<u>İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ</u>

ELEKTROMEKANİK SİSTEMLERİN MODEL PARAMETRELERİNİN KESTİRİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ Ufuk TUR

Anabilim Dalı: Mekatronik Mühendisliği

Programı: Mekatronik Mühendisliği

OCAK 2011

<u>İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ</u>

ELEKTROMEKANİK SİSTEMLERİN MODEL PARAMETRELERİNİN KESTİRİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ Ufuk TUR 518071023

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih :20 Aralık 2010Tezin Savunulduğu Tarih :25 Ocak 2011

Tez Danışmanı :Yrd. Doç. Dr. Levent OVACIK (ITU)Diğer Jüri Üyeleri :Prof. Dr. Levent GÜVENÇ (ITU)Prof. Dr. Serhat ŞEKER (ITU)

OCAK 2011

ÖNSÖZ

Bu çalışma süresince, değerli zamanlarını alarak bilgilerinden faydalandığım, fikirleri ve yönlendirmeleriyle bana destek olan değerli hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Levent OVACIK'a, maddi ve manevi desteklerini üzerimden esirgemeyen aileme ve sabırla beni cesaretlendiren yakın arkadaşlarıma sonsuz saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

OCAK 2011

Ufuk TUR Makina Mühendisi

iv

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa</u>

ÖNSÖZ	iii
İÇİNDEKİLER	v
KISALTMALAR	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	xi
SEMBOL LİSTESİ	xi
ÖZET	XV
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1 Geçmiş Çalışmalar	3
1.1.1 Çevrimdışı Yöntemler	3
1.1.2 Çevrimiçi Yöntemler	5
1.2 Tezin Amacı	5
1.3 Tezin Kapsamı	6
2. SİSTEM TANILAMA VE TERS ÇÖZÜMLEME	9
2.1 Giriş	9
2.2 Elektromekanik Sistemlerin Özellikleri	9
2.2.1 Solenoidler	10
2.2.2 Elektrik motorları	10
2.2.2.1 Alternatif akım motorları	11
2.2.2.2 Doğru akım motorları	11
2.3 Doğru Akım Motor Modeli Oluşturulması	13
2.3.1 Model parametrelerinin belirlenmesi	13
2.3.1.1 Endüvi gerilimi	13
2.3.1.2 Endüvi akımı	14
2.3.1.3 Rotor açısal hızı ve ivmesi	14
2.3.1.4 Endüvi sargı direnci	14
2.3.1.5 Endüvi sargı endüktansı	14
2.3.1.6 Motor-yük sistemi eylemsizlik momenti	15
2.3.1.7 Viskoz sürtünme katsayısı	16
2.3.1.8 Zit elektromotor kuvveti ve moment katsayısı	17
2.3.1.9 Yük momenti	18
2.3.2 DA motoru-yük sisteminin matematiksel modelinin oluşturulması	19
2.4 Sistem Dinamik Denklemlerinin Boyutsuzlaştırılması	21
2.5 En Küçük Kareler Yöntemi	22
3. FILTRELEME YÖNTEMİ	29
3.1 Ölçümlerdeki Gürültü Etkisi	29
3.2 Spektral Analiz	33
3.3 Tikhonov Filtreleme Esasları	36
3.4 Optimum Düzgünleştirme Parametresinin Belirlenmesi	39

3.4.1 L-Eğrisi yöntemi	
3.4.2 CRESO fonksiyonu yaklaşımı	40
4. SAYISAL SONUÇLAR	47
4.1 Gürültü Etkisinin Temizlenmesi	47
4.2 DA Motoru-Yük Sistemi Bilinmeyen Model Parametrelerinin Kestirimi	49
5. SONUCLAR VE YORUMLAR	57
KAYNAKLAR	61
EKLER	65
ÖZGEÇMİŞ	75

KISALTMALAR

AA : Alternatif Akım : Bağıl Hata BH : Doğru Akım DA Ayrık Fourier DönüşümüEn Küçük Kareler Yöntemi DFT EKY : Elektromotor Kuvveti EMK : Hızlı Fourier Dönüşümü FFT : Ters Ayrık Fourier Dönüşümü IDFT : Tikhonov Düzgünleştirmeli Türev Operatörü TDTO

viii

ÇİZELGE LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Çizelge 2.1 : DA motoru-yük sisteminin bilinen model parametreleri	20
Çizelge 2.2 : DA motoru-yük sisteminin kestirimi yapılacak model parametreleri	20
Çizelge 4.1 : η =0.01 Gaussian gürültü içeren <i>f</i> (<i>t</i>) fonksiyonun türevinde oluşan bağ	ğıl
hataların karşılaştırılması.	.49
Çizelge 4.2 : Motor-yük sistemi için simülasyonun bilinen model parametre	
değerleri	51
Çizelge 4.3 : $N=6000$ ve $\eta=0.01$ için, motor-yük sisteminin bilinmeyen model	
parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerler.	54
Çizelge 4.4 : Motor-yük sisteminin bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi	
sonucu elde edilen değerlerin karşılaştırılması	55
Çizelge 4.5 : Motor-yük sisteminin bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi	
sonucu oluşan bağıl hataların gösterilmesi	56
Çizelge B.1 : N =6000 ve η =0.1 için, motor-yük sisteminin bilinmeyen model	
parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerler	70
Çizelge B.2 : N =60000 ve η =0.01 için, motor-yük sisteminin bilinmeyen model	
parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerler	.72
Çizelge B.3 : N =60000 ve η =0.1 için, motor-yük sisteminin bilinmeyen model	
parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerler	74

ŞEKİL LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Şekil	1.1:	Model parametrelerinin kestirimi blok diyagramı	.2
Şekil	2.1 :	Solenoidlerin genel yapısı	0
Şekil	2.2 :	Uyarma şekline göre DA motoru çeşitleri: (a) Seri uyarmalı, (b) Paralel	
-		uyarmalı, (c) Karma uyarmalı, (d) Serbest uyarmalı	2
Şekil	2.3 :	Motor-yük sistemi için dişli kutusu tasarımı	5
Şekil	2.4 :	İçinden akım geçen endüvi sargısının bir teli üzerindeki temel prensipler.	
			7
Şekil	2.5 :	DA motoru-yük sistemi devre şeması 1	9
Şekil	2.6 :	β parametresinin geometrik kestirimi ifadesinin gösterimi	23
Şekil	3.1 :	f(t) fonksiyonunun ayrık noktaları için sonlu farklar yöntemi	29
Şekil	3.2 :	$f(t)$ fonksiyonunun N=5000 ve standart sapması, (a) η =0.0, (b) η =0.01,	
		olan Gaussian gürültü içermesi durumundaki grafikleri3	\$0
Şekil	3.3 :	Gürültü içermeyen $f(t)$ fonksiyonunun türevinin zamana bağlı olarak	
		değişiminin grafiği, (N =5000, Δt =0.002s, η =0.0)	\$1
Şekil	3.4 :	Standart sapması η =0.01 Gaussian gürültü içeren $f(t)$ fonksiyonunun	
		türevinin zamana bağlı olarak değişiminin grafikleri: (a) N=100, Δt =0.1s	5.
		(b) $N=500$, $\Delta t=0.02$ s. (c) $N=1000 \Delta t=0.01$ s. (d) $N=5000$, $\Delta t=0.002$ s3	32
Şekil	3.5 :	Ayrıklaştırılmış veri üzerinde çift ve tek simetrinin gösterilmesi	\$5
Şekil	3.6 :	L-Eğrisi Yöntemi kullanılarak log-log grafiği üzerinde optimum	
		düzgünleştirme parametresinin belirlenmesi4	0
Şekil	3.7 :	f(t) fonksiyonunun türevinin zamana bağlı olarak değişiminin grafikleri:	
		(a) $\eta = 0.0, N = 1000, \Delta t = 0.0001$ s. (b) $\eta = 0.1, N = 1000, \Delta t = 0.0001$ s	2
Şekil	3.8 :	CRESO fonksiyonunun türevinin, düzgünleştirme parametresine göre	
		değişiminin grafiği, (η =0.1, N=1000, Δt =0.0001s)4	3
Şekil	3.9 :	$f(t)$ fonksiyonunun türevinin, $\lambda^* = 4 \times 10^{-7}$ olacak şekilde filtre edilmiş	
		değerinin zamana bağlı olarak değişiminin grafiği4	3
Şekil	3.10	: $f(t)$ fonksiyonunun türevinin, (a) $\lambda = 4 \times 10^{-6}$, (b) $\lambda = 4 \times 10^{-8}$ için filtre	
		edilmiş değerlerinin zamana bağlı olarak değişiminin grafikleri4	4
Şekil	3.11	: CRESO fonksiyonunun türevinin, düzgünleştirme parametresine göre	
		değişiminin grafiği, (η =0.5, N=1000, Δt =0.0001s)4	15
Şekil	3.12	: Standart sapması $\eta=0.5$ Gaussian gürültü içeren $f(t)$ fonksiyonunun, (a)	
		$\lambda = 0$, (b) $\lambda = 1.4 \times 10^{-6}$, olacak şekilde filtre edilmiş türev değerinin	
~ • ••		grafikleri	-5
Şekil	4.1 :	Standart sapması $\eta = 0.01$ Gaussian gürültü içeren $f(t)$ fonksiyonun	
0.1.11		N=1000 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş türevi4	18
Şekil	4.2 :	Standart sapmasi $\eta = 0.01$ Gaussian gurultu içeren $f(t)$ fonksiyonun	10
C al-21	17	N=2500 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş turevi	łð
şekil	4.3 :	Standart sapinasi $\eta = 0.01$ Gaussian guruitu içeren $f(t)$ ionksiyonun $N = 5000$ join (a) Eiltra adilmamia (b) Eiltra adilmia türavi	10
Saleil	11-	IV-5000 Için, (a) Filire edilmeniş, (b) Filire edilmiş türevi	ŀð
ŞEKII	4.4 :	tonlama sisteminin va donav düzonačinin somosi	50
		uprama sisteminini ve ucney uuzeneginini şeması	<i>,</i> 0

Şekil 4.5 : η	$y=0.01$ Gaussian gürültü içeren motor endüvi geriliminin, $v_a(t)$, örnekleme ayısı $N=6000$ için (a) Filtre edilmemis (b) Filtre edilmis değerleri 57
Şekil 4.6 : η s	$a=0.01$ Gaussian gürültü içeren motor endüvi akımının, $i_a(t)$, örnekleme ayısı $N=6000$ için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri52
Şekil 4.7 : η s	$\omega = 0.01$ Gaussian gürültü içeren rotor açısal hızının, $\omega_m(t)$, örnekleme ayısı $N = 6000$ için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri52
Şekil 4.8 : η ö	$p=0.01$ Gaussian gürültü içeren rotor açısal hızının türevinin, $d\omega_m(t)/dt$, örnekleme sayısı $N=6000$ için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş
d	leğerleri52
Şekil 4.9 : η ö	$p=0.01$ Gaussian gürültü içeren endüvi akımının türevinin, $di_a(t)/dt$, brnekleme sayısı $N=6000$ için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri
	$N_{-}(000 \text{ via } u = 0.1 \text{ Causaian a multiplication motion via state in a dal}$
Şекп Б.1 : 1 р	barametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri
Şekil B.2 : <i>1</i>	N=60000 ve η =0.01 Gaussian gürültü içeren motor-yük sistemi model parametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş (b) Filtre edilmiş değerleri7
Şekil B.3 : <i>1</i>	N=60000 ve η =0.1 Gaussian gürültü içeren motor-yük sistemi model parametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri73

SEMBOL LİSTESİ

ω	: Açısal frekans
$C(\lambda)$: CRESO fonksiyonu
P_{el}	: Elektriksel giriş gücü
$i_a(t)$: Endüvi akımı
$v_a(t)$: Endüvi gerilimi
R_a	: Endüvi sargı direnci
L_a	: Endüvi sargı endüktansı
$T_{em}(t)$: Endüvi sargı teli üzerinde oluşan elektromanyetik moment
$F(\omega)$: f(t) fonksiyonunun frekans domenindeki karşılığı
F	: Fourier dönüşüm operatörü
μ_l	: Karesel yük momenti
J	: Motor-yük sistemi eylemsizlik momenti
D	: Manyetik akı yoğunluğu
P_{mek}	: Mekaniksel çıkış gücü
ε	: Modelleme hatası
J_m	: Motor eylemsizlik momenti
E_K	: Motor-yük sistemi toplam kinetik enerji
μ_0	: Motor-yük sistemi toplam sürtünme momenti
ω_n	: n. Harmoniğe ait açısal frekans
I_B	: Nominal endüvi akımı
V_B	: Nominal endüvi gerilimi
ω_B	: Nominal rotor açısal hızı
λ^*	: Optimum düzgünleştirme parametresi
Δt	: Örnekleme periyodu
N	: Örnekleme sayısı
Τ	: Ornekleme zaman aralığı
$\omega_m(t)$: Rotor açısal hızı
$\alpha_m(t)$: Rotor açısal ivmesi
$\theta_m(t)$: Rotor açısal konumu
M	: Sistemin bilinmeyen parametrelerinin sayısı
β	: Sistemin bilinmeyen parametrelerini temsil eden parametre vektörü
Н	: Sistemin dinamik davranışını temsil eden matris
$T_a(t)$: Sistemin ivmelenme momenti
η	: Standart sapma
\mathcal{F}^{1}	: Ters Fourier dönüşüm operatörü
λ	: Tikhonov düzgünleştirme parametresi
$T(\lambda, \omega_n)$: Tikhonov düzgünleştirmeli türev operatörü
$T_L(t)$: Toplam yük momenti
В	: Viskoz sürtünme
$T_s(t)$: Viskoz sürtünme momenti
J_L	: Yük eylemsizlik momenti

$\omega_L(t)$: Yük mili açısal hızı
$e_a(t)$: Zıt elektromotor kuvveti gerilimi
K, k_e, k_T	: Zıt elektromotor kuvveti ve moment katsayısı
β_{LS}	: β vektörünün EKY ile en iyi kestirimi
β_{λ}	: β vektörünün filtre edilmiş yaklaşık değeri

ELEKTROMEKANİK SİSTEMLERİN MODEL PARAMETRELERİNİN KESTİRİMİ

ÖZET

Elektromekanik sistemler, elektrik enerjisini mekanik enerjiye, ya da mekanik enerjiyi elektrik enerjisine çeviren enerji dönüşüm cihazlarıdır. Birçok mekatronik sistemde hareket için gerekli güç elektrikli eyleyiciler tarafından sağlanmaktadır. Bu tür sistemlerin dinamik analizine, eyleyici-yük sisteminin dinamik davranışının daha iyi anlaşılması, hassas kontrol yöntemlerinin geliştirilebilmesi ve/veya sistemde gerekli iyileştirilmeler yapılabilmesi için ihtiyaç duyulur. Sistem dinamiğini tanımlayan diferansiyel denklemlerin kurulması ve bilgisayarda savısal çözümlenmesi için sistemin elektriksel ve mekaniksel kısımlarına ilişkin parametrelerin olabildiğince gerçeğe yakın doğrulukta bilinmesi gerekir. Bu parametrelerin tamamı çoğu zaman üretici firmaların teknik kataloglarında ayrıntılı olarak verilmemektedir. Ayrıca, birçok uygulamada mekanik sistem, araştırmacının kendi olanakları doğrultusunda tasarlanarak imal edildiğinden, parametrelerin deneysel yöntemlerle tayin edilmesi gereği ortaya çıkar.

Bu tezde, (sürekli mıknatıslı) doğru akım motoru-yük sisteminden oluşan bir elektromekanik sistem için gerçekçi bir matematiksel model elde edilerek sistem parametreleri gürültülü ölçümlerin etkisi altında doğru olarak kestirilmeye calışılmıştır. Model parametreleri ayrıntılı olarak incelenerek matematiksel model oluşturulmuş ve bu model içerisindeki bilinmeyen parametreler en küçük kareler yöntemine dayalı bir kestirim yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Bu kestirim işlemi için gerçek modele uygulanması gereken giriş sinyali olarak endüvi gerilimi, buna karsılık sistem cevabı olarak da endüvi akımı ve rotorun acısal hızının değisimi bilgisayar benzetimlerinden yapay olarak üretilmiştir. Bu yapay değerlerin, gerçekçi değerler olabilmesi için üzerine Gauss beyaz gürültüsü eklenerek bilinmeyen model parametreleri kestirilmiştir. Sistem giriş sinyali ve sistem cevabı sinyaline ilişkin ölçümlerdeki bu gürültü terimi bazı zorlukları da yanında getirmiştir. Çalışmalar sırasında, sinyalin kendisi üzerinde fark edilemeyecek derecede küçük olan gürültünün, sinyalin türevi üzerinde oldukça büyük etkisi olduğu görülmüştür. Gürültünün türev üzerindeki bu etkisinin, sinyal üzerinde daha küçük örnekleme periyodunda çalışılması, diğer bir deyişle daha fazla örnek alınarak daha hassas sonuçların elde edilmeye çalışılması durumunda, sinyaldeki gürültünün aşırı derecede şiddetlendiği ve sinyali tamamen bastırdığı belirlenmiştir. Tikhonov düzgünleştirme yöntemine dayalı bir filtreleme yöntemi kullanılarak, gürültünün, sinvalin türevi üzerindeki bu olumsuz etkilerinin en aza indirilmesi sağlanmıştır. Bu aşamada, incelemeye frekans domeninde devam edilerek, sinyal üzerinde ne derece şiddetlendiği tam olarak bilinmeyen gürültü için kesme frekansı belirlenmeye çalışılmıştır. Tikhonov filtresinde, bu kesme frekansı düzgünleştirme parametresiyle sağlanmaktadır. Bu değerin gereğinden büyük seçilmesi durumunda gerçek sinyali bozmakta, gereğinden küçük seçilmesi durumunda ise gürültü üzerinde etkisiz kalmakta olduğu belirlenmiştir. Optimum (en iyi) kesme frekansı değerinin

belirlenmesi zahmetli bir iş olup, çalışmada bir optimum değerin belirlenmesi gerekli görülmüştür. Tikhonov filtresinde kullanılmak üzere belirlenmesi gereken optimum düzgünleştirme parametresi için, CRESO fonksiyonuna dayalı bir amaç fonksiyonunun optimizasyonundan faydalanılmaktadır. Bu fonksiyon yardımıyla, optimum düzgünleştirme parametresinin değeri, ölçülen sinyal üzerinden hesaplamaya yönelik yeni çalışmalar yapılarak, bu anlamda bazı algoritmalar geliştirilmiştir. Bulunan bu optimum düzgünleştirme parametresi sonucunda, Tikhonov filtresi kullanılarak bir türev operatörü geliştirilmiş ve bu operatöre Tikhonov Düzgünleştirmeli Türev Operatörü (TDTO) adı verilmiştir. Son olarak, ölçümlerdeki gürültü nedeniyle oluşabilecek olumsuz etkiler nedeniyle türev fonksiyonunun üzerindeki siddetli gürültü bilesenini bastırmak üzere kullanılan yöntemler araştırılmıştır. Bu tez çalışmasında geliştirilen algoritmanın performansı ceşitli artan gürültü oranları karşısında denenmiştir. Geliştirilen TDTO algoritması bir eyleyici-yük sistemine uygulanarak sistemin bilinmeyen model parametrelerinin en küçük kareler yöntemi ile kestirimi işlemi gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar gerçek sonuçlarla karşılaştırılarak oluşan hatalar gösterilmiştir. Bilindiği gibi, oluşan bu hataların en aza indirilmesi, sistem parametrelerini daha doğru kestirebilmemize ve mekatronik sistemlerin dinamik analizini için daha hassas matematiksel modeller kurabilmemize yardımcı olmaktadır.

MODEL PARAMETER ESTIMATION OF ELECTROMECHANICAL SYSTEMS

SUMMARY

Electromechanical systems are energy conversion devices that convert electric energy into mechanical energy or mechanical energy into electrical energy. In many mechatronic systems, the power necessary to put the system into motion is provided by electric actuators. The dynamic analysis of such mechatronic systems is required for better understanding the behaviour of this actuator-load system, developing sensitive control techniques, and/or all other system improvements when necessary. To establish the differential equations describing the behaviour of the actual system and to perform numerical analysis in computer, the parameters of both the electrical and mechanical parts of the system must be known in advance as accurately as their actual value. These parameters are not often provided in detail within manufacturer's catalog. Furthermore, when mechanical system is designed and manufactured by researchers, these parameters have to be determined by experimentally in limited laboratory facilities.

