

**RADYAL POMPA ÇARKLARI İÇERSİNDEKİ ÜÇ BOYUTLU SÜRTMELİ
VE SÜRTMESİZ AKIŞIN SAYISAL ANALİZİ**

100799

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. Ali Aşkın KARAKAŞ

503930021012

100799

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 13 Mart 2000
Tezin Savunulduğu Tarih : 15 Haziran 2000

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Erkan AYDER

Diğer Jüri Üyeleri Prof. Dr. Mete ŞEN (İ.T.Ü.)

Prof. Dr. Kadir KIRKKÖPRÜ (İ.T.Ü.)

Prof. Dr. Cahit ERALP (O.D.T.Ü.)

Doç. Dr. Haluk ÖRS (B.Ü.)

HAZİRAN 2000

ÖNSÖZ

Yaşamın her alanında geniş kullanım sahasına sahip olan radyal pompalar içersindeki akışın sayısal analizi ile ilgili olan bu çalışmada danışmanlığımı yapan sayın Doç. Dr. Erkan AYDER' e, değerli yardımları ve çalışmanın her aşamasında gerçekleştirdiği yönlendirmeleri için teşekkür ederim. Ayrıca aileme ve eşime, bana her zaman verdikleri destek, gösterdikleri anlayış ve sabır için minnettarım. Tezin hazırlanmasında önemli yardımlarını gördüğüm başta Yük. Müh. Barış Gümüşel olmak üzere bütün çalışma arkadaşlarıma ve gösterdikleri anlayıştan dolayı hocalarıma da teşekkürü bir borç bilirim.

Şubat, 2000

Ali Aşkın KARAKAŞ

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	x
ÖZET	xii
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK TARAMASI	3
2.1. Deneysel Çalışmalar	4
2.2. Sayısal Yöntemler	8
2.2.1. Çözüm bölgeleri	8
2.2.1.1. Akım yüzeyleri yaklaşımı	9
2.2.1.2. Sanki üç boyutlu yaklaşım	10
2.2.1.3. Üç boyutlu yaklaşım	13
2.2.2. Türbomakinalar içersindeki akışın çözümünde kullanılan matematiksel yaklaşımlar	14
2.2.2.1. Potansiyel akış yöntemleri	14
2.2.2.2. Akım fonksiyonu yöntemleri	17
2.2.2.3. Panel yöntemi	17
2.2.2.4. Akım çizgisi eğriliği yöntemi (Streamline Curvature)	17
2.2.3. Modern sayısal yöntemler	20
2.2.3.1. Açık (Explicit) yöntemler	22
2.2.3.2. Kapalı (Implicit) yöntemler	25
2.2.4. Kapalı yöntemler ile açık yöntemlerin karşılaştırılması	26
2.2.5. Navier-Stokes denklemlerinin uzay boyutunda ilerleme teknikleri ile çözümü	26
2.2.5.1. Parabolik yaklaşım	27
2.2.5.2. Kısmi parabolik yaklaşım	28
2.2.5.3. Eliptik yaklaşım	29
2.3. Sonuç	31
3. MATEMATİK MODEL VE ÇÖZÜM YÖNTEMİ	32
3.1. Genel Denklemler	33
3.2. Radyal Çark İçindeki Akışta Türbülans Kavramı	35
3.3. Yapay Sıkıştırılabilirlik	36
3.4. Sonlu Hacimler Yöntemi	38
3.4.1. Sonlu hacimler yönteminin uygulanması	39
3.4.2. Uzay boyutunda ayrıklaştırma	39
3.4.3. Viskoz terimlerin hesaplanması	41
3.4.4. Viskoz çözüm ağı	44
3.4.5. Yapay sönümlleme	44

3.4.6. Zaman boyutunda ayırıklaştırma	47
3.5. Sınır Şartları	51
3.5.1. Giriş sınır koşulu	52
3.5.2. Çıkış sınır koşulu	54
3.5.3. Katı duvarlar	55
3.5.4. Periyodik sınır şartları	56
3.6. Yöntemin Temel Uygulamaları	57
3.6.1. Sabit iki levha arasındaki akış ile yapay sıkıştırılabilirlik yönteminin sınanması	57
3.6.2. İki levha arasındaki akış (Couette – Poiseuille)	60
3.6.3. Katı yakıtlı roket içersindeki akış	62
4. UYGULAMALAR	64
4.1. Örnek 1 – Kannemans, 1980	64
4.1.1. Sürtmesiz akış yaklaşımı – Euler çözümü	67
4.1.2. Sürtmeli akış yaklaşımı – Navier-Stokes çözümü	78
4.2. Örnek 2 – Miner, 1988	86
4.3. Örnek 3 – Combes, 1992	97
4.4. Örnek 4 – Liu, 1994	104
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	111
KAYNAKLAR	113
ÖZGEÇMİŞ	119

KISALTMALAR

LDV	: Laser Doppler Velocimetry
LDA	: Laser Doppler Anemometry
PIV	: Particle Image Velocimetry
LV	: Laser Velocimeter
CFL	: Courant-Friedrichs-Levy
ADI	: Alternating Direction Implicit
LU	: Lower and Upper Diagonal Factoring



TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 3.1	Çeşitli bölgeler için kullanılan yapay sönmüleme katsayıları.....	48
------------------	---	----



ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 2.1	Çark çıkışındaki hız değerlerinin çevresel değişimi..... 5
Şekil 2.2	Tasarım debisinin %60 ında oluşan ayrılma bölgesi..... 6
Şekil 2.3	Çark çıkışındaki akışın çevresel değişimi.....7
Şekil 2.4	S1 ve S2 yüzeyleri.....9
Şekil 2.5	Radyal kompresör yanak yüzeyi üzerindeki basınç değişimi.....11
Şekil 2.6	Eckardt' ın ölçümleri ile sayısal sonuçların karşılaştırılması (a) Girişin hemen sonrası, (b,c) orta kesitler, (d) çıkışa yakın kesit...12
Şekil 2.7	3D çözüm ağı örnekleri (a) ortogonal (b) şekle uyarlanmış.....13
Şekil 2.8	Eckardt (1976)' ın radyal kompresör çarkı için 3D sonlu elemanlar çözümü ile deneysel sonuçların karşılaştırılması (a) Yanak (b) Göbek (Akay ve Ecer, 1985)..... 15
Şekil 2.9	Kanat yüzeylerindeki basınç dağılımları.....16
Şekil 2.10	Durma akım çizgisi ve sanki ortogonallerin tanımı..... 19
Şekil 2.11	Hücum kenarı ve kaçış kenarında tanımlanan uç (cusp) bölgeleri... 19
Şekil 2.12	Kanat yüzeyleri üzerinde hesaplanan değerlerle deneysel ölçümlerin karşılaştırılması..... 20
Şekil 2.13	Tasarım debisinde ölçülen ve hesaplanan boyutsuz rotalpi konturları (Moore ve Moore, 1981)..... 28
Şekil 2.14	Karışık akımlı bir pompa çarkındaki viskoz analiz sonuçları – Hız konturları ve vektörleri (Walker ve Dawes, 1990).....30
Şekil 3.1	Dönen çark için seçilen koordinat sistemi ve hız vektör bileşenleri (Tuzson,1993).....33
Şekil 3.2	Kontrol hacmi.....39
Şekil 3.3	Viskoz kontrol hacmi ve akı yüzeyi.....42
Şekil 3.4	Viskoz akıların hesaplanması için yapılan ayrıklaştırma.....43
Şekil 3.5	Sınır şartlarının uygulandığı bölgeler.....52
Şekil 3.6	Girişte verilen hız bileşeni ve açılar.....53
Şekil 3.7	Katı duvar hız vektörü.....55
Şekil 3.8	Periyodik bölgelerdeki hayali elemanların tanımı.....57
Şekil 3.9	Yakınsama grafiği.....58
Şekil 3.10	Basınç alanındaki rahatsızlığın sistem tarafından sönümlenmesi – Eş statik basınç çizgileri..... 59
Şekil 3.11	Basınç gradyanına göre oluşan hız profilleri.....60
Şekil 3.12	Viskoz çözüm ağı.....61
Şekil 3.13	Sayısal çözüm ile elde edilen hız profilleri.....61
Şekil 3.14	Sayısal ve analitik çözümlerin karşılaştırılması.....61
Şekil 3.15	Orta noktadaki hıza göre boyutsuzlaştırılmış hız profili.....62
Şekil 3.16	Katı yakıtlı roket içersindeki akış için hazırlanan iki boyutlu çözüm ağı.....63
Şekil 3.17	Sayısal çözüm ile elde edilen hız profilleri.....63
Şekil 4.1	Salyangoz ve çarkın üst ve ön görünüşü (Kannemans, 1980).....65
Şekil 4.2	Kanatlara teğet olan bağıl hız bileşeninin farklı yarıçap ve debi değerlerindeki değişimi (Kannemans, 1980).....66

Şekil 4.3	Sürtmesiz yaklaşım - Euler çözümü için hazırlanan çözüm ağı.....	68
Şekil 4.4	Yakınsama grafiği ve kütle farkı değişimi.....	69
Şekil 4.5	Orta kanatlar arası düzlemin (J=6) genel akış alanı içindeki yerleşimi.....	70
Şekil 4.6	Orta (J=6) kanatlar arası düzlemde bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri - Tasarım debisi $Q=0.0041 \text{ m}^3/\text{sn}$	71
Şekil 4.7	Göbek üzerindeki (J=1) kanatlar arası kesitte bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri.....	73
Şekil 4.8	Yanak üzerindeki (J=11) kanatlar arası kesitte bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri.....	74
Şekil 4.9	Çark kanatlarının giriş, orta ve çıkışında yer alan kesitlerdeki eş basınç çizgileri ve hız vektörleri.....	75
Şekil 4.10	Tasarım noktası ve düşük debi değerleri için deneysel ölçümlerle sayısal sonuçların karşılaştırılması.....	76
Şekil 4.11	$Q=0.00177 \text{ m}^3/\text{sn}$ (%42 Q_n) debi değeri için orta kesitte (J=6) elde edilen bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri.....	77
Şekil 4.12	Tasarım debisinin %41' si için kesitlerdeki bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri.....	78
Şekil 4.13	Viskoz çözüm ağı.....	79
Şekil 4.14	Basınç ve kütle farkının iterasyonlarla değişimi.....	80
Şekil 4.15	J=11 kanatlar arası düzleminde tasarım debisinde elde edilen bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri.....	81
Şekil 4.16	Tasarım debisi için göbek duvarına yakın J=5 kanatlar arası düzlemindeki bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri.....	82
Şekil 4.17	Tasarım debisinde yanak duvarına yakın kanatlar arası düzlemdeki bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri.....	84
Şekil 4.18	Sabit yarıçaplı akışa dik kesitlerdeki eş basınç çizgileri ve bağıl hız vektörleri.....	85
Şekil 4.19	Tasarım debisinde çeşitli yarıçaplardaki akışa dik kesitlerde hesaplanan kanata teğet hızlarla deneysel verilerin karşılaştırılması.....	85
Şekil 4.20	Çark ve salyangoz geometrisi.....	86
Şekil 4.21	Sürtmesiz akış modeli için hazırlanan çözüm ağı.....	88
Şekil 4.22	Sürtmeli akış modeli için hazırlanan çözüm ağı.....	88
Şekil 4.23	Sürtmesiz akış modeli ile çözümde elde edilen yakınsama grafiği....	89
Şekil 4.24	Sürtmeli akış modeli ile çözümde elde edilen yakınsama grafiği....	89
Şekil 4.25	Eş statik basınç yüzeyleri – Sürtmesiz akış modeli.....	90
Şekil 4.26	Eş statik basınç yüzeyleri – Sürtmeli akış modeli.....	90
Şekil 4.27	Orta kanatlar arası (J=7) yüzeydeki bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri – sürtmesiz akış modeli.....	91
Şekil 4.28	Orta kanatlar arası (J=11) yüzeydeki bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri – sürtmeli akış modeli.....	91
Şekil 4.29	Sabit yarıçaplı akışa dik kesitlerdeki eş basınç çizgileri ve bağıl hız vektörleri – Sürtmesiz akış modeli.....	92
Şekil 4.30	Sabit yarıçaplı akışa dik kesitlerdeki eş basınç çizgileri ve bağıl hız vektörleri – Sürtmeli akış modeli.....	92
Şekil 4.31	Tasarım debisinde orta eksenel kesit için 3 farklı radyal konumda, sürtmeli ve sürtmesiz akış modelleri ile hesaplanan bağıl teğetsel hız ve mutlak radyal hız değerlerinin deneysel ölçümlerle karşılaştırılması.....	93
Şekil 4.32	Sürtünmesiz akış modeli ile değişik kanatlar arası yüzeylerde hesaplanan bağıl teğetsel hız ile mutlak radyal hızın deneysel ölçümlerle karşılaştırılması.....	95

Şekil 4.33	Sürtmeli akış modeli ile değişik kanatlar arası yüzeylerde hesaplanan bağıl teğetsel hız ile mutlak radyal hızın deneysel ölçümlerle karşılaştırılması.....	96
Şekil 4.34	Çark geometrisi.....	97
Şekil 4.35	Sürtmesiz akış modeli için oluşturulan çözüm ağı.....	98
Şekil 4.36	Sürtmesiz akış çözümü ile elde edilen yakınsama eğrileri.....	99
Şekil 4.37	Göbek ile yanağın tam ortasındaki yüzey üzerindeki bağıl hız dağılımı.....	100
Şekil 4.38	Göbek ile yanağın tam ortasındaki yüzey üzerindeki eş basınç çizgileri.....	100
Şekil 4.39	Ana akış doğrultusuna dik olan kesitler üzerinde hesaplanan hız vektörleri ve eş basınç çizgileri.....	101
Şekil 4.40	$R/R_2 = 0.978$ olan kesitteki mutlak hızın teğetsel ve radyal bileşenlerinin deneysel ölçümlerle karşılaştırılması.....	102
Şekil 4.41	Tasarım debisinin %70' i için elde edilen sayısal sonuçların deneysel ölçümlerle karşılaştırması.....	103
Şekil 4.42	Yüksek devir sayılı radyal pompa geometrisi.....	104
Şekil 4.43	Euler çözüm ağı.....	105
Şekil 4.44	Yakınsama grafiği ve kütle farkı değişimi.....	105
Şekil 4.45	Tasarım debisinde orta kanatlar arası kesitte hesaplanan ve ölçülen hız vektörleri.....	106
Şekil 4.46	$Q=0.00674 \text{ m}^3/\text{sn}$ için hesaplanan ve ölçülen hız vektörleri.....	107
Şekil 4.47	Orta kesitteki eş statik basınç çizgileri.....	107
Şekil 4.48	Çark çıkışında kanadın emme ve basma kenarları arasında hesaplanan bağıl hız bileşenleri ile ölçüm değerlerinin karşılaştırılması.....	108
Şekil 4.49	Çeşitli yarıçaptaki akışa dik kesitler üzerinde hız vektörleri ve eş basınç çizgileri.....	109
Şekil 4.50	Kanatlar arası akış bölgesinde tasarım debisi için ölçülen ortalama bağıl hız vektörleri (a) Yanak (b) Orta (c) Göbek (Liu ve diğ., 1994).....	110

SEMBOL LİSTESİ

$k^{(4)}$	: 4.derece yapay sönümleme katsayısı
Ω	: Açısal vektör
$\vec{F}, \vec{G}, \vec{H}$	: Akı vektörleri
W	: Bağıl hız
Δx	: Çözüm ağı adımı
Q	: Debi
μ	: Dinamik viskozite
ω	: Dönüm vektörü
v	: Düşey hız bileşeni
δ	: Fark operatörü
V	: Hacim
$\vec{V}$	: Hız vektörü
β	: Kanat açısı
τ	: Kayma gerilmesi
$\vec{R}$	: Kaynak vektörü
S	: Kontrol hacmi yüzeyleri
$\vec{U}$	: Korunum vektörel değişkeni
C	: Mutlak hız
$\tilde{U}$	: Ortalama hız
ϕ	: Potansiyel fonksiyon
∇	: Rotasyonel vektör
N	: Sınır tabakadaki nokta sayısı
p	: Statik basınç
U	: Sürüklenme hızı (Çevresel hız)
$\vec{P}$	: Toplam akı
κ	: Yapay sıkıştırılabilirlik katsayısı
c	: Yapay sıkıştırılabilirlik parametresi
D	: Yapay sönümleme operatörü
R	: Yarı çap
u	: Yatay hız bileşeni
a	: Yerel ses hızı
$\vec{S}$	: Yüzey vektörü
$\vec{n}$	: Yüzey normal vektörü
ρ	: Yoğunluk
t	: Zaman
Δt	: Zaman adımı
α	: Zaman adımı katsayıları

Alt İndisler

2	: Çark çıkışı
1	: Çark girişi

i,j,k : Konum indisleri
m : Meridyenel koordinat
r,θ,z : Silindirik koordinatlar yönündeki bileşenler
n : Tasarım noktası
t : Türbülans

Üst indisler

— : Boyutlu parametre



RADYAL POMPA ÇARKLARI İÇERSİNDEKİ ÜÇ BOYUTLU SÜRTMELİ VE SÜRTMESİZ AKIŞIN SAYISAL ANALİZİ

ÖZET

Radyal türbomakina çarkları içindeki akış, uygulamada karşılaşılan en karmaşık akış türlerinden biridir. Bu çalışmada özellikle radyal pompa çarkları içindeki akışın sayısal analizi için, bu akışı karakterize eden genel denklemler sonlu hacimler yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Bunun için, en genel halleri ile bütün akışlar için geçerli olan Navier-Stokes denklemleri önce viskoz terimler çıkartılarak yani Euler denklemleri haline getirilerek, daha sonra viskoz terimler katılarak çözülmüştür.

Türbomakina içindeki akışların sayısal çözümü ile ilgili olarak, mevcut olan bilgisayar imkanları ile pek çok çalışma yapılmıştır. İkinci bölümde bu akışlar için literatürde yapılan çalışmalar, zaman içersindeki gelişmeler göz önüne alınarak, en basit iki boyutlu analizlerden günümüzde kullanılmakta olan modern yöntemlere kadar incelenmiştir. Akış analizi ile ilgili sayısal çalışmaların gelişimi bilgisayarların gelişimine paralel gitmektedir. Bu yöntemlere bakıldığında bilgisayar teknolojisindeki ilerlemelere bağlı olarak denklemlerde yapılan basitleştirmelerin azaltıldığı, akım alanında oluşturulan çeşitli yüzeyler kullanılarak yapılan iki boyutlu çözümlerden, bütün akış alanının kullanıldığı tam üç boyutlu çözümlere doğru ilerlendiği görülmektedir.

Kaynak taraması sonucunda özellikle eksenel türbomakinalar için akışın büyük oranda anlaşıldığı ve sayısal çözümlerde gerçeğe çok yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Diğer taraftan radyal türbomakinalar için yapılan çalışma sayısı eksenel makinalar ile karşılaştırıldığında çok küçük bir oran oluşturmaktadır. Bu durumun nedenlerinden biri, radyal türbomakinalar içindeki akışın, eksenel olanlara göre üç boyutlu etkilerden çok daha fazla etkilenmesidir. Bir diğer neden, eksenel türbomakinalarda yapılabilen ve uygulamayı kolaylaştıran kaskad çözümlerinin radyal çarklara uygulanamamasıdır. Radyal çark için olan çalışma sayısının az olmasının bir önemli nedeni de sayısal olarak elde edilen sonuçların sınanabileceği deneysel ölçümlerin çok az olmasıdır. Sayısal çözüm için geliştirilen bilgisayar programlarının doğruluğunun test edilebilmesi için deneysel sonuçlara ihtiyaç vardır.

Eksenel türbomakinalarda geometrinin iki boyutlu özelliğinin sağladığı kolaylık nedeni ile yapılan pek çok deneysel çalışma varken radyal çarklar için literatürde bu tür çalışmalara çok az rastlanılmaktadır. Geometrinin üç boyutlu eğriliğe sahip ve genellikle küçük olması, aynı zamanda dönmesi nedeni ile, çark kanatları arasında hız ve basınç ölçümünde büyük güçlüklerle karşılaşmaktadır. Kaynak taramasında, deneysel ölçümlerin sayısal çalışmalar için olan önemi dikkate alınarak, literatürde bulunabilen radyal pompa ve kompresör içersindeki akışın ölçümü ile ilgili çalışmalarda özetlenmiştir. Bu çalışmaların pek çoğunda LDV yönteminin kullanıldığı görülmektedir. Son zamanlarda, yine bilgisayar teknolojisine paralel olarak görüntü işleme tekniklerindeki büyük gelişme nedeni ile bu prensibe dayanan PIV (Particle Image Velocimetry) yöntemi de kullanılmaya başlanmıştır. Akışı rahatsız etmeyen bu ölçüm yöntemlerinin geliştirilmesi ile yakın zamanda daha çok deneysel çalışma yapılacağı tahmin edilmektedir.

Akışı karakterize eden denklemler ve sayısal çözüm için kullanılan sonlu hacimler yönteminin uygulanışı üçüncü bölümde anlatılmıştır. Dönen çark için korunumlu formda yazılan üç boyutlu, sıkıştırılmaz, sürtmeli akış denklemleri silindirik koordinatlarda aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \vec{F})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{G}}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{H}}{\partial z} + \vec{R} = 0 \quad (1)$$

Bu denklemdeki $\vec{U}$ korunum vektörel değişkenini, $\vec{F}$, $\vec{G}$ ve $\vec{H}$ akı vektörlerini, $\vec{R}$ ise kaynak vektörünü ifade etmektedir. $\vec{R}$ vektörü kartezyen silindirik dönüşümü sonucunda ortaya çıkan terimler ile Coriolis ve merkezkaç ivme terimlerini içermektedir. Bu vektör nedeni ile genel denklemlerin yukarıdaki formuna literatürde “sanki korunumlu” adı da verilmektedir.

Sonlu hacimler yönteminin esası, akış bölgesinin sonlu küçük elemanlara bölünmesi ve bütün bölge için geçerli olan (1) denkleminin, oluşturulan kontrol hacimlerine uygulanmasıdır. Bilinmeyen akış büyüklükleri, eleman köşeli yaklaşım adı ile bilinen yöntem kullanılarak, akım bölgesi içinde oluşturulan elemanların köşelerine yerleştirilir. Akış denklemleri uzay ve zaman boyutunda farklı ayrıklaştırmaya tabii tutulur. Uzay boyutunda ayrıklaştırma sonucunda her kontrol hacmi için (1) denklemleri

$$\iiint_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \vec{F}) dV + \iiint_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\vec{G}) dV + \iiint_V \frac{\partial}{\partial z} (\vec{H}) dV = \iiint_V - \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{R} \right) dV \quad (2)$$

haline gelir. Gauss-diverjans yöntemi ile hacim integralleri yüzey integrallerine dönüştürülür. Bu işlemin sonucunda elde edilen

$$\sum_{m=1}^6 \vec{F}_m S_{m_r} + \sum_{m=1}^6 \vec{G}_m S_{m_\theta} + \sum_{m=1}^6 \vec{H}_m S_{m_z} = - \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{R} \right) V \quad (3)$$

denklem sistemi, her bir kontrol hacminin yüzeylerinden olan net akının hacim içindeki değişim miktarına eşit olacağını ifade etmektedir.

Akış sıkıştırılmaz olduğu için süreklilik denklemindeki yoğunluğun zamanla değişimi ifadesi ortadan kalkmaktadır. Denklem sisteminin zaman boyutundaki hiperbolik karakterini bozan bu durumu düzeltmek için yapay sıkıştırılabilirlik tekniği uygulanmıştır. Bu yöntemde süreklilik denklemine basıncın zamanla değişimini gösteren bir terim ilave edilir. Bu durum zaman boyutunda ilerleme sırasında elde edilen sonuçların doğruluğunu ortadan kaldırmakla birlikte daimi haldeki çözümü etkilemez.

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \text{div} \vec{V} = 0 \quad (4)$$

Navier-Stokes denklemlerinin sayısal çözümü için denklemlerdeki viskoz gerilmelerinde ayrıklaştırılması ve kontrol hacimleri içersinde entegre edilmesi gerekir. Viskoz gerilmelerin hesabında hız gradyanları kullanılmaktadır. Hız gradyanlarının bulunması için farklı bir kontrol hacmi tanımı uygulanmamış, aynı kontrol hacimleri kullanılmıştır. Katı duvarlara yakın olan bölgelerde büyük hız gradyanları ortaya çıkacağı için bu bölgelerde katı duvara dik yönde daha sık bir çözüm ağı oluşturulmuştur.

Sonlu hacimler yöntemi bir merkezi farklar uygulaması olduğu için çözüm ağı noktalarındaki akış büyüklükleri değerlerinde titreşimler oluşturabilecek geri-besleme mekanizmalarına açıktır. Bunun nedeni hesabı yapılan noktadaki değerin bu hesabı etkilememesidir. Bu durumu önlemek için denklemlere yapay sönümler terimleri ilave edilir. Literatürde, yapay sönümler kullanılmadan sonlu hacimler yönteminin sonuç verme ihtimalinin çok az olduğu belirtilmektedir. Yapay sönümler ilave edilmiş denklem sistemi

$$\frac{d}{dt}(\bar{U}_{i,j,k} + \bar{R}_{i,j,k})V_{i,j,k} + \bar{Q}_{i,j,k} - \bar{D}_{i,j,k} = 0 \quad (5)$$

şeklini alır. $\bar{D}$ ile gösterilen yapay sönümler terimi, söz konusu noktadaki akış büyüklüğü değerinin her indis yönünde alınan ikinci ve dördüncü farklarından oluşmaktadır. İkinci derece farklar şok yakalamak için kullanıldığından sıkıştırılmaz akışın ele alındığı bu çalışmada kaldırılmıştır.

Yapay sönümler, sistem üzerinde fiziksel viskoziteye benzer bir etki oluşturduğu için gerçek viskozitenin bulunduğu Navier-Stokes çözümlerinde, dikkat edilmesi gereken bir konudur. Yapay sönümlerinin, viskoz etkilerin yoğun olduğu, yüksek hız gradyanına sahip katı duvara yakın bölgelerde akışın fiziksel karakterine zarar vermemesi için, bu bölgelerde yoğun bir çözüm ağı oluşturulmuştur.

Denklem sisteminin zaman boyutunda çözümü, değiştirilmiş dört adımlı açık Runge-Kutta metodu kullanılarak yapılmaktadır. Daimi akışların incelenmesi durumunda geçerli olan değiştirilmiş Runge-Kutta yöntemi için gereken bilgisayar hafızası, orijinal forma göre özellikle üç boyut söz konusu olduğunda önemli miktarda azalır. Runge-Kutta yöntemi açık yöntemler içerisinde yaklaşık 2.8 değeri ile en yüksek CFL sınırına sahiptir. Bu nedenle çok kullanılan yöntemlerden biri olmuştur.

Açık yöntem kullanılması nedeni ile zaman içerisinde ilerleme sırasında bir sonraki zaman adımına geçiş için kullanılabilecek zaman aralığı sınırlıdır. Runge-Kutta yöntemi için zaman aralığı sınırı

$$\Delta t_{i,j,k} \leq CFL \left[\frac{V_{i,j,k}}{\bar{U} + (\bar{U}^2 + c^2 S^2)^{1/2}} \right]_{i,j,k} \quad (6)$$

şeklinde verilmektedir

Zaman ve uzay boyutunda ayrıştırılan denklemlerin çözülebilmesi için akış bölgesini çevreleyen sınırlarda uygulanacak olan sınır şartlarının belirlenmesi gerekir. Göbek ve yanak ile kanat yüzeylerinin oluşturduğu katı duvarlarda Navier-Stokes çözücüsü için kaymama şartı verilerek hız bileşenleri sıfıra eşitlenir. Euler çözücüsü için katı duvarlarda hızın duvara paralel olması şartı uygulanır. Giriş bölgesinde karakteristikler analizi sonucunda, dört bilinmeyen üçünün dışarıdan sisteme verilmesi, bir bilinmeyen ise çözüm bölgesinden alınması gerektiği görülmektedir. İçeriden alınan büyüklük statik basınç olarak seçilmiştir. Bu bölgede hızın aksel bileşeni ve iki giriş açısı verilir. Çıkış bölgesinde bir bilinmeyen dışarıdan verilip, üç bilinmeyen içeriden alınmaktadır. Bu bölgede de hız bileşenleri içeriden alınır statik basınç ise göbek üzerinde bir noktadaki basınç değeri ile oranlanarak verilir.

Çözüm bölgesi olarak sadece iki kanadın arasındaki bölge göz önüne alınmıştır. Önceki ve sonraki bölgelerin etkisini ilave edebilmek için giriş ve çıkışta periyodik

sınırlar tanımlanır. Periyodik sınırların dış taraflarına, karşı sınırın bir içindeki noktaların kopyaları yerleştirilir. Böylece bu bölgelerdeki kontrol hacimleri birbirlerinin aynısı olur. Çözüm sırasında her iterasyonda bu bölgelerdeki akış büyüklükleri orjinal noktalardaki değerlere eşitlenir.

Ayrıklaştırma işlemi bu şekilde yapıldıktan sonra denklemler iteratif olarak çözülür. Yakınsama şartı olarak çözüm ağı noktalarında, iki iterasyon arasındaki maksimum fark kontrol edilir. Bu farkın değeri makina doğruluğu adı verilen değerden küçük olduğunda yakınsama sağlanmış sayılır. Yakınsama için bir diğer kriter de giriş ve çıkış arasındaki debi farkıdır. Genel olarak %1 e kadar olan debi farkları kabul edilebilir mertebede sayılır. Kullanılan bilgisayar sistemine göre yakınsama için gereken zaman değişmekle beraber Navier-Stokes çözümü için gereken süre Euler çözümü için gereken sürenin yaklaşık 10 katı civarındadır.

Yöntemin uygulanmasındaki temel aksaklıkların bulunması ve yapay sıkıştırılabilirlik tekniğinin test edilebilmesi amacı ile analitik çözümleri bilinen bazı iki boyutlu problemlerin çözümü de bu bölümde verilmiştir.

Dördüncü bölümde, deneysel ölçümleri yapılmış olan radyal pompa çarklarına yöntemin uygulanması ile elde edilen sonuçlar verilmiştir. Euler ve Navier-Stokes çözümleri için hazırlanan çözüm ağıları gösterilmiş ve yakınsamış sonuçlarda elde edilen eş basınç eğrileri ve yüzeyleri ile hız vektörleri sunulmuştur. Deneysel ölçümler ile yapılan kıyaslamalar da grafikler şeklinde verilmiştir. Sonuçlara bakıldığında Euler ve Navier-Stokes çözümlerinin genel olarak yakın oldukları görülmektedir. Düşük devir sayılarında çalışan çarklar için deneysel sonuçlar ile sayısal sonuçlar arasında uyum olduğu görülmektedir. Tasarım noktasındaki bu uyum tasarım noktasından uzaklaşıldıkça azalmaktadır. Yükselen devir sayıları da sayısal çözümü zorlaştırmaktadır.

Sayısal analizler sadece çarklar için yapıldığından salyangoz-çark etkileşimi bu analizlerde ortaya çıkmamaktadır. Bu nedenle özellikle çarkların çıkış bölgesinde hesaplanan hız değerleri ile deneysel ölçümler arasındaki fark artmaktadır.

Hesaplanan sonuçlar beklendiği gibi çark girişinden çıkışına doğru statik basınç değerinin yükseldiğini, kanadın basma kenarından emme kenarına doğru negatif basınç gradyanı olduğunu göstermektedir. Tasarım debisi için hız vektörleri kanat profillerini takip ederken, düşük debilerde kanadın emme kenarında resirkülasyonlar gözlenmektedir. Kanatların silindirik yapıda olmaları nedeni ile elde edilen sonuçlarda eksenel yönde büyük değişimler görülmemiştir.

Beşinci bölümde, geliştirilen bilgisayar programının çeşitli radyal pompa çarkları için uygulanması ile elde edilen sonuçlar ışığında programın kullanımının geçerliliği ve dikkat edilmesi gereken noktalar belirtilmiştir. Aynı zamanda yöntem içerisinde kullanılan yapay sıkıştırılabilirlik ve yapay sönümleme gibi tekniklerin katsayılarının çözümün doğruluğuna ve yakınsama hızına etkisine dikkat çekilmiştir. Navier-Stokes ve Euler denklemlerinin kullanımı ile elde edilen sonuçların karşılaştırılması, şu an için gerektirdikleri zaman ve çözümlerin kalitesi açısından bakıldığında, Euler çözücüsünün radyal pompa çarkları için pratik bir analiz aracı olarak kullanılabileceğini göstermektedir. Akış alanı hakkında daha fazla detay elde edilebilmesi için eldeki Navier-Stokes çözücüsünün geliştirilmiş hali kullanılabilir. Bilgisayarların hızları arttıkça Navier-Stokes çözücüsünün kullanımı da pratik hale gelecektir.

Bu çalışmada gelinen nokta göz önüne alındığında, bir sonraki aşama olarak çark ve salyangoz için yazılan Euler çözümlerinin ortak çalıştırılması ile aralarındaki

etkileşimin de hesaba katılması düşünülmektedir. Bunun yanında multigrid gibi hızlandırma teknikleri üç boyutlu problemler için yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Bu tür bir yöntemin programa ilave edilmesi çalışma zamanlarında azalmalar sağlayabilir. Dönen çark geometrileri için türbülans modellerinin geliştirilmesi ile bu modeller Navier-Stokes çözücüsüne ilave edilebilir. Bu tür geliştirmeler aslında bilgisayar teknolojisine sıkı sıkıya bağlıdır ve bu teknolojiye paralel ilerlemelere paralel olacaktır.



FULL 3D VISCOUS AND INVISCID ANALYSIS OF FLOW IN RADIAL PUMP IMPELLERS

SUMMARY

Flow in radial turbomachines is one of the most complex flow types that occur in practice. In this study, governing equations are solved by using finite-volume method. For this purpose, Navier-Stokes equations, valid for all types of flow in their general form, are reduced to Euler equations by taking viscous terms out and then they are solved after addition of viscous terms.

Many studies were carried out about the numerical solution of the flows in turbomachinery by available computer resources. In the second chapter, the studies in the literature made for these flows including the simplest two-dimensional analysis and modern methods used today are investigated. The development in the numerical studies on flow analysis are parallel with the developments in computers. As these methods are considered, it is seen that, due to the improvements in computer technology, simplifications in equations are decreased and the two-dimensional solutions by various surfaces in flow area are giving their place to complete three-dimensional solutions where all flow surface is used.

As a result of literature survey, it is seen that flow in axial turbomachinery is greatly understood and that solutions very close to experimental values are obtained in numerical studies. On the other hand, the number of studies made for radial turbomachines is very few in comparison with axial ones. One of the reasons for this is that the flow in radial turbomachinery is affected by three-dimensional effects more than axial ones. Another reason is that cascade solutions that can be made in axial turbomachinery and facilitate application cannot be applied to radial impellers. Another important reason for the low number of studies for radial impellers is that the number of experimental measurements for the testing of numerical results is very few. Experimental results are needed in order to test the validity of the computer programs developed.

Although there is a great number of studies on axial turbomachines due to the simplicity caused by the two-dimensional feature of the geometry, such studies are rarely seen in literature for radial impeller. As the geometry has a three-dimensional curvature and is generally small and also as it turns at the same time, a lot of difficulties are encountered in speed and pressure measurement between impeller blades. In the literature survey, as the importance of experimental measurements for numerical values are considered, the studies for the measurement of flow in radial pumps and compressors in literature are also summarized. It is seen that LDV method is used in most of these studies. Recently, due to the great improvements in image processing methods parallel to the computer technology, PIV (Particle Image Velocimetry) method is also being used. It is envisaged that a greater number of experimental studies will be made in the near future with the development of measurement methods which do not disturb flow.

The application of finite volume method used for governing equations and numerical solution is explained in the third chapter. The conservative form of three-

dimensional, incompressible and viscous flow equations for the impeller can be written in cylindrical coordinates as given below:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \vec{F})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{G}}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{H}}{\partial z} + \vec{R} = 0 \quad (1)$$

In this equation, $\vec{U}$ expresses conservation vectoral variable; $\vec{F}$, $\vec{G}$ and $\vec{H}$ expresses flux vectors and $\vec{R}$ expresses source vector. $\vec{R}$ vector consists of the terms that are obtained after the cartesian vector transformation and the terms for coriolis and centrifugal acceleration. Due to this vector, the form given above for the general equations are also called as "quasi conservative" in the literature.

The basic principle of finite volume method is the division of the flow area into finite small elements and the application of equation (1), which is valid for whole region, to the control volumes. The unknown flow variables are placed into the corners of the cells, formed in the flow region, by using the method known as cell-vertex approach. Flow equations are discretized in space and time. As a result of the discretization in space, equation (1) becomes

$$\iiint_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \vec{F}) dV + \iiint_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\vec{G}) dV + \iiint_V \frac{\partial}{\partial z} (\vec{H}) dV = \iiint_V \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{R} \right) dV \quad (2)$$

valid for each control volume. The volume integrals are transformed to surface integrals with Gauss-divergence method. The equation system

$$\sum_{m=1}^6 \vec{F}_m S_{m_r} + \sum_{m=1}^6 \vec{G}_m S_{m_\theta} + \sum_{m=1}^6 \vec{H}_m S_{m_z} = - \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{R} \right) V \quad (3)$$

obtained at the end of this process expresses that the net flux from each control volume surfaces will be equal to the quantity of change in volume.

As the flow is incompressible, the term of change of density with time in the continuity equation is vanished. In order to correct this condition which corrupts the hyperbolic character of the equation system in time, artificial compressibility method is applied. In this method, a term that shows the change of pressure with time is added to the continuity equation. This condition does not affect the solution in steady state although it makes invalid the accuracy of the results obtained during proceeding in time.

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \text{div} V = 0 \quad (4)$$

In order to solve the Navier-Stokes equations, the viscous stresses in the equations must be discretized and integrated in control volumes. Velocity gradients are used in the calculation of the viscous stresses. A different control volume definition is applied for finding the velocity gradients and the same control volumes are used. As large velocity gradients will occur in the regions close to the solid walls, denser mesh is formed perpendicular to the solid wall.

As finite-volume method is an application of a central differences scheme, it is open to feed-back mechanisms which can cause oscillations in flow values at mesh points. The reason for this is that the value at the point to be calculated does not

affect this calculation. In order to prevent this situation, artificial dissipation terms are added to the equations. In the literature, it is stated that the convergence of finite-volume method without using artificial dissipation is very difficult. The equation system becomes

$$\frac{d}{dt}(\bar{U}_{i,j,k} + \bar{R}_{i,j,k})V_{i,j,k} + \bar{Q}_{i,j,k} - \bar{D}_{i,j,k} = 0 \quad (5)$$

after the addition of artificial dissipation. The artificial dissipation term $\bar{D}$ consists of the second and the fourth difference of flow variable taken in the direction of each index. As the second order differences are used in order to catch shocks, they are canceled in this study of incompressible flow.

As artificial dissipation causes an effect similar to the physical viscosity in the system, it is a subject that must be paid attention in Navier-Stokes solutions where there is real viscosity. In order that the artificial dissipation does not corrupt the physical character of the flow in the regions close to the solid wall with a high velocity gradient and where there is an intensity of viscous effects, a dense mesh is formed in these regions.

The solution of the equation system in time is made by using modified four-step explicit Runge-Kutta method. The necessary computer memory for the modified Runge-Kutta method valid for steady flows decreases significantly in comparison with the original form especially for three-dimension. Runge-Kutta method has the largest CFL limit with 2.8 value, amongst explicit methods. Therefore, it is one of the most frequently used methods.

As explicit method is used, the time interval is limited. The time interval limit for Runge-Kutta method is given as:

$$\Delta t_{i,j,k} \leq \text{CFL} \left[\frac{V_{i,j,k}}{\tilde{U} + (\tilde{U}^2 + c^2 S^2)^{1/2}} \right]_{i,j,k} \quad (6)$$

In order to solve the discretized equations in time and space, the boundary conditions to be applied on the boundaries surrounding the flow region have to be defined. In the solid walls formed by the hub and shroud and blade surfaces, no slip condition is given for the Navier-Stokes solver and the velocity components are zero. For Euler solver, in the solid walls, the condition that velocity should be parallel to the wall is applied. As a result of the analysis of characteristics in the inlet region, it is seen that three of four unknowns must be given to the system from outside and that one unknown must be taken from the solution region. The value taken from inside is selected as static pressure. In this region, the axial component of velocity and two input angles are given. In the outlet region, one unknown is given from outside and three unknowns are taken from inside. In this region, also, the velocity components are taken from inside and the static pressure is given by proportion with a pressure value on the hub.

For the solution region, only one region between blades is considered. In order to add the effect the prior and following regions, periodical boundaries were defined for the inlet and outlet. In the outer parts of the periodical boundaries, the copies of the nodes inside the cross boundary are placed. In this way, the control volumes in these regions are the same with each other. During solving, in each iteration, the flow values in those regions are made equal to the values in the original points.

After the discretization is realized in this way, the equations are solved iteratively. As a condition for convergence, in solution points, the maximum difference is controlled between two iterations. When the value of this difference is smaller than the value known as computer accuracy; it is considered that convergence is obtained. Another criterion for convergence is the flow rate difference between inlet and outlet. Generally, flow rate differences upto 1% are regarded and acceptable. The time for convergence changes according to the computer system used and the duration for Navier-Stokes solution is approximately 10 times as much as the duration needed for Euler solution.

In order to find the basic problems in the application of the method and to test the artificial compressibility method, the solution of various two-dimensional problems of which analytical solutions are known are also given in this chapter.

In the fourth chapter, the results obtained by the application of the method on radial pump impellers of which experimental solutions are found. The solution domain prepared for Euler and Navier-Stokes solutions are shown and pressure isolines and isosurfaces obtained in converged results and velocity vectors are presented. Comparisons made in experimental measurements are shown graphically. When the results are considered, it is seen that Euler and Navier-Stokes solutions are generally close. It is seen that the experimental values for impellers with low rotational speed rates and numerical results are compatible. This compatibility in design point decreases getting far from design point. The increasing number of rotation also makes the numerical solution difficult.

As the numerical analysis is only made for impellers, the interaction of volute-impeller is not obtained in these analysis. For this reason, the difference especially between the velocity values measured at the outlet of the impellers and experimental values increases.

The calculated results show, as being expected, that the static pressure value between inlet and outlet of the impeller increase and that there is a negative pressure gradient from the pressure side to the suction side. It is observed that there are recirculations on the suction side of the impeller at low flow rates while the velocity values for the design flow rate follow the blade profiles. Due to the fact that the blades are in cylindrical form, great changes in the axial direction are not observed in the results.

In the fifth chapter, the validity of the computer code and the points to be paid attention are stated in view of the results obtained by the application of the computer program for various pump impellers. The comparison of the results obtained by using Navier-Stokes and Euler equations, when considered in view of the quality of time and solutions, shows that Euler solver can be used as a practical analysis tool for radial pump impellers. In order to obtain more details about the flow, developed form of the available Navier-Stokes solver can be used. As the speeds of the computers increase, the usage of Navier-Stokes solver will also be practical.

When then point reached in this study is considered, for the next step, the interaction between the Euler solver written for impeller and volute must be considered. Besides this, acceleration methods like multigrid are used for three-dimensional problems. The addition of such a method into the program may provide reductions in the CPU times. With the development of turbulence models for impeller geometries, these models may be added to the Navier-Stokes solver. In fact, such developments are closely related with the computer technology and will stay parallel to the improvements in this technology.

1. GİRİŞ

Radyal pompa çarkları içersinde genel olarak yavaşlayan bir akış söz konusudur. Akış doğrultusunda artan basınç, çeperler üzerinde oluşan sınır tabakada yer alan düşük enerjili akışkanın ana akış doğrultusundan ayrılmasına neden olabilir. Buna ilave olarak yüksek eğriliğe sahip radyal pompa çarkı içersindeki akışkana etkiyen merkezkaç kuvvet ve Coriolis kuvveti oldukça karmaşık bir akış yapısına neden olur. Radyal çarkların doğru olarak tasarlanmasında tüm bu fiziksel olayların gözönüne alınması gerekir. Tasarımın doğru olarak yapılamadığı durumlarda akışta istenmeyen enerji kayıpları oluşabilir ve bu durum çarkın verimini düşürür. Özellikle büyük güçte olan çarkların verimlerindeki küçük değişiklikler bile büyük enerji maliyetlerine neden olabileceği için, tasarım noktası etrafındaki çalışma bölgesinde çarkın olabildiğince az enerji kaybıyla çalışması istenir. Bunun sağlanabilmesi için çark içersindeki akışın anlaşılması ve önceden hesaplanabilmesi gerekir.

Radyal pompa çarkları içersindeki akışkana enerji transferi büyük oranda merkezkaç kuvvetleri ile yapılır. Çark geometrisi, akışın yavaşladığı bir difüzör yapısına benzemekle beraber hem eksenel hem de radyal düzlemlerde eğriliğe sahip olması nedeni ile çok karışık bir yapıya sahiptir. Coriolis ivmesinin etkisi nedeni ile radyal çarklar üzerinde, eksenel türbomakinalarda çok kullanılan kaskad analizi ve deneyleri yapılamaz. Bu durum radyal pompa çarkları içinde yapılabilecek detaylı hız ve basınç ölçümlerini çok sınırlamaktadır. Akışı rahatsız etmeyen ve akış alanına bir ölçüm probu sokulmasını gerektirmeyen LDV ve PIV gibi ölçüm yöntemlerinin gelişmesi ile silindirik yapıda olan çarklar içersinde hız ölçümleri yapılabilmesine rağmen literatürde bu bölgede yapılan basınç ölçümlerine rastlanmamıştır. Silindirik olmayan kanatlara sahip çarklar da geometrinin eğriliği nedeni ile bu ölçümlerde kullanılamamaktadır.

Tasarımı yapılan çarkın içersindeki akışın, amaçlanan performansı sağlayıp sağlamadığının anlaşılması için, modelin imal edilip test edilmesi yerine bir analiz programı ile performansının hesaplanabilmesi, çarkta gerekli tasarım değişikliklerinin model imal etmeden yapılabilmesini sağladığı için imalat maliyetini düşürür.

Gelişen bilgisayar teknolojisi ile beraber sayısal akışkanlar dinamiği, deneysel çalışmaların zorlukları da göz önüne alındığında radyal pompa çarkları içersindeki akışın anlaşılması için önemli araçlardan birisi haline gelmiştir. Bilgisayarların hızlarının, işlem güçlerinin ve hafızalarının giderek artması, akışı karakterize eden denklemlerde daha az basitleştirmeler yapılarak gerçek akış çözümüne adım adım yaklaşılmasını sağlamaktadır. Son zamanlarda gelişmekte olan paralel işlem yapabilen bilgisayar sistemleri yardımı ile akış alanında daha fazla sayıda noktadan oluşan çözüm ağlarını kullanarak, daha detaylı akış analizleri makul işlem zamanları ile gerçekleştirilmeye başlanmıştır.

Sayısal akışkanlar dinamiği kullanılarak akış analizinin yapılabilmesi için geliştirilen çeşitli ticari bilgisayar programları bulunmaktadır. Oldukça yüksek maliyetleri olan bu programların genel olarak bütün akışlar için geçerli oldukları belirtilse de radyal çark akışları için bu programlarla tatmin edici sonuçlar elde edilmesinde güçlüklerle karşılaşmaktadır. Pompa üreticisi firmalar ise zamanla kazandıkları deneyimi ve kendi üretimleri için yaptıkları test sonuçlarını paylaşmakta istekli görünmemektedirler. Bu nedenle radyal pompa çarkı içersindeki akışın pratik olarak sayısal analizi için bir programın geliştirilmesi yerli pompa üreticileri için de geleceğe yönelik ilerleme çabaları içersinde önemli bir yer tutmaktadır.

Bu çalışmanın genel amacı, yukarıda anlatılan problemler göz önüne alınarak, radyal pompa çarkları içersindeki akışın, sürtmesiz – Euler denklemlerinin çözümü – ve sürtmeli – Navier Stokes denklemlerinin çözümü – akış modelleri kullanılarak hesaplanmasını sağlayacak bir bilgisayar programının geliştirilmesidir. Bu yaklaşımların verdiği sonuçların karşılaştırılması ile kullanılabilecekleri fiziksel akış olaylarının anlaşılması da çalışmanın amaçlarından birini oluşturmaktadır. Elde edilen sonuçlar ve tecrübe ile radyal pompaların difüzör ve salyangoz gibi diğer elemanlarının da çark ile birleştirilerek pompa girişinden çıkışına kadar bütün akışın analizinin yapılabilmesi mümkün olacaktır.

2. KAYNAK TARAMASI

Türbomakina içindeki akışın analizi için bilgisayar teknolojisinin imkan verdiği ilk günlerden itibaren sayısal yöntemler kullanılmaktadır. Akış olayını karakterize eden denklemlerin sayısal olarak çözülebilmesi için bilgisayar teknolojisinin izin verdiği ölçüde yaklaşımlar yapılması gerekir. Bu yaklaşımlar yapılmadan bütün fiziksel etkiler gözönüne alınarak sayısal modelleme yapılabilir. Gerektirdikleri hafıza ve çözüme ulaşılması için gereken zaman bakımından son yıllara kadar pratik olmayan söz konusu yöntemler, bilgisayarların her geçen gün daha da hızlanması ve bu tür özel amaçlar için özel bilgisayarların geliştirilmesi sayesinde artık oldukça yaygın olarak kullanılmaya başlanmışlardır.

Türbomakinaların içersindeki akışlar, akışkanlar mekaniğinde karşılaşılan en karmaşık olaylardandır. Pek çok durumda, bu akışlar üç boyutlu ve türbülanslı olup akış bölgesinin çeşitli yerlerinde ayrılmalar meydana gelebilir. Akış, sıkıştırılmaz, sesaltı, transonik yada sesüstü olabilir ve bazı durumlarda bu olayların hepsini birden içerebilir. Akış tek fazlı olabildiği gibi bazı durumlarda iki fazlı (sıvı-katı , sıvı-gaz) şekilde de olabilir. Sınır tabaka içersinde ve türbülanslı bölgelerde hız değişimleri nedeniyle oluşan gerilmeler oldukça karmaşık bir yapıdadır. Buna, üç boyutluluk, eğrilik, dönme, her yönde görülen basınç değişimleri, şok ve sınır tabaka etkileşimleri ve ısı transferi nedeniyle çok karmaşık bir biçimde oluşan hız alanı sebep olur.

Pompalar, en genel tanımları ile bir türbomakina olmalarına rağmen, kullanılma amaçları, özel durumlar haricinde daha basittir. Kullanılan akışkanın sıvı halde olması nedeni ile akış ve akışkan sıkıştırılmaz olarak kabul edilir. Özel kullanım alanları haricinde ısı transferi çok küçük mertebede olduğu için ihmal edilebilir. Pompalarda sesüstü akışlar meydana gelmez. Atık pompaları ya da kazan besli pompaları türündeki pompalarda iki fazlı akışlar söz konusu olabilir fakat bu tür pompalar daha önce de bahsedildiği gibi özel amaçlı olan ve buna göre tasarlanan pompalardır. Bu çalışmada sadece tek fazlı akışın olduğu, çoğunlukla suyun kullanıldığı, akış sırasında ısı transferinin olmadığı pompalar göz önüne alınmıştır. Pompalar için bu basitleştirmeler yapılabilmesine rağmen özellikle radyal pompalar, yüksek devir sayılarında çalışmaları, üç boyutlu akış etkilerinin görüldüğü büyük

eğriliğe sahip geometrileri, çark kanatlarının kaçış tarafında oluşan ard-iz bölgelerinde yüksek viskozite etkilerinin görülmesi ve ikincil akışların fazlalığı nedenleri ile sayısal çözümleri oldukça zor olan akışlara sahiptirler.

Çalışmanın bu bölümünde, özellikle radyal pompalar göz önünde bulundurularak türbomakinalar içindeki akışın sayısal çözümü için kullanılmakta olan yöntemlerle ilgili literatürde bulunan çalışmalar özetlenecektir. Sayısal yöntemler ile elde edilen sonuçların sınanması için gereken deneysel veriler ile ilgili çalışmalar, literatür taramasının diğer bir bölümünü oluşturmaktadır. Kullanılan sayısal yöntemlerin kesin kıstaslarla ayrılmaları zor olduğu için, bu yöntemlerin akışın fiziğine olan yaklaşımları gözönüne alınarak gruplandırılmalarına çalışılmıştır. Bunun için öncelikle çözüm için belirlenen bölgelerin seçimi anlatılmış, daha sonra basit olan iki boyutlu yöntemlerle başlanarak matematiksel yaklaşımlar özetlenmiştir.

