d 10 . 3 ,
* e b = , d 10 . 3 , ' e t = , d 10 . 3 , / ,
* a k 1 = , d 10 . 3 , ' a k 2 = , d 10 . 3 , / ,
* e f = , d 16 . 9 / )
d o 250 n = n m a x , n m a x
d o 99 i = 1 , 66
d o 99 j = 1 , 66
a k ( i , j ) = 0.0
a n ( i , j ) = 0.0
99 c o n t i n u e
e l = a l / f l o a t ( n )
n 3 = 20
n d f = 3 * n 3 + 1
```

```

ai =eb*et**3/12.0
aa=0.015
at =aa/et
a1t =1.8624*(at)**2-3.95*(at)**3+16.375*(at)**4-37.226*(at)**5+
176.81*(at)**6-126.9*(at)**7+172.0*(at)**8-143.97*(at)**9+
266.56*(at)**10
bk=(e*ai)/(et*a1t*5.346)
bk1=(e*ai)/(al*bk)
c a1t =0.627*(at)**2-1.04533*(at)**3+4.5948*(at)**4-9.973*(at)**5+
c 120.294*(at)**6-33.0351*(at)**7+47.106*(at)**8-40.7556*(at)**9+
c 219.6*(at)**10
c bk=(e*ai)/(et*a1t*17.37179136)
call for ml(ek,emel,e,ak1,ak2,ef,ai,eb,et,ro)
do 13 iii=1,n3
if(iii.lt.10) goto 103
c boyuna kuv =0.2 cubuk T de hali
ef=0.1
call for ml(ek,emel,e,ak1,ak2,ef,ai,eb,et,ro)
c if(iii.ne.1) goto 15
c 103 if(iii.gt.10) goto 8
c if(iii.gt.10) goto 8
103 if(iii.ne.1) goto 104
ncode(1)=0
ncode(2)=0
ncode(3)=0
ncode(4)=1
ncode(5)=2
ncode(6)=3
goto 113
104 do 11 iq=1,6
c ncode(1)=0
c ncode(2)=1
c ncode(3)=2
c ncode(4)=3
c goto 12
c 15 do 11 iq=1,4
ncode(iq)=3*iii+iq-6
c if(iii.gt.5) ncode(iq)=2*iii+iq-2
c if(iii.eq.6) ncode(1)=10
c if(iii.eq.10) ncode(3)=0
c if(iii.eq.10) ncode(4)=ndf
if(iii.gt.5) ncode(iq)=3*iii+iq-5
if(iii.eq.6) ncode(1)=13
if(iii.eq.6) ncode(2)=14
11 continue
c goto 113
c 8 do 111 iq=1,6
c ncode(iq)=3*iii+iq
c111 continue
c if(iii.lt.16) goto 117
c do 119 iq=1,6
c ncode(iq)=3*iii+iq-3
c 119 continue
c117 if(iii.ne.15) goto 112

```

```

c      ncode(4)=3*n+2
c      ncode(5)=3*n+1
c      ncode(6)=3*n+3
c      do 118 i=1,6
c      ek(i,4)=ek(i,4)
c      ek(4,i)=ek(4,i)
c      em(i,4)=em(i,4)
c      em(4,i)=em(4,i)
c118   continue
c112   if(iii.ne.16) go to 113
      if(iii.ne.11) go to 113
      ncode(1)=3*n
      ncode(2)=3*n-1
      ncode(3)=3*n+1
      do 116 i=1,6
      ek(i,1)=ek(i,1)
      ek(1,i)=ek(1,i)
      em(i,1)=em(i,1)
      em(1,i)=em(1,i)
116    continue
113    call assem1(ek,em,ncode,ak,am)
c      do 16 iq=1,4
c      write(6,295) iii,iq,ncode(iq)
c 295 for mat(10x,i2,12x,i2,5x,i2)
c 16 continue
c      write(6,505) bk1
c 505 for mat('bk1=',d16,9)
13    continue
      am1=2.694
      am2=0.568
c      ak1=13340000000.0
c      ak2=1960000000.0
c      ak(2,2)=ak(2,2)+(el*el*el*ak1)/(e*ai)
      ak(30,30)=ak(30,30)+(el*el*el*ak2)/(e*ai)
c      am(1,1)=am(1,1)+(am1*420.0)/(ro*eb*et*el)
c      am(2,2)=am(2,2)+(am1*420.0)/(ro*eb*et*el)
      am(30,30)=am(30,30)+(am2*420.0)/(ro*eb*et*el)
      am(29,29)=am(29,29)+(am2*420.0)/(ro*eb*et*el)
c      m1=150000.00
c      ak(6,6)=ak(6,6)-(el*el*el*m1)/(e*ai)
c      ak(8,8)=ak(8,8)+(el*el*el*m1)/(e*ai)
      ak(16,16)=ak(16,16)+(el*el*el*bk)/(e*ai)
      ak(15,15)=ak(15,15)+(el*el*el*bk)/(e*ai)
      ak(16,15)=ak(16,15)-(el*el*el*bk)/(e*ai)
      ak(15,16)=ak(15,16)-(el*el*el*bk)/(e*ai)
      write(6,280) n
      i=1
      call ozde78(ak,66,am,66,ndf,eval,evec,66,wks1,wks2,i)
      if(i.eq.0) go to 100
      write(6,200)i
200 for mat(1h0,'failure,ifail=',i5)
      stop
100 enk=ro*(eb*et)
      ai=eb*et**3/12.0

```