In this research, a realistic mathematical model is first developed for an electromechanical system that consists of a (permanent-magnet) direct current motormechanical load system, and then the effort was expended on accurately identifying the parameters of this system under noisy measurements. After a detailed examination of system parameters, a mathematical model is established and the system parameters are estimated by a numerical algorithm based on a "least square" sense. To estimate unknown parameters, armature voltage is applied as an input signal for the dynamic system and changes in armature current and rotor speed as the system response are both generated artificially form computer simulations of the overall system. Gaussian white noise is added to these measured signals to represent more realistic conditions. This additive noise also raises some difficulties. In studies of numerically differentiating the signal, it has been understood that the signal itself has a low noise component on it. On the contrary to the low noise level on the signal itself, the derivative of the signal is highly affected by that additive noise. Thus, taking more samples for achieving more accurate results significantly distorts the differentiated signal. This negative effect of noise on derivative is to be minimized by using a filtering algorithm based on Tikhonov regularization. With through study on the frequency domain analysis of the signal, the derivative operation is enhanced by designating an optimal cut-off frequency for an unknown intensity of noise in the signal. This optimal cut-off frequency can be obtained by regularization parameter in Tikhonov filtering method. It is particularly important to determine the value of optimal regularization parameter. If regularization parameter is selected greater than that optimal value, then the actual signal is highly distorted after the derivative operation is applied. On the other hand, if it is selected smaller than the optimal value, it becomes practically ineffective on reducing the noise level on the signal. Therefore, an optimal regularization parameter should be determined in order to

eliminate the effect of noise in this differentiation process. For this purpose, an optimal regularization parameter is determined by optimizing an objective function based on the CRESO function approach. By the CRESO function approach, a new method for computing an optimal regularization parameter from sampled signals with unknown noise levels is successfully developed. As a result of detecting an optimal regularization parameter, a new derivation operator is developed through studying with Tikhonov filtering method. This operator is named as "Tikhonov Regularized Derivative Operator" (TDTO) by which the efficiency and success in noise elimination has been verified by means of several tests performed over various functions with various levels of additive noise. Finally, this operator developed in this study is used to eliminate the negative effects on the derivative of the signal in parameter estimation methods. The TDTO operator is successfully used in least square estimation of the unknown parameters of an actuator-load system under various noise levels in measured input and response signals. The obtained results are compared with the actual results to demonstrate that the effect of noise is significantly eliminated in estimated system parameters. As a result, error minimization will lead us to obtain more accurate parameter estimation, and this will eventually help designing more accurate system models in dynamic analysis of mechatronic systems.

1. GİRİŞ

İnsanoğlu, tarihin başlangıcından itibaren çalışmalarında ve günlük hayatında çeşitli aletler kullanmış ve bu aletleri bir araya getirerek işlerini daha kolay çözmesine yardımcı olabilecek mekanik sistemleri oluşturmuştur. Daha sonra elektriğin keşfedilmesiyle birlikte, bunu elektriksel alanda da sürdürmüştür. Modern çağı yaşadığımız bugünlerde ise mekaniksel ve elektriksel bu sistemler bir araya getirilerek elektromekanik sistemler oluşturulmaya başlanmış ve günlük hayatımızda kullanım işlevselliği kazanmıştır.

Çevremizi incelediğimizde, biyomedikal alandan kimya teknolojilerine, jeoloji biliminden uzay- uçak bilimine varıncaya dek, her alanda elektromekanik sistemlerle karşılaşmakta ve bunların dinamik yapısını anlamaya çalışmaktayız. İşte bu noktada, sistemin yapısal karakteristiklerini anlayabilmek adına oluşturulan matematiksel modeller büyük önem taşımaktadırlar. Temel fiziksel etkilerden hareketle oluşturulan bu modeller sayesinde, sistemi oluşturan parametreler tahmin edilebilmekte ve bunun sonucunda sistemin davranışları hakkında, belirli yaklaşımlar kullanılarak sayısal bir takım verilere ulaşılabilmektedir. Bu aşamada, sistemin iyi analiz edilmesi ve oluşturulan modeldeki parametrelerin doğru bir şekilde belirlenmesi önem kazanmaktadır. Model parametrelerinin ve bu parametrelerin belirlenmesindeki çözüm metodolojisinin doğru olması, bize, sistemin doğasını daha yakından tanıma fırsatı vererek bu konuda daha net sonuçlara ulaşılmasını sağlayacaktır. Elde edilen bu sonuçlar sayesinde sistem karakteristikleri formülüze edilerek buna dayalı olarak çalışan yüksek performanslı kontrol sistemleri tasarlanabilmektedir.

Model parametrelerinin kestiriminde, sisteme uygulanan giriş - çıkış sinyalleri sistem dinamiğinin analiz edilebilmesi açısından önemli bir adımdır. Burada ki amaç ise, belirli bir sisteme uygulanacak veri giriş – çıkışı arasındaki ilişki kullanılarak, sistem üzerinde ileride gerçekleştirilmesi düşünülen çalışmalarda kullanılabilecek, güvenilir bir matematiksel model oluşturulmasıdır.

Şekil 1.1'de model parametrelerinin kestirimindeki aşamalar basitleştirilmiş bir blok diyagramı yardımıyla gösterilmektedir. Buradan görüleceği üzere, sisteme uygulanan giriş sinyalleri sonucu, ölçülen dinamik sistemin cevabı ve oluşturulan matematiksel modelin çıkış sinyalleri karşılaştırılır ve birbirleri ile eşleştirilmeye çalışılır. Matematiksel model ve gerçek sistemin bu şekilde eşleştirilmesi, belirlenen minimum kriter sağlanıncaya kadar sürdürülür. Bu süre içerisinde, model parametreleri iteratif olarak düzeltilmeye devam edilir. Burada, iyi bir eşleşmenin gerekli olmasına rağmen, iyi tahminlere ulaşabilmek için yeterli olmadığının altı çizilmelidir.



Şekil 1.1: Model parametrelerinin kestirimi blok diyagramı (Raol ve diğ., 2004).

Şekil 1.1'den anlaşılacağı üzere, sistem tanılama; deneysel planlama ve veri toplama, modellerin oluşturulması, deney verilerinden bilinmeyen sistem parametrelerinin tahmin edilmesi ve son olarak da oluşturulan modelin geçerliliğin test edilmesi sürecini kapsamaktadır. Sistem tanılama yöntemleriyle elde edilen model, bir giriş bir çıkış arasındaki matematiksel ilişkiyi ortaya koymak amacıyla oluşturulabileceği gibi birçok çıkış ile birçok giriş arasındaki ilişkiyide inceleyebilir.

Sistemin tanılanması aşamasında, oluşturulan sistem modeli ve dinamik sistemin cevabı arasındaki farktan dolayı ortaya çıkan çıkış hatasının $(z-\hat{y})$ minimizasyonu, daha doğru bir sistem modeli, S(p), elde edebilmek açısından önemlidir. Bu minimizasyon sonucu oluşturulan sistem modeli daha doğru sonuçlar vereceği gibi bu model kullanılarak geliştirilecek kontrol algoritmalarının da daha doğru sonuçlar verecek şekilde çalışması sağlanabilecektir. Bu noktada, optimizasyon kriterinin/parametre kestirimi kuralının belirlenerek sistem modelindeki bilinmeyen parametrelerin, *p*, belirlenmesi önem kazanmaktadır. Ancak, bu parametrelerin belirlenmesi aşamasında gerçekleştirilen test işlemlerinin karmaşıklığı, ölçüm sonucu elde edilen verilerin çevresel etkenlerden ötürü gürültü faktörü içermesi gibi sebeplerden dolayı tasarlanan algoritmalar her zaman doğru sonuçlar vermemektedir. Daha doğru sonuçlar elde edebilecek kontrol algoritmaları geliştirmek için parametrelerin kestiriminde uygulanan çok çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemler genel olarak; en küçük kareler yöntemi, maksimum olabilirlik yöntemi, kalman filtresi, rekürsif en küçük kareler yöntemi vb. gibi klasik yöntemler olabileceği gibi, adaptif sinir ağları, genetik algoritmalar, tabu arama yöntemi vb. gibi yapay zekâ teknikleri de olabilmektedir.

1.1 Geçmiş Çalışmalar

Geçmişte model parametrelerinin kestirimi alanında sayısız çalışma yapılmış ve bu çalışmalar genel hatlarıyla ele alındığında çevrimdışı ve çevrimiçi yapılan çalışmalar olarak karşımıza çıkmıştır.

1.1.1 Çevrimdışı yöntemler

Çevrimdışı yöntemler; parametre kestirim işlemi, sistemin davranışının izlenmesi aşaması sona erdikten sonra gerçekleştirildiği için ingilizce literatürde "off-line estimation methods" olarak bilinmektedir. Bu tür uygulamalarda, parametre kestirimi yapılmadan önce sistemle ilgili ölçümler yapılarak sistem davranışı ile ilgili veriler elde edilmekte ve bu aşamadan itibaren toplanan verilerle birlikte problemin çözümü gerçekleştirilmektedir. Çevrimdışı yöntemlerin en önemli avantajı parametrelerin kestirimi için gerekli süre üzerinde herhangi bir kısıtlamanın olmamasıdır; çünkü sistemin karakteristik davranışı ile ilgili ölçümler tamamlanmıştır. Oysa, çevrimiçi yöntemlerde (*Ing.*, on-line estimation methods), parametrelerin zaman içerisinde değişebileceği varsayılarak parametrelerdeki bu değişim kestirilmektedir. Bu yüzden sistem çalışırken elde edilen bilgi kümesi işlenerek o anki parametre değerlerinin kestirimi bir sonraki bilgi kümesi gelene kadar tamamlanmalıdır (Van Der Heijden ve diğ., 2004). Aksi takdirde, işlenmek üzere toplanan bilgiler giderek artacaktır. Bu durumda bilgilerin paralel olarak işlenmesi bu sorunun üstesinden gelmeye yardımcı olabilir.

Parametre kestiriminde en çok kullanılan ve klasik yöntemlerden birisi olan en küçük kareler yöntemi (EKY) 1809 yılında, Karl Gauss tarafından keşfedilmiştir. Gauss, teleskoplar ile elde edilen ölçümlerinden yola çıkarak gezegenlerin hareketlerinin tahmini ile ilgilenmiştir (Gauss, 1963). Deterministik bir yaklaşım olan EKY, lineer sistemlere uygulanabildiği gibi doğrusal olmayan sistemlere de uygulanabilmektedir (Marquardt, 1963). Temel prensibi, uygulanan giriş değerine karşılık, sistem ve model arasındaki çıkış hatasının karesini minimize ederek daha doğru bir sonuç elde etmek olan en küçük kareler yöntemi, birçok bilim dalında kullanıldığı gibi elektromekanik sistemler için de yaygın olarak kullanılmaktadır (Soliman ve diğ., 1998), (Vural ve diğ., 2003).

İstatistiksel bir yöntem olan, maksimum olabilirlik yöntemi (*Ing.*, Maximum Likelihood Method) ise 1912 ve 1922 yılları arasında, istatistikçi ve genetik bilimcisi olan R. A. Ficher tarafından ileri sürülmüştür. Temel fikir, sistemden toplanan örneklerin ve matematiksel modelin bir olabilirlik fonksiyonu oluşturulup, olasılık hesaplamalarına dayalı olarak bu fonksiyonu maksimum yapan değerler bulunmaya çalışır. Akustik, elektromanyetik, nükleer ve moleküler fizik, psikometri, ekonometri vb. birçok alanda oldukça kullanılan stokastik bir yöntemdir (Myung, 2003).

Model parametrelerin kestiriminde klasik yöntemlerden farklı olarak, yapay sinir ağları, adaptif tabu arama yöntemi, genetik algoritmalar gibi yapay zeka teknikleri de kullanılmıştır (Özer ve diğ., 2002). Bu teknikler klasik yaklaşımlarla birleştirilerek, geliştirilmeye ve daha hızlı sonuçlar verebilecek algoritmaların oluşturulmasına çalışılmaktadır. Weerasoriya ve El-Sharkawi, çalışmalarında nonlineer motor ve yük dinamiklerini geri yayılımlı yapay sinir ağları yöntemiyle belirleyerek, doğru akım (DA) motoru için yüksek performanslı hız kontrol sistemi tasarlamış ve oluşturduğu iki farklı kontrol topolojisini incelemiştir (Weesarooriya ve El-Sharkawi, 1991). Udomsuk ise, tabu arama algoritması kullanarak DA motoru için bilinmeyen model parametrelerini belirlemeye çalışmıştır. Bu algoritmanın oluşturulmasında temel unsurlardan birisi, yöntemin tabu listesi oluşturarak bu bilgileri belleğinde tutma özelliği olmasıdır. Bu sayede daha önce denenmiş çözümleri yeniden işleme almamakta ve yerel optimum noktalarından uzaklaşarak global optimum çözüme ulaşmaktadır (Udomsuk ve diğ., 2010). Daha sonra bu yöntem, ek geri izlemeli ve arama alanını sınırlandıran adaptif yarıçap arama yöntemi eklenmesiyle geliştirilmiş

ve daha hızlı ve etkin arama yapması sağlanan adaptif tabu arama tekniği oluşturulmuştur (Puangdownreong ve diğ., 2002).

Günümüzde kullanımı giderek artan genetik algoritmalar ise, 60'lı yıllarda Amerikalı bir bilim adamı olan John Holland tarafından keşfedilmiştir. Daha sonra 1975 yılında, Holland evrimin temel prensiplerini optimizasyon problemlerinde nasıl uygulayacağını tanımlamıştır (Holland, 1975). Genetik algoritmalar, deterministik yöntemlerle belirlenemeyen, seçilim, çaprazlama ve mutasyon gibi genetik operatörlerin kullanıldığı, stokastik bir arama ve optimizasyon yöntemidir. Genetik algoritmaların en büyük artılarından birisi, karmaşık optimizasyon problemlerine uygulanabilmesi ve birçok yerel optimum içerisinden global optimumu bularak çözüme ulaşabilmesidir (Dupuis ve diğ., 2004), (Nolan ve diğ., 1994). Genetik algoritmalar üstünde yapılan çalışmalar ve algoritmanın bazı yöntemlerle birleştirilmesi sonucu uygulama alanları genişletilmeye çalışılmaktadır. Örneğin, Shuang bu alandaki çalışmasında genetik algoritma yöntemini, simpleks metodla birleştirerek nonlineer DA motoru model parametrelerinin kestiminde uygulamış ve cevabın yakınsama süresini arttırmıştır (Cong ve diğ., 2010).

1.1.2 Çevrimiçi yöntemler

Çevrimiçi yöntemler; parametre kestirim işlemi, sistemin davranışının izlenmesi aşamasında gerçekleştirildiği için ingilizce literatürde "on-line estimation methods" veya "real-time estimation methods" olarak bilinmektedir. Bu tür uygulamalarda, parametre kestirimi, sistemle ilgili ölçümler yapılarak sistem davranışı ile ilgili veriler elde edilmeye başladığı esnada problemin çözümü de gerçekleştirilmektedir. Bu yöntemlerde ki en büyük zorluk, uygulanan yöntemlerin hızlı cevap vermesinin gerekliliğidir. Bunun sağlanamaması durumunda toplanan verilerde yığılmalar olabileceği gibi, sonuç olarak sistem cevaplarıda yavaşlayacaktır. Bu yöntem, dinamik performansı yüksek sistemlerin parametrelerindeki anlık değişimlerin belirlenmesi amacıyla uygulanabilir. Fakat hesaplama güçlüğü olmasından ötürü kullanılacak paramatre kestirim algoritmasının güçlü olması gerekmektedir (Cirrincione ve diğ., 2003), (Jang ve diğ., 1986), (Angerer ve diğ., 2004).

1.2 Tezin Amacı

Doğada bulunan gerçek sistemlerin çalışma şekilleri, dışarıdan bakıldığında karmaşık ve anlaşılması güç gözükebilir. Ancak bu sistemler incelenerek, yapısal davranışlarının, matematiksel olarak ifade edilebilmesi sonucu elde edilen denklemler, bizlere sistemi yakından tanıma fırsatı vererek, nasıl çalıştıkları hakkında bilgiler elde edebilmemizi sağlamaktadır. Bu bilgiler ışığında, sistem davranışları değerlendirilerek, sistemin belirlenen eksik tarafları geliştirilebilir. Yapılan bu çalışmadaki amaç ise, günümüzde birçok alanda kullanılan elektromekanik sistemlerin davranışlarının incelenmesi doğrultusunda çeşitli yöntemler sunulması ve çalışma şartları hakkında bilgiler verilmesidir. Bu anlamda, bir doğru akım motoru incelenerek, matematiksel modeli oluşturulmuştur. Bu model üzerinden gidilerek motorun içyapısıyla ilgili olan ve çalışma şartlarını oluşturan parametre değerleri kestirilmeye çalışılmaktadır. Uygulanan yöntemler, benzer sistemlerin incelenmesi için de rahatlıkla kullanılabilecek şekilde verilmiştir. Dolayısıyla, kapalı bir kutu olan ve içyapısında bilinmeyen durumlar barındıran sistemler, sisteme dışarıdan uvgulanan giriş değerleri ve bu değerler doğrultusunda oluşan sistem cevaplarının elde edilmesi sonucu, içyapısı ve çalışma şekilleri hakkında analiz imkânı sunmaktadır. Buradan hareketle sistemin yapısal davranışları ve içyapısındaki bilinmeyen değerler, matematiksel model doğrultusunda kestirilebilmektedir. Kestirim yöntemi sonucu ne kadar başarılı sonuçlar elde edilebilirse, oluşturulan model, gerçek sisteme o ölçüde yakınsamaktadır. Bu nedenle, tezin amacı tahmin yöntemlerini kısıtlandırıp, güclestiren ve sistemin doğru bir şekilde analiz edilmesini mümkün kılmayan durumların ortadan kaldırılması ve matematiksel model üzerindeki bilinmeyen model parametrelerinin belirlenerek gerçek sisteme yakınsayan bir model elde edilebilmesidir.

1.3 Tezin Kapsamı

Bu tez beş bölümden oluşmaktadır. Bölüm 1'de, teze giriş yapılmakta ve model parametrelerinin kestirimi hakkında kısaca bilgi verilip, genel çözümleme fikrinden bahsedilmektedir. Bu konuda kullanılan metotlarla ilgili olarak geçmişte yapılan bazı çalışmalar hakkında kısaca bilgi verilmekte ve son olarak da tezin amacından bahsedilmektedir.

Bölüm 2'de, elektromekanik sistemlerle ilgili olarak kısaca bilgi verilmekte ve bir elektromekanik sistem olarak, doğru akım motorunun model parametreleri incelenmektedir. Bu model parametreleri kullanılarak, sistemin matematiksel modeli oluşturulmakta ve en küçük kareler yöntemi kullanılarak oluşturulan matematiksel model incelenip, sistemin bilinmeyen parametre değerleri için kestirim yapılmasına çalışılmaktadır.

Bölüm 3'de, oluşturulan matematiksel modelden hareketle sistemin bilinmeyen parametre değerleri için kestirim yapılması sırasında ortaya çıkan sorunlardan ve bu sorunların üstesinden gelmek için uygulanması gereken yöntemlerden bahsedilmektedir. Matematiksel model üzerinde çalışma yapılırken, incelenen veriler üzerindeki gürültünün, türev üzerindeki etkisi gözardı edilememekte ve bu etkiyi minimize edebilmek için yapılan çalışmalardan bu bölümde bahsedilmektedir.

Bölüm 4'de, önceki bölümlerde geliştirilen yöntemlerin uygulanması sonucu ulaşılan sayısal sonuçlardan bahsedilmektedir. Sistemin bilinmeyen parametre değerleri için yapılan kestirimler sonucu ulaşılan yaklaşık sonuçlar ve bu parametrelerin gerçek değerleri karşılaştırılmakta ve kullanılan yöntemlerin başarılı ve başarısız taraflarına değinilmektedir.

Son olarak, Bölüm 5 ise tezin sonuçlar bölümünü oluşturmaktadır. Elde edilen sayısal sonuçların ve yapılan karşılaştırmaların genel yorumlarını içerdiği bir tartışma bölümüdür.