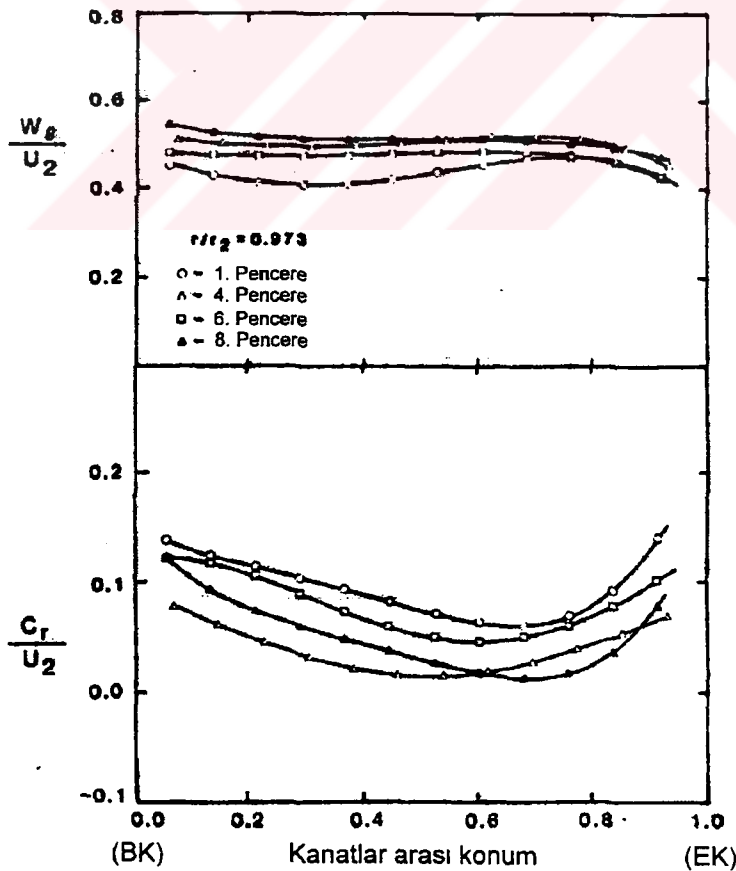
2.1. Deneysel Çalışmalar

Sayısal çözümlerin elde edilmesi için yapılan çalışmalarda bulunan sonuçların sınanması için deneysel ölçümler ile elde edilen değerlerle karşılaştırmaları gerektiği ortadadır. Eksenel türbomakinalarda, geometrileri gözlem yapmaya çok uygun olduğu ve akışın eksenel olması nedeni ile kaskat deneyleri gerçekleştirmek mümkün olduğu için pek çok deneysel çalışma bulunmaktadır. Diğer taraftan radyal türbomakinalar içindeki akışın ölçümü; geometrinin eğriliği, genelde boyutların daha küçük olması, çoğunlukla yüksek devir sayılarında çalıştırılmaları, Coriolis kuvvetleri gibi nedenler ve kaskat deneyleri gerçekleştirmek mümkün olmadığı için oldukça zordur. LDV, LDA ve son zamanlarda gelişmeye başlayan PIV gibi akışı rahatsız etmeyen ölçüm yöntemlerinin kullanılması ile bu konuda yapılan çalışmalar artmakla beraber, bilinen çalışmaların sayısı hala oldukça azdır.

Eckardt (1976)'ın LV (Laser Velocimeter) kullanarak, 14000 d/dak devir sayısında dönen radyal kompresör çarkı içinde yapmış olduğu ölçümler bugün hala pek çok bilgisayar programının sonuçlarının test edilmesinde ve radyal türbomakinaların akış alanları yapılarının anlaşılmasında kullanılmaktadır. Eckardt, bu çalışmada radyal çark içindeki hızları, yönleri ve hız salınım değerlerini ölçmüş ve kanadın emme yüzeyinden ayrılıp geri dönen akışın, radyal çarkın çıkışında büyük bir ard-iz oluşturduğunu görmüştür. Bu çalışmanın sonuçları, oldukça kapsamlı ve istenen pek çok büyüklüğü içerdiği için yüksek hızlı radyal kompresörlerle ilgili sayısal çalışmalara da referans olarak kullanılmaktadır.

LDV kullanılarak radyal pompa çarkı içindeki akışın ölçümleri için, bir başka deneysel çalışma Kannemans (1980) tarafından yapılmıştır. Düşük devirli (240 d/d), 8 adet silindirik kanatlı, dış çapı 200mm olan bir radyal çark içindeki hız büyüklükleri 5 farklı debi değeri için farklı yarıçaplarda ve eksenel pozisyonlarda ölçülmüştür. Devir sayısının düşük olması ve çarkın geometrisi nedeni ile akışın eksenel yöndeki hız bileşenlerinin çok küçük olduğu ve bu nedenle akışın iki boyutlu karaktere sahip olduğu görülmektedir. Genel olarak hızların, kanadın emme kenarından basma kenarına doğru azaldığı, düşük debilerde ise tam tersi bir eğilim olduğu gözlenmiştir.

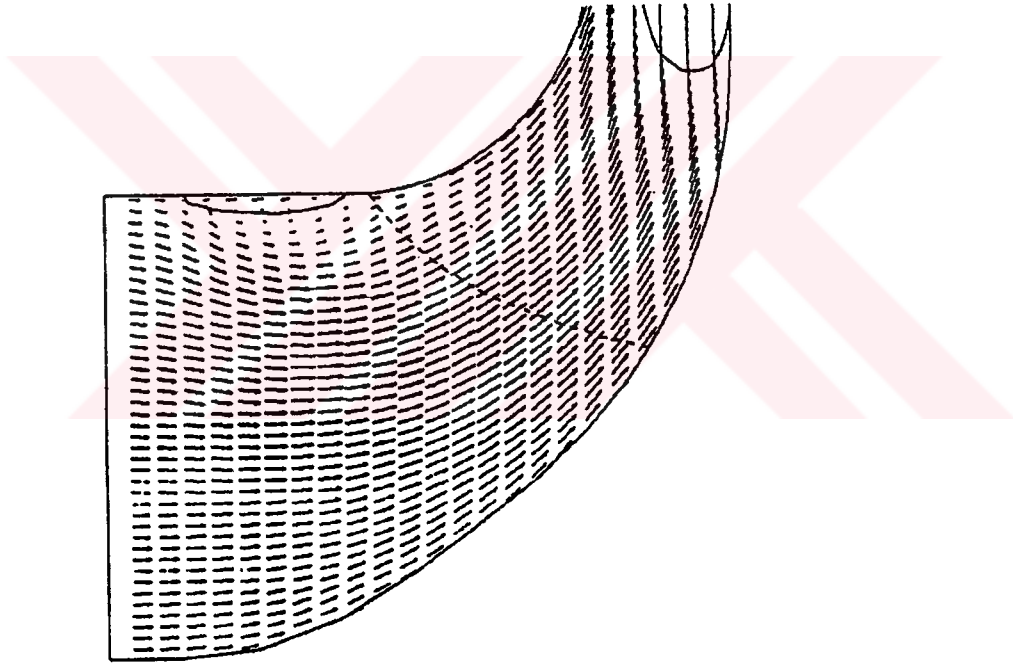
Miner ve diğ. (1988) tarafından LV kullanılarak, radyal bir pompa çarkı ve salyangozu içinde akış ölçümleri yapılmıştır. Ölçümler 4 çevresel ve 8 radyal konumda, tasarım debisinin %40'ı ve %105'i arasında gerçekleştirilmiştir. Kanatlar arası düzlemdeki 4 farklı çevresel noktada yapılan ölçmeler, akışın, tasarım debisinde bile her kanatlar arası akım bölgesinde çevresel olarak simetrik olmadığını göstermektedir (Şekil 2.1). Bu farklılığın sebebi salyangozun çark üzerindeki etkisidir. Çark çıkış şartlarının simetrik olduğu durumlarda bu şekilde bir değişim bulunmadığı ifade edilmiştir.



Şekil 2.1 Çark çıkışındaki hız değerlerinin çevresel değişimi

Tasarım debisinin %40' ında çark içinde, kanadın emme yüzeyinin giriş kenarında, basma yüzeyinin ise çıkış kenarında ters akış olduğu görülmüştür.

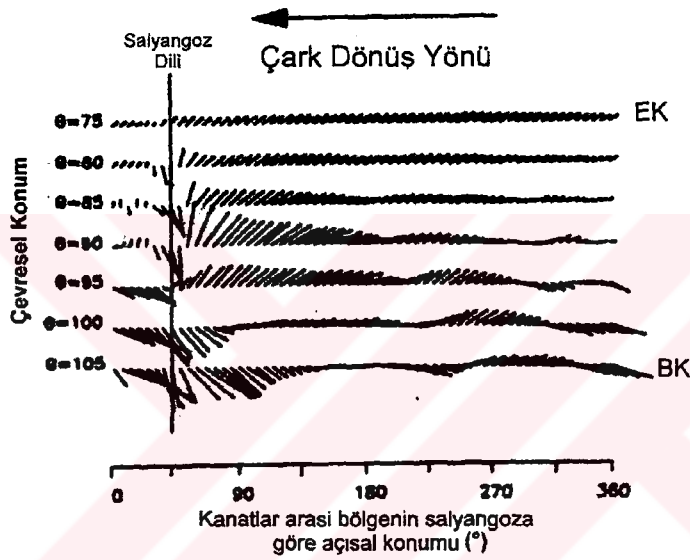
Combes ve Rieutord (1992)' in yaptığı deneysel çalışmada, endüstriyel bir radyal pompa çarkının içindeki akışın ölçümü için 2 bileşenli LDV (Laser Doppler Velocimetry) kullandıkları görülmektedir. Radyal pompa çarkının giriş ve çıkışında kısmi debilerde görülen akış ayrılmasını incelemek için, 7 kanatlı, 1200 d/d ile dönen kapalı bir çarkın içindeki akışın, tasarım debisinin %50'si ve %100'ü arasındaki debilerde ölçümleri gerçekleştirilmiştir. Tasarım debisinin %60'ında çark girişinin yanak bölgesinde akış ayrılması olduğu gözlenmiştir. Yapılan ölçümlerin karşılaştırılması için, sonlu elemanlar yöntemi kullanarak geliştirilen üç boyutlu Navier-Stokes denklemlerini çözen bilgisayar programı ile bu bölgedeki ters akışın hesaplanabildiğini belirtmişlerdir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2 Tasarım debisinin %60 ında oluşan ayrılma bölgesi

Dawes (1988) tarafından geliştirilen 3D Navier-Stokes çözücüsü, Goto (1992) tarafından sıkıştırılmaz akış için modifiye edilerek, karışık akımlı bir pompa çarkındaki akışı hesaplamak için kullanılmış ve çark çıkışında elde edilen sayısal sonuçlar, deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Ölçümler, iki delikli basınç probu ile iki kanat arasında kalan 13 çevresel noktada yapılmıştır. Sayısal hesaplamalar sonucunda elde edilen sonuçlarda genel olarak toplam kayıplar gerçek değerlerin altında kalmaktadır. Sayısal sonuçlarda, çark çıkışındaki düşük ve yüksek enerjili akış (jet-wake) bölgelerinin kısmen elde edilebildiği görülmektedir.

Abramian ve Howard (1994), LDA (Laser Doppler Anemometry) kullanarak, 8 silindirik kanatlı, düşük hızlı, kapalı, radyal bir yakıt pompası çarkında akış ölçümleri yapmışlardır. Genel olarak tasarım debisinde yaptıkları ölçümlerde ortalama akışın potansiyel teori ile uyduğu görülmektedir. Tasarım debisinin %50'si civarında yaptıkları ölçümlerde ise kanadın basma kenarında ayrılmalar ve yeniden birleşmelerin (reattachment) olduğu fakat çark çıkışında ard-iz bölgesinin meydana gelmediği saptanmıştır. Düşük özgül hızlı radyal pompa çarkları içindeki bağlı akışın daimi olmayan karakterini saptamak için kapama noktasının yakınlarında yaptıkları ölçümlerde elde ettikleri bazı sonuçlar şekil 2.3 de verilmiştir.



Şekil 2.3 Çark çıkışındaki akışın çevresel değişimi

Bir başka deneysel çalışmada, Visser ve Jonker (1995) tarafından, iki bileşenli LDV kullanarak, düşük özgül hızlı bir radyal pompa çarkı içindeki bağlı hızlar ölçülmüştür. Deneylerde dış çapı 800mm olan, 9 silindirik kanatlı, kapalı bir çark kullanılmıştır. Diğer çalışmalardan farklı olarak, ölçümler için sabit bir sistem kullanmak yerine, LDV sistemi çarkla beraber dönecek şekilde tasarlanmıştır. Böylece, hızın radyal ve çevresel bileşenleri aynı anda ve doğrudan ölçülebilmektedir. Ölçümlerin, çarkın iki boyutlu yapısı nedeni ile potansiyel teoriye uyduğu gözlenmektedir.

Bwalya ve Johnson (1996), 5 delikli basınç probu kullanarak endüstriyel bir radyal pompa çarkı içindeki hızları, toplam basınçları ve statik basınçları üç boyutlu olarak ölçecek bir test düzeneği hazırlamışlardır. Deneyler için, 500 d/d devir sayısı ile dönen 6 kanatlı dış çapı 890 mm olan radyal bir çark ve akışkan olarak hava kullandıkları görülmektedir. Ölçümlerin yapıldığı basınç probu sistemi çarka monte edilmiş ve göbek ile yanak arasında hareket edebilecek şekilde tasarlanmıştır.

Yapılan ölçümler, basınç kenarının yanak köşesinde oluşan sınır tabaka ayrılmasının önemli derecede bir giriş kaybı oluşturduğunu göstermektedir.

Sayısal çalışmalardan elde edilen sonuçların sınanmasında, yukarıda özetlenen deneysel çalışmalar büyük önem taşımaktadırlar. Radyal pompa çarklarının geometrik özellikleri ve akışın karmaşık yapısı göz önüne alındığında, ortaya çıkan problemler ve zorluklar deneysel çalışmaların sayılarının az olmasına yol açmaktadır. LDV ve LDA gibi akışı rahatsız etmeden ve dönen çarklar içindeki akışın ölçümünde kullanılabilecek sistemlerin ortaya çıkması, bu konudaki zorlukların bir kısmının aşılmasını sağlamıştır. Son 10 senedir yüksek hızlı görüntü işleme donanım ve yazılımlarının kullanılabilir hale gelmesi ile PIV (Particle Image Velocimetry) yöntemi, hız alanlarının ölçümü için alternatif hale gelmiştir. Diğer taraftan, türbomakina imalatı ile uğraşan pek çok köklü firmanın elinde, piyasa şartlarını düşünerek kendi kullanımı için sakladığı veri setlerinin olduğu da ifade edilmektedir.

2.2. Sayısal Yöntemler

Bu bölümde, türbomakinalardaki akışın sayısal olarak çözümlenmesinde kullanılan yöntemler özetlenerek değerlendirilecektir. Herhangi bir akış probleminin sayısal yöntemler ile çözümlenmesinde izlenmesi gereken işlem sırası

- Akış alanının belirlenmesi
- Akışı karakterize eden denklemlerin belirlenmesi ve olayın fiziksel özellikleri göz önünde bulundurularak denklemlerde bazı basitleştirmelerin yapılması
- Akış alanı sonlu ve küçük elemanlara bölünerek denklemlerin çözümünde kullanılacak sayısal yöntemin belirlenmesi

şeklinde özetlenebilir.

Çeşitli kaynaklardan elde edilen bu konulara ait bilgiler, aynı sıra takip edilerek aşağıda alt bölümler halinde özetlenmektedir.

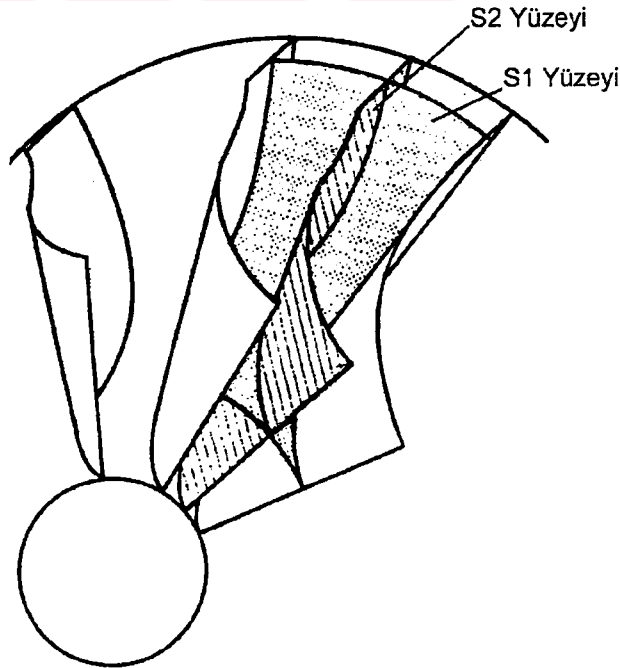
2.2.1. Çözüm Bölgeleri

Radyal pompa çarkı içindeki akışın sayısal olarak çözülebilmesi için, çözüm yapılacak olan bölgenin önceden tanımlanması ve denklemlerin bu bölgede ayrıştırılmaları gerekir. Kullanılacak olan çözüm yöntemine ve denklemlerde yapılan basitleştirmelere göre literatürde çözüm bölgelerinin üç şekilde seçildiği görülmüştür.

2.2.1.1. Akım yüzeyleri yaklaşımı

Çark içindeki akışların çözümü için ilk yapılan çalışmalarda çözüm bölgesi olarak akış alanı içerisinde seçilen akım yüzeyleri kullanılmıştır. Sayısal çalışmaların temelinde büyük miktarda işlem gücü yattığı için, bu tür işlemlerin iki boyutlu basit yüzeyler için bile el ile ya da mekanik hesap makinaları ile programlanıp çalıştırılmaları, sayısal yöntemlerin ilk ortaya çıktığı, yavaş işlem yapan ve az hafızaya sahip bilgisayarlar zamanında, zor ve ağır işlemler olmuştur. Akım yüzeyleri kullanılarak yapılan çalışmalar, özellikle radyal türbomakinalarda oluşan üç boyutlu karakterdeki akışın çözümü konusunda yetersizlikleri bilinmesine rağmen, hızlı ve bilgisayar kaynakları bakımından ucuz olmaları nedeni ile halen kullanılmaktadır.

Genel olarak akım bölgesi içinde iki tip akım yüzeyi seçilir. İlk defa Wu (1952) tarafından tarif edilen ve S1 ve S2 adı verilen yüzeylerin örnekleri şekil 2.4 de görülmektedir. S2 ile tanımlanan yüzey, göbek ile yanak arasında oluşturulan ve akım bölgesini oluşturan iki kanatın profillerinin yaklaşık ortalaması alınarak bulunan yüzeydir. Hücum ve kaçış açıları gözönünde bulundurularak bu yüzeyin şeklinde değişiklikler yapılabilir. Ayrıca bazı çözümlerde bu yüzeyin meridyenel projeksiyonunda kullanılmıştır. S1 yüzeyi ise kanatlar arasında tanımlanan ve genellikle S2 yüzeyi üzerinde tanımlanan bir akım çizgisinin çark eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşturulan yüzeydir.



Şekil 2.4 S1 ve S2 yüzeyleri

Pompa çarkı içinde yapılan akış çözümlerinin önemli amaçlarından biri kanat yüzeylerindeki hızlarının bulunması ve bu hızlar kullanılarak kanat yüklerinin hesaplanmasıdır. Sadece bir S1 yüzeyi kullanılarak yapılan çözüm ile, bu yüzeyin kanatlarla kesişmesi ile oluşan, her kanat üzerinde bir tane olmak üzere sadece iki çizgi üzerindeki kanat hızları hesaplanabilir. Bu nedenle iki boyutlu çözümler yapılırken yaygın olarak, bir tane S2 yüzeyi ile, göbek, orta ve yanakdan geçen üç tane S1 yüzeyi üzerinde elde edilen kanat yüzey hızları ile kanat yükleri hesaplanır.

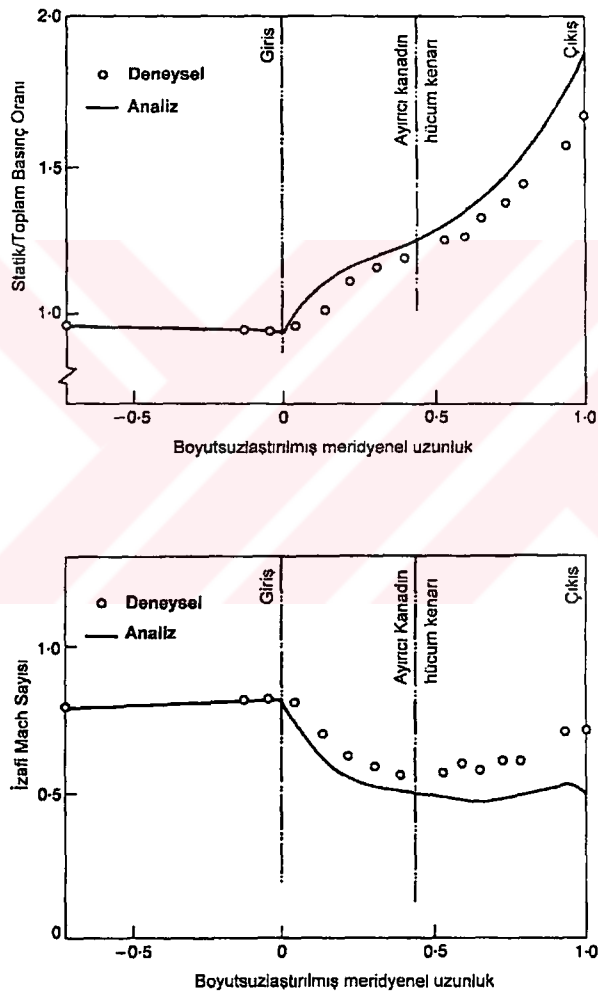
2.2.1.2. Sanki üç boyutlu yaklaşım

Akım yüzeyleri kullanılarak yapılan ve bir önceki bölümde tanımlanan yaklaşımda, akış önceden tanımlanan yüzeyleri takip etmek zorundadır ve bu yüzeyler birbirlerini kesen yüzeyler olmalarına rağmen, üzerlerinde hesaplanan akışların birbirleri ile etkileşimi olmadığı varsayılır. Bu nedenle akım yüzeyleri üzerindeki akış çözümleri birbirinden bağımsızdır. Uygulamadaki ve sayısal yaklaşımdaki kolaylık nedeni ile, yine bu tür yüzeylerin kullanıldığı fakat yüzey üzerindeki akışların birbirlerini etkileyerek daha gerçekçi sonuçlar verebileceği pek çok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemlerde, akış yine akım yüzeyleri üzerinde çözülmesine rağmen, çözüm yapılırken bu yüzeylerin birbirlerini etkilemesi sayesinde, akışın üç boyutlu karakteri ile ilgili sonuçlar elde edilebilir. Bu yöntemler, gerçekte üç boyutlu olmayıp, iki boyutlu yüzeyler üzerinde yapılan çözümlerle bu sonuçları verdikleri için genel olarak "sanki üç boyutlu çözümler (quasi three dimensional – Q3D)" adını alırlar.

Sanki üç boyutlu çözümler, akışın üç boyutlu karakteri ile ilgili bazı durumlarda yeterli sonuçlar verdikleri için, son zamanlarda tamamen üç boyutlu çözümler öncelik kazanmasına rağmen, hesaplama ve geometri tanımlama açısından hala oldukça yaygın biçimde kullanılmaktadır. İkincil akışların çok fazla etkili olmadığı akışlar bu yöntemle hesaplanarak, yeterli derecede doğruluğa sahip sonuçlar elde edilebilir. Sanki üç boyutlu çözümlerin en önemli dezavantajı yukarıda bahsedildiği gibi ikincil akışların olduğu koşullarda ortaya çıkmaktadır. İkincil akışların olması durumunda akışın bir yüzeyden, kesişen diğer yüzeye dönebilmesi için akışa dik olan kesitlerdeki akışın da hesaplanabilmesi gerekir. Bu durum ise aslında tamamen üç boyutlu akışın hesaplanması anlamına gelir.

Çeşitli sanki üç boyutlu çözüm yöntemleri için kullanılan yüzeyler genel olarak anlatılan S1 ve S2 yüzeyleri olmalarına rağmen, bu yüzeylerin oluşturulması ve birbirleri ile etkileşimlerinin kurulması için çok değişik metodlar kullanılmıştır. İlk kullanılan sanki üç boyutlu yöntemlerde sadece, bir önceki iterasyonda elde edilen S2 yüzeyi çözümünden alınan akım tübü kalınlığı, S1 yüzeyi üzerindeki çözüme

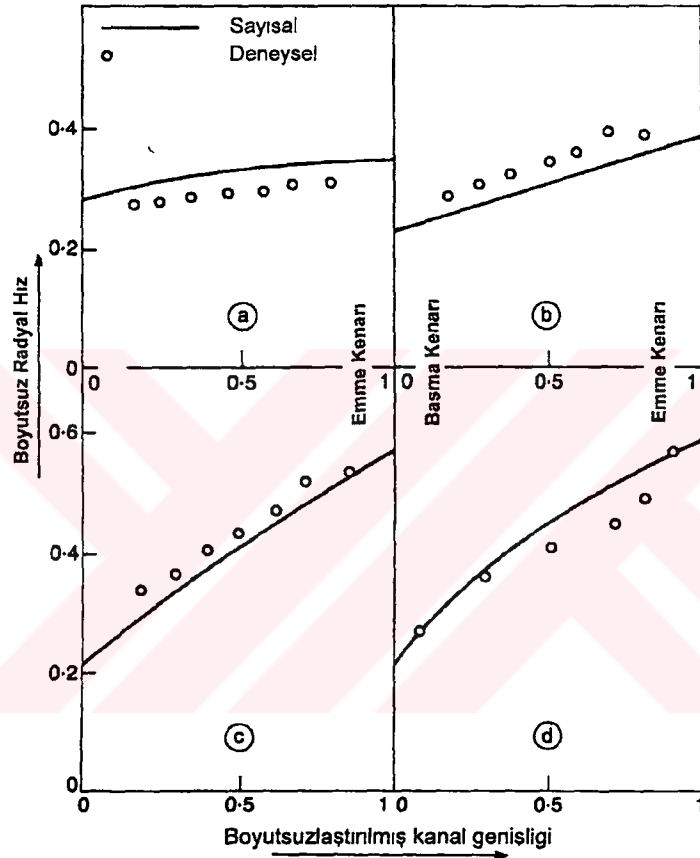
ilave edilmiştir. Daha sonra geliştirilen yöntemlerden birisi Senoo ve Nakase (1972) tarafından tarif edilen ve iki yüzey grubu arasında, her iterasyonda gerçek bir etkileşimin kullanıldığı yöntemidir. Burada, başlangıç olarak kanatların profilleri göz önüne alınarak ortalama bir S2 yüzeyi oluşturulur ve her iterasyonda kullanılan S1 yüzeylerinden alınan değerlerle S2 yüzeyi değiştirilir. S1 yüzeyleri üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmadığı için bu yüzeyler yine ekstenel simetrik yüzeyler olarak kalırlar. Şekil 2.5 de, Senoo ve Nakase (1972) tarafından bu yöntemle elde edilen, sesaltı bir radyal kompresörün yanak yüzeyi üzerindeki basınç değişiminin, deneysel değerlere oldukça yakın olduğu görülmektedir (Adler, 1980).



Şekil 2.5. Radyal kompresör yanak yüzeyi üzerindeki basınç değişimi

Krimmermann ve Adler (1978), birden fazla sayıda S1 ve S2 yüzeyleri kullanmışlar, Hirsch ve Warzee (1979) ise, her iterasyonda yüzeyler üzerinde elde edilen sonuçlar arasında daha fazla bağlantı kurarak elde edilen sonuçların birbirlerine olan etkisini artırmışlardır. Krimmermann ve Adler (1978)' in çalışmasında tanımlanan yüzeyler,

her iterasyonda, kesişme çizgilerinde elde edilen akım çizigisi ve akım tübü kalınlığı göz önüne alınarak değiştirilirler. Böylece yüzeylerin, üç boyutlu alanı, akışın gerektirdiği şekilde kaplaması sağlanır ve S1 yüzeyinin aksenal simetrik olması gibi, çözüm alanından bağımsız şartlar ortadan kalkar. Şekil 2.6' de bu yöntem kullanılarak, Eckardt (1976) tarafından hız ölçümleri yapılan radyal çark içindeki akışın hesaplanması ile elde edilen sonuçlarla deneysel sonuçların karşılaştırılması görülmektedir.



Şekil 2.6 Eckardt'ın ölçümleri ile sayısal sonuçların karşılaştırılması (a) Girişin hemen sonrası, (b,c) orta kesitler, (d) çıkışa yakın kesit.

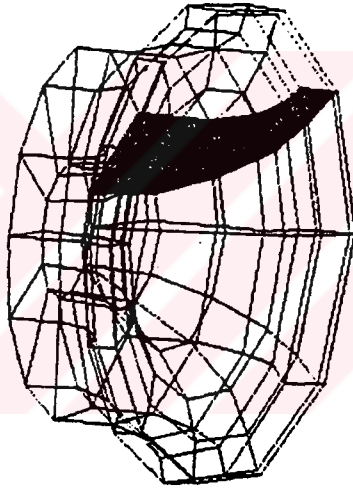
Sonuç olarak sanki üç boyutlu akım bölgeleri, üç boyutlu ideal (viskozitenin ihmal edildiği) akışların çözülebilmesi için uygun görülmektedir. Sayısal olarak oldukça verimli olan bu yaklaşım ile elde edilebilecek sonuçlar, uygun bir kanat şeklinin tasarımı için gereken, akışın genel karakteri ve akım bölgesi içindeki basınç dağılımı ile ilgili yeterli bilgi verebilir. Diğer taraftan radyal pompalar söz konusu olduğunda, radyal hızlar artacağı ve S1 ve S2 yüzeyleri arasındaki ilişki kuvvetleneceği için yakınsama zamanı uzamaktadır.

2.2.1.3. Üç boyutlu yaklaşım

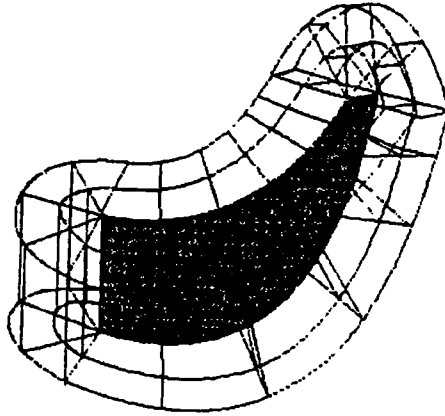
Sanki üç boyutlu yöntemlerin en önemli dezavantajının, radyal türbomakinalarda büyük miktarda ortaya çıkan ikincil akışlarda gerçeğe uygun sonuçlar vermemeleri olduğu görülmektedir. Bu nedenle radyal pompalar için üç boyutlu yaklaşım kullanılmaya başlanmıştır. Üç boyutlu yaklaşım, çark içindeki akış olaylarının tüm özelliklerinin hesaba katılmasını sağlamakla beraber, çözüm yapılacak nokta sayısının artması nedeni ile hem kapasite hem de hız olarak daha yüksek performanslı bilgisayarlara duyulan ihtiyacı ortaya çıkarmaktadır.

Üç boyutlu çözüm ağının oluşturulabilmesi için iki seçenek söz konusudur. Kartezyen koordinatlar ya da türbomakinalarda daha çok kullanılan şekliyle silindirik, ortogonal bir koordinat seti veya şekle uyarlanmış (body fitting) koordinat seti kullanılarak çözüm ağı oluşturulabilir (Şekil 2.7).

(a)



(b)



Şekil 2.7 3D çözüm ağı örnekleri (a) ortogonal (b) şekle uyarlanmış

Ortogonal çözüm ağı kullanılması durumunda, oluşturulan çözüm ağının bazı elemanları, geometriye bağlı olarak büyük miktarda çarpılmış olabilirler. Bu şekildeki

bir çözüm ağı, sayısal çözümün doğruluğunu büyük oranda etkileyebileceği için (Denton, 1985) çözüm ağının kalitesine dikkat edilmesi gerekir. Fazla miktarda çarpılmış (skewed) veya bükülmüş (torsioned) olmuş elemanlardan oluşan çözüm ağının kullanımı sayısal yöntemin başarılılığına neden olabilir. Şekle uyarlanmış koordinat sistemi kullanılması durumunda ise çok fazla miktarda koordinat dönüşümü yapılması gerekliliği ve periyodik sınır şartlarının verilmesindeki güçlükler ortaya çıkmaktadır.

2.2.2. Türbomakinalar içerisindeki akışın çözümünde kullanılan matematiksel yaklaşımlar

En genel halde bütün akışlar için geçerli olan denklemler, zamana bağlı Navier-Stokes denklemleridir. Bu denklemler kullanılarak, akışın türüne bağımlı olmaksızın, uygun yöntemlerin elverdiği ölçüde çözüm elde edilebilir. Navier-Stokes denklemlerinden viskoziteye bağlı terimlerin çıkarılması ile elde edilen Euler denklemlerinin çözümü, radyal pompalarda viskozitenin önemli etkisi olmasına rağmen, akışın genel karakteri ve ön tahmini için yeterli bilgiyi verebilir.

Basitleştirme yapılırken, akışın fiziksel karakterine bağlı olarak, etkisi çok az olan, bu nedenle ihmal edilebilecek mertebedeki terimler denklemlerden çıkarılır. Genel olarak bakıldığında bu terimlerin denklemlerden çıkarılması ile akış olayının fiziksel karakterinde bir değişiklik olmamalıdır.

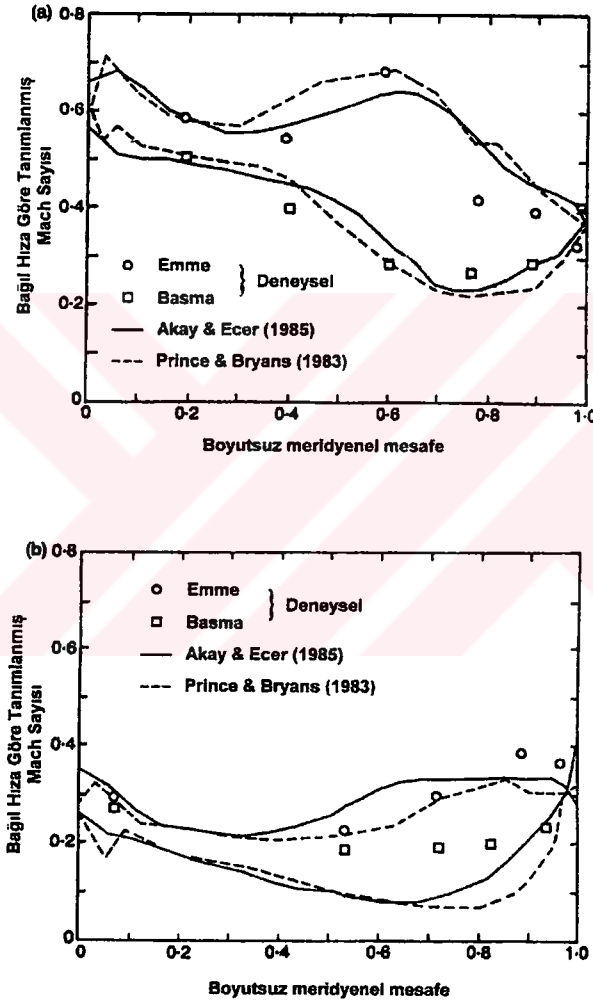
2.2.2.1. Potansiyel akış yöntemleri

Potansiyel akış yönteminde, akışın döñsüz olduğu kabul edilir ($\omega = \nabla \times V = 0$). Bu durumda, hız vektörünün u ve v bileşenleri, ϕ gibi bir skaler fonksiyonun türevleri olarak yazılabilirler.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.1)$$

Potansiyel akışlar, bu tarif nedeni ile, izentropik ve irrotasyoneldir. Momentum denklemlerinde hız terimleri yerine yukarıdaki potansiyel ifadeleri konulacak olursa, sonuçta potansiyel fonksiyon olan ϕ nin ikinci mertebede türevlerinin olduğu, tek bilinmeyenli ikinci derecede diferansiyel denklemler elde edilir. Genel rahatlatma (relaxation) teknikleri kullanılarak bu denklemler hızlı ve kolay bir şekilde çözülebilir. Akış bölgesindeki her noktada sadece ϕ değeri depolanacağı için, bilgisayar kaynakları daha az kullanılır. Diğer taraftan potansiyel akış yöntemi, irrotasyonel ve

izentropik olma şartlarına dikkat edildikten sonra üç boyutlu çözüm içinde kullanılabilir. Pompa içindeki akışlarda, ısı transferi düşük ve akış genellikle sıkıştırılmaz kabul edildiği için izentropik olma koşulu sorun yaratmaz fakat irrotasyonel olabilmesi için iki boyutlu akışta, giren akışın üniform, üç boyutlu akışta ise üniform ya da serbest vortex hareketine sahip olması gerekir. Akay ve Ecer (1985), potansiyel akış analizinin, Clebsch dönüşümü yapılarak, sesaltı rotasyonel akışlarda da kullanılabileceğini göstermişlerdir. Bu şekilde elde edilen sonuçların Eckardt (1976) in deneysel sonuçları ile karşılaştırılması şekil 2.8 da verilmiştir.

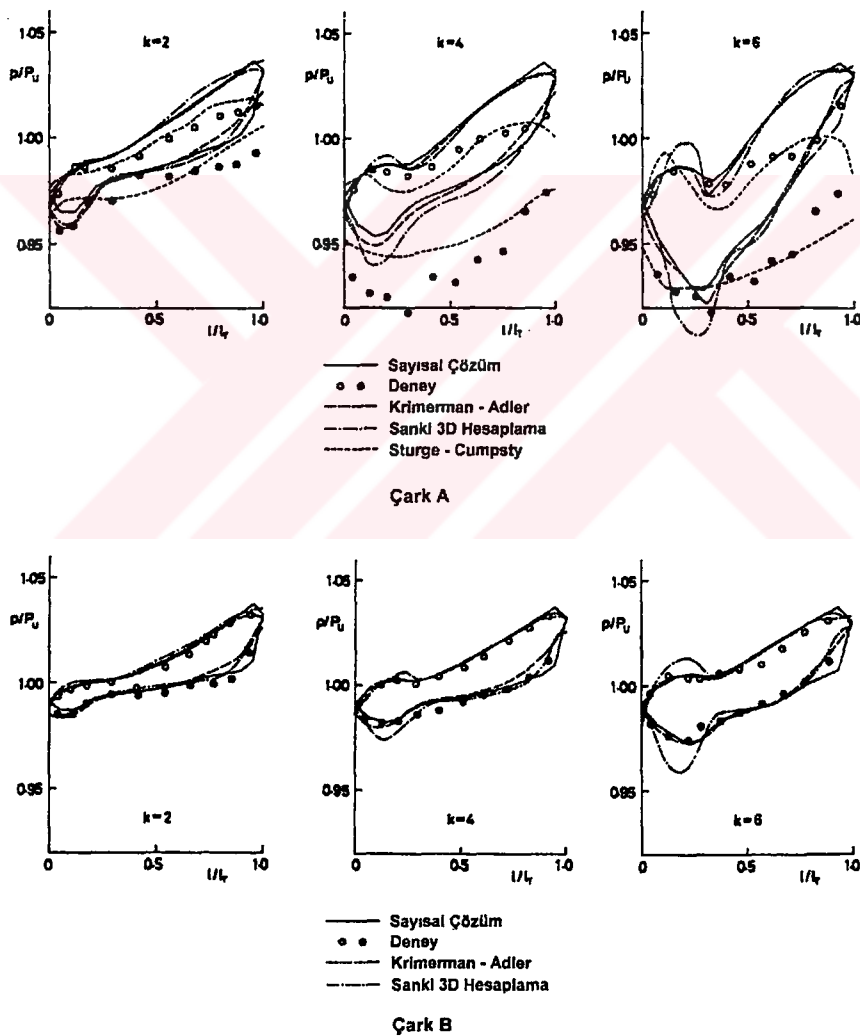


Şekil 2.8 Eckardt (1976)' in radyal kompresör çarkı için 3D sonlu elemanlar çözümü ile deneysel sonuçların karşılaştırılması (a) Yanak (b) Göbek (Akay ve Ecer, 1985)

Kirsch (1971), kanatlar arası ve meridyenel akım yüzeylerinde tam radyal çıkışa sahip kanatlar için, sanki üç boyutlu potansiyel akış çözümünü gerçekleştirmiştir. Radyal pompa içindeki akışın çoğunlukla dönmeli (rotasyonel) olduğu kabul edilmekle beraber, Laskaris (1978) ve Daiguji (1983) tarafından radyal kanatlar arasındaki üç boyutlu akışın çözümü için de potansiyel teori kullanılmıştır. Daiguji

(1983) tarafından elde edilen kanat yüzeylerindeki basınç dağılımı şekil 2.9 da verilmiştir. Prince ve Bryans (1984), radyal bir çark içindeki akışı, sanki üç boyutlu akım bölgesi içinde akım çizgisi eğriliği ve üç boyutlu akım bölgesi kullanarak Euler ve potansiyel akış formülasyonu ile analiz etmiştir. Elde edilen sonuçların Eckardt (1976)' ın deneysel sonuçları ile karşılaştırılması sonucunda üç boyutlu yöntemlerin daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Miner ve diğ. (1992a,1992b), logaritmik spiral şeklinde kanatlara sahip radyal bir laboratuvar pompasının çarkı içinde ölçülen değerlerle, iki boyutlu potansiyel teoriyi kullanarak elde ettikleri sayısal çözümleri karşılaştırmış ve kanat yüzeylerine gelen kuvvetleri bulmuştur.



Şekil 2.9 Kanat yüzeylerindeki basınç dağılımları

Badie (1992), radyal çark ve salyangozu beraber modelleyerek iki boyutlu potansiyel akış denklemlerini sonlu elemanlar yöntemi ile çözmüştür.

Chen ve Sue (1993) tarafından yapılan çalışmada, radyal türbomakina çarkının iki kanatı arasındaki sıkıştırılamaz, üç boyutlu potansiyel akış denklemlerinin sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçları bulunabilir.

2.2.2.2. Akım fonksiyonu yöntemleri

Wu (1952), tanımladığı kanatlar arası (S1) ve meridyenel (S2) yüzeyleri üzerinde kullanılmak üzere akım fonksiyonu denklemlerini de oluşturduğu için, bu yöntem potansiyel akış denklemlerinin kullanılmasından daha önce popüler hale gelmiştir. Bu yöntem, denklemlerin düzenlenmesi itibarı ile potansiyel akış formülasyonuna benzemektedir. Akış denklemleri, hız, basınç gibi hesaplanması istenilen büyüklüklerin kendileri yerine, hız bileşenlerinin türetildiği bir akım fonksiyonu kullanılarak yeniden yazılır. Bu şekilde elde edilen ikinci derece diferansiyel denklemler, sayısal yöntemlerle çözülür.

İlk defa Stanitz (1948) tarafından bu yöntemin radyal bir kompresöre uygulaması yapılmıştır. Marsh (1966), akım fonksiyonu yöntemini kullanarak, eksenel, karışık ve radyal akışlı türbomakinalara uygulanabilen bir bilgisayar programı hazırlamıştır. Katsanis ve MacNally (1973), önce meridyenel düzlemde sonlu farklar yöntemini kullanarak eksenel ve karışık akışlı türbomakinalar için bir program hazırlamışlar, daha sonra bu programı radyal türbomakinaları da kapsayacak şekilde geliştirmişlerdir (Katsanis ve MacNally, 1977).

2.2.2.3. Panel yöntemi

Tekil noktalar ya da panel yöntemi sadece sıkıştırılamaz ve dönmesiz akışlar için geçerlidir. McFarland (1982) tarafından panel yöntemine sıkıştırılabilirliğin etkisini ilave edebilmek için bazı düzeltmeler yapılmıştır. Bu yöntem, akışın sesaltı, sürtmesiz, iki boyutlu, dönmesiz olduğu ve fiziksel olarak çok karmaşık olmayan eksenel pompaların içindeki akışların analizinde basınç dağılımı için başarılı sonuçlar vermektedir. Akış problemini çözmek için kullanılabilecek yöntemler içerisinde en pratik ve verimli metod olması nedeni ile sadece akış alanındaki basınç dağılımının elde edilmeye çalışıldığı durumlarda panel yönteminin kullanılması yeterlidir. Uygun bir akış probleminde bir sınır tabaka yaklaşımı ile birlikte kullanılarak viskozite etkilerinin ve kayıpların hesaplanması da sağlanabilir.

2.2.2.4. Akım çizgisi eğriliği yöntemi (Streamline Curvature)

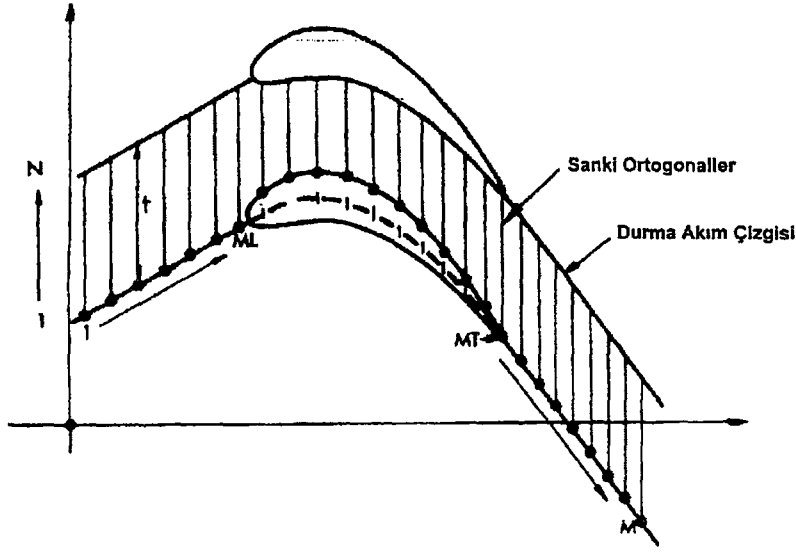
Akım çizgisi eğriliği yönteminin, türbomakina içindeki akışın çözülmesi için ilk kullanılan yöntem olduğu söylenebilir. Bu yöntem, çözüm için kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünü gerektirmemesi ile diğer yöntemlerinden ayrılır. Sadece iki

boyutlu akışlara uygulanabilen bu yöntemde çözüm ağı olarak akım çizgileri kullanılır. Akım çizgilerinin normali yönünde çizilen hatlar üzerinde, momentum denklemi kullanılarak hız değişimi için birinci dereceden adi diferansiyel denklemler oluşturulur. Akım kanalının geometrisi, durma (stagnation) entalpisi değerinin önceden belirlenen dağılımı, giriş sınırındaki öndönme miktarı ve bir önceki iterasyonda elde edilen akım çizgilerinin eğriliği kullanılarak, diferansiyel denklemin katsayıları belirlenir. Bu denklem, süreklilik denklemi ile beraber iteratif olarak çözülerek sonuç elde edilir.

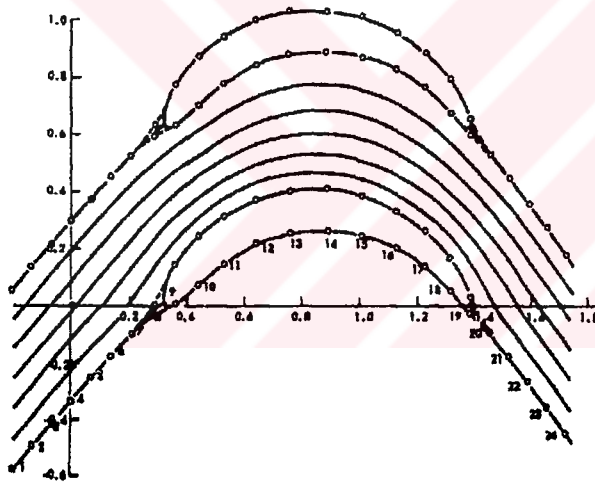
Yöntemin ilk uygulamasında, hız değişimlerinin oluşturulduğu çizgilerin, akım çizgilerinin normali yönünde olması gerekmiştir. Bu şartın yerine getirilmesi için her iterasyonda, fazladan matematiksel işlem gerekir (Stockman ve Kramer, 1963). Katsanis (1964) tarafından geliştirilen daha basit bir yöntemde ise, akım çizgilerinin normali yönünde olma şartı kaldırılmış ve her akım çizgisini bir kere kesen ve kanal genişliği boyunca uzanan düz çizgiler kullanılmıştır. Bu çizgilere sanki-ortogonal adı verilir ve çözümün başlangıcında bir kere tanımlanıp bütün çözüm boyunca kullanılırlar (Şekil 2.10). Bu yöntemle, akım çizgilerine normal olma şartının getirdiği ek işlem yükü ortadan kalktığı için çözüm hızlanır fakat denklemler biraz daha kompleks hale gelir. Elde edilen denklem, integral formdaki süreklilik denkleminin sanki-ortogonal çizgiler boyunca uygulanması ile beraber çözülür. Yan yana iki akım çizgisi arasındaki kütle geçişi sabit değer alana kadar iterasyonlara devam edilir.

Akım çizgisi eğriliği yöntemi sadece iki boyutlu olarak uygulanabilen bir yöntem olduğu için, çözüm bölgesi olarak genellikle sanki üç boyutlu bölge kullanılır. Radyal pompalarda çözüme önce, seçilen bir S2 düzlemi ile başlanır ve bu yüzey üzerinde hesaplanan akım çizgilerinin uygun olanları çark eksenini etrafında döndürülerek S1 yüzeyleri elde edilir. Bu S1 yüzeyleri üzerinde yapılan çözümlerle S2 yüzeyi üzerinde değişiklikler yapılarak yeni iterasyona geçilir.

Novak (1967), akım çizgisi eğriliklerini, sanki-ortogonal çizgiler yerine, dönme eksenine olan uzaklığa (yarıçapa) göre modifiye etmiştir. Bu düzenleme, denklemlerde basitlik sağlamasına rağmen yöntemi sadece aksenal akışlara uygulanabilir hale getirmiştir. Senoo ve Nakase (1972) , bir tane S2 ve birden fazla S1 yüzeyi kullanarak karışık akımlı bir çark içindeki sesaltı, sürtmesiz, daimi, sanki üç boyutlu akışın çözümünü elde etmiştir.

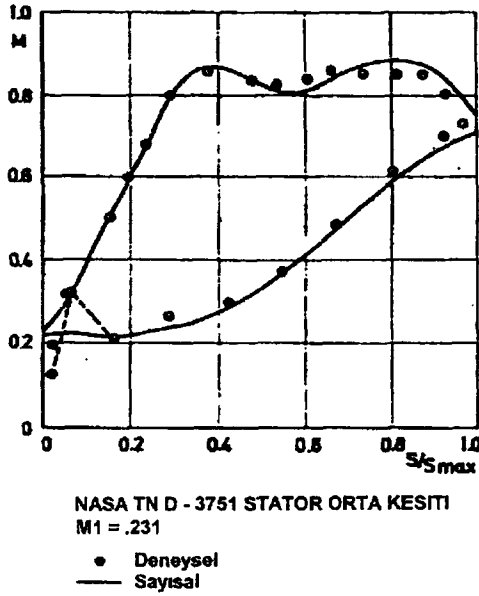


Şekil 2.10 Durma akım çizgisi ve sanki ortogonallerin tanımı



Şekil 2.11 Hücum kenarı ve kaçış kenarında tanımlanan uç (cusp) bölgeleri

Van Den Braembussche (1985), akım çizgisi eğriliği yöntemi ile bir türbinin kanatlar arası düzleminde, kanat hücum ve kaçış kenarlarındaki durma noktaları için uç (cusp) bölgeler kullanarak çözüm elde etmiştir (Şekil 2.11). Şekil 2.12' de bu yöntem ile elde edilen sayısal sonuçlar ile deneysel ölçümlerin karşılaştırılması verilmiştir. Wang ve diğ. (1996), radyal bir çark içindeki sanki üç boyutlu potansiyel akışı, akım çizgisi eğriliği yöntemi ile çözmüşler ve çark çıkış kesitinde üç delikli prob ile yaptıkları ölçümlerle karşılaştırmıştır.