```

a n l = e * a i / ( e n k * ( a l ** 4 ) )
a p i = 8. 0 * d a t a n ( 0. 1 d + 0 1 )
n r = n d f / 2
do 30 i = 1, n r
eval(i) = eval(i) * 420. 0 * ( f l o a t ( n ) ** 4 )
o m e g a = e v a l ( i ) * a n l
if ( o m e g a . L T . 0 . 0 ) o m e g a = - o m e g a
o m e g a = d a b s ( o m e g a )
o m e g a = d s q r t ( o m e g a ) / a p i
write ( 6 , 2 1 0 ) i, eval(i), i, o m e g a, i, ( e v e c ( j, i ), j = 1, n d f )
30 c o n t i n u e
210 f o r m a t ( 1 h 0, 5 x, ' l a n d a', i 2, ' =, d 1 6. 9, 5 x, ' o m e g a', i 2, ' =, d 1 6. 9, 2 x,
5 h z, //, 5 x, ' e i g e n v e c t o r', i 3, /, ( 5 x, 6 d 1 6. 9 ) / )

250 c o n t i n u e

c      *****

c      call c m p l y ( a m e v e c, c m n )
c      call c i n v s ( e v e c, i n c v, n )
c      call c m p l y ( c m i n c v, a m n )
c
c      call c m p l y ( a k, e v e c, c k, n )
c      call c m p l y ( c k, i n c v, a k, n )
c      a m l 1 = a n ( 1, 1 )
c      a k 1 1 = a k ( 1, 1 )
c      a m 2 2 = a n ( 2, 2 )
c      a k 2 2 = a k ( 2, 2 )
c      F 1 = i n c v ( 1, 1 )
c      write ( 6, 2 9 1 ) a m l 1, a k 1 1, a m 2 2, a k 2 2, F 1
c 291 f o r m a t ( //, ' a m l 1 =, d 1 5. 9, 5 x, ' a k 1 1 =, d 1 5. 9, //, ' a m 2 2 =, d 1 5. 9, 5 x,
c      * a k 2 2 =, d 1 5. 9, //, ' F 1 =, d 1 5. 9, // )

c      *****

280 f o r m a t ( 5 x, ' n u m b e r o f e l e m e n t s =, i 2, / )
stop
end
subroutine f o r m l ( e k, e m e l, e, a k 1, a k 2, e f, a i, e b, e t, r o )
i m p l i c i t d o u b l e p r e c i s i o n ( a - h, o - z )
d i m e n s i o n e k ( 6, 6 ), e n ( 6, 6 )
do 50 i = 1, 6
do 50 j = 1, 6
ek(i,j) = 0. 0
en(i,j) = 0. 0
50 c o n t i n u e
akg = ( e f * e l * e l ) / ( e * a i )
c      boyunauza m a v e e g i l m e
ek( 1, 1 ) = e l * e l * 1 2. 0 / ( e t * e t )
ek( 1, 4 ) = e l * e l * 1 2. 0 / ( e t * e t )
ek( 2, 2 ) = 1 2. 0 - a k g * 1. 2
ek( 2, 3 ) = 6. 0 * e l - a k g * e l * 0. 1
ek( 2, 5 ) = 1 2. 0 + a k g * 1. 2
ek( 2, 6 ) = 6. 0 * e l - a k g * e l * 0. 1

```