2. SİSTEM TANILAMA VE TERS ÇÖZÜMLEME

2.1 Giriş

Geçmişten günümüze kadar olan ve gelecekte de olmaya devam edecek teknolojik gelişmelerde hedef, yaşam standartlarını yükseltecek ve kolaylaştıracak sistem ya da cihazların araştırılarak değişik seçeneklerin ortaya koyulabilmesidir. Bu seçenekler ile ilgili cihaz ve sistemlerin gelişiminde elektrik enerjisinin üretimi, dağıtımı ve denetimi yanı sıra malzeme ve mekanik teknolojisindeki gelişmelerin de önemi yadsınamaz bir gerçektir. Bu nedenle, mühendis ve araştırmacılardan beklenen, uygun enerji dönüştürücü cihazların tasarlanması ve gelişimlerinin sağlanarak daha iyi yaşam koşulları sağlayacak sistemlerin ya da cihazların oluşturulmasıdır. Bu aşamada sistem ya da cihazlarla ilgili fiziksel özelliklerinin belirlenerek matematiksel modellerin oluşturulması ve model parametrelerinin kestirilerek sistemin tanılanması önem kazanmaktadır.

2.2 Elektromekanik Sistemlerin Özellikleri

Elektromekanik sistemler, elektrik ve mekanik sistemlerin birleşiminden meydana gelen ve elektrik enerjisini mekanik enerjiye dönüştüren ya da tam tersi olarak mekanik enerjisini elektrik enerjisine dönüştüren düzeneklerdir. Enerji dönüşümü yapan elektromekanik sistemler ya dönme ya da öteleme hareketi yaparlar (Tacer, 2004). Enerji dönüşümü sonucu ortaya çıkan mekanik enerji dönme hareketi oluyorsa elektrik motoru, doğrusal bir öteleme hareketi oluyorsa solenoid adını almaktadır. Buna karşın, mekanik bir giriş olarak aldığı enerjiyi elektrik enerjisi olarak veren elektromekanik sistemler ise generatör olarak adlandırılmaktadırlar.

Elektromekanik sistemlerin, cevap hızlarının yüksek olması, uygulama esnekliği, hassasiyet ve otomatik olarak çalışması gibi üstün özellikleri ile ve elektronik ve bilgisayar teknolojilerinin gelişimi ve denetim sistemlerindeki yeri ve önemi arttıkça, endüstrinin birçok alanında, basit bir su musluğundan, otomobil sektöründeki çok hassas denetim gerektiren enjeksiyon valflerine kadar yaygınlaşarak kullanılmaya başlanmıştır. Özellikle robotlar, CNC (*Ing.*, Computer Numerical Control) takım tezgâhları ve elektriksel valfler gibi hassas konum denetimi gerektiren sistemlerde, yakıt tasarrufu sağlamak için ısıl sistemlerde ve otomobil sektöründe, tıbbi aletlerde ve ölçme elemanlarında kullanılan elektromekanik cihazların, hassas ve uzaktan kumanda gerektiren daha birçok uygulama alanında kullanılacağı açıktır (Şefkat, 2002).

2.2.1 Solenoidler

Şekil 2.1'de elektrik enerjisi olarak aldığı girişi, mekanik bir enerji olan doğrusal ilerleme hareketine dönüştüren bir elektromekanik sistem olan solenoidin yapısı görülmektedir. Sistem çekirdek olarak bilinen ve öteleme hareketini sağlayan hareketli kutup ve içinde sargı devresi bulunan hareketsiz bobinden ibarettir. Solenoidlerin içinden akım geçmesiyle birlikte manyetik alan oluşarak çekirdek üzerinde kuvvet oluşmasını sağlar. Bu kuvvet sayesinde çekirdeğin oluşturduğu öteleme hareketi sağlanır. Çekirdek ve bobin; demir, nikel, kobalt ve alaşımlarını içeren ferromanyetik özellikte maddeden oluşmaktadır. Solenoid valfler, hidrolik ve ya pnomatik sistemlerde akışkan debisi konrolünde kullanılabilmektedirler.



Şekil 2.1 : Solenoidlerin genel yapısı.

2.2.2 Elektrik motorları

Elektrik motorları, elektrik enerjisini mekanik enerjiye dönüştüren aygıtlardır. Her elektrik motoru biri sabit olan ve stator adı verilen, diğeri ise kendi çevresinde dönebilen, rotor ya da endüvi adı verilen parçalardan oluşur. Ayrıca elektrik akımını ileten sargılar, manyetik akıyı ileten parçalar ve vida, yataklar gibi konstrüktif

parçalarıda yapısında bulundurur. Klasik olarak elektrik motorları doğru akım motorları ve alternatif akım motorları olmak üzere ikiye ayrılırlar.

2.2.2.1 Alternatif akım motorları

Alternatif akım (AA) motorları, asenkron (indüksiyon) motorlar ve senkron motorlar olacak şekilde iki grupta toplanabilirler. Asenkron motorlar, tek fazlı ve üç fazlı olabilmektedirler. Tek fazlı olanları yardımcı sargılı olup, bu sargılar, motorun kalkışı durumunda devreye girecek, yol verme tamamlandıktan sonra devre dışı kalacak şekilde tasarlanmışlardır. Üç fazlı olanları ise, kalkışlarını direk olarak yapabilmekte ve yol almak için yardımcı sargıya ihtiyaç duymamaktadır. Asenkron motorların rotoru, sincap kafesli ve bilezikli (sargılı) olmak üzere iki çeşittir. Asenkron motorlarda, stator sargılarından akım geçmesiyle bir manyetik alan oluşarak rotor üzerinde elektromotor kuvveti (EMK) oluşmasına neden olur ve bu da rotorun dönmesini sağlar. Sağlam, basit ve ucuz olmaları nedeniyle özellikle imalat sanayide, pompa ve fanlarda oldukça kullanılmaktadırlar.

Senkron motorlarda ise stator sargılarına alternatif akım, rotor sargılarına da doğru akım uygulanmaktadır. Senkron motorlara ilk hareket dışarıdan verilir ve rotor hızını senkron hız değerine yakın bir hız değerine ulaştırmayı sağlayacak yardımcı bir sistem kullanılır.

2.2.2.2 Doğru akım motorları

Doğru akım (DA) motorları, kutuplar, endüvi ve kollektör olmak üzere üç bölümden oluşur. DA motorda elektromanyetik alanın elde edildiği kısım ana kutup olarak adlandırılır ve yardımcı kutuplarla birlikte motorun statorunu oluşturur. Endüvi ise, manyetik kuvvet çizgileri içinde hareket ederek, elektrik enerjisinin veya mekanik enerjinin elde edildiği silindirik kısımdır. Endüvide elde edilen gerilimi dış devreye veya elektrik enerjisini endüviye ileten, birbirinden ve gövdeden yalıtılmış, bakır dilimler topluluğuna kollektör denir. DA motorlarında temel olarak iki sargı bulunmaktadır. Bu sargılardan birisi manyetik alanı oluşturan uyarma sargısı, diğeri ise üzerinde endükleme gerçekleşen endüvi sargısıdır. Uyarma sargısı makinenin hareket etmeyen, endüvi sargısı ise makinenin dönen kısmında bulunmaktadır. Uyarma sargılarından doğru akım geçmesi, endüvi sargıları üzerinde manyetik alan doğmasına neden olur. Manyetik alan içerisinde bulunan endüvi sargıları üzerinden akım geçirilmesiyle birlikte iletkene dik olarak etkiyen Lorentz kuvveti oluşarak motorun döndürme momentini meydana getirir (Bolton, 1995).

DA motorlarındaki en büyük sorun kollektör fırça düzeninin bulunmasıdır. Rotor hızı çok yükseklere çıktığı zaman bu düzende kıvılcımlar oluşarak motorda komütasyon sorunu büyür, bu yüzden DA motorlarında çok yüksek hıza ve verime halen erişilememiştir. Fırçasız sabit mıknatıslı DA motorları ise, yapılarında stator sargıları ve sabit mıknatıs olan rotor bulundurmasından ötürü fırça düzeneğine ihtiyaç duymamaktadır.

DA motorları uyarma şekline göre serbest, seri, şönt ve karma olmak üzere dört gruba ayrılır. Statordaki ana kutuplar üstünde bulunan uyarma bobinleri dışarıdan ayrı bir DA kaynağından besleniyorsa motor "Serbest Uyarmalı DA Motoru" olarak isimlendirilir. Eğer endüvi sargısından besleniyorsa ve uyarma sargısı endüvi sargısına seri bağlı ise "Seri Uyarmalı", paralel bağlı ise "Paralel Uyarmalı" olarak adlandırılır. Hem paralel hem de seri uyarma sargısı beraber kullanılıyorsa "Karma Uyarmalı DA Motoru" adını alır (Şekil 2.2). Serbest uyarmalı motorlarda kontrol kolaylığı vardır, uyarma harici kaynaktan yapıldığı için bunu yönetmek basittir. Serbest ve paralel uyarmalı motorlarda motorun hızı, endüvi gerilimi değiştirilerek kolaylıkla ayarlabilir, bu tip DA motorlarında motorun hızı artan yükle doğrusal olarak azalır. Seri uyarmalı motorlarda ise moment, endüvi akımının karesi ile orantılıdır, ancak motor yüklendikçe hız süratle düşer.



Şekil 2.2 : Uyarma şekline göre DA motoru çeşitleri: (a) Seri uyarmalı, (b) Paralel uyarmalı, (c) Karma uyarmalı, (d) Serbest uyarmalı.

Güçleri birkaç Watt'tan onlarca Mega Watt'a kadar ulaşabilen DA motorları, düşük maliyetleri ve hız kontrolünün kolaylıkla yapılabilmesi nedeni ile hassas devir ayarı gerektiren birçok uygulamada AA motorlarına oranla tercih edilirler. Örneğin otomobil sanayinde, açılır-kapanır köprülerde, teleferiklerde, sac üretimi vs. gibi çok duyarlı bir denetim sistemi gerektiren uygulamalarda kullanılabilmektedirler.

2.3 Doğru Akım Motor Modeli Oluşturulması

Elektrik motorları, uygulanan elektriksel giriş değerine karşılık mekaniksel bir çıkış olan döndürme momenti oluşturulan sistemler olarak tanımlanır. Uygulanan giriş değerlerine karşılık elde edilen çıkış değerlerinin büyüklüğünü anlayabilmek için, DA motoru-yük sistemi içinde bulunan bilinmeyen parametrelerin belirlenmesi ve buna uygun matematiksel modellerin oluşturularak bilinmeyen bu parametrelerin kestirilmesi gerekmektedir. Bu noktada oluşturulan matematiksel denklemler sistemin gerçek cevaplarıyla karşılaştırılarak belli bir yakınsama elde edilmeye çalışılarak hatayı minimum yapacak model parametreleri kestirilmeye çalışılacaktır.

2.3.1 Model parametrelerinin belirlenmesi

Doğru akım motoru temel olarak iki kısımdan oluşur. Bunlardan birisi hareketsiz kısım olan stator, diğeri ise hareketli kısım olan ve endüvi olarak da adlandırılan rotordur. Bir doğru akım motoru için model parametrelerini incelediğimizde karşımıza endüvi sargı direnci, endüvi sargı endüktansı, rotor eylemsizlik momenti, viskos sürtünme katsayısı, zıt EMK ve moment katsayısı, endüvi gerilimi, endüvi akımı, yük momenti ve rotorun açısal hızı ve ivmesi gibi fiziksel büyüklükler çıkmaktadır.

2.3.1.1 Endüvi gerilimi, v_a(t)

Endüvi gerilimi, rotordaki bakır iletkenin giriş ve çıkış uçları arasındaki potansiyel farkı göstermek için kullanılır. Rotora bir bakır iletken sarımı yapılırken bu iletkenin bir ucunun rotora bir noktadan girip sarım şekline göre başka bir noktadan çıkması gerekir. Yani elimizde iki uç olması gerekir. İşte bu iki uç arasına bir voltmetre bağlanarak ölçülen bu gerilim değerine endüvi gerilimi denilmekte ve *t* anındaki endüvi gerilimi $v_a(t)$ şeklinde gösterilmektedir. Birimi Volt'tur [V].

2.3.1.2 Endüvi akımı, $i_a(t)$

Endüvi iletkenleri uçlarına, bir gerilim, $v_a(t)$, uygulandığı zaman bu iletkenlerden ohm yasasına göre bir akım akar. Bu akım endüvi iletkeni içinde oluştuğu için buna endüvi akımı denilmekte ve *t* anındaki endüvi akımı $i_a(t)$ şeklinde gösterilmektedir. Birimi Amper'dir [A].

2.3.1.3 Rotor açısal hızı ve ivmesi, $\omega_m(t)$, $\alpha_m(t)$

Dönen parçalarda açısal hız, birim saniyede taranan açıyla ifade edilmektedir. Dolayısıyla rotor açısal hızı, rotor konum açısının, $\theta_m(t)$, zamana göre değişimi olarak ifade edilmekte ve $\omega_m(t)$ ile gösterilerek, Denklem (2.1) ile elde edilmektedir. Birimi ise [rad/s]'dir. Bu değerin büyük olması endüvinin birim zamanda daha fazla açı, diğer bir anlamda mesafe katettiğini göstermektedir.

$$\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$$
(2.1)

Rotor açısal hızının, $\omega_m(t)$, zamana göre değişimi, başka bir deyişle birim zamanda rotorun hızlanması açısal ivmelenme olarak adlandırılır ve $\alpha_m(t)$ olarak gösterilerek, Denklem (2.2) ile elde edilir. Birimi ise [rad/s²]'dir.

$$\alpha_m(t) = \frac{d\omega_m(t)}{dt} = \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2}$$
(2.2)

2.3.1.4 Endüvi sargı direnci, R_a

Üzerinden elektrik akımı geçen iletkenin, akıma karşı gösterdiği zora direnç denilmektedir. Endüvi sargı direnci, rotordaki iletkenlerin içyapısıyla alakalı bir değerdir ve kullanılan malzemenin yapısıyla birlikte değişir. Elektrik akımını kolaylıkla ileten malzemeler genellikle metaldir. Bakır ve alüminyum gibi iyi iletkenlerin direnç değerleri düşüktür. Endüvi sargı direnci R_a ile gösterilir ve birimi ohmdur [Ω].

2.3.1.5 Endüvi sargı endüktansı, La

İçerisinden akım geçen iletken telin etrafında bir manyetik alan oluşur. Endüktans, bu manyetik alan şiddetinin artması veya azalmasının yarattığı ve bu değişimlere karşı koymaya çalışan endüksiyon geriliminin etkisidir. Bu yüzden, bir bobinden doğru akım geçirilmek istendiğinde akım şiddeti hemen omik direncin belirlediği değere çıkamaz veya geçmekte olan akım kesilmek istenirse akım hemen sıfıra düşemez. Bu anlarda meydana gelen endüksüyon gerilimleri akımın artmasını veya kesilmesini geciktirir. Bu olay mekanikteki atalet kuvveti olayının benzeridir. Duran bir cisme bir kuvvet uygulandığında cisim ataleti yüzünden hemen hızlanamaz, kütlesine ve uygulanan kuvvetin büyüklüğüne bağlı olarak belli bir ivmeyle hızlanır. Bu noktada endüktansı kütle, akımın değişim hızını ivme ve endüksiyon gerilimini de atalet kuvveti olarak düşünebiliriz. Endüvi sargı endüktansı L_a olarak gösterilir ve birimi Henry'dir [H].

2.3.1.6 Motor-yük sistemi eylemsizlik momenti, J

Eylemsizlik motorun davranışlarının belirlenmesinde önemli bir yol oynar. Eylemsizlik momenti cismin dönmeye karşı olan direnmesini ifade eder. Örneğin motor hızı değişimi ani yapılmak isteniyorsa eylemsizlik momenti, *J*, küçük olmalıdır. Böylece rotor daha çabuk ivmelenir. Eylemsizlik momentinin büyük olduğu durumlarda ise dinamiği yavaş olan bir sistem elde edilir ve böylece hız kontrolü güçleşir.



Şekil 2.3 : Motor-yük sistemi için dişli kutusu tasarımı (Mohan, 2000).

Şekil 2.3'de motor ve yük arasındaki gücün iletimi için dişli kutusu kullanılmış tasarım görülmektedir. Bu tasarımdan hareketle motor-yük sistemi için eşdeğer atalet momentini bulunmaya çalışırsak,

$$r_1 \omega_m(t) = r_2 \omega_L(t)$$

$$a = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_L(t)}{\omega_m(t)}$$
(2.3)

Denklem (2.3)'de yük milinin açısal hızının, motor milinin açısal hızına oranı görülmektedir. Motor ve yük sisteminin toplam kinetik enerjisi yazıldığında Denklem (2.4) elde edilmektedir (Dişli kutusu kayıpları ihmal edilmektedir).

$$E_{K} = \frac{1}{2} J_{m} \omega_{m}^{2}(t) + \frac{1}{2} J_{L} \omega_{L}^{2}(t)$$
(2.4)

$$E_{K} = \frac{1}{2} \left(J_{m} + a^{2} J_{L} \right) \omega_{m}^{2}(t) = \frac{1}{2} J_{es} \omega_{m}^{2}(t)$$

$$J_{es} = J_{m} + a^{2} J_{L}$$
(2.5)

Denklem (2.4) motor miline indirgenerek yazıldığında, toplam kinetik enerji Denklem (2.5) ile elde edilmektedir. Buradan görüldüğü gibi sistemin eş değer atalet momenti, $J_{eş}$, bulunmuş olmaktadır. Eğer motor-yük arasında herhangi bir dişli kutusu kullanılmadan akuple olarak direk bağlanırsa, motor ve yük aynı mil üzerinde olacaklarından Denklem (2.6)'da ki gibi hızları da birbirine eşit olacaktır.

$$\omega_m(t) = \omega_L(t)$$

$$a = 1$$
(2.6)

Dolayısıyla eş değer atalet momenti, aşağıda görüldüğü gibi olacaktır.

$$E_{K} = \frac{1}{2} (J_{m} + J_{L}) \omega_{m}^{2}(t) = \frac{1}{2} J_{es} \omega_{m}^{2}(t)$$

$$J = J_{es} = J_{m} + J_{L}$$
(2.7)

Bulunan bu eşdeğer atalet momenti için sistemin ivmelenme momentini yazacak olursak Denklem (2.8) elde edilecektir.

$$T_a(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt}$$
(2.8)

2.3.1.7 Viskoz sürtünme katsayısı, B

Bu katsayı motorun mil, rulman, yatak gibi kısımlarındaki sürtünme miktarını belirleyen bir parametredir. Yüksek hızlı uygulamalarda viskoz sürtünme katsayısının küçük olması beklenir. Viskoz sürtünme katsayısı B ile gösterilir ve birimi [Nm.s/rad]'dir. Rotorun hareketinden dolayı ortaya çıkan t anındaki viskoz sürtünme momenti, $T_s(t)$, Denklem (2.9)'da görüldüğü gibi sürtünme katsayısının ve açısal hızın çarpımı sonucu elde edilir.
2.3.1.8 Zit elektromotor kuvveti ve moment katsayısı, k_E, k_T

Şekil 2.4'deki gibi, D manyetik akı yoğunluğundaki alan içerisinde bulunan, L uzunluğundaki bir endüvi teli içerisinden, $i_a(t)$ endüvi akımı geçirildiğinde telin üzerindeki elektromanyetik momentini, $T_{em}(t)$, oluşturan F kuvveti oluşur ve Denklem (2.10) ile elde edilir.



Şekil 2.4 : İçinden akım geçen endüvi sargısının bir teli üzerindeki temel prensipler.

$$F = DLi_a(t) \tag{2.10}$$

Ne adet tel olduğu düşünülürse,

$$F = N_e DLi_a(t) \tag{2.11}$$

Manyetik akı yoğunluğu, *D*, sabit olduğu düşünülürse, AA' eksenine göre t anındaki elektromanyetik moment Denklem (2.12a) elde edilir.

$$T_{em}(t) = bF = bN_e DLi_a(t)$$
(2.12a)

$$T_{em}(t) = k_T i_a(t) \tag{2.12b}$$

(2.12b) eşitliğindeki, k_T , moment sabitini göstermektedir ve birimi [Nm/A]'dir. Bu denklemde motor momentinin endüvi akımıyla doğru orantılı olduğu görülmektedir.