Şekil 2.12 Kanat yüzeyleri üzerinde hesaplanan değerlerle deneysel ölçümlerin karşılaştırılması

Akış denklemlerinden zamana bağlı olan türevlerin çıkartılması sonucunda kalan denklemler zamana bağımlı olmaktan çıkar. Bu denklemler kullanılarak daimi olmayan çözümler elde edilemeyeceği halde, pek çok akış probleminde, akışın zamanla değişiminden çok, genel olarak akım bölgesinde meydana gelen olayların anlaşılması ve tasarımcının hangi değişiklikleri yapacağına karar vermesi için daimi haldeki çözüm aranır. Yukarıda verilen yöntemler zamana bağlı olmadıkları için zaman içerisinde iteratif olarak bir ilerleme söz konusu değildir. Zamanda ilerleme teknikleri ile karşılaştırıldıklarında, bu yöntemler, çok daha hızlı ve tasarımcı için pratik olmakla beraber, zaman teriminin ihmal edilmesi, özel durumlarda, denklemlerin genel karakterlerine yaklaşımın doğruluğu bakımından önemli ölçüde büyük bir ihmal anlamına gelmektedir. Yukarıda anlatılan potansiyel akış yöntemleri, akım fonksiyonu yöntemi, akım çizgisi eğriliği yöntemi ve tekil noktalar yöntemi, daimi çözüm yöntemleridir. Bu yöntemlerle akış detayları yeterince hesaplanmadığı için üç boyutlu denklemlerin çözümlerinin yapılmasına ihtiyaç vardır. Bu denklemlerin çözümü için bir sonraki bölümde anlatılacak olan modern sayısal yöntemler kullanılmaktadır.

2.2.3. Modern sayısal yöntemler

En genel halde akışı tanımlayan denklemlerde mevcut olan zamana bağlı türevler sürtmesiz akışı tanımlayan denklemlerde de bulunmaktadır. Bu nedenle daimi akışların çözümü için iki yöntem izlenebilir. Zaman türevi atılarak kalan denklemler,

basınç ve hız büyüklüklerinin bilinmeyen olarak bulundukları durum için çözülebilir ya da bu denklemler basitleştirilerek akım fonksiyonu ya da potansiyel akış denklemi şeklinde yazılır ve bu formda çözülebilir. Denklemlerin bu şekilde yeniden düzenlenmesi ile çözüm ağının noktalarındaki bilinmeyen sayısı iki boyutlu çözümler için dörtten bire üç boyutlu çözümleri için ise beşten bire düşer. Bu şekilde büyük basitleştirme sağlanabilmesine rağmen elde edilen denklemlerin uygulanabilir oldukları akışlar çok dar bir aralığa girer ve çoğunlukla sınır şartlarının uygulanmasında zorluklar ortaya çıkar.

Akış denklemlerinden zamana bağlı olan türevler çıkartılmadığı zaman bu denklemlerin çözümü için zaman boyutundaki ilerlemenin de gözönüne alınması gerekir. Zaman içerisinde ilerleme için kullanılan teknikler, Euler denklemlerinin ve Navier-Stokes denklemlerinin çözümü için aynı şekilde uygulanır. Bu nedenle aşağıda kısaca bu tekniklerin tanımı yapılacaktır.

Zamana bağlı olan türevlerin denklemlerde bırakılması bu denklemlerin zaman boyutunda hiperbolik karakterde olmasını sağlar. Hiperbolik karakterdeki bu denklemlerin çözümü için geliştirilen zamanda ilerleme tekniklerinin avantajları ve dezavantajları aşağıda verilmiştir (Lakshminarayana, 1991).

(1) Çözüm için geliştirilen algoritma, sesaltı akışlardan, hipersonik akışlara kadar bütün akış rejimleri için geçerlidir. Sürtmeli ya da sürtmesiz problemler için aynı algoritma uygulanabilir.

(2) Zamanda ilerleme tekniklerinde süreklilik, momentum ve enerji denklemleri birarada çözülürler. Basınç, hız bileşenleri, yoğunluk, entalpi ve entropi büyüklükleri aynı anda çözüldüğü için çözüm yönteminin, çok işlemcili süper bilgisayarlarda çalıştırılmak üzere paralel işleme uygun hale getirilmesi ve vektörizasyonu nispeten kolaydır.

(3) Hazırlanan program, sınır koşullarında yapılacak değişikliklerle harici akışlar için kullanılabileceği gibi, 2D kaskadlar, 3D türbomakina kanat dizini, çok kademeli türbomakina akışları ve 3D rotor-stator etkileşim problemleri için de kullanılabilir.

(4) Bu tekniklerle ilgili çok fazla çalışma yapılmış olduğu için, çeşitli geometriler ve akış koşulları için büyük miktarda kullanıcı deneyimi bulunmaktadır.

Zamanda ilerleme tekniklerinin genel dezavantajları ise şu şekildedir.

(1) Zaman içinde ilerleme söz konusu olduğu ve çoğu zaman küçük zaman adımları kullanma zorunluluğu olduğu için, ilerleme tekniklerinin, diğer tekniklerle

karşılaştırıldıkları zaman, gereken bilgisayar kapasitesi ve işlem zamanı bakımından verimsiz olduğu söylenebilir. Yakınsama zamanının uzun olması nedeni ile, yerel zaman adımı, multi-grid ve vektörizasyon gibi hızlandırma yöntemleri kullanarak bu sorun bir dereceye kadar çözülebilir.

(2) Sıkıştırılmaz akış durumunda süreklilik denkleminde yoğunluğun zamanla değişimini ifade eden terim düşeceği için bu teknikler düşük Mach sayıları için yada sıkıştırılmaz akışlar için uygun değildir. Süreklilik denklemine, yapay bir zamana bağlı terim ekleme şeklinde uygulanan yapay sıkıştırılabilirlik yöntemi kullanılarak bu sorun ortadan kaldırılabilir.

Daimi haldeki çözümü elde edebilmek için önce akış bölgesinde, başlangıç tahmini olarak, akışın genel karakteri ile çok fazla uyumsuz olmayacak bir akış alanı verilir ve bu zaman başlangıcından itibaren, zaman içinde iteratif olarak ilerleme ile daimi haldeki çözüm elde edilmeye çalışılır. Çözüm alanının içinde meydana gelebilecek olan rahatsızlıkların (perturbations), sistem içinde büyüyerek çözümü kararsız hale getirmesini engellemek için kullanılan yapay sönümler gibi ek sayısal işlemler nedeni ile bu tekniklerin sayısal yükü, dolayısı ile, ihtiyaç duyulan işlem miktarı ve bilgisayar zamanı daha çok artar. Gelişen bilgisayar teknolojisi ile, Euler ve Navier-Stokes denklemlerinin zaman içinde ilerleme teknikleri ile çözümlerinin gereken bilgisayar kaynaklarının ve zamanının oldukça fazla olması gibi dezavantajları, bu yöntemlerin doğru olarak uygulandıklarında güvenilir ve düzgün sonuçlar vermeleri, sayısal yöntemin uygulama mantığının basitliği ve uygulanabildikleri alanın genişliği gibi avantajları karşısında önemini yitirmektedir.

Akış denklemleri primitif yada korunumlu formda yazılarak sonlu hacimler, sonlu farklar yada sonlu elemanlar yöntemleri ile çözülebilir. Ayırıklaştırılmış denklemlerin formuna göre yöntem açık yada kapalı adını alır.

2.2.3.1. Açık (Explicit) yöntemler

Açık ilerleme yönteminde, ayırıklaştırılan denklemlerdeki türevlerin hesaplanması için bir önceki zaman diliminde bulunan değerler kullanılır. Böylece sistemi oluşturan her denklemde bir sonraki adıma geçmek için basit matematiksel işlemler yeterli olmakla beraber, zaman adımı, yani zaman içindeki ilerleme miktarı, CFL olarak bilinen Courant-Friedrichs-Levy şartı tarafından sınırlanır. Matematiksel olarak bu sınırlama

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{V + a} \quad (2.2)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada, Δt zaman adımını, Δx çözüm ağı adımını, a ise lokal ses hızını göstermektedir. Bu ifadenin fiziksel anlamı, basınç dalgalarının bir zaman adımı içinde çözüm ağının bir aralığından daha fazla ilerlememesi gerektiğidir. Aksi halde, yöntem, bilginin çözüm alanı içerisinde yayılımını takip edemez ve kararsızlıklar ortaya çıkar, bunun sonucunda yakınsama sağlanamaz.

Sadece daimi haldeki çözümün elde edilmeye çalışıldığı problemlerde, nihai zamandaki sonuç önemli olduğu için, zaman adımı, her bir çözüm ağı noktası için CFL şartı göz önünde bulundurularak maksimum değerde alınabilir. Yerel zaman adımı adı verilen bu hızlandırma yöntemi kullanılarak hesaplama zamanında kayda değer azalmalar sağlanabilir.

Çok kullanılan açık ilerleme yöntemlerinden birisi, zaman ve uzay boyutunda ikinci derece doğruluğa sahip olan ve tek zaman adımı kullanılan Lax-Wendorff yöntemidir. Bu yöntem için CFL sayısı 1 ile sınırlıdır. Bu nedenle, ilerleme için kullanılacak zaman adımının oldukça küçük seçilmesi gerekir. İlk defa Lax ve Wendorff (1960) tarafından tanımlanan bu yöntemin uygulanışı ile ilgili geniş açıklama, Hirsch (1988) de bulunabilir. McDonald (1971), sonlu hacimler ayrıklaştırması ile Lax-Wendorff yöntemini kullanmış ve çözümün kararlılığını sağlamak için sisteme sönümleme terimleri ilave etmiştir. Denton (1985), aynı yöntemi yine sonlu hacimler ayrıklaştırması ile kullanarak, sönümleme elemanlarını eklemiş fakat çözüm yakınsayıp, rahatsızlık (perturbation) dalgalarının yoğunluğu azaldıkça, sönümleme terimlerinin etkisini azaltacak düzeltme terimleri ilave etmiştir. Ni (1982), rotor içindeki ideal-sürtmesiz akış için sonlu hacimler ayrıklaştırması ile Lax-Wendorff yöntemini kullanmış ve yakınsama zamanını azaltmak için multigrad yöntemini uygulamıştır. Ni ve Bogoian (1989), bu tekniği türbin kanatları etrafındaki akış için üç boyutlu Euler denklemlerinin çözümünde kullanmışlar ve kanat yüzeyleri üzerindeki basınç dağılımları için deneysel ölçümlerle çok yakın sonuçlar elde etmişlerdir. Arts (1985), silindirik koordinatlarda yazılmış olan üç boyutlu Euler denklemleri ile sesaltı aksenal türbin kanatları arasındaki akışın çözümü için sonlu hacimler ayrıklaştırması ile Lax-Wendorff yöntemini kullanmış ve yeterince yoğun bir çözüm ağı kullanılması durumunda ikincil (sekonder) akışların hesaplanabileceğini göstermiştir.

MacCormack (1969) tarafından Lax-Wendorff yöntemi temel alınarak geliştirilen, tahmin-doğrulama (predictor-corrector) yöntemi de zaman ve uzay boyutunda ikinci derece doğruluğa sahiptir ve CFL sınırı yine 1 dir. Bu yöntemin sonlu farklar ve sonlu hacimler ayrıklaştırması kullanılarak türbomakina içindeki akışlara uygulandığı pek çok örnek mevcuttur. Bu yöntem daimi ve daimi olmayan sürtmesiz akışlara

olduğu kadar sürtmeli akışlara da uygulanabilir. Gopalakrishnan ve Bozzola (1972), tahmin-doğrulama yöntemini kullanarak transonik iki boyutlu türbin kaskadı içindeki akışı çözmüştür. Thompkins (1982), McCormack yöntemi ile silindirik koordinat sisteminde Euler denklemlerini çözmüş ve deneysel olarak ölçülen şok yapısı ile yakın sonuçlar bulmuştur. Bu yöntem, CFL sınırının, Lax-Wendorff yöntemindeki gibi 1 olması, bunun yanında her zaman artımı için iki adım gerektirmesi nedeni ile yavaş kalmaktadır.

Son zamanlarda, zaman boyutunda ilerleme için en çok kullanılan açık yöntem, ilk defa Jameson ve diğ. (1981) tarafından Euler denklemlerinin çözümü için kullanılan çok adımlı Runge-Kutta yöntemidir. Bu yöntem türbomakina içindeki akışın sayısal olarak hesaplanması için yaygın bir kabul görmüştür. Diğer açık yöntemlerden farklı olarak dört adımlı Runge-Kutta yöntemi için CFL sınırı $2\sqrt{2}$ ye kadar çıkabilir. Standart dört adımlı Runge-Kutta yöntemi sürtmesiz akışlar için zaman boyutunda 4. dereceden, non-lineer viskoz akışlar için ise ikinci dereceden doğruluğa sahiptir. Türevler için ikinci dereceden merkezi farklar kullanılır. Merkezi farklar ile yapılan ayrıklaştırma, sistemde ortaya çıkabilecek rahatsızlık dalgalarını sönümleyemediği için, denklem sistemine yapay sönümleme terimleri ilave etmek gerekir. Fiziksel viskozitenin var olduğu viskoz akış olaylarında bile, yapay sönümleme uygulanmadan, rahatsızlıkların meydana getirdiği sakıncalar ortadan kaldırılamaz. Holmes ve Tong (1985), türbin kanatları arasındaki akış için dört adımlı Runge-Kutta yöntemini kullanarak üç boyutlu Euler çözücüsü geliştirmişlerdir. Elde ettikleri sonuçlar deneysel ölçümlerle uyumludur. Ericson ve Billadal (1989), yüksek hızlı santrifüj bir kompresör çarkının (Eckardt, 1976) içindeki akış için üç boyutlu sürtmeli ve sürtmesiz çözümler elde etmişlerdir. Özellikle yüksek hızlı radyal türbomakinaların çıkışında görülen düşük ve yüksek enerjili (jet-wake) akış bölgesi, türbomakina içindeki akış mekanizmalarının en karışık olanıdır. Euler çözücüsü ile bu bölgedeki akış bulunamamış, viskoz denklemlerin çözümü ile de yeterince tatmin edici sonuçlar elde edilememiştir.

Denton (1986), eksenel, karışık akımlı yada radyal akım makinası kanatları arasındaki üç boyutlu sürtmesiz akışın çözümü için sonlu hacimler ve zaman içinde ilerleme tekniği kullanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programının pek çok radyal türbin ve radyal kompresör için kullanıldığı belirtilmekle beraber, radyal çarklar için deneysel ölçüm setlerinin yetersiz sayıda olduğu ifade edilerek, bir karşılaştırma verilmemiştir. Walker ve Dawes (1990), Denton (1986) tarafından hazırlanan sürtmesiz ve Dawes (1986) tarafından geliştirilen sıkıştırılabilir viskoz bilgisayar programlarını sıkıştırılamaz akış için yeniden düzenleyerek, Chorin (1967)'in yapay

sıkıştırılabilirlik tekniğini uygulamışlar ve eksenel bir türbin ile radyal bir pompa için çözümler elde etmişlerdir. Bu şekilde, düşük Mach sayıları için yapay sıkıştırılabilirlik yönteminin kullanımının optimizasyonu için dikkat edilmesi gereken etkenleri göstermişlerdir.

Sarioğlu ve Ayder (1997), santrifüj pompa çarkı içindeki akışın çözümü için kanatlar arası düzlem üzerinde, meridyenel akım kalınlığını da gözönünde bulundurarak sanki üç boyutlu, sıkıştırılmaz Euler denklemlerini çözmüşlerdir. Elde ettikleri sonuçların Kannemans (1980) ve Miner (1988) tarafından yapılan deneysel ölçümler ile karşılaştırılması, geliştirilen bilgisayar programının düşük hızlı radyal pompa çarkları içindeki ortalama akışın tahmini için kullanabileceğini göstermiştir.

2.2.3.2. Kapalı (Implicit) yöntemler

Kapalı ilerleme yöntemlerinde, çözüm ağının bütün noktalarındaki bilinmeyenler, nokta sayısı kadar denklemin birarada ortak olarak çözülmesi ile hesaplanır. Bu durumda, her nokta için bir önceki zaman diliminde elde edilen değerleri kullanarak tek bir denklemin çözümü ile yeni zaman dilimindeki değerlerin bulunması sözkonusu değildir. Bütün bilinmeyenler fonksiyonel olarak birbirlerine bağlı oldukları için bütün denklemlerin aynı anda matris dönüşüm yöntemleri ile çözülmesi gerekir. Tam kapalı yöntemlerde, her noktadaki bilinmeyen değişken, diğer noktadaki bilinmeyen değişkenlerin aynı zaman dilimi içindeki değerleri ile bağımlı iken, bazı yarı kapalı yöntemlerde bir önceki zaman diliminde elde edilen değerlerde kısmen hesaplara katılmaktadır. Bu durumda her zaman dilimi için yapılması gereken işlem sayısı, açık yöntemlere göre çok daha fazla olmaktadır. Çözümün kolaylaştırılması ve gereken zamanın azaltılabilmesi genel olarak, bilinmeyenlerin oluşturduğu matrislerin simetrik ve seyrek elemanlı olarak hazırlanabilmelerine bağlıdır. Kapalı yöntemler için, zaman adımını sınırlayan CFL koşulu ortadan kalkmakla beraber, gereken işlem miktarının çok fazla olması nedeni ile bu yöntemlerin açık olanlara göre tamamen üstün oldukları söylenemez.

Kapalı yöntemlerin türbomakina içindeki akışın çözümü için kullanımı genellikle sürtmeli akışlarda yoğunlaşmıştır. En yaygın kullanılan kapalı tekniklerden biri Briley ve McDonald (1976) ve Beam ve Warming (1976) tarafından kullanılan ADI (alternating Direction Implicit) yöntemidir. İkinci derece tahmin-doğrulama metodunun kullanıldığı bu yöntem, çeşitli modifikasyonlar yapılarak, kaskadlar, rotor ve stator içindeki sürtmeli akışın tahmini için kullanılmıştır. Genel olarak sonlu hacimler yada sonlu elemanlar ayrıklaştırmalarının kullanıldığı bu yöntem şarta bağlı olmaksızın kararlıdır. Üç boyutlu akışların çözümü için gereken denklem sayısı çok

daha fazla olduğundan, sayısal hesapların verimliliğini artırmak için kullanılan yollardan biri LU(Lower and Upper diagonal factoring) yöntemidir. LU decomposition adı verilen bu yöntem ile değişkenlerin tutulması için bilgisayar hafızası azaltılır (Jameson ve Turkel,1981). Choi ve Knight (1988, 1989) bu yöntemi, eleman köşeli sonlu hacimler ayrıklaştırması kullanarak çeşitli türbomakina rotorlarındaki akışların çözümü için uygulamışlardır. Yakınsamayı hızlandırmak için yerel zaman adımı tekniğini kullanmışlar ve akım bölgesindeki kayıplar ile rotor çıkış açılarını tatmin edici ölçüde hesaplayabilmışlerdir.

2.2.4. Kapalı yöntemler ile açık yöntemlerin karşılaştırılması

Her iki yöntem de, türbomakina içindeki akışın hesaplanması için geniş oranda kullanılmışsa da, özellikle endüstri için geliştirilen bilgisayar programlarında radyal pompalar ve kompresörler için, açık zamanda ilerleme yöntemleri tercih edilmiştir. Her iki tekniğe de yerel zaman adımı uygulanarak yakınsamanın hızlandırılması sağlanabilir. Açık yöntemler içinde en yüksek zaman adımı sınırına sahip Runge-Kutta yöntemi için yaklaşık 2.8 olan CFL sayısı, matematiksel kararlılık için bir sınır olmamasına rağmen LU ve ADI yöntemleri için çoğunlukla 5-10 arasında alınmıştır (Hall,1989). ADI yönteminde her iterasyonda daha fazla işlem yapmak gerekir ve vektörize edilerek paralel işlemcili bilgisayarlarda çalıştırılabilmesi daha zordur. Multigrid hızlandırma tekniğinin açık yöntemlerde kullanıldığı pek çok başarılı çalışma bulunmaktadır. Kapalı yöntemlerde multigrid kullanımı daha az olmakla beraber uygulanmaktadır. Runge-Kutta yönteminde uygulanabilen implicit residual smoothing tekniği önemli ölçüde hızlandırma sağlamasına karşı genellikle dış akışlar için kullanılabilmiş, iç akışlar için ise başarılı bir şekilde uygulanamadığı saptanmıştır (Kroll ve Jain, 1987). Her iki yöntem de çözüm ağının çarpıklığına (skewness) ve orantısızlığına (stretching) karşı hassastır. Pompa çarkı içindeki akış gibi sıkıştırılamaz sayılabilecek akışlar için her iki yöntemde de yapay sıkıştırılabilirlik tekniği uygulanabilir. Açık yöntemlerin programlanması, vektörize edilmesi ve paralel işlemcili bilgisayarlarda çalıştırılmaları daha kolaydır.

2.2.5. Navier-Stokes denklemlerinin uzay boyutunda ilerleme teknikleri ile çözümü

Radyal türbomakinalarda ortaya çıkan ikincil (sekonder) akışlar, akım bölgesinde aerodinamik kayıplar meydana gelmesinin nedenlerinden biri olan düşük momentuma sahip akışkanın bütün bölgeye yayılmasına neden olmaktadır. Bu durum aynı zamanda çark çıkış açılarında da sapmalar meydana getirmektedir. Bu etkilerin modellenebilmesi için Euler denklemleri kullanılamadığından, fiziksel akışa

yakın sayısal çözümler elde edebilmek için viskoz terimlerin de hesaba katıldığı Navier-Stokes denklemlerine ihtiyaç vardır. Diğer taraftan viskoz denklemlerin kullanılması durumunda katı duvarlar ve ard-iz (wake) gibi bölgelerin yakınlarında çok fazla sayıda çözüm ağı noktası yerleştirmek gerekir. Bu şekilde, çözüm ağının oluşturulması için gereken toplam nokta sayısının, Euler çözümleri için kullanılan nokta sayısının en az 8-10 katına çıkmasının yanında, viskoz terimler ve eklenebilecek türbülans modelleri nedeniyle çözüm ağına ait her nokta için değeri depolanacak değişken sayısı da artmaktadır. Bu nedenle Navier-Stokes çözümleri için gereken bilgisayar hafızası çoğalır ve çok daha fazla denklemin çözümü gerektiği için, çözüm zamanı da önemli derecede uzar. Günümüzün paralel-işlem yapabilen ve hafızaları bir kaç yıl öncesine göre önemli ölçüde artırılmış bilgisayar sistemlerinin kullanılması durumunda dahi, bu tür programların pratik olarak kullanılması için erişmeleri gereken seviyeye halen gelinememiştir. Bu problemler gözönüne alındığında, viskoz denklemlerin çözümleri için, akış olayının fiziği dikkate alınarak, belirli yaklaşımlar yapılabilmektedir.

2.2.5.1. Parabolik yaklaşım

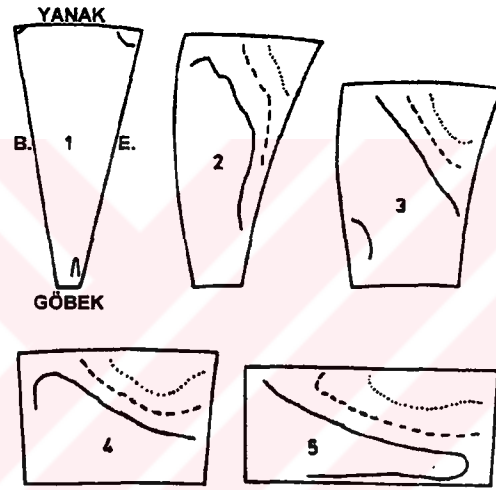
Eliptik karakterde olan Navier-Stokes denklemlerinin parabolik hale getirilerek, uzay boyutunda ilerleme (space marching) yöntemi ile çözülmesi, akışın fiziksel karakterine bağlı olarak mümkün olabilir. Denklemlerin parabolik hale getirilebilmesi için akışın bir ana yönü olduğu kabul edilmelidir (Patankar, 1980). Viskoz terimlerin bu yöndeki difüzyonları ihmal edilecek seviyede olmalıdır. Son olarak, çıkış basınç alanının, giriş basınç alanı üzerindeki etkisi de ihmal edilebilmelidir. Sesüstü akışlarda bu şart kolaylıkla sağlandığı halde sesaltı akışlarda bu konuya dikkat edilmesi gerekir.

Akış yönüne dik bir kesit üzerindeki akış alanı biliniyorsa, akış yönünde bir sonraki kesit üzerinde yaklaşık bir basınç dağılımı tahmini yapılabilir. Bunun ardından momentum ve enerji denklemleri ile bir sonraki kesit üzerindeki akış büyüklükleri hesaplanır ve bulunan basınç alanı yerel süreklilik sağlanacak şekilde değiştirilir. Bu şekilde giriş kesitinden çıkış kesitine kadar bir tek tarama yapılarak bütün akım alanı hesaplanabilir. Çözüm ağının bütün noktalarındaki değişkenlerin değerleri yerine sadece üç kesitteki değerlerin depolanması gerektiği için bilgisayar hafızası bakımından çok ekonomik ve hızlı bir çözüm yöntemidir. Patankar ve Spalding (1972) tarafından geliştirilen yöntem, Briley ve McDonald (1979) tarafından da kullanılmıştır. Her iki kaynak ta, sonlu farklar ayrıklaştırması ve ADI kapalı yöntemini kullanarak sabit dirsek içindeki laminar akışın analizini yapmıştır. Majumdar ve diğ.

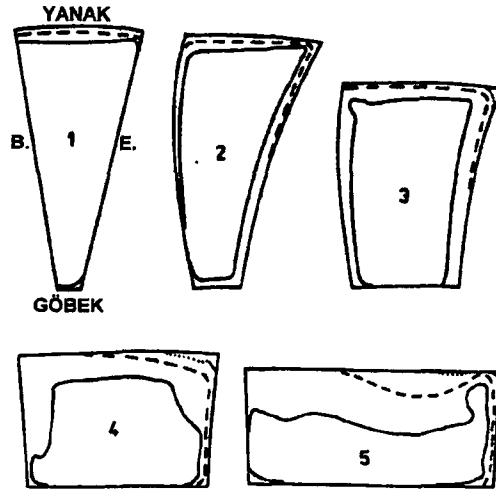
(1977) tarafından yapılan çalışmada bu yöntemin sadece çok düşük hızla dönen çarklara uygulanabileceği belirtilmiştir. Yüksek devir sayılarında akış yönünde önemli büyüklükte basınç değişimi meydana geleceği ve çıkış sınır koşullarının bütün sistem üzerindeki etkisi artacağı için bu koşullar altında akışın parabolik olarak kabul edilemeyeceği ifade edilmiştir.

2.2.5.2. Kısmi parabolik yaklaşım

Parabolik yaklaşımın radyal türbomakina çarklarına uygulanabilmesi için, yöntemde çıkış basınç alanının, giriş basınç alanı üzerindeki etkisinin göz ardı edilmemesi gerekir. Bu şartın sağlanabilmesi için paraboliklik kabulünde bazı değişiklikler yapılması yoluna da gidilmiştir.



(a) Ölçülen Değerler



(b) Viskoz hesap sonuçları

Şekil 2.13 Tasarım debisinde ölçülen ve hesaplanan boyutsuz eş rotalpi çizgileri (Moore ve Moore, 1981)

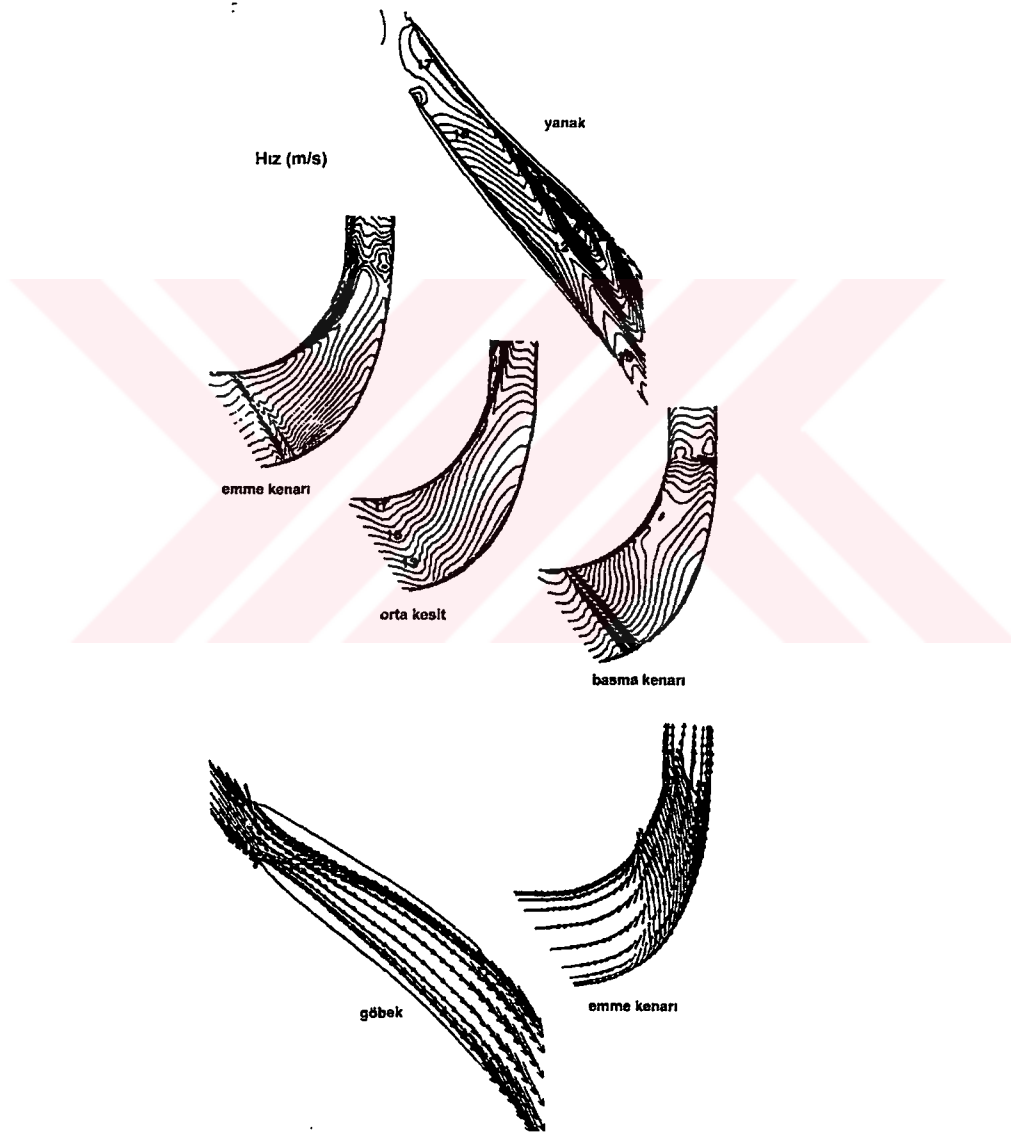
Kısmi parabolik (Partially parabolic) yaklaşım adı verilen bu yöntemde basınç alanı eliptik kabul edilir ve girişten çıkışa kadar çözüm ağının bütün noktalarındaki değerleri depolanır, diğer değişkenler yine sadece uzaysal ilerlemenin yapıldığı kesit ve etrafındaki kesit için depolanırlar. Tanımlanan basınç alanı gözönüne alınarak, momentum ve enerji denklemleri ile uzayda ilerleme yöntemiyle diğer değişkenler hesaplanır ve lokal süreklilik sağlanacak şekilde değiştirilirler. Bütün akış alanında tarama bittikten sonra basınç alanı bir eliptik denklem çözülerek güncellenir. Böylece giriş ve çıkış basınç alanları etkileşimli (couple) olarak çözülmüş olur. Yakınsama sağlanana kadar, tarama ve basınç alanının çözümüne devam edilir. Lokal süreklilik ve eliptik basınç alanının hesabı için çeşitli yöntemler kullanılmaktadır (McNally ve Sockol, 1985). Moore ve Moore (1981), kısmi parabolik yaklaşım kullanarak yazdıkları program ile, Eckardt (1976)'ın radyal kompresör çarkındaki akışı modellemişlerdir. Şekil 2.13 de sayısal analiz ile buldukları rotalpi ile deneysel sonuçların karşılaştırılması görülmektedir. Elde ettikleri sonuçlar, çark çıkışına yakın bölgede oluşan ard-izi göstermektedir ve kalitatif olarak doğrudur. Ne varki büyüklük olarak, ne ard-iz ne de hesaplanan kayıplar deneysel sonuçlarla uyushmaktadır.

2.2.5.3. Eliptik yaklaşım

Parabolik yaklaşımların kullanılması ile Navier-Stokes denklemlerinin çözümü nispeten kolaylaştığı halde, bu yaklaşımların uygulanabilmesi için akışın bir takım şartları sağlaması gerektiği yukarıda ifade edilmiştir. Ne varki radyal pompa çarkı içindeki akış çoğunlukla bu şartları sağlamaz. Bu nedenle radyal çark içindeki akışın çözümü için Navier-Stokes denklemlerinin kullanılması ideal durumdur. Navier-Stokes denklemleri uzay boyutunda eliptik karaktere sahiptir ve teorik olarak bu denklemler ile her türlü akış problemi çözülebilir. Pratik olarak bu denklemlerin sayısal çözümü eldeki bilgisayar olanakları ile sınırlıdır. Bilgisayarların artan işlem gücü göz önüne alınarak, bu çalışmada, radyal pompa çarkları için, herhangi bir basitleştirmenin yapılmadığı eliptik karakterdeki matematik model kullanılmasının uygun olduğu düşünülmüştür.

Denton (1986), daha önce geliştirdiği sürtmesiz akış çözücü programına basit bir model kullanarak viskoz etkileri de eklemiştir. Navier-Stokes denklemlerini tamamen çözmek yerine viskoz gerilmelerin normal yöndeki bileşenlerinin ihmal edildiği bu modelde katı duvarlardaki kayma gerilmeleri ampirik bir sürtünme katsayısı ifadesi ile hesaplanmaktadır. İç noktalardaki kayma gerilmelerinin hesabı için uygun interpolasyon yöntemleri kullanılmaktadır. Bu yöntemin kullanılabilmesi için ampirik ifadelerdeki katsayıların, önceden bilinen veriler ile kalibre edilmesi gerektiği halde,

Eckardt' ın çarkı için kalitatif olarak uygun sonuçlar bulunduğu görülmektedir. Dawes (1988), iki açık ve bir kapalı adımın birleştirilmesi ile oluşturduğu algoritmayı kullanarak bir Navier-Stokes çözücü program geliştirmiştir. Sıkıştırılabilir akışlar için geçerli olan bu program Walker ve Dawes (1990) tarafından, Chorin (1967)' in yapay sıkıştırılabilirlik tekniği kullanılarak sıkıştırılmaz akışlara uygulanabilir hale getirilmiştir. Şekil 2.14 de bu program kullanılarak karışık akımlı bir pompa çarkı içindeki akış için elde edilen hız değerleri görülmektedir.



Şekil 2.14 Karışık akımlı bir pompa çarkındaki viskoz analiz sonuçları – Eş hız çizgileri ve vektörleri (Walker ve Dawes, 1990)

2.3. Sonuç

Literatürde, radyal pompa çarkları içindeki akışın sayısal çözümü için, çeşitli zamanlarda bilgisayar teknolojisinin elverdiği değişik yöntemler kullanılarak sonuçlar elde edilmiş ve bu sonuçlar az sayıda olan yayınlanmış deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Yukarıda özetlendiği gibi her sayısal yöntemin belirli avantajları yanında dezavantajları da bulunmaktadır. Sayısal yöntemler akışla ilgili belirli kabuller yapılarak uygulandıkları için bütün akışlar ve çark tipleri için geçerli olan tek bir program geliştirilememiştir. Bugünkü bilgisayar teknolojisi artık, çark içinde oluşan akış mekanizmalarında hesaplanabilmesi ve akış detaylarının daha iyi görülebilmesi için gereken tam üç boyutlu çözümlere makul zamanlar içerisinde ve yeterince verimli olarak ulaşılabilesine imkan tanımaya başlamıştır. Yapılan literatür taraması, önce radyal pompa çarkı içindeki üç boyutlu Euler denklemlerinin çözümüne dayanan sürtmesiz akış modeli ile bir program hazırlanması ve daha sonra bu denklemlere sürtme terimlerinin eklenmesi ile Navier-Stokes çözümüne geçilmesinin akılcı bir yaklaşım olduğunu göstermektedir. Viskoz etkilerin hesaba katılması durumunda çark içindeki akışın yapısı nedeniyle türbülansın da işin içine katılması gerektiği açıktır. Diğer taraftan, kullanılmakta olan türbülans modelleri genel olarak dönen çark içindeki akışlara uygun olmadığı için (Gülich ve diğ., 1997), başlangıçta laminar çözümün yapılması ve bu çalışmanın devamı olacak yeni çalışmalarda türbülans modellerinin denenmesi düşünülmüştür. Pompa çarkları içerisindeki akışa ait uygun türbülans modeli konusunda literatürde bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle, bu çalışmada türbülans modeli kullanılmadan, akış bölgesinde hız gradyanlarına bağlı olarak hesaplanan sürtme terimlerinin, teoremin öngördüğü biçimde denklemlere ilave edilmesi ile oluşturulan sistem kullanılmıştır. Programın hazırlanmasında Sarioğlu (1997)'nin doktora tezi olarak hazırladığı sanki üç boyutlu Euler çözücüsü baz alınmış ve program önce tam üç boyutlu hale getirilmiş ardından viskoz terimler ve gereken matematiksel yöntemler ilave edilerek Navier-Stokes çözücüsüne dönüştürülmüştür.

3. MATEMATİK MODEL VE ÇÖZÜM YÖNTEMİ

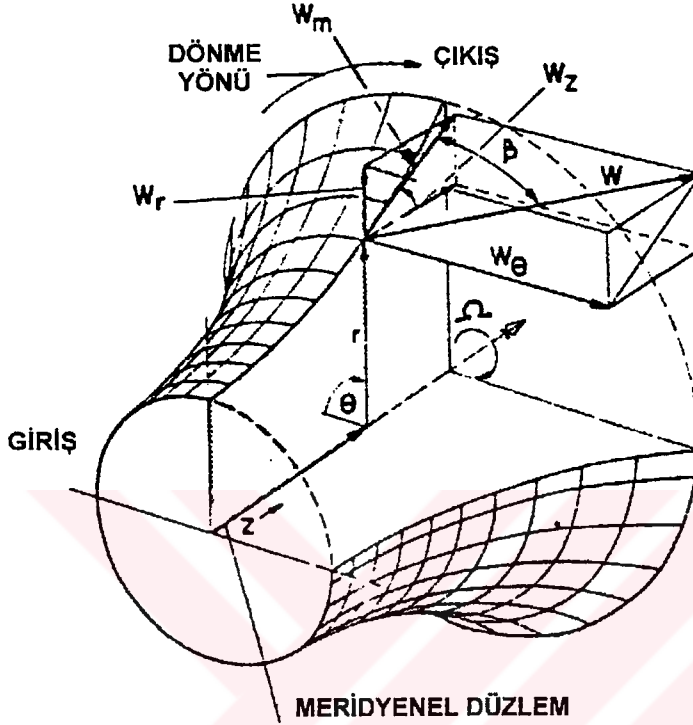
Yapılan literatür taraması ışığında radyal pompa çarkı içindeki akışın çözümü için, bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerde gözönüne alınarak tam üç boyutlu çözümün uygulanabileceğine karar verilmiştir. Sonlu hacimler yönteminin seçilmesinin ana nedenlerinden biri karmaşık çark geometrisine diğer yöntemlerden daha kolay uygulanabilmesidir. Ayrıca ilave olarak daha önce Sarioğlu (1997) tarafından hazırlanan sanki üç boyutlu Euler çözücüsünün elde bulunması da, geliştirme aşamasının hızlanması için bir fırsat olarak görülmüştür. Çalışmanın amaçlarından birisi de, daha sonra, Ayder (1993) tarafından salyangoz içindeki akışın çözümü için yazılan program ile bu çalışmada hazırlanan programın birleştirilerek çark ve salyangozun beraber çözülmesidir. Ayder (1993)' in kullandığı yöntemin de sonlu hacimler olması tercih nedenlerinden birisi olmuştur.

Çark içindeki akışın sayısal çözümü için kullanılabilecek en genel denklemler Navier-Stokes denklemleridir. Çark içerisindeki akışın yapısı göz önüne alınarak literatür taramasında anlatılan basitleştirmelerin yapılması sayısal çözüm aşamasını kolaylaştırmaktadır. Geliştirilmeye çalışılan yazılım araçlarının ana amaçları pompa üretimindeki model sürecini azaltarak verimliliği artırmaktır. Bu nedenle gerçek akışa yakın sonuçları elde etmek kadar bu sonuçları yeterince kısa zamanlar içinde elde etmek ve gereken teknolojinin finansal olarak temin edilebilir olması da önemlidir. Süper bilgisayarlar üzerinde çalıştırılabilecek, çok fazla sayıda çözüm ağı noktasının kullanıldığı ve minimum basitleştirme yapılmış modellerin pompa çarkı tasarımı için kullanımı mümkün olduğu halde bunun finansal açıdan uygun olmadığı ortadadır. Bu nedenle amaç, finansal olarak sahip olunabilecek düzeyde bilgisayarlarla, pratik olarak kullanılabilecek kadar yeterli olan sonuçları, uygun zamanlar içinde elde etmektir.

Bu bölümde, yukarıda açıklananların ışığında radyal pompa çarkı içindeki üç boyutlu akışın çözümü için kurulan matematiksel model, seçilen çözüm yöntemi ve uygulandığı anlatılmaktadır.

3.1 Genel Denklemler

Türbomakina çarkı içerisindeki bağıl akışın çözümü için kullanılabilecek en uygun koordinat sistemi çarkla beraber dönen silindirik koordinat sistemidir. Şekil 3.1 de bu koordinat sistemi ve hız vektörlerinin tanımları verilmiştir.



Şekil 3.1 Dönen çark için seçilen koordinat sistemi ve hız vektörü bileşenleri (Tuzson,1993)

Dönen silindirik koordinat sistemine göre, 3 boyutlu, sıkıştırılamaz, sürtmeli akışa ait denklemler korunumlu formda aşağıdaki şekilde yazılabilir (Lakshminarayana,1996).

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \vec{F})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{G}}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{H}}{\partial z} + \vec{R} = 0 \quad (3.1)$$

Bu denklemdeki $\vec{U}$ korunum vektörel değişkenini, $\vec{F}$, $\vec{G}$ ve $\vec{H}$ akı vektörlerini, $\vec{R}$ ise kaynak vektörünü ifade etmektedir ve açık yazılışları aşağıdaki gibidir :

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} 0 \\ W_r \\ W_\theta \\ W_z \end{bmatrix} \quad \vec{F} = \begin{bmatrix} W_r \\ W_r^2 + p - \tau_{rr} \\ W_r W_\theta - \tau_{r\theta} \\ W_r W_z - \tau_{rz} \end{bmatrix} \quad \vec{G} = \begin{bmatrix} W_\theta \\ W_r W_\theta - \tau_{r\theta} \\ W_\theta^2 + p - \tau_{\theta\theta} \\ W_\theta W_z - \tau_{\theta z} \end{bmatrix} \quad (3.2a)$$

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} W_z \\ W_r W_z - \tau_{rz} \\ W_\theta W_z - \tau_{\theta z} \\ W_z^2 + p - \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad \vec{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ -W_\theta^2 / r - p / r + \tau_{\theta\theta} / r - r\omega^2 - 2\omega W_\theta \\ W_\theta W_r / r - \tau_{r\theta} / r + 2\omega W_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2b)$$

Sonlu hacimler yönteminin temelinde (3.1) denkleminin, oluşturulan kontrol hacimleri için çözülmesi bulunmaktadır. Bu açıdan bakıldığında, $\vec{R}$ vektörünün integrasyon dışında kalması sistemin korunumlu yapısını bozmakta gibi görünmektedir. Bu nedenle literatürde yukarıdaki formülasyona “sanki korunumlu form” adı da verilmektedir (Arts, 1985). Kartezyen koordinatların kullanılması durumunda ortadan kalkan bu vektörün elemanları, Coriolis ivmesi ($2\omega W_\theta$, $2\omega W_r$) ve merkezkaç ivme ($r\omega^2$) terimleri haricinde, silindirik koordinat sisteminden kartezyen koordinat sistemine dönüşüm sonucunda ortaya çıkan terimlerden meydana gelmektedir.

Denklemlerdeki kayma gerilmesi bileşenlerinin ifadeleri

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= \frac{1}{Re} 2\mu \frac{\partial W_r}{\partial r} & \tau_{\theta\theta} &= \frac{1}{Re} 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} + \frac{W_r}{r} \right) \\ \tau_{zz} &= \frac{1}{Re} 2\mu \frac{\partial W_z}{\partial z} & \tau_{r\theta} &= \frac{1}{Re} \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} - \frac{W_\theta}{r} + \frac{\partial W_\theta}{\partial r} \right) \\ \tau_{rz} &= \frac{1}{Re} \mu \left(\frac{\partial W_r}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial r} \right) & \tau_{\theta z} &= \frac{1}{Re} \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W_z}{\partial \theta} + \frac{\partial W_\theta}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

şeklindedir (Bertin, 1984).

Genel olarak fiziksel olayları tanımlayan denklemlerin kullanılması ile elde edilen sonuçlar, denklemlerde kullanılan büyüklüklerin boyutlu olması durumunda sadece uygulandıkları fiziksel olay için geçerli olacaklardır. Boyutsuzlaştırılma sonucunda oluşturulan denklemler kullanılarak bulunabilecek sonuçlar ise, uygun benzerlik koşullarını sağlayan diğer akışlar için de geçerli olacaktır. Bu şekilde elde edilen sonuçlar, çark içindeki akış olaylarının geniş bir aralığının yorumlanması için kullanılabilirler.

Bu nedenle yukarıda verilen denklemler aşağıda gösterilen boyutsuzlaştırma işlemi uygulanarak elde edilmiştir.

$$l = \frac{\bar{l}}{\bar{R}_2} \quad t = \frac{\bar{t}}{\bar{R}_2} \bar{U}_2 \quad p = \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}_{01} \bar{U}_2^2} \quad (3.4)$$

$$W_{r,\theta,z} = \frac{\bar{W}_{r,\theta,z}}{\bar{U}_2} \quad \omega = \frac{\bar{\omega} \bar{R}_2}{\bar{U}_2}$$

şeklindedir. Bu denklemlerde üstü çizili büyüklükler boyutlu değerleri ifade etmektedir. $\bar{R}_2$, $\bar{U}_2$ ve $\bar{\rho}_{01}$ ile sırasıyla, çark çıkış yarıçapını, çark çıkışındaki çevresel hızı ve çark girişindeki yoğunluk değerini göstermektedir.

3.2 Radyal Çark İçindeki Akışta Türbülans Kavramı

Türbomakinalar içindeki akışın kaçınılmaz olarak türbülanslı olduğunu söylemek yanlış olmaz. Akışın takip ettiği yol üzerinde, Reynolds sayısı laminar akış için yeterince düşük bile olsa, laminar karakterden türbülansa geçişe neden olacak bir çok rahatsızlık kaynağı bulunur. Çark kanatlarının formu, akım kanalının eğriliği ve geometrideki süreksizlikler geçişin başlamasına neden olabilir. Bu şartlar altında akış alanının gerçek çözümünde türbülansın da göz önüne alınması gerektiği ortadadır. Diğer taraftan türbülansın bütün detayları ile hesaba katılması bugünkü bilgisayar imkanları düşünüldüğü zaman dahi zor bir işlemdir. Bu nedenle literatürdeki bazı çalışmalarda türbülansın bazı basit modeller kullanılarak sisteme dahil edildiği görülmüştür.

Türbülans modeli olarak genellikle, Reynolds ortalaması formunda yazılan Navier-Stokes denklemlerinde, laminar viskoz gerilmelere türbülansı ifade eden kayma gerilmeleri ilave edilir. Burada yapılan, türbülans gerilmelerini, viskozitenin genel tanımında olduğu gibi

$$\tau_t = -\overline{\rho v_i v_j} = -\mu_t \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlamaktır. Bu tarifte V ; akış hızını, v ise akış hızındaki türbülans çalkantılarını göstermektedir. μ_t , türbülans viskozitesi şeklinde adlandırılır. Türbülans viskozitesinin hesaplanması için çeşitli yöntemler kullanılır ve bu yöntemler kullanılan denklem sayısına göre "1 denklem, 2 denklem (one-equation, two equation)" gibi gruplara ayrılır. Bradshaw (1972) bu modellerin ayrılmamış sınır tabakalar gibi ince kayma tabakalarının modellenmesi için uygun olduğunu belirtmiştir. Radyal türbomakina çark kanatlarının çıkışındaki gibi büyük ard-iz

bölgeleri için daha gelişmiş türbülans modelleri gerekmektedir. Pratik olarak kullanılan $k-\epsilon$ gibi türbülans modellerinin radyal çarklar gibi eğimli ve dönen geometriler için uygun sonuçlar vermediği genel olarak kabul edilmektedir (Gülich ve diğ., 1997).

Türbülansın modellenmesi ile ilgili çalışmaların yönü, basit modeller yerine Reynolds gerilme terimlerinin doğrudan hesaplanması yoluna dönmektedir. Bu yöntemler henüz türbomakina akışları için uygulanabilecek kadar geliştirilmemiş olmakla beraber yoğun bir araştırma konusu oluşturmaktadır.

Genel olarak radyal türbomakina içindeki akışlar, türbülansın çok yüksek basınç gradyanlarının ve ikincil akışların etkisi altındadır (Whitfield ve Baines, 1990). Eksenel bir türbin kaskadında, kanatlar arasındaki bölgede, akışın laminar Navier-Stokes denklemleri ile çözülmesi neticesinde elde edilen sonuçlar, bu bölgedeki deneysel ölçümlere oldukça yakın bulunmuştur (Novak ve diğ., 1992). Türbülansın daha çok kanatların çıkışındaki ard-iz bölgesinde etkili olduğu görülmektedir. Bu bölge türbülansın etkisi altında olduğu halde Navier-Stokes denklemlerinin laminar çözümü bu bölgede von Karman caddesi oluştuğunu göstermektedir.

Radyal türbomakina içindeki akışların çözümü için uygun olan türbülans modelleri henüz geliştirme aşamasında olduğundan bu çalışmada öncelikle üç boyutlu bir laminar Navier-Stokes çözücüsünün geliştirilmesi düşünülmüştür. Bu şekilde hazırlanan bir programa ileride, bilgisayar teknolojisinin gelişimi de göz önüne alınarak, dönen radyal çark için geliştirilen türbülans modelleri eklenebilir.

3.3 Yapay Sıkıştırılabilirlik

Sıkıştırılabilir akışkanlar için kullanılan viskoz denklemler sıkıştırılmaz akışkanlar için sayısal çözüm tekniği nedeniyle doğrudan kullanılamazlar. İlk bakışta sıkıştırılabilir akış denklemlerinde serbest akış (free stream) Mach sayısının limitte sıfır olan çok küçük bir değere eşitlenmesi ile sorun kalmıyor gibi ise de, Mach sayısının azalması ile ses dalgalarının hızının sistem içindeki taşınım hızından çok daha büyük değerlere ulaşması nedeniyle bu yöntem kullanılamaz. Ses dalgalarının hızında meydana gelecek olan bu şekildeki büyük bir artış, zaman boyutunda hiperbolik karakterde olan denklem sisteminin sınır şartlarının uygun bir şekilde tanımlanmasını zorlaştırır ve çözümün kararlılığını büyük oranda azaltır (Rizzi ve Eriksson, 1985).

Sadece daimi sonucun arandığı sıkıştırılmaz akış olaylarının çözümünde, bu problemin çözümü için kullanılan yöntemlerden biri yapay sıkıştırılabilirlik yöntemidir.

Sıkıştırılabilir akışlar için geliştirilen çözücüler bu yöntem uygulanarak kolaylıkla sıkıştırılamaz akış çözücülerine dönüştürülebilir. Bu yöntemde süreklilik denkleminin basıncın zamanla değişimini tarif eden bir terim, uygun bir katsayı ile çarpılarak ilave edilir. Böylece süreklilik denkleminin yine zaman boyutunda hiperbolik karakterde olması sağlanır. Daimi hale ulaşıldığı zaman basıncın zaman ile değişimi ortadan kalkacağı için nihai çözümün doğruluğu açısından bir hata ortaya çıkmaz.