```

ek(3,3)=4*el*(el-(akg*el*el)/7.5
ek(3,5)=6.0*el+akg*el*0.1
ek(3,6)=2.0*el*el+(akg*el*el)/30.0
    ek(4,4)=el*el*12.0/(et*et)
ek(5,5)=12.0-akg*1.2
ek(5,6)=6.0*el+akg*el*0.1
ek(6,6)=4.0*el*el-(akg*el*el)/7.5
    em(1,1)=140.0
    em(1,4)=70.0
em(2,2)=156.0
em(2,3)=22.0*el
em(2,5)=54.0
em(2,6)=13.0*el
em(3,3)=4.0*el*el
em(3,5)=13.0*el
em(3,6)=3.0*el*el
    em(4,4)=140.0
em(5,5)=156.0
em(5,6)=22.0*el
em(6,6)=4.0*el*el
do 6 i=1,6
do 6 j=1,6
ek(j,i)=ek(i,j)
em(j,i)=em(i,j)
6 continue
return
end
c
subroutine assem1(ek,em,ncode,ak,a,m)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension ncode(6),ak(66,66),am(66,66),ek(6,6),em(6,6)
do 30 i=1,6
ii=ncode(i)
if(ii.eq.0) goto 30
do 20 j=1,6
jj=ncode(j)
if(jj.eq.0) goto 20
ak(ii,jj)=ak(ii,jj)+ek(i,j)
am(ii,jj)=am(ii,jj)+em(i,j)
if(ii.eq.jj.and.ak(ii,jj).lt.0.0) goto 22
goto 26
22 write(6,23) ak(ii,jj),ii,jj
23 format(/,5x,'ak(ii,jj)=',d15.6,3x,'ii=',i3,3x,'jj=',i3)
26 continue
if(ii.eq.jj.and.am(ii,jj).lt.0.0) goto 24
goto 20
24 write(6,25) am(ii,jj),ii,jj
25 format(/,5x,'am(ii,jj)=',d15.6,3x,'ii=',i3,3x,'jj=',i3)
20 continue
30 continue
return
end
c

```

EK B L=58,6 mm b=80,2 mm t=8,5 mm EBATLARI NDAKİ ÇATLAKSIZ ÇUBUĞUN Tİ TREŞİM ANALİZ SONUÇLARI

0 lamda 1= .137140188D+01 omega 1= .688827383D+03 hz

eigenvector 1

-.225744892D-05 .125749438D-03 .423951178D-01 -.451484355D-05 .490745934D-03
.816548372D-01

-.677212963D-05 .107663303D-02 .117786372D+00 -.902925287D-05 .186512662D-02
.150808062D+00

-.112861590D-04 .283809488D-02 .180754331D+00 -.135427938D-04 .397766599D-02
.207680213D+00

-.157991029D-04 .526636113D-02 .231665461D+00 -.180550321D-04 .668725042D-02
.252818244D+00

-.203105272D-04 .822412921D-02 .271278435D+00 -.225655340D-04 .986171261D-02
.287220518D+00

.986396719D-02 .174675512D-02 .300875368D+00 .986598459D-02 .354458246D-02
.312359690D+00

.986776477D-02 .540348914D-02 .321735399D+00 .986930767D-02 .731140423D-02
.329107201D+00

.987061327D-02 .925699898D-02 .334623876D+00 .987168153D-02 .112299482D-01
.338479299D+00

.987251243D-02 .132211967D-01 .340913195D+00 .987310594D-02 .152232300D-01
.342211676D+00

.987346205D-02 .172303469D-01 .342707582D+00 .987358075D-02 .192389340D-01

.342780664D+00

0 lamda 2= .101027188D+02 omega 2= .186959339D+04 hz

eigenvector 2

-.156262248D-04 -.299586680D-03 -.981867423D-01 -.312496818D-04 -.110318751D-02
-.172028052D+00

-.468676035D-04 -.226842570D-02 -.221644850D+00 -.624772237D-04 -.365409986D-02
-.247327772D+00

-.780757775D-04 -.512133744D-02 -.249587346D+00 -.936605018D-04 -.653497124D-02
-.229180021D+00

-.109228636D-03 -.776499899D-02 -.187110583D+00 -.124777423D-03 -.868798955D-02
-.124611701D+00

-.140304109D-03 -.918830484D-02 -.431016392D-01 -.155805943D-03 -.915901282D-02
.558786501D-01

-.917452105D-02 .782599616D-03 .155535880D+00 -.918840422D-02 .194939740D-02
.240203913D+00

-.920065987D-02 .356895488D-02 .310118250D+00 -.921128582D-02 .555607329D-02
.365754579D+00

-.922028021D-02 .782922135D-02 .407899484D+00 -.922764142D-02 .103125291D-01
.437706791D+00

-.923336816D-02 .129380715D-01 .456740336D+00 -.923745941D-02 .156483661D-01
.467004340D+00