Endüvi, manyetik alan içerisinde döndüğünde, elektromanyetik endüklemeye bağlı olarak bir zıt EMK oluşur ve bobin içerisinden kaynak gerilimin oluşturduğu akıma ters yönde bir akım akıtmaya çalışır. Zıt EMK gerilimi $e_a(t)$ ve sabiti k_E olarak gösterilir ve Denklem (2.13) ile elde edilir. Birimi [V.s/rad]'dir (Bolton, 1995).

$$e_a(t) = k_2 D\omega_m(t) = k_E \omega_m(t)$$
(2.13)

Endüvi sargılarına uygulanan elektriksel bir giriş sonucu üretilen elektriksel gücün, P_{el} , mekanik çıkış gücüne, P_{mek} , dönüştürüldüğü görülmektedir. Denklem (2.14) ve (2.15) bu eşitlikleri göstermektedir.

$$P_{el}(t) = e_a(t)i_a(t)$$
(2.14)

$$P_{mek}(t) = T_{em}(t)\omega_m(t)$$
(2.15)

İdeal şartlarda, üretilen elektriksel gücün mekanik güce eşit olması gerektiği Denklem (2.16) ve (2.17)'de gösterilmiştir (Mohan, 2000).

$$P_{el}(t) = P_{mek}(t)$$
 (2.16)

$$e_a(t)i_a(t) = T_{em}(t)\omega_m(t)$$
(2.17)

Denklem (2.14)'de $e_a(t)$ ve $T_{em}(t)$ yerine Denklem (2.16) ve (2.17)'deki karşılıkları yazıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilecektir.

$$k_E \omega(t) i_a(t) = k_T i_a(t) \omega_m(t)$$
(2.18)

$$k_E = k_T = K \tag{2.19}$$

Denklem (2.19) bize zıt EMK ve moment katsayısının birbirlerine eşit olduklarını göstermektedir. Örneğin k_T =0.05 Nm.A⁻¹ olması durumunda, k_E =0.05 V.s.rad⁻¹ olmaktadır. Burada, *K*, zıt EMK ve moment katsayısını belirtmektedir.

2.3.1.9 Yük momenti, $T_L(t)$

Bu çalışmada yük momenti olarak açısal hızın karesi ile orantılı bir moment üreten bir yük moment karakteristiği inceleneceğinden, t anındaki yük momenti Denklem (2.20) ile elde edilir ve birimi [Nm]'dir. Buradaki μ_0 , makine-yük sisteminin toplam sürtünme momentinin, μ_1 ise karesel yük momenti ifadesinin katsayılarıdır.

$$T_L(t) = \mu_0 + \mu_1 \omega_m^2(t)$$
(2.20)

2.3.2 DA motoru-yük sisteminin matematiksel modelinin oluşturulması



Şekil 2.5 : DA motoru-yük sistemi devre şeması (Bolton, 1995).

DA motoru-yük sistemi için model parametrelerini belirleyip, bunların özellikleri ve sistem içerisindeki önemlerini inceledikten sonra, endüvi gerilim ve moment denklemlerinden yola çıkarak sistemin yapısını daha iyi anlayabileceğimiz ve gerekli işlemleri yapabileceğimiz matematiksel denklemleri elde edebiliriz. Şekil 2.5'de bir DA motoru-yük sistemi için devre şemasını görmekteyiz. Buradan hareketle, öncelikle endüvi geriliminden yola çıkılarak aşağıdaki Denklem (2.21) yazılabilir.

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_a(t)$$
(2.21)

Denklem (2.13) ile elde edilen $e_a(t)$ ifadesi, (2.21) eşitliğindeki yerine koyulursa, endüvi gerilimi, $v_a(t)$, şu şekilde elde edilir.

$$v_{a}(t) = R_{a}i_{a}(t) + L_{a}\frac{di_{a}(t)}{dt} + k_{E}\omega_{m}(t)$$
(2.22)

Sistemin moment denklemlerinden yola çıkarak, elektromanyetik momentin, $T_{em}(t)$, ivmelenme momentini, $T_a(t)$, endüvinin hareketinden dolayı doğan viskoz sürtünmeyi, $T_s(t)$, ve yük momentini, $T_L(t)$, karşılayabilmesi gerektiği görülmektedir.

$$T_{em}(t) = T_a(t) + T_s(t) + T_L(t)$$
(2.23)

Daha önceden Denklem (2.8), (2.9), (2.12) ve (2.20) ifadeleri ile elde edilen ilgili büyüklükler (2.23) eşitliğindeki yerlerine koyulduğunda,

$$k_T i_a(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} + B\omega_m(t) + \mu_0 + \mu_1 \omega_m^2(t)$$
(2.24)

Denklem (2.22) ve (2.24) ifadelerinde gerekli düzenlemeler yapılarak endüvi gerilimi ve akımı için diferansiyel denklem takımı elde edilir.

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + K\omega_m(t)$$
 (2.25)

$$i_{a}(t) = \frac{J}{K} \frac{d\omega_{m}(t)}{dt} + \frac{\mu_{0}}{K} + \frac{B}{K} \omega_{m}(t) + \frac{\mu_{1}}{K} \omega_{m}^{2}(t)$$
(2.26)

Elde edilen Denklem (2.25) ve (2.26) serbest uyarmalı (Şekil 2.2 (d)) bir DA motoru tarafından sürülen bir yük sisteminin, sabit uyarma akımındaki dinamik davranışını veren matematiksel modeli vermektedir. Bu model sabit mıknatıslı DA makinaları için de geçerlidir. Matematiksel modeli bilinen bu sisteme uygulanacak bir giriş büyüklüğüne sistem açısal hızının değişimi ile cevap verecektir (Hadef ve Mekideche, 2009).

	Sembol	Birim
Endüvi Gerilimi	$v_a(t)$	V
Endüvi Akımı	$i_a(t)$	А
Rotor Açısal Hızı	$\omega_m(t)$	rad/s

Çizelge 2.1 : DA motoru-yük sisteminin bilinen model parametreleri.

Çizelge 2.2 : DA motoru-yük sistemini	n kestirimi yapılacak model	parametreleri.
---------------------------------------	-----------------------------	----------------

	Sembol	Birim
Endüvi Sargı Direnci	R_a	Ω
Endüvi Sargı Endüktansı	La	Н
Motor-Yük Sistemi Eylemsizlik Momenti	J	kg.m ²
Viskoz Sürtünme Katsayısı	В	Nm.s/rad
Zıt EMK-Moment katsayısı	K	Nm/A
Makina-Yük Sistemi Toplam Sürtünme Momenti Katsayısı	μ_0	Nm
Makina-Yük Sistemi Karesel Yük Momenti Katsayısı	μ_1	Nm.s ² /rad

DA motoru-yük sistemi için elde edilen (2.25) ve (2.26) denklemlerinden, ölçümler sonucu bilinen model parametreleri Çizelge 2.1'de görülebilir. Buna karşılık bilinmeyen ve kestirimi yapılmak istenen model parametreleri ise Çizelge 2.2 yardımıyla verilmiştir.

2.4 Sistem Dinamik Denklemlerinin Boyutsuzlaştırılması

DA motoru-yük sistemi için yukarıda elde edilen (2.25) ve (2.26) denklemlerinin çözümüne başlanmadan önce denklemlerdeki zamanla değişen tüm büyüklüklerin, aşırı büyük veya aşırı küçük değerlerden oluşabilmesinden ötürü oluşacak nümerik hataların önlenmesi için bu değerlerin boyutsuzlaştırılması gerekmektedir. Bu sayede, çözümde oluşabilecek sayısal hatalardan kaçınılabilir.

Makinanın nominal değerleri olan, V_n nominal endüvi gerilimi, I_n nominal endüvi akımı, ω_n nominal rotor açısal hızı ve T_B zaman aralığı verilmiş olsun. Bu değerler temel değerler olarak alınırsa, bu durumda sistem için seçilen temel büyüklükler,

$$V_B = V_n$$

$$I_B = I_n$$

$$\omega_B = \omega_n$$
(2.27)

(2.27)'deki gibi alınarak, denklemlerdeki zamanla değişen büyüklükler boyutsuzlaştırılır.

$$\bar{t} = \frac{t}{T_B}$$

$$\bar{v}_a(\bar{t}) = \frac{v_a(t)}{V_B}$$

$$\bar{i}_a(\bar{t}) = \frac{i_a(t)}{I_B}$$

$$\bar{\omega}_m(\bar{t}) = \frac{\omega_m(t)}{\omega_B}$$
(2.28)

Denklem (2.28), $\bar{v}_a(\bar{t})$ boyutsuz endüvi gerilimini, $\bar{t}_a(\bar{t})$ boyutsuz endüvi akımını ve $\bar{\omega}_m(\bar{t})$ boyutsuz rotor açısal hızını göstermektedir. Buradan hareketle, (2.25) ve (2.26) denklemleri boyutsuz olarak yazılacak olursa denklem (2.29) ve (2.30) elde edilir.

$$V_B \overline{v}_a(\overline{t}) = R_a I_B \overline{i}_a(\overline{t}) + L_a I_B \frac{d\overline{i}_a(\overline{t})}{d\overline{t}} \frac{d\overline{t}}{dt} + K \omega_B \overline{\omega}_m(\overline{t})$$
(2.29)

$$I_B \bar{i}_a(\bar{t}) = \frac{J}{K} \omega_B \frac{d\overline{\omega}_m(\bar{t})}{d\bar{t}} \frac{d\bar{t}}{dt} + \frac{\mu_0}{K} + \frac{B}{K} \omega_B \overline{\omega}_m(\bar{t}) + \frac{\mu_1}{K} \omega_B^2 \overline{\omega}_m^2(\bar{t})$$
(2.30)

Boyutsuz endüvi gerilimi ve akımı ifadelerini yalnız bıraktığımızda Denklem (2.31) ve (2.32) elde edilmiş olmaktadır.

$$\overline{v}_{a}(\overline{t}) = \frac{R_{a}I_{B}}{V_{B}}\overline{i}_{a}(t) + \frac{L_{a}I_{B}}{V_{B}}\frac{1}{T_{B}}\frac{d\overline{i}_{a}(t)}{d\overline{t}} + \frac{K\omega_{B}}{V_{B}}\overline{\omega}_{m}(t)$$
(2.31)

$$\bar{i}_{a}(\bar{t}) = \frac{J}{K} \frac{\omega_{B}}{I_{B}} \frac{1}{T_{B}} \frac{d\overline{\omega}_{m}(\bar{t})}{dt} + \frac{\mu_{0}}{KI_{B}} + \frac{B}{K} \frac{\omega_{B}}{I_{B}} \overline{\omega}_{m}(\bar{t}) + \frac{\mu_{1}}{K} \frac{\omega_{B}^{2}}{I_{B}} \overline{\omega}_{m}^{2}(\bar{t})$$
(2.32)

Gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\overline{v}_{a}(\overline{t}) = \overline{R}_{a}\overline{i}_{a}(\overline{t}) + \overline{L}_{a}\frac{d\overline{i}_{a}(\overline{t})}{d\overline{t}} + \overline{K}\overline{\omega}_{m}(\overline{t})$$
(2.33)

$$\bar{i}_{a}(\bar{t}) = \bar{J}\frac{d\bar{\omega}_{m}(\bar{t})}{dt} + \bar{\mu}_{0} + \bar{B}\bar{\omega}_{m}(\bar{t}) + \bar{\mu}_{1}\bar{\omega}_{m}^{2}(\bar{t})$$
(2.34)

DA motoru tarafından sürülen bir yük sisteminin, sabit uyarma akımındaki dinamik davranışını veren boyutsuz matematiksel modeli Denklem (2.33) ve (2.34) ile elde edilmektedir. Buradan görüleceği üzere sistemin bilinmeyen boyutsuz parametreleri Denklem (2.35a) ve (2.35b)'deki gibi olmaktadır.

$$\overline{R}_{a} = \frac{R_{a}I_{B}}{V_{B}}, \quad \overline{L}_{a} = \frac{L_{a}I_{B}}{V_{B}T_{B}}, \quad \overline{K} = \frac{K\omega_{B}}{V_{B}}$$
(2.35a)

$$\overline{J} = \frac{J}{K} \frac{\omega_B}{I_B T_B}, \quad \overline{\mu}_0 = \frac{\mu_0}{K I_B}, \quad \overline{B} = \frac{B}{K} \frac{\omega_B}{I_B}, \quad \overline{\mu}_1 = \frac{\mu_1}{K} \frac{\omega_B^2}{I_B}$$
(2.35b)

2.5 En Küçük Kareler Yöntemi

Regresyon analizine ilişkin problemler ilk olarak 18. y.y.'da Gauss tarafından, astronomide gök cisimlerinin yörüngesini hesaplayabilmek için ortaya atılmıştır.

1809 yılında Gauss, en küçük kareler yönteminin (EKY), eğer regrasyon hatası normal dağılım gösteriyorsa ve hatanın ortalaması sıfır ise, en optimal çözüm olacağını göstermiştir.

Regresyon analizi, bir *z* değişkeninin (çıkış, bağımlı değişken ya da tepki olarak adlandırılır) yine bir veya birden fazla giriş değişkeniyle olan ilişkisini modellemek için kullanılır.

Regresyon analizi yapmanın birkaç hedefi olabilir. Bunlar,

- Sistemin olası davranışını kestirmek,
- Giriş değişkenlerinin çıkış üzerindeki etkisini saptamak,
- Veri yapısının genel bi tanımını yapmak vs. olabilir (Türk, 2010).

z bağımlı değişkeninin genel modeli denklem (2.36) ifadesiyle açıklanabilir.

$$z = H\beta + \varepsilon \tag{2.36}$$

Burada, *H* sistemin dinamik davranışını temsil eden matrisi, β sistemin bilinmeyen parametrelerini temsil eden parametre vektörünü, ε ise modelleme hatasını temsil eden hata vektörünü göstermektedir.

Denklem (2.36) ifadesinde amaç, $H\beta$ 'yi, tesadüfî ε 'den en iyi şekilde ayıracak β parametre vektörünü bulmak için ne yapılabilir sorusuna yanıt aramaktır. Soruya geometrik yaklaşımla bakılırsa, Şekil 2.6'da, β bilinmeyen parametrelerin kestiriminin geometrik ifadesi görülmektedir.



Şekil 2.6 : β parametresinin geometrik kestirimi ifadesinin gösterimi.

Şekil 2.6'da gösterilen, *H* model uzayında en iyi β kestirimi, β_{LS} olarak gösterilir. Oluşturulan matematiksel model kullanılarak kestirilen çıkış $\hat{y}=H\beta_{LS}$ vektörü olarak görülmektedir. Gerçek çıkış ile kestirilen çıkış arasındaki fark, residual vektörünü $(z-H\beta_{LS})$, oluşturmaktadır.

EKY 'de amaç, gerçek bir sisteme uygulanan giriş büyüklükleri sonucu alınan sistem cevabı ve parametreleri bilinmeyen sistemin matematiksel modeline aynı giriş büyüklüklerinin uygulanarak elde edilen sistem cevabının karşılaştırılmasıdır. Bu karşılaştırma sonucu elde edilen hataların karelerinin toplamı minimize edilmeye çalışılarak, sistem parametrelerini temsil eden β vektörünün en iyi kestirimi β_{LS} bulunmaya çalışılır.

$$\sum \varepsilon^2 = \varepsilon^T \varepsilon = (z - H\beta)^T (z - H\beta)$$
(2.37)

Denklem (2.37)'de hataların karelerinin toplamı ifadesi görülmektedir ve ε^{T} hata vektörünün transpoze matrisini göstermektedir. Bu ifadeyi daha da açarsak şu şekilde olacaktır.

$$(z - H\beta)^{T}(z - H\beta) = z^{T}z - \beta^{T}H^{T}z + z^{T}H\beta + \beta^{T}H^{T}H\beta$$
(2.38)

Amaç, hataların karesinin toplamını minimum yapan β vektörünü bulmak olduğuna göre, Denklem (2.38) ifadesinin β 'ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiği takdirde,

$$\min_{\beta} \left(\varepsilon^{T} \varepsilon \right) = \min_{\beta} \left((z - H\beta)^{T} (z - H\beta) \right)$$
(2.39a)

$$\frac{\partial \left(\left(z - H\beta \right)^T \left(z - H\beta \right) \right)}{\partial \beta} = -2z^T H + 2\beta_{LS}^{T} H^T H = 0$$
(2.39b)

$$H^T H \beta_{LS} = H^T z$$
 (2.39c)

(2.39c) ifadesi elde edilir. Bu eşitlikte bulunan $H^{T}H$ ifadesi bir kare matris oluşturur ve eğer kötü koşullu değilse tersi alınabilir, bu şekilde bilinmeyen parametre değerlerine ulaşılmaya çalışıldığında, β_{LS} bilinmeyen parametre vektörü Denklem (2.40) ile bulunur. Denklem (2.40)'da görülen $(H^{T}H)^{-1}H^{T}$ ifadesi, H matrisinin sözdetersini (*Ing.*, pseudoinverse) göstermektedir.

$$\boldsymbol{\beta}_{LS} = \left(\boldsymbol{H}^{T}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\boldsymbol{H}^{T}\boldsymbol{z}$$
(2.40)

EKY ile bulunan β_{LS} , modelleme için sistemin en uygun parametre değerlerini bize vermektedir. Bu şekilde modelleme yapılırken hatayı, ε , belirli bir güven aralığı içerisinde tutmak veya hataların dağılımının şekline bakmak gerekir. Genel kabul, hatanın normal (Gauss) dağılımı gösterdiği şeklindedir, pratikte, her zaman olmasa da makul bir kabuldür.

EKY için gerekli denklemler elde edilmiş olup, serbest uyarmalı DA motoru-yük sisteminin parametrelerinin kestirimi için kullanabilir. Denklem (2.33) ve (2.34) serbest uyarmalı DA motoru tarafından sürülen bir yük sisteminin, sabit uyarma akımındaki dinamik davranışını veren matematiksel modeli vermektedir. Sistemin yedi adet bilinmeyen parametresi ($\overline{R}_a, \overline{L}_a, \overline{K}, \overline{J}, \overline{B}, \overline{\mu}_0, \overline{\mu}_1$) olmaktadır. Bu durumda sisteme uygulanacak giriş büyüklüklerine, $\overline{v}_a(\overline{t})$, $\overline{i}_a(\overline{t})$, karşı elde edilen sistem cevabı $\overline{\omega}_m(\overline{t})$ olacaktır. Sistemin dinamik davranışı sırasında giriş büyüklükleri ve sistem cevabının belirli bir T zaman aralığı ve Δt örnekleme periyodunda, $\overline{v}_a(\overline{t})$, $\overline{i}_a(\overline{t})$ 'nin örneklenmesiyle elde edilen N örnek kullanılarak, M=7 adet bilinmeyen sistem parametreleri arasındaki ilişki bir cebrik denklem sistemi ile temsil edilir.

$$N = \frac{\overline{T}}{\Delta \overline{t}} = \frac{T/T_B}{\Delta t/T_B} = \frac{T}{\Delta t}$$
(2.41)

 $\overline{v}_a(\overline{t})$, $\overline{i}_a(\overline{t})$ ve $\overline{\omega}_m(\overline{t})$ vektörlerinin boyutları (N×1) olup elde edilen örneklenmiş akım, gerilim ve rotor açısal hızının değerleri Denklem (2.42), (2.43) ve (2.44)'de görülmektedir.

$$\overline{v}_a(\overline{t}) = \left[\overline{v}_a(\overline{t}_1), \overline{v}_a(\overline{t}_2), \overline{v}_a(\overline{t}_3) \dots \overline{v}_a(\overline{t}_N)\right]^T$$
(2.42)

$$\bar{i}_{a}(\bar{t}) = \left[\bar{i}_{a}(\bar{t}_{1}), \bar{i}_{a}(\bar{t}_{2}), \bar{i}_{a}(\bar{t}_{3}) \dots \bar{i}_{a}(\bar{t}_{N})\right]^{T}$$
(2.43)

$$\overline{\omega}_{m}(\overline{t}) = \left[\overline{\omega}_{m}(\overline{t}_{1}), \overline{\omega}_{m}(\overline{t}_{2}), \overline{\omega}_{m}(\overline{t}_{3}) \dots \overline{\omega}_{m}(\overline{t}_{N})\right]^{T}$$
(2.44)

z sistem değişkenlerini temsil eden (2N×1) boyutunda bir vektör olup Denklem (2.45)'de gösterilmiştir. Sistemin parametre vektörü β , (M×1) boyutunda olup Denklem (2.46)'de gösterilmiştir.

$$z = \left[\overline{v}_a(\overline{t}), \overline{i}_a(\overline{t}), \overline{\omega}_m(\overline{t})\right]^T$$
(2.45)

$$\boldsymbol{\beta} = \left[\overline{R}_a, \overline{L}_a, \overline{K}, \overline{J}, \overline{B}, \overline{\mu}_0, \overline{\mu}_1 \right]^T$$
(2.46)

Sistemin dinamiğini belirleyen (2N×M) boyutundaki H matrisi ise Denklem (2.25) ve (2.26)'ya göre ifadelerin sağ tarafındaki akım ve açısal hız büyüklüklerinin her bir örnekleme zamanı için değerlerinin yerine konulmasıyla boyutları (N×M) olan H_1 ve H_2 şeklinde iki blok matristen oluşur.