Sıkıştırılamaz akışta, basınç alanında oluşan bir rahatsızlık, ses hızının sonsuz olması nedeni ile sonsuz bir hızla ortama yayılır. Yapay sıkıştırılabilirlik ilave edildiğinde, kullanılan katsayının değerine göre dalgaların yayılma hızı sonlu bir değer alır. Gerçek sıkıştırılamaz akışta, basınç alanı, akış alanı içinde herhangi bir noktada meydana gelecek olan rahatsızlıktan aynı anda etkilenecektir. Yapay sıkıştırılabilirlik kullanılması durumunda, rahatsızlığın oluşumu ile basınç alanını etkilemesi arasında bir zaman aralığı olacaktır. Viskoz akışlarda, katı duvarların yakınında oluşacak sınır tabaka bölgeleri özellikle ayrılmanın olduğu bölgelerde akış yönündeki basınç gradyanlarına son derece duyarlıdır. Sınır tabaka ayrılmasının olması durumunda, sonlu hızla yayılan basınç dalgaları, yerel basınç gradyanları üzerinde, ayrılmanın olduğu pozisyonu değiştirebilecek bir etki oluşturabilir. Sınır tabaka ayrılmasının olduğu bölgelerde meydana gelecek olan böyle bir etki, basınç alanına tekrar etki edebilir. Geri besleme şeklinde ortaya çıkan bu olay daimi hale yakınsamayı engelleyebilir. Bu yüzden viskoz akışların çözümünde de yapay sıkıştırılabilirlik tekniğinin uygulanması gerekmektedir (Chang ve diğ., 1988).

Bu yöntemde süreklilik denkleminin, zamana bağlı basınç değişimini ifade eden yapay bir terim ilave edilerek, süreklilik denklemi

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \text{div} V = 0 \quad (3.6)$$

şekline getirilir. Burada, ρ_0 , sabit yoğunluğu, c katsayısı hız alanına göre seçilecek parametreyi temsil etmektedir. Denklemin başındaki basıncın zamanla değişimi ifadesi, daimi hale ulaşıncaya kadar fiziksel bir anlama sahip değildir. Daimi hale ulaşıldığı zaman bu terim ortadan kalkar ve sonuca etkisi kalmaz. c^2 parametresinin değerinin değiştirilmesi, çözümün daimi hale ulaşması için gereken zamanı etkiler.

Yapay sıkıştırılabilirlik yöntemi ilk defa Chorin tarafından ortaya atılmış ve uygulanmıştır (Chorin, 1967). Yönteme yapay sıkıştırılabilirlik adının verilmesinin nedeni, kullanılan denklemlerin, hal denklemi $p=c^2\rho$ ve c^2 =sabit olan sıkıştırılabilir bir akış için kullanılacak denklemlerle aynı olmasıdır (Peyret, 1983).

Sonlu hacimler formülasyonu, akışın hiperbolik karakterini etkilemez. Buna rağmen, c parametresi için uygun değerler kullanılmaması, akış alanındaki dalga hızlarının birbirinden çok farklı olmaları durumunda hiperbolik çözüm için gereken şartların zayıflamasına neden olabilir. Bu nedenle c parametresinin alabileceği değerlerin sınırlarının belirlenmesi gerekir. Özdeğer analizi sonucunda (Rizzi ve Eriksson, 1985) c^2 parametresinin değerinin saptanması için $\kappa=c^2/V \cdot V$ ifadesinin dikkate alınması gerektiği bulunmuştur. $\kappa>1$ durumunda basınç dalgaları taşınım dalgalarının önemini azaltır ve sistem yöne daha az bağımlı hale gelir.

c parametresinin değerinin bütün sistemde sabit alınmasına gerek yoktur. Bu çalışmada c değeri

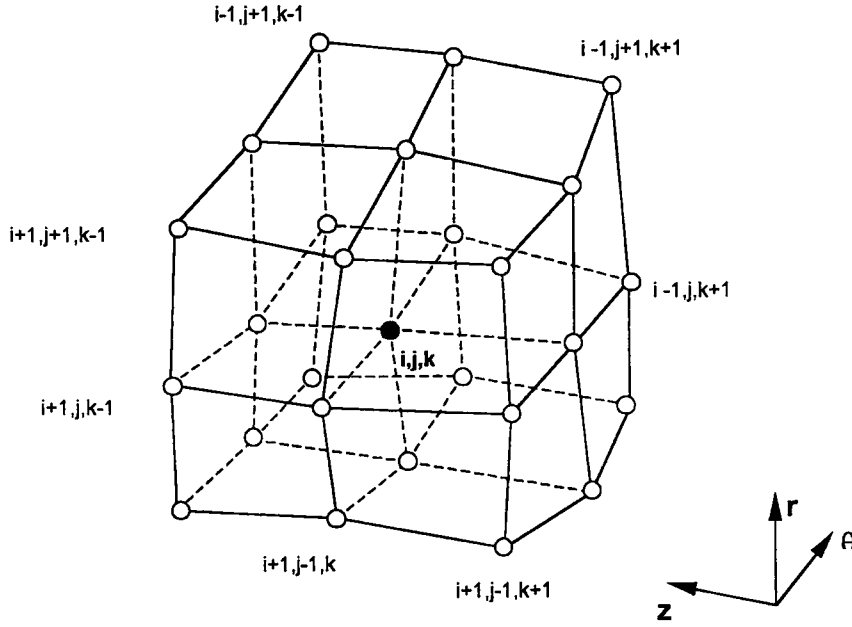
$$c^2 = \max(0.3, \kappa V \cdot V) \quad (3.7)$$

şeklinde, yerel olarak hesaplanan değerler göz önüne alınarak kullanılmıştır. Akış şartlarına göre κ değeri, $1<\kappa<5$ olacak şekilde seçilmiştir.

3.4 Sonlu Hacimler Yöntemi

Yapay sıkıştırılabilirlik terimi ilave edildikten sonra, elde edilen (3.2) denklem sistemi sonlu hacimler yönteminin uygulanması için ayrıklaştırılmalıdır. Bunun için yarı-ayrıklaştırma adı da verilen, uzay ve zaman boyutunda ayrı ayrı yapılan ayrıklaştırma yöntemi kullanılır. Uzay boyutunda ayrıklaştırma için akış alanı 8 köşeli ve 6 yüzlü küçük hacimlere ayrılır ve hesaplanması amaçlanan büyüklükler yani $\vec{U}$ vektörünün bileşenleri bu hacimlerin köşelerine yerleştirilir.

Akış alanında oluşturulan elemanların uygun şekilde birleştirilmesi ile oluşturulan her bir kontrol hacmi için, (3.2) denklemleri integral formda yazılarak çözülür. Bu işlem oluşturulan her bir hacim için korunumlu denklemlerin uygulanması ile bu hacimlerde kütle ve momentum dengesinin sağlanılmaya çalışılmasından ibarettir. Kontrol hacmi olarak bir noktanın etrafındaki 8 elemanın meydana getirdiği hacim seçilmiştir (Şekil 3.2). Akış bölgesini çevreleyen sınırlar üzerindeki noktalar için bu nokta etrafındaki elemanlar kullanılarak daha az sayıda elemandan meydana gelen kontrol hacimleri oluşturulmuştur.



Şekil 3.2 Kontrol Hacmi

3.4.1 Sonlu hacimler yönteminin uygulanması

Sonlu bir hacim için entegrasyon formda yazılan korunum denklemi

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V U dV + \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_V Q dV \quad (3.8)$$

şeklinde. Burada, U; korunumu sağlanmaya çalışılan büyüklüğü, F; V hacminin yüzeylerinden olan net akıyı ve Q; hacimde üretilen kaynak terimi göstermektedir. Bu denklem V hacimli kontrol hacmi için ayrılaştırılmış formda yazılacak olursa aşağıdaki hale gelir.

$$\frac{\partial}{\partial t} (U \cdot V) + \sum_{\text{yüzeyler}} (\vec{F} \cdot \vec{S}) = Q \cdot V \quad (3.9)$$

3.4.2 Uzay boyutunda ayrıklaştırma

(3.1) denklemi integral formda yazılacak olursa

$$\iiint_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \vec{F}) dV + \iiint_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\vec{G}) dV + \iiint_V \frac{\partial}{\partial z} (\vec{H}) dV = \iiint_V - \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{R} \right) dV \quad (3.10)$$

$$dV=rdrd\theta dz \quad (3.11)$$

denklemini elde edilir. dV ile entegrasyonun yapılacağı elemanın hacmi gösterilmektedir. (3.11) hacim ifadesi (3.10) denklemine yerleştirilecek olursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial r} (r\vec{F}) dr d\theta dz + \iiint_V \frac{\partial}{\partial \theta} (\vec{G}) dr d\theta dz + \iiint_V \frac{\partial}{\partial z} (\vec{H}) r dr d\theta dz = \iiint_V - \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{R} \right) dV \quad (3.12)$$

$$\vec{n} = n_r \vec{i}_r + n_\theta \vec{i}_\theta + n_z \vec{i}_z \quad (3.13)$$

Burada $\vec{n}$ hacim elemanının yüzeylerinin normalini göstermektedir. Denklemdaki hacim integralleri Gauss Diverjans teoremi uygulanarak yüzey integrallerine dönüştürülür. Gauss Diverjans teoremi

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{A} dV = \iint_S \vec{A} \cdot \vec{n} dS \quad (3.14)$$

şeklinde uygulanır. Bunun sonucunda (3.12) denklemini

$$\iint_S \vec{F} n_r r d\theta dz + \iint_S \vec{G} n_\theta dr dz + \iint_S \vec{H} n_z r dr d\theta = \iiint_V - \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{R} \right) dV \quad (3.15)$$

haline gelir. Kontrol hacimleri yaklaşık olarak düzgün tetrahedral elemanlardan oluştuğu için (3.10) denklemindeki yüzey integralleri, kontrol hacminin her bir yüzeyinde hesaplanan integrallerin toplamı olarak düşünülebilir (Arts, 1985).

$$\sum_{m=1}^6 \iint_S \vec{F} n_r r d\theta dz + \sum_{m=1}^6 \iint_S \vec{G} n_\theta dr dz + \sum_{m=1}^6 \iint_S \vec{H} n_z r dr d\theta = \iiint_V - \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{R} \right) dV \quad (3.16)$$

$$S = \sum_{m=1}^6 S_m$$

(3.16) denkleminin sağ tarafındaki terim, korunum vektöründeki büyüklüklerin entegre edilen hacim içerisindeki zamana bağlı olan değişimini göstermektedir. Sol taraftaki ifadeler ise kontrol hacminin yüzeylerinden geçen net akıların toplamını gösterir.

Kontrol hacminin her bir yüzeyindeki akıların doğrusal olduğu kabul edilecek olursa (3.16) denklemini aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\sum_{m=1}^6 \vec{F}_m \iint_{S_m} n_r r d\theta dz + \sum_{m=1}^6 \vec{G}_m \iint_{S_m} n_\theta r dr dz + \sum_{m=1}^6 \vec{H}_m \iint_{S_m} n_z r dr d\theta = - \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{R} \right) V \quad (3.17)$$

$$\sum_{m=1}^6 \vec{F}_m S_{m_r} + \sum_{m=1}^6 \vec{G}_m S_{m_\theta} + \sum_{m=1}^6 \vec{H}_m S_{m_z} = - \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{R} \right) V \quad (3.18)$$

(3.18) denkleminde S_{m_r} , S_{m_θ} , S_{m_z} değerleri, hacim elemanının her bir yüzeyinin r , θ ve z yönündeki izdüşüm alanlarını, $\vec{F}$, $\vec{G}$ ve $\vec{H}$ sembolleri bu yüzeylerden olan akıları göstermektedir. Denklemin sağ tarafındaki terim, sisteme giren yada çıkan akılarla ilgili olmadığı için korunum kavramını zedelemekle beraber, silindirik koordinatlarda yazılmış denklem sisteminde bu denklemi ortadan kaldırmak mümkün değildir. Bu nedenle sağ taraftaki terimin hacim içerisinde integrasyonu yapılırken kullanılacak hesaplama yöntemine dikkat edilmesi gerekir.

Bu ayrıklaştırma metodu, kullanılan çözüm ağı, elemanların her bir yüzeyinin yüzey normalleri düzgün ve eleman şekli paralelograma yakın olacak şekilde oluşturulması durumunda birinci derecede doğruluğa sahiptir. Bu şartları tam olarak sağlayan çözüm ağları için, ayrıklaştırma ikinci dereceden doğruluğa sahiptir (Radespiel ve diğ., 1990).

(3.18) denkleminde görüldüğü gibi sayısal çözüm için, oluşturulan her çözüm ağı elemanının hacminin ve bu hacmi oluşturan yüzeylerin alanlarının izdüşümlerinin hesaplanması gerekir.

Bu formülasyonda yer alan kontrol hacimlerinin yüzeylerinin izdüşüm alanlarının ve hacminin hesaplanabilmesi için koordinat transformasyonu kullanılmıştır. Arts (1985)' de açıklanan bu yöntem Sarioğlu (1997) tarafından da uygulanmıştır.

3.4.3 Viskoz terimlerin hesaplanması

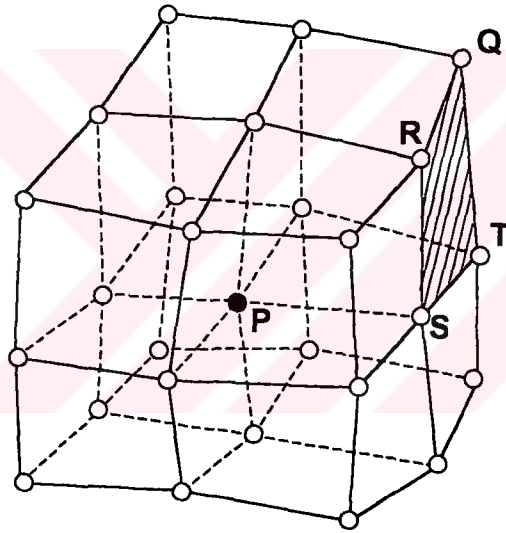
Navier-Stokes denklemlerinin çözümü için Euler denklemlerinden farklı olarak viskoz terimler de hesaba katıldığından, ayrıklaştırma sonucunda kontrol hacminin yüzeyleri üzerinde hesaplanacak olan akı terimlerinin içerisinde hız gradyanları bulunmaktadır. Bu nedenle akıların hesaplanabilmesi için akış bölgesi içerisinde hız ve basınç değerleri gibi normal akış büyüklüklerine ek olarak hız gradyanlarının da hesaplanması gerekir (Kallinderis ve Baron, 1990). Viskoz terimlerin hesabı için ayrı bir çözüm ağı da kullanılabilir.

Viskoz terimlerin ayrıklaştırılması için kullanılacak yöntemlerde aşağıdaki kavramlara dikkat edilmesi gerekir.

- Küçük elemanlardan oluşan çözüm ağı kullanımı
- Doğruluk
- Hesaplamalar için gereken bellek ve zaman gereksinimi
- Yapay sönümlleme
- Korunum
- Serbest akış bölgesine uyumluluk

Kullanılan yöntemlerin hiçbirisi bu maddelerin hepsinde birden başarılı değildir.

Bu çalışmanın kapsamında uygulanan ayrıklaştırma yönteminde, bulunması istenilen büyüklükler oluşturulan çözüm ağının köşelerine yerleştirilmiştir. Hız gradyanlarının hesaplanması için aynı çözüm ağı kullanılmıştır.



Şekil 3.3 Viskoz kontrol hacmi ve akı yüzeyi

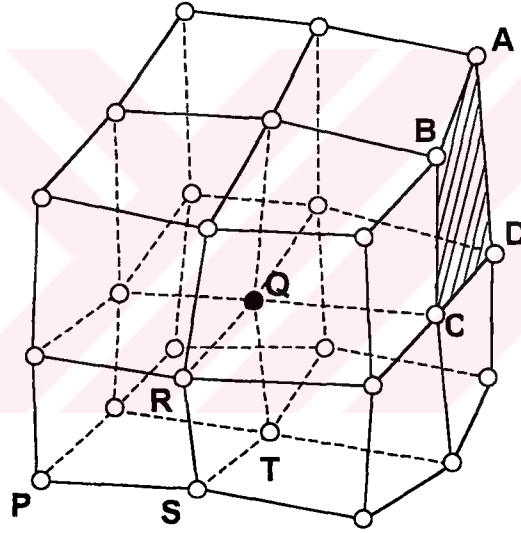
P noktasındaki viskoz gerilmelerin hesaplanması için bu noktanın etrafındaki 8 elemanın meydana getirdiği kontrol hacmi kullanılır. Bu hacmin yüzeylerinde olan akıların bulunabilmesi için (3.19) denkleminde görüldüğü gibi her hız bileşeninin üç koordinat yönündeki gradyeni hesaplanmalıdır. Örnek olarak Şekil 3.3 deki QRST yüzeyinden olan akının hesaplanması için Q,R,S ve T noktalarındaki hız gradyanlarına ihtiyaç vardır. Q noktasındaki hız gradyanı için bu nokta etrafındaki kontrol hacmi kullanılır.

Hız gradyanlarının kontrol hacmi içindeki entegrasyonları yine Gauss diverjans teoremi kullanılarak yüzey integrallerine dönüştürülür. Bu yüzey integralleri kontrol

hacminin bütün yüzeylerinde hesaplanır. Şekil 3.4 daki Q noktasında bağıl hızın W_r bileşeninin r, θ, z koordinatlarındaki gradyanlarını hesaplamak için

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial W_r}{\partial r} \right)_Q &= \frac{1}{V} \iiint_V \frac{\partial W_r}{\partial r} dV = \frac{1}{V} \iint_S W_r n_r r d\theta dz \approx \frac{1}{V} \sum_{m=1}^6 W_r S_{m_r} \\ \left(\frac{\partial W_r}{\partial \theta} \right)_Q &= \frac{1}{V} \iiint_V \frac{\partial W_r}{\partial \theta} dV = \frac{1}{V} \iint_S W_r n_\theta r dr dz \approx \frac{1}{V} \sum_{m=1}^6 W_r S_{m_\theta} \\ \left(\frac{\partial W_r}{\partial z} \right)_Q &= \frac{1}{V} \iiint_V \frac{\partial W_r}{\partial z} dV = \frac{1}{V} \iint_S W_r n_z r d\theta dr \approx \frac{1}{V} \sum_{m=1}^6 W_r S_{m_z} \end{aligned} \quad (3.19)$$

denklemleri kullanılır. Buna göre, viskoz kontrol hacminin her bir yüzeyinden olan net hız akıları hesaplanır ve bu değerler toplanarak, hacim değerine bölünür.



Şekil 3.4 Viskoz akıların hesaplanması için yapılan ayrıklaştırma

Yüzeylerden olan akıların hesaplanması için ele alınan yüzeydeki ortalama hız değeri düşünülür ve bu değer yüzeyin 4 köşesindeki hız bileşeni değerlerinin aritmetik ortalaması alınarak bulunur. Şekil 3.4 daki ABCD yüzeyi için

$$W_r = (W_{r_A} + W_{r_B} + W_{r_C} + W_{r_D}) / 4 \quad (3.20)$$

şeklinde kullanılır.

Viskoz akıların hesaplanması için viskoz çözüm ağının daha küçük elemanlardan oluşturulması diğer bir yöntemdir. Bu durumda, hız gradyanının hesaplanacağı nokta etrafındaki elemanların geometrik merkezleri bulunur ve bu merkezler

birleştirilerek bu nokta için kontrol hacmi oluşturulur. Bu kontrol hacmi, viskoz olmayan terimler için kullanılan kontrol hacminin 1/8 büyüklüğüne sahip olacaktır. Bu şekilde oluşturulan kontrol hacminin köşelerindeki akış büyüklüklerinin değerleri, ait olduğu elemanın sekiz köşesindeki büyüklüklerin aritmetik ortalaması alınarak hesaplanabilir.

3.4.4 Viskoz çözüm ağı

Viskoz terimlerin hesaplanmasında, kullanılan çözüm ağının kalitesinin ayrıklaştırmanın doğruluğu üzerindeki etkisi büyüktür. Çözüm ağını oluşturan elemanların çarpılmış (skewed) veya uzamış (stretch) olmalarının, viskoz olmayan terimlerin hesaplanmasındaki etkileri çok daha azdır. Doğruluğu etkileyen diğer önemli faktör çözümün kendisidir. Akış alanı içerisindeki türevlerin değerleri büyüdükçe hata miktarı da artar. Genellikle, katı çeperlere yakın sürtmeli bölgelerdeki gradyanlar uzak ya da sürtmesiz bölgelerdekine göre çok daha büyüktür. Bu durumda çözüm ağı oluştururken ve gradyanlar hesaba katılırken sürtmeli ve sürtmesiz bölgelerin ayrı ayrı ele alınmaları gerekir.

Genellikle kayma gerilmelerinin önemli olduğu katı duvarlar yakınındaki sınır tabaka bölgelerinde akışa dik yönde büyük hız gradyanları mevcuttur. Akış yönündeki hız gradyanlarının değeri viskoz olmayan bölgelerdeki değerlerden çok fazla ayrılmaz. Bu nedenle kayma gerilmelerinin önemli büyüklükte olduğu bu bölgelerde akışa dik yöndeki çözüm ağının sayısının diğer bölgelere göre daha fazla olması gerekir. Genellikle bu bölgelerde sınır tabakanın karmaşıklığına göre 10 ile 100 arasında nokta kullanılır. Reynolds sayısının küçük olduğu durumlarda sınır tabaka göreceli olarak büyüktür. Bu durumda çözüm ağı büyük elemanlardan oluşturulur. Reynolds sayısı büyüdükçe viskoz çözüm ağı daha dar bir alanda daha ince elemanlardan oluşturulur.

3.4.5 Yapay sönümleme

Sonlu hacimler ayrıklaştırması, düzgün çözüm ağı kullanılması durumunda ikinci derece doğruluğa sahip olduğu halde, çözüm alanı içinde meydana gelebilecek olan salınımların, sonucu bozabilecek etkisine açıktır. Bu salınımları ortadan kaldırmak ve çözümü kararlı hale getirmek için, kullanılan denklem sistemine yapay sönümleme terimleri ilave edilir. Bu işlem yapılırken, eklenen yapay sönümleme teriminin, tatmin edici bir yakınsama sağlayacak kadar büyük, çözümün doğruluğunu etkilemeyecek kadar küçük olacak şekilde optimize edilmesine dikkat edilmesi gerekir (Kroll, 1984).

(3.18) denkleminde, uzay boyutunda ayırıklaştırma sonucunda akış büyüklüklerinin (hız ve basınç alanı) sadece zamana göre türevlerinin kaldığı görülmektedir. Bu şekilde elde edilen adi diferansiyel denklem sistemi, akı terimlerinin toplamı $\vec{Q}$ ile gösterilecek olursa, ayırıklaştırılmış her i,j,k noktası için

$$\frac{d}{dt}(\vec{U}_{i,j,k} + \vec{R}_{i,j,k})V_{i,j,k} + \vec{Q}_{i,j,k} = 0 \quad (3.21)$$

şeklinde ifade edilebilir (Swanson ve Turkel, 1987). Yapay sönümlleme terimi (3.20) denkleminde ilave edilecek olursa

$$\frac{d}{dt}(\vec{U}_{i,j,k} + \vec{R}_{i,j,k})V_{i,j,k} + \vec{Q}_{i,j,k} - \vec{D}_{i,j,k} = 0 \quad (3.22)$$

elde edilir. D ile gösterilen sönüm akıları, her bir kontrol hacmi için 3 indeks yönünde hesaplanan değerlerin toplamı ile bulunur.

$$\vec{D}_{i,j,k} = (D_i + D_j + D_k)\vec{U}_{i,j,k} \quad (3.23)$$

Örnek olarak i indeksi yönündeki sönüm ifadesi

$$D(\vec{U}_{i,j,k})_i = d_{i+\frac{1}{2},j,k} - d_{i-\frac{1}{2},j,k} \quad (3.24)$$

şeklinde i,j,k noktasının i indeksi yönünde iki tarafındaki sönümlerin farkı alınarak hesaplanır.

Normal olarak sönümlleme terimi eklemenin iki amacı vardır. Sıkıştırılabilir akışlarda, büyük yoğunluk değişimlerinin olduğu şok bölgelerinin yakınlarında meydana gelebilecek salınımlar engellenerek, şokun olduğu bölgenin doğru olarak yakalanması için ikinci derece sönümlleme terimi kullanılır. Sistem içerisinde birbirine ardışık olan çözüm noktalarında oluşabilecek büyük farklar bir geri besleme mekanizması oluşturarak yakınsamayı engelleyen bir hata mekanizması ortaya çıkarabilir. Bu durumu engellemek için ise dördüncü derece sönüm terimleri ilave edilerek büyük farklar dağıtılır. Bu işlem akış olayının fiziksel karakterinde bozulmalar meydana getirir. Çözüm ağının daha küçük elemanlardan oluşturulması yapay sönümllemenin bozucu etkisinin daha çabuk ortadan kalkmasını sağlar. Diğer taraftan yapay sönümlleme uygulanmadan genellikle yakınsama elde edilemez (Holmes, 1989).

Sıkıştırılmaz akışlarda yoğunluk sabit olduğundan, şok yakalamak için kullanılan ikinci derece sönüm terimine ihtiyaç yoktur. Bu nedenle bu çalışmada sadece dördüncü derece sönümler kullanılmıştır. (3.24) denklemindeki sönüm terimleri

$$d_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{V_{i,j,k}}{\Delta t} \left[-k^{(4)} \delta_{xxx} \bar{U}_{i-1} \right] \quad d_{i-\frac{1}{2},j,k} = \frac{V_{i,j,k}}{\Delta t} \left[-k^{(4)} \delta_{xxx} \bar{U}_{i-2} \right] \quad (3.25)$$

ifadeleri ile hesaplanır. δ_{xxx} operatörü x doğrultusundaki 3. mertebe farkı göstermektedir. Bu ifadeler bir iç nokta için açık olarak yazılacak olursa

$$\begin{aligned} d_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \frac{V_{i,j,k}}{\Delta t} \left[-k^{(4)} (\bar{U}_{i-1,j,k} - 3\bar{U}_{i,j,k} + 3\bar{U}_{i+1,j,k} - \bar{U}_{i+2,j,k}) \right] \\ d_{i-\frac{1}{2},j,k} &= \frac{V_{i,j,k}}{\Delta t} \left[-k^{(4)} (\bar{U}_{i-2,j,k} - 3\bar{U}_{i-1,j,k} + 3\bar{U}_{i,j,k} - \bar{U}_{i+1,j,k}) \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

şeklini alırlar. (3.24) denklemini ile gösterilen i yönündeki sönüm terimi bir iç nokta için (3.26) ifadeleri kullanılarak

$$D(\bar{U}_{i,j,k})_i = \frac{V_{i,j,k}}{\Delta t} k^{(4)} (\bar{U}_{i-2,j,k} - 4\bar{U}_{i-1,j,k} + 6\bar{U}_{i,j,k} - 4\bar{U}_{i+1,j,k} + \bar{U}_{i+2,j,k}) \quad (3.27)$$

şeklinde hesaplanır. Bu denklemde $k^{(4)}$ ile gösterilen değere yapay sönümleme katsayısı adı verilir. Bu katsayının değeri farklı akış olaylarında veya akışın özel bölgelerinde, eklenen yapay sönümlemenin miktarının ayarlanmasının sağlar. Bu nedenle, tecrübeler ışığında çözülmeye çalışılan akış olayına uygun seçilmelidir. İç akışlar için başlangıç değeri olarak $k^{(4)} = 1/256$ kullanılabilir.

Yapay sönümleme gereksinimi sonlu hacimler ayrıklaştırmasının sonucunda ortaya çıktığı için viskoz olmayan bölgeler kadar, viskozitenin önemli olduğu, yüksek hız gradyanına sahip bölgelerde de bu uygulamaya ihtiyaç duyulur. Diğer taraftan bu bölgelerde yapay sönümlemenin kullanımı, fiziksel viskozitenin etkisi zedeleyebilir. Bu ise viskoz bölgelerdeki çözümün doğruluğunu azaltır.

Sönümlemenin hesabında kullanılan ikinci ve dördüncü dereceden farklar viskoz bölge içersinde genellikle büyük değerler alırlar. Bu nedenle yapay sönümleme viskoz tabakayı diğer bölgelerden daha fazla etkiler. Viskoz etkilerin önemli olduğu bu bölgelerde akışın fiziksel karakterini tamamen değiştirebilecek böyle bir yanlış uygulama, bilgisayar programı yakınsıyormuş gibi görünsede, gerçek akışla ilgisiz çözümler verebilir. Bu nedenle, kod içerisinde hız gradyanlarının yüksek olduğu bölgelerde, yapay sönümlemenin fiziksel viskoziteden daha küçük olmasına

çalışılmalıdır. Bu şartın sağlanması için, sabit sönümlleme katsayısı kullanıldığı durumda viskoz bölgelerdeki çözüm ağının, gradyanın büyük olduğu doğrultuda

$$N \gg \left(\frac{Re.k^{(4)}}{CFL} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.28)$$

elemana sahip olması gerekir (Kallinderis ve Baron, 1990). Katı duvar yakınlarındaki bölgelerde (3.28) şartı göz önüne alınarak duvara dik doğrultuda 10 civarında eleman oluşturulmuştur.

Yapay sönümlleme teriminin, katı duvarlar veya periyodik sınırlar gibi bölgelerde uygulanması sırasında (3.27) denklemindeki fark ifadesi değişir. Bu özel bölgeler için fark katsayıları tablo 3.1 de verilmiştir.

3.4.6 Zaman boyutunda ayrıklaştırma

(3.1) sistemine uzay boyutunda ayrıklaştırma uygulanarak elde edilen (3.18) denklem sistemi, zamana göre birinci dereceden adi diferansiyel denklem sistemi şeklindedir. Bu denklem sistemi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

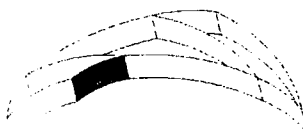
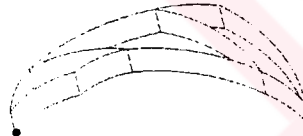
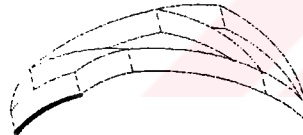
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{U}_{i,j,k} + \bar{P}_{i,j,k} &= 0 \\ \bar{P}_{i,j,k} &= \frac{1}{V_{i,j,k}} (\bar{Q}_{i,j,k} - \bar{D}_{i,j,k}) + \bar{R}_{i,j,k} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$\bar{P}$ ile gösterilen terim denklem sistemindeki akıların, yapay sönümllemenin ve kaynak terimlerinin toplamıdır. Bu terim genellikle sistemin artışı olarak adlandırılır. (3.29) adi diferansiyel denklem sisteminin çözümü için sayısal zaman içinde ilerleme teknikleri kullanılır. n ile aktif zaman, $n+1$ ile de bir adım sonraki zaman gösterilecek olursa, en basit zaman içinde ilerleme ile çözüm tekniği

$$\bar{U}_{i,j,k}^{n+1} = \bar{U}_{i,j,k}^n + \left. \frac{d\bar{U}_{i,j,k}}{dt} \right|_{i,j,k}^n \Delta t \quad (3.30)$$

şeklinde yazılabilir. Bu yöntem, zamanda genel açık ekstrapolasyon yöntemidir ve bazı adi diferansiyel denklem sistemleri için kararlı olmakla beraber (3.29) denklem

Tablo 3.1 Çeşitli bölgeler için kullanılan yapay sönümleme katsayıları

	$U_{i-2,j,k} - 2U_{i-1,j,k} + U_{i,j,k}$ $U_{i,j-2,k} - 4U_{i,j-1,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j+1,k} + U_{i,j+2,k}$ $U_{i,j,k-2} - 4U_{i,j,k-1} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j,k+1} + U_{i,j,k+2}$
	$U_{i-2,j,k} - 4U_{i-1,j,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i+1,j,k} + U_{i+2,j,k}$ $U_{i,j-2,k} - 4U_{i,j-1,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j+1,k} + U_{i,j+2,k}$ $U_{i,j,k+2} - 2U_{i,j,k-1} + U_{i,j,k}$
	$U_{i-2,j,k} - 4U_{i-1,j,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{2,j,k} + U_{3,j,k}$ $U_{i,j-2,k} - 4U_{i,j-1,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j+1,k} + U_{i,j+2,k}$ $U_{i,j,k-2} - 4U_{i,j,k-1} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j,k+1} + U_{i,j,k+2}$
	$U_{i-2,j,k} - 4U_{i-1,j,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i+1,j,k} + U_{i+2,j,k}$ $U_{i,j-2,k} - 2U_{i,j-1,k} + U_{i,j,k}$ $U_{i,j,k-2} - 4U_{i,j,k-1} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j,k+1} + U_{i,j,k+2}$
	$U_{i+2,j,k} - 4U_{i+1,j,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{imax-1,j,k} + U_{imax-2,j,k}$ $U_{i,j+2,k} - 2U_{i,j+1,k} + U_{i,j,k}$ $U_{i,j,k+2} - 2U_{i,j,k-1} + U_{i,j,k}$
	$U_{i+2,j,k} - 4U_{i+1,j,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i-1,j,k} + U_{i-2,j,k}$ $U_{i,j+2,k} - 2U_{i,j+1,k} + U_{i,j,k}$ $U_{i,j,k+2} - 2U_{i,j,k-1} + U_{i,j,k}$
	$U_{i-2,j,k} - 4U_{i-1,j,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{2,j,k} + U_{3,j,k}$ $U_{i,j+2,k} - 2U_{i,j+1,k} + U_{i,j,k}$ $U_{i,j,k-2} - 4U_{i,j,k-1} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j,k+1} + U_{i,j,k+2}$
	$U_{i-2,j,k} - 2U_{i-1,j,k} + U_{i,j,k}$ $U_{i,j+2,k} - 2U_{i,j+1,k} + U_{i,j,k}$ $U_{i,j,k-2} - 4U_{i,j,k-1} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j,k+1} + U_{i,j,k+2}$
	$U_{i-2,j,k} - 4U_{i-1,j,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{2,j,k} + U_{3,j,k}$ $U_{i,j-2,k} - 4U_{i,j-1,k} + 6U_{i,j,k} - 4U_{i,j+1,k} + U_{i,j+2,k}$ $U_{i,j,k+2} - 2U_{i,j,k-1} + U_{i,j,k}$

sistemi için, Δt ne kadar küçük alınırsa alınsın kararsız bir karaktere sahiptir. Bu durumda (3.29) denklem sisteminin çözümü için 3 yol izlenebilir.

- 1) Uzun boyutta ayrıklaştırma işlemi değiştirilerek (3.30) denklemi ile verilen basit açık ekstrapolasyon yönteminin belirlenen Δt zaman adımları için kararlı hale gelmesi sağlanabilir. Bu tür yöntemlere genellikle "upwind" yöntemler adı verilir ve uzun zamandır kullanılmaktadır. Bu yöntemlerin uygulanması üzerinde yapılan değişikliklerle türbomakina uygulamalarında zamanına göre tatmin edici sonuçlar veren bilgisayar programları hazırlanmıştır (Denton, 1985).
- 2) (3.30) denkleminde görüldüğü gibi $n+1$ zamanında elde edilecek sonuç için n zamanındaki çözüm yeterlidir. Bu yöntemlere açık yöntem adı verilmesinin nedeni budur. Sadece n zamanındaki değil, elde edilmeye çalışılan $n+1$ zamanındaki bilinmeyen değerlerinin de kullanıldığı çözüm yöntemlerine kapalı yöntemler adı verilir. Kapalı yöntemlerin kullanılması durumunda denklem sisteminin çözümünün kararlı olabilmesi için Δt zaman adımına uygulanan sınırlamalar ortadan kalkar. Çözüm yöntemi daha karışık olduğu halde, zaman adımının kritik olduğu problemlerde bu yöntemler kullanılabilir.
- 3) Basit uygulama şekilleri nedeniyle sayısal uygulamaları oldukça kolay olan Runge-Kutta yöntemi gibi çok adımlı açık yöntemler kullanılabilir.

Runge-Kutta yönteminin adı diferansiyel denklemlerin çözümü için kullanımı literatürde pek çok araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Bu nedenle yöntemin uygulanması ve özellikleri ile ilgili geniş birikim ve kaynak kolaylıkla bulunabilir. Doğruluğun artırılması gerektiği yada denklem sisteminin daha geniş bir bölgede kararlı olmasının istendiği durumlarda, kullanılan adım sayısı artırılabilir. Ayrıca sadece daimi haldeki çözümün arandığı uygulamalarda, daimi haldeki sonucun zaman adımından bağımsız olması önemlidir.

Klasik dördüncü derece Runge-Kutta yönteminin uygulaması aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 U_{i,j,k}^{(0)} &= U_{i,j,k}^n \\
 U_{i,j,k}^{(1)} &= U_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_1 \Delta t P_{i,j,k}^{(0)} \\
 U_{i,j,k}^{(2)} &= U_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_2 \Delta t P_{i,j,k}^{(1)} \\
 U_{i,j,k}^{(3)} &= U_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_3 \Delta t P_{i,j,k}^{(2)} \\
 U_{i,j,k}^{(4)} &= U_{i,j,k}^{(0)} - \Delta t \{ \alpha_4 P_{i,j,k}^{(0)} + \alpha_5 P_{i,j,k}^{(1)} + \alpha_6 P_{i,j,k}^{(2)} + \alpha_7 P_{i,j,k}^{(3)} \} \\
 U_{i,j,k}^{n+1} &= U_{i,j,k}^{(4)}
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Bu yöntemde kullanılan katsayılar

$$\alpha_1 = 1/2 \quad \alpha_2 = 1/2 \quad \alpha_3 = 1 \quad \alpha_4 = 1/6$$

$$\alpha_5 = 1/3 \quad \alpha_6 = 1/3 \quad \alpha_7 = 1/6$$

olarak verilmiştir. Bu formdaki yöntem zaman içinde ikinci dereceden doğruluğa sahiptir.

Runge-Kutta yönteminin bu şekildeki klasik formda uygulanması durumunda, her bir adımda, akıların ve yapay sönümlleme terimlerinin hesaplanması gerekir. Ayrıca n+1 zamanındaki çözümü bulabilmek için her bir adımdaki sonuçların bilgisayar belleğinde depolanması gerekmektedir. Bu durum özellikle üç boyutlu problemlerde ve çok noktaya sahip çözüm ağlarında çok fazla miktarda bilgisayar belleği gereksinimine neden olur. Bu nedenle, verimsiz hale gelen klasik form yerine Jameson ve diğ. (1981) tarafından önerilen değiştirilmiş form kullanılmıştır.

Değiştirilmiş dört adımlı Runge-Kutta yöntemi ve katsayıları aşağıdaki şekilde verilmektedir

$$\begin{aligned}\vec{U}_{i,j,k}^{(0)} &= \vec{U}_{i,j,k}^n \\ \vec{U}_{i,j,k}^{(1)} &= \vec{U}_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_1 \Delta t \vec{P}_{i,j,k}^{(0)} \\ \vec{U}_{i,j,k}^{(2)} &= \vec{U}_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_2 \Delta t \vec{P}_{i,j,k}^{(1)} \\ \vec{U}_{i,j,k}^{(3)} &= \vec{U}_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_3 \Delta t \vec{P}_{i,j,k}^{(2)} \\ \vec{U}_{i,j,k}^{(4)} &= \vec{U}_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_4 \Delta t \vec{P}_{i,j,k}^{(3)} \\ \vec{U}_{i,j,k}^{n+1} &= \vec{U}_{i,j,k}^4\end{aligned}\tag{3.32}$$

$$\alpha_1 = 1/4 \quad \alpha_2 = 1/3 \quad \alpha_3 = 1/2 \quad \alpha_4 = 1$$

Burada, $\vec{P}$ ile gösterilen kalıntı teriminin içindeki yapay sönümlleme terimleri, her adımda hesaplanmak yerine sadece ilk adımda hesaplanır ve sonraki adımlar için bu değerler kullanılır. Böylece her adımda sönüm terimlerinin hesaplanması için gereken işlemci zamanı ortadan kalkar. Aynı zamanda, her adım için sadece bir önceki adımda elde edilen değerler kullanıldığından, bütün adımlardaki sonuçların bilgisayar belleğinde tutulması zorunluluğu da ortadan kalkar. Bunun yerine sönüm terimlerinin tutulması için gereken belleğin yaklaşık olarak dörtte biri kullanılacaktır.

Değiştirilmiş Runge-Kutta formu klasik formla aynı kararlılık sınırına sahiptir ve doğrusal olmayan denklemler için ikinci derece doğruluğa sahipken, lineer

denklemler için klasik Runge-Kutta yöntemi gibi dördüncü merteye doğruluğa sahiptir. Bu yöntem hibrid çok zaman adımli yöntem olarak da bilinir.

Runge-Kutta zaman adımı yöntemi MacCormack gibi diğer açık yöntemlere göre daha verimlidir. Kalıntı teriminin 0 olması durumunda $n+1$ zamanındaki çözüm n zamanındaki çözüme eşittir. Bu sayede daimi haldeki çözüm, zaman adımından bağımsız olur ve daimi hale ulaşmak için gereken yakınsama zamanını kısaltmak için hızlandırma metodları uygulanabilir.

(3.29) adi diferansiyel denklem sisteminin zaman içerisindeki çözümü çok adımli açık Runge-Kutta yöntemi kullanılarak iteratif olarak yapılacaktır. Bu durumda, her iterasyonda gerçek çözüme biraz daha yaklaşılmaya yani çözümün kararlı olması gerekir. Yöntemin kararlılık şartının bulunması için Von Neumann (Roache, 1972) analizi uygulandığında, CFL (Courant, Friedrichs, Levy) sayısının değiştirilmiş Runge-Kutta yöntemi için üst sınırının $2\sqrt{2}$ olduğu bulunmaktadır (Jameson, 1981)

Zaman boyutunda ayrıklaştırma için çok adımli Runge-Kutta metodunun kullanılması durumunda yöntemin açık türde olması nedeniyle, bir sonraki zaman adımına geçmek için kullanılan Δt zamanının bir üst sınırı vardır. Rizzi ve Eriksson (1985) tarafından zaman adımı limiti

$$\Delta t_{i,j,k} \leq \text{CFL} \left[\frac{V_{i,j,k}}{\tilde{U} + (\tilde{U}^2 + c^2 S^2)^{1/2}} \right]_{i,j,k} \quad (3.33)$$

olarak verilmiştir. Bu denklemde

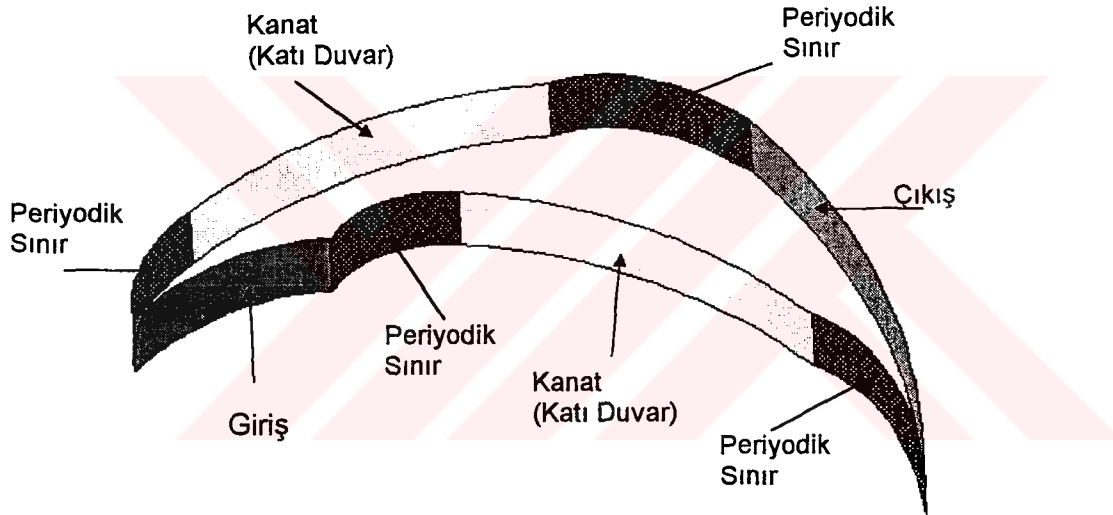
$$\begin{aligned} \tilde{U} &= |V_r S_{rr} + V_\theta S_{r\theta} + V_z S_{rz}| + |V_r S_{\theta r} + V_\theta S_{\theta\theta} + V_z S_{\theta z}| + |V_r S_{zr} + V_\theta S_{z\theta} + V_z S_{zz}| \\ S^2 &= (|S_{rr}| + |S_{\theta r}| + |S_{zr}|)^2 + (|S_{r\theta}| + |S_{\theta\theta}| + |S_{z\theta}|)^2 + (|S_{rz}| + |S_{\theta z}| + |S_{zz}|)^2 \end{aligned} \quad (3.34)$$

şeklinde hesaplanır.

3.5 Sınır Şartları

Uzay ve zaman boyutunda ayrıklaştırma işlemi yapıldıktan sonra elde edilen denklem sisteminin çözülebilmesi için çözüm alanını çevreleyen sınırlardaki bilinmeyen değerlerinin yada değişimlerinin bu bölgelerde sayısal olarak verilmesi gerekir. Sınır şartlarının yanlış uygulanması daimi hale yakınsamayı geciktirebileceği gibi çözümün tamamen anlamsız olmasına yada yakınsamamaya neden olabilir.

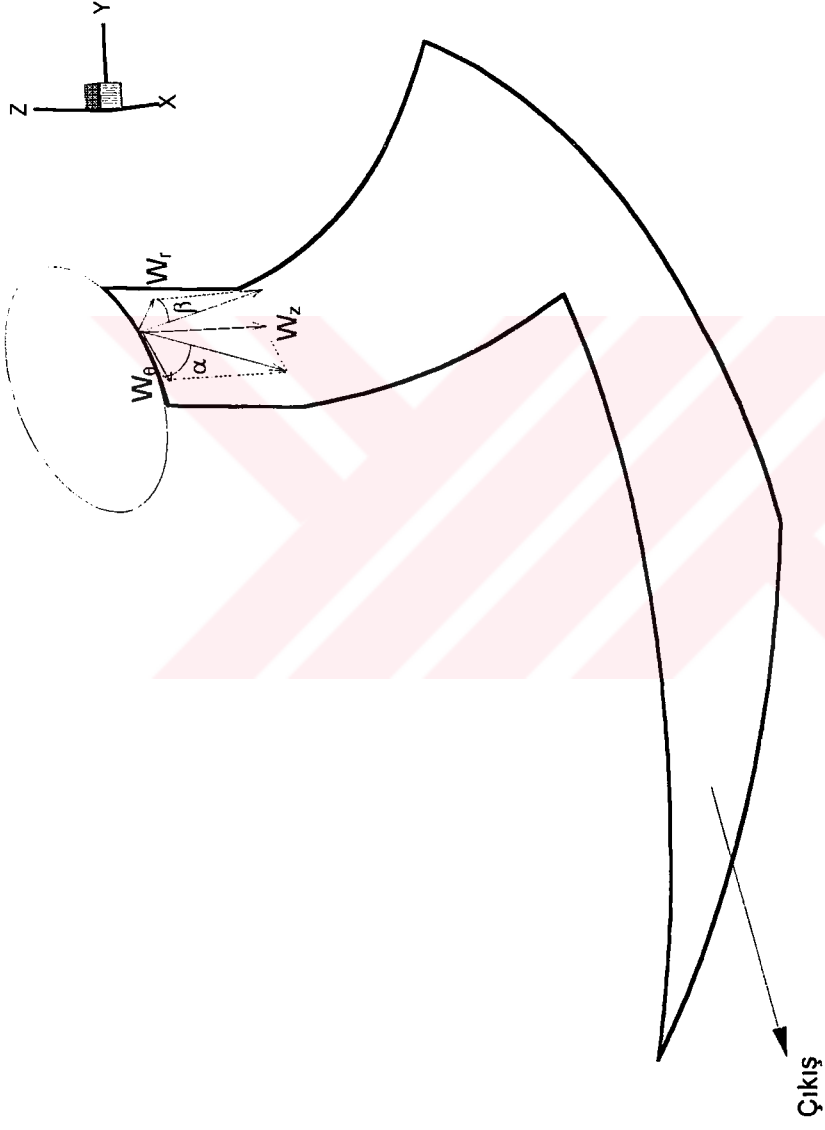
Kanatlar arasındaki üç boyutlu akışa sesaltı karakteristikler teorisi uygulandığı zaman sıkıştırılamaz akışlar için giriş sınır şartı olarak 3 bilinmeyen değerinin verilmesi çıkış sınır şartı olarak ise bir bilinmeyen sınırda tanımlanması gerektiği görülmektedir (Swanson ve Turkel, 1985). Çark içindeki akışın sayısal çözümünün bütün çark için yapılması, bilgisayar belleği ve çözümün elde edilmesi için gereken süreyi çok fazla artırır. Bunun yerine sadece iki kanat arasındaki akışın analizi yapılarak, gereken bellek miktarı ve yakınsama süresi önemli ölçüde azaltılmış olur. Diğer taraftan bu durumda kanatlar arasındaki bölgeye giriş ve çıkış alanlarında, komşu kanatlar arası bölgelerin de etkisinin hesaba katılabilmesi için periyodik sınır şartlarının tanımlanması gerekir. Akış alanının, sınır şartlarının uygulandığı bölgeleri Şekil 3.5 de gösterilmiştir. Aşağıda, bölgelere göre sınır şartlarının uygulanma şekli anlatılmaktadır.



Şekil 3.5 Sınır şartlarının uygulandığı bölgeler

3.5.1 Giriş sınır koşulu

Sesaltı akışlar için uygulanan karakteristikler teorisi, akış bölgesine giriş sınırında, üç bilinmeyen fiziksel olarak verilmesi gerektiğini ortaya çıkarmaktadır. Kalan 4. bilinmeyen değeri, çözüm bölgesinin içinden sayısal olarak alınabilir. Sıkıştırılamaz akış için sınırlarda belirlenmesi gereken büyüklükler bağıl hızın üç bileşeni W_r , W_θ , W_z ve statik basınç p değerleridir. Bu çalışmada giriş sınır şartı olarak dönme eksenine yönündeki hız bileşeni ve diğer hız bileşenleri ile olan iki giriş açısı verilmiştir (Şekil 3.6).



Şekil 3.6 Girişte verilen hız bileşeni ve açıları

Böylece giriş kesitindeki hızın 3 bileşeni de belirlenmiş olur. Hesaplanan iç akış bölgesindeki değerler kullanılarak giriş kesitindeki statik basınç dördüncü bilinmeyen olarak verilir. Bunun için sıfırıncı dereceden ekstrapolasyon yapılarak girişteki statik basınç

$$p_{st,i,j,1} = p_{st,i,j,2} \quad (3.35)$$

olarak alınmıştır. Yapılan denemelerde giriş kesitinde statik basınç değeri verilirken relaksasyon yapılmasının sistemin kararlılığına yardımcı olduğu görülmüştür. Bu nedenle statik basınç değeri için

$$p_{st,gir}^{n+1} = (1-r)p_{st,gir}^n + rp_{st,eks}^{n+1} \quad (3.36)$$

hesabı yapılır. r değeri için literatürde 0.25 değerinin uygun olduğu söylenmektedir (Holmes, 1989).

3.5.2 Çıkış sınır koşulu

Sesaltı akışlar için uygulanan karakteristikler teorisi akış bölgesinin çıkışında içeriden sınıra doğru bilgi taşıyan 3 karakteristik olduğunu göstermektedir (Hirsch, 1988). Bir karakteristik negatif işaretli olduğu için sınırdan iç bölgeye bilgi taşındığını gösterir. Bu durumda çıkış sınır koşulu olarak bir bilinmeyen değeri verilmelidir. Diğer üç bilinmeyen için iç bölgeden taşınan değerler kullanılabilir.