-.923991445D-02 .183990153D-01 .470962981D+00 -.924073285D-02 .211614377D-01
.471551175D+00

0 lamda 3= .235091906D+03 omega 3= .901876086D+04 hz

eigenvector 3
-.267218825D-03 -.113312519D-02 -.357393863D+00 -.533336953D-03 -.384806100D-02
.540695149D+00

-.797258220D-03 -.714871450D-02 -.559896250D+00 -.105789551D-02 -.101317466D-01
.437057077D+00

-.131417524D-02 -.120606232D-01 -.206842855D+00 -.156504177D-02 -.124328535D-01
.862277065D-01

-.180946176D-02 -.110233647D-01 .393019786D+00 -.204642842D-02 -.789237016D-02
.666479337D+00

-.227496567D-02 -.335247169D-02 .868660684D+00 -.249413213D-02 .210371800D-02
.977006244D+00

.220026095D-02 .819152559D-02 .934164881D+00 .228774083D-02 .130795288D-01
.706204240D+00

.236579731D-02 .161889190D-01 .335794838D+00 .243410887D-02 .168509738D-01
-.118349730D+00

.249239413D-02 .147679454D-01 -.589950203D+00 .254041301D-02 .100274572D-01
-.101557784D+01

.257796770D-02 .305388037D-02 -.134549212D+01 .260490352D-02 -.550144144D-02
-.155345135D+01

.262110953D-02 -.149215725D-01 -.164436540D+01 .262651895D-02 -.246222914D-01
-.165920350D+01

0 lamda 4= .472750320D+03 omega 4= .127892168D+05 hz

eigenvector 4
.585927065D-03 -.223550918D-02 -.694040281D+00 .116700418D-02 -.733915459D-02
-.982148162D+00

.173842154D-02 -.130258458D-01 -.902949852D+00 .229544930D-02 -.173619992D-01
-.538602622D+00

.283347672D-02 -.190191071D-01 -.116984906D-01 .334805033D-02 -.174682355D-01
.530992160D+00

.383491080D-02 -.130541861D-01 .942270354D+00 .429002821D-02 -.692490517D-02
.109900112D+01

.470963536D-02 -.831881272D-03 .920583966D+00 .509025899D-02 .314577942D-02
.375726345D+00

.350063047D-02 -.468680954D-02 -.182777127D+00 .382650542D-02 -.662143685D-02
-.428761788D+00

.412070687D-02 -.918927493D-02 -.407847562D+00 .438079961D-02 -.110034342D-01
-.183818598D+00

.460463073D-02 -.111054534D-01 .161862776D+00 .479034751D-02 -.904350077D-02
.540003820D+00

.493641268D-02 -.487363711D-02 .869318596D+00 .504161722D-02 .937209087D-03
.109366182D+01

.510509031D-02 .770466713D-02 .119715284D+01 .512630654D-02 .147962041D-01
.121465492D+01

0 lamda 5= .116194182D+04 omega 5= .200502700D+05 hz

eigenvector 5
-.254309810D-02 -.442806809D-03 -.133156143D+00 -.503456207D-02 -.135622225D-02
-.162183377D+00

-.742380617D-02 -.217385275D-02 -.104923207D+00 -.966232006D-02 -.248498431D-02
.361499359D-02

-.117046538D-01 -.212160290D-02 .117227235D+00 -.135093406D-01 -.119128120D-02
.190227683D+00

-.150397387D-01 -.370523684D-04 .189760850D+00 -.162647756D-01 .864010758D-03
.103644890D+00

-.171595785D-01 .102562933D-02 -.599185069D-01 -.177059796D-01 .475669634D-04
-.282188249D+00

.934857137D-04 .150650537D-01 -.650591768D+00 .137506365D-03 .100158250D-01
-.105490878D+01

.178735138D-03 .312514041D-02 -.124640072D+01 .216334938D-03 -.391240497D-02
-.109474271D+01

.249542355D-03 -.904205382D-02 -.607743102D+00 .277683156D-03 -.106265575D-01
.861214010D-01

.300185981D-03 -.801031631D-02 .791786284D+00 .316593942D-03 -.169073577D-02
.132441910D+01

.326573896D-03 .697603608D-02 .158780819D+01 .329923216D-03 .164829104D-01
.163436856D+01

0 lamda 6= .249659889D+04 omega 6= .293901917D+05 hz