$$H = \begin{bmatrix} H_1, H_2 \end{bmatrix}^T$$
(2.47)

Bu matrislerin örneklenmiş akım ve açısal hız büyüklükleri cinsinden açık ifadeleri aşağıda (2.48) ve (2.49) matrisleriyle gösterilmiştir.

$$H_{1} = \begin{bmatrix} \bar{i}_{a}(\bar{i}_{1}) & \frac{\partial \bar{i}_{a}(\bar{i}_{1})}{\partial \bar{t}} & \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{1}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{i}_{a}(\bar{i}_{2}) & \frac{\partial \bar{i}_{a}(\bar{i}_{2})}{\partial \bar{t}} & \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{2}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \bar{i}_{a}(\bar{i}_{N-1}) & \frac{\partial \bar{i}_{a}(\bar{i}_{N-1})}{\partial \bar{t}} & \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{N-1}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{i}_{a}(\bar{i}_{N}) & \frac{\partial \bar{i}_{a}(\bar{i}_{N})}{\partial \bar{t}} & \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{N}) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{NX7}$$

$$H_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{1})}{\partial \bar{t}} & \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{2}) & 1 & \overline{\omega}_{m}^{2}(\bar{i}_{1}) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{2})}{\partial \bar{t}} & \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{2}) & 1 & \overline{\omega}_{m}^{2}(\bar{i}_{2}) \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{N-1})}{\partial \bar{t}} & \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{N-1}) & 1 & \overline{\omega}_{m}^{2}(\bar{i}_{N-1}) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{N-1})}{\partial \bar{t}} & \overline{\omega}_{m}(\bar{i}_{N}) & 1 & \overline{\omega}_{m}^{2}(\bar{i}_{N}) \end{bmatrix}_{NX7}$$

$$(2.49)$$

Sistemle ilgili ölçümler sonucu elde edilen matrisler doğrultusunda, sistemin bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi için daha önce elde edilen Denklem (2.40) ifadesi kullanılır. Ölçümler sonucu bilinen değerler bu denklemde yerine yerleştirilip, M=7 adet bilinmeyen parametre içeren, β vektörünün en iyi yaklaşımı, β_{LS} , çözülür. Yapılan ölçümlerin sayısı N<M/2 ise, lineer sistemin çözümü olmayacaktır. Lineer denklem sisteminin tek bir çözümünün olabilmesi için en az N=M/2 adet ölçüm yapılması gereklidir. Ancak, yapılan ölçümlerde gürültü ve ölçme hatalarının var olması, çözümü aranan parametrelerin hesaplanmasında önemli hatalara yol açacaktır. Parametrelerin doğru sonuçlarla kestirilebilmesi için daha küçük ölçme periyodunda örnekleme yapılarak fonksiyon eğrisi daha fazla nokta için analiz edilmeye çalışılır. Bu şekilde N>>M/2 olacak şekilde veri toplanmış olmaktadır. Örnekleme sayısı arttırılarak daha hassas sonuçlara ulaşılmaya çalışılmasına karşılık; ifadelerde, deneysel ölçümlerin türev değerlerinin kullanılması, örnekleme sayısının artmasıyla birlikte sinyalin üzerinde ki gürültü ve ölçüm hataları gibi istenmeyen etkileri de artıracaktır. Sonuç olarak, gerçek model üzerinden alınan ölçümlerde, ölçme hataları ve gürültünün olması kaçınılmaz olacağından, örneklenmiş verilerdeki istenmeyen bu hataları içeren ölçüm değerleri kullanılarak türev hesaplamaları yapıldığında, türev değerleri üzerinde önemli derecede bozulmalar oluşacaktır. Bu bozulmaları önlemek için, alınan ölçümler üzerindeki istenmeyen gürültü ve ölçüm hataları filtre edilmelidir.

3. FİLTRELEME YÖNTEMİ

3.1 Ölçümlerdeki Gürültü Etkisi

Sistem tanılamada, model parametrelerinin kestirimi için sisteme uygulanan giriş değerlerine karşılık sistemden alınan çıkış verilerinin ölçümü oldukça önemlidir. Bu ölçümler yapılırken uygulanan test işlemleri sonucu alınan verilerde ölçme hataları ve gürültü gibi istenmeyen hatalar varolduğundan ve bu hataların çözümü aranan parametrelerin hesaplanmasında önemli hatalara yol açacağından bahsedildi. Özellikle türevi alınan değerlerdeki etkisi incelendiğinde sinyalde ciddi bozulmalar oluştuğu görülmektedir.

Sonlu fark yöntemi kullanılarak fonksiyonun türevi kolaylıkla hesaplanabilir. Sonlu fark tablolarının elde edilmesinde incelediğimiz ileri, geri ve merkezi farkları kullanarak Şekil 3.1 'de görüldüğü gibi herhangi bir fonksiyonun sayısal türevlerinin hesaplanışını kolaylıkla yapabilir ve gürültünün türev üzerindeki etkisi belirlenebilir.



Şekil 3.1 : f(t) fonksiyonunun ayrık noktaları için sonlu farklar yöntemi.

İleri sonlu fark yöntemi kullanılması durumunda f(t) fonksiyonunun sayısal türevi, f'(t), Denklem (3.1) ile ifade edilebilir.

$$f'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{(t_0 + \Delta t) - t_0} \cong \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t}$$
(3.1)

Geriye sonlu fark yöntemi kullanılması durumunda Denklem (3.2) elde edilmektedir.

$$f'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t_0) - f(t_0 - \Delta t)}{t_0 - (t_0 - \Delta t)} \cong \frac{f(t_0) - f(t_0 - \Delta t)}{\Delta t}$$
(3.2)

Merkezi sonlu fark yöntemi kullanılması durumunda ise Denklem (3.3) bulunur.

$$f'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0 - \Delta t)}{(t_0 + \Delta t) - (t_0 - \Delta t)} \cong \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0 - \Delta t)}{2\Delta t}$$
(3.3)

Bu yöntemler kullanılarak, çözüm için sonlu fark tablosu hazırlandığında sonuçların aynı olduğu görülecektir (Karagöz, 2001). Daha üst mertebeden türevlerde, örneğin ikinci mertebeden türev için de birinci mertebeden türevin tekrar yukarıdaki gibi türevi alınarak hesaplanmaktadır.



Şekil 3.2 : f(t) fonksiyonunun N=5000 ve standart sapması, (a) η =0.0, (b) η =0.01, olan Gaussian gürültü içermesi durumundaki grafikleri.

Şekil 3.2'de zamanla orantılı olarak değişen bir fonksiyonun grafiği tanımlanmıştır. f(t) fonksiyonu Denklem (3.4)'deki gibi matematiksel olarak tanımlanabilir.

$$f(t) = \begin{cases} t^2, & 0 \le t < 5\\ 25 - (t - 5)^2, & 5 \le t \le 10 \end{cases}$$
(3.4)

Şekil 3.2(a)'da fonksiyonun ilk durumdaki gürültüsüz hali görülmektedir. Bu durumda gayet temiz, içerisinde istenmeyen hataları bulundurmayan bir fonksiyon söz konusudur. Görüleceği üzere fonksiyonun bir tepe noktasının olması, türevinde süreksizlik noktası oluşmasına neden olmaktadır. Şekil 3.2(b)'de ise fonksiyonun üzerine standart sapması, η =0.01 olacak şekilde Gaussian gürültü eklenmiş durumu gösterilmektedir. İki grafik incelendiğinde aralarında gözle görülür bir fark olmadığı gözlenmekte ve gürültünün etkisi masum gibi gözükmektedir.

Şekil 3.3'de üzerinde gürültü olmayan, yani standart sapması sıfır olan, $\eta = 0.0$, yukarıdaki f(t) fonksiyonunun türevi görülmektedir. Burada türev alınırken ileri sonlu fark yöntemi kullanılmış olup, T=10s ve örnek sayısı N=5000 olarak seçilmiştir. Buradan hareketle, denklem 2.31'e göre örnekleme periyodu $\Delta t=0.002$ s olmaktadır.



Şekil 3.3 : Gürültü içermeyen f(t) fonksiyonunun türevinin zamana bağlı olarak değişiminin grafiği, (*N*=5000, Δt =0.002s, η =0.0).

Fonksiyonun gürültü içermesi durumunda örnekleme sayısının arttırılmasının türev üzerine olan etkisinden bahsedilmişti. Örnekleme sayısının arttırılmasının, f(t)fonksiyonunun türevi üzerindeki etkisi grafikler yardımıyla rahatlıkla görülebilir. Bilindiği üzere ileri sonlu fark yöntemiyle türev alma yöntemi Denklem (3.1)'de belirtildiği gibi olmaktadır. Denklem (2.41) üzerinden örnekleme periyodu, Δt , çekilerek buradaki yerine konulduğunda şu şekilde olmaktadır.

$$f'(t) = \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t} = \frac{N(f(t_0 + \Delta t) - f(t_0))}{T}$$
(3.5)

Denklem (3.5)'den görüleceği üzere, *N* örnekleme sayısının artması, gürültüyüde bu sayının katı olacak şekilde arttıracaktır. Yani daha hassas sonuçlar elde edebilmek için örnekleme periyodunun azaltılması, fonksiyonun türevi üzerindeki gürültüyü ciddi ölçüde etkileyerek sinyalin düzgün anlaşılamamasına neden olacaktır.



Şekil 3.4 : Standart sapması η =0.01 Gaussian gürültü içeren f(t) fonksiyonunun türevinin zamana bağlı olarak değişiminin grafikleri: (a) N=100, Δt =0.1s. (b) N=500, Δt =0.02s. (c) N=1000, Δt =0.01s. (d) N=5000, Δt =0.002s.

İlk durumda temiz ve gürültü içermeyen yukarıdaki f(t) fonksiyonuna, standart sapması η =0.01 olan Gaussian gürültü eklenmesi durumunda fonksiyonda doğal olarak dalgalanmalar oluşmuştur. Şekil 3.4'de gürültü içeren fonksiyonun türevi üzerindeki dalgalanmalar görülmektedir. Şekil 3.4(a)'da örnek sayısı N=100 ve örnekleme periyodu Δt =0.1s, Şekil 3.4(b)'de *N*=500 ve örnekleme periyodu Δt =0.02s, Şekil 3.4(c)'de *N*=1000 ve örnekleme periyodu Δt =0.01s, Şekil 3.4(d)'de ise *N*=5000 ve örnekleme periyodu Δt =0.002s olacak şekilde seçilmiştir. Görüleceği üzere sinyal, gürültüden ciddi ölçüde etkilenmekte ve örnek sayısının arttırılması ile birlikte gerçek sinyal ortadan kaybolup doğru bir şekilde anlaşılamamaktadır.

Buradan çıkan sonuç, örnekleme periyodunu azaltarak daha fazla veri toplamak fonksiyonun türevinde oluşan gürültüyü, fonksiyonun veri sayısı *N* ile orantılı olarak arttırmaktadır. Daha sık veri toplayarak akım, gerilim ve açısal hız gibi ölçümlerin daha detaylı fonksiyonu elde edilmeye çalışılırken, bu fonksiyonların türevlerinde oluşan gürültü fonksiyonu da büyük ölçüde artarak hesaplanan türev değerlerinin çok hatalı olmasına neden olacaktır. Dolayısıyla ölçümlerde gürültü olması durumunda, fonksiyonun türevindeki gürültü miktarı katbekat artacağından fonksiyon üzerindeki aşırı miktardaki gürültü filtre edilerek saf fonksiyona olabildiğince yaklaşılmaya çalışılmalıdır.

3.2 Spektral Analiz

Zamanla değişen işaretler enerjilerini belirli frekanslarda taşırlar. Spektral analiz, bu işaretleri oluşturan tüm sinüs-kosinüs bileşenlerinin frekanslarını ve genliklerini tespit etme işlemidir ve Fourier serileri veya Fourier dönüşümleri kullanılarak ele alınan işaretin frekans davranışı irdelenir. Fourier dönüşümü matematiksel olarak Denklem (3.6) ve (3.7)'deki gibi tanımlanır.

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$
(3.6)

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$
(3.7)

Burada f(t) zamana bağlı fonksiyonu, $F(\omega)$ ise zaman domeninde tanımlanan f(t) fonksiyonunun frekans domenine dönüştürülmüş karşılığını göstermektedir. Harmoniğe ait açısal frekans ω ile gösterilir.

Fourier dönüşüm operatörü, \mathcal{F} ve ters dönüşüm operatörü, \mathcal{F}^1 olarak tanımlanırsa, f(t) ve $F(\omega)$ arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\mathcal{F}\left\{f(t)\right\} = F(\omega) \tag{3.8}$$

$$\mathcal{F}^1\big\{F(\omega)\big\} = f(t) \tag{3.9}$$

f(t) fonksiyonun birinci dereceden türevi, f'(t), Fourier dönüşümü uygulayarak frekans domeninde yazıldığında Denklem (3.10b) elde edilir.

$$\mathcal{F}\left\{f'(t)\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f'(t) e^{-j\omega t} dt$$
(3.10a)

$$\mathcal{F}\left\{f'(t)\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f(t) e^{-j\omega t} \Big|_{-\infty}^{\infty} + \frac{j\omega}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$
(3.10b)

Denklem (3.6) yardımıyla gerekli terimler yukarıda yerine yerleştirildiğinde fonksiyonun frekans domenindeki türevi şu şekilde bulunur.

$$\mathcal{F}\{f'(t)\} = j\omega \ \mathcal{F}\{f(t)\}$$
(3.11a)

$$F'(\omega) = j\omega F(\omega) \tag{3.11b}$$

Açıkça görülmektedir ki, frekans domeninde türev alma işlemi lineer bir operatördür ve fonksiyonun her bir harmonik teriminin o terime ait harmonik frekansı ile çarpımı ile elde edilir. Bu durumda, $F(\omega_n)$ fonksiyonun n-inici harmoniği ve ω_n n-inci harmoniğe ait açısal frekansı temsil etsin, bu durumda frekans domeninde fonksiyonun birinci türevi Denklem (3.12)'deki gibi gösterilir.

$$F'(\omega_n) = j\omega_n F(\omega_n)$$
(3.12)

Aynı şekilde ikinci türev hesap edilecek olursa, $j^2 = -1$ olduğundan, Denklem (3.13b) elde edilecektir.

$$\mathcal{F}\left\{f''(t)\right\} = j\omega \mathcal{F}\left\{f'(t)\right\} = (j\omega)^2 \mathcal{F}\left\{f(t)\right\}$$
(3.13a)

$$F''(\omega_n) = -\omega_n^2 F(\omega_n)$$
(3.13b)

Fourier dönüşümü sonsuz uzunlukta bir dizi için tanımlıdır ve daha önemlisi, sürekli bir değişken olan ω açısal frekansının bir fonksiyonudur. MatLab programı kullanılırak çözümleme yapıldığında, diziler sınırlandırılmalı ve sınırlı sayıda nokta için değerlendirme yapılmalıdır. Ayrık Fourier Dönüşümü (DFT) bu problemleri gidermektedir.

DFT, ayrık zamanlı sinyal işleme, algoritma ve sistemlerinin analizi, tasarımı, gerçekleştirilmesi ile doğrusal filtreleme, korelasyon analizi ve spektrum analizi gibi sinyal işleme uygulamalarında önemli bir rol oynar.

DFT, Fourier dönüşümünün eşit aralıklı frekanslardaki örneklerine özdeştir. Sonuç olarak N noktalı bir DFT 'nin hesaplanması Fourier dönüşümünün N örneğinin, eşit aralıklı frekanslarla ($\omega_n = 2\pi n/N$), birim çember üzerinde N nokta ile hesaplanmasına karşılık gelir. Burada temel amaç N noktalı DFT 'nin hesaplanması için verimli algoritmaların kullanılmasıdır. Bu algoritmalar ortak olarak Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) algoritmaları adını alır. Bu algoritmalar hesaplama açısından, N^2 işlem yerine $N\log_2N$ ile orantılı sayıda işlem yaparak, çözümleme zamanını azaltacağından, işlem fazlalığından kaynaklanan hesaplama güçlüğünü giderir. Örneğin 8192 nokta için FFT algoritması kullanılması durumunda 5 saniyelik bir hesaplama süresine ihtiyaç duyuluyorken, aynı dizi DFT algoritması kullanılarak doğrudan hesaplanması durumunda ise 630 kat daha uzun sürecek ve bu da yaklaşık 50 dakika gibi bir süre olacaktır (Gonzalez ve Woods, 1993).



Şekil 3.5 : Ayrıklaştırılmış veri üzerinde çift ve tek simetrinin gösterilmesi.

MatLab programında Ayrık Fourier Dönüşümleri *fft* fonksiyonu, Ters Ayrık Fourier Dönüşümleri (IDFT) ise *ifft* fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. FFT fonksiyonu N elemanlı gerçel değerli bir vektöre uygulandığında, birbirinin tümleyeni olan N adet karmaşık sayı üretir. Bu sayıların genliği *N*/2 noktasına göre simetrik değerlere sahiptir. Şekil 3.5'de görüldüğü gibi, simetriklik eğer fonksiyonun *y eksenine* göre ise çift simetri, *orijine* göre ise tek simetri olarak adlandırılır.

Buraya kadar yapılan incelemelerden açıkça görülecektir ki, f(t) fonksiyonu gürültü terimi de içerdiğinden, spektral türev alma işlemi sırasında bu gürültü daha önceki kısımda açıklanan sonlu farklar yönteminde olduğu gibi kuvvetlenecektir. Bu istenmeyen etki, Tikhonov düzgünleştirmesi veya filtrelemesi olarak kullanılan bir yöntem ile kontrollü olarak ortadan kaldırılacaktır.

3.3 Tikhonov Filtreleme Esasları

Ters çözümleme ile sistemin bilinmeyen parametrelerin kestirimi işlemi sırasında, genellikle, ölçümlerdeki küçük değişimler, tahmini yapılacak değerlerde büyük değişimlere neden olarak sistemi kötü koşullu duruma sokmaktadır. Bu da, daha önce bahsedildiği gibi sistemi gürültüye fazla duyarlı hale getirmektedir. Eğer bu etki görmezden gelinirse, kestirimi yapılan parametrelerde kabul edilemeyecek kadar büyük hatalara neden olmaktadır. Bu şekilde oluşan kötü koşulların üstesinden gelebilmek için Tikhonov regülarizasyonu kullanılabilir. Tikhonov, kötü koşullu bir problemin, iyi tanımlı birkaç problemin birleştirilmesinden oluştuğu esasına dayanan, düzgünleştirme kuramını tanıtmıştır. Tikhonov regülarizasyonu Denklem (3.14)'deki gibi yazılır ve bu eşitliği minimum yapacak β belirlenmeye çalışılmaktadır (Johnston ve Gulrajani, 1997).

$$\beta_{\lambda} = \arg\min_{\beta} \left\{ \left\| H\beta - z \right\|_{2}^{2} + \lambda \left\| \beta \right\|_{2}^{2} \right\}$$
(3.14)

Denklem (3.14)'de, $\|\cdot\|$ sembolü Öklid (*Ing.*, Euclidean) normunu ve λ düzgünleştirme parametresini göstermektedir. λ parametresinin uygun olarak seçilmesi, çözümün doğru olarak gerçeklenebilmesi için gereklidir. Eğer bu parametre büyük olursa, çözüm değerini gerektiğinden fazla düzelteceğinden gerçek değerlerin kaybolmasına neden olacaktır. Aynı şekilde küçük olması durumunda ise bu seferde kötü koşulun etkisinin üstesinden gelemeyecek ve çözüme gerekli yakınsamayı sağlayamayacaktır. Görüldüğü gibi Tikhonov regülarizasyonu, düzgünleştirme parametresinin belirlenmesiyle birlikte bir filtre olarak kullanılmaktadır.