Literatürde, çıkış sınırında fiziksel sınır şartı olarak sıkıştırılmaz akışlar için genellikle statik basınç değeri kullanılmaktadır. Bütün çıkış yüzeyinde statik basıncın değerinin sabit alınması yerine bir noktada statik basınç sabit alınır ve bu noktadaki statik basınç değeri ile bir iç noktadaki değer arasındaki oran diğer noktalara uygulanır. Statik basıncın sabit alındığı nokta genellikle göbek üzerinde olmaktadır.

$$\begin{aligned} \text{ORAN} &= P_{1,1,k} / P_{1,1,k-1} \\ P_{i,j,k} &= \text{ORAN} * P_{i,j,k-1} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Bu durumda iç bölgeden çıkış sınırına, bağıl hızın üç koordinatındaki bileşenleri taşınır. Bu işlem için sıfırıncı dereceden ekstrapolasyon kullanılmaktadır.

$$W_{r,\theta,z,i,j,k} = W_{r,\theta,z,i,j,k-1} \quad (3.38)$$

Eksenel türbomakinalar için çıkış sınırında statik basınç değeri verilirken göbekten yanağa statik basıncın değişimi için radyal denge denklemi kullanılabilir. Bunun için yine göbek üzerindeki bir noktada sabit statik basınç değeri alındıktan sonra

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\rho W_\theta^2}{r} \quad (3.39)$$

denklemi kullanılarak göbekten yanağa kadar entegrasyon ile değişim hesaplanabilir. Bu yöntemin sadece eksenel yada eksenele yakın çıkışa sahip olan akışlara uygulanabileceği dikkate alınmalıdır.

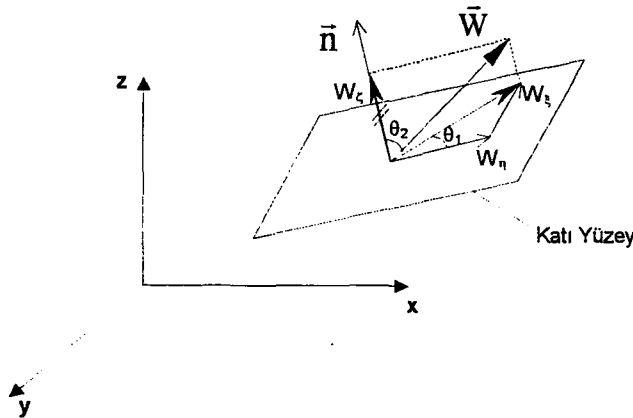
3.5.3 Katı duvarlar

Navier Stokes çözümü için katı duvarlar üzerinde kaymama şartı uygulanmış yani bütün hız bileşenleri sıfır olarak verilmiştir.

$$W_r = W_\theta = W_z = 0 \quad (3.40)$$

Katı yüzeyler üzerinde hız değeri sıfır olacağı için katı duvar ile normal akış bölgesi arasında, duvara dik yöndeki hız gradyanının büyük olduğu bir sınır tabaka oluşacaktır.

Euler çözümü için katı duvarlar üzerinde kaymama şartının uygulanması yerine hız vektörleri katı duvara paralel hale getirilmiştir. Bu işlem için, önce hız vektörleri transformasyon ile duvarın normalinin z eksenini oluşturduğu koordinat sistemine dönüştürülür. Daha sonra, yeni koordinat sistemindeki hız vektörünün z yönündeki bileşeni sıfıra eşitlenir ve ters transformasyon ile yeni hız vektörü orjinal koordinat sistemine geri döndürülür.



Şekil 3.7 Katı duvar hız vektörü

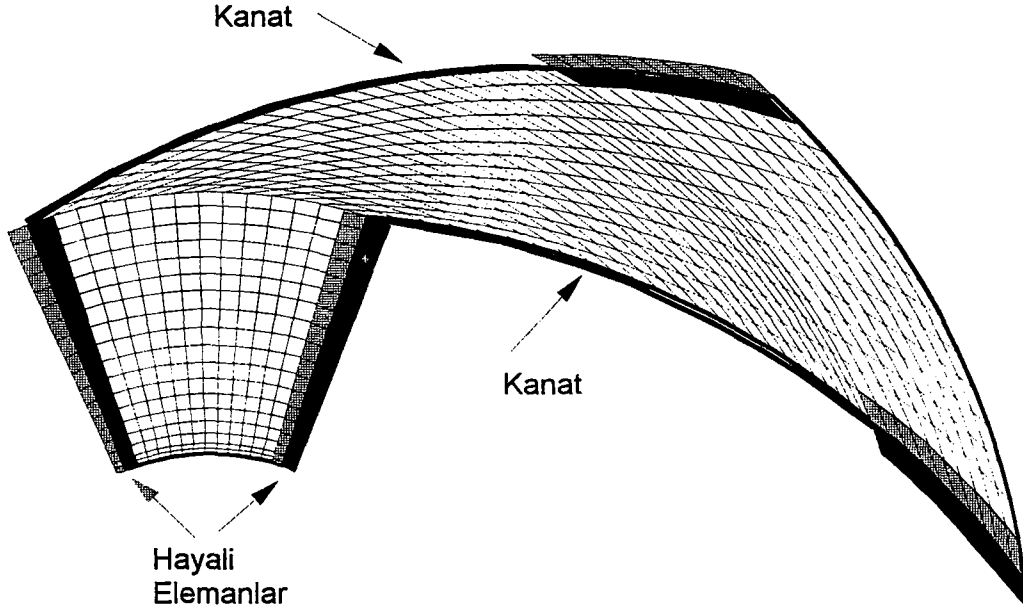
Şekil 3.7' da katı duvar üzerinde seçilen koordinat sistemi ve bağıl hız vektörünün bu koordinat sistemine dönüşümü gösterilmektedir.

3.5.4 Periyodik sınır şartları

Pompa çarkının bütününde akışı çözebilmek için bütün çarkın geometrik modellenmesi ve çözüm ağının oluşturulması gerekir. Bu durum çok fazla işlem zamanına ve bilgisayar kaynağı israfına neden olacağı için pratik değildir. Bu nedenle çözüm için, sadece iki kanat arasındaki akış bölgesi dikkate alınmaktadır. Çark kanatları arasındaki bölgelerin birbirini tekrar eden bölgeler olduğu düşünülerek kanat giriş ve çıkışlarında önceki ve sonraki bölgelerin etkilerini hesaba katmak için periyodik sınır koşulları uygulanmaktadır.

Periyodik sınır koşullarının sisteme uygulanması için, çözüm ağı oluşturulurken periyodik olan bölgelerin dışına, akış alanına dahil olmayan hayali noktalar ilave edilir (Şekil 3.8) (Segal ve diğ., 1994). Bu noktalar, karşı sınırın hemen içindeki gerçek noktaların iki kanat arasındaki açı kadar merkez etrafında döndürülmeleri ile edilir. Çözüm sırasında her iterasyondan sonra bu hayali noktalardaki akış büyüklükleri, geometrik olarak orjinalleri olan gerçek noktalardaki akış büyüklüğü değerlerine eşitlenir. Bu şekilde, iki periyodik sınır üzerindeki kopya noktalar etrafında oluşturulan kontrol hacimleri ve akılar birbirlerinin aynıları olurlar.

Kanatlar arası bölgenin giriş ve çıkışında periyodik sınır şartlarının tanımlandığı alanların geometrik olarak belirlenmesi önemli bir problem oluşturmaktadır. Bu bölgelerde akış alanını sınırlayan kanatlar olmadığı için sınırların, fiziksel olaya uygun bir şekilde oluşturulması gerekir.



Şekil 3.8 Periyodik bölgelerdeki hayali elemanların tanımı

Literatürde periyodik sınırların tanımlanması ile ilgili kesin bir yöntem bulunamamıştır. Bu nedenle çarka giriş ve çarktan çıkış bölgelerinde gerçek akışa en yakın olduğu düşünülen serbest vorteks akışı ve kütle korunumu göz önüne alınarak buna uygun sınırlar ve çözüm ağı oluşturulmuştur.

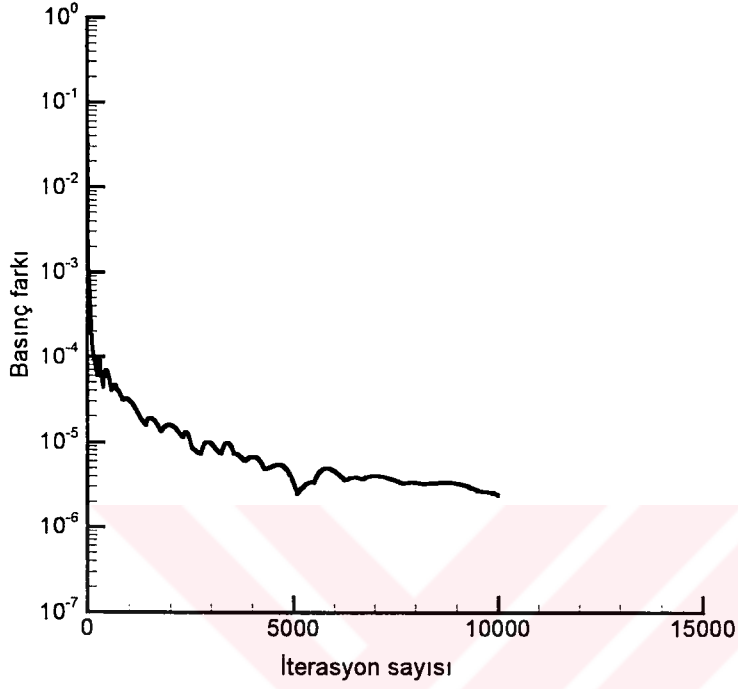
3.6 Yöntemin Temel Uygulamaları

Kullanılan yöntemin uygulanmasında ortaya çıkabilecek olan sorunların belirlenmesi ve temel algoritmanın oluşturulması için öncelikle iki boyutlu bir Navier-Stokes kodu oluşturulmuş ve analitik çözümü olan basit akışlar için sonuçlar sınanmıştır.

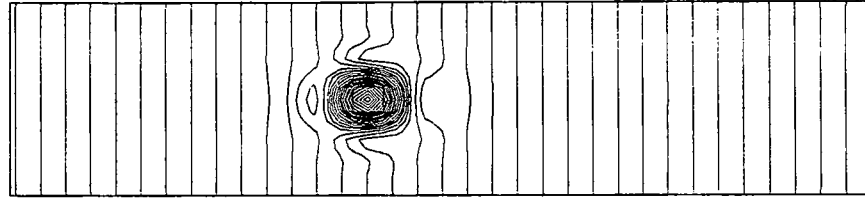
3.6.1 Sabit iki levha arasındaki akış ile yapay sıkıştırılabilirlik yönteminin sınanması

Akışın sıkıştırılmaz kabul edilmesi nedeni ile süreklilik denkleminde yoğunluk değişiminin kalktığı, sayısal yöntemin açıklanmasında ifade edilmişti. Denklem sisteminin zaman boyutunda hiperbolik karakterde olabilmesi için uygulanan yapay sıkıştırılabilirlik tekniğinin, akışın fiziksel karakteri üzerindeki etkisinin görülebilmesi amacıyla sabit iki levha arasındaki akış çözümü yapılmıştır. Reynolds sayısının 500 olarak seçildiği akışta başlangıç tahmini sırasında basınç alanının bir noktasına rahatsızlık yerleştirilmiş ve çözüm sırasında bu rahatsızlığın sistem tarafından nasıl

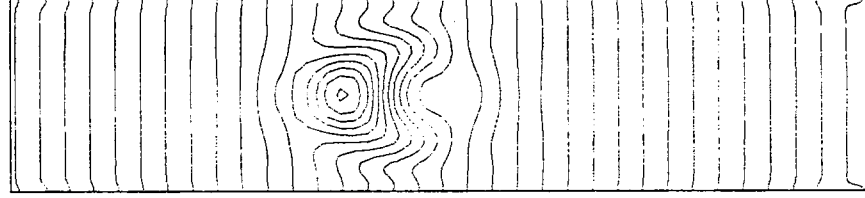
sönümlendiği gösterilmiştir. Şekil 3.10' de bu çözümün aşamaları görülmektedir. Çözümün yakınsama grafiği Şekil 3.9' de verilmiştir.



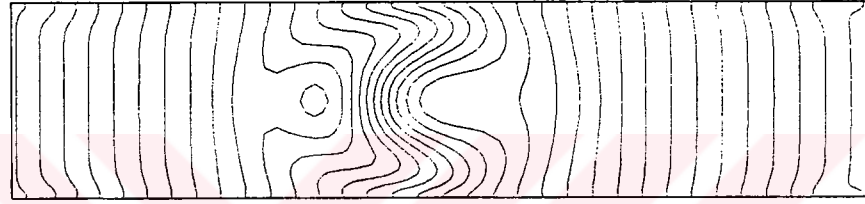
Şekil.3.9 Yakınsama grafiği



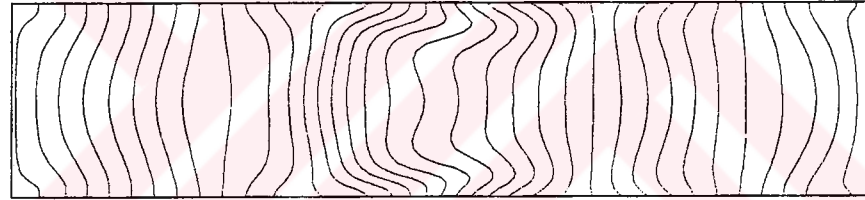
20. İterasyon



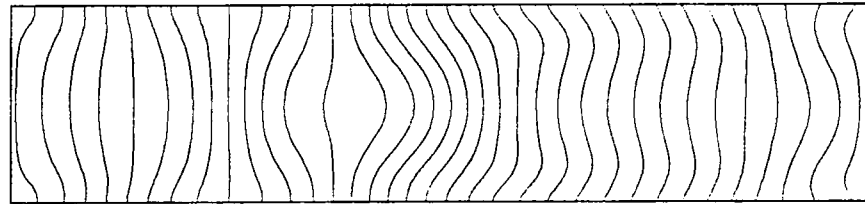
80. İterasyon



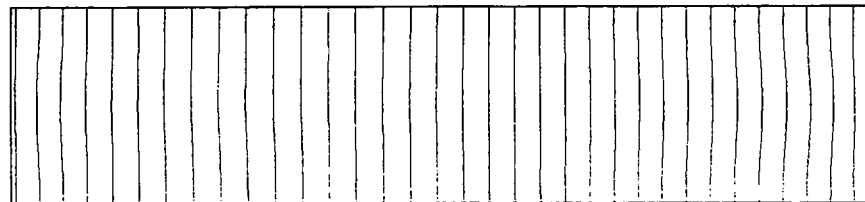
180. İterasyon



500. İterasyon



1000. İterasyon



10000. İterasyon

Şekil 3.10 Basınç alanındaki rahatsızlığın sistem tarafından sönümlenmesi – Eş statik basınç çizgileri

3.6.2 İki levha arasındaki akış (Couette-Poiseuille)

Biri duran diğeri sabit U hızı ile hareket ettirilen iki levha arasında, giriş ile çıkış arasında bir basınç gradyanı olması durumunda oluşan akışa Couette-Poiseuille akışı adı verilir. Bu akışın analitik çözümünü ifade eden diferansiyel denklem

$$\mu \frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{dp}{dx} = \text{sabit} \quad (3.41)$$

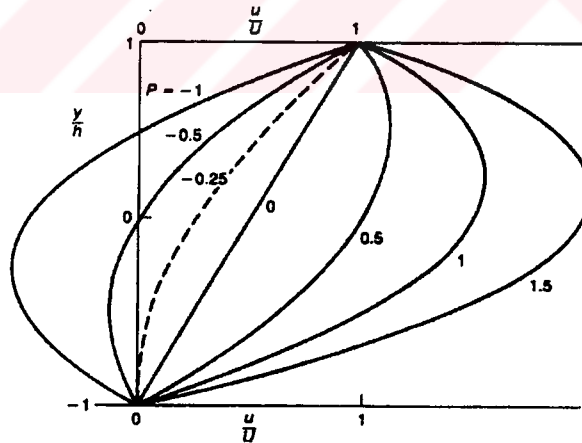
şeklindedir.

Sınır şartlarının uygulanması ile analitik çözüm

$$\frac{u}{U} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{y}{h} \right) + P \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) \quad P = \left(-\frac{dp}{dx} \right) \frac{h^2}{2\mu U} \quad (3.42)$$

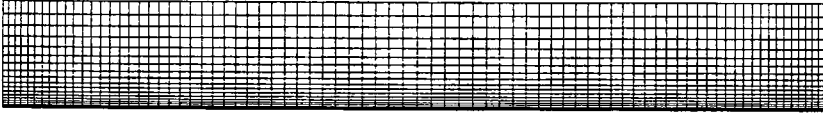
olarak bulunur.

P değerinin 0.25 den küçük olduğu durumlarda kanal içerisinde ters akış oluşur (Şekil 3.11).



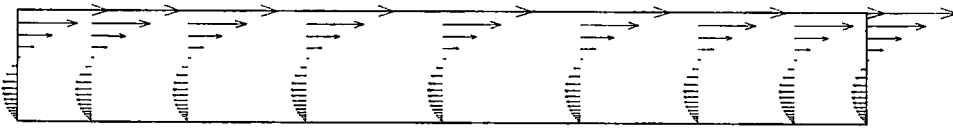
Şekil 3.11 Basınç gradyanına göre oluşan hız profilleri

Bu akışın sayısal çözümü için hazırlanan çözüm ağı Şekil 3.12' de verilmiştir.



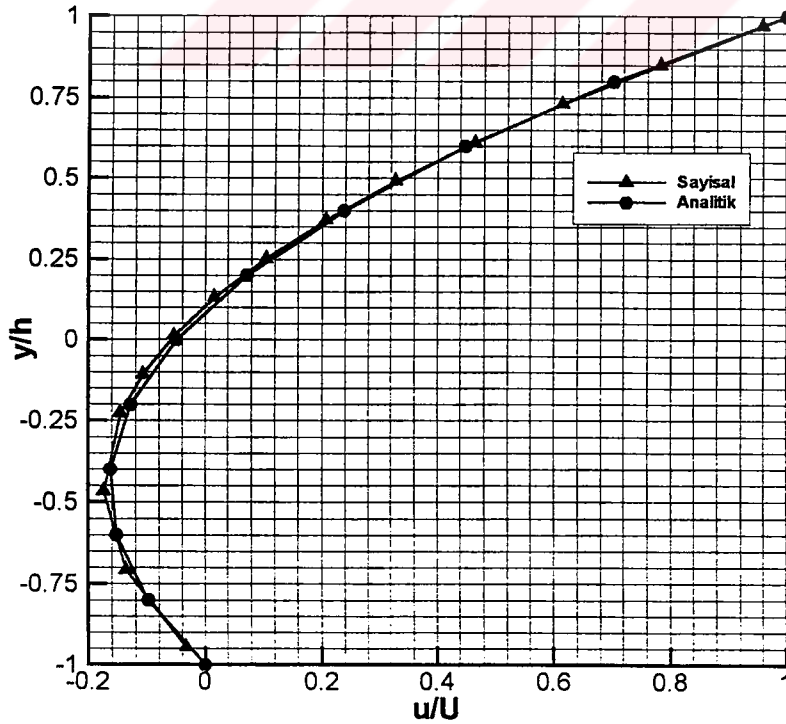
Şekil 3.12 Viskoz çözüm ağı

$P=0.55$ değeri için sayısal çözüm ile elde edilen hız profillerini Şekil 3.13 de göstermektedir.



Şekil 3.13 Sayısal çözüm ile elde edilen hız profilleri

Analitik ve sayısal olarak elde edilen hız profillerinin karşılaştırılması Şekil 3.14' de verilmiştir. Buradan görülebileceği gibi analitik ve sayısal sonuçlar birbirine oldukça yakındır.



Şekil 3.14 Sayısal ve analitik çözümlerin karşılaştırılması

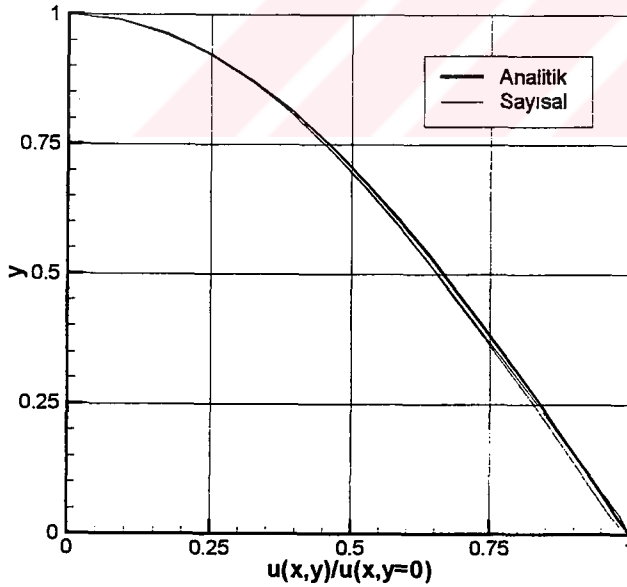
3.6.3 Katı yakıtlı roket içersindeki akış

İki boyutlu basit lülesiz katı yakıtlı roket modeli için, birbirine paralel iki levhanın oluşturduğu bir tarafı kapalı olan bir geometri kullanılmıştır. Şekil 3.16 de çözüm ağı görülen geometrinin sol tarafı kapalı sağ tarafı açıktır. Alt ve üst levhalar poröz yüzeyler olarak düşünülmüş ve bu yüzeylerden olan akışkan girişini temsilen, y eksenini yönünde verilen v_0 hızları ile modellenmiştir.

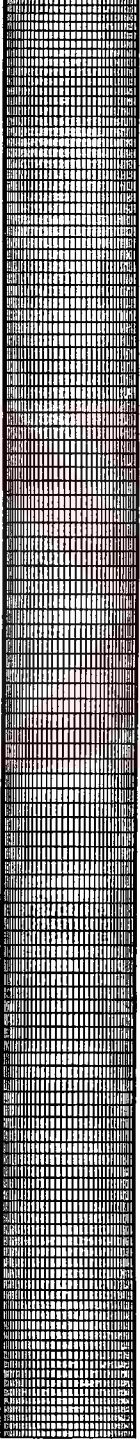
Bu geometri için hız profilinin analitik çözümü

$$\begin{aligned} u &= v_0 \frac{\pi}{2} (x+10) \cos \frac{\pi}{2} y \\ v &= -v_0 \sin \frac{\pi}{2} y \end{aligned} \quad (3.43)$$

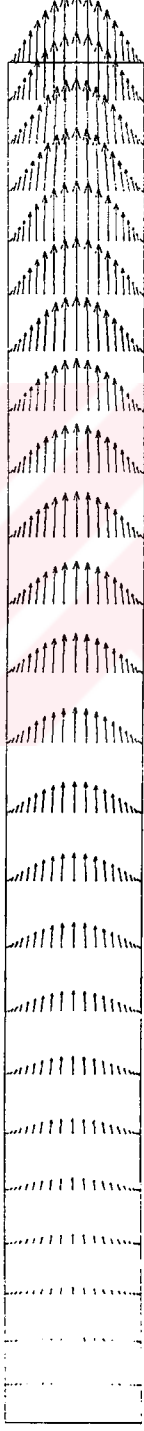
şeklindedir. Çözüm sonucunda sistemde elde edilen hız profilleri şekil 3.17 da verilmiştir. Şekil 3.15 de analitik ve sayısal çözüm için merkezdeki hızla boyutsuzlaştırılmış u hızının değişimi verilmiştir. Sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir.



Şekil 3.15 Orta noktadaki hıza göre boyutsuzlaştırılmış hız profili



Şekil 3.16 Katı yakıtlı roket içersindeki akış için hazırlanan iki boyutlu çözüm ağı



Şekil 3.17 Sayısal çözüm ile elde edilen hız profilleri

4. UYGULAMALAR

Bir önceki bölümde teorisi anlatılan ve çark içersindeki akışı hesaplayan bilgisayar programının sınanması bu bölümde yapılmıştır. Literatürde bulunan dört pompa çarkının içersindeki akış, farklı debiler için hesaplanarak deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu hesaplamalar hem sürtmeli akış – Navier Stokes denklemleri – hem de sürtmesiz için yapılmışlardır. Sonuçlar ile yapılan karşılaştırmalar viskozitenin akış üzerindeki etkisini de göstermektedir.

Literatürde bulunan, detaylı ölçümleri içeren deneysel çalışma sayısı literatür taramasının anlatıldığı ikinci bölümde de özetlendiği gibi çok fazla değildir. Bulunan deneysel çalışmalarda kullanılan çarkların hepsi silindirik kanatlara sahiptir.

Boyutsuz özgül hız değerinin radyal pompa çarkları için 0.03 ile 0.15 arasında olması gerekliliği literatürde görülmektedir. Kullanılan çarkların boyutsuz özgül hız değerleri 0.034 – 0.134 arasında değişmektedir. Devir sayıları 240 – 2910 d/d arasında değişmektedir.

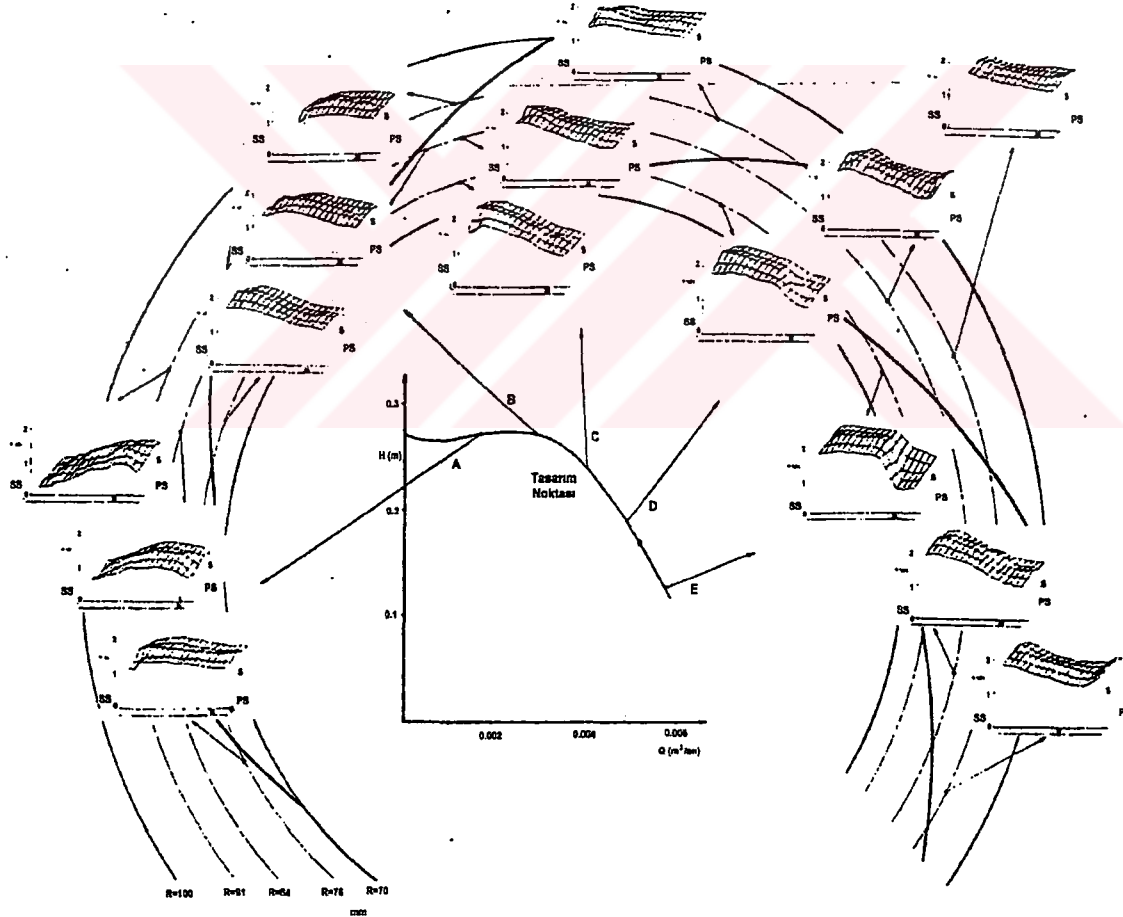
4.1 Örnek 1 – Kannemans, 1980

Kannemans (1980) tarafından yapılan deneysel ölçümlerde, 8 adet kanata sahip kapalı bir pompa çarkı kullanılmıştır. Pompa ve çark, LDV kullanılabilmesi için plexiglasdan imal edilmiştir. Pompanın geometrisi Şekil 4.1 de verilmiştir. Çarkın kanat genişliği 20 mm dir. Kanat kalınlığı sabit olup girişten çıkışa kadar 2 mm dir. Çark, bütün ölçümlerde 240 d/d da döndürülmüştür. Boyutsuz özgül hızı 0.134 olarak hesaplanmıştır. Ölçümler, beş farklı debi değerinde, göbekten yanağa kadar, 5 eşit aralıklı aksenal noktadaki kanatlar arası düzlemde, $R = 76\text{mm}$, $R = 84\text{mm}$ ve $R = 91\text{mm}$ olmak üzere 3 farklı yarıçapta yapılmıştır.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde çarkın içindeki akışın, göbek ile yanak arasındaki düzlemlerde önemli bir değişiklik göstermediği görülmektedir (Şekil 4.2). Devir sayısının düşük olması ve kanatların silindirik forma sahip olmaları nedeni ile

ortaya çıkan bu durum, akışın büyük bir yaklaşıkla iki boyutlu karaktere sahip olduğunu göstermektedir. Basma yüzeyinden emme yüzeyine doğru gidildikçe kanat yüzeyine teğet olan bağıl hız değeri beklendiği gibi artmaktadır. Debi azaldıkça viskoz etkilerin baskın hale gelmesi nedeniyle bu eğilim tersine dönmektedir. Genel olarak, sabit debide, girişten çıkışa gidildikçe kanatlar arası hız gradyanı azalmaktadır. Azalan debi değeri ile kanatlar arasındaki hız gradyanları bütün yarıçaplar için azalmaktadır.

LDV ile ölçülen bağıl hızın ölçüm noktasındaki kanat teğeti doğrultusunda bileşenleri göbek, orta kesit ve yanak yüzeyleri için, beş farklı debi değerinde, şekil 4.2 de özetlenmiştir (Kannemans, 1980). Küçük debilerde kanatlar arasına girişteki düşük hız değerleri, girişteki akış açısının kanat açısından farklı olması nedeniyle düzgün giriş sağlanamamasından kaynaklanmaktadır.



Şekil 4.2. Kanatlara teğet olan bağıl hız bileşeninin farklı yarıçap ve debi değerlerindeki değişimi (Kannemans, 1980)

Bu çarkın tasarım noktası boyutsuz özgül hızı 0.134 olarak hesaplanmıştır. Çarkın karakteristik eğrisi (Basma yüksekliği – Debi eğrisi) ve çark içersindeki bağıl hız

bileşenlerinin ölçüldüğü debi değerleri ile çarkın tasarım debisi şekil 4.2 de verilmiştir.

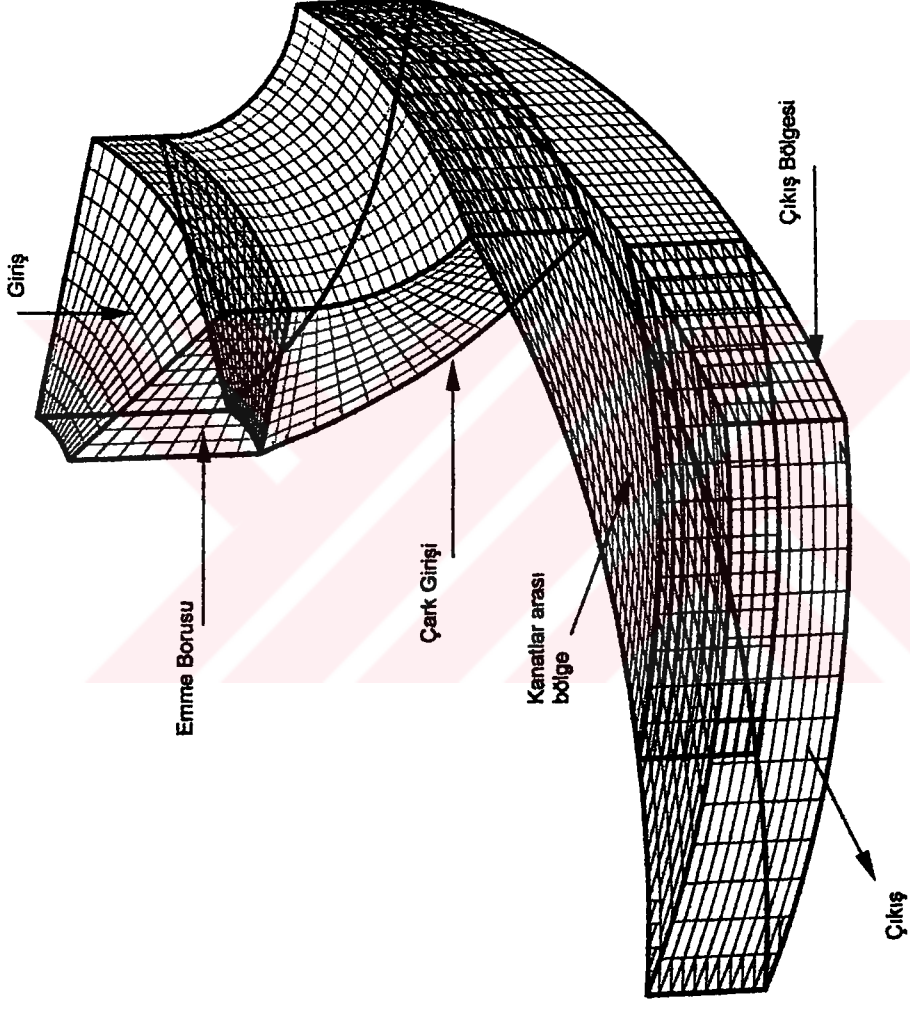
4.1.1 Sürtmesiz Akış Yaklaşımı – Euler Çözümü

Kannemans' ın LDV ölçümlerini gerçekleştirdiği pompa çarkı içersindeki akışın hesaplanabilmesi için pompa geometrisinden elde edilen; emme borusu, çark girişi, kanatlar arası bölge ve çıkış olarak adlandırılan alt bölgelerden oluşan, sayısal yöntemin uygulandığı çözüm bölgesi şekil 4.3 te gösterilmiştir. Bu şekilden de anlaşılacağı üzere, çözüm bölgesi sadece kanatlar arasında bulunan bölgeyi kapsamamakta, emme borusundan başlayarak kanatların bittiği noktanın daha ilerisine kadar uzanmaktadır. Kanatlar arası bölgeye giriş ve çıkış noktalarındaki değerlerin çözüm içerisinde hesaplanması için bu bölgeyi kapsayan daha geniş bir alanın çözüm alanı olarak seçilmesi ve bu alanın sınırlarında sınır koşullarının tanımlanması gerekmektedir.

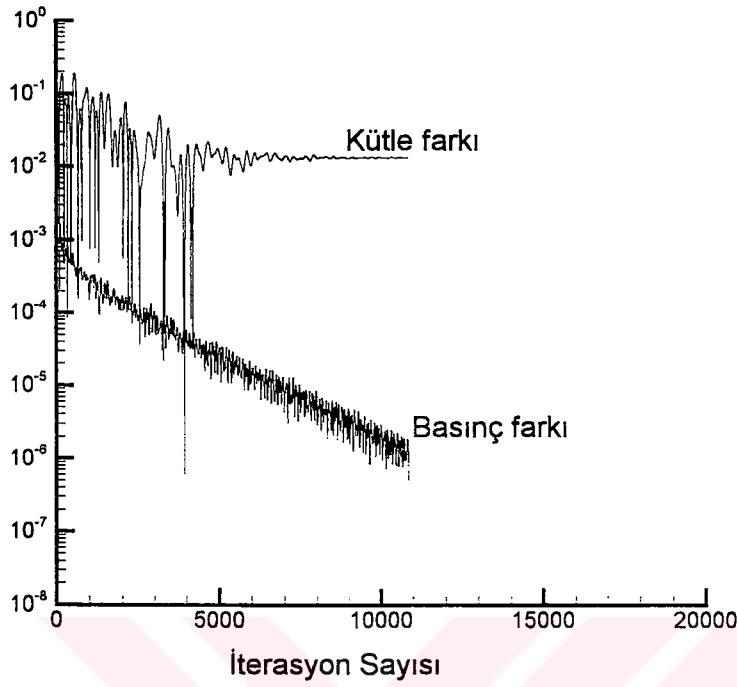
Sürtmesiz akış yaklaşımında yani Euler denklemlerinin çözülmesinde kullanılan çözüm ağı 15x11x62 noktadan oluşmaktadır. Bu çözüm ağında ana akış doğrultusuna dik 62 kesit ve herbirinin üzerinde 15x11 tane çözüm noktası vardır.

Üçüncü bölümde anlatıldığı gibi, çark içersinde kanatlar arasındaki akış alanları periyodiktir. Bu durum, emme borusu, çark girişi ve çıkış alt bölgelerinde çarkın dönme eksenine yönünde olan en dış yüzeylerin periyodik yüzeyler olarak tanımlanmasını gerektirir. Bu örnekte çözüm bölgesinin 1-27 kesitleri arası ve 52-62 kesitleri arası periyodik bölgeler olarak tanımlanmıştır. Söz konusu bu periyodik bölgelerde ve kanatlar arası bölgede göbek ve yanağa karşılık gelen dış yüzeyler ise “duvar” olarak tanımlanmıştır.

Şekil 4.4 te, geliştirilen sayısal yöntemin yakınsama eğrisi verilmiştir. Bu şekilde kütle farkı ile adlandırılan değişim, çözüm bölgesine giren ve çıkan akışkan kütleleri arasındaki farkın çözüm bölgesine giren akışkan kütlelerine bölünmesiyle elde edilen yüzdesel kütle kaybının/kazanımının iterasyon sayısı ile değişimini göstermektedir. Basınç farkı ile adlandırılan eğri ise, çözüm bölgesindeki tüm noktalar için iki iterasyon arasında oluşan maksimum basınç farkının iterasyon sayısı ile değişimini göstermektedir. Görüldüğü gibi, basınçlar arası maksimum fark makina doğruluğu olan 10^{-6} değerine ulaşıncaya kadar iterasyonlara devam edilmiş ve 12000 iterasyon sonunda bilgisayar programı yakınsamıştır. Bu yakınsama grafiği, CFL katsayısının değerinin 2.0 olduğu haldeki çözüme aittir. Programın bu şartlarda yakınsaması için gereken zaman, Pentium III 550 işlemci üzerinde çalıştırılması durumunda yaklaşık olarak 2 saattir.



Şekil 4.3. Sürtmesiz yaklaşım - Euler çözümü için hazırlanan çözüm ağı.



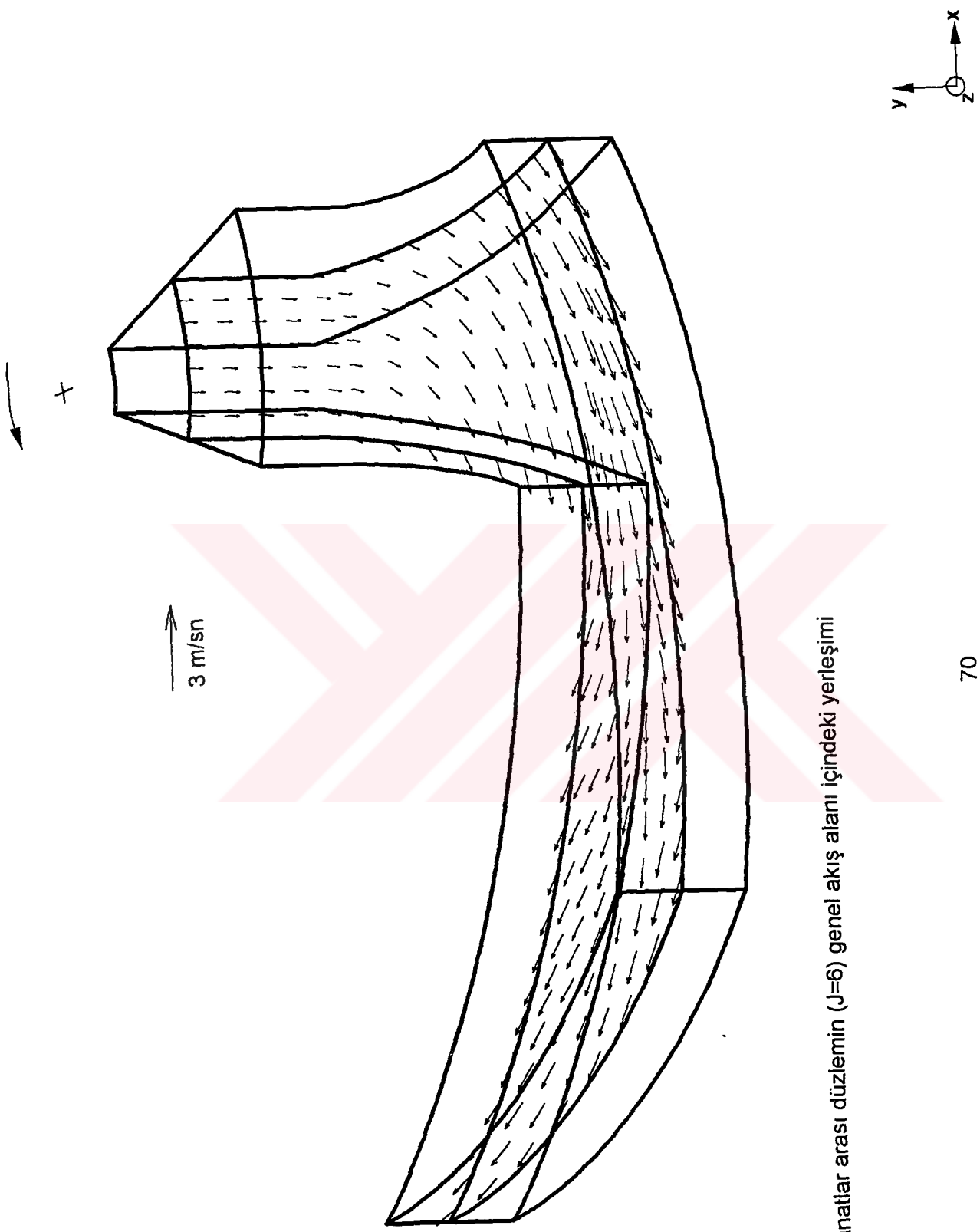
Şekil 4.4 Yakınsama grafiği ve kütle farkı değişimi

Tasarım debisinde akışa ait hesaplanan bağıl hızların bir kısmı, fiziksel yorumları daha kolay açıklayabilmek amacıyla üç boyutlu çözüm bölgesi üzerinde şekil 4.5 te gösterilmişlerdir. Hız vektörlerinden de görülebileceği gibi emme borusunda dönme eksenine paralel olan bağıl akış, çarkın içersine girerken çarkın dönme yönünün tersine doğru dönmekte ve kanatlara çarpmadan – teğet olarak – kanatların arasına girmektedir.

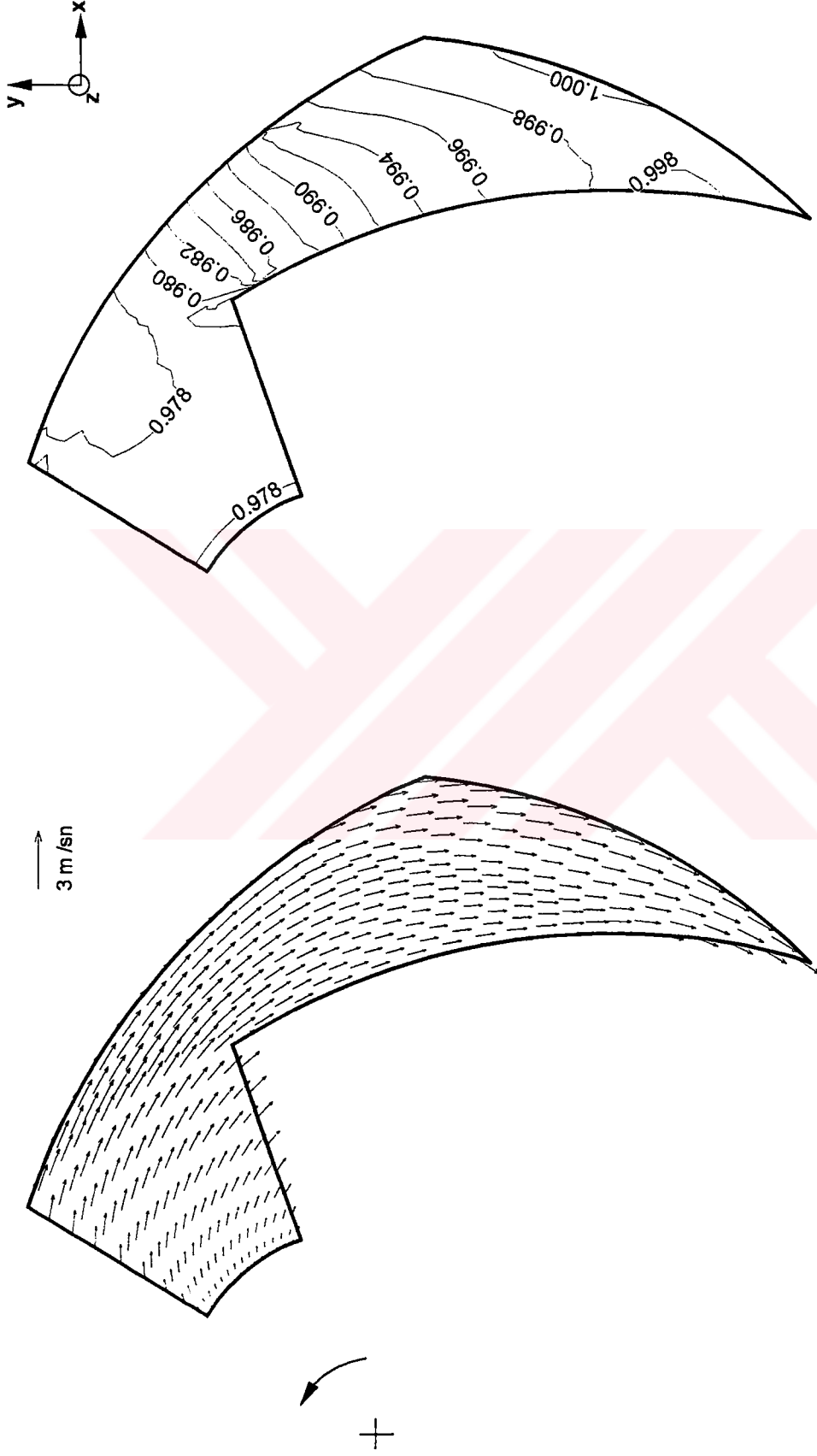
Göbek ile yanağın tam ortasında bulunan kanatlar arası düzlem üzerinde hesaplanan hız değerleri ve eş statik basınç değerleri tasarım noktası ($Q=0.0041 \text{ m}^3/\text{sn}$) için şekil 4.6' da gösterilmişlerdir.

Üzerinde çözümlerin gösterildiği ve kanatlar arasında düzlemsel olan bölge çözüm bölgesinin emme borusu ve çark girişi alt bölgelerinde eğrisel bir yüzeydir. Dolayısıyla söz konusu şekillerde bu eğrisel yüzey kağıt düzlemine izdüşürülerek gösterilmiştir. Bağıl hız vektörlerinin de kağıt düzlemindeki izdüşümleri bu şekiller üzerinde görülmektedir.

Bilgisayar programında çark çıkışındaki sürüklenme hızı ile boyutsuzlaştırılan bağıl hızlar, bu şekillerde boyutlu değerleri ile gösterilmektedir. Eş basınç eğrileri ise çark çıkışında göbek üzerinde verilen statik basınç değeri ile boyutsuzlaştırılarak gösterilmişlerdir.



Şekil 4.5 Orta kanatlar arası düzlemin ($J=6$) genel akış alanı içindeki yerleşimi



Şekil 4.6. Orta ($J=6$) kanatlar arası düzlemde bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri – Tasarım debisi $Q=0.0041 \text{ m}^3/\text{sn}$

Bağıl hız vektörlerinden görüleceği üzere, tasarım debisinde akış kanalının bu bölgesinde ana akış doğrultusundan herhangi bir ayrılma görülmemekte ve akışkan kanatların arasına kanatlara çarpmadan girmektedir.

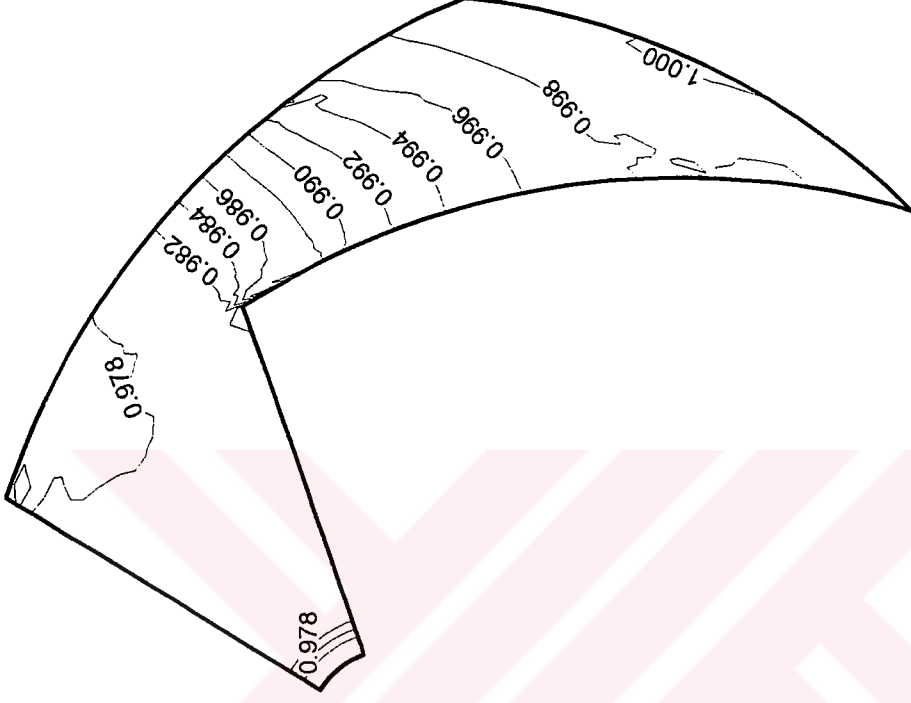
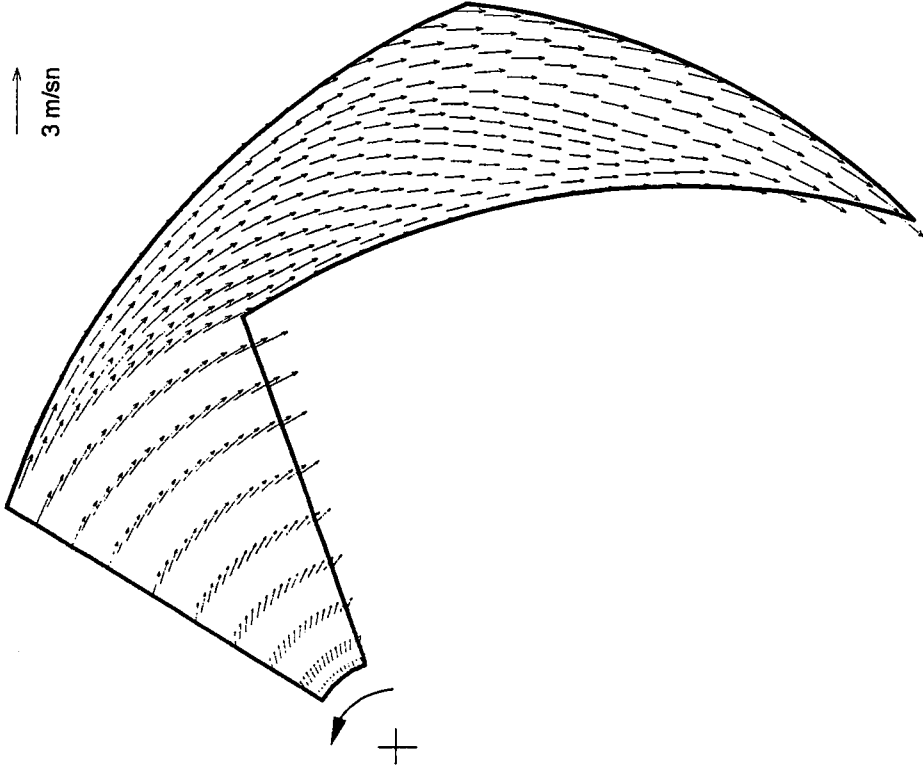
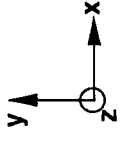
Eş statik basınç eğrilerinde, çark girişinden çıkışına doğru statik basıncın arttığı görülmektedir. Bu durum, merkezkaç kuvvet ve kanal içersindeki bağıl hızın yavaşlaması sonucunda oluşmaktadır.