eigenvector 6
.838370367D-03 .468588556D-02 .135539023D+01 .164030822D-02 .131692414D-01
.133109041D+01

.237096426D-02 .183139007D-01 .307715241D+00 .299858684D-02 .161303614D-01
-.104359190D+01

.349590178D-02 .689335031D-02 -.198855847D+01 .384129759D-02 -.539151289D-02
-.203637085D+01

EK C L=58,6 mm b=80,2 mm t=8,5 mm EBATLARI NDAKİ ÇATLAKLI ÇUBUĞUN Tİ TREŞİM ANALİZ SONUÇLARI

0 lamda 1= .129022177D+01 omega 1= .668128835D+03 hz

eigenvector 1

.213008881D-05 -.118147852D-03 -.398343772D-01 .426012943D-05 -.461128272D-03
-.767351519D-01

.639007369D-05 -.101176536D-02 -.110708701D+00 .851987339D-05 -.175294717D-02
-.141771240D+00

.106494804D-04 -.266769640D-02 -.169953203D+00 -.189754696D+00 .127788464D-04
-.385530253D-02

-.215104857D+00 .149079234D-04 -.518333259D-02 -.237695132D+00 .170366631D-04
-.663589092D-02

-.257625024D+00 .191650175D-04 -.819775330D-02 -.275024648D+00 .212929383D-04
-.985455406D-02

-.290057303D+00 -.985667354D-02 -.175977141D-02 -.302935890D+00 -.985857004D-02
-.356769842D-02

-.313766351D+00 -.986024353D-02 -.543322436D-02 -.322607334D+00 -.986169396D-02
-.734496117D-02

-.329557929D+00 -.986292130D-02 -.929222280D-02 -.334758806D+00 -.986392553D-02
-.112652716D-01

-.338393120D+00 -.986470662D-02 -.132555694D-01 -.340687182D+00 -.986526455D-02
-.152560319D-01

-.341910937D+00 -.986559932D-02 -.172612852D-01 -.342378259D+00 -.986571091D-02

-.192679240D-01

-.342447123D+00

0 lamda 2= .100942405D+02 omega 2= .186880874D+04 hz

eigenvector 2

-.155643263D-04 -.302214505D-03 -.990725247D-01 -.311258981D-04 -.111343925D-02
-.173733278D+00

-.466819612D-04 -.229091105D-02 -.224104187D+00 -.622297626D-04 -.369305229D-02
-.250478465D+00

-.777665506D-04 -.518063563D-02 -.253371501D+00 -.246996446D+00 -.932895756D-04
-.658081781D-02

-.227172251D+00 -.108796090D-03 -.780068346D-02 -.185643553D+00 -.124283350D-03
-.871657154D-02

-.123649010D+00 -.139748615D-03 -.921264403D-02 -.426112311D-01 -.155189146D-03
-.918179101D-02

.559255671D-01 -.919732468D-02 .781055961D-03 .155182548D+00 -.921123062D-02
.194475552D-02

.239509682D+00 -.922350637D-02 .355938940D-02 .309141737D+00 -.923414974D-02
.554009809D-02

.364552779D+00 -.924315886D-02 .780567662D-02 .406526533D+00 -.925053214D-02
.102805602D-01

.436212452D+00 -.925626826D-02 .128970986D-01 .455168277D+00 -.926036622D-02
.155980425D-01

.465390267D+00 -.926282528D-02 .183391759D-01 .469332668D+00 -.926364502D-02
.210920341D-01

.469918444D+00
0 lamda 3= .227532595D+03 omega 3= .887257834D+04 hz

eigenvector 3
-.240274623D-03 -.122938463D-02 -.388949451D+00 -.479591336D-03 -.420284919D-02
-.596119831D+00

-.716996051D-03 -.788056448D-02 -.632057929D+00 -.951542299D-03 -.113209944D-01
-.520224012D+00

-.118229501D-02 -.137610002D-01 -.297898449D+00 -.103941846D+00 -.140833423D-02
-.135544214D-01

.180361825D+00 -.162875881D-02 -.116295968D-01 .473793793D+00 -.184268998D-02
-.807993570D-02

.727458549D+00 -.204927485D-02 -.325728063D-02 .903089454D+00 -.224768982D-02
.230752017D-02

.978674963D+00 .240943528D-02 .786927991D-02 .909759156D+00 .250174463D-02
.125817563D-01