Denklem (3.14)'ün çözülebilmesi için normlar hakkında kısaca bilgi verilecek olursa; normlar, bir sinyalin oluşturduğu matris veya vektörün, büyüklüğü ve kuvveti hakkında bilgileri elde edebildiğimiz kuralları oluşturmaktadır. Analiz açısından bir x vektörü ele alınacak olursa, x 'in normu Denklem (3.15)'da tanımlanmaktadır.

$$\|x\|_{p} = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_{i}|^{p}\right)^{\frac{1}{p}}; p \ge 1$$
 (3.15)

Denklem (3.15)'de p=1 olması durumunda Denklem (3.16a) l_1 -normu, p=2 olması durumunda Denklem (3.16b) Öklid normu veya l_2 -normu olarak adlandırılmakta ve minimizasyon problemlerinde büyük ölçüde kullanılmaktadır. $p=\infty$ olması durumunda ise Denklem (3.16c) Chebyshev normu veya l_{∞} normu olarak adlandırılır. Bu üç norm genellikle en çok kullanılanlardır (Kreyszig, 2006).

$$\|x\|_{1} = \sum_{n=1}^{N} |x_{n}| = |x_{1}| + |x_{2}| + \dots + |x_{N}|$$
(3.16a)

$$\|x\|_{2} = \sum_{n=1}^{N} \sqrt{x_{n}^{2}} = \sqrt{x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{N}^{2}}$$
(3.16b)

$$\|x\|_{\infty} = \max_{j} |x_{j}|$$
(3.16c)

Bu bilgiler ışığında Denklem (3.14)'de bilinmeyen β parametresi, önceden uygulanan Denklem (2.39)'daki gibi minimize edildiği takdirde Denklem (3.17b) elde edilir ve β_{λ} bilinmeyen parametrelerinin, λ düzeltme parametresine bağlı olarak filtre edilmiş yaklaşık değerleri elde edilebilmektedir. Denklem (3.17b)'de, *I*, birim matris olarak adlandırılmaktadır.

$$\beta_{\lambda} = \min_{\beta} \left((H\beta - z)^{T} (H\beta - z) + \lambda \beta^{T} \beta \right)$$
(3.17a)

$$\beta_{\lambda} = (H^{T}H + \lambda I)^{-1}H^{T}z$$
(3.17b)

Tikhonov filtreleme yöntemi, spektral analiz sonucu elde edilen gürültü içeren türev değerleri için geliştirilebilir. Spektral analiz sonucu Denklem (3.12)'de elde edilen eşitlik sayesinde bilindiği gibi sadece türev alma işlemi gerçekleştirilebilmektedir. Bahsedildiği gibi, gürültünün etkileri ortadan kaldırılamamaktadır. Bu noktada eşitliğin, Tikhonov filtresiyle birleştirilerek çözümleme yapılması sonucu yeni bir operatör tanımlanması mümkündür. Denklem (3.12) gerekli şekilde düzenlendiğinde şu şekilde yazılabilir.

$$F(\omega_n) = \frac{1}{j\omega_n} F'(\omega_n)$$
(3.18)

Burada, H_n integral operatörü olarak ve $F'(\omega_n)=D(\omega_n)$ olarak yazılacak olursa,

$$F(\omega_n) = H_n D(\omega_n) \tag{3.19}$$

elde edilir. Denklem (3.19) kullanılarak Tikhonov regülarizasyonu yazılarak, $D(\omega_n)$ 'ye göre çözülecek olursa aşağıdaki eşitliklere ulaşılır.

$$G(\lambda, \omega_n) = \arg\min_{G(\omega_n)} \left\{ \left\| H_n D(\omega_n) - F(\omega_n) \right\|_2^2 + \lambda \left\| D(\omega_n) \right\|_2^2 \right\}$$
(3.20)

$$G(\lambda, \omega_n) = (H_n^* H_n + \lambda)^{-1} H_n^* F(\omega_n)$$
(3.21)

 H_n integral operatörü ve H_n^* komplex eşleniği olduğundan, gerekli değerleri Denklem (3.21)'de yerine yazılarak çözülecek olursa şu şekilde bulunmuş olur.

$$G(\lambda, \omega_n) = \frac{H_n^*}{H_n^* H_n + \lambda} F(\omega_n) = \frac{\left(-\frac{1}{j\omega_n}\right)}{\left(-\frac{1}{j\omega_n}\right)\left(\frac{1}{j\omega_n}\right) + \lambda} F(\omega_n)$$
(3.22a)

$$G(\lambda, \omega_n) = \frac{j\omega_n}{1 + \lambda \omega_n^2} F(\omega_n)$$
(3.22b)

Buradan görüleceği gibi, Tikhonov regülarizasyonu kullanılarak, türev üzerindeki istenmeyen gürültüleri, λ düzgünleştirme parametresine bağlı olarak filtre edebileceğimiz bir operatör karşımıza çıkmaktadır. Bu operatöre Tikhonov Düzgünleştirmeli Türev Operatörü (TDTO) adı verilebilir ve Denklem (3.23)'deki gibi $T(\lambda, \omega_n)$ olarak gösterilebilir. $T(\lambda, \omega_n)$ matrisi (N×N) boyutunda diyagonal bir matris olup, diyagonal terimleri Denklem (3.24)'deki gibi gösterilebilir.

$$G(\lambda, \omega_n) = T(\lambda, \omega_n) F(\omega_n)$$
(3.23)

$$T(\lambda, \omega_n) = \frac{j\omega_n}{1 + \lambda \omega_n^2}$$
(3.24)

Düzgünleştirme parametresi λ , filtreleme operatörü olarak tanımlanan $T(\lambda, \omega_n)$ matrisinin kesme frekansını belirlemektedir. Bu değerin gereğinden büyük olması gerçek değerlerinde kesilmesine, gereğinden küçük olması ise etkisiz kalarak gerekli filtrelemeyi yapamamasına neden olmaktadır. Dolayısıyla düzgünleştirme parametresinin uygun olarak seçilmesi tamamen gürültü gücünün bilinmesine bağlıdır. Eğer gürültünün gücü veri üzerinden kestirilebilirse, gürültünün türev üzerindeki istenmeyen etkisini tamamen ortadan kaldırmak mümkün olmaktadır. Optimum düzgünleştirme parametresinin, λ^* , belirlenmesi bu noktada önem kazanmaktadır. Optimum düzgünleştirme parametresinin belirlenmesi için çeşitli yöntemler mevcuttur. L-Eğrisi ve CRESO (*Ing.*, Composite Residual and Smoothing Operator) kriteri gibi yöntemler bu parametrenin belirlenmesi için kullanılabilir. Ayrıca bazı çalışmalarda deneme-yanılma yöntemi kullanılarak optimum düzgünleştirme parametresi belirlenmeye çalışılmıştır (Güray, 2007).

3.4 Optimum Düzgünleştirme Parametresinin Belirlenmesi

Bahsedildiği gibi optimum düzgünleştirme parametresinin belirlenmesi, sistem parametrelerinin üzerindeki gürültü etkilerinin giderilerek, gerçek değerlere yakınsanabilmesi açısından oldukça önem taşımaktadır. Bu sayede bilinmeyen model parametreleri daha doğru sonuçlar verecek şekilde elde edilebilecektir.

Optimum düzgünleştirme parametresi değerinin elde edilmesi için çeşitli yöntemler mevcut olup, bunlardan en çok kullanılan ve bilinenleri L-Eğrisi yöntemi ve CRESO fonksiyonu yaklaşımıdır.

3.4.1 L-Eğrisi yöntemi

L-Eğrisi yönteminde, düzgünleştirme parametresinin geçerli bütün değerleri için, residual amaç fonksiyonu $||H\beta - z||_2$ 'ya karşı regülarizasyon amaç fonksiyonu $||\beta||_2$ 'nin grafiği çizilir. Şekil 3.6'dan görüldüğü gibi grafik L eğrisi şeklinde olmaktadır ve yöntem ismini grafiğin bu şeklinden almıştır. Grafiğin köşe noktası optimum noktayı oluşturmaktadır. Bu noktanın sağına doğru gidildikçe filtrelemenin etkisi gerektiğinden fazla artacak (*Ing.*, Over-Smoothing), soluna doğru gidildikçe ise yetersiz (*Ing.*, Under-Smoothing) kalacaktır. Dolayısıyla köşe nokta bir balans değeri oluşturmaktadır. Grafik üzerinden görüleceği üzere, eğrinin sağı ve solu normların birbirlerine göre baskın duruma geçmesine neden olacaktır.



Şekil 3.6 : L-Eğrisi Yöntemi kullanılarak log-log grafiği üzerinde optimum düzgünleştirme parametresinin belirlenmesi (Cheng, 2001).

3.4.2 CRESO fonksiyonu yaklaşımı

CRESO fonksiyonu, ingilizce literatürde "Composite Residual and Smoothing Operator" olarak bilinmektedir ve şu şekilde ifade edilmektedir

$$C(\lambda) = \left\| G(\lambda, \omega_n) \right\|_2^2 + 2\lambda \frac{d}{d\lambda} \left(\left\| G(\lambda, \omega_n) \right\|_2^2 \right).$$
(3.25)

CRESO fonksiyonu kriteri, optimum düzgünleştirme parametresinin belirlenmesinde kullanılan ampirik bir yöntemdir. 1985 yılında, Colli Franzone tarafından ileri sürülmüş ve bu tarihten itibaren ters çözümleme problemlerinde kullanılmıştır (Franzone ve diğ., 1985), (Vazouras, 2004). Bu yöntem sayesinde gürültünün seviyesinin önceden bilinmesine gerek kalmadan, Tikhonov filtresi için kesme frekansını belirleyen optimum düzgünleştirme parametresi elde edilir (Throne ve diğ., 2002). Bu çalışmada CRESO fonksiyonu yardımıyla optimum düzgünleştirme parametresi belirlenmeye çalışılacaktır.

CRESO kriterine göre Denklem (3.25)'deki fonksiyonun ilk bağıl maksimumunu veren en küçük λ değeri, optimum düzgünleştirme parametresi, λ^* , olarak belirlenir (Skipa ve diğ., 2001). CRESO kriterinin bu çalışmadaki belirtildiği şekilde Denklem (3.23)'e doğrudan uygulanması sonucunda gürültünün optimum seviyede filtre edilmesi sağlanamamıştır, fakat aşağıda ayrıntılı olarak verilen yöntem geliştirilerek, Denklem (3.24)'de tanımlanan türev operatörü için optimum düzgünleştirme parametresinin hesaplanabilmesini sağlamıştır.

Denklem (3.25)'deki $\|G(\lambda, \omega_n)\|_2^2$ değerini ve bunun türevini belirlemek için Denklem (3.22b) kullanılırak çözümleme yapıldığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\left\|G(\lambda,\omega_n)\right\|_2^2 = \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{\left(1+\lambda\omega_n^2\right)^2} \left|F(\omega_n)\right|^2$$
(3.26)

$$\frac{d}{d\lambda} \left(\left\| G(\lambda, \omega_n) \right\|_2^2 \right) = \sum_{n=1}^N \left| -\frac{2\omega_n^4}{\left(1 + \lambda \omega_n^2\right)^3} \right| F(\omega_n) \right|^2$$
(3.27)

Elde edilen bu eşitlikler, Denklem (3.25)'de yerine yerleştirilirse,

$$C(\lambda) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\omega_n^2}{\left(1 + \lambda \omega_n^2\right)^2} \left| F(\omega_n) \right|^2 - 4\lambda \frac{\omega_n^4}{\left(1 + \lambda \omega_n^2\right)^3} \left| F(\omega_n) \right|^2$$
(3.28a)

$$C(\lambda) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\omega_n^2 - 3\lambda \omega_n^4}{\left(1 + \lambda \omega_n^2\right)^3} \left| F(\omega_n) \right|^2$$
(3.28b)

Denklem (3.28b) ile CRESO fonksiyonu elde edilmektedir. Bulunan bu eşitlik kullanılarak, CRESO fonksiyonunun düzgünleştirme parametresine göre türevi incelendiğinde şu şekilde bulunur.

$$\frac{dC(\lambda)}{d\lambda} = \sum_{n=1}^{N} \frac{-3\omega_n^4 \left(1 + \lambda \omega_n^2\right)^3 - 3\left(\omega_n^2 - 3\lambda \omega_n^4\right) \left(1 + \lambda \omega_n^2\right)^2 \omega_n^2}{\left(1 + \lambda \omega_n^2\right)^6} \left|F(\omega_n)\right|^2$$
(3.29a)

$$\frac{dC(\lambda)}{d\lambda} = \sum_{n=1}^{N} \frac{6\omega_n^4 \left(\lambda \omega_n^2 - 1\right)}{\left(1 + \lambda \omega_n^2\right)^4} \left|F(\omega_n)\right|^2$$
(3.29b)

Görüldüğü gibi, Denklem (3.29b), CRESO fonksiyonunun, düzgünleştirme parametresine göre türevini veren ifadeyi oluşturmaktadır.

Denklem (3.30)'da tanımlanan bir f(t) fonksiyonu ele alınarak, bu fonksiyonun türevinin zamana bağlı olarak değişimi incelendiğinde Şekil 3.7 elde edilmektedir.

(3.30)

 $f(t) = \sin(2\pi 50t), \ 0 \le t < 0.1$



Şekil 3.7 : f(t) fonksiyonunun türevinin zamana bağlı olarak değişiminin grafikleri: (a) $\eta = 0.0$, N = 1000, $\Delta t = 0.0001$ s. (b) $\eta = 0.1$, N = 1000, $\Delta t = 0.0001$ s.

Üzerinde gürültü olmayan, η =0.0 olan, f(t) fonksiyonun, N=1000 örnekleme sayısı ve Δt =0.0001s örnekleme periyodu için türevinin zamana bağlı olarak değişiminin grafiği Şekil 3.7(a)'da görülmektedir. Aynı fonksiyonun üzerine, standart sapması η =0.1 olan Gaussian gürültü eklenmesi durumundaki filtre edilmemiş grafiği ise Şekil 3.7(b)'deki gibi olmaktadır. Görüldüğü gibi gürültünün etkisi, sinyalin tamamen ortadan kaybolmasına neden olmaktadır.

Denklem (3.30)'da tanımlanan ve standart sapması η =0.1 Gaussian gürültü eklenmiş olan *f*(*t*) fonksiyonu için, Denklem (3.29b)'de elde edilen CRESO fonksiyonunun türevinin değişimi incelendiğinde, elde edilen grafik Şekil 3.8'deki gibi olmaktadır. Bu şekilden görüleceği üzere, CRESO fonksiyonunun türevi, düzgünleştirme parametresine bağlı olarak çizdirilmiştir. Bu noktada amaç grafikten yararlanarak optimum düzgünleştirme parametresinin tayin edilebilmesidir. Şekil 3.8 incelendiğinde görüleceği gibi, eğri bir noktada minimum değere ulaşmakta ve bu noktadan sonra kırılmaktadır. Bu minimum noktayı, optimum düzgünleştirme parametre değeri olarak inceleyecek olursak, $\lambda^*=4\times10^{-7}$ olacak şekilde bu grafik üzerinden görülmektedir.



Şekil 3.8 : CRESO fonksiyonunun türevinin, düzgünleştirme parametresine göre değişiminin grafiği, (η =0.1, N=1000, Δt =0.0001s).

Bulunan bu optimum düzgünleştirme parametresi, $\lambda^* = 4 \times 10^{-7}$, Denklem (3.23)'de tanımlanan, $T(\lambda, \omega_n)$, TDTO için bulunan eşitlikteki yerine yerleştirildiğinde, standart sapması $\eta = 0.1$ Gaussian gürültü eklenmiş olan f(t) fonksiyonunun filtre edilmiş türevi Şekil 3.9'daki gibi olmaktadır.



Şekil 3.9 : f(t) fonksiyonunun türevinin, $\lambda^* = 4 \times 10^{-7}$ olacak şekilde filtre edilmiş değerinin zamana bağlı olarak değişiminin grafiği.

Görüldüğü gibi CRESO fonksiyonunun türevini minimum yapan değer, optimum düzgünleştirme parametresi olarak seçilmesi durumunda, fonksiyonun türevini

oldukça iyi sonuç verecek şekilde filtre ederek Şekil 3.7(a)'daki duruma yakın bir sonuç verdiği görülmektedir.

Düzgünleştirme parametresinin, optimum değer olarak değilde, buna yakın değerler olarak seçildiği düşünülürse ve yine aynı şekilde standart sapması η =0.1 Gaussian gürültü eklenmiş olan *f*(*t*) fonksiyonun türevi üzerinden incelemeye devam edilirse Şekil 3.10'daki grafikler elde edilecektir.



Şekil 3.10 : f(t) fonksiyonunun türevinin, (a) $\lambda = 4 \times 10^{-6}$, (b) $\lambda = 4 \times 10^{-8}$ için filtre edilmiş değerlerinin zamana bağlı olarak değişiminin grafikleri.

Şekil 3.10(a)'da görüleceği üzere düzgünleştirme parametresi, $\lambda = 4 \times 10^{-6}$ seçilerek fonksiyonun türevi filtre edilmiştir. Bakıldığında, gürültünün etkileri tamamen ortadan kaldırılmış gibi görünmesine karşılık, Şekil 3.7(a)'da gürültüsüz fonksiyonun gerçek türeviyle karşılaştırıldığında, parametre değerinin gereğinden büyük olarak seçilmesi sonucu, gerçek fonksiyon değerlerinde kayıplar oluştuğu ve gereğinden fazla filtreleme işlemi yapıldığı görülmektedir. Şekil 3.10(b)'de ise düzgünleştirme parametresi $\lambda = 4 \times 10^{-8}$ seçilerek fonksiyonun türevi filtre edilmiştir. Düzgünleştirme parametresinin değerinin bu şekilde seçilmesi durumunda ise gereğinden küçük olduğu ve gerekli filtrelemeyi sağlayamadığı görülmektedir. Sonuç olarak, optimum düzgünleştirme parametresinin belirlenmesinin önemi bu grafikler yardımıyla görülmektedir.

Denklem (3.30)'da tanımlanan f(t) fonksiyonu ele alınarak, standart sapması η =0.5 olan Gaussian gürültü eklenmesi durumunda optimum düzgünleştirme parametresi yukarıda bahsedildiği gibi incelenecek olursa, CRESO fonksiyonunu türevinin zamana bağlı olarak değişimi Şekil 3.11'deki gibi olacaktır.



Şekil 3.11 : CRESO fonksiyonunun türevinin, düzgünleştirme parametresine göre değişiminin grafiği, (η =0.5, N=1000, Δt =0.0001s).

Şekil 3.11'den eğriyi minimum yapan değer olarak belirlenen optimum düzgünleştirme parametresi, $\lambda^* = 1.4 \times 10^{-6}$, Denklem (3.23)'de tanımlanan, $T(\lambda, \omega_n)$, TDTO eşitliğindeki yerine yerleştirildiğinde, standart sapması $\eta = 0.5$ Gaussian gürültü eklenmiş olan f(t) fonksiyonunun filtre edilmemiş ve belirlenen optimum parametre değeri kullanılarak filtre edilmiş türevinin zamana bağlı değişim grafikleri sırasıyla Şekil 3.12(a) ve Şekil 3.12(b)'deki gibi olmaktadır.



Şekil 3.12 : Standart sapması $\eta = 0.5$ Gaussian gürültü içeren f(t) fonksiyonunun, (a) $\lambda = 0$, (b) $\lambda^* = 1.4 \times 10^{-6}$, olacak şekilde filtre edilmiş türev değerinin grafikleri.

Yapılan incelemeler sonucu görüldüğü gibi, optimum düzgünleştirme parametresi, CRESO fonksiyonunun türevini minimum yapan değer olarak belirleneceğinden bu eşitlik Denklem (3.31)'de ifade edilerek, bu değeri minimize eden noktalar belirlenmeye çalışılır.

$$\lambda^* = \min_{\lambda} \left[\frac{dC(\lambda)}{d\lambda} \right]$$
(3.31)

Tikhonov operatörünü kullanarak türev hesabı yapılması durumunda, Denklem (3.31)'deki eşitliğin çözümünü sağlayan yani CRESO fonksiyonunun ikinci türevini sıfır yaparak, $C''(\lambda) = 0$, çözümünü sağlayan λ^* optimal düzgünleştirme parametresi olarak belirlenir. Bu parametrenin bulunması için Denklem (3.32)'de görüldüğü gibi bir λ_0 değeri ile başlayarak iteratif olarak Newton-Raphson yöntemi uygulanır. Bulunan bu parametre, TDTO'da yerine koyularak gürültünün türev üzerindeki etkileri filtre edilip türev alma işlemi başarıyla gerçekleştirilebilir.