Tasarım debisinde, şekil 4.6 da gösterilen eş statik basınç eğrilerinde çark içersindeki basınç artışının boyutsuz olarak 0.022 olduğu görülmektedir. Bu değer boyutlu olarak $0.022 \times 10^5 = 2200$ pascal değerine karşılık gelmekte olup, 0.22 m akışkan yüksekliğine eşittir. Şekil 4.2 de gösterilen pompanın karakteristik eğrisinde de tasarım noktasında çarkın basma yüksekliğinin yaklaşık olarak 0.23 m olması bu değerın büyük bir yaklaşıklıkla bilgisayar programı tarafından hesaplandığını göstermektedir.

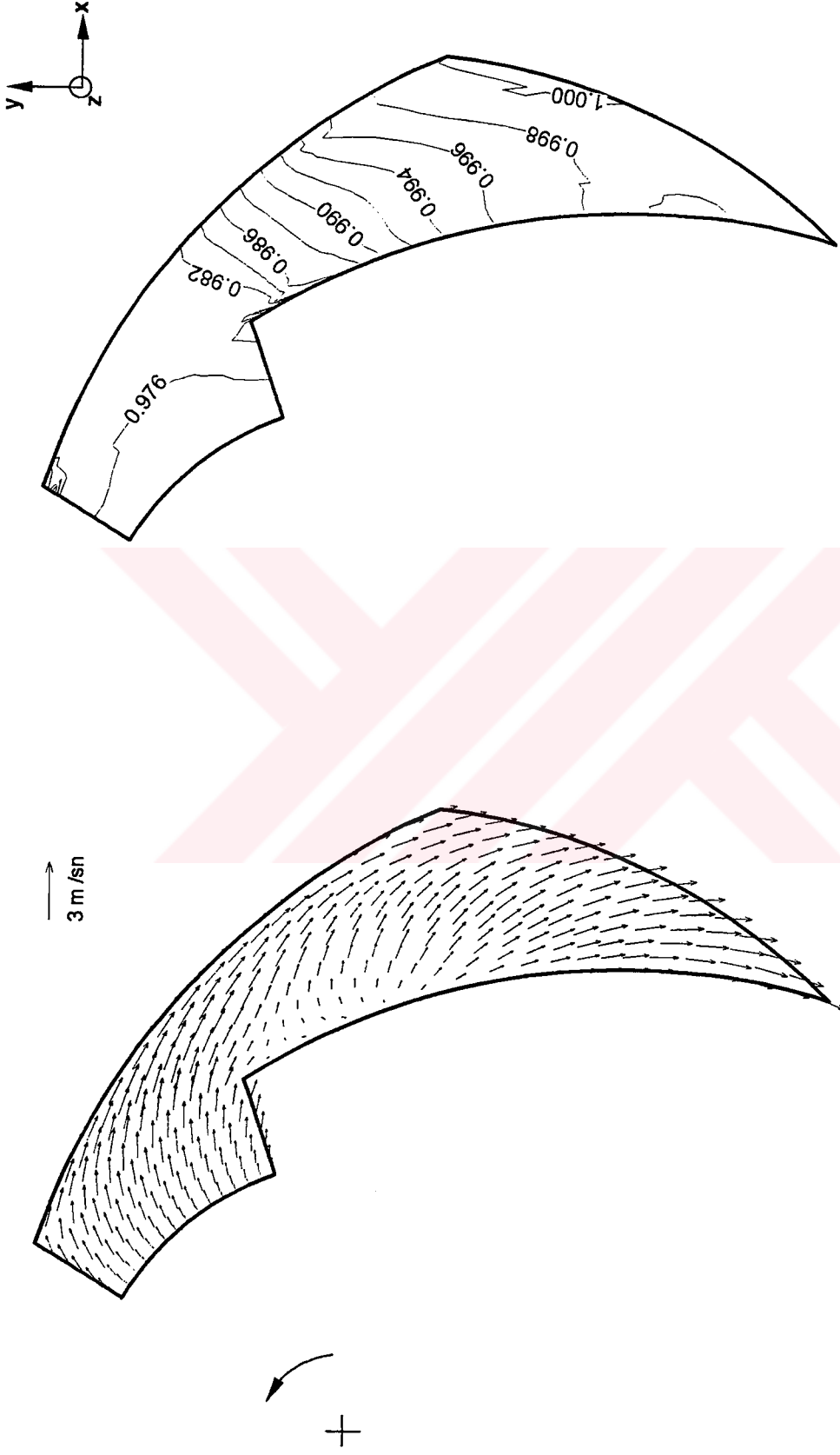
Tasarım debisinde göbek ve yanak üzerinde bulunan yüzeylerde hesaplanan bağıl hız ve eş statik basınç eğrileri şekil 4.7 ve 4.8' de gösterilmiştir. Yanak üzerinde, kanadın basma kenarında görülen akış ayrılması, akışın kanada çarparak girmesinden kaynaklanmaktadır. Bunun temel nedeni, çarkın silindirik kanatlara sahip olması ve kanat boyunun göbek ile yanak arasında aynı olmasıdır. Akış, göbekte de bir miktar kanada çarparak girmekte fakat bu durum akış ayrılmasına yol açmamaktadır.

Çark kanatları girişinde, çıkışında ve tam ortasında kalan kesitler üzerinde (bu yüzeyler ana akış doğrultusuna dik ve herbiri çark dönme eksenine göre tanımlanan sabit yarıçaplı yüzeylerdir) hesaplanan bağıl hızlar ve eş basınç çizgileri şekil 4.9' da gösterilmiştir. Bu kesitler üzerinde gösterilen hız vektörleri, bağıl hızlar yarıçap doğrultusuna dik olan yüzey üzerine izdüşürülerek elde edilmişlerdir.

Kanatlar arasında kalan akış bölgesinin geometrisi ve akışın doğrultusu nedeniyle, izdüşürülen hızlar, kanadın emme kenarından basma kenarına doğru yönelmişlerdir. Eş statik basınç çizgilerinde, statik basıncın kanadın emme kenarından basma kenarına doğru arttığı görülmektedir. Bunun nedeni Coriolis ivmesidir. Kanatların giriş ve çıkışlarında yer alan kesitler üzerinde, emme ve basma kenarları arasındaki basınç değişimleri, tam orta kesit üzerindeki değişimlerden daha azdır. Bu durum, coriolis ivmesinin kanatlar arasındaki akışa etkimesinden kaynaklanmaktadır.

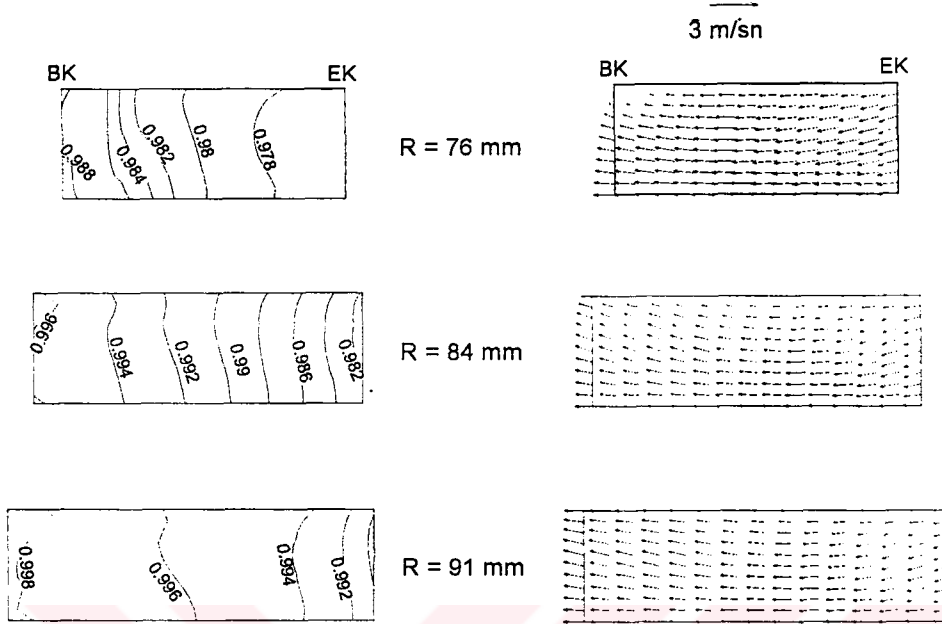


Şekil 4.7 Göbek üzerindeki ($J=1$) kanatlar arası kesitte bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri



Şekil 4.8 Yanak üzerindeki ($J=11$) kanatlar arası kesitte bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri

Çarkın düşük debi için hesaplanan basma yüksekliği 0.26 m olup ölçülen değerler ile (Şekil 4.2' de A ile gösterilen) büyük bir uyum içersindedir.

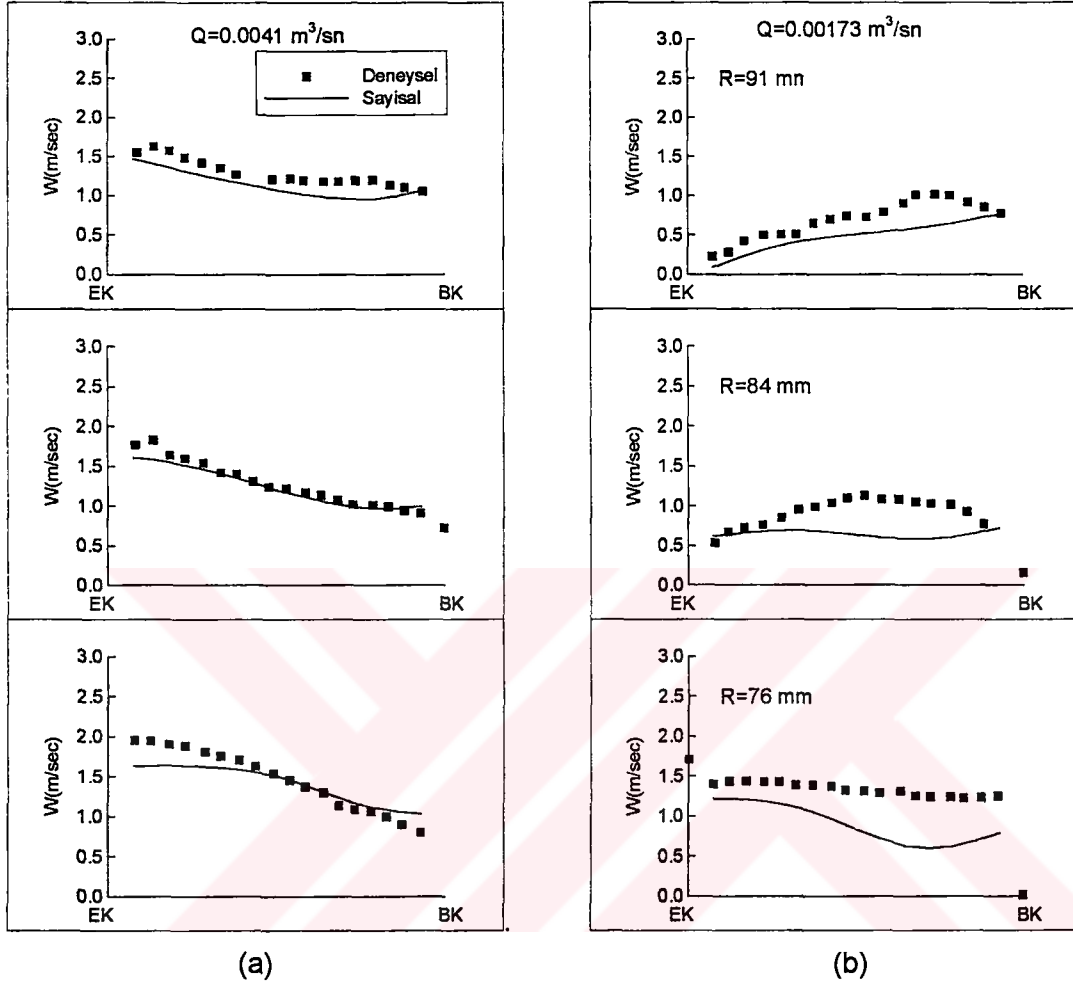


Şekil 4.9 Çark kanatlarının giriş, orta ve çıkışında yer alan kesitlerdeki eş basınç çizgileri ve hız vektörleri

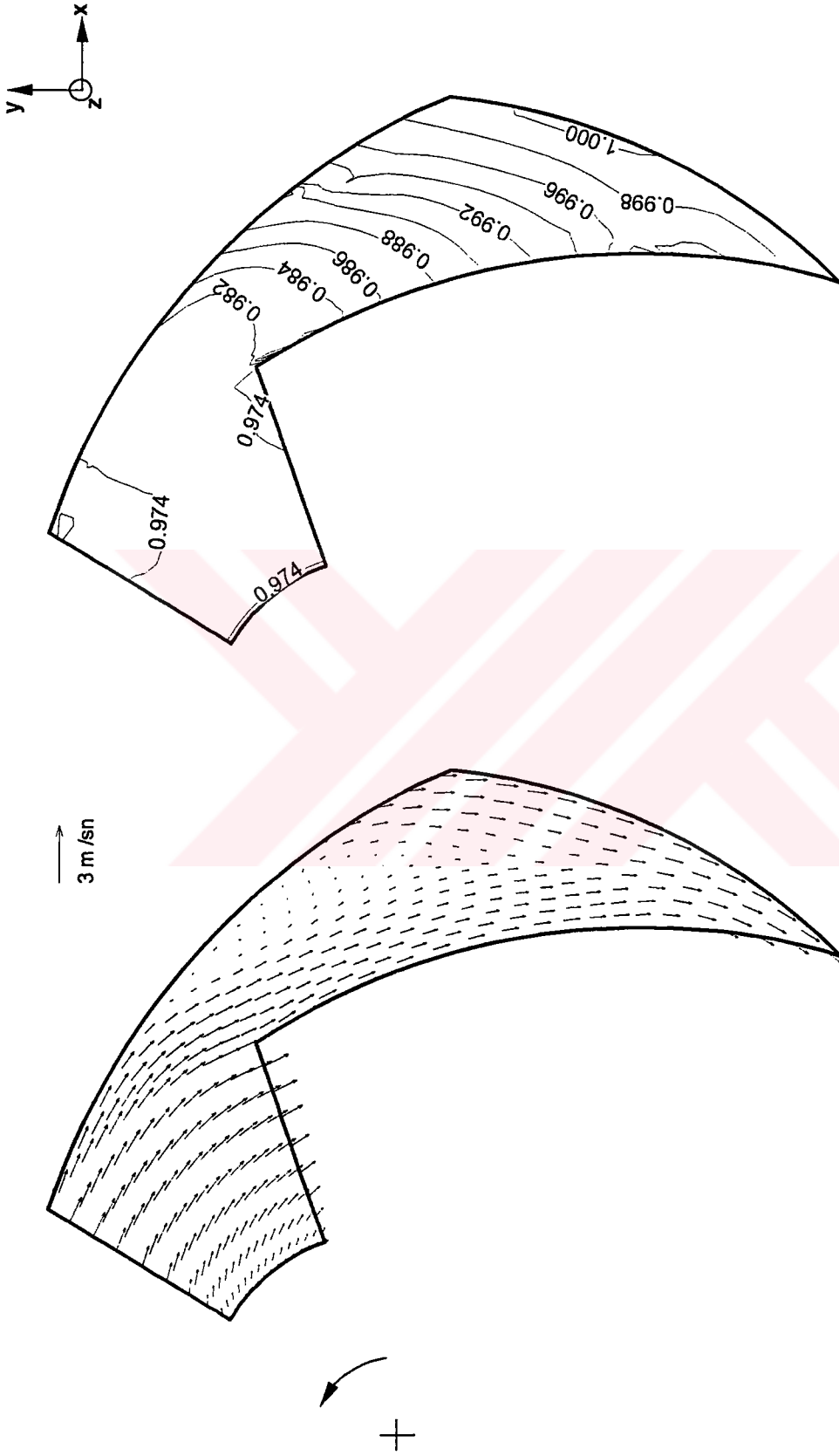
Şekil 4.11' de gösterilen hız alanında, debinin, tasarım noktasındaki değerin %42' si olması durumunda, akışkanın çark kanatlarına çarparak girdiği ve kanadın emme yüzeyinde ana akım doğrultusunda bir ayrılma ve bunun sonucunda bir sirkülasyon olduğu hesaplanmıştır.

Ayrılmanın olduğu bölgede ana akışa dik kesitler üzerinde hesaplanan bağıl hız vektörleri Şekil 4.12' de gösterilmiş olup, ayrılma bölgesindeki yapı daha detaylı olarak görülebilmektedir. Çark çıkışına yaklaşıldıkça kanatlar arasındaki basınç değişiminin azaldığı bu şekilde de görülmektedir.

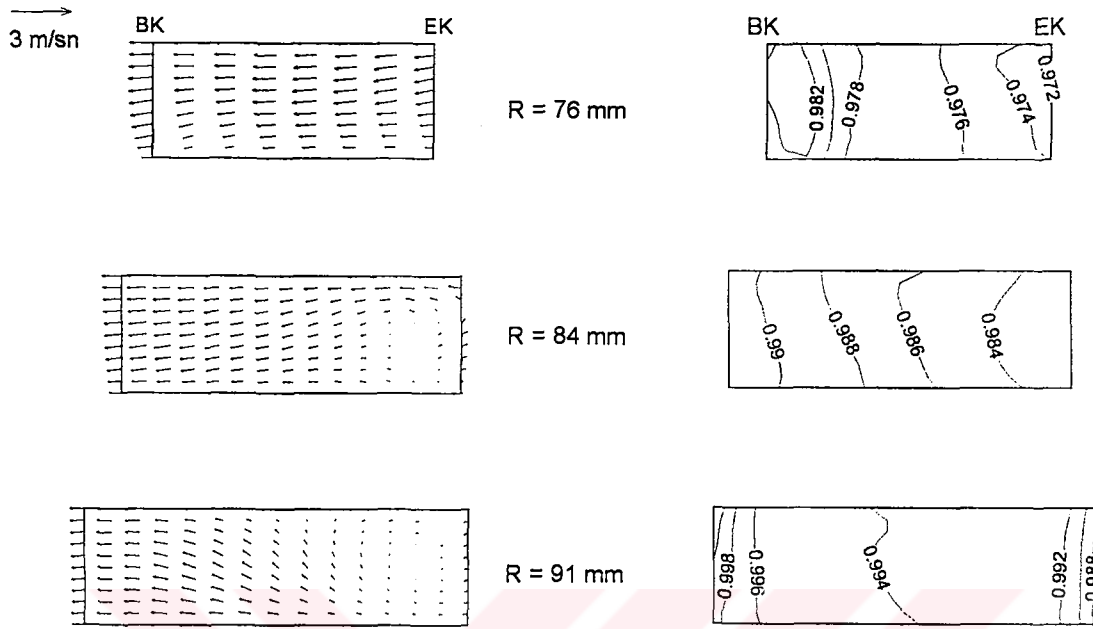
Tasarım debisinde ve düşük debide farklı radyal pozisyonlarda, kanadın emme kenarından basma kenarına doğru, hesaplanan ve ölçülen bağıl hızlar Şekil 4.10'da gösterilmişlerdir. Tasarım debisinde (Şekil 4.10a) hesaplanan ve ölçülen hızlar büyük bir uyum içersindedir. Bağıl hızlar, tasarım debisinde beklendiği gibi kanadın basma kenarından emme kenarına doğru artarken, düşük debide tam tersi bir eğilim göstermektedir (Şekil 4.10b)



Şekil 4.10 Tasarım noktası ve düşük debi değerleri için deneysel ölçümlerle sayısal sonuçların karşılaştırılması



Şekil 4.11 $Q=0.00177 \text{ m}^3/\text{sn}$ ($\%42Q_n$) debi değeri için orta kesitte ($J=6$) elde edilen bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri

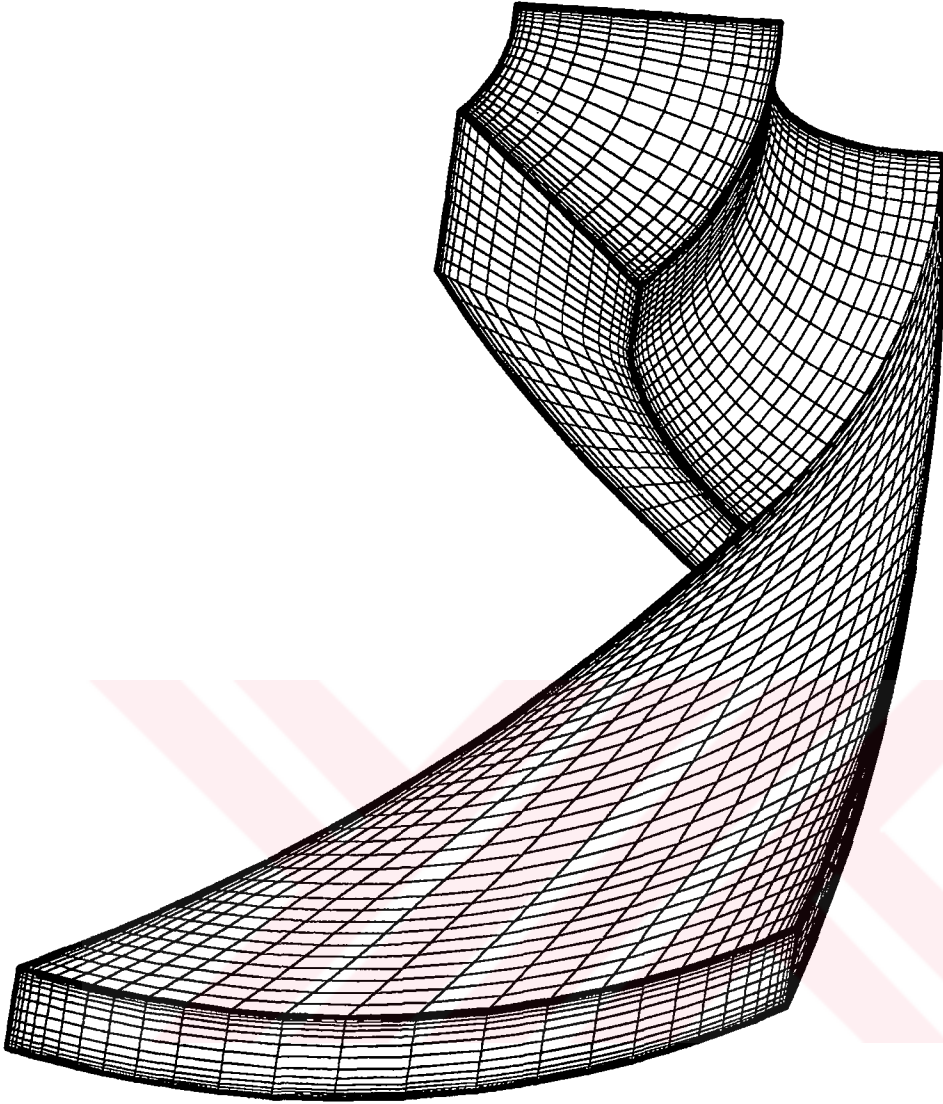


Şekil 4.12 Tasarım debisinin %41' si için kesitlerdeki bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri

Daha önce şekil 4.11 da görülen emme kenarı yakınındaki ayrılma ve sirkülasyon bölgesi, akışa dik kesitlerde daha belirgin olarak ortaya çıkmaktadır. Bu kesitlerdeki hız vektörlerinden, sirkülasyonun tüm kanal yüksekliğinde etkili olduğu görülmektedir.

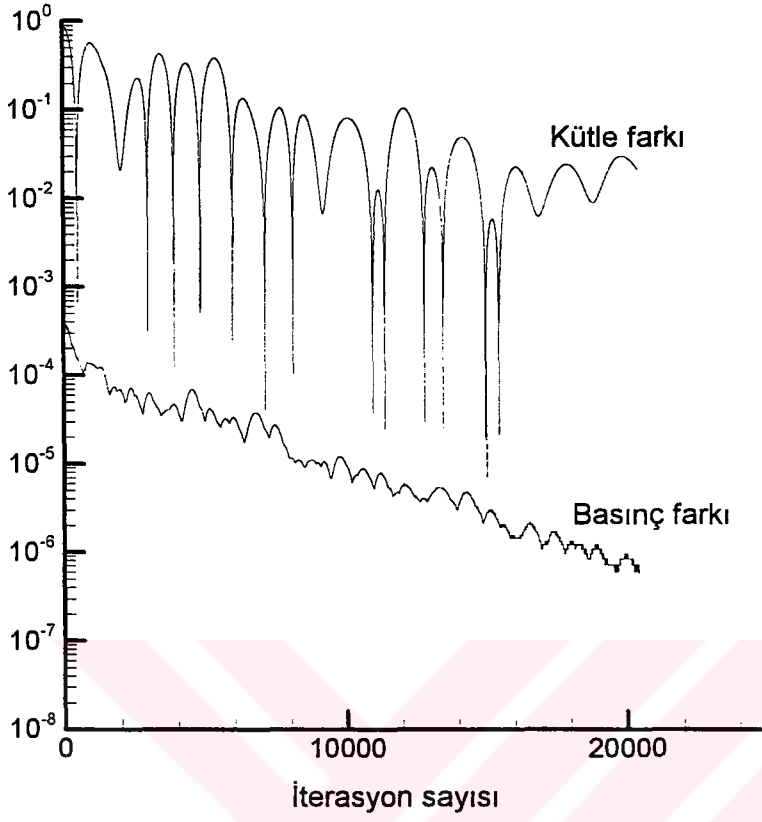
4.1.2 Sürtmeli Akış Yaklaşımı - Navier-Stokes Çözümü

Sürtmeli akış yaklaşımında viskoz terimler denklemlere ilave edildiğinden, sayısal çözüm için daha çok sayıda noktadan oluşan bir çözüm ağı oluşturmak gerekir. Hız değişimlerinin büyük olduğu duvar yakınındaki bölgelerde bu değişimi hesaplayabilmek için duvar yakınında duvara dik yönde dar aralığa sahip bir çözüm ağı kullanılmıştır. Bu amaçla teğetsel ve radyal yöndeki çözüm ağı noktası sayısı sürtmesiz akış modeli için kullanılan nokta sayısının yaklaşık altı katına çıkarılmıştır. Ana akış doğrultusuna dik yönde 61 kesit ve her kesit üzerinde 31x21 noktadan oluşturulan çözüm ağı şekil 4.13 de görülmektedir.



Şekil 4.13 Viskoz çözüm ağı

Navier-Stokes denklemlerinin bu çözüm ağı kullanılarak çözülmesi sırasında elde edilen yakınsama eğrisi ve kütle farkı değişimi şekil 4.14' de gösterilmiştir. Yakınsama grafiğine dikkat edildiğinde, Euler denklemlerine göre sürtmeli akış denklemlerinin çözümünün daha fazla iterasyon gerektirdiği görülmektedir. Navier-Stokes çözücüsü için kullanılan çözüm ağını oluşturan nokta sayısı için Euler çözücüsü için kullanılanın yaklaşık 6 katı civarında olduğu için Navier-Stokes çözümlerinde, yakınsama için gereken zaman çok uzamaktadır.

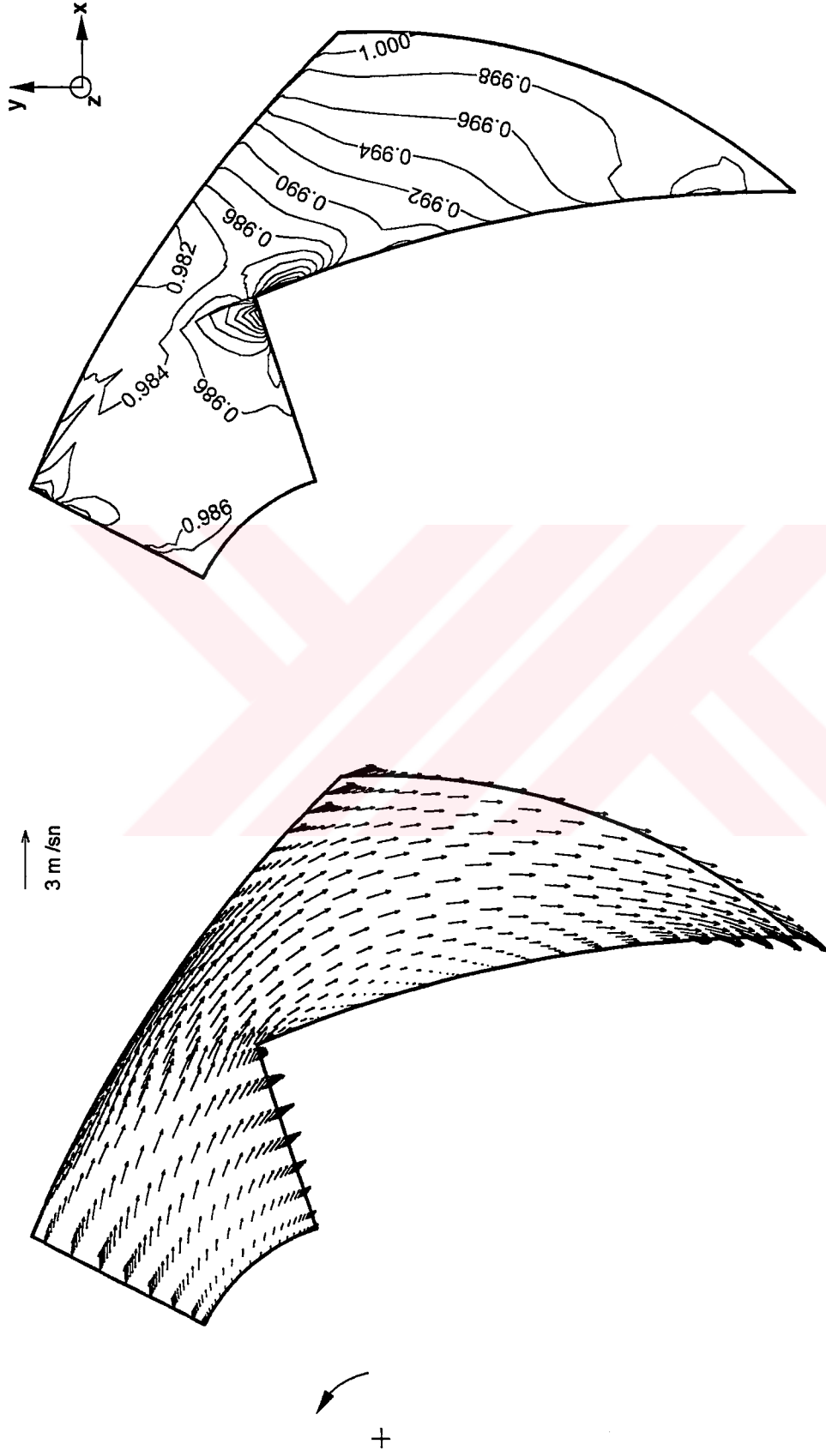


Şekil 4.14 Basınç ve kütle farkının iterasyonlarla değişimi

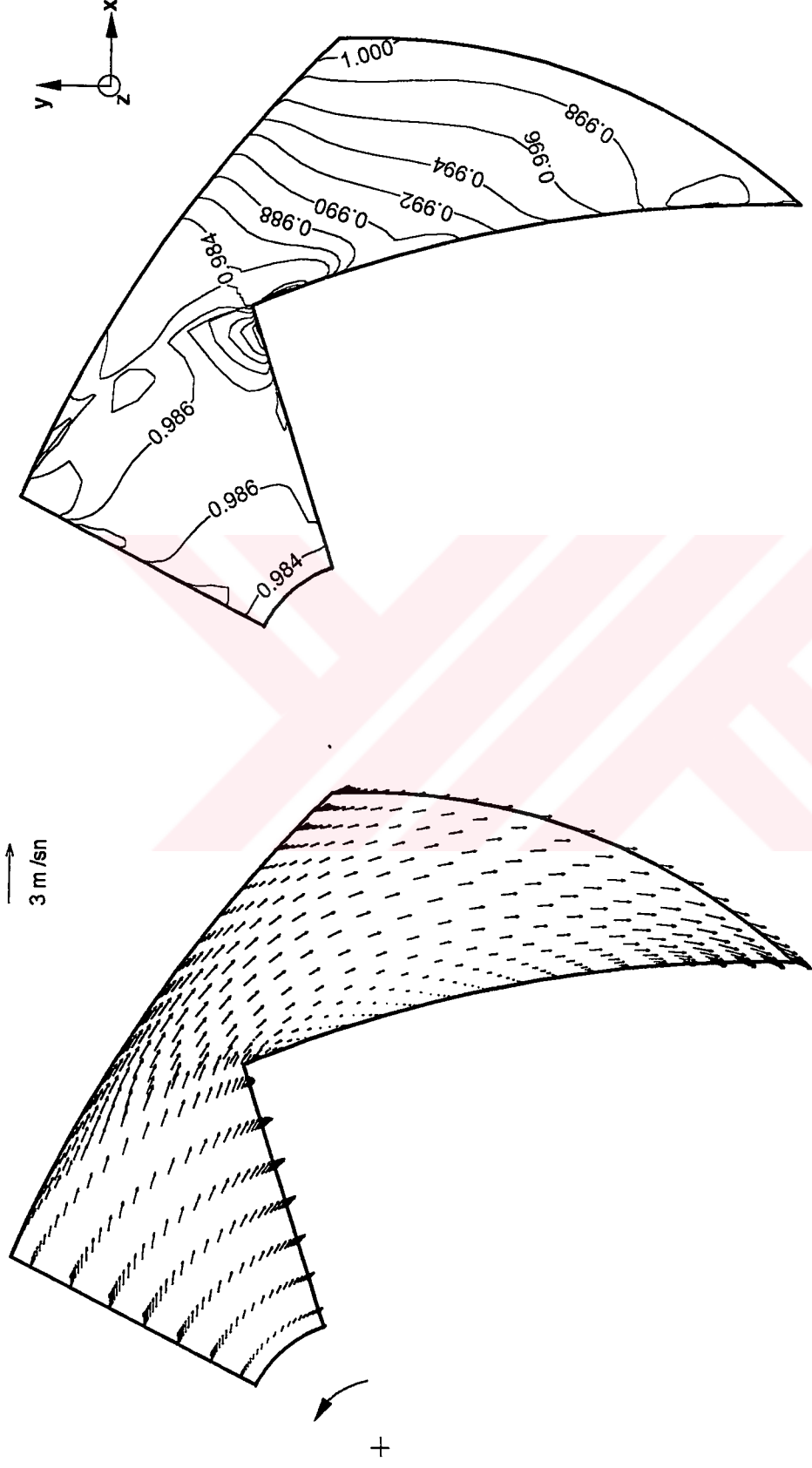
Tasarım debisi için orta kanatlar arası yüzeyde elde edilen bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri şekil 4.15' te gösterilmiştir. Hız vektörlerine bakıldığında çark kanatlarına girişte kanadın basma kenarında küçük ölçekli bir ayrılma bölgesi olduğu görülmektedir. Giriş açısı olarak farklı değerler kullanılması durumunda da kanatlar arası bölgeye girişteki çarpma önlenememiştir.

Eş statik basınç çizgilerinin kanatların giriş ve çıkışı arasındaki bölgede Euler çözümü ile aynı dağılımı oluşturdukları görülmektedir.

Şekil 4.16 ve 4.17' de yine tasarım debisi için elde edilen çözümde göbek ve yanak duvarlarına yakın kanatlar arası yüzeylerdeki bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri gösterilmiştir. Navier-Stokes çözümünde duvarlar üzerinde kaymama şartı uygulandığından tam göbek ve yanak yüzeylerinde hızlar sıfır değerine sahiptir. Bu şekillerde Euler çözümünden farklı olarak bütün yüzeylerde ki bağıl hız vektörlerinin birbirine yakın profillerde olduğu görülmektedir.



Şekil 4.15 J=11 kanatlar arası düzleminde tasarım debisinde elde edilen bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri

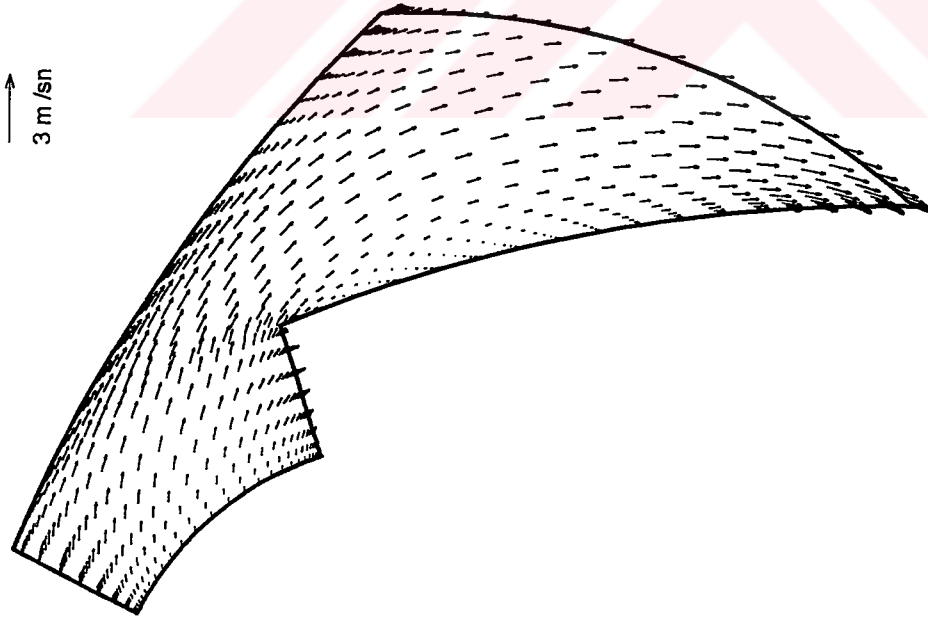
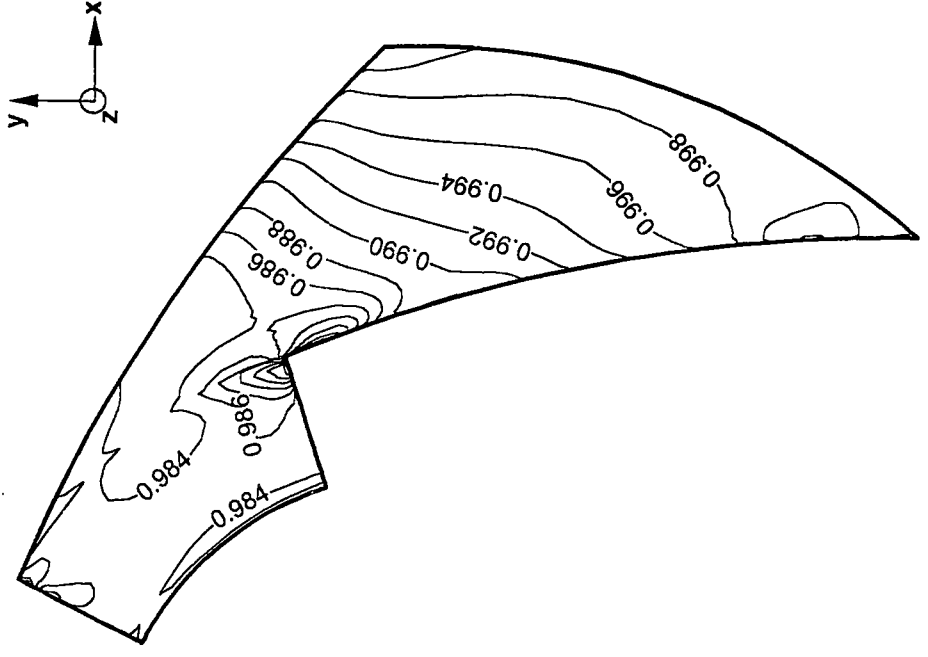


Şekil 4.16 Tasarım debisi için göbek duvarına yakın $J=5$ kanatlar arası düzlemindeki bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç çizgileri

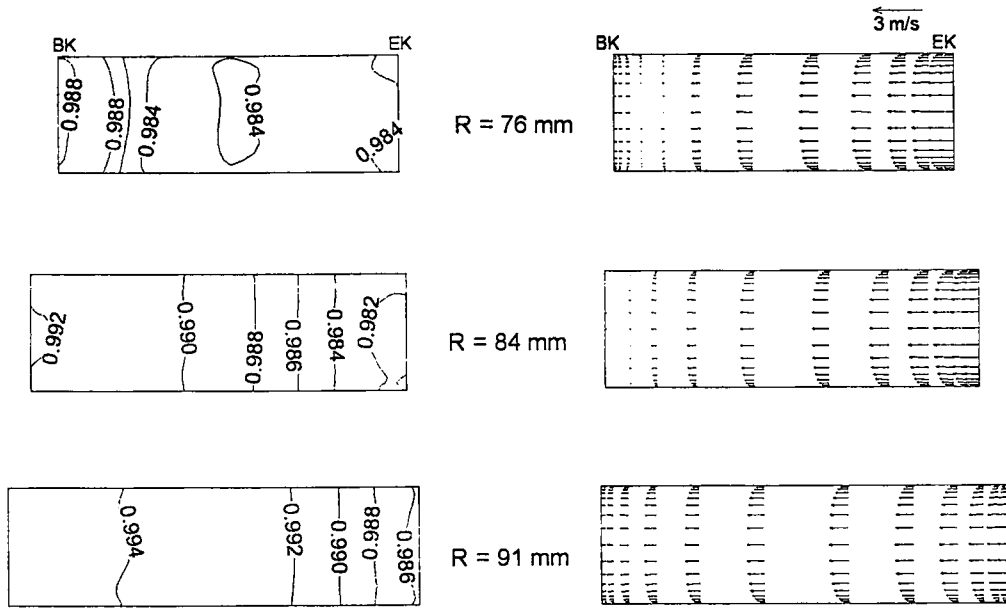
Euler çözümünde, giriş kesitinde verilen hız açılarının, akışkanın kanatlar arası bölgeye girmeden önce göbek ve yanak arasında katettiği mesafenin değişik uzunluklarda olması nedeniyle her kanatlar arası yüzey için kanatlar arası bölgeye farklı giriş şartları oluşturduğu belirtilmişti. Navier Stokes çözümünde bu durumun görülmemesinin, sürtmeli akış yaklaşımında duvarlara yakın bölgelerde hız değerlerinin küçük olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Şekil 4.18' de kanatlar arası bölgeye giriş, çıkış ve tam ortadaki yarıçaplarda akışa dik kesitlerde elde edilen bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri verilmiştir. Hız vektörlerine bakıldığında kanatların girişinde başlayan ayrılmanın bütün kanatlar arası düzlemler için geçerli olduğu görülmektedir. Kanatlar arası yüzeyde de görüldüğü gibi ayrılma bölgesi yaklaşık olarak çark çıkışındaki kesite kadar sürmektedir.

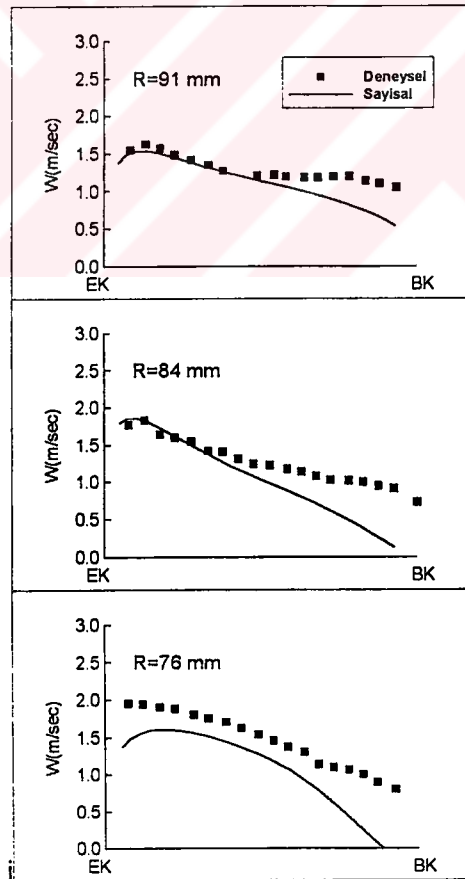
Akışa dik kesitlerde tam orta kanatlar arası mesafede hesaplanan ve ölçülen kanata teğet hız değerlerinin karşılaştırılması şekil 4.19 da görülebilir. Hızların Euler deneysel ölçümlerde olduğu gibi kanadın emme kenarından basma kenarına doğru azaldığı görülmektedir. Çark girişinde çarparak girme sonucunda oluşan ayrılma nedeni ile basma kenarına doğru hesaplanan hız değerleri deneysel sonuçlardan ayrılmaktadır.



Şekil 4.17 Tasarım debisinde yanak duvarına yakın kanatlar arası düzlemdeki bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri



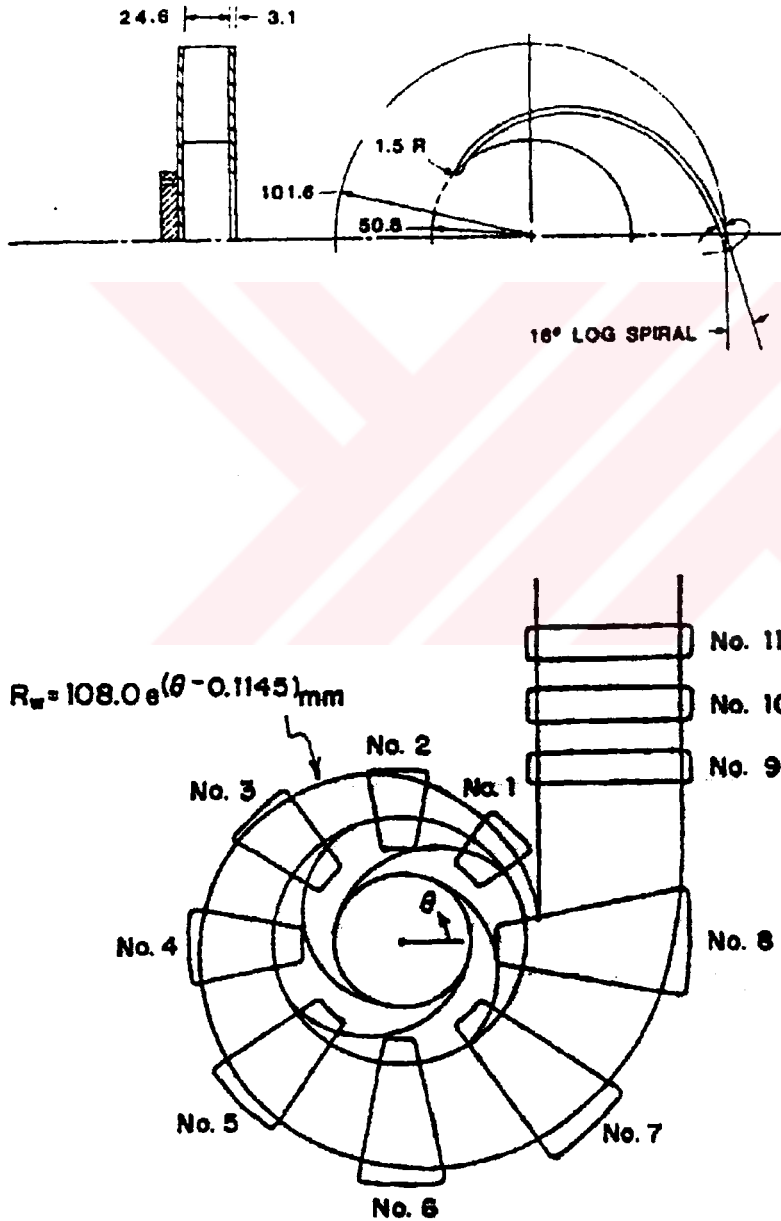
Şekil 4.18 Sabit yarıçaplı akışa dik kesitlerdeki eş basınç çizgileri ve bağıl hız vektörleri



Şekil 4.19 Tasarım debisinde çeşitli yarıçaplardaki akışa dik kesitlerde hesaplanan kanata teğet hızlarla deneysel verilerin karşılaştırılması

4.2 Örnek 2- MINER, 1988

MINER ve diğ. (1988) tarafından yapılan Laser Velocimetry ölçümleri salyangozun çark çıkışındaki hız profili üzerindeki etkisini göstermektedir. Genel olarak radyal pompa içindeki akış ölçümleri için çark ve salyangoz gibi pompa elemanları birbirinden bağımsız düşünülürken, bu çalışmada karşılıklı etkileride gözönüne alınmıştır. Kullanılan çarkın geometrisi Şekil 4.20 de verilmiştir. Çark, 4 adet silindirik kanata sahip olup kanat yüksekliği 24.6 mm olarak sabit tutulmuştur.



Şekil 4.20. Çark ve salyangoz geometrisi

Deneysel amaçla üretilen bir çark olduğu için kanat profilleri 16° logaritmik spiral şeklinde tasarlanmıştır. Pompanın tasarım debisi $0.0063 \text{ m}^3/\text{sn}$ ve bu debideki manometrik basma yüksekliği 1.78 m dir. Devir sayısı 620 d/d olan çarkın boyutsuz özgül hızı 0.096 olarak hesaplanmıştır.

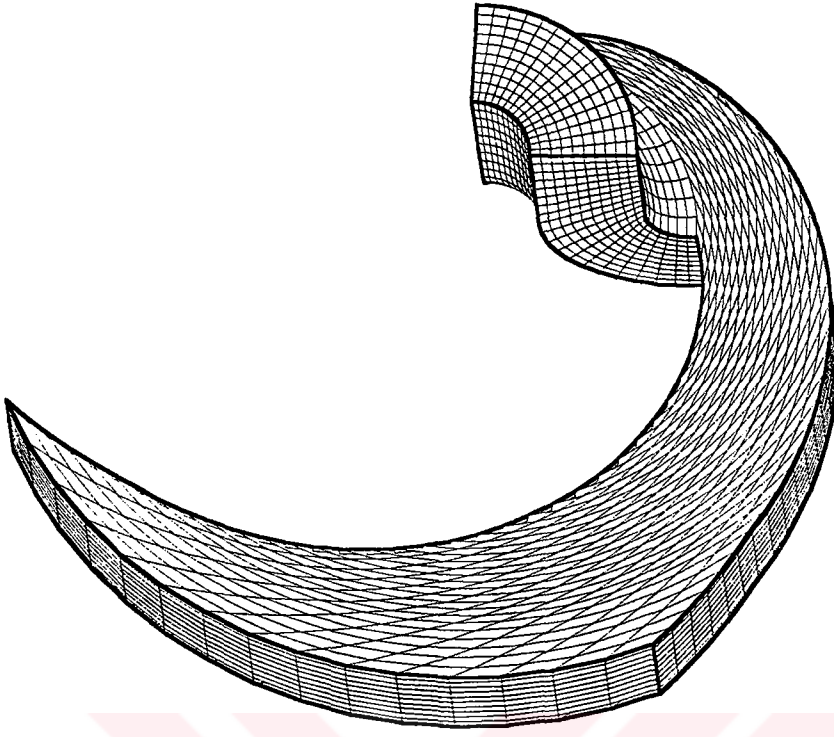
Çark içindeki akışın çevresel olarak değişimini gösterebilmek için çarkın çevresinde Şekil 4.20 de gösterilen 1,4,6 ve 8 ile adlandırılan çevresel konumlarda ölçüm yapılmıştır. Her konumda 5 radyal pozisyonda hızlar ölçülmüştür. Bu ölçümler tasarım debisinde, göbek ve yanak arasındaki orta kanatlar arası düzlemde yapılmıştır. Bunlara ek olarak tasarım debisinin %40 i ile %105 i arasındaki 5 değişik debi için yine orta eksenel düzlemde hız değerleri ölçülmüştür. Eksenel düzlemlerde akışın karakterini ortaya çıkarmak için tasarım debisinde değişik eksenel düzlemlerde ölçülen değerlerde verilmiştir.

Çıkış şartlarının simetrik olması durumunda çark içindeki akışta çevresel olarak simetrik olmaktadır. Oysa gerçekte salyangozun etkisi nedeni ile çark çıkışındaki şartlar simetrik değildir. Bu nedenle değişik çevresel pozisyonlarda yapılan ölçümler arasında önemli farklar ortaya çıkabilmektedir.

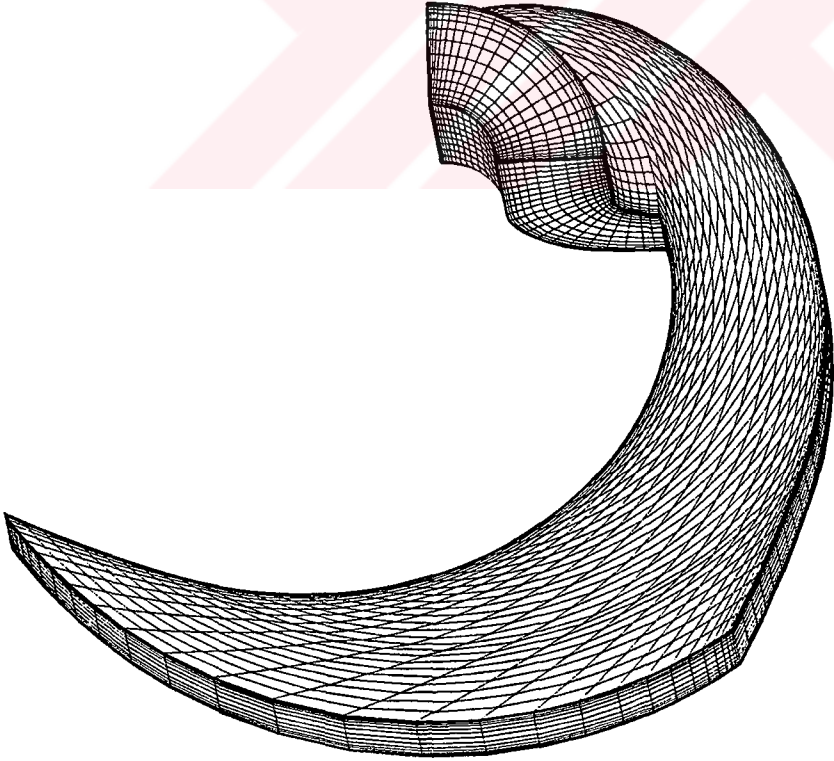
Bu çark içersindeki akışın sayısal çözüm sonuçları, sürtmeli ve sürtmesiz akış modelleri arasında kolay karşılaştırma yapılabilmesi için birarada verilmiştir.

Sürtmesiz akış modeli ile çözüm için $16 \times 11 \times 56$ noktadan oluşan bir çözüm ağı hazırlanmıştır (Şekil 4.21). Sürtmeli akış modeli için yüksek hız değişimlerinin olduğu bölgelerde daha çok noktadan oluşan bir çözüm ağı gerektiğinden $31 \times 21 \times 61$ noktadan meydana gelen bir çözüm ağı oluşturulmuştur (Şekil 4.22)

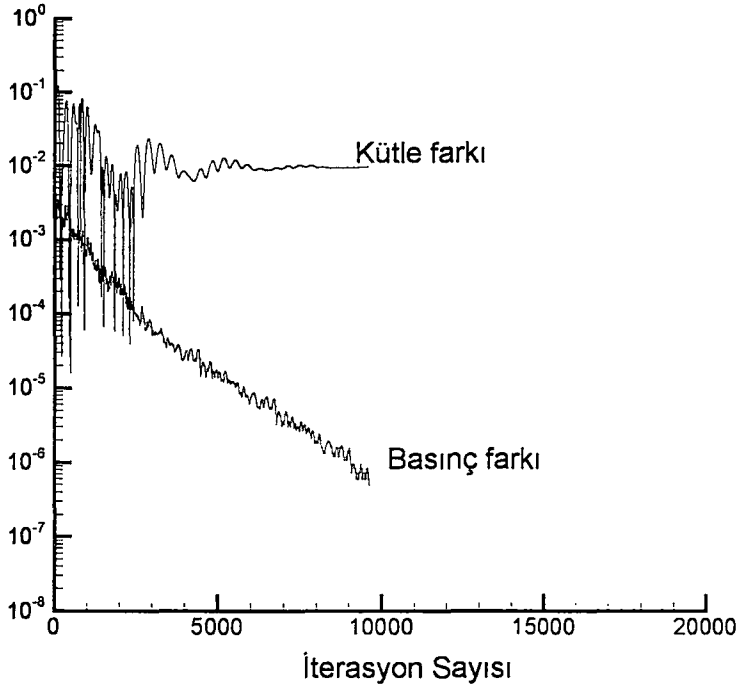
Navier Stokes denklemleri ile yapılan çözümün yakınsaması için gereken iterasyon sayısı sürtmesiz akış modelinin yakınsaması için gereken iterasyon sayısından daha fazladır. Şekil 4.23 ve 4.24' de görülebileceği üzere, CFL sayısının 1.5 değeri için sürtmesiz akış modeli 10000 iterasyonda yakınsarken, sürtmeli modelin yakınsaması için yaklaşık 40000 iterasyon gerekmektedir. Sürtmeli akış modelinin kullanıldığı durumda her bir kontrol hacmi için, bütün sistemde hesaplanan minimum zaman adımının kullanılması yerine, bu kontrol hacmi için hesaplanan zaman adımı kullanılmıştır. Yerel zaman adımı adı verilen bu yöntemin kullanılmaması durumunda yakınsama için gereken iterasyon sayısı daha da artmaktadır. Sürtmeli akış çözümünün yakınsaması, iterasyon sayısının fazla olması yanında, hesaplama yapılan çözüm ağı noktası sayısının da daha fazla olması nedeniyle sürtmesiz akışa göre yaklaşık dokuz kat daha fazla zaman almaktadır.



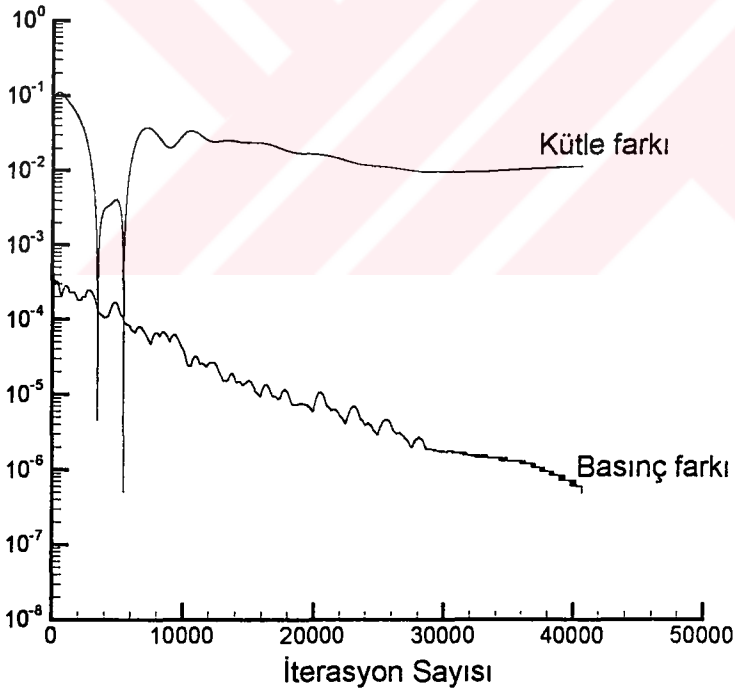
Şekil 4.21 Sürtmesiz akış modeli için hazırlanan çözüm ağı



Şekil 4.22 Sürtmeli akış modeli için hazırlanan çözüm ağı

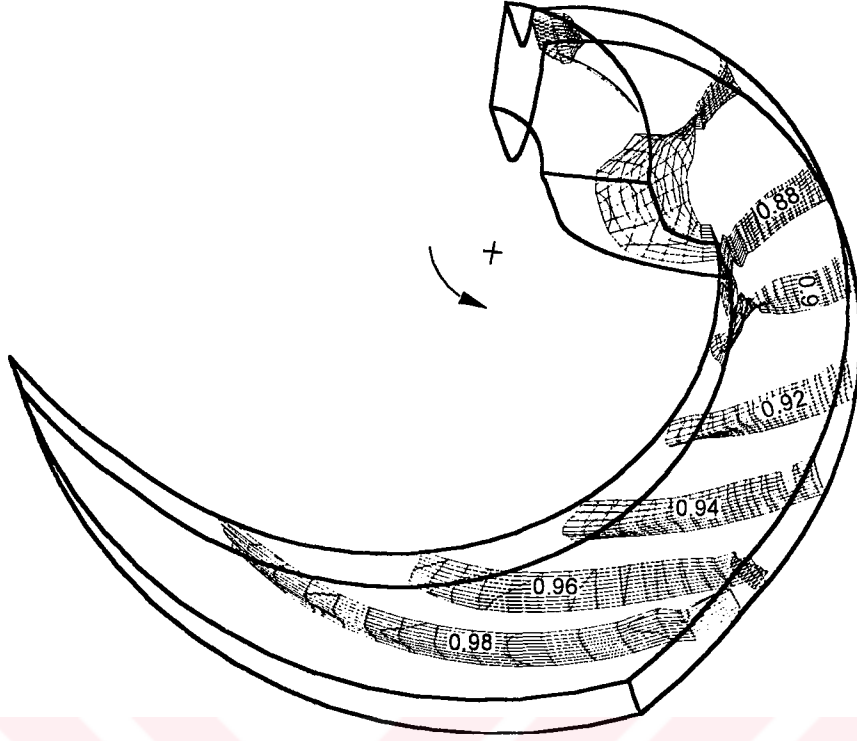


Şekil 4.23 Sürtmesiz akış modeli ile çözümde elde edilen yakınsama grafiği

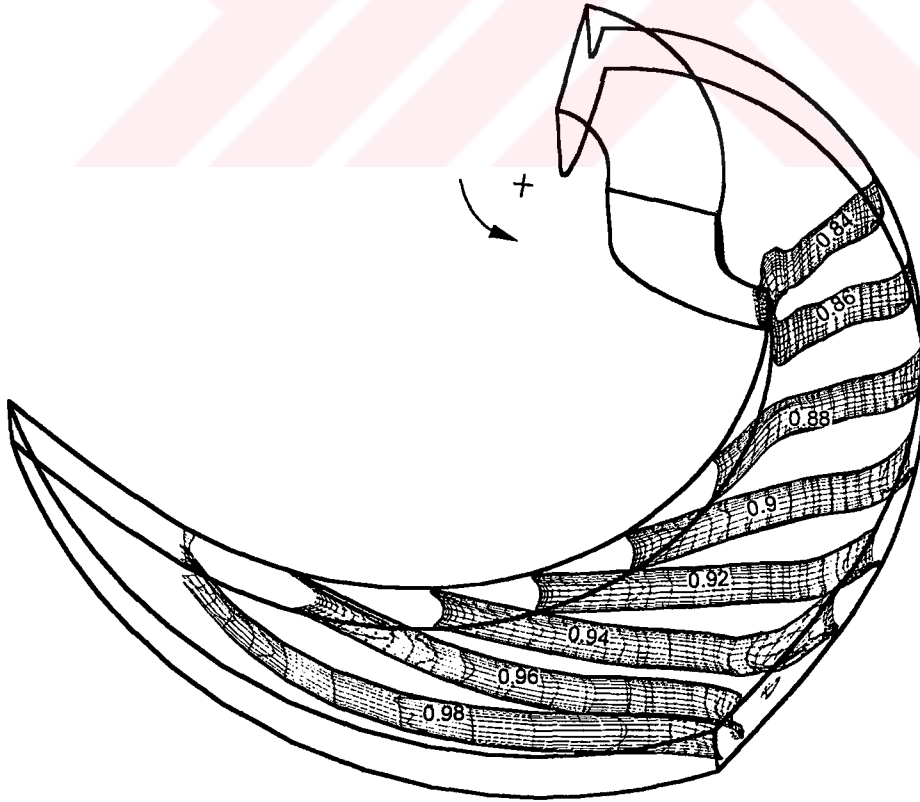


Şekil 4.24 Sürtmeli akış modeli ile çözümde elde edilen yakınsama grafiği

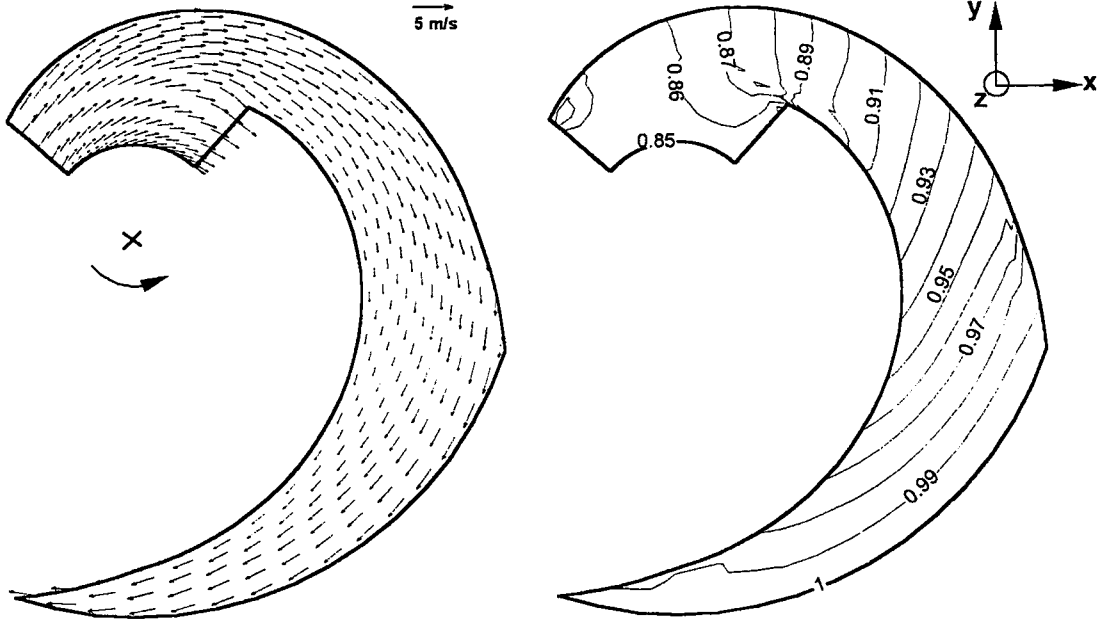
Akış kanalının üç boyutlu görüntüsü üzerinde tasarım debisinde sürtmesiz model ile hesaplanan eş basınç yüzeyleri Şekil 4.25' de gösterilmiştir. Şekil 4.26' da ise aynı şartlarda sürtmeli model ile hesaplanan eş basınç yüzeyleri görülmektedir.



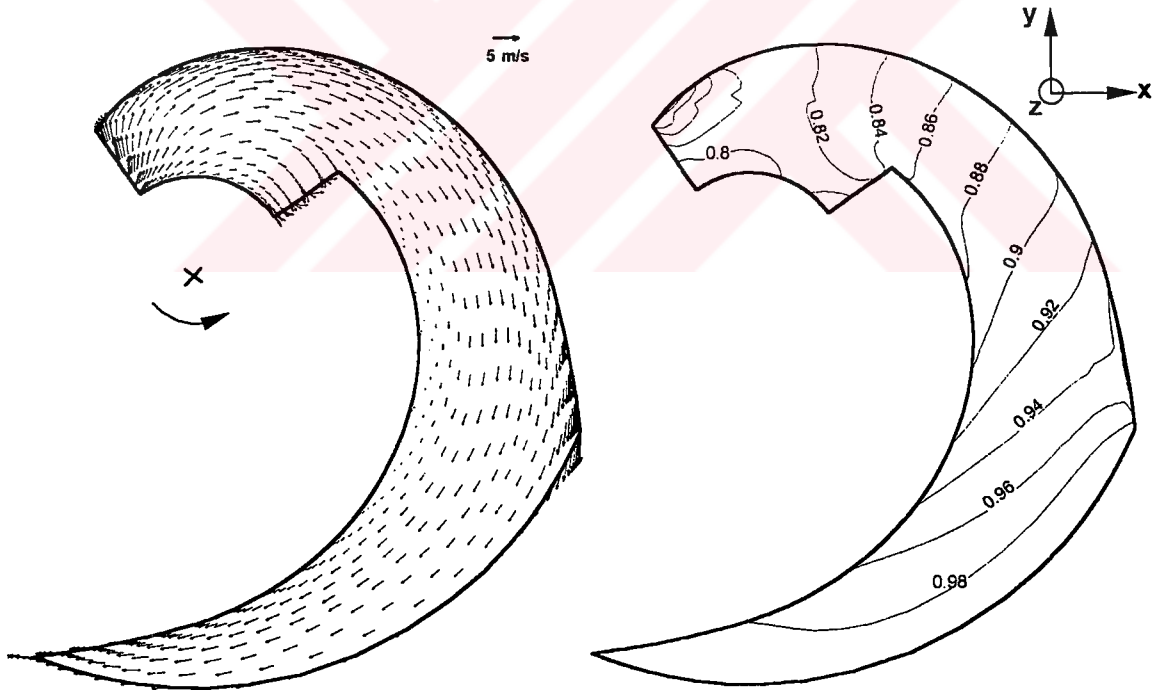
Şekil 4.25 Eş statik basınç yüzeyleri – Sürtmesiz akış modeli



Şekil 4.26 Eş statik basınç yüzeyleri – Sürtmeli akış modeli



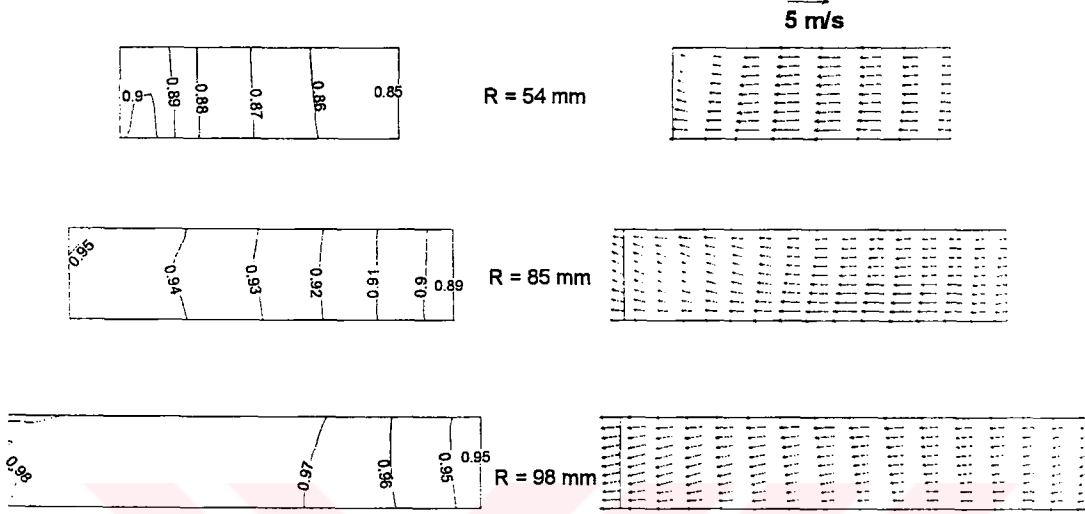
Şekil 4.27. Kanatlar arası yüzeydeki bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri – sürtmesiz akış modeli



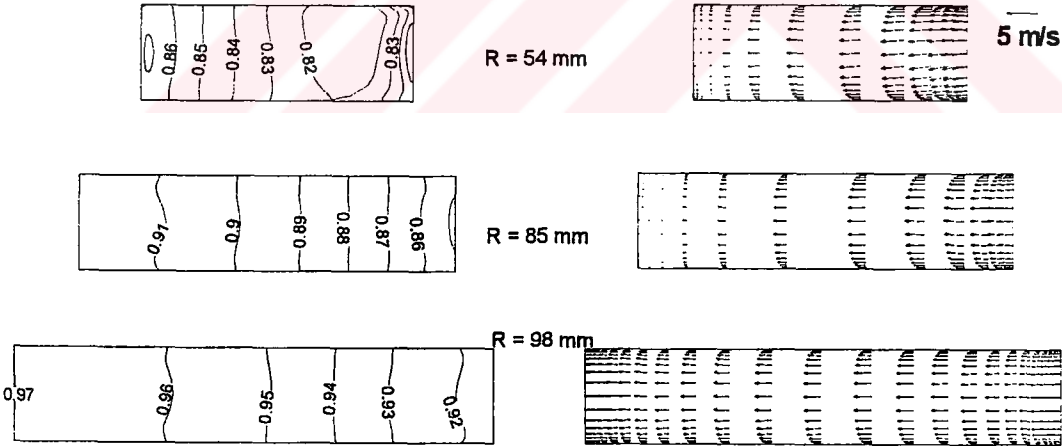
Şekil 4.28. Kanatlar arası yüzeydeki bağıl hız vektörleri ve eş basınç çizgileri – sürtmeli akış modeli

Tasarım debisi için kanatlar arası yüzey üzerinde hesaplanan bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç yüzeyleri Şekil 4.27 ve 4.28 de gösterilmiştir. Sürtmeli akış modeli kanadın basma kenarında oldukça düşük bir hız bölgesi göstermektedir. Navier-Stokes denklemlerinin çözüldüğü sürtmeli akış modelinde, emme borusu ile çözüm

bölgesi çıkışı arasındaki boyutsuz basınç farkı (Şekil 4.28), sürtmesiz modelinkine (Şekil 4.27) oranla daha fazladır. Bununla beraber kütle ağırlıklı ortalamalar kullanılarak hesaplanan basma yükseklikleri, sürtmesiz model için 2.60 m, sürtmeli model için ise 2.10 m olarak bulunmuştur.

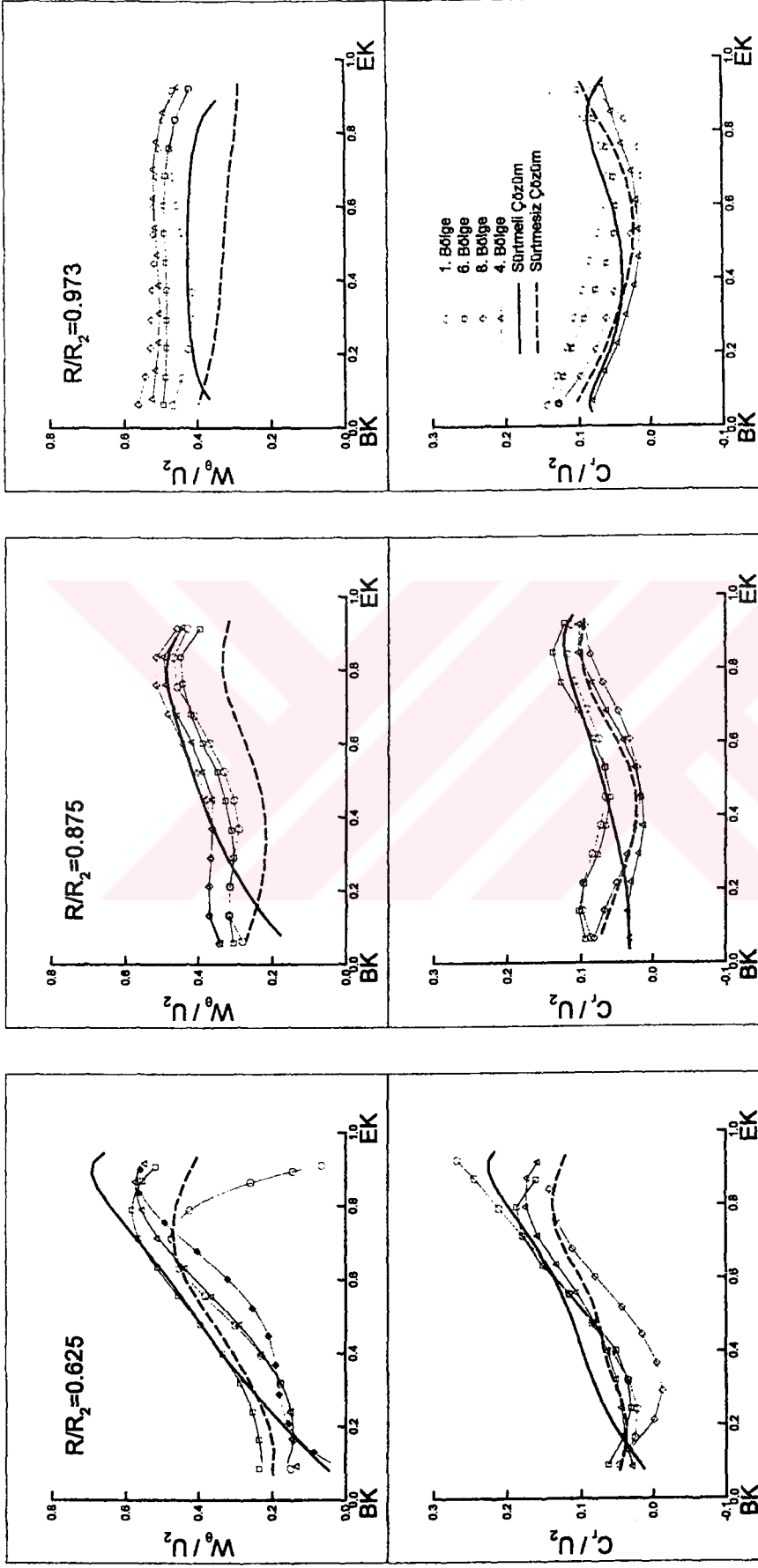


Şekil 4.29 Sabit yarıçaplı akışa dik kesitlerdeki eş basınç çizgileri ve bağıl hız vektörleri – sürtmesiz akış modeli



Şekil 4.30 Sabit yarıçaplı akışa dik kesitlerdeki eş basınç çizgileri ve bağıl hız vektörleri – sürtmeli akış modeli

Akışa dik kesitler üzerindeki bağıl hız vektörleri ve eş statik basınç eğrileri sürtmesiz ve sürtmeli akış modelleri için sırası ile şekil 4.29 ve şekil 4.30 da verilmiştir.



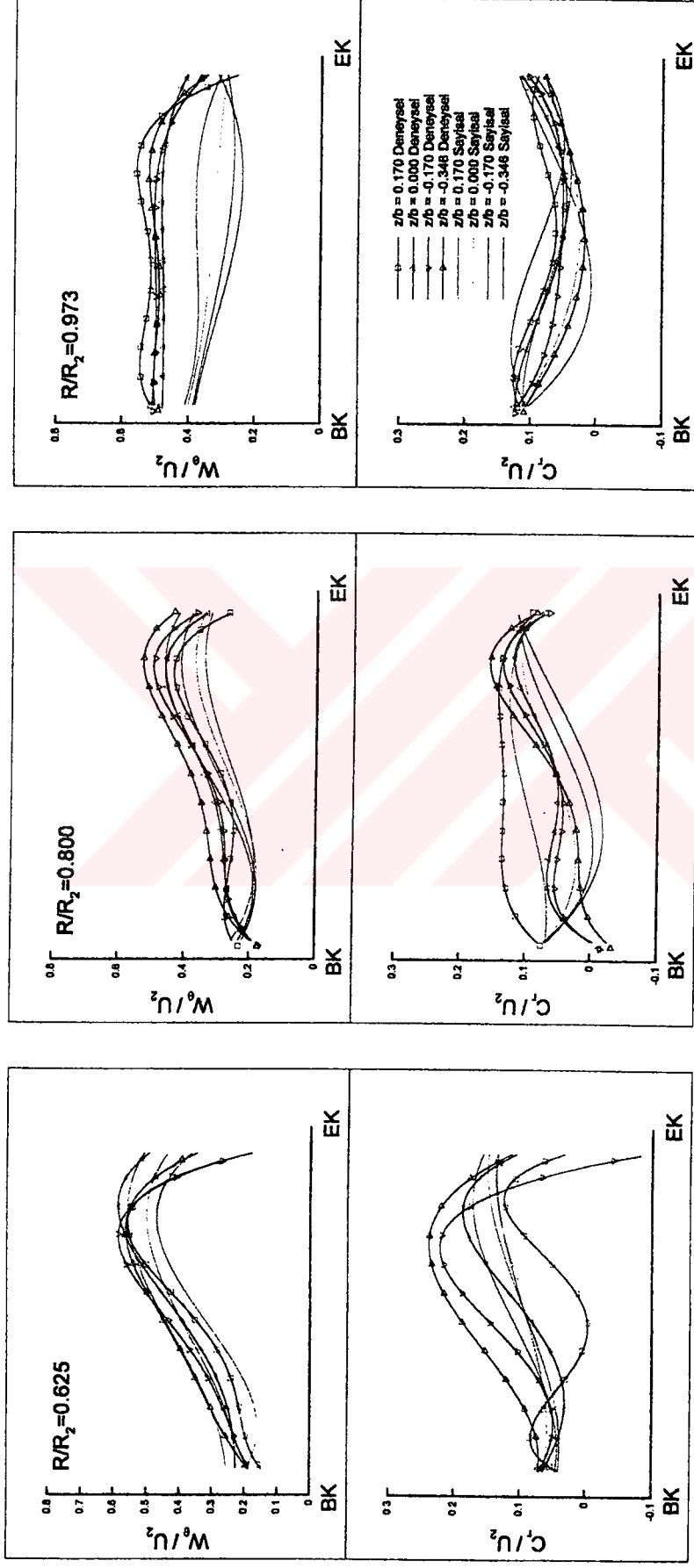
Şekil 4.31. Tasarım debisinde orta eksenel kesit için 3 farklı radyal konumda, sürtmeli ve sürtmesiz akış modelleri ile hesaplanan bağıl teğetsel hız ve mutlak radyal hız değerlerinin deneysel ölçümlerle karşılaştırılması

Sürtmeli akış çözümünde basma yüzeyinde görülen hız azalmaları ana akışa dik olan kesitler üzerinde de görülmektedir.

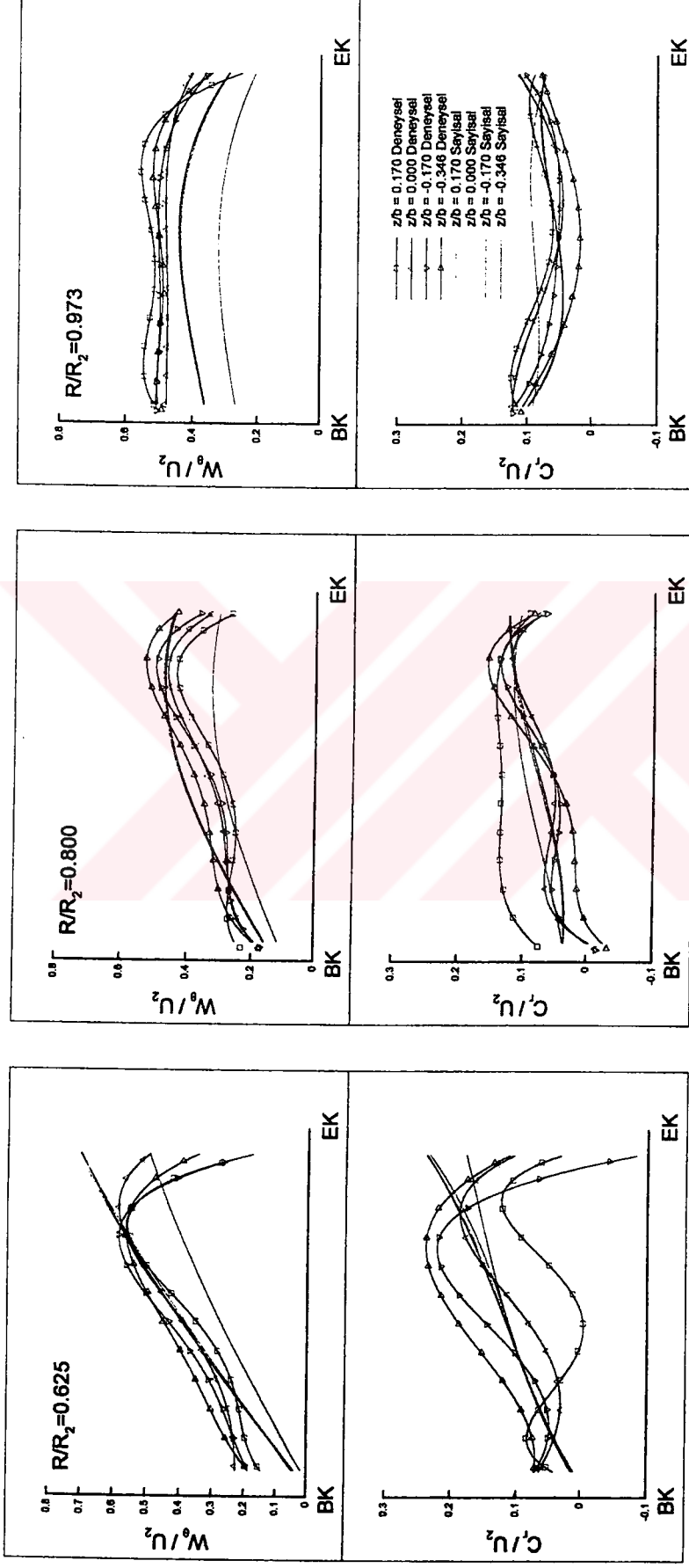
Kanatlar arası bölge içersinde girişten çıkışa kadar farklı yarıçaptaki kesitler üzerinde, kanadın emme kenarından basma kenarına doğru, bağıl hızın teğetsel bileşeni ile mutlak hızın radyal bileşeninin değişimi, şekil 4.31' de çark çevresindeki değişik konumlardan yapılan ölçüm değerleri ile karşılaştırılmıştır. Her iki yöntemin sonuçları da deneysel verilere yakın görünmektedir.

Göbek ile yanak arasındaki diğer kanatlar arası kesitlerde, değişik yarıçaplardaki akışa dik kesitler için kanadın basma kenarı ile emme kenarı arasındaki hız profilleri deneysel sonuçlarla kıyaslanmıştır. Şekil 4.32' de sürtmesiz akış modeli ile şekil 4.33' de ise sürtmeli akış modeli kullanılarak elde edilen hız değerleri görülmektedir.





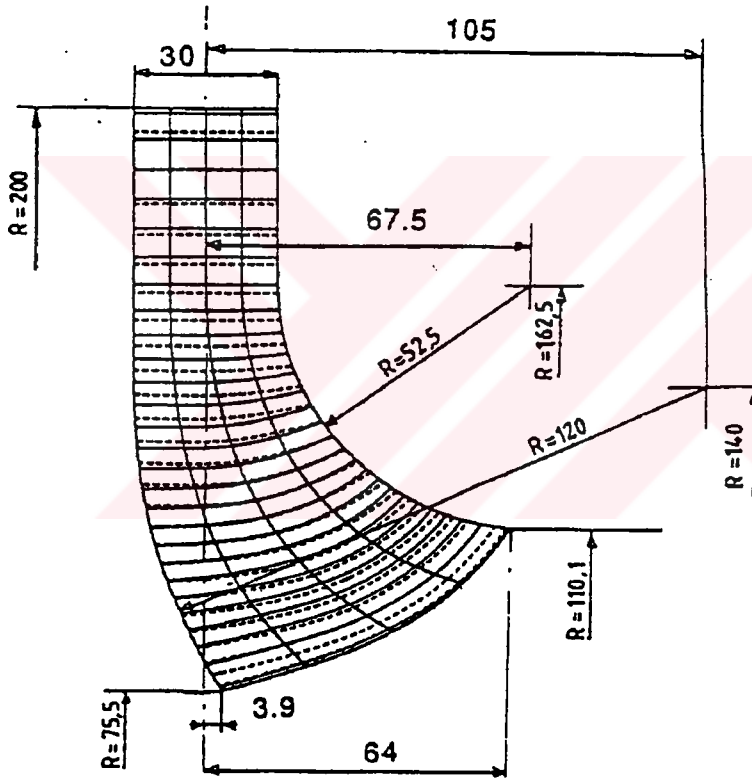
Şekil 4.32. Sürtmesiz akış modeli ile değişik kanatlar arası yüzeylerde hesaplanan bağıl teğetsel hız ile mutlak radyal hız deneyisel ölçümlerde karşılaştırılması



Şekil 4.33. Sürtmeli akış modeli ile değişik kanatlar arası yüzeylerde hesaplanan bağıl teğetsel hız ile mutlak radyal hızın deneyisel ölçümlerle karşılaştırılması

4.3 Örnek 3 – COMBES, 1992

Combes (1992) tarafından yapılan çalışmada, 2 bileşenli LDV kullanılarak, boyutsuz özgül hızı 0.098 olan endüstriyel bir radyal pompanın laboratuvar modelinin çark ve difüzöründe akış ölçümleri gerçekleştirilmiştir. Devir sayısı 1200 d/d olan çarkın 7 kanadı bulunmaktadır. Çarkın geometrisi şekil 4.33 de verilmiştir. Tasarım noktasında çalışma durumunda pompanın debisi $0.1118 \text{ m}^3/\text{s}$ ve manometrik basma yüksekliği 31 m. dir. Ölçüm kolaylığı sağlamak amacı ile kanatların silindirik formda olması düşünülmüş ve kanatlar, çarkın radyal bölümünde, göbek ve yanağa ortogonal olacak şekilde iki boyutlu yapıda imal edilmiştir. Bu değişikliğe rağmen modelin gerçek çarka benzerliğinin büyük oranda korunduğu belirtilmiştir.



Şekil 4.34 Çark geometrisi

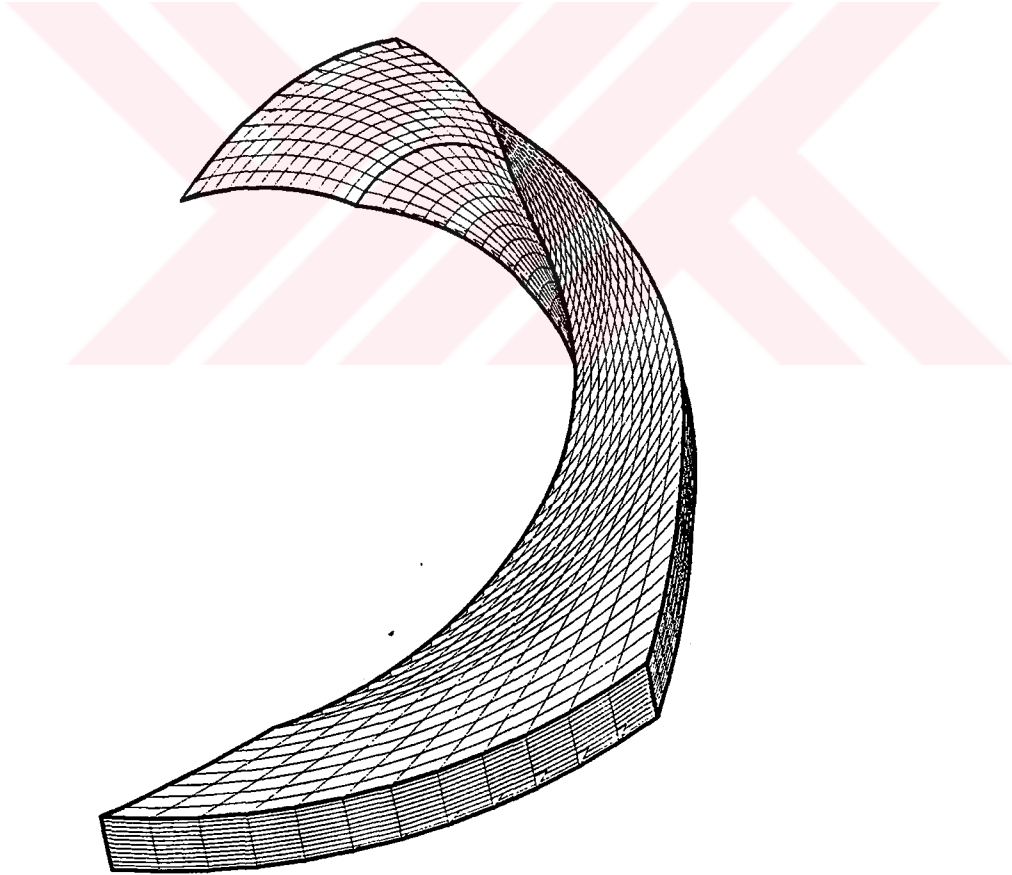
Ölçümler çark içersinde üç, difüzör içersinde beş olmak üzere 8 farklı yarıçapta yapılmıştır. Göbek ve yanak arasında ise 15 konumda ölçümler yapılmıştır. Tasarım debisinin yanında bu debinin yarısına kadar olan çeşitli debi değerlerinde ölçümler yapılmıştır.

Şekil 4.35 de çözüm için oluşturulan ve $13 \times 13 \times 64$ noktadan oluşan çözüm ağının çark kanatları girişinden başlayarak çıkış periyodik bölgesine kadar olan bölümü

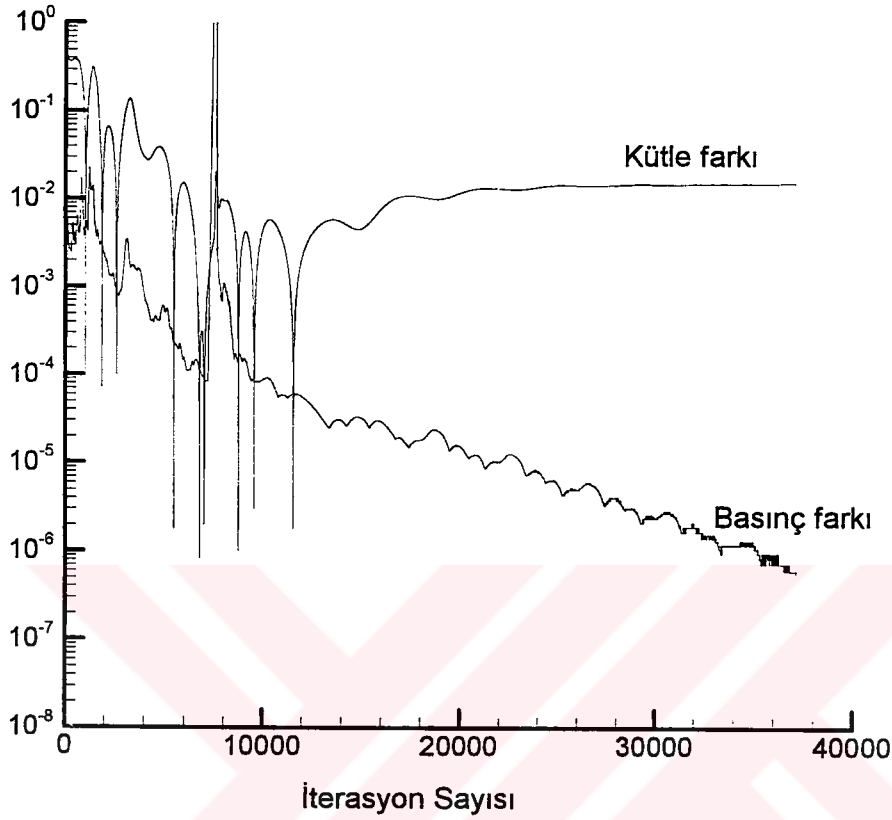
gösterilmiştir. Bu örnekte önceki iki örnekten farklı olarak göbek ile yanak arasında kanadın başlangıç yarıçapı sabit olmayıp göbekten yanağa doğru artmaktadır

Bu çark için sadece sürtmesiz akış yaklaşımı ile elde edilen sonuçlar bu çalışmanın kapsamında verilecektir. Sürtmeli akış yaklaşımı bu çark geometrisi için yakınsamamıştır. Daha önceki örneklere nazaran program daha fazla iterasyon sonucunda yakınsamıştır. Şekil 4.36 de yakınsama eğrisi görülmektedir.

Şekil 4.37 da, tasarım debisi için göbek ve yanağın tam ortasında yer alan kesitdeki hız vektörleri görülmektedir. Çarkın çıkış bölgesinde bağıl hızların dönme yönünün tersine doğru yatmaları diğer örneklerde de görülmüştür. Bu durumun salyangozun çark üzerindeki etkisinin bu modelde göz önüne alınmamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu bölge haricinde hızların kanat profilleri ile uyum içerisinde olduğu görülmektedir. Deneysel ölçümler bu sonuçları doğrulamaktadır.



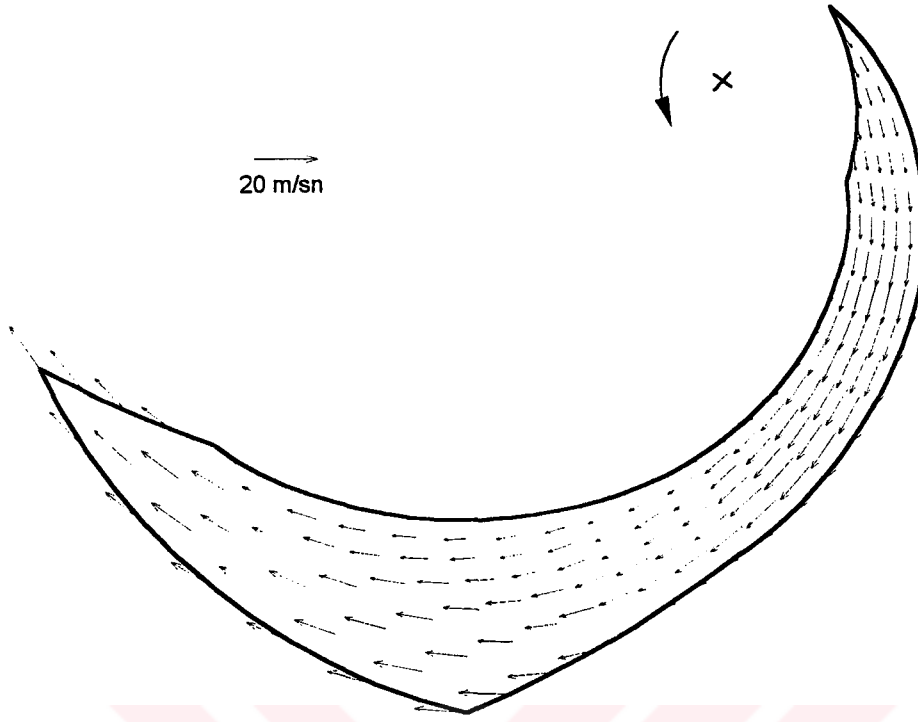
Şekil 4.35 Sürtmesiz akış modeli için oluşturulan çözüm ağı



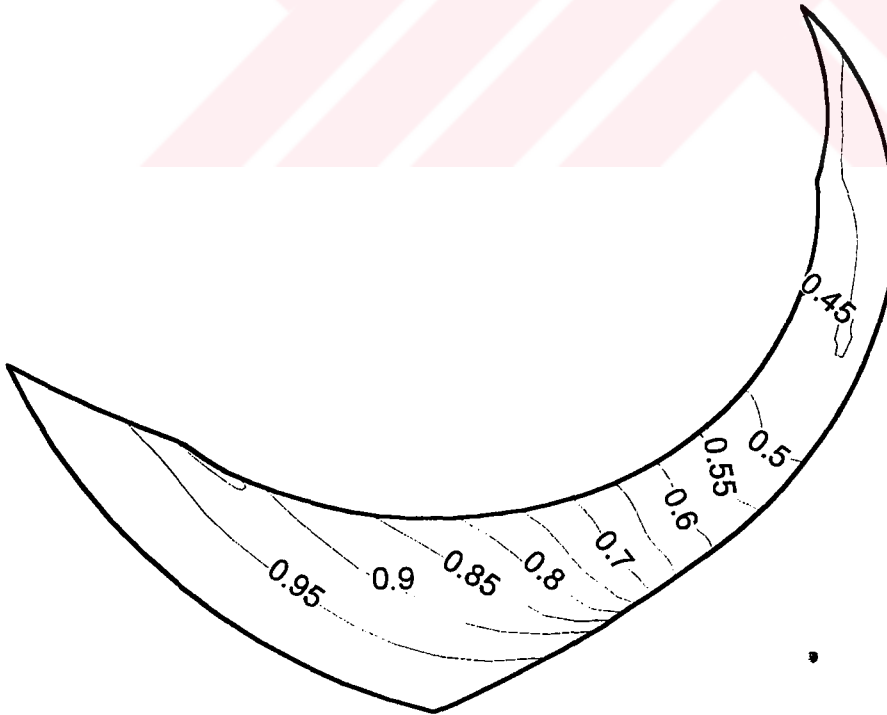
Şekil 4.36 Sürtmesiz akış çözümü ile elde edilen yakınsama eğrileri

Bu düzlem üzerindeki eş statik basınç çizgileri şekil 4.38 de verilmiştir. Değerler sınır şartı olarak çıkışta verilen statik basınç büyüklüğü ile boyutsuzlaştırılmıştır. Basma yüksekliği 35 metre olarak hesaplanmıştır. Ölçülen değer ise 31 metre dir.

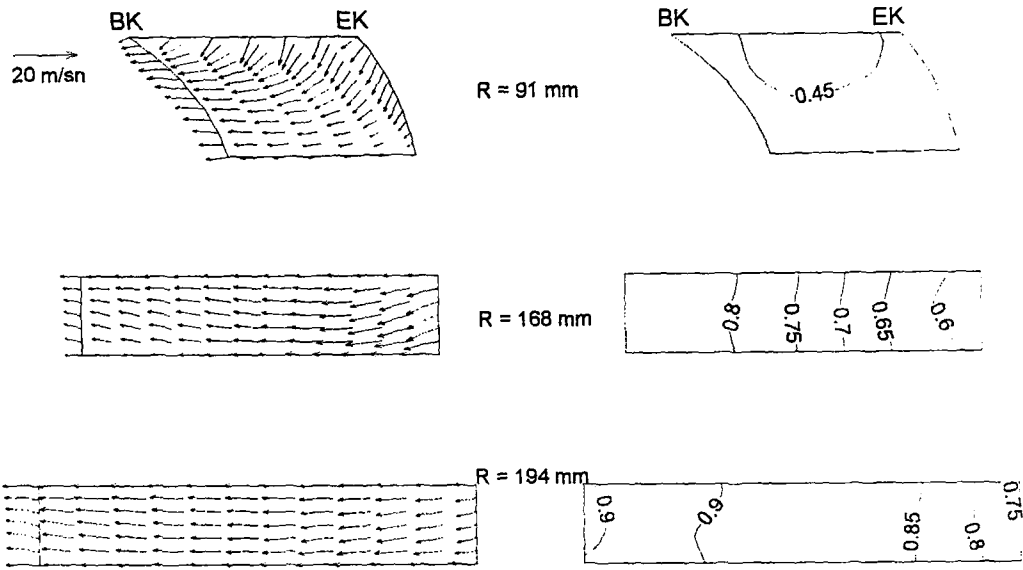
Ana akış doğrultusuna dik olan kesitler üzerinde hesaplanan hız vektörleri ve eş basınç çizgileri şekil 4.39 de görülmektedir. Beklendiği gibi kanadın emme kenarından basma kenarına doğru bir basınç değişimi oluşmuştur. Akım kanalı içerisinde basınç ölçümleri yapılmadığı için deneysel sonuçlarla sayısal olarak hesaplanan basınç değerlerinin sınanması mümkün olmamıştır.