.673449937D+00 .258408020D-02 .155117092D-01 .309453592D+00 .265611376D-02
.160652269D-01

-.127685588D+00 .271755812D-02 .139923058D-01 -.576660042D+00 .276816833D-02
.939849567D-02

-.979112170D+00 .280774260D-02 .269813708D-02 -.128962802D+01 .283612318D-02
-.548858464D-02

-.148472160D+01 .285319691D-02 -.144857332D-01 -.156981059D+01 .285889573D-02
-.237453207D-01

-.158367567D+01
0 lamda 4= .444725496D+03 omega 4= .124043510D+05 hz

eigenvector 4
 -.576843187D-03 .208132591D-02 .648868857D+00 -.114919430D-02 .689547054D-02
 .935564997D+00

-.171259624D-02 .124025852D-01 .894155644D+00 -.226266160D-02 .168745787D-01
 .597878007D+00

-.279510683D-02 .191271941D-01 .157840744D+00 -.188233351D+00 -.330578561D-02
 .166813421D-01

-.636042454D+00 -.379072109D-02 .119236162D-01 -.956368949D+00 -.424613692D-02
 .593649920D-02

-.104065522D+01 -.466848662D-02 .323570144D-03 -.821121085D+00 -.505448120D-02
 -.304483995D-02

-.274009402D+00 -.335951991D-02 .518745527D-02 .262945881D+00 -.364803814D-02
 .751201834D-02

.480717851D+00 -.390814784D-02 .102907838D-01 .427501548D+00 -.413782344D-02
 .121237689D-01

.170859619D+00 -.433527639D-02 .120615818D-01 -.204143293D+00 -.449896904D-02
 .967989242D-02

-.605722181D+00 -.462762668D-02 .507352212D-02 -.951366666D+00 -.472024738D-02
 -.124876014D-02

-.118508648D+01 -.477610990D-02 -.856529876D-02 -.129236627D+01 -.479477920D-02
 -.162173360D-01

-.131045085D+01
 0 lamda 5= .116104588D+04 omega 5= .200425384D+05 hz

eigenvector 5
 -.254883379D-02 -.412737158D-03 -.124358551D+00 -.504595677D-02 -.126985530D-02
 -.153125748D+00

-.744070725D-02 -.205209034D-02 -.102975483D+00 -.968450046D-02 -.238611782D-02
-.682758331D-02

-.117318143D-01 -.212812140D-02 .913360330D-01 .153317178D+00 -.135411127D-01
-.103621906D-02

.209060925D+00 -.150756887D-01 .176992382D-03 .191326558D+00 -.163044088D-01
.104455310D-02

.915994625D-01 -.172023445D-01 .111335849D-02 -.780146799D-01 -.177512786D-01
.360875580D-04

-.296130705D+00 .707765862D-04 .150549241D-01 -.655908208D+00 .104029697D-03
.999456600D-02

-.105379365D+01 .135172251D-03 .312279765D-02 -.124155141D+01 .163572427D-03
-.388279496D-02

-.108919104D+01 .188654041D-03 -.898476087D-02 -.604244666D+00 .209908236D-03
-.105594819D-01

.857713119D-01 .226903808D-03 -.795792859D-02 .787175312D+00 .239295950D-03
-.167587618D-02

.131646133D+01 .246833248D-03 .693845808D-02 .157815833D+01 .249362788D-03
.163874687D-01

.162441577D+01
0 lamda 6= .246931182D+04 omega 6= .292291375D+05 hz

eigenvector 6
.829005924D-03 .445259639D-02 .128980785D+01 .162237720D-02 .125565808D-01
.127914603D+01

.234601094D-02 .175846138D-01 .326630333D+00 .296880189D-02 .157812820D-01

ÖZGEÇMİŞ

08.11.1977 yılında Eskişehir’de doğdum 1988 Yılı’n da Merkez Yakakayı Köyü İlkokul’undan, 1991 Yılı’nda Eskişehir 19 Mayıs Ortaokulu’ndan ve 1994 Yılı’nda ise Eskişehir Atatürk Lise’sinden mezun oldum Yüksek öğrenimi İstanbul Teknik Üniversitesi Makine Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü’nden 1999 yılında mezun olarak tamamladım 1999 Yılı’ndan bu yana SENA MAKİNA SAN VE DİŞ TİC LTD ŞTİ ‘nde Makine Mühendisi olarak görev yapmaktayım