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \frac{C''(\lambda_k)}{C'''(\lambda_k)}$$
(3.32)

Denklem (3.29b)'den yararlanılarak ikinci ve üçüncü türevler elde edilir ve Denklem (3.32)'deki yerine yerleştirilerek çözümlemeye gidilir.

$$C''(\lambda) = \sum_{n=1}^{N} \frac{6\omega_n^6 \left(5 - 3\lambda\omega_n^2\right)}{\left(1 + \lambda\omega_n^2\right)^5} \left|F(\omega_n)\right|^2$$
(3.33)

$$C'''(\lambda) = \sum_{n=1}^{N} \frac{12\omega_n^8 (6\lambda\omega_n^2 - 14)}{(1 + \lambda\omega_n^2)^6} |F(\omega_n)|^2$$
(3.34)

Elde edilen bu eşitlikler kullanılarak geliştirilen ve EK-A.1'de bulunan denoise.m MatLab programı sayesinde optimum düzgünleştirme parametresi yukarıda anlatıldığı gibi belirlenerek, bahsedildiği gibi gürültünün etkileri yok edilmeye çalışılır.

4. SAYISAL SONUÇLAR

Yapılan çalışmalar, DA motorunun yapısının incelenmesi sonucunda oluşturulan matematiksel modeldeki bilinmeyen parametrelerin kestirilmesi ve bu kestirim yapılırken karşılaşılan güçlüklerin üstesinden gelinebilmesi için çeşitli yöntemler belirlenerek bunların incelenmesi esasına dayanır. Bu bölümde, yapılan çalışmalar sonucunda geliştirilen algoritmaların geçerliliği ve uyguladığımız motor-yük sistemi üzerinde verdiği sonuçlar incelenecektir.

4.1 Gürültü Etkisinin Temizlenmesi

Ölçümler sonucu ele alınan değerler üzerindeki gürültünün yol açaçağı etkilerden ve bu etkilerin üstesinden gelebilmek için uygulanması gereken bazı yöntemlerden bahsedilmiştir. Gürültünün olumsuz etkilerini en aza indirebilmek için fonksiyonun optimum düzgünleştirme parametresi belirlenerek Tikhonov operatörü geliştirilmiş ve bu sayede, EK-A.1'de bulunan MatLab programında geliştirilmiş olan denoise.m algoritması kullanılarak parazit etkiler filtre edilmeye çalışılmıştır.

Daha önce, Denklem 3.4 ile ele alınan fonksiyon üzerinde örnekleme sayısı arttırılarak daha doğru sonuçlar elde edilmeye çalışılırken, bu arttırmanın fonksiyonun türevi üzerinde tam tersi bir etki oluşturduğundan bahsedilmişti. Aynı fonksiyon üzerinde gürültünün oluşturduğu bu parazitlenme, denoise.m programı kullanılarak giderilmeye çalışıldığında sonuçlar aşağıdaki gibi olacaktır.

Şekil 4.1, 4.2 ve 4.3'de, standart sapması 0.01 olacak şekilde Gaussian gürültü içeren fonksiyonun türevi, 10 saniyelik zaman aralığı içinde ve *N* örnekleme sayısının arttırılmasına bağlı olarak incelendiğinde, parazitlenmenin etkisinin ciddi şekilde arttığı görülmektedir. Diğer bir taraftan filtre edilen grafikler incelendiğinde ise, örneklenme sayısının artışının olumlu sonuçlar doğurduğu ve sonucu iyileştirdiği belirlenmektedir.



Şekil 4.1 : Standart sapması η =0.01 Gaussian gürültü içeren f(t) fonksiyonun N=1000 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş türevi.



Şekil 4.2 : Standart sapması η =0.01 Gaussian gürültü içeren f(t) fonksiyonun N=2500 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş türevi.



Şekil 4.3 : Standart sapması η =0.01 Gaussian gürültü içeren f(t) fonksiyonun N=5000 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş türevi.

Sonuçları daha iyi değerlendirebilmek için, gürültü içermeyen ideal durumdaki değerlere yakınsama durumları incelenmelidir. Bu nedenle sonuçların, Denklem

(4.1)'de tanımlandığı gibi Bağıl Hataları (BH) belirlenerek Çizelge 4.1'deki gibi karşılaştırılabilir.

$$BH = \frac{\left\|x - x_{ideal}\right\|_{2}}{\left\|x\right\|_{2}} = \sum_{n=1}^{N} \sqrt{\frac{\left(x_{n} - x_{n_{ideal}}\right)^{2}}{\left(x_{n}\right)^{2}}}$$
(4.1)

$\eta^{=}$	=0.01	Filtre Uygulanmamış		Filtre Uygulanmış	
N	Δt	$\lambda imes 10^{-5}$	BH	$\lambda imes 10^{-5}$	BH
1000	0.01 s	0	0.2476	9.6	0.0425
2500	0.004 s	0	0.5260	7.8	0.0235
5000	0.002 s	0	0.7737	6.5	0.0176

Çizelge 4.1 : η =0.01 Gaussian gürültü içeren f(t) fonksiyonun türevinde oluşan bağıl hataların karşılaştırılması.

Çizelge 4.1'de, daha doğru sonuçlar elde edilebilmek için örnekleme sayısının arttırılarak daha küçük örnekleme periyotlarında çalışılması durumundaki oluşacak bağıl hatalar görülmektedir. Görüleceği üzere, verilerin filtreden edilmemesi durumunda bağıl hata, örnekleme periyodunun küçülmesiyle birlikte büyümekte ve dolayısıyla sonuçlar bozulmaktadır. Buna karşılık filtre uygulanması durumunda ise, tam tersi bir sonuç doğurmakta ve beklendiği gibi daha küçük örnekleme periyodları bağıl hataların küçülmesini sağlayarak daha hassas sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır.

4.2 DA Motoru-Yük Sistemi Bilinmeyen Model Parametrelerinin Kestirimi

İncelenen DA motoru-yük sistemi için matematiksel model oluşturulmuş ve model parametreleri Bölüm 2'de tanıtılarak, bilinmeyen parametreler belirlenmiştir. Bu bölümde ise, bilinmeyen M=7 adet model parametresinin değerleri, simülasyon sonucu elde edilen veriler kullanılarak kestirilmeye çalışılmaktadır. Bunun için PSIM programında, Şekil 4.4'de görüldüğü gibi parametre değerleri bilinen bir DA motoruyük sistemi için oluşturulan veri toplama düzeneği kullanılarak, rotor açısal hızındaki değişimlere karşılık, endüvi gerilimi ve endüvi akımındaki değişimler kaydedilmiştir. Şekilden görüleceği üzere, referans olarak girilen rotor açısal hız profili, simülasyon yardımıyla PI kontrol kullanılarak elde edilmeye çalışılmıştır. Bu kontrolün sonucu olarak, motorun hızlanması, sabit hızda ilerlemesi ve sonrasında yavaşlaması durumunda, endüvi gerilimindeki değişimler gerilim sensörü, akımdaki değişimler akım sensörü ve hız profili de hız sensöründen alınan ölçümler sonucu kaydedilmiştir. Böylece, DA motoru-yük sistemin çalışmasıyla ilgili olarak, gerekli olan büyüklükler yapay olarak elde edilmiştir. Bu yapay büyüklükler kullanılarak, ters çözümleme yoluyla motor model parametreleri kestirilmeye çalışılacaktır.



Şekil 4.4 : Motor-Yük sisteminin parametrelerinin belirlenmesinde kullanılan veri toplama sisteminin ve deney düzeneğinin şeması.

Simülasyonda oluşturulan bu model için, bilinen model parametrelerinin değerleri Çizelge 4.2'de verilmiştir. Simülasyon T=0-6 saniye zaman aralığında, örnekleme sayısı N=6000 ve N=60000 olacak şekilde koşturularak motor-yük sistemi için toplanan veriler kaydedilmiştir. Bu veriler üzerine standart sapması η =0.01 ve η =0.1, olan farklı Gaussian gürültüler eklenerek ölçüm sonucu elde edilebilecek farklı durumlardaki gerçek değerler için, tasarlanan matematiksel modelin ve oluşturulan filtre algoritmasının geçerliliği test edilmektedir.

	Sembol	Birim
Endüvi Sargı Direnci	R_a	0.6 Ω
Endüvi Sargı Endüktansı	La	0.012 H
Motor-Yük Sistemi Eylemsizlik Momenti	J	1 kg.m ²
Viskoz Sürtünme Katsayısı	В	0.01 Nm.s/rad
Zıt EMK-Moment katsayısı	K	0.9 Nm/A
Makina-Yük Sistemi Toplam Sürtünme Momenti Katsayısı	μ_0	0.3 Nm
Makina-Yük Sistemi Karesel Yük Momenti Katsayısı	μ_I	0.0018 Nm.s ² /rad

Çizelge 4.2 : Motor-yük sistemi için simülasyonun bilinen model parametre değerleri.

Simülasyon sonucu kaydedilen veriler, EK-A.2'de bulunan mpe.m MatLab programında kullanılarak, motor-yük sistemi için bilinmeyen parametre değerleri kestirilmeye çalışılmıştır. Bu programda, yapay olarak üretilen büyüklüklerin üzerine bahsedildiği gibi gürültü faktörü eklenmiş ve sonrasında ters çözümleme yoluyla gürültünün olumsuz etkileri filtre edilerek model tekrar çözümlenip, Çizelge 4.2'de verilmiş olan motor-yük sisteminin gerçek değerleri kestirilmeye çalışılmıştır. Sonuç olarak, simülasyonda kullanılan model parametrelerinin gerçek değerleri ve ters çözümleme uygulanarak yapılan kestirim işlemi sonucu bulunan değerler karşılaştırılarak, gürültü içeren veriler üzerinde filtre uygulanması ve uygulanmaması durumlarındaki çözümleme sonuçları gösterilecektir.

İlk olarak, verilerin üzerine standart sapması η =0.01 olan Gaussian gürültü eklenmesi ve N=6000 örnekleme için incelenmesi durumunda, endüvi geriliminin, endüvi akımının ve rotor açısal hızının, zamana bağlı değişimlerinin, filtre edilmiş ve edilmemiş değerleri, sırasıyla Şekil 4.4, 4.5 ve 4.6'daki grafiklerde görüldüğü gibi olmaktadır. Veriler üzerinde uygulanan algoritmalar sonucu bulunan optimum düzgünleştirme parametreleri grafiklerin içerisinde, λ^* olarak verilmiştir. Veriler, bu optimum düzgünleştirme parametresi sayesinde filtre edilerek, gürültünün etkileri minimize edilmeye çalışılmıştır.



Şekil 4.5 : η =0.01 Gaussian gürültü içeren motor endüvi geriliminin, $v_a(t)$, örnekleme sayısı N=6000 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.



Şekil 4.6 : η =0.01 Gaussian gürültü içeren motor endüvi akımının, $i_a(t)$, örnekleme sayısı N=6000 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.



Şekil 4.7 : η =0.01 Gaussian gürültü içeren rotor açısal hızının, $\omega_m(t)$, örnekleme sayısı *N*=6000 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.
Aynı değerler üzerinden devam edecek olursak, rotor açısal hızının ve endüvi akımının zamana bağlı türevleri incelendiğinde, bunlar sırasıyla Şekil 4.7(a) ve 4.8(a)'daki gibi olmaktadır. Bu grafiklerden görüleceği gibi, gürültünün türev üzerindeki etkisi oldukça baskın olup, sinyali yok etmektedir. Optimum düzgünleştirme parametresi rotor hızı için $\lambda^* = 1.952 \times 10^{-6}$ ve endüvi akımı için $\lambda^* = 3.224 \times 10^{-8}$ bulunmustur. Bu değerler kullanılarak filtreleme işlemi gerçekleştirilmesi sonucu Şekil 4.7(b) ve 4.8(b) elde edilmektedir. Bu grafiklerden görüleceği gibi bulunan optimum düzgünleştirme parametresi gürültünün etkilerini minimize edecek şekilde bastırarak sinyalin gerçek değerine yaklaşılmasını sağlamıştır.



Şekil 4.8 : η =0.01 Gaussian gürültü içeren rotor açısal hızının türevinin, $d\omega_m(t)/dt$, örnekleme sayısı N=6000 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.



Şekil 4.9 : η =0.01 Gaussian gürültü içeren endüvi akımının türevinin, $di_a(t)/dt$, örnekleme sayısı N=6000 için, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.

Gürültünün sinyal üzerindeki tespit edilen olumsuz etkilerinin gösterildiği şekilde temizlenmesi ve gerçek değerlere yakınsaması sonucu, motor-yük sistemi için

bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi işlemine devam edildiğinde bulunacak sonuçlar Çizelge 4.3'de verildiği gibi olmaktadır.

$\eta = 0.01$ N=6000 $\Delta t = 0.001$ s	Gerçek Sonuçlar	Filtre Uygulanmış	Filtre Uygulanmamış
R _a	0.6	0.5996	0.5998
La	0.012	0.0123	0.0111
J	1	1.0078	0.0042
В	0.01	0.0096	0.0174
K	0.9	0.9081	0.906
μ_0	0.3	0.2971	0.1942
μ_{I}	0.0018	0.0018	0.0016

Çizelge 4.3 : N=6000 ve $\eta=0.01$ için, motor-yük sisteminin bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerler.

Çizelge 4.3'de, sistemin bilinmeyen model parametre değerleri, giriş-çıkış verilerine filtre uygulanması ve uygulanmaması durumları için elde edilerek verilmiştir. Bu değerler, gerçek değerler ile karşılaştırıldığında, yapılan incelemeler sonucu geliştirilen Tikhonov filtreleme yönteminin başarısı görülebilir. Filtreleme işlemi sonrası bulunan değerlerin, gerçek değerlere oldukça yakın sonuç verdiği görülmektedir. Buna karşılık filtreleme yapılmaması durumunda değerlerde ciddi bir bozulmalar olduğu görülmektedir.

Çalışmanın farklı koşullar altındaki başarısını test edebilmek için gürültünün şiddeti arttırılarak η =0.1 olması durumundaki veriler üzerinden çalışma yapıldığında, benzer şekilde grafikler elde edilerek Şekil B.1'de verilmiştir. η =0.01 ve η =0.1 olacak şekilde, iki gürültü durumunun söz konusu olmasının yanında, data sayısını arttırarak N=60000 örnekleme sayısı için benzer inceleme yapıldığında ise, η =0.01 olması durumunda Şekil B.2 ve η =0.1 olması durumunda ise Şekil B.3'de olacağı gibi değişimin grafikleri elde edilmiştir.

Tanımlandığı gibi bahsedilen farklı koşulların uygulanması sonucu, bilinmeyen model parametreleri Çizelge 4.4'de verildiği gibi bulunacaktır. Gerçek sonuçlarla, elde edilen sonuçlar arasındaki hata ise Çizelge 4.5'de gösterildiği gibi olacaktır.

		50000	$\eta = 0.1$	0.5980	1.58×10 ⁻⁵	4.9×10^{-7}	0.0496	0.8920	0.0131	0.0011
	yulanmamış	N=6	$\eta{=}0.01$	0.6010	0.0014	4.2×10 ⁻⁵	0.0186	0.8984	0.1984	0.0016
	Filtre Uyg	6000	$\eta{=}0.1$	0.5971	0.0014	3.98×10 ⁻⁵	0.0531	0.8930	0.1626	9.4×10^{-4}
		=N	$\eta^{=0.01}$	0.5998	0.0111	0.0042	0.0174	906.0	0.1942	0.0016
Ī		sutatuttş N=60000	$\eta{=}0.1$	0.5998	0.0125	1.0078	0.0068	0.9082	0.2215	0.0019
ĸ	gulanmış		$\eta {=} 0.01$	0.5999	0.0104	1.0040	0.0072	0.9064	0.3472	0.0018
•	Filtre Uy ₁	000	$\eta{=}0.1$	0.6016	0.0129	1.0136	0.0170	6606.0	0.198	0.0017
		N=6	$\eta = 0.01$	0.5996	0.0123	1.0078	0.0096	0.9081	0.2971	0.0018
		Gerçek Sonuçlar		0.6	0.012	1	0.01	0.9	0.3	0.0018
ľ				R_a	L_a	J	В	K	μ_0	μ_I

Çizelge 4.4 : Motor-yük sisteminin bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerlerin karşılaştırılması.

Г

Çizelge 4.5 : Motor-yük sisteminin bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi sonucu oluşan bağıl hataların gösterilmesi.

T									-
ılanmamış	N=60000	$\eta{=}0.1$	0.33	99.87	666.66	3.96×10 ²	0.88	95.63	38.89
		$\eta = 0.01$	0.167	88.33	566.66	66.28	0.18	33.87	11.12
Filtre Uyg	000	$\eta = 0.1$	0.49	88.33	966.66	4.3×10^{2}	0.78	45.8	47.78
	$ \to N $	η =0.01	0.034	7.50	99.58	73.9	0.67	35.27	11.12
	000	$\eta{=}0.1$	0.034	4.17	0.78	32.00	06.0	26.17	5.50
gulanmış	N=6($\eta{=}0.01$	0.016	13.33	0.40	28.00	0.71	15.7	00.0
Filtre Uy,	000	$\eta{=}0.1$	0.27	7.50	1.36	70.00	1.10	34.00	5.50
	N=66	$\eta{=}0.01$	0.067	2.44	0.78	4.00	06.0	0.97	00.0
%0	Bağıl	Пага	R_a	L_a	ſ	B	K	on	IΜ

5. SONUÇLAR VE YORUMLAR

Yapılan çalışmalar, elektromekanik sistem olan DA motorunun yapısının incelenmesi sonucunda, bu yapıya benzetilmeye çalışılarak gerçekçi bir model oluşturulmak üzere incelenen matematiksel modeldeki bilinmeyen parametrelerin kestirilmesi ve bu kestirim yapılırken karşılaşılan güçlüklerin üstesinden gelinebilmesi için çeşitli yöntemler belirlenerek bunların incelenmesi esasına dayanır. Bu bölümde, çalışmalar sonucu geliştirilen algoritmaların geçerliliği ve uyguladığımız motor-yük sistemi üzerinde verdiği sonuçlar irdelenecektir.

Sayısal sonuçlar incelendiğinde, sonuçlar üzerinde, gürültü şiddetinin ve örnekleme periyodunun, dolayısıyla örnekleme sayısının, belirlevici rol üstlendiği görülmektedir. Bu şekilde olmasındaki neden, oluşturulan matematiksel modelin türev değiskenleri içermesidir. Dolayısıyla, gürültülü ölçüm sonuçları, çözümlemede yerine koyulduğunda, özellikle türev değişkenleri üzerinde, gürültünün aşırı derecede siddetlendiği ve ters cözümleme sonucu yanlış sonucların bulunmasına neden olduğu görülmektedir. Bu etkiyi gidermek için geliştirilen filtreleme yöntemi sayesinde türev operatörü tanımlanmıştır. TDTO olarak tanımlanan bu operatör sayesinde, bulunan optimum düzgüleştirme parametresi kullanılarak, ölçüm değeri üzerinde filtreleme işlemi başarıyla gerçekleştirilmektedir.

Çalışmalar sonucu geliştirilen yöntemler, 6 saniye zaman aralığında yapay olarak üretilen veriler kullanılarak denenmiştir. Bu veriler, belirli bir zaman aralığı içerisinde elde edildikten sonra incelemeye başlandığından yöntem çevrimdışı olarak çalışmaktadır. İnceleme, N=6000 ve N=60000 olacak şekilde iki farklı örnekleme sayısı ve η =0.01 ve η =0.1 olacak şekilde iki farklı standart sapma değerine sahip Gaussian beyaz gürültü eklenmesi durumları için gerçekleştirilerek, oluşan dört farklı durum için sonuçlar bulunmuştur. Bu sonuçlar Bölüm 4'te, Çizelge 4.4 ve 4.5 yardımıyla, gerçek değerler ile karşılaştırılarak verilmiştir.

Bulunan sonuçlar incelendiğinde, η =0.01 ve N=6000 olması durumunda ve veriler üzerinde filtreleme işlemi uygulanmadan kestirim yapılması durumunda ulaşılan sonuçların, özellikle *J*, *B*, μ_0 ve μ_1 parametrelerinde oluşan hataların büyük olduğu görülmektedir. *J* parametresindeki bozulmanın çok yüksek olmasındaki neden, *J* parametresinin, matematiksel modelde rotor açısal hızının türevi terimiyle çarpım şeklinde yazılmış olmasıdır. Gürültünün, rotor açısal hızı üzerindeki etkisinin, Şekil 4.7(a)'daki gibi yüksek olması, bu çarpım sonucunu aşırı bozmaktadır. Buna karşılık filtreme işlemi yapılmasının ardından bu hataların ciddi ölçüde azalarak gerçek değerlere çok yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

Gürültü etkisinin ciddi bir şekilde arttırılarak, η =0.1 olacak şekilde seçilmesi durumunda, filtre uygulanmamış sonuçların neredeyse hepsinin yüksek hata değerlerine sahip olarak bulundukları görülmektedir. Bu durum için, filtreleme uygulandığı takdirde, sonuçların yakınsadığı, sadece μ_0 ve *B* parametrelerinde, diğerlerinden daha fazla hatalı sonuç elde edildiği görülmektedir. Ama bu noktada gözardı edilmemesi gereken nokta, uygulanan bu gürültü değerinin oldukça büyük olmasıdır. Dolayısıyla gürültü sadece, endüvi akımı ve rotor açısal hızının türevleri üzerinde büyük hatalara neden olmamakta, aynı zamanda bu değerlerin kendi fonksiyonları üzerinde de ciddi bozulmalara neden olduğu Şekil B.1'deki grafikler yardımıyla görülmektedir.