Şekil 4.37 Göbek ile yanağın tam ortasındaki yüzey üzerindeki bağıl hız dağılımı



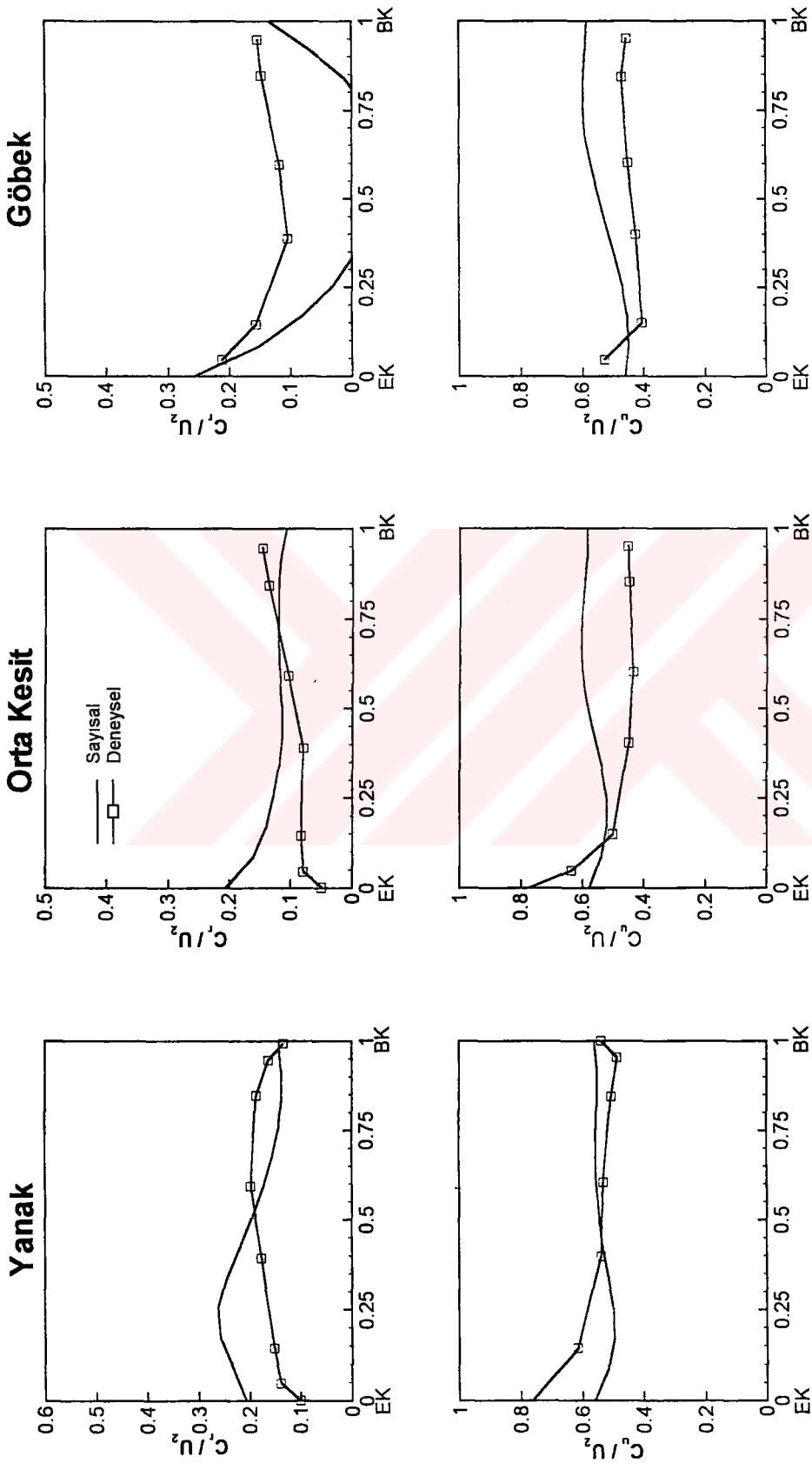
Şekil 4.38 Göbek ile yanağın tam ortasındaki yüzey üzerindeki eş basınç çizgileri



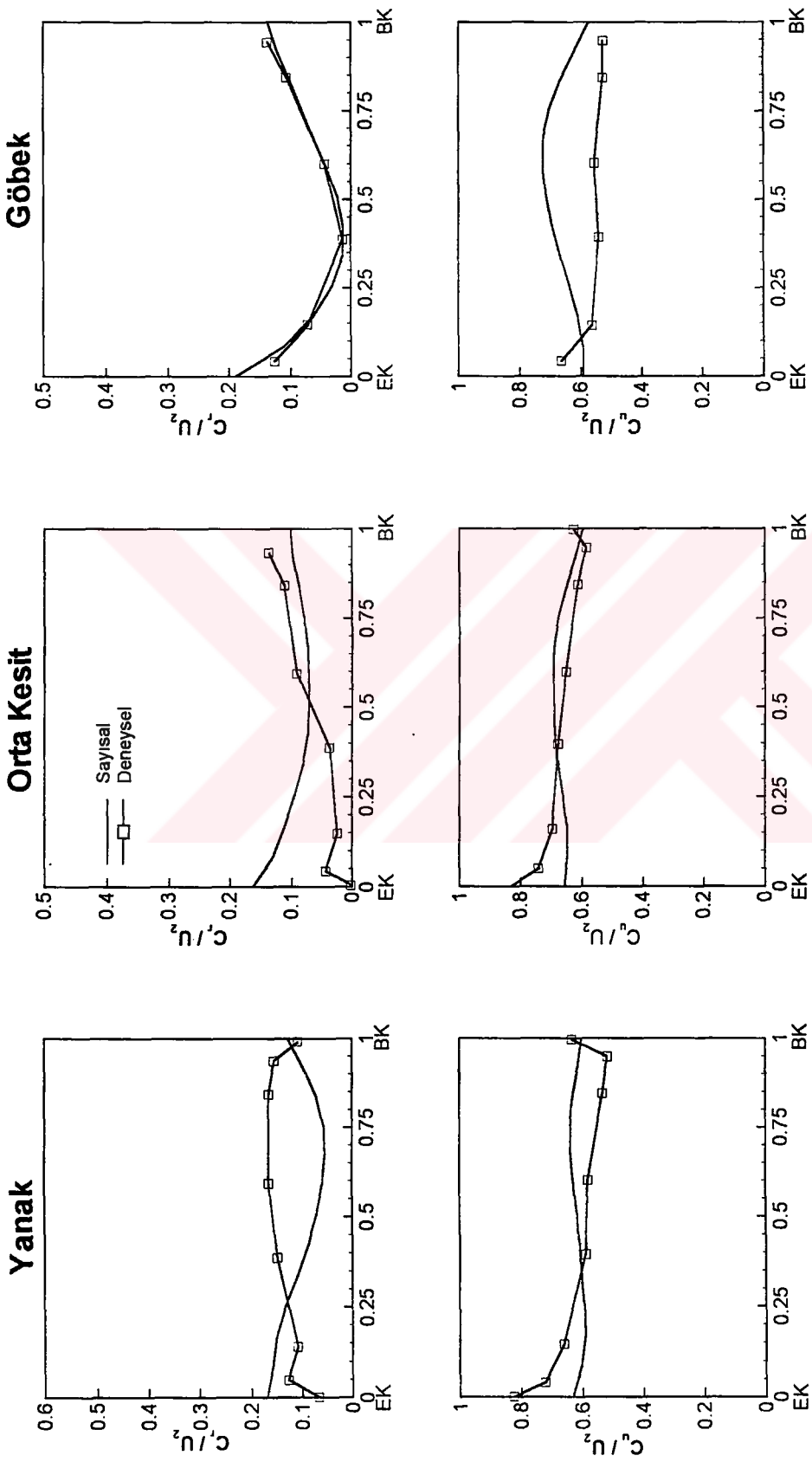
Şekil 4.39 Ana akış doğrultusuna dik olan kesitler üzerinde hesaplanan hız vektörleri ve eş basınç çizgileri

Çark çıkışına yakın bir kesitteki ($R/R_2 = 0.978$) mutlak hızın teğetsel ve radyal bileşenlerinin deneysel ölçümlerle karşılaştırılması Şekil 4.40 da yapılmıştır. Göbek, yanak ve orta bölge için yapılan karşılaştırmalarda teğetsel hız bileşeninin deneysel sonuçlarla uyumlu olduğu, radyal hız bileşeninde ise, çark çıkış koşullarının farklı olması nedeni ile olduğu düşünülen farklılıkların bulunduğu görülmektedir.

Tasarım debisinin %70' i için elde edilen sayısal sonuçların deneysel ölçümlerle karşılaştırması özellikle göbek bölgesinde gerçek akışa yakın değerler hesaplandığını göstermektedir.(Şekil 4.41)



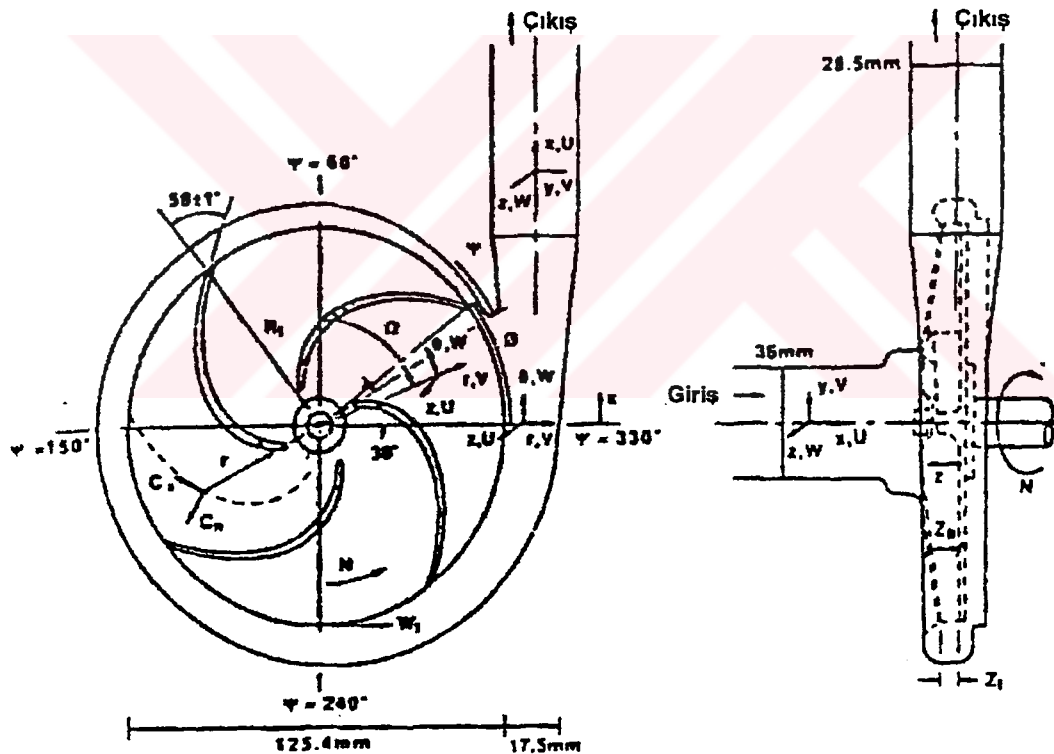
Şekil 4.40 $R/R_2 = 0.978$ olan kesitteki mutlak hızın teğetsel ve radyal bileşenlerinin deneysel ölçümlerle karşılaştırılması



Şekil 4.41 Tasarım debisinin %70' i için elde edilen sayısal sonuçların deneyel ölçümlerle karşılaştırması

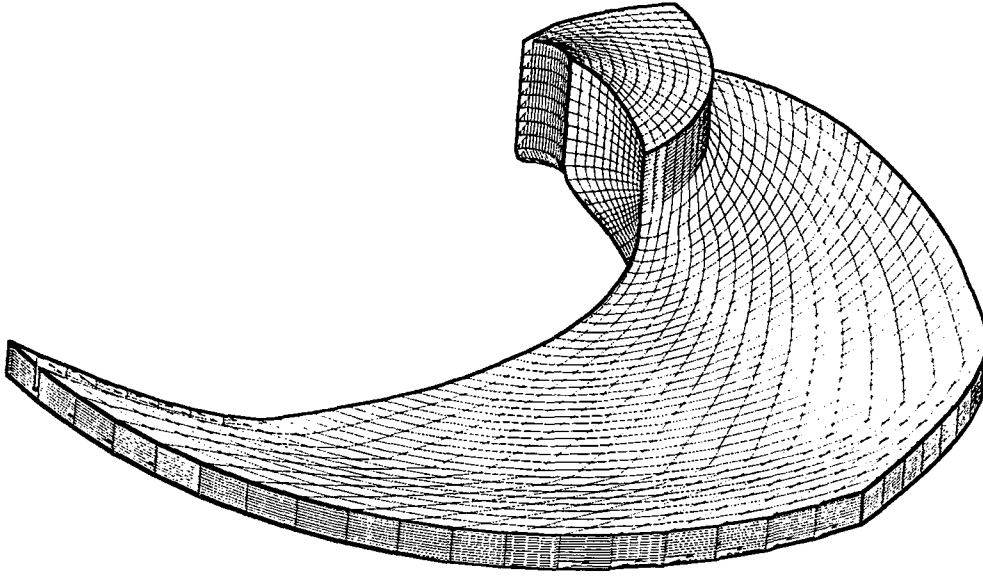
4.4- Örnek 4 – LIU, 1994

Artan devir sayısı ile radyal pompa çarkı içersindeki akışın daha karmaşık bir hal aldığı daha önceden belirtilmişti. Geliştirilen bilgisayar programının yüksek devir sayılarında çalışan çarklar için nasıl sonuçlar vereceğinin anlaşılması için boyutsuz özgül hızı 0.034 olan, Liu ve diğ. (1994) tarafından ölçümleri yapılan radyal pompa geometrisi kullanılmıştır. Geometrisi şekil 4.42 de verilen 4 silindirik kanatlı çarkın devir sayısı 2910 d/d dır. Kanat kalınlığı sabit olmayıp girişte 11.2 mm den çıkışa doğru 6.2 mm ye azalmaktadır. Bu çark, yüksek dönme sayısı ve akış doğrultusunda sabit olmayan kanat yüksekliği ile önceki örneklerden farklıdır. LDV ile yapılan ölçümlerde kolaylık sağlaması için akışkan olarak su yerine, yoğunluğu 893 kg/m³, kinematik viskozitesi 1.74x10⁻⁶ m²/sn olan, yansıtma özelliği yüksek özel bir yağ karışımı kullanılmıştır.



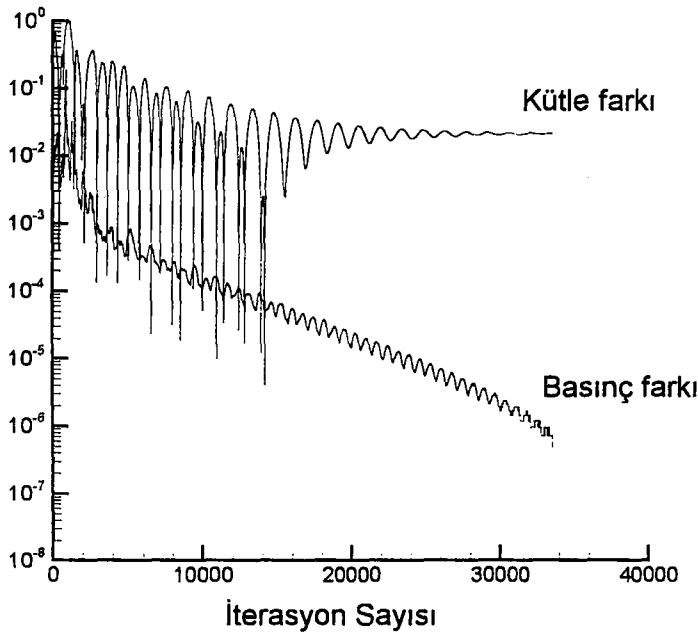
Şekil 4.42 Yüksek devir sayılı radyal pompa geometrisi

Açık tipteki çarkın kanatları logaritmik spiral forma sahiptir. Pompanın tasarım noktasındaki debisi 0.00272 m³/sn olarak verilmiştir. Sayısal çözüm için kullanılan çözüm ağı şekil 4.43 de verilmiştir. Çözüm ağı 19x13x55 noktadan oluşmaktadır.

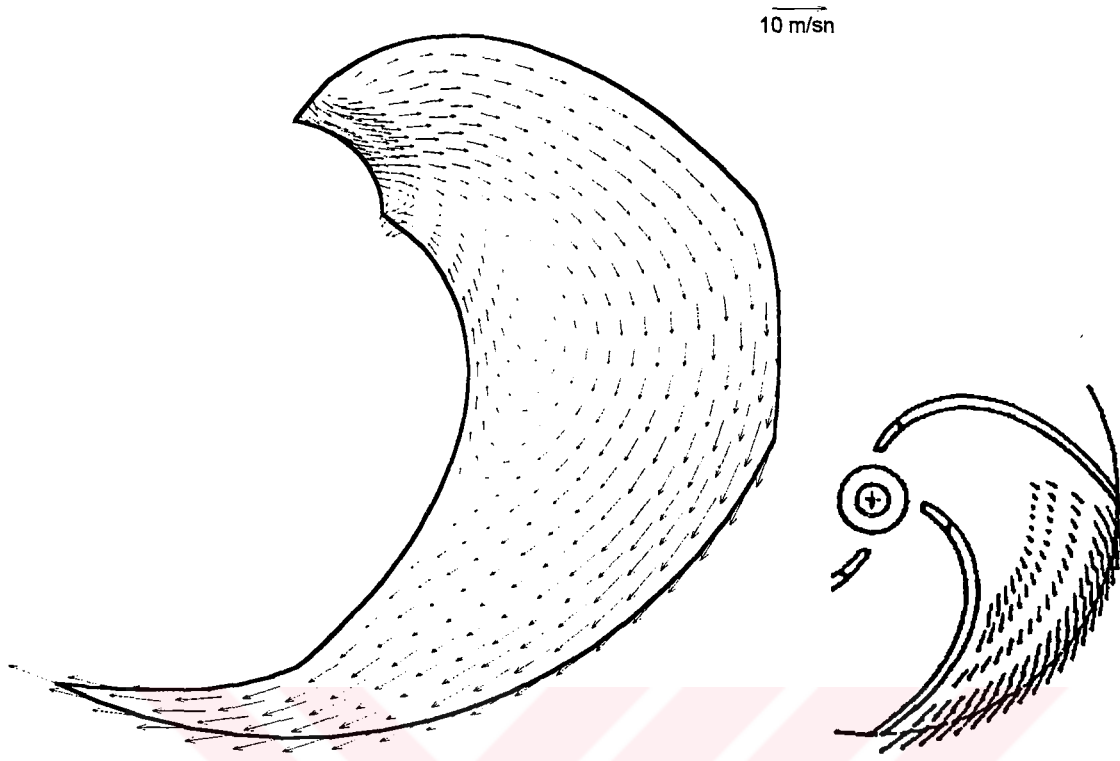


Şekil 4.43 Euler çözüm ağı

Şekil 4.44 de CFL=2.0 ile elde edilen yakınsama grafiği ve kütle değişimi görülebilir. Deneysel çalışmada verilen tasarım debisi değeri için sayısal çözümde şekil 4.45 deki kanatlar arası orta kesitteki hız vektörlerinden görülebileceği gibi kanadın basma kenarı üzerinde akış ayrılması oluşmaktadır. Ayrıca kanatların girişlerinde de ikincil akışların ortaya çıktığı gözlenmiştir.

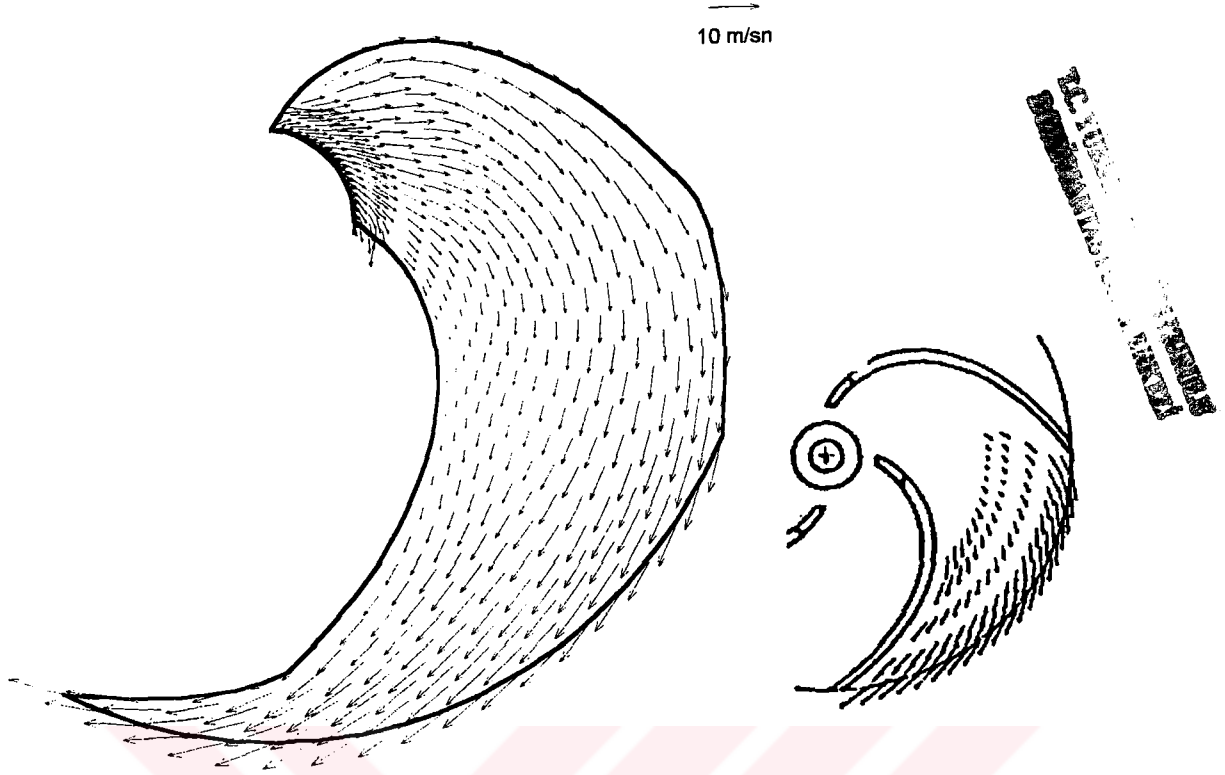


Şekil 4.44 Yakınsama grafiği ve kütle farkı değişimi

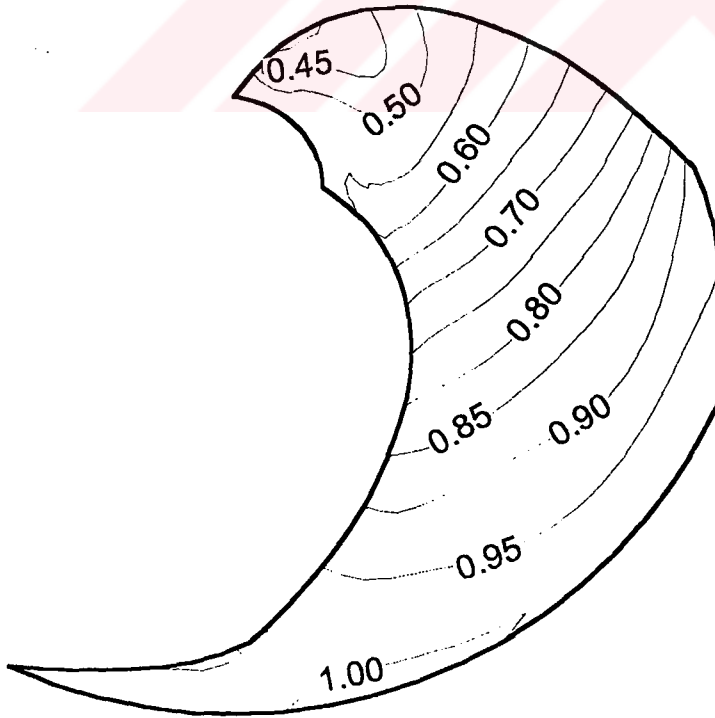


Şekil 4.45 Tasarım debisinde orta kanatlar arası kesitte hesaplanan ve ölçülen hız vektörleri

Elde edilen bu sonuçlardan, deneysel çalışmadaki tasarım debisinin hatalı olabileceği düşünülmüş ve program daha yüksek debi değerleri için çalıştırılmıştır. Şekil 4.46 de $0.00674 \text{ m}^3/\text{sn}$ debi değeri için elde edilen hız vektörleri verilmiştir. Bu sonuçların şekil 4.50 da verilen, ölçülmüş hız profillerine daha yakın olduğu gözlenmiştir. Gerçekten şekil 4.48 de yapılan karşılaştırma, debi değeri sanki verilen tasarım debisinin 3 katı gibi görünmesine rağmen hız profilinin bu durumda daha yakın olduğu izlenimini vermektedir. Bu debi değeri için orta düzlemde bulunan, çıkış basıncı ile boyutsuzlaştırılmış eş basınç çizgileri de şekil 4.47 de görülebilir.

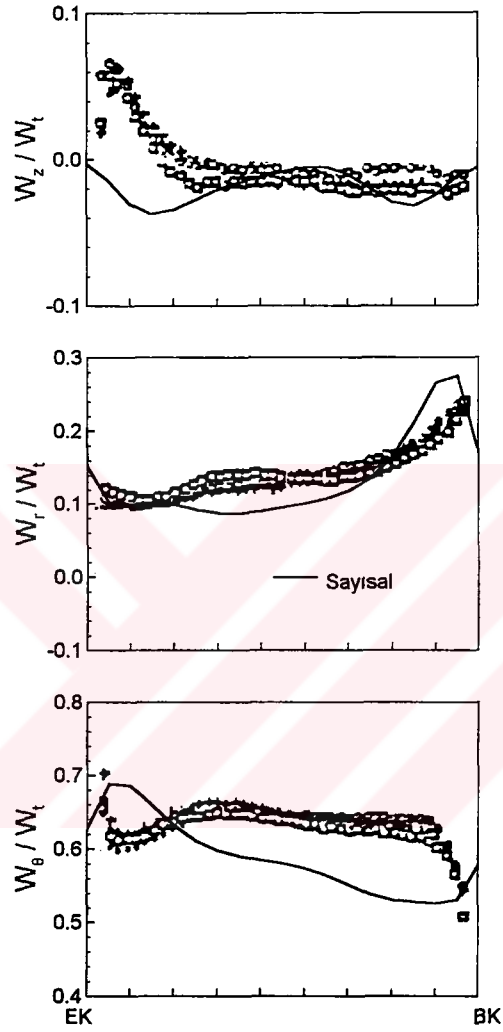


Şekil 4.46 $Q=0.00674 \text{ m}^3/\text{s}$ için hesaplanan ve ölçülen hız vektörleri

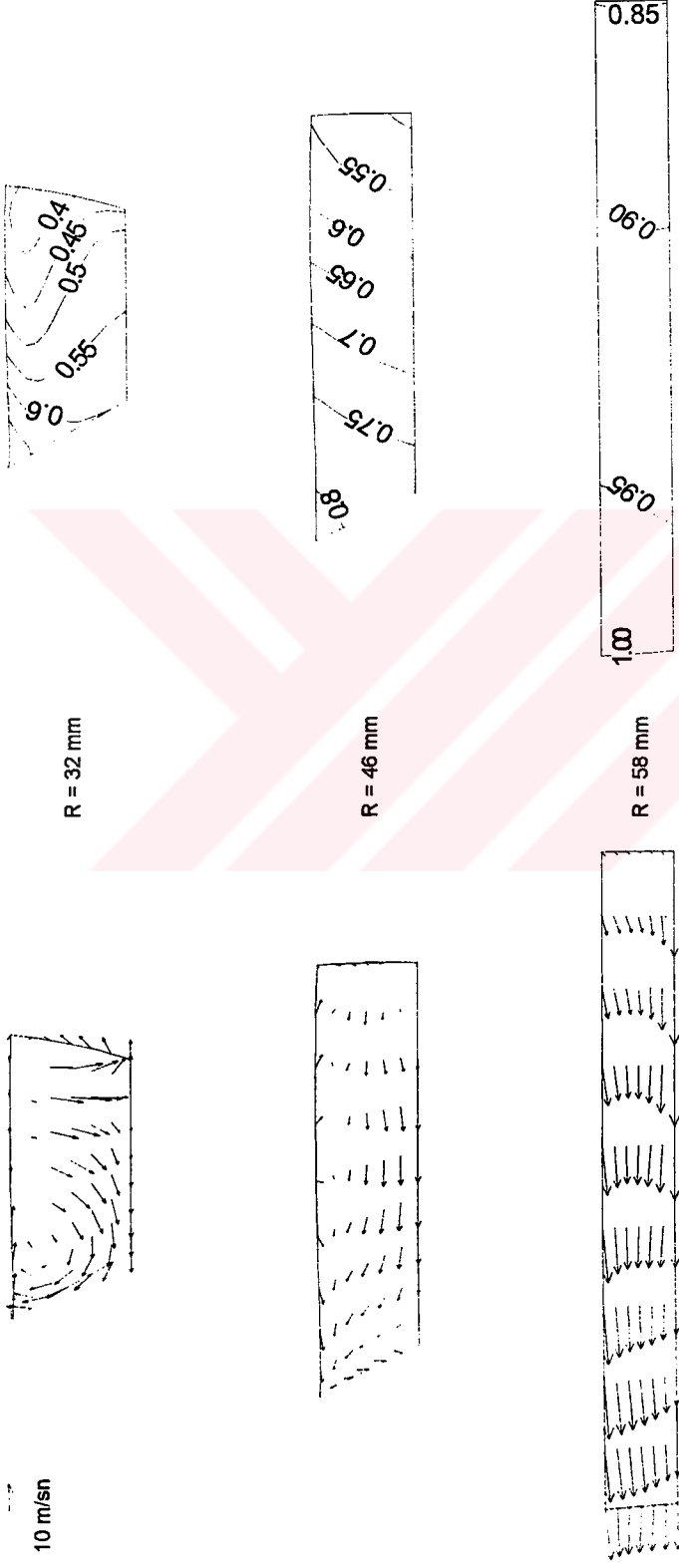


Şekil 4.47 Orta kesitteki eş statik basınç çizgileri

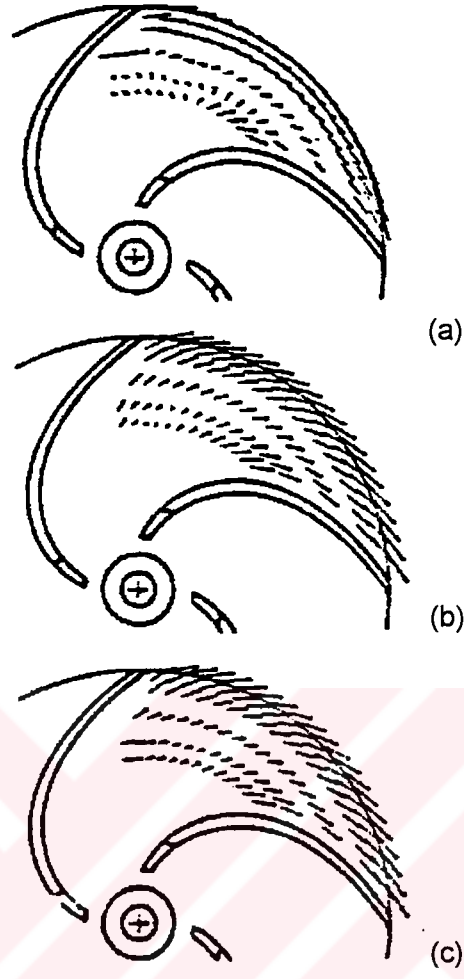
Akışa dik kesitlerdeki akış incelendiğinde kanatların giriş kenarından sonra çevresel yönde ikincil akışların oluştuğu görülmektedir (Şekil 4.49). Ölçümler ile sayısal hesaplama sonuçlarının karşılaştırıldığı şekil 4.48 de hız değerleri çark çıkışındaki çevresel hız ile boyutsuzlaştırılmıştır.



Şekil 4.48.Çark çıkışında kanadın emme ve basma kenarları arasında hesaplanan bağıl hız bileşenleri ile ölçüm değerlerinin karşılaştırılması



Şekil 4.49 Çeşitli yarıçaptaki akışa dik kesitler üzerinde hız vektörleri ve eş basınç çizgileri



Şekil 4.50 Kanatlar arası akış bölgesinde tasarım debisi için ölçülen ortalama bağıl hız vektörleri (a) Yanak (b) Orta (c) Göbek (Liu ve diğ., 1994).

SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, radyal pompa çarkları içersindeki üç boyutlu sürtmeli ve sürtmesiz akışın sayısal analizi için bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Literatürde bulunan çeşitli pompa çarkları içersinde yapılan ölçümler, bilgisayar programının sınanması için kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar ve bu çalışmanın devamı olarak yapılabilecek çalışmalar aşağıda özetlenmiştir.

Elde edilen sonuçlardan pompa çarkları içersindeki akışın çıkışında kompresör çarklarından farklı olarak, Tuzson (1993)' un da belirttiği gibi, düşük enerjili ve yüksek enerjili bölgelerin oluşmadığı gözlenmiştir. Geliştirilen bilgisayar programının çark içersinde kanadın emme yüzeyinden basma yüzeyine ve giriş kesitinden çıkış kesitine doğru olan basınç artışlarını, hem fiziksel yapı hem de değer itibarı ile doğru olarak hesapladığı bulunmuştur. Yüksek devir sayılarında çalışan çarkların analizinde sürtmeli akış analizinin uygulanmasında yakınsama problemleri ile karşılaşılması, sürtmesiz akış modelinin uygulanmasında ise büyük problemler yaşanmamıştır.

Akış alanının giriş ve çıkış bölgelerinde verilen sınır şartları ile diğer kanatlar arası bölgelerin etkisinin modellenebilmesi için uygulanan periyodik sınır bölgelerinin belirlenmesinin, sonuç elde edilmesinde büyük etkisi olduğu ortaya çıkmıştır. Periyodik sınırların belirlenmesi ile ilgili olarak literatürde herhangi bir yöntem bulunamamıştır. Bu konu ile ilgili olarak, bu çalışmada kullanılan serbest vorteks metodunun yanında, akışkanın çarka girişindeki fiziksel periyodikliğin modellenebileceği daha detaylı çalışmalara ihtiyaç olduğu görülmüştür.

Genel olarak Navier Stokes denklemlerinin bu çalışmada önerildiği biçimi ile çözümü Euler denklemlerinin çözümüne göre çok daha fazla bilgisayar hafızası ve işlem zamanı gerektirmektedir. Diğer taraftan pompa çarkı içersindeki akış için sürtmeli ve sürtmesiz akış modellerinin verdiği sonuçlar arasında çok büyük farklar görülmemiştir. Dolayısı ile sürtmesiz denklemlerin kullanılması bu açıdan bakıldığında daha uygun görülmektedir.

Örnek uygulamalardaki çarkların bilgisayar ortamına aktarılmaları sırasında radyal çark geometrisinin çok karmaşık olması nedeni ile akış alanının modellenmesi ve çözüm ağının üretilmesi ile ilgili, pratik kullanımı olan gelişmiş bilgisayar programlarına ihtiyaç olduğu görülmüştür. Özellikle çözüm ağının oluşturulmasında karşılaşılan güçlükler ve akış alanı içerisinde özel ilgi gösterilmesi gereken bölgelerin bulunması bu işlemi oldukça fazla zaman gerektiren bir işlem haline getirmektedir. Bu çalışmada planlanmış (structured) çözüm ağı kullanılmakla beraber, planlanmamış (unstructured) çözüm ağının kullanımı bu işlemi kolaylaştırabilir.

Radyal çark içerisindeki akışın sayısal analizi için sonlu hacimler yönteminin kullanımının uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Bu şekilde elde edilen hız ve basınç çözümleri pompa çarklarının iyileştirilmesi için rahatlıkla kullanılabilir. Çark içerisindeki enerji transferinin düzgünlüğü, akım çizgileri üzerindeki açısal momentum değerlerinin yakınlığı kontrol edilerek anlaşılabilir. Bu şekilde çark tasarımı kontrol edilerek gerekli değişiklikler yapılabilir.

Çark içerisindeki akış sıkıştırılamaz olduğu için matematiksel yöntemle ilave edilen yapay sıkıştırılabilirlik metodunun büyük bir verimlilikle kullanılabildiği görülmüştür. Bu yöntem ve sonlu hacimler yönteminin karakteri nedeni ile sisteme ilave edilen yapay sönümleme tekniğinde kullanılan katsayıların radyal pompa çarkları için uygun olan aralıkları da bu çalışmada tespit edilmiştir.

Programın denenmesi için kullanılan bütün çarklar, ölçüm kolaylığı nedeni ile silindirik yapıda kanatlara sahip oldukları için gerçek pompa çarklarına daha çok benzeyen eğik kanatlı çarkların sonuçları ile karşılaştırma yapma fırsatı olmamıştır.

Bu çalışmada sadece çark içerisindeki akış için çözümler yapılmıştır. Diğer taraftan salyangozun çark çıkışındaki akış üzerinde büyük bir etkisi olduğu bilinmektedir. Çalışmanın devamı olarak, pompa içerisindeki akışın girişten çıkışa kadar tamamen analiz edilebilmesi için salyangoz ve difüzörün de çark ile beraber çözülebildiği bir program hazırlanabilir. Bu şekilde bulunan sonuçlar pompa karakteristiğinin gerçeğe daha yakın bir şekilde elde edilmesini de sağlayacaktır.

Bilgisayarların teknolojisinin ilerlemesi ile şu anda pratik olmayan Navier Stokes çözümleri, radyal çarklar için henüz bulunmayan türbülans modellerinin de geliştirilmesi sonucunda gerçek akışa daha yakın analizler yapılabilmesini sağlayacaktır.

KAYNAKLAR

- Abramian, M. and Howard, J. H. G., 1994.** Experimental Investigation of the Steady and Unsteady Relative Flow in a Model Centrifugal Impeller Passage, *Journal of Turbomachinery*, **116**, 269-279.
- Adler, D., 1980.** Status of Centrifugal Impeller Internal Aerodynamics Part I : Inviscid Flow Prediction Methods, *Trans. Of ASME*, **102**, 728-737.
- Akay, H. U. and Ecer, A., 1985.** Finite Element Solutions of Steady Inviscid Flows in Turbomachinery, in *Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery*, Eds. UCER, A.S., STOW, P. and HIRSCH, C., Martinus Nijhoff.
- Arts, T., 1985.** Three Dimensional Rotational Inviscid Flow Calculation in Axial Turbine Blade Rows, VKI Technical Note 154, September.
- Ayder, E., 1993.** Experimental and Numerical Analysis of the Flow in Centrifugal Compressor and Pump Volumes, *PhD Thesis*, VKI, Belgium.
- Badie, R., 1992.** Analysis of Unsteady Potential Flows in Centrifugal Pumps, *PhD Thesis*, University of Twente, Netherlands.
- Beam, R. M. and Warming, R. F., 1976.** An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation Law Form, *Journal of Computational Physics*, **22**, 87-110.
- Bertin, J., 1984.** Engineering Fluid Mechanics, Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Bradshaw, P., 1972.** The Understanding and Prediction of Turbulent Flow, *Aeronautical Journal*, **76**, 403-418.
- Briley, W. R. and McDonald, H., 1976.** Solution of the Multidimensional Compressible Navier-Stokes Equations by a Generalized Implicit Method, *Journal of Computational Physics*, **24**, 372.
- Briley, W. R. and McDonald, H., 1979.** Analysis and Computation of Viscous Subsonic Primary and Secondary Flows, *AIAA Paper*, 79-1453.
- Bwalya, A. C. and Johnson, M. W., 1996.** Experimental Measurements in a Centrifugal Pump Impeller, *Trans. of ASME Journal of Fluids Engineering*, **118**, 692-697.
- Chang, J. L. C., Kwak, D., Rogers, S. E., Yang, R. J., 1988.** Numerical Simulation Methods of Incompressible Flows and an Application to the Space Shuttle Main Engine, NASA Technical Memorandum 100038.

- Chen, K.S. and Sue, M.C.**, 1993. Finite Element Analysis of Three-Dimensional Potential Flow in the Blade Passage of a Centrifugal Turbomachine, *Computers and Structures*, **46**, 625-632.
- Choi, D. and Knight, C. J.**, 1988. Computation of Three Dimensional Viscous Linear Cascade Flows, *AIAA Journal*, **26**, 14-77.
- Choi, D. and Knight, C. J.**, 1989. Computations of 3D Viscous in Rotating Turbomachinery Passages, *AIAA Paper*, 89-0323.
- Chorin, A. J.**, 1967. A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems, *Journal of Computational Physics*, **2**, 12-26.
- Combes, J. F. and Rieutord, E.**, 1992. Numerical and Experimental Analysis of the Flow in a Centrifugal Pump at Nominal and Partial Flow Rate, *ASME 92-GT-284*.
- Daiguji, H.**, 1983. Numerical Analysis of 3-D Potential Flow in Centrifugal Turbomachines, *Bulletin of JSME*, **26**, no.219, 1495
- Dawes, W. N.**, 1986. Application of Full Navier-Stokes Solvers to Turbomachinery Flow Problems, *Numerical Techniques for Viscous Flow Calculation in Turbomachinery Blading*, V.K.I. Lecture Series 2.
- Dawes, W. N.**, 1988. Development of a 3D Navier-Stokes Solver for Application to All Types of Turbomachinery, *ASME Paper*, 88-GT-70.
- Denton, J.D.**, 1985. Solution of the Euler Equations for Turbomachinery Flows. Part 1: Basic Principles and Two Dimensional Applications, Part 2: Three Dimensional Flows, in *Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery*, Eds. UCER, A.S., STOW, P. and HIRSCH, C., Martinus Nijhoff
- Denton, J. D.**, 1986. The Use of a Distributed Body Force to Simulate Viscous Effects in 3D Flow Calculations, *ASME Paper*, 86-GT-144.
- Eckardt, D.**, 1976. Detailed Flow Investigation within a High Speed Centrifugal Compressor Impeller, *J. of Fluid Engineering*, **98**, 390.
- Erickson, L. E. and Billadal, J. T.**, 1989. Validation of 3-D Euler and Navier-Stokes Finite Volume Solver for Radial Compressor, *AGARD CP-437*.
- Gopalakrishnan, S. and Bozzola, R.**, 1972. Computation of Shocked Flows in Compressor Cascades, *AIAA Paper*, 72-GT-31.
- Goto, A.**, 1992. Study of Internal Flows in a Mixed-Flow Pump Impeller at Various Tip Clearances Using Three-Dimensional Viscous Flow Computations, *Journal of Turbomachinery*, **114**, 373-382.
- Gülich, J. F., Favre, J. N. and Denus, K.**, 1997. An Assesment of Pump Impeller Performance Predictions by 3D Navier-Stokes Calculations, *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, FEDSM97-3341*, Vancouver, Canada, June 1997.

- Hall, E. J., 1989. Simulation of Time Dependant Compressible Viscous Flows Using Central and Upwind Biased Finite Difference Techniques, *Ph.D Thesis*, Iowa State University.
- Hirsch, C., 1988. Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume 1: Fundamentals Of Numerical Discretization, John Wiley & Sons, ?
- Hirsch, C. and Warzee, G., 1979. An Integrated Quasi 3-D Finite Element Calculation Program for Turbomachinery Flows, *ASME J. of Engineering for Power*, **101**, 141-148.
- Holmes, D.G., 1989. Numerical Methods for Flows in Turbomachinery, VKI Lecture Series, 1989-06, Belgium.
- Holmes, D. G. and Tong, S. S., 1985. A Three Dimensional Euler Solver for Turbomachinery Blade Rows, *Trans. of ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **107**, 258-264
- Jameson, A., 1981. A Non-Oscillatory Shock Capturing Scheme Using Flux Limited Dissipation, MAE Report 1653
- Jameson, A., Schmidt, W. and Turkel, E., 1981. Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes, AIAA-81-1259, AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, California, USA, June 23 – 25.
- Jameson, A. and Turkel, E., 1981. Implicit Schemes and the LU Decompositions, *Mathematics and Computation*
- Kallinderis, J.G. and Baron, J.R., 1990. The Finite Volume Approach for the Navier-Stokes Equations, in *Computational Methods in Viscous Aerodynamics*, pp. 117–146, Eds. T.K.S., Murthy and C.A., Brebbia, Elsevier Computational Mechanics Publications, Boston.
- Kannemans, H., 1980. Radial Pump Impeller Measurements Using a Laser Doppler Velocimeter, *ASME Gas Turbine Conference and Products Show*, New Orleans, Los Angeles, USA, March 9-13.
- Katsanis, T., 1964. Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculating Flow Distribution in the Meridional Plane, NASA TN D-2546.
- Katsanis, T. and McNally, W.D., 1973. Fortran Program for Calculating Velocity and Streamlines on the Hub-Shroud Mid Channel Flow Surface of an Axial or Mixed Flow Turbomachine, NASA TN D-7343.
- Katsanis, T. and McNally, W.D., 1977. Revised Fortran Program Calculating Velocities and Streamlines on the Hub-Shroud Mid Channel Stream Surface of an Axial, Radial or Mixed Flow Turbomachine of Annular Duct, NASA TN D-8430/1.
- Kirsch, P., 1971. Numerical Analysis and Design Methods of Radial Impellers, VKI Internal Note 39, Belgium.

- Krimmermann, Y. and Adler, D., 1978.** The Complete Three-Dimensional Calculation of the Compressible Flow Field in Turbo Impellers, *J. of Mechanical Engineering Science*, **20**, 149-158.
- Kroll, N., 1984.** A Finite Volume Method for Solving Euler Equations, DFVLR-IB, Braunschweig.
- Kroll, N. and Jain, R.K., 1987.** Solution of Two-Dimensional Euler Equations - Experience with a Finite Volume Code, DFVLR-FB **87-41**.
- Lakshminarayana, B., 1991.** An Assessment of Computational Fluid Dynamic Techniques in the Analysis and Design of Turbomachinery – the 1990 Freeman Scholar Lecture, *J. of Fluids Engineering*, **113**, 315-351.
- Lakshminarayana, B., 1996.** Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery, John Wiley&Sons, New York, USA.
- Laskaris, T.E., 1978.** Finite Element Analysis of 3D Potential Flow Turbomachines, *AIAA Journal*, **16**, no.7, 717
- Lax, P. D. and Wendroff, B., 1960.** Systems of Conservation Laws, *Comm. Pure. App. Math.*, **13**, 217-237.
- Liu, C. H., Vafidis, C. and Whitelaw, J. H., 1994.** Flow Characteristics of a Centrifugal Pump, *Journal of Fluids Engineering*, **116**, 303-309.
- Maccormack, R. W., 1969.** The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering, *AIAA Paper*, 69-345.
- Majumdar, A. K., Pratap, V. S. and Spalding, D. B., 1977.** Numerical Computation of Flow in Rotating Ducts, *Trans. of ASME Journal of Fluids Engineering*, **99**, 148-153.
- Marsh, H., 1966.** A Digital Computer Program for the Through-Flow Fluid Mechanics in an Arbitrary Turbomachine Using a matrix Method, ARC 3509.
- Mcdonald, P. W., 1971.** The Computation of Transonic Flow Through Two Dimensional Gas Turbine Cascades, ASME 71-GT-89.
- Mcfarland, E.R., 1982.** Solution of Plane Cascade Flow Using Surface Singularity Method, *J. of Eng. For Power*, **104**, 668-674.
- Mcnally, W.D. and Sockol, P.M., 1985.** REVIEW – Computational Methods for Internal Flows with Emphasis on Turbomachinery, *Trans. of ASME*, **107**, 6-22.
- Miner, S.M., Beaudoin, R.J. and Flack, R.D., 1988.** Laser Velocimeter Measurements in a Centrifugal Flow Pump, ASME 88-GT-95.
- Miner, S.M., Flack, R.D. and Trevisan, P., 1992.** Potential Flow Analysis of the Forces on a Laboratory Centrifugal Pump Impeller, ASME 92-GT-285.

- Miner, S.M., Flack, R.D. and Allaire, P.E.**, 1992. Two Dimensional Flow Analysis of a Laboratory Centrifugal Pump, *J. of Turbomachinery*, **114**, 333-339.
- Moore, J. and Moore, J. G.**, 1981. Calculations of Three-Dimensional Viscous Flow and Wake Development in a Centrifugal Impeller, *Trans. of ASME Journal of Engineering for Power*, **103**, 367-372.
- Ni, R. H.**, 1982. A Multiple Grid Scheme for Solving the Euler Equations, *AIAA Journal*, **20**, 1565-1571
- Ni, R. H. and Bogoian, J.**, 1989. Prediction of 3D Multi-Stage Turbine Flow Field Using a Multiple Grid Euler Solver, *AIAA Paper*, 89-0203.
- Novak, R.A.**, 1967. Stream Line Curvature Computing Procedures for Fluid Flow Problems, *Trans. Of ASME*.
- Novak, O., Schafer, O. and Schönung, B.**, 1992. Use of Advanced CFD Codes in the Turbomachinery Design Process, *ASME 92-GT-324*.
- Patankar, S. V.**, 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, New York, USA.
- Patankar, S. V. and Spalding, D. B.**, 1972. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flows, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **15**, 1787-1806.
- Peyret, R. and Taylor, T. D.**, 1983. Computational Methods for Fluid Flow, Springer – Verlag, New York, USA.
- Prince, T.C. and Bryans, A.C.**, 1984. Three Dimensional Inviscid Computation of an Impeller Flow, *J. of Engineering for Gas Turbines and Power*, **106**, 523-528.
- Radespiel, R., Rossow, C. and Swanson, R.C.**, 1990. Efficient Cell-Vertex Multigrid Scheme for the Three Dimensional Navier-Stokes Equations, *AIAA Journal*, **28**, No. 8, ?
- Rizzi, A. and Eriksson, L. E.**, 1985. Computation of Inviscid Incompressible Flow with Rotation, *Journal of Fluid Mechanics*, **153**, 275-312.
- Roache, P.**, 1972. Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publishers, Albuquerque.
- Sarioğlu, K.**, 1997. Pompa Çarkları İçindeki Akışın Sayısal Çözümlemesi, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Sarioğlu, K. ve Ayder, E.**, 1997. Numerical Analysis of the Flow in Centrifugal Pump Impeller, *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, FEDSM97-3329*, Vancouver, Canada, June 1997.
- Stanitz, J.D.**, 1948. Two-Dimensional Compressible Flow in Conical Mixed Flow Compressors, *NACA TN 1744*.

- Segal, G., Vuik, K. and Kassels, K., 1994.** On the Implementation of Symmetric and AntiSymmetric Periodic Boundary Conditions for Incompressible Flow, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, **18**, 1153-1165
- Senoo, Y. and Nakase, Y., 1972.** An Analysis of Flow Through a Mixed Flow Impeller, *ASME J. of Engineering for Power*, **94**, 43-50.
- Stockman, N.O. and Kramer, J.J., 1963.** Method of Design of Pump Impellers Using a High Speed Digital Computer, NASA TN D-1562.
- Swanson, R.C. and Turkel, E., 1987.** Artificial Dissipation and Central Difference Schemes for the Euler and Navier-Stokes Equations, ICASE Report 87-29, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia.
- Swanson, R.C. and Turkel, E., 1985.** A Multistage Time-Stepping Scheme for the Navier-Stokes Equations, AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting.
- Thompkins, W. T., 1982.** A FORTRAN Program for Calculating Three-Dimensional, Inviscid, Rotational Flows with Shock Waves in Axial Compressor Blade Rows. 1-User's Manual, NASA CR 3560.
- Tuzson, J., 1993.** Interpretation of Impeller Flow Calculations, *Journal of Fluids Engineering*, **115**, 463-467.
- Van Den Braembussche, R., 1985.** The Application of Streamline Curvature to Blade-to-Blade Calculations, in *Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery*, pp. 193-198, Eds. UCER, A.S., STOW, P. and HIRSCH, C., Martinus Nijhoff.
- Visser, F. C. and Jonker, J. B., 1995.** Laser Doppler Velocimetry Flow Measurements in the Rotating Frame Inside the Passage of a Low Specific Speed Model Centrifugal Pump Impeller, *ASME-FED Laser Anemometry*, **229**, 145-157.
- Walker, P. J. and Dawes, W. N., 1990.** The Extension and Application of Three-Dimensional Time-Marching Analyses to Incompressible Turbomachinery Flows.
- Wang, Y., Komori, S. and Xu, Z., 1996.** Design and Performance Prediction of Centrifugal Impellers, *J. of Power and Energy*, **210**, 463-475.
- Whitfield, A. and Baines, N.C., 1990.** Design of Radial Turbomachines, Longman Scientific&Technical, Essex, England.
- Wu, C.H., 1952.** A General Theory of Three Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachine in Radial, Axial and Mixed Flow Types, NACA TN 2604.

ÖZGEÇMİŞ

Ali Aşkın Karakaş, 1971 yılında Sinop' da doğdu. 1987 yılında İ.T.Ü. Makina Fakültesi Makina Mühendisliği bölümünü kazanarak burada öğrenimine başladı. 1991 yılında bu bölümden mezun oldu ve aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Enerji Programı' nda yüksek lisans eğitimine başladı. Şubat 1992' de İ.T.Ü. Makina Fakültesi Hidromekanik ve Hidrolik Makinalar Anabilim Dalı' na araştırma görevlisi girdi. Haziran 1993' de yüksek mühendis olarak mezun oldu ve aynı yıl İ.T.Ü. Makina Fakültesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Enerji Programı' nda doktora eğitimine başladı. Halen İ.T.Ü. Makina Fakültesi' nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