Çalışma bir derece daha ileri götürülerek, "Daha küçük örnekleme periyodlarında daha fazla örnekleme sayıları için daha doğru sonuçlar elde edilebilir mi?" şeklinde düşünülerek N=60000 için inceleme yapılmıştır. Bu noktada, η =0.01 için filtre uygulanmamış çözümlerin, N=6000 örnekleme sayısı sonucu bulunan çözümlerden daha hatalı olduğu görülmektedir. Bu durumun, örnekleme sayısının artması sonucu, gürültünün türev üzerindeki etkisinin şiddetlenmesinden kaynaklanmakta olduğu bilinmektedir. Aynı şekilde, filtre uygulanması sonucu bulunan çözümler incelendiğinde, R_a , J, K ve μ_I parametrelerindeki hatanın küçüldüğü fakat diğer değerlerin bozulduğu görülmektedir. Buna karşılık, gürültü şiddetinin arttırılması durumunda örnekleme sayısınında artması filtrelemede işe yaramış ve değerler üzerindeki hatanın azalmasını sağlamıştır. Bu etki, çizelge üzerinden η =0.1 ve N=6000 için filtreleme uygulanmış sonuçlar ile N=60000 sonuçları karşılaştırılarak görülebilir.

Buradan anlaşılacağı gibi, ölçümlerdeki gürültü zararsız gibi görünsede sonuçlar üzerinde büyük sapmalara neden olabilecek durumlar oluşturmaktadır. Özellikle incelenen matematiksel model, yapısında türev değişkenlerini barındırıyorsa, doğru

sonuçlar elde edebilmek için gürültünün etkisine oldukça dikkat edilmelidir. Bu sonuçlardan da görüleceği gibi, örnekleme periyodunu küçülterek daha iyi sonuçlara ulaşılmaya çalışılması bir noktaya kadar geçerli olmakla beraber, bir noktadan sonra gereksiz duruma gelerek gürültünün yol açtığı olumsuzlukları baskın duruma getirerek, N=60000 durumundaki sonuçlardan da görüldüğü gibi, sonuçların bozulmasına neden olmaktadır.

Bu çalışma, sistemlerin analizinde modellemenin önemi ve gerçekçi bir sistem modelinin oluşturulması sırasında karşılaşılan zorlukların üstesinden gelebilmek için yapılması gerekenler hakkında fikir verici niteliktedir. Modelleme sonucu, sistemlerin yapısında bulunan parametrelerin belirsizlikleri, gerekli ölçümler sonucu belirlenerek, sistemin çalışmasıyla ilgili bilgi sahibi olunmaktadır.

Yapılan çalışmalar sonucu geliştirilen filtreleme yöntemi, bundan sonraki çalışmalarda, farklı problemlerin çözümünde geliştirilerek kullanılabileceği gibi deneysel veriler üzerinde de kullanılarak bulunan sonuçların gerçek değerlere olan yakınlığı karşılaştırılabilir.

KAYNAKLAR

- Angerer, B. T., Hintz, C., ve Schröder, D., 2004. Online identification of a nonlinear mechatronic system, *Control Engineering Practice*, Cilt 12, No. 11, s. 1465-1478.
- Bolton, W., 1995. Mechatronics; Electronic Control Systems in Mechanical Engineering, Longman.
- **Cheng, L.,** 2001. Non-invasive electrical imaging of the heart, PhD Thesis, The University of The Auckland, New Zealand.
- Cirrincione, M., Pucci, M., Cirrincione, G., ve Capolino, G. A., 2003. Constrained least-squares method for the estimation of the electrical parameters of an induction motor, *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Cilt 22, No. 4, s. 1089-1101.
- Cong, S., Li, G., ve Feng, X., 2010. Parameters identification of nonlinear dc motor model using compound evolution algorithm, *Proceedings of the World Congress on Engineering 2010 (WCE 2010)*, Cilt 1.
- **Dupuis, A., Ghribi, M., ve Kaddouri, A.,** 2004. Multiobjective genetic estimation of dc motor parameters and load torque, *IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT'04)*, Cilt 3, s. 1511-1514.
- **Franzone, C. P., Guerri, L., Taccardi, B., ve Viganotti, C.** 1985. Finite element approximation of regularized solutions of the inverse potential problem of electrocardiography and applications to experimental data, Calcolo, Cilt 22, s. 91-186.
- Gauss, C. F., 1963. Theory of the motion of heavenly bodies moving about the sun in conic section, Dover, New York 1963.
- Gonzalez, R. G., ve Woods, R. E., 1993. Digital Image Processing, Addison Wesley.
- **Güray, T. C.,** 2007. Doğru akım motoru model parametrelerinin en küçük kareler yöntemiyle kestirilmesi, Lisans Bitirme Çalışması, Elektrik Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Hadef, M., ve Mekideche, M. R., 2009. Parameter identification of a separately excited dc motor via inverse problem methodology, *Turkish Journal* of Electrical Engineering and Computer Sciences, Tübitak, Cilt 17, No. 2, s. 99-106.
- Jang, S. R., Joseph, B., ve Hiro, M., 1986. Comparison of two approaches to online parameter and state estimation of nonlinear systems, *Industrial* and Engineering Chemistry, Process Design and Development, Cilt 25, No. 3, s. 809-814.

- Johnston, P. R., ve Gulrajani, R. M., 1997. A new method for regularization parameter determination in the inverse problem of electrocardiography, *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*, Cilt 44, No. 1, s. 19-39.
- Karagöz, İ., 2001. Sayısal Analiz ve Mühendislik Uygulamaları, Vipaş, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Kreyszig, E., 2006. Advanced Engineering Mathematics, 9th Edition, John Wiley & Sons.
- Marquardt, D. W., 1963. An algorithm for least square estimation of nonlinear parameters, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, Cilt 11, No. 2, s. 431-441.
- Mohan, N., 2000. Electric Drives; An Integrative Approach, Mnpere.
- Myung, I. J., 2003. Tutorial on maximum likelihood estimation, *Journal of Mathematical Psychology*, Cilt 47, s. 90-100.
- Holland, J. H., 1975. Adaptation in natural and artificial systems, University of Michigan Press.
- Nolan, R., Pillay, P., ve Haque, T., 1994. Application of genetic algorithms to motor parameter determination, *Industry Applications Society Annual Meeting*, 1994, Cilt 1, s. 47-54.
- Özer, Ş., Sağıroğlu, Ş., ve Kaplan, A., 2002. AR sistem modellemede kullanılan adaptif ve yapay zeka metodlarının karşılaştırılması, *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, Cilt 18, s. 44-50.
- Puangdownreong, D., Areerak, K.-N., Srikaew, A., Sujitjorn, S., ve Totarong, T., 2002. System identification via adaptive tabu search, *IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT'02)*, Bangkok, Thailand, Cilt 2, s. 915-920.
- Raol, J. R., Girija G., ve Singh, J., 2004. Modelling and Parameter Estimation of Dynamic Systems, IEE Control Engineering Series 65, London.
- Skipa, O., Sachse, F. B., Werner, C. D., Dössel, O., 2001. Simulation study of the effect of modelling errors on the solution of inverse cardiac source imaging problem using realistic source patterns, *Computers in Cardiology*, cilt 28, s. 41-44.
- Soliman, S. A., Al-Kandari A. M., F. ve El-Hawary, M. E., 1998. Parameter identification of a separately excited dc motor for speed control, *Electric Power Components and Systems*, Cilt 33, No. 10, s. 831-838.
- Şefkat, G, 2002. Bir elektromekanik aygıtın statik ve dinamik karakteristiğinin araştırılması, Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 8, No. 3, s. 273-282.
- Tacer, E., 2004. *Elektromekanik Enerji Dönüşümü Ders Notları,* ITU Elektrik-Elektronik Fakültesi, İstanbul.
- **Throne, R. D. Olson, L. G., Bu, G., Windle J. R.,** 2002. A comparison of methods for estimating endocardial potentials from a noncontact probe, *Computers in Cardiology*, Cilt 29, s. 309-311.

- **Türk, R.**, 2010. Çamaşır makinasında çamaşır yükünün kestirimi üzerine bir çalışma, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Udomsuk, S., Areerak, K.-L., Areerak, K.-N., ve Srikaew, A., 2010. Parameters identification of separately excited dc motor using adaptive tabu search technique, 2010 International Conference on Advances in Energy Engineering (ICAEE), s. 48-51.
- Van Der Heijden, F., Duin, R. P. W., de Ridder, D. ve Tax, D. M. J., 2004. Classification, Parameter Estimation and State Estimation, An Engineering Approach using MATLAB, John Wiley & Sons.
- Vazouras, C. N., 2004. EEG source distribution localization using minimumproduct and CRESO criteria for Tikhonov regularization, *Proceedings* of the 26th Annual Int. Conf. Of the IEEE EMBS, San Francisco, CA, USA, s. 4457-4460.
- Vural, A. M., Eker, İ., ve Süslüoğlu, B., 2003. Doğal mıknatıslı bir DC motorun deneysel olarak tanılanması, *Elektrik – Elektronik - Bilgisayar Mühendisliği 10. Ulusal Kongresi*, İstanbul, s. 122-125.
- Weerasooriya, S., ve El-Sharkawi, M. A., 1991. Identification and control of a DC motor using back-progagation neural networks, *IEEE Transaction on Energy Conversion*, Cilt 6, No. 4, s. 663-669.

EKLER

EK A.1: Gürültü Etkisinin Temizlenmesi MatLab Kodu, denoise.m **EK A.2:** Motor Bilinmeyen Model Parametrelerinin Kestirimi MatLab Kodu **EK B.1:** η =0.1 ve *N*=6000 için motor-yük sistemi model parametrelerinin filtre uygulanmış ve uygulanmamış değerlerinin grafiklerle gösterilmesi. **EK B.2:** η =0.01 ve *N*=60000 için motor-yük sistemi model parametrelerinin filtre uygulanmış ve uygulanmamış değerlerinin grafiklerle gösterilmesi. **EK B.3:** η =0.1 ve *N*=60000 için motor-yük sistemi model parametrelerinin filtre uygulanmış ve uygulanmamış değerlerinin grafiklerle gösterilmesi.

EK A.1

```
% Gürültünün temizlenmesi
function [g,lambda] = denoise(f,N,T)
for n=0:N-1
if n <= N/2-1
wn=2*pi*n/N;
else, wn=2*pi*n/N-2*pi;
end
w(n+1) = N/T*wn;
end
% Creso fonksiyonunun ikinci türevini sıfır yapan lambda
% Optimum düzgünlestirme parametresinin belirlenmesi
L0=1/w(N/2)^2; L1=1/w(2)^2; TOL=1.0e-9;
L high=newton(@d2creso,@d3creso,L0,TOL,f,N,T,w);
L low=newton(@d2creso,@d3creso,L1,TOL,f,N,T,w);
KGF=abs(L high-L low);
if KGF <= TOL
lambda=1.0e-99;
else, sign=dcreso(L high,f,N,T,w);
if sign < 0.0
lambda=L0;
else,
[LL]=newton(@d3creso,@d4creso,L0,TOL,f,N,T,w);
[lambda]=newton(@dcreso,@d2creso,LL,TOL,f,N,T,w);
end, end
F=fft(f); L=lambda;
for n=1:N
TT(n) = w(n)^{2}/(1+L*w(n)^{2})/(w(n)^{2}+L);
end
G1=F.*TT;
g1=real(ifft(G1));
g=g1+mean(f);
% Newton-raphson yaklaşımı
function x=newton(fh1, fh2, x0, tol, f, N, T, w)
it=0;
dx=-feval(fh1,x0,f,N,T,w)/feval(fh2,x0,f,N,T,w);
x0=x0+dx;
error=abs(dx/x0);
while error >= tol
it=it+1;
dx=-feval(fh1,x0,f,N,T,w)/feval(fh2,x0,f,N,T,w);
x0=x0+dx;
error=abs(dx/x0);
if abs(x0)>1.0e+9
error=0.0;
end, end
x=x0;
function CRP=dcreso(L,f,N,T,w)
TT(1:N) = 0.0;
F=fft(f);
for n=1:N
TT(n) = 6*w(n)^{4}*(L*w(n)^{2}-1)/(1+L*w(n)^{2})^{4};
end
CRP=sum(F.*conj(F).*TT);
function CRP2=d2creso(L,f,N,T,w)
TT(1:N) = 0.0;
F=fft(f);
for n=1:N
TT(n) = 6*w(n)^{6}*(5-3*L*w(n)^{2})/(1+L*w(n)^{2})^{5};
```

```
end
CRP2=sum(F.*conj(F).*TT);
function CRP3=d3creso(L,f,N,T,w)
TT(1:N) = 0.0;
F = fft(f);
for n=1:N
TT(n) = 12*w(n)^{8*}(6*L*w(n)^{2-14})/(1+L*w(n)^{2})^{6};
end
CRP3=sum(F.*conj(F).*TT);
function CRP4=d4creso(L,f,N,T,w)
TT(1:N) = 0.0;
F=fft(f);
for n=1:N
TT(n) = 360 * w(n)^{10} (3-L*w(n)^{2}) / (1+L*w(n)^{2})^{7};
end
CRP4=sum(F.*conj(F).*TT);
```

EK A.2

```
% mpe.m
% DA motoru-yük sistemi, bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi
% motor.dat dosyasından dataların alınması
fid01=fopen('motor.dat','r');
N = fscanf(fid01,'%d',[1,1]);
% N:Data sayısı
t(1:N) = 0.0;
Va(1:N)=0.0;
Ia(1:N)=0.0;
wm(1:N) = 0.0;
for k=1:N
data1=fscanf(fid01,'%f',[1,4]);
t(k) = data1(1, 1);
Ia(k) = data1(1,2);
Va(k) = data1(1,3);
wm(k) = data1(1,4);
end
% Temel değerler
PB=100; VB=30; IB=PB/VB; WB=400; TB=10;
M=7; eta=0.01; ksi=0.005;
% Standart sapması eta olan gürültü değerinin eklenmesi
noiseVa=eta*mean(abs(Va))*randn(1,N);
noiseIa=eta*mean(abs(Ia))*randn(1,N);
noisewm=eta*mean(abs(wm))*randn(1,N);
Va=Va+noiseVa; Ia=Ia+noiseIa; wm=wm+noisewm;
% Değerlerin boyutsuzlaştırılması
Va=Va/VB; Ia=Ia/IB; wm=wm/WB; t=t/TB; T=t(N)-t(1);
% Gürültünün denoise.m programı kullanılarak temizlenmesi
[dummy,lambda1]=denoise(Va,N,T);
[dummy,lambda2]=denoise(Ia,N,T);
[dummy,lambda3]=denoise(wm,N,T);
% TDTO kullanılarak spektral türev alma
dIa=diffspect(Ia,N,T,lambda2);
dwm=diffspect(wm,N,T,lambda3);
%% diffspect.m alt programı %%
function g= diffspect(f,N,T,L)
for n=0:N-1
if n <= N/2-1
wn=2*pi*n/N;
else, wn=2*pi*n/N-2*pi;
end
w(n+1) = N/T * wn;
```

```
H(n+1) = i * w(n+1);
end
F=fft(f);
for n=0:N-1
TT (n+1) = H(n+1) / (1+L*conj(H(n+1))*H(n+1));
end
G=F.*TT;
g=real(ifft(G));
%% diffspect.m alt programı sonu %%
% Sistem dinamik matrislerinin oluşturulması
H(1:2*N, 1:M) = 0.0;
for j=1:N
H(j,1) = Ia(j);
H(j,2)=dIa(j);
H(j, 3) = wm(j);
end
for j=1:N
H(j+N, 4) = dwm(j);
H(j+N, 5) = sign(wm(j)) * abs(wm(j));
H(j+N, 6) = sign(wm(j)) *1;
H(j+N,7) = sign(wm(j)) * abs(wm(j)^2);
end
z(1:2*N)=0.0;
for j=1:N
z(j)=Va(j);
z(j+N) = Ia(j);
end
% Bilinmeyen model parametrelerinin kestirimi
A=H'*H; b=H'*z';
x=inv(A)*b;
% Sonuçlar
Ra=x(1)*VB/IB,
La=x(2)*VB/IB*TB,
K=x(3) * VB/WB,
J=K*x(4)*IB/WB*TB,
B=K*x(5)*IB/WB,
mu0=K*x(6)*IB,
mu1=K*x(7)*IB/WB^2
Va=VB*Va; Ia=IB*Ia; wm=WB*wm; t=TB*t;
dIa=IB*dIa; dwm=WB*dwm;
```





Şekil B.1 : N=6000 ve $\eta=0.1$ Gaussian gürültü içeren motor-yük sistemi model parametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.



Şekil B.1 : (devam) N=6000 ve η =0.1 Gaussian gürültü içeren motor-yük sistemi model parametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.

Çizelge B.1 : N =6000 ve η =0.1 için, motor-yük sisteminin bilinmeyen mo	odel
parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerler.	

$\eta = 0.1$ N=6000 $\Delta t = 0.001$ s	Gerçek Sonuçlar	Filtre Uygulanmış	Filtre Uygulanmamış
R _a	0.6	0.6016	0.5971
L_a	0.012	0.0129	0.0014
J	1	1.0136	3.98×10 ⁻⁵
В	0.01	0.0170	0.0531
K	0.9	0.9099	0.8930
μ_0	0.3	0.198	0.1626
μ_{I}	0.0018	0.0017	9.4×10 ⁻⁴

```
EK B.2
```



Şekil B.2 : N=60000 ve $\eta=0.01$ Gaussian gürültü içeren motor-yük sistemi model parametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş (b) Filtre edilmiş değerleri.



Şekil B.2: (devam) N=60000 ve η =0.01 Gaussian gürültü içeren motor-yük sistemi model parametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.

Çizelge B.2 : N =60000 ve η =0.01 için, motor-yük sisteminin bilinmeyen mo	del
parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerler.	

$\eta = 0.01$ N=60000 $\Delta t = 0.0001$ s	Gerçek Sonuçlar	Filtre Uygulanmış	Filtre Uygulanmamış
R _a	0.6	0.5999	0.6010
La	0.012	0.0104	0.0014
J	1	1.0040	4.2×10 ⁻⁵
В	0.01	0.0072	0.0186
K	0.9	0.9064	0.8984
μ_0	0.3	0.3472	0.1984
μ_{I}	0.0018	0.0018	0.0016

```
EK B.3
```



Şekil B.3 : N=60000 ve η=0.1 Gaussian gürültü içeren motor-yük sistemi model parametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.



Şekil B.3 : (devam) N=60000 ve $\eta=0.1$ Gaussian gürültü içeren motor-yük sistemi model parametrelerinin, (a) Filtre edilmemiş, (b) Filtre edilmiş değerleri.

Çizelge B.3 : N =60000 ve η =0.1 için, motor-yük sisteminin bilinme	yen model
parametrelerinin kestirimi sonucu elde edilen değerler.	

$\eta = 0.1$ N=60000 $\Delta t = 0.0001$ s	Gerçek Sonuçlar	Filtre Uygulanmış	Filtre Uygulanmamış
R _a	0.6	0.5998	0.5980
La	0.012	0.0125	1.58×10 ⁻⁵
J	1	1.0078	4.9×10 ⁻⁷
В	0.01	0.0068	0.0496
K	0.9	0.9082	0.8920
μ_0	0.3	0.2215	0.0131
μ_{I}	0.0018	0.0019	0.0011

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad:	Ufuk TUR
Doğum Yeri ve Tarihi:	İstanbul, 16.10.1984
Adres:	Müminderesi Yolu Saadet Apt. No: 46 / 12 Sahrayıcedid - İSTANBUL
Lisans Üniversite:	Kocaeli Üniversitesi – Makina Mühendisliği Bölümü, 2002-2006.

Yayın Listesi:

• Ufuk TUR, 2006. Bantlı Konveyör ve Robot Kolunun Kombine Çalışmasının PLC ile Kontrolünün Sağlanması, Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi.